

FATORAÇÃO

Produto

$$a. (x+y) = ax + ay$$

Fatoração

I. Fator Comum em evidência

$$ax + ay = a.(x+y)$$

$$a. x^2y^3 - x^3y^2 = x^2y^2.(y-x)$$

$$b. 8xy + 12x^2z + 2x = 2x.(4y + 6xz + 1)$$

$$c. 4(a+b) - 2x(a+b) = 2(a+b).(2-x)$$

$$d. 8z(x-y) - 3(y-x) = (x-y).(8z+3)$$

II. Agrupamento

$$ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y) = (x+y).(a+b)$$

$$a. ax - x + ay - y = x.(a-1) + y(a-1) = (a-1)(x+y)$$

$$b. x^3 + x^2 + x + 1 = x^2(x+1) + (x+1) = (x+1)(x^2+1)$$

$$c. 2ab - 3ac - 4yb + 6yc = a(2b-3c) - 2y(2b-3c) \\ = (2b-3c).(a-2y)$$

III. Produtos Notáveis

Trinômio Quadrado
Perfeito:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

Diferença de Quadrados:

$$a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$$

1. (Ifsul 2011) Simplificando-se a expressão $y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$, $Y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{x^2 + 6x + 3^2}{x^2 - 3^2}$

obtem-se

- a) $6x$
- b) $-6x$
- c) $\frac{x-3}{x+3}$
- d) $\frac{x+3}{x-3}$

$$Y = \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x+3)(x+3)}{(x+3)(x-3)}$$

$$Y = \frac{x+3}{x-3} \quad \text{Letra D}$$

2. (cftmg 2015) Simplificando a fração algébrica $\frac{x^2 - y^2 + 2x + 2y}{x^2 - y^2}$, sendo x e y números reais, tais que

$x + y \neq 0$ e $x - y = 4$, obtém-se o valor

- a) 1,5
- b) 1,0
- c) 0,5
- d) 0,0

$$\frac{x^2 - y^2 + 2x + 2y}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{(x+y)(x-y) + 2(x+y)}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{4(x+y) + 2(x+y)}{4(x+y)} = \frac{6(x+y)}{4(x+y)} = \frac{6}{4} = 1,5$$

Letra A

3. (Espm 2016) O valor da expressão $2x^3 - 20x^2 + 50x$, para $x = 105$, é igual a:

- a) $1,05 \cdot 10^7$
- b) $2,1 \cdot 10^7$
- c) $2,1 \cdot 10^6$
- d) $1,05 \cdot 10^6$
- e) $2,05 \cdot 10^7$

$$2x^3 - 20x^2 + 50x$$

$$= 2x(x^2 - 10x + 25)$$

$$= 2x(x-5)^2$$

$$= 2 \cdot 105 \cdot (105 - 5)^2 = 210 \cdot 100^2 = 2100000,0$$

$$= 2,1 \cdot 10^7 \quad \text{Letra B}$$

4. (UTFPR 2016) Simplificando a expressão $\frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - y^2}$, com

$x \neq y$, obtém-se:

a) $2 - 4xy$

$\frac{x-y}{x+y}$

c) $\frac{2xy}{x+y}$

d) $-2xy$

e) $-\frac{4xy}{x-y}$

$$\frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy}{(x+y)(x-y)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x-y}{x+y} \quad \text{Letra B}$$

12. (Espm 2013) O par ordenado $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é solução da equação $x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7$. O valor de $x - y$ é:

a) 1

b) 2

c) -1

d) 0

e) -2

$$(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

$\begin{array}{l} \downarrow \\ \text{Natural} \\ \downarrow \\ \text{Natural} \end{array}$

$$x^3 + x^2y - 8x - 8y = 7 \rightarrow x^2(x+y) - 8(x+y) = 7$$

$$\rightarrow (x+y) \cdot (x^2 - 8) = 7$$

logo, $\begin{cases} x+y = 7 \\ x^2 - 8 = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x+y = 1 \\ x^2 - 8 = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+y = 7 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 1 \\ x^2 = 15 \end{cases} \quad \text{Absurdo!}$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\rightarrow x - y = -1 \quad \text{Letra C}$$

III. Produtos Notáveis (cubo)

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

Vamos lembrar...

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

11. (Espm 2018) O valor numérico da expressão

$$\frac{x^3 - y^3}{x^3 + x^2y + xy^2}$$
 para $x = 0,8$ e $y = 0,3$ é igual a:

- a) 0,325
- b) 0,125
- c) 0,415
- d) 0,625

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - y^3}{x^3 + x^2y + xy^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{x(x^2 + xy + y^2)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x-y}{x} = \frac{0,8 - 0,3}{0,8} = \frac{0,5}{0,8} = \frac{5}{8} = 0,625$$

Letra D

6. (Ufrgs/2023) O valor de $\frac{a^3 - b^3}{a - b}$ para $a = 27$ e $b = 26$ é

- a) 2017.
- b) 2071.
- c) 2107.
- d) 2170.
- e) 2710.

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)} = 27^2 + 27 \cdot 26 + 26^2$$

$$= 729 + 702 + 676 = 2107$$

Letra C

5. (Uemg/2023) Um professor lançou o seguinte desafio aos seus alunos, calcular o valor da expressão.

$$A = \left(\frac{14(x^3 - y^3)}{(7x^2 - 7y^2)(x^2 + xy + y^2)} \right)^{-1}, \text{ para } x = 2023 \text{ e } y =$$

$$A = \left(\frac{(7x^2 - 7y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{14 \cdot (x^3 - y^3)} \right)$$

2013. Respondeu, corretamente, o aluno que calculou o valor:

a) 0,5

b) 1

2018

d) 4036

$$A = \frac{7(x^2 - y^2) \cdot (x^2 + xy + y^2)}{14 \cdot (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2)} = \frac{7(x - y) \cdot (x + y)}{14 \cdot (x - y)}$$

$$A = \frac{x + y}{2} = \frac{4036}{2} = 2018 \quad \underline{\underline{\text{letra C}}}$$

IV. Fatoração do trinômio: $ax^2 + bx + c$

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x - r_1) \cdot (x - r_2)$$

sendo r_1 e r_2 as raízes da equação: $ax^2 + bx + c = 0$

a. $x^2 - 5x + 6 = 1 \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$

Soma = $2 + 3 = 5$

Produto = $2 \times 3 = 6$

b. $2x^2 - 10x - 12 = 2 \cdot (x - 6) \cdot (x - (-1)) = 2(x - 6)(x + 1)$

Soma = $6 + (-1) = 5$

Produto = $6 \times (-1) = -6$

8. (Espm/2023) O valor da expressão $\frac{x^2+x-2}{x^2-2x+1} - \frac{3x}{x^2-x}$

- para $x = 329$ é:
 a) -3
 b) 2
 c) -8
~~d) 1~~
 e) 5

$$x^2 + x - 2 = 1 \cdot (x-1) \cdot (x+2)$$

$$\text{Soma} = 1 + -2 = -1$$

$$\text{Produto} = 1 \times -2 = -2$$

$$\frac{x^2+x-2}{x^2-2x+1} - \frac{3x}{x^2-x} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)^2} - \frac{3x}{x(x-1)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1} = 1$$

Letra D

25. (Cotuca 2020) Calcule o valor de X, sabendo que $a = 2020$ e $b = 2018$.

$$X = \frac{\frac{a^4}{2} - a^2b^2 + \frac{b^4}{2}}{4a^2 + 8ab + 4b^2}$$

$$a = 2020 \text{ e } b = 2018$$

$$X = \frac{\frac{a^4}{2} - a^2b^2 + \frac{b^4}{2}}{4a^2 + 8ab + 4b^2}$$

$$X = \frac{\frac{(a^2)^2}{2} - \frac{2a^2b^2}{2} + \frac{(b^2)^2}{2}}{4(a^2 - 2ab + b^2)}$$

$$X = \frac{\frac{(a^2 - b^2)^2}{2}}{4(a+b)^2} = \frac{[(a+b)(a-b)]^2}{4(a+b)^2}$$

$$X = \frac{\cancel{(a+b)}^2 \cdot (a-b)^2}{2} \cdot \frac{1}{4 \cancel{(a+b)}^2}$$

$$X = \frac{2^2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Letra D