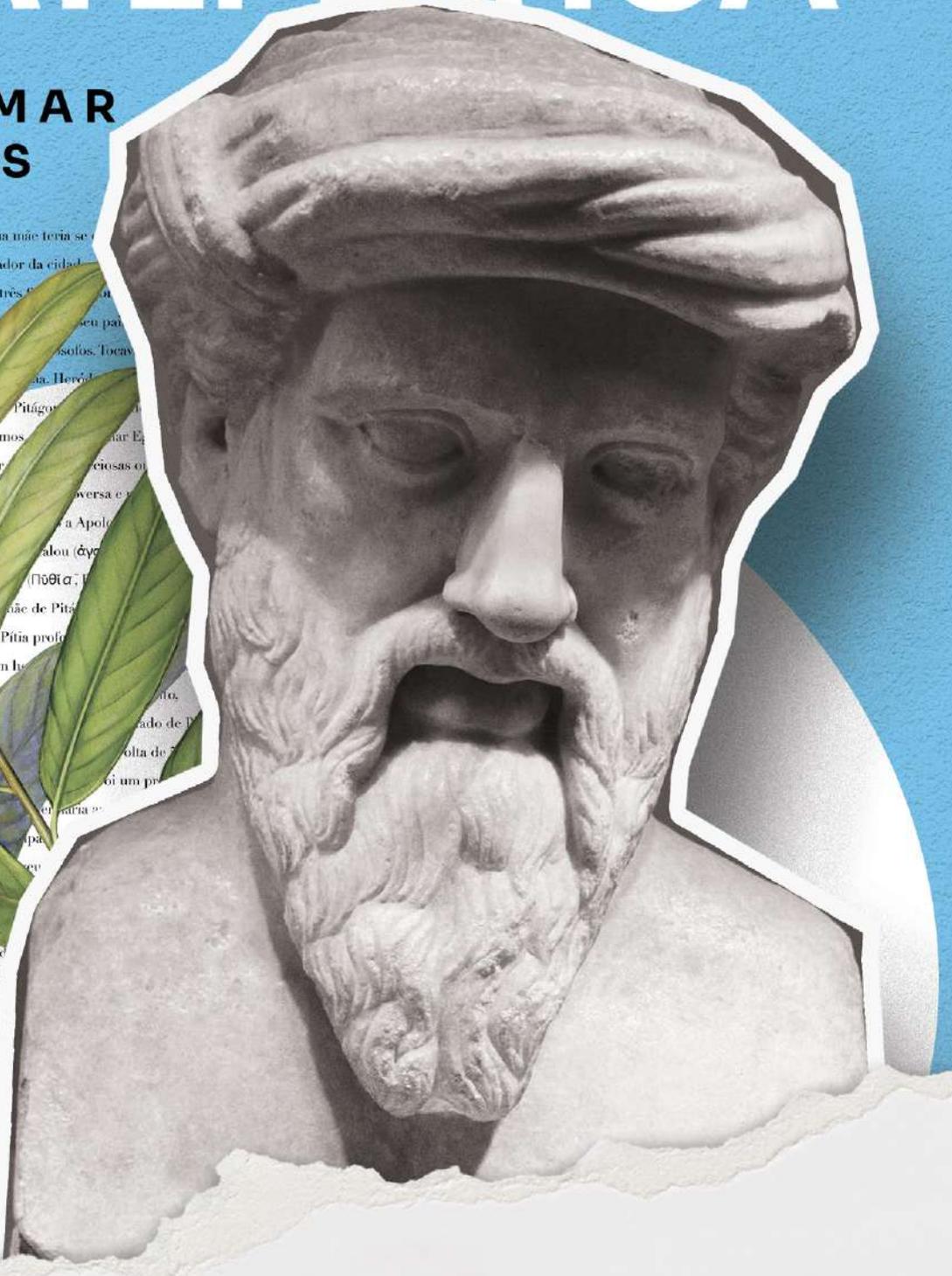


# MATEMÁTICA

COM  
**VALDEMAR  
SANTOS**

Nascido na ilha grega de Samos, sua mãe teria se casado com Mnesarco, supostamente um mercador da cidade. Pitágoras teria tido ou dois ou três filhos, mas não se sabe se em Samos embora tenha viajado pelo mundo com seu pai pelos melhores professores, além dos filósofos. Tocava aritmética, geometria, astronomia, música. Heródoto, primeiro historiador conhecido, escreveu que Pitágoras foi o primeiro a ensinar a matemática em Samos. Diz-se que seu pai era um navegador e comerciante ativo, mas também ascendeu a política. O nome de Pitágoras levou-o a ser associado a Apolo. Cirene e Crotone, no nome de Pitágoras (Ἰταλός). A fonte talvez seja a cidade de Pitágoras (Ἰταλός). Jámblico e a história de Pitágoras profeta estava gravada que dar a um homem benéfico para a humanidade. Quando Aristóxenes afirmou que Pitágoras morreu aos 40 anos, o que é uma referência de Durante os anos de sua vida foi um professor cultural conhecido por seus ensinamentos incluindo a construção do Templo de um importante centro comercial que mercadorias do Oriente Próximo. Esses comerciantes quase certamente do Oriente Próximo. O início da vida florescimento da filosofia natural já contemporâneo dos filósofos Anaximandro e Hecataeu, todos os quais viviam em Samos. Acredita-se tradicionalmente parte de sua educação no Oriente Próximo mostraram que a cultura da Grécia cultura do Oriente Próximo. Com a Grécia, Pitágoras teria estudado cerca de 535 a.C. - alguns anos após a morte de Sócrates. Conheceu os temp...



**COMBINATÓRIA 02**  
EXERCÍCIOS



## ARRANJOS

1. (ENEM PPL 2020) Um determinado campeonato de futebol, composto por 20 times, é disputado no sistema de pontos corridos. Nesse sistema, cada time joga contra todos os demais times em dois turnos, isto é, cada time joga duas partidas com cada um dos outros times, sendo que cada jogo pode terminar empatado ou haver um vencedor.

Sabendo-se que, nesse campeonato, ocorreram 126 empates, o número de jogos em que houve ganhador é igual a

- a) 64
- b) 74
- c) 254
- d) 274
- e) 634

2. (FUVEST 2013) Vinte times de futebol disputam a Série A do Campeonato Brasileiro, sendo seis deles paulistas. Cada time joga duas vezes contra cada um dos seus adversários. A porcentagem de jogos nos quais os dois oponentes são paulistas é

- a) menor que 7%.
- b) maior que 7%, mas menor que 10%.
- c) maior que 10%, mas menor que 13%.
- d) maior que 13%, mas menor que 16%.
- e) maior que 16%.

3. (UEPB 2012) A solução da equação  $A_{n,3} = 4 \cdot A_{n,2}$  é

- a) 3
- b) 4
- c) 8
- d) 6
- e) 5

4. (FATEC 2008) Para mostrar aos seus clientes alguns dos produtos que vende, um comerciante reservou um espaço em uma vitrine, para colocar exatamente 3 latas de refrigerante, lado a lado. Se ele vende 6 tipos diferentes de refrigerante, de quantas maneiras distintas pode expô-los na vitrine?

- a) 144
- b) 132
- c) 120
- d) 72
- e) 20

5. (UFSM 2005) Para efetuar suas compras, o usuário que necessita sacar dinheiro no caixa eletrônico deve realizar duas operações: digitar uma senha composta

por 6 algarismos distintos e outra composta por 3 letras, escolhidas num alfabeto de 26 letras. Se essa pessoa esqueceu a senha, mas lembra que 8, 6 e 4 fazem parte dos três primeiros algarismos e que as letras são todas vogais distintas, sendo E a primeira delas, o número máximo de tentativas necessárias para acessar sua conta será

- a) 210
- b) 230
- c) 2.520
- d) 3.360
- e) 15.120

6. (UNESP 2003) O conselho administrativo de um sindicato é constituído por doze pessoas, das quais uma é o presidente deste conselho. A diretoria do sindicato tem quatro cargos a serem preenchidos por membros do conselho, sendo que o presidente da diretoria e do conselho não devem ser a mesma pessoa. De quantas maneiras diferentes esta diretoria poderá ser formada?

- a) 40
- b) 7920
- c) 10890
- d) 11!
- e) 12!

7. (UERJ 2021) Em uma reunião, trabalhadores de uma indústria decidiram fundar um sindicato com uma diretoria escolhida entre todos os presentes e composta por um presidente, um vice-presidente e um secretário. O número total de possibilidades de composição dessa diretoria é trinta vezes o número de pessoas presentes nessa reunião.

O número de trabalhadores presentes é:

- a) 13
- b) 11
- c) 9
- d) 7

8. (ENEM PPL 2021) Um diretor esportivo organiza um campeonato no qual haverá disputa de times em turno e retorno, isto é, cada time jogará duas vezes com todos os outros, totalizando 380 partidas a serem disputadas.

A quantidade de times ( $x$ ) que faz parte desse campeonato pode ser calculada pela equação

- a)  $x = 380 - x^2$
- b)  $x^2 - x = 380$
- c)  $x^2 = 380$
- d)  $2x - x = 380$
- e)  $2x = 380$

9. (FAC. PEQUENO PRÍNCIPE - MEDICI 2020) Uma pessoa quer criar uma playlist de músicas favoritas para ouvir e tem a seu dispor uma biblioteca contendo 50 músicas, divididas em 5 grandes gêneros: rock, dance, pop, blues e clássica. Há 10 músicas em cada gênero. Hoje ela fará uma playlist em que vai escutar 25 músicas da seguinte forma:

5 músicas de cada de um dos 5 gêneros, sendo que músicas de um mesmo gênero devem ser tocadas em seguida até se esgotarem as músicas daquele gênero. Em uma playlist, nenhuma música pode se repetir e a ordem com a qual elas são tocadas faz diferença. É CORRETO afirmar que o número total de playlists possíveis será de

- a) 2500
- b) 6048
- c) 30240
- d) 30240<sup>5</sup>
- e) 120×30240<sup>5</sup>

**10. (FCMMG 2020)** Um hospital possui 5 salas de cirurgias eletivas, utilizadas diariamente por 8 médicos cirurgiões. Duas dessas salas destinam-se apenas aos procedimentos ortopédicos, sendo ocupadas, em todos os momentos de funcionamento do hospital, por 1 dos 2 ortopedistas que compõem a equipe.

Em certo momento, o número de possibilidades de organizações para a ocupação das salas é de:

- a) 120.
- b) 240.
- c) 336.
- d) 6720.

**11. (UEG 2017)** Uma comissão será composta pelo presidente, tesoureiro e secretário. Cinco candidatos se inscrevem para essa comissão, na qual o mais votado será o presidente, o segundo mais votado o tesoureiro e o menos votado o secretário.

Dessa forma, de quantas maneiras possíveis essa comissão poderá ser formada?

- a) 120
- b) 60
- c) 40
- d) 20
- e) 10

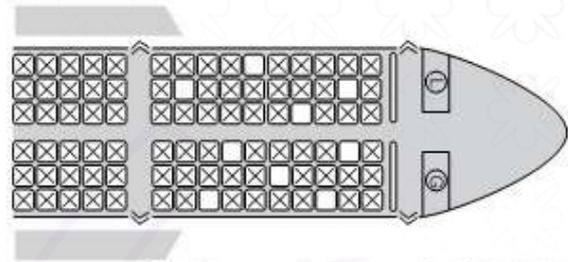
**12. (UFJF-PISM 3 2017)** Para concorrer à eleição a diretor e a vice-diretor de uma escola, há 8 candidatos. O mais votado assumirá o cargo de diretor e o segundo mais votado, o de vice-diretor. Quantas são as possibilidades de ocupação dos cargos de diretor e vice-diretor dessa escola?

- a) 15
- b) 27
- c) 34
- d) 56
- e) 65

**13. (UEG 2016)** Um aluno terá que escrever a palavra PAZ utilizando sua caneta de quatro cores distintas, de tal forma que nenhuma letra dessa palavra tenha a mesma cor. O número de maneiras que esse aluno pode escrever essa palavra é

- a) 64
- b) 24
- c) 12
- d) 4

**14. (ENEM 2015)** Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o site de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo site as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: [www.gebh.net](http://www.gebh.net). Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- a)  $\frac{9!}{2!}$
- b)  $\frac{9!}{7! \cdot 2!}$
- c)  $7!$
- d)  $\frac{5!}{2!} \cdot 4!$
- e)  $\frac{5!}{4!} \cdot \frac{4!}{3!}$

**Gabarito:**

			[E] : 5
		[B] : 10	[C] : 4
	[A] : 14	[E] : 9	[D] : 3
	[B] : 13	[B] : 8	[B] : 2
	[D] : 12	[D] : 7	[C] : 1
	[B] : 11	[C] : 6	

**Anotações**

## PERMUTAÇÕES

1. (UEG 2018) O número de anagramas que se pode formar com a palavra ARRANJO é igual a

- a) 21
- b) 42
- c) 5.040
- d) 2.520
- e) 1.260

2. (ESPM 2018) A senha bancária da dona Maria era 753213 seguida pelas letras D, D e B, nessa ordem. Acontece que ela só se lembrava da parte numérica, esquecendo-se completamente da sequência de letras. A caixa eletrônica apresentou os 4 botões mostrados na figura abaixo, que ela deveria pressionar exatamente 3 vezes, podendo repeti-los, um para cada letra da senha.



Se ela fizer as escolhas aleatoriamente, a probabilidade de acertar a senha será:

- a)  $9/32$
- b)  $5/16$
- c)  $1/4$
- d)  $3/8$
- e)  $3/16$

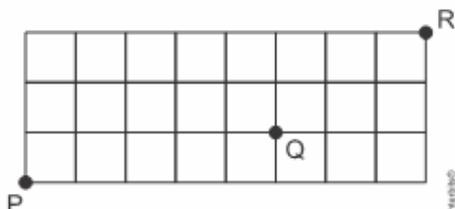
3. (ESPM 2018) O número de anagramas da palavra COLEGA em que as letras L, E e G aparecem juntas em qualquer ordem é igual a:

- a) 72
- b) 144
- c) 120
- d) 60
- e) 24

4. (G1 - IFSUL 2017) O número de anagramas distintos que podemos formar com o termo DIREITO é

- a) 5.040
- b) 2.520
- c) 120
- d) 7

5. (EBMSP 2016)



Na figura, a malha é formada por quadrados do mesmo tamanho cujos lados representam ruas de determinado

bairro onde o deslocamento de veículos só é permitido no sentido leste ou norte e ao longo das ruas representadas pelas linhas.

Nessas condições, o menor percurso para ir de P até R, sem passar por Q, pode ser feito por um número máximo de formas distintas igual a

- a) 105
- b) 75
- c) 54
- d) 36
- e) 15

6. (G1 - IFPE 2016) Uma urna contém 10 bolas, sendo 3 bolas pretas iguais, 3 bolas brancas iguais, 2 bolas verdes iguais e 2 bolas azuis iguais. Quantas são as maneiras diferentes de se extrair, uma a uma, as 10 bolas da urna, sem reposição?

- a) 25.200
- b)  $10!$
- c) 144
- d) 3.600
- e) 72.000

7. (UCS 2015) Três integrantes de uma Comissão Parlamentar de Inquérito (CPI), na Câmara dos Deputados, devem ser escolhidos para ocupar os cargos de Presidente, Secretário e Relator, cada qual de um partido diferente. Foram pré-indicados 4 deputados do Partido A, 3 do partido B, e 2 do Partido C. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os ocupantes desses três cargos?

- a) 24
- b) 48
- c) 72
- d) 132
- e) 144

8. (ESC. NAVAL 2014) A Escola Naval irá distribuir 4 viagens para a cidade de Fortaleza, 3 para a cidade de Natal e 2 para a cidade de Salvador. De quantos modos diferentes podemos distribuí-las entre 9 aspirantes, dando somente uma viagem para cada um?

- a) 288
- b) 1260
- c) 60800
- d) 80760
- e) 120960

9. (EPCAR (AFA) 2014) Distribuiu-se, aleatoriamente, 7 bolas iguais em 3 caixas diferentes. Sabendo-se que nenhuma delas ficou vazia, a probabilidade de uma caixa conter, exatamente, 4 bolas é

- a) 25%
- b) 30%

- c) 40%  
d) 48%

**10. (ESPCEX (AMAN) 2012)** Se todos os anagramas da palavra ESPCEX forem colocados em ordem alfabética, a palavra ESPCEX ocupará, nessa ordenação, a posição

- a) 144  
b) 145  
c) 206  
d) 214  
e) 215

**11. (UFJF 2011)** Para uma viagem, seis amigos alugaram três motocicletas distintas, com capacidade para duas pessoas cada. Sabe-se que apenas quatro desses amigos são habilitados para pilotar motocicletas e que não haverá troca de posições ao longo do percurso. De quantas maneiras distintas esses amigos podem se dispor nas motocicletas para realizar a viagem?

- a) 24  
b) 72  
c) 120  
d) 144  
e) 720

## Gabarito:

[D] : 11  
[B] : 10  
[C] : 9  
[B] : 8  
[E] : 7

[A] : 9  
[A] : 5  
[B] : 4  
[B] : 3  
[A] : 2  
[E] : 1

## COMBINAÇÕES

**1. (FMJ 2022)** Adriana é uma das 12 alunas de um curso de especialização. Três alunas desse curso serão sorteadas para ganhar um livro. A probabilidade de Adriana ser uma das sorteadas é de

- a) 10%  
b) 20%  
c) 25%  
d) 15%  
e) 30%

**2. (FCMSCSP 2021)** Ana, Beatriz e Carina são médicas intensivistas. Diana, Elisa, Fernanda, Gabriela, Helena, Inês e Júlia são enfermeiras da unidade de terapia intensiva (UTI). No sábado, haverá plantão de duas

médicas intensivistas e quatro enfermeiras nessa UTI. No domingo, o plantão será feito pela médica intensivista que não fez plantão no sábado e por cinco enfermeiras, sendo que três delas não fizeram plantão no sábado. O total de combinações diferentes que esse cronograma de trabalho do fim de semana permite é igual a

- a) 840  
b) 245  
c) 420  
d) 490  
e) 630

**3. (ENEM 2021)** Uma pessoa produzirá uma fantasia utilizando como materiais: 2 tipos de tecidos diferentes e 5 tipos distintos de pedras ornamentais. Essa pessoa tem à sua disposição 6 tecidos diferentes e 15 pedras ornamentais distintas.

A quantidade de fantasias com materiais diferentes que podem ser produzidas é representada pela expressão

- a)  $\frac{6!}{4! 2!} \cdot \frac{15!}{10! 5!}$   
b)  $\frac{6!}{4! 2!} + \frac{15!}{10! 5!}$   
c)  $\frac{6!}{2!} + \frac{15!}{5!}$   
d)  $\frac{6!}{2!} \cdot \frac{15!}{5!}$   
e)  $\frac{21!}{7! 14!}$

**4. (ESPCEX (AMAN) 2020)** O Sargento encarregado de organizar as escalas de missão de certa organização militar deve escalar uma comitiva composta por um capitão, dois tenentes e dois sargentos. Estão aptos para serem escalados três capitães, cinco tenentes e sete sargentos. O número de comitivas distintas que se pode obter com esses militares é igual a

- a) 630  
b) 570  
c) 315  
d) 285  
e) 210

**5. (ENEM PPL 2020)** A prefeitura de uma cidade está renovando os canteiros de flores de suas praças. Entre as possíveis variedades que poderiam ser plantadas, foram escolhidas cinco: amor-perfeito, cravina, petúnia, margarida e lírio. Em cada um dos canteiros, todos com composições diferentes, serão utilizadas somente três variedades distintas, não importando como elas serão dispostas.

Um funcionário deve determinar os trios de variedades de flores que irão compor cada canteiro.

De acordo com o disposto, a quantidade de trios possíveis é dada por

- a) 5  
 b)  $5 \cdot 3$   
 c)  $\frac{5!}{(5-3)!}$   
 d)  $\frac{5!}{(5-3)! \cdot 2!}$   
 e)  $\frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!}$

**6. (FGV 2020)** Dez pessoas, entre elas Gilberto e Laura, pretendem formar uma comissão com quatro membros escolhidos entre os dez.

Quantas comissões são possíveis se Gilberto e Laura podem ou não comparecer mas nunca juntos na mesma comissão?

- a) 182  
 b) 45  
 c) 240  
 d) 100  
 e) 70

**7. (UFU 2020)** Em uma feira de troca de livros, João levou 3 livros e Maria levou 7 livros, sendo todos os 10 distintos. Assuma que, em uma troca, João recebe de Maria a mesma quantidade de livros que entrega, ou seja, um, dois ou três livros.

Considerando-se apenas o conjunto de livros que cada um obterá após a troca, de quantas maneiras os dois podem trocar seus livros?

- a) 210  
 b) 35  
 c) 119  
 d) 359

**8. (EFOMM 2019)** De quantas maneiras diferentes podemos escolher seis pessoas, incluindo pelo menos duas mulheres, de um grupo composto de sete homens e quatro mulheres?

- a) 210  
 b) 250  
 c) 371  
 d) 462  
 e) 756

**9. (UEG 2019)** Um ovo de brinquedo contém no seu interior duas figurinhas distintas, um bonequinho e um docinho. Sabe-se que na produção desse brinquedo, há disponível para escolha 20 figurinhas, 10 bonequinhos e 4 docinhos, todos distintos. O número de maneiras que se pode compor o interior desse ovo de brinquedo é

- a) 15.200  
 b) 7.600  
 c) 3.800

- d) 800  
 e) 400

**10. (ENEM 2019)** Durante suas férias, oito amigos, dos quais dois são canhotos, decidem realizar um torneio de vôlei de praia. Eles precisam formar quatro duplas para a realização do torneio. Nenhuma dupla pode ser formada por dois jogadores canhotos.

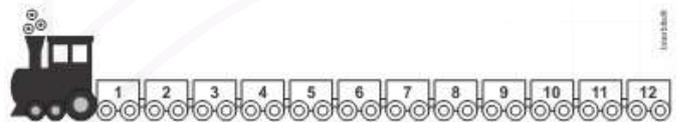
De quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas quatro duplas?

- a) 69  
 b) 70  
 c) 90  
 d) 104  
 e) 105

**11. (G1 - IFCE 2019)** Cada banca de um determinado concurso é constituída de 3 examinadores, dos quais 1 é o presidente. Duas bancas são iguais somente se tiverem os mesmos membros e o mesmo presidente. Dispondo de 20 examinadores, a quantidade de bancas diferentes que podem ser formadas é

- a) 800  
 b) 1140  
 c) 6840  
 d) 600  
 e) 3420

**12. (ENEM 2019)** Uma empresa confecciona e comercializa um brinquedo formado por uma locomotiva, pintada na cor preta, mais 12 vagões de iguais formato e tamanho, numerados de 1 a 12. Dos 12 vagões, 4 são pintados na cor vermelha, 3 na cor azul, 3 na cor verde e 2 na cor amarela. O trem é montado utilizando-se uma locomotiva e 12 vagões, ordenados crescentemente segundo suas numerações, conforme ilustrado na figura.



De acordo com as possíveis variações nas colorações dos vagões, a quantidade de trens que podem ser montados, expressa por meio de combinações, é dada por

- a)  $C_{12}^4 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{12}^2$   
 b)  $C_{12}^4 + C_8^3 + C_5^3 + C_2^2$   
 c)  $C_{12}^4 \cdot 2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^2$   
 d)  $C_{12}^4 + 2 \cdot C_{12}^3 + C_{12}^2$   
 e)  $C_{12}^4 \cdot C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$

**13. (G1 - IFAL 2018)** Certa lanchonete possui 5 funcionários para atender os clientes durante os dias da semana. Em cada dia, pode trabalhar, no mínimo, 1 funcionário até todos os funcionários. Dentro desse princípio, quantos grupos de trabalho diário podem ser formados?

- a) 5
- b) 15
- c) 16
- d) 31
- e) 32

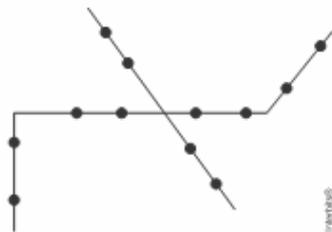
**14. (FAMERP 2018)** Lucas possui 6 livros diferentes e Milton possui 8 revistas diferentes. Os dois pretendem fazer uma troca de 3 livros por 3 revistas. O total de possibilidades distintas para que essa troca possa ser feita é igual a

- a) 1.040
- b) 684
- c) 980
- d) 1.120
- e) 364

**15. (UPE-SSA 2 2018)** A turma de espanhol de uma escola é composta por 20 estudantes. Serão formados grupos de três estudantes para uma apresentação cultural. De quantas maneiras se podem formar esses grupos, sabendo-se que dois dos estudantes não podem pertencer a um mesmo grupo?

- a) 6.840
- b) 6.732
- c) 4.896
- d) 1.836
- e) 1.122

**16. (FUVEST 2018)** Doze pontos são assinalados sobre quatro segmentos de reta de forma que três pontos sobre três segmentos distintos nunca são colineares, como na figura.



O número de triângulos distintos que podem ser desenhados com os vértices nos pontos assinalados é

- a) 200
- b) 204
- c) 208
- d) 212
- e) 220

**17. (UFJF-PISM 3 2018)** Em uma festa havia 21 pessoas presentes. Ao chegarem, cumprimentaram com um aperto de mão uma única vez cada uma das outras pessoas. Quantos apertos de mão ocorreram ao todo?

- a) 42
- b) 84
- c) 105
- d) 210
- e) 420

**18. (G1 - IFAL 2017)** No primeiro dia de aula de 2017.1 do Curso de Segurança do Trabalho, todos os estudantes se cumprimentaram apertando as mãos um a um. Sabendo que essa turma tinha 25 estudantes, quantos apertos de mãos houve ao todo?

- a) 50
- b) 150
- c) 300
- d) 600
- e) 625

**19. (ENEM 2017)** Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando videogame. Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:

Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
Número de partidas	1	3	6	10	15	21

Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas?

- a) 64
- b) 56
- c) 49
- d) 36
- e) 28

**20. (ESPM 2017)** Em uma competição de vôlei de praia participaram  $n$  duplas. Ao final, todos os adversários se cumprimentaram uma única vez com apertos de mãos. Sabendo-se que foram contados 180 apertos de mãos, podemos concluir que  $n$  é igual a:

- a) 8
- b) 9
- c) 10
- d) 11
- e) 12

**21. (G1 - IFPE 2017)** O coordenador de Matemática do campus Recife conta com 7 professores para lecionar aulas em um programa do PROIFPE. São aulas semanais e a cada semana um novo trio de professores é selecionado para ministrá-las. Considerando um mês equivalente a 4 semanas, em quanto tempo esse programa estará finalizado

- a) 6 meses
- b) 4 meses e 1 semana
- c) 1 ano, 8 meses e 2 semanas
- d) 2 anos e 3 meses
- e) 8 meses e 3 semanas.

22. (UNIGRANRIO - MEDICINA 2017) Considere 5 pontos distintos sobre uma reta  $r$  e 4 pontos distintos sobre uma reta  $s$ , de forma que  $r$  seja paralela a  $s$ . O número de triângulos com vértices nesses pontos é igual a:

- a) 10
- b) 12
- c) 20
- d) 50
- e) 70

Gabarito:

- 22: [E]
- 21: [E]
- 20: [C]
- 19: [E]
- 18: [C]
- 17: [D]

- 16: [D]
- 15: [E]
- 14: [D]
- 13: [D]
- 12: [E]
- 11: [E]
- 10: [C]
- 9: [B]

- 8: [C]
- 7: [C]
- 6: [A]
- 5: [E]
- 4: [A]
- 3: [A]
- 2: [E]
- 1: [C]

## Anotações

