

# **AULA 01**

Sequências, PA e PG

EsPCEX – 2020

Prof. Ismael Santos

# Sumário

<b>Introdução .....</b>	<b>3</b>
<b>2 – Sequências .....</b>	<b>4</b>
1 – Sequência de Números Reais .....	4
2 - Recorrência .....	6
<b>3 - PROGRESSÕES ARITMÉTICAS .....</b>	<b>11</b>
1 - Definição.....	11
2 - Classificações da PA .....	11
3 - Termo Geral da PA .....	12
4 - Média Aritmética .....	18
5 - Propriedades da Média Aritmética na PA.....	19
6 - Representações Simétricas na PA.....	20
7 - Soma de “n” Termos Consecutivos de uma PA.....	22
8 – PA de Ordem Superior .....	23
<b>4 - PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS .....</b>	<b>24</b>
1 - Definição.....	24
2 - Classificações da PG.....	25
3 - Termo Geral da PG.....	26
4 - Razão da PG.....	27
5 - Propriedades da Média Geométrica na PG.....	27
6 - Representações Simétricas na PG.....	28
7 - Soma dos Termos Consecutivos de uma Pg Finita .....	28
8 - Produto dos Termos Consecutivos de uma PG Finita .....	29
9 - Soma dos Termos de uma PG Infinita.....	30
10 - Interpolação Geométrica.....	30
11 – Progressão Aritmética Geométrica (PAG).....	31
<b>5 - Lista de Questões .....</b>	<b>32</b>
<b>6 - Questões Comentadas .....</b>	<b>55</b>



## Introdução

Olá, meu futuro aprovado! Como andam os estudos? Espero que bem!

Nesta aula daremos continuidade ao conteúdo de **MAT 2**. Espero que estejam gostando do nível da teoria abordada para o seu certame. Ainda temos muita coisa para ver e exercitar. Não perca o foco!

**O primeiro dos assuntos será: Sequências. Tema não muito amplo, mas que servirá de embasamento para o estudo de Progressões. Tudo que veremos nesta aula cairá em sua prova, então, preste bastante atenção!**

**Neste LIVRIO ELETRÔNICO estão todas as questões da EsPCEx dos anos 2000 a 2018, referentes ao tema Sequências e Progressões. A prova mais recente será corrigida em vídeo mais próximo da prova. Ahhh... além das questões da sua prova, fiz questão de colocar também as questões da EFOMM, como forma de aprofundamento. Parta direto para as questões, pois a teoria apenas repliquei para que ficasse no mesmo arquivo.**

**Não esqueça do nosso fórum, local onde você poderá retirar possíveis dúvidas sobre seu aprendizado.**

Fale comigo!



@profismael\_santos



Ismael Santos



@IsmaelSantos

Sem mais, vamos à luta!



## 2 – Sequências

### 1 – Sequência de Números Reais

A partir de conjuntos (Finitos ou Infinitos) podemos dizer, de modo informal, que sequência numérica nada mais é que uma lista de números, na qual necessita-se de uma ordenação. Esta lista ordenada é o que chamamos de sucessão ou sequência.

Vejam alguns exemplos abaixo:

- $(3; 3; 3; 3; \dots)$  - É a sequência com todos os termos iguais a 3.
- $(1; 2; 3; 4; 5)$  - É a sequência com os números inteiros positivos.
- $(10; -8; \sqrt{2}; 5; \frac{7}{3})$  - É uma sequência de números reais.
- $(2; 3; 5; 7)$  - É a sequência de números primos positivos com um algarismo.
- $(1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; \dots)$  - É a famosa sequência de Fibonacci (onde cada termo é igual à soma dos dois anteriores)

TOME NOTA!



**Toda sequência é representada, em regra, por um par de parênteses, e seus elementos são separados por ponto e vírgula, como visto nos exemplos acima.**

#### Meios e Extremos

Imagine uma sequência finita da forma:

$$(a_1; a_2; a_3; \dots; a_{n-1}; a_n)$$

Podemos dizer que:

$a_1$  e  $a_n$  são extremos. Os outros termos da sequência são chamados de meios.



TOME NOTA!



Dois termos de uma sequência ou sucessão são ditos equidistantes dos extremos quando o número de termos que antecedem um deles for igual a quantidade de termos que sucedem o outro.

Vejam os exemplos abaixo de termos equidistantes.

$$(a_1; a_2; a_3; \dots; a_{n-2}; a_{n-1}; a_n)$$

- $a_1$  e  $a_n$  - São extremos
- $a_1$  e  $a_{n-1}$  - São equidistantes dos extremos
- $a_2$  e  $a_{n-2}$  - São equidistantes dos extremos

Perceba que, para ter a certeza de que dois termos são de fato equidistantes dos extremos, basta fazer a seguinte relação.

- ✓  $a_1$ : 1º termo
- ✓  $a_n$ : "n-ésimo" termo

**Ou seja, a soma dos índices de quaisquer termos equidistantes dos extremos deverá resultar em:  $n + 1$**

Assim, quaisquer dois termos que tiverem a mesma soma  $(n + 1)$  será dito equidistante dos termos  $a_1$  e  $a_n$ .

Exemplo:

- ✓  $a_2$ : 2º termo
- ✓  $a_{n-1}$ :  $(n - 1)$  termo

$$\Rightarrow (n - 1) + 2 = n + 1$$

Podemos assim, de forma genérica, dizer que na sequência  $(a_1; a_2; a_3; \dots; a_k; a_p; a_n)$  os termos  $a_k$  e  $a_p$  serão equidistantes, se e somente se:



- ✓  $a_k$  – termo de posição  $k$
- ✓  $a_p$  – termo de posição  $p$

**Soma dos índices:  $k + p = n + 1$**

## 2 - Recorrência

É importante notar que o termo sequência é bem amplo, ou seja, qualquer ordem de elementos. Porém, existem casos em que esta sequência é criada com base em uma **lei de formação**. A esta lei damos o nome de **Fórmula de Recorrência**.

Assim, a depender da sequência, podemos usar tal processo de recorrência, que consiste em dar o primeiro termo (ou primeiros termos) e uma sentença aberta que permita calcular cada termo em função do anterior (ou dos anteriores).

Para que fique mais claro, observe os exemplos abaixo.

**a) Consideremos a sequência infinita tal que  $a_1 = 5$  e para todo  $n > 1$  tem-se**

$$a_n = a_{n-1} + 3$$

Vemos que cada termo na da sequência é igual ao anterior  $a_{n-1}$  somado com 3.

$$\left[ \begin{array}{l} a_2 = a_1 + 3 = 5 + 3 = 8 \\ a_3 = a_2 + 3 = 8 + 3 = 11 \\ a_4 = a_3 + 3 = 11 + 3 = 14 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

Portanto, a sequência pode ser representada por: (5; 8; 11; 14; ....)

**b) Consideremos a sequência  $f$  de domínio  $E = \{1;2;3;4;5;6\}$  tal que  $f_1 = 3$ ,  $f_2 = 7$  e cada termo, a partir do terceiro, é igual a soma dos anteriores. Temos:**



$$\begin{cases} f_3 = f_1 + f_2 = 3 + 7 = 10 \\ f_4 = f_1 + f_2 + f_3 = 3 + 7 + 10 = 20 \\ f_5 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 3 + 7 + 10 + 20 = 40 \\ f_6 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = 3 + 7 + 10 + 20 + 40 = 80 \end{cases}$$

Assim a sequência é: (3;7;10;20;40;80)

---

c) Seja a sequência infinita tal que:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad (n \geq 3) \end{cases}$$

Vemos que cada termo dessa sequência (a partir do terceiro) é igual a soma dos dois anteriores:

$$\begin{cases} a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2 \\ a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3 \\ a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5 \\ a_6 = a_5 + a_4 = 5 + 3 = 8 \\ \dots \end{cases}$$

Temos então: (1;1;2;3;5;8;...)

Esta sequência é chamada **Sequência de Fibonacci** e tem importantes propriedades. “Fibonacci” é o nome pelo qual ficou conhecido um importante matemático chamado Leonardo de Pisa, que viveu entre 1180 e 1250 aproximadamente. (“Filho de Bonaccio”)

---

Passamos agora para alguns exercícios de fixação.





1. Escreva os 4 primeiros termos das sequências infinitas dadas por:

a)  $a_n = \frac{n}{n+1}$

b)  $a_n = (-1)^n$

**Comentário:**

a)

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$a_4 = \frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Assim, } \left( \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots \right)$$

Basta observar que, para cada  $n$  natural utilizado, que representa a posição do termos, este valor também será substituído nos locais onde aparecerem a variável  $n$ .

b)





$$a_n = (-1)^n$$

$$a_1 = (-1)^1 = -1$$

$$a_2 = (-1)^2 = +1$$

$$a_3 = (-1)^3 = -1$$

$$a_4 = (-1)^4 = +1$$

Assim,  $(-1; 1; -1; 1; \dots)$

---

02. Escreva os 5 primeiros termos das seqüências infinitas por:

a)

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_n = 2a_{n-1} + 4 \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

**Comentário:**

a)

$$a_1 = 4$$

$$a_n = a_{n-1} + 2n$$

$$a_2 = a_1 + 2(2) = 4 + 4 = 8$$

$$a_3 = a_2 + 2(3) = 8 + 6 = 14$$

$$a_4 = a_3 + 2(4) = 14 + 8 = 22$$

$$a_5 = a_4 + 2(5) = 22 + 10 = 32$$

$(4; 8; 14; 22; 32; \dots)$

b)

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_n = 2a_{n-1} + 4 \quad (n \geq 2) \end{cases}$$



$$a_2 = 2a_1 + 4 = 2(-3) + 4 = -2$$

$$a_3 = 2a_2 + 4 = 2(-2) + 4 = 0$$

$$a_4 = 2a_3 + 4 = 2(0) + 4 = 4$$

$$a_5 = 2a_4 + 4 = 2(4) + 4 = 12$$

$(-3; -2; 0; 4; 12; \dots)$

---

03. Seja a sequência infinita cujo termo geral é

$$a_n = 3n - 4$$

Determine:

a)  $a_6$

b)  $a_{k+1}$

**Comentário:**

Basta fazer a substituição do valor atribuído ao  $n$  em todas as posições em que ele aparece.

a)  $a_6 = 3(6) - 4 = 18 - 4 = 14$

b)  $a_{k+1} = 3(k+1) - 4 = 3k + 3 - 4 = 3k - 1$

---

04. Dê os termos gerais das seguintes sequências:

a)  $(2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots)$

b)  $(2; 4; 8; 16; 32; 64; \dots)$

**Comentário:**

Neste tipo de questão, basta encontrar a lei de formação, ou seja, qual expressão fará você encontrar os termos das sequências dadas.

a)  $a_n = 2n$ ; nesta sequência, cada termo seguinte é o dobro do índice correspondente a sua posição..

b)  $a_n = 2^n$ ; nesta sequência, cada termo é uma potência de 2, elevado ao expoente que representa a posição do mesmo.



## 3 - PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

### 1 - Definição

Chamamos de Progressão Aritmética (PA) qualquer sequência onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com uma constante denominada razão da progressão. Em outras palavras, uma progressão aritmética de razão  $r$  é uma sequência tal que:

$$a_n = a_{n-1} + r, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Exemplos:

a) Considerando a sequência (3;5;7;9;11). Vemos que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com 2. Dizemos então que a sequência é uma progressão aritmética de razão  $r = 2$ .

b) A sequência (2;7;12;17;22;27) é uma progressão aritmética de razão igual a 5

c) A sequência (20;17;14;11;8;5;2;-1) é uma PA de razão  $r = -3$ .

d) A sequência (5;5;5;5;5) é uma PA de razão  $r = 0$

e) A sequência  $\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; 2; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$  é uma PA de razão  $r = \frac{1}{3}$

f) Consideremos a PA infinita dada por:  $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} - 2 \end{cases}$ ; podemos perceber que a razão dessa PA é  $r = -2$  e seus primeiros termos estão representados da forma: (4;2;0;-2;-4;-6;...)

### 2 - Classificações da PA

Consideremos a sequência  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_{n-1}, a_n)$ , dizemos que:

1ª) a sequência é crescente se, e somente se, para todo  $n \in \mathbb{N}$  (com  $n > 1$ ), o termo sucessor for maior que seu antecessor. Assim, temos que:

$$a_n > a_{n-1} \Rightarrow r > 0$$



2º) a sequência é decrescente se, e somente se, para todo  $n \in \mathbb{N}$  (com  $n > 1$ ), **o termo sucessor for menor que seu antecessor**. Assim, temos que:

$$a_n < a_{n-1} \Rightarrow r < 0$$

3º) a sequência é estacionária ou constante se, e somente se, para todo  $n \in \mathbb{N}$  (com  $n > 1$ ), **o termo sucessor for igual ao seu antecessor**. Assim, temos que:

$$a_n = a_{n-1} \Rightarrow r = 0$$

Exemplos:

- ✓ a sequência (2;7;20;42;70) é crescente
- ✓ a sequência (18;14;12;3;-4;-20) é decrescente
- ✓ a sequência (8;8;8;8;8) é estacionária
- ✓ a sequência (4;6;17;20;19;18;2) não é crescente, nem decrescente, nem estacionária.

### 3 - Termo Geral da PA

É sabido que cada termo da PA pode ser escrito em função do seu antecessor e da razão. A partir deste conceito, considere uma PA de razão  $r$  da forma  $(a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots)$ . Observe abaixo a escrita de cada termo seguinte a ideia que acabamos de falar.

$$\left[ \begin{array}{l} a_2 = a_1 + r \\ a_3 = a_2 + r \\ a_4 = a_3 + r \\ \vdots \\ a_{n-1} = a_{n-2} + r \\ \dots\dots\dots \\ a_n = a_{n-1} + r \end{array} \right. \Rightarrow \text{Somando as equações e simplificando os termos semelhantes...}$$

...somando membro a membro essas  $n - 1$  igualdades, teremos:

$$a_n = a_1 + \underbrace{r+r+r+\dots+r}_{(n-1) \text{ parcelas}}$$

Logo, o termo geral é:



$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

### Exemplos

a) Podemos então, sempre escrever qualquer termo em função do primeiro e da razão da PA. Veja o exemplo abaixo:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_{20} = a_1 + 19r$$

$$a_{37} = a_1 + 36r$$

Observe nos exemplos acima que, sempre **o número que multiplica a razão é uma unidade a menos que o índice do termo geral a ser encontrado**. Porém, isso só se faz verdade se o termo base for o primeiro, ou seja, o  $a_1$ . Pois, se por exemplo o termo base for o 4º termo, logo o número que multiplicar a razão será 4 unidades menor que o índice do termo geral.

Desta forma, podemos generalizar ainda mais a fórmula do termo geral, a saber:

$$a_n = a_m + (n-m).r$$

b) É importante observar que se  $a_n = a_{n-1} + r$  então  $r = a_n - a_{n-1}$ , isto é, para obtermos a razão de uma PA, basta fazermos as diferenças entre um termo qualquer (a partir do 2º) e o anterior. Assim:

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Assim, na PA (5;12;19;26;33) a razão  $r$  pode ser obtida do seguinte modo:

$$r = 12 - 5 = 7 \quad \text{ou}$$

$$r = 19 - 12 = 7$$

Vejamos alguns exercícios de fixação sobre este tema





---

05. Determine o oitavo termo de uma PA onde  $a_5 = 6$  e  $a_{17} = 30$ .

**Comentário:**

De acordo com a fórmula, temos:

$$a_{17} = a_5 + 12r \rightarrow \text{perceba: } (17 - 5) = 12$$

$$30 = 6 + 12r$$

$$12r = 24$$

$$r = 2$$

Assim  $a_8 = a_5 + 3r = 6 + 3(2) = 12$

---

06. Seja a PA de domínio  $E = \{1;2;3;4\}$  cujo termo geral é  $a_n = 2n - 1$

a) qual é a razão dessa PA?

b) quais são os termos dessa PA?

**Comentário:**

O domínio E dado, nada mais é que os possíveis valores de n, para que sejam utilizados na fórmula de recorrência dada. Assim,

a)

Basta encontrar o 2º e 1º termo, e após, fazer a simples subtração para encontrarmos a razão.

$$a_n = 2n - 1 \rightarrow a_1 = 2(1) - 1 \Rightarrow a_1 = 1$$

$$a_n = 2n - 1 \rightarrow a_2 = 2(2) - 1 \Rightarrow a_2 = 3$$

$$\text{Assim: } r = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$$

b)



Basta neste caso, fazer a substituição de cada elemento do domínio no lugar do  $n$ , para que aí possamos encontrar os termos da PA.

$$a_1 = 2(1) - 1 = 1$$

$$a_2 = 2(2) - 1 = 3$$

$$a_3 = 2(3) - 1 = 5$$

$$a_4 = 2(4) - 1 = 7$$

---

07. Numa PA de termos  $a_3 = 11$  e  $a_7 = 27$ . Determine  $a_1$  e  $r$ .

**Comentário:**

$$a_3 = a_1 + 2r \rightarrow 11 = a_1 + 2r$$

$$a_7 = a_1 + 6r \rightarrow 27 = a_1 + 6r$$

Temos então o sistema:

$$\begin{cases} a_1 + 2r = 11 \\ a_1 + 6r = 27 \end{cases} \Rightarrow (a_1 + 2r) + 4r = 27 \rightarrow 11 + 4r = 27 \Rightarrow 4r = 16 \Rightarrow r = 4$$

Resolvendo-o, obtemos

$$a_1 = 3$$

$$r = 4$$

---

08. Numa PA de razão  $r = -3$ , o 17º termo é igual a 20% do 1º termo. Escreva os 4 primeiros termos da PA

**Comentário**

$$a_{17} \text{ é igual a } 20\% \text{ de } a_1, \text{ isto é, } a_{17} = \frac{20}{100} a_1 = \frac{1}{5} a_1 = \frac{a_1}{5}$$

Sabemos que  $a_{17} = a_1 + 16r$



$$\text{Assim: } \frac{a_1}{5} = a_1 + 16 \quad (-3)$$

Resolvendo esta equação obtemos  $a_1 = 60$

Assim a PA é: (60;57;54;51;...)

---

09. Interpole 4 meios aritméticos entre -3 e 22

Comentário

Interpolar 4 meios aritméticos entre -3 e 22 significa que devemos achar 4 números que “colocados” entre -3 e 22 deverão formar uma PA, onde o primeiro termo é -3 e o último é 22. Teremos, portanto, um total de 6 termos.

$$a_1 = -3 \quad a_2 = \quad a_3 = \quad a_4 = \quad a_5 = \quad a_6 = 22$$

$$\begin{cases} a_6 = a_1 + 5r \\ 22 = -3 + 5r \\ 5r = 25 \\ r = 5 \end{cases}$$

Portanto, a PA é:  $(-3; 2; 7; 12; 17; 22)$  e os 4 meios são: 2, 7, 12 e 17

Devemos observar que podemos usar a palavra “inserir” no lugar da palavra “interpolar”

---

10. Um capital de R\$ 200,00 foi colocado a juros simples de 3% ao mês. Qual o montante após 47 meses?

Comentário

O montante é a soma do capital com os juros

$$3\% \text{ de } 200 = \frac{3}{100} \cdot 200 = 6$$





Assim, a cada mês o montante é acrescido de R\$ 6,00 e podemos afirmar então que os montantes formam uma PA de razão 6 (em reais). Sendo  $a_1$  o montante após o 1º mês temos:

$a_1 = 200 + 6 = 206$  e portanto, o montante após 47 meses será:

$$a_{47} = a_1 + 46r = 206 + 46(6) = 482$$

Temos, então, que após 47 meses, o montante será igual a R\$ 482,00

---

11. Sabendo que os números 12, 32 e 40 são termos de uma PA crescente, determine os possíveis valores de razão  $r$ .

### Comentário

(...; 12; ... ; 32; ... ; 40; ...)

Podemos escrever:  $\begin{cases} 32 = 12 + xr \\ 40 = 12 = yr \end{cases}$  onde  $x$  e  $y$  são números naturais não nulos (com  $y > x$ )

$$\begin{cases} 32 = 12 + x.r \Leftrightarrow x.r = 20(I) \\ 40 = 12 = y.r \Leftrightarrow y.r = 28(II) \end{cases}$$

Como obviamente  $r \neq 0$ , podemos dividir membro e membro as equações (I) e (II) obtendo:

$$\frac{x}{y} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$$

Como a fração  $\frac{5}{7}$  é irredutível e os números  $x$  e  $y$  são naturais (não nulos), o menor valor possível para  $x$  é 5 e o menor valor possível para  $y$  é 7. Mas:

$$\frac{x}{y} = \frac{5}{7} = \frac{10}{14} = \frac{15}{21} = \frac{20}{28} = \frac{25}{35} = \dots$$

Isto é, para  $\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$  basta que  $x = 5k$  e  $y = 7k$ , onde  $k \in \mathbb{N}$ .



$$\left. \begin{array}{l} x = 5k \\ xr = 20 \end{array} \right\} \rightarrow \text{fazendo a substituição } x = 5k \text{ na segunda equação}$$

onde  $r = \frac{20}{5k} = \frac{4}{k}$

Portanto, os valores possíveis para a razão  $r$  são da forma  $r = \frac{4}{k}$ , onde  $k$  é um número natural qualquer não nulo.

---

12. Quantos múltiplos de 7 há entre 12 e 864?

Comentário

Depois de 12, o primeiro múltiplo de 7 é 14. Efetuando a divisão euclidiana de 864 por 7 temos:

$$\begin{array}{r} 864 \quad | \quad 7 \\ 16 \quad | \quad 123 \\ 24 \\ \hline \underline{3} \end{array} \quad \rightarrow \quad 864 - \underline{3} = 861$$

Portanto, 861 é o último múltiplo de 7 antes de 864. Temos, então, uma PA finita de razão 7, primeiro termo 14 e último termo 861:

$$(14; 21; 28; \dots, 861)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$861 = 14 + (n-1)(7)$$

Resolvendo esta equação obtemos  $n = 122$

---

## 4 - Média Aritmética

Consideremos “ $n$ ” números  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . A média aritmética deles é, por definição, o número

$M_A$ , calculado do seguinte modo:



$$M_A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Ou seja, basta somar todos os números e dividi-los pela quantidade.

Exemplos:

a) A média aritmética dos números 4, 5 e 17 é:

$$m_a = \frac{4 + 5 + 17}{3} = \frac{26}{3}$$

b) A média aritmética dos números 7 e -4 é:

$$m_a = \frac{(7) + (-4)}{2} = \frac{3}{2}$$

## 5 - Propriedades da Média Aritmética na PA

Sejam a, b e c três termos consecutivos de uma PA de razão r, tal que (...; a; b; c; ...). Assim, temos

$$\begin{cases} b = a + r \\ b = c - r \end{cases}$$

Somando membro a membro estas duas igualdades, temos:

$$2b = a + c$$

$$b = \frac{a+c}{2}$$

**Isto é: dados três termos consecutivos de uma PA, é correto afirmar que o termo central será a média aritmética dos extremos.**

Podemos dizer ainda, de forma mais genérica, que um determinado termo da PA será sempre igual a média aritmética dos termos que o equidistam. Assim, temos:



$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

Exemplo:

Consideremos o seguinte problema:

“Determine o valor de  $x$  de modo que  $x - 3$ ,  $3x - 7$  e  $x - 5$  sejam termos consecutivos de uma PA.”

Comentário:

Devemos ter então:  $3x - 7 = \frac{(x-3) + x - 5}{2}$

Resolvendo esta equação obtemos:  $x = \frac{3}{2}$

## 6 - Representações Simétricas na PA

É muito frequente aparecerem problemas de PA com poucos termos. Nestes casos pode ser útil usar representações especiais. Vamos considerar dois casos: número ímpar de termos e número par de termos.

### a) Número ímpar de termos

- Se forem três termos, podemos representá-los por:

$$x - r, x, x + r$$

Onde  $r$  é a razão.

- Se forem cinco termos, podemos representá-los por:

$$x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r$$



## b) Número par de termos

- Se forem quatro termos podemos representá-los por:

$$x-3y, x-y, x+y, x+3y$$

Onde a razão é  $r = 2y$

- Se forem 6 termos:

$$x-5y, x-3y, x-y, x+y, x+3y, x+5y$$

Exemplo:

Determine 3 números em PA tais que sua soma seja 18 e o terceiro a metade do primeiro.

Comentário:

$$\begin{cases} (x-r) + (x) + (x+r) = 18 \\ x+r = \frac{x-r}{2} \end{cases}$$

$$(x-r) + x + (x+r) = 18$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

$$x+r = \frac{x-r}{2}$$

$$6+r = \frac{6-r}{2}$$

$$r = -2$$

Assim, a PA é: (8; 6; 4)





Observe que a utilização das representações especiais (simétricas) é particularmente interessante, quando se conhece a soma dos termos da PA.

## 7 - Soma de “n” Termos Consecutivos de uma PA

Para encontrarmos a soma dos  $n$  termos consecutivos de uma PA, devemos calcular a média aritmética dos termos extremos da PA (o primeiro e o último) e multiplicar pela quantidade de termos da PA:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Dada uma PA onde o primeiro termo vale 14, o último vale 56 e a quantidade de termos é igual 7.

Qual a soma dos termos dessa PA?

Comentário:

Utilizando a fórmula da soma de PA, temos:

$$a_1 = 14$$

$$a_n = 56$$

$$n = 7$$

$$\text{Assim: } S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \Rightarrow S_n = \frac{(14 + 56) \cdot 7}{2} = \frac{70 \cdot 7}{2} = 35 \cdot 7 = 245$$



TOME NOTA!



A soma dos  $n$  termos de uma sequência também pode ser representada dessa forma:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{n-1} + a_n = \sum_{i=1}^n a_i$$

$\Sigma$  é o símbolo usado para representar um somatório. Por sua vez, o índice  $i$ , abaixo desse símbolo, indica o primeiro termo do somatório e o índice  $n$  indica até qual índice vai o somatório.

Exemplificando a dica acima, temos:

$$\sum_{i=1}^{100} a_i = S_{100} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{99} + a_{100}$$

## 8 – PA de Ordem Superior

Esse assunto dificilmente é cobrado nas provas do EsPCEX. Porém, já foi objeto de cobrança em uma das edições recentes deste concurso. Então, fique ligado!

Conceitualmente, temos que: a sequência  $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n)$  é uma PA de ordem  $k$ , se após “ $k$  diferenças” entre os termos consecutivos obtivermos uma PA estacionária.

Exemplo: Verifique de que ordem é a sequência abaixo.

$$(1, 2, 4, 8, 15, 26, \dots)$$

Se subtrairmos cada termo dessa sequência para encontrar a razão, vemos que a razão não é constante:

$$r = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

$$r' = a_3 - a_2 = 4 - 2 = 2$$

$$r'' = a_4 - a_3 = 8 - 4 = 4$$



Perceba que os resultados não forma, ainda, uma PA estacionária, assim, devemos continuar o processo de subtração dos termos consecutivos do resultado dado.

Assim, vamos obter outra sequência através da subtração de seus termos consecutivos. Seu termo é da forma  $b_i = a_{i+1} - a_i$ .

$$b_1 = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

$$b_2 = a_3 - a_2 = 4 - 2 = 2$$

$$b_3 = a_4 - a_3 = 8 - 4 = 4$$

$$b_4 = a_5 - a_4 = 15 - 8 = 7$$

E assim por diante. Desta forma, encontraremos uma outra sequência (1, 2, 4, 7, ...). A partir dela, faremo, novamente, o processo de subtração dos termos consecutivos, para que possamos chegar à PA estacionária. Veja:

$$c_1 = b_2 - b_1 = 2 - 1 = 1$$

$$c_2 = b_3 - b_2 = 4 - 2 = 2$$

$$c_3 = b_4 - b_3 = 7 - 4 = 3$$

$$c_4 = b_5 - b_4 = 11 - 7 = 4$$

E assim por diante. Desta forma, encontraremos uma outra sequência (1, 2, 3, 4, ...). Perceba que essa sequência é uma PA de razão um, ou seja, PA de 1ª Ordem, pois, se fizermos a subtração dos termos consecutivos apenas uma vez, já entraremos em um PA estacionária, ou seja, razão igual a zero. Conclusão:

$$(1, 2, 3, 4, \dots) \text{ PA de ordem } 1$$

$$(1, 2, 4, 7, 11, \dots) \text{ PA de ordem } 2$$

$$(1, 2, 4, 8, 15, 26, \dots) \text{ PA de ordem } 3$$

Assim, a PA do exemplo é de terceira ordem. Pois foi necessário realizar 3 operações de subtração.

## 4 - PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

### 1 - Definição

Chamamos de Progressão Geométrica (PG) qualquer sequência onde cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por uma constante denominada razão da progressão.





Em outras palavras, uma progressão geométrica de razão  $q$  é uma sequência tal que:

$$a_n = a_{n-1} \cdot q, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Esta constante, geralmente representada por  $q$ , é chamado de razão da PG.

Podemos dizer, então, que os números 2, 4, 8, 16 e 32 formam uma PG com 5 elementos em que  $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = 8$ ,  $a_4 = 16$  e  $a_5 = 32$ , e a razão  $q$  desta PG é igual a 2.

Vejamos:

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a_1 \times q = 2 \times 2 = 4$$

$$a_3 = a_2 \times q = 4 \times 2 = 8$$

$$a_4 = a_3 \times q = 8 \times 2 = 16$$

$$a_5 = a_4 \times q = 16 \times 2 = 32$$

## 2 - Classificações da PG

Consideremos a sequência  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_{n-1}, a_n)$ , dizemos que esta PG possui 5 classificações, a saber:

- **Crescente:**  $q > 1$  e  $a_1 > 0$  ou  $0 < q < 1$  e  $a_1 < 0$

Exemplo: (1, 2, 4, 8, ...)

- **Decrescente:**  $q > 1$  e  $a_1 < 0$  ou  $0 < q < 1$  e  $a_1 > 0$

Exemplo: (-1, -2, -4, -8, ...) e  $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\right)$

- **Alternante ou Oscilante:**  $q < 0$  e  $a_1 \neq 0$

Exemplo: (1, -2, 4, -8, ...)



- **Constante:**  $q=1$  ou  $a_1=0$  e  $q$  qualquer, ou seja, neste último caso a razão pode ser considerada como indeterminada.

Exemplo:  $(2, 2, 2, 2, \dots)$  e  $(0, 0, 0, 0, \dots)$

- **Estacionária:**  $a_1 \neq 0$  e  $q=0$

Exemplo:  $(5, 0, 0, 0, \dots)$

Calcule a razão de uma progressão geométrica decrescente de cinco termos, sendo o 1º termo igual a  $\frac{2}{3}$  e o último igual a  $\frac{2}{243}$ .

Comentário:

Como  $a_5 = a_1 \cdot q^4$ , temos que  $\frac{2}{243} = \frac{2}{3} \cdot q^4 \Rightarrow q^4 = \frac{1}{81}$ . Como a PG é decrescente e o primeiro termo é positivo, a razão deve estar entre 0 e 1, o que nos dá  $q = \frac{1}{3}$ .

### 3 - Termo Geral da PG

É sabido que cada termo da PG pode ser escrito em função do seu antecessor e da razão. A partir deste conceito, considere uma PG de razão  $r$  da forma  $(a_1; a_2; a_3; \dots; a_n; \dots)$ . Observe abaixo a escrita de cada termo seguinte a ideia que acabamos de falar.

$$\begin{cases} a_2 = a_1 \cdot q \\ a_3 = a_2 \cdot q \\ \dots \\ a_{n-1} = a_{n-2} \cdot q \\ a_n = a_{n-1} \cdot q \end{cases}$$

Veja que temos  $n - 1$  equações e ao multiplicarmos todas elas, ocorrem vários cancelamentos, o que nos dá:

Logo, o termo geral é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$



## 4 - Razão da PG

O quociente entre um termo qualquer (a partir do segundo) e seu antecessor é igual à razão da PG. Desta forma temos:

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

É importante ressaltar que a razão da PG pode ser positiva, negativa, nula, racional, irracional etc. Em tese, para cada valor desse, a PG sofre um classificação diferente, como vimos anteriormente.

## 5 - Propriedades da Média Geométrica na PG

Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são três termos consecutivos de uma progressão geométrica, então  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$  e

então obtemos:

$$b^2 = ac$$

Também é verdade que um termo de uma progressão geométrica é a média geométrica de dois termos que dele equidistam.

$$(a_n)^2 = a_{n+p} \cdot a_{n-p}$$

De fato, temos  $a_{n+p} = a_n \cdot q^p$ ,  $a_{n-p} = a_n \cdot q^{-p}$  e multiplicando as duas igualdades, obtemos o desejado.

Exemplo:

Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16



e) 18

Comentário:

Sejam  $(4, x + 2, y)$  a P.A e  $(4, x, y)$  a P.G. Temos então:

$$\begin{cases} 2(x+2) = 4 + y \\ x^2 = 4y \end{cases}$$

Pela primeira equação,  $y = 2x$  e substituindo na segunda, ficamos com  $x^2 = 8x$ . Como os terceiros termos são positivos,  $x$  não pode ser 0, e então  $x = 8$ , o que nos dá  $y = 16$ .

Resposta: D

## 6 - Representações Simétricas na PG

Para progressões geométricas, podemos fazer uma representação análoga à que fizemos para progressões aritméticas. Entretanto, estas representações para PG's costumam ser úteis apenas quando nos é fornecido o produto dos termos. Para 4 termos, a representação não costuma ser útil.

3 termos:  $\left(\frac{x}{q}, x, x.q\right)$

**Em muitos problemas, o melhor a se fazer é trabalhar com a definição, por exemplo, em uma PG de 3 termos, trabalharmos com  $(x, xq, xq^2)$ .**

## 7 - Soma dos Termos Consecutivos de uma Pg Finita

Estamos interessados agora em calcular a soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica:  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . Podemos reescrever esta soma em função do primeiro termo e da razão, obtendo  $S_n = a_1 + a_1.q + a_1.q^2 + \dots + a_1.q^{n-1}$ .



Para  $q = 1$ , a soma é simplesmente  $n \cdot a_1$ , pois teremos uma PG constante.

Para  $q \neq 1$ , multiplicaremos  $S_n$  por  $q$  (esta ideia é bastante útil):

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n q = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^n$$

Subtraindo as duas igualdades, obtemos:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

## 8 - Produto dos Termos Consecutivos de uma PG Finita

Podemos também calcular o produto dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica:

$P_n = a_1 a_2 \dots a_n$ . Há duas maneiras de lidarmos com este produto:

### I) Pelo termo geral:

Temos  $a_2 = a_1 q$ ,  $a_3 = a_1 q^2$ , ...,  $a_n = a_1 q^{n-1}$  e então  $P_n = a_1^n \cdot q^{1+2+\dots+n-1}$ . Usando a fórmula da soma dos termos de uma PA, obtemos

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

### II) Explorando a simetria:

Para a PG, temos uma propriedade similar à que temos em PA:  $a_1 a_n = a_2 a_{n-1} = \dots = a_n a_1$ . desta maneira, podemos escrever utilizando o truque de Gauss:

$$P_n = a_1 a_2 \dots a_n$$

$$P_n = a_n a_{n-1} \dots a_1$$

Multiplicando as duas igualdades, obtemos:



$$P_n^2 = (a_1 a_n)^n$$

A primeira relação obtida é mais utilizada que a segunda, pois na segunda, a presença do termo  $P_n^2$  requer atenção com o sinal na hora de extrair possivelmente uma raiz quadrada.

## 9 - Soma dos Termos de uma PG Infinita

**Teorema:** Se  $(a_1, a_2, \dots)$  é uma progressão geométrica infinita com razão  $q$ , tal que  $|q| < 1$ , temos que:

$$S_\infty = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots = \frac{a_1}{1-q}$$

## 10 - Interpolação Geométrica

Interpolar  $k$  meios geométricos entre os números  $a$  e  $b$  significa obter uma PG de extremos  $a_1 = a$  e  $a_n = b$ , com  $n = k + 2$  termos. Ou seja, queremos neste caso, inserir determinados números entre outros dois que, por sua natureza, irão formar um PG.

Para determinar os meios dessa PG é necessário calcular a razão. Assim, temos:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow b = a \cdot q^{k+1} \Rightarrow q = \sqrt[k+1]{\frac{b}{a}}$$

**Interpolar 8 meios geométricos (reais) entre 5 e 2560.**

**Comentário:**

Formemos uma PG com 10 termos, já que queremos inserir 8 entre outros dois já existentes, em que  $a_1 = 5$  e  $a_{10} = 2560$ . Temos:

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9 \Rightarrow q = \sqrt[9]{\frac{a_{10}}{a_1}} = \sqrt[9]{\frac{2560}{5}} = \sqrt[9]{512} = 2$$



Então: a PG é (5, 10, 20, 40, 80, 160, 320, 640, 1280, 2560)

TOME NOTA!



A produto dos  $n$  termos de uma sequência também pode ser representada dessa forma:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n = \prod_{i=1}^n a_i$$

$\prod$  é o símbolo usado para representar o produtório de uma sequência. Ela parte do termo de índice  $i = 1$  e vai até o termo de índice  $n$ .

## 11 – Progressão Aritmética Geométrica (PAG)

Entre as sequências, podemos ter uma que é a união de uma PA com uma PG. Essa sequência chama-se progressão aritmética geométrica. O termo geral de uma PAG é dado por:

$$a_n = [a_1 + (n - 1) \cdot r] \cdot q^{n-1}$$

Para exemplificar o conceito acima, vamos imaginar uma sequência formada por frações em que os numeradores formam uma PA de razão 1 (1, 2, 3, 4, 5, ...) e os denominadores formam uma PG de razão 2 (1, 2, 4, 8, 16, ...). Certamente, essa sequência será uma PAG. Veja sua representação:

$$\text{PAG: } \frac{1}{1} + \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \dots$$

Ufa...quanta coisa, não guerreiro??!!

Tenho certeza que o tema desta aula será objeto de prova sua. Assim, solicito que pratique bastante. Caso persista alguma dúvida, por não ser tão simples o conteúdo, pode entrar em contato!!

Passamos agora aos exercícios de provas anteriores! Vamos nessa?



## 5 - Lista de Questões



1. Escreva os 4 primeiros termos das seqüências infinitas dadas por:

a)  $a_n = \frac{n}{n+1}$

b)  $a_n = (-1)^n$

02. Escreva os 5 primeiros termos das seqüências infinitas por:

a)

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = a_{n-1} + 2n \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_n = 2a_{n-1} + 4 \quad (n \geq 2) \end{cases}$$

03. Seja a seqüência infinita cujo termo geral é

$$a_n = 3n - 4$$

Determine:

a)  $a_6$

b)  $a_{k+1}$





---

04. Dê os termos gerais das seguintes sequências:

a) (2;4;6;8;10;12;...)

b) (2;4;8;16;32;64;...)

---

05. Determine o oitavo termo de uma PA onde  $a_5 = 6$  e  $a_{17} = 30$ .

---

06. Seja a PA de domínio  $E = \{1;2;3;4\}$  cujo termo geral é  $a_n = 2n - 1$

a) qual é a razão dessa PA?

b) quais são os termos dessa PA?

---

07. Numa PA de termos  $a_3 = 11$  e  $a_7 = 27$ . Determine  $a_1$  e  $r$ .

---

08. Numa PA de razão  $r = -3$ , o 17º termo é igual a 20% do 1º termo. Escreva os 4 primeiros termos da PA

---

09. Interpole 4 meios aritméticos entre -3 e 22

---

10. Um capital de R\$ 200,00 foi colocado a juros simples de 3% ao mês. Qual o montante após 47 meses?

---



11. Sabendo que os números 12, 32 e 40 são termos de uma PA crescente, determine os possíveis valores de razão  $r$ .

---

12. Quantos múltiplos de 7 há entre 12 e 864?

---

13. Os três termos de uma sequência são proporcionais aos números 3, 5 e 9. Somando 4 ao termo do meio, a nova sequência é uma PA. Determine a sequência inicial.

---

14. Determine uma PA de três termos cuja soma é 9 e cujo produto é igual a 15.

---

15. (EEAr) As sequências  $(x; 3; y)$ , e  $(y; \sqrt{5}; x)$ , são, respectivamente, progressões aritmética e geométrica. Se a progressão aritmética é crescente, a razão da progressão geométrica é:

a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

b)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

c)  $\sqrt{5}$

d)  $2\sqrt{5}$

---

16. (EEAr) Sejam  $a$ ;  $b$  e  $c$  termos consecutivos de uma PG, todos positivos. Se  $a < b < c$  e  $a = m-1$ ,  $b = m+5$  e  $c = 11m-1$ , então o valor de  $a + b + c$  é:

a) 40

b) 42

c) 44



d) 46

---

17. (EEAr) O valor de mercado de um automóvel é alterado a cada mês com um acréscimo de 1% em relação ao mês anterior. A sequência de valores do automóvel, a cada mês, forma uma progressão:

- a) aritmética de razão 0,1.
- b) aritmética de razão 0,01.
- c) geométrica de razão 1,1.
- d) geométrica de razão 1,01.

---

18. (EEAr) Na sequência (1; 1; 2; 3; ...), onde  $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ , o nono termo é:

- a) 34
- b) 21
- c) 43
- d) 28

---

19. (EEAr) Numa progressão geométrica de 6 termos positivos, a soma de  $a_2$  e  $a_4$  é 6, e a soma de  $a_4$  e  $a_6$  é 12. A razão dessa P.G. é

- a) 2
- b)  $\sqrt{2}$
- c)  $-\sqrt{2}$
- d) - 2

---

20. (EEAr) Numa progressão aritmética, o primeiro termo é  $10x - 9y$ , o último termo é  $y$ , e a razão é  $y-x$ . Sendo  $x \neq y$ , o número de termos dessa P.A. é

- a) 8



- b) 9
  - c) 10
  - d) 11
- 

21. (EEAr) Tanto numa P.A. quanto numa P.G., os números 3 e 243 são, respectivamente, a razão e o 6º termo. O produto do 1º termo da P.G. pelo 3º termo da P.A. é

- a) 702
  - b) 693
  - c) 234
  - d) 231
- 

22. (EEAr) Sabe-se que a sequência  $(x; y; 10)$  é uma P.A. e a sequência  $\left(\frac{1}{y}, 2, 3x+4\right)$  é uma P.G.

Nessas condições, é correto afirmar que:

- a) a razão da P.A. é 2.
  - b) a razão da P.G. é 26.
  - c)  $x + y = 0$ .
  - d)  $x \cdot y = -16$ .
- 

23. (EEAr) Se em uma P.G. de três termos reais o produto e a soma dos termos são, respectivamente, 216 e 26, então a soma dos dois primeiros termos dessa P.G., quando decrescente, é

- a) 24
- b) 20
- c) 18
- d) 8



---

24. (EEAr) Se  $(x+3; 2x-1; x+5)$  é uma P.A., então a soma dos três termos dessa P.A. é

- a) -13
- b) 15
- c) 19
- d) 27

---

25. (EEAr) A soma dos vinte primeiros termos da PA cujo termo geral tem para expressão  $a_n = 3n + 5$  é

- a) 657
- b) 730
- c) 803
- d) 1460

---

26. (EEAr) Ao se efetuar a soma de 50 primeiras parcelas da P.A.  $202 + 206 + 210 + \dots$ , por distração, não foi somada a 35ª parcela. A soma encontrada foi

- a) 11050
- b) 14550
- c) 14662
- d) 24450

---

27. (EEAr) A solução da equação  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = \dots = 2$  é

- a)  $\frac{3}{2}$
- b)  $\frac{1}{2}$



- c) -1
  - d) indeterminada
- 

28. (EEAr) O termo geral de uma PA é  $a_n = 3n - 16$ . A soma de seus 10 primeiros termos é

- a) 18
  - b) 14
  - c) 5
  - d) -6
- 

29. (EEAr) Uma P.G. de razão  $\sqrt{3}$ , tem cinco termos. Se o último termo é  $9\sqrt{3}$ , então o primeiro é

- a)  $\sqrt{3}$
  - b)  $5\sqrt{3}$
  - c) 3
  - d)  $\frac{1}{3}$
- 

30 (EEAr) Na PG  $(y, 2y + 2, 3y + 3, \dots)$ , o 4º termo, que é diferente de zero, vale:

- a) 2
  - b)  $\frac{3}{2}$
  - c) -4
  - d)  $\frac{-27}{2}$
- 

31. (EEAr) Numa P.A., o 10º termo e a soma dos 30 primeiros termos valem, respectivamente, 26 e 1440. A razão dessa progressão é

- a) 2
- b) 3



- c) 4
  - d) 6
- 

32. (EEAr) A soma dos infinitos termos da P.G.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \dots\right)$  é

- a)  $\frac{3}{2}$
  - b)  $\frac{2}{3}$
  - c)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
  - d)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- 

33. (EEAr) Inscrevendo-se nove meios aritméticos entre 15 e 45, obtém-se uma PA cujo sexto termo é

- a) 25
  - b) 30
  - c) 33
  - d) 42
- 

34. (EEAr) Se a sequência  $(x; 3x + 2; 10x + 12)$  é uma PG de termos não nulos, então  $x^2$  é

- a) 1
  - b) 4
  - c) 9
  - d) 16
- 

35. (EEAr) Na PA decrescente  $(18; 15; 12; 9; \dots)$ , o termo igual a -51 ocupa a posição

- a) 30
- b) 26



- c) 24
- d) 18

---

36. (EEAr) Em uma PA cuja razão é igual ao seu primeiro termo, tem-se  $a_3 + a_7 = 5$ . Assim, a razão dessa PA é

- a) 0,5
- b) 2,5
- c) 2
- d) 1

---

37 (EEAr) Considere esses quatro valores  $x, y, 3x, 2y$  em PA crescente. Se a soma dos extremos é 20, então o terceiro termo é

- a) 9
- b) 12
- c) 15
- d) 18

---

38 (ESA) O valor de  $x$  tal que  $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^x = 3^{30}$  é:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 12
- e) 13

---

39 (ESA). Numa progressão aritmética (PA) de nove termos, a soma dos dois primeiros termos é igual a 20 e a soma do sétimo e oitavo termos é 140. A soma de todos os termos desta PA é:

- a)  $S_n = 320$
- b)  $S_n = 405$





- c)  $S_n = 395$
- d)  $S_n = 435$
- e)  $S_n = 370$

---

40 (ESA). Em uma progressão aritmética, o primeiro termo é 5 e o décimo primeiro termo é 45. Pode-se afirmar que o sexto termo é igual a

- a) 15
- b) 21
- c) 25
- d) 29
- e) 35

---

41 (ESA). Encontre o valor numérico da expressão  $E = 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7$ .

- a)  $11^8$
- b)  $11^{14}$
- c)  $11^{77}$
- d)  $121^7$
- e)  $121^{77}$

---

42 (ESA). Em um treinamento de condicionamento físico, um soldado inicia seu primeiro dia correndo 800m. No dia seguinte corre 850m. No terceiro 900m e assim sucessivamente até atingir a meta diária de 2200m. Ao final de quantos dias, ele terá alcançado a meta?

- a) 31
- b) 29
- c) 27
- d) 25



e) 23

---

43 (ESA). Em uma Progressão Aritmética com 6 termos, temos que a soma de seus termos é igual a 102 e seu último termo é 27. Com base nessas informações, a razão dessa progressão é:

- a) 3
  - b) 5
  - c) 11
  - d) 4
  - e) 7
- 

44 (ESA). Em uma progressão aritmética cujo primeiro termo é 1, 87 e a razão é 0, 004, temos que a soma dos seus dez primeiros é igual a:

- a) 18,88
  - b) 9,5644
  - c) 9,5674
  - d) 18,9
  - e) 18,99
- 

45 (ESA). Em uma Progressão Aritmética, o décimo termo vale 16 e o nono termo é 6 unidades maior do que o quinto termo. Logo, o décimo segundo termo vale:

- a) 16, 5
  - b) 17, 0
  - c) 19, 0
  - d) 19, 5
  - e) 17, 5
- 



(EsPCEEx-2000) QUESTÃO 46

Sendo  $a$ ,  $b$  e  $c$ , nesta ordem, termos de uma progressão aritmética em que  $a \cdot c = 24$  e  $A$ ,  $B$  e  $C$ , nesta ordem, termos de uma progressão geométrica em que  $A = a$ ,  $B = c$  e  $C = 72$ , então o valor de  $b$  é:

- a) 4
  - b) 5
  - c) 6
  - d) 7
  - e) 8
- 

(EsPCEEx-2001) QUESTÃO 47

Atribuindo-se um valor a cada letra da sigla ESPCEX, de modo que as letras "E", "S", "P", "C" e "X" formem nessa ordem uma progressão geométrica e que  $E \cdot P \cdot C + E \cdot S \cdot X = 8$ , pode-se afirmar que o produto  $E \cdot P \cdot C \cdot E \cdot S \cdot X$  vale:

- a) 10
  - b) 26
  - c) 20
  - d) 24
  - e) 16
- 

(EsPCEEx-2001) QUESTÃO 48

Uma progressão aritmética tem razão  $r = -10$ , sabendo que seu 100º (centésimo) termo é zero, pode-se afirmar que seu 14º (décimo quarto) termo vale:

- a) 120
  - b) 990
  - c) 860
  - d) 130
  - e) 870
- 

(EsPCEEx-2001) QUESTÃO 49



A seqüência de números reais  $a, b, c, d$  forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110, a seqüência de números reais  $a, b, e, f$  forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. A soma  $d + f$  é igual a:

- a) 142
  - b) 132
  - c) 120
  - d) 102
  - e) 96
- 

(EsPCEEx-2002) QUESTÃO 50

Os números  $a, b$  e  $c$  determinam, nessa ordem, uma progressão aritmética (PA) de razão  $r (r \neq 0)$ . Na ordem  $b, a, c$  determinam uma progressão geométrica (PG). Então a razão da PG é:

- a) -3
  - b) -2
  - c) -1
  - d) 1
  - e) 2
- 

(EsPCEEx-2002) QUESTÃO 51

Na tabela abaixo, em que os números das linhas 1 e 2 encontram-se em progressão aritmética, seja  $n$  o número da coluna em que pela primeira vez o número  $b_n$  da linha 2 é maior que o  $a_n$  da linha 1.

	1	2	3	4	...	n
Linha 1	1000	1004	1008	1012	...	$a_n$
Linha 2	20	27	34	41	...	$b_n$

A soma dos algarismos de  $n$  é:

- a) 13
  - b) 12
  - c) 11
  - d) 10
  - e) 9
- 



(EsPCEEx-2003) QUESTÃO 52

Se  $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$ , para todo  $n$  inteiro e positivo, então  $\frac{S_{1003}}{3}$  é igual a:

- a) 668
  - b) 567
  - c) 334
  - d) 424
  - e) 223
- 

(EsPCEEx-2004) QUESTÃO 53

O sexto termo de uma progressão geométrica é igual a  $b$ , e o sétimo termo é igual a  $c$ . Se o primeiro termo desta progressão é diferente de zero e a razão maior que um, então o primeiro termo é igual a:

- a)  $\frac{c}{b}$
  - b)  $\frac{b^3}{c^4}$
  - c)  $\frac{b}{c}$
  - d)  $\frac{b^6}{c^5}$
  - e)  $\frac{b^4}{c^3}$
- 

(EsPCEEx-2004) QUESTÃO 54

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , uma função definida por  $f(x) = 2x - 3$ , sendo a soma  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(100)$  é igual a:

- a) 9700
- b) 9800
- c) 9900
- d) 9600
- e) 10000



(EsPCEEx-2005) QUESTÃO 55

Uma cooperativa compra a produção de pequenos artesãos e a revende para atacadistas com um lucro de 40%. Por sua vez, os atacadistas repassam esse produto para os lojistas com um lucro de 40%. Os lojistas vendem o mesmo produto para o consumidor e lucram, também, 40%.

Considerando que lucro é a diferença entre o preço de venda e o preço de compra, pode-se afirmar que os preços de compra do produto, efetuados pela cooperativa, pelos atacadistas, pelos lojistas e pelo consumidor, nessa ordem,

- a) formam uma progressão aritmética de razão 0,4.
- b) formam uma progressão geométrica de razão 1,4.
- c) formam uma progressão aritmética de razão 40.
- d) formam uma progressão geométrica de razão 0,4.
- e) não formam progressão aritmética nem geométrica.

(EsPCEEx-2007) QUESTÃO 56

O valor de  $x$  que satisfaz a equação  $x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + \dots = 243$ , em que o primeiro membro é uma P.G. infinita, é:

- a) 27
- b) 30
- c) 60
- d) 81
- e) 90

(EsPCEEx-2010) QUESTÃO 57

Um menino, de posse de uma porção de grãos de arroz, brincando com um tabuleiro de xadrez, colocou um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, oito grãos na quarta casa e continuou procedendo desta forma até que os grãos acabaram, em algum momento, enquanto ele preenchia a décima casa. A partir dessas informações, podemos afirmar que a quantidade mínima de grãos de arroz que o menino utilizou na brincadeira é:

- a) 480



- b) 511
- c) 512
- d) 1023
- e) 1024

---

(EsPCEEx-2012) QUESTÃO 58

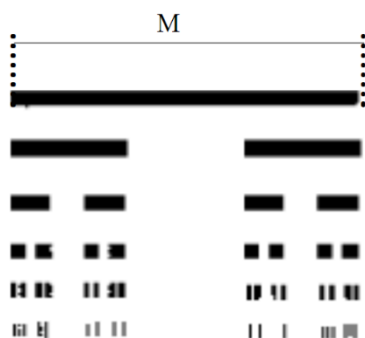
Em uma progressão aritmética, a soma  $S_n$  de seus  $n$  primeiros termos é dada pela expressão  $S_n = 5n^2 - 12n$ , com  $n \in \mathbb{N}^*$ . A razão dessa progressão é:

- a) -2
- b) 4
- c) 8
- d) 10
- e) 12

---

(EsPCEEx-2012) QUESTÃO 59

Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura abaixo segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento  $m$  na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento  $m$  é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento  $m$ , esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é:

- a)  $3m$
- b)  $4m$



- c) 5m
- d) 6m
- e) 7m

(EsPCEEx-2013) QUESTÃO 60.

Os números naturais ímpares são dispostos como mostra o quadro:

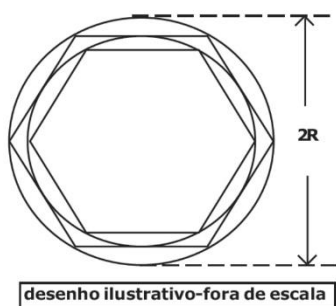
1ª linha:	1						
2ª linha:	3	5					
3ª linha:	7	9	11				
4ª linha:	13	15	17	19			
5ª linha:	21	23	25	27	29		
	...	...	...	...	...	...	...

O primeiro elemento da 43ª linha, na horizontal, é:

- a) 807
- b) 1007
- c) 1307
- d) 1507
- e) 1807

EsPCEEx-2015) QUESTÃO 61

Considere o seguinte procedimento: em uma circunferência de diâmetro  $2R$ , inscreve-se um hexágono regular para, em seguida, inscrever neste polígono uma segunda circunferência. Tomando esta nova circunferência, o processo é repetido gerando uma terceira circunferência.



Caso este procedimento seja repetido infinitas vezes, a soma dos raios de todas as circunferências envolvidas nesse processo é igual a:



- a)  $2R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
  - b)  $4R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
  - c)  $4R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$
  - d)  $R(2 + \sqrt{3})$
  - e)  $2R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$
- 

(EsPCEEx-2016) QUESTÃO 62

A sequência  $(a_1, a_2, \dots, a_{10})$  onde  $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = \frac{9}{2}, \dots, a_{10} = \frac{1025}{2}$  é de tal forma que para cada  $n \in \{1, 2, \dots, 10\}$  temos que  $a_n = b_n + c_n$ , onde  $(b_1, b_2, \dots, b_{10})$  é uma P.G. com  $b_1 \neq 0$  e de razão  $q \neq \pm 1$  e  $(c_1, c_2, \dots, c_{10})$  é uma P.A. constante.

Podemos afirmar que  $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$  é igual a:

- a) 98
  - b) 172
  - c) 260
  - d) 516
  - e) 1028
- 

(EFOMM-2005) QUESTÃO 63

A soma dos termos da progressão  $2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, \dots, 2^{-10}$  é:

- a)  $2^{-(1+2+3+\dots+10)}$
  - b)  $2^{-1024}$
  - c)  $1024^{-1}$
  - d)  $\frac{513}{1024}$
  - e)  $\frac{1023}{1024}$
- 



(EFOMM-2006) QUESTÃO 64

Os 3 primeiros termos de uma progressão geométrica são  $a_1 = \sqrt{2}$ ,  $a_2 = \sqrt[3]{2}$  e  $a_3 = \sqrt[6]{2}$ . O quarto termo é:

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
  - b) 1
  - c)  $\sqrt[8]{2}$
  - d)  $\sqrt[9]{2}$
  - e)  $\frac{1}{2}$
- 

(EFOMM-2006) QUESTÃO 65

Se o 5º número de uma P.A. de 9 termos é 16, então a soma de seus termos será:

- a) 76
  - b) 96
  - c) 144
  - d) 176
  - e) 196
- 

(EFOMM-2009) QUESTÃO 66

A progressão geométrica  $(x-3, x+1, \dots)$  de termos reais não nulos admite um limite para a soma dos seus infinitos termos se, e somente se,

- a)  $x > 1$
  - b)  $x < 1$
  - c)  $x > 3$
  - d)  $x < 3$
  - e)  $1 < x < 3$
- 

(EFOMM-2009) QUESTÃO 67



Em uma progressão aritmética cujos números de termos são ímpares, a soma dos termos de ordem ímpar é 573, e a soma dos termos de ordem par é 549. Quanto vale a soma de dois termos equidistantes dos extremos dessa progressão?

- a) 12
  - b) 24
  - c) 48
  - d) 56
  - e) 684
- 

(EFOMM-2009) QUESTÃO 68

Todos os anos uma fábrica aumenta a produção em uma quantidade constante. No 5º ano de funcionamento, ela produziu 1460 peças, e no 8º ano, 1940. Quantas peças, então, ela produziu no 1º ano de funcionamento?

- a) 475
  - b) 520
  - c) 598
  - d) 621
  - e) 820
- 

(EFOMM-2010) QUESTÃO 69

A expressão  $6 \cdot n + n^2$  representa a soma dos  $n$  primeiros termos de uma sequência numérica. É correto afirmar que essa sequência é uma progressão:

- a) aritmética de razão 3.
  - b) aritmética de razão 4.
  - c) aritmética de razão 2.
  - d) geométrica de razão 4.
  - e) geométrica de razão 2
- 

(EFOMM-2011) QUESTÃO 70



Se a sequência de inteiros positivos  $(2, x, y)$  é uma progressão geométrica e  $(x+1, y, 11)$  uma progressão aritmética, então, o valor de  $x+y$  é:

- a) 11
  - b) 12
  - c) 13
  - d) 14
  - e) 15
- 

(EFOMM-2012) QUESTÃO 71.

Considere a sequência cujo termo geral é dado por  $a_n = 4^{3-n} + i4^{4-n}, n \in \mathbb{N}^*$ . Se  $i$  é a unidade imaginária, o módulo da soma dos infinitos termos dessa sequência é:

- a)  $\frac{2\sqrt{7}}{3}$
  - b)  $\frac{(2^2)\sqrt{7}}{3}$
  - c)  $\frac{(2^3)\sqrt{7}}{3}$
  - d)  $\frac{(2^4)\sqrt{7}}{3}$
  - e)  $\frac{(2^6)\sqrt{7}}{3}$
- 

(EFOMM-2014) QUESTÃO 72

O limite da soma da expressão  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \dots$  é igual a:

- a)  $\frac{1}{7}$
- b)  $\frac{2}{7}$
- c)  $\frac{3}{7}$
- d)  $\frac{4}{7}$



e)  $\frac{5}{7}$

---

(EFOMM-2015) QUESTÃO 73

O conjunto de todos os números reais  $q > 1$ , para os quais  $a_1, a_2$  e  $a_3$  formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão  $q$ , com primeiro termo 2 e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

a)  $\left[ -1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right[$

b)  $\left] 1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right[$

c)  $\left] -1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \right[$

d)  $\left] -1, \frac{1+\sqrt{5}}{4} \right[$

e)  $\left] -1, 1+\sqrt{5} \right[$

---

(EFOMM-2015) QUESTÃO 74.

Os números reais positivos  $a_1, a_2, \dots, a_n$  formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão  $q$ . Nesse caso, é correto afirmar que a sequência  $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_n$  forma:

a) uma progressão geométrica crescente, se  $q > 1$ .

b) uma progressão aritmética crescente, se  $q > 1$ .

c) uma progressão geométrica decrescente, se  $0 < q < 1$ .

d) uma progressão aritmética crescente, se  $0 < q < 1$ .

e) uma progressão aritmética crescente, desde que  $q > 0$ .

---

(EFOMM-2016) QUESTÃO 75

Numa progressão geométrica crescente, o 3º termo é igual à soma do triplo do 1º termo com o dobro do 2º termo. Sabendo que a soma desses três termos é igual a 26, determine o valor do 2º termo.



- a) 6
  - b) 2
  - c) 3
  - d) 1
  - e)  $\frac{26}{7}$
- 

(EFOMM-2016) QUESTÃO 76

Seja um quadrado de lado 2. Unindo os pontos médios de cada lado, temos um segundo quadrado. Unindo os pontos médios do segundo quadrado, temos um terceiro quadrado, e assim sucessivamente. O produto das áreas dos dez primeiros quadrados é:

- a)  $2^{-\frac{9}{2}}$
  - b)  $2^{-\frac{25}{2}}$
  - c)  $2^{-\frac{45}{2}}$
  - d)  $2^{-45}$
  - e)  $2^{-25}$
- 

(EFOMM-2016) QUESTÃO 77

Um garrafão contém 3 litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea. Retira-se, a seguir, um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água, e assim por diante. A quantidade de vinho, em litros, que resta no garrafão, após 5 dessas operações, é aproximadamente igual a:

- a) 0,396
- b) 0,521
- c) 0,676
- d) 0,693
- e) 0,724



Fechamos aqui a nossa lista de exercícios de PA e PG. Ressalto que abaixo farei o comentário das questões trabalhadas em aula. Lembro-vos que a lista de questões até a de número 12 já foram comentadas no decorrer da aula. Assim, começaremos a partir da 13, OK..??

Lembro ainda que lançarei um pdf só de questões da sua banca, para que aí sim possa fazer testar o padrão da sua prova!! Sem mais, vamos nessa!!

## 6 - Questões Comentadas



13. Os três termos de uma sequência são proporcionais aos números 3, 5 e 9. Somando 4 ao termo do meio, a nova sequência é uma PA. Determine a sequência inicial.

### Comentário:

Seja  $(x; y; z)$  a sequência;  $x$ ,  $y$  e  $z$  são proporcionais aos números 3, 5 e 9, isto é

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{9} = k$$

E portanto  $\begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \\ z = 9k \end{cases}$

Podemos, então, representar a sequência por:

$(3k; 5k; 9k)$

Somando 4 ao termo do meio, a nova sequência é:

$(3k; 5k + 4; 9k)$

Sendo ela uma PA, temos:



$$5k + 4 = \frac{3k + 9k}{2}$$

Resolvendo esta equação, obtemos  $k = 4$  e, portanto:  $x = 12$ ,  $y = 20$  e  $z = 36$ .

A sequência original é assim: (12; 20; 36)

14. Determine uma PA de três termos cuja soma é 9 e cujo produto é igual a 15.

**Comentário:**

$$(x - r) + (x) + (x + r) = 9$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$(x - r)(x)(x + r) = 15$$

$$(3 - r)(3)(3 + r) = 15$$

$$r^2 = 4$$

$$r = \pm 2$$

$$\text{Para } r = 2 \begin{cases} x - r = 1 \\ x = 3 \\ x + r = 5 \end{cases} \text{ e a PA é } (1; 3; 5)$$

$$\text{Para } r = -2 \begin{cases} x - r = 5 \\ x = 3 \\ x + r = 1 \end{cases} \text{ e a PA é } (5; 3; 1)$$

15. (EEAr) As sequências  $(x; 3; y)$ , e  $(y; \sqrt{5}; x)$ , são, respectivamente, progressões aritmética e geométrica. Se a progressão aritmética é crescente, a razão da progressão geométrica é:

a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

b)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

c)  $\sqrt{5}$





d)  $2\sqrt{5}$

**Comentário:**

$$\begin{array}{l} (x; 3; y) \quad (y; \sqrt{5}; x) \\ PA \Rightarrow 3 = \frac{x+y}{2} \Rightarrow x+y = 6 \\ PG \Rightarrow \sqrt{5} = \sqrt{x \cdot y} \Rightarrow x \cdot y = 5 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (x; 3; y) \\ PA \\ PG \end{array}} \right\}$$

Logo,  $x = 1$  e  $y = 5$

Assim:  $\frac{\sqrt{5}}{5} \rightarrow$  Razão

**Gabarito: A**

16. (EEAr) Sejam  $a$ ;  $b$  e  $c$  termos consecutivos de uma PG, todos positivos. Se  $a < b < c$  e  $a = m-1$ ,  $b = m+5$  e  $c = 11m-1$ , então o valor de  $a + b + c$  é:

- a) 40
- b) 42
- c) 44
- d) 46

**Comentário:**



PG:

$$(m+5) = \sqrt{(m-1)(11m-1)}$$

$$(m+5)^2 = (m-1)(11m-1)$$

$$m^2 + 10m + 25 = 11m^2 - 3 - 11m + 1$$

$$10m^2 - 22m - 24 = 0$$

$$5m^2 - 11m - 12 = 0$$

$$\frac{11 \pm \sqrt{121 + 240}}{10}$$

$$x_1 = \frac{11 + \sqrt{361}}{10} = \frac{11 + 19}{10} = 3$$

$$x_2 = \frac{11 - \sqrt{361}}{10} = \frac{11 - 19}{10} = \frac{-9}{10}$$

$$a = m - 1 \rightarrow 3 - 1 = 2$$

$$b = m + 5 \rightarrow 3 + 5 = 8$$

$$c = 11m - 1 \rightarrow 11 \cdot 3 - 1 = 32$$

$$S = 42$$

### Gabarito: B

17. (EEAr) O valor de mercado de um automóvel é alterado a cada mês com um acréscimo de 1% em relação ao mês anterior. A sequência de valores do automóvel, a cada mês, forma uma progressão:

- a) aritmética de razão 0,1.
- b) aritmética de razão 0,01.
- c) geométrica de razão 1,1.
- d) geométrica de razão 1,01.

### Comentário:



$$a_1 = x$$

$$a_2 = x = \frac{x}{100} = \frac{101x}{100} = 1,01x$$

$$PG: \frac{a_2}{a_1} = \frac{1,01x}{x} = 1,01 \Rightarrow \text{valor da razão PG}$$

$$PA: 1,01x - x = 0,01x \Rightarrow \text{valor da razão PA}$$

Como no enunciado o 1% é em relação ao ano anterior, temos aí uma operação de multiplicação, que nos remete a uma PG. Logo, será uma PG de razão 1,01.

### Gabarito: D

---

18. (EEAr) Na sequência (1; 1; 2; 3; ...), onde  $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$ , o nono termo é:

- a) 34
- b) 21
- c) 43
- d) 28

### Comentário:

1 1 2 3 5 8 13 21 **34** 55

A sequência acima é a simples aplicação da Sequência de Fibonacci, no qual o próximo termo a partir do terceiro é sempre igual à soma dos dois anteriores.

### Gabarito: A

---

19. (EEAr) Numa progressão geométrica de 6 termos positivos, a soma de  $a_2$  e  $a_4$  é 6, e a soma de  $a_4$  e  $a_6$  é 12. A razão dessa P.G. é

- a) 2



b)  $\sqrt{2}$

c)  $-\sqrt{2}$

d)  $-2$

**Comentário:**

$$a_2 + a_4 = 6 \Rightarrow a_4 \left( \frac{1}{q^2} + 1 \right) = 6$$

$$a_4 + a_6 = 12 \Rightarrow a_4 (1 + q^2) = 12$$

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5$$

Substituindo:

$$a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^3 = 6$$

$$a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^5 = 12 \rightarrow q^2 (a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^3) = 12 \rightarrow q^2 \cdot 6 = 12 \Rightarrow q^2 = 2 \rightarrow q = \sqrt{2}$$

**Gabarito: B**

---

20. (EEAr) Numa progressão aritmética, o primeiro termo é  $10x - 9y$ , o último termo é  $y$ , e a razão é  $y - x$ . Sendo  $x \neq y$ , o número de termos dessa P.A. é

a) 8

b) 9

c) 10

d) 11

**Comentário:**



$$a_1 = 10x - 9y$$

$$a_n = y$$

$$r = y - x$$

$$y = 10x - 9y + (n-1)(y-x)$$

$$-10x + 10y = (n-1)(y-x)$$

$$10(y-x) = (n-1)(y-x)$$

$$n = 11$$

### Gabarito: D

---

21. (EEAr) Tanto numa P.A. quanto numa P.G., os números 3 e 243 são, respectivamente, a razão e o 6º termo. O produto do 1º termo da P.G. pelo 3º termo da P.A. é

- a) 702
- b) 693
- c) 234
- d) 231

### Comentário:

$$r = 3$$

$$q = 3$$

$$a_6 = 243$$

$$a_6 = a_3 + (6-3).r$$

$$243 = a_3 + 3.3$$

$$a_3 = 234$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5$$

$$243 = a_1 \cdot 3^5$$

$$a_1 = 1$$

Logo, o produto fica;  $234 \cdot 1 = 234$ .

### Gabarito: C

---

22. (EEAr) Sabe-se que a sequência  $(x; y; 10)$  é uma P.A. e a sequência  $\left(\frac{1}{y}, 2, 3x+4\right)$  é uma P.G.

Nessas condições, é correto afirmar que:



- a) a razão da P.A. é 2.
- b) a razão da P.G. é 26.
- c)  $x + y = 0$ .
- d)  $x \cdot y = -16$ .

**Comentário:**

$$PA : (x; y; 10)$$

$$PG : \left(\frac{1}{y}; 2; 3x + 4\right)$$

$$2y = x + 10 \rightarrow PA \text{ de } 3 \text{ termos}$$

$$4 = \left(\frac{3x + 4}{y}\right) \rightarrow PG \text{ de } 3 \text{ termos}$$

$$4y = 3x + 4 \rightarrow \text{sabemos que: } 4y = 2(2y) \text{ ; sendo } 2y = x + 10$$

$$2x + 20 = 3x + 4$$

$$x = 16$$

$$2y = 26$$

$$y = 13$$

Fazendo as devidas substituições de variáveis, podemos perceber que a letra B é VERDADEIRA.

**Gabarito: B**

---

23. (EEAr) Se em uma P.G. de três termos reais o produto e a soma dos termos são, respectivamente, 216 e 26, então a soma dos dois primeiros termos dessa P.G., quando decrescente, é

- a) 24
- b) 20
- c) 18
- d) 8

**Comentário:**



$$x \cdot y \cdot z = 216 \rightarrow y^2 = x \cdot y$$

$$x + y + z = 26$$

$$y^3 = 216$$

$$y = \sqrt[3]{216}$$

$$y = 6$$

Logo:

$$x + 6 + z = 26$$

$$\begin{cases} x + z = 20 \rightarrow x = 2 \\ x \cdot z = 36 \rightarrow z = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z = 20 \rightarrow x = 2 \\ x \cdot z = 36 \rightarrow z = 18 \end{cases}$$

Logo a PG é do tipo (18; 6; 2), pois deve ser decrescente. Assim, a soma dos dois primeiros resulta um valor igual a 24.

### Gabarito: A

---

24. (EEAr) Se  $(x+3; 2x-1; x+5)$  é uma P.A., então a soma dos três termos dessa P.A. é

- a) -13
- b) 15
- c) 19
- d) 27

### Comentário:

$$2x - 1 = \frac{(x + 3) + (x + 5)}{2}$$

$$4x - 2 = x + 3 + x + 5$$

$$4x - 2x = 8 + 2$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Logo a PA é do tipo (8; 9; 10), bastando apenas fazer a substituição de x pelo 5.



**Gabarito: D**

---

25. (EEAr) A soma dos vinte primeiros termos da PA cujo termo geral tem para expressão  $a_n = 3n + 5$  é

- a) 657
- b) 730
- c) 803
- d) 1460

**Comentário:**

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 \rightarrow \text{fazendo } n = 1$$
$$a_1 = 8$$

$$a_{20} = 3 \cdot 20 + 5 \rightarrow \text{fazendo } n = 20$$
$$a_{20} = 65$$

$$\frac{(65+8) \cdot 20}{2} = 730 \rightarrow \text{utilizando Soma de PA.}$$

**Gabarito: B**

---

26. (EEAr) Ao se efetuar a soma de 50 primeiras parcelas da P.A.  $202 + 206 + 210 + \dots$ , por distração, não foi somada a 35ª parcela. A soma encontrada foi

- a) 11050
- b) 14550
- c) 14662
- d) 24450

**Comentário:**





$$a_1 = 202$$

$$a_2 = 206$$

$$r = 202 - 206$$

$$r = 4$$

$$a_{35} = 202 + (35 - 1) \cdot 4$$

$$a_{35} = 202 + 34 \cdot 4$$

$$a_{35} = 202 + 136$$

$$a_{35} = 338$$

*Assim*

$$a_{50} = 202 + 49 \cdot 4$$

$$a_{50} = 398$$

$$S = \frac{(202 + 398) \cdot 50}{2}$$

$$S = \frac{600 \cdot 50}{2} \Rightarrow S = 15000$$

$$\text{Logo: } 15000 - 238 = 14662$$

Resumindo a conta: encontrei o termo de posição 35, após, fiz a subtração da soma que deveria ser feita dos 50 termos pelo termo esquecido! Ressalto que foi utilizada a fórmula do Termo Geral e a de Soma de PA.

### Gabarito: C

---

27. (EEAr) A solução da equação  $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = \dots = 2$  é

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{1}{2}$

c) -1

d) indeterminada

### Comentário:



Trata-se de uma soma de PG INFINITA.

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = 2$$
$$S = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow S = \frac{1}{1-x} = 2$$

$$1 = 2 - 2x$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

**Gabarito: B**

---

28. (EEAr) O termo geral de uma PA é  $a_n = 3n - 16$ . A soma de seus 10 primeiros termos é

- a) 18
- b) 14
- c) 5
- d) -6

**Comentário:**

$$a_n = 3n - 16$$

$$a_1 = 3 \cdot 1 - 16$$

$$a_1 = -13$$

$$a_{10} = 3 \cdot 10 - 16$$

$$a_{10} = 14$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 - 16$$

$$a_2 = -10$$

*Logo*

$$r = 3$$

$$S = \frac{(-13 + 14) \cdot 10}{2} = 5$$

**Gabarito: C**

---

29. (EEAr) Uma P.G. de razão  $\sqrt{3}$ , tem cinco termos. Se o último termo é  $9\sqrt{3}$ , então o primeiro é

- a)  $\sqrt{3}$



b)  $5\sqrt{3}$

c) 3

d)  $\frac{1}{3}$

**Comentário:**

$$q = 3$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^4 = 9\sqrt{3} \rightarrow a_1 \cdot (\sqrt{3})^4 = 9\sqrt{3} \rightarrow a_1 \cdot 3^2 = 3^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \sqrt{3}$$

**Gabarito: A**

---

30 (EEAr) Na PG  $(y, 2y + 2, 3y + 3, \dots)$ , o 4º termo, que é diferente de zero, vale:

a) 2

b)  $\frac{3}{2}$

c) -4

d)  $\frac{-27}{2}$

**Comentário:**

$(y; 2y + 2; 3y + 3; \dots) \rightarrow$  temos os 3 primeiros termos.

$(2y + 2)^2 = y \cdot (3y + 3) \rightarrow$  usando termo médio.

$$4y^2 + 8y + 4 = 3y^2 + 3y$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0 \rightarrow \text{equação } 2^\circ \text{ grau.}$$

$$y = -4; y = -1 \Rightarrow \text{realizando soma e produto.}$$

Logo

$$(-4; -6; -9; \frac{-27}{2})$$

**Gabarito: D**

---

31. (EEAr) Numa P.A., o 10º termo e a soma dos 30 primeiros termos valem, respectivamente, 26 e 1440. A razão dessa progressão é



- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6

**Comentário:**

$$a_{10} = 26$$

$$S_{30} = 1440$$

$$a_{10} = a_1 + a_r = 26$$

$$a_{30} = a_1 + 29r$$

$$\frac{(a_1 + a_1 + 29r) \cdot 30}{2} = 1440$$

$$2a_1 + 29r = 96$$

$$a_1 + 9r = 26(-2)$$

$$11r = 44$$

$$r = 4$$

**Gabarito: C**

---

32. (EEAr) A soma dos infinitos termos da P.G.  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \dots\right)$  é

- a)  $\frac{3}{2}$
- b)  $\frac{2}{3}$
- c)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- d)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**Comentário:**



$$S = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

**Gabarito: D**

---

33. (EEAr) Inscrevendo-se nove meios aritméticos entre 15 e 45, obtém-se uma PA cujo sexto termo é

- a) 25
- b) 30
- c) 33
- d) 42

**Comentário:**

15;...;45  $\rightarrow$  11 termos

$$a_{11} = a_1 + (n-1).r$$

$$45 = 15 + 10r$$

$$30 = 10r$$

$$r = 3$$

$$a_6 = a_1 + 5.r$$

$$a_6 = 15 + 15$$

$$a_6 = 30$$

**Gabarito: B**

---

34. (EEAr) Se a sequência  $(x; 3x + 2; 10x + 12)$  é uma PG de termos não nulos, então  $x^2$  é

- a) 1
- b) 4
- c) 9
- d) 16

**Comentário:**



$$(x; 3x + 2; 10x + 12)$$

$$(3x + 2)^2 = x \cdot (10x + 12)$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 10x^2 + 12x$$

$$x^2 = 4$$

**Gabarito: B**

---

35. (EEAr) Na PA decrescente (18; 15; 12; 9; ...), o termo igual a -51 ocupa a posição

- a) 30
- b) 26
- c) 24
- d) 18

**Comentário:**

$$(18; 15; 12; 9; \dots)$$

$$r = -3$$

$$a_n = 18 + (n - 1) \cdot r$$

$$-51 = 18 + (n - 1) \cdot (-3)$$

$$-69 = (n - 1) \cdot (-3)$$

$$23 = n - 1$$

$$n = 24$$

**Gabarito: C**

---

36. (EEAr) Em uma PA cuja razão é igual ao seu primeiro termo, tem-se  $a_3 + a_7 = 5$ . Assim, a razão dessa PA é

- a) 0,5
- b) 2,5
- c) 2
- d) 1

**Comentário:**



$$r = a_1$$

$$a_3 = a_1 + 2r \rightarrow 3r$$

$$a_7 = a_1 + 6r \rightarrow 7r$$

$$10r = 5$$

$$r = \frac{1}{2}$$

**Gabarito: A**

---

37 (EEAr) Considere esses quatro valores  $x$ ,  $y$ ,  $3x$ ,  $2y$  em PA crescente. Se a soma dos extremos é 20, então o terceiro termo é

- a) 9
- b) 12
- c) 15
- d) 18

**Comentário:**

$$x \quad y \quad 3x \quad 2y$$

$$2y = x + 3x$$

$$y = 2x \rightarrow \text{relação entre } x \text{ e } y.$$

$$x + 2y = x + 4x = 20 \rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 4$$

$$y = 2x = 2 \cdot 4 = 8$$

$$\text{Assim, } 3x = 3 \cdot 4 = 12$$

**Gabarito: B**

---

38 (ESA) O valor de  $x$  tal que  $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^x = 3^{30}$  é:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 12
- e) 13

**Comentário:**



$$3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^x = 3^{30}$$

$$(4 + 5 + 6 + \dots + x) = 30$$

$$\frac{(x+4) \cdot (x-3)}{2} = 30$$

$$x^2 + x - 12 = 60$$

$$x^2 + x - 72 = 0$$

$$x = -9$$

$$x = 8$$

### Gabarito: C

---

39 (ESA). Numa progressão aritmética (PA) de nove termos, a soma dos dois primeiros termos é igual a 20 e a soma do sétimo e oitavo termos é 140. A soma de todos os termos desta PA é:

a)  $S_n = 320$

b)  $S_n = 405$

c)  $S_n = 395$

d)  $S_n = 435$

e)  $S_n = 370$

### Comentário:

$$a_1 + a_2 = 20$$

$$a_7 + a_8 = 140$$

$$a_1 + a_1 + r = 20$$

$$\begin{cases} 2a_1 + r = 20 \\ 2a_1 + 13r = 140 \\ 12r = 120 \rightarrow r = 10 \end{cases}$$

$$2a_1 + 10 = 20$$

$$2a_1 = 10$$

$$a_1 = 5$$

$$a_9 = 5 + 8 \cdot 10$$

$$a_9 = 85$$

$$\frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} \Rightarrow \frac{90 \cdot 9}{2} = \frac{810}{2} = 405$$

### Gabarito: B

---

40 (ESA). Em uma progressão aritmética, o primeiro termo é 5 e o décimo primeiro termo é 45. Pode-se afirmar que o sexto termo é igual a

a) 15





- b) 21
- c) 25
- d) 29
- e) 35

**Comentário:**

$$a_1 = 5$$

$$a_{11} = 45$$

$$a_6 = ?$$

$$a_{11} = a_1 + 10r$$

$$45 - 5 = 10r$$

$$r = 4$$

$$a_6 = 5 + 5 \cdot 4$$

$$a_6 = 25$$

**Gabarito: C**

---

41 (ESA). Encontre o valor numérico da expressão  $E = 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7$ .

- a)  $11^8$
- b)  $11^{14}$
- c)  $11^{77}$
- d)  $121^7$
- e)  $121^{77}$

**Comentário:**

$$\frac{(11^7 + 11^7) \cdot 11}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 11^7 \cdot 11}{2} = 11^8$$

**Gabarito: A**

---



42 (ESA). Em um treinamento de condicionamento físico, um soldado inicia seu primeiro dia correndo 800m. No dia seguinte corre 850m. No terceiro 900m e assim sucessivamente até atingir a meta diária de 2200m. Ao final de quantos dias, ele terá alcançado a meta?

- a) 31
- b) 29
- c) 27
- d) 25
- e) 23

**Comentário:**

$$a_1 = 800$$

$$a_2 = 850$$

$$a_n = 2200$$

$$2200 = 800 + (n-1).50$$

$$\frac{1400}{50} = n - 1$$

$$28 + 1 = n = 29$$

**Gabarito: B**

---

43 (ESA). Em uma Progressão Aritmética com 6 termos, temos que a soma de seus termos é igual a 102 e seu último termo é 27. Com base nessas informações, a razão dessa progressão é:

- a) 3
- b) 5
- c) 11
- d) 4
- e) 7

**Comentário:**

$$a_6 = 27$$

$$S_6 = 102$$



$$\frac{(a_1 + 27) \cdot 6}{2} = 102$$

$$a_1 = 34 - 27$$

$$a_1 = 7$$

$$a_6 = a_1 + 5r$$

$$27 - 7 = 5r$$

$$r = 4$$

**Gabarito: D**

---

44 (ESA). Em uma progressão aritmética cujo primeiro termo é 1, 87 e a razão é 0, 004, temos que a soma dos seus dez primeiros é igual a:

- a) 18,88
- b) 9,5644
- c) 9,5674
- d) 18,9
- e) 18,99

**Comentário:**

$$a_1 = 1,87$$

$$r = 0,004$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$a_{10} = 1,87 + 9 \cdot (0,004)$$

$$a_{10} = 1,870 + 0,036$$

$$a_{10} = 1,906$$

$$\frac{(1,906 + 1,870) \cdot 10}{2}$$

$$S = 18,88$$



**Gabarito: A**

---

45 (ESA). Em uma Progressão Aritmética, o décimo termo vale 16 e o nono termo é 6 unidades maior do que o quinto termo. Logo, o décimo segundo termo vale:

- a) 16, 5
- b) 17, 0
- c) 19, 0
- d) 19, 5
- e) 17, 5

**Comentário:**

$$\begin{aligned}a_{10} &= 16 \\a_9 &= a_5 + a_6 \\a_5 + 4r &= a_5 + a_6 \\r &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_{12} &= a_{10} + 2r \\a_{12} &= 16 + 2 \cdot \frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$a_{12} = 19$$

**Gabarito: C**

---

(EsPCEEx-2000) QUESTÃO 46

Se  $a$ ,  $b$  e  $c$ , nesta ordem, termos de uma progressão aritmética em que  $a \cdot c = 24$  e  $A$ ,  $B$  e  $C$ , nesta ordem, termos de uma progressão geométrica em que  $A = a$ ,  $B = c$  e  $C = 72$ , então o valor de  $b$  é:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

**Comentário:**



Se A, B e C são os termos de uma progressão geométrica, então  $AC = B^2$

Das informações da questão, temos:  $a \cdot 72 = c^2$ , mas,  $a \cdot c = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{c}$

$$\frac{24}{c} \cdot 72 = c^2 \Rightarrow c = 12 \text{ e } a = 2$$

Porém,  $b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow b = \frac{12+2}{2} = 7 \Rightarrow \boxed{b = 7}$

**Gabarito: D**

---

(EsPCEX-2001) QUESTÃO 47

Atribuindo-se um valor a cada letra da sigla ESPCEX, de modo que as letras “E”, “S”, “P”, “C” e “X” formem nessa ordem uma progressão geométrica e que  $E \cdot P \cdot C + E \cdot S \cdot X = 8$ , pode-se afirmar que o produto  $E \cdot P \cdot C \cdot E \cdot S \cdot X$  vale:

- a) 10
- b) 26
- c) 20
- d) 24
- e) 16

**Comentário:**

Se “E”, “S”, “P”, “C” e “X” formam uma progressão geométrica, temos:

$$E = a, S = qa, P = q^2a, C = q^3a, X = q^4a$$

Pela questão, temos que:

$$E \cdot P \cdot C + E \cdot S \cdot X = 8$$

$$a \cdot q^2a \cdot q^3a + a \cdot qa \cdot q^4a = 8 \Rightarrow a^3q^5 = 4$$

$$E \cdot P \cdot C \cdot E \cdot S \cdot X = a^6 \cdot q^{10} = (a^3 \cdot q^5)^2 = 16$$

**Gabarito: E**

---

(EsPCEX-2001) QUESTÃO 48

Uma progressão aritmética tem razão  $r = -10$ , sabendo que seu 100º (centésimo) termo é zero, pode-se afirmar que seu 14º (décimo quarto) termo vale:



- a) 120
- b) 990
- c) 860
- d) 130
- e) 870

**Comentário:**

O termo geral de uma progressão aritmética é dado por  $a_n = a_0 + (n - 1)r$ . Pela questão, temos:

$$a_{100} = a_0 - 990 = 0 \Rightarrow a_0 = 990$$

Com isso, temos:

$$a_{14} = 990 + 13 \cdot (-10) = \boxed{860}$$

**Gabarito: C**

---

(EsPCEX-2001) QUESTÃO 49

A seqüência de números reais  $a, b, c, d$  forma, nessa ordem, uma progressão aritmética cuja soma dos termos é 110, a seqüência de números reais  $a, b, e, f$  forma, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão 2. A soma  $d + f$  é igual a:

- a) 142
- b) 132
- c) 120
- d) 102
- e) 96

**Comentário:**

Se  $(a, b, c, d)$  formam uma PA, então  $(a, b, c, d) = (a, a + r, a + 2r, a + 3r)$

Da questão, temos que:

$$a + b + c + d = 4a + 6r = 110 \Rightarrow 2a + 3r = 55$$

Se  $a, b, e, f$  formam uma PG de razão 2, então  $(a, b, e, f) = (a, 2a, 4a, 8a)$

$$\text{Porém, } b = 2a = a + r \Rightarrow a = r \Rightarrow 2a + 3r = 5a = 55 \Rightarrow a = 11$$

$$\text{Então, } d + f = (a + 3r) + 8a = 12a = \boxed{132}$$



**Gabarito: B**

---

(EsPCEEx-2002) QUESTÃO 50

Os números  $a, b$  e  $c$  determinam, nessa ordem, uma progressão aritmética (PA) de razão  $r (r \neq 0)$ . Na ordem  $b, a, c$  determinam uma progressão geométrica (PG). Então a razão da PG é:

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 1
- e) 2

**Comentário:**

Temos que  $(a, b, c)$  é uma progressão aritmética e, com isso,  $b = \frac{a+c}{2}$ .

Na ordem  $(b, a, c)$  temos uma PG, logo,  $a^2 = b \cdot c$

Com isso, podemos escrever:

$$(2b - c)^2 = bc$$
$$4b^2 - 4bc + c^2 = bc \Rightarrow 4b^2 + c^2 = 5bc$$

Porém,  $c = bq^2$ . Assim:

$$4b^2 + b^2q^4 = 5b^2q^2 \Rightarrow q^4 - 5q^2 + 4 = 0 \Rightarrow (q^2 - 4)(q^2 - 1) = 0$$

É fácil notar que o  $q$  não pode ser  $\pm 1$ , pois implicaria  $c = b$ , o que não é verdade pois  $(a, b, c)$  é uma PA com  $r \neq 0$ .

Se  $q = 2 \Rightarrow a = 2b$  e  $c = 4b$ , o que não confirma  $(a, b, c)$  ser uma PA. Logo,  $q = -2$

**Gabarito: B**

---

(EsPCEEx-2002) QUESTÃO 51

Na tabela abaixo, em que os números das linhas 1 e 2 encontram-se em progressão aritmética, seja  $n$  o número da coluna em que pela primeira vez o número  $b_n$  da linha 2 é maior que o  $a_n$  da linha 1.

	1	2	3	4	...	n
Linha 1	1000	1004	1008	1012	...	$a_n$
Linha 2	20	27	34	41	...	$b_n$



A soma dos algarismos de  $n$  é:

- a) 13
- b) 12
- c) 11
- d) 10
- e) 9

**Comentário:**

Vamos escrever as leis de formação dos termos das duas linhas:

Linha 1:  $a_n = 1000 + (n - 1) \cdot 4$

Linha 2:  $b_n = 20 + (n - 1) \cdot 7$

A questão pede o número da coluna para que  $b_n > a_n$  pela primeira vez. Assim, temos:

$$20 + (n - 1) \cdot 7 > 1000 + (n - 1) \cdot 4 \Rightarrow n > 327,666 \dots \Rightarrow n = 328, \text{ pois } n \in \mathbb{N}$$

Assim, a soma dos dígitos de  $n$  é 13.

**Gabarito: B**

---

(EsPCEEx-2003) QUESTÃO 52

Se  $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1} \cdot n$ , para todo  $n$  inteiro e positivo, então  $\frac{S_{1003}}{3}$  é igual a:

- a) 668
- b) 567
- c) 334
- d) 424
- e) 223

**Comentário:**

$$S_{2003} = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2001 - 2002 + 2003$$

Agupando os números de dois em dois, temos que:

$$S_{2003} = \underbrace{(1 - 2) + (3 - 4) + \dots + (2001 - 2002)}_{1001 \text{ pares}} + 2003 = -1001 + 2003 = 1002$$





$$\frac{S_{2003}}{3} = \frac{1002}{3} = \boxed{334}$$

**Gabarito: C**

---

(EsPCEEx-2004) QUESTÃO 53

O sexto termo de uma progressão geométrica é igual a  $b$ , e o sétimo termo é igual a  $c$ . Se o primeiro termo desta progressão é diferente de zero e a razão maior que um, então o primeiro termo é igual a:

- a)  $\frac{c}{b}$
- b)  $\frac{b^3}{c^4}$
- c)  $\frac{b}{c}$
- d)  $\frac{b^6}{c^5}$
- e)  $\frac{b^4}{c^3}$

**Comentário:**

Seja uma progressão geométrica de primeiro termo igual a  $a$  e razão igual a  $q$  cuja lei de formação é:

$$a_n = a_0 q^{n-1}$$

Sabemos que  $a_6 = b$  e  $a_7 = c$ . Logo, temos que  $q = \frac{c}{b}$ . Com isso, podemos escrever:

$$b = a_0 \cdot q^5 = a_0 \cdot \left(\frac{c}{b}\right)^5 \Rightarrow a_0 = b \cdot \left(\frac{b}{c}\right)^5 = \boxed{\frac{b^6}{c^5} = a_0}$$

**Gabarito: D**

---

(EsPCEEx-2004) QUESTÃO 54

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , uma função definida por  $f(x) = 2x - 3$ , sendo a soma  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(100)$  é igual a:

- a) 9700



- b) 9800
- c) 9900
- d) 9600
- e) 10000

**Comentário:**

$$f(x) = 2x - 3$$

$$S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(100) = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 100) - 3 \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{100} =$$

$$S = 2 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} - 3 \cdot 100 = \boxed{9800}$$

**Gabarito: B**

---

(EsPCEX-2005) QUESTÃO 55

Uma cooperativa compra a produção de pequenos artesãos e a revende para atacadistas com um lucro de 40%. Por sua vez, os atacadistas repassam esse produto para os lojistas com um lucro de 40%. Os lojistas vendem o mesmo produto para o consumidor e lucram, também, 40%.

Considerando que lucro é a diferença entre o preço de venda e o preço de compra, pode-se afirmar que os preços de compra do produto, efetuados pela cooperativa, pelos atacadistas, pelos lojistas e pelo consumidor, nessa ordem,

- a) formam uma progressão aritmética de razão 0,4.
- b) formam uma progressão geométrica de razão 1,4.
- c) formam uma progressão aritmética de razão 40.
- d) formam uma progressão geométrica de razão 0, 4.
- e) não formam progressão aritmética nem geométrica.

**Comentário:**

Seja  $x$  o valor da compra do produto pela cooperativa. Ela a revende com 40% de lucro, ou seja, vende a

$$V_1 = x + 0,4x = 1,4x$$

As atacadistas compram o mesmo produto a esse preço e o revendem com 40% de lucro, ou seja,

$$V_2 = 1,4x + 0,4 \cdot 1,4x = (1,4)^2x$$

Analogamente, os lojistas revendem os produtos com 40% de lucro, ou seja,



$$V_3 = (1,4)^2x + 0,4 \cdot (1,4)^2x = (1,4)^3x$$

Dessa forma,  $(V_1, V_2, V_3) = (1,4x, (1,4)^2x, (1,4)^3x)$ , o que forma uma progressão geométrica de razão 1,4.

**Gabarito: B**

---

(EsPCEEx-2007) QUESTÃO 56

O valor de  $x$  que satisfaz a equação  $x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + \dots = 243$ , em que o primeiro membro é uma P.G. infinita, é:

- a) 27
- b) 30
- c) 60
- d) 81
- e) 90

**Comentário:**

Para resolver essa questão devemos lembrar que a soma de uma PG infinita de razão  $|q| < 1$  é dada por:

$$S = \frac{a_0}{1 - q}$$

Dessa forma, temos que:

$$x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + \dots = \frac{x}{1 - \frac{2}{3}} = 3x = 243 \Rightarrow \boxed{x = 81}$$

**Gabarito: D**

---

(EsPCEEx-2010) QUESTÃO 57

Um menino, de posse de uma porção de grãos de arroz, brincando com um tabuleiro de xadrez, colocou um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, oito grãos na quarta casa e continuou procedendo desta forma até que os grãos acabaram, em algum momento, enquanto ele preenchia a décima casa. A partir dessas informações, podemos afirmar que a quantidade mínima de grãos de arroz que o menino utilizou na brincadeira é:



- a) 480
- b) 511
- c) 512
- d) 1023
- e) 1024

**Comentário:**

O menino vai preenchendo as casas do tabuleiro de xadrez com grãos de arroz sempre dobrando a quantidade de grãos que colocou na última casa. Dessa forma, a quantidade mínima de grãos que o menino deve ter é:

$$1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^8 + 1 = \boxed{512}$$

Esse 1 em vermelho representa o grão colocado na décima casa, pois a questão disse que os grãos acabaram enquanto o menino preenchia a décima casa. Devemos atentar também para o fato de que o menino coloca  $2^{n-1}$  grãos de arroz na  $n^{\text{a}}$  casa.

**Gabarito: C**

---

(EsPCEX-2012) QUESTÃO 58

Em uma progressão aritmética, a soma  $S_n$  de seus  $n$  primeiros termos é dada pela expressão  $S_n = 5n^2 - 12n$ , com  $n \in \mathbb{N}^*$ . A razão dessa progressão é:

- a) -2
- b) 4
- c) 8
- d) 10
- e) 12

**Comentário:**

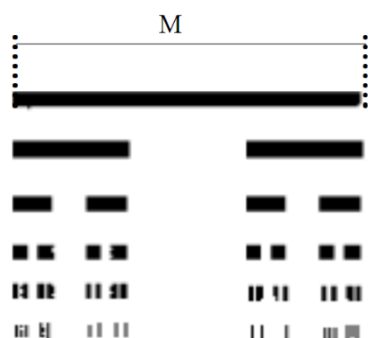
$$\begin{aligned} S_n &= 5n^2 - 12n \\ S_1 &= a_1 = -7 \\ S_2 &= a_2 + a_1 = a_2 - 7 = -4 \Rightarrow a_2 = 3 \\ r &= a_2 - a_1 = 3 - (-7) = 10 \\ &\boxed{r = 10} \end{aligned}$$



## Gabarito: D

### (EsPCEX-2012) QUESTÃO 59

Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura abaixo segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento  $m$  na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento  $m$  é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento  $m$ , esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é:

- a)  $3m$
- b)  $4m$
- c)  $5m$
- d)  $6m$
- e)  $7m$

### Comentário:

Para conseguirmos os comprimentos de todas as faixas, devemos somar cada pedacinho que for formado.

Vamos calcular o comprimento das primeiras linhas:

Linha 1:  $M$

Linha 2:  $\frac{2M}{3}$

Linha 3:  $\frac{4M}{9}$

.

.



Com isso, observamos que o comprimento total pode ser calculado da seguinte maneira:

$$L = M + \frac{2M}{3} + \frac{4M}{9} + \dots = \frac{M}{1 - \frac{2}{3}} = \boxed{3M}$$

**Gabarito: A**

---

(EsPCEX-2013) QUESTÃO 60.

Os números naturais ímpares são dispostos como mostra o quadro:

1ª linha:	1						
2ª linha:	3	5					
3ª linha:	7	9	11				
4ª linha:	13	15	17	19			
5ª linha:	21	23	25	27	29		
	...	...	...	...	...	...	...

O primeiro elemento da 43ª linha, na horizontal, é:

- a) 807
- b) 1007
- c) 1307
- d) 1507
- e) 1807

**Comentário:**

Para sabermos o primeiro elemento da 43ª linha, devemos saber qual o número ímpar que está escrito ali. Para isso, vamos somar a quantidade de ímpares de todas as linhas anteriores:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 42 + 1 = 904$$

Temos que somar 1, pois queremos o próximo depois da soma das quantidades anteriores.

Logo, estamos procurando o 904º número ímpar. Com isso, temos que  $a = 2 \cdot 903 + 1 = \boxed{1807}$

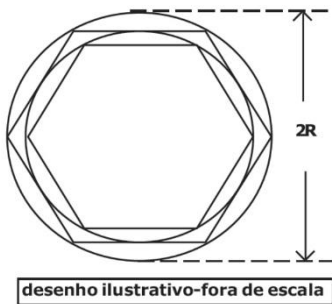
**Gabarito: E**

---



EsPCEEx-2015) QUESTÃO 61

Considere o seguinte procedimento: em uma circunferência de diâmetro  $2R$ , inscreve-se um hexágono regular para, em seguida, inscrever neste polígono uma segunda circunferência. Tomando esta nova circunferência, o processo é repetido gerando uma terceira circunferência.



Caso este procedimento seja repetido infinitas vezes, a soma dos raios de todas as circunferências envolvidas nesse processo é igual a:

- a)  $2R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- b)  $4R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- c)  $4R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$
- d)  $R(2 + \sqrt{3})$
- e)  $2R\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

**Comentário:**

Quando inscrevemos um hexágono em uma circunferência, o lado do hexágono é o próprio raio da circunferência e o raio da circunferência inscrita nesse hexágono é o valor do apótema. Nesse caso, temos que:

$$r_1 = R$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{3}R}{2}$$

$$r_3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot R$$

.  
.  
.



$$r_n = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n R$$

Dessa forma, a soma dos infinitos raios é dada por:

$$S = \frac{R}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2R}{2 - \sqrt{3}} = 2R(2 + \sqrt{3}) = \boxed{4R \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

**Gabarito: B**

---

(EsPCEX-2016) QUESTÃO 62

A sequência  $(a_1, a_2, \dots, a_{10})$  onde  $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = \frac{9}{2}, \dots, a_{10} = \frac{1025}{2}$  é de tal forma que para cada  $n \in \{1, 2, \dots, 10\}$  temos que  $a_n = b_n + c_n$ , onde  $(b_1, b_2, \dots, b_{10})$  é uma P.G. com  $b_1 \neq 0$  e de razão  $q \neq \pm 1$  e  $(c_1, c_2, \dots, c_{10})$  é uma P.A. constante.

Podemos afirmar que  $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$  é igual a:

- a) 98
- b) 172
- c) 260
- d) 516
- e) 1028

**Comentário:**

Sabemos que  $a_n = b_n + c_n$ , que  $b_n$  é uma PG e que  $c_n$  é uma PA constante, ou seja, tem razão  $r = 0$ .

Dessa forma, temos que:  $a_n = b_1 q^{n-1} + c$

Do enunciado,  $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = \frac{5}{2}, a_3 = \frac{9}{2}, \dots, a_{10} = \frac{1025}{2}$ . Disso, concluímos que  $b_1 = 1, q = 2$  e  $c = \frac{1}{2}$ .

Assim,

$$a_n = 2^{n-1} + \frac{1}{2}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = (1 + 2 + \dots + 2^9) + 10 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{1028}$$





**Gabarito: E**

---

(EFOMM-2005) QUESTÃO 63

A soma dos termos da progressão  $2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, \dots, 2^{-10}$  é:

- a)  $2^{-(1+2+3+\dots+10)}$
- b)  $2^{-1024}$
- c)  $1024^{-1}$
- d)  $\frac{513}{1024}$
- e)  $\frac{1023}{1024}$

**Comentário:**

A progressão dada é uma PG. Dessa forma, podemos usar a seguinte fórmula para a soma dos termos da PG:

$$S_n = a_0 \left( \frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

Para a questão, podemos escrever que:

$$S_n = 2^{-1} \left( \frac{(2^{-1})^{10} - 1}{2^{-1} - 1} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \frac{1}{1024}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = \boxed{\frac{1023}{1024}}$$

**Gabarito: E**

---

(EFOMM-2006) QUESTÃO 64

Os 3 primeiros termos de uma progressão geométrica são  $a_1 = \sqrt{2}, a_2 = \sqrt[3]{2}$  e  $a_3 = \sqrt[6]{2}$ . O quarto termo é:

- a)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) 1
- c)  $\sqrt[8]{2}$
- d)  $\sqrt[3]{2}$
- e)  $\frac{1}{2}$



### Comentário:

Se a sequência dada na questão é uma PG, então devemos achar o valor da razão para acharmos o  $a_4$ .

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{2^2}{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2}}$$

Dessa forma, para achar o quarto termo, podemos usar a fórmula:

$$a_4 = a_0 q^3 = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[6]{2}}\right)^3 = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1$$

### Gabarito: B

---

(EFOMM-2006) QUESTÃO 65

Se o 5º número de uma P.A. de 9 termos é 16, então a soma de seus termos será:

- a) 76
- b) 96
- c) 144
- d) 176
- e) 196

### Comentário:

Para responder essa questão, primeiro vamos escrever a expressão do quinto termo:

$$a_5 = a_0 + 4r = 16$$

A questão pede a soma dos 9 termos, então vamos escrever a fórmula da soma de n termos de uma PA

$$S_9 = \frac{(a_0 + a_9) \cdot 9}{2} = \frac{(2a_0 + 8r) \cdot 9}{2} = 9 \cdot (a_0 + 4r) = 9 \cdot 16 = 144$$

### Gabarito: C

---

(EFOMM-2009) QUESTÃO 66



A progressão geométrica  $(x-3, x+1, \dots)$  de termos reais não nulos admite um limite para a soma dos seus infinitos termos se, e somente se,

- a)  $x > 1$
- b)  $x < 1$
- c)  $x > 3$
- d)  $x < 3$
- e)  $1 < x < 3$

### Comentário:

Se a sequência é uma progressão geométrica, então a razão é dada por:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{(x+1)}{(x-3)}$$

Para que a sequência admita um limite para a soma dos seus infinitos termos, devemos ter que:

$$|q| < 1$$

$$\left| \frac{x+1}{x-3} \right| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{x+1}{x-3} < 1$$

$$(I) \quad \frac{x+1}{x-3} < 1 \Rightarrow \frac{4}{x-3} < 0 \Rightarrow x < 3$$

$$(II) \quad \frac{x+1}{x-3} > -1 \Rightarrow \frac{x-1}{x-3} > 0 \Rightarrow x > 3 \text{ ou } x < 1$$

Fazendo a intersecção de (I) com (II), obtemos que  $x < 1$  é a resposta da questão.

### Gabarito: B

---

#### (EFOMM-2009) QUESTÃO 67

Em uma progressão aritmética cujos números de termos são ímpares, a soma dos termos de ordem ímpar é 573, e a soma dos termos de ordem par é 549. Quanto vale a soma de dois termos equidistantes dos extremos dessa progressão?

- a) 12
- b) 24
- c) 48
- d) 56
- e) 684



### Comentário:

Seja  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  uma progressão aritmética, onde  $n$  é um número ímpar. De acordo com os dados da questão, sabemos que  $S_{pares} = 549$  e  $S_{ímpares} = 573$ .

Escrevendo as somas  $S_{pares}$  e  $S_{ímpares}$ , temos:

$$(I) \quad S_{ímpares} = a_1 + (a_1 + 2r) + (a_1 + 4r) + \dots + (a_1 + (n-1)r)$$

$$(II) \quad S_{pares} = (a_1 + r) + (a_1 + 3r) + \dots + (a_1 + (n-2)r)$$

Podemos subtrair (I) de (II), assim, temos que:

$$S_{ímpares} - S_{pares} = a_1 + (a_1 + 2r) - (a_1 + r) + \dots + (a_1 + (n-1)r) - (a_1 + (n-2)r) =$$

$$S_{ímpares} - S_{pares} = a_1 + \frac{(n-1)r}{2} = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} = \frac{a_1 + (a_1 + (n-1)r)}{2} = \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$a_1 + a_n = 2(S_{ímpares} - S_{pares}) = 2 \cdot 24 = 48$$

### Gabarito: C

---

(EFOMM-2009) QUESTÃO 68

Todos os anos uma fábrica aumenta a produção em uma quantidade constante. No 5º ano de funcionamento, ela produziu 1460 peças, e no 8º ano, 1940. Quantas peças, então, ela produziu no 1º ano de funcionamento?

- a) 475
- b) 520
- c) 598
- d) 621
- e) 820

### Comentário:

Podemos pensar na produção das peças dessa fábrica como uma PA, em que todos os anos é somada a razão da PA.

Sendo assim, das informações da questão, podemos escrever que:

$$a_5 = a_1 + 4r = 1460$$

$$a_8 = a_1 + 7r = 1940$$

Logo, podemos concluir que:

$$a_1 = 820 \text{ e } r = 160$$



A quantidade de peças que a fábrica produziu no primeiro ano de funcionamento é justamente o  $a_1$  calculado acima. Logo, a alternativa correta é o item E.

**Gabarito: E**

---

(EFOMM-2010) QUESTÃO 69

A expressão  $6 \cdot n + n^2$  representa a soma dos  $n$  primeiros termos de uma sequência numérica. É correto afirmar que essa sequência é uma progressão:

- a) aritmética de razão 3.
- b) aritmética de razão 4.
- c) aritmética de razão 2.
- d) geométrica de razão 4.
- e) geométrica de razão 2

**Comentário:**

$$S_n = 6n + n^2$$

$$S_1 = a_1 = 7$$

$$S_2 = a_1 + a_2 = 16 \Rightarrow a_2 = 9$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 27 \Rightarrow a_3 = 11$$

A partir daqui, podemos observar que:

$$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$$

Logo, a progressão é uma PA de razão 2, pois  $a_2 - a_1 = 2$ .

**Gabarito: C**

---

(EFOMM-2011) QUESTÃO 70

Se a sequência de inteiros positivos  $(2, x, y)$  é uma progressão geométrica e  $(x+1, y, 11)$  uma progressão aritmética, então, o valor de  $x+y$  é:

- a) 11
- b) 12
- c) 13



d) 14

e) 15

**Comentário:**

Se  $(2, x, y)$  é uma PG, então:

$$(I) \quad x^2 = 2y$$

Se  $(x + 1, y, 11)$  é uma PA, então:

$$(II) \quad 2y = x + 12$$

De (I) em (II), temos que:

$$x^2 = x + 12 \Rightarrow x = 4 \text{ ou } x = -3$$

Porém, no enunciado fala que  $x$  e  $y$  são inteiros positivos, logo,  $x = 4$ .

Dessa forma,  $x = 4$  e  $y = 8 \Rightarrow \boxed{x + y = 12}$

**Gabarito: B**

---

(EFOMM-2012) QUESTÃO 71

Considere a sequência cujo termo geral é dado por  $a_n = 4^{3-n} + i4^{4-n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Se  $i$  é a unidade imaginária, o módulo da soma dos infinitos termos dessa sequência é:

a)  $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

b)  $\frac{(2^2)\sqrt{7}}{3}$

c)  $\frac{(2^3)\sqrt{7}}{3}$

d)  $\frac{(2^4)\sqrt{7}}{3}$

e)  $\frac{(2^6)\sqrt{17}}{3}$

**Comentário:**

$$a_n = 4^{3-n} + i4^{4-n}$$

$$a_1 = 4^2 + i4^3$$

$$a_2 = 4^1 + i4^2$$



Fazendo  $\frac{a_2}{a_1}$ , temos que a razão  $q$  dessa PG é dada por  $q = \frac{1}{4}$

Com isso, temos que:

$$S_n = \frac{a_0}{1 - q} = \frac{(16 + 64i)}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{64(1 + 4i)}{3}$$

$$|S_n| = \frac{64}{3} |1 + 4i| = \frac{64\sqrt{17}}{3}$$

**Gabarito: E**

---

(EFOMM-2014) QUESTÃO 72

O limite da soma da expressão  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \dots$  é igual a:

- a)  $\frac{1}{7}$
- b)  $\frac{2}{7}$
- c)  $\frac{3}{7}$
- d)  $\frac{4}{7}$
- e)  $\frac{5}{7}$

**Comentário:**

$$S_n = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} + \dots$$

Percebemos que  $S_n$  é uma PG, pois  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$ , que é a razão da PG.

Dessa forma, temos que a soma será dada por:

$$S_n = \frac{\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}\right)}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{3}{7}$$

**Gabarito: C**

---



(EFOMM-2015) QUESTÃO 73

O conjunto de todos os números reais  $q > 1$ , para os quais  $a_1, a_2$  e  $a_3$  formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão  $q$ , com primeiro termo 2 e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

a)  $\left] -1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right[$

b)  $\left] 1, \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right[$

c)  $\left] -1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \right[$

d)  $\left] -1, \frac{1+\sqrt{5}}{4} \right[$

e)  $\left] -1, 1+\sqrt{5} \right[$

**Comentário:**

Para que  $(a_1, a_2, a_3)$  formem uma PG e também sejam lados de um triângulo, devemos ter que:

$$a_3 < a_1 + a_2, \text{ (desigualdade triangular)}$$

Dessa forma, temos que:

$$2q^2 < 2 + 2q$$

$$q^2 - q - 1 < 0$$

$$\Delta = 5$$

$$q = \frac{(1 \pm \sqrt{5})}{2}$$

Para que  $q^2 - q - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ . Porém,  $q > 1$ . Assim, tem-se que:

$$1 < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

**Gabarito: B**

---

(EFOMM-2015) QUESTÃO 74.

Os números reais positivos  $a_1, a_2, \dots, a_n$  formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão  $q$ . Nesse caso, é correto afirmar que a sequência  $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_n$  forma:





- a) uma progressão geométrica crescente, se  $q > 1$ .
- b) uma progressão aritmética crescente, se  $q > 1$ .
- c) uma progressão geométrica decrescente, se  $0 < q < 1$ .
- d) uma progressão aritmética crescente, se  $0 < q < 1$ .
- e) uma progressão aritmética crescente, desde que  $q > 0$ .

### Comentário:

Observe que podemos fazer uma relação direta entre os termos da PG com sua escrita em função de  $c_0$  e  $q$ , veja:

$$\begin{aligned}(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) &= (c_0, c_0q, c_0q^2, c_0q^3, \dots, c_0q^{n-1}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n) = \\ &\Rightarrow (\log c_0, \log c_0 + \log q, \log c_0 + 2\log q, \dots, \log c_0 + (n-1)\log q)\end{aligned}$$

Dessa forma, percebemos que, ao aplicar o logaritmo, obtemos uma PA de razão  $\log q$ .

Para que essa PA seja crescente,  $\log q$  deve ser um valor positivo. Sendo assim:

$$\log q > 0 \Rightarrow q > 10^0 = 1 \Rightarrow q > 1$$

### Gabarito: B

---

#### (EFOMM-2016) QUESTÃO 75

Numa progressão geométrica crescente, o 3º termo é igual à soma do triplo do 1º termo com o dobro do 2º termo. Sabendo que a soma desses três termos é igual a 26, determine o valor do 2º termo.

- a) 6
- b) 2
- c) 3
- d) 1
- e)  $\frac{26}{7}$

### Comentário:

Se é uma PG, podemos escrever que:

$$a_0q^2 = 3a_0 + 2a_0q, a_0 \neq 0$$



$$q^2 - 2q - 3 = 0 \Rightarrow q = 3 \text{ ou } q = -1$$

Como na questão fala que a PA é crescente, então temos que  $q = 3$

Ainda da questão, temos que:

$$26 = a_0 + a_0q + a_0q^2 = a_0(1 + q + q^2) = a_0 \cdot 13 \Rightarrow a_0 = 2$$

Dessa forma,  $a_2 = a_0q = \boxed{6}$

**Gabarito: A**

---

### (EFOMM-2016) QUESTÃO 76

Seja um quadrado de lado 2. Unindo os pontos médios de cada lado, temos um segundo quadrado. Unindo os pontos médios do segundo quadrado, temos um terceiro quadrado, e assim sucessivamente. O produto das áreas dos dez primeiros quadrados é:

a)  $2^{-\frac{9}{2}}$

b)  $2^{-\frac{25}{2}}$

c)  $2^{-\frac{45}{2}}$

d)  $2^{-45}$

e)  $2^{-25}$

### Comentário:

A área do primeiro quadrado é dada por  $A_1 = l_1^2 = 2^2 = 4$

O lado do segundo quadrado é dado por  $l_2 = \sqrt{2}$ , pois  $l_2 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$  (Pitágoras) e a área do segundo quadrado  $A_2$  é dada por  $A_2 = l_2^2 = 2$

Da mesma forma, o lado do terceiro quadrado é dado por  $l_3 = 1$ , pois  $l_3 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 1$  (Pitágoras) e a área do terceiro quadrado  $A_3$  é dada por  $A_3 = l_3^2 = 1$

Podemos observar que:

$$(A_1, A_2, A_3 \dots) = (4, 2, 1 \dots)$$

Logo, as áreas dos quadrados formam uma PG de razão  $\frac{1}{2}$  e primeiro termo igual a 4.

Sendo assim:

$$P_{10} = a_0 \cdot a_0q \cdot a_0q^2 \cdot \dots \cdot a_0q^9 = a_0^{10} \cdot q^{(1+2+3+\dots+9)} = a_0^{10} \cdot q^{45} = 2^{20} \cdot 2^{-45} = 2^{-25}$$

$$\boxed{P_{10} = 2^{-25}}$$



**Gabarito: E**

---

(EFOMM-2016) QUESTÃO 77

Um garrafão contém 3 litros de vinho. Retira-se um litro de vinho do garrafão e acrescenta-se um litro de água, obtendo-se uma mistura homogênea. Retira-se, a seguir, um litro da mistura e acrescenta-se um litro de água, e assim por diante. A quantidade de vinho, em litros, que resta no garrafão, após 5 dessas operações, é aproximadamente igual a:

- a) 0,396
- b) 0,521
- c) 0,676
- d) 0,693
- e) 0,724

**Comentário:**

A quantidade de vinha inicialmente no garrafão era 3l. Vamos chamar essa quantidade inicial de  $a_0$  para facilitar.

Após a primeira retirada, a quantidade de vinho será  $a_1 = \frac{2a_0}{3}$ .

Após a segunda retirada, a quantidade de vinho será  $a_2 = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2a_0}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 a_0$ .

E assim sucessivamente, de forma de na  $n$ -ésima retirada teremos uma quantidade de  $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n a_0$  de vinho. Com isso, podemos dizer que na quinta retirada teremos uma quantidade de  $a_5 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 a_0$  de vinho, que equivale a:

$$a_5 = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot 3 \approx 0,396$$

**Gabarito: A**

---

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 01. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!



**Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!**

**Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:**

Fale comigo!		
		
<i>@profismael_santos</i>	<i>Ismael Santos</i>	<i>@IsmaelSantos</i>

**Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO CADETE!**