CRITÉRIO DE DIVISIBILIDADE

Dados dois números inteiros a e b, diremos que a divide b, escrevendo a / b, quando existir c ∈ N tal que b = c x a. Neste caso, diremos também que a é um divisor ou um fator de b ou, ainda, que b é um múltiplo de a, ou ainda que b é divisível por a.

Obs: Mencionamos a definição no conjunto dos Naturais, no entanto, a mesma se estende ao conjunto dos Inteiros.

Observe que a notação a / b não representa nenhuma operação em Z, nem representa uma fração. Trata-se de uma sentença que diz ser verdade que existe c tal que b = c. a. A negação dessa sentença significa que não existe nenhum número inteiro c tal que b = c. a. Portanto, temos que $a \nmid b$.

Após visto a noção básica de divisibilidade, vamos estudar os critérios de divisibilidade que nos ajudará e muito:

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplos: 7046 é divisível por 2, pois termina em 6.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo:

753 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a 7+5+3=15, e como 15 é divisível por 3, então 753 é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplos:

1700 é divisível por 4, pois termina em 00.

5616 é divisível por 4, pois 16 é divisível por4.

8924 é divisível por 4, pois 24 é divisível por4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.

Exemplos:

75 é divisível por 5, pois termina em 5.
80 é divisível por 5, pois termina em 0.

Divisibilidade por 6

Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exemplos:

312 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma: 6)

5214 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma:12)

Divisibilidade por 7

O processo que deve ser feito para verificar a divisibilidade por 7 é o seguinte:

I) **Multiplique por 2 o último algarismo do número.**

II) Subtraia este valor do número inicial sem o último algarismo, o resultado deve ser múltiplo de 7."

Exemplo: Vamos verificar se o número 7217 é múltiplo de 7;

Último algarismo: 7

Multiplique o último algarismo por 2 : 2 x 7=14

Subtraia este resultado pelo número inicial sem o seu último algarismo: 721 – 14 = 707

Repita o processo com o número atual: 707

Último algarismo : 7

Multiplique o último algarismo por 2 : 2 x 7=14

Subtraia este resultado pelo número inicial sem o seu último algarismo: 70 – 14 = 56

Como 56 é múltiplo de 7, logo 7217 é divisível por 7.

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando termina em 000, ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8.

Exemplos:

7000 é divisível por 8, pois termina em 000.

56104 é divisível por 8, pois 104 é divisível por 8.

61112 é divisível por 8, pois 112 é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 9.

Exemplos:

3762 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é igual a 3+7+6+2=18, e como 18 é divisível por 9, então 3762 é divisível por 9.

Divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por 10 quando ele termina em 0. *Exemplo:* 4150 é divisível por 10, pois termina em 0.

Divisibilidade por 11

Um número é divisível por 11 quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar e a dos de ordem par é divisível por 11. O algarismo das unidades é de 1ª ordem, o das dezenas de 2ª ordem, o das centenas de 3ª ordem, e assim sucessivamente.

Exemplos:

1)87549

Si (soma dos algarismos das ordens ímpares) = 9+5+8 = 22

Sp (soma dos algarismos das ordens pares) = 4+7 = 11

Si-Sp = 22-11 = 11

Como 11 é divisível por 11, então o número 87549 é divisível por 11.

2)439087

Si (soma dos algarismos das ordens ímpares) = 7+0+3 = 10

Sp (soma dos algarismos das ordens pares) = 8+9+4 = 21

Si-Sp = 10-21

Como a subtração não pode ser realizada, acrescenta-se o menor múltiplo de 11 (diferente de zero) ao minuendo, para que a subtração possa ser realizada: 10+11 = 21. Então temos a subtração 21-21 = 0.

Como zero é divisível por 11, o número 439087 é divisível por 11.

EXERCÍCIOS

1) É divisível por 2,3 e 5 simultaneamente o número:
a)235 b)520 c)230 d)510 e)532

2) O número 43Y72 será divisível por 6 se Y for o algarismo:
a) 0 b)1 c)2 d)3 e)4

3) O número 3744X será divisível por 15 se X for algarismo:
a) 7 b)5 c)3 d)1 e)0

4) Se o algarismo 7X4 é divisível por 18, então o algarismo X:
a) Não existe b) vale 4 c) vale 7 d) vale 9 e) vale 0

5) Se 3a9b é divisível, ao mesmo tempo, por 2 e 5, então b é igual a:
a)-2 b)-1 c)2 d)1 e)0

6) As 400 vagas oferecidas para graduação em soldado militar Guarda-vidas estão distribuídas entre 5 regiões de acordo com o quadro abaixo:

REGIÕES	A	B	C	D	E
VAGAS	305	25	15	25	30

As regiões que têm como número de vagas um múltiplo de 3 são:
a) A e B b) A e C c) B e D d)1 e) C e E

7) O menor número que se deve subtrair de 21316 para se obter um número que seja simultaneamente divisível por 5 e por 9 é:
a) 29 b)31 c)33 d)36 e)37

8) Achar o menor algarismo pelo qual devemos substituir a letra y no numero 74.83y , de modo que o número assim formado seja divisível por 11.

9) Ache o maior algarismo pelo qual devemos substituir a letra y no numero 74.83y , de modo que o número assim formado seja divisível por 11 .

10) Determinar o resto da divisão de 3^{998} por 4 .

11) Demonstrar que $\underbrace{111\ldots111}_{\text{“}\propto\text{"}\ 1's}$ é igual a $\frac{10^{\propto} - 1}{9}$.