



EXTENSIVO 2023

FÍSICA PARA ITA

ELETROMAGNETISMO II



Prof. João Maldonado

AULA 12

12 DE MAIO DE 2022

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	3
2. INTERAÇÃO MAGNÉTICA	4
1.1. MÓDULO DA FORÇA MAGNÉTICA	6
1.2. ORIENTAÇÃO DA FORÇA MAGNÉTICA	6
1.3. AS PROPRIEDADES DA FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA PARTÍCULA	9
1.4. O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS COM CARGA ELÉTRICA EM UM CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÊNEO.	10
2.4.1. RETILÍNEA	10
2.4.2. CIRCUNFERÊNCIA	10
2.4.3. HELICOIDAL	13
1.5. FORÇA MAGNÉTICA EXPRESSA NA FORMA VETORIAL	15
1.6. EFEITO HALL	17
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS	19
4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	21



1. INTRODUÇÃO

Estudaremos a interação da carga eletrizada em um campo magnético. Tenha as propriedades da interação bem consolidadas, pois os nossos vestibulares adoram cobrar esta parte com questões que realmente provam se o aluno entendeu as definições. Preste mais atenção em movimento helicoidal, força magnética na forma vetorial e efeito Hall.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:

ESCLARECENDO!



 @prof.maldonado



2. INTERAÇÃO MAGNÉTICA

Antes da experiência de Oersted pensava-se que uma forma de relacionar eletricidade e magnetismo era analisar de qual forma uma carga em repouso interagiria com um ímã, mas na prática não se observava nenhum efeito.

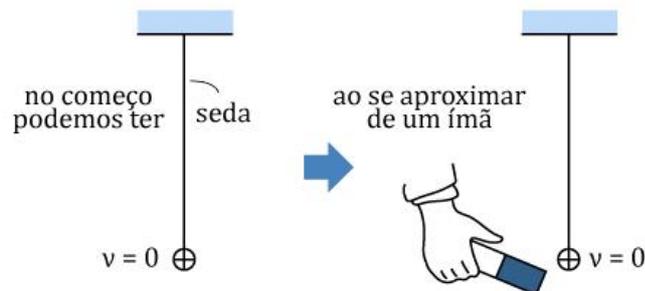


Figura 1: Ao se aproximar um ímã de uma carga em repouso, a carga não se desvia.

Por outro lado, quando colocava a carga para realizar um movimento pendular e aproximava um ímã da carga, notava-se que havia uma conexão entre o ímã e a carga, alterando a trajetória da carga no movimento pendular.

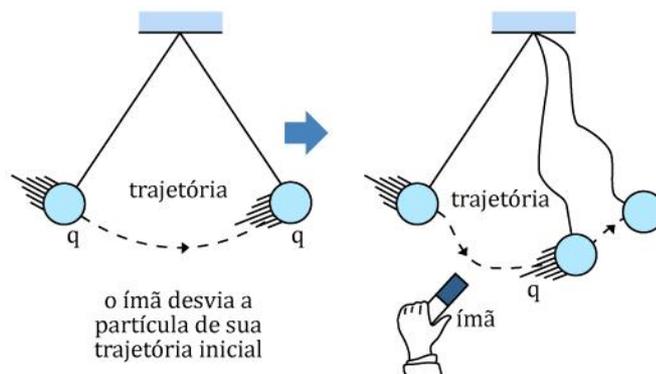


Figura 2: Carga elétrica realizando um movimento pendular. Quando aproximamos um ímã, há um desvio na trajetória.

Diante disso, podemos dizer que um ímã pode desviar a trajetória de uma carga elétrica em movimento. Quando a partícula está em repouso, ela sofre apenas influência de campo elétrico, mas quando ela está em movimento deve ser associado um campo magnético e este campo é responsável pela interação com o ímã.

Em tubos de raios catódicos este efeito é mais evidente. Os raios catódicos, como na figura abaixo, são elétrons (cargas negativas) muito rápidos que se obtêm entre os eletrodos submetidos a uma grande diferença de potencial.



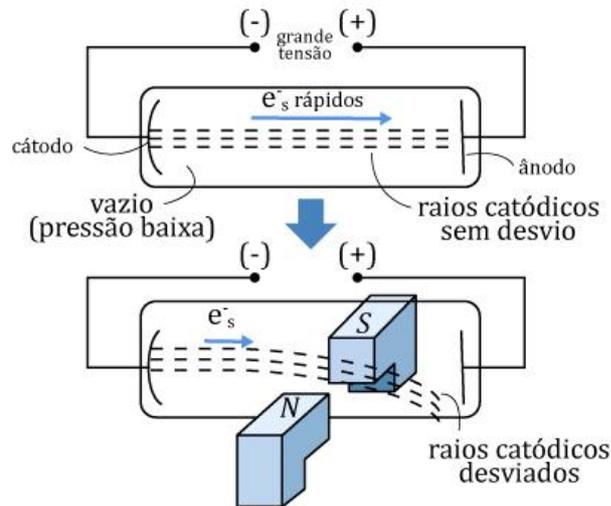


Figura 3: Representação de um tubo de raios catódicos sem e com a presença de um campo magnético.

Denominamos a ação magnética sobre as cargas em movimento de força magnética (\vec{F}_{mag}). De acordo com os experimentos, esta força possui alguns aspectos com relação a sua intensidade e sua direção.

- Quando aumentamos a voltagem entre os eletrodos, observa-se que os eletros sofrem maiores desvios. Isso ocorre porque ao aumentar a voltagem, o campo elétrico no interior dos tubos se torna maior, isto é, a aceleração dos elétrons é mais intensa e, com isso, os elétrons adquirem maior rapidez. Portanto, quanto maior a rapidez (v) das cargas, maior será a força magnética (\vec{F}_{mag}).
- Quando aumentamos a intensidade do campo magnético, nota-se que há um maior desvio dos elétrons. Por isso, quanto maior a intensidade de \vec{B} devido aos polos magnéticos, maior é a força magnética (\vec{F}_{mag}).
- Quando mantemos os polos magnéticos e trocamos o tubo de raios por uma emissão radiativa de partículas com o dobro de carga, mantendo a rapidez das partículas, vemos que sofrerá um desvio maior. Portanto, notamos que o módulo da carga ($|q|$) também influencia na força (\vec{F}_{mag}). Quanto maior $|q|$, maior é a força \vec{F}_{mag} .
- Por fim, se o campo magnético está orientado paralelamente ao movimento dos elétrons, colocando os polos magnéticos atrás dos eletrodos, os elétrons não experimentam nenhum desvio. A medida que vamos alterando a posição dos ímãs, de tal maneira que a direção da indução magnética com a orientação dos elétrons em movimento vai formando um ângulo α crescente, nota-se que o desvio dos elétrons também está aumentando até um valor máximo. Este valor máximo ocorre quando o campo é perpendicular à direção do movimento dos elétrons.

Portanto, a força magnética \vec{F}_{mag} depende do ângulo que forma entre a direção do movimento dos elétrons e do campo. Além disso, vemos que o módulo de \vec{F}_{mag} aumenta quando o ângulo vai de 0° a 90° (máx). Vale lembrar da matemática que a função trigonométrica seno ($sen(\alpha)$) é crescente neste intervalo e se encaixa bem no modelo da força magnética.



1.1. MÓDULO DA FORÇA MAGNÉTICA

Após todas as observações a respeito do experimento com o tubo de raios catódicos, podemos dizer que o módulo da força magnética é expresso por:

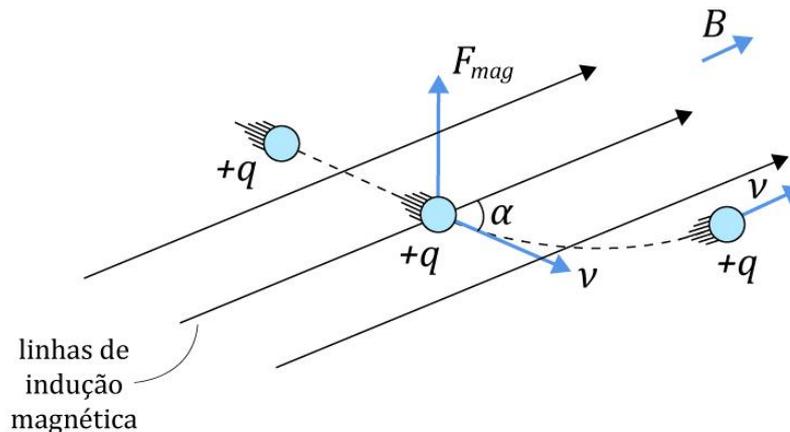


Figura 4: Carga elétrica em movimento em uma região onde existe um campo magnético de intensidade B .

$$F_{mag} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Em que:

- $|q|$ é o módulo da carga da partícula dada em coulomb (C).
- v é a intensidade da velocidade da partícula em m/s .
- B a intensidade da indução magnética na região onde a partícula está se movendo. Sua unidade é o tesla (T).
- A força magnética, como toda força, é expressa em newton (N).

O ângulo α formado entre a velocidade \vec{v} e a direção do campo magnético \vec{B} .



1.2. ORIENTAÇÃO DA FORÇA MAGNÉTICA

Vimos que para determinar o sentido das linhas de indução magnética usamos a regra da mão direita envolvente (RMD). Entretanto, para determinar a direção da força magnética vamos utilizar a **regra da mão esquerda espalmada** (RME).

Nesta regra, utilizamos a seguinte configuração dos elementos da mão:

- 1) Com a mão espalmada, os dedos da mão esquerda, exceto o polegar, indicam a direção da velocidade da partícula.
- 2) As linhas de indução devem perfurar a palma da mão esquerda.



- 3) Consequentemente, a força magnética é determinada pela direção do polegar, que deve formar um ângulo de 90° com os outros dedos.

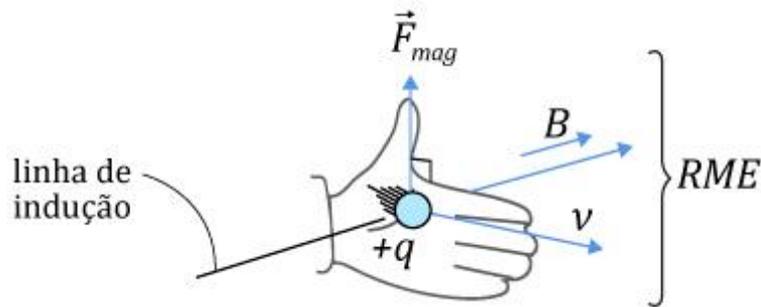


Figura 5: Aplicação da regra da mão esquerda espalmada para a determinação da orientação da força magnética.

De acordo com os experimentos nota-se que a ação magnética sobre a partícula em movimento é perpendicular a direção de seu movimento e a direção do campo magnético. Portanto, a força magnética é perpendicular ao plano formado pela velocidade e pelas linhas de indução magnética. Vetorialmente, temos:

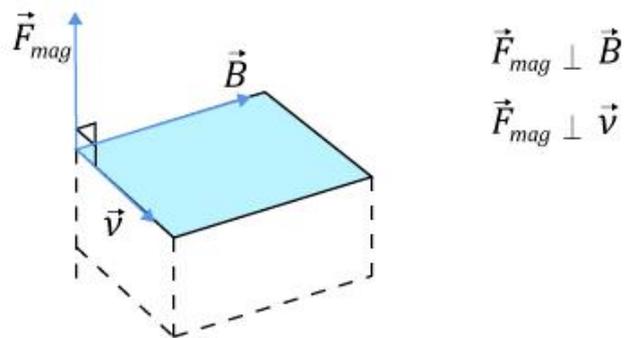


Figura 6: Os três vetores são perpendiculares, induzindo a utilização de produto vetorial para a definição de força magnética.

Os experimentos em laboratórios mostram que ao inverter o sinal da carga, mantendo as demais condições de campo e de velocidade, as partículas se desviam em sentidos opostos.

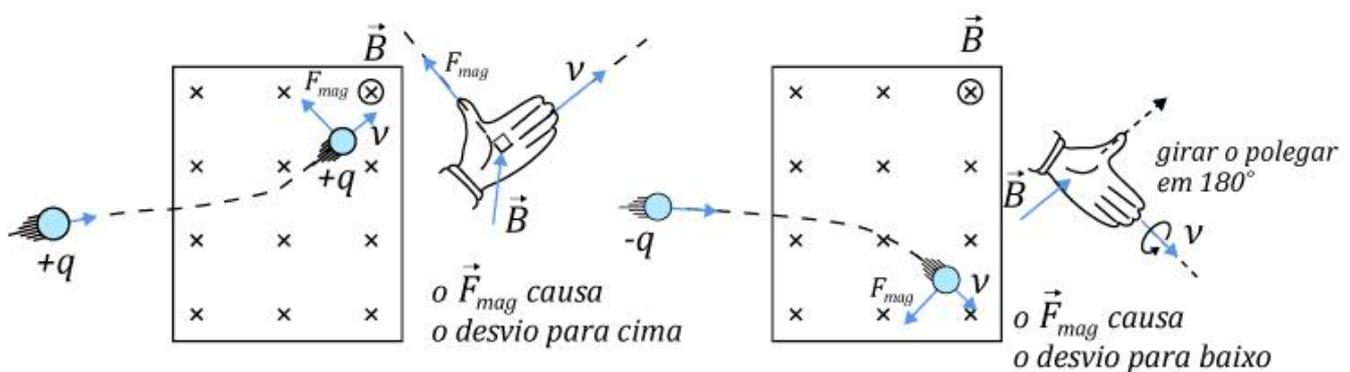


Figura 7: Inversão de sentido de deslocamento, quando a carga tem sinal negativo, em um campo entrando no plano da folha.

Para o campo saindo da folha temos a seguinte situação:



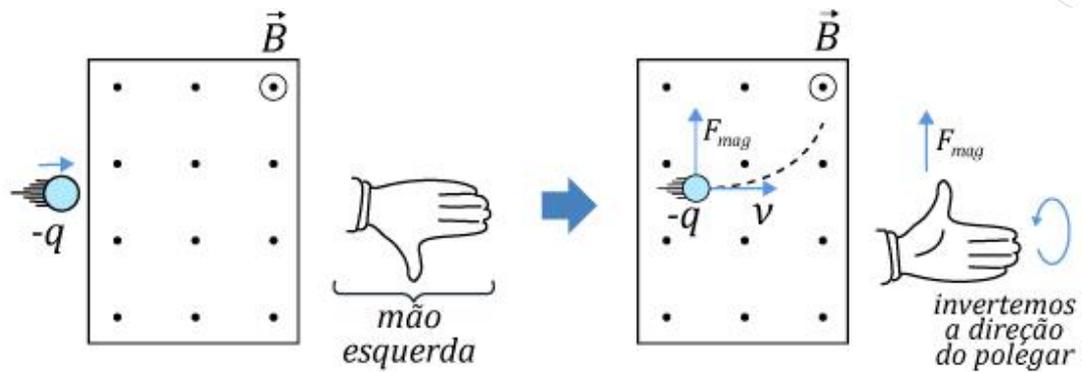


Figura 8: Inversão do sentido do deslocamento, quando a carga tem sinal negativo, em um campo saindo do plano da folha.

ATENÇÃO
DECORE!

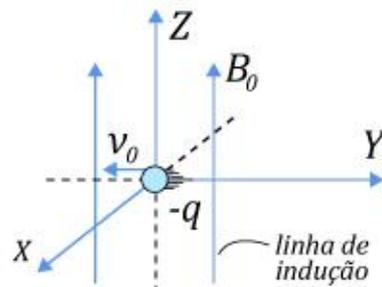


7.

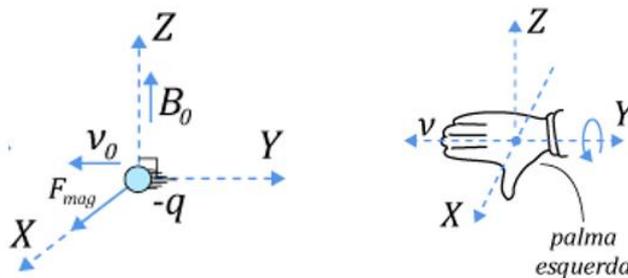
Uma partícula com carga $-q$ se move com velocidade $\vec{v} = -v_0\hat{j}$ em uma região onde existe um campo magnético dado por $\vec{B} = B_0\hat{k}$. Determine a direção da força magnética experimentada por essa partícula.

Comentários:

Utilizando o sistema de referência XYZ , de acordo com o enunciado, temos:



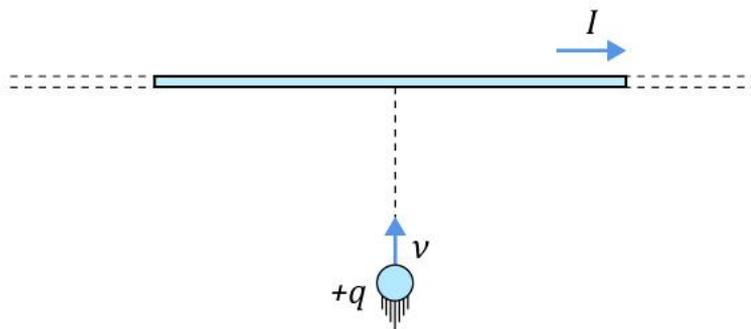
Pela RME, lembrando que devemos inverter o sentido do polegar, temos:



8.



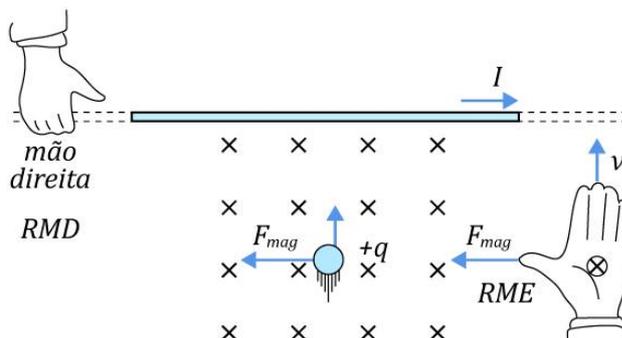
Determine a direção da força magnética em uma partícula com carga $+q$, que se aproxima de um fio que é percorrido por uma corrente elétrica de intensidade I , como na figura abaixo.



Comentários:

Primeiramente, devemos determinar a direção da indução magnética devido ao fio percorrido pela corrente I . Para isso, devemos usar a regra da mão direita envolvente, como vimos anteriormente. Portanto, o campo magnético na partícula está entrando no plano da folha.

Agora, basta aplicar a regra da mão esquerda espalmada e determinaremos o sentido de \vec{F}_{mag} :



Para a configuração mostrada no enunciado do problema, a força magnética é horizontal e orientada para a esquerda. Analisando a dinâmica do problema, vemos que a força magnética é sempre perpendicular à velocidade e este fato traz consequências importantes.

ESCLARECENDO!



1.3. AS PROPRIEDADES DA FORÇA MAGNÉTICA SOBRE UMA PARTÍCULA

Como estudamos em Dinâmica, se a força é perpendicular à velocidade, ela não altera seu módulo, mas sim a sua direção. Por este motivo, a \vec{F}_{mag} pode somente alterar a direção de \vec{v} .

Como consequência desta propriedade, podemos inferir que se não varia o módulo da velocidade, também não varia a energia cinética e, ao variar a direção da velocidade, altera-se a direção da quantidade de movimento da partícula ($\vec{p} = m \cdot \vec{v}$).



Além disso, vimos na aula de Trabalho e Energia que quando uma força é perpendicular a velocidade (a trajetória), o trabalho mecânico produzido por esta força é nulo ($W_{\vec{F}_{mag}} = 0$).

$$\vec{F}_{mag} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F}_{mag} \perp \vec{d} \text{ (em todos os pontos da trajetória)}$$

Logo:

$$W_{\vec{F}_{mag}} = \vec{F}_{mag} \cdot \vec{d} = 0$$

Vale lembrar que todas essas propriedades aqui enunciadas são válidas para um campo magnetostático, isto é, que não depende do tempo, um campo magnético estacionário. As propriedades acima não são válidas em um campo magnético variante no tempo e no espaço.



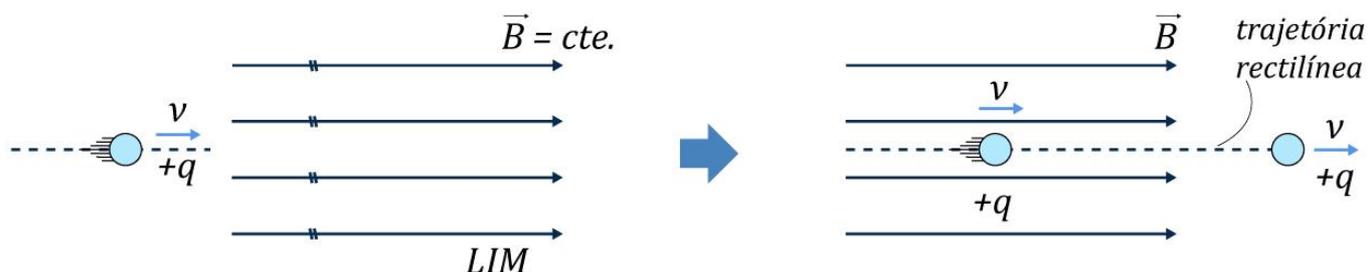
1.4. O MOVIMENTO DAS PARTÍCULAS COM CARGA ELÉTRICA EM UM CAMPO MAGNÉTICO HOMOGÊNEO.

Dizemos que campo magnético é homogêneo quando ele é invariável no espaço e no tempo, isto é, em qualquer posição e em qualquer instante temos o mesmo \vec{B} .

Quando uma partícula carregada entra em uma região onde existem um campo homogêneo, ela pode seguir três trajetórias muito particulares na região do campo. A forma da trajetória vai depender de como a partícula entra na região do campo e de como se manifesta ou não a ação magnética na partícula. As três trajetórias são: retilínea, circunferência e helicoidal.

2.4.1. RETILÍNEA

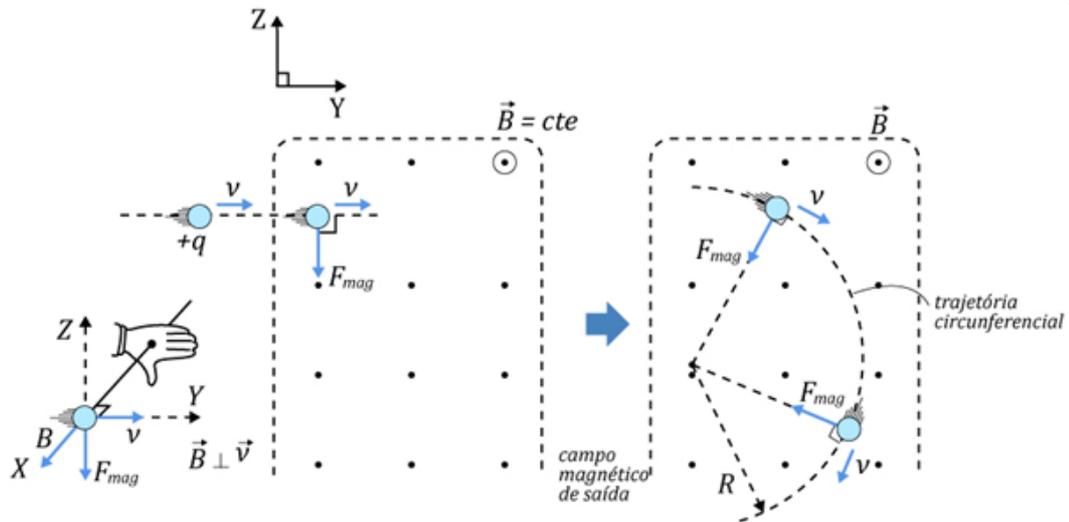
Quando a partícula tem velocidade paralela as linhas de indução magnética (LIM), a partícula não experimenta nenhuma força magnética. Então, ela apresenta trajetória retilínea, sem sofrer desvio.



2.4.2. CIRCUNFERÊNCIA

Neste caso, a partícula deve entrar na região do campo magnético homogêneo perpendicularmente, ou seja, sua velocidade deve formar 90° com as LIM.





Para que a trajetória seja uma circunferência, ao entrar perpendicularmente na região do campo magnético homogêneo, a força e a velocidade são sempre perpendiculares. Assim, a força não altera a magnitude da velocidade, apenas a sua direção. Além disso, como a força é perpendicular à velocidade, então a partícula descreverá um movimento circular uniforme (MCU), em que a força magnética sempre apontará para o centro da trajetória.

O raio da trajetória circular R pode ser determinado pela segunda lei de Newton.

$$R_{cp} = m \cdot a_{cp}$$

Mas:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Como a força magnética é a resultante centrípeta do movimento, então:

$$F_{mag} = R_{cp}$$

$$|q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}$$

Neste caso, as unidades são dadas em:

- m : quilograma (kg).
- v : m/s .
- $|q|$: coulomb (C).
- B : tesla (T).
- R : metro (m).

Como a partícula descreve um MCU, sabemos que este tipo de movimento é periódico. O período é dado por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



$$\frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T}$$

Mas da expressão do raio R , podemos dizer que:

$$\frac{v}{R} = \frac{q \cdot B}{m}$$

Portanto:

$$\frac{q \cdot B}{m} = \frac{2\pi}{T}$$

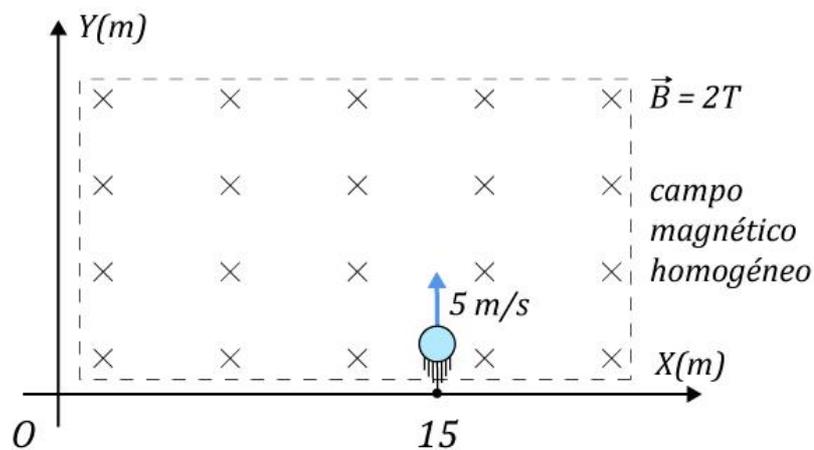
$$T = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

ATENÇÃO
DECORE!



9.

Determine em que ponto a partícula irá sair da região do campo. Despreze os efeitos gravitacionais e considere que $q = +2 \text{ mC}$ e $m = 4 \text{ g}$.



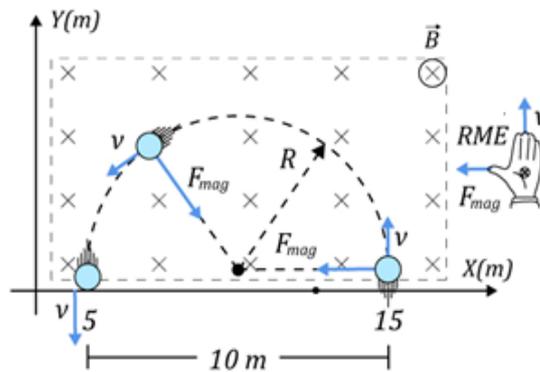
Comentários:

Inicialmente, calculamos o raio da trajetória da partícula na região dentro do campo magnético.

$$R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow R = \frac{(4 \cdot 10^{-3})(5)}{(2 \cdot 10^{-3})(2)} \Rightarrow \boxed{R = 5 \text{ m}}$$

Aplicando a regra da mão esquerda espalmada, dado que a carga é positiva (não precisa inverter o sentido da força), a partícula descreverá uma semicircunferência, como na figura abaixo:





Portanto, a partícula deve sair no ponto (5,0).

2.4.3. HELICOIDAL

Quando a partícula ingressa em um campo formando um ângulo α entre os vetores \vec{v} e \vec{B} , a trajetória descrita é espiralada de raio fixado pela chamada hélice circular da helicoide.

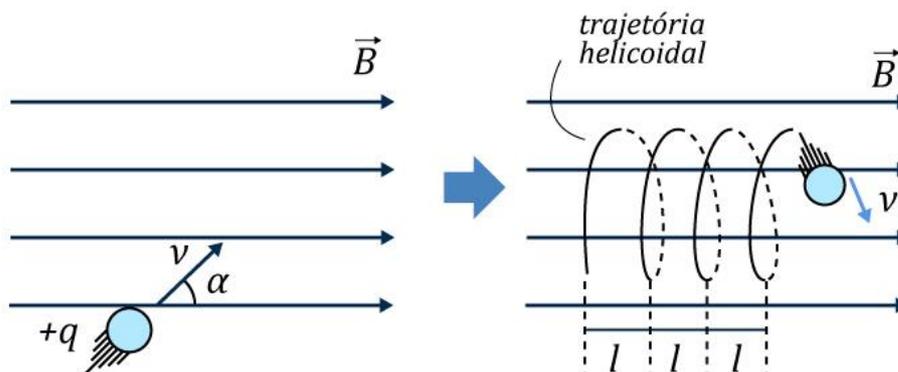


Figura 9: Partícula descrevendo um movimento helicoidal.

Para melhor entender a natureza deste movimento, basta decompor a velocidade na direção paralela e perpendicular ao campo.

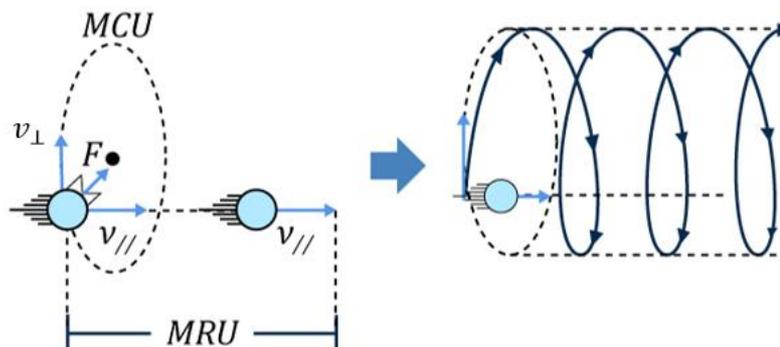


Figura 10: Decomposição da velocidade paralelamente e perpendicularmente ao campo.

Em que // denota paralelo e \perp perpendicular.

Como a componente paralela ao campo $\vec{v}_{//}$ não gera força na partícula, o movimento nesta direção será um movimento retilíneo uniforme (MRU), com velocidade constante nesta direção.



Por outro lado, a componente perpendicular ao campo (\vec{v}_\perp) descreverá uma trajetória circular (MCU).

Quando compomos o movimento circular com o movimento retilíneo de avanço paralelo ao campo, formamos a trajetória helicoidal.

Uma característica importante da trajetória helicoidal é o passo (l). Quando a partícula completa uma volta no MCU, no MRU ela avançou uma distância denominada passo da helicoides. Então, podemos dizer que o passo é igual a:

$$l = v_{//} \cdot \Delta t$$

O intervalo definido pelo passo é o período do MCU da partícula. Portanto:

$$l = v_{//} \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

$$l = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

$$l = \frac{2\pi \cdot m \cdot v \cdot \cos \alpha}{q \cdot B}$$

Quando uma partícula entra em um campo não homogêneo, ela descreve uma trajetória helicoidal com raio variável. Dependendo de como ela entra na região do campo, podemos ter a seguinte trajetória.

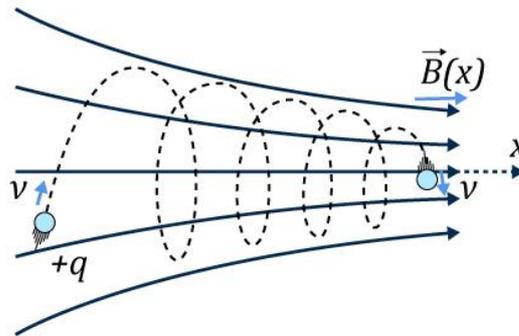


Figura 11: Carga em um campo variável com a posição x . Note que neste caso, a intensidade do campo está aumentando com x , já que o número de linhas de força por unidade de área está aumentando.

Neste caso, a velocidade da partícula v não varia, enquanto sua velocidade de deriva v_D , aquela velocidade de avanço ao longo do campo, vai diminuindo até anular-se e depois volta a aumentar.

Esta propriedade mostra que a partícula é de volta pela região onde o campo é mais intenso, apresentando, assim, um espelho magnético.



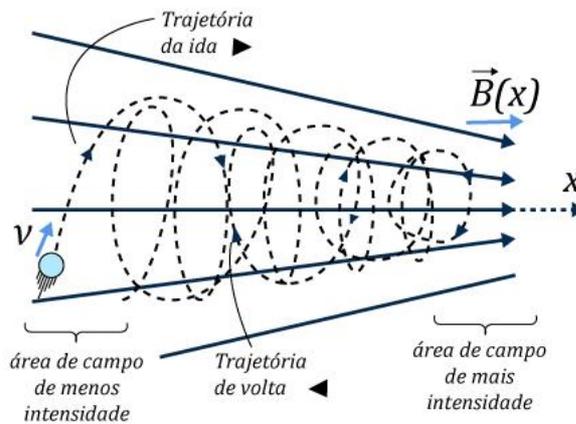


Figura 12: Trajetória de uma partícula com carga positiva ao ingressar em um campo deste tipo.

Este tipo de reflexão que experimentam as cargas em um campo magnético convergente resulta na explicação dos cinturões de Van Allen, que são regiões onde existem grandes densidades de partículas com carga elétrica. A formação destes cinturões é consequência da captura de elétrons e prótons de alta energia de origem cósmica.

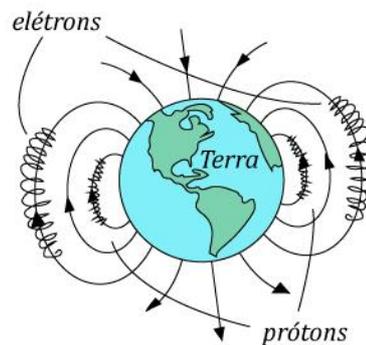


Figura 13: Elétrons e prótons ao chegar próximo do campo magnético terrestre.

As partículas nas regiões descrevem trajetórias espiraladas com raio variável e oscilante.



1.5. FORÇA MAGNÉTICA EXPRESSA NA FORMA VETORIAL

Como vimos, o módulo da força magnética é expresso por:

$$F_{mag} = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}(\alpha)$$

De acordo com esta expressão e pelo fato de \vec{F}_{mag} ser perpendicular a \vec{v} e a \vec{B} , podemos associar a força magnética a um produto vetorial dos vetores \vec{v} e \vec{B} . A determinação do vetor \vec{F}_{mag} pode ser feita pela expressão:



$$\vec{F}_{mag} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

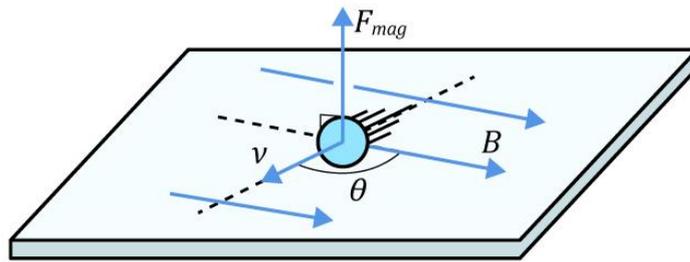


Figura 14: Disposição geométrica dos vetores.

No caso da aplicação da forma vetorial da força magnética, devemos trabalhar com o valor algébrico da carga, isto é, levar em conta o sinal da carga e não apenas calcular utilizando o módulo dela.

Aplicando a definição da força magnética pelo produto vetorial, não precisamos utilizar a RME para determinar o sentido da força. Para calcular a força, basta escrever os vetores em função dos seus componentes:

$$\begin{cases} \vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k} \\ \vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \end{cases}$$

Assim, a força magnética é dada por:

$$\vec{F}_{mag} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = q[(v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}]$$

Como exemplo, podemos ver que para uma partícula com $\vec{v} = +v_0\hat{i}$, que ingressa em um campo com indução magnética igual a $\vec{B} = +B_0\hat{k}$.

Neste caso, temos:

$$\begin{cases} v_x = +v_0; v_y = v_z = 0 \\ B_z = +B_0; B_x = B_y = 0 \end{cases}$$

Substituindo na expressão deduzida, temos:

$$\vec{F}_{mag} = q[(v_y B_z - v_z B_y)\hat{i} - (v_x B_z - v_z B_x)\hat{j} + (v_x B_y - v_y B_x)\hat{k}]$$

$$\vec{F}_{mag} = q[(0 - 0)\hat{i} - (v_0 B_0 - 0)\hat{j} + (0 - 0)\hat{k}]$$

$$\boxed{\vec{F}_{mag} = -qv_0 B_0 \hat{j}}$$

Esquematicamente:

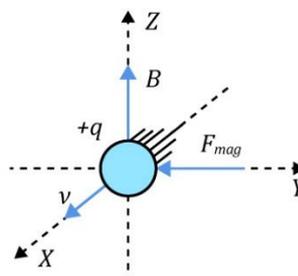


Figura 15: Representação dos vetores em uma carga no espaço.





1.6. EFEITO HALL

O efeito Hall é o surgimento de uma ddp (V_H) entre as laterais de um condutor percorrido por corrente elétrica e submetido a um campo magnético.

Edwin Hall projetou um experimento para descobrir o sinal positivo ou negativo da carga das partículas que formam a corrente elétrica em um condutor.

Nas ilustrações abaixo, R_1 e R_2 são regiões retangulares, condutoras, percorridas por correntes elétricas no sentido indicado. Essas regiões estão imersas em um campo magnético que está saindo perpendicularmente ao plano da página.

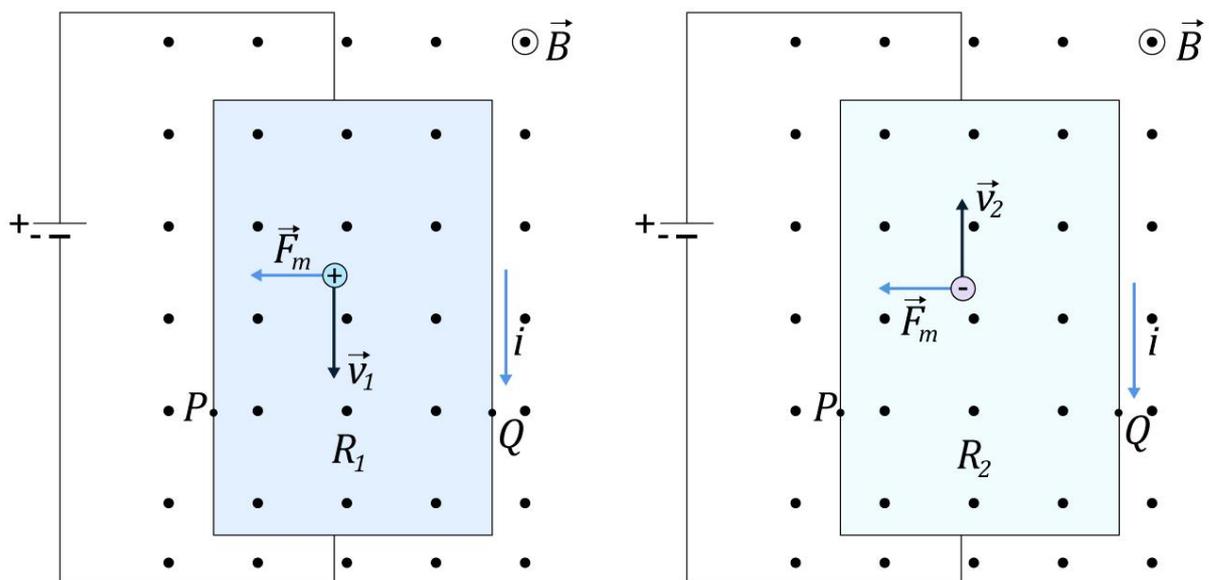


Figura 16: Representação esquemática do experimento de Edwin Hall.

Note que, nas duas ocasiões, os portadores de carga estão sujeitos a forças magnéticas orientadas para a esquerda. Portanto, haverá um acúmulo de cargas positivas no lado esquerdo na região R_1 . Assim, o potencial elétrico no ponto P será maior que o do ponto Q .

Na região R_2 , haverá um acúmulo de cargas negativas, também do lado esquerdo. Conseqüentemente, o potencial no ponto P será menor que o do ponto Q .

Assim, mede-se a diferença de potencial entre P e Q , a fim de descobrir o sinal da carga elétrica na corrente. Ao medir essa ddp, verificou-se que V_P era menor que V_Q , portanto, sabemos que os portadores de carga têm sinal negativo. A partir disso, podemos determinar alguns resultados teóricos importantes neste experimento.



Vamos fazer uma representação do condutor em formato de um paralelepípedo e entendermos um pouco mais a dinâmica do experimento.

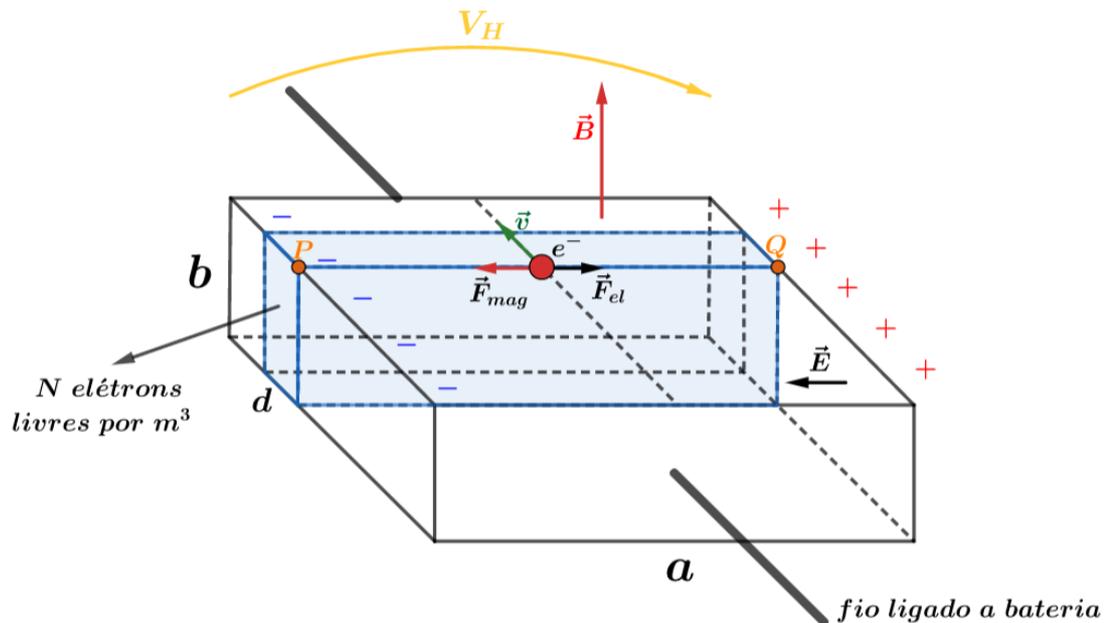


Figura 17: Detalhamento dos elementos no efeito Hall.

Da eletrostática, sabemos que:

$$U = E \cdot d \Rightarrow V_H = E \cdot a \Rightarrow \boxed{E = \frac{V_H}{a}} \quad (\text{eq. 1})$$

No estado estacionários, temos que a força elétrica é igual a força magnética, em módulo, então:

$$F_{mag} = F_{el} \Rightarrow e \cdot v_d \cdot B = e \cdot E \Rightarrow \boxed{v_d \cdot B = E} \quad (\text{eq. 2})$$

Em que v_d é a velocidade de deriva dos elétrons. Substituindo 1 em 2, temos:

$$v_d \cdot B = \frac{V_H}{a} \Rightarrow \boxed{v_d = \frac{V_H}{B \cdot a}} \quad (\text{eq. 3})$$

Vimos em eletrodinâmica que a velocidade de deriva dos elétrons é dada por:

$$v_d = \frac{i}{N \cdot \text{Área} \cdot e} \quad (\text{eq. 4})$$

Em que a $\text{Área} = b \cdot a = A$ no nosso caso (área de secção). Igualando 3 e 4, vem:

$$\frac{V_H}{B \cdot a} = \frac{i}{N \cdot A \cdot e} \Rightarrow \boxed{N = \frac{B \cdot a \cdot i}{V_H \cdot A \cdot e}}$$

Com isso, podemos determinar o número de elétrons por unidade de volume, por exemplo. Na verdade, temos todas as informações para determinar qualquer informação sobre o efeito Hall. Não quero que você decore as equações, mas que você lembre as condições:

$$U = E \cdot d; F_{mag} = F_{el}; v_d = \frac{i}{N \cdot \text{Área} \cdot e}$$



O efeito Hall já caiu no ITA e pode vir cair novamente, além de ser possível na prova do IME.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



ESCLARECENDO!



@prof.maldonado



4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 5. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 576p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 3. 11ª ed. Saraiva, 1993. 303p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 3. 9ª ed. Moderna. 490p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 3. 10ª ed. LTC. 365p.
- [6] Asociación Fondo de Investigadores y Editores. Una visión analítica del movimiento volume II. 11ª ed. Lumbreras editores. 989 p.

