1

Obter energia é vital para todos os seres vivos, tais como as bactérias, os protozoários, as algas, os fungos, as plantas e os animais. Nesse processo, a energia é armazenada na forma de ATP, a partir de doadores e de aceptores de elétrons. Em certos casos, organelas como as mitocôndrias são fundamentais para o processo.

a) Dos organismos citados, quais são os que possuem mitocôndrias?

b) É correto afirmar que, tanto na fermentação quanto na respiração aeróbica, o doador inicial e o aceptor final de elétrons são moléculas orgânicas? Justifique.

Resolução

a) As mitocôndrias são encontradas em todos os seres vivos citados, exceto nas bactérias.

b) O doador inicial é uma molécula orgânica, tanto na fermentação, quanto na respiração aeróbia.
O aceptor final, na respiração, é uma molécula inorgânica, o O_2; na fermentação, é uma molécula orgânica, por exemplo, o ácido pirúvico.

2

Aparecera como um bicho, entocara-se como um bicho, mas criara raízes, estava plantado. Olhou as quipás, os manda-carus e os xiquexiques. Era mais forte que tudo isso, era como as catingueiras e as baraúnas. Ele, sinhá Vitória, os dois filhos e a cachorra Baleia estavam agarrados à terra.

(Graciliano Ramos. Vidas Secas, 1996.)

O trecho menciona algumas árvores da Caatinga (catingueiras e baraúnas), local em que muitas plantas, durante longos perío-dos de seca, permanecem sem as folhas, que são os principais órgãos fotossintetizantes dos vegetais. No entanto, imediatamente após a primeira chuva, essas árvores rapidamente se cobrem de ramos e folhas verdes.

a) Considerando que tais plantas permaneceram longos períodos sem folhas, de onde provém a energia necessária para a produção rápida de biomassa das folhas novas?

b) É válida a afirmação de que, com relação à pluviosidade, a Caatinga e o Cerrado apresentam os mesmos regimes de seca e de chuva ao longo do ano? Justifique.

Resolução

a) A biomassa das folhas novas origina-se a partir da matéria orgânica acumulada sob a forma de reserva, geralmente, nas raízes e nos caules.

b) Não. A Caatinga apresenta baixa pluviosidade durante o ano, com regimes irregulares de chuva ao longo dos anos. O Cerrado mostra pluviosidades mais regulares, principalmente na primavera e no verão, e com intensidades de chuvas maiores do que na Caatinga. No outono e no inverno, há períodos com menor pluviosidade.

Cantiga para adormecer

Lulu, lulu, lulu, lulu,
vou fazer uma cantiga
para o anjinho de São Paulo
que criava uma lombriga.
[…]
A lombriga devorava
seu pão,
a banana, o doce, o queijo,
o pirão.
[…]
Lulu, lulu, lulu, lulu,
pois eu faço esta cantiga
para o anjinho de São Paulo
que alimentava a lombriga.

(Cecília Meireles. *Ou isto ou aquilo*.)

No poema, a autora descreve a lombriga (*Ascaris lumbricoides*) no singular, como se fosse um único indivíduo, como ocorrem com as solitárias (*Taenia solium*). Diz, também, que a lombriga devorava todo alimento ingerido por Lulu.

a) Lombrigas e solitárias (tênias) não pertencem ao mesmo filo animal. Ao comparar o processo digestivo das lombrigas e da solitária, constata-se que o mais parecido com o dos seres humanos é o das lombrigas. Que características do filo das lombrigas e do filo da solitária permitem tal constatação?

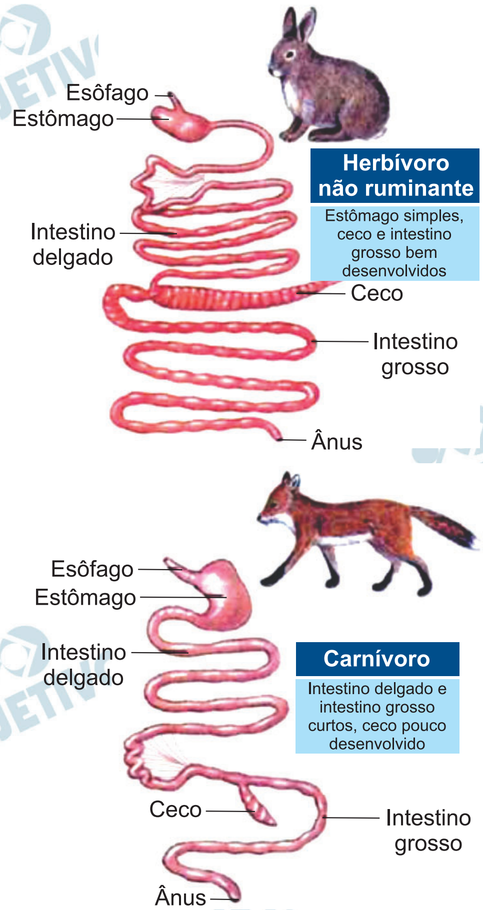
b) Em geral, o alimento do hospedeiro já chega digerido até a lombriga e a solitária. Uma vez ingeridos, de que maneira os nutrientes são distribuídos a todas as partes do corpo desses animais?

Resolução

a) Nas lombrigas, animais do filo dos Nematelmintos, o tubo digestório é completo e, a digestão, extracelular.
Na solitária, animal do filo dos Platelmintos, não há tubo digestório. Ela é um parasita que absorve, diretamente pelo tegumento, os alimentos que foram digeridos pelo hospedeiro.

b) A distribuição dos nutrientes na lombriga é realizada pelo líquido do pseudoceloma. Ela não possui um sistema circulatório verdadeiro. Na solitária, animal acelomado, a distribuição dos nutrientes ocorre por simples difusão. Ela, também, não possui sistema circulatório verdadeiro.

A figura representa os sistemas digestivos de dois mamíferos, um herbívoro não ruminante e um carnívoro estrito.



(Cleveland P. Hickman *et al*. *Princípios Integrados de Zoologia*, 2013. Adaptado.)

a) Considerando a dieta de cada um dos animais, explique por que os intestinos do herbívoro são consideravelmente mais longos do que os do carnívoro.

b) Nos mamíferos, a saliva contém ptialina (amilase salivar), enzima que atua na digestão de polissacarídeos. A partir dessa informação, é correto afirmar que, nos herbívoros, a digestão química começa na boca e, nos carnívoros, começa apenas no estômago? Justifique sua resposta.

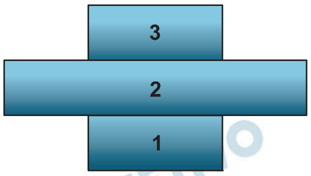
Resolução

a) O intestino dos herbívoros é mais longo do que o dos carnívoros porque eles ingerem uma grande quantidade de alimento, de origem vegetal, rico em polissacarídeos, como, por exemplo, celulose, sendo que são compostos orgânicos de difícil digestão.

b) Sim, porque a digestão de carboidratos, nos herbívoros, tem início na cavidade bucal. Nos carnívoros estritos, não há enzima proteolítica na boca, e a digestão das proteínas ingeridas da carne tem início na cavidade gástrica.

5

As pirâmides ecológicas são utilizadas para representar os diferentes níveis tróficos de um ecossistema e podem ser de três tipos: número de indivíduos, biomassa ou energia. Elas são lidas de baixo para cima e o tamanho dos retângulos é proporcional à quantidade que expressam. Considere uma pirâmide com a seguinte estrutura:



a) Que tipo de pirâmide, entre os três tipos citados no texto, não poderia ser representada por essa estrutura? Por quê?

b) Dê um exemplo de uma pirâmide que pode ser representada pela estrutura indicada. Substitua 1, 2 e 3 por dados quantitativos e qualitativos que justifiquem essa estrutura de pirâmide.

Resolução

a) A pirâmide que não pode ser representada é a de <u>energia</u>, porque a maior quantidade de energia está sempre nos produtores, diminuindo destes para os consumidores.

b) A pirâmide pode ser representativa da biomassa do plâncton marinho, na qual 1 representa a massa do fitoplâcton, 2, a massa do zooplâncton e 3, a dos peixes. A biomassa do fitoplâncton pode ser menor do que a do zooplâncton, porque a biomassa que o constitui se reproduz com grande velocidade e apresenta alta eficiência fotossintética, assegurando a nutrição do zooplâncton, que possui maior biomassa e menor capacidade reprodutora.

A pirâmide também pode ser de números, na qual 1 pode ser uma árvore, 2, os pulgões parasitas dessa planta e 3, as joaninhas (besouros), que são predadores dos pulgões.

Uma árvore pode nutrir milhares de parasitas, os quais alimentam um menor número de predadores.

6

Lâmpadas incandescentes, como as de 60W, têm uma data-limite no Brasil para fabricação e importação. Para sua substituição são recomendadas as lâmpadas fluorescentes, mais econômicas, embora as incandescentes reproduzam mais fielmente a luz natural, produzida no Sol e filtrada pela atmosfera terrestre.

A lâmpada incandescente tem em seu interior um filamento de tungstênio (W). A lâmpada fluorescente mais comum contém mercúrio (Hg), de massa molar 200 g/mol, que é uma substância tóxica, cujo limite máximo de seu vapor, estabelecido pela Organização Mundial da Saúde (OMS), é 0,04 mg por m^3 de ar no ambiente de trabalho.

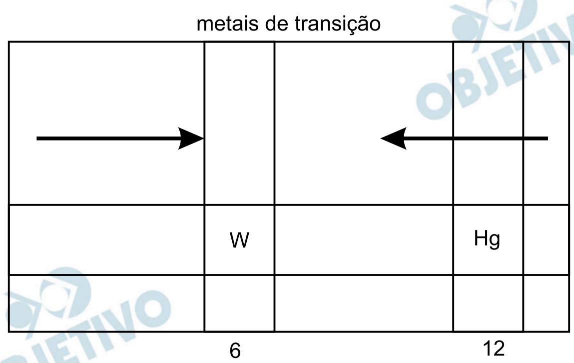
(www.brasil.gov.br.Adaptado.)

a) Com base nas posições dos metais W e Hg na Classificação Periódica dos Elementos Químicos, qual deles apresenta maior ponto de fusão e maior massa específica (densidade absoluta)? Justifique sua resposta.

b) Em um galpão isolado e totalmente vazio, foi quebrada uma lâmpada fluorescente contendo 1,0 x 10^{-4} mol de Hg. Sabendo-se que todo o Hg vaporizou-se, distribuindo-se uniformemente pelo ar ambiente e atingindo o limite máximo estabelecido pela OMS, calcule o volume ocupado pelo ar no interior do galpão.

Resolução

a) **W e Hg são metais de transição que se localizam no sexto período da tabela periódica.**
Para os elementos de transição, o ponto de fusão e a massa específica aumentam para o centro da tabela periódica.



O tungstênio (W) apresenta maior ponto de fusão e maior massa específica (densidade absoluta).

b) **Limite máximo de vapor de mercúrio = 0,04 mg/m^3**

1 mol de Hg ——————— 200 g

1,0 . 10^{-4} mol de Hg ——————— x
x = 2,0 . 10^{-2} g = 20 mg de Hg

Como a massa de mercúrio vaporizada por uma lâmpada fluorescente é 20 mg, podemos calcular o

volume ocupado pelo galpão admitindo o limite máximo.

0,04 mg ——— $1\ m^3$
20 mg ——— y
$y = 500\ m^3$

7

O bicarbonato de sódio em solução injetável, indicado para tratamento de acidose metabólica ou de cetoacidose diabética, é comercializado em ampolas de 10 mL, cuja formulação indica que cada 100 mL de solução aquosa contém 8,4 g de $NaHCO_3$.

Uma análise mostrou que o conteúdo das ampolas era apenas água e bicarbonato de sódio; quando o conteúdo de uma ampola desse medicamento reagiu com excesso de $HC\ell$, verificou-se que foi produzido $8{,}0 \times 10^{-3}$ mol de gás carbônico, uma quantidade menor do que a esperada.

a) Utilizando $R = 0{,}08\ atm \cdot L \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, calcule a pressão exercida pelo gás liberado na análise do medicamento, quando confinado em um recipiente de 96 mL a 300 K.

b) Considerando a equação para reação entre o bicarbonato de sódio e o ácido clorídrico,

$$NaHCO_3\,(aq) + HC\ell(aq) \rightarrow NaC\ell(aq) + CO_2\,(g) + H_2O\,(\ell)$$

determine a porcentagem em massa de bicarbonato de sódio presente na ampola analisada, em relação ao teor indicado em sua formulação. Apresente os cálculos efetuados.

Resolução

a) CO_2: $V = 96\ mL = 96 \,.\, 10^{-3}\ L$
$n = 8{,}0 \,.\, 10^{-3}\ mol$

$PV = n\,R\,T$

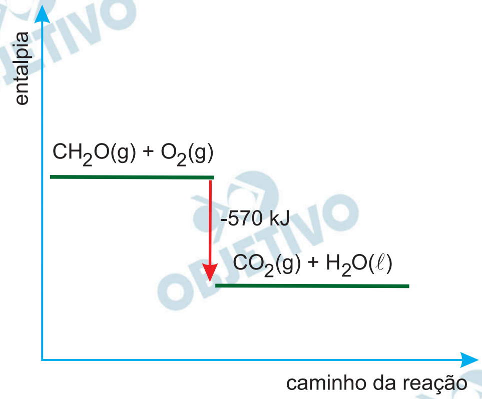
$$P \,.\, 96 \,.\, 10^{-3} L = 8{,}0 \,.\, 10^{-3}\ mol \,.\, 0{,}08 \,.\, \frac{atm \,.\, L}{mol \,.\, K} \,.\, 300\ K$$

$P = 2\ atm$

b) $NaHCO_3$ (aq) $M = 84$ g/mol
$NaHCO_3$ (aq) $CO_2(g)$
84 g ——— 1 mol
m ——— $8{,}0 \,.\, 10^{-3}$ mol
m = 0,672 g

0,84 g ——— 100%
0,672 g ——— P
P = 80%

Sob a forma gasosa, o formol (CH_2O) tem excelente propriedade bactericida e germicida. O gráfico representa a variação de entalpia na queima de 1 mol de moléculas de formol durante a reação química.

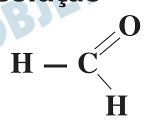


a) Escreva a fórmula estrutural do formol e o nome da função orgânica presente nas moléculas desse composto.

b) Dadas as entalpias-padrão de formação do $H_2O(\ell)$ = –286 kJ/mol e do $CO_2(g)$ = –394 kJ/mol, calcule a entalpia-padrão de formação do formol.

Resolução

a)



(aldeído)

b)

$$\mathbf{CH_2O(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(l)}$$

kJ $\quad$ **x** $\quad$ **0** $\quad$ **– 394** $\quad$ **– 286**

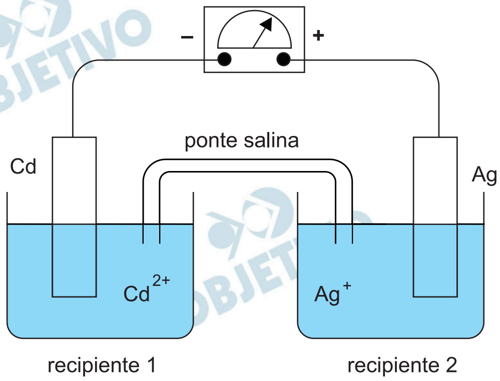
$$\Delta H^0 = \sum \Delta H^0_{f_{produtos}} - \sum \Delta H^0_{f_{reagentes}}$$

$$-570\ kJ = -394\ kJ - 286\ kJ - x$$

$$x = -110\ kJ$$

$$\Delta H^0_{f_{CH_2O}} = -110\ kJ$$

A figura representa uma pilha formada com os metais Cd e Ag, mergulhados nas soluções de $Cd(NO_3)_2$(*aq*) e $AgNO_3$(*aq*), respectivamente. A ponte salina contém solução de KNO_3(*aq*).



a) Sabendo que a diferença de potencial da pilha, nas condições padrão, é igual a +1,20 V e que o potencial padrão de redução do cádmio é igual a – 0,40 V, calcule o potencial padrão de redução da prata. Apresente seus cálculos.

b) Para qual recipiente ocorre migração dos íons K^+ e NO_3^- da ponte salina? Justifique sua resposta.

Resolução

a) Como o eletrodo de Ag é o polo positivo, o seu potencial de redução é maior que o potencial de redução do cádmio.

$$\Delta E^0 = E^0_{maior} - E^0_{menor}$$

$$1{,}20\ V = E^0_{maior} - (-0{,}40\ V)$$

$$E^0_{maior} = +0{,}80\ V$$

Portanto: $E^0_{red_{Ag^+/Ag}} = +0{,}80\ V$

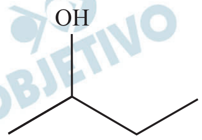
b) Os íons NO_3^- migram para o eletrodo de Cd para neutralizar o excesso de cátions Cd^{2+} devido à oxidação do metal Cd.

Os íons K^+ migram para o eletrodo de Ag para neutralizar o excesso de ânions devido à redução de íons Ag^+.

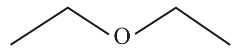
10

Os compostos 1 e 2, representados nas figuras, são compostos orgânicos utilizados como solventes na indústria química e farmacêutica.

COMPOSTO 1



COMPOSTO 2



Na tabela, cada letra (x, y, z, w) pode representar somente o composto 1 ou o composto 2.

composto	pressão de vapor (20°C)
x	1,67 kPa
y	58,6 kPa
composto	**solubilidade em água**
z	69 g/L
w	290 g/L

a) Identifique os compostos x, y, z e w.

b) Que tipo de isomeria ocorre entre os compostos 1 e 2? Escreva o nome oficial do composto que apresenta atividade ótica.

Resolução

a) **Quanto mais fracas as forças intermoleculares, mais facilmente as moléculas são separadas por fornecimento de energia externa e mais volátil é a substância.**

O composto 1 (butan–2–ol) é um álcool e por apresentar o grupo hidroxila (— O — H) pode estabelecer ligações de hidrôgenio entre suas moléculas (força intermolecular bastante forte) e portanto apresentará *menor* pressão de vapor que o composto 2 (etoxietano – éter), que é polar e estabelece forças de van der Waals (forças intermolecurares mais fracas).

x ⟶ composto 1

y ⟶ composto 2

Por estabelecer ligações de hidrogênio, o butan–2–ol é mais solúvel em água que o etoxietano

z ⟶ composto 2

w ⟶ composto 1

b) **1 e 2 são isômeros funcionais (de função).**

O butan-2-ol apresenta carbono assimétrico e, portanto, admite dois isômeros, dextrogiro e levogiro, que apresentam atividade óptica.

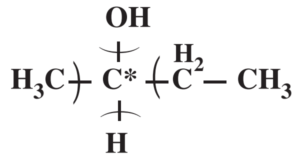


TABELA PERIÓDICA

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1 H 1,01																	2 He 4,00
3 Li 6,94	4 Be 9,01											5 B 10,8	6 C 12,0	7 N 14,0	8 O 16,0	9 F 19,0	10 Ne 20,2
11 Na 23,0	12 Mg 24,3											13 Al 27,0	14 Si 28,1	15 P 31,0	16 S 32,1	17 Cl 35,5	18 Ar 39,9
19 K 39,1	20 Ca 40,1	21 Sc 45,0	22 Ti 47,9	23 V 50,9	24 Cr 52,0	25 Mn 54,9	26 Fe 55,8	27 Co 58,9	28 Ni 58,7	29 Cu 63,5	30 Zn 65,4	31 Ga 69,7	32 Ge 72,6	33 As 74,9	34 Se 79,0	35 Br 79,9	36 Kr 83,8
37 Rb 85,5	38 Sr 87,6	39 Y 88,9	40 Zr 91,2	41 Nb 92,9	42 Mo 95,9	43 Tc (98)	44 Ru 101	45 Rh 103	46 Pd 106	47 Ag 108	48 Cd 112	49 In 115	50 Sn 119	51 Sb 122	52 Te 128	53 I 127	54 Xe 131
55 Cs 133	56 Ba 137	57-71 Sériedos Lantanídios	72 Hf 178	73 Ta 181	74 W 184	75 Re 186	76 Os 190	77 Ir 192	78 Pt 195	79 Au 197	80 Hg 201	81 Tl 204	82 Pb 207	83 Bi 209	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra (226)	89-103 Série dos Actinídios	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (264)	108 Hs (277)	109 Mt (268)	110 Ds (271)	111 Rg (272)							

Série dos Lantanídios

57 La 139	58 Ce 140	59 Pr 141	60 Nd 144	61 Pm (145)	62 Sm 150	63 Eu 152	64 Gd 157	65 Tb 159	66 Dy 163	67 Ho 165	68 Er 167	69 Tm 169	70 Yb 173	71 Lu 175

Série dosActinídios

89 Ac (227)	90 Th 232	91 Pa 231	92 U 238	93 Np (237)	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (252)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (262)

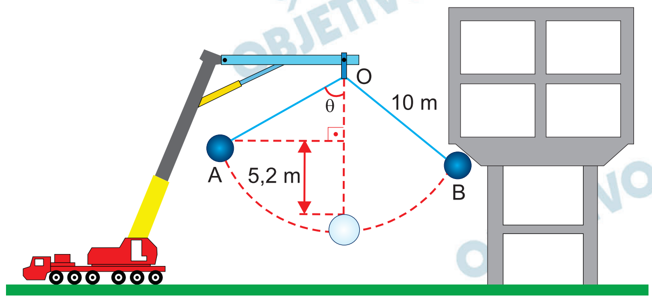
Número Atômico
Símbolo
MassaAtômic a

( ) = n.º de massado isótopomaisestáve l

(IUPAC, 22.06.2007.)

11

Uma empresa de demolição utiliza um guindaste, extremamente massivo, que se mantém em repouso e em equilíbrio estável no solo durante todo o processo. Ao braço superior fixo da treliça do guindaste, ponto O, prende-se um cabo, de massa desprezível e inextensível, de 10 m de comprimento. A outra extremidade do cabo é presa a uma bola de 300 kg que parte do repouso, com o cabo esticado, do ponto A.



Sabe-se que a trajetória da bola, contida em um plano vertical, do ponto A até o ponto B, é um arco de circunferência com centro no ponto O; que o módulo da velocidade da bola no ponto B, imediatamente antes de atingir a estrutura do prédio, é de 2 m/s; que o choque frontal da bola com o prédio dura 0,02 s; e que depois desse intervalo de tempo a bola para instantaneamente. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, calcule, em newtons:

a) o módulo da força resultante média que atua na bola no intervalo de tempo de duração do choque.

b) o módulo da força de tração no cabo no instante em que a bola é abandonada do repouso no ponto A.

Resolução

a) **Aplicando-se o teorema do impulso:**

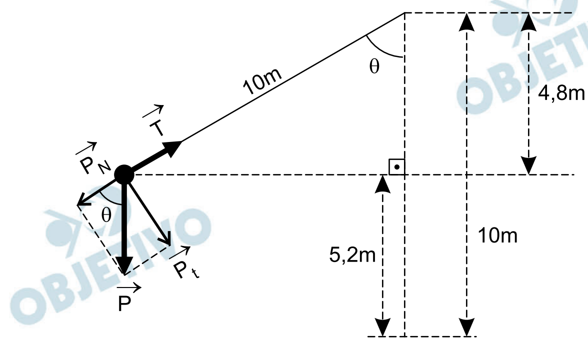
$$I_{bola} = \Delta Q_{bola}$$

$$F_m \cdot \Delta t = m \mid \Delta V \mid$$

$$F_m \cdot 0{,}02 = 300 \cdot 2{,}0$$

$$\boxed{F_m = 3{,}0 \cdot 10^4 N}$$

b)



1) Da figura:

$$\cos\theta = \frac{4,8}{10} = 0,48$$

2) $P_N = P \cos\theta$

$P_N = 3000 \cdot 0,48 \text{ (N)}$

$P_N = 1440\text{N}$

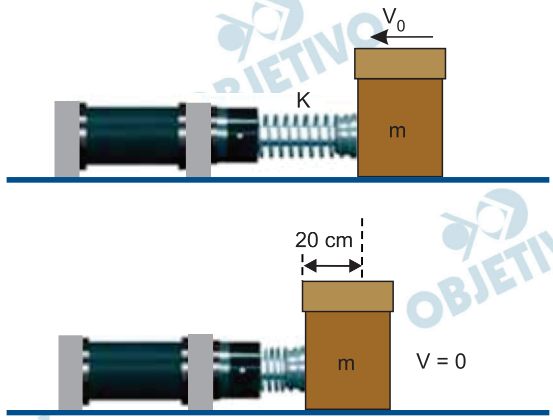
3) No ponto A, a velocidade é nula e a força centrípeta também é nula.

$$\boxed{T = P_N = 1440\text{N}}$$

Respostas: a) $F_m = 3,0 \cdot 10^4\text{N}$

b) $T = 1440\text{N}$

Em uma bancada horizontal da linha de produção de uma indústria, um amortecedor fixo na bancada tem a função de reduzir a zero a velocidade de uma caixa, para que um trabalhador possa pegá-la. Esse amortecedor contém uma mola horizontal de constante elástica K = 180 N/m e um pino acoplado a ela, tendo esse conjunto massa desprezível. A caixa tem massa m = 3 kg e escorrega em linha reta sobre a bancada, quando toca o pino do amortecedor com velocidade V_0.



Sabendo que o coeficiente de atrito entre as superfícies da caixa e da bancada é 0,4, que a compressão máxima sofrida pela mola quando a caixa para é de 20 cm e adotando g = 10 m/s^2, calcule:

a) o trabalho, em joules, realizado pela força de atrito que atua sobre a caixa desde o instante em que ela toca o amortecedor até o instante em que ela para.

b) o módulo da velocidade V_0 da caixa, em m/s, no instante em que ela toca o amortecedor.

Resolução

a) 1) $F_{at} = \mu F_N = \mu m g$

$$F_{at} = 0,4 \,.\, 30N = 12N$$

2) $\tau_{at} = |\vec{F}_{at}|\,|\vec{d}|\cos 180°$

$$\tau_{at} = -12 \,.\, 0,20 \text{ (J)}$$

$$\boxed{\tau_{at} = -2,4J}$$

b) **O trabalho do atrito é igual à variação da energia mecânica do sistema:**

$$\tau_{at} = E_f - E_0$$

$$\tau_{at} = \frac{k x^2}{2} - \frac{m V_0^2}{2}$$

$$- 2{,}4 = \frac{180}{2} \cdot (0{,}20)^2 - \frac{3{,}0}{2} \cdot V_0^2$$

$$- 2{,}4 = 3{,}6 - 1{,}5V_0^2$$

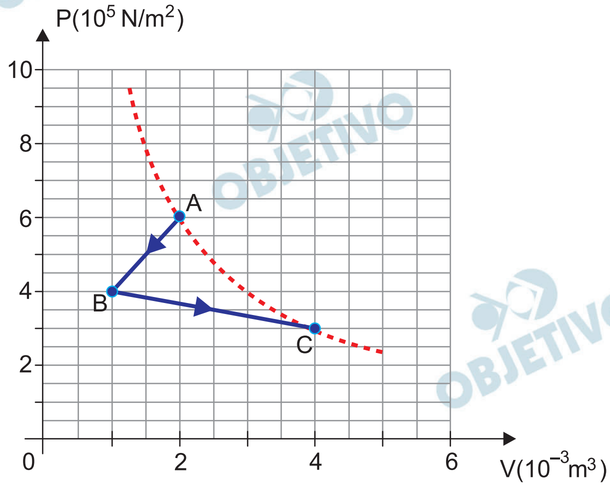
$$1{,}5V_0^2 = 6{,}0$$

$$V_0^2 = 4{,}0 \Rightarrow \boxed{V_0 = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) $\tau_{at} = - 2{,}4J$

b) $V_0 = 2{,}0$ m/s

Um gás ideal passa pelo processo termodinâmico representado pelo diagrama P × V. O gás, que se encontrava à temperatura de 57°C no estado inicial A, comprime-se até o estado B, pela perda de 800 J de calor nessa etapa. Em seguida, é levado ao estado final C, quando retorna à temperatura inicial. A linha tracejada representa uma isoterma.



Considerando os valores indicados no gráfico e que a massa do gás tenha permanecido constante durante todo o processo, calcule:

a) a temperatura do gás, em graus Celsius, no estado B.

b) o calor, em joules, recebido pelo gás de uma fonte externa, quando foi levado do estado B para o estado final C.

Resolução

a) $$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_A V_A}{T_A} \text{ (lei geral dos gases perfeitos)}$$

$$\frac{4 \,.\, 10^5 \,.\, 1 \,.\, 10^{-3}}{T_B} = \frac{6 \,.\, 10^5 \,.\, 2 \,.\, 10^{-3}}{57 + 273}$$

$$T_B = \frac{330 \,.\, 4}{12} \text{ (K)} \Rightarrow \boxed{T_B = 110\text{K}}$$

$$\theta_B = T_B - 273 \Rightarrow \theta_B = 110 - 273 \text{ (°C)}$$

$$\boxed{\theta_B = -163\text{°C}}$$

b) **Trabalho recebido pelo gás de A para B:**

$$\tau_{AB} \overset{N}{=} (\text{área})_{AB} \Rightarrow \tau_{AB} = -\frac{(6 + 4)\, 10^5 \,.\, 1 \,.\, 10^{-3}}{2} \text{ (J)}$$

$$\boxed{\tau_{AB} = -500\text{J}}$$

1.° princípio da termodinâmica:

$Q_{AB} = \tau_{AB} + \Delta U_{AB}$

$-800 = -500 + \Delta U_{AB} \Rightarrow \boxed{\Delta U_{AB} = -300J}$

Trabalho realizado pelo gás de B para C:

$$\tau_{BC} \overset{N}{=} (\text{área})_{BC} \Rightarrow \tau_{BC} = \frac{(4 + 3)\ 10^5 \ .\ 3\ .\ 10^{-3}}{2} \ (J)$$

$\boxed{\tau_{BC} = 1050J}$

1.° princípio da termodinâmica:
$Q_{BC} = \tau_{BC} + \Delta U_{BC}$

Considerando-se que $\Delta U_{BC} = -\ \Delta U_{AB} = 300J$ (a variação total de energia interna de A até C deve ser nula), vem:

$Q_{BC} = 1050 + 300\ (J) \Rightarrow \boxed{Q_{BC} = 1350J}$

Nota: Os dados do problema são incompatíveis com gases perfeitos monoatômicos e diatômicos, que obedecem, respectivamente, às equações de energia interna:

$$U = \frac{3}{2}\ pV \text{ e } U = \frac{5}{2}\ pV$$

Respostas: a) – 163°C

b) 1350J

14

Dentro de uma casa uma pessoa observa, por meio de um espelho plano E, uma placa com a inscrição VENDO colocada fora da casa, ao lado de uma janela aberta. A janela e o espelho têm as dimensões horizontais mínimas para que o observador consiga ver a placa em toda sua extensão lateral. A figura 1 representa o espelho e a janela vistos de dentro da casa. A figura 2 representa uma visão de cima da placa, do espelho plano E, do observador O e de dois raios de luz emitidos pela placa que atingem, depois de refletidos em E, os olhos do observador.

Figura 1

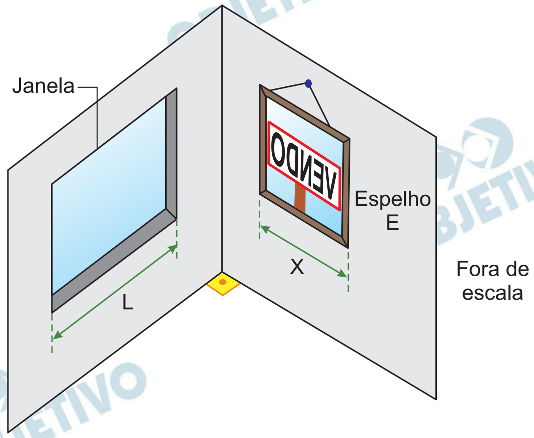
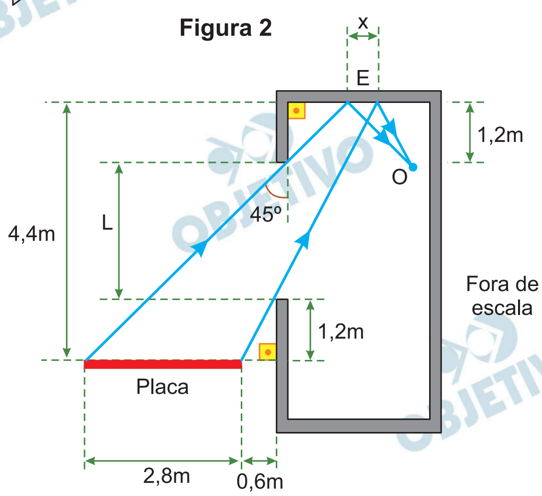


Figura 2



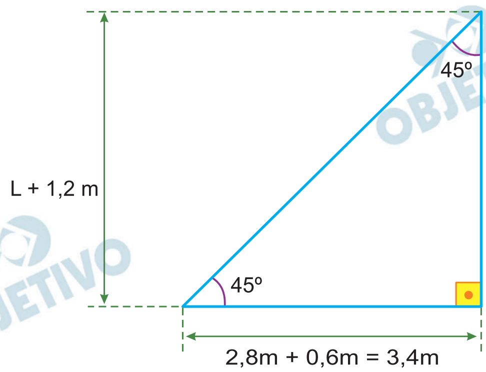
Considerando as medidas indicadas na figura 2, calcule, em metros:

a) a largura (L) da janela.

b) a largura mínima (x) do espelho E para que o observador possa ver por inteiro a imagem da placa conjugada por ele.

Resolução

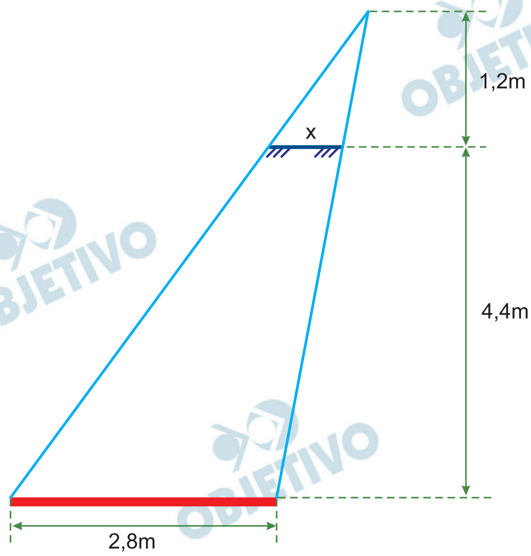
a) **O comprimento L pode ser obtido analisando-se o triângulo retângulo destacado abaixo.**
Em nosso cálculo, a espessura das paredes foi desprezada.



Trata-se de um triângulo retângulo isósceles, logo:

L + 1,2m = 3,4m ⇒ $\boxed{L = 2{,}2m}$

b)



O comprimento x pode ser obtido por semelhança de triângulos:

$$\frac{x}{2{,}8} = \frac{1{,}2}{4{,}4 + 1{,}2} \Rightarrow x = \frac{1{,}2 \cdot 2{,}8}{5{,}6} \ (m)$$

Da qual:

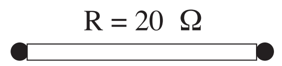
$$\boxed{x = 0{,}6m}$$

Respostas: a) 2,2m

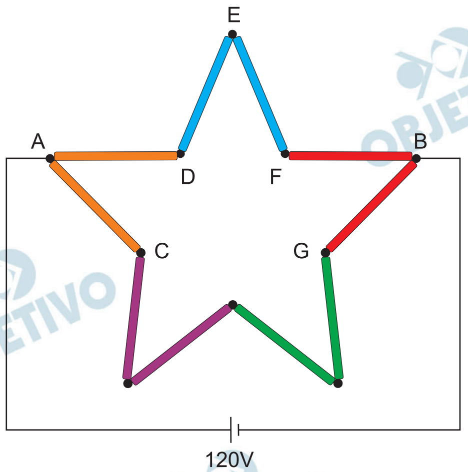
b) x = 0,6m

15

Para compor sua decoração de Natal, um comerciante decide construir uma estrela para pendurar na fachada de sua loja. Para isso, utilizará um material que, quando percorrido por corrente elétrica, brilhe emitindo luz colorida. Ele tem à sua disposição barras de diferentes cores desse material, cada uma com resistência elétrica constante R = 20 Ω.



Utilizando dez dessas barras, ele montou uma estrela e conectou os pontos A e B a um gerador ideal de força eletromotriz constante e igual a 120 V.



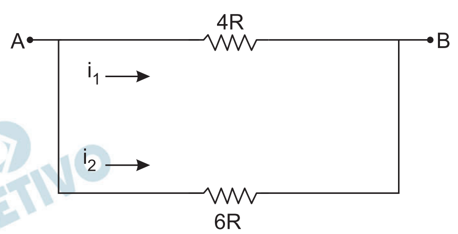
Considerando desprezíveis as resistências elétricas dos fios utilizados e das conexões feitas, calcule:

a) a resistência equivalente, em ohms, da estrela.

b) a potência elétrica, em watts, dissipada em conjunto pelas pontas de cores laranja (CAD), azul (DEF) e vermelha (FBG) da estrela, quando ela se encontrar acesa.

Resolução

a)



$$R_{eq} = \frac{4R \cdot 6R}{4R + 6R} = 2{,}4R$$

Sendo R = 20Ω:

$$R_{eq} = 2{,}4 \cdot 20\Omega$$

$$\boxed{R_{eq} = 48\Omega}$$

b) 1) Cálculo da intensidade i_1 da corrente no trecho ADEFB:

$U = R_1 \cdot i_1$

$120 = 80 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 1,5A$

2) Cálculo da intensidade i_2 da corrente no trecho ACGB:

$U = R_2 \cdot i_2$

$120 = 120 \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = 1,0A$

3) Potências dissipadas

cor azul (DEF):

$P_A = R_{DF} \cdot i_1^2$

$P_A = (2 \cdot 20) \cdot (1,5)^2$ W

$\boxed{P_A = 90W}$

cor vermelha (FBG):

$P_V = R_{FB} \cdot i_1^2 + R_{BG} \cdot i_2^2$

$P_V = 20 \cdot 1,5^2 + 20 \cdot 1,0^2$ (W)

$\boxed{P_V = 65W}$

cor laranja (CAD):

$P_L = R_{AD} \cdot i_1^2 + R_{AC} \cdot i_2^2$

$P_L = 20 \cdot 1,5^2 + 20 \cdot 1,0^2$ (W)

$\boxed{P_L = 65W}$

4) Potência total dissipada pelos três conjuntos:

$P_{tot} = P_A + P_V + P_L$

$P_{tot} = 90W + 65W + 65W$

$\boxed{P_{tot} = 220W}$

Respostas: a) 48Ω
b) azul: 90W
vermelha: 65W
laranja: 65W
conjunto das três cores: 220W

16

O carro modelo flex de Cláudia, que estava com o tanque vazio, foi totalmente abastecido com 20% de gasolina comum e 80% de etanol. Quando o tanque estava com o combustível em 40% de sua capacidade, Cláudia retornou ao posto para reabastecimento e completou o tanque apenas com gasolina comum.

a) Após o reabastecimento, qual a porcentagem de gasolina comum no tanque?

b) No primeiro abastecimento, o preço do litro de gasolina comum no posto superava o de etanol em 50% e, na ocasião do reabastecimento, apenas em 40%. Sabe-se que houve 10% de aumento no preço do litro de etanol, do primeiro para o segundo abastecimento, o que fez com que o preço da gasolina comum superasse o do etanol em R$ 0,704 na ocasião do reabastecimento. Calcule o preço do litro de gasolina comum na ocasião do primeiro abastecimento.

Resolução

a) Seja V o volume em litros do tanque. Após ter sido abastecido pela primeira vez, o tanque ficou com 20%V de gasolina comum e 80%V de etanol. Tendo consumido parte dessa mistura; antes do reabastecimento o tanque continha:
40% . 20%V de gasolina comum e
40% . 80%V de etanol.
Após o reabastecimento, o tanque passou a conter (40% . 20%V + 60%V) = 0,40 . 0,20V + 0,60V =
= 0,68V = 68%V de gasolina comum.

b) Sendo e_1 e g_1 os preços, em reais, do litro de etanol e de gasolina comum antes do primeiro abastecimento, e_2 e g_2 os respectivos preços, também em reais, na ocasião do reabastecimento, temos:

$$\begin{cases} g_1 = 1{,}50\, e_1 & \text{(I)} \\ g_2 = 1{,}40\, e_2 & \text{(II)} \\ e_2 = 1{,}10\, e_1 & \text{(III)} \\ g_2 = e_2 + 0{,}704 & \text{(IV)} \end{cases}$$

De (II) e (IV), resulta $1{,}40\, e_2 = e_2 + 0{,}704 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0{,}40\, e_2 = 0{,}704 \Leftrightarrow e_2 = 1{,}76$

Substituindo em (III), temos:
$1{,}76 = 1{,}10\, e_1 \Leftrightarrow e_1 = 1{,}60$

Finalmente, substituindo em (I), conclui-se:
$g_1 = 1{,}50 \,.\, e_1 = 1{,}50 \,.\, 1{,}60 = 2{,}40$

Respostas: a) 68% do tanque
b) R$ 2,40

17

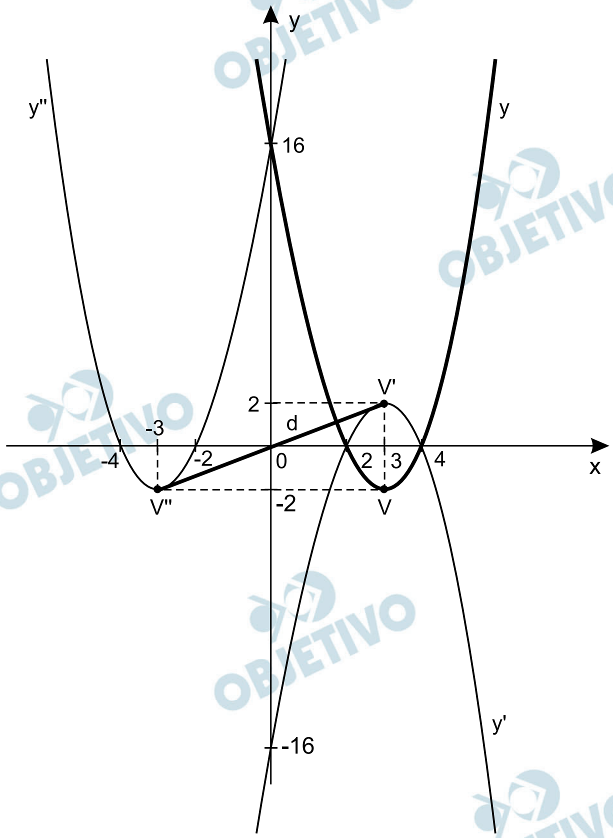
Chamando de y' e y" as equações das parábolas geradas quando a curva $y = 2x^2 - 12x + 16$ é refletida pelos eixos x e y, respectivamente, determine:

a) a distância entre os vértices das parábolas definidas por y' e y".

b) y' e y".

Resolução

A equação $y = 2x^2 - 12x + 16$ tem raízes 2 e 4 e vértice V(3; – 2)



a) Os vértices das novas parábolas são V'(3; 2) e V"(– 3; – 2). A distância entre eles é

$$d_{V'V''} = \sqrt{(3+3)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{36+16} =$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

b) A parábola refletida em torno do eixo x tem equação $y' = -y \Rightarrow y' = -2x^2 + 12x - 16$

e, a parábola refletida em torno do eixo y tem equação $y'' = 2(-x)^2 - 12(-x) + 16 \Leftrightarrow$

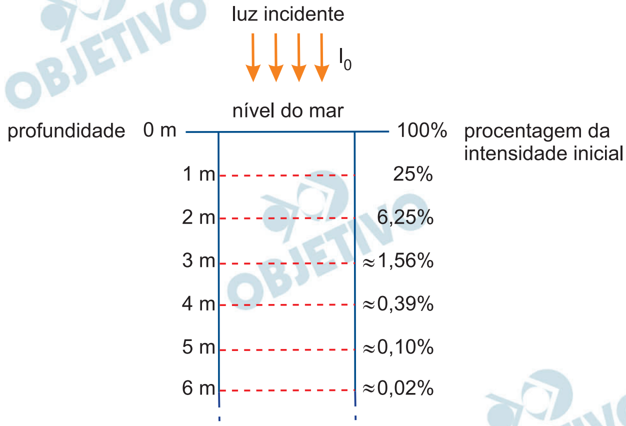
$\Leftrightarrow y'' = 2x^2 + 12x + 16$

Respostas: a) $2\sqrt{13}$

b) $y' = -2x^2 + 12x - 16$ e

$y'' = 2x^2 + 12x + 16$

A intensidade luminosa na água do mar razoavelmente limpa, que é denotada por I, decresce exponencialmente com o aumento da profundidade, que por sua vez é denotada por x e expressa em metro, como indica a figura.



a) Utilizando as informações da figura e denotando por I_0 a constante que representa a intensidade luminosa na água razoavelmente limpa ao nível do mar, determine I em função de x, com x sendo um inteiro positivo.

b) A relação empírica de Bouguer-Lambert nos diz que um feixe vertical de luz, quando penetra na água com intensidade de luz I_0, terá sua intensidade I de luz reduzida com a profundidade de x metros determinada pela fórmula $I = I_0 e^{-\mu x}$, com e sendo o número de Euler, e μ um parâmetro denominado de coeficiente de absorção, que depende da pureza da água e do comprimento de onda do feixe. Utilizando a relação de Bouguer-Lambert no estudo da intensidade luminosa na água do mar razoavelmente limpa (dados da figura), determine o valor do parâmetro μ. Adote nos cálculos finais ln2 = 0,69.

Resolução

a) **Como a intensidade luminosa na água do mar I decresce exponencialmente com o aumento da profundidade x, em metros, e denotando por I_0 a constante que representa a intensidade luminosa no nível do mar, temos: $I(x) = I_0 \cdot k^x$.**

$$I(1) = 25\%\ I_0 \Leftrightarrow I_0 \cdot k^1 = \frac{25}{100} \cdot I_0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$$

Logo, $I(x) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x$, com x sendo um inteiro positivo.

b) $$\begin{cases} I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu . x} \\ I(1) = 25\%\ I_0 \end{cases}$$

$$I_0 \cdot e^{-\mu . 1} = \frac{25}{100} \cdot I_0 \Leftrightarrow e^{-\mu} = 2^{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu \cdot \ln e = 2 \ln 2 \Leftrightarrow \mu = 2 \cdot 0{,}69 \Leftrightarrow \mu = 1{,}38$$

19

Uma população de 10 camundongos, marcados de 1 a 10, será utilizada para um experimento em que serão sorteados aleatoriamente 4 camundongos. Dos 10 camundongos, apenas 2 têm certa característica C_1, 5 têm certa característica C_2 e nenhum deles tem as duas características. Pergunta-se:

a) Qual é a probabilidade de que ao menos um dos camundongos com a característica C_1 esteja no grupo sorteado?

b) Qual é a probabilidade de que o grupo sorteado tenha apenas 1 camundongo com a característica C_1 e ao menos 2 com a característica C_2?

Resolução

a) **A probabilidade de que ao menos um dos camundongos com a característica C_1 esteja no grupo sorteado é igual a 1 menos a probabilidade de nenhum deles estar no grupo sorteado, resultando:**

$$p = 1 - \frac{C_{8,4}}{C_{10,4}} = 1 - \frac{70}{210} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

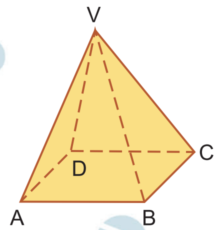
b) **Devemos ter 1 camundongo com a característica C_1 e 2 com a característica C_2 ou 1 com a característica C_1 e 3 com a característica C_2.**
Assim, a probabilidade pedida é

$$p = \frac{C_{2,1} \cdot C_{5,2} \cdot C_{3,1}}{C_{10,4}} + \frac{C_{2,1} \cdot C_{5,3}}{C_{10,4}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10 \cdot 3}{210} + \frac{2 \cdot 10}{210} = \frac{6}{21} + \frac{2}{21} = \frac{8}{21}$$

Respostas: a) $\frac{2}{3}$ **b)** $\frac{8}{21}$

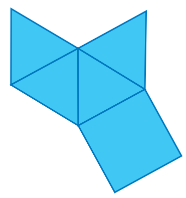
A figura indica uma pirâmide regular quadrangular reta cujas faces laterais são triângulos equiláteros. A aresta da base dessa pirâmide mede 12 cm.



Duas formigas, F_1 e F_2, partiram do ponto médio da aresta $\overline{VA}$ para o ponto médio da aresta $\overline{VC}$, sempre caminhando por faces, arestas, ou cruzando arestas. Dentre todos os caminhos possíveis ligando os dois pontos, a formiga F_1 escolheu o mais curto deles. Já a formiga F_2 escolheu o caminho mais curto dentre todos que passam pela base ABCD da pirâmide. Calcule:

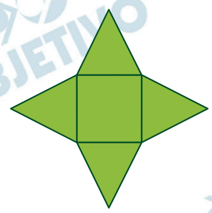
a) a distância percorrida pela formiga F_1.

sugestão de planificação



b) a distância percorrida pela formiga F_2.

sugestão de planificação

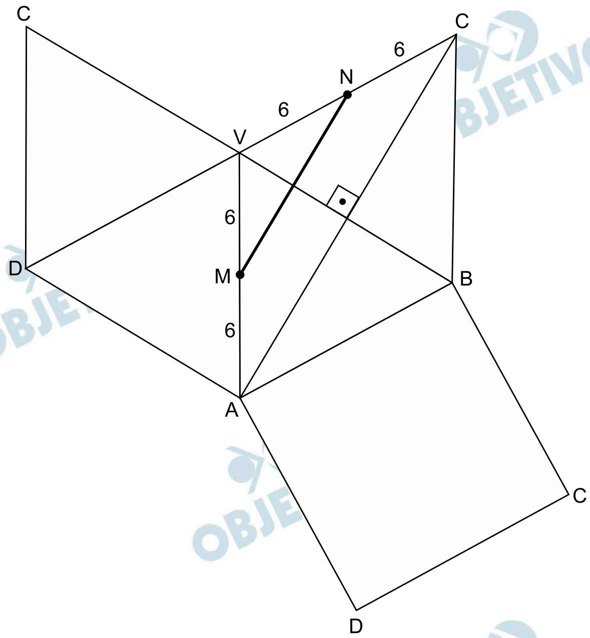


Resolução

Como as faces laterais são triângulos equiláteros e a aresta da base dessa pirâmide mede 12 cm, podemos concluir que todas as arestas da pirâmide medem 12 cm.

Sejam M o ponto médio da aresta $\overline{VA}$ e N o ponto médio da aresta $\overline{VC}$.

a)



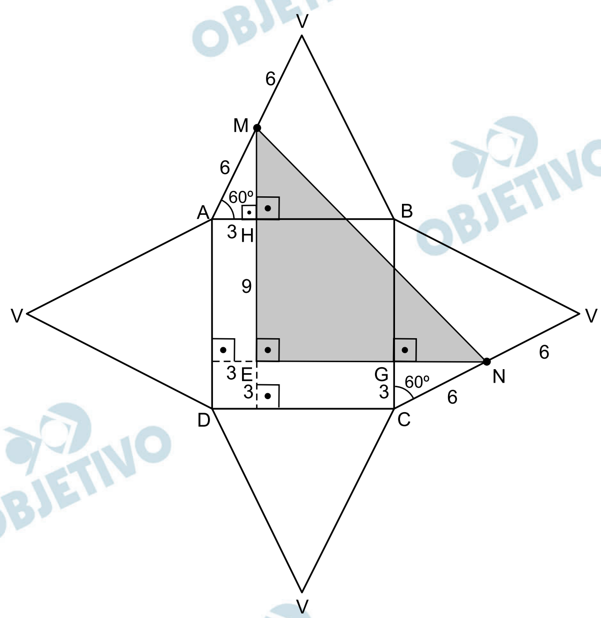
I) $AC = 2 \cdot \dfrac{12\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 12\sqrt{3}$ **cm**

II) **Como os triângulos MVN e AVC são semelhantes e a razão de semelhança é 1:2, temos:**

$$\frac{MN}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MN}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow MN = 6\sqrt{3}$$

Assim, a distância MN percorrida pela formiga F_1 é $6\sqrt{3}$ cm.

b)



I) $AH = CG = 6 \cdot \cos 60° = 6 \cdot \dfrac{1}{2} = 3$

II) $MH = NG = 6 \cdot \text{sen } 60° = 6 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

III) $EH = EG = 12 - 3 = 9$

IV) ME = NE = $9 + 3\sqrt{3}$

No triângulo retângulo MEN, temos:

MN = (ME) . $\sqrt{2}$ = $(9 + 3\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}$ =

= $3\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{3})$

Assim, a distância MN percorrida pela formiga F_2 é $3\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{3})$ cm

Respostas: a) $6\sqrt{3}$ cm

b) $3\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{3})$ cm