Estratégia
Militares

Aula 00

Teoria Elementar dos Conjuntos e Intervalos Reais

EPCAR - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

Apresentação 3

Metodologia do Curso 4

Análise dos Concursos Anteriores 5

1. Da prova de Álgebra 5

2. Concorrência 6

3. Raio-X da Matemática 7

Cronograma de Aulas 7

1- Introdução 8

2 – Notação Matemática 9

1 – Introdução 9

2 – Principais Notações 9

3 – Teoria dos Conjuntos 12

1 – Introdução 12

2 – Conceitos Básicos 13

3 – Descrição e Representação de Conjuntos 19

4 – Conjuntos Notáveis 20

5 – Operações entre Conjuntos 25

6 – Cardinalidade da União entre Conjuntos – Princípio da Inclusão e Exclusão 30

3 – Intervalos Reais 39

1 – Introdução 39

2 – Intervalos 41

3 – Operações entre intervalos 44

Apresentação

Olá, querido aluno! Meu nome é **Ismael Santos**, professor de **Matemática do Estratégia Militares**. Estarei com você nesta caminhada rumo à gloriosa Marinha. Tenho certeza que faremos uma excelente parceria, que tem como objetivo: **a sua tão sonhada APROVAÇÃO.**

Deixe que me apresente: sou servidor público federal há 12 anos, natural do Rio de Janeiro – RJ, Graduado em Gestão Financeira, Graduando em Matemática pela UFF-RJ, Pós-graduado em Orçamento Público.

Iniciei meus estudos para concursos muito cedo, aos 14 anos. Naquela época, meu objetivo principal era o certame do Colégio Naval. Essa batalha teve início em 2002. Não foi nada fácil! Tive muita dificuldade nesta preparação, em especial devido à falta de base sólida de conhecimento teórico. O resultado já era esperado: **REPROVADO** em meu primeiro concurso.

Em 2003, consegui focar mais nos estudos. Ver a matéria pela segunda vez foi, certamente, um facilitador. Neste ano, minha evolução foi muito grande. Estava confiante! Pois bem! Chegou a prova! Mais uma reprovação! Este resultado não foi o esperado. Foi duro suportar. No entanto, não podia perder tempo, tinha que voltar a estudar o mais rápido possível, já para o próximo ano.

Chegamos em 2004! Neste ano, além de me preocupar com a parte teórica, resolvi preparar também minha cabeça (psicológico), para que no dia da prova, não fosse surpreendido. Eis que chegou a APROVAÇÃO. Neste certame, obtive a **4ª maior nota do Brasil na primeira fase**. Dia inesquecível! Neste mesmo ano, obtive a aprovação também na **EPCAr (Escola Preparatória de Cadetes do Ar).**

Já em 2005, tive a oportunidade de prestar outros concursos, os quais obtive aprovação: **EEAr, UFRJ, UERJ, EsSA, CMRJ e UFFRJ.**

Em 2008, fui morar no Paraná. Cidade na qual servi por 5 anos. Ao fim deste período, fui transferido para o Rio de Janeiro.

Entre os anos de 2014 a 2016, obtive outras aprovações, desta vez, para cargos públicos civis, tais como: **Agente da Polícia Civil –RJ, Papiloscopista da Polícia Civil –RJ, Técnico da Assembleia Legislativa – RJ e Fiscal de Posturas de Niterói.**

Ufa! Quanta coisa, não? Pois é! Tudo serviu de experiência! Conhecimento não ocupa espaço! Nunca pare de estudar!

Perceba que minha experiência com concursos militares já vem desde 2002. São mais de 15 anos respirando essa área. Não à toa, é a que mais me identifico para lecionar. Por este motivo, aceitei o convite para assumir a Matemática das Carreiras Militares. Tenha certeza que verás essa fascinante matéria com uma linguagem bem acessível. Digo ainda que a abordagem será totalmente focada no edital seu último concurso - 2019.

Qualquer dúvida, crítica ou sugestão, entre em contato comigo pelo fórum de dúvidas, na sua área de aluno, ou, se preferir:

Fale comigo!

@profismael_santos	***Ismael Santos***	***@IsmaelSantos***

Metodologia do Curso

Olá, futuro **ALUNO DA EPCAR!** Tudo bem? Seja bem-vindo ao nosso curso de **ÁLGEBRA**, do Estratégia Militares. Nesse primeiro momento, vamos conversar sobre a metodologia do nosso curso. Isso se faz muito importante pois, só assim, poderemos extrair a melhor preparação para você!

A matemática do seu edital foi dividida, didaticamente, da seguinte forma: **ÁLGEBRA, ARITMÉTICA e GEOMETRIA.** Essa divisão irá facilitar seus estudos, no sentido de crescer de forma equitativa (equilibrada) em cada uma das frentes, não deixando nenhuma delas por último.

Dentro desta divisão, o seu edital foi particionado de forma que os tópicos (aulas) dentro de cada uma das três frentes sejam dependentes entre si. Ou seja, deve ser estudada na forma cronológica proposta, ou seja, estude a aula 01 somente depois de já ter passado pela 00. A organização é 70% do seu concurso. Não dê mole! OK?

Saiba que cada tópico do seu edital de ÁLGEBRA **será repassado por meio de livros eletrônicos + videoaulas, que estão sob minha responsabilidade**. Vale ressaltar que, antes de iniciarmos os pontos efetivos referentes ao edital, decidi por bem dar uma **revisada na Matemática Básica**, para que você possa relembrar pontos muito importantes para o bom desempenho do nosso curso. Confie em mim! Tudo fará diferença na sua aprovação. Leia cada detalhe! Não irá se arrepender.

Os Livros Eletrônicos do Estratégia Militar **são materiais completos**, com todo o arcabouço **teórico e prático**, tudo isso para otimizar seu tempo de estudo. É importante, além de saber estudar por eles, também ter uma excelente disciplina de estudos. É de suma importância a leitura atenta a todos os pontos teóricos, ainda que "ache" saber tudo. Antes de fazer as questões propostas, que possuem um grau mais elevado, oriento a **refazer os possíveis exercícios resolvidos, bem como os exercícios-modelo**. Eles farão você pegar uma base mais sólida.

Além dos Livros que irão explicar cada ponto do edital, na profundidade necessária ao seu concurso, lembro-vos ainda do acesso às videoaulas. Este material será complementar ao "PDF". **Para você que tem uma certa dificuldade em matemática, segue uma dica importante**: **ASSISTIR ÀS VIDEOAULAS FACILITARÁ MUITO A SUA VIDA.**

Além das aulas teóricas gravadas, farei também correção de questões de provas anteriores bem como de alguns desafios, para que fique um nível acima da prova. Tentarei esgotar, ao máximo, questões do seu certame, no entanto, utilizarei questões de fixação (modelo) e questões de outros concursos militares, para que tenha uma quantidade razoável de exercícios de cada tópico.

Nossa estratégia é trabalhar com uma teoria simples e aplicada àquilo que sua banca realmente cobra! Nada de perda de tempo. O negócio é atingir o que cai na prova.

Análise dos Concursos Anteriores

1. Da prova de Álgebra

Ainda que seja sua primeira tentativa, pode ter certeza da possibilidade de ser aprovado já no concurso de 2020. O primeiro passo que você precisa dar é conhecer como é sua prova! Saber o que vem pela frente é o melhor ponto de partida, servindo assim como uma excelente base de planejamento de estudos! Assim, destaco alguns pontos da sua prova:

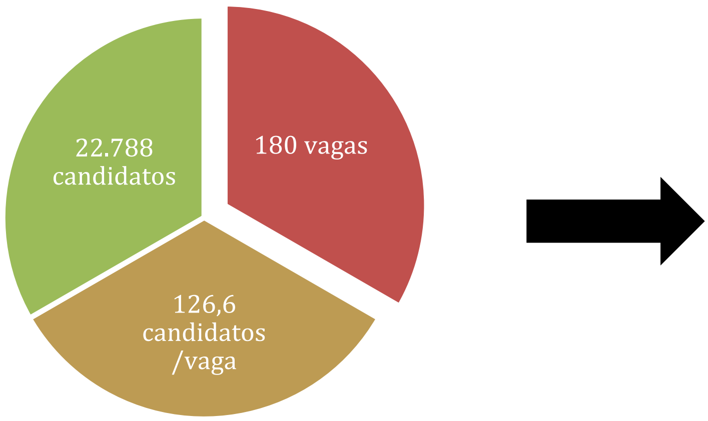
- **Composição:**
    - ✓ 16 questões: separadas nas partes de ÁLGERBA, GEOMETRIA e ARITMÉTICA.
        - **Matemática (só álgebra):**

Álgebra: *NÚMEROS – Números naturais e números inteiros: operações, propriedades. Números racionais e irracionais: operações, propriedades, equivalência de frações, classes de equivalência, representação decimal dos números racionais, números decimais periódicos, operações com números decimais. Representação dos números na reta real. Cálculo com radicais e racionalização de denominadores. POLINÔMIOS – Polinômio numa variável: operações; Noção intuitiva do conceito* *de "zeros" de um polinômio. CÁLCULO ALGÉBRICO – Operações com expressões algébricas. Produtos notáveis. Fatoração e frações algébricas. EQUAÇÕES DE 1º E 2º GRAUS – Resolução de equações de 1º e 2º graus. Resolução de sistemas de equações do 1º grau. Resolução de equações redutíveis à equação do 2º grau. Problemas envolvendo equações e sistemas de equações. Equações Irracionais. Equações Biquadradas. FUNÇÕES – Conceito de função. Domínio, imagem, contradomínio e gráficos. FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAUS – Gráficos. Variação do sinal das funções de 1º e 2º grau. Problemas envolvendo funções de 1º e 2º graus. INEQUAÇÕES – Inequações de 1º grau.*

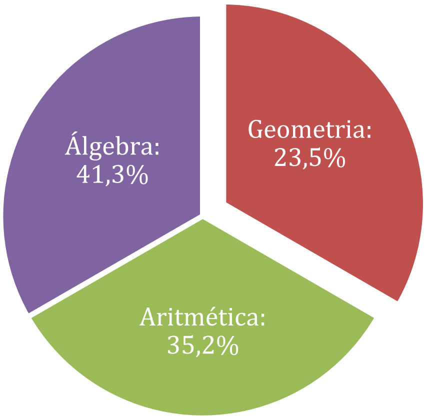
Perceba que o conteúdo de **álgebra** é um pouquinho extenso, precisando assim de uma atenção um pouco maior. Essa atenção se faz necessária não só pelo conteúdo programática, mas também por ser uma parte da matemática que será base para as outras (aritmética e geometria). **Em seu último concurso, a álgebra compôs 43,7% da sua prova, então, foco na missão!**

2. Concorrência

Na prova de 2019, tivemos a seguinte estatística:



3. Raio-X da Matemática



No gráfico acima, destaco a percentagem de incidência de cada parte da matemática dos últimos 10 anos da prova para o **EPCAR. Perceba que a álgebra pura cai MAIS, justamente pelo fato da BANCA gostar muito de temas algébricos como: função, produtos notáveis e equações.**

Cronograma de Aulas

Aula 0	Noções sobre Conjuntos: caracterização de um conjunto, subconjunto, pertinência de um elemento a um conjunto e inclusão de um conjunto em outro conjunto, união, interseção, diferença de conjuntos, simbologia de conjuntos.
Aula 1	Conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais); Ordenação dos Reais; Intervalos Reais.
Aula 2	Operações com expressões algébricas. Produtos notáveis. Fatoração e frações algébricas. Cálculo com radicais, racionalização de denominadores e Radical Duplo.
Aula 3	Resolução de equações de 1º grau. Problemas envolvendo equações e sistemas de equações. Resolução de equações de 2º grau. Problemas envolvendo equações e sistemas de equações.
Aula 4	Equações Irracionais. Equações Biquadradas. Equações Redutíveis ao 2º grau.
Aula 5	Conceito. Domínio, imagem, contradomínio e gráficos.

Aula 6	Função Afim e Trinômio do 2º Grau: decomposição de fatores de 1º Grau, sinal do Trinômio, forma canônica, posição de um número em relação aos zeros do trinômio, valor máximo do trinômio e Inequação do 2º grau.
Aula 7	Inequações e Sistemas de Inequações.
Aula 8	Polinômio numa variável: operações; Noção intuitiva do conceito de “zeros” de um polinômio. Operações Algébricas: adição, subtração, multiplicação e divisão de polinômios, produtos notáveis, fatoração, mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de polinômios; Frações Algébricas: expoente negativo, adição, subtração, multiplicação e divisão;

Você pode estar pensado o seguinte: “mestre, por qual motivo você colocou a aula 00 como Teoria dos Conjuntos se este tema nem é mencionado no meu edital? ”. Eu respondo da seguinte forma: a banca da EPCAR tem a peculiaridade de cobrar assuntos, como esse por exemplo, ainda que não esteja de forma explícita. Vou dar um exemplo: caiu na sua última prova uma questão sobre expressões numéricas em que ele pedia para classificar os resultados em números naturais, inteiros, racionais, irracionais ou reais, porém a partir de operações entre esses conjuntos. Ora, isso no mínimo é estranho, não?! Pois é. Cai sim, rsrssr! Ainda que em escondidos em outros tópicos, mais cai. Sem contar que, para aprender operações entre intervalos reais, você precisa dominar as principais operações entre conjuntos.

Pronto! Convenci?!

Isso aí. Vamos estudar tudo que é necessário e suficiente para a sua prova! Não vamos deixar passar nada! OK?

1-Introdução

O primeiro dos assuntos é: **TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS**. Por mais que este tema não caia todo ano, é um tópico basilar para outras questões trabalhadas em sua prova. Diante disso, vamos passar por todos os pontos necessários para que faça uma excelente prova!

Preparado, futuro “AVIADOR”?! Sigamos em frente!

Vamos à nossa aula!

“ O segredo do sucesso é a constância no objetivo”

2 – Notação Matemática

1 – Introdução

Na Matemática, a ***Simbologia*** tem um papel fundamental. Em diversas questões, por exemplo, se você não tiver um bom domínio da linguagem matemática, a feitura das mesmas torna-se praticamente impossível. **Costumo dizer que essas notações são uma extensão do nosso alfabeto.**

Veremos a seguir algumas das principais notações. Ressalto que não faz sentido trazer todas as existentes, por fugir do intuito do seu curso. Não se preocupe em decorar todas num primeiro momento. Este aprendizado vem com o decorrer do curso, alinhado a muita prática de exercícios. Beleza?

Caso, durante o nosso curso, apareça algum não mencionado na tabela abaixo, fique tranquilo, pois farei o comentário necessário. Ok?

Vamos entender a dinâmica da tabela? Simbora!

2 – Principais Notações

A tabela abaixo conta com as principais notações da nossa querida matemática. Vale ressaltar que a mesma foi dividida em três colunas, a saber:

1ª Coluna - preocupei-me em apresentar a forma simbólica.

2ª Coluna - preocupei-me em descrever o nome da respectiva notação e as possíveis variações.

3ª Coluna – preocupei-me em citar em qual tópico da matemática você terá um possível contato.

Veremos agora um esquematizado! Preparado? Vamos nessa, guerreiro!

SÍMBOLO	NOMENCLATURA	UTILIDADE
$\neq$	Desigual ou Diferente	Condições de existência de equações fracionárias.
$=$	Igual	Operações algébricas.
$+$	Adição	Operações algébricas.

$-$	Subtração	Operações algébricas.
$\times$	Multiplicação	Operações algébricas.
$\div$	Divisão	Operações algébricas.
$>$	Maior que	Inequações.
$<$	Menor que	Inequações.
$\geq$	Maior que ou igual a	Inequações.
$\leq$	Menor que ou igual a	Inequações.
$\cup$	União	Teoria dos Conjuntos
$\cap$	Interseção	Teoria dos Conjuntos
$\equiv$	Equivalente ou congruente	Operações algébricas.
$\cong$	Aproximadamente	Operações algébricas.
$\wedge$	Operador lógico “e”	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\vee$	Operador lógico “ou”	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$!$	Fatorial	Análise Combinatória e Binômio de Newton.
$\forall$	Qualquer, ou para todo	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\in$	Pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\notin$	Não pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists$	Existe pelo menos Um	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists\vert$	Existe um único	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\nexists$	Não existe	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\nexists\vert$	Não existe um único	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supset$	Contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subset$	Está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\not\supset$	Não contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.

$\not\subset$	Não está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\longrightarrow$	Operador lógico Se então	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\Longrightarrow$	Implicação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\Longleftrightarrow$	Operador lógico Se e somente se	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\therefore$	Portanto	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\because$	Porque	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\sum$	Somatório	Somas Telescópicas
/	Tal que	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\neg$	Negação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\underline{\vee}$	Operador lógico Ou ... ou	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subseteq$	Está contido ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supseteq$	Contém ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
( )	Parênteses	Operações Algébricas.
{ }	Chaves	Operações Algébricas.
[ ]	Colchetes	Operações Algébricas.
$\emptyset$	Vazio	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
∞	Infinito	Intervalos Reais.
Δ	Delta ou discriminante	Equações Polinomiais.
f: A⟶B	Função ou Aplicação de A em B	Função.
AxB	Produto cartesiano	Teoria dos Conjuntos e Função.
A – B= A\ $\boldsymbol{B}$	Diferença de Conjuntos	Teoria dos Conjuntos e Inequações

$\boldsymbol{C_A^B}$ = A – B	Complementar de B em A	Teoria dos Conjuntos
$\overline{\boldsymbol{A}}$ = A’ = A^C = ~A	Complementar em relação ao universo	Teoria dos Conjuntos
n(A)	Nº de elementos ou Cardinalidade do conjunto A	Teoria dos Conjuntos
P(A)	Conjunto das Partes de A	Teoria dos Conjuntos

Ufa! Quanta coisa! Como disse anteriormente: *não se preocupe em gravar, neste primeiro momento.* ***Atenha-se apenas em saber que existe! Ok?***

Ressalto que para esse capítulo, não selecionamos questões, tendo em vista ser apenas informações a serem utilizadas nas resoluções de problemas mais à frente.

3 – Teoria dos Conjuntos

1 – Introdução

Vamos iniciar nossos estudos revendo e reforçando noções elementares de Teoria dos Conjuntos. Esse tópico será muito útil na resolução de questões no decorrer do nosso curso, em especial nos tópicos: *função, inequação e nas próprias questões sobre Conjuntos!*

Por já termos visto, no capítulo anterior, os símbolos matemáticos mais usados e úteis para o seu concurso, daqui para frente não irei me preocupar muito em explicá-los. Excepcionalmente, farei um breve comentário caso determinado símbolo não tenha sido objeto de explicação em momento anterior. Isso vai ajudar vocês a se acostumarem com o linguajar matemático.

A linguagem de conjuntos é base para a fundamentação de boa parte da matemática, além de ser um facilitador para a interpretação de problemas matemáticos. Podemos dizer que é uma espécie de alfabetização matemática.

Por isso, faz-se necessário uma abordagem detalhada, antes de vermos todos os tópicos do edital em potencial.

2 – Conceitos Básicos

Noções Primitivas são aquelas aceitas sem uma certa definição formal, ou seja, sua construção é feita a partir do cotidiano alinhado aos exemplos ilustrativos, que definem suas principais características.

Em outras palavras, ***tudo que tem um conceito de caráter primitivo, sua definição é vaga (não existe).*** Por este motivo, são feitas convenções para atender esta falta de informação. Não entrarei em discussões axiomáticas para determinar certas definições, pois isto não cabe ao objetivo do nosso curso.

Dentro da Teoria de Conjuntos, a linguagem matemática aceita ***três conceitos primitivos****, são eles:* ***conjunto, elemento e pertinência de elemento a um conjunto.***

Vamos entender cada um deles?

a) Conjuntos:

Por ser um conceito primitivo, ou seja, não possuir uma definição precisa, entendemos que é **toda reunião ou agrupamento de coisas bem definidas. Sua representação matemática, usualmente, é feita por letras maiúsculas do nosso alfabeto.**

Uma outra característica dos Conjuntos, bastante útil na resolução de questões, é o fato de todos os conjuntos não vazios, ao serem listados, serem escritos com um par de chaves em suas extremidades. ***Preste bastante atenção: sempre o par de chaves mais ao extremo da representação é que determinará o conjunto. Em outras palavras, tudo que estiver entre este par será considerado elemento.***

Imaginemos um determinado conjunto *A formado* pelos números naturais maiores que 0 e menores que 6. Uma das possíveis formas de representação matemática seria: $A=\{1;2;3;4;5\}$. Perceba que a letra maiúscula *A* representa o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele.

Resumindo:

- ***A***: conjunto nomeado por uma letra maiúscula do alfabeto.
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado.
- ***1, 2, 3, 4, 5***: são elementos do conjunto A.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 6 não pertencerem ao conjunto A. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais maiores que 0, ou seja, o próximo será o 1, assim como menores que 6, que por consequência é o 5. Tranquilo? Show!

Imaginemos outro conjunto, agora representado pela letra *B*, formado pelos números pertencentes ao conjunto dos números inteiros compreendidos no intervalo fechado (quando se diz fechado, entende-se que inclui as extremidades) de 0 a 5. Assim, uma das possíveis formas de representação matemática é: $B = \{0;1;2;3;4;5\}$. Perceba que a letra maiúscula *B* representa o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele.

Resumindo:

- ***B***: conjunto.
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado.
- ***0, 1, 2, 3, 4 , 5***: são elementos do conjunto *B*, que são separados por vírgulas.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 5, nesse caso, pertencerem ao conjunto. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais compreendidos no intervalo fechado de 0 a 5, ou seja, quando se diz fechado, subtende-se que inclui as extremidades do intervalo. De modo diverso, se a questão pedisse com base em um intervalo aberto nas extremidades, estes números não entrariam no cômputo da questão.

b) Elemento:

São os objetos (coisas ou seres) bem definidos, que compõe um conjunto não vazio. Comumente, as representações destes elementos são feitas por letras minúsculas. Uma outra característica na descrição dos elementos de cada conjunto é a de separá-los por meio de vírgulas ou ponto e vírgula. Perceba que, no seguinte exemplo, o conjunto *C* é formado por elementos que são as vogais do nosso alfabeto: $C = \{a;e;i;o;u\}$.

Resumindo:

- ***C***: conjunto
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado
- ***a, e, i, o, u***: são elementos do conjunto *C*.

Deixo aqui uma observação bastante valiosa: um conjunto pode assumir também, a depender do contexto, a característica de um elemento. Esse é um ponto que muitos dos alunos escorregam em prova, mas você, aluno do Estratégia, não cairá nessa, certo? Vamos entender com um exemplo motivacional.

Imaginemos o seguinte conjunto: $D = \{2;3;5;\{7\}\}$. É fácil perceber que o conjunto acima possui quatro elementos, *sendo que um deles é representado com uma característica diferente dos demais, qual seja, está descrito por meio de um par de chaves.* Este elemento é essencialmente um conjunto, que assumiu no exemplo acima, a característica de elemento do conjunto *D.*

Resumindo:

- ***D***: conjunto.
- ***Par de chaves mais ao extremo***: delimita o conjunto dado.
- ***2, 3, 5, {7}***: são elementos do conjunto *D*.

c) Pertinência de Elemento a um Conjunto:

Essa relação serve para verificar se determinado objeto é ou não elemento de um dado conjunto. A pertinência de um elemento a um determinado conjunto é representado pelos *símbolos ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence), respectivamente.*

Não existe relação de pertinência de subconjunto para conjunto. Essa relação só é utilizada para avaliações de elemento para conjunto.

Imaginemos o seguinte conjunto: $A = \{0;1;2;\{3\}\}$. A partir do exemplo, podemos extrair as seguintes informações: ***um conjunto nunca será elemento dele mesmo e nos casos de um conjunto, por suas características, ser também elemento de outro conjunto, podemos sim, de forma excepcional e ponderada, fazer a relação de pertinência.***

Resumindo:

- **A** ∉ **A:** (Pois a Pertinência não é utilizada de Conjunto para Conjunto)
- **{3}** ∈ **A:** (Relação direta de Elemento para Conjunto)
- **{1}** ∉ **A:** (Pois a Pertinência não é utilizada de Subconjunto para Conjunto)

Vejamos alguns exemplos desta relação muito recorrente em provas, com base nos conceitos vistos anteriormente, ok?

---

1. (Exercício - Modelo)

Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que

A = {1, 2, 3, 4},

B = {4, 5, 6},

C = {{1}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}},

D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) $1 \in D$ ( )

b) $3 \notin B$ ( )

c) $1 \in C$ ( )

d) $4 \in A$ ( )

e) $\{1\} \in C$ ( )

f) $\{2, 3\} \in C$ ( )

g) $\{\{1\}\} \in C$ ( )

h) $\{1\} \in D$ ( )

i) $\{4,5\} \in D$ ( )

j) $5 \notin B$ ( )

Comentários:

Observe que a questão nos traz assertivas com relações de pertinência, ou seja, análises de elementos para conjuntos. Desta forma, basta sabermos se o tal “elemento” é ou não objeto dos conjuntos apresentados.

Na letra *a*, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto D, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 3 de fato NÃO está descrito no conjunto B, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 1 NÃO está descrito no conjunto C. Observe ainda, que o elemento 1 é diferente de {1}. Este último sim, é elemento do conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 4 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *e,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {1} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado. Fique atento que apesar do elemento aparecer com um par de chaves, ele possui característica de elemento, por estra descrito, separado por um par de vírgulas e possuir um par de chaves mais ao extremo, que delimita o conjunto C.

Na letra *f,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {2,3} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *g,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {{1}} NÃO está descrito no conjunto C, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento {1} que pertence ao conjunto. Digo ainda que {{1}} é subconjunto de C, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *h,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {1} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento 1 que pertence ao conjunto. Digo ainda que {1} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *i,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {4,5} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que os elementos 4 e 5 que pertencem ao conjunto. Digo ainda que {4,5} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *j,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 5 de fato está descrito no conjunto B, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: a) V b) V c) F d) V e) V f) V g) F h) F i) F j) F

---

2. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto $P=\{0,\{0\},\varnothing,\{\varnothing\}\}$, considere as afirmativas:

I) $\{0\} \in P$

II) $\{0\} \subset P$

III) $\varnothing \in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) todas são verdadeiras.

b) apenas a I é verdadeira.

c) apenas a II é verdadeira.

d) apenas a III é verdadeira.

e) todas são falsas.

Comentário:

Observe, abaixo, quais dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ P → é o conjunto a ser analisado
- ✓ 0, {0}, ∅, {∅} → são elementos do conjunto P

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada item, ok?

No item I, temos: assertiva **<u>verdadeira</u>**, tendo em vista que o elemento {0} está de fato descrito no conjunto P, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

No item II, temos: assertiva **<u>verdadeira</u>**, tendo em vista que o elemento {0} está contido no conjunto P, ou seja, ele é um subconjunto. Perceba que ele deriva do elemento 0.

No item III, temos: assertiva **<u>verdadeira</u>**, tendo em vista que o elemento ∅ está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: A

3 – Descrição e Representação de Conjuntos

Em linhas gerais, existem três formas de representação de conjuntos, quais sejam:

a) Enumeração, Listagem ou Forma Tabular:

Nessa forma de representação, ***os conjuntos são descritos, listando todos seus elementos, que estarão sempre entre chaves.***

$$A=\{\mathrm{a};\mathrm{b};\mathrm{c}\}$$

Das aplicações acima, podemos deduzir que, cada par de chaves, mais ao extremo possível, representa um determinado conjunto. Vamos a outro exemplo:

$$B=\{1;\{2\};3\}$$

O conjunto acima possui os elementos: 1; {2}; 3. Perceba que o elemento {2} também é um conjunto, que, excepcionalmente, está sendo tratado como elemento de B, ou seja: {2} ∈ A. ***Observe que o conceito de elemento é relativo. Por exemplo, um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.***

b) Característica, Propriedade, Compreensão ou Forma Construtiva:

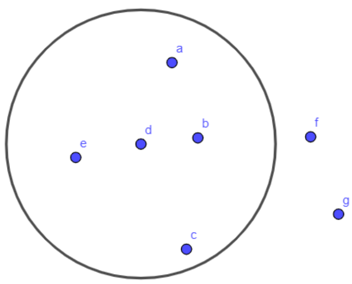
É uma forma sintética de listagem. Nesse caso, ***o conjunto é representado por uma propriedade ou característica comum a todos os elementos***. Veja!

$$A=\{x\,/\,x\text{ é vogal}\}\text{ ou }B=\{x\in\mathbb{Z}\,/\,1\le x\le 5\}$$

É de fácil percepção que o conjunto A é formado pelas vogais do nosso alfabeto. Por sua vez, o conjunto B, é formado pelos números naturais pertencentes ao intervalo fechado de 1 a 5. Essa é a leitura correta feita nas representações dos conjuntos acima. Perceba que a representação por Característica ou Propriedade é uma forma bem reduzida de apresentar um conjunto com muitos elementos. Ou seja: $A=\{a;e;i;o;u\}$ ou $B=\{1;2;3;4;5\}$

c) Diagrama de Venn-Euler

Nada mais é que o diagrama que possui os elementos descritos dentro de uma linha poligonal fechada, em regra, um círculo que os contorna.



Cada objeto descrito dentro do diagrama pertencerá ao conjunto mencionado. Por sua vez, não pertencerão ao conjunto, aqueles elementos descritos fora desta linha poligonal.

4 – Conjuntos Notáveis

a) Conjunto Vazio:

É aquele conjunto que ***não possui elemento algum***. Isso se faz possível pelo fato deste conjunto ser definido por uma sentença contraditória. Observe!

$$\begin{cases} A = \varnothing \\ A = \{\ \} \\ A = \{x \,/\, x \text{ é aluno do Estratégia que não passa no CN}\} \end{cases}$$

Muito cuidado com as pegadinhas de prova. O Vazio dentro de um par de chaves TORNA-SE ELEMENTO, ou seja, o dado conjunto deixa de ser *Conjunto Vazio e passa a ser Conjunto Unitário. Veja:*

$$A = \{\varnothing\} \Rightarrow \text{ Conjunto Unitário com o } \varnothing \text{ (vazio) como elemento}$$

b) Conjunto Unitário:

É o conjunto no qual apenas um elemento satisfaz as características apresentadas.

$$B = \{x \,/\, x \text{ é par e primo}\} \Rightarrow B = \{2\}$$

c) Conjunto Universo:

É o conjunto fundamental para a determinação das soluções de um problema. Este conjunto possui todos os elementos possíveis, por ser o mais amplo. Sua representação, em regra, é dada pela letra maiúscula U. Observe a resolução do exemplo abaixo no campo do Reais:

$$x^2 - \frac{4}{9} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow x = \pm\frac{2}{3} \quad \therefore \quad S = \left\{-\frac{2}{3}; +\frac{2}{3}\right\}$$

Ou seja, a equação acima possui duas soluções nos reais (conjunto universo), que possui todos os tipos de números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Perceba que, caso o conjunto universo da questão fosse o conjunto dos naturais, o problema não possuiria solução, pelo simples fato de as soluções não pertencerem a este conjunto.

Quando determinada questão não mencionar o conjunto universo, deve-se considerar o mais amplo possível, para fins de resolução.

d) Conjunto Finito:

É todo conjunto que ***possui uma quantidade limitada de elemento***, ou seja, fazendo-se o processo de contagem comum destes elementos, chega-se ao fim. Um exemplo simples seria o conjunto $E = \{x \in \mathbb{Z} / 1 < x < 5\}$, que possui 3 elementos: 2, 3 e 4.

e) Conjunto Infinito:

É todo conjunto que ***possui uma quantidade ilimitada de elementos***, ou seja, não se dá para contar pelo processo comum. Como por exemplo: $E = \{x \in \mathbb{Z} / \mathrm{x} > 2\}$

É possível enumerar um conjunto infinito por um processo chamado Enumerabilidade de Conjuntos por meio de uma relação Bijetiva nos Naturais. Por este motivo está errado afirmar que o conjunto do Naturais Pares tem um número de elementos menor que o conjunto dos Números Inteiros, quando, na verdade, ambos são infinitos. O que acabamos de ver é o conceito baseado no PARADOXO DE GAILEU.

f) Conjunto Solução:

Também chamado de conjunto verdade, ***é o conjunto das respostas (soluções) de um problema dado.*** Sua representação é dada pela letra maiúscula S.

$$2x-4=0 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=\frac{4}{2} \Rightarrow x=2 \ \therefore S=\{2\}$$

g) Conjuntos Iguais:

Por definição, dois conjuntos são ditos iguais quando ***possuírem os mesmos elementos***, independente da ordem que estejam listados, bem como da quantidade apresentada. Veja um exemplo de conjuntos iguais.

$$\begin{cases} A=\{1,2,3,4\} \\ B=\{2,3,4,1\} \end{cases}$$

Assim, para dois conjuntos serem iguais, deve-se ocorrer a seguinte relação:

$$A=B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Vejamos agora um exemplo bem ilustrativo para que você não caia nesta pegadinha em prova. Ok?

Imagine o conjunto K, formado pelos elementos (letras) da palavra AMAR:

E = {a; m; a; r},

Imagine ainda o conjunto W, formado pelos elementos (letras) da palavra AMARRAR:

W = {a; m; a; r; r; a; r}

Este exemplo é bastante prático para que possa observar que não há necessidade de repetir elementos de um mesmo conjunto; basta indicar uma só vez. Ou seja, podemos perceber que os conjuntos mencionados são iguais entre si. Observe!

E = W = {a; m; a; r} = {a; m; a; r; r; a; r} = {a; m; r}

h) Conjuntos Diferentes ou Desiguais:

Dois conjuntos são ditos diferentes ***quando pelo menos um dos elementos que pertença a um dos conjuntos não pertença ao outro conjunto.***

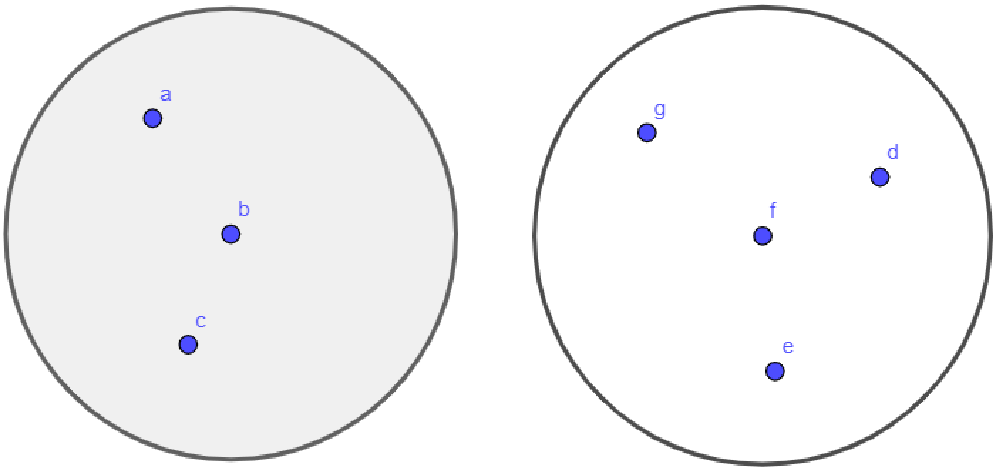
$$\begin{cases} C = \{1;2;3;4\} \\ D = \{2;3;4\} \end{cases} \Rightarrow C \neq D$$

Observe que o elemento 1 não pertence ao conjunto *D*, logo, *C* ≠ *D*. Assim, para dois conjuntos serem diferentes, deve-se ocorrer a seguinte relação:

$$A \neq B \Rightarrow \{\exists x / x \in A \wedge x \notin B\} \vee \{\exists x / x \notin A \wedge x \in B\}$$

i) Conjuntos Disjuntos:

Dois conjuntos ***são ditos disjuntos quando não possuem interseção, ou seja, não existe elemento em comum.***



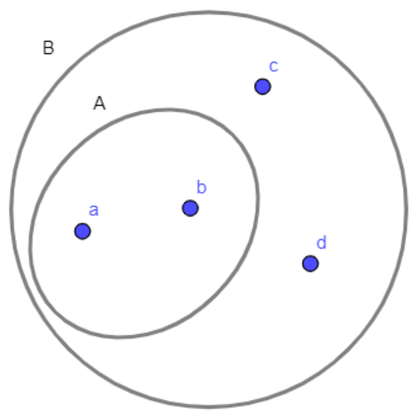
Dessa forma, sua interseção é vazia.

j) Subconjunto:

Diz-se que **A é subconjunto de B se, e somente se, todo elemento de A for também elemento de B.** Em notação matemática, tem-se:

$$A \subset B \Leftrightarrow \{\forall x / x \in A \rightarrow x \in B\}$$

Quando *A* é subconjunto de B, dizemos que **A está contido em *B* (*A* ⊂ *B*), *B* contém *A* (*B* ⊃ *A*), todo A é B, sempre que ocorre A ocorre B, quando ocorre A ocorre B, ou até *A* é parte de *B*.** Fique ligado! Os símbolos acima representam as relações de inclusão/continência. Relações essas que só podem ser feitas de subconjunto para conjunto e vice-versa. Veja um exemplo prático!



$$A = \{a;b\} \wedge B = \{a;b;c;d\} \rightarrow A \subset B$$

Todo subconjunto também é considerado um conjunto e todo conjunto é subconjunto, no mínimo, do conjunto Universo.

Esse tema, subconjuntos, é muito recorrente em provas, por esse motivo, elenco abaixo algumas propriedades de inclusão.

- P_1: $A \subset U \rightarrow$ Todo conjunto é suconjunto ao menos do conjunto Universo
- P_2: $\varnothing \subset A$; $\forall A \rightarrow$ O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, inclusive dele mesmo.
- P_3: $A \subset A$ $\rightarrow$ Todo conjunto é subconjunto dele mesmo.
- P_4: $A \subset B \wedge B \subset A \rightarrow A = B$
- P_5: Se $n(\text{A}) = K$, então 2^K será o número de subconjuntos de A.
- P_6: Se $A \subset B$ e $A \neq B$, então A é subconjunto próprio de B.
- P_7: Se $A \subset B$ e $A = B$, então A é subconjunto impróprio de B.
- P_8: Se $A \subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \subset C$

k) Conjunto das Partes ou Conjunto Potência:

É o conjunto ***formado pelos subconjuntos de dado conjunto***. Sua representação é dada pela letra maiúscula P.

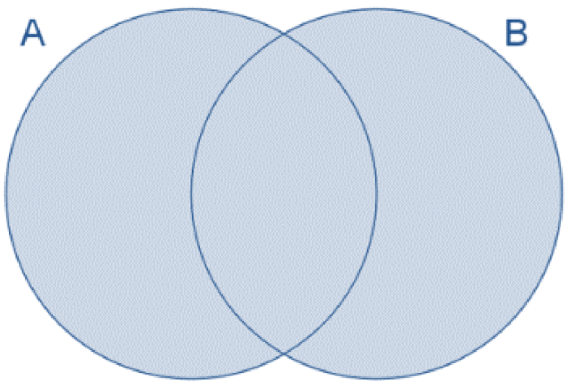
Imaginemos o conjunto *A* formado pelos elementos *1, 2 e 3*, assim o Conjunto das Partes de *A* será: $P(A)=\{\varnothing;\{1\};\{2\};\{3\};\{1;2\};\{1;3\};\{2;3\};\{1;2;3\}\}$. Observe que o ∅ é subconjunto de qualquer conjunto. Repare ainda que todo conjunto é subconjunto dele próprio e que todo subconjunto (elemento do conjunto das partes) fica listado com um par de parênteses mais ao extremo.

Todo subconjunto, exceto o ∅ , será representado por elementos com par de chaves. Essa dica ajuda e muito na resolução de questões. Dizemos ainda que A é subconjunto próprio de B quando A estiver contido em B, sendo A≠B.

5 – Operações entre Conjuntos

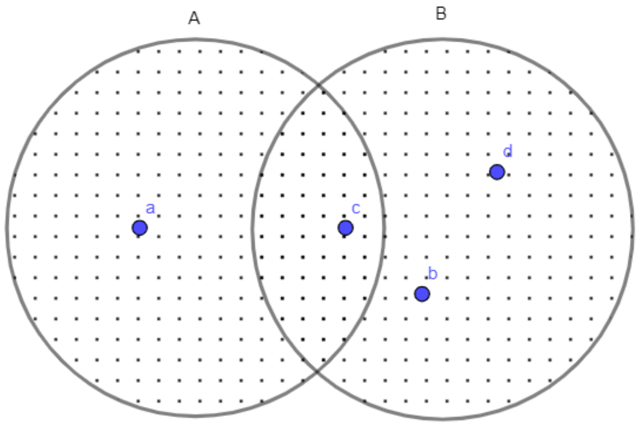
a) União ou Reunião:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A ∪ B como o conjunto ***formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A OU B.***



$$A\cup B \Leftrightarrow \{x \,/\, x\in A \text{ ou } x\in B\}$$

Fique atento ao conectivo “ou”, pois não possui caráter exclusivo, ou seja, o elemento x pode pertencer somente a A, somente a B ou a ambos. Veja no diagrama como ficaria a representação da operação entre dois conjuntos A e B.



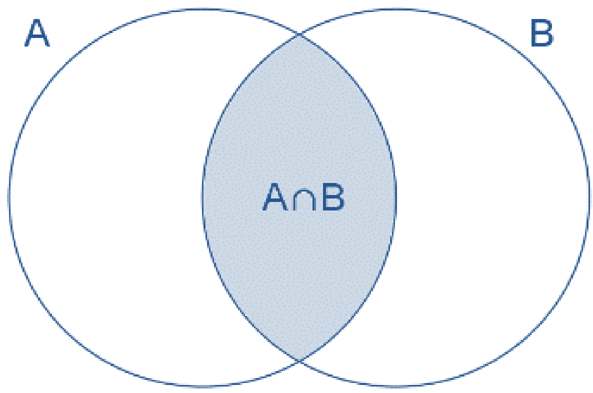
$$A=\{a;c\}\wedge B=\{b;c;d\}\rightarrow A\cup B=\{a;b;c;d\}$$

Para fins de prova, vale ressaltar algumas propriedades da União de Conjuntos:

- P_1: $A\cup A=A\rightarrow$ Propriedade Idempotente
- P_2: $A\cup\varnothing=A\rightarrow$ Propriedade do Elemento Neutro
- P_3: $A\cup B=B\cup A\rightarrow$ Propriedade Comutativa
- P_4: $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)\rightarrow$ Propriedade Associativa
- P_5: $A\cup U=U\rightarrow$ Lei da Absorção
- P_6: $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)\rightarrow$ Distributiva em Realção à União

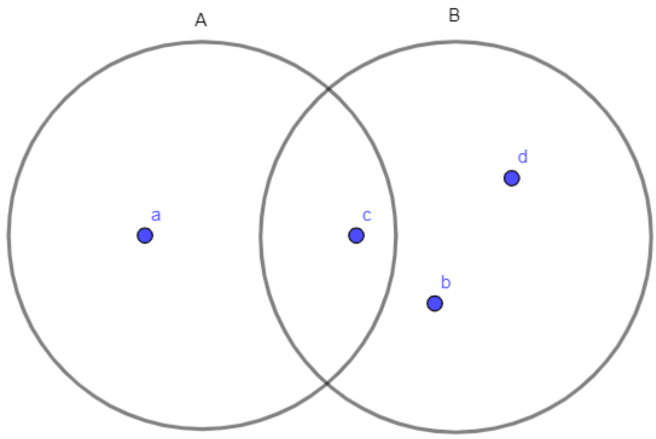
b) Interseção ou Intersecção:

Esta operação, representada por A ∩ B, define o conjunto formado pelos elementos comuns ao conjunto A e ao conjunto B.



$$A\cap B\Leftrightarrow\{x\,/\,x\in A\text{ e }x\in B\}$$

Fique atento ao conectivo “e”. Este possui caráter concomitante, ou seja, o elemento *x* deve pertencer tanto ao conjunto A quanto ao conjunto B. Veja no diagrama como ficaria a representação da operação entre dois conjuntos A e B.



$$A=\{a;c\}\wedge B=\{b;c;d\}\rightarrow A\cap B=\{c\}$$

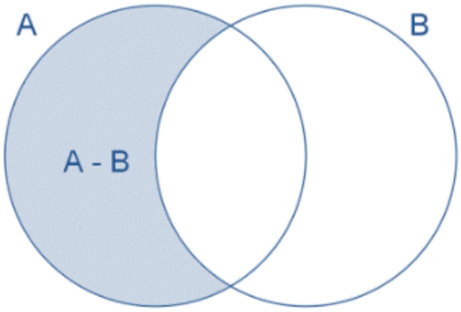
Perceba, abaixo, algumas das propriedades da Interseção de Conjuntos:

- P_1: $A\cap A=A\rightarrow$ Propriedade Idempotente
- P_2: $A\cap\varnothing=\varnothing$
- P_3: $A\cap B=B\cap A$
- P_4: $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$
- P_5: $A\cap U=A$
- P_6: $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)\rightarrow$ Distributiva em Realção à Interseção

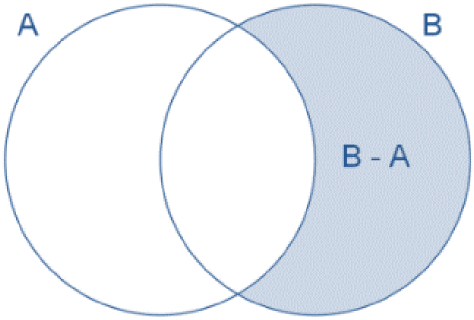
Dois conjuntos são disjuntos quando sua interseção for <u>VAZIA</u>, ou seja, quando não possuir elemento.

c) Diferença:

Considere dois conjuntos A e B quaisquer, define-se A – B o ***conjunto formado por elementos de A que não pertencem a B***. Ou seja:



$A-B=\{x/x\in A\wedge x\notin B\}$



$B-A=\{x/x\notin A\wedge x\in B\}$

Seguem, abaixo, algumas propriedades da diferença de conjuntos.

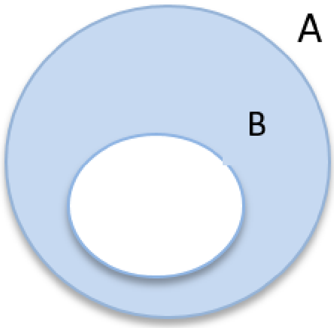
- P$_1$: $A-\varnothing=A$
- P$_2$: $A-U=\varnothing$
- P$_3$: $A-A=\varnothing$
- P$_4$: $A-B=B-A \Leftrightarrow A=B$
- P$_5$: $A-B \neq B-A \Leftrightarrow A\neq B$
- P$_6$: $A-B=A \Leftrightarrow$ Os conjuntos A e B forem disjuntos.
- P$_7$: $A-B=A\cap B^C$
- P$_8$: $U-A=A^C$

A diferença de conjuntos não exige que $B\subset A$. Essa condição só se faz presente na operação complementar de conjuntos, que será vista a seguir.

c) Complementar:

Sejam A e B dois conjuntos quaisquer, ***com a seguinte condição $B\subset A$***, denomina-se complementar de B em relação a A, ***o conjunto dos elementos que se deve acrescentar a B para que este fique igual ao A.***

Note que o complementar de B em A, representado por C_A^B ou $C_A(B)$, só está definido quando B ⊂ A.



$$C_A^B = A - B$$

Esse tópico é muito delicado, tendo em vista as suas diversas representações. Vamos a elas!

$$C_U^A = \bigcup - A = A^C = A' = \sim A = \neg A$$

Todas essas representações são sinônimas, ou seja, representam o complementar de A em relação ao universo. Cabe ressaltar que esse complementar está definido tendo em vista A ser subconjunto de ⋃ (Conjunto Universo). Vamos nos atentar às propriedades do complementar

- P1: $\overline{\varnothing} = U$
- P2: $\overline{U} = \varnothing$
- P3: $\overline{\overline{A}} = \left(A'\right)' = \sim(\sim A) = \neg(\neg A) = \left(A^C\right)^C = A$

Essa última nos mostra que o complementar do complementar é o próprio conjunto. A grosso modo, se tivermos um **número par** de Operações Complementar, a operação nos levará ao conjunto original. Porém, se tivermos uma **quantidade ímpar** de Operação Complementar, o conjunto resultante será o complementar do conjunto original.

Veja um exemplo:

$$\left(\left(\left(A^C\right)^C\right)^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}\right)^C = A \Rightarrow quantidade \quad par \quad de \quad complementares$$

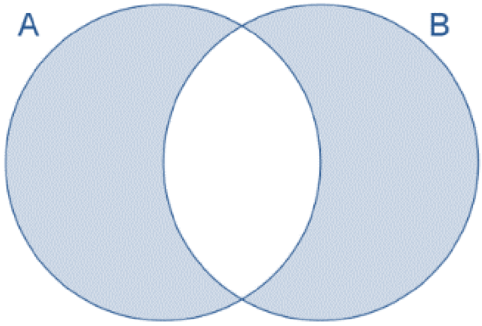
$$\left(\left(\left(A^C\right)^C\right)^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}\right)^C = A^C \Rightarrow quantidade \quad ímpar \quad de \quad complementares$$

Por meio desta operação surgem duas propriedades que caem muito em prova: as Leis de De Morgan.

$$\begin{cases} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} = A^C \cap B^C \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} = A^C \cup B^C \end{cases}$$

d) Diferença Simétrica:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A Δ B, o conjunto formado por todos os elementos dos conjuntos A e B, mas que não pertençam a ambos ao mesmo tempo. Assim, na diferença simétrica, o conjunto é formado por elementos que pertencem só ao conjunto A e só ao conjunto B.



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Vejamos algumas de suas propriedades:

- P_1: $A \Delta B = \varnothing \Leftrightarrow A = B$
- P_2: $A \Delta B = B \Delta A$
- P_3: $A \Delta \varnothing = A$

6 – Cardinalidade da União entre Conjuntos – Princípio da Inclusão e Exclusão

Cardinalidade da União de Conjuntos:

Chama-se cardinalidade de um conjunto *A* (finito), o ***número de elementos desse dado conjunto.*** Podemos ainda encontrar, segundo o Princípio da Inclusão e Exclusão, a cardinalidade da União de dois ou mais conjuntos. Irei apresentar somente até três conjuntos, tendo em vista ser o suficiente para o seu certame. Antes de tudo, quero destacar algumas formas de representação, veja: $n(A)$; N_A ; $\#A$; $\mathrm{Card}\ A$.

É fácil notar que a ***cardinalidade do conjunto vazio é zero***. Podemos ainda perceber que, se A e B forem disjuntos, temos a cardinalidade da União dada por:

$$A \cap B = \varnothing \rightarrow n(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = n(\mathrm{A}) + n(\mathrm{B})$$

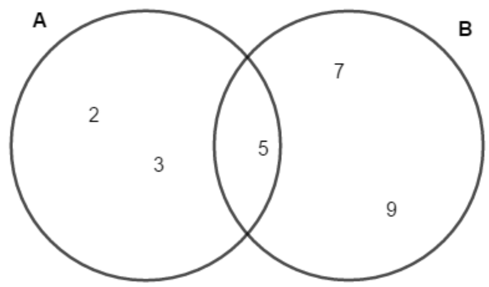
Por sua vez, nos casos de A e B não serem disjuntos, temos que:

$$n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = n(\mathrm{A}) + n(\mathrm{B}) - n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$$

Vejamos um exemplo prático:

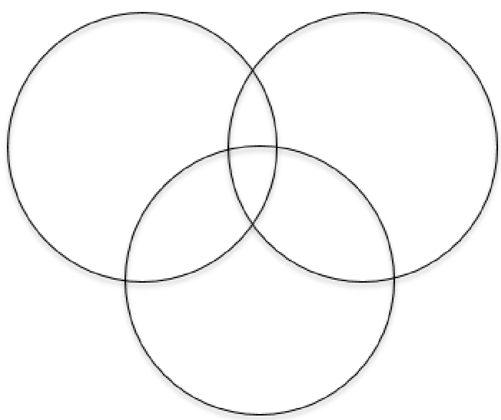
A = {2, 3, 5}

B = {5, 7, 9}



A ∪ B = {2, 3, 5, 7, 9} ⟹ n(A ∪ B) = n(A) + n(B) –n(A∩B) = (3 + 3) – 1 = 5 elementos

Analogicamente, temos, a equação para calcular a cardinalidade de três conjuntos finitos. Vamos a ela? Imaginemos três conjuntos finitos A, B e C, conforme o diagrama abaixo:



A cardinalidade da União dos conjuntos A, B e C, será representada pela seguinte equação:

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$$

Importante saber também que, podemos calcular a cardinalidade do Conjunto das Partes, ou seja, saber a quantidade de subconjuntos de determinado conjunto. Para descobrir essa quantidade, basta calcular uma potenciação. Vamos a ela?

$$\#(P(A)) = 2^{\#(A)}$$

Vejamos um exemplo prático:

Imaginemos um conjunto A com 4 elementos. Para calcular a quantidade de subconjuntos de A, basta fazer:

$\#(P(A)) = 2^{\#(A)}$ -> $\#(P(A)) = 2^4 = 2.2.2.2 =$ 16 subconjuntos.

Fácil, não? Pois é! Nunca esqueça dessa dica!

Imaginemos dois conjuntos A e B, tais que sua união é dada por: $A\cup B$. Já foi objeto de prova a pergunta sobre a quantidade de subconjuntos da união de dois conjuntos, como os mencionados acima. Não dê mole!! Preste atenção na dica abaixo:

$$\#\left[P\left(A\cup B\right)\right]=2^{\#(A\cup B)}\Rightarrow 2^{\#A\ +\ \#B\ -\ \#(A\cap B)}$$

Vamos dar uma olhada como esses tópicos são cobrados?

3. (Exercício - Modelo)

Considere os seguintes conjuntos: $A = \{1, 2, \{1,2\}\}$ $B = \{\{1\}, 2\}$ e $C = \{1, \{1\}, \{2\}\}$

Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) $B \cap C = \{\{1\}\}$

c) $B - C = A \cap B$

d) $B \subset A$

e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde $P(A)$ é o conjunto dos subconjuntos de A.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **$A = \{1, 2, \{1,2\}\}$** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **$B = \{\{1\}, 2\}$** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **$C = \{1, \{1\}, \{2\}\}$** → é um dos conjuntos serem analisados

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada alternativa, para acharmos a falsa, ok?

Na letra a, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap B = \{2\}$, que é o elemento em comum.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B \cap C = \{\{1\}\}$, que é o elemento em comum. Perceba que a resposta tem um duplo par de chaves, isto se dá pelo fato da resposta da operação Interseção ser sempre precedida de um par de chaves, que somada a já existente do elemento, torna-se um duplo par.

Na letra c, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B - C = \{2\} = A \cap B$, que são conjuntos iguais.

Na letra d, temos: assertiva falsa, pois, $B \not\subset A$, tendo em vista nem todos os elementos de B pertencerem ao conjunto A.

Na letra e, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

Gabarito: D

---

4. (Exercício - Modelo)

Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$

2) $A \cup U = U$

3) $A \cap A = A$

4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$

5) $\varnothing \subset A$

6) $A - B = \{x \in U / x \in A \text{ e } x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

Comentário:

Já conhecemos algumas propriedades da Teoria dos Conjuntos. Podemos então, analisar cada assertiva.

Na 1, temos: assertiva falsa, pois, $A \cup \varnothing = A$, tendo em vista que na União o conjunto Vazio é elemento neutro.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cup U = U$, tendo em vista que todo conjunto, a exemplo do conjunto A, é subconjunto do Universo, assim, a operação União resulta o maior deles.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap A = A$, devido a propriedade da Idempotência.

Na 4, temos: assertiva falsa, pois, $A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$. O que difere da afirmativa do enunciado.

Na 5, temos: assertiva **verdadeira**, pois, o conjunto vazio está contido em qualquer outro conjunto.

Na 6, temos: assertiva falsa, pois, $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Ou seja, a diferença de conjuntos A – B, resulta elementos que pertençam a A, mas não a B.

Gabarito: B

---

5. (Exercício - Modelo)

Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

a) {x}

b) {p; u; v}

c) {v; x; y; z}

d) { }

e) {p;u;v;x;y;z}

Comentário:

Já conhecemos algumas Operações de Conjuntos. Podemos então, analisar a questão sem mais problemas.

Quando o enunciado diz: conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B, ele está querendo que encontre os elementos da União destes dois conjuntos.

Assim, temos:

$$A \cup B = \{x; y; z\} \cup \{p; u; v; x\} = \{p;u;v;x;y;z\}$$

Gabarito: E

---

6. (Exercício - Modelo)

Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ e $C = A \cup B$, é correto afirmar que

a) $B \cap C = C$.

b) $A \cap C = A$.

c) $A \cup C = A$.

d) $B \cup C = \emptyset$.

e) $A \in C$.

Comentário:

Quando o enunciado nos diz que $A \cap B = \emptyset$, isso implica que os conjuntos são disjuntos, ou seja, não possuem elementos em comum. Assim, a União destes conjuntos nada mais será que a junção de todos os elementos. Desta forma, podemos afirmar que o conjuntos C possui todos os elementos de A e de B, ao mesmo tempo.

Com as informações acima, podemos concluir que o conjunto C contém os conjuntos A e B.

Vamos ilustrar elementos para estes conjuntos, para ficar mais simples. Simbora!

- ✓ $A = \{1\}$
- ✓ $B = \{2\}$
- ✓ $C = A \cup B = \{1, 2\}$

Opa! Ficou mais simples, né! Vamos agora analisar cada assertiva.

Na letra a, temos: assertiva falsa, pois, $B \cap C = \{2\}$.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap C = \{1\}$.

Na letra c, temos: assertiva falsa, pois, $A \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra d, temos: assertiva falsa, pois, $B \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra e, temos: assertiva falsa, pois, $A \subset C$, pois trata-se de relação entre conjuntos.

Gabarito: B

---

7. (Exercício - Modelo)

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

Comentário:

Quando o enunciado nos diz C_B^A, ele quer saber o complementar de A em relação a B. Ou seja, quais elementos faltam ao A para que ele se iguale ao conjunto B.

Assim, temos que:

$$C_B^A = B - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \mathbf{\{4, 5\}}.$$

Ou seja, faltam dois elementos.

Gabarito: C

---

8. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

I) $\{1\} \subset A$

II) $\{1\} \in A$

III) $\{1,2,3\} \subset A$

IV) $3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

Comentário:

Vamos analisar cada assertiva. OK?

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, se $1 \in A$, então $\{1\} \subset A$, que é subconjunto de A.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $\{1\} \in A$. Este elemento está de fato descrito no conjunto.

Na 3, temos: assertiva **falsa**, pois o subconjunto {1,2,3} não é possível ser formado com os elementos pertencentes a A.

Na 4, temos: assertiva **falsa**, pois o elemento 3 não está descrito no conjunto A. Fique atento: 3 é diferente de {3}.

Gabarito: B

---

9. (Exercício - Modelo)

Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que $M - N = P$. Considere as afirmativas:

I) $P \cap N = \emptyset$

II) $M \cap P = P$

III) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras

b) Somente a II e a III são verdadeiras

c) Somente a I e a II são verdadeiras

d) Somente a I e a III são verdadeiras

e) Nenhuma é verdadeira

Comentário:

Vamos utilizar a técnica de inclusão de valores para os conjuntos, para que possa ficar mais simples a explicação. Blz?

Imaginemos, então:

- ✓ $M = \{1, 2\}$
- ✓ $N = \{2\}$

Assim, a diferença entre esses conjuntos ficaria: $M - N = P = \{1\}$

Passaremos agora a analisar cada assertiva apresentada pela banca.

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $P \cap N = \emptyset$. Isso se verifica pelo fato dos conjuntos serem disjuntos.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $M \cap P = \{1\}$.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $P \cup (M \cap N) = \{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\} = M$

Gabarito: A

---

10. (Exercício - Modelo)

Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão :

a) $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,2,3,4\}$

b) A = {2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4}

c) A = {2, 3, 4} e B = {0, 1, 2, 3}

d) A = {0, 1, 2, 3} e B = {2, 3, 4}

e) A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {2, 3}

Comentário:

Vamos analisar cada dado fornecido pelo enunciado.

- ✓ A – B = {0, 1} → mostra os elementos que só pertencem ao conjunto A
- ✓ A ∩ B = {2, 3} → mostra os elementos comuns aos dois conjuntos.

Podemos concluir que:

A = {0, 1, 2, 3}

Sabendo que A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4}, e que A = {0, 1, 2, 3}, pode-se concluir que o elemento 4 pertence ao conjunto B. Assim, B = {2, 3, 4}.

Gabarito: D

Segue agora dois pontos muito importante: Operações com Intervalos e Ordenação de Reais.

Estamos chegando ao fim de nossa aula. Não desanime! Fé na missão, AUDAZ!

3 – Intervalos Reais

1 – Introdução

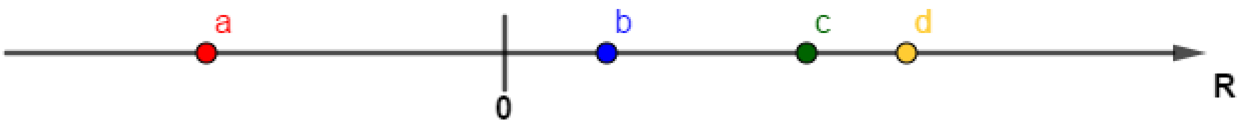
A partir de agora entramos nos estudos dos intervalos reais. Você deve estar pensando: "Mas o que tem a ver intervalos reais com Teoria dos Conjuntos? " Eu respondo: TUDO!

Neste novo tópico, iremos trabalhar em especial, com: subconjuntos dos números reais, representados por meio de retas, que são (levando em consideração o conceito geométrico) um conjunto de pontos.

Perceba que uma reta real numérica possui infinitos pontos e cada ponto desse representa um número real. Assim, é de suma importância saber realizar operações entre esses conjuntos, em especial para soluções de equações, inequações, funções etc.

Imaginemos uma reta orientada para a direita, ou seja, os números crescem à medida em que se afastam da origem (ZERO) em direção à orientação da reta. A partir dessa reta e dessa origem, vamos selecionar quatro pontos quaisquer **a**, **b**, **c** e **d** de modo que eles sejam distintos entre si.

Lembre-se que, se estamos diante de uma reta numérica, ou seja, cada ponto selecionado representa um número real. Assim, temos a seguinte constatação:



A partir deste exemplo modelo, podemos tirar algumas conclusões, quais sejam:

$$\begin{cases} a \in R \wedge b \in R \wedge c \in R \wedge d \in R \\ a < 0 \\ 0 < b < c < d \\ a \Rightarrow \text{ menor elemento por está mais distante à esquerda da origem (zero).} \\ d \Rightarrow \text{maior elemento por está mais distante à direita da origem (zero)} \\ a \cdot b \cdot c \cdot d < 0 \\ b \cdot c \cdot d > 0 \end{cases}$$

Ainda pensando na ordenação dos reais, podemos entender que, dados dois números reais x e y, uma e apenas uma das três seguintes é verdadeira.

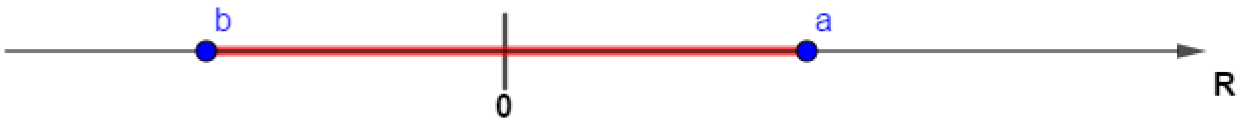
x = y ou x > y ou x < y

Estas relações formam a Tricotomia dos Números Reais. A partir delas recorrem algumas propriedades, quais sejam:

$$\begin{cases} x = y \Leftrightarrow x - y = 0 \\ x > y \Leftrightarrow x - y > 0 \\ x < y \Leftrightarrow x - y < 0 \end{cases}$$

Pensando agora em Intervalos Reais, vamos partir de uma reta real com três elementos em destaque: os elementos a e b, bem como a origem (zero). Preparados?!

Para o nosso estudo de Intervalos Reais, tenha em mente que os elementos **a** e **b** que representam as extremidades superiores e inferiores, respectivamente. Saiba que o espaço delimitado por estas extremidades é chamado de INTERVALO REAL, o qual possui infinitos números reais



Na figura acima temos:

- ***b*: extremidade inferior**
- ***a*: Extremidade superior**
- **0: Origem**
- **Segmento em vermelho: intervalo real que possui infinitos elementos (números)**

Em outras palavras, o intervalo real é o modo mais prático de se representar um conjunto numérico com muitos elementos. Vamos estudar cada um deles? Então, vamos!

2 – Intervalos

Para entendermos os diversos tipos de intervalos, precisamos adotar dois números reais *a* e *b*, sendo *a* < *b*. A partir de agora, vamos considerar alguns subconjuntos importantes dos reais. Beleza?

*1º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b**, não incluindo **a** e **b**, é denominado intervalo aberto e representado por]a ; b[ou (a ; b). Assim:*

$$]a,b[=(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo aberto, as extremidades ficam com a “bolinha aberta”.

*2º) O conjunto formado por **a** e **b** e pelos reais compreendidos entre **a** e **b** é denominado intervalo fechado e representado por [a ; b]. Assim:*

$$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\le x\le b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui os elementos a e b, as extremidades ficam com a "bolinha fechada".

*3º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b, não incluindo a,** é denominado intervalo aberto à esquerda e fechado à direita e representado por (a ; b]. Assim:*

$$]a,b] = (a,b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento b, esta extremidade fica com a "bolinha fechada".

*4º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b, não incluindo b,** é denominado intervalo aberto à direita e fechado à esquerda e representado por [a ; b). Assim:*

$$[a,b[= [a,b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento *a*, esta extremidade fica com a "bolinha fechada"

*5º) Intervalo fechado à esquerda e **aberto em mais infinito**:*

$$[a,+\infty[= [a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$$

Representação Gráfica:

6º) Intervalo aberto à esquerda e ***aberto em mais infinito****:*

$$]a,+\infty[\ = (a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$$

Representação Gráfica:

7º) Intervalo ***aberto em menos infinito*** *e fechado à direita:*

$$]-\infty,a] = (-\infty,a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$$

Representação Gráfica:

8º) Intervalo ***aberto em menos infinito*** *e aberto à direita:*

$$]-\infty,a[\ = (-\infty,a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$$

Representação Gráfica:

Os símbolos -∞ (lê-se : menos infinito) e +∞ (lê-se: mais infinito) não representam números reais. Note nos intervalos acima que eles sempre são abertos nessas "extremidades"

Observe o intervalo abaixo:

A partir dele podemos extrair algumas conclusões muito importantes para sua prova. Supondo que essa reta real seja a representação de um interval real que chamaremos de conjunto A, então:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 0 \text{ ou } x > 0\} \text{ ou } A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 0\}$$

É, meu querido. Muita coisa, não?? Mas não se preocupe! Basta praticar bastante. Sem medo de ser feliz. Resolva todas as questões de provas anteriores bem como as questões similares. Fazendo assim, IMPOSSÍVEL dar errado!

Preparado para mais? Vamos que vamos!

3 – Operações entre intervalos

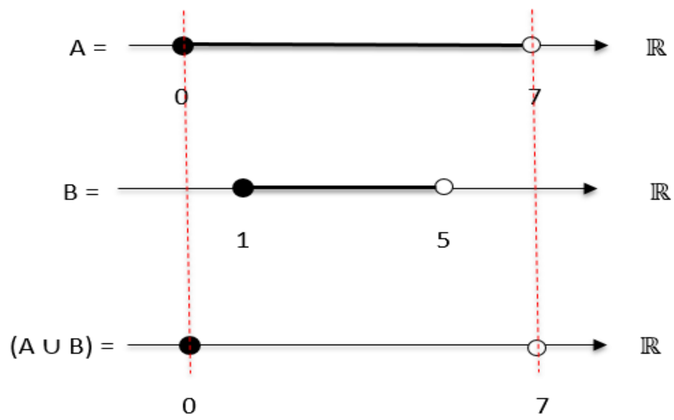
Assim como na Teoria dos Conjuntos, na qual aprendemos operações entre conjuntos finitos, neste capítulo iremos entender como realizar as operações de união, interseção e diferença de intervalos reais. Para um bom entendimento, é necessário que a teoria seja explícita a partir de um exemplo prático. Assim, tomemos os exercícios abaixo como motivadores.

Imaginemos dois intervalos reais A e B, tais que:

A = [0 ; 7[B = [1 ; 5[

a) União de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da União em si. Já é sabido que, na União, o "maior" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as maiores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, além do dos elementos do conjunto vencedor, o resultado deverá também possuir os elementos que não são comuns a ele. Vejamos um exemplo!

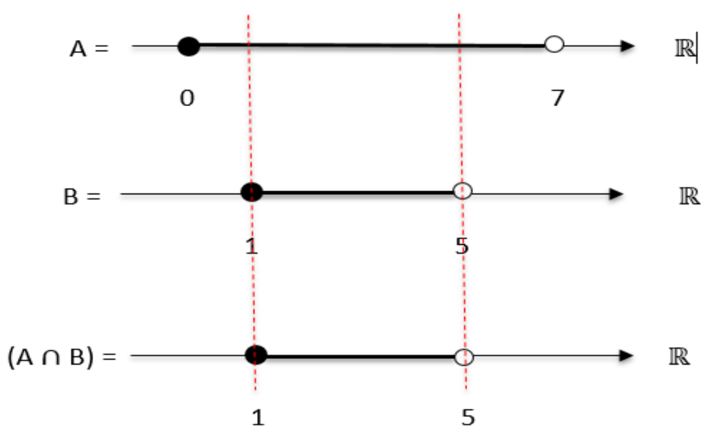


Assim, (A ∪ B) = [0 ; 7[, que representa o conjunto de maior extremidade.

b) Interseção de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da Interseção em si. Já é sabido que, na Interseção, o "menor" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as menores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, no resultado desta operação, todos os elementos deverão pertencer a todos os conjuntos mencionados.

Vejamos um exemplo!

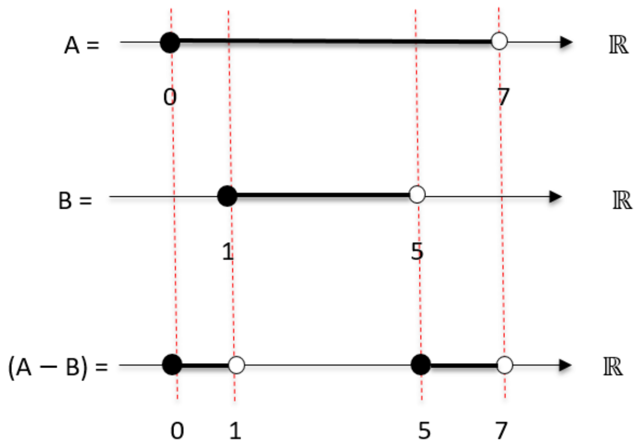


Assim, (A ∩ B) = [1 ; 5[, que representa o intervalo comum aos dois conjuntos.

c) Diferença de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação Diferença em si. Já é sabido que, na Diferença de Conjuntos, o que interessa são os elementos que pertençam a somente um dos conjuntos mencionados. Vale destacar que, o resultado deverá possuir os elementos que pertençam ao primeiro, mas não ao segundo conjunto.

Vejamos um exemplo!



Assim, (A – B) = [0; 1[∪ [5; 7[, que representa os intervalos só pertencentes ao conjunto A, ou seja, que não estão em B.

Abordaremos questões militares da EPCAR (que não são muitas), bem como de outras escolas, justamente para melhor fixar o conteúdo! Informo ainda que as questões estarão em um grau de dificuldade crescente. OK? Vamos exercitar um pouco??

---

01. Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que
A = {1, 2, 3, 4},
B = {4, 5, 6},
C = {{1}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}},
D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) $1 \in D$ ( )

b) $3 \notin B$ ( )

c) $1 \in C$ ( )

d) $4 \in A$ ( )

e) $\{1\} \in C$ ( )

f) $\{2, 3\} \in C$ ( )

g) $\{\{1\}\} \in C$ ( )

h) $\{1\} \in D$ ( )

i) $\{4,5\} \in D$ ( )

j) $5 \notin B$ ( )

---

02. Dado o conjunto $P = \{0, \{0\}, \varnothing, \{\varnothing\}\}$, considere as afirmativas:

I) $\{0\} \in P$
II) $\{0\} \subset P$
III) $\varnothing \in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:
a) todas são verdadeiras.
b) apenas a I é verdadeira.
c) apenas a II é verdadeira.
d) apenas a III é verdadeira.
e) todas são falsas.

---

03. Considere os seguintes conjuntos: A = {1, 2, {1,2}} B = {{1}, 2} e C = {1, {1}, {2}}
Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$
b) $B \cap C = \{\{1\}\}$
c) $B - C = A \cap B$
d) $B \subset A$
e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

04. Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$
2) $A \cup U = U$
3) $A \cap A = A$
4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$
5) $\varnothing \subset A$
6) $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

---

05. Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

a) {x}

b) {p; u; v}

c) {v; x; y; z}

d) { }

e) {p ;u; v; x; y; z}

---

06. Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ e $C = A \cup B$, é correto afirmar que

a) $B \cap C = C$.

b) $A \cap C = A$.

c) $A \cup C = A$.

d) $B \cup C = \emptyset$.

e) $A \in C$.

07. Considere os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, 3, 4, 5}. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

---

08. Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

I) $\{1\} \subset A$

II) $\{1\} \in A$

III) $\{1,2,3\} \subset A$

IV) $3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

---

09. Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que M – N = P. Considere as afirmativas:

IV) $P \cap N = \emptyset$

V) $M \cap P = P$

VI) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras

b) Somente a II e a III são verdadeiras

c) Somente a I e a II são verdadeiras

d) Somente a I e a III são verdadeiras

e) Nenhuma é verdadeira

---

10. Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão :

a) $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,2,3,4\}$
b) $A = \{2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
c) $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3\}$
d) $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$
e) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 3\}$

---

11. Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:
a) 23
b) 25
c) 95
d) 32
e) 40

---

12. Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

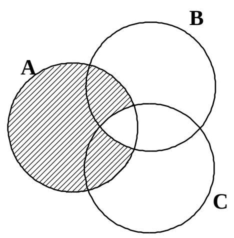
c) 50 questões

d) 30 questões

e) 20 questões

---

13. No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

e) $A - (B - C)$

---

14. Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?
a) 100
b) 120
c) 140
d) 160
e) 180

---

15. Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de A ∩ B é 25 , o número de elementos de A ∩ C é 15 e o número de elementos de A ∩ B ∩ C é 10. Então o número de elementos de A ∩ (B ∪ C) é :

a) 30

b) 10

c) 40

d) 20

e) 15

---

16. Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

1) 80 universitários leem apenas um jornal.
2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.
3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160
b) 140

c) 120
d) 100
e) 80

---

17. Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C-(\mathrm{B}\cup \mathrm{A})$

b) $C-(\mathrm{B}\cap \mathrm{A})$

c) $(A\cup B)\cap \mathrm{C}$

d) $(B\cap C)\cup(A\cap B)$

---

18. Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler.

O resultado foi:
- 42% leem a revista “Veja”
- 35% leem a revista “Época”
- 17% leem as revistas “Veja” e “Época”

Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

d) 40

e) 17

---

19. Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620
b) 470

c) 320

d) 280

---

20. Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então $A \cap B$ é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15

b) 35

c) 105

d) 525

---

21. Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto $C - [(A \cap B) \cap C]$ pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

---

22. Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN \,/\, 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN \,/\, 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

e) A∪B

---

23. Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

---

24. Se A={1,{9},9,2}, assinale a afirmativa errada.

a) $1 \in A$

b) $9 \in A$

c) $\{9\} \in A$

d) $\{9\} \subset A$

e) $2 \subset A$

---

25. Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$

b) $A \supset B$

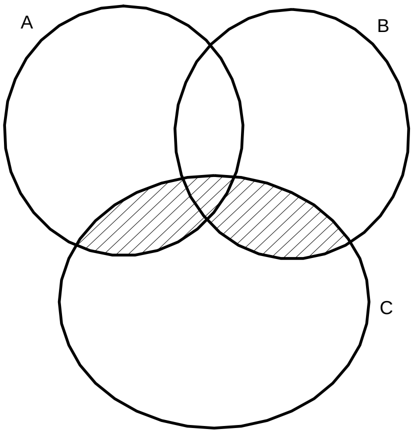
c) $A \not\subset B$

d) $A \supset B$ ou $B \supset A$

e) $A \subset B$ e $B \subset A$

---

26. A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) A∩C

b) (A∪B)∩C

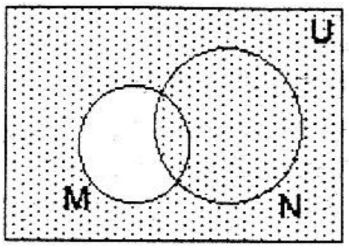
c) (A∩C)∪C

d) B∩C

e) (A∪C)∩B

---

27. No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de (M ∪ N) em relação a U.
b) complementar de (M – N) em relação a U.
c) complementar de (M ∩ N) em relação a U.
d) (M – N) ∪ (N – M).

---

28. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778
b) 658
c) 120

d) 131

---

29. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70

b) 185

c) 320

d) 280

---

30. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $\left[A-(A\cap B)\right]\cap B=C$, pode-se afirmar, necessariamente, que

a) $C\not\subset(A\times B)$

b) $n(A-B)<n(B)$

c) $n(A\cap C)>n(A\cup B)-n(B)$

d) $n(B\cap C)=n(C)$

---

31. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO
2ª) GEOMETRIA
3ª) POLINÔMIOS
Sabe-se que:

- apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;
- 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;
- 22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e
- 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.

Nessas condições, é correto afirmar que

a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

---

32. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40
d) 36
e) 30

---

33. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A \cup B) = 10$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(A) > n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A - B)$ é:

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14

---

34. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A \cap B$ é igual a:

(A) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$

(B) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$

(C) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$

(D) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 6\}$

(E) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar}\}$

---

35. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

---

36. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

---

37. (CN 1995) Num concurso, cada candidato fez uma prova de Português e uma de Matemática. Para ser aprovado, o aluno tem que passar nas duas provas. Sabe-se que o número de candidatos que passaram em Português é o quádruplo do número de aprovados no concurso; dos que passaram em Matemática é o triplo do número de candidatos aprovados no concurso; dos que não passaram nas duas provas é a metade do número de aprovados no concurso; e dos que fizeram o concurso é 260. Quantos candidatos foram reprovados no concurso?

a) 140
b) 160
c) 180
d) 200
e) 220

---

38. (CN 1998) Considere o conjunto A dos números primos positivos menores do que 20 e o conjunto B dos divisores positivos de 36. O número de subconjuntos do conjunto diferença B - A é:

a) 32
b) 64
c) 128
d) 256
e) 512

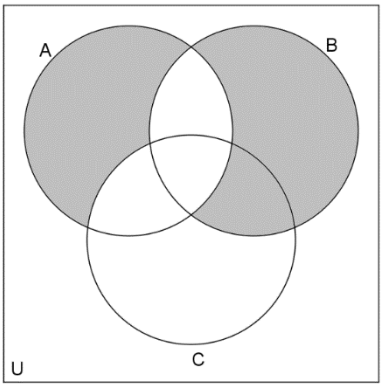
---

39. (EPCAR 1986) Um conjunto A tem n elementos e p subconjuntos e um conjunto B tem 3 elementos a mais do que o conjunto A. Se q é o número de subconjuntos de B, então:

a) $q = 3p$
b) $p = 8q$
c) $p = q + 8$
d) $\frac{p}{q} = \frac{1}{8}$
e) $q = p + 8$

---

40. (CN 1991) Considere os conjuntos A, B, C e U no diagrama abaixo. A região sombreada corresponde ao conjunto:



a) $[A-(B\cap C)]\cup[(B\cap C)-A]$

b) $C_{(A\cup B\cup C)}[(A\cup B)-C]$

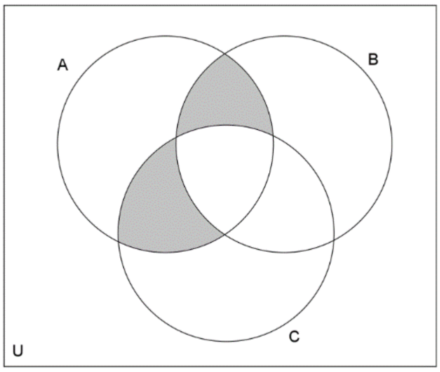
c) $C_{A\cup(B\cap C)}[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

d) $(A\cup B)-[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

e) $[(B\cap C)-A]\cup(A-B)$

---

41. (CN 1993) Considere os diagramas onde A, B, C e U são conjuntos. A região sombreada pode ser representada por:



(A) $(A\cap B)\cup(A\cap C)-(B\cap C)$

(B) $(A\cap B)\cup(A\cap C)-(B\cup C)$

(C) $(A\cup B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C)$

(D) $(A\cup B)-(A\cup C)\cap(B\cap C)$

(E) $(A-B)\cap(A-C)\cap(B-C)$

---

42. (CN 1998) Dados os conjuntos A, B e C, tais que: $n(B\cup C)=20$, $n(A\cap B)=5$ $n(A\cap C)=4$, $n(A\cap B\cap C)=1$ e $n(A\cup B\cup C)=22$, o valor de $n[A-(B\cap C)]$ é:

a) 10

b) 7
c) 9
d) 6
e) 8

---

43. (CN 1988) Dados os conjuntos M, N e P tais que $N \subset M$, $n(M \cap N) = 60\% \cdot n(M)$, $n(N \cap P) = 50\% \cdot n(N)$, $n(M \cap N \cap P) = 40\% \cdot n(P)$ e $n(P) = x\% \cdot n(M)$. O valor de X é:

obs.: $n(A)$ indica o número de elementos do conjunto A.

a) 80
b) 75
c) 60
d) 50
e) 45

---

44. (CN 1989) Num grupo de 142 pessoas foi feita uma pesquisa sobre três programas de televisão A, B e C e constatou-se que:

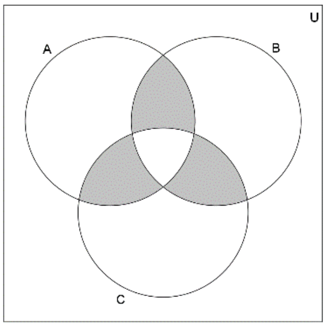
I - 40 não assistem a nenhum dos três programas.
II - 103 não assistem ao programa C.
III – 25 só assistem ao programa B.
IV - 13 assistem aos programas A e B.
V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B.
VI - 25 só assistem a 2 programas; e
VII – 72 só assistem a um dos programas.

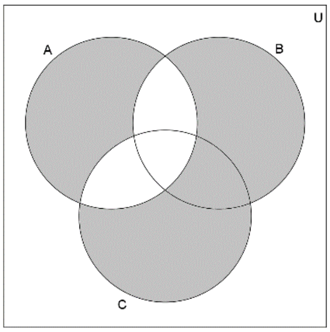
Pode-se concluir que o número de pessoas que assistem

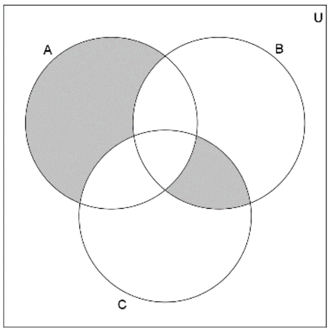
a) ao programa A é 30
b) ao programa C é 39
c) aos 3 programas é 6
d) aos programas A e C é 13
e) aos programas A ou B é 63.

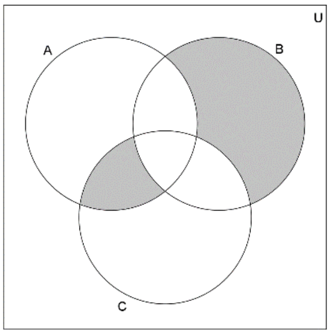
---

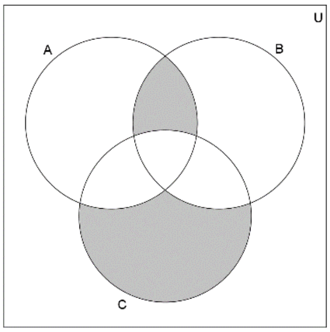
45. (CN 1992) Sejam U o conjunto das brasileiras, A o conjunto das cariocas, B o conjunto das morenas e C o conjunto das mulheres de olhos azuis. O diagrama que representa o conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

46. (CN 2006) Sejam os conjuntos $A=\{1,3,4\}$, $B=\{1,2,3\}$ e X. Sabe-se que qualquer subconjunto de $A\cap B$ está contido em X, que por sua vez é subconjunto de $A\cup B$. Quantos são os possíveis conjuntos X?

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

---

47. (CN 2007) Observe os conjuntos $A=\{3,\{3\},5,\{5\}\}$ e $B=\{3,\{3,5\},5\}$. Sabendo-se que $n(X)$ representa o número total de elementos de um conjunto X, e que $P(X)$ é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto X, pode-se afirmar que:

(A) $n(A\cap B)=3$

(B) $n(A\cup B)=7$

(C) $n(A-B)=2$

(D) $n(P(A))=32$

(E) $n(P(B))=16$

---

48. (CN 2008) Em uma classe de X alunos, o professor de matemática escreveu, no quadro de giz, um conjunto A de n elementos. A seguir, pediu que, por ordem de chamada, cada aluno fosse ao quadro e escrevesse um subconjunto de A, diferente dos que já foram escritos. Depois de cumprirem com a tarefa, o professor notou que ainda existiam subconjuntos que não haviam sido escritos pelos alunos. Passou a chamá-los novamente, ate que o 18° aluno seria obrigado a repetir um dos subconjuntos já escritos; o valor mínimo de x, que atende às condições dadas, está entre:

(A) 24 e 30.

(B) 29 e 35.

(C) 34 e 40.

(D) 39 e 45.

(E) 44 e 50.

---

49. (CN 2011) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A=\{1,\{1,2\},\{3\}\}$, $B=\{1,\{2\},3\}$ e $C=\{\{1\},2,3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A-C)$ e $(A-B)$, qual será o total de elementos de X?

(A) 1

(B) 2

(C) 3
(D) 4
(E) 5

---

50. (CN 2012) Numa pesquisa sobre a leitura dos jornais A e B, constatou-se que 70% leem o jornal A e 65% leem o jornal B. Qual o percentual máximo dos que leem os jornais A e B?

a) 35%
b) 50%
c) 65%
d) 80%
e) 95%

---

51. (EFOMM-2006) Sejam os conjuntos $U = \{1,2,3,4\}$ e $A = \{1,2\}$. O conjunto B tal que $B \cap A = 1$ e $B \cup A = U$ é?

a) 0
b) {1}
c) {1, 2}
d) {1, 3, 4}
e) U

---

52. (EFOMM-2006) Dados $A = \{2,3,4\}$ e $B = \{1,6,8,12\}$ a relação $R_1 = \{(x,y) \in A \times B | y = x + 4\}$ de *A* em *B* é dada por:

a) $\{(3,6),(4,8)\}$
b) $\{(2,6),(4,8)\}$
c) $\{(6,2),(8,4)\}$
d) $\{(2,6),(3,12),(4,8)\}$
e) $\{(2,1),(3,6),(4,8)\}$

---

53. (EFOMM-2007) Numa companhia de 496 alunos, 210 fazem natação, 260 musculação e 94 estão impossibilitados de fazer esportes. Neste caso, o número de alunos que fazem só natação é:

a) 116
b) 142
c) 166
d) 176

e) 194

---

54. (EFOMM-2010) Se X é um conjunto com um número finito de elementos, *n*(X) representa o número de elementos do conjunto X. Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:

- $n(A \cup B \cup C) = 25$;
- $n(A - C) = 13$;
- $n(B - A) = 10$;
- $n(A \cap C) = n(C - (A \cup B))$

O maior valor possível de *n*(C) é igual a:
a) 9
b) 10
c) 11
d) 12
e) 13

---

55. (EFOMM-2012) Considere-se o conjunto universo *U*, formado por uma turma de cálculo da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) e composta por alunos e alunas. São dados os subconjuntos de *U*:

A: Conjunto formado pelos alunos; e

B: Conjunto formado por todos os alunos e alunas aprovados.

Pode-se concluir que $C_U^B - (A - B)$ é a quantidade de:

a) alunos aprovados.
b) alunos reprovados.
c) todos os alunos e alunas aprovados.
d) alunas aprovadas.
e) alunas reprovadas.

---

56. (EFOMM-2014) Denotaremos por n(X) o número de elementos de um conjunto finito X. Sejam A, B, C conjuntos tais que $n(A \cup B) = 14, n(A \cup C) = 14$, e $n(B \cup C) = 15$, $n(A \cup B \cup C) = 17$ e $n(A \cap B \cap C) = 3$.
Então $n(A) + n(B) + n(C)$ é igual a:

a) 18
b) 20
c) 25
d) 29
e) 32

---

57 – Se o conjunto A tem 3 elementos. Quantos subconjuntos próprios tem o conjunto potência de P(A)?

a) $2^3 - 1$
b) $2^3 - 1$
c) $2^{16} - 1$
d) $2^{256} - 1$
e) $2^{64} - 1$

---

58 – Sabendo que o conjunto: $A = \{a+b; a+2b-2; 10\}$ é um conjunto unitário. Qual é o valor de $= a^2 + b^2$?
a) 16
b) 80
c) 68
d) 58
e) 52

---

59 – Se $A = \{x / x \in \mathbb{I} \wedge 10 < x < 20\}$, $B = \{y+5 / y \in \mathbb{I} \wedge (\sqrt{y}+15) \in A\}$. Qual é a soma dos elementos de B, considerando I o conjunto dos números inteiros?
a) 45
b) 50
c) 55
d) 60
e) 65

---

60 – Dados os seguintes conjuntos iguais:
$A = \{a+2; a+1\}$
$B = \{7-a; 8-a\}$
$C = \{b+1; c+1\}$
$D = \{b+2; 4\}$
Determinar o valor de: $a+b+c$:
a) 2
c) 5
c) 7
d) 10
e) 12

---

61 – Seja $\mathbb{U}=\{1;2;3;\ldots\}$. Então, dados os conjuntos: $A=\{2x\,/\,x\in\mathbb{U}\wedge x>5\}$ e $B=\{1{,}5x-1\,/\,x\in A\}$. Qual é o número de elementos de $A\cap B$?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

---

62 – O conjunto A tem 2 elementos menos que o conjunto B, que por sinal, possui 3.072 subconjuntos a mais que A. Se tais conjuntos são disjuntos. Qual é o cardinal de $A\cup B$?

a) 19

b) 20

c) 21

d) 22

e) 24

---

63 – Quantos subconjuntos tem o conjunto “B”, onde $B=(A\cup C)-(A\cap C)$, Se: $A=\{x\,/\,x^3-6x^2+12x-8=0\}$ e $C=\{x\,/\,x^2+x-20=0\}$?

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

---

64 – Para 2 conjuntos A e B sabe-se que:

- A tem 16 subconjuntos
- B tem 8 subconjuntos
- $A\cup B$ tem 32 subconjuntos

Quantos subconjuntos têm $A\cap B$?

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

---

65 – Definimos a operação "*" tal que: $A*B=(A-B)'$. Segundo isto, simplificar:
$[(A*B)*(B-A)]*A$

a) $A\cup B$

b) $A\cap B$

c) $A-B$

d) $B*A$

e) $A*B$

---

66 – De 150 alunos, 104 não se candidataram à FGV, 109 não se candidataram à PUC e 70 não se candidataram à estas universidades. Quantos se candidataram à ambas?

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

---

67 – De certo número de figuras geométricas sabe-se que 60 são quadriláteros, 20 são losangos, 30 são retângulos e 12 não são losangos nem retângulos. Quantos são quadrados?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

---

68 – Em uma pesquisa realizada entre os estudantes de uma universidade, se obteve os seguintes resultados:

• 60% usam o produto A;

• 50% usam o produto B;

• 80% usam os produtos A ou B, mas não ambos;

• 200 alunos não usam estes produtos.

Quantos alunos foram entrevistados?

a) 2400

b) 3200

d) 4000

d) 6400

e) 5600

69 – Em uma cidade se determinou que:

• a quarta parte da população não gosta de natação e nem de futebol;

• metade gosta de natação;

• 5/12 gostam de futebol.

Qual parte da população gosta somente de um dos esportes mencionados?

a) 3/4

b) 1/4

c) 1/3

d) 7/12

e) ½

---

70 – Se dão três conjuntos X, Y e Z, incluídos em um mesmo conjunto universal $\mathbb{U}$, tal que:

$Z \cap X = Z$

$n(Z') = 150$

$n(X' \cap Y') = 90$

$n[(X \cup Y) - Z] = 6 \cdot n(Z)$

Ache $n(\mathbb{U})$:

a) 140

b) 170

c) 150

d) 180

e) 160

---

71 – Em uma pesquisa com 170 comerciantes que trabalham em um mercado do centro de São Paulo, se tem:

• 30 são surdos e vendem livros;

• 32 que ouvem música vendem livros;

• 75 que vendem livros, não ouvem música;

• 55 são surdos;

• 60 ouvem música.

Quantos dos que não ouvem música, não vendem livros, nem são surdos?

a) 20

b) 15

c) 18

d) 12

e) 10

---

72 – De 120 alunos que deram um teste contendo os cursos A, B e C, sabe-se que:

• 10 testes foram anulados e o restante aprovou em pelo menos um curso;

• os que aprovaram A, desaprovaram B e C;

• Há 20 alunos que aprovaram B e C.

Quantos foram aprovados em apenas um curso?

a) 60

b) 70

c) 90

d) 80

e) 100

---

73 – Fizeram uma pesquisa entre 170 pessoas para ver a preferência entre partidos políticos: A e B de centro, C de direita e D de esquerda com os seguintes resultados:

• 10 não simpatizam com partido algum;

• 32 somente com D;

• 22 somente com A;

• 20 somente com B e 20 somente com C;

• 20 com A e D, mas não com B;

• 4 somente com A e C;

• 24 com B e D e 28 com A e B;

Se ninguém que simpatiza com a direita simpatiza com a esquerda. Quantos simpatizam com A, B e D?

a) 8

b) 12

c) 16

d) 20

e) 24

---

74 – Tomou-se uma pesquisa com 300 pessoas sobre a preferência de 3 livros: A, B e C. averiguando-se que:

• 250 leem A ou B;

• 100 leem A mas não leem B;

• 120 leem B mas não leem A;

• 20 não leem estes livros;

• não mais de 10 leem os 3 livros.

Quantas pessoas, no mínimo, leem A e B, mas não C?

a) 18

b) 19

c) 20

d) 21

e) 22

---

75 – Em uma sala de aula:

• 40 alunos tem o livro de Aritmética, 30 o de Física e 30 o de Geometria;

• para 12 deles falta apenas o livro de Física, para 8 apenas o de Geometria e para 6 apenas o de Aritmética;

• 5 têm os 3 livros e 6 não tem esses livros.

Quantos alunos têm na sala?

a) 48

b) 60

c) 65

d) 70

e) 90

---

76 – Um grupo de 41 estudantes de idiomas que falam inglês, francês ou alemão, são submetidos a um exame de verificação, no qual se determinou que:

• 22 falam inglês e 10 somente inglês;

• 23 falam francês e 8 somente francês;

• 19 falam alemão e 5 somente alemão.

Quantos falam inglês, francês e alemão?

a) 6

b) 9

c) 4

d) 5

e) 2

---

77 – De um total de 99 pessoas, 5 falam inglês e espanhol unicamente, 7 espanhol e alemão unicamente e 8 inglês e alemão unicamente. Se os números de pessoas que falam alemão, espanhol e inglês são o dobro, o triplo e o quadruplo do número de pessoas que falam os 3 idiomas respectivamente.

Quantas pessoas falam espanhol?

a) 46

b) 36

c) 31

d) 41

e) 51

---

78 – De um total de 100 alunos que se candidataram a uma universidade, 40 aprovaram Aritmética e Física; 39 Química e Geometria; enquanto que 48 aprovaram Álgebra e Trigonometria; 10 aprovaram os 6 cursos; 21 não aprovaram curso algum; 9 aprovaram Aritmética, Geometria, Física e Química apenas; 19 não aprovaram Física, nem Geometria, nem Química, nem Aritmética, mas sim os outros cursos. Qual o número de alunos que aprovaram apenas dois cursos?

a) 37

b) 41

c) 36

d) 53

e) 29

---

79 – Em um conjunto de 132 pessoas, sabe-se que o número dos que sabem Word, Excel e Access é igual a:

• 1/6 dos que sabem apenas Word;

• 1/5 dos que sabem apenas Excel;

• 1/4 dos que sabem apenas Access;

• 1/2 dos que sabem Word e Excel;

• 1/3 dos que sabem Word e Access;

• 1/4 dos que sabem Excel e Access.

Quantos sabem Word ou Excel?

a) 91

b) 84

c) 72

d) 90

e) 108

80 – Em uma sala de aula, 49 alunos gostam de Aritmética, 47 Álgebra e 53 Geometria. Sabe-se ainda que o total de alunos é 100 e desses, 8 gostam das 3 matérias e 8 não gostam delas. Determinar:

(i) Quantos gostam somente de 2 dessas matérias?

(ii) Quantos gostam somente de 1 dessas matérias?

a) 46; 39

b) 24; 31

c)51; 63

d) 41; 43

e) 36; 39

---

81 – Para uma competição esportiva com 150 atletas realizaram 3 provas (para fazer a terceira era necessário ser aprovado na primeira ou na segunda); sabendo que o número de homens aprovados nas 3 provas é igual ao número de homens não aprovados em nenhuma prova e igual ao número de homens aprovados nas duas primeiras, mas não na terceira. No caso das mulheres, as que aprovaram nas 3 provas são a metade das que aprovaram a primeira e a segunda e este último número igual ao das que não aprovaram prova nenhuma. O número de pessoas aprovadas na primeira ou na segunda, mas não na terceira é igual ao número de pessoas aprovadas nas 3 provas. Os que aprovaram na primeira e terceira somente é o triplo do número de homens aprovados nas 3 provas e o número dos que aprovaram na segunda e terceira somente, é igual ao número de mulheres que não foram aprovadas. Quantos aprovaram nas 2 primeiras provas?

a) 50

b) 40

c) 35

d) 60

e) 70

---

82 – Uma pesquisa em 100 casas de uma cidade jovem obteve-se:

• 60 casas teriam aparelhos de TV em cores;

• 30 teriam equipamento de som;

• 20 teriam VHS;

• 21 teriam TV em cores e equipamento de som;

• 15 teriam TV em cores e VHS;

• 16 teriam equipamento de som e VHS.

Quantas casas, no máximo, não teriam estes aparelhos?

a) 24

b) 32

c) 25
d) 31
e) 18

---

83 – Em um centro de computação de certa universidade decidiu-se analisar que coincidências ocorreram no último exame de admissão, notando-se que:

• O número de pessoas que aprovaram somente o primeiro exame é igual ao número de pessoas que aprovaram o segundo e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente o segundo exame é igual ao número de pessoa que aprovaram o primeiro e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente o terceiro exame é igual ao número de pessoas que aprovaram o segundo e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente 2 exames é igual ao triplo dos que aprovaram os 3 exames.

Se para ingressar basta aprovar 2 dos exames. Que porcentagem do total de candidatos foram admitidos se 16% dos candidatos não aprovaram em nenhum exame?

a) 24%
b) 25,2%
c) 33,6%
d) 43,5%
e) 48%

É, meu querido!! Muita coisa, não?? E olha que não coloquei todas as questões!!

Em breve lançarei uma aula extra a essa, só com questões! Nela irá conter mais questões de fixação, mais da sua banca em especial e mais de aprofundamento, para aí sim podermos cercar as possibilidades de cobrança na sua prova, ok??

Agora, vou passar as questões vistas em aula, com suas respectivas sugestões de resoluções.

Preparados? Vamos nessa então!

---

11. (EsSA - 1991**)**

Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:

a) 23
b) 25
c) 95
d) 32
e) 40

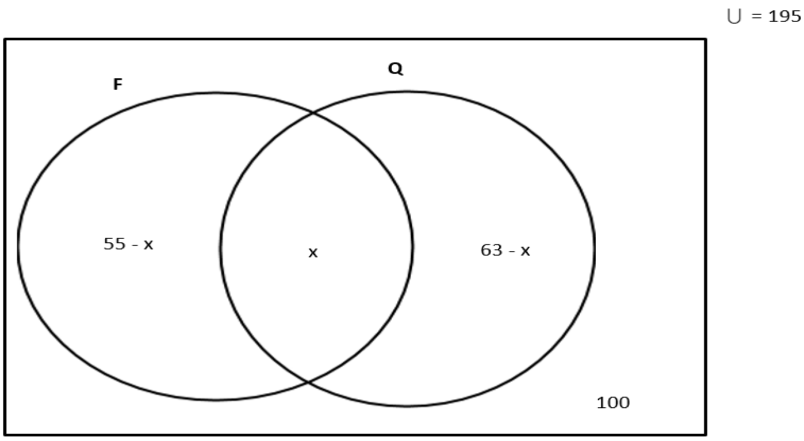
Comentário:

Sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão!

- ✓ O enunciado nos diz que o conjunto universo é $\cup$ = 195. Sabemos ainda que o conjunto universo é a soma de todas as partes.
- ✓ Diz ainda que: Física = 55 alunos; Química = 63 alunos; Nenhuma disciplina = 100 alunos
- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **F (conjunto dos alunos de física), Q (conjuntos dos alunos de química), U (conjunto dos alunos da escola).**
- ✓ Não sabemos quantos alunos estudam as duas disciplinas, que inclusive é o que a banca nos pede, então: chamamos de *"x" alunos*
- ✓ Estudam **SÓ FÍSICA**: *55 - x alunos*
- ✓ Estudam **SÓ QUÍMICA**: *63 – x alunos*

- ✓ Não estudam **NENHUMA DAS DISCIPLINAS**: *100 alunos*

Construindo o diagrama, ficamos com:



$$(55-x)+x+(63-x)+100=195$$
$$55+63-x+100=195$$
$$118+100-195=x$$
$$\therefore x=23$$

Gabarito: A

---

12. (EsSA - 1992**)**

Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

c) 50 questões

d) 30 questões

e) 20 questões

Comentário:

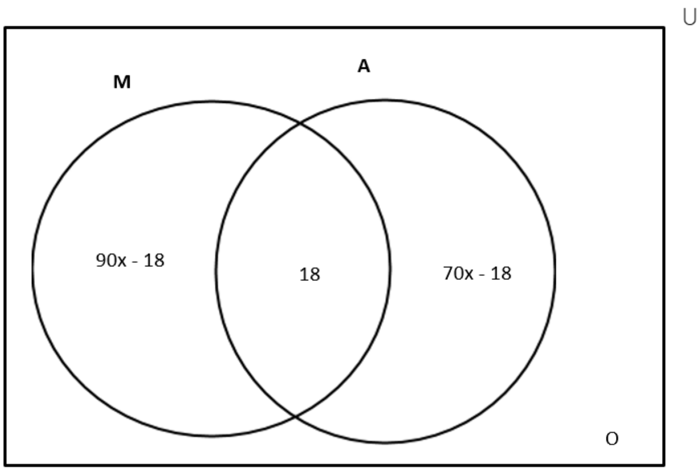
Como disse na questão anterior, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\bigcup$ = 100x. Desta forma podemos inferir que Marcelo resolveu 90x e André resolveu 70x, respectivamente, 90% e 70%.

- ✓ Diz ainda o percentual de acerto de cada: Marcelo = 90% das questões; André = 70% das questões; Questões não resolvidas por eles = 0 questões e Marcelo e André = 18 questões

- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **M (total de questões resolvidas por Marcelo), Q (total de questões resolvidas por André), M∩A(total de questões resolvidas por Marcelo e André).**
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR MARCELO**: *90x - 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR ANDRÉ**: *70x – 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **POR MARCELO E ANDRÉ**: *18 questões*
- ✓ Questões não resolvidas: *0*

Construindo o diagrama, ficamos com:



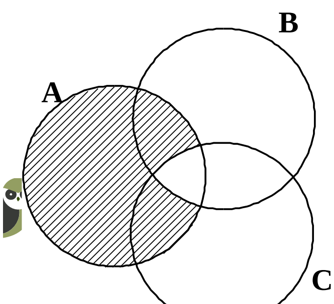
$$\bigcup = 100x \rightarrow (90x - 18) + 70x - 18 + 18 = 100x \rightarrow$$
$$\rightarrow 90x + 70x - 100x = 18$$
$$\rightarrow 60x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{60}$$
$$\therefore x = \frac{3}{10}$$
$$\bigcup = 100x \Rightarrow 100.\left(\frac{3}{10}\right) = 30 \text{ questões.}$$

Gabarito: D

---

13. (EsSA - 1991**)**

No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

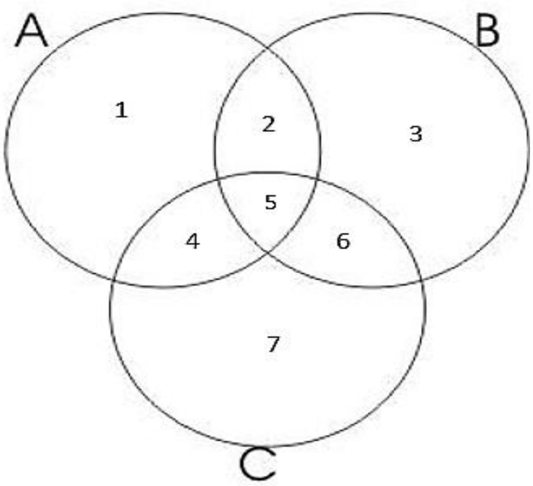
e) $A - (B - C)$

Comentário:

Estamos diante de uma questão de Diagrama, na qual a banca do Exército pede qual alternativa representa a parte hachurada da figura. Tudo bem, até aqui? Então, prossigamos!

Neste tipo de questão, basta considerarmos que dentro de cada pedaço do diagrama exista um determinado elemento, que na resolução do problema utilizarei números de 1 a 7, conforme a figura abaixo. Isso irá facilitar sobremaneira a análise. Vamos nessa?

Imagine os conjuntos A, B e C, com o seguinte diagrama:



A partir dele, podemos extrair algumas informações, quais sejam:

- A = {1, 2, 4, 5} → parte que pertence a TODO CONJUNTO A.
- B = {2, 3, 5, 6} → parte que pertence a TODO CONJUNTO B.
- C = {4, 5, 6, 7} → parte que pertence a TODO CONJUNTO C.
- A∩B = {2, 5} → parte que pertence aos conjuntos A e B.

- $A \cap C = \{4, 5\}$ → parte que pertence aos conjuntos A e C.
- $B \cap C = \{5, 6\}$ → parte que pertence aos três conjuntos B e C.
- $A \cap B \cap C = \{5\}$ → parte que pertence aos três conjuntos A, B e C.
- $(B - C) = \{2, 3\}$ → parte que pertence a B mas não a C.

Pegando-se o diagrama da questão e sobrepondo-se a este que montamos, fica de fácil percepção que a área hachurada representa um conjunto K, tal que:

$$K = \{1, 2, 4\}$$

A partir daí, basta analisarmos cada alternativa e verificar qual delas possui conjunto igual ao conjunto K.

Analisando uma a uma:

a) $(A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C =$ **$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$**
b) $(B \cap C) - A = \{5, 6\} - \{1, 2, 4, 5\} =$ **$\{6\}$**
c) $(A \cap B) \cup C = \{2, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} =$ **$\{2, 4, 5, 6, 7\}$**
d) $A - (B \cap C) = \{1, 2, 4, 5\} - \{5, 6\} =$ **$\{1, 2, 4\} = K$**
e) $A - (B - C) = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3\} =$ **$\{1, 4, 5\}$**

Gabarito: D

---

14. (EsSA-2008**)**

Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?

a) 100
b) 120
c) 140
d) 160
e) 180

Comentário:

Questão bem interessante, envolvendo Teoria de Conjuntos e Múltiplos de Naturais. Por mais que não tenhamos aprendido o conteúdo de MMC (Menor Múltiplo Comum) achei por bem abordar esta questão. Sem mais, vamos à resolução!

Como disse em questões anteriores, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado nos fornece o conjunto universo, que é representado pelos números entre 100 a 1000.
- ✓ Imaginemos que **N = conjunto dos múltiplos de 9**
- ✓ Imaginemos que **Q = conjunto dos múltiplos de 15**
- ✓ Imaginemos **N∩Q = conjunto dos múltiplos de 9 e 15, ao mesmo tempo. Ou seja, este conjunto é composto pelos números múltiplos de 45, que é o MMC de 9 e 15**.
- ✓ Vamos calcular a quantidade de múltiplos de 9 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 9 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$9 \cdot 12 = 108$$

$$9 \cdot 111 = 999$$

Observe que: de 12 a 111 temos, 100 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 9 é 100.

- ✓ Vamos calcular, agora, a quantidade de múltiplos de 15 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 15 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$15 \cdot 7 = 105$$

$$15 \cdot 66 = 990$$

Observe que: de 7 a 66 temos, 60 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 15 é 60.

- ✓ Por fim, iremos calcular a quantidade de múltiplos de 45 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 45 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos

$$45 \cdot 3 = 135$$

$$45 \cdot 22 = 990$$

Observe que: de 3 a 22 temos, 20 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 45 é 20.

Resumindo:

- ✓ N = 100
- ✓ Q = 60
- ✓ N∩Q = 20

$$\#(N \cup Q) = \#(N) + \#(Q) - \#(N \cap Q) \rightarrow (100 + 60) - 20 = 140 \text{ elementos}$$

Gabarito: C

---

15. (EsPCEx)

Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de $A \cap B$ é 25 , o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é :

a) 30

b) 10

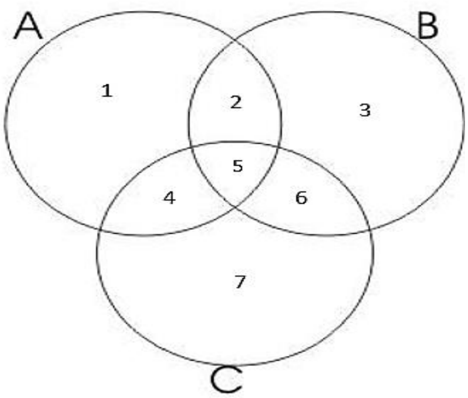
c) 40

d) 20

e) 15

Comentário:

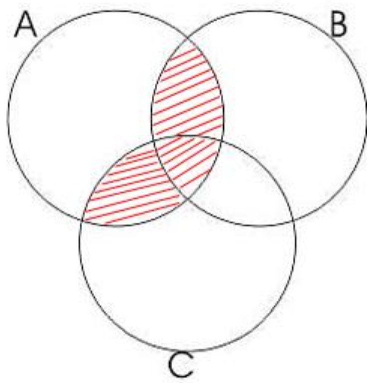
Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



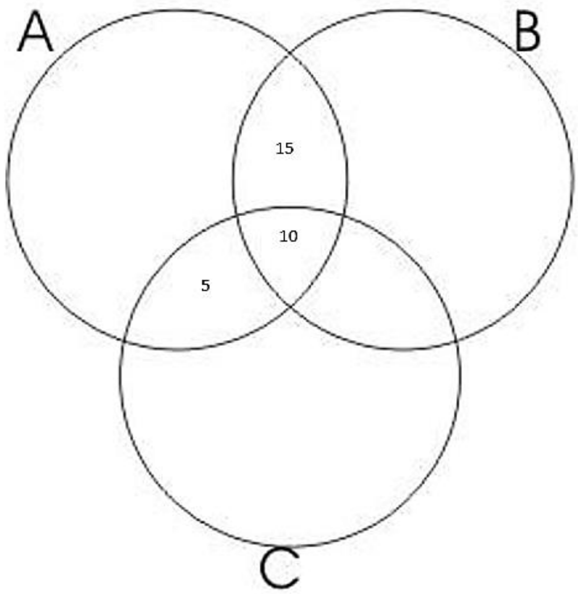
É fácil perceber que $(B \cup C) = \{2;3;4;5;6;7\}$ .No entanto, a questão nos pede $A \cap (B \cup C)$, assim:

$$A \cap (B \cup C) = \{2;4;5\}$$

Podemos observar que este conjunto {2, 4, 5}, pode ser visualizado numa forma hachurada, conforme o diagrama:



Observe agora os dados do enunciado:



Logo: $n(A \cap (B \cup C)) =$ 5 + 10 + 15 = 30 elementos

Gabarito: A

---

16. (EsPCEx**)**

Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

1) 80 universitários leem apenas um jornal.

2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.

3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160

b) 140
c) 120
d) 100
e) 80

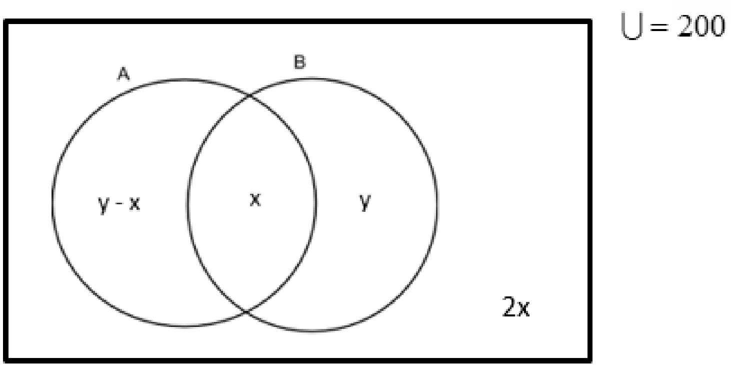
Comentário:

Há casos em que a questão irá te dar mais dados que o necessário. Isso se você observar a solução mais curta. Vamos a ela?

Dados da questão:

- ✓ Conjunto Universo: $\cup = 200$ universitários. Ou seja, soma de todas as partes.
- ✓ A e B: jornais lidos pelos universitários
- ✓ Número dos que leem ambos os jornais: *x universitários*
- ✓ Não leem nenhum dos jornais: *2x universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE B: *y universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE A: *y – x universitários*
- ✓ Número dos que leem B: *x + y universitários*

Observe agora o diagrama:



Assim:

$$(y-x)+x+y+2x=200 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2y+2x=200 \rightarrow 2(x+y)=2.100$$
$$y+x=100$$
$$\therefore n(B)=x+y=100 \text{ eleitores}$$

Gabarito: D

---

17. (EEAr**)**

Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C-(\mathrm{B}\cup\mathrm{A})$

b) $C-(\mathrm{B}\cap\mathrm{A})$

c) $(A\cup B)\cap\mathrm{C}$

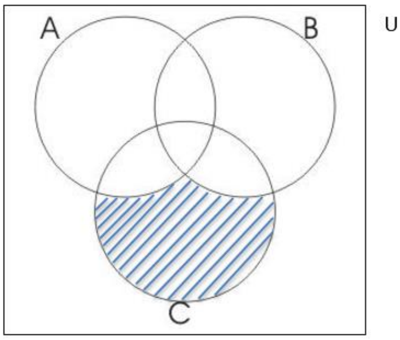
d) $(B\cap C)\cup(A\cap B)$

Comentário:

Perceba que, nesta questão, por já possuirmos um certo conhecimento, podemos analisar o que se pede e verificar qual assertiva é a correspondente. Vamos nessa?

- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a oficial**: C
- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a cabo**: A
- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a sargento**: B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a sargento**: C - B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a cabo**: C - A

Por meio da propriedade, podemos dizer que: **C – (B ∪ A) = (C – B) ∪ (C – A)**



Assim, a única alternativa que representa o que se pede na questão é a alternativa *a.*

Gabarito: A

---

18. (EAM-2000**)**

Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler.

O resultado foi:

- 42% leem a revista "Veja"
- 35% leem a revista "Época"
- 17% leem as revistas "Veja" e "Época"

Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

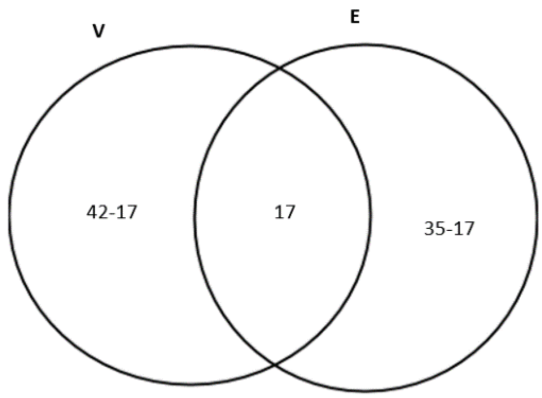
d) 40

e) 17

Comentário:

Vamos ver que dados podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\cup$ = 100.
- ✓ Leem "Veja": *42 alunos*
- ✓ Leem "Época": *35 alunos*
- ✓ Leem as revistas "Veja" e "Época": *17 alunos*
- ✓ Leem só "Veja": 42 – 17 = 25
- ✓ Leem só "Época": 35-17 = 18



Podemos observar que, os alunos que leem apenas uma das duas revistas é: 25 + 18 = 43

Obs.: Perceba que poderíamos resolver a questão utilizando a Operação Diferença Simétrica.

Gabarito: C

---

19. (EEAr-2002**)**

Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

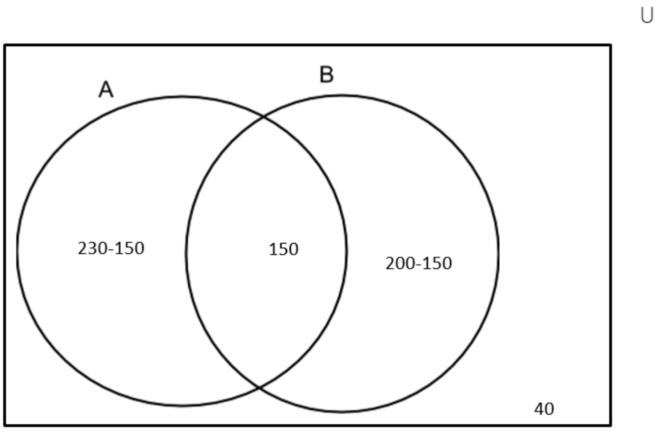
a) 620
b) 470
c) 320
d) 280

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ O enunciado não nos fornece o Conjunto Universo - U. Inclusive é o que se pede na questão.
- ✓ Consomem a marca A: *230 alunos*
- ✓ Consomem a marca B: *200 alunos*
- ✓ Consomem ambas as marcas: *150 alunos*
- ✓ Não consomem cerveja: *40 alunos*

Observe o diagrama abaixo:



Só A: 230 – 150 → 80

Só B: 200 – 150 → 80

A e B: 150 → 150

$$\cup = 80 + 50 + 150 + 40 = 320$$

Gabarito: C

---

20. (EsPCEx**)**

Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então $A \cap B$ é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15
b) 35
c) 105
d) 525

Comentário:

- ✓ A → Conjuntos dos múltiplos de 15
- ✓ B → Conjuntos dos múltiplos de 35

Assim, $A \cap B$ → múltiplos de 15 e 35, ao mesmo tempo. Ou seja, mmc (15;35) = 105.

Gabarito: C

---

21. (EsPCEx**)**

Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto C – [(A ∩ B) ∩ C] pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

Comentário:

Questão bem interessante. Vamos a sua resolução!

- ✓ Conjunto A = 2 elementos
- ✓ Conjunto B = 3 elementos
- ✓ Conjunto C = 4 elementos

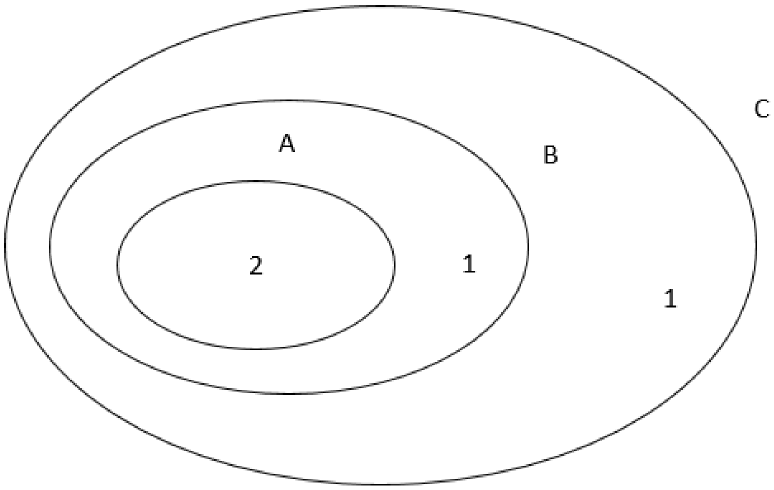
Observe que a questão pede a cardinalidade, ou seja, a quantidade de elementos do conjunto:

$$n(C-[(A\cap B)\cap C].$$

Para resolvermos esta questão, temos que pensar em duas situações, ou seja, duas possibilidades. Uma que retornará a menor cardinalidade e outra que resultará na maior cardinalidade.

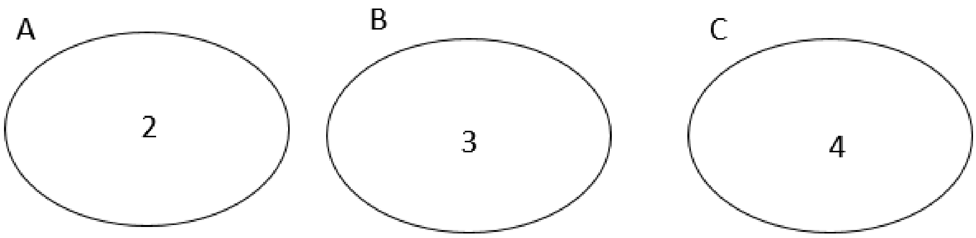
Assim:

1ª situação: A menor cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que possuam interseção como a do diagrama abaixo.



Assim: $n(C-[(A\cap B)\cap C]$ = n(C) – n(A∩B∩C) = 4 – 2 = **2** elementos

2ª Situação: A maior cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que sejam disjuntos, ou seja, não possam interseção.



Assim: $n(C-[(A\cap B)\cap C]$ = n(C) – n(A∩B∩C) = 4 – 0 = **4** elementos

Dessa forma, a cardinalidade do conjunto mencionado pode variar de 2 a 4.

Gabarito: A

---

22. (EsPCEx**)**

Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

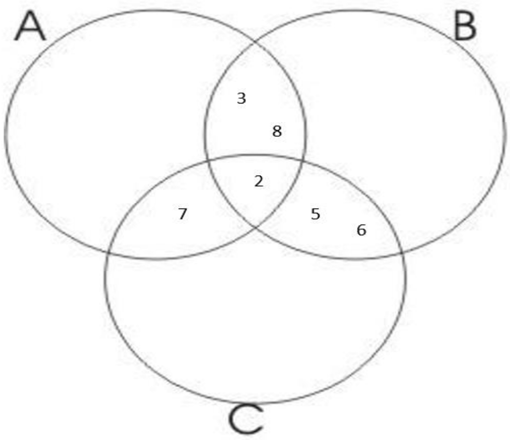
e) A∪B

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

$$A \cup B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$
$$A \cap B = \{2; 3; 8\}$$
$$A \cap C = \{2; 7\}$$
$$B \cap C = \{2; 5; 6\}$$
$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

Observe, abaixo, o diagrama que possui por base as informações extraídas das interseções dos três conjuntos:



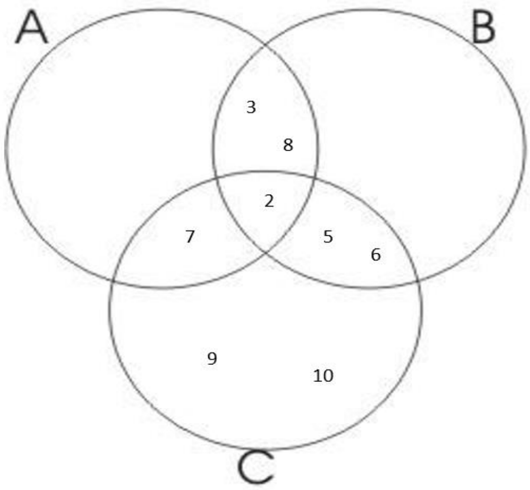
Podemos perceber ainda que:

(A∪B∪C) – (A∪B) = "SÓ C"

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} – {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} = "SÓ C"

"SÓ C" = {9, 10}

Observe como fica a solução no diagrama abaixo:



C = {2, 5, 6, 7, 9, 10}

Gabarito: C

---

23. (CMRJ**)**

Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

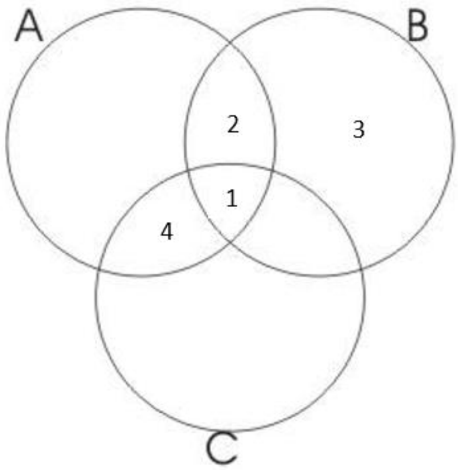
e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$
- ✓ $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$
- ✓ $B \cap C=\{1\}$
- ✓ $A \cap C = \{1,4\}$
- ✓ $A \cap B = \{1,2\}$

Adaptando estas informações no diagrama abaixo, ficamos com:



É fácil perceber que o conjunto B ficou com 3 elementos: B = {1, 2, 3}

Gabarito: B

---

24. (CMRJ**)**

Se A={1,{9},9,2}, assinale a afirmativa errada.

a) 1 ∈ A

b) 9 ∈ A

c) {9} ∈ A

d) {9} ⊂ A

e) 2 ⊂ A

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A → é o conjunto a ser analisado**
- ✓ **1, {9}, 9, 2 → são elementos do conjunto A**

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA. Passaremos analisando cada alternativa, ok?

Na letra *a,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 9 de fato está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {9} está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o **subconjunto** {9} está de fato contido no conjunto A. Este subconjunto surge quando listamos os conjuntos das partes de A.

Na letra *e,* temos: assertiva falsa, tendo em vista que o elemento 2 está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado, mas NÃO ESTÁ CONTIDO, como assertiva nos mostra.

Gabarito: E

---

25. (CMRJ**)**

Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$

b) $A \supset B$

c) $A \not\subset B$

d) $A \supset B$ ou $B \supset A$

e) $A \subset B$ e $B \subset A$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A e B → são os conjuntos a serem analisados**
- ✓ **$A \cup B$ → União de Conjuntos**
- ✓ **$A \cap B$ → Interseção de Conjuntos**

Quando se fala em Interseção, estamos querendo passar que são elementos em COMUM a todos os conjuntos mencionados.

Porém, quando se fala em União, estamos querendo passar que são elementos em COMUM E NÃO COMUNS a todos os conjuntos mencionados.

O enunciado diz que a União é igual a Interseção, ou seja, todos os elementos devem ser comuns a todos os conjuntos mencionados. Desta forma, o conjunto A deve ser igual ao conjuntos B.

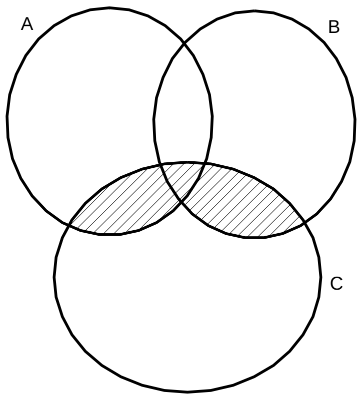
Para que isso aconteça, A = B, devemos ter a seguinte relação de inclusão: $A \subset B$ e $B \subset A$

Gabarito: E

---

26. (EAM-2000**)**

A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) $A \cap C$

b) $(A \cup B) \cap C$

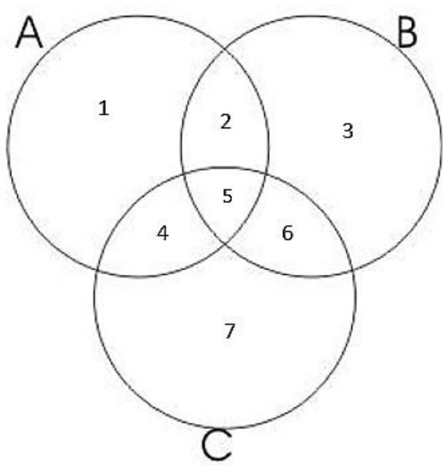
c) $(A \cap C) \cup C$

d) $B \cap C$

e) $(A \cup C) \cap B$

Comentário:

Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



Podemos perceber que a região que se pede na questão é representada pelo conjunto formado pelos elementos {4, 5, 6}. Tudo bem até aqui? Show!

A partir de agora iremos analisar alternativa a alternativa, para encontrar qual delas coincide com o conjunto da parte hachurada. OK? Vamos nessa!

- ✓ $A \cap C = \{4, 5\}$
- ✓ $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6\}$
- ✓ $(A \cap C) \cup C = \{4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$
- ✓ $B \cap C = \{5, 6\}$
- ✓ $(A \cup C) \cap B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 6\} = \{2, 5, 6\}$

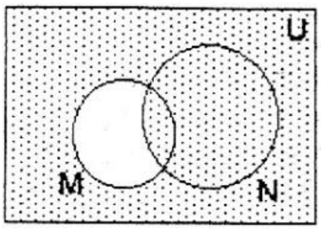
Observe que a única alternativa que representa um conjunto com os mesmos elementos da parte hachurada é a assertiva b.

Gabarito: B

---

27. (EEAr-2004**)**

No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de $(M \cup N)$ em relação a U.

b) complementar de $(M - N)$ em relação a U.

c) complementar de $(M \cap N)$ em relação a U.

d) $(M - N) \cup (N - M)$.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ M e N → Conjuntos quaisquer
- ✓ U → Conjunto Universo que contém os subconjuntos M e N.
- ✓ Parte do diagrama que está em brando, ou seja NÃO HACHURADO → $(M - N)$

Já aprendemos na teoria que, quando falamos de Complementar, a ideia que se passa é de achar quais elementos falta para chegar ao maior conjunto. Perceba que, no diagrama, o que está hachurado é exatamente o que falta ao conjunto (M - N) para chegar ao Universo. Assim, temos que a região representa o complementar de (M – N) em relação a U.

Gabarito: B

---

28. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778

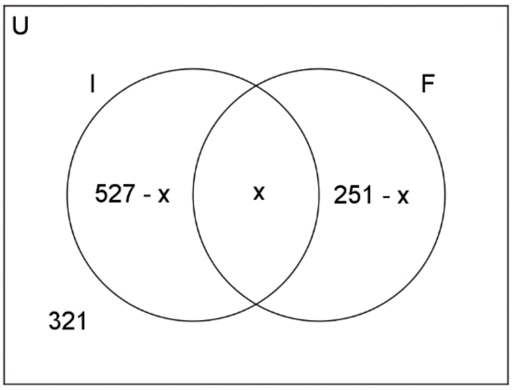
b) 658

c) 120

d) 131

Comentário:

O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve sempre começar pela interseção dos conjuntos. Sabemos ainda que o conjunto Universo é soma das partes, então:



$$979 = 321 + (527 - x) + (251 - x) + x \Leftrightarrow x = 120$$

Outra forma é observar que $\#(I \cup F) = 979 - 321 = 658$ e que:

$$\#(I \cup F) = \#(I) + \#(F) - \#(I \cap F) \rightarrow 658 = 527 + 251 - \#(I \cap F) \Leftrightarrow \#(I \cap F) = 120$$

Assim, o número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é $\#(I \cap F) = 120$.

Gabarito: C

---

29. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110 leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70

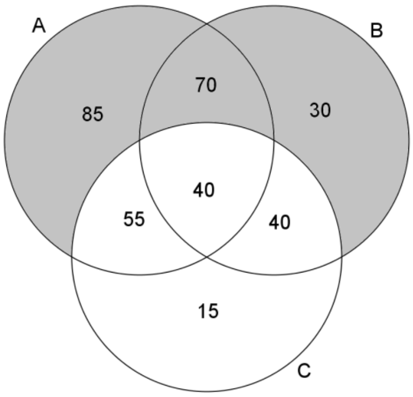
b) 185

c) 320

d) 280

Comentário:

O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve começar pela interseção dos três conjuntos.



O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é $\#((A \cup B) - C) = 85 + 70 + 30 = 185$ que é a região sombreada do diagrama. Desta forma, não pode entrar no cômputo da questão os elementos pertencentes a C.

Gabarito: B

---

30. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $[A - (A \cap B)] \cap B = C$, pode-se afirmar, necessariamente, que

a) $C \not\subset (A \times B)$

b) $n(A - B) < n(B)$

c) $n(A \cap C) > n(A \cup B) - n(B)$

d) $n(B \cap C) = n(C)$

Comentário:

Note que $[A-(A\cap B)]$ não possui nenhum elemento do conjunto B, portanto a sua interseção com B é o conjunto vazio, ou seja, $C=\varnothing$, ou seja, conjuntos são disjuntos! Assim, $B\cap C=B\cap\varnothing=\varnothing\Rightarrow n(B\cap C)=n(C)=0$. A conclusão também segue das propriedades das operações entre conjuntos:

$$C=\left[A-(A\cap B)\right]\cap B=\left[A\cap\overline{(A\cap B)}\right]\cap B=$$
$$=\left[A\cap(\overline{A}\cup\overline{B})\right]\cap B=\left[(A\cap\overline{A})\cup(A\cap\overline{B})\right]\cap B=$$
$$=\left[\varnothing\cup(A\cap\overline{B})\right]\cap B=(A\cap\overline{B})\cap B=A\cap(B\cap\overline{B})=$$
$$=A\cap\varnothing=\varnothing$$

Esta forma, porém, um pouco mais complicada de se chegar!

Gabarito: D

---

31. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO
2ª) GEOMETRIA
3ª) POLINÔMIOS
Sabe-se que:

- apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;
- 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;
- 22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e
- 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.

Nessas condições, é correto afirmar que

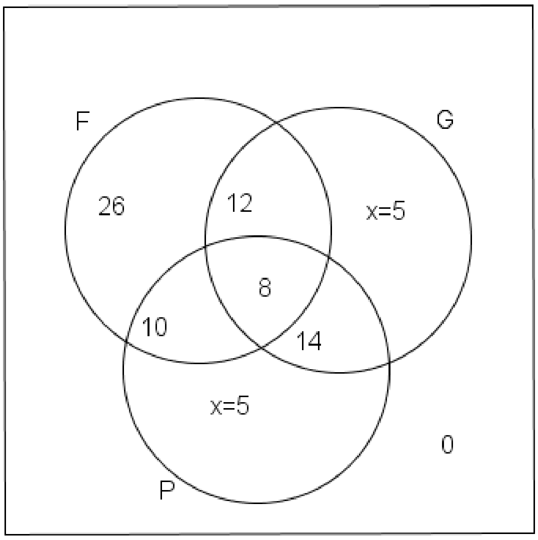
a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

Comentário:

Corresponde aos alunos acertaram a questão de função: $\frac{70}{100}\cdot 80 = 56$

Corresponde aos alunos acertaram todas as questões: $\frac{1}{10}\cdot 80 = 8$

Colocando todas as informações num diagrama de Venn:



$$x + x + 8 + 10 + 12 + 14 + 26 = 80 \Leftrightarrow x = 5$$

Analisando as opções, verifica-se que apenas a **opção c é correta**, pois $26 + 12 + 5 = 43$ alunos erraram a 3ª questão o que é mais de 50% da turma.

Gabarito: C

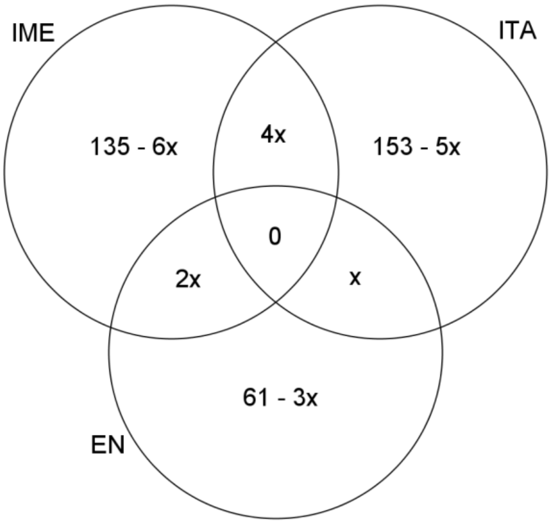
---

32. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40

d) 36
e) 30

Comentário:



Como há um total de 300 entrevistados e que todos os entrevistados farão **ao menos** um dos vestibulares, então:

$$(135-6x)+(153-5x)+(61-3x)+4x+2x+x=300 \Leftrightarrow x=7.$$

Logo, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

$$61-3x=61-3\cdot 7=40.$$

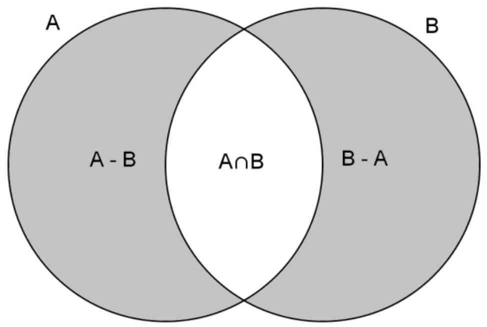
Gabarito: C

---

33. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A\cup B)=10$, $n(A\cap B)=5$ e $n(A)>n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A-B)$ é:

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

Comentário:



$$n(A-B)+n(B-A)=n(A\cup B)-n(A\cap B)=$$
$$=10-5=5\Rightarrow n(A-B)\le 5$$

Sabemos do enunciado que:

$$n(A)>n(B)\Rightarrow n(A-B)+n(A\cap B)>n(B-A)+n(A\cap B)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow n(A-B)>n(B-A)$$
$$5=n(A-B)+n(B-A)<n(A-B)+n(A-B)\Leftrightarrow 2{,}5<n(A-B)\Rightarrow n(A-B)\ge 3$$

Assim: $\Rightarrow n(A-B)\in\{3,4,5\}$.
Logo, a soma dos valores possíveis de $n(A-B)$ é $3+4+5=12$.

Gabarito: C

---

34. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x=6n+3,n\in\mathbb{Z}\}$ e $B=\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x=3n,n\in\mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A\cap B$ é igual a:

a) $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$

b) $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$

c) $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x \text{ é múltiplo de } 3\}$

d) $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x \text{ é múltiplo de } 6\}$

e) $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,x \text{ é ímpar}\}$

Comentário:

Todos os elementos de A são múltiplos de 3, então $A\subset B\Rightarrow A\cap B=A$.

Perceba que o fator 3 divide e o fator 2 não divide, ou seja:

$$x\in A\Rightarrow x=6n+3=3\cdot(2n+1)\Rightarrow 3\,|\,x\ \wedge\ 2\nmid x$$

$$\Rightarrow A \cap B = A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$$

É necessário perceber que o elemento (2n+1) SEMPRE SERÁ ÍMPAR PARA “n” inteiros.

Gabarito: B

---

35. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

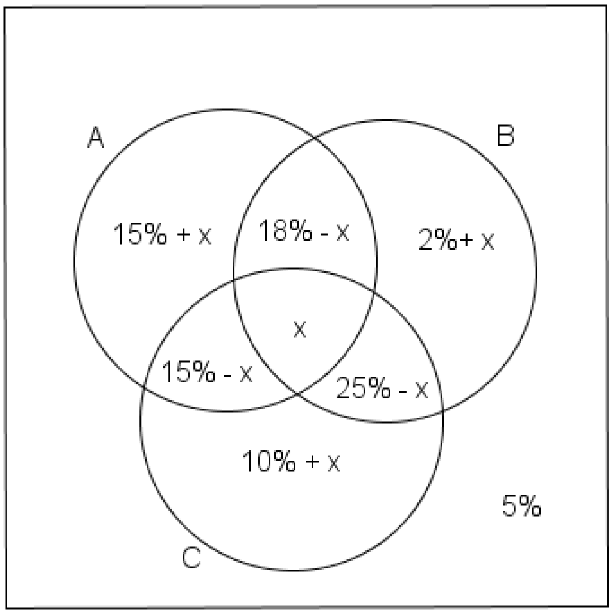
a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

Comentário:

Questão bem interessante. Na qual trabalha somente com percentual e solicita o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros.

Fique sempre atento ao que se é pedido na questão! OK?

Vamos a sua resolução:



$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x + 18\% - x + 15\% - x + 25\% - x + x + 5\% = 100\% \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 90\% + x = 100\% \Leftrightarrow x = 10\%$$

Percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros:

$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x = 27\% + 3x = 57\%$$

Gabarito: E

---

36. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

Comentário:

Observe que o número de manhãs e o número de tardes é o igual ao número X de dias.

- Se houve 7 manhãs sem avaliação, então houve (x – 7) manhãs com avaliação.

- Se houve 4 tardes sem avaliação, então houve (x - 4) tardes com avaliação.

Como foram aplicadas 9 avaliações, então:

$$(x-7)+(x-4)=9 \Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10.$$

Logo, o número x = 10 é um divisor natural de 20.

Gabarito: C

---

37. (CN 1995) Num concurso, cada candidato fez uma prova de Português e uma de Matemática. Para ser aprovado, o aluno tem que passar nas duas provas. Sabe-se que o número de candidatos que passaram em Português é o quádruplo do número de aprovados no concurso; dos que passaram em Matemática é o triplo do número de candidatos aprovados no concurso; dos que não passaram nas duas provas é a metade do número de aprovados no concurso; e dos que fizeram o concurso é 260. Quantos candidatos foram reprovados no concurso?

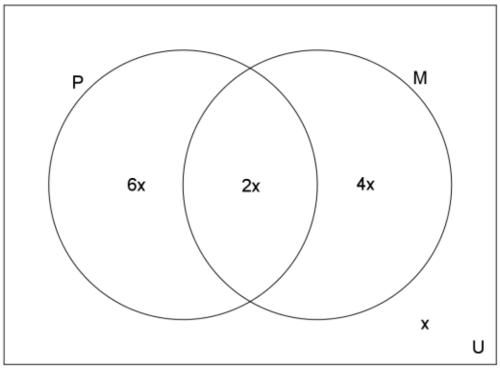
a) 140
b) 160
c) 180
d) 200
e) 220

Comentário:

Sejam P o conjunto dos candidatos que passaram em Português e M o conjunto dos candidatos que passaram em Matemática.

- O número de aprovados no concurso: $n(P \cap M)=2x$
- Então o número de candidatos que passaram em Português é $n(P)=4 \cdot 2x=8x$
- O número de candidatos que passaram em Matemática é $n(M)=3 \cdot 2x=6x$
- O número de candidatos que não passaram nas duas provas é $\frac{2x}{2}=x$.

Construindo um diagrama de Venn com as informações acima, temos:



O número de candidatos (Conjunto Universo) que fizeram o concurso é dado pela soma das partes:

$$6x+2x+4x+x=260 \Leftrightarrow 13x=260 \Leftrightarrow x=20$$

É sabido que para o aluno passar na prova, é necessário ser aprovado nas duas provas, ou seja, estar dentro da interseção dos conjuntos. Por consequência, os alunos que estiverem fora desta interseção, são os alunos reprovados. Assim, o número de candidatos reprovados no concurso é dado por:

$$n(U-(P\cap M))=6x+4x+x=11x=11\cdot 20=220$$.

Gabarito: E

---

38. (CN 1998) Considere o conjunto A dos números primos positivos menores do que 20 e o conjunto B dos divisores positivos de 36. O número de subconjuntos do conjunto diferença B - A é:

a) 32
b) 64
c) 128
d) 256
e) 512

Comentário:

Num primeiro momento, vamos encontrar cada conjunto mencionado na questão:

- $A=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$
- $B=D(36)=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$

O conjunto formado por elementos que são só de B, ou seja, não são de a, é:

$$\Rightarrow B-A=\{1,4,6,9,12,18,36\} \Rightarrow n(B-A)=7$$

O número de subconjuntos de B - A é $n(P(B-A)) = 2^{n(B-A)} = 2^7 = 128$, onde $P(X)$ representa o conjunto das partes do conjunto X.

Gabarito: C

---

39. (EPCAR 1986) Um conjunto A tem n elementos e p subconjuntos e um conjunto B tem 3 elementos a mais do que o conjunto A. Se q é o número de subconjuntos de B, então:

a) $q = 3p$
b) $p = 8q$
c) $p = q + 8$
d) $\frac{p}{q} = \frac{1}{8}$
e) $q = p + 8$

Comentário:

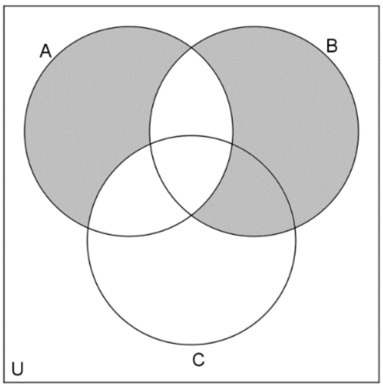
Vamos determinar o número de subconjunto de A: $2^n = p$
Agora, sabendo que B tem 3 elementos a mais, ficamos com:

$$2^{n+3} = q \Leftrightarrow 2^n \cdot 2^3 = q \Rightarrow p \cdot 8 = q \Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{1}{8}$$

Gabarito: D

---

40. (CN 1991) Considere os conjuntos A, B, C e U no diagrama abaixo. A região sombreada corresponde ao conjunto:



a) $[A-(B\cap C)]\cup[(B\cap C)-A]$
b) $C_{(A\cup B\cup C)}[(A\cup B)-C]$
c) $C_{A\cup(B\cap C)}[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

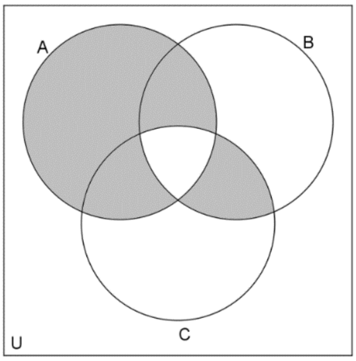
d) $(A \cup B) - [(A \cap B) \cup (A \cap C)]$

e) $[(B \cap C) - A] \cup (A - B)$

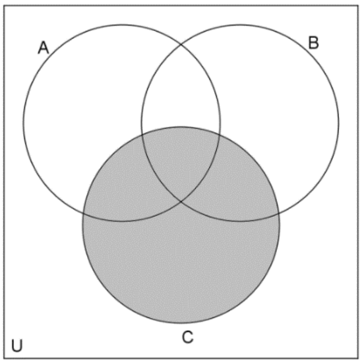
Comentário:

Nesta questão, não há mágica. Temos que confeccionar o diagrama de Venn de cada uma das alternativas e comparar com o do enunciado, para que possamos encontrar o diagrama equivalente.

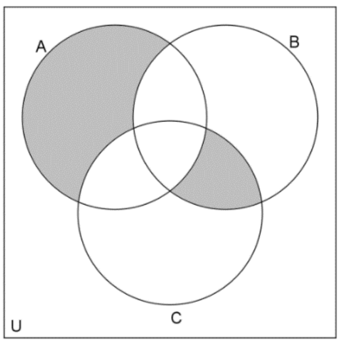
a) $[A - (B \cap C)] \cup [(B \cap C) - A]$



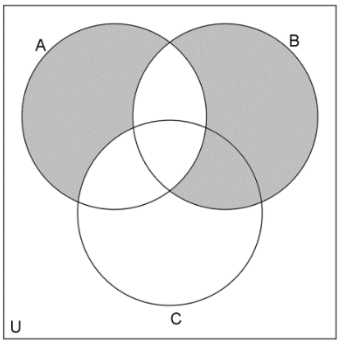
b) $C_{(A \cup B \cup C)}[(A \cup B) - C] = (A \cup B \cup C) - [(A \cup B) - C]$



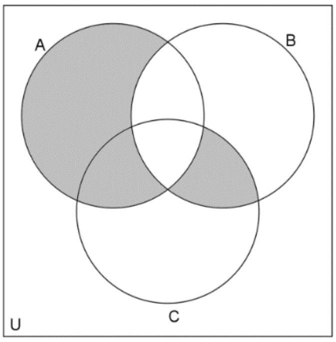
c) $C_{A \cup (B \cap C)}[(A \cap B) \cup (A \cap C)] = A \cup (B \cap C) - [(A \cap B) \cup (A \cap C)]$



d) $(A \cup B) - [(A \cap B) \cup (A \cap C)]$



e) $[(B \cap C) - A] \cup (A - B)$

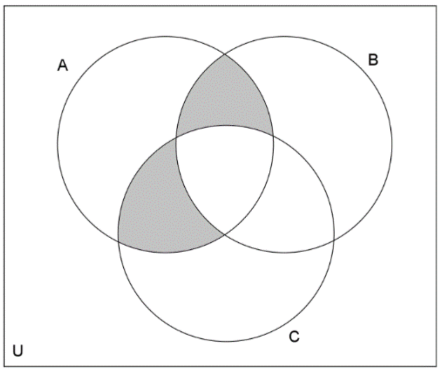


Podemos perceber que a alternativa que reflete exatamente o diagrama do enunciado é a letra D.

Gabarito: D

---

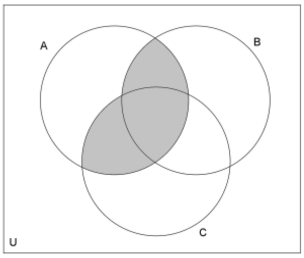
41. (CN 1993) Considere os diagramas onde A, B, C e U são conjuntos. A região sombreada pode ser representada por:



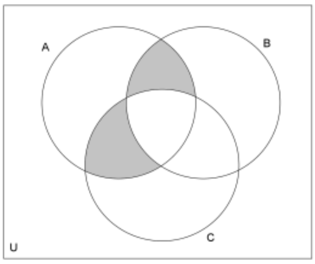
(A) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$
(B) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$
(C) $(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$
(D) $(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$
(E) $(A - B) \cap (A - C) \cap (B - C)$

Comentário:

a) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$: corresponde ao diagrama do enunciado.

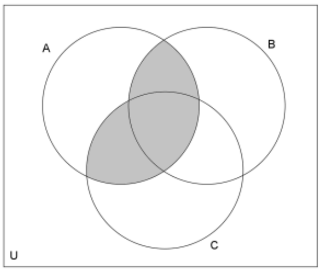


$(A \cap B) \cup (A \cap C)$

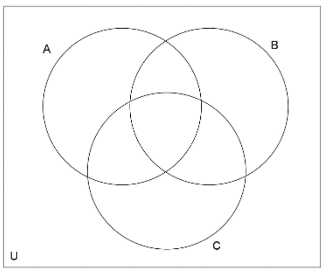


$(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$

b) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

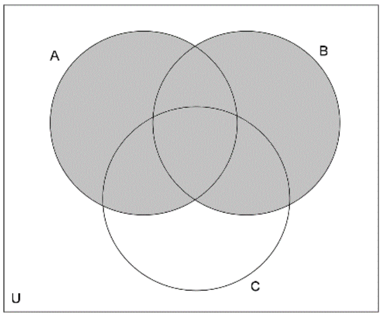


$(A \cap B) \cup (A \cap C)$



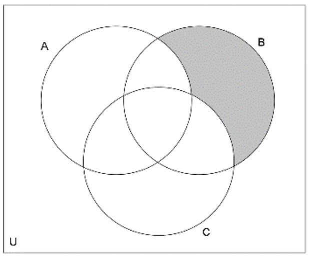
$(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$

c) $(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) = A \cup B$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

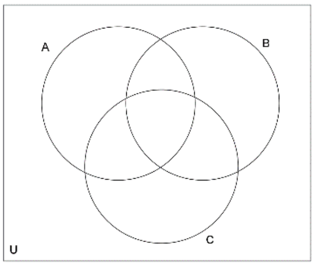


$(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

d) $(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

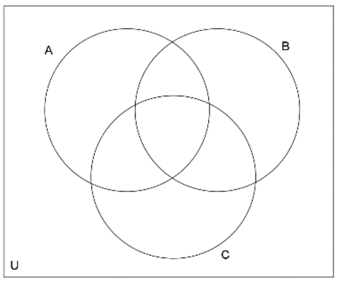


$(A \cup B) - (A \cup C)$



$(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$

e) $(A - B) \cap (A - C) \cap (B - C) = \varnothing$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.



$(A - B) \cap (A - C) \cap (B - C)$

Gabarito: A

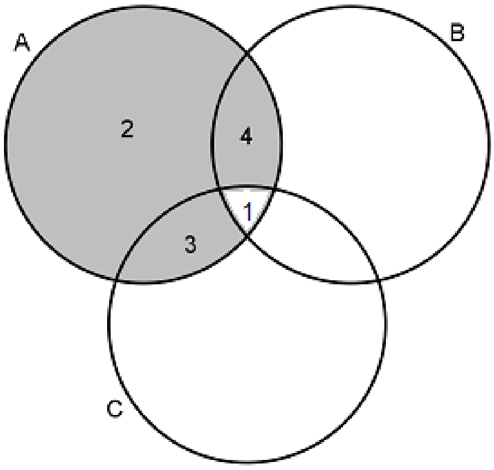
---

42. (CN 1998) Dados os conjuntos A, B e C, tais que: $n(B \cup C) = 20$, $n(A \cap B) = 5$ $n(A \cap C) = 4$, $n(A \cap B \cap C) = 1$ e $n(A \cup B \cup C) = 22$, o valor de $n[A - (B \cap C)]$ é:

a) 10
b) 7
c) 9
d) 6
e) 8

Comentário:

Problemas deste tipo podem ser resolvidos, facilmente, com auxílio de um diagrama de Venn. Vamos a ele!



Sabemos que:

- $n(A\cap B\cap C)=1$
- $n(A\cap B)=5$ e $n(A\cap C)=4$.

A região que representa SÓ A, é $(A\cup B\cup C)-(B\cup C)$, que tem $22-20=2$.

Logo, o conjunto procurado que corresponde à região hachurada é tal que $n\left[A-(B\cap C)\right]=2+3+4=9$

Gabarito: C

---

43. (CN 1988) Dados os conjuntos M, N e P tais que $N\subset M$, $n(M\cap N)=60\%\cdot n(M)$, $n(N\cap P)=50\%\cdot n(N)$, $n(M\cap N\cap P)=40\%\cdot n(P)$ e $n(P)=x\%\cdot n(M)$. O valor de X é:

obs.: $n(A)$ indica o número de elementos do conjunto A.

a) 80
b) 75
c) 60
d) 50
e) 45

Comentário:

$$N \subset M \Rightarrow n(M \cap N) = n(N) = 60\% \cdot n(M) = 0{,}6 \cdot n(M)$$

$$n(N \cap P) = 50\% \cdot n(N) = 0{,}5 \cdot n(N) =$$
$$= 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot n(M) = 0{,}3 \cdot n(M)$$

$$N \subset M \Rightarrow M \cap N \cap P = N \cap P$$
$$\Rightarrow n(M \cap N \cap P) = n(N \cap P)$$
$$\Rightarrow 0{,}4 \cdot n(P) = 0{,}3 \cdot n(M)$$
$$\Leftrightarrow n(P) = 0{,}75 \cdot n(M) = 75\% \cdot n(M)$$

Logo, $x = 75$.

Gabarito: B

---

44. (CN 1989) Num grupo de 142 pessoas foi feita uma pesquisa sobre três programas de televisão A, B e C e constatou-se que:

I - 40 não assistem a nenhum dos três programas.
II - 103 não assistem ao programa C.
III – 25 só assistem ao programa B.
IV - 13 assistem aos programas A e B.
V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B.
VI - 25 só assistem a 2 programas; e
VII – 72 só assistem a um dos programas.

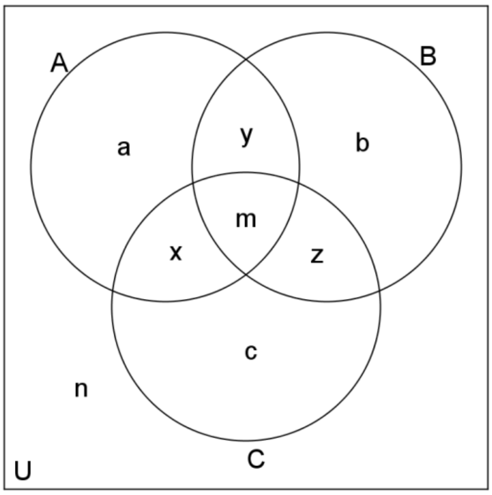
Pode-se concluir que o número de pessoas que assistem

a) ao programa A é 30
b) ao programa C é 39
c) aos 3 programas é 6

d) aos programas A e C é 13
e) aos programas A ou B é 63.

Comentário:

Representando o resultado da pesquisa em um diagrama de Venn e representando pelas letras minúsculas a quantidade de elementos em cada região do diagrama, temos:



É fácil descobrir a resposta, analisando a afirmativa II. Vamos, entretanto, tentar identificar a quantidade de elementos em cada região do conjunto a fim de verificar que as outras alternativas estão incorretas.

O grupo tem 142 pessoas, então $a+b+c+x+y+z+m+n=142$.

I - 40 não assistem a nenhum dos três programas: $n=40$

II - 103 não assistem ao programa C: $n+a+y+b=103$
$\Rightarrow n(C)=c+x+z+m=142-103=39$

III - 25 só assistem ao programa B: $b=25$

IV - 13 assistem aos programas A e B: $y+m=13$

V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B: $z=\frac{y}{2}\Leftrightarrow y=2z$

VI - 25 só assistem a 2 programas: $x+y+z=25$

VII - 72 só assistem a um dos programas: $a+b+c=72$

$$a+b+c+x+y+z+m+n=142\wedge n=40$$
$$\Rightarrow a+b+c+x+y+z+m=102$$

$$a+b+c+x+y+z+m=102\wedge a+b+c=72$$
$$\wedge\, x+y+z=25\Rightarrow 72+25+m=102\Leftrightarrow m=5$$

$$y+m=13\wedge m=5\Rightarrow y+5=13\Leftrightarrow y=8$$

$y = 2z \wedge y = 8 \Rightarrow 2z = 8 \Leftrightarrow z = 4$

$x + y + z = 25 \wedge y = 8 \wedge z = 4 \Rightarrow x + 8 + 4 = 25 \Leftrightarrow x = 13$

$n + a + y + b = 103 \wedge n = 40 \wedge y = 8 \wedge b = 25$

$\Rightarrow 40 + a + 8 + 25 = 103 \Leftrightarrow a = 30$

$a + b + c = 72 \wedge b = 25 \wedge a = 30$

$\Rightarrow 30 + 25 + c = 72 \Leftrightarrow c = 17$

a) ao programa A é 30 (errada): $n(A) = a + x + y + m = 30 + 13 + 8 + 5 = 56$

b) ao programa C é 39 (correta): $n(C) = c + x + z + m = 17 + 13 + 4 + 5 = 39$

c) aos 3 programas é 6 (errada): $n(A \cap B \cap C) = m = 5$

d) aos programas A e C é 13 (errada): $n(A \cap C) = x + m = 13 + 5 = 18$

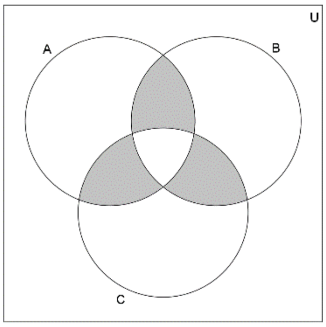
e) aos programas A ou B é 63 (errada): $n(A \cup B) = a + b + x + y + z + m = 30 + 25 + 13 + 8 + 4 + 5 = 85$

Gabarito: B

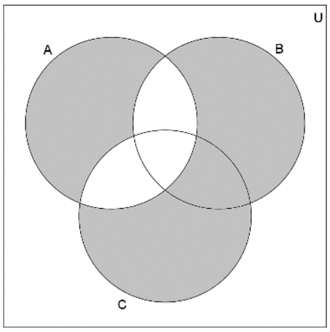
---

45. (CN 1992) Sejam U o conjunto das brasileiras, A o conjunto das cariocas, B o conjunto das morenas e C o conjunto das mulheres de olhos azuis. O diagrama que representa o conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é:

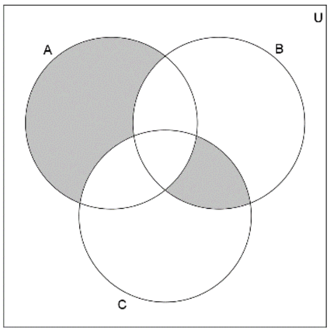
(A)



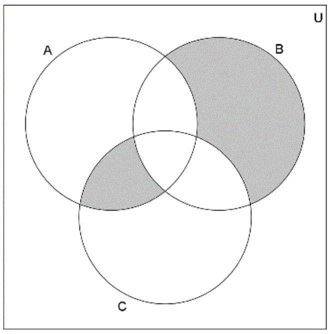
(B)



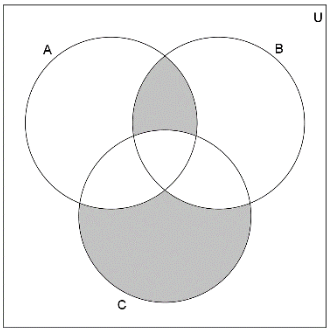
(C)



(D)



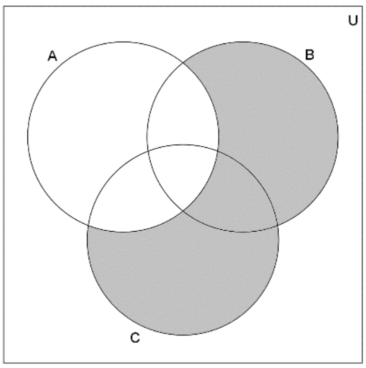
(E)



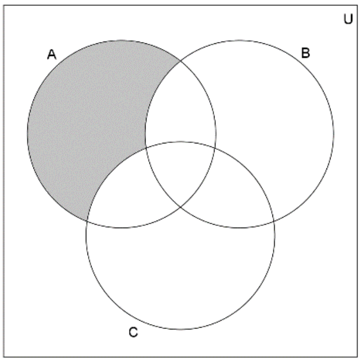
Comentário:

O conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é $((B \cup C) - A) \cup (A - (B \cup C))$.

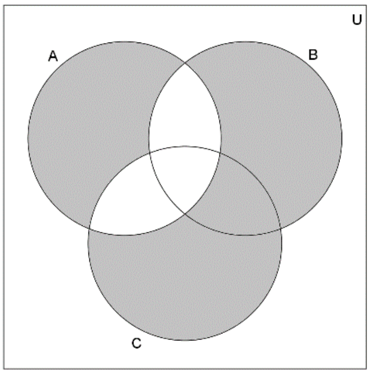
$(B \cup C) - A$



$A - (B \cup C)$



$((B \cup C) - A) \cup (A - (B \cup C))$



Logo, a alternativa correta é (B).

Gabarito: B

---

46. (CN 2006) Sejam os conjuntos $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ e X. Sabe-se que qualquer subconjunto de $A \cap B$ está contido em X, que por sua vez é subconjunto de $A \cup B$. Quantos são os possíveis conjuntos X?

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

Comentário:

- $A \cap B = \{1, 3\}$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$
- $A \cap B \subset A \cap B \Rightarrow A \cap B \subset X$
- $\Rightarrow A \cap B \subset X \subset A \cup B \Leftrightarrow \{1, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$

$$\Leftrightarrow X = \{1,3\} \ \vee \ X = \{1,3,2\} \ \vee$$
$$X = \{1,3,4\} \ \vee \ X = \{1,3,2,4\}$$

Assim, há 4 possíveis conjuntos X.

Observe que esse valor é exatamente a quantidade de subconjuntos de $\{2,4\} = \{1,2,3,4\} - \{1,3\}$.

Gabarito: B

---

47. (CN 2007) Observe os conjuntos $A = \{3,\{3\},5,\{5\}\}$ e $B = \{3,\{3,5\},5\}$. Sabendo-se que $n(X)$ representa o número total de elementos de um conjunto X, e que $P(X)$ é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto X, pode-se afirmar que:

(A) $n(A \cap B) = 3$

(B) $n(A \cup B) = 7$

(C) $n(A - B) = 2$

(D) $n(P(A)) = 32$

(E) $n(P(B)) = 16$

Comentário:

$$A \cup B = \{3,\{3\},5,\{5\},\{3,5\}\} \Rightarrow n(A \cup B) = 5$$
$$A \cap B = \{3,5\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$
$$A - B = \{\{3\},\{5\}\} \Rightarrow n(A - B) = 2$$
$$A = \{3,\{3\},5,\{5\}\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow n(P(A)) = 2^4 = 16$$
$$B = \{3,\{3,5\},5\} \Rightarrow n(B) = 3 \Rightarrow n(P(B)) = 2^3 = 8$$

Logo, a alternativa correta é (C).

Gabarito: C

---

48. (CN 2008) Em uma classe de x alunos, o professor de matemática escreveu, no quadro de giz, um conjunto A de n elementos. A seguir, pediu que, por ordem de chamada, cada aluno fosse ao quadro e escrevesse um subconjunto de A, diferente dos que já foram escritos. Depois de cumprirem com a tarefa, o professor notou que ainda existiam subconjuntos que não haviam sido escritos pelos alunos. Passou a chamá-los novamente, ate que o 18° aluno seria obrigado a repetir um dos subconjuntos já escritos; o valor mínimo de x, que atende às condições dadas, está entre:

(A) 24 e 30.

(B) 29 e 35.
(C) 34 e 40.
(D) 39 e 45.
(E) 44 e 50.

Comentário:

A quantidade de subconjuntos distintos de A é igual à quantidade de alunos da turma mais 17. Assim, $2^n = x + 17$.

Para que X assuma seu valor mínimo, n também deve assumir o seu valor mínimo, dadas as condições $x \geq 18$ e $2^n \geq 18 + 17 = 35$. Portanto, $n = 6$ e $x = 2^n - 17 = 2^6 - 17 = 64 - 17 = 47$, que está entre 44 e 50.

Gabarito: E

---

49. (CN 2011) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A = \{1, \{1,2\}, \{3\}\}$, $B = \{1, \{2\}, 3\}$ e $C = \{\{1\}, 2, 3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A - C)$ e $(A - B)$, qual será o total de elementos de X?
(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

Comentário:

$A - C = A$ e $A - B = \{\{1,2\}, \{3\}\} \subset A \Rightarrow X = (A - C) \cup (A - B) = A$ que possui 3 elementos.

Gabarito: C

---

50. (CN 2012) Numa pesquisa sobre a leitura dos jornais A e B, constatou-se que 70% leem o jornal A e 65% leem o jornal B. Qual o percentual máximo dos que leem os jornais A e B?
a) 35%
b) 50%
c) 65%
d) 80%
e) 95%

Comentário:

Seja $n(X)$ o percentual de leitores associados ao conjunto X.

$n(A) = 70\%$

$n(B) = 65\%$

O percentual máximo dos que leem os jornais A e B é o valor máximo de $n(A \cap B)$.

Pelo princípio da inclusão-exclusão: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$\Leftrightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) =$

$= 70\% + 65\% - n(A \cup B) = 135\% - n(A \cup B)$

$n(A \cup B) \geq n(A) = 70\%$

$\Rightarrow n(A \cap B)_{MAX} = 135\% - 70\% = 65\%$

Note que esse valor máximo ocorre quando $B \subset A$, o que implica $n(A \cap B) = n(B)$.

Gabarito: C

---

51. (EFOMM-2006) Sejam os conjuntos $U = \{1,2,3,4\}$ e $A = \{1,2\}$. O conjunto B tal que $B \cap A = 1$ e $B \cup A = U$ é?

a) 0
b) {1}
c) {1, 2}
d) {1, 3, 4}
e) U

Comentário:

Sabemos que o conjunto Universo é $U = \{1,2,3,4\}$. Como o conjunto A possui apenas os elementos 1 e 2 , e que a união dos conjuntos A e B, necessariamente, é igual ao conjunto Universo, então: $B \cup A = \{1;2;3;4\}$. Como o conjunto A possui os elementos 1 e 2, então o conjunto B possuirá os elementos 1, 3 e 4.

Gabarito: D

---

52. (EFOMM-2006) Dados $A = \{2,3,4\}$ e $B = \{1,6,8,12\}$ a relação $R_1 = \{(x,y) \in A \times B \mid y = x + 4\}$ de *A* em *B* é dada por:

a) $\{(3,6),(4,8)\}$

b) $\{(2,6),(4,8)\}$

c) $\{(6,2),(8,4)\}$

d) $\{(2,6),(3,12),(4,8)\}$

e) $\{(2,1),(3,6),(4,8)\}$

Comentário:

Questão interessante que envolve teoria de conjuntos com relação. Ainda que não tenha passada a teoria sobre Relações (que será vista em outra oportunidade), fiz questões de trazê-la. Vamos a sua resolução.

A questão diz que a relação é formada por pares ordenados que são criados a partir de uma lei de formação, qual seja: seus elementos são pares ordenados do produto cartesiano de A em B, tal que, para cada elemento de A (que representa o x do par ordenado) temos um elemento y (que é também elemento de B) que é igual a 4 unidades a mais que x. Veja:

$$R_1 = \{(x,y) \in A \times B \,|\, y = x + 4\}$$
$$x = 2 \rightarrow y = 2 + 4 = 6$$
$x = 3 \rightarrow y = 3 + 4 = 7 \rightarrow$ Este elemento não pertence a B.
$$x = 4 \rightarrow y = 4 + 4 = 8$$
$$\therefore R_1 = \{(2,6);(2,8)\}$$

Gabarito: B

---

53. (EFOMM-2007) Numa companhia de 496 alunos, 210 fazem natação, 260 musculação e 94 estão impossibilitados de fazer esportes. Neste caso, o número de alunos que fazem só natação é:

a) 116
b) 142
c) 166
d) 176
e) 194

Comentário:

Não sabemos quantos alunos fazem as duas modalidades de esportes. Então, adotaremos o x. Assim, podemos dizer que:

$$U = 496$$
$$Só\ Natação \rightarrow 210 - x$$
$$Só\ Musculação \rightarrow 260 - x$$
Nemhum Esporte: 96

Fazem os dois esportes: x
$$496 = (210 - x) + (260 - x) + x + 94$$
$$496 - 210 - 260 - 94 = -x$$
$$-68 = -x \Rightarrow x = 68.$$
$$Então: 210 - (68) = 142 \text{ alunos.}$$

Gabarito: B

---

54. (EFOMM-2010) Se X é um conjunto com um número finito de elementos, $n(X)$ representa o número de elementos do conjunto X. Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:

- $n(A \cup B \cup C) = 25;$
- $n(A - C) = 13;$
- $n(B - A) = 10;$
- $n(A \cap C) = n(C - (A \cup B))$

O maior valor possível de n(C) é igual a:

a) 9

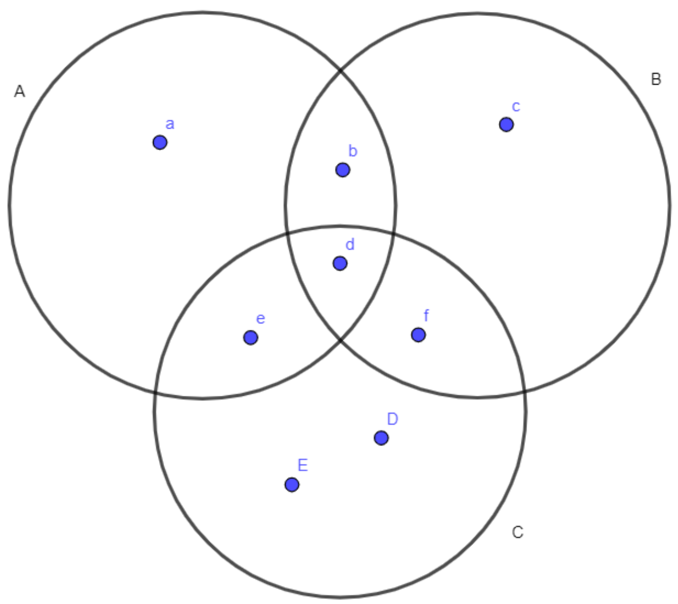
b) 10

c) 11

d) 12

e) 13

Comentário:



Podemos colocar incógnitas que representam a quantidade de elementos de cada parte de diagrama. Assim, a partir dos dados do enunciado, podemos inferir que:

Se $n(A\cap C)\to e+d$, então: $n(C-(A\cup B))\to e+d$

Sabemos ainda que: $\begin{cases} a+b+c+d+e+d+e+f=n(A\cup B\cup C) \\ a+b=13 \\ c+f=10 \end{cases}$

Assim:

$a+b+c+f+2(d+e)=25$

$13+10+2(d+e)=25$

$d+f=1$

Como a questão pede o maior valor possível para a quantidade de elementos de C, então f precisa ser máximo e c o mínimo. Como o conjunto B possui 10 elementos, então f = 10.

Assim: C = 10 + 1 + 1 = 12 elementos no máximo!

Gabarito: D

---

55. (EFOMM-2012) Considere-se o conjunto universo *U*, formado por uma turma de cálculo da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) e composta por alunos e alunas. São dados os subconjuntos de *U*:

A: Conjunto formado pelos alunos; e

B: Conjunto formado por todos os alunos e alunas aprovados.

Pode-se concluir que $C_U^B-(A-B)$ é a quantidade de:

a) alunos aprovados.
b) alunos reprovados.
c) todos os alunos e alunas aprovados.
d) alunas aprovadas.
e) alunas reprovadas.

Comentário:

$C_U^B\to$ Conjunto formado pelos elementos que faltam a B para igualar ao Universo, ou seja: alunos e alunas reprovadas.

$A-B\to$ Conjunto dos alunos que não foram aprovados.

Assim: $C_U^B-(A-B)$ = alunas reprovadas

Gabarito: E

---

56. (EFOMM-2014) Denotaremos por n(X) o número de elementos de um conjunto finito X. Sejam A, B, C conjuntos tais que $n(A\cup B)=14, n(A\cup C)=14$, e $n(B\cup C)=15$, $n(A\cup B\cup C)=17$ e $n(A\cap B\cap C)=3$.
Então $n(A)+n(B)+n(C)$ é igual a:

a) 18
b) 20
c) 25
d) 29
e) 32

Comentário:

Já sabemos que: $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$.

$$\begin{cases} n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B) \\ n(B\cup C)=n(B)+n(C)-n(B\cap C) \\ n(A\cup C)=n(A)+n(C)-n(A\cap C) \end{cases}$$

$$Somando-as:$$

$$14+14+15=2.\left(n(A)+n(B)+n(C)\right)-\left(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(A\cap C)\right)$$

$$43=2.\left(n(A)+n(B)+n(C)\right)-\left(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(A\cap C)\right)$$

Sabemos que:

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$$
$$17=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+3$$
$$14=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)$$

Assim:

$$43=2.\left(n(A)+n(B)+n(C)\right)-\left(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(A\cap C)\right)$$

$$43=n(A)+n(B)+n(C)+n(A)+n(B)+n(C)-\left(n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(A\cap C)\right)$$

$$43=n(A)+n(B)+n(C)+14$$

$$n(A)+n(B)+n(C)=29$$

Gabarito: D

---

57 – Se o conjunto A tem 3 elementos. Quantos subconjuntos próprios tem o conjunto potência de P(A)?

a) 2^3-1

b) 2^3-1

c) $2^{16}-1$

d) $2^{256}-1$

e) $2^{64}-1$

Comentário:

Se o conjunto A tem 3 elementos, o conjunto P(A) tem $2^3=8$ elementos.

Se o conjunto P(A) tem 8 elementos, o conjunto potência de P(A) tem $2^8=256$ elementos.

Portanto, o número de subconjuntos próprios do conjunto potência de P(A) será: $\therefore \quad 2^{256}-1$

Gabarito: D

---

58 – Sabendo que o conjunto: $A=\{a+b; a+2b-2; 10\}$ é um conjunto unitário. Qual é o valor de $=a^2+b^2$?

a) 16

b) 80

c) 68

d) 58

e) 52

Comentário:

Para que seja um conjunto unitário, os elementos devem ser iguais, logo:

$$a+b=10 \qquad ...(\alpha)$$
$$a+2b-2=10 \rightarrow a+2b=12 \qquad ...(\beta)$$

De (α) e (β): $a=8 \wedge b=2$, que são dois números que satisfazem ambas as equações. Assim:

$$\therefore \qquad a^2+b^2=68$$

Gabarito: C

---

59 – Se $A=\{x/x\in\mathbb{I}\wedge 10<x<20\}$, $B=\left\{y+5/y\in\mathbb{I}\wedge\left(\sqrt{y}+15\right)\in A\right\}$. Qual é a soma dos elementos de B, considerando I como o conjunto dos números inteiros?

a) 45

b) 50

c) 55

d) 60

e) 65

Comentário:

O conjunto A, determinado por extensão é: $A\{11;12;13;14;15;16;17;18;19\}$

No conjunto B, como $\left(\sqrt{y}+15\right)\in A$ e $\sqrt{y}\in\{0;1;2;3;4\}$, tendo em vista que sal soma com 15 precisa pertencer ao conjunto A.

$\rightarrow y \in \{0; 1; 4; 9; 16\}$

Logo: $B = \{5; 6; 9; 14; 21\}$

$\therefore$ soma dos elementos de B = 55

Gabarito: C

---

60 – Dados os seguintes conjuntos iguais:

$A = \{a+2; a+1\}$

$B = \{7-a; 8-a\}$

$C = \{b+1; c+1\}$

$D = \{b+2; 4\}$

Determinar o valor de: $a+b+c$:

a) 2

c) 5

c) 7

d) 10

e) 12

Comentário:

Para que sejam iguais, devem ter os mesmos elementos, logo: se A = B, os elementos de A e os de B devem ser os mesmos, então, igualando os maiores:

$$a+2 = 8-a \rightarrow a = 3$$

Onde os elementos de A são 5 e 4, assim, se A = D:

$$b+2 = 5 \rightarrow b = 3$$

Finalmente, no conjunto "C":

$$b+1 = 4 \rightarrow c+1 = 5 \rightarrow c = 4 \quad \therefore \quad a+b+c = 10$$

Gabarito: D

---

61 – Seja $\mathbb{U} = \{1; 2; 3; \ldots\}$. Então, dados os conjuntos: $A = \{2x \,/\, x \in U \wedge x < 5\}$ e $B = \{1{,}5x - 1 \,/\, x \in A\}$. Qual é o número de elementos de $A \cap B$?

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Comentário:

Determinando o conjunto A por extensão: como: $x<5 \to x \in \{1;2;3;4\} \to A=\{2;4;6;8\}$

Determinando o conjunto B por extensão:

Como: $x \in A=\{2;4;6;8\} \to B=\{2;5;8;11\}$, bastando substituir cada elemento de A na expressão que define o conjunto B

Logo: $A \cap B=\{2;8\}$ $\therefore$ $n(A \cap B)=2$

Gabarito: B

---

62 – O conjunto A tem 2 elementos menos que o conjunto B, que por sinal, possui 3.072 subconjuntos a mais que A. Se tais conjuntos são disjuntos. Qual é o cardinal de $A \cup B$?

a) 19
b) 20
c) 21
d) 22
e) 24

Comentário:

Se assumirmos que o número de elementos de A é “x”. se tem:

- $n(A)=x$ $\to \#$ de subconjuntos de $A=2^x$
- $n(B)=x+2$ $\to \#$ de subconjuntos de $B=2^{x+2}$

Logo, por dados, temos: $2^{x+2}-2^x=3.072$

Operando algebricamente:

$$2^x(2^2-1)=3.072$$
$$\Rightarrow 2^x=\frac{3.072}{3}=1.024=2^{10}$$

Logo: $x=10$

Então: $n(A)=10 \wedge n(B)=12$

Portanto, como A e B são disjuntos: $\therefore$ $n(A \cup B)=10+12=22$

Gabarito: D

---

63 – Quantos subconjuntos tem o conjunto “B”, onde $B=(A \cup C)-(A \cap C)$, Se: $A=\{x / x^3-6x^2+12x-8=0\}$ e $C=\{x / x^2+x-20=0\}$?

a) 2
b) 4
c) 8
d) 16
e) 32

Comentário:

Determinando ambos os conjuntos por extensão, logo se observa algebricamente que:

$x^3-6x^2+12x-8=(x-2)^3$

$x^2+x-20=(x-4)(x+5)$

Se tem:

$A=\{x/(x-2)^3=0\}=\{x/x-2=0\}\rightarrow A=\{2\}$

$C=\{x/(x-4)(x+5)=0\}=\{x/x-4=0\vee x+5=0\}\rightarrow\{4;-5\}$

Então: $A\cup C=\{2;4;-5\}$, além de serem disjuntos.

Logo: $B=(A\cup C)-(A\cap C)=\{2;4;-5\}$

Como: $n(B)=3\rightarrow\therefore$ $\#$ de subconjuntos de $B=2^3=8$

Gabarito: C

---

64 – Para 2 conjuntos A e B sabe-se que:

- A tem 16 subconjuntos
- B tem 8 subconjuntos
- $A\cup B$ tem 32 subconjuntos

Quantos subconjuntos têm $A\cap B$?

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

Comentário:

Recorde que o número de subconjuntos de x é $2^{n(x)}$ onde $n(x)$ é o número de elementos do conjunto x, então:

- # de subconjuntos de $A=16=2^4\rightarrow n(A)=4$
- # de subconjuntos de $B=8=2^3\rightarrow n(B)=3$
- # de subconjuntos de $A\cup B=32=2^5\rightarrow n(A\cup B)=5$

Como: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

Substituindo: $5=4+3-n(A\cap B)\rightarrow n(A\cap B)=2$

Portanto: # subconjuntos de $A\cap B=2^2=4$.

Gabarito: B

---

65 – Definimos a operação "*" tal que: $A*B=(A-B)'$. Segundo isto, simplificar:

$[(A*B)*(B-A)]*A$

a) $A\cup B$

b) $A \cap B$

c) $A - B$

d) $B * A$

e) $A * B$

Comentário:

Aplicando a definição de "*":

$[(A*B)*(B-A)]*A = \{[(A-B)' - (B-A)]' - A\}'$

Pela propriedade da Lei de D' Morgan: $\{[(A-B)' \cap (B-A)']' - A\}'$

Pela propriedade da Lei de D' Morgan : $\{[(A-B) \cup (B-A)] - A\}'$

Pela propriedade da Diferença gera uma Interseção do Complementar: $\{[(A-B) \cup (B-A)] \cap A'\}'$

Pela propriedade Distributiva: $\{[(A-B) \cap A'] \cup [(B-A) \cap A']\}'$

Pela propriedade da Lei de D' Morgan : $\{[(A-B) - A] \cup [(B-A) \cap A']\}'$

Como $A - B \subset A$, então: $\{\phi \cup [(B-A) - A]\}'$

Pela propriedade Elemento neutro da União, temos: $[(B-A) - A]'$

Como $(B-A)$ e A são disjuntos, então: $(B-A)'$

Pela definição de "*", dita no comando da questão, temos que: $B*A \quad \therefore \qquad [(A*B)*(B-A)]*A = B*A$

Gabarito: D

---

66 – De 150 alunos, 104 não se candidataram à FGV, 109 não se candidataram à PUC e 70 não se candidataram à estas universidades. Quantos se candidataram à ambas?

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

Comentário:

Sejam A e B os conjuntos de alunos que se candidataram a FGV e a PUC, respectivamente se terá, pelos dados do problema:

$n(A') = 104 \qquad \rightarrow n(A) = 150 - 104 = 46$

$n(B') = 109 \qquad \rightarrow n(B) = 150 - 109 = 41$

$n[(A \cup B)'] = 70 \quad \rightarrow n(A \cup B) = 150 - 70 = 80$

Como: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Substituindo: $80 = 46 + 41 - n(A \cap B))$

Logo, candidataram-se a ambas as universidades: $n(A \cap B) = 7$

Gabarito: B

---

67 – De certo número de figuras geométricas sabe-se que 60 são quadriláteros, 20 são losangos, 30 são retângulos e 12 não são losangos nem retângulos. Quantos são quadrados?

a) 1

b) 2

c) 3

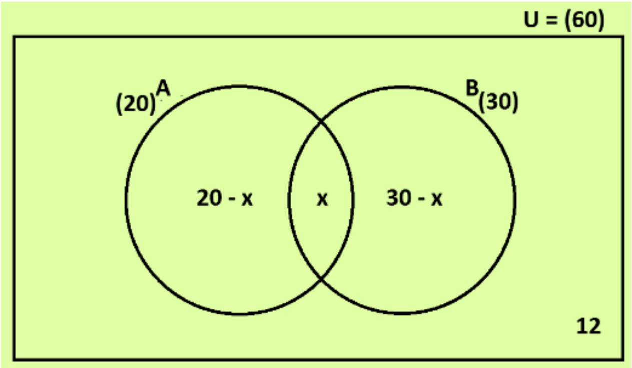
d) 4

e) 5

Comentário:

Se A: conjunto de losangos, B: conjunto de retângulos.

Nota-se que, no diagrama de Venn-Euler, a intersecção de ambos os conjuntos, A e B, está dada pelos quadrados.



Logo: $20 - x + x + 30 - x + 12 = 60 \rightarrow \therefore \quad x = 2$

Gabarito: B

---

68 – Em uma pesquisa realizada entre os estudantes de uma universidade, se obteve os seguintes resultados:

- 60% usam o produto A;
- 50% usam o produto B;
- 80% usam os produtos A ou B, mas não ambos;
- 200 alunos não usam estes produtos.

Quantos alunos foram entrevistados?

a) 2400

b) 3200

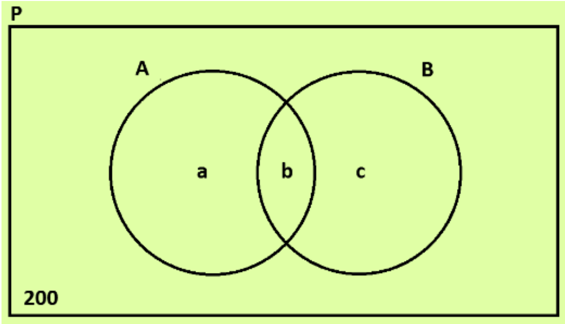
d) 4000

d) 6400

e) 5600

Comentário:

Consideremos “P” como o número de estudantes pesquisados, então o diagrama de Venn-Euler correspondente será?



Onde:

$$a+b=60\%\,P$$
$$b+c=50\%\,P$$
$$a+c=80\%\,P$$

Somando membro a membro:

$$2(a+b+c)=190\%\,P$$
$$\to a+b+c=95\%\,P$$

Então, como o total é representado por 100%, as 200 pessoas representam 5% do total de alunos entrevistados: 5% de $P=200 \to \therefore P=4000$

Gabarito: C

---

69 – Em uma cidade se determinou que:

• a quarta parte da população não gosta de natação e nem de futebol;

• metade gosta de natação;

• 5/12 gostam de futebol.

Qual parte da população gosta somente de um dos esportes mencionados?

a) 3/4

b) 1/4

c) 1/3

d) 7/12

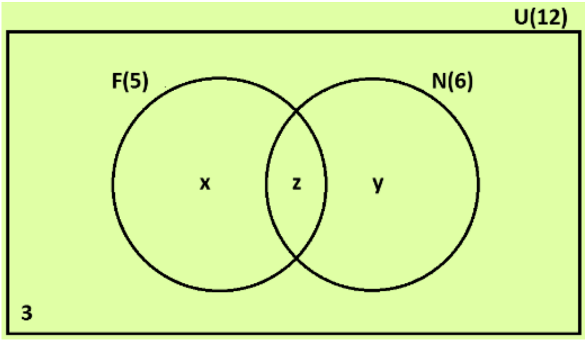
e) ½

Comentário:

Seja “F” o conjunto de habitantes que gostam de futebol e “N” o conjunto de habitantes que gostam de natação. Então, *supondo* uma população de 12 habitantes se terá:

- $\frac{1}{4}(12)=3$ habitantes não gostam de natação e nem de futebol;
- $\frac{1}{2}(12)=6$ habitantes gostam de natação;
- $\frac{5}{12}(12)=5$ habitantes gostam de futebol.

Em um diagrama de Venn-Euler:



$$x+y+z=9$$

Observa-se que:

$$x+z=5 \to y=4$$
$$z+y=6 \to x=3$$

O número de pessoas que gostam somente de um dos esportes será:

$$x+y=4+3=7$$

Que representa os $\therefore 7/12$ da população.

Gabarito: D

---

70 – Se dão três conjuntos X, Y e Z, incluídos em um mesmo conjunto universal $\mathbb{U}$, tal que:

$Z \cap X = Z$

$n(Z') = 150$

$n(X' \cap Y') = 90$

$n[(X \cup Y) - Z] = 6 \cdot n(Z)$

Ache $n(\mathbb{U})$:

a) 140

b) 170

c) 150

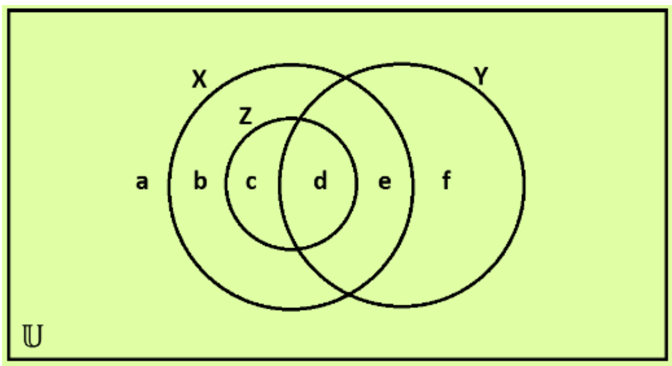
d) 180

e) 160

Comentário:

Pela propriedade da inclusão sabe-se que: $Z \cap X = Z \Leftrightarrow Z \subset X$.

Logo, o diagrama de Venn-Euler correspondente a este problema será:



Atualizando os dados:

- $n(Z') = 150 \rightarrow a + b + e + f = 150 \qquad ...(\alpha)$
- aplicando a propriedade 10A: $n(X' \cap Y') = n[(X \cup Y)'] = 90 \rightarrow a = 90$
- $n[(X \cup Y) - Z] = 6 \cdot n(Z) \rightarrow b + e + f = 6(c + d)$

Substituindo em (α): $90 + 6(c+d) = 150 \rightarrow c + d = 10$

$$n(\mathbb{U}) = a + b + c + d + e + f$$
$$\Rightarrow (a + b + c) + (d + f) = 150 + 10$$
$$\therefore \quad n(\mathbb{U}) = 160$$

Gabarito: E

---

71 – Em uma pesquisa com 170 comerciantes que trabalham em um mercado do centro de São Paulo, se tem:

- 30 são surdos e vendem livros;
- 32 que ouvem música vendem livros;
- 75 que vendem livros, não ouvem música;
- 55 são surdos;
- 60 ouvem música.

Quantos dos que não ouvem música, não vendem livros, nem são surdos?

a) 20

b) 15

c) 18

d) 12

e) 10

Comentário:

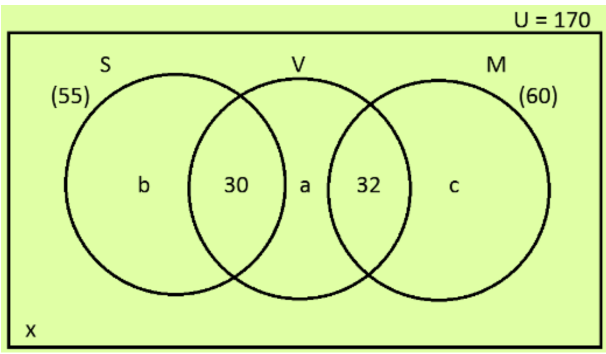
Sejam

S: conjunto de surdos;

M: conjunto dos que ouvem música;

V: conjunto dos que vendem livros.

Notemos que nenhum surdo pode ouvir música, então os conjuntos S e M são disjuntos, logo, no diagrama de Venn-Euler teremos:



Notemos que:

$$b+30=55 \to b=25$$
$$30+a=75 \to a=45$$
$$32+c=60 \to c=28$$

Os que não ouvem música, não vendem livros e nem são surdos, são:

$$x=170-(25+30+45+32+28)$$
$$\therefore \quad x=10$$

Gabarito: E

---

72 – De 120 alunos que deram um teste contendo os cursos A, B e C, sabe-se que:

• 10 testes foram anulados e o restante aprovou em pelo menos um curso;

• os que aprovaram A, desaprovaram B e C;

• Há 20 alunos que aprovaram B e C.

Quantos foram aprovados em apenas um curso?

a) 60

b) 70

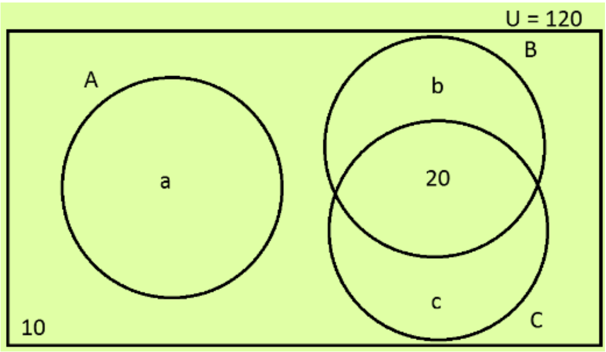
c) 90

d) 80

e) 100

Comentário:

Tendo em conta que os que aprovaram A, desaprovaram B e C, teremos o seguinte diagrama de Venn-Euler:



Do diagrama:

$10+a+b+20+c+120$

Logo, aprovaram em apenas um curso $\therefore \quad a+b+c=90$

Gabarito: C

---

73 – Fizeram uma pesquisa entre 170 pessoas para ver a preferência entre partidos políticos: A e B de centro, C de direita e D de esquerda com os seguintes resultados:

• 10 não simpatizam com partido algum;

• 32 somente com D;

• 22 somente com A;

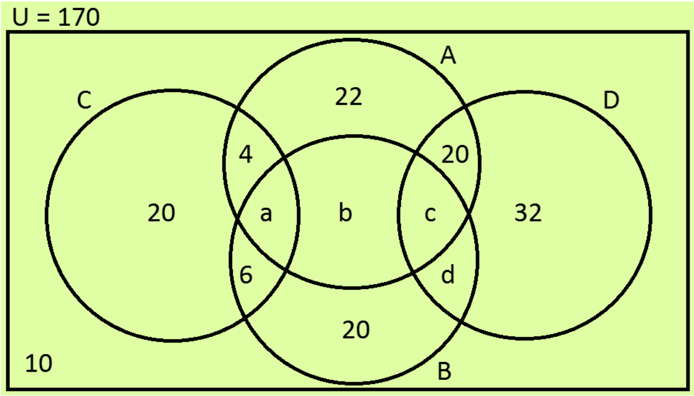
• 20 somente com B e 20 somente com C;

• 20 com A e D, mas não com B;
• 4 somente com A e C;
• 24 com B e D e 28 com A e B;

Se ninguém que simpatiza com a direita simpatiza com a esquerda. Quantos simpatizam com A, B e D?

a) 8
b) 12
c) 16
d) 20
e) 24

Comentário:
Considerando que ninguém que simpatiza com a direita, simpatiza com a esquerda, tem-se o seguinte diagrama de Venn-Euler:



Além disso:

$$c + d = 24$$
$$a + b + c = 28$$

Logo:

$$20 + 4 + a + 6 + 22 + b + 20 + 20 + c + d + 32 + 10 = 170$$
$$\rightarrow a + b + c + d + 134 = 170$$
$$\rightarrow a + b + c + d = 36$$

Como: $a + b + c = 28 \rightarrow d = 36 - 28 = 8$

Finalmente: $c = 24 - 8$

Portanto, os que simpatizam com A, B e D são: $c = 16$

Gabarito: C

---

74 – Tomou-se uma pesquisa com 300 pessoas sobre a preferência de 3 livros: A, B e C. averiguando-se que:

• 250 leem A ou B;
• 100 leem A mas não leem B;
• 120 leem B mas não leem A;
• 20 não leem estes livros;

• não mais de 10 leem os 3 livros.

Quantas pessoas, no mínimo, leem A e B, mas não C?

a) 18

b) 19

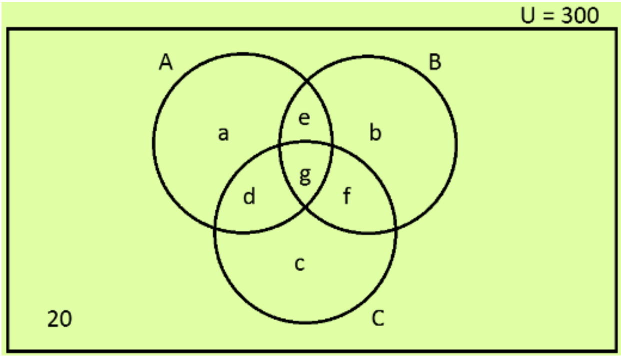
c) 20

d) 21

e) 22

Comentário:

O diagrama de Venn-Euler correspondente será:



Pede-nos: $e_{\min} = ?$

Dos dados:

- $a + d + e + g + b + f = 250$ ...(I)
- $a + d = 100$ ...(II)
- $b + f = 120$ ...(III)
- $g \leq 10$

Substituindo (II) e (III) em (I):

$$100 + e + g + 120 = 250 \rightarrow e + g = 30$$
$$\rightarrow e = 30 - g$$

O menor valor de "e" se conseguirá se "g" no máximo for: $g = 10 \therefore$ $e_{\min} = 20$

Gabarito: C

---

75 – Em uma sala de aula:

• 40 alunos tem o livro de Aritmética, 30 o de Física e 30 o de Geometria;

• para 12 deles falta apenas o livro de Física, para 8 apenas o de Geometria e para 6 apenas o de Aritmética;

• 5 têm os 3 livros e 6 não tem esses livros.

Quantos alunos têm na sala?

a) 48

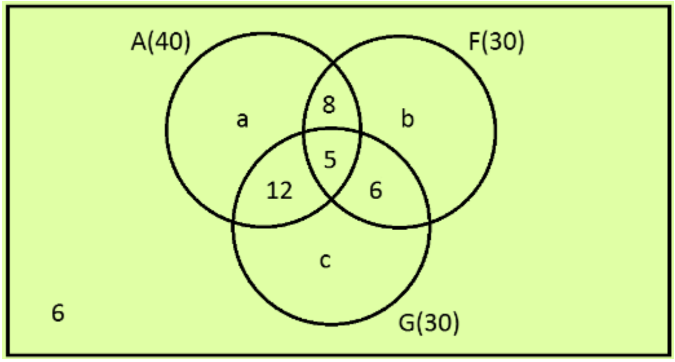
b) 60

c) 65

d) 70

e) 90

Comentário:
Considerando os seguintes conjuntos:
A: Alunos que têm o livro de Aritmética;
F: Alunos que têm o livro de Física;
G: Alunos que têm o livro de Geometria.
E, colocando os dados em um diagrama de Venn-Euler:



- $a+8+12+5=40 \rightarrow a=15$
- $b+8+6+5=30 \rightarrow b=11$
- $c+12+6+5=30 \rightarrow c=7$

Logo, o total de alunos será:

$\therefore \quad 15+8+11+12+5+6+7+6=70$

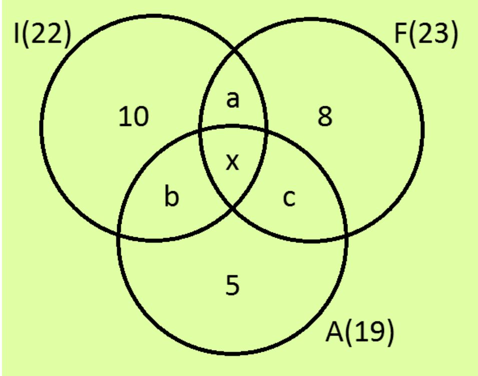
Gabarito: D

---

76 – Um grupo de 41 estudantes de idiomas que falam inglês, francês ou alemão, são submetidos a um exame de verificação, no qual se determinou que:
• 22 falam inglês e 10 somente inglês;
• 23 falam francês e 8 somente francês;
• 19 falam alemão e 5 somente alemão.
Quantos falam inglês, francês e alemão?
a) 6
b) 9
c) 4
d) 5
e) 2

Comentário:
Considerando os conjuntos:
I: Estudantes que falam inglês;
F: Estudantes que falam francês;
A: Estudantes que falam alemão.

Colocando os dados no diagrama de Venn-Euler:



Onde:

- $10+a+b+x=22 \rightarrow a+b+x=12 \qquad ...(\text{I})$
- $8+a+c+x=23 \rightarrow a+c+x=15 \qquad ...(\text{II})$
- $5+b+c+x=19 \rightarrow b+c+x=14 \qquad ...(\text{III})$

$(\text{I})+(\text{II})+(\text{III}): 2(a+b+c)+3x=41 \qquad ...(\text{IV})$

Por isso:

$10+a+8+b+x+c+5=41 \rightarrow a+b+c+x=18 \qquad ...(\text{V})$

$(\text{IV})-2\cdot(\text{V}): \ \therefore x=5$

Gabarito: D

---

77 – De um total de 99 pessoas, 5 falam inglês e espanhol unicamente, 7 espanhol e alemão unicamente e 8 inglês e alemão unicamente. Se os números de pessoas que falam alemão, espanhol e inglês são o dobro, o triplo e o quadruplo do número de pessoas que falam os 3 idiomas respectivamente.

Quantas pessoas falam espanhol?

a) 46

b) 36

c) 31

d) 41

e) 51

Comentário:

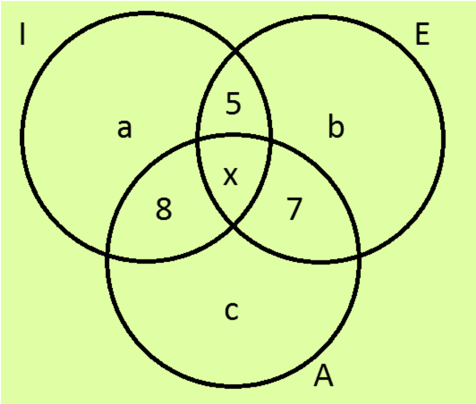
Sejam os conjuntos:

I: Pessoas que falam inglês;

E: Pessoas que falam espanhol;

A: Pessoas que falam alemão.

Então, em um diagrama de Venn-Euler, teremos:



Onde:

- $c+x+8+7=2x \rightarrow c=x-15$ ...(I)
- $b+x+5+7=3x \rightarrow b=2x-12$ ...(II)
- $a+x+5+8=4x \rightarrow a=3x-13$ ...(III)
- $(\text{I})+(\text{II})+(\text{III}):\ a+b+c=6x-40$ ...(IV)

Por isso:

$a+5+b+8+x+7+c=99$
$\rightarrow a+b+c=79-x$ ...(V)

Igualando (IV) e (V):

$$6x-40=79-x \rightarrow x=17$$

Substituindo o valor de x em (II):

$$b=2(17)-12 \rightarrow b=22 \therefore \qquad n(E)=5+b+x+7=51$$

Gabarito: E

---

78 – De um total de 100 alunos que se candidataram a uma universidade, 40 aprovaram Aritmética e Física; 39 Química e Geometria; enquanto que 48 aprovaram Álgebra e Trigonometria; 10 aprovaram os 6 cursos; 21 não aprovaram curso algum; 9 aprovaram Aritmética, Geometria, Física e Química apenas; 19 não aprovaram Física, nem Geometria, nem Química, nem Aritmética, mas sim os outros cursos. Qual o número de alunos que aprovaram apenas dois cursos?

a) 37
b) 41
c) 36
d) 53
e) 29

Comentário:

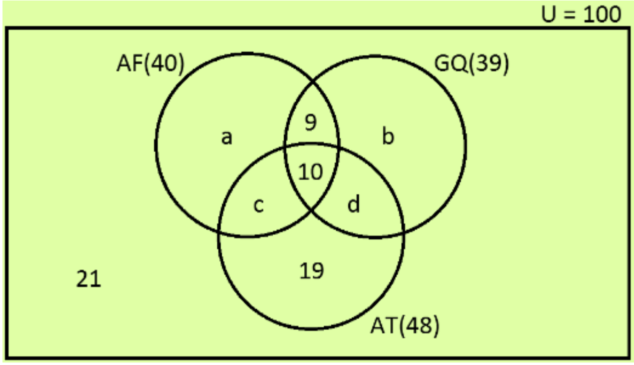
Consideraremos os seguintes conjuntos:

AF: Alunos que aprovaram Aritmética e Física;

GQ: Alunos que aprovaram Geometria e Química;

AT: Alunos que aprovaram Álgebra e Trigonometria.

Colocando os dados do problema no seguinte diagrama de Venn-Euler:



Observa-se que:

- $a+c+10+9=40 \to a+c=21 \qquad (\alpha)$
- $b+d+9+10=39 \to b+d+20 \qquad (\beta)$
- $c+d+10+19=48 \to c+d=19 \qquad (\gamma)$

$(\alpha)+(\beta): a+b+c+d=41$

De $(\gamma): a+b+\underbrace{19}_{c+d}=41 \to a+b=22$

Portanto, os que aprovaram apenas 2 cursos são $\therefore \quad a+b+19=22+19=41$

Gabarito: B

---

79 – Em um conjunto de 132 pessoas, sabe-se que o número dos que sabem Word, Excel e Access é igual a:

- 1/6 dos que sabem apenas Word;
- 1/5 dos que sabem apenas Excel;
- 1/4 dos que sabem apenas Access;
- 1/2 dos que sabem Word e Excel;
- 1/3 dos que sabem Word e Access;
- 1/4 dos que sabem Excel e Access.

Quantos sabem Word ou Excel?

a) 91

b) 84

c) 72

d) 90

e) 108

Comentário:

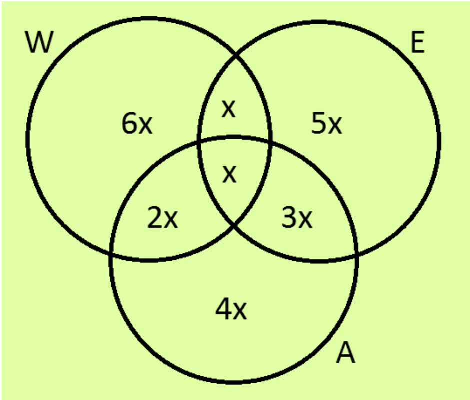
Sejam:

W: pessoas que sabem Word;

E: pessoas que sabem Excel;

A: pessoas que sabem Access.

Chamamos "x" o número de pessoas que sabem Word, Excel e Access e colocando os dados do problema num diagrama de Venn-Euler:



Logo:

$$6x + x + 5x + 2x + x + 3x + 4x = 132 \rightarrow x = 6 \text{ .}$$

Portanto, sabem Word ou Excel (que significa União) $\therefore$ $6x + x + 5x + 2x + x + 3x = 18x = 18(6) = 108$

Gabarito: E

---

80 – Em uma sala de aula, 49 alunos gostam de Aritmética, 47 Álgebra e 53 Geometria. Sabe-se ainda que o total de alunos é 100 e desses, 8 gostam das 3 matérias e 8 não gostam delas. Determinar:

(i) Quantos gostam somente de 2 dessas matérias?

(ii) Quantos gostam somente de 1 dessas matérias?

a) 46; 39

b) 24; 31

c) 51; 63

d) 41; 43

e) 36; 39

Comentário:

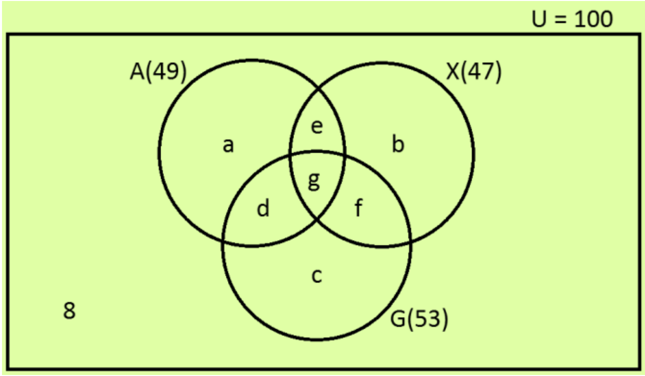
Considerando os conjuntos:

A: Alunos que gostam de Aritmética;

X: Alunos que gostam de Álgebra;

G: Alunos que gostam de Geometria.

E o seguinte diagrama de Venn-Euler:



No diagrama:

- $a+e+d+8=49$
- $b+e+f+8=47$
- $c+d+f+8=53$

Somando:

$$(a+b+c)+2(d+e+f)+24=149 \quad (\alpha)$$
$$\rightarrow a+b+c+2(d+e+f)=125$$

Ainda:

$$a+b+c+d+e+f+8+8=100 \quad (\beta)$$
$$\rightarrow (a+b+c)+(d+e+f)=84$$

$(\alpha)-(\beta): d+e+f=41$

Substituindo em $(\beta): a+b+c=43 \therefore$ 41; 43

Gabarito: D

---

81 – Para uma competição esportiva com 150 atletas realizaram 3 provas (para fazer a terceira era necessário ser aprovado na primeira ou na segunda); sabendo que o número de homens aprovados nas 3 provas é igual ao número de homens não aprovados em nenhuma prova e igual ao número de homens aprovados nas duas primeiras, mas não na terceira. No caso das mulheres, as que aprovaram nas 3 provas são a metade das que aprovaram a primeira e a segunda e este último número igual ao das que não aprovaram prova nenhuma. O número de pessoas aprovadas na primeira ou na segunda, mas não na terceira é igual ao número de pessoas aprovadas nas 3 provas. Os que aprovaram na primeira e terceira somente é o triplo do número de homens aprovados nas 3 provas e o número dos que aprovaram na segunda e terceira somente, é igual ao número de mulheres que não foram aprovadas. Quantos aprovaram nas 2 primeiras provas?

a) 50
b) 40
c) 35
d) 60
e) 70

Comentário:

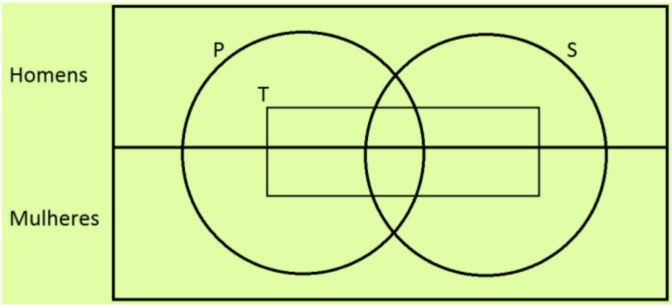
Sejam:

P: Conjunto dos que aprovaram na primeira prova;

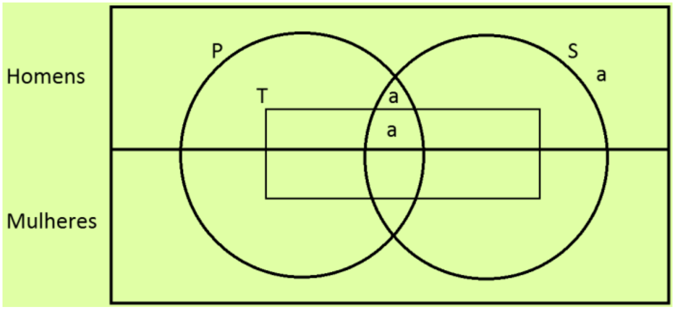
S: Conjunto dos que aprovaram na segunda prova;

T: Conjunto dos que aprovaram na terceira prova.

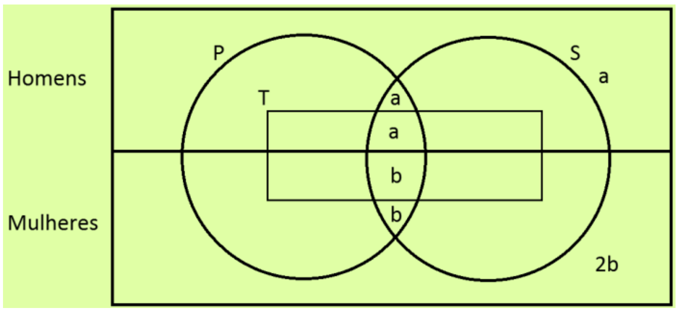
Para fazer a terceira prova era necessário aprovar na primeira ou na segunda, logo, realizando uma combinação entre os diagramas de Carroll e Venn-Euler, tem-se:



O número de homens aprovados nas 3 provas é igual ao número de homens que não aprovaram nenhuma prova e igual ao número de homens que aprovaram nas duas primeiras, mas não a terceira. Assim, para essa quantidade de homens, estipulamos a como incógnita, veja:

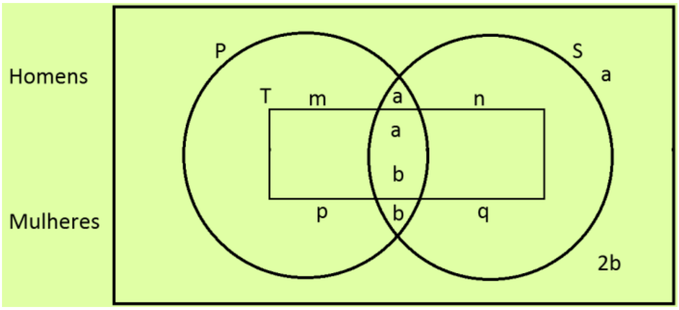


No caso das mulheres, as que aprovaram nas 3 provas são a metade das que aprovaram a primeira e a segunda e este último número é igual ao das que não aprovaram nenhuma prova. Assim, para essa quantidade de mulheres, estipulamos b como incógnita, veja:

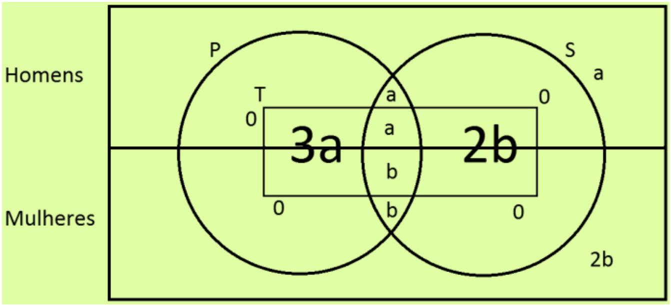


O número de pessoas (homens ou mulheres) aprovadas na primeira ou na segunda, mas não na terceira é igual ao número de pessoas que aprovaram nas 3 provas (a+b). Assim, montando a equação e, para essa quantidade de pessoas aprovadas na primeira ou na segunda, mas não na terceira, estipulando m, n, p e q como incógnitas, temos:

$$m+a+n+p+b+q=a+b \to m+n+p+q=0$$
$$\to m=n=p=q=0$$



Os que aprovaram na primeira e na terceira somente é o triplo do número de homens aprovados nas 3 provas e o número dos que aprovaram na segunda e terceira somente, que é igual ao número de mulheres que não aprovaram nenhuma prova.



Logo, como o total de participantes é 150:

$$3a+a+a+b+2b+a+2b-150 \to 6a+6b=150$$
$$\to a+b=25$$

Pedem-nos "Quantos aprovaram nas duas primeiras provas?", logo $\therefore$ $2(a+b)=2(25)=50$

Gabarito: A

---

82 – Uma pesquisa em 100 casas de uma cidade jovem obteve-se:

• 60 casas teriam aparelhos de TV em cores;
• 30 teriam equipamento de som;
• 20 teriam VHS;
• 21 teriam TV em cores e equipamento de som;
• 15 teriam TV em cores e VHS;
• 16 teriam equipamento de som e VHS.

Quantas casas, no máximo, não teriam estes aparelhos?

a) 24
b) 32
c) 25
d) 31
e) 18

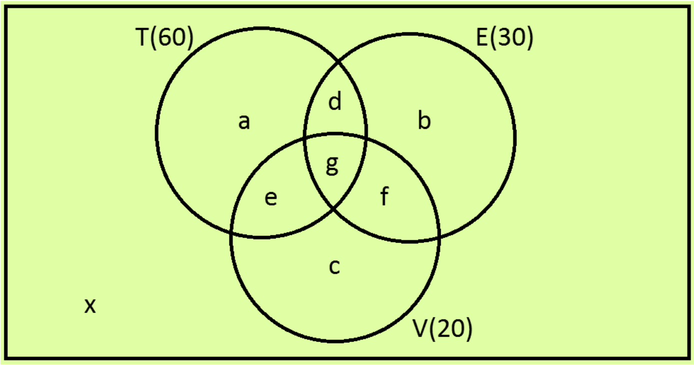
Comentário:

Considerando os conjuntos:

T: Casas que têm TV em cores;

E: Casas que têm equipamento de som;

V: Casas que têm VHS.



Dos dados:

- $a+d+e+g=60$ (I)
- $b+d+f+g=30$ (II)
- $c+e+f+g=20$ (III)
- $d+g=21 \to d=21-g$
- $e+g=15 \to e=15-g$
- $f+g=16 \to f=16-g$

Em (I): $a+(21-g)+(15-g)+g=60 \to a=24+g$

Em (II): $b+(21-g)+(16-g)+g=30 \to b=g-7$

Em (III): $c+(15-g)+(16-g)+g=20 \to c=g-11$

Nota-se, nas deduções feitas, que: $11 \le g \le 15$.

Assim, $a+b+c+d+e+f+g+x=100$

$(24+g)+(g-7)+(g-11)+(21-g)+(15-g)+(16-g)+g+x=100 \Rightarrow x=42-g$

Para que "x" seja máximo, "g" deve ser mínimo:

$x_{máx}=42-11=31$

Gabarito: D

---

83 – Em um centro de computação de certa universidade decidiu-se analisar que coincidências ocorreram no último exame de admissão, notando-se que:

• O número de pessoas que aprovaram somente o primeiro exame é igual ao número de pessoas que aprovaram o segundo e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente o segundo exame é igual ao número de pessoa que aprovaram o primeiro e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente o terceiro exame é igual ao número de pessoas que aprovaram o segundo e terceiro exame;

• O número de pessoas que aprovaram somente 2 exames é igual ao triplo dos que aprovaram os 3 exames.

Se para ingressar basta aprovar 2 dos exames. Que porcentagem do total de candidatos foram admitidos se 16% dos candidatos não aprovaram em nenhum exame?

a) 24%

b) 25,2%

c) 33,6%

d) 43,5%

e) 48%

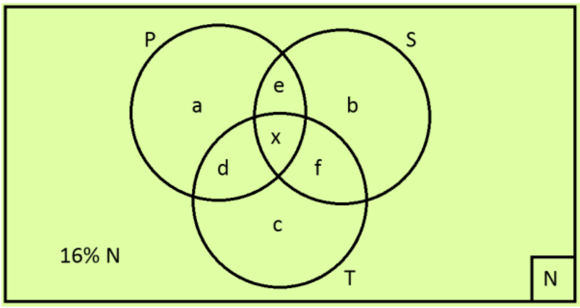
Comentário:

Seja "N" o número de candidatos e os conjuntos:

P: aprovados no primeiro exame;

S: aprovados no segundo exame;

T: aprovados no terceiro exame.



Pedem-nos: $d+e+f+x$

Dos dados:

- $a=f+x$
- $b=d+x$
- $c=e+x$

Somando:

$a+b+c=d+e+f+3x$ (I)

- $d+e+f-3x$ (II)

(II) em (I): $\underbrace{(a+b+c)}_{6x}+\underbrace{(d+e+f)}_{3x}+x+16\%\,\text{N}=\text{N}$

Substituindo: $6x+3x+x+16\%\,N \rightarrow x=8{,}4\%\,\text{N}$

Finalmente: $d+e+f+x=3x+x=4x=4(8{,}4\%\,N)=33{,}6\%\,N$

Gabarito: C

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 00. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos	***Ismael Santos***	***@IsmaelSantos***

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO AVIADOR!

145