

### Círculo trigonométrico

Também é conhecido por ciclo trigonométrico ou circunferência trigonométrica.

Uma volta completa:

Em graus =  $360^\circ$

Em radianos =  $2\pi$  rad

Se um ângulo passar de  $360^\circ$ , devemos ver o quanto ele passou para saber qual ângulo será congruente a ele.

Ex<sub>1</sub>: ângulo de  $510^\circ$

$$510^\circ - 360^\circ = 150^\circ$$

Ex<sub>2</sub>: ângulo de  $900^\circ$

$$900 - 360 = 540^\circ$$

$$540 - 360 = 180^\circ$$

Para converter de graus para radianos ou vice-versa: devemos montar uma regra de três.

Exemplo: Quantos graus correspondem  $\frac{\pi}{4}$  rad?

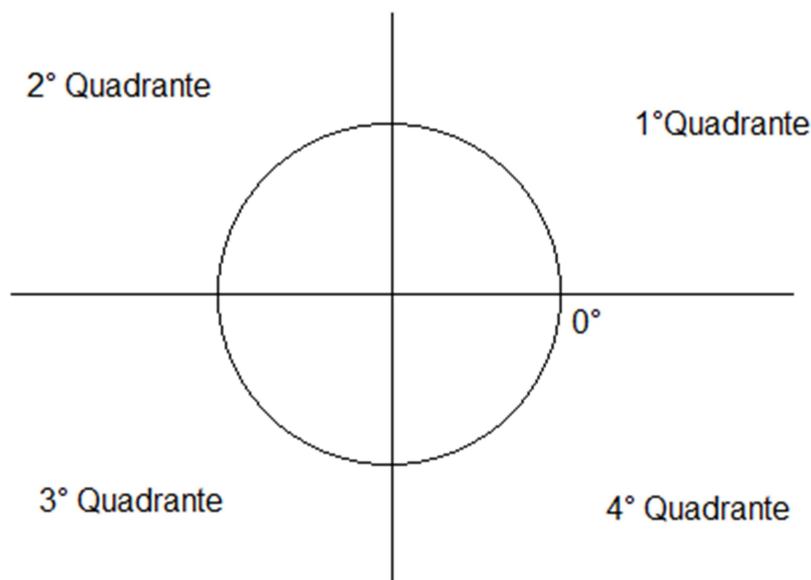
$$360 = 2\pi$$

$$X \quad \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi x = \frac{360\pi}{4}$$

$$2x = 90$$

$$x = 45^\circ$$



1° Q:  $0^\circ$  até  $90^\circ$

2° Q:  $90^\circ$  até  $180^\circ$

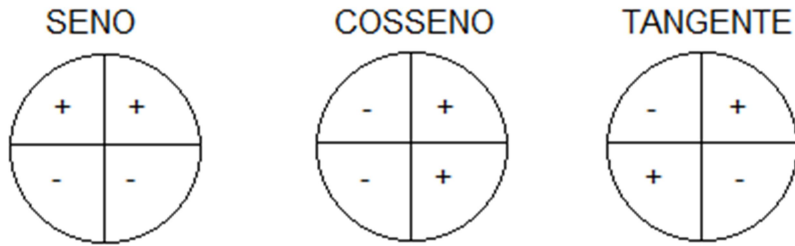
3° Q:  $180^\circ$  até  $270^\circ$

4° Q:  $270^\circ$  até  $360^\circ$

Redução ao primeiro quadrante:

2° quadrante:  $180^\circ - \text{ângulo dado}$   
3° quadrante:  $180^\circ + \text{ângulo dado}$   
4° quadrante:  $360^\circ - \text{ângulo dado}$

Sinais:



### Exercícios:

1. Reduzindo-se ao primeiro quadrante um arco de medida  $2240^\circ$ , obtém-se um arco, cuja medida, em radianos, é:

- a)  $\frac{\pi}{3}$
- b)  $\frac{2\pi}{3}$
- c)  $\frac{4\pi}{9}$
- d)  $\frac{3\pi}{4}$
- e)  $\frac{6\pi}{2}$

### Resolução:

Nosso primeiro passo será descobrir qual o cômputo de  $2240^\circ$ , ou seja, o arco que corresponde a mesma medida em graus após todas as voltas completas que um arco pode ter (Por exemplo  $10^\circ$  é cômputo de  $370^\circ$  pois ele passa exatamente  $10^\circ$  após dar sua volta completa, assim como  $50^\circ$  é cômputo de  $770^\circ$  pois ele tem exatamente  $50^\circ$  a mais depois de dar duas voltas completas)

$2240 = 360 \cdot 6 + 80$ , ou seja, dá 6 voltas completas e sobram  $80^\circ$ , então podemos assumir que  $80^\circ$  é cômputo de  $2240^\circ$ .

Agora é só passar para radianos, para isto, podemos multiplicar por  $\frac{2\pi}{360}$  ou simplificando a fração  $\frac{\pi}{180}$

$$\text{Logo teremos: } 80 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{80\pi}{180}$$

$$\frac{80\pi}{180} = \frac{4\pi}{9}$$

(Alternativa C)

2. se  $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  e  $\alpha$  é um arco cujo a extremidade pertence ao 2º quadrante, então  $\alpha$  pode ser \_\_\_\_\_  $\frac{\pi}{6}$  rad.

- a) 7
- b) 17
- c) 27
- d) 37

**Resolução:**

A questão nos mostra que o arco está presente no segundo quadrante, porém  $\frac{\pi}{6}$  está presente no primeiro. Sendo assim, precisamos encontrar seu simétrico no segundo quadrante.

Para um ângulo qualquer  $\alpha$  presente no primeiro quadrante, seu simétrico no segundo quadrante será  $\pi - \alpha$ , sendo assim teremos:

$$\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Então temos que  $\frac{5\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  então  $\alpha$  poderá ser  $\frac{5\pi}{6}$  e todos os seus cômruos (cômruos são ângulos cujos arcos representam as mesmas medidas, ou seja, a diferença entre eles devem ser de exatamente  $360^\circ$  ou  $2\pi$  quando a unidade de medida usado for em radianos)

Um dos cômruos de  $\frac{5\pi}{6}$  será:

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi = \frac{5\pi}{6} + \frac{12\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{6} + \frac{12\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$$

(Alternativa B)

3. No ciclo trigonométrico  $440^\circ$  pertence a qual quadrante?

- a) 1º quadrante
- b) 2º quadrante
- c) 3º quadrante
- d) 4º quadrante

**Resolução:**

Nosso primeiro passo será descobrir qual o cômruo de  $440^\circ$ , ou seja, o arco que corresponde a mesma medida em graus após todas as voltas completas que um arco pode ter (Por exemplo  $10^\circ$  é cômruo de  $370^\circ$  pois ele passa em exatamente  $10^\circ$  após dar sua volta completa, assim como  $50^\circ$  é cômruo de  $770^\circ$  pois ele tem exatamente  $50^\circ$  a mais depois de dar duas voltas completas)



$440 = 360 + 80^\circ$ , ou seja, o arco dá uma volta completa e sobram  $80^\circ$  então podemos assumir que  $80^\circ$  é cômruo de  $440^\circ$

Como bem sabemos um círculo possui  $360^\circ$  e é dividido entre 4 quadrantes iguais, logo teremos que:

$$\frac{360}{4} = 90, \text{ então cada quadrante possui } 90^\circ.$$

1° quadrante - de  $0^\circ$  a  $90^\circ$

2° quadrante - de  $90$  a  $180^\circ$

3° quadrante - de  $180$  a  $270^\circ$

4° quadrante - de  $270$  a  $360^\circ$

Como sobraram  $80^\circ$ , significa que ele estará presente no 1° quadrante

(Alternativa A)

4. se  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$  e se  $\text{sen}4x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ , um dos possíveis valores de  $x$  é:

a)  $30^\circ$

b)  $45^\circ$

c)  $75^\circ$

d)  $85^\circ$

### Resolução:

Como bem sabemos, no círculo trigonométrico o seno é positivo no primeiro e no segundo quadrante, como o valor do  $\text{sen}4x$  é um número negativo, sabemos que o mesmo tem de estar entre o terceiro e o quarto quadrante.

Temos que  $\text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , então devemos encontrar seus cômruos. Para isto, devemos manter em mente que um número qualquer possui seus cômruos nos quatro quadrantes, e podemos identificá-los da seguinte forma:

$$1 \text{ quadrante} = \alpha$$

$$2 \text{ quadrante} = 180^\circ - \alpha$$

$$3 \text{ quadrante} = 180^\circ + \alpha$$

$$4 \text{ quadrante} = 360^\circ - \alpha$$

Como já sabemos que no primeiro quadrante será  $\text{sen}60^\circ$ , teremos:

$$1 \text{ quadrante} = 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2 \text{ quadrante} = 180 - 60 = 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3 \text{ quadrante} = 180 + 60 = 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4 \text{ quadrante} = 360 - 60 = 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



para chegarmos ao nosso resultado de  $4x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  temos duas possibilidades, são estas  $240^\circ$  e  $300^\circ$

para  $240^\circ$

$$4x = 240$$

$$X = \frac{240}{4}$$

$$X = 60^\circ$$

Ou

Para  $300^\circ$

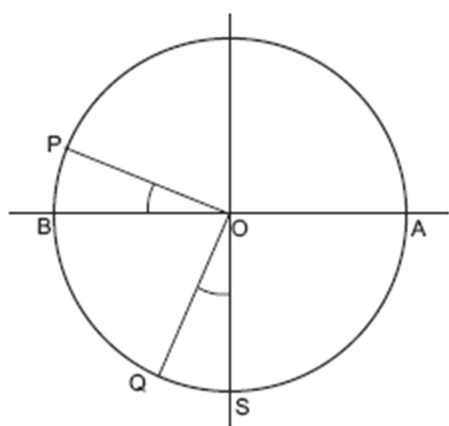
$$4x = 300$$

$$X = \frac{300}{4}$$

$$X = 75^\circ$$

(Alternativa C)

5.



No ciclo trigonométrico de centro O, representado na figura, os ângulos  $P\hat{O}B$  e  $Q\hat{O}S$  são congruentes, e o arco AP, tomado no sentido anti-horário, mede  $164^\circ$ . Reduzindo-se o arco AQ ao primeiro quadrante, o valor encontrado será igual a

- a)  $16^\circ$
- b)  $24^\circ$
- c)  $64^\circ$
- d)  $74^\circ$
- e)  $86^\circ$

**Resolução:**



A questão nos diz que o arco AP mede  $164^\circ$ , e podemos ver que  $AP + PB = 180^\circ$ , pois é a metade de uma volta completa na circunferência.

$$\text{Logo, } 164 + PB = 180$$

$$PB = 180 - 164$$

$PB = 16^\circ$ , como a questão nos diz que  $\widehat{P\hat{O}B}$  e  $\widehat{Q\hat{O}S}$  são congruentes, seus arcos também serão

$$PB = QS$$

$$QS = 16^\circ$$

Como devemos reduzir ao primeiro quadrante, devemos considerar que:

$AQ = 90^\circ - 16^\circ$ , que é a quantidade de graus total de um quadrante menos o valor do ângulo  $\widehat{Q\hat{O}S}$

$$AQ = 74^\circ$$

(Alternativa D)

6. O valor do sen de 1270 é igual a:

a)  $-\cos 10$

b)  $-\sin 30$

c)  $-\sin 10$

d)  $-\cos 30$

### Resolução:

Para que possamos encontrar o valor do sen de 1270, devemos descobrir seu cômputo, e para isto devemos ter em mente que  $1270 = 360 \cdot 3 + 190$ , ou seja, 1270 dá três voltas completas no círculo trigonométrico e sobram  $190^\circ$

Agora que encontramos o cômputo, devemos descobrir quais são seus simétricos, tendo em vista que 190 está no terceiro quadrante, para isso teremos:

$$1 \text{ quadrante} = \alpha$$

$$2 \text{ quadrante} = 180 - \alpha$$

$$3 \text{ quadrante} = 180 + \alpha$$

$$4 \text{ quadrante} = 360 - \alpha$$

Como anteriormente dito, sabemos que  $190^\circ$  está presente no 3º quadrante, então:

$$180 + \alpha = 190$$

$$\alpha = 190 - 180$$

$$\alpha = 10^\circ$$

Porém os senos são positivos no 1º e 2º quadrante e negativos quando estão no 3º e 4º quadrante, sendo assim

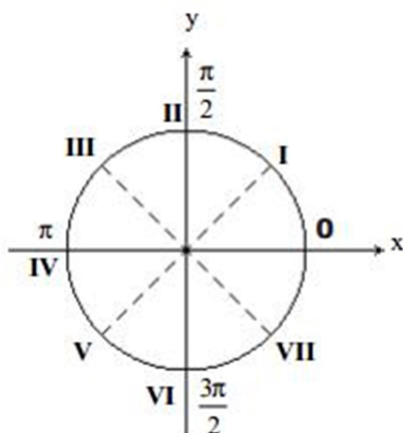
$$\text{Sen de } 1270 = -\sin 10$$

(Alternativa C)



7. Os termos da sequência de números em progressão aritmética  $\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12}, \frac{5\pi}{6} \dots$  correspondem as medidas em radianos de arcos, que podem ser representados na circunferência trigonométrica abaixo.

Os pontos identificados por **0** a **VII** representam as medidas de arcos que dividem a circunferência trigonométrica em 8 partes iguais, medidas no sentido anti-horário, a partir de 0.



Nessas condições, o arco correspondente ao **13º termo** da sequência, igualmente medido no sentido anti-horário e a partir de **0**, tem sua extremidade situada entre os pontos

- a) I e II
- b) II e III
- c) IV e V
- d) V e VI
- e) VII e 0

**Resolução:**

Como bem sabemos, Progressão aritmética é um termo usado para uma sequência de números que possuem a mesma diferença de valor entre eles (ex: 2, 4, 6... Tem uma diferença exata de 2 unidades entre cada um de seus valores, ou então  $\frac{6}{10}, \frac{10}{10}, \frac{14}{10}$ , possuem uma diferença de exatamente  $\frac{4}{10}$  em cada um de seus valores)

Sendo assim, o primeiro passo será identificar qual a progressão utilizada

Temos 3 valores diferentes, são eles:

$\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12}$  e  $\frac{5\pi}{6}$  agora deixaremos tudo sobre o mesmo denominador para descobrir a progressão aritmética existente

$$\frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{12}$$

$$\frac{5\pi}{6} = \frac{10\pi}{12}$$

Então

$\frac{4\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}$  e  $\frac{10\pi}{12}$ , logo podemos facilmente entender que a progressão utilizada é de  $\frac{3\pi}{12}$

Como já possuímos 3 termos, precisamos descobrir 10 termos a frente para chegarmos ao 13º, para isto multiplicaremos a progressão aritmética por 10, que é a quantidade de vezes que ela seria aplicada até encontrarmos nosso resultado e somaremos o resultado ao 3º termo

$$\frac{10\pi}{12} + 10 \cdot \frac{3\pi}{12}$$

$$\frac{10\pi}{12} + \frac{30\pi}{12} = \frac{40\pi}{12}$$

$$\frac{40\pi}{12} = \frac{20\pi}{6} = \frac{10\pi}{3} \cong 3,33\pi$$

Como uma volta completa é igual a  $2\pi$  radianos,  $1,33\pi$  é cômputo de  $3,33\pi$

A circunferência está dividida em 8 partes exatamente iguais, e como sabemos, uma volta completa em radianos é igual a  $2\pi$  radianos, dividindo este valor por 8, saberemos quanto corresponde em Radianos cada ponto

$\frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} = 0,25\pi$ , então temos 8 pontos igualmente espaçados por  $0,25\pi$  ao redor da circunferência. Dividindo  $1,33\pi$  por  $0,25\pi$ , teremos entre quais pontos está o 13º termo

$$\frac{1,33\pi}{0,25\pi} = 5,32, \text{ ou seja, o } 13^\circ \text{ termo está presente entre os pontos V e VI}$$

(Alternativa D)

8. No ciclo trigonométrico os valores de  $x$ , tais que  $\cos x \leq \frac{1}{2}$ , são:

a)  $\{x \in R \mid \frac{\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{3}\}$

b)  $\{x \in R \mid \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}\}$

c)  $\{x \in R \mid \frac{\pi}{6} \leq x < \frac{11\pi}{6}\}$

d)  $\{x \in R \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}; \text{ ou } \frac{7\pi}{6} \leq x \leq 2\pi\}$

**Resolução:**

Sabemos que  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , nosso primeiro passo então será descobrir quanto vale o  $\cos 60^\circ$  em radianos, para isso devemos ter em mente que o círculo trigonométrico vai de 0 a  $2\pi$ , sendo assim teremos:

$$2\pi = 360$$

$$X = 60$$

$$120\pi = 360x$$

$$X = \frac{120\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$





Então X pode estar entre  $\frac{\pi}{3}$  até seu simétrico no quarto quadrante que será:

$$2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} - \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{6\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

Logo temos que  $X \in R \mid \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$   
(Alternativa B)

9. Considere as afirmações a seguir:

- I.  $\tan 92^\circ = -\tan 88^\circ$
- II.  $\tan 178^\circ = \tan 88^\circ$
- III.  $\tan 268^\circ = \tan 88^\circ$
- IV.  $\tan 272^\circ = -\tan 88^\circ$

Quais estão corretas?

- a) I, III
- b) III, IV
- c) I, II, IV
- d) I, III, IV
- e) II, III, IV

### Resolução:

Para resolver esta questão devemos ter em mente primeiro que a tangente sempre será positiva quando pertencer ao 1° ou ao 3° quadrante, e a mesma será sempre negativa quando pertencer ao 2° ou 4° quadrante

Sendo assim, para saber se são igual, basta reduzir os valores para o primeiro quadrante

$$\tan 92^\circ = -\tan 88^\circ$$

Sabemos que  $92^\circ$  está no segundo quadrante, logo será negativo

Para reduzir ao primeiro quadrante, devemos subtrair 92 de 180 pois só pertence ao primeiro quadrante quando possui até no máximo  $90^\circ$

$180 - 92 = \tan 88^\circ$ , como estava no segundo quadrante, ( $-\tan 88^\circ$ ), logo a primeira afirmativa está correta

$$\tan 178^\circ = \tan 88^\circ$$

Sabemos que  $178^\circ$  está no segundo quadrante, logo será negativo

Para reduzir ao primeiro quadrante, devemos subtrair 178 de 180 pois só pertence ao primeiro quadrante quando possui até no máximo  $90^\circ$

$180 - 178 = \tan 2^\circ$ , como estava no segundo quadrante, ( $-\tan 2^\circ$ ), logo a segunda afirmativa está incorreta

$$\tan 268^\circ = \tan 88^\circ$$

Sabemos que  $268^\circ$  está no terceiro quadrante, logo será positivo

Para reduzir ao primeiro quadrante, devemos subtrair 180 de 268 pois só pertence ao primeiro quadrante quando possui até no máximo  $90^\circ$

$268 - 180 = \tan 88^\circ$  Como estava no terceiro quadrante, (+ tan 88), logo a terceira afirmativa está correta

$$\tan 272^\circ = -\tan 88^\circ$$

Sabemos que  $272^\circ$  está no quarto quadrante, logo será negativo

Para reduzir ao primeiro quadrante, devemos subtrair 272 de 360, pois só pertence ao primeiro quadrante quando possui até no máximo  $90^\circ$

$360 - 272 = \tan 88^\circ$  Como estava no quarto quadrante, (- tan  $88^\circ$ ), logo a quarta afirmativa está correta

(Alternativa D)

10. Se  $A = \operatorname{tg} 120^\circ$  e  $B = \operatorname{tg} 240^\circ$ , então:

- a)  $B = A$
- b)  $B = -A$
- c)  $B = 2A$
- d)  $B = -2A$

### Resolução:

Para que possamos chegar ao nosso resultado devemos descobrir de qual número  $\operatorname{tg} 120^\circ$  e  $\operatorname{tg} 240^\circ$  são simétricos, para isso devemos manter em mente que um número possui simétricos nos quatro quadrantes e podemos identificá-los da seguinte forma:

- 1 quadrante =  $\alpha$
- 2 quadrante =  $180 - \alpha$
- 3 quadrante =  $180 + \alpha$
- 4 quadrante =  $360 - \alpha$

Começando por  $120^\circ$  que está no segundo quadrante, teremos:

$$\begin{aligned} 180 - \alpha &= 120^\circ \\ -\alpha &= 120 - 180 \\ -\alpha &= -60 \\ \alpha &= 60 \end{aligned}$$

Para descobrirmos os simétrico de B, teremos:

$$\begin{aligned} 180 + \alpha &= 240 \\ \alpha &= 240 - 180 \\ \alpha &= 60 \end{aligned}$$

Como podemos observar a cima, 120 e 240 são simétricos e para que possamos estabelecer a relação entre os dois devemos lembrar que a tangente é positiva no 1º e no 3º quadrante e negativa no 2º e 4º quadrante

Como  $120^\circ$  pertence ao segundo quadrante e  $240^\circ$  pertence ao terceiro quadrante, seus sinais serão contrários, logo:

$$B = -A$$

(Alternativa B)



11. O valor da expressão  $\frac{\text{sen } 30^\circ + \text{tg } 225^\circ}{\cos \frac{\pi}{2} - \text{sen } (-60^\circ)}$  é

- a) 1
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $-\sqrt{3}$
- d)  $\sqrt{3}$
- e)  $-\frac{1}{2}$

### Resolução

O ângulo  $(-60^\circ)$  significa  $60^\circ$  no sentido horário do círculo trigonométrico. Então,  $\text{sen } (-60^\circ) = \text{sen } 300^\circ = -\text{sen } 60^\circ$

$$\frac{\text{sen } 30^\circ + \text{tg } 225^\circ}{\cos \frac{\pi}{2} - \text{sen } (-60^\circ)} = \frac{\text{sen } 30^\circ + \text{tg } 45^\circ}{\cos 90^\circ - (-\text{sen } 60^\circ)}$$

$$\frac{\text{sen } 30^\circ + \text{tg } 45^\circ}{\cos 90^\circ + \text{sen } 60^\circ} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{0 + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{\sqrt{3}}$$

Racionalizando

$$\frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

(Alternativa D)

12. Assinale a alternativa que corresponde ao valor da expressão:

$$6 \cos^2 \left( \frac{13\pi}{6} \right) - 4 \cos^2 \left( \frac{11\pi}{4} \right) + \text{sen} \left( -\frac{7\pi}{6} \right) + \text{tg}^2 \left( \frac{31\pi}{3} \right)$$

- a) 6
- b) 5
- c)  $\frac{9}{2}$
- d) 3
- e)  $\frac{23}{4}$

### Resolução



Cada volta no círculo trigonométrico é dada por  $2\pi$ . Ou seja, o ângulo  $\frac{13\pi}{6}$  é o mesmo que  $2\pi + \frac{\pi}{6}$ . Então o valor do  $\cos \frac{13\pi}{6}$  é mesmo que  $\cos \frac{\pi}{6}$ . Analogamente, temos o mesmo raciocínio pra os outros ângulos .

$$6 \cos^2 \left( \frac{13\pi}{6} \right) - 4 \cos^2 \left( \frac{11\pi}{4} \right) + \operatorname{sen} \left( -\frac{7\pi}{6} \right) + \operatorname{tg}^2 \left( \frac{31\pi}{3} \right)$$

$$6 \cos^2 \left( \frac{\pi}{6} \right) - 4 \cos^2 \left( \frac{3\pi}{4} \right) + \operatorname{sen} \left( -\frac{7\pi}{6} \right) + \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{3} \right)$$

$$6 \cdot \cos^2 30^\circ - 4 \cdot \cos^2 135^\circ + \operatorname{sen} (-210^\circ) + \operatorname{tg}^2 60^\circ$$

$$\operatorname{Sen} (-210^\circ) = \operatorname{sen} 150^\circ = \operatorname{sen} 30^\circ$$

$$6 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - 4 \cdot \left( \frac{-\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} + (\sqrt{3})^2$$

$$6 \cdot \frac{3}{4} - 4 \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{2} + 3$$

$$\frac{9}{2} - \frac{4}{2} + \frac{1}{2} + \frac{6}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

(Alternativa A)

13. O valor de  $(\cos 165^\circ + \operatorname{sen} 155^\circ + \cos 145^\circ - \operatorname{sen} 25^\circ + \cos 35^\circ + \cos 15^\circ)$  é

a)  $\sqrt{2}$

b) - 1

c) 0

d) 1

e)  $\frac{1}{2}$

### Resolução

$$(\cos 165^\circ + \operatorname{sen} 155^\circ + \cos 145^\circ - \operatorname{sen} 25^\circ + \cos 35^\circ + \cos 15^\circ) =$$

$$- \cos 15^\circ + \operatorname{sen} 25^\circ - \cos 35^\circ - \operatorname{sen} 25^\circ + \cos 35^\circ + \cos 15^\circ = 0$$

(Alternativa C)

14. O valor de  $\cos (2.280^\circ)$  é

a)  $-\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{2}$

c)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

d)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

e)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

### Resolução

Dividindo  $2280^\circ$  por  $360^\circ$  (volta completa), encontramos quociente igual a 6 e resta  $120^\circ$ , ou seja, são seis voltas completas mais  $120^\circ$ . Logo,  $\cos 2280^\circ = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

(Alternativa A)



15. O valor numérico da expressão  $\frac{\sec 1320^\circ}{2} - 2 \cdot \cos\left(\frac{53\pi}{3}\right) + (\operatorname{tg} 2220^\circ)^2$  é:

- a) - 1
- b) 0
- c)  $\frac{1}{2}$
- d) 1
- e)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

### Resolução

$$\sec 1320^\circ = \sec (3 \cdot 360^\circ + 240^\circ) = \sec 240^\circ = -\sec 60^\circ = -2$$

$$\cos\left(\frac{53\pi}{3}\right) = \cos\left(8 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{3}\right) = \cos \frac{5\pi}{3}$$

$$\operatorname{tg} 2220^\circ = \operatorname{tg} (6 \cdot 360^\circ + 60^\circ)$$

$$\operatorname{tg} 2220^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sec 1320^\circ}{2} - 2 \cdot \cos\left(\frac{53\pi}{3}\right) + (\operatorname{tg} 2220^\circ)^2$$

$$\frac{-2}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + (\sqrt{3})^2 = -1 - 1 + 3 = 1$$

(Alternativa D)

16. Considerando-se o arco trigonométrico  $\alpha = \frac{23\pi}{3} \operatorname{rad}$ , assinale a alternativa **falsa**.

- a)  $\alpha = 1.380^\circ$
- b)  $\alpha$  dá três voltas e para no 4º quadrante
- c)  $\operatorname{sen} \alpha = -\operatorname{sen} 60^\circ$
- d)  $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{cos} 60^\circ$
- e)  $\alpha$  dá três voltas e para no 1º quadrante

### Resolução

$$\alpha = \frac{23\pi}{3} \operatorname{rad}$$

$$\alpha = \frac{23 \cdot 180^\circ}{3} \operatorname{rad}$$

$$\alpha = 1380^\circ$$

Dividindo por  $360^\circ$ , encontraremos quociente 3 e resto igual a  $300^\circ$ . Analisando as alternativas, tem-se que :

- a) Verdadeira pois,  $\alpha = 1380^\circ$
- b) Verdadeira, pois, já foi verificado que deu três voltas, e  $300^\circ$  está no 4º quadrante
- c)  $\operatorname{sen} 1380^\circ = \operatorname{sen} 300^\circ = \operatorname{sen} (-60^\circ) = -\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$  Verdadeira
- d)  $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{cos} 300^\circ = \operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1}{2}$  Verdadeira



e) Falsa, pois dá 3 voltas e para no 4° quadrante

(Alternativa E)

17. Observe a tabela a seguir, que mostra a relação entre três redes sociais da internet e a quantidade de usuários, em milhões de pessoas, que acessam essas redes na Argentina, Brasil e Chile, segundo dados de junho de 2011.

### Número de usuários de redes sociais em milhões de pessoas

	Argentina	Brasil	Chile
Facebook	11,75	24,5	6,7
Twitter	2,4	12	1,2
Windows Live profile	3,06	14,6	1,44

Reescrevendo os dados da tabela em forma de matriz, temos:

$$A = \begin{bmatrix} 11,75 & 24,5 & 6,7 \\ 2,4 & 12 & 1,2 \\ 3,06 & 14,6 & 1,44 \end{bmatrix}$$

Considerando que  $a_{ij}$ , com  $1 \leq i \leq 3$ ,  $1 \leq j \leq 3$ , são os elementos da matriz A, então  $\cos\left(\frac{a_{22}-a_{21}}{a_{33}}\pi\right)$  rad vale:

- a)  $-\frac{1}{2}$
- b)  $-1$
- c)  $0$
- d)  $1$
- e)  $\frac{1}{2}$

### Resolução

$$\cos\left(\frac{a_{22}-a_{21}}{a_{33}}\pi\right) = \cos\left(\frac{12-2,4}{1,44}\right)\pi$$

$$\cos\left(\frac{9,60}{1,44}\right)$$

$$\cos\left(\frac{20\pi}{3}\right)$$

$$\cos\left(6\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

(Alternativa A)

18. O número



$$N = (3 \cos 180^\circ - 4 \operatorname{sen} 210^\circ + 2 \operatorname{tg} 135^\circ) / (6 \operatorname{sen}^2 45^\circ)$$

pertence ao intervalo

- a) ] -4 , -3 [
- b) [ -3 , -2 [
- c) [ -2 , -1 ]
- d) ] -1 , 0 ]

### Resolução

$$N = \frac{3 \cos 180^\circ - 4 \operatorname{sen} 210^\circ + 2 \operatorname{tg} 135^\circ}{6 \operatorname{sen}^2 45^\circ}$$

$$N = \frac{3 \cos 180^\circ - 4 (\operatorname{sen} 30^\circ) + 2 \cdot (-\operatorname{tg} 45^\circ)}{6 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$N = \frac{-3 + 2 - 2}{6 \cdot \frac{2}{4}}$$

$$N = \frac{-3}{3}$$

$$N = -1$$

Embora o número  $-1$  tenha aparecido nas alternativas C e D, na alternativa C o intervalo é fechado, enquanto na alternativa D o intervalo é aberto.

(Alternativa C)

19. O valor de  $y = \cos 150^\circ + \operatorname{sen} 300^\circ - \operatorname{tg} 225^\circ - \cos 90^\circ$  é

- a)  $-\frac{\sqrt{3}-3}{2}$
- b)  $-\sqrt{3} + 1$
- c)  $-\sqrt{3} - 1$
- d)  $\sqrt{3} - 1$

### Resolução

$$y = \cos 150^\circ + \operatorname{sen} 300^\circ - \operatorname{tg} 225^\circ - \cos 90^\circ$$

$$y = -\cos 30^\circ - \operatorname{sen} 60^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ - \cos 90^\circ$$

$$y = \frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 - 0$$

$$Y = \frac{-2\sqrt{3}}{2} - 1$$

$$Y = -\sqrt{3} - 1$$



(Alternativa C)

20. Nos X-Games Brasil, em maio de 2004, o skatista brasileiro Sandro Dias, apelidado "Mineirinho", conseguiu realizar a manobra denominada "900", na modalidade skate vertical, tornando-se o segundo atleta no mundo a conseguir esse feito. A denominação "900" refere-se ao número de graus que o atleta gira no ar em torno de seu próprio corpo, que, no caso, corresponde a

- a) uma volta completa.
- b) uma volta e meia.
- c) duas voltas completas.
- d) duas voltas e meia.
- e) cinco voltas completas.

### Resolução

$$900 = 2 \cdot 360^\circ + 180^\circ$$

Quer dizer que o atleta girou duas voltas e meia

(Alternativa D)

