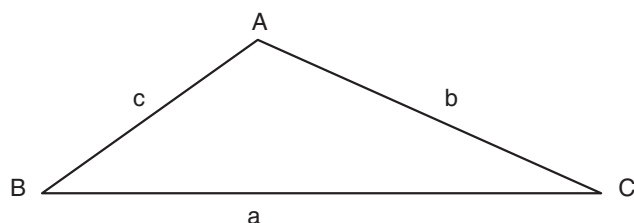


## Lei dos Cossenos

### 9 - Lei dos Cossenos: Triângulo Qualquer

A Lei dos Cossenos, também conhecida como Teorema dos Cossenos, é uma relação entre as medidas dos quadrados dos lados de um triângulo e do cosseno de um de seus ângulos.

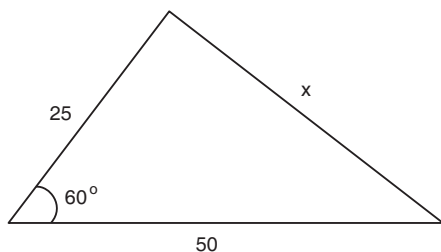
Em todo triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois lados, menos duas vezes o produto das medidas desses lados pelo cosseno do ângulo oposto ao primeiro lado.



- $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos C$

#### Exemplo:

Calcule o valor de  $x^2$  na figura a seguir:



#### Resolução:

Pela Lei dos Cossenos:

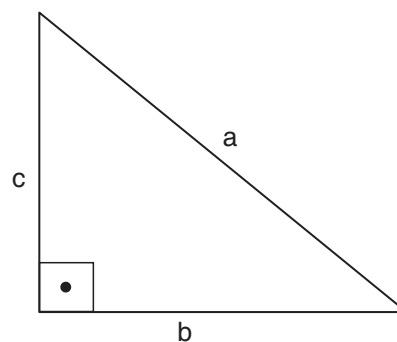
$$x^2 = 25^2 + 50^2 - 2 \cdot 25 \cdot 50 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 625 + 2500 - 2500 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 1875$$

#### Observações:

1) Um caso particular da Lei dos Cossenos acontece quando um dos ângulos internos de um triângulo mede  $90^\circ$ . Nesse caso, teremos:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos 90^\circ$$

Como  $\cos 90^\circ = 0$ , teremos:

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

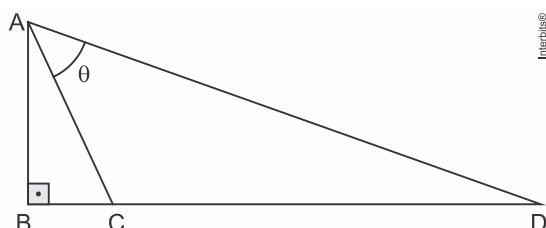
que é a fórmula do Teorema de Pitágoras.

2) Na Física, quando somamos dois vetores  $\vec{AB}$  e  $\vec{AC}$ , vemos que:

$$AD^2 = AB^2 + AC^2 + 2.AB.AC.\cos \alpha$$

Porque o sinal mudou? Converse com seu professor de Física!

1. (Unicamp 2017) Considere o triângulo retângulo ABD exibido na figura abaixo, em que  $AB = 2$  cm,  $BC = 1$  cm e  $CD = 5$  cm. Então, o ângulo  $\theta$  é igual a



a)  $15^\circ$ . b)  $30^\circ$ . c)  $45^\circ$ . d)  $60^\circ$ .

2. (Upe-ssa 1 2017) João está procurando cercar um terreno triangular que ele comprou no campo. Ele sabe que dois lados desse terreno medem, respectivamente, 10 m e 6 m e formam entre si

um ângulo de  $120^\circ$ . O terreno será cercado com três voltas de arame farpado. Se o preço do metro do arame custa R\$ 5,00, qual será o valor gasto por João com a compra do arame?

Dados:

$$\text{sen de } 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

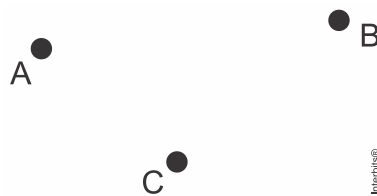
$$\text{cos de } 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

a) R\$ 300,00 b) R\$ 420,00 c) R\$ 450,00  
d) R\$ 500,00 e) R\$ 520,00

3. (Uece 2016) A medida do cosseno do maior dos ângulos internos do triângulo cujas medidas dos lados são respectivamente 8 m, 10 m e 15 m é igual a

a)  $-0,38125$ . b)  $-0,42112$ .  
c)  $-0,43713$ . d)  $-0,46812$ .

4. (G1 - ifsul 2015) Em certa cidade, a igreja está localizada no ponto A, a prefeitura no ponto B, e a livraria no ponto C, como mostra os pontos a seguir. Sabendo-se que a distância da igreja à prefeitura é de 10 metros, a distância da prefeitura à livraria corresponde a 15 metros, e que o ângulo formado por essas duas direções é  $60^\circ$ , a distância da livraria à igreja é



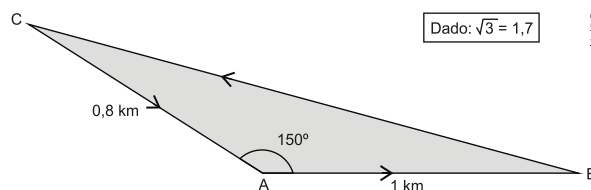
a)  $17\sqrt{5}$  m b)  $5\sqrt{7}$  m c)  $25\sqrt{7}$  m d)  $7\sqrt{5}$  m

5. (G1 - ifsp 2014) A base de um triângulo isósceles mede  $3\sqrt{3}$  cm e o ângulo oposto à base mede  $120^\circ$ . A medida dos lados congruentes desse triângulo, em centímetros, é

a) 3. b) 2. c)  $\sqrt{3}$ . d)  $1 + \sqrt{3}$ . e)  $2 - \sqrt{3}$ .

6. (Ufsm 2013) A caminhada é uma das atividades físicas que, quando realizada com frequência, torna-se eficaz na prevenção de doenças crônicas e na melhora da qualidade de vida.

Para a prática de uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A, passa pelos pontos B e C e retorna ao ponto A, conforme trajeto indicado na figura.

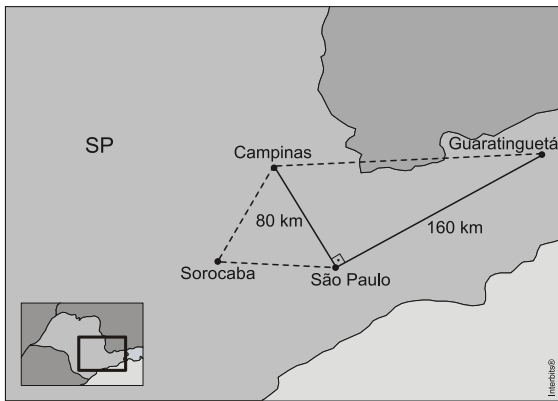


Quantos quilômetros ela terá caminhado, se percorrer todo o trajeto?

a) 2,29. b) 2,33. c) 3,16. d) 3,50. e) 4,80.

7. (Unesp 2013) Um professor de geografia forneceu a seus alunos um mapa do estado de São Paulo, que informava que as distâncias aproximadas em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Campinas e entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Guaratinguetá eram, respectivamente, 80km e 160km. Um dos alunos observou, então, que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Campinas e Sorocaba formavam um triângulo equilátero. Já um outro aluno notou que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São

Paulo, Guaratinguetá e Campinas formavam um triângulo retângulo, conforme mostra o mapa.

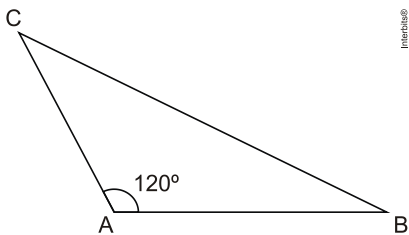


Com essas informações, os alunos determinaram que a distância em linha reta entre os pontos que representam as cidades de Guaratinguetá e Sorocaba, em km, é próxima de

- a)  $80 \cdot \sqrt{2 + 5 \cdot \sqrt{3}}$
- b)  $80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}}$
- c)  $80 \cdot \sqrt{6}$
- d)  $80 \cdot \sqrt{5 + 3 \cdot \sqrt{2}}$
- e)  $80 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{3}}$

8. (Uftm 2012) Na figura estão posicionadas as cidades vizinhas A, B e C, que são ligadas por estradas em linha reta. Sabe-se que, seguindo

por essas estradas, a distância entre A e C é de 24 km, e entre A e B é de 36 km.



Nesse caso, pode-se concluir que a distância, em km, entre B e C é igual a

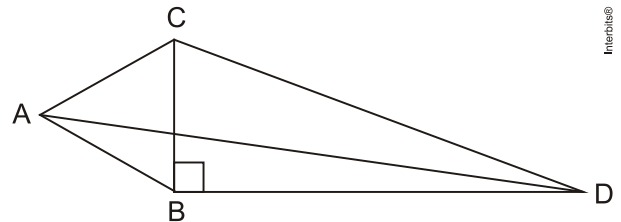
- a)  $8\sqrt{17}$
- b)  $12\sqrt{19}$
- c)  $12\sqrt{23}$
- d)  $20\sqrt{15}$
- e)  $20\sqrt{13}$

9. (G1 - ifal 2011) Num paralelogramo, cada ângulo agudo mede  $30^\circ$  e os lados que formam cada um desses ângulos medem  $3\sqrt{3}$  cm e 5 cm. Calcule a medida da menor das diagonais desse paralelogramo.

- a)  $\sqrt{6}$  cm
- b)  $\sqrt{3}$  cm
- c)  $3\sqrt{3}$  cm

- d)  $\sqrt{7}$  cm
- e)  $15\sqrt{3}$  cm

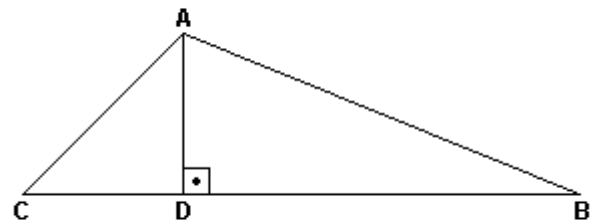
10. (Unemat 2010) Na figura abaixo, o triângulo ABC é um triângulo equilátero de 3 cm de lado, e o triângulo retângulo BCD tem lados  $BD = 4$  cm,  $CD = 5$  cm e  $\widehat{CBD} = 90^\circ$ .



Qual a medida do segmento AD?

- a)  $\sqrt{3}$
- b)  $4\sqrt{3}$
- c)  $\sqrt{100 + \sqrt{3}}$
- d)  $\sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$
- e)  $2\sqrt{3}$

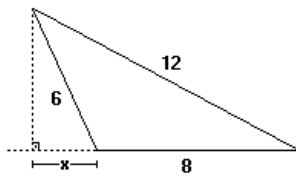
11. (Fuvest 2006) Na figura a seguir, tem-se  $AC = 3$ ,  $AB = 4$  e  $CB = 6$ . O valor de CD é



- a)  $\frac{17}{12}$
- b)  $\frac{19}{12}$
- c)  $\frac{23}{12}$
- d)  $\frac{25}{12}$
- e)  $\frac{29}{12}$

12. (G1 - cftmg 2004) Um dos ângulos internos de um paralelogramo de lados 4 m e 6 m mede  $150^\circ$ . A maior diagonal desse paralelogramo mede?

13. (Ufrgs) Dada a figura



Qual o valor de  $x$ ?

- a) 2,15 b) 2,35 c) 2,75 d) 3,15 e) 3,35

**Gabarito:**

1: [C] 2: [C] 3: [A] 4: [B] 5: [A]

6: [D] 7: [B] 8: [B] 9: [D] 10: [D]

11: [E] 12:  $2 \cdot \sqrt{13 + 6\sqrt{3}}$

13: [C]