PROFESSOR FERRETTO

1. Enzo, Ingo e Talita são irmãos. A soma da idade dos meninos excede em 6 ano a idade de Talita. Enzo e Talita juntos somam 6 anos a menos que o triplo da idade de Ingo. Ingo e Talita juntos têm 5 anos a mais que o dobro da idade de Enzo. Qual a idade de Talita? Quantos anos têm Enzo e Ingo?

$I_e + I_i = I_t + 6 \quad (1)$

$I_e + I_t = (3 \cdot I_i) - 6 \quad (2)$

$I_i + I_t = (2 \cdot I_e) + 5 \quad (3)$

Idade de Talita ⇨ I_t

Idade de Enzo ⇨ I_e

Idade de Ingo ⇨ I_i

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 & (1) \\ I_e - 3 \cdot I_i + I_t = -6 & (2) \\ -2I_e + I_i + I_t = 5 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 & \times(-1)\ \times(2) \\ I_e - 3 \cdot I_i + I_t = -6 \\ -2I_e + I_i + I_t = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 \\ -4I_i + 2I_t = -12 \\ +3I_i - I_t = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 \\ +3I_i - I_t = 17 & \times(2) \\ -4I_i + 2I_t = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 \\ +3I_i - I_t = 17 \\ 2I_i = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_e + I_i - I_t = 6 \longrightarrow I_e = 6 - 11 + 16 = 11 \\ +3I_i - I_t = 17 \longrightarrow I_t = 3 \cdot 11 - 17 = 16 \\ 2I_i = 22 \longrightarrow I_i = \frac{22}{2} = 11 \end{cases}$$

Talita tem 16 anos. Enzo e Ingo têm 11 anos.

2. Três amigos foram a uma lanchonete. Na tabela abaixo estão o consumo e o valor da conta que cada um pagou. Qual é o preço de cada doce?

Número de salgados	Número de doces	Número de refrigerantes	Total da conta
3	2	1	R$ 19,50
2	1	3	R$ 17,50
1	3	2	R$ 20,00

Preço do salgado ⇨ P_{sal}

Preço do doce ⇨ P_{doce}

Preço do refrigerante ⇨ P_{ref}

$$\begin{cases} 3 \cdot P_{sal} + 2 \cdot P_{doce} + 1 \cdot P_{ref} = 19{,}5 \\ 2 \cdot P_{sal} + 1 \cdot P_{doce} + 3 \cdot P_{ref} = 17{,}5 \\ 1 \cdot P_{sal} + 3 \cdot P_{doce} + 2 \cdot P_{ref} = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \cdot P_{sal} + 3 \cdot P_{doce} + 2 \cdot P_{ref} = 20 & \times(-2)\ \times(-3) \\ 2 \cdot P_{sal} + 1 \cdot P_{doce} + 3 \cdot P_{ref} = 17{,}5 \\ 3 \cdot P_{sal} + 2 \cdot P_{doce} + 1 \cdot P_{ref} = 19{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{sal} + 3P_{doce} + 2P_{ref} = 20 \\ -5P_{doce} - P_{ref} = -22{,}5 \\ -7P_{doce} - 5P_{ref} = -40{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{sal} + 3P_{doce} + 2P_{ref} = 20 \\ -5P_{doce} - P_{ref} = -22{,}5 & \times(-5) \\ -7P_{doce} - 5P_{ref} = -40{,}5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{sal} + 3P_{doce} + 2P_{ref} = 20 \\ -5P_{doce} - P_{ref} = -22{,}5 \\ 18P_{doce} = 72 \end{cases}$$

$$P_{doce} = \frac{72}{18} = 4$$

Cada doce custa R$ 4,00

3. Numa fazenda há ovelhas e avestruzes, totalizando 90 cabeças e 260 patas. Comparando-se o número de avestruzes com o das ovelhas, pode-se afirmar que há
   a) Igual número de ovelhas e de avestruzes.
   b) dez cabeças a mais de ovelhas.
   c) dez cabeças a mais de avestruzes.
   d) oito cabeças a mais de ovelhas.
   e) oito cabeças a mais de avestruzes.

N°ovelhas + N°avestruzes = 90

Cada um possui 1 cabeça

4 · N°ovelhas + 2 · N°avestruzes = 260

A ovelha possui 4 patas e o avestruz 2

$$\begin{cases} N_o + N_a = 90 & \times(-4) \\ 4N_o + 2N_a = 260 \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_o + N_a = 90 \longrightarrow N_o = 90 - 50 = 40 \text{ ovelhas} \\ -2N_a = -100 \longrightarrow N_a = \frac{-100}{-2} = 50 \text{ avestruzes} \end{cases}$$

4. Uma fábrica de confecções produziu, sob encomenda, 70 peças de roupas entre camisas, batas e calças, sendo a quantidade de camisas igual ao dobro da quantidade de calças. Se o número de bolsos em cada camisa, bata e calça é dois, três e quatro, respectivamente, e o número total de bolsos nas peças é 200, então podemos afirmar que a quantidade de batas é?

N°camisas + N°batas + N°calças = 70 (1)

N°camisas = 2 · N°calças (2)

2 · N°camisas + 3 · N°batas + 4 · N°calças = 200 (3)

Substituindo (2) em (1) e (3):

$$\begin{cases} 3 \cdot N°\text{calças} + N°\text{batas} = 70 & \times(-8/3) \\ 8 \cdot N°\text{calças} + 3 \cdot N°\text{batas} = 200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot N°\text{calças} + N°\text{batas} = 70 \\ 1/3\ N°\text{batas} = 40/3 \end{cases}$$

$$N°\text{batas} = \frac{40/3}{1/3} = 40$$

São 40 batas

5. Para se produzir 40 toneladas de concreto gasta-se o total de R$ 2.040,00 com areia, brita e cimento. Sabe-se que 15% da massa final do concreto é constituída de água e que o custo, por tonelada, de areia é R$ 60,00, de brita é R$ 30,00 e de cimento é R$ 150,00. Qual é a razão entre as quantidades, em toneladas, de cimento e brita utilizadas na produção desse concreto?

15% de 40 toneladas

0,15 · 40 = 6 toneladas de água

$T_a + T_b + T_c + 6 = 40 \quad (1)$

$60 \cdot T_a + 30 \cdot T_b + 150 \cdot T_c = 2040 \quad (2)$

Toneladas de areia = T_a

Toneladas de brita = T_b

Toneladas de cimento = T_c

$$\begin{cases} T_a + T_b + T_c = 34 \Rightarrow T_a = 34 - T_b - T_c \\ 60T_a + 30T_b + 150T_c = 2040 \end{cases}$$

$$60T_a + 30T_b + 150T_c = 2040$$

$$60 \cdot (34 - T_b - T_c) + 30T_b + 150T_c = 2040$$

$$\cancel{2040} - 60T_b - 60T_c + 30T_b + 150T_c = \cancel{2040}$$

$$(150 - 60)T_c = (60 - 30)T_b$$

$$\frac{T_c}{T_b} = \frac{30}{90}$$

$$\frac{T_c}{T_b} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{\frac{T_c}{T_b} = \frac{1}{3}}$$

6. Dona Maria foi à feira e comprou 3 kg de tomate e 2 kg de cebola, gastando dum total de R$ 11,50. Na semana seguinte observou que o preço do tomate aumentou 20%, e o da cebola diminuiu 20%. Ainda assim, comprou novamente 3 kg de tomate e 2 kg de cebola, gastando agora um total de R$ 12,20. Então, o preço de 1 kg de tomate, após o aumento, passou a ser?

$3 \cdot X + 2 \cdot Y = 11{,}50$

$3X \cdot (1 + 0{,}2) + 2 \cdot Y \cdot (1 - 0{,}2) = 12{,}20$

X ⇨ Preço do tomate

Y ⇨ Preço da cebola

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 11{,}5 \\ 3 \cdot 1{,}2X + 2 \cdot 0{,}8Y = 12{,}2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 11{,}5 & (1) \\ 3{,}6X + 1{,}6Y = 12{,}2 & (2) \end{cases}$$

Isolando Y em 1, temos:

$$Y = \frac{11{,}5 - 3X}{2}$$

Voltando a eq. (2):

$$3{,}6X + 1{,}6Y = 12{,}2$$

$$3{,}6X + 1{,}6 \cdot \left(\frac{11{,}5 - 3X}{2}\right) = 12{,}2$$

$$3{,}6X + 0{,}8 \cdot (11{,}5 - 3X) = 12{,}2$$

$$3{,}6X + 9{,}2 - 2{,}4X = 12{,}2$$

$$3{,}6X - 2{,}4X = 12{,}2 - 9{,}2$$

$$1{,}2X = 3$$

$$X = \frac{3}{1{,}2} = 2{,}50$$ → antes do aumento

Já depois do aumento: $2{,}50 \times 1{,}2 = 3{,}00$

R$ 3,00

7. Em uma sessão de cinema havia 300 espectadores. Uma parte deles pagou R$ 16,00 por ingresso, outra parte pagou R$ 8,00, e os espectadores restantes receberam os ingressos gratuitamente, em uma promoção. Sabendo que a bilheteria arrecadou R$ 3.440,00 com a venda dos ingressos e que havia na plateia pelo menos um espectador para cada tipo de ingresso, qual o número máximo possível de pessoas não pagantes que estiveram nessa sessão?

$X + Y + Z = 300$

$16 \cdot X + 8 \cdot Y = 3440$

X ⇨ quem pagou 16,00

Y ⇨ quem pagou 8,00

Z ⇨ quem não pagou nada

Para haver o máximo de pessoas não pagantes na seção, deve haver o maior número possível de pessoas que pagam 16,00. mas como havia na plateia pelo menos um espectador para cada tipo de ingresso, precisamos realizar testes para descobrir o menor número de pessoas que pagam 8,00.

Caso 1 pessoa pagasse 8,00:

$$16 \cdot X + 8 \cdot Y = 3440$$

$$16 \cdot X + 8 \cdot 1 = 3440$$

$$X = \frac{3440 - 8}{16}$$

$X = 214{,}5$ X ⇨ Não existem 214,5 pessoas!

Caso 2 pessoas pagassem 8,00:

$$16 \cdot X + 8 \cdot Y = 3440$$

$$16 \cdot X + 8 \cdot 2 = 3440$$

$$X = \frac{3440 - 16}{16}$$

X = 214 pessoas OK!

Assim se X = 214, Y = 2, quanto vale Z, o número de não pagantes?

$$X + Y + Z = 300$$

$$214 + 2 + Z = 300$$

$$Z = 300 - 216$$

$$Z = 84$$

84 pessoas

8. A casa de máquinas de uma piscina possui três motores, A, B e C, que podem funcionar isoladamente, em duplas ou os três juntos, para esvaziá-la. Se os motores funcionam juntos, a vazão é de 310 litros de água por minuto; se apenas os motores A e C funcionam juntos, a vazão é de 200 litros de água por minuto; e, se apenas os motores B e C funcionam juntos, a vazão é de 195 litros por minuto. Qual é a vazão de água, em litro por minuto, produzida por cada motor, separadamente?

$V_A + V_B + V_C = 310$

$V_A + V_C = 200$

$V_B + V_C = 195$

$$\begin{cases} V_A + V_B + V_C = 310 & (1) \\ V_A + V_C = 200 & (2) \\ V_B + V_C = 195 & (3) \end{cases}$$

V_A ⇨ vazão gerada pelo motor A

V_B ⇨ vazão gerada pelo motor B

V_C ⇨ vazão gerada pelo motor C

De (2), temos que:

$V_A = 200 - V_C$

$V_A = 200 - 85$

$V_A = 115$ litros/minuto

De (3), temos que:

$V_B = 195 - V_C$

$V_B = 195 - 85$

$V_B = 110$ litros/minuto

Voltando para (1):

$$V_A + V_B + V_C = 310$$

$$(200 - V_C) + (195 - V_C) + V_C = 310$$

$$200 + 195 - 2V_C + V_C = 310$$

$$395 - 310 = 2V_C - V_C$$

$V_C = 85$ litros/minuto

As vazões produzidas pelos motores A, B e C são de 115 L/min, 110 L/min e 85 L/min, respectivamente.