

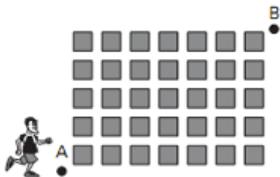
Exercícios de Matemática

Permutação

1) (FUVEST-2010) Seja n um número inteiro, $n \geq 0$.

- a) Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.
 b) Calcule de quantas maneiras distintas n bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.
 c) Considere, agora, um número natural k tal que $0 \leq k \leq n$. Supondo que cada uma das distribuições do item b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a k .
 Observação: Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

2) (VUNESP-2010) A figura mostra a planta de um bairro de uma cidade. Uma pessoa quer caminhar do ponto A ao ponto B por um dos percursos mais curtos. Assim, ela caminhará sempre nos sentidos “de baixo para cima” ou “da esquerda para a direita”. O número de percursos diferentes que essa pessoa poderá fazer de A até B é:



- a) 95 040.
 b) 40 635.
 c) 924
 d) 792.
 e) 35.

3) (UFSCar-2009) Todas as permutações com as letras da palavra SORTE foram ordenadas alfabeticamente, como em um dicionário. A última letra da 86.^a palavra dessa lista é

- a) S.
 b) O.
 c) R.
 d) T.
 e) E.

4) (FUVEST-2008) Um loteação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

- a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
 - Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.
- Nessas condições, o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no loteação é igual a
- a) 928
 b) 1152
 c) 1828

- d) 2412
 e) 3456

5) (UNIFESP-2006) As permutações das letras da palavra PROVA foram listadas em ordem alfabética, como se fossem palavras de cinco letras em um dicionário. A 73.^a palavra nessa lista é

- a) PROVA.
 b) VAPOR.
 c) RAPOV.
 d) ROVAP.
 e) RAOPV.

6) (Vunesp-2006) Dos $6!$ números formados com as permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos estão entre 450000 e 620000?

- a) 96.
 b) 120.
 c) 168.
 d) 192.
 e) 240.

7) (Vunesp-2005) Considere todos os números formados por 6 algarismos distintos obtidos permutando-se, de todas as formas possíveis, os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

- a) Determine quantos números é possível formar (no total) e quantos números se iniciam com o algarismo 1.
 b) Escrevendo-se esses números em ordem crescente, determine qual posição ocupa o número 512346 e que número ocupa a 242.^a posição.

8) (Vunesp-2005) O número de maneiras que 3 pessoas podem sentar-se em uma fileira de 6 cadeiras vazias de modo que, entre duas pessoas próximas (seguidas), sempre tenha exatamente uma cadeira vazia, é

- a) 3
 b) 6
 c) 9
 d) 12
 e) 15

9) (Unicamp-2005) Com as letras x , y , z e w podemos formar monômios de grau k , isto é, expressões do tipo $x^p y^q z^r w^s$, onde p , q , r e s são inteiros não-negativos, tais que $p + q + r + s = k$. Quando um ou mais desses expoentes é igual a zero, dizemos que o monômio é formado pelas demais letras. Por exemplo, $y^3 z^4$ é um monômio de grau 7 formado pelas letras y e z [nesse caso, $p = s = 0$].

- a) Quantos monômios de grau 4 podem ser formados com, no máximo, 4 letras?
 b) Escolhendo-se ao acaso um desses monômios do item (a), qual a probabilidade dele ser formado por exatamente duas das 4 letras?

10) (Mack-2005) Um professor deve ministrar 20 aulas em 3 dias consecutivos, tendo, para cada um dos dias, as opções de ministrar 4, 6 ou 8 aulas. O número de diferentes distribuições possíveis dessas 20 aulas, nos 3 dias, é:

- a) 7
- b) 6
- c) 4
- d) 10
- e) 8

11) (FGV-2005) Um fundo de investimento disponibiliza números inteiros de cotas aos interessados nessa aplicação financeira. No primeiro dia de negociação desse fundo, verifica-se que 5 investidores compraram cotas, e que foi vendido um total de 9 cotas. Em tais condições, o número de maneiras diferentes de alocação das 9 cotas entre os 5 investidores é igual a

- a) 56.
- b) 70.
- c) 86.
- d) 120.
- e) 126.

12) (Fuvest-1991) Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas dez músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as prováveis seqüências dessas músicas serão necessários aproximadamente:

- a) 10 dias
- b) Um século
- c) 10 anos
- d) 100 séculos
- e) 10 séculos

13) (Vunesp-2004) Um certo tipo de código usa apenas dois símbolos, o número zero (0) e o número um (1) e, considerando esses símbolos como letras, podem-se formar palavras. Por exemplo: 0, 01, 00, 001 e 110 são algumas palavras de uma, duas e três letras desse código. O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse código é:

- a) 120.
- b) 62.
- c) 60.
- d) 20.
- e) 10.

14) (Unicamp-2004) Considere o conjunto dos dígitos {1, 2, 3, ..., 9} e forme com eles números de nove algarismos distintos.

- a) Quantos desses números são pares?
- b) Escolhendo-se ao acaso um dos números do item (a), qual a probabilidade de que este número tenha exatamente dois dígitos ímpares juntos?

15) (Fuvest-2004) Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio.

Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

- a) 12
- b) 18
- c) 36
- d) 72
- e) 108

16) (Fatec-2003) Com uma letra **A**, uma letra **C**, uma letra **E**, uma letra **F** e uma letra **T**, é possível formar $5! = 120$ “palavras” distintas (anagramas, com ou sem sentido). Colocando-se essas “palavras” em ordem alfabética, a posição ocupada pela palavra FATEC será a

- a) 77ª
- b) 78ª
- c) 80ª
- d) 88ª
- e) 96ª

17) (FGV-2003) De quantas formas podemos permutar as letras da palavra ELOGIAR, de modo que as letras A e R fiquem juntas em qualquer ordem?

- a) 360
- b) 720
- c) 1 080
- d) 1 440
- e) 1 800

18) (UEL-2002) Uma distribuidora de sabonetes, xampus e condicionadores tem três marcas diferentes de cada um desses produtos. Ao receber as encomendas de três fregueses, um funcionário da distribuidora anotou apenas os nomes dos fregueses e os produtos solicitados: cada um pediu uma caixa de sabonete, uma caixa de xampu e uma caixa de condicionador. Quanto às marcas, o funcionário lembra-se que cada um solicitou marcas diferentes daquelas solicitadas pelos outros. Quando percebeu a sua falha, o funcionário imaginou que a falta da informação sobre as marcas não teria sérias conseqüências, pois bastaria fazer algumas tentativas até conseguir entregar os produtos de acordo com os pedidos. Quantas possibilidades existem de distribuição dos pedidos entre os três fregueses?

- a) $(3!)^3$
- b) $3 \cdot 3!$
- c) $\frac{3! \cdot 3!}{3}$
- d) 3^9
- e) $\frac{9!}{3! \cdot 3!}$

19) (Cesgranrio-1997) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes do município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas

formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

- a) 180
- b) 120
- c) 100
- d) 48
- e) 24

20) (UFC-2003) O número de maneiras segundo as quais podemos dispor 3 homens e 3 mulheres em três bancos fixos, de tal forma que em cada banco fique um casal, sem levar em conta a posição do casal no banco, é:

- a) 9
- b) 18
- c) 24
- d) 32
- e) 36

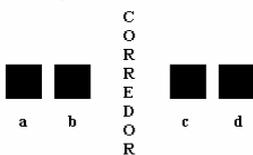
21) (PUCCamp-1998) O número de anagramas da palavra EXPLODIR, nos quais as vogais aparecem juntas, é:

- a) 4320
- b) 2160
- c) 1440
- d) 720
- e) 360

22) (UFES-1998) Quantos números naturais menores que 10^5 têm exatamente dois algarismos iguais a 3?

- a) 7200
- b) 7290
- c) 9600
- d) 10080
- e) 11520

23) (Vunesp-1998) Quatro amigos vão ocupar as poltronas a, b, c, d de um ônibus dispostas na mesma fila horizontal, mas em lados diferentes em relação ao corredor, conforme a ilustração.



Dois deles desejam sentar-se juntos, seja do mesmo lado do corredor, seja em lados diferentes. Nessas condições, de quantas maneiras distintas os quatro podem ocupar as poltronas referidas, considerando-se distintas as posições em que pelo menos dois dos amigos ocupem poltronas diferentes?

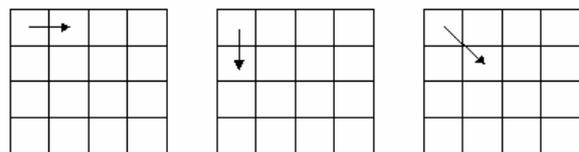
- a) 24.
- b) 18.
- c) 16.
- d) 12.
- e) 6.

24) (UFSC-1996) Calcule o número de anagramas da palavra CLARA em que as letras AR aparecem juntas e nesta ordem.

25) (UFRN-1997) Quantos números de 7 dígitos, maiores que 6.000.000, podem ser formados com os algarismos 0, 1, 3, 4, 6, 7 e 9, sem repeti-los?

- a) 1.800
- b) 720
- c) 5.400
- d) 5.040
- e) 2.160

26) (IME-1996) É dado um tabuleiro quadrado 4x4. Deseja-se atingir o quadrado inferior direito a partir do quadrado superior esquerdo. Os movimentos permitidos são os representados pelas setas:



De quantas maneiras isto é possível?

27) (FGV-1997) Um processo industrial deve passar pelas etapas A, B, C, D e E.

- a) Quantas seqüências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas no início do processo e A deve anteceder B?
- b) Quantas seqüências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas, em qualquer ordem, e não necessariamente no início do processo?

28) (FEI-1996) Quantos valores inteiros entre 100 e 999 possuem a seguinte característica: a soma do algarismo das centenas com o algarismo das dezenas é igual ao algarismo das unidades?

- a) 450
- b) 45
- c) 90
- d) 9
- e) 1

29) (Fatec-1995) Seis pessoas, entre elas João e Pedro, vão ao cinema. Existem seis lugares vagos, alinhados e consecutivos. O número de maneiras distintas como as seis podem sentar-se sem que João e Pedro fiquem juntos é:

- a) 720
- b) 600
- c) 480
- d) 240
- e) 120

30) (Olimpíada de Matemática Argentina-1989) Deseja-se organizar uma viagem presidencial a Chile, Peru, Bolívia, Paraguai e Brasil. Quantos itinerários possíveis existem (sem repetir países)?

31) (AFA-1998) Lançando-se 4 dados, sucessivamente, o número de maneiras de se obter soma 7 é

- a) 20
- b) 24
- c) 72
- d) 216

32) (AFA-1998) O número de anagramas da palavra **ALAMEDA** que não apresenta as 4 vogais juntas é

- a) 96
- b) 744
- c) 816
- d) 840

33) (Unicamp-1998) a) De quantas maneiras é possível distribuir 20 bolas iguais entre 3 crianças de modo que cada uma delas receba, pelo menos, 5 bolas?

b) Supondo que essa distribuição seja aleatória, qual a probabilidade de uma delas receber exatamente 9 bolas ?

34) (ITA-2002) Quantos anagramas com 4 letras distintas podemos formar com as 10 primeiras letras do alfabeto e que contenham 2 das letras a, b e c?

- a) 1692.
- b) 1572.
- c) 1520.
- d) 1512.
- e) 1392.

35) (ITA-1998) O número de anagramas da palavra **VESTIBULANDO**, que não apresentam as cinco vogais juntas, é:

- a) 12!
- b) 8!.5!
- c) 12! – 8!.5!
- d) 12! – 8!
- e) 12! – 7!.5!

36) (Unitau-1995) O número de anagramas da palavra **BIOCIÊNCIAS** que terminam com as letras AS, nesta ordem é:

- a) 9!
- b) 11!
- c) 9!/(3! 2!)
- d) 11!/2!
- e) 11!/3!

37) (Mack-1996) Uma urna contém 6 bolas pretas idênticas e 3 bolas brancas, também idênticas. Retiradas, uma de cada vez, a extração das 9 bolas pode ser feita de k formas diferentes. Então k vale:

- a) 9!
- b) 84
- c) 81
- d) 6.6!
- e) 162

38) (Mack-1996) Os anagramas distintos da palavra **MACKENZIE** que têm a forma E.....E são em número de:

- a) 9!
- b) 8!
- c) 2.7!
- d) 9! -7!
- e) 7!

39) (Fuvest-1980) O número de anagramas da palavra **FUVEST** que começam e terminam por vogal é:

- a) 24
- b) 48
- c) 96
- d) 120
- e) 144

40) (Mack-2002) O número de filas diferentes que podem ser formadas com 2 homens e 3 mulheres, de modo que os homens não fiquem juntos, é:

- a) 96
- b) 72
- c) 48
- d) 84
- e) 120

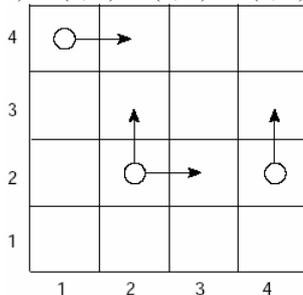
41) (Vunesp-2002) Quatro amigos, Pedro, Luísa, João e Rita, vão ao cinema, sentando-se em lugares consecutivos na mesma fila. O número de maneiras que os quatro podem ficar dispostos de forma que Pedro e Luísa fiquem sempre juntos e João e Rita fiquem sempre juntos é

- a) 2.
- b) 4.
- c) 8.
- d) 16.
- e) 24.

42) (UNIFOR-2002) Considere todos os anagramas da palavra **DIPLOMATA** que começam e terminam pela letra A. Quantos desses anagramas têm todas as consoantes juntas?

- a) 180
- b) 360
- c) 720
- d) 1 080
- e) 1 440

43) (Fuvest-2002) Um tabuleiro tem 4 linhas e 4 colunas. O objetivo de um jogo é levar uma peça da casa inferior esquerda (casa (1, 1)) para a casa superior direita (casa (4, 4)), sendo que esta peça deve mover-se, de cada vez, para a casa imediatamente acima ou imediatamente à direita. Se apenas uma destas casas existir, a peça irá mover-se necessariamente para ela. Por exemplo, dois caminhos possíveis para completar o trajeto são $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (4, 4)$ e $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 3) \rightarrow (4, 4)$.



- a) Por quantos caminhos distintos pode-se completar esse trajeto?
- b) Suponha que o caminho a ser percorrido seja escolhido da seguinte forma: sempre que houver duas opções de movimento, lança-se uma moeda não viciada; se der cara, a peça move-se para a casa à direita e se der coroa, ela se move para a casa acima. Desta forma, cada caminho contado no item a) terá uma certa probabilidade de ser percorrido. Descreva os caminhos que têm maior probabilidade de serem percorridos e calcule essa probabilidade.

44) (UFMG-1999) Um teste é composto por 15 afirmações. Para cada uma delas, deve-se assinalar, na folha de respostas, uma das letras V ou F, caso a afirmação seja, respectivamente, verdadeira ou falsa. A fim de se obter, pelo menos, 80% de acertos, o número de maneiras diferentes de se marcar a folha de respostas é:

- a) 455
b) 576
c) 560
d) 620

45) (Fuvest-1998) Com as 6 letras da palavra FUVEST podem ser formadas $6! = 720$ "palavras" (anagramas) de 6 letras distintas cada uma. Se essas "palavras" forem colocadas em ordem alfabética, como um dicionário, a 250ª "palavra" começa com:

- a) EV
b) FU
c) FV
d) SE
e) SF

46) (Unep-1997) Num grupo de 5 pessoas, duas são irmãs. O número de maneiras distintas que elas podem ficar em fila, de maneira que as duas irmãs fiquem sempre juntas, é igual a:

- 1) 24
2) 48
3) 120
4) 240
5) 420

Gabarito

1) a) $n + 1$

$$\frac{(n + 2) \cdot (n + 1)}{2}$$

b) 2
 c)
$$\frac{(n - k + 2) \cdot (n - k + 1)}{(n + 2) \cdot (n + 1)}$$

2) Alternativa: D

3) Alternativa: B

4) Alternativa: E

Os 3 membros da família Souza podem sentar-se em 3 bancos, de $3!$ formas possíveis em cada banco;
 Os namorados podem sentar-se em 2 bancos, em 2 posições por banco de $2!$ formas possíveis em cada posição;
 Os 4 restantes podem sentar-se de $4!$ formas possíveis nos lugares restantes:

Assim, temos $3.3!.2.2.2!.4! = 3456$

5) Alternativa: E

6) Alternativa: D

7) a) 720 e 120, respectivamente.

b) 481^a e 312465 .

8) Alternativa: D

9) a) 35.

b)
$$\frac{18}{35}$$

10) Alternativa: B

11) Alternativa: B

12) Alternativa: D
 $P_{10} = 10!$

13) Alternativa: B

14) a) 161.280

b)
$$\frac{1}{14}$$

15) Alternativa: C

Uma das 3 empresas fará 2 trabalhos. Assim, podemos ter as seguintes distribuições de trabalhos:

AABC, ABAC, = 12 possibilidades de a empresa A fazer os 2 trabalhos

BBAC, BABC, = 12 possibilidades de a empresa B fazer os 2 trabalhos

CCBA, CBCA, = 12 possibilidades de a empresa C fazer os 2 trabalhos

Totalizando 36 trabalhos.

16) Alternativa: B

17) Alternativa: D
 $6!.2! = 1440$

18) Alternativa: A

19) Alternativa: B
 $5! = 120$

20) Alternativa: E

O número de possibilidades para o primeiro banco é $3.3 = 9$, para o segundo é $2.2 = 4$ e para o terceiro é $1.1 = 1$. Portanto, o número de maneiras segundo as quais podemos dispor os 3 homens e as 3 mulheres, em três bancos e sem levar em conta a posição do casal no banco, é $9.4.1 = 36$.

21) $3!.6! = 4320$ (a)

22) Alternativa: B

23) Alternativa: D

24) $4! = 24$

25) Alternativa: E

26) L = lado

B = baixo

D = diagonal

Movimentos necessários:

LLLBBB ou DLLBB ou DDLB ou DDD

$$= P_6^{3,3} + P_5^{2,2} + P_4^2 + 1 =$$

$$= 15 + 30 + 12 + 1 = 58$$

27) a) 6

b) 48

28) Alternativa: B

29) Alternativa: C

30) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, pois são 5 possibilidades para o primeiro país, 4 para o segundo, 3 para o terceiro, 2 para o quarto e 1 para o último. Logo 120 possibilidades.

31) Alternativa: A

32) Alternativa: B

33) a) 21 maneiras

b) $\frac{2}{7}$

34) Alternativa: D
 $(4.3).(7.6).3 = 1512$

35) Alternativa: C

36) Alternativa: C

37) Alternativa: B

38) Alternativa: E

39) Alternativa: B

40) Alternativa: B

41) Alternativa: C
c) $2!.2!.2! = 8$

42) Alternativa: C

43) a) 20 caminhos

b) Os caminhos são:

$(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 3) \rightarrow (4, 4)$ e

$(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (4, 4)$.

E a probabilidade de cada um é $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.1.1 = \frac{1}{8}$

44) Alternativa: A

45) Alternativa: D

Começadas com E: $5! = 120$

Começadas com F: $5! = 120$ (acumulado = 240)

Começadas com SE: $4! = 24$ (acumulado = 264)

Então, como $240 < 250 < 264$, a 250^{a} começa com **SE**.

46) Alternativa: B

$4!.2! = 48$