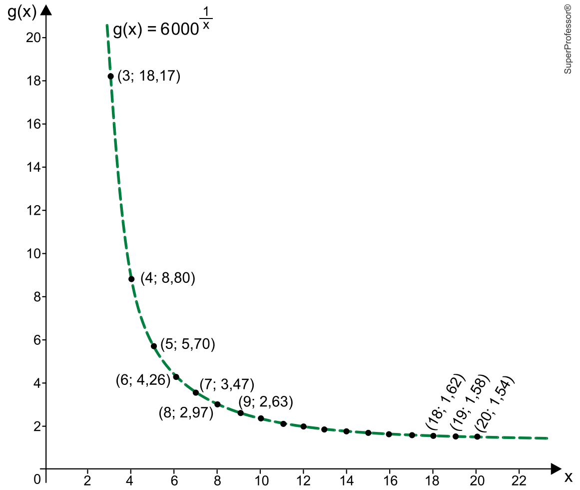
1. (Unesp 2024) Três insetos da mesma espécie foram introduzidos em um ambiente no instante zero. Sete meses depois, constatou-se que havia uma população de 18000 desses insetos no ambiente. Considere que o modelo de crescimento da população desses insetos é exponencial, dado por $f(x) = t \cdot u^x$, em que t e u são constantes reais e f(x) é a população de insetos após x meses do início da cultura. Observe o gráfico da função $g(x) = 6000^{\frac{1}{x}}$, em que x é um número inteiro maior do que 2, e que apresenta os valores aproximados das ordenadas de alguns de seus pontos.




Com os dados fornecidos, segue que t + u é, aproximadamente,
a) 5,09. b) 10,26. c) 6,47. d) 7,62. e) 7,26.

2. (Fcmscsp 2023) O decaimento radioativo de uma substância se dá de acordo com a fórmula $r(t) = C \cdot 3^{-6t}$, com C sendo uma constante diferente de zero e r(t) a quantidade de radioatividade presente na substância após t segundos desde o início do decaimento. O valor de t, em segundos, para que a substância fique com a terça parte da radioatividade que tinha inicialmente é igual a
a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{2}{5}$

3. (Pucgo Medicina 2023) A quantidade de um líquido num recipiente varia de acordo com a equação $Q(x) = K \cdot 2^{-0{,}1x}$, em que x representa o tempo em meses.
Nessas condições, marque a única alternativa que apresenta corretamente o tempo necessário para que o volume desse líquido se reduza à metade:
a) 9 meses. b) 8 meses. c) 7 meses. d) 10 meses.

4. (Uemg 2023) Muitos vírus e bactérias têm crescimento exponencial, isso é uma das causas que os torna tão perigosos.
Supondo o surgimento de um novo vírus com um crescimento exponencial de acordo com a seguinte lei de formação $Q(t) = 25 \cdot 3^{2t-7}$, na qual Q é a quantidade de vírus e t é o tempo em dias. Analisando uma cultura desse vírus, quanto tempo demora para que ele alcance a quantidade de 54.675?
a) 6 dias. b) 7 dias. c) 8 dias. d) 9 dias.

5. (Enem PPL 2023) Um tipo de célula se reproduz constantemente por divisão celular, triplicando sua quantidade a cada duas horas, sob condições ideais de proliferação. Suponha uma quantidade inicial $Q_0$ dessas células sob as condições ideais de proliferação durante um certo período.
Qual a representação algébrica da quantidade Q dessas células em função do tempo t, em hora, nesse período?
a) $Q(t) = Q_0 \cdot 3^t$ b) $Q(t) = Q_0 \cdot 3^{2t}$ c) $Q(t) = Q_0 \cdot 2^{\frac{t}{3}}$
d) $Q(t) = Q_0 \cdot 3^{\frac{t}{2}}$ e) $Q(t) = Q_0 \cdot 3^{\frac{t}{2}1}$

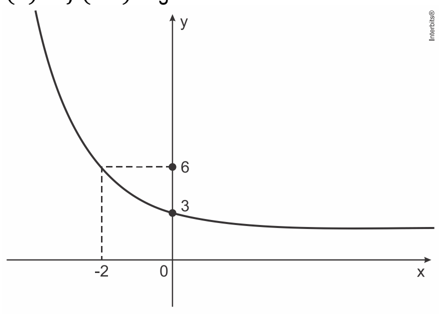
6. (Uece 2023) Uma cultura de bactérias cresce obedecendo à função $f(t) = c3^{2t}$, onde c é uma constante positiva e t é o tempo medido em horas. O valor de t para que a quantidade inicial de bactérias fique multiplicada por nove é
a) $\frac{1}{2}$ hora. b) 1 hora. c) 1 hora e meia. d) 2 horas.

7. (Ufms 2022) A depreciação de um carro ocorre segundo a expressão $y = V \cdot a^x$, em que *y* é o valor do bem e *x* é o tempo que passou em anos, com V e *a* constantes. Se hoje o valor do carro é R$ 200.000,00, daqui a quatro anos o valor será a metade. Logo, o seu valor daqui a oito anos será:
a) R$ 100.000,00. b) R$ 75.000,00. c) R$ 50.000,00.
d) R$ 25.000,00. e) R$ 12.500,00.

8. (Uema 2021) Numa concessionária de caminhões zero, o vendedor informou ao comprador que a lei matemática que permite estimar a depreciação do veículo comprado é $v(t) = 65000 \cdot 4^{-0{,}04t}$, em que $v(t)$ é o valor, em reais, do caminhão, $t$ anos após a aquisição como zero na concessionária.
Segundo a lei da depreciação indicada, o caminhão valerá um oitavo do valor de aquisição com
a) 37,5 anos. b) 7,5 anos. c) 25 anos. d) 8 anos. e) 27,5 anos.

9. (Fmc 2021) Uma pessoa ingeriu $10\ mg$ de certo medicamento. A função $q(t) = 10 \cdot 2^{-\frac{t}{4}}$ representa, em miligramas, a quantidade presente desse medicamento no organismo, após $t$ horas de sua ingestão.
Nessas condições, a quantidade de tal medicamento presente no organismo dessa pessoa é menor do que $2{,}5\ mg$, após:
a) 4h. b) 5h. c) 6h. d) 7h. e) 8h.

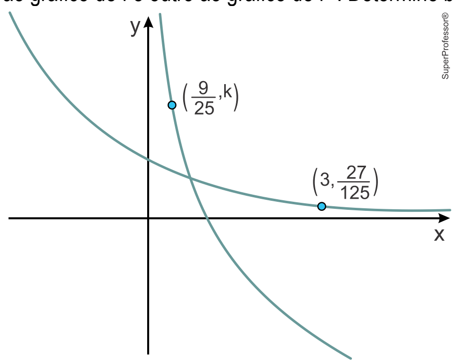
10. (Espcex (Aman) 2019) A figura mostra um esboço do gráfico da função $f(x) = a^x + b$, com $a$ e $b$ reais, $a > 0$, $a \neq 1$ e $b \neq 0$. Então, o valor de $f(2) - f(-2)$ é igual a




Desenho ilustrativo fora de escala

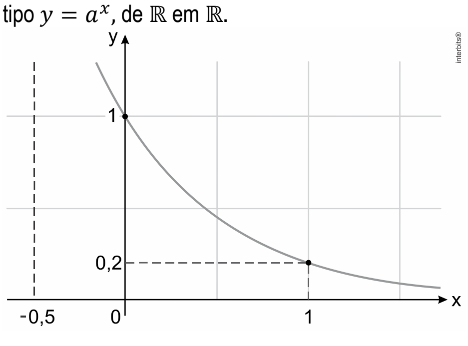
a) $-\frac{3}{4}$. b) $-\frac{15}{4}$. c) $-\frac{1}{4}$. d) $-\frac{7}{6}$. e) $-\frac{35}{6}$.

11. (Fuvest 2024) Considere a função f, dada por $f(x) = b^x$, com $b > 0$, $b \neq 1$ e $x \in \mathbb{R}$, e a sua inversa $f^{-1}$. A figura destaca dois pontos, um pertencente ao gráfico de f e outro ao gráfico de $f^{-1}$. Determine b + k.




a) $\frac{5}{6}$ b) 1 c) $\frac{6}{5}$ d) $\frac{13}{5}$ e) $\frac{18}{5}$

12. (Unesp 2016) A figura descreve o gráfico de uma função exponencial do tipo $y = a^x$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



Nessa função, o valor de $y$ para $x = -0{,}5$ é igual a

a) $log\,5$ b) $log_5\,2$ c) $\sqrt{5}$ d) $log_2\,5$ e) $2{,}5$

13. (Fuvest 2011) Seja $f(x) = a + 2^{bx+c}$, em que **a**, **b** e **c** são números reais. A imagem de **f** é a semirreta $]-1, \infty[$ e o gráfico de **f** intercepta os eixos coordenados nos pontos (1, 0) e (0, -3/4). Então, o produto **abc** vale

a) 4 b) 2 c) 0 d) - 2 e) - 4

14. (Uea 2024) O ponto A(5, 4) pertence à função $f(x) = 2^{x-k},$ e o ponto B(2, 4) pertence à função $g(x) = k \cdot x + c,$ em que c e k são números reais. O valor de f(k) + g(1) é

a) 3. b) 2. c) 0. d) 4. e) 1.

15. (Uece 2022) Seja $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = b \cdot a^x$, onde a e b são números reais positivos, $a \neq 1$. Se $f(1) = 8$ e $f(2) = 16$, então, o valor de $f(4)$ é

a) 48. b) 24. c) 32. d) 64.

**Gabarito:**

**Resposta da questão 1:** [C]

Do instante inicial, obtemos:

$$3 = t \cdot u^0$$
$$t = 3$$

Após 7 meses, temos que:

$$18000 = 3 \cdot u^7$$
$$u = \sqrt[7]{6000} = 6000^{\frac{1}{7}}$$
$$u = 3{,}47$$

Portanto:

t + u = 6,47

**Resposta da questão 2:** [D]

Queremos calcular o valor de $t$, em segundos, para o qual se tem $r(t) = \frac{1}{3} \cdot r(0)$. Logo, vem

$$C \cdot 3^{-6t} = \frac{1}{3} \cdot C \cdot 3^{-6 \cdot 0} \Leftrightarrow 3^{-6t} = 3^{-1}$$
$$\Leftrightarrow -6t = -1$$
$$\Leftrightarrow t = \tfrac{1}{6}.$$

**Resposta da questão 3:** [D]

$$Q(x) = K \cdot 2^{-0{,}1x}$$

Vamos inicialmente calcular a quantidade do líquido em um tempo zero, ou seja, a quantidade inicial.

$$Q(0) = K \cdot 2^{-0{,}1 \cdot 0} \Rightarrow \boxed{Q(0) = k}$$

Calculando agora o tempo, em meses, para que a quantidade do líquido no recipiente seja k/2.

$$\frac{k}{2} = K \cdot 2^{-0{,}1x} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2^{-0{,}1x} \Rightarrow 2^{-1} = 2^{-0{,}1x} \Rightarrow -0{,}1x = -1 \Rightarrow \boxed{x = 10}$$

Portanto, o tempo necessário será de 10 meses.

**Resposta da questão 4:** [B]

$$Q(t) = 25 \cdot 3^{2t-7}$$
$$54.675 = 25 \cdot 3^{2t-7}$$
$$2.187 = 3^{2t-7}$$
$$3^7 = 3^{2t-7}$$
$$2t - 7 = 7$$
$$2t = 14$$
$$\boxed{t = 7}$$

Resposta: alternativa [B], 7 dias.

**Resposta da questão 5:** [D]

Para t = 0, devemos ter Q = $Q_0$. E, para t = 2, devemos ter Q = $3Q_0$. Portanto, a função que corresponde aos dados do problema é:

$$Q(t) = Q_0 \cdot 3^{\frac{t}{2}}$$

**Resposta da questão 6:** [B]

Para que o número de bactérias seja multiplicado por nove, o tempo t deve ser de:

$$9\boxed{c} = \boxed{c}3^{2t}$$
$$3^2 = 3^{2t}$$
$$2 = 2t$$

$\therefore t = 1\ h$

**Resposta da questão 7:** [C]

Para x = 0, V = 200000. Logo:

$$200000 = V \cdot a^0$$
$$V = 200000$$

Para x = 4, y = 100000. Logo:

$$100000 = 200000 \cdot a^4$$
$$a^4 = \frac{1}{2}$$

Portanto, o valor do carro daqui a 8 anos será de:

$$y = 200000 \cdot (a^4)^2$$
$$y = 200000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$\therefore y = R\$\ 50.000{,}00$

**Resposta da questão 8:** [A]

Queremos calcular o valor de $t$ para o qual se tem $v(t) = \frac{1}{8}v(0)$. Logo, segue que

$$\frac{1}{8} \cdot 65000 = 65000 \cdot 4^{-0{,}04t} \Leftrightarrow 2^{-0{,}08t} = 2^{-3}$$
$$\Leftrightarrow -0{,}08t = -3$$
$$\Leftrightarrow t = 37{,}5 \text{ anos.}$$

**Resposta da questão 9:** [E]

Considerado $q(t) = 2{,}5,$ obtemos a seguinte equação:

$$2{,}5 = 10 \cdot 2^{-\frac{t}{4}}$$
$$0{,}25 = 2^{-\frac{t}{4}}$$
$$\frac{1}{4} = 2^{-\frac{t}{4}}$$
$$2^{-2} = 2^{-\frac{t}{4}}$$

$\frac{t}{4} = 2 \Rightarrow t = 8h$

**Resposta da questão 10:** [B]

$$f(0) = 3 \Rightarrow a^0 + b = 3 \Rightarrow b = 3 - 1 \Rightarrow b = 2.$$
$$f(-2) = 6 \Rightarrow a^{-2} + 2 = 6 \Rightarrow a^{-2} = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$
$$\therefore f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2\ e:$$
$$f(2) - f(-2) = \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 + 2 - \left(\left(\tfrac{1}{2}\right)^{-2} + 2\right) = \tfrac{1}{4} - 4 = -\tfrac{15}{4}$$

**Resposta da questão 11:** [D]

Se o ponto $\left(3,\ \frac{27}{125}\right)$ pertencesse à inversa de f, teríamos:

$$3 = b^{\frac{27}{125}} \Leftrightarrow b = 3^{\frac{125}{27}}$$

Portanto, o gráfico da inversa de f é a curva que contém o ponto $\left(\frac{9}{25},\ k\right)$.

Substituindo o ponto $\left(3,\ \frac{27}{125}\right)$ na função f, obtemos:

$$b^3 = \frac{27}{125}$$
$$b = \frac{3}{5}$$

Substituindo o ponto $\left(\frac{9}{25},\ k\right)$ na função inversa, obtemos:

$$\frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^k$$
$$k = 2$$

Logo:

$b + k = \frac{3}{5} + 2 = \frac{13}{5}$

**Resposta da questão 12:** [C]

$$y = a^x$$
$$0{,}2 = a^1 \to a = 0{,}2 \to y = 0{,}2^x$$
$$y = 0{,}2^{-0{,}5} = \left(\tfrac{2}{10}\right)^{-0{,}5} = \left(\tfrac{10}{2}\right)^{0{,}5} = (5)^{0{,}5} = \sqrt{5}$$

**Resposta da questão 13:** [A]

Como a imagem inicia-se em -1, concluímos que a = -1;

Logo, f(x) = -1 + $2^x$+ c

Como f(1) = 0, temos 0 = -1 +$2^{b.1+c}$ ⇔ $2^{b+c}$ = $2^0$ ⇔ b + c = 0

Como f(0) = $-\frac{3}{4}$, temos $-\frac{3}{4}$= -1 + $2^c$ ⇔ $2^c$ = ¼ ⇔ c = -2 e b = 2

Logo, a.b.c = -1.2.(-2) = 4

**Resposta da questão 14:** [B]

De acordo com o problema, temos:

$$f(5) = 4$$
$$2^{5-k} = 2^2$$
$$5 - k = 2$$
$$-k = -3$$
$$\boxed{k = 3}$$

Logo, $\boxed{f(x) = 2^{x-3}}$

$$g(2) = 4$$
$$3 \cdot 2 + c = 4$$
$$\boxed{c = -2}$$

Logo, $\boxed{g(x) = 3x - 2}$

$$\therefore f(k) + g(1) = 2^{3-3} + 3 \cdot 1 - 2$$

$\boxed{f(k) + g(1) = 2}$

**Resposta da questão 15:** [D]

Se $f(1) = 8,$ então

$$8 = b \cdot a^1 \Leftrightarrow ab = 8.$$

Logo, se $f(2) = 16,$ então

$$16 = b \cdot a^2 \Leftrightarrow 8a = 16$$
$$\Leftrightarrow a = 2.$$

Portanto, vem $b = 4.$

A resposta é $f(4) = 4 \cdot 2^4 = 64.$