

Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

5. (G1 - ifce 2016) Os conjuntos X e Y são tais que $X = \{2, 3, 4, 5\}$ e $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. É necessariamente verdade que

- a) $\{1, 6\} \subset Y$. c) $X \cap Y = \{2, 3, 4, 5\}$. e) $4 \in Y$.
b) $Y = \{1, 6\}$. d) $X \subset Y$.

Resposta: [A]

Como $\{1, 6\}$ não está contido em X e está contido em $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, concluímos que $\{1, 6\} \subset Y$.

6. (G1 - col. naval 2015) Dado que o número de elementos dos conjuntos A e B são, respectivamente p e q , analise as sentenças que segue sobre o número N de subconjuntos não vazios de $A \cup B$.

- I. $N = 2^p + 2^q - 1$ III. $N = 2^{p+q} - 1$
II. $N = 2^{pq-1}$ IV. $N = 2^p - 1$, se a quantidade de elementos de $A \cap B$ é p .

Com isso, pode-se afirmar que a quantidade dessas afirmativas que são verdadeiras é:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

Resposta: [A]

O número de elementos de $A \cup B$ será dado por: $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B) \Rightarrow N(A \cup B) \leq p + q$

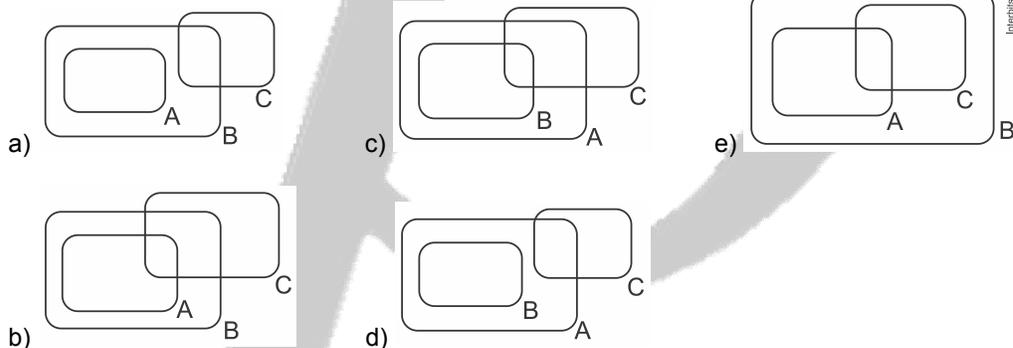
Portanto, o total de subconjuntos de $A \cup B$ será dado por $N \leq 2^{p+q}$.

Logo, todas as afirmações são falsas.

7. (Espm 2015) Considere os seguintes subconjuntos de alunos de uma escola:

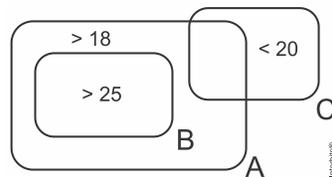
- A:** alunos com mais de 18 anos
B: alunos com mais de 25 anos
C: alunos com menos de 20 anos

Assinale a alternativa com o diagrama que melhor representa esses conjuntos:



Resposta: [D]

Analisando as alternativas, o diagrama que representa estes conjuntos é o apresentado na alternativa [D].



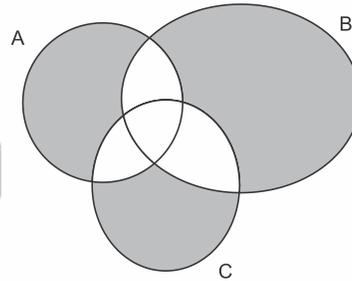
Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

8. (G1 - cp2 2014) No diagrama abaixo, as figuras A, B e C representam conjuntos de indivíduos com uma determinada característica. Todo indivíduo que possui a característica A está representado dentro do conjunto A e quem não tem a característica está fora do mesmo. Analogamente, estão dentro de B todos os que têm a característica B e estão dentro de C todos os que têm a característica C.

Nesse caso, a região sombreada indicará todos os indivíduos que:

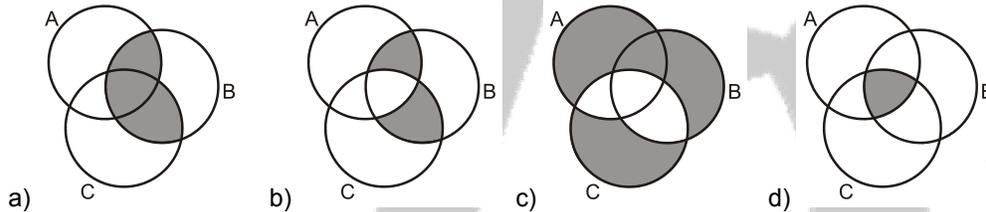
- a) não têm nenhuma das três características;
- b) têm pelo menos uma das três características;
- c) têm apenas uma das três características;
- d) têm duas das três características;
- e) têm as três características.



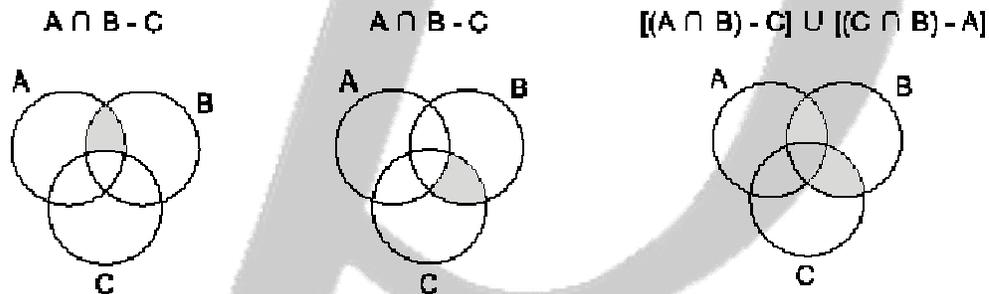
Resposta: [C]

As regiões destacadas representam os elementos que pertencem a somente um dos conjuntos. Portanto, os elementos que possuem apenas uma das características.

9. (Ufsj 2013) O diagrama que representa o conjunto $[(A \cap B) - C] \cup [(C \cap B) - A]$ é



Resposta: [B]



10. (Cefet MG 2013) Em uma enquete realizada com pessoas de idade superior a 30 anos, pesquisou-se as que estavam casadas ou não, se tinham ou não filhos. Constatou-se que 45 pessoas não eram casadas, 49 não tinham filhos, e 99 estavam casadas e com filhos. Sabendo-se que 180 pessoas responderam a essa enquete, o número das que se declararam não casadas e sem filhos foi de

- a) 13.
- b) 23.
- c) 27.
- d) 32.
- e) 36.

Resposta: [A]

$$\text{Pessoas casadas: } 180 - 45 = 135$$

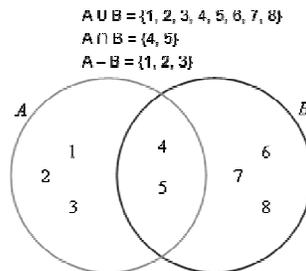
$$\text{Pessoas casadas sem filho: } 135 - 99 = 36$$

$$\text{Pessoas não casadas e sem filho: } 49 - 36 = 13$$

Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

11. Considerando que $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{4, 5\}$ e $A - B = \{1, 2, 3\}$, determine o conjunto B.



O conjunto B é formado pelos seguintes elementos: $\{4, 5, 6, 7, 8\}$.

12. Dados os conjuntos $A = \{0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ e $C = \{2, 3\}$, determine $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

$$\begin{aligned} A &= \{0, 1\} \\ B &= \{0, 1, 2\} \\ C &= \{2, 3\} \\ A \cup B &= \{0, 1, 2\} \\ B \cup C &= \{0, 1, 2, 3\} \\ (A \cup B) \cap (B \cup C) &= \{0, 1, 2\} \end{aligned}$$

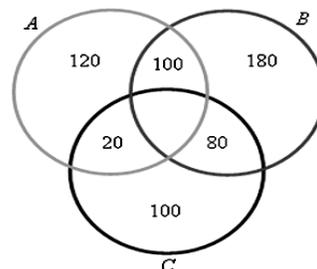
13. Considerando os conjuntos $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{4, 5\}$ determine $(U - A) \cap (B \cup C)$.

$$\begin{aligned} U &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} & (U - A) \cap (B \cup C) \\ A &= \{1, 2\} & (U - A) \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2\} \rightarrow \{0, 3, 4, 5, 6\} \\ B &= \{2, 3, 4\} & (B \cup C) \rightarrow \{2, 3, 4\} \cup \{4, 5\} \rightarrow \{2, 3, 4, 5\} \\ C &= \{4, 5\} & (U - A) \cap (B \cup C) = \{0, 3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 3, 4, 5\} \\ & & (U - A) \cap (B \cup C) = \{3, 4, 5\} \end{aligned}$$

14. Os senhores A, B e C concorriam à liderança de certo partido político. Para escolher o líder, cada eleitor votou apenas em dois candidatos de sua preferência. Houve 100 votos para A e B, 80 votos para B e C e 20 votos para A e C. Em consequência:

- a) venceu A, com 120 votos.
- b) venceu A, com 140 votos.
- c) A e B empataram em primeiro lugar.
- d) venceu B, com 140 votos.
- e) venceu B, com 180 votos.

Votos recebidos pelo candidato A = $100 + 20 = 120$
Votos recebidos pelo candidato B = $100 + 80 = 180$
Votos recebidos pelo candidato C = $80 + 20 = 100$



Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

15. Em uma escola, 100 alunos praticam vôlei, 150 futebol, 20 os dois esportes e 110 alunos nenhum. O número total de alunos é

- a) 230 b) 300 c) 340 d) 380

16. Se A , B e $A \cap B$ são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos, respectivamente, então o número de elementos do conjunto $A \cup B$ é:

- a) 10 b) 70 c) 85 d) 110 e) 170

17. No concurso para o EPCAR foram entrevistados 979 candidatos, dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesa e francesa é

- a) 778 b) 658 c) 120 d) 131

18. Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y . Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X , 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 0

19. Observando-se, durante certo período, o trabalho de 24 desenhistas do Tribunal de Justiça, verificou-se que 16 executaram desenhos arquitetônicos, 15 prepararam croquis e 3 realizaram outras atividades. O número de desenhistas que executaram desenho arquitetônico e prepararam croquis, nesse período, é de:

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

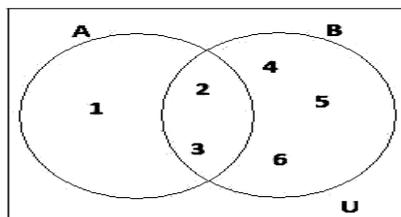
Resolução:

Como o exercício aborda um caso típico de eventos independentes (a ocorrência de um não exclui a ocorrência de outro), temos por definição que $(A \cup B) = A + B - (A \cap B)$. Onde o conjunto A representa os desenhistas que realizaram desenhos arquitetônicos, e o conjunto B representa os desenhistas que prepararam croquis. A parte verde, solicitada na questão, é representada justamente por $(A \cap B)$, onde algebricamente temos:

$$(A \cap B) = A + B - (A \cup B) = 16 + 15 - 21 = 31 - 21 = 10$$

20. Faça o diagrama dos conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$:

Solução. Observando que há elementos que pertencem a ambos, temos:



Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

21. Com base no exercício anterior, enumere os conjuntos:

- a) $L = A \cup B$ b) $M = A \cap B$ c) $N = A - B$ d) $O = B - A$

Solução. Aplicando as definições das operações temos:

- a) $L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ b) $M = \{2, 3\}$ c) $N = \{1\}$ d) $O = \{4, 5, 6\}$

22. Com base nos conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, 7\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, preencha o campo abaixo com a simbologia adequada:

- a) $3 \underline{\quad} A$ b) $7 \underline{\quad} C$ c) $A \underline{\quad} B$ d) $B \underline{\quad} C$ e) $C \underline{\quad} A$ f) $C \underline{\quad} B$

Solução. Utilizando os símbolos correspondentes e elementos e conjuntos, temos:

- a) $3 \in A$ b) $7 \notin C$ c) $A \not\subset B$ d) $B \subset C$ e) $C \supset A$ f) $C \not\subset B$

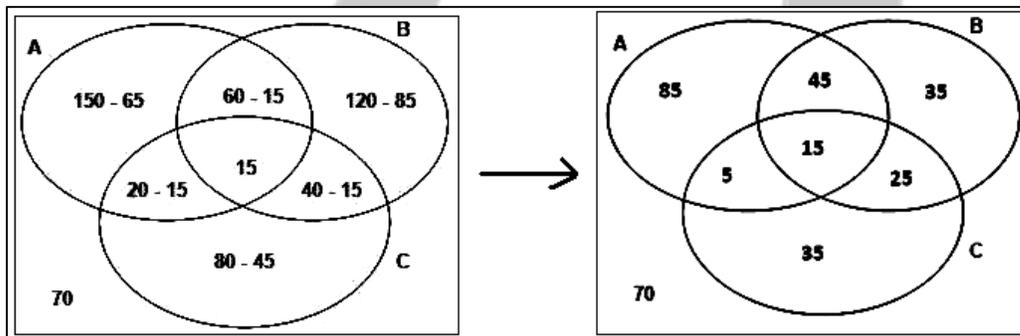
23. Descreva o conjunto das partes do seguinte conjunto $A = \{2, 5, 7\}$:

Solução. O conjunto das partes de um conjunto é o conjunto que contém todos os subconjuntos deste conjunto. Logo, $P(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 5, 7\}\}$

24. As marcas de refrigerante mais consumidas em um bar, num certo dia, foram A, B e C. Os garçons constataram que o consumo se deu de acordo com a tabela a seguir: Faça um diagrama representativo da situação e responda:

Marcas consumidas	Nº de consumidores
A	150
B	120
C	80
A e B	60
A e C	20
B e C	40
A, B e C	15
Outras	70

Solução. O diagrama ilustra a situação.



a) Quantos consumidores beberam refrigerante no bar, nesse dia?

Atenção para o fato de que as 70 pessoas que não beberam estas marcas beberam outros refrigerantes. Logo, o total de consumidores é:

$$T = 85 + 45 + 35 + 5 + 15 + 25 + 35 + 70 = 315 \text{ consumidores.}$$

b) Dentre os consumidores de A, B e C, quantos beberam apenas duas dessas marcas?

Este valor é a soma dos números de consumidores que não pertencem apenas a duas interseções. Logo, o total é: $T = 5 + 45 + 25 = 75$ consumidores.

c) Quantos não consumiram a marca C?

Basta diminuir o número de consumidores da marca C do total de consumidores.

Logo, foram $315 - 80 = 235$ consumidores.

Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

d) Quantos não consumiram a marca B nem a marca C?

Esse valor é a soma dos consumidores somente da marca A e de outras marcas.

Logo, o total é: $T = 85 + 70 = 155$ consumidores.

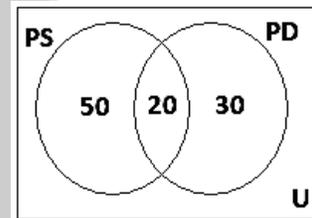
25. Dado um conjunto A, chamam-se subconjuntos triviais de A: o próprio A e o conjunto vazio. Todos os demais são chamados de subconjuntos próprios. Se o conjunto A tem 254 subconjuntos próprios, determine $n(A)$.

Solução. O número de subconjuntos de um conjunto com n elementos é calculado pela potência 2^n , incluindo os triviais. No caso, temos:

$$\begin{cases} n(\text{Subconjuntos}) = n(\text{Subconjuntos}_{\text{próprios}}) + n(\text{triviais}) = 2^n \\ n(\text{Subconjuntos}_{\text{próprios}}) = 254 \end{cases} \Rightarrow 2^n = 254 + 2 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow 2^n = 2^8$$

$$n(A) = 8$$

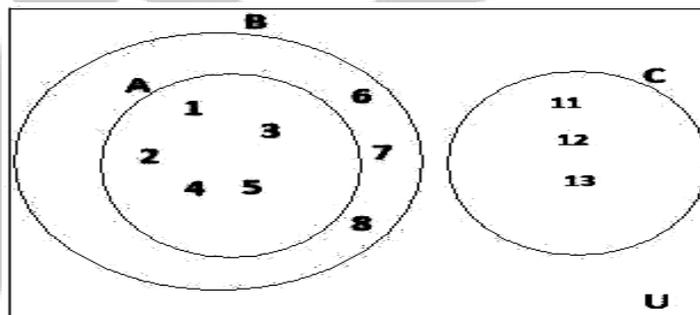
26. Uma pesquisa realizada com 100 pessoas em uma pizzaria, revelou que destas, 70 gostam de pizzas salgadas, 20 gostam de pizzas salgadas e doces. Quantas foram as pessoas que responderam que gostam apenas de pizzas doces? (Dica: Desenhar o diagrama correspondente).



Solução. Representando a situação na forma de diagrama, retira-se a interseção de cada conjunto e conclui-se que há 30 pessoas gostando apenas de pizza doce.

27. Faça o diagrama dos conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $C = \{11, 12, 13\}$:

Solução. Observando que A está contido em B e que ambos são disjuntos em relação a C, temos:



Preparatório Bizus – Matemática - Conjuntos

Prof Claudio Castro

28. Com base no exercício anterior, escreva por extenso:

a) $X = A \cup B$ b) $Y = A \cap B$ c) $Z = A \cup C$ d) $W = A \cap C$ e) $P = C_B^A$
f) $U = C_A^B$ g) $K = (A \cup C) - B$ h) $T = B - (A \cap C)$ i) $V = C_A^{A \cup B}$

Resolução:

a) $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ b) $Y = A$ c) $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13\}$ d) $W = \{\}$
e) $P = \{6, 7, 8\}$ f) $U = \{\}$ g) $K = C$ h) $T = B$ i) $V = \{\}$

29. Se $A = \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$ e $B = \{3, 4, 5, \{4\}, 6\}$, determine o total de subconjuntos de $A - B$.

Solução. O total de subconjuntos de um conjunto com onde n elementos é calculado pela potência 2^n . Repare que $\{4, 5\}$ neste caso é elemento do conjunto A . É visto como um só. No conjunto B , o elemento 4 é diferente do elemento $\{4\}$. Essas observações indicam que A possui quatro elementos e B possui 5 elementos. Temos:

$$\begin{cases} A = \{1, 2, 3, \{4, 5\}\} \\ B = \{3, 4, 5, \{4\}, 6\} \end{cases} \Rightarrow (A - B) = \{1, 2, \{4, 5\}\} \Rightarrow n(A - B) = 3$$
$$nP(A - B) = 2^3 = 8(\text{elementos})$$

30. Dado o conjunto $A = \{0, 1, 2, \{1, 2\}, 3, \{3, 4\}\}$, assinale V para as afirmativas verdadeiras e F para as falsas.

(F) $\emptyset \in A$ (conjunto vazio está contido, pois a relação é de inclusão).

(F) $4 \in A$ (4 não é um elemento isolado de A).

(V) $\{\} \subset A$ (conjunto vazio está contido em todos os conjuntos).

(V) $\{\{1, 2\}\} \subset A$ (é um dos subconjuntos de A com um elemento).

(F) $\{3, 4\} \subset A$ (é um elemento único de A , logo a relação é de pertinência).

(V) $\{1, 2\} \in P(A)$ (é um dos subconjuntos de dois elementos de A , logo elemento $P(A)$).

(V) Se N é o conjunto dos números naturais, então $A - N$ não tem elementos numéricos. (os elementos de $A - N$ serão os elementos $\{1, 2\}$ e $\{3, 4\}$ que não são números).

(F) $(\{1, 2\} \cup \{3, 4\}) \subset A$ ($\{1, 2\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ que não pertence a A , pois 4 não é elemento de A).