Lembre que: se $M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow M^{-1} = \frac{1}{\det M} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Calcule as inversas das seguintes matrizes:

1. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$

$M = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

$\det M = 5 \cdot 5 - 8 \cdot 3$

$\det M = 25 - 24$

$\det M = 1$

$M^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$

$M^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$ //

2. $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$

$M = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -10 & 5 \end{bmatrix}$

$\det M = 7 \cdot 5 - (-10) \cdot (-2)$

$\det M = 35 - 20$

$\det M = 15$

$M^{-1} = \frac{1}{15} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}$

$M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{15} & \frac{2}{15} \\ \frac{10}{15} & \frac{7}{15} \end{bmatrix}$ $\quad M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{15} \\ \frac{2}{3} & \frac{7}{15} \end{bmatrix}$ //

3. $\begin{pmatrix} sen\, a & -\cos a \\ \cos a & sen\, a \end{pmatrix}$

$M = \begin{bmatrix} sen\, a & -\cos a \\ \cos a & sen\, a \end{bmatrix}$

$\det M = sen\, a \cdot sen\, a - (\cos a \cdot (-\cos a))$

$\det M = sen^2 a + \cos^2 a$

$\det M = 1$

$M^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} sen\, a & \cos a \\ -\cos a & sen\, a \end{bmatrix}$

$M^{-1} = \begin{bmatrix} sen\, a & \cos a \\ -\cos a & sen\, a \end{bmatrix}$ //

4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

Lembrar da

P7. MATRIZ TRIANGULAR

O determinante de uma *matriz triangular* é o produto dos elementos da diagonal principal.

$\det M = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$\det M = 6$

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (6 - 0) = 6$

$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot (3 - 0) = 3$

$A_{11} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2 - 0) = 2$

$M^{-1} = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$ //

5. Determine os valores de m para os quais a matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & m \\ m & 2 \end{bmatrix}$ não é inversível.

$\rightarrow \det M = 0$

$M = \begin{bmatrix} 1 & m \\ m & 2 \end{bmatrix}$

$\det M = 2 \cdot 1 - m \cdot m$

$2 - m^2 = 0$

$m^2 = 2$

$m = \pm\sqrt{2}$ //

6. Determine os valores de k para que a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{bmatrix}$ não seja inversível.

$\rightarrow \det A = 0$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{bmatrix}$

$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$

$3 - k^2 + 0 - (-1 + 3k + 0) = 0$

$-k^2 + 3 + 1 - 3k = 0 \quad \times(-1)$

$k^2 + 3k - 4 = 0$

Através da Fórmula de Bhaskara:

$k' = -4$ ou $k'' = 1$ //