GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

Sequências e Progressões

Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

SEQUÊNCIAS

Sequência é uma sucessão de elementos que estão escritos em uma determinada ordem. Os elementos também são chamados de termos da sequência.

Existem algumas sequências famosas, uma delas é a de Fibonacci, proposta pelo matemático Leonardo de Pisa: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89.

As sequências apresentam uma lei de recorrência, uma lei de formação que define o padrão de uma determinada sequência numérica.

Exemplo de lei de formação: $a_{n+1}=2a_n+5$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ e $a_1=1$, que represente a sequência (1, 7, 19, 43, 91,…)

Uma sequência pode ser infinita ou finita.

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Progressão Aritmética (P.A) é toda sequência numérica na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante. A diferença é definida pela letra r e é chamada de razão da P.A.

Exemplo: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, ..., é uma PA de razão 3 e seu primeiro termo, o a_1, é 1.

Elementos da P.A.

a_1: primeiro termo da progressão aritmética;

a_n: termo da PA que está na posição n, ou pode também ser escrito que o termo está na n-ésima posição;

r: razão da PA e é encontrada, de forma genérica, como $a_n - a_{n-1}$;

Classificação da P.A.

Constante: $r = 0$. Exemplo: (5,5,5,5, ...);

Crescente: $r > 0$. Exemplo: (2,4,6,8,..);

Decrescente: $r<0$. Exemplo: (15, 10, 5, 0, -5, ...);

Propriedades da P.A.

1. Numa P.A finita, a soma dos termos que estão no extremo é igual à soma dos termos que estão a mesma distância dos extremos: $a_1+a_5=a_2+a_4=2\cdot a_3$

$$\underbrace{5 \quad \overbrace{10 \quad 15 \quad 20}^{\boxed{10+20=30}} \quad 25}_{5+25=30}$$

2. O termo central de três termos consecutivos de uma progressão aritmética, é igual a média aritmética dos outros dois: $a_2 = \dfrac{a_1 + a_3}{2}$

$$\overbrace{5 \quad 10 \quad 15} \quad 20 \quad 25$$

$$\frac{5+15}{2} = 10$$

3. Uma P.A. com três termos pode ser escrita além no formato de (a_1, a_2, a_3) também pode ser representada como: $(x - r, r, x + r)$.

Termo Geral da P.A.

Para encontrar qualquer termo de uma progressão aritmética de razão r, pode ser usado a fórmula do termo geral:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$

Razão

Posição do termo procurado

1° termo da P.A

Termo geral procurado

Exemplo Resolvido: Calcule o 8º termo da P.A. (15, 25, 35, 45, ...)

Sendo $a_1=15$, $r=10$ e $n=8$, temos:

$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$

$a_8=15+(8-1)\cdot 10$

$a_8=15+7\cdot 10$

$a_8=15+70$

$a_8=85$

Soma dos termos de uma P.A.

Para encontrar a soma dos n termos de uma P.A. finita temos: $S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

Número de termos da P.A.

Último termo da P.A.

1º termo da P.A.

Soma dos n primeiros termos da P.A.

Exemplo Resolvido: Determine a soma dos 12 primeiros termos da sequência (4, 8, 12, 13, ...)

Sendo $a_1=4$, $r=4$ e $n=12$, temos:

$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$

$a_{12}=4+(12-1)\cdot 4$

$a_{12}=4+11\cdot 4$

$a_{12}=4+44$

$a_{12}=48$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(4 + 48) \cdot 12}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(52) \cdot 12}{2}$$

$S_{12} = 52.6$

$S_{12} = 312$

Interpolação de uma P.A.

Interpolar k meios aritméticos entre a e b significa inserir k números entre a e b que formarão uma P.A. com $k+2$ termos.

Exemplo Resolvido: Numa P.A. $a_1=20$ e $a_7=140$. Determine os termos que serão interpolados para que se tenha uma P.A.

Sendo $a_1=20$, $a_7=140$, $r=?$ e $n=7$, temos:

$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$

$a_7=20+(7-1)\cdot r$

$140=20+6\cdot r$

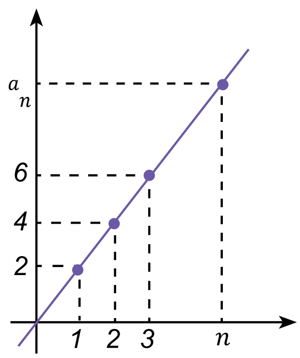
$140-20=6.r$

$\frac{120}{6}=r$

$r=20$

Desta forma, o termos interpolados serão: (20, **40, 60, 80, 100, 120**, 140).

Representação Gráfica de uma P.A.



P.A. de Segunda Ordem

É uma sequência numérica em que a variação de um termo para outro forma uma progressão aritmética. **Exemplo:** (2, 5, 10, 17, 26,…).

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Progressão Geométrica é uma sequência numérica onde cada termo, a partir do segundo, é o termo anterior multiplicado por uma razão constante q.

Exemplo: 2, 4, 8, 16, 32, ..., é uma PG de razão 2 e seu primeiro termo, o a_1, é 2.

Elementos da P.G.

a_1: primeiro termo da progressão geométrica;

a_n: termo da PG que está na posição n, ou pode também ser escrito que o termo está na n-ésima posição;

q: razão da PG e é encontrada, de forma genérica, como $\frac{a_n}{a_{n-1}}$;

Classificação da P.G.

- **Crescente:** $q>1$ e $a_1>0$ ou $0<q<1$ e $a_1<0$.
Exemplo: (2, 10, 50, 250, ...);

- **Decrescente:** $0<q<1$ e $a_1>0$ ou $q>1$ e $a_1<0$.
Exemplo: (8, 4, 2, 1, ...);

- **Constante:** $q=1$.
Exemplo: (2, 2, 2, 2, ...);

- **Oscilante:** $q<0$.
Exemplo: (1, -2, 4, -8, 16, -32, ...);

- **Singular:** $a_1=0$ ou $q=0$.
Exemplo: (1, 0, 0, 0, ...);

Propriedades da P.G.

1. Em uma progressão geométrica os termos equidistantes, quando multiplicados, resultam sempre no mesmo resultado: $a_1 \cdot a_5 = a_2 \cdot a_4 = a_3^2$

$$\underbrace{1 \quad \overbrace{2 \quad 4 \quad 8}^{\boxed{2.8 = 16}} \quad 16}_{1\,.\,16 = 30}$$

2. O termo central de três termos consecutivos de uma progressão geométrica, é igual a média geométrica dos outros dois $a_2 = \sqrt{a_1 . a_3}$

$$\overbrace{1 \quad 2 \quad 4} \quad 8 \quad 16$$

$$\sqrt{1.4} = 2$$

3. Uma P.G. com três termos pode ser escrita além no formato de (a_1, a_2, a_3) também pode ser representada como: $(\frac{x}{q}, x, x.q)$.

Termo Geral da P.G.

Para encontrar qualquer termo de uma progressão geométrica de razão q, pode ser usado a fórmula do termo geral: $a_n = a_1 . q^{(n-1)}$

Termo geral procurado

Razão

Posição do termo procurado

1° termo da PG

Exemplo Resolvido: Calcule o 8º termo da P.G. (2, 6, 18, 54, ...)

Sendo $a_1=2$, $q=3$ e $n=8$, temos:

$a_n=a_1.q^{(n-1)}$

$a_8=2.3^{(8-1)})$

$a_8=2.3^7$

$a_8=2.2187$

$a_8=4374$

Soma dos termos de uma P.G.

Existem duas formas de somar os termos uma PG:

- **PG Finita:**

1° termo da PG

Número de termos da P.G.

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Razão da P.G.

Soma dos n primeiros termos da P.G.

- **PG Infinita:**

1° termo da PG

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}, se\ 0 < q < 1$$

Razão da P.G.

Soma dos infinitos termos da P.G.

Exemplo Resolvido: Determine a soma dos 6 primeiros termos da PG $(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, ...)$

Sendo $a_1 = \frac{1}{3}$, $r = \frac{1}{2}$ e n=6, temos:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{3} \cdot [(\frac{1}{2})^6 - 1]}{\frac{1}{2} - 1}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{3} \cdot [\frac{1}{64} - 1]}{-\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{\frac{1}{3} \cdot [-\frac{63}{64}]}{-\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{-\frac{21}{64}}{-\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{21}{64} \cdot \frac{2}{1}$$

$$S_6 = \frac{21}{32}$$

Exemplo Resolvido: Determine a soma da série infinita: $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125}, ...)$

Sendo a_1=1 e $r = \frac{1}{5}$, temos:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$S_\infty = \frac{1}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$S_\infty = \frac{1}{\frac{4}{5}}$$

$$S_\infty = 1 . \frac{5}{4}$$

$$S_\infty = \frac{5}{4}$$

INTERPOLAÇÃO DE UMA P.G.

Interpolar k meios geométricos entre a e b significa inserir k números entre a e b que formarão uma P.G. com k+2 termos.

Exemplo Resolvido: Numa P.G. a_1=5 e a_6=1215. Determine os termos que serão interpolados para que se tenha uma P.G.

Sendo a_1=5 , a_6=1215, r=? e n=6 , temos:

$$a_n = a_1 . q^{(n-1)}$$

$$a_6 = a_1 . q^{(6-1)}$$

$$1215 = 5 . q^5$$

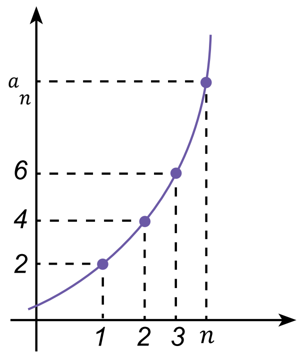
$$243 = q^5$$

$$q = \sqrt[5]{243}$$

$$q = 3$$

Desta forma, o termos interpolados serão: (5, **15, 45, 135, 405**, 1215).

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA P.G.



PROGRESSÕES ARITMOGEOMÉTRICAS

Sequências numéricas em que é possível encontrar progressões aritmética e geométrica.

Exemplo: $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, ...\right)$.

Biologia total
PROF. PAULO JUBILUT

contato@biologiatotal.com.br
/biologiajubilut
Biologia Total com Prof. Jubilut
@paulojubilut
@Prof_jubilut
biologiajubilut
+biologiatotalbrjubilut