

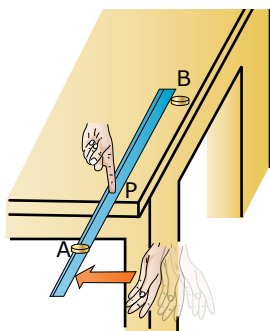
## Lançamento Horizontal e Lançamento Oblíquo

Desde o momento em que nossos ancestrais primitivos lançaram a primeira pedra contra algum animal que os ameaçava, o ser humano se preocupou em compreender o movimento dos objetos por ele lançados: pedras, flechas, lanças; posteriormente, balas de canhão e mísseis. Filósofos debateram sobre o assunto, e várias explicações surgiram para responder às perguntas: Por que os objetos caem? Como caem? O que determina o tempo de queda de um objeto? Como devo lançar um objeto para que ele possa ir o mais longe possível? Neste módulo, no entanto, uma discussão histórica sobre o lançamento de projéteis não será feita. Estudaremos o lançamento de projéteis do ponto de vista físico e matemático, o que será útil para a resolução de vários problemas.

### PRINCÍPIO DA INDEPENDÊNCIA



Iniciaremos o módulo com uma atividade simples de ser realizada em casa ou na sala de aula. Nessa atividade, utilizaremos duas moedas, uma apoiada sobre uma mesa horizontal e outra apoiada sobre uma régua, estando as duas moedas, inicialmente, à mesma altura em relação ao solo. A partir da configuração inicial, mostrada na figura a seguir, as moedas são colocadas em movimento em um mesmo instante. Uma delas (moeda A) é simplesmente abandonada, caindo verticalmente para baixo, em direção ao solo, e a outra (moeda B) é lançada horizontalmente, caindo a certa distância do pé da mesa. A figura mostra como a situação deve ser conduzida para que as duas moedas iniciem o movimento no mesmo instante. Bata na régua, na direção indicada pela seta, próximo ao ponto onde se encontra a moeda A. A régua tende a girar, fazendo com que a moeda A caia, a partir do repouso, em movimento vertical, e que a moeda B seja lançada horizontalmente, descrevendo uma trajetória parabólica.



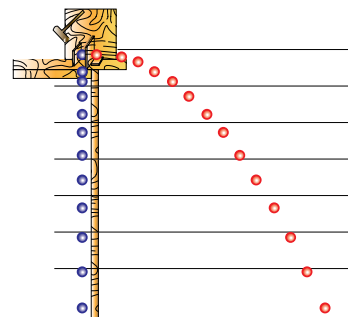
A altura inicial das moedas é a mesma, e o momento em que elas iniciam o movimento também é o mesmo, mas qual moeda chegará primeiro ao solo? Pense um pouco antes de realizar a atividade.

O som emitido pelas moedas ao tocarem o chão poderá lhe fornecer uma pista para o que acontece: se o barulho for único, as duas moedas chegaram ao solo no mesmo instante, caso contrário, elas chegaram ao solo em momentos distintos. Essa experiência, apesar de simples, fornece indícios para um importante enunciado feito por Galileu Galilei, denominado **Princípio da Independência dos Movimentos**, que afirma que dois movimentos perpendiculares entre si ocorrem de forma independente um do outro. Uma aplicação desse princípio já foi verificada quando observamos que o intervalo de tempo gasto para um barco atravessar um rio não depende da velocidade da correnteza, mas apenas da componente da velocidade do barco perpendicular à margem do rio. Esse fato pode ser explicado pelo princípio da independência dos movimentos, tendo em vista que a componente da velocidade do barco perpendicular às margens é também perpendicular à velocidade da correnteza. Logo, o movimento do barco rio abaixo é independente do movimento na direção perpendicular à margem, que é o movimento que determinará o tempo de travessia do barco.

O mesmo princípio pode ser aplicado a uma situação análoga: a queda de duas esferas, uma solta na direção vertical e outra lançada horizontalmente, semelhantemente às moedas da atividade proposta no início deste módulo. A figura seguinte ilustra essa situação. Ela mostra a trajetória descrita pelas duas esferas, uma solta em queda livre e a outra lançada horizontalmente.

#### OBSERVAÇÃO

No estudo que faremos, não consideraremos os efeitos da resistência do ar.



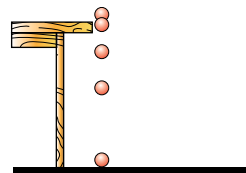
A imagem anterior nos permite concluir que

1. o intervalo de tempo de queda é o mesmo para as duas esferas;
2. ambos os movimentos são acelerados, possuindo o mesmo vetor aceleração (mesmo módulo, direção e sentido);
3. uma trajetória é retilínea, ao passo que a outra é parabólica.

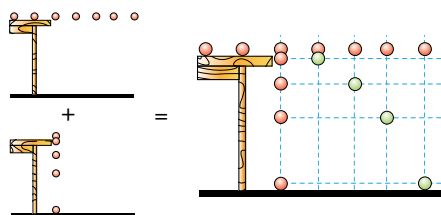
Diante das observações anteriores, surgem os seguintes questionamentos:

- Por que o intervalo de tempo de queda é o mesmo? Como Galileu argumentou, o tempo de queda depende somente do movimento das esferas na direção vertical. As duas esferas apresentavam a mesma velocidade inicial na direção vertical quando o movimento iniciou,  $v_{0y} = 0$ . Portanto, como as esferas iniciam o movimento à mesma altura, no mesmo instante, no mesmo local (ou seja, submetidas ao mesmo movimento vetor aceleração) e com a mesma velocidade inicial na direção vertical, elas devem cair ao mesmo tempo.
- Por que ambos os movimentos são acelerados? Ambas as esferas estão sujeitas à gravidade e, ao desprezarmos a influência da resistência do ar, observamos que o valor da velocidade vertical das esferas aumenta continuamente, já que a distância vertical percorrida em um mesmo intervalo de tempo é crescente. Além disso, o espaço vertical percorrido por ambas as esferas é sempre o mesmo em qualquer intervalo de tempo. Consequentemente, os valores das suas velocidades são sempre iguais e, portanto, pode-se concluir que a aceleração é a mesma para as duas esferas.
- Por que uma trajetória é retilínea, e a outra, parabólica? Para responder a essa questão, temos de decompor o movimento da esfera que foi lançada horizontalmente.

Se uma esfera é simplesmente solta, a partir de certa altura, seu movimento é um movimento de queda livre, como mostrado na figura a seguir. Esse movimento é um movimento acelerado, o que indica que a distância percorrida, em intervalos de tempo iguais, aumenta cada vez mais.



A trajetória parabólica descrita pela esfera, quando ela é lançada horizontalmente, é resultado da combinação do movimento horizontal (uniforme) com o movimento vertical (acelerado). Cada um dos movimentos é independente do outro, e seus efeitos, combinados, produzem a trajetória parabólica da esfera.



As equações e as características vetoriais para os movimentos mencionados já foram estudadas em módulos anteriores, devendo ser, agora, aplicadas conjuntamente. Na direção horizontal, como o movimento é uniforme, o vetor velocidade permanece constante em módulo, direção e sentido. Na direção vertical, como o movimento é uniformemente acelerado, o vetor velocidade possui direção vertical, sentido para baixo e módulo crescente de acordo com as equações já estudadas. O quadro a seguir apresenta o vetor velocidade para cada um dos movimentos componentes do movimento da esfera e as características associadas a eles.

**CONTEÚDO NO Bernoulli Play**

**Macaco fujão**

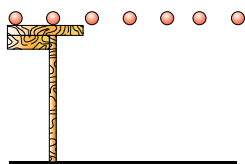
De posse de seu projetor de dardos tranquilizantes, um veterinário empenha-se em capturar um macaco que fugiu do zoológico. Ele sabe que o dardo tranquilizante se desloca em alta velocidade após deixar o cano do rifle, mas não sabe quão alta essa velocidade é. Considerando que não existe força de atrito com o ar, ele deve mirar acima, abaixo do macaco ou diretamente nele? Descubra!



Obs.: A simulação não está em escala.

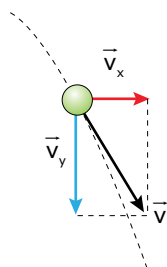
**Decomposição do movimento**

Sabemos que, para alterar a velocidade de um objeto, é necessária a ação de uma aceleração. Esse é um dos fundamentos das Leis de Newton que estudaremos posteriormente. Portanto, somente a ação de uma força pode alterar o módulo ou a direção da velocidade de um objeto. Se não houvesse gravidade ou resistência do ar, uma esfera que rolasse sobre uma mesa e a abandonasse continuaria a se mover com velocidade constante, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempos iguais, apresentando um Movimento Retilíneo Uniforme.



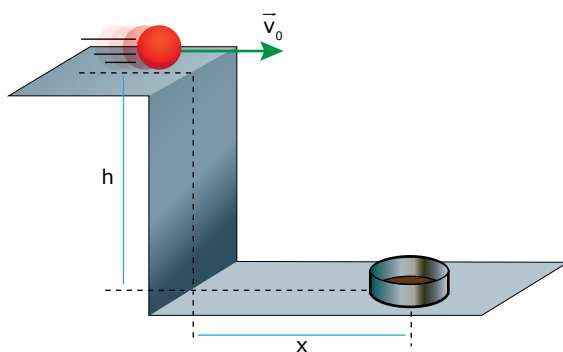
Direção horizontal	Direção vertical
Movimento Uniforme	Movimento Uniformemente Acelerado
$d_x = vt$	$d_y = v_0t + 1/2(at^2)$
$v_x = \text{constante}$	$v_y = v_0 + at$
$a_x = 0$	$a_y = 9,8 \text{ m/s}^2$
$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ e $v^2 = v_x^2 + v_y^2$	

É importante observar que o vetor velocidade  $\vec{v}$  de um corpo é sempre tangente à trajetória deste em qualquer posição.



## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (PUC Minas) A figura a seguir mostra uma esfera lançada com velocidade horizontal de 5,0 m/s de uma plataforma de altura  $h = 1,8$  m.



Ela deve cair dentro do pequeno frasco colocado a uma distância  $x$  do pé da plataforma. A distância  $x$  deve ser de, aproximadamente,

- A) 1,0 m.                      C) 2,5 m.                      E) 3,5 m.  
 B) 2,0 m.                      D) 3,0 m.

Resolução:

O intervalo de tempo de queda da esfera, desde o instante em que ela abandona a plataforma até o instante em que ela cai dentro do pote, em uma trajetória parabólica, será igual ao intervalo de tempo que a esfera gastaria para chegar ao solo em um movimento vertical, em queda livre, de uma altura de 1,8 m. Utilizando a equação da Cinemática  $d = v_0 t + 1/2(at^2)$ , para essa situação, encontraremos um intervalo de tempo de queda igual a 0,6 s. Como na direção horizontal o movimento da esfera é uniforme, a distância horizontal percorrida por ela, no intervalo de tempo adequado, é dada por:

$$d_h = v_{h,t} = 5,0 \cdot 0,6 = 3,0 \text{ m}$$

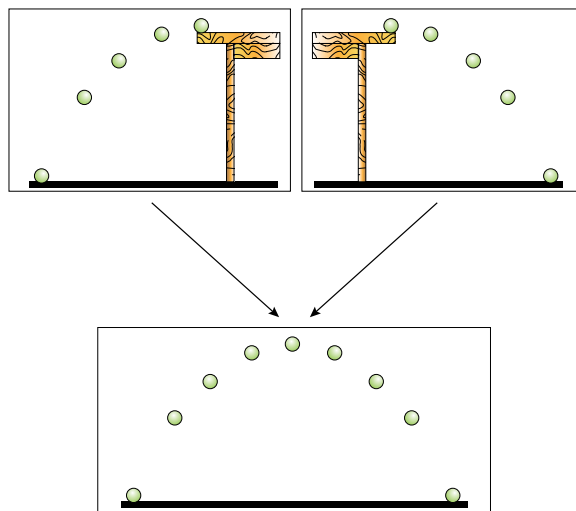
## Lançamento oblíquo

Em toda prova de arremesso, seja ela de dardo, de disco, de martelo ou de peso, os competidores sempre procuram arremessar os objetos quando eles formam um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. É para esse valor de ângulo que um corpo arremessado percorre a maior distância horizontal, comparativamente a corpos arremessados com velocidades de mesmo módulo.

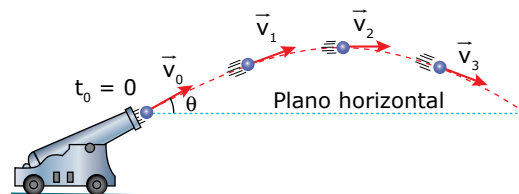


Evcoldeportes / Creative Commons

O lançamento oblíquo nada mais é do que uma extensão do lançamento horizontal estudado no tópico anterior. Nessa nova situação, o lançamento é feito com velocidade vertical inicial diferente de zero. Dessa forma, devemos analisar o movimento vertical na subida e na descida, mas isso não representará grande dificuldade, já que a descrição física e matemática dos movimentos verticais de subida e descida é análoga.



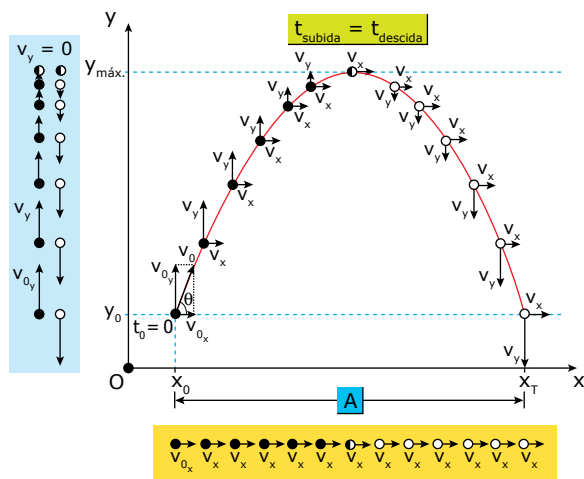
Imagine uma bala de canhão lançada oblíqua com uma velocidade inicial  $\vec{v}_0$ , inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal.



O vetor velocidade de um corpo em trajetória curvilínea é tangente à trajetória deste em qualquer instante, tendo o mesmo sentido do movimento. Observe que a velocidade no ponto mais alto atingido pelo projétil é horizontal e não nula.

Enquanto o projétil sobe, seu movimento é desacelerado e, ao descer, acelerado. Neste módulo, iremos considerar que os efeitos da resistência do ar sobre o movimento do projétil sejam desprezíveis. A figura a seguir mostra as características do vetor velocidade nas direções vertical e horizontal durante todo o movimento. É importante notar que o movimento segundo o eixo Oy equivale a um lançamento vertical para cima, com velocidade inicial  $v_{0y}$  e aceleração de valor  $-10 \text{ m/s}^2$ .

Como já dito, enquanto o projétil sobe, seu movimento é desacelerado e, ao descer, acelerado.



Vamos apresentar separadamente as características de cada parte do movimento e suas respectivas equações, considerando como positivos os sentidos coincidentes com os sentidos dos eixos coordenados.

**Durante a subida,**

- a componente vertical da velocidade é positiva;
- o módulo da componente vertical da velocidade diminui (Movimento Uniformemente Desacelerado);
- o módulo da velocidade horizontal não se altera;
- o valor da aceleração devido à gravidade é de  $-9,8 \text{ m/s}^2$ ;
- $v = v_0 + gt // h = v_0t + 1/2(gt^2) // v^2 = v_0^2 + 2gd$ ;
- analisando-se o movimento total de subida, o valor da velocidade vertical inicial,  $v_{0y}$ , é o valor da componente vertical da velocidade de lançamento ( $v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta$ ), e a velocidade final é zero.

**No ponto mais alto da trajetória,**

- o valor da componente vertical da velocidade é nulo;
- o intervalo de tempo gasto no movimento de subida será igual ao intervalo de tempo gasto no movimento de descida;
- o valor da altura máxima atingida pelo projétil pode ser determinado a partir da análise do movimento uniformemente desacelerado na direção vertical;
- o valor da distância horizontal percorrida pode ser determinado a partir da análise do movimento uniforme, na direção horizontal, utilizando-se a velocidade horizontal inicial e o intervalo de tempo gasto na subida.

**Durante a descida,**

- a componente vertical da velocidade é negativa;
- o módulo da velocidade vertical aumenta (movimento uniformemente acelerado);

- o valor da componente horizontal da velocidade permanece constante e igual ao valor da componente horizontal da velocidade no momento do lançamento;
- o valor da aceleração devido à gravidade é de  $-9,8 \text{ m/s}^2$ ;
- $v = v_0 + gt // d = v_0t + 1/2(gt^2) // v^2 = v_0^2 + 2gd$ ;
- analisando-se o movimento de descida, o valor da velocidade vertical inicial  $v_0$  é zero, e o valor da velocidade final possui o mesmo módulo da componente vertical da velocidade de lançamento ( $v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen } \theta$ ), porém, com sinal negativo.

**Tempo total de movimento**

Podemos determinar o tempo total de permanência do projétil no ar, realizando os cálculos do tempo de subida e de descida separadamente, ou, então, efetuar os cálculos considerando a velocidade inicial de subida e a velocidade final de descida. O tempo de subida pode ser determinado, utilizando-se a equação  $v_y = v_{0y} + gt$ . No instante em que o projétil atinge o ponto mais alto da trajetória,  $v_y = 0$ .

Logo:

$$0 = v_{0y} + gt_{subida} \Rightarrow t_{subida} = \frac{-v_{0y}}{g} = \frac{-v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

Como o intervalo de tempo de subida é igual ao de descida, considerando que o ponto de lançamento esteja nivelado com o solo, temos:

$$t_{descida} = \frac{-v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

Desse modo, o intervalo de tempo total de permanência do projétil no ar será dado por:

$$t_{total} = \frac{-2v_0 \cdot \text{sen } \theta}{g}$$

**OBSERVAÇÃO**

Apesar do sinal negativo antes da expressão que determina o tempo total do movimento, este, obviamente, não é negativo, já que, por causa do eixo de referência usado, o valor de g também é negativo. Essa observação vale para as equações posteriores que apresentarem o mesmo fenômeno.

**Altura máxima ( $h_{MÁX.}$ )**

O valor da altura máxima ( $h_{MÁX.}$ ) atingida pelo projétil, em relação ao solo, pode ser determinado, lembrando que  $h_{MÁX.}$  é o valor da altura vertical quando  $\bar{v}_y$  se anula.

Na direção vertical, durante a subida, o movimento é uniformemente desacelerado.

Utilizando a equação de Torricelli:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2gh_{MÁX.} \Rightarrow 0^2 = v_{0y}^2 + 2gh_{MÁX.} \Rightarrow h_{MÁX.} = \frac{-v_{0y}^2}{2g} =$$

$$h_{MÁX.} = \frac{-v_0^2 \cdot \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

**Alcance horizontal**

O alcance horizontal (A) é a distância percorrida pelo projétil, na horizontal, desde o instante do lançamento até o momento em que o projétil toca o solo. Seu valor é igual ao deslocamento horizontal do projétil durante o intervalo de tempo total do movimento.

Como o movimento é uniforme, podemos escrever que:

$$d_H = vt \Rightarrow A = v_{0x}t = v_0 \cdot \cos \theta \frac{-2v_0 \cdot \sin \theta}{g} = -2v_0^2 \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{g}$$

$$\text{Como } 2\sin \theta \cdot \cos \theta = \sin (2\theta) \Rightarrow A = \frac{-v_0^2}{g} \sin (2\theta).$$

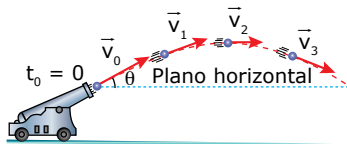
Observe que a equação anterior nos permite determinar qual deve ser o ângulo de lançamento para que o alcance horizontal seja máximo. Devemos procurar um ângulo no qual o valor de  $\sin (2\theta)$  seja o maior possível.

A imagem da função seno varia de  $-1$  a  $+1$ , sendo que entre  $0$  e  $\pi$ , apenas  $\sin 90^\circ = +1$ . Desse modo, podemos concluir que o valor de  $\theta$  para que o alcance do projétil seja máximo deve ser igual a  $45^\circ$ .

Por esse motivo, no início do módulo, dissemos que os atletas de arremesso de dardo (ou outro objeto qualquer) procuram lançar os dardos com um ângulo igual a  $45^\circ$  em relação à direção horizontal.

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

**02.** Uma bala de canhão é lançada obliquamente com velocidade  $v_0$ , de módulo  $50 \text{ m/s}$ , sob um ângulo de lançamento  $\theta$ , ( $\sin \theta = 0,6$  e  $\cos \theta = 0,8$ ) conforme a figura a seguir.



Calcular, considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , e desprezando a influência do ar,

- A) o valor da velocidade no ponto mais alto da trajetória.
- B) o intervalo de tempo total do movimento.
- C) o valor da altura máxima.
- D) o alcance horizontal.

Resolução:

A) O valor da velocidade no ponto mais alto da trajetória é igual ao valor da componente da velocidade na direção do eixo horizontal, já que a componente vertical da velocidade é nula. O módulo da componente horizontal da velocidade, que permanece constante durante todo o movimento, pode ser encontrado por meio da seguinte relação:

$$v_x = v_0 \cdot \cos \theta = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ m/s}$$

B) Considerando que a distância vertical percorrida no movimento de subida seja igual à distância vertical percorrida no movimento de descida, temos que o intervalo de tempo de subida é igual ao intervalo de tempo de descida. Podemos calcular o intervalo de tempo por meio dos seguintes processos:

b1. Calculando o intervalo de tempo total do movimento de subida.

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \theta \quad v_{0y} = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ m/s}$$

Substituindo os valores, teremos:

$$v = v_0 + gt = 0 = 30 - 10t_s \Rightarrow t_s = 3 \text{ s}$$

Sendo o tempo de subida igual ao tempo de descida, temos que o tempo total de movimento é  $6,0 \text{ s}$ .

b2. Calculando o intervalo de tempo total.

Se considerarmos o movimento na vertical durante todo o movimento, temos que a componente vertical inicial da velocidade da bola de canhão é de  $+30 \text{ m/s}$ , e a componente final será de  $-30 \text{ m/s}$ .

Logo, o intervalo de tempo total do movimento é dado por:

$$v = v_0 + gt = -30 = +30 + (-10)t \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

( $3 \text{ s}$  para a subida e  $3 \text{ s}$  para a descida).

C) Para calcularmos o valor da altura máxima alcançada pela bola, podemos trabalhar com a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

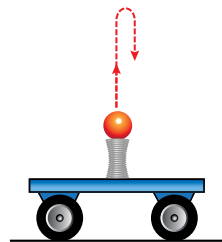
Substituindo as variáveis pelos valores conhecidos, teremos:

$$0^2 = 30^2 + 2(-10)h \Rightarrow h = 45 \text{ m}$$

D) Como o objeto se deslocou durante  $6 \text{ s}$  com uma velocidade horizontal de  $40 \text{ m/s}$  ( $v_x = v_0 \cdot \cos \theta = 40 \text{ m/s}$ ), temos que seu alcance é de:

$$d_x = v_x t = d_x = 40 \text{ m/s} \cdot 6 \text{ s} = 240 \text{ m}$$

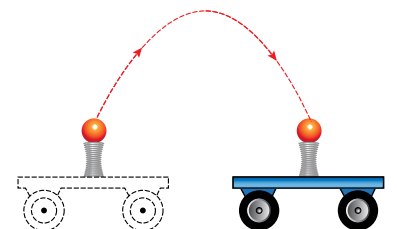
**03.** Um interessante brinquedo científico consiste em um carrinho que contém uma mola posicionada na direção vertical, como mostra a figura a seguir. Uma esfera de metal é colocada sobre a mola, e esta a lança verticalmente para cima. A esfera retorna ao ponto de lançamento após alguns instantes.



O que acontece com a esfera de aço, caso ela seja lançada enquanto o carrinho estiver em movimento retilíneo e uniforme? A esfera cairá atrás, na frente ou sobre a mola?

Resolução:

Se desprezarmos a resistência do ar, podemos considerar o movimento da esfera, na direção horizontal, como movimento retilíneo e uniforme, com a mesma velocidade do carrinho que a lançou. Portanto, em relação ao carrinho, a esfera encontra-se em repouso na direção horizontal e executa um MRUV na direção vertical. Assim, ela retorna ao mesmo ponto do carrinho em que foi lançada, ou seja, sobre a mola.



# EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



**01.** (UDESC) Considere o lançamento de um projétil de massa  $m$  e velocidade inicial  $\vec{v}_0$  fazendo um ângulo  $\theta$  com a horizontal, conforme mostra a Figura 1.

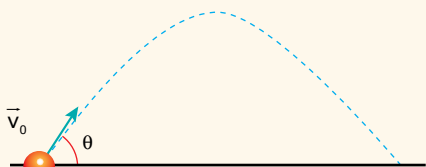


Figura 1

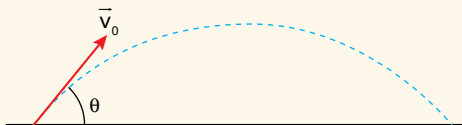
Com relação ao movimento desse projétil, analise as proposições.

- I. Na direção vertical, o projétil apresenta uma velocidade constante.
- II. Na direção horizontal, o projétil está sujeito à aceleração gravitacional  $\vec{g}$ .
- III. Na vertical, o projétil apresenta um movimento retilíneo uniformemente variado.
- IV. Na horizontal, o projétil apresenta um movimento retilíneo uniforme.

Assinale a alternativa correta.

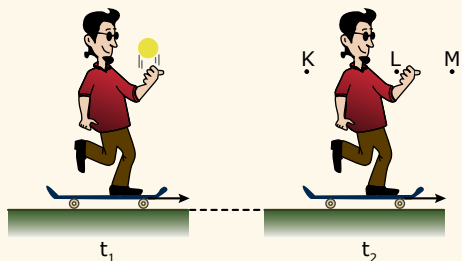
- A) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- B) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- C) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
- D) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- E) Todas as afirmativas são verdadeiras.

**02.** (UFV-MG) A figura a seguir ilustra o movimento de um projétil após ser lançado com velocidade de módulo  $v_0$  e com um ângulo  $\theta$  relativo à horizontal definida pela superfície da Terra. Desprezando os efeitos de resistência do ar e considerando  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ , é correto afirmar que



- A) a altura máxima atingida pelo projétil é independente do ângulo de lançamento  $\theta$ .
- B) a velocidade do projétil é nula no ponto mais alto da trajetória.
- C) o alcance horizontal máximo é independente do ângulo de lançamento  $\theta$ .
- D) a aceleração resultante do projétil é constante ao longo da trajetória.

**03.** (UFMG) Observe a figura.



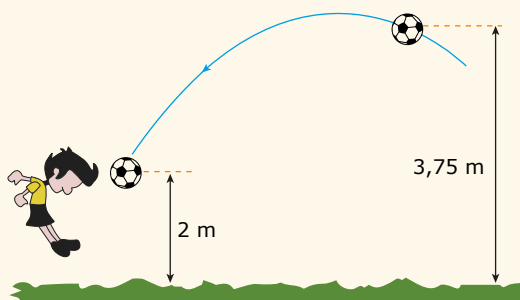
Daniel está andando de *skate* em uma pista horizontal. No instante  $t_1$ , ele lança uma bola, que, do seu ponto de vista, sobe verticalmente. A bola sobe alguns metros e cai, enquanto Daniel continua a se mover em trajetória retilínea, com velocidade constante. No instante  $t_2$ , a bola retorna à mesma altura em que foi lançada.

Despreze os efeitos da resistência do ar.

Assim, no instante  $t_2$ , o ponto em que a bola estará, mais provavelmente, é

- A) K.
- B) L.
- C) M.
- D) qualquer um, dependendo do módulo da velocidade de lançamento.

**04.** (Unicastelo-SP) Em um jogo de futebol, a bola é lançada para um atacante e percorre a trajetória parabólica representada parcialmente na figura.

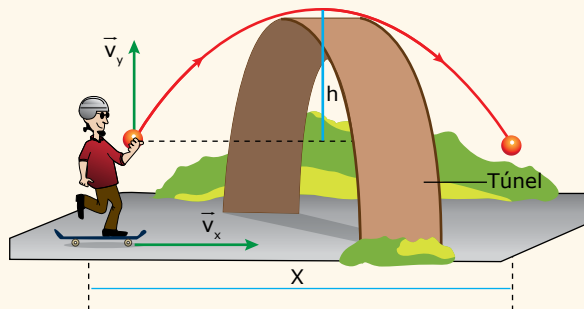


Fora de escala

O vetor que representa corretamente a aceleração da bola quando ela passa pelo ponto P está representado na alternativa

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

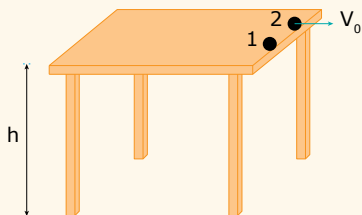
**05.** (UECE) Uma bola é lançada verticalmente para cima, com velocidade de 18 m/s, por um rapaz situado em um *skate* que avança segundo uma reta horizontal, a 5,0 m/s. Depois de atravessar um pequeno túnel, o rapaz volta a recolher a bola, a qual acaba de descrever uma parábola, conforme a figura.



Despreze a resistência do ar e considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .  
A altura máxima  $h$  alcançada pela bola e o deslocamento horizontal  $x$  do skate valem, respectivamente,

- A)  $h = 16,2 \text{ m}$ ;  $x = 18,0 \text{ m}$ .
- B)  $h = 16,2 \text{ m}$ ;  $x = 9,0 \text{ m}$ .
- C)  $h = 8,1 \text{ m}$ ;  $x = 9,0 \text{ m}$ .
- D)  $h = 10,0 \text{ m}$ ;  $x = 18,0 \text{ m}$ .

**06.** (UFRGS-RS-2018) Dois objetos de massas  $m_1$  e  $m_2 (=2m_1)$  encontram-se na borda de uma mesa de altura  $h$  em relação ao solo, conforme representa a figura a seguir.



O objeto 1 é lentamente deslocado até começar a cair verticalmente. No instante em que o objeto 1 começa a cair, o objeto 2 é lançado horizontalmente com velocidade  $V_0$ . A resistência do ar é desprezível. Assinale a alternativa que melhor representa os gráficos de posição vertical dos objetos 1 e 2, em função do tempo. Nos gráficos,  $t_q^1$  representa o tempo de queda do objeto 1. Em cada alternativa, o gráfico da esquerda representa o objeto 1, e o da direita representa o objeto 2.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

**07.** (UNITAU-SP-2016) Um jogador de futebol chuta uma bola, que se encontrava em repouso na superfície terrestre, de modo que o ângulo de saída foi de  $60^\circ$  em relação à superfície, sendo o módulo da velocidade inicial de  $10 \text{ m/s}$ . O alcance máximo da bola, ou seja, a distância horizontal máxima que poderá percorrer é igual a  $R_1$ . Se o ângulo de lançamento inicial da bola fosse de  $30^\circ$ , seu alcance máximo seria igual a  $R_2$ , sendo todas as demais condições mantidas inalteradas. Considere desprezíveis os possíveis atritos entre a bola e o ar, bem como os possíveis movimentos de rotação. Adote o módulo da aceleração da gravidade da Terra como  $10 \text{ m/s}^2$ . Admita que toda a Terra, inclusive a sua superfície, seja um referencial inercial e que a bola inicia o seu movimento na origem do referencial sobre a superfície terrestre.

Sobre a relação entre as distâncias  $R_1$  e  $R_2$ , é correto afirmar que

- A)  $R_1 = 2 R_2$
- B)  $R_2 = 2 R_1$
- C)  $R_1 = R_2$
- D)  $R_1 = 3 R_2$
- E)  $R_2 = 3 R_1$

**08.** (PUC Rio) Um projétil é lançado com uma velocidade escalar inicial de  $20 \text{ m/s}$  com uma inclinação de  $30^\circ$  com a horizontal, estando inicialmente a uma altura de  $5,0 \text{ m}$  em relação ao solo.

A altura máxima que o projétil atinge, em relação ao solo, medida em metros, é:

- Considere a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
- A) 5,0.
  - B) 10.
  - C) 15.
  - D) 20.
  - E) 25.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

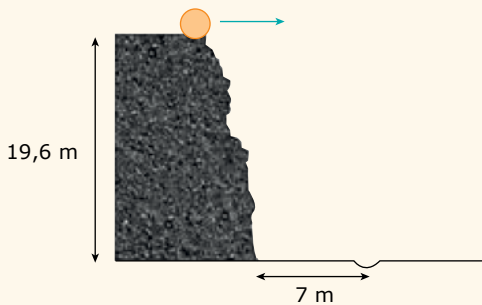


**01.** (UEPA-2015) Mauro Vinícius da Silva, o Duda, é um atleta brasileiro especializado no salto em distância. No ano de 2014, Duda conseguiu se tornar o primeiro brasileiro bicampeão mundial da prova, vencendo o campeonato em Sopot, na Polônia, com a marca de aproximadamente  $8,3 \text{ m}$ . No momento inicial do salto, a velocidade de Duda tinha módulo igual  $9,0 \text{ m/s}$ , formando um ângulo de  $39,6^\circ$  com a horizontal. Nesse sentido, a altura máxima atingida por Duda no salto do bicampeonato mundial foi, em m, aproximadamente igual a:

- Dados:**  
Aceleração da gravidade =  $10 \text{ m/s}^2$   
 $\text{sen}(39,6^\circ) = 0,64$
- A) 1,1.
  - B) 1,4.
  - C) 1,7.
  - D) 2,0.
  - E) 2,3.

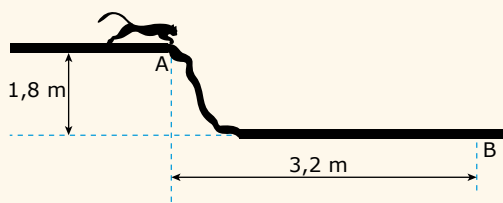
02. (PUC-Campinas-SP) Durante a Segunda Guerra, um canhão situado no alto de um morro a 500 m de altura do solo horizontal, lança horizontalmente uma bala com velocidade de 80 m/s. Adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e desprezando a resistência do ar, pode-se prever que a bala atinge o solo após percorrer uma distância horizontal, em metros, de aproximadamente
- A) 1 600.                                D) 1 200.  
 B) 600.                                    E) 400.  
 C) 800.

03. (Uncisal) Uma bola de golfe é lançada horizontalmente de um penhasco de 19,6 m de altura, conforme mostra a figura a seguir. No nível do solo, a 7 m da base do penhasco, há um buraco. Qual deve ser a velocidade de lançamento para que a bola atinja o buraco em uma única tacada? Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e despreze a resistência do ar.



- A) 3,50 km/h.                            D) 2,80 km/h.  
 B) 1,75 km/h.                            E) 14,00 km/h.  
 C) 12,60 km/h.

04. (ACAFE-SC-2015) O puma é um animal que alcança velocidade de até 18 m/s e pode caçar desde roedores e coelhos até animais maiores como alces e veados. Considere um desses animais que deseja saltar sobre sua presa, neste caso um pequeno coelho, conforme a figura.



O puma chega ao ponto A com velocidade horizontal de 5 m/s e se lança para chegar a presa que permanece imóvel no ponto B.

Desconsiderando a resistência do ar e adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a alternativa correta é:

- A) O puma não vai cair sobre a presa, pois vai tocar o solo a 20 cm antes da posição do coelho.  
 B) O puma cairá exatamente sobre o coelho, alcançando sua presa.  
 C) O puma vai chegar ao solo, no nível do coelho, após 0,5 s do início de seu salto.  
 D) O puma vai cair 30 cm a frente do coelho, dando possibilidade da presa escapar.

05. (EsPCEX-SP) Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo  $\alpha$  e atinge a altura máxima de 8,45 m. Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é 9,0 m/s, pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:

**Dados:**

Intensidade da aceleração da gravidade  $g=10 \text{ m/s}^2$

Despreze a resistência do ar

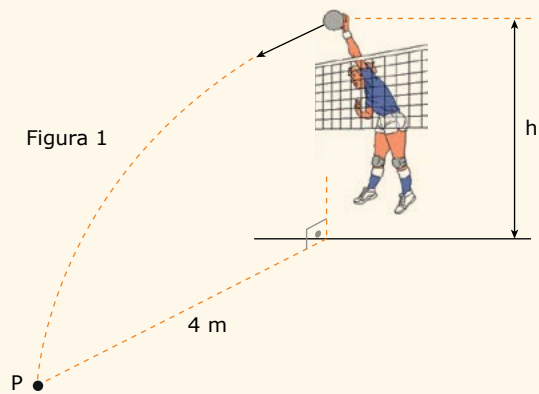
- A) 11,7 m.  
 B) 17,5 m.  
 C) 19,4 m.  
 D) 23,4 m.  
 E) 30,4 m.

06. (UEPA) Um avião de salvamento foi utilizado para lançar dois botes autoinfláveis contendo kits de sobrevivência para um grupo de náufragos. Admita que os botes tenham caído exatamente na posição dos náufragos e que o lançamento tenha sido feito a partir de uma altura de 45 m. Sabendo-se que, no momento do lançamento o avião deslocava-se horizontalmente a uma velocidade de 108 km/h, a distância horizontal percorrida pelos botes desde o seu lançamento até a sua chegada à superfície da água, em metros, foi igual a:

**Dado:** Aceleração da Gravidade =  $10 \text{ m/s}^2$ .

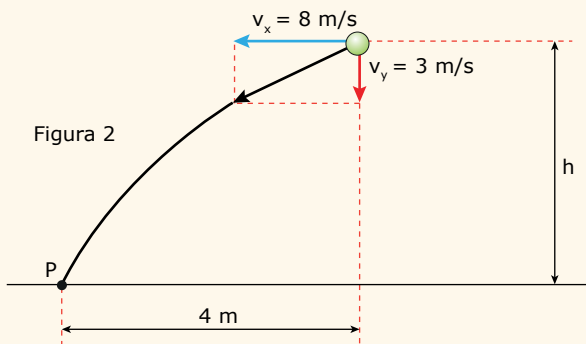
- A) 60.                                        C) 80.                                        E) 100.  
 B) 70.                                        D) 90.

07. (UFTM-MG) Num jogo de vôlei, uma atacante acerta uma cortada na bola no instante em que a bola está parada numa altura  $h$  acima do solo. Devido à ação da atacante, a bola parte com velocidade inicial  $V_0$ , com componentes horizontal e vertical, respectivamente em módulo,  $V_x = 8 \text{ m/s}$  e  $V_y = 3 \text{ m/s}$ , como mostram as figuras 1 e 2.



Após a cortada, a bola percorre uma distância horizontal de 4 m, tocando o chão no ponto P.





Considerando que durante seu movimento a bola ficou sujeita apenas à força gravitacional e adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , a altura  $h$ , em m, onde ela foi atingida é

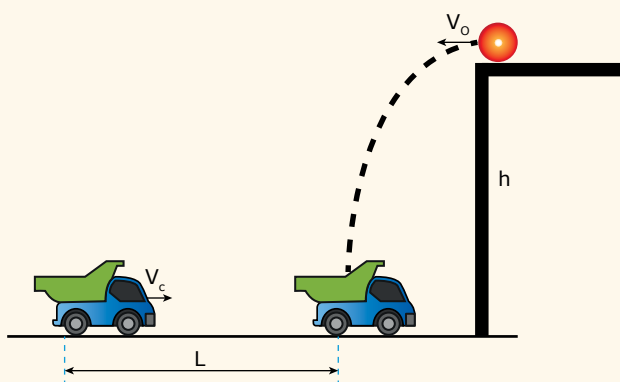
- A) 2,25.
- B) 2,50.
- C) 2,75.
- D) 3,00.
- E) 3,25.

08. (UEA-AM-2016) Em um planeta X, uma pessoa descobre que pode pular uma distância horizontal máxima de 20,0 m se sua velocidade escalar inicial for de 4,0 m/s.

Nessas condições, a aceleração de queda livre no planeta X, em  $10^{-1} \text{ m/s}^2$ , é igual a

- A) 10,0.
- B) 8,0.
- C) 6,0.
- D) 4,0.
- E) 2,0.

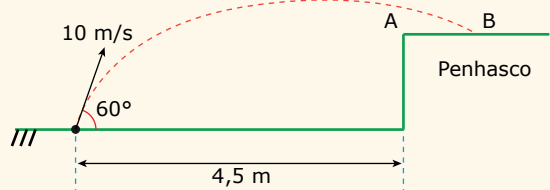
09. (FMABC-SP) Uma esfera é lançada com velocidade inicial  $v_0$  do alto de uma plataforma horizontal de altura  $h$ , num local onde a aceleração da gravidade vale  $g$  e deve cair no interior da caçamba de um caminhão que, partindo de um dado ponto, vai percorrer uma distância  $L$ , num plano horizontal, com velocidade constante  $v_c$ . A velocidade  $v_c$  do caminhão em função de  $L$ ,  $g$  e  $h$  será dada por:



- A)  $v_c = L \sqrt{\frac{g}{2h}}$
- B)  $v_c = L \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- C)  $v_c = L \sqrt{\frac{h}{g}}$
- D)  $v_c = 2g \sqrt{\frac{L}{h}}$
- E)  $v_c = 2L \sqrt{\frac{g}{h}}$

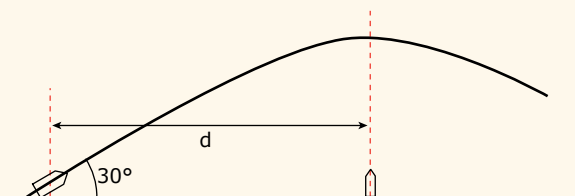
10. (Unifor-CE-2016) Uma partícula é lançada do solo a uma velocidade inicial de 10,0 m/s, com um ângulo de  $60^\circ$  acima da horizontal, atingindo o alto de um penhasco que encontra-se a 4,5 m de distância do lançamento, caindo em uma superfície plana e horizontal em 1,0 segundo, exatamente no ponto B, conforme figura a seguir. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade no local como sendo  $10,0 \text{ m/s}^2$ , determine a distância AB, da borda do penhasco ao ponto onde a partícula caiu, em metros.

Adote  $\cos 60^\circ = 0,5$  e  $\sin 60^\circ = 0,8$ .



- A) 0,5
- B) 0,8
- C) 1,2
- D) 1,6
- E) 2,0

11. (UFU-MG) Em um dado instante  $t_0$ , um míssil é lançado do solo, com velocidade inicial de 120 m/s formando um ângulo de  $30^\circ$  em relação ao plano horizontal. Um lançador de antimísseis está posicionado a certa distância  $d$ , conforme a figura.



O valor de  $d$  é igual à posição horizontal em que o míssil atinge seu ponto mais alto na trajetória. Alguns instantes após o lançamento do míssil, um antimíssil é lançado verticalmente com velocidade  $v_{0A}$ .

Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , despreze velocidade a resistência do ar e considere tanto o míssil quanto o antimíssil como pontos materiais.

**Dado:**  $\sqrt{3} = 1,7$ .

Com base nessas informações, faça o que se pede.

- A) Determine o valor da posição horizontal  $d$ .
- B) Calcule em que instante após o lançamento do míssil, o antimíssil deve ser lançado para atingir o míssil com uma velocidade de 80 m/s.

**12.** (UFG-GO) Um torcedor sentado na arquibancada, a uma altura de 2,2 m em relação ao nível do campo, vê um jogador fazer um lançamento e percebe que a bola permaneceu por 2,0 segundos acima do nível em que se encontra. Considerando-se que o ângulo de lançamento foi de 30°, calcule

**Dados:**

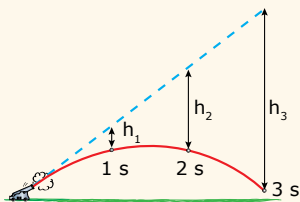
$g = 10 \text{ m/s}^2$ ;

$\sqrt{3} \approx 1,7$ .

- A) a velocidade de lançamento da bola;
- B) o alcance do lançamento da bola.

## SEÇÃO ENEM

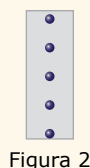
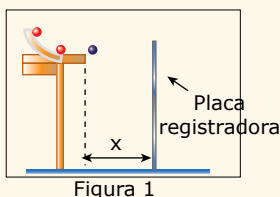
**01.** O estudo do movimento dos corpos lançados obliquamente sofreu grande impulso com a invenção dos canhões, uma vez que era necessário determinar com precisão o local onde os projéteis cairiam. A figura a seguir representa com uma linha pontilhada a trajetória de uma bala de canhão, caso o campo gravitacional fosse nulo, e representa com uma linha cheia a trajetória e a posição dos projéteis, depois de 1 s, 2 s e 3 s de lançamento, caso não houvesse resistência do ar. As alturas  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$  representadas na figura têm valores, respectivamente, iguais a (Considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .)



**Observação:** o desenho não se encontra em escala.

- A) 1 m, 2 m e 3 m.
- B) 5 m, 20 m e 45 m.
- C) 10 m, 20 m e 30 m.
- D) 15 m, 25 m e 40 m.
- E) 15 m, 30 m e 45 m.

**02.** Uma esfera é lançada horizontalmente de uma mesa, sempre com a mesma velocidade, e atinge o solo a uma distância horizontal  $D$  da borda da mesa. Uma placa vertical pode ser posicionada a uma distância  $x$  dessa borda ( $0 < x < D$ ), de modo a registrar as posições verticais de queda da esfera (figura 1). Em uma sequência de lançamentos, o prof. Ênnio, variando a posição  $x$  da placa, obteve o registro das posições verticais de queda da esfera, mostrada na figura 2.



Analisando o registro das posições verticais de queda da esfera, podemos afirmar que

- A) as medidas não foram feitas com precisão, uma vez que mostrou a esfera percorrendo distâncias iguais, como se seu movimento fosse uniforme.
- B) o registro está incorreto, uma vez que o movimento da esfera é uma composição de dois movimentos independentes e acelerados.
- C) se a placa for deslocada horizontalmente em intervalos de distâncias iguais ( $x, 2x, 3x, \dots$ ), a distância vertical de queda também será proporcional.
- D) as posições registradas podem estar corretas, desde que os deslocamentos horizontais feitos pela placa tenham sido cada vez menores.
- E) o resultado do registro mostrado na figura 2 somente seria possível se a placa estivesse colocada na posição horizontal.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. D
- 03. B
- 04. A
- 05. A
- 06. A
- 07. C
- 08. B

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. C
- 03. C
- 04. A
- 05. D
- 06. D
- 07. C
- 08. B
- 09. A
- 10. A
- 11.
  - A)  $d = 612 \text{ m}$
  - B)  $t = 4 \text{ s}$
- 12.
  - A)  $v_0 = 24 \text{ m/s}$
  - B)  $d = 49 \text{ m}$

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. D



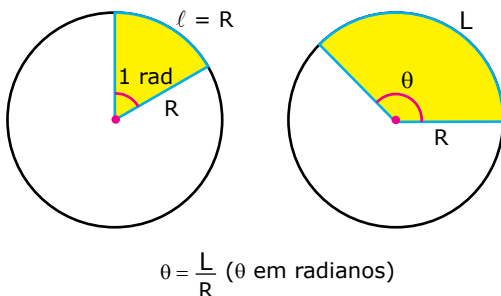
Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Movimento Circular

Nos módulos anteriores, estudamos as propriedades fundamentais dos movimentos retilíneos, utilizando grandezas como distância percorrida, deslocamento, velocidade e aceleração para caracterizá-los. Neste módulo, discutiremos algumas grandezas que nos auxiliam na descrição e na caracterização dos movimentos curvilíneos. Esses movimentos estão presentes em várias situações de nosso dia a dia e em muitos dispositivos: uma bola lançada obliquamente, os carros realizando uma curva em uma estrada e as engrenagens das máquinas são alguns exemplos de corpos que descrevem movimentos curvilíneos.

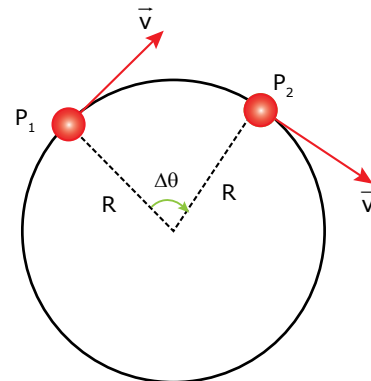
### VELOCIDADE ANGULAR

Um objeto pode girar mais rapidamente que outro. O ponteiro de segundos de um relógio gira mais rápido que o de minutos, e este, mais rápido que o de horas. Para estudarmos o movimento circular, é necessário definir uma grandeza que meça essa "rapidez" de giro, que é a velocidade angular. Antes de defini-la, devemos lembrar o conceito de medidas de ângulo, tanto em graus quanto em radianos. Um grau ( $^\circ$ ) é definido como  $1/360$  do ângulo total de uma circunferência. Um radiano (rad) é a medida do ângulo central de uma circunferência que determina um arco de comprimento  $\ell$ , igual ao raio  $R$  da mesma circunferência. A figura a seguir mostra, na primeira imagem, um ângulo de 1 radiano. Na segunda imagem, temos um ângulo genérico  $\theta$ . A relação entre esse ângulo, o comprimento do arco e o raio da circunferência também é apresentada.



Se você amarrar um barbante a uma pedra e marcar dois pontos nesse barbante (o ponto A, mais externo, e o ponto B, mais interno), ao colocar a pedra para girar, notará algo imediatamente:

o ponto mais externo percorrerá uma trajetória de comprimento maior que o comprimento da trajetória do outro ponto apesar de ambos descreverem o mesmo ângulo central no mesmo intervalo de tempo. Isso nos mostra que precisamos de uma grandeza para descrever a velocidade de giro (velocidade angular) e de outra para descrever a velocidade com a qual a trajetória (circular) é percorrida (velocidade linear).



A figura anterior mostra uma partícula, em movimento circular, passando por uma posição  $P_1$ , em um instante  $t_1$ , e por uma posição  $P_2$ , em um instante  $t_2$ . Nesse intervalo de tempo,  $\Delta t$ , o ângulo central variou de  $\Delta\theta$ . Definimos a **velocidade angular** ( $\omega$ ) como a razão entre  $\Delta\theta$  e  $\Delta t$ :

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

A razão entre o comprimento da trajetória percorrida pela partícula, para mover-se da posição  $P_1$  até a posição  $P_2$ , e o intervalo de tempo  $\Delta t$  determina o valor da velocidade linear  $v$  ( $v = \Delta s / \Delta t$ ), também denominada velocidade escalar ou tangencial. Intuitivamente, sabemos que há uma relação entre as velocidades angular e linear de um corpo, pois, quanto maior for a velocidade angular de um corpo, maior será o ângulo percorrido por ele em certo tempo e maior será, também, o comprimento da trajetória percorrida por ele durante esse tempo.

Na verdade, como esse comprimento é proporcional ao ângulo, temos que a velocidade linear de um corpo é diretamente proporcional à velocidade angular dele. A relação entre as velocidades angular e linear de um corpo, em movimento circular, pode ser expressa por:

$$v = \omega R$$

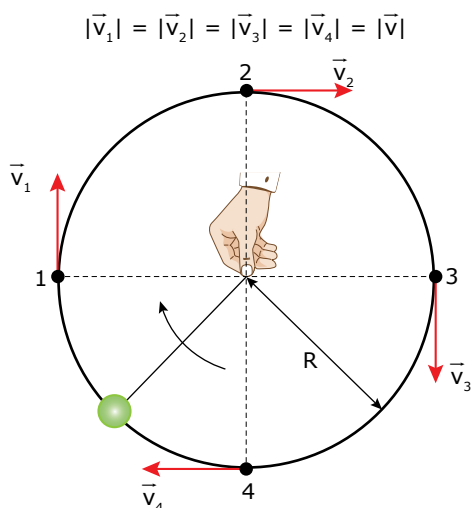
## MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME



Se uma partícula executa um movimento cuja trajetória é uma circunferência e cujo módulo da velocidade linear é constante, dizemos que essa partícula executa um Movimento Circular Uniforme (MCU). Isso ocorre, por exemplo, com os ponteiros de um relógio ou com as engrenagens encontradas em diversos dispositivos.

O movimento da Terra ao redor do Sol também pode ser considerado, com boa aproximação, um movimento circular uniforme. Uma característica desse movimento é o fato de o vetor velocidade apresentar módulo constante, apesar de sua direção variar continuamente, como mostra a figura seguinte. Também é constante o módulo da velocidade angular  $\omega$ .

Outra característica do movimento circular é o fato de ele ser cíclico, ou seja, depois de um determinado intervalo de tempo, a partícula volta a ocupar a mesma posição, sob as mesmas condições, e assim o movimento se repete.



No MCU, os módulos das velocidades angular e linear são constantes. Já a direção do vetor velocidade linear é variável.

Dois grandezas complementares são muito importantes para caracterizarmos o MCU; são elas: o **período (T)** e a **frequência (f)**. Período é o intervalo de tempo necessário para que um corpo, em MCU, efetue uma volta completa em torno de uma circunferência. Por exemplo, o período de revolução da Terra ao redor do Sol é de 1 ano, o período de um ponteiro de segundos é de 1 minuto, o período da broca de uma furadeira elétrica é da ordem de 0,01 s, etc.

Já a frequência está associada ao número de voltas efetuadas pela partícula a cada unidade de tempo.

Por exemplo, se você amarrar um barbante a uma pedra e girá-los, de modo que eles efetuem um MCU, obrigando a pedra a efetuar 50 voltas em 10 s, a frequência desse movimento será de 5 voltas/segundo ou 5 hertz (5 Hz). Por definição, 1 hertz representa uma volta ou revolução por segundo. O hertz é a unidade de frequência utilizada pelo Sistema Internacional de Unidades.

De acordo com as definições de período e de frequência apresentadas, no MCU, uma volta completada está para um intervalo de tempo igual a T, assim como f voltas completadas estão para um intervalo de tempo unitário (1 s, 1 min, 1 h, etc.).

Portanto, podemos escrever a seguinte igualdade de razões e deduzir uma equação de recorrência entre T e f:

$$\frac{1}{T} = \frac{f}{1} \quad T = \frac{1}{f}$$

Há, também, uma relação entre a velocidade angular de um corpo em MCU e a frequência desse movimento. Ao efetuar uma volta completa, o corpo descreve um ângulo de  $2\pi$  radianos em um intervalo de tempo T (período do movimento).

Logo, utilizando a definição de velocidade angular e a relação entre o período e a frequência, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = 2\pi f$$

Naturalmente, há, também, uma relação entre a velocidade linear e a frequência. Lembrando que, durante um período T, uma partícula em movimento circular uniforme de raio R percorre um perímetro igual a  $2\pi R$  e, usando a definição da velocidade linear, concluímos que o módulo dessa velocidade é dado por:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf$$

Comparando essa equação com a equação da velocidade angular, obtida anteriormente, obtemos a seguinte expressão de recorrência entre essas duas velocidades:

$$v = \omega R$$

Há outra forma de deduzir essa relação, que consiste em dividir os dois lados da equação  $L = \theta R$ , definida no início deste texto, pelo intervalo de tempo  $\Delta t$ . Lembrando que  $v = L/\Delta t$  e que  $\omega = \theta/\Delta t$ , obtemos a relação desejada.

Quando você realizar cálculos com a relação  $v = \omega R$ , lembre-se de que o ângulo usado na medida de  $\omega$  deve estar em radianos.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**01.** Uma roda de bicicleta de raio 0,30 m executa 20 voltas em 5,0 s. Determinar  $v$  na extremidade da roda.

Resolução:

I. A frequência do movimento pode ser calculada dividindo-se o número de voltas efetuadas pelo intervalo de tempo gasto:

$$f = 20 \text{ voltas} / 5,0 \text{ segundos} =$$

$$f = 4,0 \text{ voltas/segundo} = 4,0 \text{ hertz} = 4,0 \text{ Hz}$$

II. O valor do período pode ser calculado utilizando a

equação  $T = \frac{1}{f}$ . Dessa forma, temos:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4} \text{ s} \Rightarrow T = 0,25 \text{ s}$$

III. A velocidade angular da roda pode ser calculada utilizando a relação:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 4$$

$$\omega = 8\pi \text{ rad/s} = 1\,440^\circ/\text{s}$$

IV. A velocidade linear de um ponto da extremidade da roda pode ser determinada a partir da relação  $v = \omega R$ .

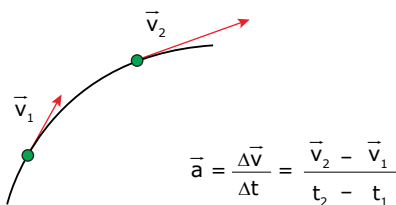
Dessa forma, temos:

$$v = \omega R = 8\pi \cdot 0,30$$

$$v = 2,4\pi \text{ m/s} \approx 7,5 \text{ m/s}$$

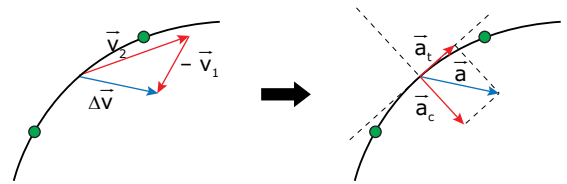
## ACELERAÇÃO VETORIAL: TANGENCIAL E CENTRÍPETA

O vetor aceleração  $\vec{a}$  apresenta valor não nulo sempre que a velocidade varia, pois, como foi discutido nos módulos anteriores, o conceito de aceleração está associado à **mudança de velocidade**. Devemos agora ampliar o significado do trecho em negrito para **mudança no vetor velocidade**, pois sabe-se que a velocidade é uma grandeza vetorial, podendo sofrer mudanças de módulo, direção ou sentido.



A figura anterior representa o vetor velocidade  $\vec{v}$  de uma partícula em dois instantes diferentes, nos quais tanto o módulo quanto a direção do vetor velocidade sofrem alterações. Para determinarmos o vetor aceleração média, entre os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , devemos determinar o vetor variação da velocidade  $\Delta\vec{v}$ , que é obtido por meio da subtração entre os vetores  $\vec{v}_2$  e  $\vec{v}_1$ , e, então, tomarmos a razão entre o vetor  $\Delta\vec{v}$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$ .

Veja a ilustração que se segue:



Observe que o vetor  $\vec{a}$  tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor  $\Delta\vec{v}$  e pode ser decomposto em suas componentes ortogonais, aceleração tangencial ( $\vec{a}_t$ ) e aceleração centrípeta ( $\vec{a}_c$ ). Sabemos que:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c \text{ e } a^2 = a_t^2 + a_c^2$$

O vetor aceleração total está associado ao vetor força resultante, conforme veremos em outro momento dos nossos estudos. Por ora, vamos apenas associar o vetor  $\vec{a}_t$  à mudança no módulo do vetor velocidade, e o vetor  $\vec{a}_c$  à mudança de direção do vetor velocidade.

Veja o quadro a seguir, que associa o tipo de movimento às acelerações que nele atuam.

Tipo de movimento	$a$	$\vec{a}_t$	$\vec{a}_c$
Retilíneo Uniforme	-	-	-
Circular Uniforme	x	-	x
Retilíneo Uniformemente Variado	x	x	-
Circular Uniformemente Variado	x	x	x

1. Características do vetor  $\vec{a}_c$ :

**Módulo:**  $a_c = \frac{v^2}{R}$  (em que  $v$  é a velocidade linear e  $R$  é o raio de curvatura da trajetória);

**Direção:** perpendicular à velocidade;

**Sentido:** para dentro da curva.

2. Características do vetor  $\vec{a}_t$ :

**Módulo:**  $\frac{\Delta v}{t}$  (em que  $\Delta v$  é a variação do módulo da velocidade linear e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo em que ocorre essa variação);

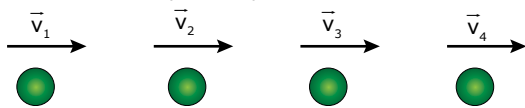
**Direção:** tangente à trajetória;

**Sentido:** no sentido do movimento, se a velocidade linear for crescente em módulo; e em sentido oposto ao movimento, se essa velocidade for decrescente em módulo.

Para visualizar as direções e os sentidos dos vetores velocidade e aceleração, veja as figuras a seguir, que ilustram os casos listados na tabela anterior.

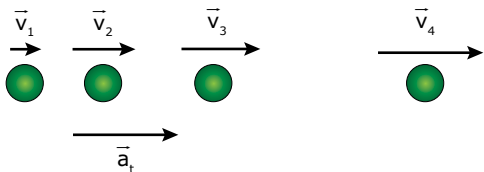
**1º caso:** Movimento Retilíneo Uniforme (MRU).

$$\vec{a}_t = 0; \vec{a}_c = 0; \vec{a} = 0$$



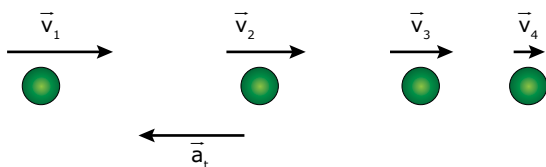
**2º caso:** Movimento Retilíneo Acelerado (MRA).

$$\vec{a}_t \neq 0; \vec{a}_c = 0; \vec{a} \neq 0$$



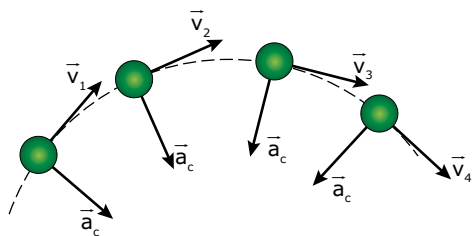
**3º caso:** Movimento Retilíneo Retardado (MRR).

$$\vec{a}_t \neq 0; \vec{a}_c = 0; \vec{a} \neq 0$$



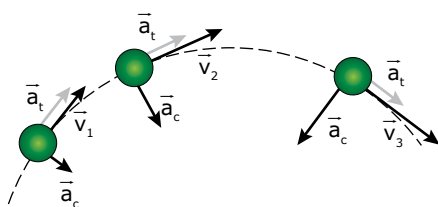
**4º caso:** Movimento Circular Uniforme (MCU).

$$\vec{a}_t = 0; \vec{a}_c \neq 0; \vec{a} \neq 0 (\vec{a}_c \perp \vec{v})$$



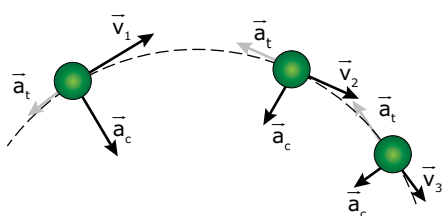
**5º caso:** movimento circular com velocidade crescente em módulo, ou simplesmente Movimento Circular Acelerado (MCA).

$$\vec{a}_t \neq 0; \vec{a}_c \neq 0; \vec{a} \neq 0$$



**6º caso:** movimento circular com velocidade decrescente em módulo, ou simplesmente Movimento Circular Retardado (MCR).

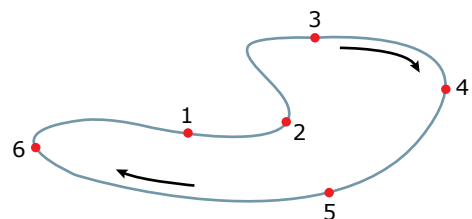
$$\vec{a}_t \neq 0; \vec{a}_c \neq 0; \vec{a} \neq 0$$



## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** A figura a seguir mostra o trajeto do circuito de um autódromo. Nele, estão assinaladas seis posições, representadas pelos números de 1 a 6. Considere um carro de corrida movendo-se no sentido 1 → 2 → ... 6. As características do movimento do carro em cada uma das posições assinaladas no circuito são representadas no quadro seguinte:

Posição	Trajetória	Módulo da velocidade
1	Retilínea	Decrescente
2	Curvilínea	Constante
3	Retilínea	Crescente
4	Curvilínea	Crescente
5	Retilínea	Crescente
6	Curvilínea	Decrescente



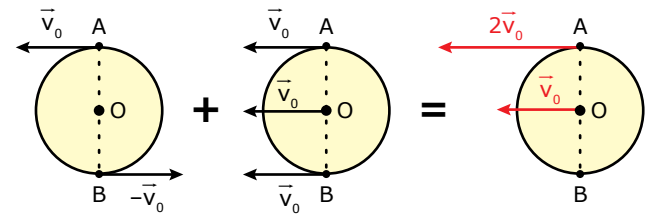
Para cada uma das posições assinaladas, representar os vetores velocidade  $\vec{v}$ , aceleração tangencial  $\vec{a}_t$  e aceleração centrípeta  $\vec{a}_c$  do carro. Justificar as representações.

Resolução:

No quadro a seguir, representamos os vetores  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}_t$  e  $\vec{a}_c$  em cada uma das posições do circuito e justificamos as respectivas representações. O vetor velocidade  $\vec{v}$  é sempre tangente à trajetória e possui o mesmo sentido do movimento, como representado nas figuras a seguir:

Trecho	Justificativa
	Não há aceleração centrípeta atuando sobre o carro nessa posição, pois o trecho é retilíneo. Como o módulo da velocidade diminui, há uma aceleração tangencial atuando sobre o carro em sentido oposto ao do vetor velocidade.
	Não há aceleração tangencial atuando sobre o carro nessa posição, pois o módulo da velocidade permanece constante. Como o carro está efetuando uma curva, há uma aceleração centrípeta atuando sobre ele, cuja direção é perpendicular ao vetor velocidade e cujo sentido é para dentro da curva.
	Nessa posição, não há aceleração centrípeta atuando sobre o carro, pois o trecho é retilíneo. Como o módulo da velocidade aumenta, há uma aceleração tangencial atuando sobre o carro no mesmo sentido do vetor velocidade.

	<p>O módulo da velocidade do carro aumenta. Logo, há uma aceleração tangencial atuando sobre ele no mesmo sentido do vetor velocidade. Como o carro está efetuando uma curva, há, também, uma aceleração centrípeta atuando sobre ele, cuja direção é perpendicular ao vetor velocidade e cujo sentido é para dentro da curva.</p>
	<p>Não há aceleração centrípeta atuando sobre o carro nessa posição, pois o trecho é retilíneo. Como o módulo da velocidade aumenta, há uma aceleração tangencial atuando sobre o carro no mesmo sentido do vetor velocidade.</p>
	<p>O módulo da velocidade do carro diminui. Logo, há uma aceleração tangencial atuando sobre o carro em sentido oposto ao do vetor velocidade. Como o carro está efetuando uma curva, há, também, uma aceleração centrípeta atuando sobre ele, cuja direção é perpendicular ao vetor velocidade e cujo sentido é para dentro da curva.</p>



Movimento dos pontos A e B devido à rotação + Movimento dos pontos A e B devido à translação = Movimento resultante

Como não existe deslizamento entre o pneu e o solo, a velocidade do ponto B em relação ao solo é nula, pois, nesse ponto, os vetores velocidade, devido aos movimentos de rotação e translação, anulam-se mutuamente. Para o ponto A, os efeitos dos vetores se somam e, por esse motivo, o módulo da velocidade relativa desse ponto é duas vezes maior que o módulo da velocidade de translação do carro. Quando registramos esse movimento fotograficamente, os pontos de menor velocidade (próximos ao ponto B) aparecem nítidos, e os pontos de maior velocidade (próximos ao ponto A) aparecem borrados.

## MOVIMENTO DE CORPOS ROLANTES

É um fato conhecido que quando um pneu rola sobre o solo, sem deslizar sobre ele, os pontos do pneu que tocam o solo estão em repouso em relação a este. Esse estranho fato pode ser comprovado por meio de uma fotografia do pneu de um carro em movimento, na qual vemos nitidamente que as letras que aparecem no pneu estão bem nítidas na parte de baixo dele (próximo ao solo), indicando baixa velocidade dos pontos do pneu próximo ao solo, ao passo que a parte de cima do pneu aparece com as letras "borradas", indicando que a velocidade dos pontos dele na parte de cima é grande.

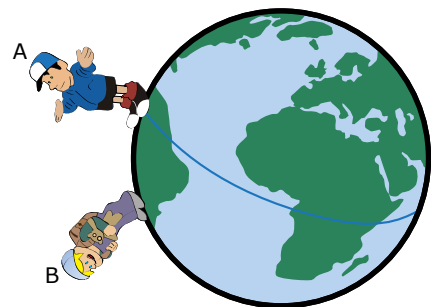


Suponhamos que o carro tenha uma velocidade  $v_0$  em relação ao solo e marquemos dois pontos, A e B, na parte superior e inferior do pneu, respectivamente.

Podemos compreender o fato descrito utilizando o estudo da composição de movimentos realizado no módulo anterior. Os pontos A e B estão sujeitos a dois tipos de movimento, um movimento de rotação, devido à rotação do eixo da roda, e um movimento de translação, devido ao movimento de translação do carro. O movimento resultante dos pontos A e B é a composição desses dois movimentos, como mostra a figura a seguir.

## Movimento de um corpo rígido

Em muitas situações, temos de analisar o movimento circular de um corpo rígido girando, como uma roda-gigante, ou um carrossel de um parque de diversões. Nesses casos, todos os pontos do corpo, apesar de estarem a diferentes distâncias do centro, giram solidariamente, efetuando um giro completo no mesmo intervalo de tempo, ou seja, todos os pontos do corpo possuem a mesma velocidade angular. Um bom exemplo dessa situação é a Terra. Considere a figura a seguir, que mostra duas pessoas, A e B, sobre a superfície da Terra, uma sobre a Linha do Equador e outra sobre a Linha do Trópico de Capricórnio. Vejamos como se relacionam o período (T), a velocidade angular ( $\omega$ ), a velocidade linear (v), a aceleração centrípeta ( $a_c$ ) e a aceleração tangencial ( $a_t$ ) que atuam sobre as pessoas A e B no movimento de rotação da Terra.



- Período T: As duas pessoas encontram-se sobre a superfície da Terra, que completa uma volta em torno de seu próprio eixo a cada 24 h. Consequentemente, todas as pessoas que se encontram sobre a Terra completarão uma volta em torno do eixo dela nesse mesmo intervalo de tempo. Logo, as pessoas A e B possuem o mesmo período de movimento.

- **Velocidade angular ( $\omega$ ):** A velocidade angular é uma grandeza que mede a rapidez de giro de um objeto, definida matematicamente como o ritmo no qual o ângulo central da posição do objeto varia. Como as duas pessoas descrevem o mesmo ângulo no mesmo intervalo de tempo, suas velocidades angulares serão iguais.
- **Velocidade linear ( $v$ ):** A velocidade linear depende da distância percorrida e do intervalo de tempo gasto para percorrê-la. Como o raio da circunferência descrita pela pessoa A é maior que o raio da circunferência descrita pela pessoa B, e como as duas pessoas descrevem as respectivas circunferências no mesmo intervalo de tempo, a velocidade linear de A será maior que a de B.
- **Aceleração centrípeta ( $a_c$ ):** O módulo da aceleração centrípeta de um corpo em movimento circular é dado por  $a_c = v^2/R = \omega^2 R$ . Como as duas pessoas estão sujeitas à mesma velocidade angular, o módulo da aceleração centrípeta que atua sobre as pessoas será diretamente proporcional ao raio de suas respectivas trajetórias. Logo, a aceleração centrípeta que atua sobre a pessoa A é maior do que a que atua sobre a pessoa B.
- **Aceleração tangencial ( $a_t$ ):** O módulo da aceleração tangencial que atua sobre um corpo está associado à mudança no módulo do vetor velocidade desse mesmo corpo. Como as duas pessoas estão descrevendo um MCU, o módulo da velocidade linear delas permanece constante. Consequentemente, a aceleração tangencial que atua sobre as duas pessoas é nula.

Dessa forma, temos:

$$v_A = v_B = \omega_A R_A = \omega_B R_B$$

Considerando a figura anterior, temos que  $R_A > R_B$ . Logo,  $\omega_A < \omega_B$ , ou seja, o disco B gira mais rápido que o disco A. Consequentemente, a frequência do disco A é menor que a frequência do disco B. Em outras palavras, como  $v/R = \omega = 2\pi f$ , e lembrando que  $v$  é constante, concluímos que a velocidade angular  $\omega$  e a frequência  $f$  são inversamente proporcionais ao raio. Assim, por exemplo, se na figura anterior  $R_A$  for igual a  $2R_B$ , então,  $f_A$  será igual a  $f_B/2$ . No caso de engrenagens, em que o acoplamento se dá por encaixe entre os dentes, o raciocínio é o mesmo. Como última nota sobre esse tipo de transmissões de movimentos, é importante perceber que os dois discos (ou engrenagens) giram em sentidos opostos, como pode ser observado na figura anterior.

### Transmissão por correia

Quando a transmissão de movimento circular de um disco a outro se dá por meio do uso de correias, os dois discos, assim como no caso de transmissão por contato, apresentam a mesma velocidade linear. A condição para isso ocorrer é a de que não haja deslizamento entre os discos e a correia.

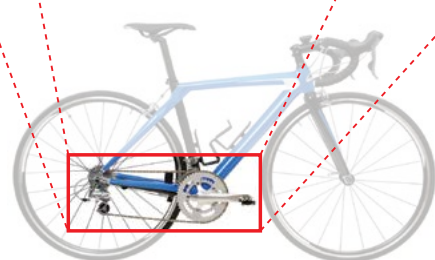
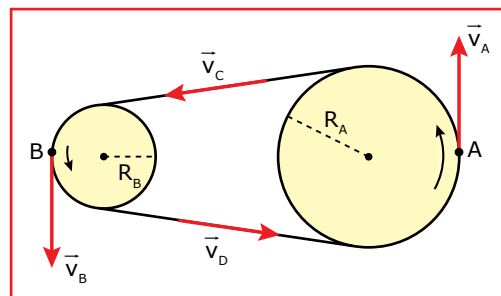


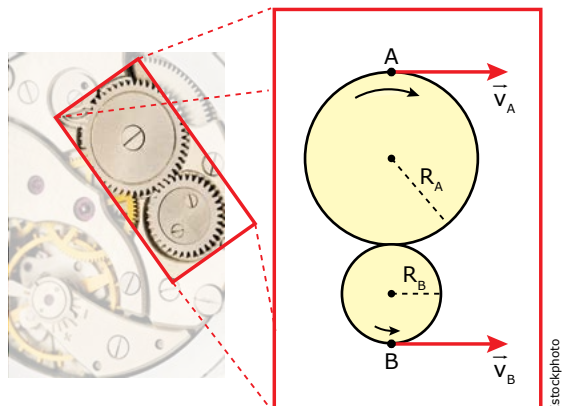
Foto: steamroller\_blues / Shutterstock

## TRANSMISSÃO DE VELOCIDADES NO MOVIMENTO CIRCULAR

É muito comum a transmissão do movimento circular de um disco (ou de uma roldana, ou de uma polia) a outro objeto por meio do contato direto entre eles ou por meio do uso de correias ou de eixos. A seguir, discutiremos cada um desses casos.

### Transmissão por contato

Quando há transmissão de movimento circular de um disco a outro por meio do contato direto entre eles, os dois discos apresentam a mesma velocidade linear desde que não haja deslizamento entre eles.



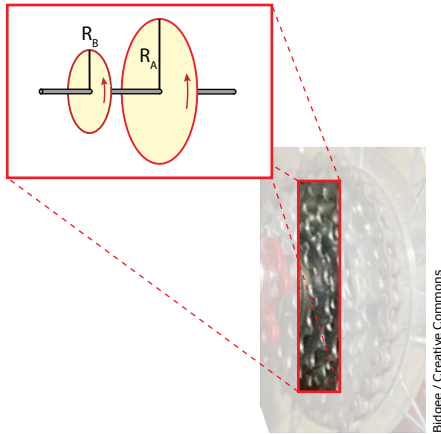
Istockphoto

Naturalmente, como a velocidade escalar  $v$  é constante, a mesma proporção inversa entre  $f$  (ou  $\omega$ ) e  $R$ , que deduzimos na transmissão por contato, também é verificada na transmissão por correia. Por isso, quando pedalamos uma bicicleta, impondo uma frequência  $f_A$  na coroa (disco A), aparece uma frequência  $f_B$  maior para a catraca (disco B). Por exemplo, para  $R_A = 2R_B$ , temos  $f_B = 2f_A$ .

### Transmissão por eixo

Nesse tipo de acoplamento, todas as engrenagens encontram-se presas a um único eixo que, ao girar, faz com que essas engrenagens girem com a mesma velocidade angular. Consequentemente, as engrenagens apresentarão, também, a mesma frequência de rotação que o eixo.





Sendo assim, temos que:

$$\omega_A = \omega_B \quad \frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$

Essa equação mostra que a velocidade escalar  $v$  e o raio  $R$  do disco são grandezas diretamente proporcionais. Por exemplo, na figura anterior, veja que  $A$  é um ponto na periferia de uma roda dentada maior e que  $B$  é um ponto na periferia de uma roda dentada menor.

Então,  $R_A > R_B$ . Consequentemente,  $v_A > v_B$ . Podemos estender esse raciocínio para um ponto na periferia do pneu. Quanto maior for o raio do pneu em relação ao raio das rodas dentadas centrais (catracas), maior será o aumento da velocidade. Na verdade, a velocidade escalar na periferia do pneu representa a própria velocidade de translação da bicicleta. Por isso, para proporcionar maiores velocidades, os diâmetros dos pneus de bicicletas são, em geral, muito grandes.



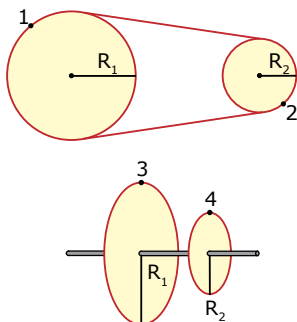
**Transmissão do movimento circular**

Esse objeto digital explica como ocorre cada um dos três tipos de transmissão do Movimento Circular. Fique atento para perceber o que os diferencia e as grandezas que se conservam em cada um deles. Boa atividade!

M50D

**EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

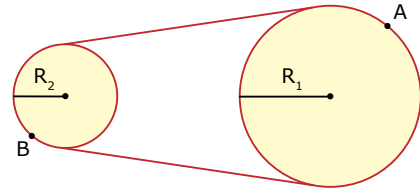
**03.** As figuras a seguir mostram duas polias de raios  $R_1$  e  $R_2$  que apresentam movimento circular uniforme. As polias são conectadas uma a outra por dois tipos de acoplamentos: por correia e por eixo.



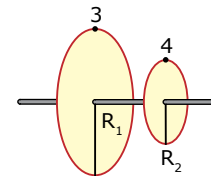
Os pontos 1, 2, 3 e 4 são pontos pertencentes às extremidades das polias. Sobre o valor da aceleração centrípeta ( $a_c$ ) desses pontos, é correto afirmar que

- A)  $a_{c1} < a_{c2}$  e  $a_{c3} < a_{c4}$ .
- B)  $a_{c1} < a_{c2}$  e  $a_{c3} > a_{c4}$ .
- C)  $a_{c1} > a_{c2}$  e  $a_{c3} > a_{c4}$ .
- D)  $a_{c1} > a_{c2}$  e  $a_{c3} < a_{c4}$ .

Resolução:



No acoplamento por correia, temos que  $v_1 = v_2$ . Observando a figura, podemos concluir que  $R_1 > R_2$ . Como  $a_c = v^2/R$  e sendo  $v_1 = v_2$ , temos que a aceleração centrípeta é inversamente proporcional ao raio da polia. Logo, como  $R_1 > R_2$ , temos que  $a_{c1} < a_{c2}$ .



No acoplamento por eixo, temos que  $\omega_3 = \omega_4$ . A partir da figura, podemos concluir que  $R_1 > R_2$ . Sendo  $v = \omega R$ , temos que  $a_c = v^2/R = (\omega R)^2/R = \omega^2 R$ . Como  $\omega_3 = \omega_4$ , temos que a aceleração centrípeta será diretamente proporcional ao raio das polias. Logo, sendo  $R_1 > R_2$ , temos que  $a_{c3} > a_{c4}$ . Dessa forma, a alternativa correta é a B.

**04.**

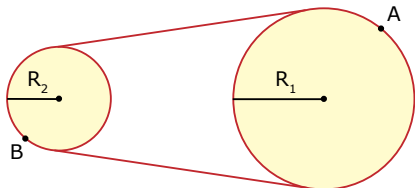


A figura anterior mostra uma antiga bicicleta, na qual estão marcados os pontos A, B e C. O ponto A encontra-se na periferia da coroa, o ponto B, na periferia da catraca, e o ponto C encontra-se na periferia da roda traseira. Sejam  $f_A = 1$  Hz a frequência do movimento descrito pelo ponto A, e  $R_A = 10$  cm,  $R_B = 2,5$  cm e  $R_C = 40$  cm os raios das circunferências descritas pelos respectivos pontos.

- A) Determinar qual dos três pontos, A, B ou C, está sujeito à maior aceleração centrípeta.
- B) Determinar o módulo da velocidade de translação da bicicleta.

Resolução:

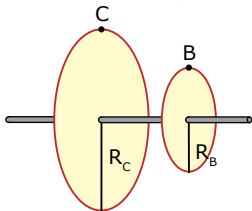
- A) Inicialmente, vamos isolar a coroa e a catraca, onde se encontram os pontos A e B.



A frequência do movimento descrito pelo ponto A é de 1 Hz, e o raio da circunferência descrita por ele é de 10 cm, isto é, 0,1 m. Logo, o módulo de sua velocidade linear é  $v_A = 2\pi Rf = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 1 = 0,2\pi$  m/s. Como a coroa e a catraca encontram-se interligadas por uma corrente e ela passa pela periferia das peças, podemos concluir que todos os pontos das periferias da coroa e da catraca possuem a mesma velocidade escalar, 0,2π m/s.

Como o valor de v é o mesmo para os pontos A e B, podemos concluir que a frequência dos movimentos descritos por esses pontos será inversamente proporcional aos raios de suas trajetórias, isto é,  $R_A f_A = R_B f_B$ . Como o raio da catraca é 4 vezes menor que o raio da coroa, a frequência do movimento descrito pelo ponto B será quatro vezes maior do que a do movimento descrito pelo ponto A. Logo,  $f_B = 4$  Hz.

A catraca e a roda da bicicleta estão conectadas pelo mesmo eixo, como mostra a figura a seguir.



Isso significa que a frequência do movimento descrito pela roda C também será de 4 Hz. A relação  $v = 2\pi Rf$  nos mostra que, sendo a frequência constante,  $v \propto R$ . Logo, como o ponto C está a uma distância 16 vezes maior do eixo que o ponto B, sua velocidade linear será 16 vezes maior que a do ponto B, ou seja:

$$v_c = 3,2\pi \text{ m/s.}$$

O módulo da aceleração centrípeta a que estão submetidos os pontos A, B e C da coroa, da catraca e da roda da bicicleta, respectivamente, podem ser calculados por meio da relação:

$$a_c = \omega^2 R \text{ ou } a_c = (2\pi f)^2 R = 4\pi^2 f^2 R$$

Logo:

$$a_{c_A} = 4\pi^2 \cdot 1^2 \cdot 0,10 = 0,4\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{c_B} = 4\pi^2 \cdot 4^2 \cdot 0,025 = 1,6\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a_{c_C} = 4\pi^2 \cdot 4^2 \cdot 0,4 = 25,6\pi^2 \text{ m/s}^2$$

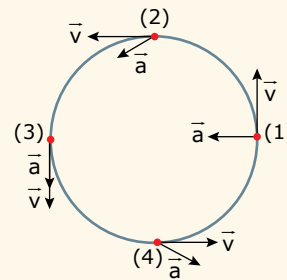
Desse modo, o ponto C está sujeito à maior aceleração centrípeta.

- B) Como o ponto C está na periferia da roda traseira e esta está em contato com o solo, podemos afirmar que o módulo da velocidade de translação da bicicleta é igual ao módulo da velocidade do ponto C. Sendo assim, o módulo da velocidade de translação da bicicleta é de 3,2π m/s.

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



01. (UFSJ-MG) Um corpo percorre a trajetória circular indicada na figura a seguir, com movimento uniformemente acelerado. O ponto em que os seus vetores velocidade e aceleração estão indicados corretamente é o da alternativa

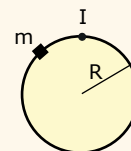


- A) 2.      B) 4.      C) 3.      D) 1.

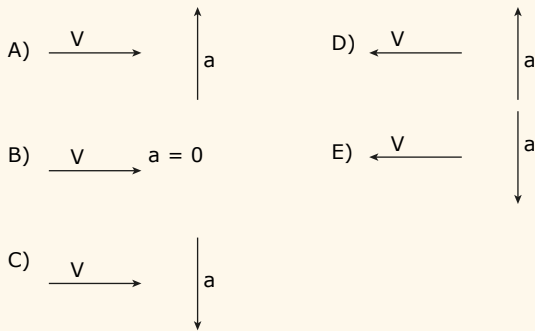
02. <sup>LM7P</sup> (Unimontes-MG-2015) Uma das catracas de uma bicicleta de marchas possui, aproximadamente, 10 cm de diâmetro. A roda da mesma bicicleta possui 70 cm de diâmetro. Se a velocidade angular da catraca é 60 rad/s, a velocidade linear da roda, em km/h, é igual a
- A) 75,6.      C) 40,6.  
B) 60,0.      D) 80,3.

03. <sup>CSQ2</sup> (UEL-PR-2016) Supondo que um tornado tenha movimento circular uniforme e que seu raio aumente gradativamente com a altura, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o comportamento da grandeza física relacionada a eventuais objetos localizados em pontos da superfície externa do tornado.
- A) A velocidade angular desses objetos é maior nos pontos mais altos do tornado.  
B) A velocidade angular desses objetos é a mesma em qualquer altura do tornado.  
C) A velocidade linear desses objetos tem sentido e direção constante em qualquer altura do tornado.  
D) A aceleração centrípeta desses objetos tem o mesmo sentido e direção da velocidade linear.  
E) A aceleração centrípeta desses objetos é a mesma em qualquer altura do tornado.

04. (UFRGS-RS-2016) A figura a seguir representa um móvel m que descreve um movimento circular uniforme de raio R, no sentido horário, com velocidade de módulo V.



Assinale a alternativa que melhor representa, respectivamente, os vetores velocidade V e aceleração a do móvel quando passa pelo ponto I, assinalado na figura.



**05.**  
7380 (Unicamp-SP-2016) Anemômetros são instrumentos usados para medir a velocidade do vento. A sua construção mais conhecida é a proposta por Robinson em 1846, que consiste em um rotor com quatro conchas hemisféricas presas por hastes, conforme figura a seguir. Em um anemômetro de Robinson ideal, a velocidade do vento é dada pela velocidade linear das conchas. Um anemômetro em que a distância entre as conchas e o centro de rotação é  $r = 25 \text{ cm}$ , em um dia cuja velocidade do vento é  $v = 18 \text{ km/h}$ , teria uma frequência de rotação de (se necessário, considere  $\pi \approx 3$ )



- A) 3 rpm.
- B) 200 rpm.
- C) 720 rpm.
- D) 1 200 rpm.

**06.**  
PA30 (Vunesp) Duas polias, A e B, de raios  $R$  e  $R'$ , com  $R < R'$ , podem girar em torno de dois eixos fixos e distintos, interligadas por uma correia. As duas polias estão girando e a correia não escorrega sobre elas. Então, pode-se afirmar que a(s) velocidade(s)

- A) angular de A é menor que a de B, porque a velocidade tangencial de B é maior que a de A.
- B) angular de A é maior que a de B, porque a velocidade tangencial de B é menor que a de A.
- C) tangenciais de A e de B são iguais, porém a velocidade angular de A é menor que a velocidade angular de B.
- D) angulares de A e de B são iguais, porém a velocidade tangencial de A é maior que a velocidade tangencial de B.
- E) angular de A é maior que a velocidade angular de B, porém ambas têm a mesma velocidade tangencial.

**07.**  
AV3K (OBF) Um entregador de mercadorias de um armazém utiliza um tipo especial de bicicleta em que a roda da frente tem um diâmetro duas vezes menor que o diâmetro da roda traseira para que, na frente, possam ser colocadas mercadorias em um local adequado. Quando este veículo está em movimento, pode-se afirmar corretamente que

- A) O período de rotação do pneu maior é a metade do período de rotação do pneu menor.
- B) As velocidades instantâneas, relativas à bicicleta, d os pontos dos pneus em contato com o solo, são iguais
- C) O pneu menor tem frequência de rotação quádrupla da do maior.
- D) O pneu menor tem a mesma frequência de rotação que a do pneu maior.
- E) As velocidades angulares de rotação dos pneus são iguais.

**08.**  
IRXP (UNIFESP) Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com

- A) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- B) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- C) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
- D) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.
- E) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

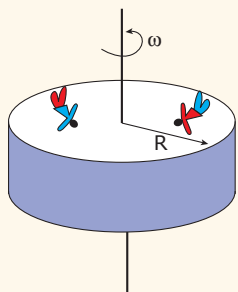
## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.**  
V91G (FMJ-SP) A furadeira cirúrgica é um equipamento de larga utilização em procedimentos cirúrgicos, nas mais diversas especialidades da medicina. Considere uma dessas furadeiras cuja broca, de  $0,5 \text{ mm}$  de diâmetro, gire com frequência de  $3000 \text{ rpm}$  e que  $\rho = 3$ . A velocidade escalar de um ponto periférico desta broca é, em  $\text{m/s}$ ,

- A)  $1,5 \cdot 10^{-2}$
- B)  $6,0 \cdot 10^{-1}$
- C)  $7,5 \cdot 10^{-2}$
- D)  $6,0 \cdot 10^{-2}$
- E)  $1,5 \cdot 10^{-1}$

**02.**  
08MM (FUVEST-SP) Uma estação espacial foi projetada com formato cilíndrico, de raio  $R$  igual a  $100 \text{ m}$ , como ilustra a figura a seguir. Para simular o efeito gravitacional e permitir que as pessoas caminhem na parte interna da casca cilíndrica, a estação gira em torno de seu eixo, com velocidade angular constante  $\omega$ . As pessoas terão sensação de peso, como se estivessem na Terra, se a velocidade  $\omega$  for de, aproximadamente,

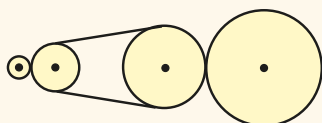


**Dado:**

A aceleração gravitacional na superfície da Terra é  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- A) 0,1 rad/s.                      C) 1 rad/s.                      E) 10 rad/s.
- B) 0,3 rad/s.                      D) 3 rad/s.

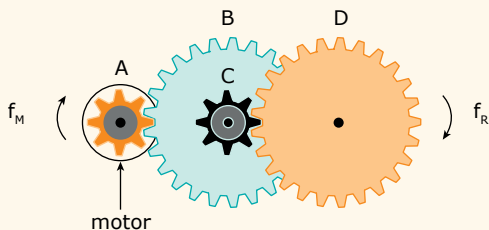
**03.** (FCI-SP) Em uma máquina, quatro roletes estão conectados, por toque ou por correia, sem escorregamentos, como mostra a figura.



Quando o rolete maior gira no sentido horário, com velocidade angular constante, o menor dos roletes gira com uma velocidade angular relativamente

- A) igual e de sentido horário.
- B) igual e de sentido anti-horário.
- C) menor e de sentido horário.
- D) maior e de sentido horário.
- E) maior e de sentido anti-horário.

**04.** (Unesp-2016) Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, A, B, C e D, sendo que A está presa ao eixo do motor, B e C estão presas a um segundo eixo e D a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.



Disponível em: <www.mecatronicaatual.com.br> (Adaptação).

Nessas condições, quando o motor girar com frequência  $f_M$ , as duas rodas do carrinho girarão com frequência  $f_R$ . Sabendo que as engrenagens A e C possuem 8 dentes, que as engrenagens B e D possuem 24 dentes, que não há escorregamento entre elas e que  $f_M = 13,5 \text{ Hz}$ , é correto afirmar que  $f_R$ , em Hz, é igual a

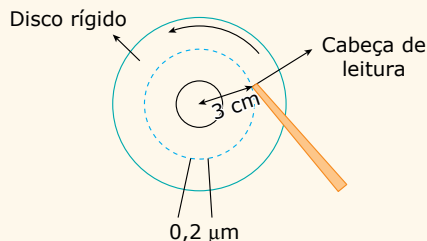
- A) 1,5.                                      C) 2,0.                                      E) 2,5.
- B) 3,0.                                      D) 1,0.

**05.** (PUC Minas-2015) Um internauta brasileiro reside na cidade de Macapá situada sobre o equador terrestre a  $0^\circ$  de latitude. Um colega seu reside no extremo sul da Argentina. Eles conversam sobre a rotação da Terra. Assinale a afirmativa correta.

- A) Quando a Terra dá uma volta completa, a distância percorrida pelo brasileiro é maior que a distância percorrida pelo argentino.
- B) O período de rotação para o argentino é maior que para o brasileiro.
- C) Ao final de um dia, eles percorrerão a mesma distância.
- D) Se essas pessoas permanecem em repouso diante de seus computadores, elas não percorrerão nenhuma distância no espaço.

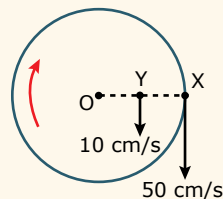
**06.** (Unicamp-SP-2015) Considere um computador que armazena informações em um disco rígido que gira a uma frequência de 120 Hz. Cada unidade de informação ocupa um comprimento físico de  $0,2 \text{ mm}$  na direção do movimento de rotação do disco. Quantas informações magnéticas passam, por segundo, pela cabeça de leitura, se ela estiver posicionada a  $3 \text{ cm}$  do centro de seu eixo, como mostra o esquema simplificado apresentado a seguir?

(Considere  $\pi \approx 3$ )



- A)  $1,62 \cdot 10^6$                                       C)  $64,8 \cdot 10^8$
- B)  $1,8 \cdot 10^6$                                       D)  $1,08 \cdot 10^8$

**07.** (UECE) A figura mostra um disco que gira em torno do centro O. A velocidade do ponto X é  $50 \text{ cm/s}$  e a do ponto Y é de  $10 \text{ cm/s}$ .



A distância XY vale  $20 \text{ cm}$ . Pode-se afirmar que o valor da velocidade angular do disco, em radianos por segundo, é

- A) 2,0.                      B) 5,0.                      C) 10,0.                      D) 20,0.

**08.** (UFU-MG) Um relógio com mecanismo defeituoso atrasa 10 minutos a cada hora. A velocidade angular média do ponteiro maior desse relógio, quando calculada com o uso de um relógio sem defeitos, vale, em rad/s,

- A)  $\frac{\pi}{2160}$                                       C)  $\frac{\pi}{3600}$
- B)  $\frac{\pi}{2100}$                                       D)  $\frac{\pi}{1500}$

**09.** (PUC Minas) Um móvel parte do repouso, de um ponto sobre uma circunferência de raio  $R$ , e efetua um movimento circular uniforme de período igual a  $8\text{ s}$ . Após  $18\text{ s}$  de movimento, o seu vetor deslocamento tem módulo igual a

- A) 0.
- B)  $R$ .
- C)  $2R$ .
- D)  $2R/3$ .
- E)  $R\sqrt{2}$ .

**10.** (UECE–2016) Em uma obra de construção civil, uma carga de tijolos é elevada com uso de uma corda que passa com velocidade constante de  $13,5\text{ m/s}$  e sem deslizar por duas polias de raios  $27\text{ cm}$  e  $54\text{ cm}$ . A razão entre a velocidade angular da polia grande e da polia menor é

- A) 3.
- B) 2.
- C)  $2/3$ .
- D)  $1/2$ .

**11.** (ITA-SP) No sistema convencional de tração de bicicletas, o ciclista impele os pedais, cujo eixo movimentando a roda dentada (coroa) a ele solidária. Esta, por sua vez, aciona a corrente responsável pela transmissão do movimento a outra roda dentada (catraca), acoplada ao eixo traseiro da bicicleta. Considere agora um sistema duplo de tração, com 2 coroas, de raios  $R_1$  e  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) e 2 catracas  $R_3$  e  $R_4$  ( $R_3 < R_4$ ), respectivamente. Obviamente, a corrente só toca uma coroa e uma catraca de cada vez, conforme o comando da alavanca de câmbio. A combinação que permite máxima velocidade da bicicleta, para uma velocidade angular dos pedais fixa, é

- A) coroa  $R_1$  e catraca  $R_3$ .
- B) coroa  $R_1$  e catraca  $R_4$ .
- C) coroa  $R_2$  e catraca  $R_3$ .
- D) coroa  $R_2$  e catraca  $R_4$ .
- E) é indeterminada já que não se conhece o diâmetro da roda traseira da bicicleta.

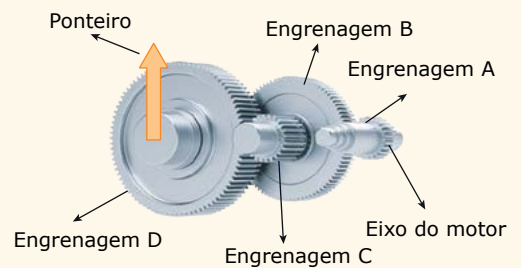
**12.** (UFPE) Uma bicicleta possui duas catracas, uma de raio  $6,0\text{ cm}$ , e outra de raio  $4,5\text{ cm}$ . Um ciclista move-se com velocidade uniforme de  $12\text{ km/h}$  usando a catraca de  $6,0\text{ cm}$ . Com o objetivo de aumentar a sua velocidade, o ciclista muda para a catraca de  $4,5\text{ cm}$  mantendo a mesma velocidade angular dos pedais. Determine a velocidade final da bicicleta, em  $\text{km/h}$ .



## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem–2016) A invenção e o acoplamento entre engrenagens revolucionaram a ciência na época e propiciaram a invenção de várias tecnologias, como os relógios. Ao construir um pequeno cronômetro, um relojoeiro usa o sistema de engrenagens mostrado. De acordo com a figura, um motor é ligado ao eixo e movimentando as engrenagens fazendo o ponteiro girar. A frequência do motor é de  $18\text{ RPM}$ , e o número de dentes das engrenagens está apresentado no quadro.

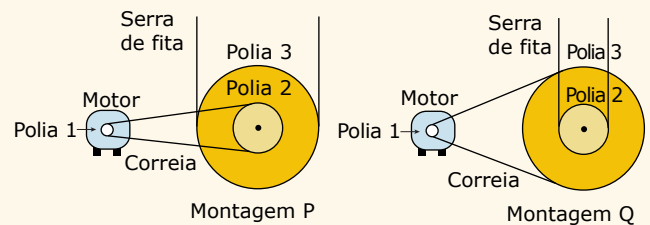
Engrenagem	Dentes
A	24
B	72
C	36
D	108



A frequência de giro do ponteiro, em  $\text{RPM}$ , é

- A) 1.
- B) 2.
- C) 4.
- D) 81.
- E) 162.

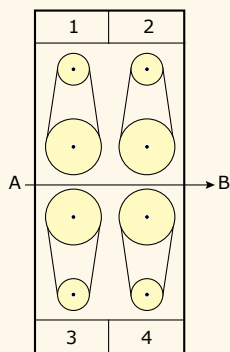
**02.** (Enem) Para serrar ossos e carnes congeladas, um açougueiro utiliza uma serra de fita que possui três polias e um motor. O equipamento pode ser montado de duas formas diferentes, P e Q. Por questão de segurança, é necessário que a serra possua menor velocidade linear.



Por qual montagem o açougueiro deve optar e qual a justificativa desta opção?

- A) Q, pois as polias 1 e 3 giram com velocidades lineares iguais em pontos periféricos e a que tiver maior raio terá menor frequência.
- B) Q, pois as polias 1 e 3 giram com frequências iguais e a que tiver maior raio terá menor velocidade linear em um ponto periférico.
- C) P, pois as polias 2 e 3 giram com frequências diferentes e a que tiver maior raio terá menor velocidade linear em um ponto periférico.
- D) P, pois as polias 1 e 2 giram com diferentes velocidades lineares em pontos periféricos e a que tiver menor raio terá maior frequência.
- E) Q, pois as polias 2 e 3 giram com diferentes velocidades lineares em pontos periféricos e a que tiver maior raio terá menor frequência.

**03.** (Enem) Na preparação da madeira em uma indústria de móveis, utiliza-se uma lixadeira constituída de quatro grupos de polias, como ilustra o esquema a seguir. Em cada grupo, duas polias de tamanhos diferentes são interligadas por uma correia provida de lixa. Uma prancha de madeira é empurrada pelas polias, no sentido  $A \rightarrow B$  (como indicado no esquema), ao mesmo tempo em que um sistema é acionado para frear seu movimento, de modo que a velocidade da prancha seja inferior à da lixa. O equipamento anteriormente descrito funciona com os grupos de polias girando da seguinte forma:



- A) 1 e 2 no sentido horário; 3 e 4 no sentido anti-horário.
- B) 1 e 3 no sentido horário; 2 e 4 no sentido anti-horário.
- C) 1 e 2 no sentido anti-horário; 3 e 4 no sentido horário.
- D) 1 e 4 no sentido horário; 2 e 3 no sentido anti-horário.
- E) 1, 2, 3 e 4 no sentido anti-horário.






**Instrução:** Leia o texto a seguir e responda às questões de **04** e **05**.

As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura.

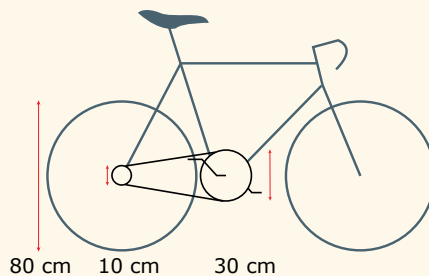


O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo dessas coroas.

**04.** (Enem) Em que opção a seguir a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?


- A)  D) 
- B)  E) 
- C) 

**05.** (Enem) Quando se dá uma pedalada na bicicleta a seguir (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio  $R$  é igual a  $2\pi R$ , em que  $\pi = 3$ ?



- A) 1,2 m
- B) 2,4 m
- C) 7,2 m
- D) 14,4 m
- E) 49,0 m

## GABARITO

Meu aproveitamento 

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A
- 02. A
- 03. B
- 04. C
- 05. B
- 06. E
- 07. B
- 08. A

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. B
- 03. D
- 04. A
- 05. A
- 06. D
- 07. A
- 08. A
- 09. E
- 10. D
- 11. C
- 12.  $v = 16 \text{ km/h}$

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. A
- 03. C
- 04. A
- 05. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Leis de Newton

Filósofos como Aristóteles influenciaram fortemente o modo de pensar do Ocidente por muitos anos, utilizando-se de uma arquitetura de mundo calcada em pressupostos que, hoje, para nós, são estranhos, mas que para o Mundo Antigo eram perfeitamente coerentes. Hoje, interpretamos o mundo de um modo fortemente influenciado pelas ideias desenvolvidas por Isaac Newton (1642-1727). Os conceitos por ele desenvolvidos e a sua maneira de abordar os fenômenos naturais influenciaram áreas como a Filosofia, a Economia, a Literatura e foram, durante muito tempo, padrão para diversos ramos do conhecimento humano. Como sempre acontece nas ciências, a atual explicação para a causa dos movimentos dos corpos também teve de enfrentar muita disputa e discussão antes de ser plenamente reconhecida.

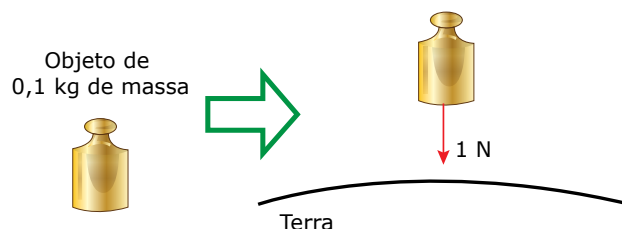
Neste módulo, apresentaremos alguns dos conceitos desenvolvidos por Newton e estudaremos as suas três leis do movimento, conhecidas como Leis de Newton para o movimento dos corpos. A interpretação e a aplicação dessas leis a fenômenos térmicos e elétricos mostraram-se muito eficazes, criando o paradigma newtoniano, no qual o mundo é regido por leis mecânicas – leis simples, abrangentes e corroboradas pela experimentação –, em que o conceito de força tem uma função fundamental. Na interpretação do mundo, de acordo com os conceitos desenvolvidos por Newton, busca-se a explicação causal para os movimentos observados na natureza, a **dinâmica** do Universo.

### CONCEITO DE FORÇA

O conceito de força tem um papel central na mecânica newtoniana, uma vez que a força é responsável por alterar o estado dos objetos: fazê-los entrar em movimento quando estão parados, fazê-los parar quando estão se movendo, alterar a direção de objetos que estão em movimento, deformar os objetos, etc.

Denominamos força o agente capaz de realizar as transformações anteriormente citadas, seja essa força realizada por nossos músculos ou pela ação de poderosos ímãs, por exemplo. A força é uma grandeza vetorial e, portanto, está sujeita a todas as propriedades já estudadas para os vetores. No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de força é o newton (N).

Uma força de 1 newton (1 N) é, aproximadamente, a força com que a Terra atrai um objeto de massa igual a 0,1 kg quando este se encontra ao nível do mar e a 45° de latitude norte<sup>1</sup>. A descrição desses detalhes é necessária, uma vez que a intensidade com que a Terra atrai um objeto qualquer depende do local onde esse objeto se encontra.



Existem outras unidades de força além daquela adotada pelo Sistema Internacional, o newton. O quilograma-força (kgf) é uma unidade de força muito utilizada e equivale ao peso de um objeto de massa igual a 1 kg. Mais uma vez, lembramos que esse valor está associado ao local no qual a experiência é feita. A relação anterior nos permite concluir que  $1 \text{ kgf} \approx 10 \text{ N}$ .

Uma das maneiras de medir a intensidade de uma força é utilizar aparelhos conhecidos como dinamômetros (Figura 1a). Basicamente, os dinamômetros são construídos com uma mola, que é previamente calibrada, à qual associa-se uma escala de valores. Um dinamômetro bastante conhecido por todos é a “balança” de banheiro (Figura 1b).

Ao subirmos na plataforma de uma balança, pressionamos uma mola. A deformação desta está associada a uma determinada intensidade de força e, dessa forma, a balança registra esse valor em sua escala. É desse modo que medimos nosso “peso”.

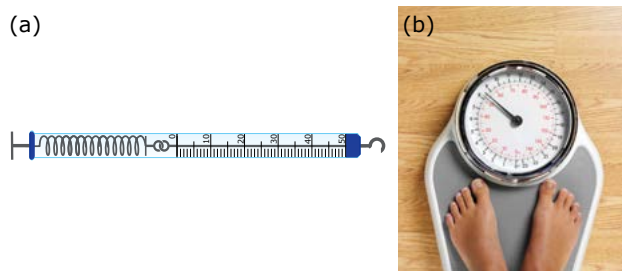


Figura 1. (a) Imagem de um dinamômetro típico utilizado em laboratórios escolares. (b) Dinamômetro de banheiro, mais conhecido como balança de banheiro.

<sup>1</sup> Um valor mais preciso dessa força de atração seria 0,98 N.

## A NATUREZA DAS FORÇAS

Hoje, classificamos as forças naturais em 4 tipos:

- Força eletromagnética
- Força nuclear forte
- Força gravitacional
- Força nuclear fraca

Praticamente todas as forças com as quais estamos habituados a lidar são dos dois primeiros tipos. A força de atrito, a tração em cordas, a força muscular e a força de compressão são forças de natureza eletromagnética. Já a força peso tem, por sua vez, origem gravitacional. Essas forças estão presentes em várias situações do nosso dia a dia e, por isso, nosso estudo enfatizará esses dois tipos de força. As outras duas naturezas de força mencionadas, nuclear forte e fraca, só se manifestam no mundo subatômico. Essas forças são responsáveis pela estabilidade que encontramos na matéria que compõe nosso mundo.

Alguns autores classificam as forças existentes na natureza em forças de contato e forças de campo (ou de ação a distância). Na primeira classe – forças de contato –, existe um aparente contato entre as superfícies dos corpos que interagem, como quando apertamos o botão de uma campainha ou quando seguramos uma faca. Forças como a tensão em uma corda, a força muscular e a força normal, por exemplo, são classificadas como forças de contato.

As forças de campo (ou de ação a distância) são aquelas que atuam em situações nas quais os corpos interagem uns com os outros sem a necessidade de contato aparente, como é o caso da força gravitacional, das forças entre ímãs ou entre um ímã e um prego. Forças elétricas, magnéticas e gravitacionais são exemplos de forças classificadas como forças de campo (geradas pelo campo elétrico, pelo campo magnético e pelo campo gravitacional, respectivamente).

Utilizamos o termo “contato aparente” ao nos referirmos às forças de contato, pois sabe-se que as forças de repulsão elétrica que atuam nesses casos, quando aproximamos muito dois corpos, possuem módulos altíssimos, não permitindo que exista contato direto entre as moléculas dos dois corpos que interagem.

## FORÇA RESULTANTE E O EQUILÍBRIO

Considere um pequeno carro de brinquedo no qual você dá um empurrão, primeiro com uma força de pequena intensidade e, posteriormente, com uma força mais intensa. O efeito das forças sobre o carrinho, nas duas situações descritas, será diferente; provavelmente, na primeira situação, a distância percorrida por ele antes de parar foi menor do que na segunda situação. Caso você empurre o carrinho para frente e, posteriormente, para trás, o sentido de movimento do carrinho também será diferente em cada uma das situações. Como os efeitos da força sobre o carrinho dependem da intensidade, da direção e do sentido da força, dizemos que a força é uma grandeza vetorial. Os diagramas que representam as forças por meio de vetores são denominados diagrama de forças ou diagrama de corpo livre.

Consideremos uma situação na qual um menino está em um brinquedo de um parque de diversão. As forças que atuam sobre o menino podem ser representadas por meio de diagramas que mostram apenas os elementos essenciais para a compreensão dos efeitos dessas forças sobre o menino. Essa situação pode ser representada de forma simples, mas de modo que contenha todas as informações relevantes (ponto de aplicação, direção, sentido e módulo) sobre as forças que atuam sobre o menino (peso, normal e força de atrito).

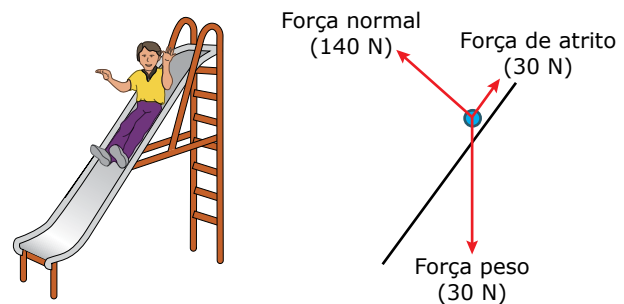


Figura 2. Situação real e o respectivo diagrama de forças que a representa.

Para o estudo das Leis de Newton, dois conceitos são muito importantes: o conceito de força resultante,  $F_R$ , e o conceito de equilíbrio de um corpo.

- Força resultante

É o resultado da soma vetorial de todas as forças que atuam sobre um determinado corpo. A aplicação matemática desse conceito será imprescindível para a resolução de uma série de exercícios.

- Equilíbrio

No estudo da Dinâmica, definimos que uma partícula está em equilíbrio quando a resultante das forças que atuam sobre ela é zero, isto é, várias forças podem atuar sobre a partícula, porém, a soma vetorial de todas essas forças deve ser nula.

$$\text{Equilíbrio} \Rightarrow \vec{F}_R = 0$$

## 1ª LEI DE NEWTON

*Todo objeto permanece em estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar aquele estado por forças que atuem sobre ele.*

A afirmativa anterior, portanto, se relaciona às situações de ausência de força ou de força resultante nula atuando sobre um corpo. Nesses casos, o corpo deve permanecer em MRU, se ele estiver com velocidade diferente de zero, ou em repouso, se a sua velocidade for nula. Essa lei tem uma importância crucial para as outras duas leis do movimento.

Todo referencial no qual as condições descritas pela 1ª Lei de Newton são obedecidas ( $F_R = 0 \Rightarrow$  MRU ou repouso) é denominado **referencial inercial**. As outras duas leis do movimento, da maneira como serão descritas neste módulo, somente são válidas para esse tipo de referencial.



A rigor, não existem referenciais inerciais, e o que faremos são aproximações muito boas para que possamos utilizar certos corpos como referenciais inerciais. Newton utilizava as estrelas, que acreditava que eram fixas, como sistemas de referenciais inerciais.

A Terra pode ser considerada um referencial inercial para boa parte dos movimentos que estudamos, basicamente aqueles que ocorrem sobre a sua superfície, mas, para outros tipos de movimentos, ela não pode ser utilizada como referencial inercial.

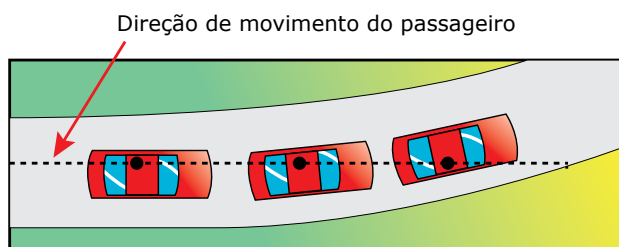
A seguir, apresentamos dois fatos cotidianos que podem ser explicados considerando a Terra como um referencial inercial e aplicando a 1ª Lei de Newton.

**Exemplo 1:** Quando estamos no interior de um ônibus e o motorista é obrigado a frear bruscamente, é comum falarmos que fomos "jogados para frente". Mas, na verdade, estávamos indo para frente conjuntamente com o ônibus, desenvolvendo certa velocidade de módulo  $v$ , e tendemos a permanecer nesse estado de movimento até quando o estado de movimento do ônibus foi alterado.

Assim, após a frenagem, a velocidade final do ônibus terá módulo menor do que  $v$  e, portanto, nos movimentamos para frente em relação ao ônibus. Para alterar nosso estado de movimento, é necessário que uma força seja aplicada sobre nosso corpo. Nesse caso, como desejamos permanecer em repouso em relação ao ônibus, é necessário que uma força atue em nosso corpo em sentido oposto ao de nosso movimento e, normalmente, essa força é aplicada pelo banco da frente ou pelo corpo de outra pessoa que estava à nossa frente.

Galileu denominou **inércia** a propriedade de os corpos tenderem a permanecer em seu estado de movimento. Devido a esse fato, a Primeira Lei de Newton também é conhecida como Lei da Inércia de Galileu.

**Exemplo 2:** Quando um carro no qual nos encontramos realiza uma curva para a esquerda, temos a sensação de que estamos sendo jogados para a direita por uma força desconhecida. Na figura a seguir, que ilustra essa situação, é fácil perceber que nosso corpo tende a continuar em linha reta e o carro é que está virando. Nesse exemplo, o carro **não** é um referencial inercial, pois nosso corpo, em relação ao carro, não permaneceu em repouso, mesmo estando sujeito a uma força resultante nula.



Em situações desse tipo, fazemos uso de uma força fictícia (não inercial) para explicar o porquê de sermos jogados para fora da curva e a denominamos força centrífuga. Mas, lembre-se: ela é apenas um artifício para explicar o que acontece conosco no referencial não inercial do carro e não obedece às outras Leis de Newton. Quem analisa a situação do lado de fora do carro, utilizando a Terra como referencial, não necessita desse artifício para analisar nosso movimento.

Como discutido anteriormente, se a força resultante que atua sobre um corpo é nula, esse corpo estará em repouso (equilíbrio estático) ou em Movimento Retilíneo Uniforme (equilíbrio dinâmico). Galileu utilizou um interessante argumento para demonstrar essa última situação. Imagine o seguinte movimento para uma esfera, solta de uma determinada altura, em uma calha com atrito desprezível (Figura 3).

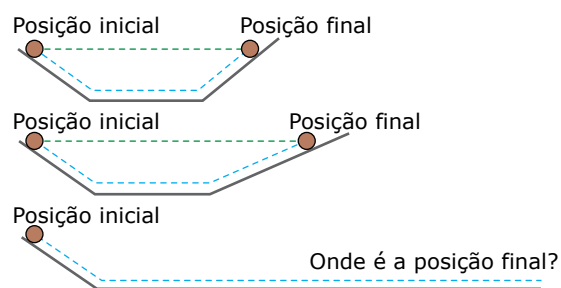


Figura 3. Experiência imaginada por Galileu para discutir o Movimento Retilíneo Uniforme de uma esfera.

A figura 3 nos mostra uma esfera solta em um plano inclinado, entrando em movimento devido à ação da força peso. Durante esse movimento, a esfera desce um plano inclinado, percorre uma trajetória horizontal e, então, sobe outro plano inclinado até atingir uma altura igual à altura inicial, pois o trilho não apresenta atrito. Se o trilho da direita for alongado, reduzindo sua inclinação, a esfera percorrerá uma distância maior, porém ainda continuará a atingir uma altura igual à do início do movimento. O que acontecerá, porém, se o trilho da direita for colocado na posição horizontal? Que tipo de movimento a esfera teria nesse trecho? Para Galileu, no trecho horizontal, o efeito das forças que atuam sobre o corpo não mais seria sentido por este e, dessa forma, o corpo permaneceria se movendo em linha reta e com velocidade constante.

## 2ª LEI DE NEWTON

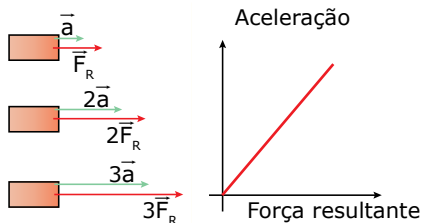
A toda força resultante que atua sobre um corpo corresponde uma aceleração de mesma direção, mesmo sentido e de módulo proporcional a essa força.

Ao estudar o movimento da Lua, Newton pôde obter a seguinte relação entre a força resultante e a aceleração:

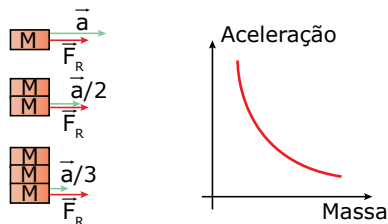
$$\vec{F}_R = m\vec{a} \text{ (2ª Lei de Newton para o movimento)}$$

Essa relação nos permite concluir que:

- A) O módulo da aceleração adquirida por um corpo é diretamente proporcional ao módulo da força resultante. Isso significa que o gráfico da aceleração em função da força resultante, sobre uma dada massa, é uma reta que passa pela origem conforme mostra a figura a seguir.

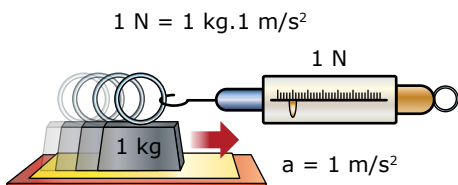


- B) O módulo da aceleração adquirida por um corpo é inversamente proporcional à sua massa caso a força aplicada seja constante. Isso significa que, para uma dada força, o gráfico da aceleração em função da massa é uma hipérbole conforme mostra a figura a seguir.



Esse gráfico mostra que, ao se aplicar uma força de mesmo módulo a dois corpos diferentes, a variação de velocidade dos corpos não é, necessariamente, a mesma. A inércia, propriedade que mede a dificuldade em variar a velocidade de um objeto, é uma característica intrínseca, própria do corpo. Não importa onde essa experiência seja feita, o quociente entre o módulo da força resultante ( $F_R$ ) e o módulo da aceleração ( $a$ ) que atuam sobre um corpo será sempre o mesmo, a massa ( $m$ ) desse corpo. Por isso, dizemos que a massa é uma medida da inércia do corpo.

- C) A partir da expressão  $\vec{F}_R = m\vec{a}$ , podemos definir a unidade de força. Uma força resultante de 1 N é a força que, quando aplicada sobre um corpo de massa 1 kg, faz com que ele adquira uma aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$ . Assim, temos que  $1 \text{ N} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$ .



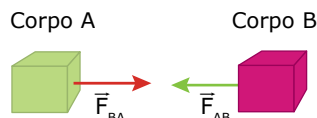
- D) Observe que a equação da 2ª Lei de Newton é uma equação vetorial, pois a força e a aceleração são grandezas de natureza vetorial. Como a massa é uma grandeza escalar sempre positiva, concluímos que a aceleração possui sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força resultante.

Tome bastante cuidado com isso, pois muitos estudantes desatentos tendem a pensar que a força resultante determina o sentido da velocidade de um corpo em um movimento. Por exemplo, quando lançamos uma pedra verticalmente para cima, o vetor velocidade, inicialmente, possui sentido para cima. Porém, a força resultante aponta para baixo, e, conseqüentemente, a aceleração será também voltada para baixo.

### 3ª LEI DE NEWTON

Para toda força de ação que um corpo A exerce sobre um corpo B, há uma força de reação de mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto que o corpo B aplica em A.

A 3ª Lei de Newton para o movimento também é conhecida como Lei da Ação e Reação. Podemos perceber que as forças sempre se manifestam aos pares. Assim, o número total de forças presentes no Universo seria par. Por isso, muitos autores preferem utilizar a palavra interação, em vez de força, como interação elétrica e interação gravitacional, em vez de força elétrica e força gravitacional. A palavra interação já traz em seu significado a necessidade da presença de dois corpos. Observe a figura a seguir, que mostra a interação gravitacional entre os corpos A e B.



Os corpos que interagem entre si podem ser a Terra e você, uma bola de futebol e o rosto de um jogador (figura a seguir), você e o chão, um prego e um ímã, dois ímãs que se atraem ou se repelem, etc.



Um aspecto essencial dessa lei é o fato de as forças serem aplicadas em corpos diferentes. Por isso, essas forças não se anulam, apesar de elas terem sentidos opostos e de terem as mesmas intensidades. Em muitos problemas, duas forças opostas e de mesma intensidade podem agir em um corpo, de forma que a resultante entre elas seja nula. Nesse caso, essas forças, é claro, não formam um par de ação e reação.

O fato de as forças serem de igual intensidade não significa que o "efeito" dessas forças será o mesmo nos dois corpos. Entra em questão, nesse momento, a 2ª Lei de Newton. Como os corpos podem possuir massas diferentes, os efeitos dinâmicos dessas forças, de mesmo módulo, também podem ser diferentes.

Por exemplo, se um elétron e um próton forem abandonados um diante do outro, as forças de atração elétrica que um exerce sobre o outro possuem o mesmo módulo. Porém, sendo muito mais leve que o próton, o elétron estará sob a ação de uma aceleração, em direção ao próton, muito mais intensa que a aceleração do próton em direção ao elétron. O resultado é que as partículas colidirão em uma posição bem próxima à posição inicial do próton.

A figura a seguir representa uma pessoa sobre um skate, empurrando uma parede. A mão da pessoa empurra a parede na direção horizontal e para a direita. Simultaneamente, a parede empurra a mão da pessoa, também na direção horizontal, porém no sentido oposto, para a esquerda. Os módulos dessas forças, denominadas par de ação e reação, são iguais. Essas forças atuarão sobre a mão da pessoa e sobre a parede enquanto houver contato entre a mão e a parede; assim que o contato deixar de existir, as forças cessam.



Força exercida pela parede sobre a mão da pessoa

Força exercida pela pessoa sobre a parede

CONTEÚDO NO  
**Bernoulli Play**

### 3ª Lei de Newton

Esse objeto de aprendizagem ajudará você a ter uma melhor compreensão da Lei da Ação e Reação. Em cada situação apresentada, você deverá traçar um vetor correspondente ao par ação-reação do vetor mostrado. Para auxiliar os traçados, você pode se valer do fundo quadriculado. Em alguns quadros, haverá mais de um vetor. Nessas situações, você precisa traçar todos os vetores correspondentes aos pares ação-reação mostrados.



Alguns objetos estarão fora de escala, mas não se preocupe com isso. Boa atividade!

## MASSA E PESO

Massa é uma grandeza escalar que mede o valor da inércia de um corpo. Não podemos associar a massa de um objeto ao seu tamanho, mas podemos associá-la à dificuldade que encontramos em alterar o estado de repouso ou de movimento desse objeto.

Imagine uma bola de boliche e outra de futebol. Caso você aplique uma força de mesma intensidade a cada uma das bolas, perceberá logo qual delas possui maior massa. A dificuldade encontrada para mover a bola de boliche é muito maior do que para mover a bola de futebol, ou seja, a inércia da bola de boliche é muito maior do que a da bola de futebol. Portanto, podemos afirmar que a massa da bola de boliche é muito maior do que a massa da bola de futebol.

Mesmo que as levássemos para o espaço, longe de qualquer planeta, e tentássemos empurrá-las, encontraríamos maior dificuldade em colocar a bola de boliche em movimento (Figura 4). Não importa o local em que estejamos, a bola de boliche sempre possuirá maior inércia que a bola de futebol, pois a massa dela é maior que a massa da bola de futebol.

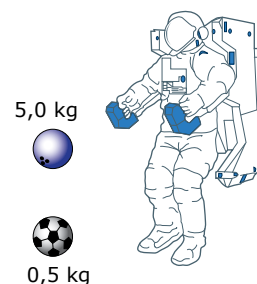
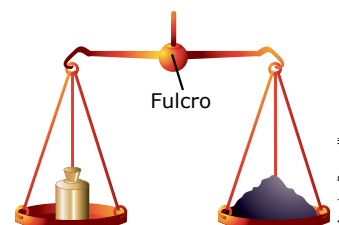


Figura 4. Uma bola de boliche possui maior inércia que uma bola de futebol, pois possui maior massa.

A unidade de massa, no Sistema Internacional (SI), é o quilograma (kg). Para comparar massas desconhecidas com massas de objetos padrões, utilizamos balanças de braço. Não importa em qual planeta nos encontremos, uma balança de braços iguais sempre registrará o mesmo valor de massa durante as medidas.



O peso é uma grandeza vetorial, associada à força de atração gravitacional que um planeta exerce sobre um corpo. Essa força é o resultado da interação entre um objeto de massa  $m$  e o campo gravitacional  $g$  do planeta onde esse objeto se encontra. O valor do campo gravitacional na superfície da Terra é muito próximo de  $10 \text{ N/kg}$ , o que significa que um objeto de massa  $1 \text{ kg}$ , colocado na superfície da Terra, será puxado em direção ao centro desta por uma força de módulo igual a  $10 \text{ N}$ . Na Lua, o valor do campo gravitacional é  $1,6 \text{ N/kg}$ ; isso significa que objetos de  $1 \text{ kg}$  de massa, na superfície da Lua, serão atraídos por uma força de módulo igual a  $1,6 \text{ N}$ . Assim, podemos perceber que o valor da força de interação entre o objeto e o planeta (força peso) pode ser determinado pela relação:

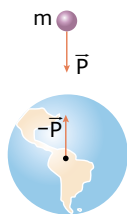
$$P = mg$$

Nessa expressão,  $P$  representa o módulo da força peso,  $m$  representa o valor da massa do corpo e  $g$  representa o módulo do campo gravitacional do planeta. O fato de estarmos utilizando o símbolo  $g$  e tanto para o campo gravitacional quanto para o valor da aceleração da gravidade é intencional. Eles são coincidentes.

Veja a transformação de unidades a seguir.

$$10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{kg} \cdot \text{m/s}^2}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Como qualquer outra força, a força peso também apresenta uma reação. A figura seguinte mostra o local em que se manifesta a reação à força peso, resultado da interação entre a Terra e o objeto. A rigor, todas as porções da Terra atraem e são atraídas por qualquer objeto colocado em sua superfície, as porções mais próximas com maior intensidade e as mais distantes com menor intensidade. Newton mostrou que todas essas forças, que atuam em diversas porções da Terra isoladamente, podem ser representadas por um único vetor que atua no centro da Terra, como representado na figura a seguir.

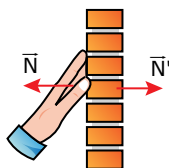


## FORÇA NORMAL

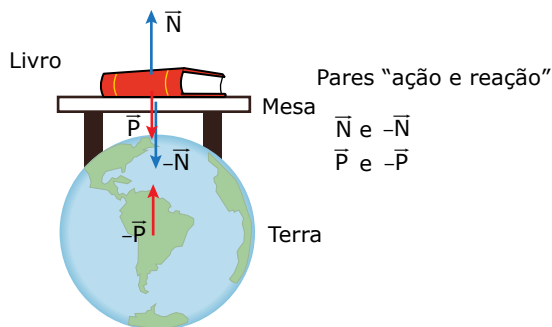
Em quase todos os momentos de nossa vida, estamos apoiados em alguma superfície. São raras as ocasiões em que não estamos pressionando uma superfície, por exemplo, quando saltamos de paraquedas ou de *bungee jump*. Ao interagirmos com uma superfície sobre a qual nos apoiamos, exercemos sobre ela uma força de compressão ( $\bar{N}$ ). De acordo com a 3ª Lei de Newton, a superfície também exerce uma força sobre nosso corpo. Essa força, chamada de força normal ( $\bar{N}$ ), possui o mesmo módulo e a mesma direção que a força de compressão, porém, apresenta sentido oposto a esta, como mostrado na figura a seguir.



Quando pressionamos verticalmente uma superfície horizontal, essa superfície exerce sobre nós uma força na direção vertical, em sentido oposto ao da força que exercemos sobre a superfície. Da mesma forma, quando pressionamos horizontalmente uma parede, ela também exerce uma força horizontal sobre nossa mão. Essa força, exercida em nossa mão, também é denominada força normal.

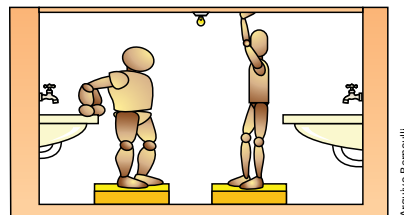


É muito comum os alunos confundirem a relação entre a força normal e a força peso. A rigor, não existe relação entre elas, pois essas forças têm natureza independente, ou seja, a existência de uma independe da outra. A figura a seguir mostra os pares de ação e reação associados às forças que atuam sobre um livro posto em uma mesa horizontal, que está sobre a superfície da Terra (a figura não está em escala). Observe que, sobre o livro, atuam duas forças: a força peso ( $\bar{P}$ ) e a força normal ( $\bar{N}$ ), exercida pela mesa sobre o livro.



Como o livro encontra-se em repouso, a resultante das forças que atuam sobre ele é zero. Logo, os módulos das forças peso e normal são iguais. No entanto, isso não significa que as forças peso e normal sejam um par de ação e reação. Afinal, a reação à força peso encontra-se aplicada no centro da Terra ( $-\bar{P}$ ) e a reação à força normal é a força de compressão que o livro exerce sobre a mesa, ( $-\bar{N}$ ).

A rigor, quando subimos em uma “balança” de banheiro, ela não registra o módulo de nossa força peso, mas sim o módulo da força com que comprimimos a superfície da balança. Usualmente, esses valores são coincidentes, mas basta nos apoiarmos em uma superfície, como mostrado na figura a seguir, para alterarmos os valores usualmente registrados pela balança. O primeiro homem, que está empurrando a pia para baixo, sofre a ação de uma força para cima exercida pela pia sobre suas mãos. Por exemplo, se ele fizer uma força de 10 N sobre a pia, haverá uma redução do mesmo valor na força de compressão dos seus pés sobre a balança, que, nesse caso, registrará um valor 10 N inferior ao peso real do homem. No outro caso, em que o homem empurra o teto para cima, a reação do teto sobre ele é para baixo. Se ele empurrar o teto para cima com uma força de 10 N, a força de compressão registrada pela balança será aumentada desse valor. Se você possuir uma balança de banheiro em casa, repita essas experiências para certificar-se desses resultados.



<sup>2</sup> O termo está entre aspas, pois, a rigor, não é uma balança, mas sim um dinamômetro. Optamos aqui por utilizar o termo “cotidiano”.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. (UFJF-MG) Uma pessoa com uma bengala sobe na plataforma de uma balança. A balança assinala 70 kg. Se a pessoa pressiona a bengala contra a plataforma da balança, a leitura então
- indicará um valor maior que 70 kg.
  - indicará um valor menor que 70 kg.
  - indicará os mesmos 70 kg.
  - dependerá da força exercida sobre a bengala.
  - dependerá do ponto em que a bengala é apoiada sobre a plataforma da balança.

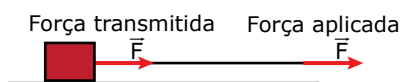
Resolução:

Quando uma pessoa sobe com uma bengala em uma balança, a balança registra o "peso" total do conjunto pessoa + bengala. A pessoa, ao pressionar a bengala contra a superfície da balança, faz com que seus pés pressionem menos a superfície desta, de modo que uma ação é compensada pela outra. Sendo assim, o valor total registrado pela balança permanece inalterado. Portanto, a resposta correta é a C.

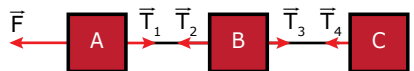
Note que esse exercício é diferente da discussão feita no fim da última seção, que ilustrou os efeitos de forças sobre objetos externos à balança.

## FORÇA DE TENSÃO OU TRAÇÃO

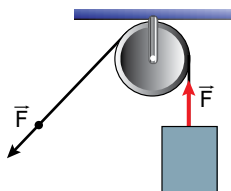
Podemos utilizar cordas para transmitir forças de um ponto a outro do espaço. Uma corda ideal é aquela que é inextensível, que possui flexibilidade e que apresenta massa desprezível em relação aos corpos aos quais está presa. Denominamos força de tensão, ou tração, a força que é transmitida de um ponto a outro de um sistema, utilizando cordas, como mostrado na figura a seguir.



Observe a figura seguinte. Se os fios são ideais, isto é, inextensíveis e de massa desprezível, temos que  $|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2|$  e  $|\vec{T}_3| = |\vec{T}_4|$ . Sempre que as tensões atuarem sobre um mesmo fio, seus módulos serão iguais.

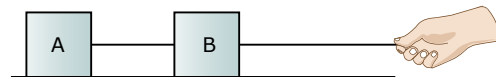


O uso de cordas é particularmente interessante quando desejamos mudar o ângulo no qual uma força pode ser feita, como mostra a figura a seguir.



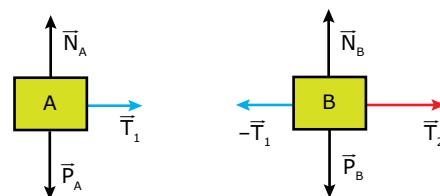
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

02. Um menino deve puxar, com aceleração constante de  $1,5 \text{ m/s}^2$ , um conjunto de 2 blocos iguais, cada um com massa de 2 kg, conectados por fios de diferentes resistências. Considere que os fios são ideais e que não há atrito entre a superfície horizontal e os blocos. Discutir de que modo os fios devem ser conectados aos blocos para que a possibilidade de ruptura dos fios seja a menor possível.



Resolução:

Inicialmente, vamos representar as forças que atuam nos dois blocos, desenhando-os separadamente.



Bloco A: Está em equilíbrio na direção vertical e acelerado para a direita na direção horizontal. Logo, os módulos de  $\vec{N}_A$  e  $\vec{P}_A$  devem ser iguais e de valor 20 N ( $P_A = m_A g$ ). Como o bloco está acelerado para a direita, a força resultante também deve estar voltada para a direita. Como temos apenas uma força atuando no bloco A na direção horizontal,  $\vec{T}_1$ , essa é a força resultante que atua sobre o bloco A.

$$\vec{F}_{R(\text{BLOCO A})} = \vec{T}_1$$

$$T_1 = m_A a = 2 \cdot 1,5 = 3,0 \text{ N}$$

Bloco B: Também está em equilíbrio na direção vertical e acelerado para a direita na direção horizontal. Há duas forças atuando no bloco B na direção horizontal,  $-\vec{T}_1$  para a esquerda e  $\vec{T}_2$  para a direita. Como o bloco está acelerado para a direita, a força resultante também deve estar voltada para a direita (2ª Lei de Newton). Logo:

$$\vec{F}_{R(\text{BLOCO B})} = \vec{T}_2 + (-\vec{T}_1)$$

Mas:

$$F_{R(\text{BLOCO B})} = m_B a \Rightarrow m_B a = T_2 - T_1 \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 + m_B a = 3,0 + 2,0 \cdot 1,5 \Rightarrow$$

$$T_2 = 6,0 \text{ N}$$

Como  $T_2 > T_1$ , a corda mais resistente deve ficar entre o bloco B e a mão do menino, ao passo que a menos resistente deve unir os dois blocos.

### Comentário:

Já era esperado que o módulo da tensão no fio puxado pela pessoa fosse o dobro do módulo da tensão no fio que puxa o bloco A. Uma vez que todas as partes do sistema movem-se com a mesma aceleração, a força resultante que atua em certa parte do sistema é proporcional à massa dessa parte. Como a força exercida pela pessoa puxa duas massas iguais, e como a força que une os blocos puxa apenas uma dessas massas, a primeira força deve ser maior que a segunda, igual ao dobro da outra.

# A LEI DE HOOKE<sup>3</sup>

Denominamos objeto elástico os objetos que mudam de forma ao aplicarmos uma força sobre eles e que voltam a assumir sua forma original ao cessarmos a ação da força sobre eles. Um exemplo de um corpo elástico é a mola.

Sabe-se que, quanto mais esticamos uma mola, maior deve ser a força que devemos aplicar às suas extremidades. Podemos usar essa propriedade para medir a intensidade das forças. Colocando uma mola na posição vertical e fixando sua extremidade superior, podemos pendurar corpos de pesos diversos em sua outra extremidade.

Para certa faixa de forças aplicadas, o valor da deformação  $x$  é proporcional à força aplicada, isto é,  $F_{el} \propto x$  ou:

$$F_{el} = kx \quad (\text{Lei de Hooke})$$

Em que  $k$  é a constante elástica da mola. Esse tipo de deformação é denominada deformação elástica. Utilizando a equação anterior e medindo a deformação da mola, podemos calcular a intensidade da força aplicada sobre ela desde que a constante elástica da mola seja conhecida.

Se a força exercida sobre a mola for muito grande, pode acontecer de a mola perder suas propriedades elásticas e não voltar à sua forma original. Nesse caso, dizemos que a mola sofreu uma deformação plástica e, para esse tipo de deformação, a Lei de Hooke não é mais válida.



Edward Kineman / Getty Images

<sup>3</sup> Em homenagem a Robert Hooke (1635 - 1705) cientista inglês.

# EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



- 01.** (PUC Minas) GTA7 Quando um cavalo puxa uma charrete, a força que possibilita o movimento do cavalo é a força que
- A) o solo exerce sobre o cavalo.
  - B) ele exerce sobre a charrete.
  - C) a charrete exerce sobre ele.
  - D) a charrete exerce sobre o solo.

- 02.** (UFV-MG) OP4C Uma caminhonete sobe uma rampa inclinada com velocidade constante, levando um caixote em sua carroceria, conforme ilustrado na figura a seguir:

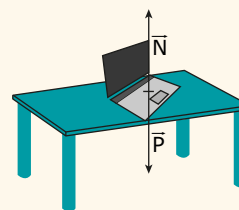


Sabendo-se que  $P$  é o peso do caixote;  $N$ , a força normal do piso da caminhonete sobre o caixote; e  $f_a$ , a força de atrito entre a superfície inferior do caixote e o piso da caminhonete, o diagrama de corpo livre que melhor representa as forças que atuam sobre o caixote é

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

- 03.** (PUC Minas) Em cada situação descrita a seguir, há uma força resultante agindo sobre o corpo, exceto em
- A) O corpo acelera numa trajetória retilínea.
  - B) O corpo se move com o módulo da velocidade constante durante uma curva.
  - C) O corpo se move com velocidade constante sobre uma reta.
  - D) O corpo cai em queda livre.

- 04.** (FIEB-SP-2016) WLXH Sobre uma mesa, plana e horizontal, o computador, em repouso, fica sujeito à ação de duas forças verticais, a força peso  $\vec{P}$ , exercida pela Terra, e a força normal  $\vec{N}$  exercida pela mesa.



Disponível em: <<http://partilho.com.br/autor/marcosmcl/page/7/>> (Adaptação).

Essas duas forças têm intensidades

- iguais, não nulas e constituem um par ação-reação.
- diferentes e constituem um par ação-reação.
- iguais, não nulas e não constituem um par ação-reação.
- diferentes e não constituem um par ação-reação.
- iguais a zero e constituem um par ação-reação.

05.  
ZLA4

(IFSC-SC-2015) Um pássaro está em pé sobre uma das mãos de um garoto. É correto afirmar que a reação à força que o pássaro exerce sobre a mão do garoto é a força

- da Terra sobre a mão do garoto.
- do pássaro sobre a mão do garoto.
- da Terra sobre o pássaro.
- do pássaro sobre a Terra.
- da mão do garoto sobre o pássaro.

06. (UNIRIO-RJ)



A análise sequencial da tirinha e, especialmente, a do quadro final, nos leva imediatamente ao(à)

- Princípio da Conservação da Energia Mecânica.
- propriedade geral da matéria, denominada inércia.
- Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.
- Segunda Lei de Newton.
- Princípio da Independência dos Movimentos.

07.  
91HP

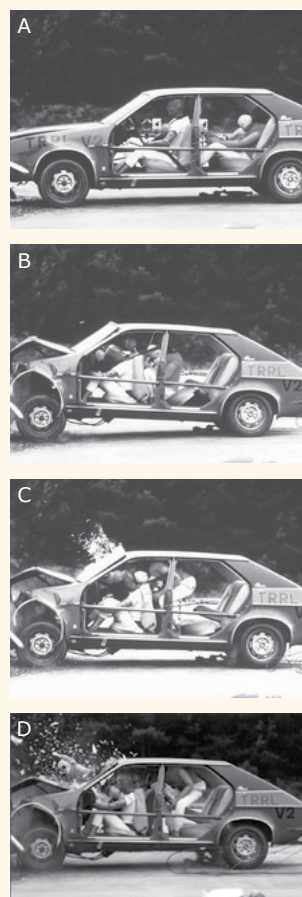
(IFSP) Suponhamos que, em um depósito, dois estoquistas estejam armazenando sacos de arroz de 5 kg. Utilizando-se de uma mesa perfeitamente lisa de 2 m de comprimento que não promove atrito entre o saco de arroz e o seu tampo, um deles empurra o saco pelo tampo para que chegue às mãos do outro. Essa operação é feita de maneira simples, ou seja, o primeiro coloca o saco sobre a mesa e aplica sobre ele uma força, fazendo com que o saco chegue ao outro lado com uma velocidade constante de 2 m/s.

No texto relatado, podemos destacar o princípio

- de Arquimedes.
- de Einstein.
- da Inércia.
- da Incerteza.
- de Pascal.

08.  
UTD3

(UFAC) A figura a seguir mostra imagens de um teste de colisão. A foto A revela o momento exato da colisão do carro com o muro. Nesse instante, a velocidade do carro era 56 km/h. As fotos B, C e D são imagens sequenciais da colisão. O motorista, que usa cinto de segurança, fica espremido entre seu banco e o volante. A criança, que estava sentada no banco da frente, ao lado do motorista, bate no para-brisa e é arremessada para fora do carro.



CARRON, W.; GUIMARÃES, O. *As Faces da Física*. São Paulo: Moderna, 2008. p. 115 (Adaptação).

Com relação ao que foi dito e, baseando-se nos conhecimentos de Física, pode-se afirmar que:

- Não é necessário que os passageiros, sentados na parte traseira do carro, usem cinto de segurança.
- Em razão da inércia, os passageiros são lançados para frente, conforme se observa nas fotos B, C e D.
- O cinto de segurança contribui para reduzir a aceleração do carro.
- O atrito entre o banco e os passageiros é suficiente para impedir que esses sejam arremessados para frente.
- Os riscos, para os passageiros, seriam maiores se todos estivessem usando cinto de segurança.

# EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (IFGO-2015) Um octocóptero com seus equipamentos tem massa de 20,0 kg e consegue ascender (subir) verticalmente com uma aceleração de 3,0 m/s<sup>2</sup>.

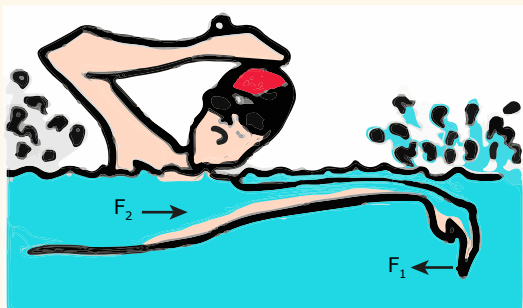


Disponível em: <<http://www.casadodetetive.com.br>>. Acesso em: 30 dez. 2014.

Sabendo que a aceleração gravitacional tem valor de 10,0 m/s<sup>2</sup>, podemos afirmar que a força resultante que atua sobre esse octocóptero é

- A) vertical, para baixo e tem módulo de 200,0 N.
- B) vertical, para cima e tem módulo de 60,0 N.
- C) vertical, para cima e tem módulo de 30,0 N.
- D) horizontal, para a esquerda e tem módulo de 100,0 N.
- E) horizontal, para a direita e tem módulo de 60,0 N.

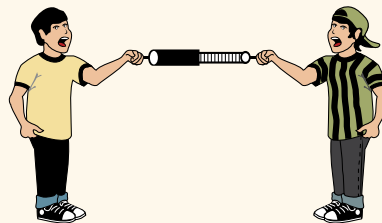
**02.** (IFGO-2015) Um nadador, conforme mostrado na figura, imprime uma força com as mãos na água ( $F_1$ ) trazendo-a na direção de seu tórax. A água, por sua vez, imprime uma força no nadador ( $F_2$ ) para que ele se mova para frente durante o nado.



Assinale a resposta correta.

- A) Esse princípio obedece a Lei da Inércia, uma vez que o nadador permanece em seu estado de movimento.
- B) Obedecendo à Lei da Ação e Reação, o nadador imprime uma força na água para trás e a água, por sua vez, empurra-o para frente.
- C) O nadador puxa a água e a água empurra o nadador, obedecendo a Lei das Forças (segunda Lei de Newton).
- D) Nesse caso, é o nadador que puxa seu corpo, aplicando uma força nele próprio para se movimentar sobre a água.
- E) O nadador poderá se mover, pois a força que ele aplica na água é maior do que a resultante das forças que a água aplica sobre ele.

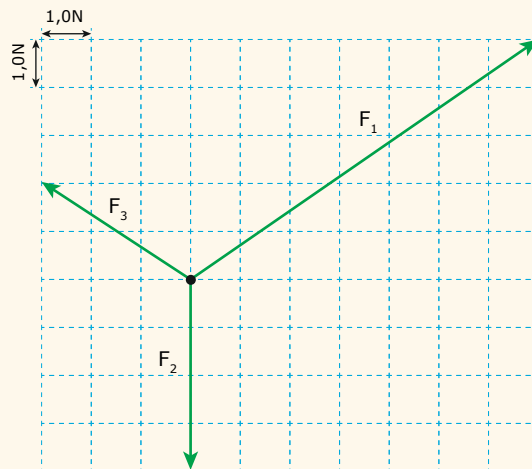
**03.** (CEFET-MG) Duas pessoas puxam as cordas de um dinamômetro na mesma direção e em sentidos opostos, com forças de mesma intensidade  $F = 100$  N.



Nessas condições, a leitura do dinamômetro, em newtons, é

- A) 0.
- B) 100.
- C) 200.
- D) 400.

**04.** (Unit-AL-2018)



A perna de um paciente está submetida às forças coplanares,  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , conforme representado no diagrama. Considerando-se as informações fornecidas no diagrama, conclui-se que o módulo da força resultante atuando sobre a perna, em N, é igual a

- A) 2,5.
- B) 3,6.
- C) 4,5.
- D) 4,8.
- E) 5,0.

**05.** (UERN) A tabela apresenta a força elástica e a deformação de 3 molas diferentes.

Mola	Força elástica (N)	Deformação (m)
1	400	0,50
2	300	0,30
3	600	0,80

Comparando-se as constantes elásticas destas 3 molas, tem-se que

- A)  $K_1 > K_2 > K_3$ .
- B)  $K_2 > K_1 > K_3$ .
- C)  $K_2 > K_3 > K_1$ .
- D)  $K_3 > K_2 > K_1$ .



**06.** (UNIFICADO-RJ-2016) Dentro de um elevador, um objeto de peso 100 N está apoiado sobre uma superfície. O elevador está descendo e freando com aceleração vertical e para cima de  $0,1 \text{ m/s}^2$ . Considere a aceleração da gravidade como  $10 \text{ m/s}^2$ . Durante o tempo de frenagem, a força que sustenta o objeto vale, em newtons,

- A) 101.                      C) 110.                      E) 100.  
B) 99.                        D) 90.

**07.** (UFAL) Uma das importantes contribuições de Albert Einstein para a Física foi a Relatividade Geral. Reporta-se que forças gravitacionais entre corpos podem ser representadas por deformações do espaço e do tempo entre elas. Isto também acontece com a Terra e o Sol. O Sol exerce uma força gravitacional sobre a Terra, mantendo-a sobre a órbita. A reação desta força, de acordo com a terceira Lei de Newton, é a

- A) força centrípeta sobre a Terra devido ao Sol.  
B) órbita elíptica que a Terra descreve.  
C) produção de mares nos oceanos da Terra.  
D) força responsável pela queda livre dos corpos.  
E) força gravitacional sobre o Sol devido à Terra.

**08.** (Fatec-SP-2016) Um motorista conduzia seu automóvel de massa 2 000 kg que trafegava em linha reta, com velocidade constante de 72 km/h, quando avistou uma carreta atravessada na pista. Transcorreu 1 s entre o momento em que o motorista avistou a carreta e o momento em que acionou o sistema de freios para iniciar a frenagem, com desaceleração constante igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

Antes de o automóvel iniciar a frenagem, pode-se afirmar que a intensidade da resultante das forças horizontais que atuavam sobre ele era

- A) nula, pois não havia forças atuando sobre o automóvel.  
B) nula, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos com intensidades iguais.  
C) maior do que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos, sendo a força aplicada pelo motor a de maior intensidade.  
D) maior do que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam no mesmo sentido com intensidades iguais.  
E) menor do que zero, pois a força aplicada pelo motor e a força de atrito resultante atuavam em sentidos opostos, sendo a força de atrito a de maior intensidade.

**09.** (FMP-RJ-2016) Um helicóptero transporta, preso por uma corda, um pacote de massa 100 kg. O helicóptero está subindo com aceleração constante vertical e para cima de  $0,5 \text{ m/s}^2$ . Se a aceleração da gravidade no local vale  $10 \text{ m/s}^2$ , a tração na corda, em newtons, que sustenta o peso vale

- A) 500.                      C) 1 000.                      E) 1 500.  
B) 950.                      D) 1 050.

**10.** (UEG-GO) Um pescador fisga um peixe enorme que luta para escapar. À medida que o pescador puxa a linha, percebe que o peixe não se move em sua direção. Ele conclui que a distância entre ele e o peixe não aumenta e nem diminui devido ao fato de

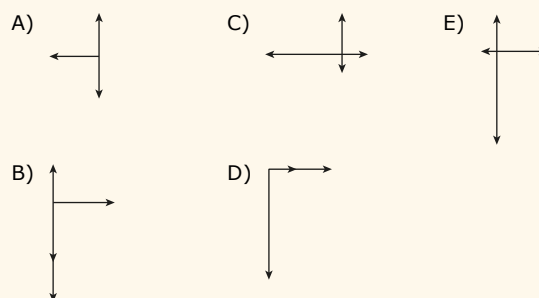
- A) as forças serem um par de ação e reação e se anularem mutuamente, tornando assim a aceleração do peixe nula.  
B) a intensidade da força na água somar-se à força exercida pelo peixe, impossibilitando o deslocamento do peixe na direção do pescador.  
C) o valor das intensidades das forças ser igual nos dois extremos, e as forças possuírem sentidos contrários.  
D) as forças não serem iguais e o peixe e o pescador não se aproximarem um do outro devido às suas massas possuírem valores muito diferentes.

**11.** (Unifor-CE) O cantor Michael Jackson, quando cantou a música "Moon Walker", fez um passo de dança que o permitiu andar para trás. Pelo princípio da dinâmica de Isaac Newton, a causa do movimento é a força, esta, uma grandeza vetorial.

Desta forma, assinale a opção a seguir que melhor representa as forças que agiram no pé do cantor no momento em que realizava o passo de andar para trás no palco.



Disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=XcY4S4OCKFQ>>.



**12.** (Unifor-CE-2015) João Filipe, ao entrar num ônibus para viajar a Martinópolis, coloca sua mala no bagageiro sobre sua poltrona. Ele nota que o ônibus está bem limpo, tendo percebido ainda que haviam passado silicone no bagageiro. Quando o ônibus parte, sua mala desliza para trás, deixando-o intrigado. Como Filipe poderia explicar o deslizamento de sua mala, sendo ele um referencial não inercial?

- A) Pela inércia da mala.  
B) Pela ação da força peso sobre a mala.  
C) Pela ação de uma força normal sobre a mala.  
D) Pela ação de uma força de atrito sobre a mala.  
E) Pela ação de uma força fictícia sobre a mala.

**13.** (FCM-MG-2016) Na imagem a seguir, o He-Man, personagem muito forte de desenho animado, está sobre o solo segurando o trem de pouso de um helicóptero que está parado no ar a 2 m do solo.



A figura mostra He-Man com a intenção de puxar o helicóptero para baixo. Considere que a massa do helicóptero é 20 vezes maior que a do He-Man e que esse personagem pode fazer uma força 30 vezes maior que seu próprio peso. Segundo as leis da Física, será possível ele realizar essa ação?

- A) É possível, pois He-Man faz uma força bem maior para baixo que o peso do helicóptero.
- B) É possível porque o He-Man possui uma energia maior que a energia potencial gravitacional do helicóptero.
- C) Não é possível, porque a força que He-Man faz é igual e contrária à força que o helicóptero faz sobre ele.
- D) Não é possível, pois a força que He-Man faz é irrelevante, já que os seus pés não estão presos ao solo.

## SEÇÃO ENEM

**01.** As Leis de Newton se relacionam com as mais diversas situações e processos. No campo esportivo, por exemplo, algumas das técnicas que dão ao atleta vantagem competitiva em relação a seu oponente estão relacionadas com a 3ª Lei de Newton. Assim, o processo que está mais diretamente ligado à Lei da Ação e Reação é:

- A) Um tenista jogar a bola bem alto para dar um saque e tentar o ace.
- B) Um boxeador girar o tronco para desferir um golpe com mais potência.
- C) Um nadador puxar o máximo de água para trás a fim de ganhar propulsão.
- D) Um jogador de basquete pular ao fazer um arremesso de 3 pontos.
- E) O jogador de futebol tomar distância para bater uma falta com mais força.

**02.**

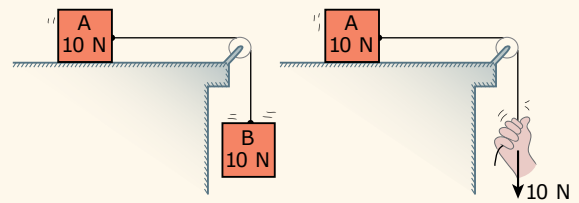


Figura 1

Figura 2

As figuras anteriores representam superfícies horizontais sem atrito, nas quais estão apoiados um bloco A, de peso 10 N. Na figura 1, um bloco B, de peso 10 N, está conectado ao bloco A por meio de um fio ideal, enquanto que, na figura 2, uma pessoa exerce uma força de 10 N na extremidade de um fio ideal conectado ao bloco A. Em ambos os casos, o bloco A é puxado pelo fio e entra em movimento acelerado. Comparando-se o valor da tensão na corda e a aceleração dos blocos nas duas situações, conclui-se que a tensão na corda

- A) e a aceleração do bloco A são maiores na situação da figura 1.
- B) é maior na situação da figura 1, e a aceleração do bloco A é maior na situação da figura 2.
- C) e a aceleração do bloco A são maiores na situação da figura 2.
- D) é maior na situação da figura 2, e a aceleração do bloco A é maior na situação da figura 1.
- E) e a aceleração do bloco A são iguais nas duas situações.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A
- 02. A
- 03. C
- 04. C
- 05. E
- 06. B
- 07. C
- 08. B

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. B
- 03. B
- 04. E
- 05. B
- 06. A
- 07. E
- 08. B
- 09. D
- 10. C
- 11. A
- 12. E
- 13. D

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Calorimetria

Anteriormente, vimos que o calor é um fluxo de energia no espaço, gerado por uma diferença de temperatura. Também aprendemos a estimar a taxa de transferência de calor, em função da diferença de temperatura, por meio das leis básicas da condução, da convecção e da radiação térmica. Agora, neste módulo, aprenderemos a calcular o calor que um corpo absorve ou cede em função do estado inicial e final desse corpo. Ao passo que as leis de transferência vistas anteriormente levam em conta o tempo gasto na troca de calor, as equações do presente módulo são atemporais e fornecem simplesmente o calor trocado por um sistema. O uso combinado das duas formulações nos permitirá resolver novos problemas sobre a troca de calor entre os corpos.

Este módulo é dividido em duas partes básicas. Na primeira, serão estudadas situações em que o calor fornecido a um corpo, ou por ele liberado, provoca uma variação em sua temperatura. Na outra parte, estudaremos o caso em que a energia calorífica provoca uma mudança de fase em um corpo, fazendo-o passar, por exemplo, do estado sólido para o líquido. A influência da pressão sobre a mudança de fase de uma substância pura também será discutida neste módulo.

### CALOR SENSÍVEL

Calor sensível é aquele que, ao ser fornecido a um corpo (ou ser cedido por ele), provoca uma variação na temperatura deste. Antes de apresentarmos a equação de cálculo do calor sensível, vamos definir duas propriedades físicas associadas a esse tipo de calor: a capacidade térmica e o calor específico. Para isso, apresentamos as principais unidades do calor.

### Unidades do calor

Sendo uma forma de energia, o calor é expresso, no Sistema Internacional, em joule (J). No entanto, outra unidade bastante difundida para expressar a energia calorífica é a caloria (cal). A relação entre essas unidades é:

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

Certamente, você já teve contato com a unidade caloria em seu dia a dia ou em seus estudos de Química e Biologia. Por exemplo, o poder calórico dos alimentos é, em geral, fornecido em calorias. Um pãozinho e um copo de leite padrão apresentam um valor energético de 130 kcal (quilocalorias) e 70 kcal, respectivamente. O poder calorífico da gasolina usada nos motores automobilísticos vale cerca de 700 kcal/litro. Se a energia de 1 litro de gasolina fosse integralmente usada para elevar um foguete de massa igual a 100 kg, a altura atingida pelo foguete teria um valor próximo de 3 km. Para calcular essa altura, você deve converter o calor gerado na combustão de 1 litro do combustível para joules e depois igualar esse valor à energia potencial gravitacional adquirida pelo foguete.

## Capacidade térmica

Observe o corpo cilíndrico mostrado na figura 1. Ele pode ser aquecido homogêneo por meio de uma resistência elétrica de baixa potência inserida em sua massa. Durante o aquecimento, a sua temperatura pode ser determinada, a cada instante, pela leitura do termômetro inserido nele. O calor absorvido pelo corpo é igual ao produto entre a potência elétrica dissipada pela resistência e o tempo de aquecimento. Considere, então, que o objeto receba uma quantidade de calor  $Q$ , e que a sua temperatura se eleve de  $\Delta T$ . Definimos a capacidade térmica  $C$  do corpo, dentro da faixa de temperatura ensaiada, por meio da seguinte expressão:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

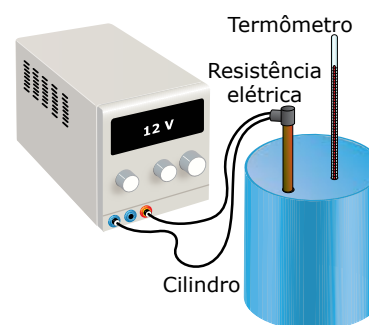


Figura 1. Experimento para determinação da capacidade térmica de um objeto.

A capacidade térmica de um corpo pode ser considerada constante dentro de uma ampla faixa de temperatura. Por exemplo, nessa experiência, se  $Q$  for igual a 1 000 J e  $\Delta T$  for igual a 20 °C, a capacidade térmica do corpo será igual a 50 J/°C. Esse resultado indica que, para que a temperatura se eleve em 1 °C, o corpo tem de receber uma quantidade de calor de 50 J. Quando ele recebe 100 J, a elevação de temperatura é igual a 2 °C; para uma quantidade de calor recebida igual a 150 J, a temperatura aumenta em 3 °C, e assim por diante. Os mesmos valores são observados durante o resfriamento do corpo, de maneira que, para cada 50 J de calor liberado, a sua temperatura diminui de 1 °C. O aquecimento e o resfriamento da matéria são fenômenos simétricos.

Um objeto de alta capacidade térmica pode receber uma grande quantidade de calor e sofrer apenas uma pequena elevação de temperatura. Por exemplo, considere um corpo de capacidade térmica igual a 1 000 J/°C, e outro de capacidade térmica igual a 10 J/°C. O primeiro corpo, ao receber uma quantidade de calor igual a 1 000 J, tem a sua temperatura elevada de apenas 1 °C. O corpo de baixa capacidade térmica, ao contrário, ao receber a mesma energia, terá sua temperatura elevada de 100 °C.

A capacidade térmica é uma propriedade extensiva, pois ela depende da massa do corpo. Em geral, objetos massivos apresentam elevada capacidade térmica e demandam mais tempo e energia para serem aquecidos ou resfriados. Por exemplo, uma batata, embrulhada em papel alumínio e assada ao forno, demora para se resfriar, já o papel se resfria rapidamente. Dois corpos do mesmo material, mas de massas diferentes, apresentam capacidades térmicas diferentes. O corpo de maior massa apresenta maior capacidade térmica, precisando receber mais calor do que o outro para ter a temperatura elevada do mesmo valor. Por sua vez, corpos de materiais diferentes podem apresentar a mesma capacidade térmica. Por exemplo, uma panela de alumínio pode apresentar, dependendo da sua massa, a mesma capacidade térmica que um litro de água.

A seguir, vamos definir uma propriedade termodinâmica chamada calor específico. Em contraposição à capacidade térmica, o calor específico é uma propriedade intensiva da matéria, pois o seu valor independe da massa do corpo.

## Calor específico

Vimos que a capacidade térmica representa o calor que um corpo deve receber (ou ceder) para ter a sua temperatura modificada de um valor unitário. Por sua vez, o calor específico representa a quantidade de calor que provoca uma variação unitária de temperatura sobre uma massa também unitária. Matematicamente, o calor específico pode ser definido da seguinte forma:

$$c = \frac{Q}{m \Delta T}$$

Nessa equação,  $m$  é a massa do corpo,  $Q$  é o calor recebido (ou cedido) e  $\Delta T$  é a variação de temperatura sofrida pelo corpo. A figura 2 é uma montagem simples para determinar o calor específico da água (ou de outro líquido), em que uma fonte de potência conhecida é usada para aquecer 1 kg de água (massa unitária). Experimentalmente, verifica-se que uma quantidade de calor igual a 4,18 kJ provoca uma elevação de 1 °C na temperatura da água (variação unitária). Substituindo esses valores na equação anterior, obtemos o seguinte valor para o calor específico da água:

$$c = \frac{Q}{m \Delta T} = \frac{4,18 \text{ kJ}}{1 \text{ kg} \cdot 1^\circ\text{C}} = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}^\circ\text{C}} = 1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

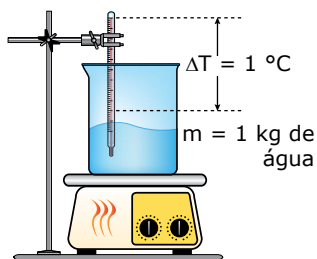


Figura 2. Experimento para a determinação do calor específico da água.

Para a maioria das substâncias, o calor específico varia muito pouco em uma ampla faixa de temperatura. Por isso, no experimento da figura 2, se a água for aquecida por mais tempo, de forma que o calor fornecido seja 10 vezes maior ( $Q = 41,8 \text{ kJ}$ ), a elevação de temperatura também será 10 vezes maior ( $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ ). Se substituirmos esses valores na equação do calor específico, obteremos o mesmo valor de antes: 4,18 kJ/kg°C.

A tabela seguinte contém valores de calor específico de sólidos e líquidos a 20 °C. Observe que o calor específico dos metais é pequeno. A água, ao contrário, apresenta calor específico significativamente maior que o de outras substâncias.

	Substância	cal/g°C	J/kg°C
Metais	Alumínio	0,22	$9,2 \cdot 10^2$
	Ferro	0,11	$4,6 \cdot 10^2$
	Cobre	0,10	$4,2 \cdot 10^2$
	Chumbo	0,031	$1,3 \cdot 10^2$
	Mercúrio (líq.)	0,034	$1,4 \cdot 10^2$
Sólidos não metálicos	Areia	0,19	$7,9 \cdot 10^2$
	Gelo	0,49	$2,0 \cdot 10^3$
	Banana	0,80	$3,3 \cdot 10^3$
Líquidos	Água	1,0	$4,2 \cdot 10^3$
	Leite de vaca	0,94	$3,9 \cdot 10^3$
	Etanol	0,59	$2,5 \cdot 10^3$
	Gasolina	0,50	$2,1 \cdot 10^3$

Usando um pouco de álgebra nas definições da capacidade térmica e do calor específico, concluímos que:

$$c = \frac{C}{m} \text{ ou } C = mc$$

A segunda expressão indica que um corpo de grande massa e constituído de uma substância que possui grande calor específico apresenta elevada capacidade térmica. O melhor exemplo que podemos pensar é o mar. Além do alto calor específico da água, o valor elevado da massa do mar lhe confere uma capacidade térmica gigantesca. Por isso, o mar pode receber enormes quantidades de calor durante o dia sem que sua temperatura se eleve muito. À noite, o mar pode perder muito calor sem que sua temperatura sofra uma grande redução. Por isso, cidades à beira-mar tendem a apresentar uma amplitude térmica diária moderada (amplitude térmica é a diferença entre a temperatura ambiente máxima e mínima). Ao contrário, as regiões desérticas, como o Saara, possuem grandes amplitudes térmicas. Essas regiões apresentam uma superfície arenosa ou rochosa, que são substâncias de baixo calor específico. Nos desertos, durante o dia, a temperatura ambiente pode chegar a 40 °C e à noite ser próxima de 0 °C.

A equação operacional do calor específico pode ser rearranjada para a seguinte forma:

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T$$

Essa equação é bastante útil, pois você pode usá-la para calcular o calor sensível recebido por um corpo, ou cedido por ele, em função da massa do corpo e da sua variação de temperatura. Para isso, é necessário conhecer também o material do corpo a fim de poder obter o seu calor específico em uma tabela, como aquela apresentada anteriormente. Em alguns problemas, a capacidade térmica do corpo pode ser dada. Nesse caso, não é necessário conhecer o material do corpo, pois, como você pode ver na equação anterior, a capacidade térmica multiplicada pela variação de temperatura também fornece o calor sensível procurado.

Como exemplo, vamos calcular a quantidade de calor que uma pessoa absorve ao tomar um copo com 200 g de leite quente a 50 °C. As partes mais internas do corpo humano se acham a 38 °C, e essa é a temperatura final do leite depois de ele atingir o equilíbrio térmico no estômago. Usando o calor específico do leite dado na tabela anterior, 0,94 cal/g°C, obtemos o seguinte valor para o calor cedido pelo leite:

$$Q = 200 \text{ g} \cdot 0,94 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot (38 - 50)^\circ\text{C} = -2\,256 \text{ cal}$$

Note que esse calor é negativo. A razão disso é que o calor foi cedido pelo leite, de maneira que a temperatura final do leite, 38 °C, é menor que a temperatura inicial, 50 °C. Por isso,  $\Delta T$  é negativo, e  $Q$  também é negativo. Ao contrário, quando um corpo recebe calor, o sinal de  $Q$  é positivo. Você deve reter essas informações, pois elas serão importantes para resolver alguns problemas de Termodinâmica. De forma esquemática, temos:

$$\text{Calor} \begin{cases} \text{absorvido: } Q > 0 \\ \text{cedido: } Q < 0 \end{cases}$$

Finalizamos aqui a primeira parte deste módulo. A seguir, deixamos uma pergunta para você refletir e um exercício resolvido.



### Calorimetria

M6ZX

Em geral, o aquecimento e o resfriamento de objetos ocorrem lentamente. Neste vídeo, o aquecimento é acelerado para fins didáticos. Observe a agitação das moléculas e o aumento dessa agitação quando a substância mostrada recebe calor. Quanto maior a capacidade térmica ou calor específico de um corpo (ou substância), mais difícil será aquecê-lo (ou resfriá-lo). No final do vídeo, são mostradas uma porção de água e uma de chumbo. O que você consegue prever a respeito do calor específico do chumbo em relação ao da água?

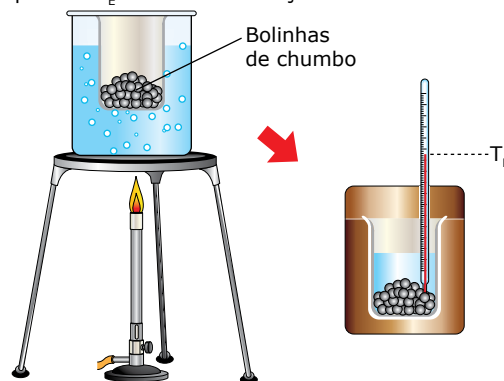


### PARA REFLETIR

Por que os fragmentos incandescentes provenientes do esmerilhamento de uma peça de ferro não queimam a pele do operador, mas um copo com água fervente pode causar queimaduras graves?

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Um estudante coloca 500 g de chumbo em um recipiente metálico e usa água fervente para aquecer o chumbo a 100 °C, conforme mostra a primeira figura. A seguir, o estudante coloca o recipiente em um invólucro isolante, e acrescenta 150 g de água, inicialmente a 22 °C. Após alguns minutos, o estudante constata, por meio do termômetro mostrado na segunda figura, que a temperatura do sistema (água, chumbo e recipiente) atinge um valor de equilíbrio  $T_E$ . Estimar o valor da temperatura  $T_E$ . Citar as considerações feitas nessa estimativa.



Resolução:

- Para estimar a temperatura  $T_E$ , vamos considerar que
- o resfriamento do chumbo foi desprezível durante a colocação do recipiente no invólucro;
  - a capacidade térmica do recipiente é desprezível, ou seja, ele não troca calor com a água e com o chumbo;
  - o isolamento térmico do invólucro é perfeito, e todo o calor cedido pelo chumbo é absorvido pela água.

O calor cedido pelo chumbo ( $Q_C$ ) é negativo, ao passo que o calor absorvido pela água ( $Q_A$ ) é positivo. Como  $Q_C$  e  $Q_A$  são iguais em módulo, podemos escrever o seguinte balanço de energia:

$$Q_C + Q_A = 0$$

Substituindo as equações de calor sensível do chumbo e da água nessa expressão, obtemos:

$$500 \cdot 0,031(T_E - 100) + 150 \cdot 1,0(T_E - 22) = 0$$

Os valores do calor específico do chumbo e da água foram fornecidos pela tabela da seção anterior. Resolvendo a equação, achamos a temperatura de equilíbrio:

$$T_E = 29,3^\circ\text{C}$$

### Comentários:

Vamos fazer dois comentários sobre esse problema. O primeiro é sobre a pequena elevação de temperatura da água (apenas 7,3 °C), em comparação à expressiva redução de temperatura do chumbo (70,7 °C). A variação de temperatura do chumbo foi 9,7 vezes maior que a da água porque a capacidade térmica de 150 g de água é 9,7 vezes maior que a capacidade térmica de 500 g de chumbo. As capacidades térmicas das massas de água e de chumbo, obtidas pela equação  $C = mc$ , valem, respectivamente, 150 cal/°C e 15,5 cal/°C. De acordo com esses valores, o chumbo tem a sua temperatura variada de 1 °C quando ele recebe uma pequena quantidade de calor, 15,5 cal, em contraposição à água, que deve receber uma quantidade de calor muito maior, 150 cal, para sofrer um aumento unitário de temperatura. Assim, é natural que a água tenha experimentado uma pequena variação de temperatura.

O outro comentário refere-se ao fato de a capacidade térmica do recipiente ter sido desprezada. Se considerarmos essa capacidade, a temperatura de equilíbrio será maior que 29,3 °C, pois o recipiente a 100 °C também fornecerá calor para a água, reforçando o seu aquecimento. Vamos fazer um cálculo para confirmar isso. Imagine que o recipiente seja de alumínio ( $c = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ) e tenha uma massa  $m = 50 \text{ g}$ . Então, a sua capacidade térmica será igual a  $11 \text{ cal}/^\circ\text{C}$ . Como o recipiente está inicialmente a 100 °C, ele também cede calor para a água. Assim, a equação de balanço de energia é:

$$500,0,031(T_E - 100) + 11(T_E - 100) + 150,1,0(T_E - 22) = 0$$

Resolvendo a equação, obtemos:  $T_E = 33,7 \text{ }^\circ\text{C}$ . Como esperado, esse valor é um pouco maior que aquele obtido sem levar em conta a capacidade térmica do recipiente.

## MUDANÇA DE FASE

### Fases da matéria

Na natureza, em geral, as substâncias se apresentam nas fases sólida, líquida e de vapor. As principais mudanças de fase da matéria estão indicadas na figura 3. Fusão é o nome dado à transformação que ocorre quando uma substância passa da fase sólida para a fase líquida. O processo inverso chama-se solidificação ou cristalização (no caso da água, é comum o termo “congelamento”). A vaporização e a condensação são os nomes dados às transformações que acontecem quando uma substância passa da fase líquida para a fase de vapor e vice-versa, respectivamente. Quando uma substância passa diretamente da fase sólida para a fase de vapor, temos uma transformação denominada sublimação. O processo inverso também é conhecido como sublimação, embora alguns autores usem o nome ressublimação ou mesmo cristalização.

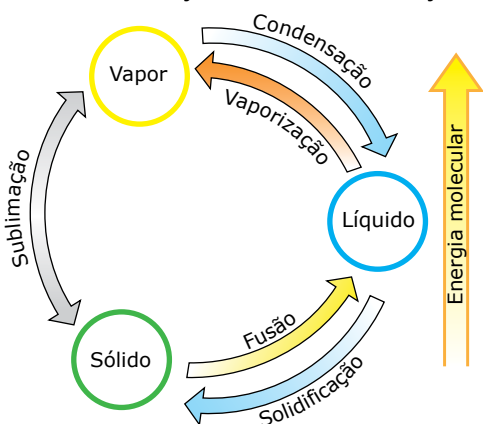


Figura 3. Principais mudanças de fase da matéria.

Quando ocorre a passagem do estado sólido ao estado líquido e deste ao estado de vapor, a matéria absorve energia. No sentido inverso, a matéria cede energia. Portanto, a energia molecular da matéria aumenta no sentido indicado na figura 3. Como você sabe, quando um corpo absorve calor e tem a sua temperatura aumentada, há um aumento da energia cinética das moléculas. Quando um líquido absorve calor à pressão constante, passando para o estado de vapor, as moléculas se afastam umas das outras. Nesse caso, o calor absorvido pela substância é convertido em trabalho para separar as moléculas. O calor convertido em trabalho, nessa situação (mudança de fase), não é usado

para aumentar a energia cinética das moléculas, mas sim a energia potencial molecular. Como a temperatura é uma medida da energia cinética molecular, a substância não tem a sua temperatura alterada durante essa vaporização isobárica. Algo semelhante ocorre nas outras mudanças de fase.



8U6X

### Mudança de estado físico

Na natureza, as substâncias se apresentam mais frequentemente em três estados físicos: sólido, líquido e gasoso. Eles podem ser convertidos uns nos outros, por meio de transformações em que há alteração da organização estrutural da substância. Neste vídeo, você poderá observar como as moléculas (ampliadas para fins didáticos) se comportam e interagem entre si, em cada estado físico, e quando há mudança de fase. Perceba seus movimentos característicos e atente para as informações dispostas no diagrama de fases.

Boa atividade!

## Diagrama de fases

Uma substância pura é aquela cuja composição química não se altera durante um processo físico. A água, a amônia e o dióxido de carbono são exemplos de substâncias puras. Os pontos de fusão e de vaporização de uma substância pura dependem da pressão aplicada sobre ela. Para entender esse comportamento da matéria, vamos considerar água líquida em um frasco evacuado e fechado, como mostrado na figura 4. Parte da água evapora e preenche o espaço vazio do frasco. Observe, na figura, que, na interface entre o líquido e o vapor, há moléculas de água com velocidades voltadas para cima e outras com velocidades para baixo. No equilíbrio, o número de moléculas, por unidade de tempo, que passa do estado líquido para o estado de vapor é igual ao número de moléculas que faz o caminho inverso. Em outras palavras, a taxa de vaporização é igual à taxa de condensação. Nesse momento, a pressão exercida de baixo para cima pelo líquido é igual à pressão exercida de cima para baixo pelo vapor. Essa pressão é chamada de pressão de vapor, e o seu valor depende da temperatura da água. Por exemplo, se a água do frasco estiver à temperatura de 20 °C, a pressão de vapor será igual a 0,0231 atm. Se o frasco for aquecido, e a temperatura da água atingir um valor mais elevado, haverá mais vaporização de água, e um novo equilíbrio ocorrerá em uma pressão também mais elevada.

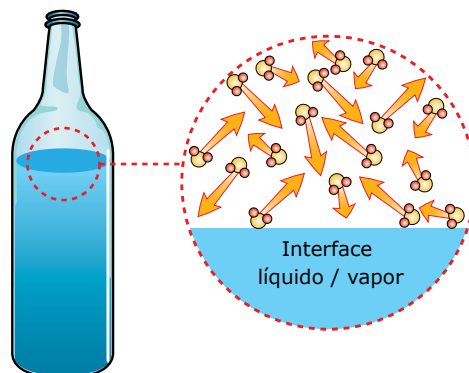


Figura 4. Interface líquido / vapor em equilíbrio.

Assim como na vaporização, as temperaturas de fusão e de sublimação também são correlacionadas com a pressão que age sobre a substância. Isso pode ser observado por meio do diagrama de fases da água mostrado na figura 5. Esse diagrama é um gráfico que correlaciona a pressão e a temperatura, a volume constante (como o volume do frasco da figura 4), de uma substância e a sua fase. As três curvas que aparecem no diagrama são as seguintes: a curva de fusão, que separa as regiões correspondentes às fases sólida e líquida, a curva de vapor, separando a fase líquida da fase de vapor, e a curva de sublimação, entre as fases sólida e de vapor. Assim, a fase em que determinada substância se encontra depende dos valores de pressão e temperatura aos quais a substância está submetida. Por exemplo, sob a pressão de 1 atm, a água é sólida abaixo de 0 °C, líquida entre 0 °C e 100 °C e encontra-se no estado de vapor acima de 100 °C.

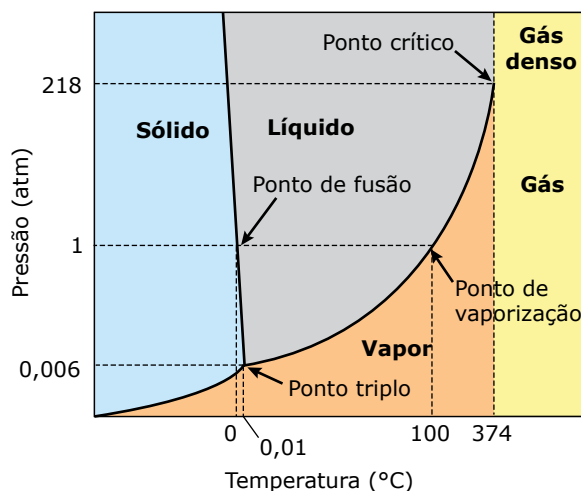


Figura 5. Diagrama de fases da água.

Observe o ponto de fusão no diagrama de fases da água, representado pelas coordenadas 0 °C e 1 atm. Quando uma massa de gelo a 1 atm e 0 °C recebe calor, a fusão do gelo se inicia, e a temperatura se mantém constante a 0 °C durante a mudança de fase. Observe que, para pressões maiores que 1 atm, a temperatura de fusão é um pouco menor que 0 °C. Essa redução do ponto de fusão com o aumento da pressão é uma característica de substâncias como a água, que sofrem contração durante a fusão. A maioria das substâncias se expande durante a fusão e apresenta uma curva de fusão inclinada para a direita, de maneira que o ponto de fusão cresce com o aumento da pressão.

Agora, observe o ponto de vaporização indicado no diagrama de fases da água, cujas coordenadas são 100 °C e 1 atm. Observe, no diagrama, que a pressão de vapor aumenta com a temperatura, conforme havíamos discutido anteriormente. Podemos citar muitos exemplos para ilustrar esse comportamento da água (e das outras substâncias puras). Em São Paulo, a altitude é de 800 m, a pressão atmosférica vale 0,9 atm e o ponto de vaporização (fervura) da água é 98 °C. Em La Paz, capital da Bolívia, a altitude é de 4 000 m, a pressão atmosférica vale 0,7 atm e a água ferve a 90 °C. Para altitudes ainda maiores, a água ferve em temperaturas ainda menores, e o cozimento de alguns alimentos pode ser bastante lento. Esse problema é facilmente resolvido com o uso de uma panela de pressão.

Dentro dessas vasilhas, a pressão vale cerca de 2 atm, pressão na qual a água ferve a 120 °C. A tabela seguinte contém alguns valores da curva de pressão de vapor da água.

p (atm)	Local	T (°C)
0,01	Em laboratórios ou em altas camadas da atmosfera	7
0,02		18
0,34	Everest (altitude de 8 836 m)	71
1,0	Ao nível do mar	100
2,0	Em uma panela de pressão ou em caldeiras	120
3,0		134

Além dos pontos de fusão e de vaporização, existem mais dois pontos de destaque no diagrama da figura 5: o ponto triplo e o ponto crítico. No ponto triplo, as fases sólida, líquida e de vapor podem coexistir. Observe o diagrama de fase da água e veja que o gelo passa diretamente do estado sólido para o estado de vapor quando a pressão é menor do que 0,006 atm. O dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) apresenta temperatura e pressão do ponto triplo de -56 °C e 5,1 atm. É por isso que o gelo seco (dióxido de carbono à baixa temperatura) sublima ao ar livre, uma vez que a pressão de 5,1 atm é consideravelmente maior do que a pressão atmosférica.

O ponto crítico é um balizador do estado gasoso. Usamos o termo “gás” para identificar os estados situados acima da temperatura crítica. Um vapor pode ser liquefeito (condensado) ou sublimado por meio de uma compressão isotérmica, entretanto, um gás não pode mudar de fase por meio desse processo. Você pode concluir isso por meio do diagrama da figura 5. No diagrama, trace duas retas verticais representando compressões isotérmicas: desenhe uma reta começando em um estado qualquer na região de vapor e a outra reta, na região de gás. Observe que a primeira compressão isotérmica corta a curva de vapor (ou a curva de sublimação, caso você tenha escolhido um estado inicial abaixo e à esquerda do ponto triplo), e a segunda compressão isotérmica não corta alguma curva de mudança de fase.

De acordo com a substância, os valores da temperatura e da pressão do ponto crítico e do ponto triplo são muito diferentes. A tabela a seguir apresenta o ponto triplo e o ponto crítico de algumas substâncias. Observe que o metano possui uma temperatura crítica muito baixa, de apenas -83 °C. Assim, não é possível liquefazer o metano por simples compressão e estocá-lo em botijões no próprio local de extração do gás. É por isso que o metano e outros gases naturais são transportados através de extensos gasodutos, que vão desde as suas reservas até os locais de consumo. O butano, ao contrário, possui uma temperatura crítica de 152 °C, podendo, portanto, ser liquefeito e distribuído em botijões.

Substância	Ponto triplo		Ponto crítico	
	T (°C)	p (atm)	T (°C)	p (atm)
Água	0,01	0,006	374	218
CO <sub>2</sub>	-56	5,1	31	73
Metano	-182	0,117	-83	46
Butano	-139	0,0000069	152	37
Nitrogênio	-210	0,12	-147	33

## Ebulição e evaporação

A vaporização pode ocorrer por evaporação ou por ebulição. Ao passo que a evaporação se dá na interface entre a fase líquida e a fase de vapor, a ebulição envolve todas as moléculas do líquido. Em geral, a evaporação ocorre lentamente e sem turbulências. Além disso, a temperatura de evaporação é independente da pressão atuante sobre o líquido. A ebulição é um processo turbulento e rápido, em que as bolhas de vapor se movimentam dentro do líquido devido às forças de empuxo. Ao contrário da evaporação, na ebulição, a temperatura em que ocorre a vaporização depende da pressão atuante sobre a substância. Por exemplo, água a 1 atm em uma panela pode evaporar em temperaturas como 20 °C ou 30 °C, mas, para entrar em ebulição, ela precisa atingir 100 °C.

A taxa de evaporação depende de alguns fatores. Um deles é a área da superfície evaporativa. Quanto maior for essa área, maior será o número de moléculas de líquido em condições de passar para a fase de vapor. É por isso que uma roupa úmida seca mais rapidamente quando ela é estendida em um varal.

Outro fator que acelera a evaporação é a temperatura do líquido. A taxa de evaporação na superfície de uma xícara de chá quente é maior que a taxa de evaporação em uma xícara de chá morno, pois as moléculas de água no chá quente apresentam uma energia cinética maior do que a das moléculas presentes no chá morno.

A pressão sobre o líquido também interfere no processo de evaporação. Essa pressão atua dificultando a passagem de moléculas da fase líquida para a fase de vapor. Por isso, quanto menor for a pressão sobre o líquido, maior será a taxa de evaporação. Assim, uma poça de água tende a evaporar mais rapidamente no alto de uma montanha, onde a pressão atmosférica é baixa, do que em uma cidade ao nível do mar.

A presença de ventos é outro fator que acelera a evaporação. Como você sabe, uma roupa estendida no varal seca com mais facilidade quando está ventando. O vento que passa rente à roupa atua como uma espécie de vassoura, arrastando as moléculas de água que já sofreram evaporação. Se essas moléculas permanecessem aí, elas dificultariam a saída de outras moléculas de água da roupa.

## O ponto de orvalho

Todos os componentes do ar atmosférico colaboram para o valor da pressão atmosférica. Por isso, essa pressão é igual à soma das pressões parciais exercidas pelo ar e pelo vapor de água presente na atmosfera. Em certo dia, essas pressões parciais podem valer, por exemplo, 0,98 atm e 0,02 atm, respectivamente (note que a soma é 1 atm, à pressão atmosférica local). Para a pressão de 0,02 atm, a temperatura de condensação ou de ebulição da água vale 18 °C (veja a primeira tabela da seção referente ao diagrama de fases). Essa temperatura é chamada de ponto de orvalho do ar. Esse valor, naturalmente, depende da concentração de vapor presente no ar. Uma atmosfera mais úmida apresenta uma pressão de vapor maior e, conseqüentemente, um ponto de orvalho também maior.

Quando a temperatura do ar abaixa, ficando igual ou inferior ao ponto de orvalho, parte do vapor de água presente no ar sofre condensação. É exatamente isso o que ocorre quando você retira uma latinha de refrigerante de uma geladeira e a expõe ao ar ambiente. Como as paredes da latinha estão muito frias (em geral, abaixo de 10 °C), o ar próximo ao recipiente atinge o ponto de orvalho. As gotas de água que aparecem sobre as paredes da latinha são o resultado da condensação de vapor de água em contato com o metal frio.

Podemos citar muitos outros exemplos de condensação do vapor de água presente no ar. Nas manhãs de inverno, a fumaça que sai de sua boca, quando você respira forte, é o vapor de água que você expelle se condensando ao entrar em contato com o ar ambiente frio. A fumaça que sai de uma xícara de café quente também é o resultado da condensação de vapor que sai do café e se condensa ao entrar em contato com o ar mais frio sobre a xícara. Assim, a fumaça que enxergamos não é vapor, mas sim pequenas gotas de água condensadas.

## Calor latente

Neste tópico, vamos aprender a calcular o aporte de calor necessário para provocar uma mudança de fase. O calor necessário para uma substância mudar de fase é conhecido como calor latente. Estando à temperatura de mudança de fase, o calor necessário para promover uma mudança de fase é proporcional à massa da substância. A expressão para calcular esse calor é dada por:

$$Q = mL$$

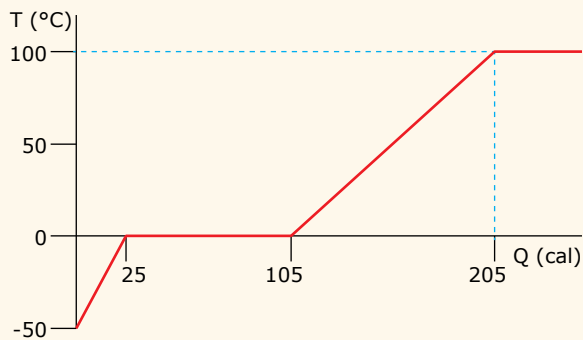
Nessa equação,  $m$  é a massa da substância, e  $L$  é uma propriedade termodinâmica conhecida como calor latente de mudança de fase. Essa propriedade depende da substância, da pressão e do tipo de mudança de fase. Por exemplo, a água, sob a pressão de 1 atm, sofre fusão a 0 °C e entra em ebulição a 100 °C, apresentando um calor latente de fusão igual a 80 cal/g e um calor latente de vaporização igual a 540 cal/g. As interpretações físicas desses números são as seguintes: uma massa unitária de 1 g de água, a 1 atm e 0 °C, necessita receber 80 cal para passar do estado sólido para o estado líquido, já a mesma massa unitária de água líquida, estando a 1 atm e 100 °C, precisa receber 540 cal para passar para o estado de vapor. Esses valores são exatamente os mesmos para as mudanças de fase inversas, a solidificação e a condensação. Porém, como esses processos resultam em uma liberação de calor, os valores do calor latente de solidificação e de condensação são negativos. Assim, para a água a 1 atm, os valores do calor latente de solidificação e de condensação valem -80 cal/g e -540 cal/g, respectivamente. A tabela a seguir contém o ponto de fusão ( $P_F$ ) e de vaporização ( $P_V$ ), bem como o calor latente de fusão ( $L_F$ ) e de vaporização ( $L_V$ ), de algumas substâncias puras à pressão de 1 atm.





**03.** (UFRN) A existência da água em seus três estados físicos, sólido, líquido e gasoso, torna nosso Planeta um local peculiar em relação aos outros Planetas do Sistema Solar. Sem tal peculiaridade, a vida em nosso Planeta seria possivelmente inviável. Portanto, conhecer as propriedades físicas da água ajuda a melhor utilizá-la e assim contribuir para a preservação do Planeta.

Na superfície da Terra, em altitudes próximas ao nível do mar, os estados físicos da água estão diretamente relacionados à sua temperatura conforme mostrado no gráfico a seguir. Esse gráfico representa o comportamento de uma massa de 1,0 g de gelo a uma temperatura inicial de  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , colocada em um calorímetro que, ligado a um computador, permite determinar a temperatura da água em função da quantidade de calor que lhe é cedida.



Observando-se o gráfico, pode-se concluir que a quantidade de calor necessária para liquefazer a massa de 1,0 g de água e elevar sua temperatura de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  até  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  é, respectivamente,

- A) 105 cal e 80 cal.                      C) 80 cal e 105 cal.  
 B) 105 cal e 100 cal.                    D) 100 cal e 105 cal.

**04.** (PUC-Campinas-SP-2016) Um dispositivo mecânico usado para medir o equivalente mecânico do calor recebe 250 J de energia mecânica e agita, por meio de pás, 100 g de água que acabam por sofrer elevação de  $0,50\text{ }^{\circ}\text{C}$  de sua temperatura.

G4E1

Adote  $1\text{ cal} = 4,2\text{ J}$  e  $c_{\text{água}} = 1,0\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ .

O rendimento do dispositivo nesse processo de aquecimento é de

- A) 16%.                      C) 67%.                      E) 84%.  
 B) 19%.                      D) 81%.

**05.** (UNIFICADO-RJ-2016) Joaquim pega 10 cubos de gelo no freezer e coloca-os dentro de uma jarra com água. Agita várias vezes a jarra, até que as pedras de gelo estejam pequenas, boiando na água sem derreter.

INM8

Ao final dessa situação,

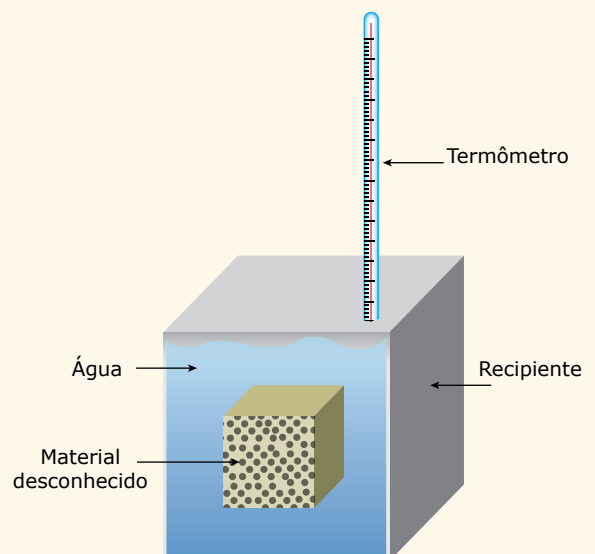
- A) a temperatura da água é de cerca de  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
 B) a temperatura da água é de cerca de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
 C) a temperatura da água é de cerca de  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .  
 D) não é possível estimar a temperatura da água, pois não são conhecidos os valores das massas envolvidas.  
 E) a temperatura da água é de cerca de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**06.** (Fatec-SP) Em um sistema isolado, dois objetos, um de alumínio e outro de cobre, estão à mesma temperatura. Os dois são colocados simultaneamente sobre uma chapa quente e recebem a mesma quantidade de calor por segundo. Após certo tempo, verifica-se que a temperatura do objeto de alumínio é igual à do objeto de cobre, e ambos não mudaram de estado. Se o calor específico do alumínio e do cobre valem respectivamente  $0,22\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$  e  $0,09\text{ cal/g}^{\circ}\text{C}$ , pode-se afirmar que

- A) a capacidade térmica do objeto de alumínio é igual à do objeto de cobre.  
 B) a capacidade térmica do objeto de alumínio é maior que a do objeto de cobre.  
 C) a capacidade térmica do objeto de alumínio é menor que a do objeto de cobre.  
 D) a massa do objeto de alumínio é igual à massa do objeto de cobre.  
 E) a massa do objeto de alumínio é maior que a massa do objeto de cobre.

**07.** (UFU-MG) Para tentar descobrir com qual material sólido estava lidando, um cientista realizou a seguinte experiência: em um calorímetro de madeira de 5 kg e com paredes adiabáticas, foram colocados 3 kg de água. Após certo tempo, a temperatura medida foi de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a qual se manteve estabilizada. Então, o cientista retirou de um forno a  $540\text{ }^{\circ}\text{C}$  uma amostra desconhecida de 1,25 kg e a colocou dentro do calorímetro. Após um tempo suficientemente longo, o cientista percebeu que a temperatura do calorímetro marcava  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  e não se alterava (ver figura a seguir).

4KXV



Material	Calor específico (cal/g°C)
Água	1,00
Alumínio	0,22
Chumbo	0,12
Ferro	0,11
Madeira	0,42
Vidro	0,16



**06.** (UERJ-2016) Admita duas amostras de substâncias distintas com a mesma capacidade térmica, ou seja, que sofrem a mesma variação de temperatura ao receberem a mesma quantidade de calor.

A diferença entre suas massas é igual a 100 g, e a razão entre seus calores específicos é igual a  $\frac{6}{5}$ .

A massa da amostra mais leve, em gramas, corresponde a:

- A) 250.                                      C) 500.  
B) 300.                                      D) 600.

**07.** (Unicesumar-2016) Do interior de um freezer doméstico, cuja temperatura indicada era  $-10\text{ }^\circ\text{C}$ , são retirados um calorímetro de alumínio de massa 10 g e 80 g de gelo, ambos em equilíbrio térmico com o interior do freezer. O gelo é rapidamente introduzido no calorímetro e imediatamente são despejados em seu interior 100 g de água a  $80\text{ }^\circ\text{C}$ . Supondo o sistema (calorímetro + gelo + água) termicamente isolado, determine a temperatura final após o equilíbrio térmico ser estabelecido.

**Dados:**

Calor específico do alumínio:  $0,2\text{ cal/g}^\circ\text{C}$

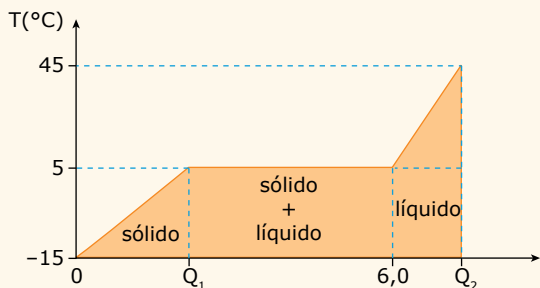
Calor específico da água:  $1,0\text{ cal/g}^\circ\text{C}$

Calor específico do gelo:  $0,5\text{ cal/g}^\circ\text{C}$

Calor latente de fusão do gelo:  $80\text{ cal/g}$

- A)  $4,29\text{ }^\circ\text{C}$ .                                      D)  $8,79\text{ }^\circ\text{C}$ .  
B)  $6,48\text{ }^\circ\text{C}$ .                                      E)  $8,97\text{ }^\circ\text{C}$ .  
C)  $6,67\text{ }^\circ\text{C}$ .

**08.** (CEFET-MG-2015) Um material possui calor específico igual a  $1,0\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$  quando está no estado sólido e  $2,5\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$  quando está no estado líquido. Um sistema composto por  $0,10\text{ kg}$  desse material recebe energia de forma que sua temperatura varia segundo o gráfico da figura.



Calor transferido ao sistema (J)

A razão entre  $Q_1$  e  $Q_2$  é:

- A)  $1/3$ .                                      D)  $1/8$ .  
B)  $1/5$ .                                      E)  $1/16$ .  
C)  $1/6$ .

**09.** (FAMERP-SP-2016) Para realizar um experimento no litoral, um cientista precisa de 8 litros de água a  $80\text{ }^\circ\text{C}$ . Como não dispõe de um termômetro, decide misturar uma porção de água a  $0\text{ }^\circ\text{C}$  com outra a  $100\text{ }^\circ\text{C}$ . Ele obtém água a  $0\text{ }^\circ\text{C}$  a partir de uma mistura, em equilíbrio térmico, de água líquida com gelo fundente, e água a  $100\text{ }^\circ\text{C}$ , a partir de água em ebulição.

Considerando que haja troca de calor apenas entre as duas porções de água, os volumes, em litros, de água a  $0\text{ }^\circ\text{C}$  e de água a  $100\text{ }^\circ\text{C}$  que o cientista deve misturar para obter água a  $80\text{ }^\circ\text{C}$  são iguais, respectivamente, a

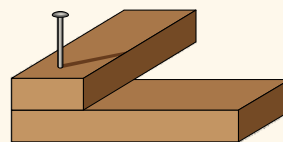
- A) 1,6 e 6,4.                                      C) 4,0 e 4,0.                                      E) 5,2 e 2,8.  
B) 3,2 e 4,8.                                      D) 2,4 e 5,6.

**10.** (FIEB-SP-2016) O copo interno de um calorímetro é feito de alumínio e tem massa de 30 g. Em seu interior, onde há 150 g de água pura à temperatura de  $20\text{ }^\circ\text{C}$ , são despejados 200 g de bolinhas de aço que se encontram inicialmente à temperatura de  $60\text{ }^\circ\text{C}$ . Sabendo que o calor específico do alumínio é  $0,2\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ , o da água  $1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e a temperatura de equilíbrio térmico do conjunto igual a  $25\text{ }^\circ\text{C}$ , o calor específico do aço e a quantidade de calor trocada pelas bolinhas de aço com o sistema têm valores, respectivos e aproximadamente, iguais a

- A)  $0,11\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e 780 cal, cedidas.  
B)  $0,11\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e 780 cal, recebidas.  
C)  $0,55\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e 890 cal, cedidas.  
D)  $0,55\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e 890 cal, recebidas.  
E)  $0,88\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$  e 780 cal, cedidas.

**11.** (UFTM-MG) Após um carpinteiro enterrar um enorme prego de ferro em uma viga de peroba, verifica-se que a temperatura do mesmo elevou-se em  $10\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Dados:** calor específico do ferro =  $0,1\text{ cal/(g}^\circ\text{C)}$   
massa do prego = 50 g  
 $1\text{ cal} = 4,2\text{ J}$

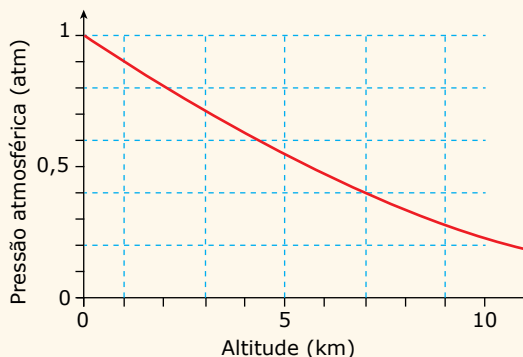


Admitindo que 60% da energia transferida pelo martelo tenha acarretado a elevação da temperatura do prego e, considerando que o carpinteiro tenha desferido 50 golpes com seu martelo sobre o prego, a energia média, em joules, transferida em cada martelada é:

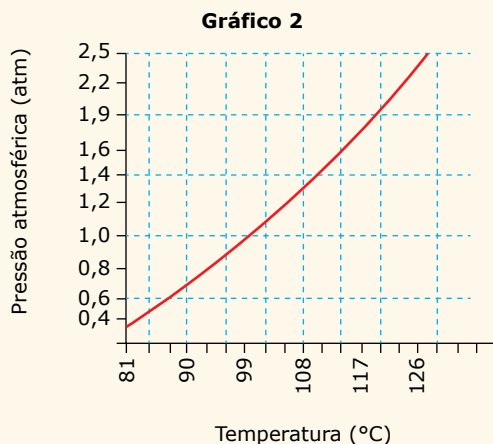
- A) 10.                                      C) 8.                                      E) 6.  
B) 9.                                      D) 7.

**12.** (Unesp-2018) O gráfico 1 mostra a variação da pressão atmosférica em função da altitude, e o gráfico 2, a relação entre a pressão atmosférica e a temperatura de ebulição da água.

**Gráfico 1**



Disponível em: <www.seara.ufc.br> (Adaptação).



Disponível em: <www.it.ufrgs.br> (Adaptação).

Considerando o calor específico da água igual a  $1,0 \text{ cal}/(\text{g} \cdot ^\circ\text{C})$ , para aquecer  $200 \text{ g}$  de água, de  $20^\circ\text{C}$  até que se inicie a ebulição, no topo do Pico da Neblina, cuja altitude é cerca de  $3\,000 \text{ m}$  em relação ao nível do mar, é necessário fornecer para essa massa de água uma quantidade de calor de, aproximadamente,

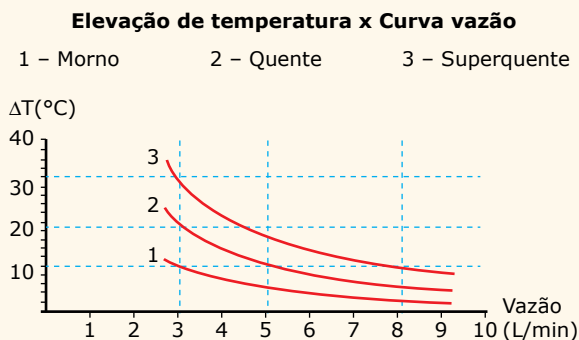
- A)  $4,0 \cdot 10^3 \text{ cal}$ .                      D)  $1,2 \cdot 10^7 \text{ cal}$ .  
 B)  $1,4 \cdot 10^2 \text{ cal}$ .                      E)  $1,4 \cdot 10^4 \text{ cal}$ .  
 C)  $1,2 \cdot 10^3 \text{ cal}$ .

- 13.** (Unesp) A quantidade de energia informada na embalagem de uma barra de chocolate é igual a  $200 \text{ kcal}$ . Após o consumo dessa barra, uma pessoa decide eliminar a energia adquirida praticando uma corrida, em percurso plano e retilíneo, com velocidade constante de  $1,5 \text{ m/s}$ , o que resulta em uma taxa de dissipação de energia de  $500 \text{ W}$ . Considerando  $1 \text{ kcal} \approx 4\,200 \text{ J}$ , quantos quilômetros, aproximadamente, a pessoa precisará correr para dissipar a mesma quantidade de calor ingeridas ao comer o chocolate?

## SEÇÃO ENEM



- 01.** (Enem-2017) No manual fornecido pelo fabricante de uma ducha elétrica de  $220 \text{ V}$ , é apresentado um gráfico com a variação da temperatura da água em função da vazão para três condições (morno, quente e superquente). Na condição superquente, a potência dissipada é de  $6\,500 \text{ W}$ . Considere o calor específico da água igual a  $4\,200 \text{ J}/(\text{kg}^\circ\text{C})$  e densidade da água igual a  $1 \text{ kg/L}$ .



Com base nas informações dadas, a potência na condição morno corresponde a que fração da potência na condição superquente?

- A)  $\frac{1}{3}$                       C)  $\frac{3}{5}$                       E)  $\frac{5}{8}$   
 B)  $\frac{1}{5}$                       D)  $\frac{3}{8}$

- 02.** (Enem-2015) As altas temperaturas de combustão e o atrito entre suas peças móveis são alguns dos fatores que provocam o superaquecimento e consequentes danos a esses motores, foram desenvolvidos os atuais sistemas de refrigeração, em que um fluido arrefecedor com propriedades especiais circula pelo interior do motor, absorvendo o calor que, ao passar pelo radiador, é transferido para a atmosfera.

Qual propriedade o fluido arrefecedor deve possuir para cumprir seu objetivo com maior eficiência?

- A) Alto calor específico.  
 B) Alto calor latente de fusão.  
 C) Baixa condutividade térmica.  
 D) Baixa temperatura de ebulição.  
 E) Alto coeficiente de dilatação térmica.

- 03.** (Enem-2015) Uma garrafa térmica tem como função evitar a troca de calor entre o líquido nela contido e o ambiente, mantendo a temperatura de seu conteúdo constante. Uma forma de orientar os consumidores na compra de uma garrafa térmica seria criar um selo de qualidade, como se faz atualmente para informar o consumo de energia de eletrodomésticos. O selo identificaria cinco categorias e informaria a variação de temperatura do conteúdo da garrafa, depois de decorridas seis horas de seu fechamento, por meio de uma porcentagem do valor inicial da temperatura de equilíbrio do líquido na garrafa. O quadro apresenta as categorias e os intervalos de variação percentual da temperatura.

Tipo de selo	Variação de temperatura
A	menor que 10%
B	entre 10% e 25%
C	entre 25% e 40%
D	entre 40% e 55%
E	maior que 55%

Para atribuir uma categoria a um modelo de garrafa térmica, são preparadas e misturadas, em uma garrafa, duas amostras de água, uma a  $10^\circ\text{C}$  e outra a  $40^\circ\text{C}$ , na proporção de um terço de água fria para dois terços de água quente. A garrafa é fechada. Seis horas depois, abre-se a garrafa e mede-se a temperatura da água, obtendo-se  $16^\circ\text{C}$ .

Qual selo deveria ser posto na garrafa térmica testada?

- A) A  
 B) B  
 C) C  
 D) D  
 E) E

**04.** (Enem) Em nosso cotidiano, utilizamos as palavras “calor” e “temperatura” de forma diferente de como elas são usadas no meio científico. Na linguagem corrente, calor é identificado como “algo quente”, e temperatura mede a “quantidade de calor de um corpo”. Esses significados, no entanto, não conseguem explicar diversas situações que podem ser verificadas na prática. Do ponto de vista científico, que situação prática mostra a limitação dos conceitos corriqueiros de calor e temperatura?

- A) A temperatura da água pode ficar constante durante o tempo em que estiver fervendo.
- B) Uma mãe coloca a mão na água da banheira do bebê para verificar a temperatura da água.
- C) A chama de um fogão pode ser usada para aumentar a temperatura da água em uma panela.
- D) A água quente que está em uma caneca é passada para outra caneca a fim de diminuir sua temperatura.
- E) Um forno pode fornecer calor para uma vasilha de água que está em seu interior com menor temperatura do que a dele.

**05.** (Enem) Sob pressão normal (ao nível do mar), a água entra em ebulição à temperatura de 100 °C. Tendo por base essa informação, um garoto residente em uma cidade litorânea fez a seguinte experiência:

- Colocou uma caneca metálica contendo água no fogareiro do fogão de sua casa.
- Quando a água começou a ferver, encostou cuidadosamente a extremidade mais estreita de uma seringa de injeção, desprovida de agulha, na superfície do líquido e, erguendo o êmbolo da seringa, aspirou certa quantidade de água para seu interior, tapando-a em seguida.
- Verificando após alguns instantes que a água da seringa havia parado de ferver, ele ergueu o êmbolo da seringa, constatando, intrigado, que a água voltou a ferver após um pequeno deslocamento do êmbolo.

Considerando o procedimento anterior, a água volta a ferver porque esse deslocamento

- A) permite a entrada de calor do ambiente externo para o interior da seringa.
- B) provoca, por atrito, um aquecimento da água contida na seringa.
- C) produz um aumento de volume que aumenta o ponto de ebulição da água.
- D) proporciona uma queda de pressão no interior da seringa que diminui o ponto de ebulição da água.
- E) possibilita uma diminuição da densidade da água que facilita sua ebulição.

**06.** (Enem) A Terra é cercada pelo vácuo espacial e, assim, ela só perde energia ao irradiá-la para o espaço. O aquecimento global que se verifica hoje decorre de pequeno desequilíbrio energético, de cerca de 0,3%, entre a energia que a Terra recebe do Sol e a energia irradiada a cada segundo, algo em torno de 1 W/m<sup>2</sup>.

Isso significa que a Terra acumula, anualmente, cerca de  $1,6 \cdot 10^{22}$  J. Considere que a energia necessária para transformar 1 kg de gelo a 0 °C em água líquida seja igual a  $3,2 \cdot 10^5$  J. Se toda a energia acumulada anualmente fosse usada para derreter o gelo nos polos (a 0 °C), a quantidade de gelo derretida anualmente, em trilhões de toneladas, estaria entre

- A) 20 e 40.
- B) 40 e 60.
- C) 60 e 80.
- D) 80 e 100.
- E) 100 e 120.

**07.** (Enem) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão, logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento

- A) não será alterado, pois a temperatura não varia.
- B) será maior, porque a panela esfria.
- C) será maior, pois a evaporação diminui.
- D) será maior, pois a pressão diminui.
- E) será menor, pois diminui a perda de água.

**Observação:** Considerando que, no interior da panela de pressão, a fase líquida se comporta como um sistema puro.

## GABARITO

Meu aproveitamento 

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. E
- 02. D
- 03. B
- 04. E
- 05. E
- 06. A
- 07. D
- 08. C

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A
- 02. A
- 03. C
- 04. A
- 05. C
- 06. C
- 07. B
- 08. D
- 09. A
- 10. A
- 11. D
- 12. E
- 13. d = 2,52 km

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. A
- 03. D
- 04. A
- 05. D
- 06. B
- 07. A



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Gases

Um gás é formado por moléculas ou átomos que se movem caoticamente. Além de existir muito espaço vazio entre essas partículas, a força de ligação entre elas é pequena se comparada à força de coesão molecular dos sólidos e dos líquidos. Enquanto o volume de um sólido ou de um líquido depende quase que exclusivamente da temperatura, o volume de um gás é sensível à temperatura e à pressão aplicada. A alta compressibilidade dos gases os distingue dos sólidos e dos líquidos.

Neste módulo, vamos analisar o comportamento físico dos gases. Iniciaremos esse estudo explicando o que é um gás ideal e apresentando um critério para classificar um gás em ideal ou não ideal. Depois, relacionaremos a pressão, o volume e a temperatura de um gás ideal por meio de uma equação de estado. A seguir, usaremos essa equação para estudar várias transformações em gases ideais, tais como uma expansão isotérmica e o aquecimento isovolumétrico. Por fim, apresentaremos um modelo físico capaz de prever valores de pressão e de temperatura de um gás ideal em função da velocidade de suas moléculas.

### GÁS IDEAL

#### O critério de classificação de um gás ideal

Um gás é ideal quando as suas moléculas ou átomos se acham tão distantes uns dos outros que a força de interação entre eles é desprezível. Nessas condições, eles se movem livremente, e um modelo simples pode ser usado para prever o comportamento físico do gás. Um gás tende ao comportamento de gás ideal à medida que a sua densidade diminui, pois isso implica o aumento do distanciamento molecular. A densidade de um gás, por sua vez, diminui à medida que a temperatura aumenta e a pressão sobre o gás diminui. A rigor, um gás comporta-se idealmente quando sua temperatura é muito maior que a temperatura crítica para aquele gás e quando a pressão é muito menor que a pressão crítica. A tabela seguinte apresenta a temperatura e a pressão críticas de algumas substâncias puras.

**Temperatura e pressão críticas de algumas substâncias**

Gás	$T_c$ (°C)	$p_c$ (atm)
Oxigênio	-118	50
Nitrogênio	-147	33
Dióxido de carbono	31	73
Amônia	133	112
Água	374	218

Observe que o oxigênio e o nitrogênio apresentam temperaturas críticas muito baixas, bem menores do que qualquer temperatura ambiente na Terra. Além disso, os valores da pressão crítica desses gases são, muitas vezes, maiores do que as pressões parciais que eles exercem na atmosfera terrestre. Por isso, oxigênio e nitrogênio, em condições atmosféricas, comportam-se como gases ideais. Porém, quando comprimidos a pressões de 100 atm ou mais, o oxigênio e o nitrogênio deixam de se comportar como gases ideais. O ar atmosférico é constituído de nitrogênio, oxigênio e traços de outros gases, como o argônio e o dióxido de carbono. Nas condições da atmosfera da Terra, todos esses gases se comportam como ideais. Por isso, o comportamento do ar atmosférico é bem próximo do comportamento de um gás ideal.

#### A equação de estado de um gás ideal

A pressão ( $p$ ), o volume ( $V$ ) e a temperatura absoluta ( $T$ ) de um gás ideal relacionam-se por meio de uma expressão conhecida como equação de estado de um gás ideal. Para obter essa equação, vamos descrever uma experiência envolvendo três amostras gasosas, uma de amônia, uma de nitrogênio e outra de oxigênio. Os gases acham-se à temperatura ambiente e estão contidos em cilindros dotados de um êmbolo. A experiência consiste em reduzir lentamente a pressão sobre os gases de maneira que a temperatura permaneça constante. Como consequência, os volumes dos gases aumentam e as suas densidades diminuem.

A figura 1 mostra o resultado da experiência por meio de um gráfico, cuja abscissa é a densidade e cuja ordenada é o quociente  $pV/(nT)$  dos gases. Nesse quociente, o fator  $n$  mede a quantidade de gás em mols (ou múltiplos e submúltiplos do mol). Um mol de partículas significa  $6,02 \cdot 10^{23}$  partículas. A quantidade  $n$  relaciona-se com a massa da amostra gasosa ( $m$ ) e com a massa molar do gás ( $M$ ) por meio da seguinte razão:

$$n = \frac{m}{M}$$

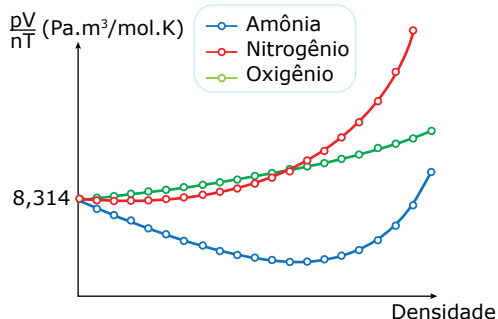


Figura 1. Curvas de  $pV/(nT)$  em função da densidade à temperatura ambiente.

Note que as três curvas convergem para o mesmo valor,  $8,314 \text{ Pa.m}^3/\text{mol.K}$ , quando as densidades dos gases se aproximam de zero, ou seja, quando o gás se aproxima do comportamento ideal. Essa tendência, de fato, é verificada para qualquer gás. O valor para o qual o quociente  $pV/(nT)$  converge é conhecido como constante universal dos gases ideais,  $R$ . Igualando  $pV/(nT)$  à constante  $R$ , e rearranjando os termos, obtemos a seguinte expressão:

$$pV = nRT$$

Essa é a equação de estado que estávamos procurando, chamada de equação de Clapeyron. No uso dessa equação, os dois valores mais usuais para a constante universal dos gases são:

$$R = 8,314 \frac{\text{Pa.m}^3}{\text{mol.K}} = 0,08207 \frac{\text{atm.L}}{\text{mol.K}}$$

A unidade  $\text{Pa.m}^3/\text{mol.K}$  pode ser expressa como  $\text{J/mol.K}$ , pois  $1 \text{ Pa}$  (pascal, unidade de pressão no Sistema Internacional) é igual a  $1 \text{ N/m}^2$ , e  $1 \text{ N.m}$  é igual a  $1 \text{ J}$ . Usando uma calculadora, verifique que os dois valores de  $R$  apresentados anteriormente são equivalentes (lembre-se, ainda, de que  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e  $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}$ ). Na prática, você pode usar qualquer um dos valores de  $R$ , desde que haja coerência com as unidades escolhidas para as outras grandezas. Quando você usar  $R = 8,314 \text{ J/mol.K}$ , as unidades de  $p$  e  $V$  devem ser  $\text{N/m}^2$  e  $\text{m}^3$ , respectivamente. No outro caso, para  $R = 0,08207 \text{ atm.L/mol.K}$ , as unidades de  $p$  e  $V$  devem ser  $\text{atm}$  e  $\text{L}$ , respectivamente. Nos dois casos,  $n$  é dado em mol e a temperatura, em Kelvin.

A título de exemplo, usaremos a equação de Clapeyron para calcular a massa de oxigênio no balão de  $0,5 \text{ L}$  mostrado na figura 2. A temperatura do gás é a mesma do laboratório,  $22 \text{ }^\circ\text{C}$  ( $295 \text{ K}$ ) e é indicada por um termômetro de ambiente. A pressão do gás é registrada pelo manômetro (tubo em U), que usa mercúrio como fluido de trabalho. Essa pressão é de  $2 \text{ atm}$ , valor dado pela soma da pressão atmosférica,  $1 \text{ atm}$ , com a pressão de  $1 \text{ atm}$  exercida pela coluna de  $76 \text{ cm}$  de mercúrio. O volume de gás expandido no tubo do manômetro é desprezível se comparado ao volume do balão (a figura está fora de escala).

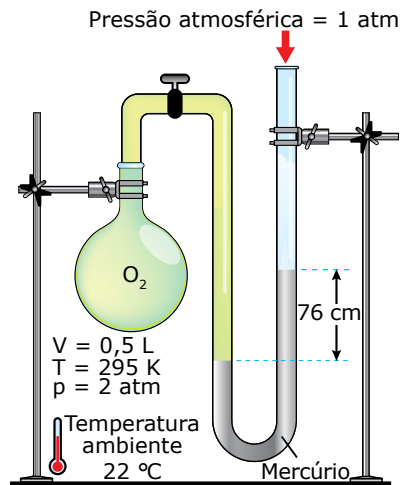


Figura 2. Experimento para determinação da massa de oxigênio no balão.

Substituindo os dados na equação de Clapeyron, achamos a seguinte quantidade de oxigênio no balão:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{2 \cdot 0,5}{0,082 \cdot 295} = 0,041 \text{ mol}$$

Utilizando esse valor, sabendo que a massa molar do oxigênio é  $M = 32 \text{ g/mol}$  e que o número de Avogadro é  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas/mol}$ , podemos determinar o número de moléculas ( $N$ ) e a massa ( $m$ ) de oxigênio por meio dos seguintes cálculos:

$$N = n \cdot N_A = 0,041 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}} \Rightarrow$$

$$N = 2,5 \cdot 10^{22} \text{ moléculas}$$

$$m = n \cdot M = 0,041 \text{ mol} \cdot 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 1,3 \text{ g}$$

## Transformação de estado

O estado termodinâmico de um gás ideal é definido por três grandezas básicas: a pressão  $p$ , a temperatura  $T$  e o volume  $V$ . A figura 3 mostra um diagrama de superfície,  $p \times V \times T$ , de certa amostra de gás ideal. Qualquer estado de equilíbrio do gás é representado por um ponto sobre essa superfície. A curva 1-2, indicada sobre tal superfície, representa uma transformação de estado sofrida pelo gás. O estado inicial (1) é definido pelos valores  $p_1, V_1$  e  $T_1$ , e o estado final (2), pelos valores  $p_2, V_2$  e  $T_2$ .



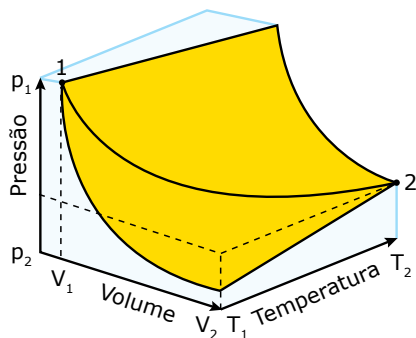


Figura 3. Transformação de estado sofrida por um gás ideal.

Independentemente da forma da curva 1-2, e também dos fatores que causaram a transformação no gás, podemos relacionar os estados 1 e 2 pela equação de estado de um gás ideal. Para isso, basta aplicar essa equação aos estados 1 e 2, e explicitar o produto  $n \cdot R$  para esses estados conforme indicado a seguir.

$$nR = \frac{p_1 V_1}{T_1} \quad \text{e} \quad nR = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Como a constante universal dos gases ( $R$ ) e a quantidade de mols do gás ( $n$ ) não variam, o produto  $n \cdot R$  é constante, e o lado direito dessas equações é igual. Igualando esses termos, obtemos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Também podemos comparar estados de gases ideais diferentes ou estados de um mesmo gás cuja massa varia durante a transformação (por exemplo, o ar em um pneu que está vazando). Nesses casos, em geral, a quantidade de gás no estado 1 ( $n_1$ ) é diferente daquela no estado 2 ( $n_2$ ). Por isso, devemos estabelecer uma relação entre os estados 1 e 2, considerando invariável apenas a constante  $R$ , e não mais o produto  $n \cdot R$ , como fizemos antes. Explicitando  $R$  para os estados 1 e 2, obtemos:

$$R = \frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2}$$

As relações anteriores são úteis para resolver muitos problemas. Por exemplo, na figura 4, considere que a temperatura do ar no pneu seja igual a 20 °C (293 K) e que o manômetro marque 29 PSI<sup>1</sup>. De fato, a pressão real do ar no pneu é a soma da pressão manométrica com a pressão atmosférica (1 atm = 14,7 PSI), pois um manômetro mede a diferença entre a pressão real e a pressão atmosférica. A pressão real do ar no pneu, portanto, vale 43,7 PSI.

<sup>1</sup> PSI significa libra-força por polegada quadrada – unidade de pressão no sistema inglês.

Agora, usando as relações anteriores, vamos responder a duas perguntas referentes à situação mostrada na figura 4: (1) Qual será a pressão no pneu se a temperatura do ar subir para 40 °C (313 K)? (2) Que fração de ar deve ser retirada do pneu para a pressão voltar a seu valor inicial?

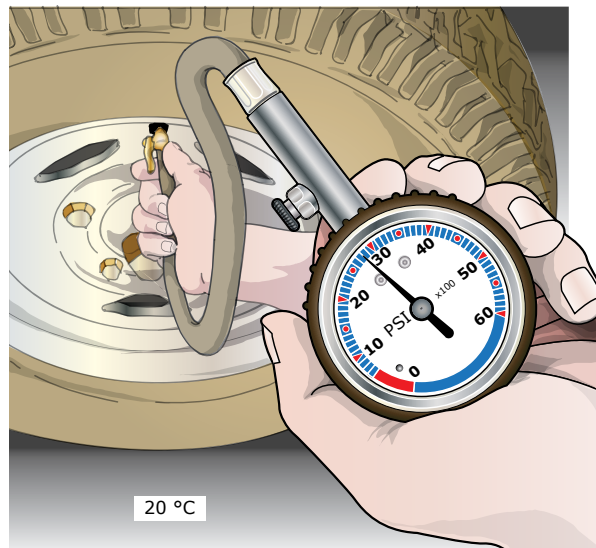


Figura 4. Medição da pressão manométrica do ar em um pneu.

Para responder à primeira pergunta, vamos relacionar o estado inicial (estado 1) com o estado do ar após o aquecimento (estado 2). Substituindo os valores conhecidos nessa relação, obtemos a seguinte pressão:

$$\frac{p_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{p_2 V_2}{n_2 T_2} \quad \frac{43,7 \cdot V_1}{n_1 \cdot 293} = \frac{p_2 \cdot V_2}{n_2 \cdot 313} \quad p_2 = 46,7 \text{ PSI}$$

Nesse cálculo, desprezamos possíveis vazamentos de ar e variações no volume do pneu. Por isso,  $n_1$  e  $n_2$  foram cancelados, o mesmo ocorrendo com  $V_1$  e  $V_2$ .

Para responder à segunda pergunta, podemos relacionar o estado 2 com o estado do ar após a retirada de ar do pneu (estado 3). Assim, obtemos:

$$\frac{p_2 V_2}{n_2 T_2} = \frac{p_3 V_3}{n_3 T_3} \quad \frac{46,7 \cdot V_2}{n_2 \cdot T_2} = \frac{43,7 \cdot V_3}{n_3 \cdot T_3} \quad \frac{n_3}{n_2} = 0,94$$

Novamente, cancelamos os volumes. O valor da temperatura do ar mantém-se, praticamente, constante quando um pouco de ar é retirado do pneu. Por isso, as temperaturas  $T_2$  e  $T_3$  também foram canceladas. Assim,  $n_3$  é 94% de  $n_2$ , ou seja, uma massa de ar igual a 6% da massa inicial deve ser retirada para a pressão voltar ao valor inicial.

Na próxima seção, abordaremos algumas transformações especiais. Antes, propomos uma questão para você refletir e apresentamos um exercício resolvido para reforçar as ideias estudadas até agora.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Um tanque de  $1,0 \text{ m}^3$ , com oxigênio a  $25^\circ\text{C}$  e  $5,0 \text{ atm}$ , está conectado por uma válvula a outro tanque com  $5,0 \text{ kg}$  de nitrogênio a  $35^\circ\text{C}$  e sujeito a uma pressão de  $2,0 \text{ atm}$ . A válvula é aberta e, pouco depois, o sistema atinge o equilíbrio térmico com a vizinhança, a  $20^\circ\text{C}$ . Determinar o volume do segundo tanque e a pressão final de equilíbrio nos tanques.

Resolução:

A quantidade de gás no segundo tanque pode ser calculada a partir da massa do gás ( $5,0 \cdot 10^3 \text{ g}$ ) e da massa molar do nitrogênio ( $28 \text{ g/mol}$ ). Usando esses dados, obtemos:

$$n_{\text{N}_2} = \frac{5,0 \cdot 10^3 \text{ g}}{28 \text{ g/mol}} = 179 \text{ mol}$$

Substituindo esse valor e as condições iniciais de temperatura e pressão na equação de Clapeyron, obtemos o seguinte volume para o segundo tanque:

$$2,0 \text{ atm} \cdot V_2 = 179 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 308 \text{ K}$$

$$V_2 = 2,3 \cdot 10^3 \text{ L} = 2,3 \text{ m}^3$$

Agora, substituindo o volume do primeiro tanque e as condições iniciais de temperatura e pressão na equação de Clapeyron, encontramos a seguinte quantidade de oxigênio:

$$5,0 \text{ atm} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ L} = n_{\text{O}_2} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K} \Rightarrow$$

$$n_{\text{O}_2} = 205 \text{ mol}$$

Após a abertura da válvula, os gases se misturam e atingem a temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$ ) e uma pressão  $p$ .

O volume total é a soma dos volumes dos tanques:  $1,0 + 2,3 = 3,3 \text{ m}^3$  (desprezando-se os volumes da tubulação e da válvula entre os tanques).

A quantidade, em mols, de mistura é:  $179 + 205 = 384 \text{ mol}$ . Substituindo esses valores na equação de Clapeyron, obtemos:

$$p \cdot 3,3 \cdot 10^3 \text{ L} = 384 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K} =$$

$$p = 2,8 \text{ atm}$$

### Comentário:

Em todas as condições de temperatura e pressão analisadas, o oxigênio e o nitrogênio comportaram-se como gases ideais. Por isso, a equação de Clapeyron pôde ser aplicada em todas as etapas da solução do problema.

## TRANSFORMAÇÕES PARTICULARES NO ESTADO DE GASES IDEAIS

Nesta seção, vamos estudar três transformações de estado especiais, em que uma das variáveis de estado, o volume, a pressão ou a temperatura de um gás ideal permanece constante.

### Transformação isovolumétrica

O aquecimento ou o resfriamento de um gás contido em um tanque é uma transformação isovolumétrica. Nessa transformação, também chamada de isocórica ou isométrica, a pressão  $p$  e a temperatura  $T$  do gás variam, mas o volume  $V$  permanece constante. Usando a equação de estado de um gás ideal, podemos explicitar  $p$  em função de  $T$ , obtendo:

$$p = \frac{nR}{V} T = CT$$

O termo  $C = nR/V$  é constante (de valor positivo), pois o volume e a quantidade de gás ( $n$ ) não variam, e  $R$  é a constante universal dos gases. Portanto, a equação  $p = CT$  representa uma reta ascendente que passa pela origem do diagrama  $p$  versus  $T$ , em que  $C$  é o coeficiente angular da reta. Em outras palavras,  $p$  varia proporcionalmente com  $T$ , de forma que, se o gás for aquecido a volume constante até que a temperatura absoluta  $T$  dobre de valor, a pressão  $P$  também irá dobrar, se  $T$  triplicar,  $p$  também irá triplicar, e assim por diante. Esse comportamento está ilustrado no primeiro gráfico da figura 5.

Substituindo a relação entre as escalas Kelvin ( $T$ ) e Celsius ( $t$ ),  $T = t + 273$ , na equação  $p = CT$ , obtemos:  $p = C(t + 273)$ . Essa equação também representa uma reta de inclinação  $C$  conforme está ilustrado no segundo gráfico da figura 5. Entretanto, agora, a reta não corta mais a origem do gráfico, mas sim o ponto de coordenadas  $(-273, 0)$ .

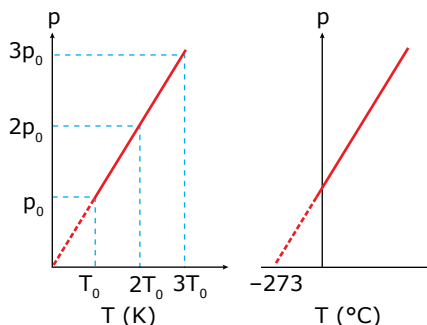


Figura 5. Pressão versus temperatura em uma transformação isovolumétrica de um gás ideal.

### Transformação isobárica

Na transformação isobárica, o volume e a temperatura do gás variam, mas a pressão se mantém constante. Um processo isobárico muito usual ocorre quando um gás é aquecido em um cilindro com êmbolo. A pressão externa que atua sobre o gás possui um valor numericamente igual ao valor da pressão atmosférica somado com o valor da pressão exercida pelo peso do êmbolo. Antes do aquecimento, o êmbolo está em repouso, e a pressão interna exercida pelo gás é igual à pressão externa. Quando o aquecimento se inicia, a temperatura do gás aumenta ligeiramente e, conseqüentemente, a pressão do gás também aumenta de um valor infinitesimal. Esse aumento é tão pequeno que mesmo um manômetro muito sensível não pode detectá-lo. Apesar de pequeno, esse desequilíbrio de pressão faz o êmbolo iniciar o movimento de subida. Por sua vez, essa expansão gera um alívio na pressão interna. O resultado é que a pressão interna permanece constante, com valor bem próximo ao valor da pressão externa, diferindo desta apenas por um valor infinitesimal.

Agora, vamos determinar a relação entre o volume  $V$  e a temperatura absoluta  $T$  para a transformação isobárica do gás. De acordo com a equação de estado de um gás ideal,  $V$  varia em função de  $T$  de acordo com:

$$V = \frac{nR}{p}T = CT$$

O termo  $C = nR/p$  é constante porque a pressão  $p$  e a quantidade de gás  $n$  não variam, e  $R$  é a constante universal dos gases. A equação  $V = CT$  representa uma reta que passa pela origem do diagrama  $V$  versus  $T$ , e  $C$  é o coeficiente angular dessa reta, ou seja,  $V$  e  $T$  são diretamente proporcionais, conforme está ilustrado no primeiro gráfico da figura 6. O segundo gráfico mostra a variação de  $V$  com a temperatura em graus Celsius.

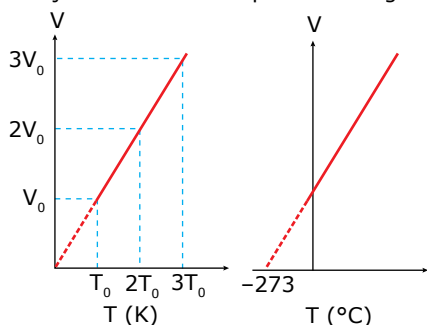


Figura 6. Gráfico volume versus temperatura para uma transformação isobárica de um gás ideal.

## Transformação isotérmica

A figura 7 ilustra uma experiência para estudar uma transformação isotérmica de um gás, processo no qual a temperatura se mantém constante, enquanto a pressão e o volume variam. Em um tubo em U, existe ar aprisionado (gás ideal), pressurizado com a ajuda de uma coluna de mercúrio. Quando a pressão sobre o ar vale  $p_0$  (1 atm), o volume é  $V_0$ . Adicionando mais mercúrio, a pressão aumenta para  $2p_0$ , e o volume diminui para  $V_0/2$ . Quando a pressão aumenta para  $3p_0$ , o volume diminui para  $V_0/3$ .

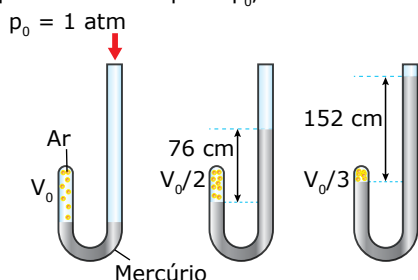


Figura 7. Montagem para estudar a transformação isotérmica.

O resultado dessa experiência sugere que, na transformação isotérmica, o volume  $V$  varia inversamente com a pressão  $P$ . Esse comportamento é previsto pela equação de estado de um gás ideal, conforme está indicado a seguir.

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{C}{V}$$

O termo  $C = nRT$  é constante, pois  $n$ ,  $R$  e  $T$  são constantes. Assim, de acordo com  $p = C/V$ , a pressão  $p$  e o volume  $V$  são grandezas inversamente proporcionais. Podemos visualizar esse comportamento por meio do gráfico  $p$  versus  $V$  mostrado na figura 8, em que as duas curvas representam dois processos que ocorrem a temperaturas constantes e iguais a  $T$  e  $2T$ . Essas curvas são denominadas isotérmicas. Na isotérmica mais interna (temperatura  $T$ ), considere o estado definido pelo volume  $V_0$  e pela pressão  $p_0$ . Observe que, se o gás expandir isotermicamente e o volume dobrar, a pressão ficará dividida por 2, se o volume quadruplicar, a pressão ficará dividida por 4, e assim por diante. Naturalmente, um comportamento de proporção inversa entre  $p$  e  $V$  também é verificado para a isotérmica de temperatura  $2T$ .

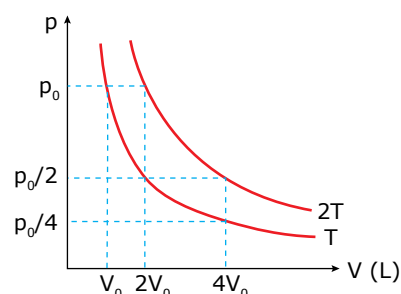


Figura 8. Gráfico pressão versus volume para uma transformação isotérmica de um gás ideal.

Outra informação importante sobre o gráfico  $p$  versus  $V$  é que as isotérmicas mais externas representam temperaturas maiores do que aquelas associadas às isotérmicas mais internas. Na figura 8, note que a temperatura referente à isotérmica externa é o dobro da temperatura referente à isotérmica interna. Esse fato pode ser justificado por meio da equação  $pV = nRT$ . Como as isotérmicas representam uma mesma amostra gasosa,  $n$  é uma constante. Assim, o produto  $pV$  é proporcional a  $T$ . Dessa forma, como esse produto vale  $p_0V_0$  para a isotérmica interna e  $2p_0V_0$  para a isotérmica externa, concluímos que a temperatura absoluta associada à curva externa é o dobro da temperatura absoluta referente à outra curva. Outra maneira de justificar essas temperaturas seria imaginar um estado qualquer sobre a isotérmica interna, digamos, o estado definido pelo volume  $2V_0$  e pela pressão  $p_0/2$ . Agora, considere que o gás seja aquecido a volume constante até a pressão dobrar (estado definido por:  $2V_0$ ,  $p_0$ ). Como vimos, na transformação isovolumétrica,  $p$  é proporcional a  $T$ . Assim, concluímos que a temperatura absoluta realmente dobra de valor.



### Transformações dos gases

No modelo de gás ideal, as moléculas não apresentam volume em comparação ao volume ocupado pelo gás, não realizam movimento de rotação e não interagem umas com as outras, apenas com as paredes do recipiente, que impedem que o gás escape. As colisões com o recipiente são perfeitamente elásticas, conservando a quantidade de movimento e a energia. Neste simulador de gases ideais, é possível realizar três tipos de transformações: isovolumétrica, isobárica e isotérmica. Fique atento para perceber suas características e diferenças. Boa atividade!



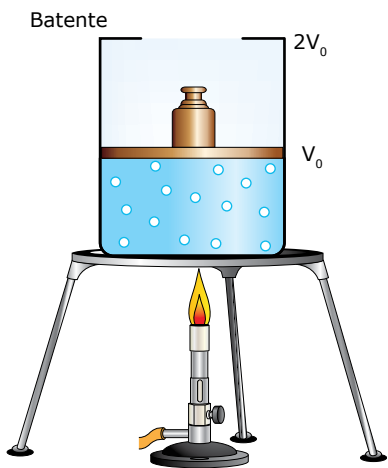


**PARA REFLETIR**

Você abriu a porta da geladeira, pegou o leite e fechou a porta, mas se esqueceu de pegar a manteiga. Ao abrir a porta de novo, você faz bem mais força. Por que isso aconteceu?

**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

**02.** Uma quantidade de 0,50 mol de um gás ideal, sob a pressão de  $1,0 \cdot 10^5$  Pa, ocupa um volume de  $8,3 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> em um cilindro com êmbolo conforme mostra a figura seguinte. Em seguida, o gás é aquecido até que o êmbolo toque no batente. Quando o êmbolo toca no batente, o volume do gás é o dobro do inicial. A seguir, o gás é aquecido até 600 K. Construir o gráfico da pressão *versus* o volume para o aquecimento do gás, indicando os valores de pressão (p), volume (V) e temperatura (T) relevantes nesse processo.



Resolução:

Primeiramente, vamos calcular o valor da temperatura inicial do gás (estado 1). Substituindo  $n = 0,50$  mol,  $p_1$  e  $V_1$  na equação de estado, e usando  $R = 8,3$  J/mol.K, obtemos:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow 1,0 \cdot 10^5 \cdot 8,3 \cdot 10^{-3} = 0,50 \cdot 8,3 T_1 \Rightarrow T_1 = 200 \text{ K}$$

Durante o movimento do êmbolo, a pressão se mantém constante, e a temperatura absoluta aumenta proporcionalmente com o volume. Como o volume dobra quando o êmbolo toca os batentes, nessa posição (estado 2), temos:

$$p_2 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

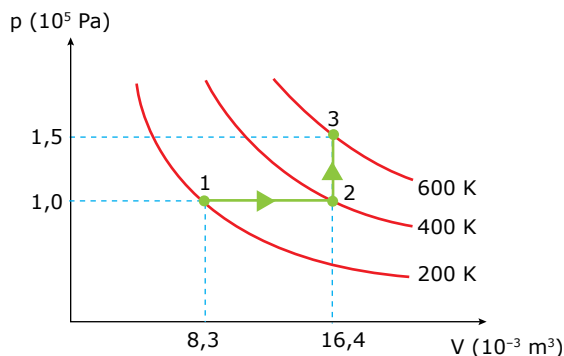
$$V_2 = 2V_1 = 16,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T_2 = 2T_1 = 400 \text{ K}$$

Na etapa final, o gás é aquecido a volume constante, e a pressão aumenta proporcionalmente com a temperatura absoluta. No estado final (estado 3), a temperatura do gás é  $T_3 = 600$  K, e a pressão pode ser determinada da seguinte forma:

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_3}{600} = \frac{1,0 \cdot 10^5}{400} \Rightarrow p_3 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Por fim, com os valores obtidos, podemos construir o gráfico *p versus V* para essa sequência de transformações. Observe que as temperaturas dos estados 1, 2 e 3 foram indicadas por meio de três curvas de temperaturas constantes (isotérmicas).



**TEORIA CINÉTICA DOS GASES**

Nesta seção, vamos apresentar um modelo para predição do comportamento dos gases, baseado no movimento das moléculas do gás. Esse modelo, conhecido como teoria cinética dos gases, foi desenvolvido na segunda metade do século XIX e representa um marco no desenvolvimento da teoria atômica da matéria. Essa teoria fundamenta-se em quatro suposições:

1. As colisões das moléculas do gás contra as paredes do recipiente que contém o gás são elásticas.
2. O tempo de duração da colisão de uma molécula em uma parede é desprezível.
3. As moléculas do gás obedecem às leis do movimento de Newton.
4. O número de moléculas é muito grande, e, portanto, o gás pode ser analisado estatisticamente.

Usando essas ideias, pode-se deduzir a seguinte expressão para calcular a pressão de um gás monoatômico ideal em função da velocidade das moléculas.

$$p = \frac{Nm_0 v^2}{3V}$$

De acordo com essa equação, pode-se concluir que a pressão do gás é proporcional à energia cinética de uma molécula ( $m_0 v^2/2$ ). Essa energia depende diretamente da temperatura absoluta do gás. Para demonstrar isso, primeiro, vamos calcular a energia total do gás ( $U$ ), que é a soma da energia cinética de todas as moléculas (como o gás é ideal, as forças de interação entre as moléculas são desprezíveis e, assim, podemos desprezar a energia potencial do conjunto de moléculas),  $U = Nm_0 v^2/2$ . Combinando essa expressão com a equação de  $P$  em função de  $V$  e com a equação de estado de um gás ideal,  $pV = nRT$ , obtemos a seguinte equação para a energia total:

$$U = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2} nRT$$

Se dividirmos essa equação por  $N$ , acharemos a expressão para a energia cinética de apenas uma molécula. Antes de fazer isso, é conveniente apresentar uma nova constante, definida pelo quociente entre a constante universal dos gases ideais e o número de Avogadro:

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,314 \text{ J/mol.K}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas/mol}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$k$  é a constante de Boltzmann, um número que desempenha um papel de grande relevância no estudo da Termodinâmica. Lembrando que a quantidade de gás pode ser calculada por  $n = N/N_A$ , podemos substituir essa expressão na equação de  $U$ . Dividindo tudo por  $N$ , obtemos a seguinte equação para energia cinética de uma molécula:

$$u = \frac{U}{N} = \frac{3}{2} kT$$

É mais apropriado se referir à grandeza  $u$  como sendo a energia cinética média por molécula, uma vez que nem todas as moléculas apresentam a mesma velocidade ( $v$ , na verdade, é a velocidade quadrática média das moléculas). Segundo a equação anterior, a energia cinética média de uma molécula é diretamente proporcional à temperatura absoluta do gás, independentemente de sua natureza. Isso nos permite tirar uma conclusão importante:

Gases ideais diferentes, à mesma temperatura, possuem a mesma energia cinética média por molécula.

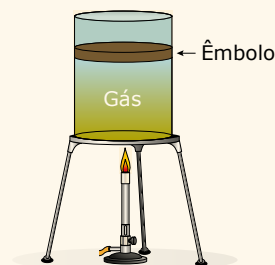
Esse fato, por sua vez, implica uma segunda conclusão importante:

À mesma temperatura, quanto menor a massa molar do gás, maior a sua velocidade média molecular.

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



- 01.** (UFV-MG) Uma quantidade fixa de um gás real se comporta cada vez mais como um gás ideal se
- aumentarmos a sua pressão e a sua temperatura.
  - diminuirmos a sua pressão e a sua temperatura.
  - aumentarmos a sua pressão e diminuirmos a sua temperatura.
  - diminuirmos a sua pressão e aumentarmos a sua temperatura.
- 02.** (UECE–2015) Considere uma garrafa de refrigerante posta verticalmente sobre uma mesa horizontal. Com a garrafa ainda fechada, sua parte superior, entre a superfície do líquido e a tampa, é preenchida por um gás pressurizado. Considere que o refrigerante está inicialmente a  $10^\circ\text{C}$ , e passados 10 minutos esteja a  $21^\circ\text{C}$ . Sobre o gás entre a superfície do líquido e a tampa, é correto afirmar que, ao final dos 10 minutos,
- tem sua energia térmica aumentada e sua pressão reduzida.
  - tem sua energia térmica e pressão aumentadas.
  - tem sua energia térmica e sua pressão reduzidas.
  - tem sua energia térmica reduzida e sua pressão aumentada.
- 03.** (UFAL) Um gás ideal possui, inicialmente, volume  $V_0$  e encontra-se sob uma pressão  $p_0$ . O gás passa por uma transformação isotérmica, ao final da qual o seu volume torna-se igual a  $V_0/2$ . Em seguida, o gás passa por uma transformação isobárica, após a qual seu volume é  $2V_0$ . Denotando a temperatura absoluta inicial do gás por  $T_0$ , a sua temperatura absoluta ao final das duas transformações é igual a:
- $T_0/4$
  - $T_0/2$
  - $T_0$
  - $2T_0$
  - $4T_0$
- 04.** (UFMG) A figura mostra um cilindro que contém um gás ideal, com um êmbolo livre para se mover. O cilindro está sendo aquecido. Pode-se afirmar que a relação que melhor descreve a transformação sofrida pelo gás é



- $p/V = \text{constante}$ .
- $p/T = \text{constante}$ .
- $V/T = \text{constante}$ .
- $pV = \text{constante}$ .

**05.** (UDESC) A constante universal dos gases,  $R$ , cujo valor depende das unidades de pressão, volume e temperatura, não pode ser medida em uma das unidades representadas a seguir. Assinale-a.

- A)  $N \cdot m^{-2} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \cdot m^3$
- B)  $atm \cdot litro \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
- C)  $J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$
- D)  $atm \cdot litro \cdot mol \cdot K^{-1}$
- E)  $N \cdot m \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$

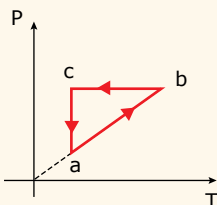
**06.** (UERJ) A bola utilizada em uma partida de futebol é uma esfera de diâmetro interno igual a 20 cm. Quando cheia, a bola apresenta, em seu interior, ar sob pressão de 1,0 atm e temperatura de 27 °C.

Considere  $n = 3$ ,  $R = 0,080 \text{ atm} \cdot L \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$  e, para o ar, comportamento de gás ideal e massa molar igual a  $30 \text{ g} \cdot mol^{-1}$ .

No interior da bola cheia, a massa de ar, em gramas, corresponde a:

- A) 2,5.
- B) 5,0.
- C) 7,5.
- D) 10,0.

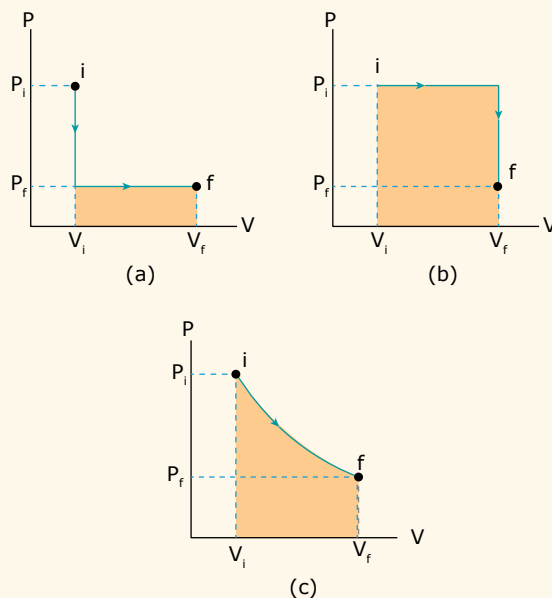
**07.** (UFC-CE) Um gás ideal sofre o processo cíclico mostrado no diagrama  $p \times T$ , conforme a figura a seguir. O ciclo é composto pelos processos termodinâmicos  $a \rightarrow b$ ,  $b \rightarrow c$  e  $c \rightarrow a$ .



Assinale, entre as alternativas a seguir, aquela que contém o diagrama  $p \times V$  equivalente ao ciclo  $p \times T$ .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

**08.** (UEL-PR) Os diagramas PV a seguir representam o comportamento de um gás:



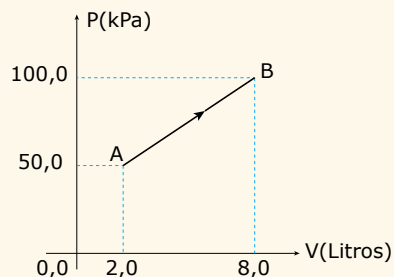
É correto afirmar:

- A) O diagrama (a) representa um processo isotérmico com a temperatura inicial maior que a temperatura final.
- B) Os diagramas (a) e (b) resultam no mesmo trabalho realizado pelo sistema após a expansão.
- C) O diagrama (b) representa um processo adiabático.
- D) O diagrama (c) representa um processo isobárico.
- E) O diagrama (c) representa um processo de expansão.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



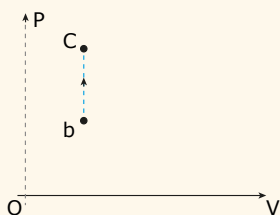
**01.** (Unit-AL-2018)



Um processo é geralmente descrito por um diagrama identificando os sucessivos estados pelos quais o sistema passa durante o seu transcurso. Considerando-se cinco mols de um gás ideal submetido ao processo termodinâmico, representado no gráfico, e sendo a constante dos gases ideais igual a  $8,3J/mol.K$ , é correto afirmar que o valor da razão  $T_B/T_A$  entre as temperaturas do gás, nos estados B e A, é igual a

- A) 6.
- B) 7.
- C) 8.
- D) 9.
- E) 10.

02. (UFRN) A transformação termodinâmica  $b \rightarrow c$ , ilustrada no diagrama PV da figura, constitui um dos processos do ciclo Otto, utilizado em motores de combustão interna de automóveis a gasolina. No diagrama, P representa a pressão na câmara de combustão, e V o volume da câmara. Esse processo ocorre quando, no instante da queima da mistura ar-gasolina contida na câmara de combustão, fornece-se calor ao sistema, produzindo-se



- A) aumento da pressão interna, com variação do volume da câmara.  
 B) diminuição da pressão interna, sem variação do volume da câmara.  
 C) diminuição da pressão interna, com variação do volume da câmara.  
 D) aumento da pressão interna, sem variação do volume da câmara.
03. (UFLA-MG) De acordo com a teoria cinética dos gases, pode-se afirmar que
- A) a energia cinética média das moléculas de um gás é proporcional à temperatura do gás em °C.  
 B) as moléculas de dois gases, de massas diferentes e a uma mesma temperatura absoluta T, apresentam energias cinéticas médias diferentes.  
 C) as moléculas de dois gases, de massas diferentes e a uma mesma temperatura absoluta T, apresentam a mesma energia cinética média.  
 D) a energia cinética média das moléculas de um gás depende da temperatura absoluta, da pressão, do volume e do tipo de moléculas.
04. (Fatec-SP) A pressão total sobre uma bolha de ar, no fundo de um lago, é de 3 atm. Essa bolha sobe para a superfície do lago, cuja temperatura é de 27 °C, e tem seu volume quadruplicado. Considerando a pressão atmosférica no local de 0,8 atm, a temperatura no fundo do lago será de, aproximadamente, em °C,
- A) 2.                      C) 8.                      E) 20.  
 B) 4.                      D) 12.
05. (UERJ-2016) Para descrever o comportamento dos gases ideais em função do volume V, da pressão P e da temperatura T, podem ser utilizadas as seguintes equações:

**Equação de Clapeyron**

$$P \times V = n \times R \times T$$

n → número de mols

R → constante de gases

**Equação de Boltzmann**

$$P \times V = N \times k \times T$$

N → número de moléculas

k → constante de Boltzmann

De acordo com essas equações, a razão  $\frac{R}{k}$  é aproximadamente igual a:

- A)  $\frac{1}{6} \cdot 10^{-23}$                       C)  $6 \cdot 10^{-23}$   
 B)  $\frac{1}{6} \cdot 10^{23}$                       D)  $6 \cdot 10^{23}$

06. (UEFS-BA) A experiência mostra que, para todos os gases, as grandezas volume, V, temperatura, T, e pressão, p, obedecem, aproximadamente, a uma equação denominada Equação de Clapeyron, desde que os gases tenham baixas densidades, isso é, as temperaturas não devem ser muito "baixas" e as pressões não devem ser muito "altas". Isso levou os físicos a formularem o conceito de gás ideal, que obedece à Equação de Clapeyron em quaisquer condições.

Considere um recipiente em que há 3,0 litros do gás nitrogênio,  $N_2$ , à pressão de 5,0 atm e à temperatura T. Em um segundo recipiente, há 2,0 litros do gás oxigênio,  $O_2$ , à pressão de 4,0 atm e à mesma temperatura T. Esses gases são misturados em um recipiente de volume 10,0 litros, mantido à mesma temperatura T.

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- A) A pressão da mistura é igual a 3,2 atm.  
 B) A fração molar do gás nitrogênio corresponde a 40%.  
 C) A fração molar do gás oxigênio corresponde a 50%.  
 D) A massa molecular média da mistura é, aproximadamente, igual a 29,4 sendo as massas moleculares do  $N_2$  e  $O_2$ , iguais, respectivamente, a 28 e 32.  
 E) A mistura apresenta um número total de oito mols.

07. (Unimontes-MG) Um quarto de dimensões 3m x 4m x 3m está preenchido com ar a uma pressão de 1 atm  $\approx 1,0 \cdot 10^5$  Pa e à temperatura de 16 °C. Considere a massa molar equivalente do ar igual a 28,9 g/mol. A massa de ar no quarto é igual a, aproximadamente,

**Dado:** R = 8,31 (J/mol.K)

- A) 43 kg.                      C) 43 g.  
 B) 23 g.                      D) 23 kg.

08. (UFPR-2016) Um cilindro com dilatação térmica desprezível possui volume de 25 litros. Nele estava contido um gás sob pressão de 4 atmosferas e temperatura de 227 °C. Uma válvula de controle do gás do cilindro foi aberta até que a pressão no cilindro fosse de 1 atm. Verificou-se que, nessa situação, a temperatura do gás e do cilindro era a ambiente e igual a 27 °C.

**Dado:** Considere que a temperatura de 0 °C corresponde a 273 K.

Assinale a alternativa que apresenta o volume de gás que escapou do cilindro, em litros.

- A) 11,8                      C) 60                      E) 241  
 B) 35                      D) 85

09. (UNIR-RO) Dois gases ideais submetidos às pressões  $p_1 = 1$  atm e  $p_2 = 2$  atm, em equilíbrio térmico, estão confinados em recipientes de volumes  $V_1 = 2$  m<sup>3</sup> e  $V_2 = 3$  m<sup>3</sup>, respectivamente, ligados por uma válvula inicialmente fechada. Ao se abrir a válvula, os dois gases fluem livremente, sem alterar sua temperatura, ocupando os dois recipientes com a mesma pressão que será:

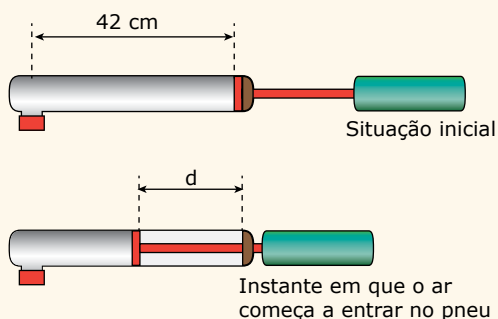
- A) 2,5 atm.                      D) 0,6 atm.  
 B) 3,0 atm.                      E) 1,6 atm.  
 C) 1,5 atm.

**10.** (FCM-PB-2016) Dois mols de um gás, sob 6 atm de pressão, ocupam um volume de 10 litros; uma vez comprimido até 5 litros, a pressão é alterada para 3 atm. Qual será a temperatura inicial e final respectivamente desse sistema?

**Dado:** Constante dos gases perfeitos é 0,082 atm.l / mol.K .

- A) 365,85 K e 91,46 K
- B) 91,46 K e 365,85 K
- C) 164 K e 120 K
- D) 120 K e 164 K
- E) 252,20 K e 126,1 K

**11.** (UFTM) Uma bomba, para encher pneus de bicicleta, contém ar à pressão atmosférica de  $10^5 \text{ N/m}^2$  e será utilizada para encher um pneu no qual o ar dentro dele já está a uma pressão de  $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ . Sabe-se que a bomba tem comprimento de 42 cm e que no início o êmbolo está totalmente recuado.



Suponha que o êmbolo seja empurrado lentamente de forma que o processo possa ser considerado isotérmico, e que o ar seja um fluido ideal. Uma vez acionada a bomba, o ar começará a entrar no pneu depois que o êmbolo tiver sofrido um deslocamento  $d$ , em cm, igual a

- A) 7.
- B) 14.
- C) 21.
- D) 28.
- E) 35.

**02.** (Enem-2015) O ar atmosférico pode ser utilizado para armazenar o excedente de energia gerada no sistema elétrico, diminuindo seu desperdício, por meio do seguinte processo: água e gás carbônico são inicialmente removidos do ar atmosférico e a massa de ar restante é resfriada até  $-198 \text{ }^\circ\text{C}$ . Presente na proporção de 78% dessa massa de ar, o nitrogênio gasoso é liquefeito, ocupando um volume 700 vezes menor. A energia excedente do sistema elétrico é utilizada nesse processo, sendo parcialmente recuperada quando o nitrogênio líquido, exposto à temperatura ambiente, entra em ebulição e se expande, fazendo girar turbinas que convertem energia mecânica em energia elétrica.

MACHADO, R. Disponível em: <www.correiobrasiliense.com.br>. Acesso em: 09 set. 2013 (Adaptação).

No processo descrito, o excedente de energia elétrica é armazenado pela

- A) expansão do nitrogênio durante a ebulição.
- B) absorção do calor pelo nitrogênio durante a ebulição.
- C) realização de trabalho sobre o nitrogênio durante a liquefação.
- D) retirada de água e gás carbônico da atmosfera antes do resfriamento.
- E) liberação de calor do nitrogênio para a vizinhança durante a liquefação.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. B
- 03. E
- 04. C
- 05. D
- 06. B
- 07. B
- 08. E

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. D
- 03. C
- 04. C
- 05. D
- 06. D
- 07. A
- 08. B
- 09. E
- 10. A
- 11. D

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem-2015) Uma pessoa abre sua geladeira, verifica o que há dentro e depois fecha a porta dessa geladeira. Em seguida, ela tenta abrir a geladeira novamente, mas só consegue fazer isso depois de exercer uma força mais intensa do que a habitual.

A dificuldade extra para reabrir a geladeira ocorre porque o(a)

- A) volume de ar dentro da geladeira diminuiu.
- B) motor da geladeira está funcionando com potência máxima.
- C) força exercida pelo ímã fixado na porta da geladeira aumenta.
- D) pressão no interior da geladeira está abaixo da pressão externa.
- E) temperatura no interior da geladeira é inferior ao valor existente antes de ela ser aberta.



## 1ª Lei da Termodinâmica

Todo corpo, independentemente do seu estado físico, possui uma energia interna associada ao movimento de suas moléculas. Essa energia depende basicamente da quantidade de moléculas e da temperatura do corpo (sistema). Em geral, a energia interna e o estado de um sistema variam quando há uma troca de energia, na forma de calor e trabalho, entre o sistema e a sua vizinhança. Assim, para calcular a variação de energia interna, basta fazermos um balanço do calor e do trabalho trocado entre o sistema e a vizinhança. Esse balanço, denominado de 1ª Lei da Termodinâmica, nada mais é do que o Princípio da Conservação da Energia aplicado a sistemas térmicos.

Neste módulo, vamos estudar aplicações da 1ª Lei da Termodinâmica em sistemas gasosos, embora esse princípio possa ser aplicado a qualquer estado da matéria. Iniciaremos o módulo ensinando como calcular o trabalho realizado ou sofrido por um gás. Em seguida, vamos apresentar a equação da 1ª Lei da Termodinâmica, usando-a para analisar as transferências de energia em um gás ideal, sujeito a transformações termodinâmicas especiais. Na sequência, vamos ampliar o conceito de calor específico e aprender a calcular o calor recebido ou cedido por um gás em transformações isobáricas e isovolumétricas. Por fim, vamos usar a 1ª Lei da Termodinâmica para estudar a transformação adiabática, processo caracterizado pela ausência de troca de calor entre o sistema e a vizinhança.

### TRABALHO EM SISTEMAS GASOSOS

Um sistema gasoso pode trocar trabalho com a sua vizinhança por diferentes formas. Por exemplo, um gás pode ser aquecido devido ao trabalho realizado por uma força de atrito, como ilustra a figura 1. Nessa montagem, à medida que o bloco desce com velocidade constante, a energia potencial gravitacional do bloco converte-se em trabalho, realizado pela força de atrito entre as pás e o gás. O módulo do trabalho realizado sobre o gás é  $W = mgh$ , em que  $m$  é a massa do bloco,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $h$  é o deslocamento do bloco.

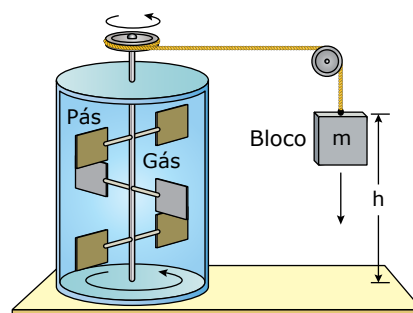


Figura 1. Um trabalho é realizado sobre o gás quando o bloco se desloca para baixo.

Outra forma importante de trabalho é devido ao movimento de fronteira de um sistema. A fronteira de um sistema é a superfície imaginária que envolve o sistema de estudo, separando-o da vizinhança. Por exemplo, na figura 2, considere que o sistema seja o gás contido no cilindro. Então, a superfície em sua volta (linha tracejada) é a fronteira, e todo o restante é a vizinhança: o cilindro, o êmbolo, o bico de Bunsen, o ar ambiente, etc.

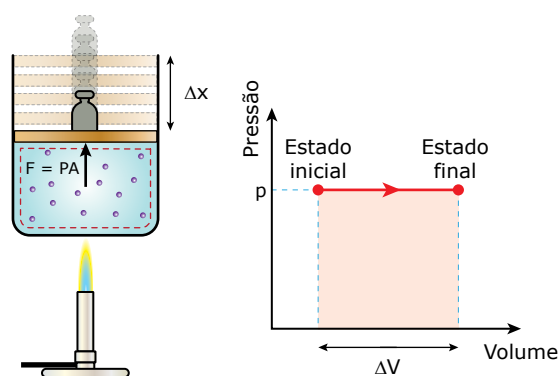


Figura 2. Trabalho realizado devido ao movimento de fronteira do gás.

Agora, vamos calcular o trabalho que o gás troca com a vizinhança na situação mostrada na figura 2. Nessa montagem, o gás se expande, realizando um trabalho sobre a vizinhança. Como o êmbolo se desloca livremente, a pressão  $p$  exercida pelo gás é constante (expansão isobárica mostrada no gráfico da figura 2). Isso significa que a força  $F$  que o gás exerce sobre o êmbolo mantém-se constante durante o deslocamento. Da Mecânica, sabemos que o trabalho realizado por essa força pode ser calculado pelo produto entre  $F$  e o deslocamento  $\Delta x$  do êmbolo.

A força, por sua vez, pode ser expressa pelo produto entre a pressão  $p$  e a área  $A$  do êmbolo. Assim, o trabalho realizado pelo gás é  $W = pA\Delta x$ . Note que o produto  $A\Delta x$  representa a variação de volume  $\Delta V$  sofrida pelo gás. Assim, concluímos que o trabalho devido ao movimento de fronteira de um gás, em um processo isobárico, é dado por:

$$W = p\Delta V$$

Essa equação é muito importante e podemos tirar algumas conclusões a partir dela. Primeiramente, vamos usá-la para confirmar que a unidade de trabalho, no Sistema Internacional, é o joule (J). De acordo com a equação, a unidade de trabalho é o produto entre as unidades de pressão e de volume. No SI, como esperado, esse produto é  $(N/m^2) \cdot m^3 = N \cdot m = J$ . Em alguns exercícios, usaremos as unidades atm e L para a pressão e para o volume, respectivamente. Nesses casos, o trabalho será dado em atm.L, e devemos ter em mente que essa é também uma unidade de energia.

Observe que a área sob o gráfico de pressão *versus* volume mostrado na figura 2 é exatamente igual ao produto  $p\Delta V$ , ou seja, essa área é numericamente igual ao trabalho realizado pelo gás. Na verdade, a área sob o gráfico  $p$  *versus*  $V$ , independentemente de a pressão ser ou não constante, fornece o valor do trabalho realizado pelo gás ou sobre ele.

O trabalho possui um sinal. Como o valor da pressão é sempre positivo, o sinal do trabalho é determinado pelo sinal da variação de volume. Quando o gás sofre uma expansão, como aquela indicada na figura 2,  $\Delta V > 0$ . Por isso, o trabalho também é positivo. Quando o gás é comprimido,  $\Delta V < 0$ , de forma que o trabalho também é negativo. É claro que  $W = 0$  quando  $\Delta V = 0$ . Nesse caso, embora haja força do gás contra o recipiente, não há deslocamento da fronteira do sistema. O quadro a seguir apresenta um resumo sobre os sinais do trabalho.

Processo	W
Expansão (W realizado pelo gás)	+
Compressão (W realizado sobre o gás)	-
Processo isovolumétrico	zero

Os sinais de  $W$  discutidos aqui não são restritos ao trabalho devido ao movimento de fronteira, devendo ser usados para qualquer forma de trabalho. Por exemplo, na figura 1, a vizinhança (as pás, o bloco e o conjunto de polias e corda) realiza um trabalho sobre o sistema (o gás). Do ponto de vista do gás, esse trabalho é negativo. Para  $m = 1,0$  kg e  $h = 0,20$  m, por exemplo, o trabalho vale  $W = -1,0 \cdot 10,0 \cdot 20 = -2,0$  J.

Para finalizar, destacamos o fato de o sinal do trabalho ser invertido em relação ao sinal do calor. Conforme já aprendemos, o calor é positivo quando um sistema recebe calor da vizinhança. Ao contrário, o trabalho é positivo quando o sistema fornece trabalho à vizinhança. Adiante, na figura 3, apresentamos um resumo da convenção dos sinais do calor  $Q$  e do trabalho  $W$ . Certifique-se de ter entendido esses sinais. Eles serão fundamentais para resolvermos vários problemas sobre a 1ª Lei da Termodinâmica.

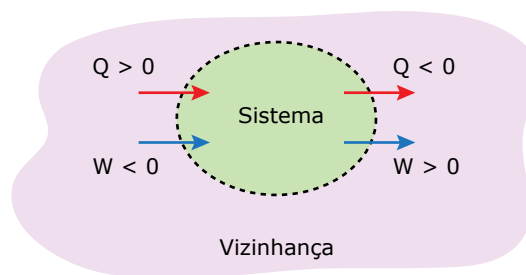


Figura 3. Convenção de sinais do calor e do trabalho.



### Experimento de Joule

James Prescott Joule executou, em meados do século XIX, um experimento em que pequenas pás agitavam uma porção de água contida em um recipiente termicamente isolado. Faça, neste simulador, alguns experimentos modificando a massa da água e dos blocos e a altura à qual estes são suspensos. A quantidade de energia responsável por aumentar a temperatura da água é proporcional à quantidade de trabalho realizado sobre ela? Obs.: Os pesos se deslocam para baixo com velocidade constante. Além disso, para fins didáticos, ao adicionar ou remover massa de água, a temperatura permanece constante.



## A 1ª LEI DA TERMODINÂMICA

### Energia interna

Antes de estudarmos a 1ª Lei da Termodinâmica, vamos discutir um pouco mais o conceito de energia interna de um corpo (sistema). Diferentemente do trabalho e do calor, a energia interna é uma propriedade de estado. Qualquer sistema, como uma amostra de gás contida em um recipiente, não possui trabalho ou calor, mas possui energia interna. Assim como a temperatura, o volume e a pressão, a energia interna é uma grandeza de estado. Do ponto de vista microscópico, a energia interna representa o conteúdo energético das moléculas do sistema. Conforme já aprendemos no estudo dos gases, a energia interna de um gás ideal monoatômico é devido apenas à energia cinética de translação dos átomos e o seu valor é dado por:

$$U = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}pV$$

$p$ ,  $V$  e  $T$  são a pressão, o volume e a temperatura absoluta do gás.  $N$  e  $n$  são o número de moléculas e o número de mols do gás, respectivamente. O fator  $k$  é a constante de Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K), definida pelo quociente entre a constante universal dos gases ideais ( $R = 8,314$  J/mol.K) e o número de Avogadro ( $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  moléculas/mol).

O principal interesse da Termodinâmica não é a quantidade de energia interna de um sistema, mas sim as variações da energia interna que ocorrem quando esse sistema sofre uma transformação termodinâmica. Quando um gás ideal monoatômico sofre uma variação de temperatura  $\Delta T$ , a variação da energia interna do gás pode ser calculada por  $\Delta U = 3NK\Delta T/2$ . Em um processo isotérmico,  $\Delta T$  é zero e, conseqüentemente,  $\Delta U$  também é zero.

Para gases ideais poliatômicos, a energia interna é maior que  $3NKT/2$ , pois, além de as moléculas terem velocidade de translação, elas também vibram e giram em torno de si. O importante é que, mesmo sendo maior, a energia interna continua sendo diretamente proporcional ao número de moléculas e à temperatura absoluta do gás.

## A 1ª Lei da Termodinâmica e a conservação da energia

A 1ª Lei da Termodinâmica é um princípio geral que leva em conta a variação de energia interna de um sistema quando ele, durante um processo, troca energia com a sua vizinhança. Para explicar isso, vamos analisar um exemplo numérico envolvendo o balanço de energia de um gás dentro de um cilindro com êmbolo. Inicialmente (estado 1), o êmbolo está em repouso. Nessa condição, digamos que a energia interna do gás é  $U_1 = 1\,000\text{ J}$ . Agora, considere que o gás seja aquecido por uma fonte quente, recebendo, ao longo de alguns segundos, uma quantidade de calor  $Q = 400\text{ J}$ . A energia interna não irá aumentar para  $1\,400\text{ J}$ , pois o gás, ao ser aquecido, se expande, realizando um trabalho sobre a vizinhança. Digamos que esse trabalho seja  $W = 100\text{ J}$ . Desse modo, durante o processo, o gás recebe  $400\text{ J}$  de energia na forma de calor, mas despende uma energia de  $100\text{ J}$  na forma de trabalho. O resultado é que o gás recebe uma energia líquida de  $+300\text{ J}$ . Esse é o valor que devemos somar à energia interna inicial do gás, de maneira que a energia interna final do sistema seja  $U_2 = 1\,300\text{ J}$ . Observe que a variação na energia interna do gás,  $\Delta U = U_2 - U_1$ , é igual à diferença  $Q - W$ . Assim, matematicamente, a 1ª Lei da Termodinâmica é escrita da seguinte forma:

$$\Delta U = Q - W$$

Pensando bem, a equação anterior é bastante semelhante ao balanço financeiro que uma empresa, ou uma pessoa física, faz no fim de cada mês:

$$\text{Saldo} = \text{Receitas} - \text{Despesas}$$

Da mesma forma que o saldo é o resultado dos aportes (receitas) e das retiradas (despesas) financeiras de uma entidade, a variação da energia interna é fruto das entradas e das saídas de energia em um sistema. Assim, não há criação de energia, há conservação da energia total. A 1ª Lei da Termodinâmica nada mais é do que o Princípio da Conservação da Energia aplicado a sistemas térmicos.

## Os sinais de Q, W e $\Delta U$

No exemplo numérico apresentado anteriormente, os sinais de  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta U$  foram todos positivos (de acordo com as nossas convenções de sinais,  $Q > 0$  porque o gás recebeu calor, e  $W > 0$  porque o gás se expandiu, realizando trabalho). Em outras situações, podemos ter outras combinações de sinais para  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta U$  (inclusive zero). Nós já conhecemos o significado dos sinais de  $Q$  e  $W$ . A seguir, vamos explicar o significado do sinal de  $\Delta U$  para um gás ideal.

Sabemos que a energia interna de um gás ideal é proporcional à sua temperatura absoluta. Então, a energia interna de uma amostra de gás ideal (massa fixa) aumenta quando a temperatura do gás aumenta. Portanto, a variação da energia interna é positiva quando a temperatura aumenta e negativa quando a temperatura diminui. Naturalmente, quando a temperatura não se altera, a variação da energia interna é nula. A tabela a seguir apresenta um resumo sobre os sinais de  $Q$ ,  $W$  e  $\Delta U$ . É importante compreendermos esses sinais em vez de simplesmente memorizá-los. Observe que, nesta tabela, apresentamos uma transformação na qual  $Q = 0$ . Essa transformação é denominada adiabática e será estudada com mais detalhes posteriormente.

Sistema realiza trabalho	$W > 0$
Sistema sofre trabalho	$W < 0$
Transformação isovolumétrica	$W = 0$
Sistema recebe calor	$Q > 0$
Sistema libera calor	$Q < 0$
Transformação adiabática	$Q = 0$
Temperatura do sistema aumenta	$\Delta U > 0$
Temperatura do sistema diminui	$\Delta U < 0$
Transformação isotérmica	$\Delta U = 0$

Para mostrar a importância dos sinais dessa tabela, vamos analisar o seguinte exemplo. Considere um cilindro com gás, aquecido por meio de uma resistência elétrica enrolada na parede externa do cilindro. A figura 4 ilustra duas fronteiras (em traço pontilhado) que podemos usar para estudar o problema: uma envolve apenas o gás, e a outra inclui o cilindro e a resistência. Nesse exemplo, vamos admitir que o gás seja muito denso e que as massas do cilindro e da resistência possam ser desprezadas.

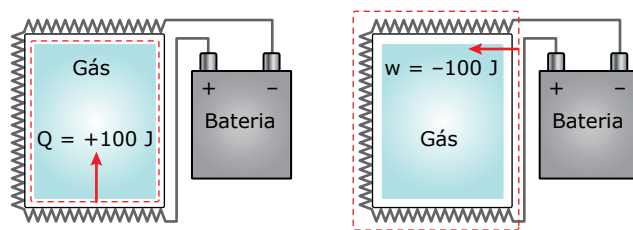
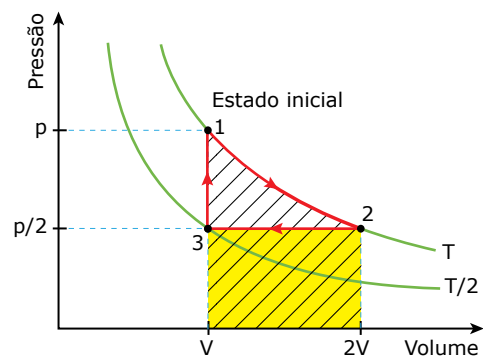


Figura 4. De acordo com a fronteira, o gás pode receber calor ou trabalho.

Primeiramente, vamos analisar o problema considerando a fronteira que envolve apenas o gás. Nesse caso, há uma diferença de temperatura na interface da fronteira, pois a temperatura da parede do cilindro é maior que a temperatura do gás. Assim, concluímos que o calor atravessa a fronteira do sistema. Vamos supor que, após o aquecimento do gás, esse calor seja  $Q = +100 \text{ J}$  (o sinal é + porque o gás recebe calor). Agora, vejamos se algum trabalho atravessa a fronteira do sistema. Como não há força agindo através da fronteira, concluímos que  $W = 0$ . Substituindo esses valores na equação da 1ª Lei da Termodinâmica, obtemos  $\Delta U = +100 - 0 = +100 \text{ J}$ . Note que  $\Delta U$  é positivo, significando, como esperado, que a temperatura do gás aumenta.

Agora, vamos analisar o problema do ponto de vista da fronteira que envolve a resistência elétrica. Nesse caso, não há diferença de temperatura na interface da fronteira. Logo,  $Q = 0$ . A corrente elétrica que atravessa a fronteira do sistema é gerada pela ação da força elétrica sobre as cargas livres do fio de ligação entre a bateria e a resistência elétrica. A presença dessa força implica que o sistema recebe um trabalho da vizinhança. Como as massas do cilindro e da resistência são desprezíveis, o módulo do trabalho é igual ao módulo do calor citado na análise anterior, isto é,  $W = -100 \text{ J}$  (o sinal é - porque o gás recebe trabalho). Substituindo  $Q$  e  $W$  na equação da 1ª Lei da Termodinâmica, achamos  $\Delta U = 0 - (-100) = +100 \text{ J}$ . Note que esse resultado é idêntico ao obtido anteriormente.



Inicialmente, vamos analisar a etapa isotérmica (processo 1-2). Como a temperatura permaneceu constante, a energia interna também não variou. Assim,  $\Delta U = 0$ . Como o gás se expandiu, ele realizou um trabalho. Logo,  $W$  é positivo (área hachurada no gráfico). Agora, para analisar o calor, vamos escrever a 1ª Lei da Termodinâmica da seguinte forma:  $Q = \Delta U + W$ . Como a primeira parcela é zero e a segunda é positiva, conclui-se que o calor  $Q$  é positivo. Logo, o gás ganhou calor durante a expansão. Apesar disso, a temperatura do gás não aumentou, pois um trabalho, igual ao calor recebido, foi despendido pelo gás ao longo da expansão.

Agora, vamos analisar a etapa isobárica (processo 2-3). O gás foi comprimido, de forma que um trabalho foi realizado sobre ele. Nesse caso,  $W$  é negativo (área retangular no gráfico, indicada em amarelo). Nessa etapa, a temperatura do gás diminuiu, e a energia interna também. Assim,  $\Delta U$  é negativo. De acordo com a 1ª Lei da Termodinâmica,  $Q = \Delta U + W$ ,  $Q$  é negativo, pois as parcelas  $\Delta U$  e  $W$  são negativas. Portanto, o gás cedeu calor para a vizinhança. Poderíamos ter chegado a essa conclusão sem usar muita matemática. Como o gás recebeu um trabalho, a energia interna e a temperatura deveriam, em princípio, aumentar. Porém, ocorreu justamente o contrário. A explicação para isso é que o gás cedeu calor. Além disso, para justificar a redução na energia interna, o módulo de  $Q$  deve ser maior que o de  $W$ .

Na etapa isovolumétrica (processo 3-1),  $W = 0$ , pois não há variação do volume do gás. A temperatura aumenta porque, sendo esse um processo isovolumétrico, a temperatura é diretamente proporcional à pressão do gás. Logo, a energia interna aumenta, e  $\Delta U$  é positivo. Assim, na equação  $Q = \Delta U + W$ , a primeira parcela do segundo membro é positiva, e a segunda é zero. Portanto,  $Q$  é positivo, e o gás recebeu calor. Esse resultado era esperado, pois a energia interna aumentou, e não houve realização de trabalho. Então, o aumento da energia interna é decorrente do fato de o gás ter recebido calor.



### PARA REFLETIR

Uma mola comprimida (fixa por um fio de aço) foi imersa em um ácido. Então, lentamente, a mola se dissolveu. O que aconteceu com a energia potencial elástica da mola?

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Um gás ideal se expande isotermicamente, dobrando de volume. A seguir, o gás é comprimido isobaricamente até o volume voltar ao valor inicial. Por último, o gás tem a pressão aumentada isovolumetricamente até a pressão voltar ao valor inicial. Determinar se o gás recebeu ou cedeu calor para a vizinhança em cada uma dessas etapas e durante todo o ciclo.

Resolução:

A figura a seguir mostra o diagrama pressão *versus* volume para o ciclo. As pressões, os volumes e as temperaturas absolutas indicadas foram calculados por meio da equação de estado de um gás ideal, tomando como referência os valores iniciais  $p$ ,  $V$  e  $T$ .

Em todo ciclo, o estado final é idêntico ao estado inicial, de forma que  $\Delta U = 0$ . O trabalho no ciclo é a soma algébrica dos trabalhos parciais que ocorrem em cada etapa. O trabalho é positivo na expansão isotérmica, negativo na compressão isobárica e zero no aquecimento isovolumétrico. A soma desses valores é positiva, pois o módulo do trabalho positivo é maior que o módulo do trabalho negativo. Na prática, o trabalho líquido é numericamente igual à área dentro do ciclo, indicada em azul no gráfico deste exercício. Esse valor é positivo quando o ciclo ocorre no sentido horário (como neste exercício), e negativo quando o sentido for anti-horário. De acordo com a equação  $Q = \Delta U + W$ , como a primeira parcela do segundo membro é zero e a segunda é positiva, o calor líquido é positivo. Logo, o gás recebeu calor. O quadro a seguir é um resumo da solução deste exercício. A sua construção é frequentemente pedida em questões abertas de vestibulares.

Processo	W	U	Q
1-2	+	0	+
2-3	-	-	-
3-1	0	+	+
Ciclo	+	0	+

## CALORES ESPECÍFICOS DE UM GÁS

No estudo da Calorimetria, usamos a equação  $Q = mc\Delta T$  para calcular a transferência de calor entre os corpos. Nessa equação,  $m$  e  $\Delta T$  são a massa e a variação de temperatura do corpo, respectivamente. O calor específico  $c$  é uma propriedade física que depende da substância do corpo. Podemos usar uma equação semelhante à equação anterior para calcular a transferência de calor em um gás. Nesse caso, o calor específico dependerá da natureza do gás e também do tipo de processo. Para uma transformação isobárica e outra isovolumétrica, o calor transferido pode ser calculado pelas seguintes equações:

$$Q = nc_p\Delta T \text{ e } Q = nc_v\Delta T$$

Nessas equações,  $n$  é a quantidade de gás (por exemplo, em mols) e  $\Delta T$  é a variação de temperatura na escala Kelvin (ou Celsius, pois  $\Delta T$  é o mesmo em ambas as escalas). Os parâmetros  $c_p$  e  $c_v$  são os calores específicos molares à pressão e a volume constantes, respectivamente, cujas unidades podem ser J/mol.K e atm.L/mol.K.

Os valores de  $c_p$  e  $c_v$  dos gases ideais dependem do tipo de gás e da temperatura. Os gases monoatômicos, como os gases nobres, são exceções. Todos eles, independentemente da temperatura, possuem  $c_p = 5R/2$  e  $c_v = 3R/2$ , sendo  $R$  a constante universal dos gases. A tabela seguinte contém os valores de  $c_p$  e de  $c_v$  para alguns gases a 25 °C. A última coluna da tabela é o coeficiente de Poisson ( $\gamma$ ), importante parâmetro dos gases e definido pela relação  $\gamma = c_p/c_v$ .

Gases ideais a 25 °C	$c_p$ (J/mol.K)	$c_v$ (J/mol.K)	$\gamma$
Ar	29,1	20,8	1,40
Dióxido de carbono	37,1	28,7	1,29
Nitrogênio	29,2	20,9	1,40
Oxigênio	29,5	19,9	1,48
Monoatômicos (a qualquer pressão e temperatura)	$c_p = \frac{5R}{2}$	$c_v = \frac{3R}{2}$	$\frac{5}{3}$

Para qualquer gás,  $c_p$  é maior do que  $c_v$ . Isso significa que o calor para aquecer um gás à pressão constante é maior do que o calor para aquecer o gás a volume constante para uma mesma elevação de temperatura. No aquecimento isovolumétrico, o calor é usado apenas para elevar a temperatura e a energia interna do gás. O aquecimento isobárico consome mais energia porque, além de receber calor para aumentar sua energia interna, o gás deve receber uma quantidade extra de calor para poder realizar um trabalho de expansão.

As expressões de  $c_p$  e  $c_v$  para os gases monoatômicos podem ser deduzidas igualando-se a equação da 1ª Lei da Termodinâmica com a equação da variação da energia interna para um gás ideal monoatômico:

$$Q - W = \frac{3}{2} NK\Delta T$$

Na transformação isovolumétrica, não há trabalho ( $W = 0$ ). Substituindo esse valor na equação anterior e fazendo  $N = nN_A$  e  $K = R/N_A$ , obtemos:

$$Q - 0 = \frac{3nN_A R\Delta T}{2N_A} = n\frac{3R}{2}\Delta T$$

Comparando  $Q = nc_v\Delta T$  com a expressão anterior, concluímos que  $c_v = 3R/2$ , como queríamos demonstrar. Para o processo isobárico, devemos usar o mesmo procedimento, lembrando que, agora, existe um trabalho dado por  $W = p\Delta V = nR\Delta T$ . Deixamos para você a tarefa de completar os cálculos e de demonstrar que  $c_p = 5R/2$ .

# TRANSFORMAÇÃO ADIABÁTICA

Quando um gás é comprimido ou expandido sem trocar calor com a vizinhança, dizemos que o gás sofreu uma transformação adiabática (do grego, intransitável). Essa transformação pode ser obtida de duas formas. O recipiente que contém o gás pode ser isolado termicamente da vizinhança por meio de um material como isopor ou lã de vidro, ou o gás pode ser comprimido ou expandido tão rapidamente que ele não terá tempo para ceder ou ganhar calor da vizinhança.

Na transformação adiabática, a pressão  $p$ , o volume  $V$  e a temperatura  $T$  do gás variam. Além da relação de gás ideal,  $pV/T = \text{constante}$ , a seguinte equação também se aplica:

$$pV^\gamma = \text{constante}$$

Nessa equação, o expoente  $\gamma$  é o coeficiente de Poisson, definido no tópico anterior. A dedução dessa equação é um pouco complicada e será omitida. Na verdade, usaremos essa equação apenas para entendermos alguns aspectos do processo adiabático. De acordo com essa equação, quando o volume de um gás aumenta, a pressão diminui, de forma que o produto  $pV^\gamma$  permanece constante (e vice-versa). Como  $\gamma$  é maior do que 1, a variação do termo  $V^\gamma$  é significativa. Assim, para o produto  $pV^\gamma$  permanecer constante, a variação de  $p$  deve ser inversa e um pouco maior do que a variação de  $V$  (diferentemente da transformação isotérmica, em que  $p$  varia de forma inversa e proporcional a  $V$ ). Esse comportamento está ilustrado na figura 5, que mostra o diagrama  $p$  versus  $V$  para um processo adiabático ocorrendo entre dois estados A e B de um gás ideal. Neste gráfico, a área sob a curva que representa o processo é numericamente igual ao trabalho. Como  $Q = 0$ , concluímos que  $\Delta U = 0 - W$ , ou seja, o trabalho em um processo adiabático é dado por  $W = -\Delta U$ .

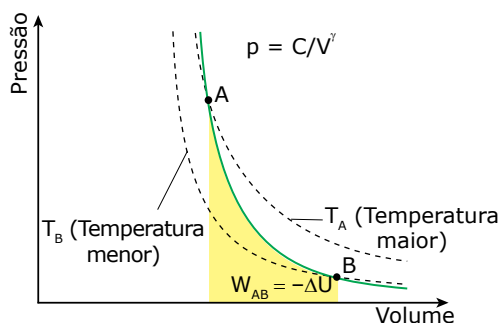


Figura 5. Transformação adiabática.

Observe nesse gráfico que a expansão adiabática AB produz um resfriamento no gás ( $T_B < T_A$ ). Podemos entender isso a partir da 1ª Lei da Termodinâmica.

Sendo  $\Delta U = -W$ , e como  $W$  é positivo na expansão, concluímos que  $\Delta U$  é negativo. Essa redução da energia interna implica uma diminuição da temperatura do gás. Na compressão adiabática (processo BA), a temperatura aumenta, pois, nesse caso,  $W$  é negativo e  $\Delta U$  é positivo.

Podemos citar muitos exemplos cotidianos de resfriamentos e aquecimentos adiabáticos. Quando apertamos a válvula de um desodorante *spray*, um pouco de vapor é liberado por meio de uma expansão súbita e adiabática, provocando o resfriamento do frasco. Ao contrário, uma bomba manual de encher pneus de bicicleta se aquece quando você comprime rápida e adiabaticamente o ar em seu interior. Os processos adiabáticos não se restringem aos gases. Por exemplo, se sacudirmos violentamente uma garrafa com água por 2 ou 3 minutos, a temperatura da água aumentará alguns décimos de grau. Esse aquecimento é adiabático e o aumento da energia interna da água é devido ao trabalho que transferimos ao líquido.

Para finalizar, vamos discutir a expansão livre. Nesse processo, um gás se expande sem sofrer resistência. Por exemplo, imagine dois balões idênticos, um contendo gás ideal sob pressão e o outro evacuado conforme mostra a figura 6. Em determinado instante, a válvula que interliga os balões é aberta, de forma que o gás se expande e passa a ocupar o volume total do sistema. Essa expansão ocorre sem resistência, ou seja, não há força ao longo do deslocamento. Portanto, em uma expansão livre, não há realização de trabalho. Em geral, a expansão livre é rápida, de forma que não há troca de calor. Substituindo  $Q = 0$  e  $W = 0$  na equação da 1ª Lei da Termodinâmica, obtemos  $\Delta U = 0$ . Isso significa que a temperatura final do gás é igual à temperatura inicial.

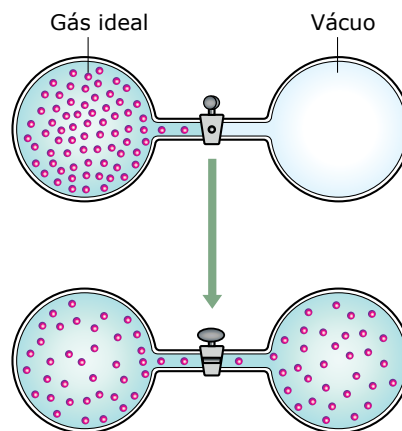


Figura 6. Exemplo de uma expansão livre.



### PARA REFLETIR

Por que o ar do solo que se eleva em uma montanha ou em um ciclone pode atingir temperaturas gélidas?



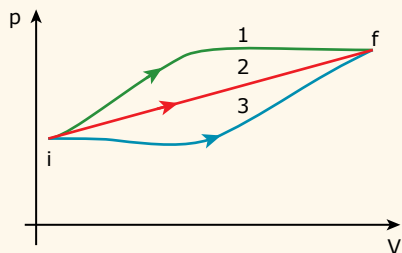
- 07.** (UDESC-2018) Um gás ideal monoatômico, com  $n$  mols e inicialmente na temperatura absoluta  $T$ , sofre uma expansão adiabática até que sua temperatura fique a um terço de sua temperatura inicial. Logo, o gás
- absorveu uma quantidade de calor igual a  $nRT$ .
  - se expandiu isobaricamente.
  - realizou trabalho liberando uma quantidade de calor igual a  $nRT$ .
  - se expandiu aumentando sua energia interna de  $nRT$ .
  - realizou trabalho e sua energia interna diminuiu de  $nRT$ .

- 08.** (UNISC-RS) Um reservatório térmico fornece 200 J de calor para um sistema, ao mesmo tempo em que o sistema realiza um trabalho de 10 cal. Durante este processo, não ocorrem outras trocas de energia do sistema com o meio exterior. A variação da energia interna do sistema, medida em joules, é igual a (1 cal = 4,186 J)
- 100 J.
  - 158,14 J.
  - 210 J.
  - 126,52 J.
  - 241,86 J.

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



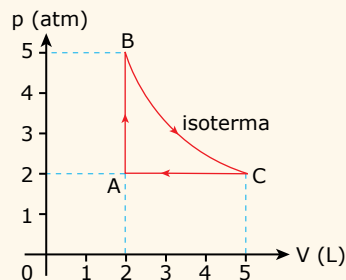
- 01.** (UFES) Uma certa quantidade de gás ideal é levada de um estado inicial a um estado final por três processos distintos, representados no diagrama  $p \times V$  da figura a seguir. O calor e o trabalho associados a cada processo são, respectivamente,  $Q_1$  e  $W_1$ ,  $Q_2$  e  $W_2$ ,  $Q_3$  e  $W_3$ .



Está correto afirmar que

- $W_1 = W_2 = W_3$  e  $Q_1 = Q_2 = Q_3$ .
- $W_1 < W_2 < W_3$  e  $Q_1 < Q_2 < Q_3$ .
- $W_1 > W_2 > W_3$  e  $Q_1 > Q_2 > Q_3$ .
- $W_1 = W_2 = W_3$  e  $Q_1 < Q_2 < Q_3$ .
- $W_1 > W_2 > W_3$  e  $Q_1 = Q_2 = Q_3$ .

- 02.** (UFESM-RS) Heron de Alexandria, em seu livro *Pneumática*, do século I a.C., descreve máquinas que utilizavam a expansão térmica do ar para movimentar brinquedos, abrir portas ou sugar água. Somente no século XIX, surge o conceito de gás ideal e de temperatura absoluta. Numa máquina térmica, uma amostra de gás ideal realiza, em um ciclo, as transformações indicadas no diagrama  $pV$ .



É possível, então, afirmar:

- Na transformação de A para B, existe passagem de energia da vizinhança para a amostra de gás por trabalho.
- Na transformação de B para C, não existe troca de energia entre a vizinhança e a amostra de gás por calor.
- Na transformação de C para A, existe passagem de energia da vizinhança para a amostra de gás por trabalho.

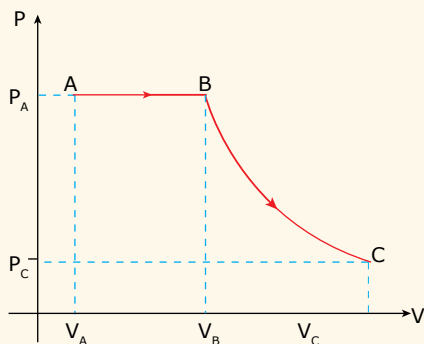
Está(ão) correta(s)

- apenas I.
- apenas II.
- apenas III.
- apenas I e II.
- apenas II e III.

- 03.** (UERN) A variação da energia interna de um gás perfeito em uma transformação isobárica foi igual a 1 200 J. Se o gás ficou submetido a uma pressão de 50 N/m<sup>2</sup> e a quantidade de energia que recebeu do ambiente foi igual a 2 000 J, então, a variação de volume sofrido pelo gás durante o processo foi
- 10 m<sup>3</sup>.
  - 12 m<sup>3</sup>.
  - 14 m<sup>3</sup>.
  - 16 m<sup>3</sup>.

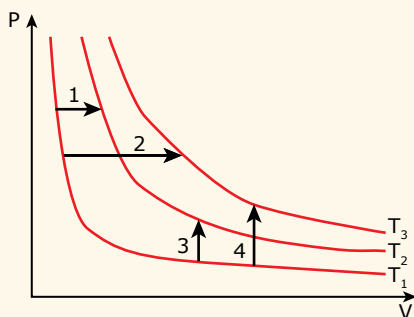
- 04.** (UFV) A figura a seguir ilustra um processo termodinâmico em um gás. Sabendo que durante o processo ABC a variação da energia interna do gás foi igual a  $U$  e que o trabalho realizado pelo gás no processo BC foi igual a  $W$ , então a quantidade de calor transferida ao gás no processo ABC foi:





- A)  $U + V_A (P_A - P_C) + W$   
 B)  $U + P_A (V_B - V_A) - W$   
 C)  $U + V_C (P_A - P_C) + W$   
 D)  $U + P_A (V_B - V_A) + W$

05. (PUC RS) O gráfico a seguir mostra três isotermas para um gás ideal que se encontra num sistema fechado, no qual as diferenças de temperatura entre isotermas consecutivas são iguais, ou seja,  $T_3 - T_2 = T_2 - T_1$ . Neste gráfico, são indicados quatro processos termodinâmicos para esse gás: 1 e 2 são isobáricos, 3 e 4 são isométricos.



Com base nas informações disponibilizadas no gráfico, afirma-se:

- I. No processo 2, a variação da energia interna do gás é maior do que no processo 4.
- II. No processo 2, o trabalho realizado é menor do que no processo 3.
- III. No processo 2, a variação da energia interna do gás é maior do que no processo 3.
- IV. No processo 4, a variação da energia interna é igual ao calor trocado com o meio.

Estão corretas apenas as afirmativas

- A) I e II.  
 B) II e IV.  
 C) III e IV.  
 D) I, II e III.  
 E) I, III e IV.

06.  
YZ68

(Unesp) Um recipiente contendo um certo gás tem seu volume aumentado graças ao trabalho de 1664 J realizado pelo gás. Neste processo, não houve troca de calor entre o gás, as paredes e o meio exterior. Considerando que o gás seja ideal, a energia de 1 mol desse gás e a sua temperatura obedecem à relação  $U = 20,8 T$ , onde a temperatura  $T$  é medida em kelvin e a energia  $U$  em joule. Pode-se afirmar que nessa transformação a variação de temperatura de um mol desse gás, em kelvin, foi de:

- A) 50.  
 B) -60.  
 C) -80.  
 D) 100.  
 E) 90.

07.  
R7YC

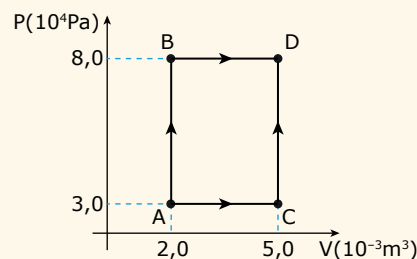
(Unicamp-SP) Um gás ideal sofre uma compressão isobárica sob a pressão de  $4 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$  e o seu volume diminui  $0,2 \text{ m}^3$ . Durante o processo, o gás perde  $1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$  de calor.

A variação da energia interna do gás foi de:

- A)  $1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ .  
 B)  $1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ .  
 C)  $-8,0 \cdot 10^2 \text{ J}$ .  
 D)  $-1,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ .  
 E)  $-1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

08.  
NV70

(UPE) No diagrama PV, a seguir, está representada uma série de processos termodinâmicos. No processo AB, 250 J de calor são fornecidos ao sistema, e, no processo BD, 600 J de calor são fornecidos ao sistema.



Analise as afirmações que se seguem.

- I. O trabalho realizado no processo AB é nulo.
  - II. A variação de energia interna no processo AB é 320 J.
  - III. A variação de energia interna no processo ABD é 610 J.
  - IV. A variação de energia interna no processo ACD é 560 J.
- É correto afirmar que apenas as(a) afirmações(ão)
- A) II e IV estão corretas.  
 B) IV está correta.  
 C) I e III estão corretas.  
 D) III e IV estão corretas.  
 E) II e III estão corretas.

**09.** (UFU-MG) Um botijão de cozinha contém gás sob alta pressão. Ao abrimos esse botijão, percebemos que o gás escapa rapidamente para a atmosfera. Como esse processo é muito rápido, podemos considerá-lo como um processo adiabático.

Considerando que a Primeira Lei da Termodinâmica é dada por  $\Delta U = Q - W$ , onde  $\Delta U$  é a variação da energia interna do gás,  $Q$  é a energia transferida na forma de calor e  $W$  é o trabalho realizado pelo gás, é correto afirmar que

- A) a pressão do gás aumentou e a temperatura diminuiu.
- B) o trabalho realizado pelo gás foi positivo e a temperatura do gás não variou.
- C) o trabalho realizado pelo gás foi positivo e a temperatura do gás diminuiu.
- D) a pressão do gás aumentou e o trabalho realizado foi negativo.

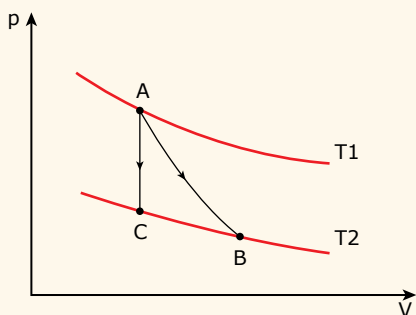
**10.** (UFPel-RS) De acordo com seus conhecimentos sobre Termodinâmica, analise as afirmativas a seguir.

- I. Sempre que um corpo muda de fase, sob pressão constante, ele recebe ou cede calor e a sua temperatura varia.
- II. Quando temos uma transformação isobárica, de uma certa massa de um gás perfeito, o aumento da temperatura fará com que aconteça um aumento de volume.
- III. Uma dada massa de um gás perfeito pode receber calor sem que a sua temperatura interna aumente. Isso ocorrerá se ele realizar um trabalho igual à quantidade de calor que recebeu.
- IV. Num processo de transformação isocórico a temperatura de uma certa massa de um gás permanece constante.

Dessas afirmativas, estão corretas apenas

- A) I e III.
- B) I, II e III.
- C) II e III.
- D) II e IV.

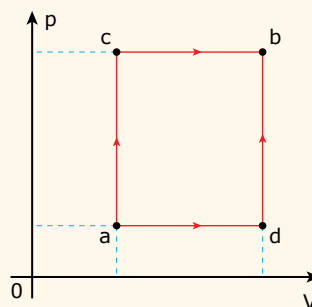
**11.** (Fepecs-DF) O diagrama pV a seguir mostra dois processos termodinâmicos realizados por 1 mol de um gás ideal: um processo adiabático que conecta os estados A e B e um processo isocórico que conecta os estados A e C. Os pontos B e C se encontram em uma isoterma.



Sabendo-se que a variação de energia interna no processo isocórico foi de  $-40,0$  J, então o trabalho realizado pelo gás no processo adiabático foi de

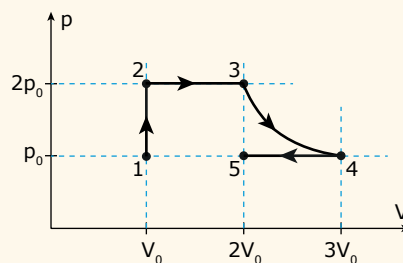
- A)  $-40,0$  J.
- B)  $40,0$  J.
- C)  $20,0$  J.
- D)  $-20,0$  J.
- E)  $80,0$  J.

**12.** (UPE) O diagrama pV para uma determinada amostra de gás está representado na figura a seguir. Se o sistema é levado do estado a para o estado b, ao longo do percurso acb, fornece-se a ele uma quantidade de calor igual a  $100$  cal, e ele realiza um trabalho de  $40$  cal. Se, por meio do percurso adb, o calor fornecido é de  $72$  cal, então o trabalho realizado vale, em cal,



- A) 28.
- B) 60.
- C) 12.
- D) 40.
- E) 24.

**13.** (UFES-2015) A figura a seguir apresenta um conjunto de transformações termodinâmicas sofridas por um gás perfeito. Na transformação  $1 \rightarrow 2$  são adicionados  $200$  J de calor ao gás, levando esse gás a atingir a temperatura de  $60^\circ\text{C}$  no ponto 2. A partir desses dados, determine

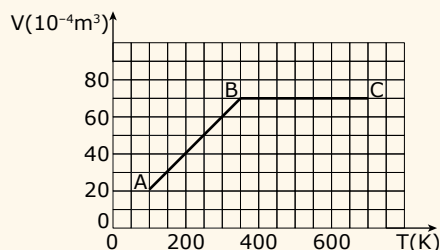


- A) a variação da energia interna do gás no processo  $1 \rightarrow 2$ ;
- B) a temperatura do gás no ponto 5;
- C) a variação da energia interna do gás em todo o processo termodinâmico  $1 \rightarrow 5$ .

**14.** (UFRJ) Um gás ideal em equilíbrio termodinâmico tem pressão de  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ , volume de  $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  e temperatura de 300 K. O gás é aquecido lentamente à pressão constante recebendo uma quantidade de 375 J de calor até atingir um volume de  $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , no qual permanece em equilíbrio termodinâmico.

- A) Calcule a temperatura do gás em seu estado final de equilíbrio.  
B) Calcule a variação da energia interna do gás entre os estados inicial e final.

**15.** (UDESC) O gráfico a seguir mostra a variação do volume de um gás perfeito, em função da temperatura. A transformação entre os estados A e B ocorre à pressão constante de  $10^5 \text{ N/m}^2$ , e a energia interna do gás aumenta em 1 000 J. Durante a transformação entre os estados B e C, o gás recebe calor.

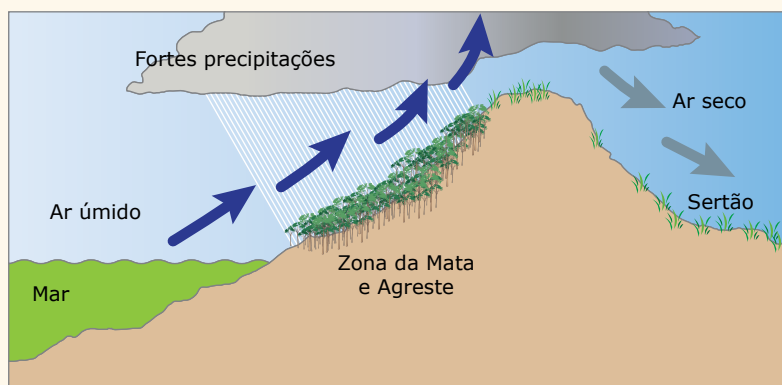


Calcule

- A) a quantidade de calor recebida pelo gás entre os estados A e B;  
B) o trabalho realizado sobre o gás entre os estados B e C;  
C) o valor da pressão do gás no estado C.

## SEÇÃO ENEM

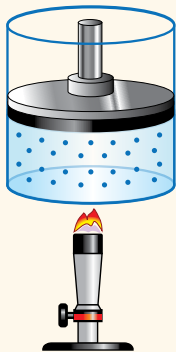
**01.** O IBGE dividiu a região Nordeste em quatro sub-regiões: Zona da Mata, Agreste, Sertão e Meio Norte. O Sertão localiza-se mais no interior, possuindo um clima semiárido. As chuvas são irregulares e escassas, com constantes períodos de estiagem, e a vegetação típica é a caatinga. O clima seco tem a ver com a existência do Planalto da Borborema e da Chapada Diamantina, que atuam como barreiras naturais para a penetração das massas de ar. A figura a seguir ilustra o processo em que os ventos, provenientes do Oceano Atlântico, perdem umidade, chegando ao Sertão com baixo potencial pluviométrico.



A explicação da perda de umidade, à medida que o ar sobe pela encosta da montanha, é que a pressão atmosférica

- A) torna-se menor, causando um resfriamento adiabático do ar.  
B) torna-se maior, causando um aquecimento adiabático do ar.  
C) torna-se menor, causando uma expansão isotérmica do ar.  
D) torna-se maior, causando uma compressão isotérmica do ar.  
E) permanece constante, causando um resfriamento isobárico do ar.

02. Em um laboratório de Termodinâmica, um estudante realiza o seguinte procedimento. Primeiro, ele aquece o ar contido em um cilindro dotado de êmbolo móvel, conforme mostra a figura a seguir. Em seguida, o ar retorna às mesmas condições iniciais, e o estudante repete a experiência, provocando a mesma elevação de temperatura do ar, mas mantendo o seu volume constante.



O calor fornecido ao ar na primeira experiência foi

- A) igual ao calor fornecido ao ar no segundo aquecimento, pois as elevações de temperaturas do gás foram iguais nas duas experiências.
- B) maior que o calor fornecido ao ar no segundo aquecimento, pois o gás realizou um trabalho apenas na primeira experiência.
- C) maior que o calor fornecido ao ar no segundo aquecimento, pois a pressão do gás aumentou na primeira experiência.
- D) menor que o calor fornecido ao ar no segundo aquecimento, pois a pressão do gás permaneceu constante na primeira experiência.
- E) menor que o calor fornecido ao ar no segundo aquecimento, pois a energia interna do gás aumentou apenas na primeira experiência.

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. C
- 03. D
- 04. D
- 05. C
- 06. C
- 07. D
- 08. C
- 09. C
- 10. C
- 11. B
- 12. C
- 13.
  - A) 200 J
  - B) 60 °C
  - C) 200 J
- 14.
  - A) 525 K
  - B) 225 J
- 15.
  - A) 1 500 J
  - B) 0 J
  - C)  $2,0 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A
- 02. B



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. E
- 02. D
- 03. C
- 04. B
- 05. B
- 06. C
- 07. E
- 08. B

## Trabalho e Potencial Elétrico

Neste módulo, estudaremos o trabalho realizado por forças elétricas e o potencial elétrico. No Sistema Internacional de Unidades (SI), a unidade de potencial elétrico é o volt (V), nome que você certamente já ouviu. Um fio de alta tensão de 10 mil volts, uma bateria automobilística de 12 V e uma tomada de força de 127 V são exemplos clássicos do uso dessa unidade.

Você já sabe que uma carga elétrica cria um campo elétrico no espaço à sua volta. Uma carga cria também um potencial elétrico ao seu redor. Enquanto o campo elétrico nos indica o valor da força elétrica, por unidade de carga, que age em corpos eletrizados (e neutros), o potencial elétrico afere a energia potencial elétrica, por unidade de carga, que esses corpos adquirem no interior de um campo elétrico. Em geral, quando um objeto eletrizado se move entre dois pontos de um campo elétrico, a sua energia potencial elétrica varia. A variação dessa energia é igual à quantidade de trabalho realizado pela força elétrica. Por isso, campo e potencial elétrico são grandezas correlacionadas. Essas características do campo elétrico são semelhantes às do campo gravitacional que você estudou na Mecânica.

Iniciaremos este módulo conceituando fisicamente o potencial elétrico e a diferença de potencial elétrico. Depois, apresentaremos a definição operacional (matemática) para a diferença de potencial elétrico, a partir da qual deduziremos expressões para calcular o potencial gerado por cargas pontuais e a diferença de potencial em um campo elétrico uniforme. Por fim, estudaremos a energia potencial elétrica armazenada entre pares de cargas elétricas. Ao longo deste módulo, introduziremos o conceito de superfície equipotencial. O uso dessas superfícies, em conjunto com as linhas de força, aumentará o seu entendimento dos mapas de campo elétrico apresentados anteriormente.

### O MOVIMENTO DE UMA CARGA EM UM CAMPO ELÉTRICO E O CONCEITO FÍSICO DE POTENCIAL ELÉTRICO



Vamos analisar o conceito de potencial gravitacional antes de estudar o potencial elétrico. Considere um cilindro em cima de um dos cantos de uma tábua que se acha sobre uma superfície horizontal. O cilindro não rola em direção ao outro canto simplesmente porque não existe diferença de nível entre eles. Dizemos, nesse caso, que os dois cantos se acham no mesmo potencial gravitacional. Assim, se a extremidade da tábua onde o cilindro se acha for erguida, conforme mostra a figura a seguir, o seu potencial gravitacional torna-se maior que o do outro canto. Por isso, o cilindro rola. A matéria se comporta assim, tende a se deslocar espontaneamente de potenciais gravitacionais maiores para potenciais gravitacionais menores.

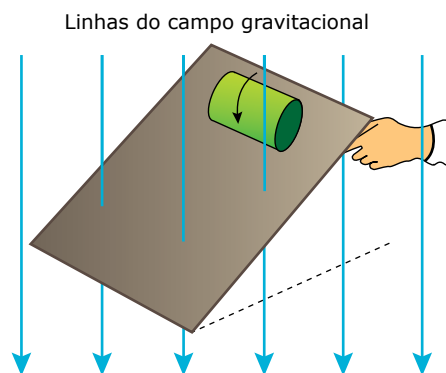


Figura 1. Movimento causado pela diferença de potencial gravitacional.

As linhas verticais mostradas na figura anterior são as linhas de força do campo gravitacional da Terra (elas apontam para baixo porque esse é o sentido da força gravitacional, e são paralelas porque o campo gravitacional é constante próximo à superfície do planeta). O potencial gravitacional, portanto, diminui no sentido das linhas de força do campo gravitacional.

No estudo sobre campo elétrico, aprendemos que a força elétrica que atua sobre uma carga positiva age no mesmo sentido do campo elétrico em que essa carga se acha, enquanto a força que atua sobre uma carga negativa age em sentido oposto ao das linhas de campo elétrico. A seguir, vamos analisar esse problema do ponto de vista do potencial elétrico. Para isso, considere a figura 2, que mostra uma carga pontual positiva  $Q$  fixada sobre um suporte isolante. Observe que a carga gera um campo elétrico, representado pelas linhas de força que divergem da carga. De forma semelhante ao caso gravitacional, o potencial elétrico também decresce no sentido das linhas de força. Assim, nessa figura, o potencial elétrico torna-se menor à medida que nos distanciamos da carga  $Q$ .

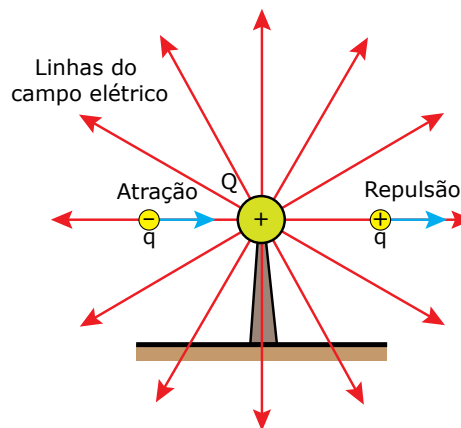


Figura 2. Movimentos causados pela diferença de potencial elétrico.

Agora, imagine que as duas pequenas cargas  $q$ , uma positiva e a outra negativa, tenham sido abandonadas nas posições indicadas na figura 2. A carga positiva é repelida pela carga  $Q$  e move-se para a direita, no sentido da linha de força horizontal direita. Ao contrário, a carga negativa é atraída e move-se em sentido oposto ao da linha de força horizontal esquerda. Essa situação parece sugerir que uma carga positiva move-se espontaneamente, buscando potenciais elétricos menores, enquanto uma carga negativa busca potenciais elétricos maiores. De fato, qualquer carga livre se comportará dessa forma quando for abandonada em um campo elétrico.

A seguir, vamos quantificar o potencial elétrico. Antes, certifique-se de que você entendeu e fixou os seguintes conceitos:

1. Uma carga positiva, solta em um campo elétrico, sofre ação de uma força elétrica no sentido desse campo e move-se em direção a potenciais elétricos menores. Ao contrário, uma carga negativa sofre ação de uma força em sentido oposto ao do campo elétrico e move-se para potenciais elétricos maiores.
2. O potencial elétrico decresce no sentido das linhas de força do campo elétrico.

## O TRABALHO ELÉTRICO E A DEFINIÇÃO OPERACIONAL DA DIFERENÇA DE POTENCIAL ELÉTRICO



Considere a figura 3, que mostra as linhas de força de um campo elétrico uniforme. Imagine que uma carga de prova positiva  $q$  seja abandonada no ponto A. Sendo positiva, a carga sofre ação de uma força no mesmo sentido do campo, deslocando-se para a direita, em direção ao ponto B. Como a carga positiva move-se espontaneamente para potenciais elétricos menores, concluímos que o potencial elétrico do ponto A ( $V_A$ ) é maior que o do ponto B ( $V_B$ ). A diferença entre esses potenciais é denotada por  $V_{AB} = V_A - V_B$ . Esse termo pode ser chamado também de d.d.p. ou tensão elétrica entre A e B.

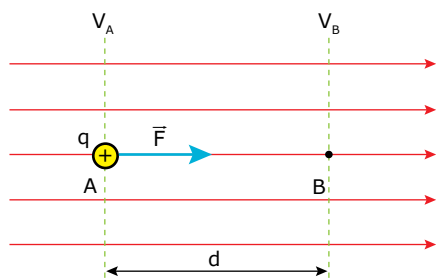


Figura 3. Diferença de potencial elétrico entre A e B.

No deslocamento da carga  $q$ , de A para B, a força elétrica realiza um trabalho  $W_{AB}$  (trabalho elétrico) sobre a carga  $q$ .

Definimos matematicamente a diferença de potencial elétrico,  $V_{AB}$ , por meio da razão entre o trabalho elétrico e o valor da carga transportada pelo campo:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q}$$

A d.d.p.  $V_{AB}$  não depende do valor da carga  $q$  usada nessa definição. Se a carga fosse  $2q$ , o trabalho realizado seria o dobro; se a carga fosse  $3q$ , o trabalho realizado seria o triplo; e assim por diante. Assim, a razão entre o trabalho e a carga é constante. Na verdade, a diferença de potencial em uma região depende apenas da carga fonte que a produziu, do meio dielétrico que preenche o espaço e da geometria envolvida no problema. Assim como o campo elétrico, o potencial elétrico é uma propriedade que se manifesta no espaço, algo que existe mesmo quando nenhuma carga de prova é ali colocada. Nos exemplos apresentados neste texto, procure identificar esses aspectos do potencial elétrico.

A diferença de potencial elétrico (e o próprio potencial elétrico) é uma grandeza escalar. A sua unidade no SI é o joule/coulomb (J/C) ou simplesmente volt (V). A bateria de um carro apresenta uma diferença de potencial elétrico de 12 V (12 J/C) entre os seus polos. Esse número indica que cada 1 C de carga que se desloca de um polo a outro da bateria, passando através de seu circuito elétrico interno, recebe 12 J de energia elétrica da bateria. Na figura anterior, se  $V_{AB}$  for 50 V, uma carga de +1 C receberá 50 J de energia elétrica (na forma de trabalho realizado pela força elétrica) no deslocamento de A para B.

Na equação que define a diferença de potencial elétrico, devemos levar em conta tanto o sinal do trabalho  $W_{AB}$  quanto o da carga  $q$ . Para a situação descrita na figura anterior, o trabalho atuante sobre  $q$  é positivo, pois a força elétrica age no mesmo sentido do deslocamento. Como o valor de  $q$  também é positivo, a razão  $W_{AB}/q$  é igualmente positiva. Isso significa que a diferença de potencial  $V_A - V_B$  é positiva, e  $V_A > V_B$ . Esse resultado era esperado, pois o potencial elétrico diminui no sentido das linhas do campo elétrico. A mesma conclusão pode ser encontrada se uma carga  $q < 0$  for abandonada em B. Nesse caso, a carga sofrerá ação de uma força em sentido oposto ao do campo e se moverá de B para A. A diferença de potencial entre B e A será definida por:  $V_B - V_A = W_{BA}/q$ . O trabalho  $W_{BA}$  será positivo, pois a força atuará no mesmo sentido do deslocamento (de B para A). Como  $q < 0$ , concluiremos, como antes, que  $V_B - V_A < 0$  e que  $V_B < V_A$ .

## DIFERENÇA DE POTENCIAL EM UM CAMPO ELÉTRICO UNIFORME

A equação apresentada no tópico anterior é geral. Você pode usá-la para avaliar a diferença de potencial elétrico criada por qualquer tipo de fonte.

Quando o campo elétrico não for uniforme, a força elétrica atuante na carga  $q$  será variável ao longo do deslocamento, e o cálculo do trabalho elétrico poderá ser complicado. Porém, para o caso de um campo elétrico uniforme (como o da figura anterior), a força elétrica sobre a carga de prova é constante, e o trabalho elétrico pode ser calculado facilmente por meio da seguinte expressão:

$$W_{AB} = Fd \cos \alpha$$

Nessa expressão,  $F$  é o módulo da força elétrica que age na carga de prova,  $d$  é o deslocamento da carga de prova e  $\alpha$  é o ângulo que a força elétrica forma com o deslocamento. Observe a figura 3, e veja que esse ângulo vale  $0^\circ$ , pois a força e o deslocamento apresentam sentidos iguais (para a direita). Como o cosseno de  $0^\circ$  vale  $+1$ , o trabalho elétrico, nessa situação, é simplesmente  $W_{AB} = Fd$ .

No estudo sobre campo elétrico, aprendemos que o módulo da força elétrica atuante sobre uma carga  $q$  pode ser calculado a partir dos valores do campo elétrico  $E$  e da carga  $q$ , por meio da expressão:

$$F = Eq$$

Então, podemos substituir essa expressão na equação do trabalho. A seguir, substituindo a equação do trabalho na definição de diferença de potencial elétrico, obtemos a seguinte equação para a diferença de potencial em um campo uniforme (faça você mesmo essas passagens algébricas para chegar nesta expressão):

$$V_{AB} = Ed$$

Essa equação revela que, para um campo uniforme, percorrendo-se uma linha de força no seu sentido, a diferença de potencial elétrico é diretamente proporcional à distância percorrida, implicando uma redução linear do potencial elétrico. Se o campo elétrico da figura 3 for igual a  $50 \text{ N/C}$  e a distância  $d$  for  $10 \text{ cm}$ , o potencial  $V_B$  será  $5,0 \text{ V}$  abaixo de  $V_A$ , pois  $V_{AB} = 50 \cdot 0,10 = 5,0 \text{ V}$ . Se a distância  $d$  fosse o dobro, o potencial de  $V_B$  seria  $10 \text{ V}$  abaixo de  $V_A$ , e assim por diante.

A figura 4 ilustra uma experiência para confirmar esse comportamento do potencial elétrico em um campo uniforme, gerado por duas placas uniformemente eletrizadas e ligadas a uma bateria de  $9 \text{ V}$ . O potencial elétrico é avaliado com a ajuda de um instrumento de medidas elétricas chamado voltímetro. Nesse experimento, um líquido resistivo é posto entre as placas. A baixa condutividade desse fluido dificulta o descarregamento das placas, mas garante o contato elétrico entre os terminais do voltímetro. O princípio de funcionamento desse medidor será visto em outro módulo desta Coleção.

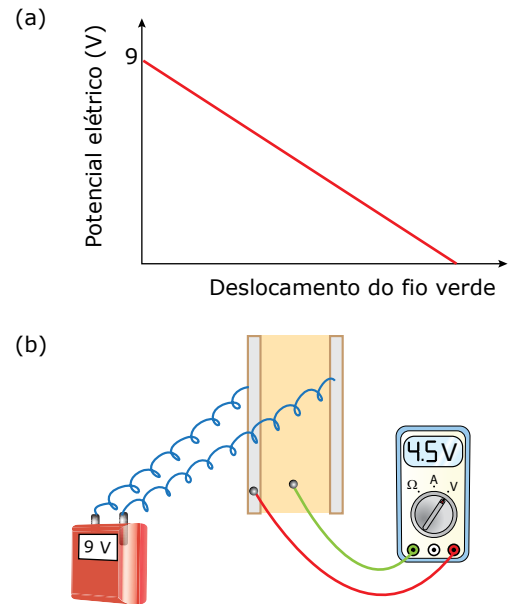


Figura 4. (a) Gráfico mostrando a redução linear do potencial elétrico em um campo elétrico uniforme; (b) Aparato para mapeamento do potencial elétrico.



#### PARA REFLETIR

Em um dia seco, duas pessoas estendem suas mãos para se cumprimentarem e, pouco antes do toque, uma centelha salta entre as pontas das mãos das pessoas. Isso ocorre porque a diferença de potencial entre as mãos é de alguns milhares de volts. Sendo essa d.d.p. tão alta, por que ela não causa um choque fatal?

## SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS



Em torno de uma fonte de campo e potencial elétrico, como uma esfera ou uma placa eletrizada, existem certas superfícies onde o potencial elétrico é constante. Por isso, elas são chamadas de superfícies equipotenciais. O conhecimento dessas superfícies lhe permitirá entender com mais clareza muitos problemas de Eletrostática. Antes de estudarmos as superfícies de potenciais elétricos constantes, será instrutivo discutirmos uma situação relativa às superfícies equipotenciais de um campo gravitacional.

## Superfícies equipotenciais gravitacionais

Considere um livro de massa  $m$  sobre uma mesa de altura  $h$ , como mostra a figura 5. Vamos usar essa figura para quantificar o potencial gravitacional e analisar algumas superfícies equipotenciais relacionadas com essa situação.

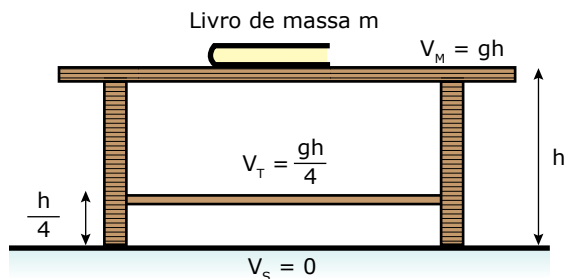


Figura 5. Níveis de potencial gravitacional constante no campo gravitacional da Terra.

Se esse livro cair, o campo gravitacional realizará sobre ele um trabalho dado por  $mgh$  ( $g$  é a aceleração da gravidade). Semelhantemente à definição para a diferença de potencial elétrico, podemos definir a diferença de potencial gravitacional por meio da razão entre o trabalho gravitacional e a massa do objeto em queda. Aplicando essa definição, podemos obter uma expressão para calcular a diferença de potencial gravitacional entre a superfície da mesa (M) e o solo (S):

$$V_{MS} = V_M - V_S = \frac{mgh}{m} = gh$$

Nessa equação, note que a diferença de potencial gravitacional  $V_{MS}$  não depende da massa do livro, da mesma forma que a diferença de potencial elétrico não depende da carga de prova. Se o solo for considerado como o nível de potencial gravitacional zero, o potencial gravitacional da mesa será dado por  $V_M = gh$ . Essa expressão pode ser usada para calcular o potencial gravitacional de qualquer ponto próximo à superfície da Terra (desde que  $g$  possa ser considerado constante). Por isso, se o travessão fixado nos pés da mesa estiver a uma altura  $h/4$  do solo, o potencial gravitacional nesse nível será  $V_T = gh/4$ , como está indicado na figura anterior.

A superfície da mesa é uma superfície equipotencial, pois todos os seus pontos encontram-se à mesma altura em relação ao solo; logo, se acham no mesmo potencial  $gh$ . O solo é outra superfície equipotencial, de potencial gravitacional zero. O plano horizontal que passa pelo travessão da mesa é uma terceira superfície equipotencial, de potencial  $gh/4$ .

Entre as características das superfícies equipotenciais, as três seguintes devem ser destacadas:

1. Uma superfície equipotencial é perpendicular às linhas de força do campo a ela associado.
2. Quando um corpo de prova se move entre duas superfícies equipotenciais, o trabalho realizado pela força exercida por esse campo independe da trajetória que o corpo segue.
3. Quando um corpo de prova se move entre dois pontos pertencentes à mesma superfície equipotencial, o trabalho realizado pela força desse campo vale zero.

A primeira característica pode ser constatada ao se observar que as superfícies equipotenciais gravitacionais são paralelas ao solo horizontal (uma laje, o tampo de uma mesa, etc.), e que esta superfície é perpendicular às linhas de força do campo gravitacional.

A segunda característica é uma consequência da equação  $V_{AB} = W_{AB}/q$  (ou  $V_{AB} = W_{AB}/m$ ). Nessa expressão, vemos que o trabalho depende apenas da própria carga (ou massa, no caso gravitacional) e da diferença de potencial  $V_A - V_B$ . O primeiro potencial é o do ponto A (local de partida), que se acha sobre uma superfície equipotencial de potencial  $V_A$ . O outro potencial é o do ponto B (local de chegada), situado sobre uma superfície de potencial  $V_B$ . O caminho entre esses dois pontos (ou entre essas duas superfícies) é, portanto, irrelevante. O trabalho realizado pela força elétrica (ou pela força gravitacional) independe da trajetória.

A terceira característica das superfícies equipotenciais é também uma consequência da equação  $V_{AB} = W_{AB}/q$  (ou  $V_{AB} = W_{AB}/m$ ). Se os pontos A e B acham-se sobre a mesma superfície equipotencial, então  $V_A = V_B$ . Logo,  $V_{AB}$  e  $W_{AB}$  valem zero. Podemos ainda afirmar que o trabalho é zero simplesmente porque a força exercida pelo campo, sobre um corpo que se desloca sobre uma superfície equipotencial, atua perpendicularmente ao deslocamento. Por exemplo, se o livro da figura anterior se deslocar de um ponto A para um ponto B, ambos sobre a mesa, o seu peso, sendo perpendicular à mesa (superfície equipotencial), não realizará nenhum trabalho.

## Superfícies equipotenciais elétricas

Agora, vamos analisar as superfícies equipotenciais de um campo elétrico. As características discutidas anteriormente também se aplicam a esse caso. Por isso, as superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme são planos perpendiculares às linhas de força desse campo. Observe os dois planos verticais que passam pelos pontos A e B na figura 6. Esses planos são vistas laterais de superfícies equipotenciais; a primeira apresenta o potencial elétrico  $V_A$ , enquanto a segunda acha-se no potencial  $V_B$ .

A figura 6 mostra uma visão tridimensional de superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme. Observe que os potenciais elétricos decrescem de quantidades iguais porque as superfícies equipotenciais mostradas na figura acham-se igualmente espaçadas. Isso está de acordo com a expressão  $V = Ed$  para a queda de potencial em um campo uniforme.

Agora, observe os caminhos AB e ACB indicados nessa figura. Uma carga  $q$  receberá a mesma quantidade de energia do campo elétrico (o mesmo trabalho), independentemente de ela seguir o primeiro ou o segundo caminho, pois o trabalho independe da trajetória. Esse trabalho é dado por  $W_{AB} = qV_{AB}$ . A diferença de potencial  $V_{AB}$  vale 10 V para os dois casos. Se  $q$  for igual a  $2,0 \mu\text{C}$ , o trabalho  $W_{AB}$  será  $20 \mu\text{J}$ . No trajeto ACB, você saberia explicar por que  $W_{AC} = 0$  e  $W_{CB} = 20 \mu\text{J}$ ?



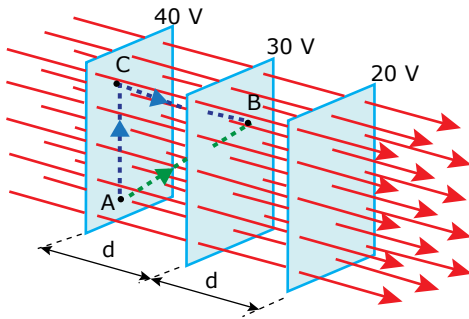


Figura 6. Visão em três dimensões de superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme.

Como último exemplo deste tópico, observe a figura 7, que mostra o mapa do campo e do potencial elétrico gerados por uma nuvem eletrizada positivamente (não mostrada na figura). A nuvem está eletrizada, pois ela induziu uma carga negativa no solo e no corpo do rapaz. As linhas dirigidas para baixo são as linhas de força do campo elétrico, enquanto as linhas tracejadas são cortes laterais das superfícies equipotenciais desse campo. Observe que as superfícies equipotenciais são perpendiculares às linhas de força. Observe, ainda, o decréscimo do potencial elétrico no sentido das linhas de força. O valor zero para o potencial do solo foi arbitrado. Esse potencial poderia ter sido fixado em  $-100\text{ V}$ , por exemplo. Nesse caso, a primeira superfície de baixo para cima seria de  $0\text{ V}$ ; a segunda, de  $+100\text{ V}$ ; e assim por diante. O importante é que as diferenças de potencial elétrico entre as superfícies equipotenciais permaneceriam inalteradas.

Observe que o rapaz dessa figura está segurando um pente. Considere que o pente apresenta uma carga positiva  $q = 0,20\ \mu\text{C}$ . Se o rapaz o elevar desde a superfície equipotencial de  $+100\text{ V}$  até a superfície de  $+200\text{ V}$ , o campo elétrico realizará sobre o pente um trabalho de  $-20\ \mu\text{J}$ . Calcule você mesmo esse valor e explique por que ele é negativo (observe o sentido da força elétrica que atua sobre o pente e o sentido do seu deslocamento).

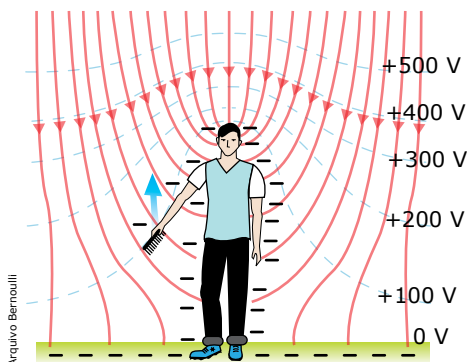


Figura 7. Campo e potencial elétrico gerados por uma nuvem eletrizada positivamente.



**PARA REFLETIR**

Por que duas superfícies equipotenciais diferentes não podem se interceptar?



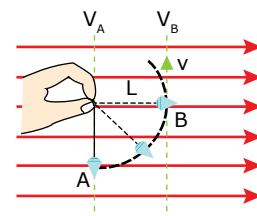
**Explorando superfícies equipotenciais**

Um condutor em equilíbrio eletrostático cria ao seu redor superfícies equipotenciais. Nessas superfícies, o potencial elétrico é o mesmo em qualquer ponto. Uma linha dessa superfície é conhecida como linha equipotencial. Este simulador permite identificar as superfícies equipotenciais e compreender o trabalho da força elétrica necessário para deslocar uma carga de um ponto a outro. Aproveite!



**EXERCÍCIO RESOLVIDO**

- Uma pequena pedra de massa  $m$  e carga  $+q$  está suspensa por um fio isolante de comprimento  $L$  e acha-se em repouso no ponto A. Subitamente, aplica-se um campo elétrico uniforme voltado para a direita, como mostra a figura a seguir. Calcular a velocidade  $v$  da pedra no ponto B em função de  $m$ ,  $q$ ,  $L$  e  $V_{AB}$  (diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B).



Resolução:

Como a carga é positiva, a força elétrica sobre a pedra está no mesmo sentido do campo elétrico. A ação dessa força impulsiona a pedra sempre para a direita. Presa no fio, a pedra descreve o arco de circunferência mostrado na figura. A velocidade da pedra no ponto B pode ser calculada por meio da relação entre o trabalho da força resultante e a variação da energia cinética da pedra:

$$\Delta E_C = W_R \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = W_p + W_E$$

Nessa expressão,  $W_p$  é o trabalho realizado pela força gravitacional, e  $W_E$  é o trabalho realizado pela força elétrica. O trabalho da força exercida pelo fio sobre a pedra é nulo, pois essa força age sempre perpendicularmente à trajetória circular. O trabalho gravitacional é dado por:

$$W_p = -mgL, \text{ em que } g \text{ é a aceleração da gravidade.}$$

O sinal negativo se deve ao fato de a força peso se opor ao deslocamento da pedra. O trabalho elétrico pode ser calculado por:

$$W_E = V_{AB}q$$

Substituindo esses dois trabalhos na relação envolvendo a energia cinética da pedra, obtemos a velocidade  $v$ :

$$\frac{1}{2}mv^2 = -mgL + V_{AB}q \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2V_{AB}q}{m} - 2gL}$$

# POTENCIAL ELÉTRICO DE UMA CARGA PONTUAL

Neste item, vamos analisar o potencial elétrico em volta de uma carga pontual. Observe a figura 8, que mostra uma carga pontual  $Q > 0$  fixa sobre um suporte isolante. Uma carga de prova  $q > 0$ , abandonada no ponto A, é repelida por  $Q$  e move-se em direção ao ponto B. O potencial em A é maior que o potencial em B, porque as linhas de força do campo elétrico de  $Q$  são dirigidas de A para B. Como  $q$  é positiva, ela se move espontaneamente em direção aos potenciais menores.

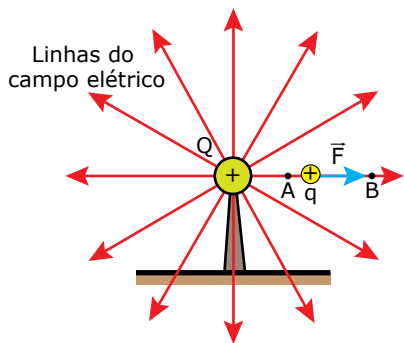


Figura 8. Diferença de potencial elétrico entre pontos próximos a uma carga pontual.

Podemos calcular a diferença de potencial elétrico entre os pontos A e B dividindo o trabalho realizado pela força elétrica que age na carga de prova no deslocamento AB pelo valor da própria carga  $q$ :

$$V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$$

Nesse deslocamento, o módulo da força elétrica diminui à medida que a carga  $q$  se afasta da carga  $Q$ , de acordo com a Lei de Coulomb. Por isso, o trabalho não pode ser calculado por meio do produto simples entre a força e o deslocamento. A figura 9 mostra o gráfico da força elétrica em função da distância da carga  $q$  à carga  $Q$ . Neste diagrama,  $F_A$  é o módulo da força que a carga  $Q$  exerce sobre a carga  $q$  quando esta se acha no ponto A, cuja distância até a carga  $Q$  vale  $r_A$ . No ponto B, esses valores são  $F_B$  e  $r_B$ .

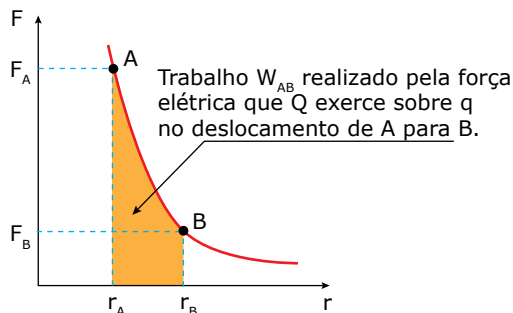


Figura 9. A área sob a curva do gráfico da força versus o deslocamento é numericamente igual ao trabalho realizado por essa força.

Da Mecânica, sabemos que a área destacada no gráfico da figura anterior é numericamente igual ao trabalho realizado pela força elétrica exercida por  $Q$  sobre a carga de prova  $q$ , no deslocamento de A para B. Essa área pode ser calculada por meio de uma operação matemática conhecida como integração (essa técnica matemática não faz parte do programa do Ensino Médio e dos programas de vestibulares em nosso país). Para nosso objetivo, basta saber que essa técnica fornece a seguinte expressão para essa área (trabalho  $W_{AB}$ ):

$$W_{AB} = KQq \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Substituindo esse trabalho na definição para a diferença de potencial elétrico, obtemos a seguinte expressão para o cálculo da diferença de potencial entre dois pontos A e B, gerada por uma carga pontual:

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{KQq}{q} \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$V_A - V_B = KQ \left( \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Como a carga de prova se move para potenciais mais baixos, é coerente considerar que o potencial de um ponto B infinitamente afastado seja zero ( $V_B = 0$ ). Nesse caso, a razão  $1/r_B$  também tende a zero. Assim, o potencial elétrico do ponto A pode ser calculado por:

$$V = \frac{KQ}{r}$$

Nessa equação, omitimos o índice A para que a expressão assumira um caráter mais geral. Assim, ela fornece o potencial de um ponto qualquer situado a uma distância  $r$  de uma carga pontual  $Q$ . Para pontos próximos à carga, o módulo do potencial é alto. Para pontos distantes, o módulo é baixo, tendendo a zero para pontos infinitamente afastados.

No desenvolvimento da equação anterior, usamos como exemplo uma carga pontual ( $Q > 0$ ). Não há nenhuma restrição quanto ao uso da equação, caso a carga seja negativa. O único cuidado que deve ser tomado é o de colocar o sinal negativo da carga quando você for substituir valor de  $Q$  na equação do potencial elétrico. Por exemplo, o potencial elétrico, gerado por uma carga  $Q = -1,0 \mu\text{C}$ , imersa no ar e a uma distância  $r = 9,0 \text{ m}$ , vale  $V = -1,0 \cdot 10^3 \text{ volts}$  (faça você mesmo os cálculos, lembrando que  $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  para o ar).

O gráfico do potencial de uma carga pontual em função da distância a essa carga é uma hipérbole. Dependendo do sinal da carga (de módulo igual a  $60 \mu\text{C}$ ), o gráfico pode apresentar um dos dois aspectos mostrados na figura a seguir:

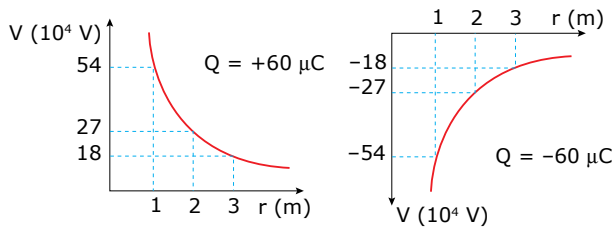


Figura 10. Potencial elétrico de uma carga pontual em função da distância.

Observe que o módulo do potencial elétrico é inversamente proporcional à distância até a carga. Assim, o módulo do potencial elétrico diminui para a metade do valor quando a distância até a carga dobra, diminui para 1/3 quando a distância triplica, e assim por diante. Portanto, se você considerar o sinal do potencial elétrico, para uma carga positiva, quanto maior a distância, menor é o potencial elétrico. Já para uma carga negativa, quanto maior a distância, maior é o potencial elétrico, pois, agora, ele se aproxima de zero com valores negativos (lembre-se de que, quanto menor for o módulo de número negativo, maior será esse número). Essa relação inversa entre o módulo do potencial elétrico e a distância até a carga também está ilustrada na figura seguinte, que mostra os valores dos potenciais elétricos de algumas superfícies equipotenciais em torno de uma carga pontual  $-Q$ .

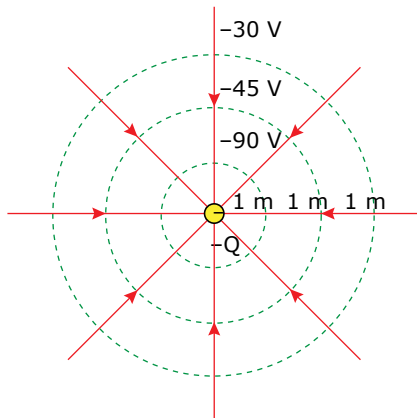


Figura 11. Superfícies equipotenciais em torno de uma carga pontual negativa  $-Q$ .

## ENERGIA POTENCIAL ELÉTRICA

A figura 12 mostra a superfície de uma mesa uniformemente eletrizada com carga negativa. O campo elétrico decorrente dessa distribuição de cargas é uniforme, com as linhas de força dirigidas de cima para baixo. As superfícies equipotenciais são planas e paralelas à mesa. Algumas estão mostradas na figura. Uma pedra eletrizada positivamente encontra-se próxima à mesa, suspensa por um fio isolante.

A massa e a carga da pedra são  $m$  e  $q$ , respectivamente.

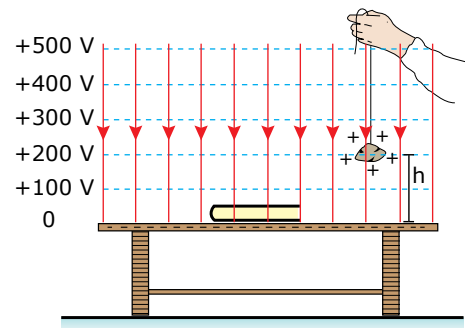


Figura 12. Energia potencial gravitacional e elétrica.

Quando a pedra é erguida contra o campo gravitacional, ela ganha energia potencial gravitacional. O potencial gravitacional pode ser calculado por  $gh$  (aceleração da gravidade vezes a altura da pedra em relação à mesa). Além disso, a energia potencial gravitacional da pedra é dada por  $mgh$ . Portanto, a energia potencial gravitacional pode ser interpretada como o produto entre a massa e o potencial gravitacional.

A pedra eletrizada imersa no campo elétrico da mesa também possui energia potencial elétrica. Semelhantemente ao caso gravitacional, a energia potencial elétrica pode ser calculada por meio do produto entre o potencial elétrico e a carga da pedra.

Na posição mostrada na figura, a pedra acha-se no potencial de  $+200 \text{ V}$ , e a sua energia potencial elétrica é  $E_{PE} = (+200 \text{ V}) \cdot q$ . Se a pedra for erguida, ela ganhará energia potencial elétrica. Se a pedra for solta, a sua energia potencial se transformará em energia cinética. A energia potencial é a soma da parcela gravitacional com a parcela elétrica. Se a pedra for solta de uma altura  $h = 20 \text{ cm}$  em relação à mesa, considerando  $m = 0,50 \text{ kg}$  e  $q = +20 \text{ mC}$ , a velocidade da pedra quando ela bater na mesa será:

$$\frac{1}{2}mv^2 = Vq + mgh = v = \sqrt{\frac{2Vq}{m} + 2gh} =$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{0,50} + 2 \cdot 10 \cdot 0,20} = 4,5 \text{ m/s}$$

O exercício resolvido 01, apresentado anteriormente, é um exemplo parecido com esse caso. Nele, a solução foi baseada na transformação de trabalho em energia cinética. Naquele caso, a equação que obtivemos para a velocidade apresentou a parcela relativa à gravidade negativa porque o corpo moveu-se contra o campo gravitacional.

Finalizaremos este módulo apresentando a equação para calcular a energia potencial elétrica de um sistema formado por duas cargas pontuais. A figura 13 mostra uma situação desse tipo. O sistema formado pelas duas cargas pontuais possui energia potencial elétrica. Se uma das cargas for solta, a energia potencial elétrica do sistema se converterá em energia cinética.

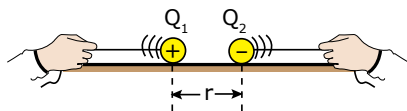


Figura 13. Energia potencial elétrica armazenada em duas cargas pontuais.

Podemos deduzir uma expressão para a energia potencial elétrica desse sistema usando o que aprendemos na discussão da figura 13: a energia potencial elétrica de uma carga é igual ao produto do valor da carga pelo potencial elétrico da posição em que ela se encontra. Por exemplo, o potencial elétrico gerado pela carga  $Q_1$ , no local onde se acha a carga  $Q_2$ , é dado por:

$$V_1 = \frac{KQ_1}{r}$$

Então,  $V_1$  vezes a carga  $Q_2$  é a energia potencial elétrica da carga  $Q_2$  em relação à carga  $Q_1$ :

$$E_{PE} = \frac{KQ_1}{r} Q_2 = \frac{KQ_1 Q_2}{r}$$

Se uma das cargas for liberada (por exemplo, se o fio que prende a carga  $Q_2$  se romper), a força de atração a puxará em direção à outra carga. A energia  $E_{PE}$  se tornará maior em módulo, pois a distância  $r$  entre as cargas irá diminuir à medida que a carga livre se aproximar da carga fixa. Entretanto, de fato, essa energia diminuirá, porque ela é negativa, uma vez que o produto  $Q_1 Q_2$  é negativo. A diminuição de  $E_{PE}$  implicará no aumento da energia cinética da carga liberada.

Para um sistema com várias cargas, a energia potencial elétrica é calculada da seguinte forma: primeiramente, calculamos as energias potenciais das cargas tomadas duas a duas, em arranjo. Depois, somamos essas parcelas para obter a energia do conjunto. Para o caso de três cargas  $Q_1, Q_2$  e  $Q_3$ , por exemplo, a energia do conjunto é dada por:

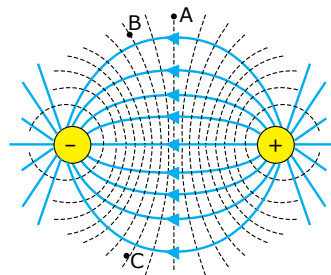
$$E_{PE} = \frac{KQ_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{KQ_1 Q_3}{r_{13}} + \frac{KQ_2 Q_3}{r_{23}}$$

Nessa expressão,  $r_{12}$  é a distância entre as cargas  $Q_1$  e  $Q_2$ , e assim por diante. Para  $E_{PE} > 0$ , o sistema é repulsivo, isto é, as cargas afastam-se entre si quando liberadas. Ao contrário, para  $E_{PE} < 0$ , o sistema é atrativo (caso da figura 13).

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** A figura mostra o mapa de campo elétrico de um dipolo elétrico constituído por duas cargas de sinais opostos e módulos iguais a  $60 \mu\text{C}$ . Considere o ponto A mostrado na figura, que se acha sobre a superfície equipotencial simétrica em relação às cargas.

Considere também os pontos B e C, situados sobre uma mesma superfície equipotencial, sendo que os dois se acham a  $1,0 \text{ m}$  da carga negativa e a  $2,0 \text{ m}$  da carga positiva. Calcular o trabalho que o campo elétrico realiza quando uma carga de prova  $q = -2,0 \mu\text{C}$  é levada do ponto A ao ponto B. Calcular o trabalho se a carga for levada, a seguir, do ponto B ao ponto C.



Resolução:

Primeiro, vamos calcular o potencial elétrico do ponto A. Esse valor é a soma dos potenciais que a carga positiva e a carga negativa do dipolo criam no ponto A. Como as distâncias de A até essas cargas são iguais, e como as cargas possuem módulos iguais e sinais opostos, concluímos que os potenciais elétricos gerados pelas cargas no ponto A têm mesmo módulo e são opostos. Assim, o potencial elétrico resultante no ponto A vale zero (essa resultante é a soma algébrica dos potenciais individuais, porque o potencial é uma grandeza escalar). Simbolicamente:

$$V_A = 0$$

Agora, vamos calcular os potenciais elétricos dos pontos B e C. Naturalmente, esses potenciais são iguais, pois B e C acham-se sobre a mesma superfície equipotencial. O potencial em B e em C, criado pela carga  $+60 \mu\text{C}$  ( $r = 2,0 \text{ m}$ ) e pela carga  $-60 \mu\text{C}$  ( $r = 1,0 \text{ m}$ ), pode ser calculado por:

$$V_B = V_C = 9,0 \cdot 10^9 \left( \frac{60 \cdot 10^{-6}}{2,0} - \frac{60 \cdot 10^{-6}}{1,0} \right)$$

$$V_B = V_C = -2,7 \cdot 10^5 \text{ volts}$$

Com esses valores, podemos calcular o trabalho elétrico realizado sobre a carga  $q = -2,0 \mu\text{C}$  que se desloca de A para B. Usando a definição de diferença de potencial elétrico, temos:

$$W_{AB} = (V_A - V_B)q = [0 - (-2,7 \cdot 10^5)](-2 \cdot 10^{-6})$$

$$W_{AB} = -5,4 \cdot 10^{-1} \text{ J} = -0,54 \text{ J}$$

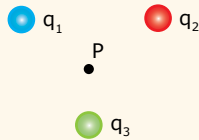
O trabalho no deslocamento de B para C vale zero, pois esses pontos acham-se sobre a mesma superfície equipotencial,  $V_{BC} = 0$ .

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



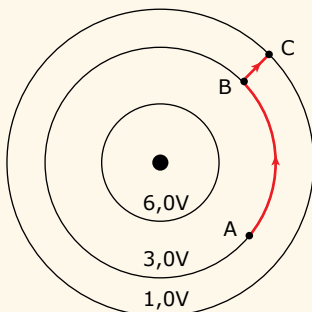
- 01.** (UDESC-2015) Ao longo de um processo de aproximação de duas partículas de mesma carga elétrica, a energia potencial elétrica do sistema
- diminui.
  - aumenta.
  - aumenta inicialmente e, em seguida, diminui.
  - permanece constante.
  - diminui inicialmente e, em seguida, aumenta.

- 02.** (FMTM-MG) Na figura, estão representadas três cargas elétricas pontuais,  $q_1 > 0$ ,  $q_2 < 0$  e  $q_3 < 0$ , isoladas e imersas no vácuo, e um ponto P.



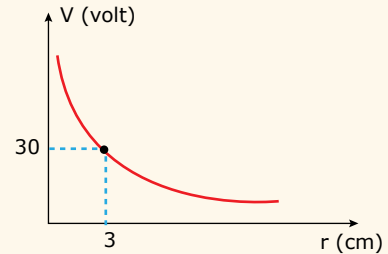
- O potencial elétrico no ponto P criado pelas
- três cargas elétricas é calculado somando-se algebricamente os potenciais elétricos devidos às cargas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ .
  - três cargas elétricas é calculado somando-se vetorialmente os potenciais elétricos devidos às cargas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ .
  - três cargas elétricas é calculado somando-se os módulos dos potenciais elétricos devidos às cargas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ .
  - cargas elétricas  $q_2$  e  $q_3$  é zero, independentemente do valor da carga elétrica  $q_1$ .
  - cargas elétricas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  é zero, devido à posição das cargas em relação ao ponto P.

- 03.** (PUC RS) A figura a seguir mostra três linhas equipotenciais em torno de uma carga positiva que pode ser considerada puntiforme (as dimensões da carga são muito menores que as distâncias consideradas no problema).



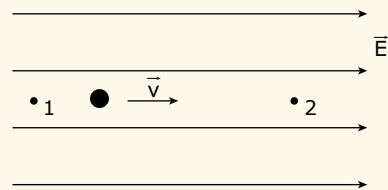
- O trabalho realizado por uma força externa ao deslocar, com velocidade constante, a carga de prova de  $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$  de A até C através do caminho indicado ABC, em joules, é:
- $-5,0 \cdot 10^{-6}$
  - $-3,0 \cdot 10^{-6}$
  - $-2,0 \cdot 10^{-6}$
  - $1,0 \cdot 10^{-6}$
  - $2,0 \cdot 10^{-6}$

- 04.** (UFLA-MG) O diagrama potencial elétrico *versus* distância de uma carga elétrica puntiforme Q no vácuo é mostrado a seguir. Considere a constante eletrostática do vácuo  $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .



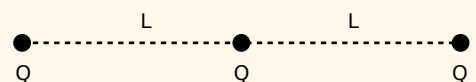
- Pode-se afirmar que o valor de Q é
- $+3,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$
  - $+0,1 \cdot 10^{-12} \text{ C}$
  - $+3,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
  - $+0,1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
  - $-3,0 \cdot 10^{-12} \text{ C}$

- 05.** (UFPR) Um próton movimentava-se em linha reta paralelamente às linhas de força de um campo elétrico uniforme, conforme mostrado na figura. Partindo do repouso no ponto 1 e somente sob ação da força elétrica, ele percorre uma distância de 0,6 m e passa pelo ponto 2. Entre os pontos 1 e 2, há uma diferença de potencial  $\Delta V$  igual a 32 V.



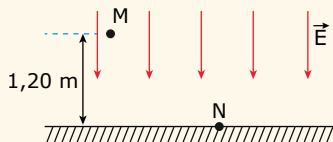
- Considerando a massa do próton igual a  $1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  e sua carga igual a  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , assinale a alternativa que apresenta corretamente a velocidade do próton ao passar pelo ponto 2.
- $2,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
  - $4,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
  - $8,0 \cdot 10^4 \text{ m/s}$
  - $1,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$
  - $3,2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

- 06.** (UESPI) Três cargas puntiformes idênticas, Q, estão fixas no vácuo de acordo com o arranjo da figura. Denotando por k a constante elétrica no vácuo, a energia potencial eletrostática do sistema de cargas é igual a:



- $kQ^2/L$
- $2 kQ^2/L$
- $2,5 kQ^2/L$
- $3,5 kQ^2/L$
- $5 kQ^2/L$

**07.** (UNIFESP) A presença de íons na atmosfera é responsável pela existência de um campo elétrico dirigido e apontado para a Terra. Próximo ao solo, longe de concentrações urbanas, num dia claro e limpo, o campo elétrico é uniforme e perpendicular ao solo horizontal e sua intensidade é de 120 V/m. A figura mostra as linhas de campo e dois pontos dessa região, M e N.



O ponto M está a 1,20 m do solo, e N está no solo. A diferença de potencial entre os pontos M e N é:

- A) 100 V.                      C) 125 V.                      E) 144 V.  
 B) 120 V.                      D) 134 V.

**08.** (UEM-PR) Assinale o que for correto.

01. Cargas elétricas positivas, abandonadas em repouso em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme, deslocam-se para a região de menor potencial elétrico.  
 02. Cargas elétricas negativas, abandonadas em repouso em uma região do espaço onde existe um campo elétrico uniforme, movem-se na direção e no sentido do campo.  
 04. Linhas de força de campo elétrico são sempre perpendiculares às superfícies equipotenciais.  
 08. Aos campos de forças conservativas, como o campo elétrico, associa-se o conceito de potencial.  
 16. Em um campo conservativo, como o campo elétrico, o trabalho realizado por uma força conservativa para deslocar uma partícula de um ponto a outro do campo independe da trajetória da partícula.

Soma ( )

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (UPE) Considere a Terra como uma esfera condutora, carregada uniformemente, cuja carga total é 6,0  $\mu\text{C}$ , e a distância entre o centro da Terra e um ponto P na superfície da Lua é de aproximadamente  $4 \cdot 10^8$  m. A constante eletrostática no vácuo é de aproximadamente  $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .

É correto afirmar que a ordem de grandeza do potencial elétrico nesse ponto P, na superfície da Lua vale, em volts,

- A)  $10^{-2}$                       C)  $10^{-4}$                       E)  $10^{-12}$   
 B)  $10^{-3}$                       D)  $10^{-5}$

**02.** (PUC Rio) Um sistema eletrostático composto por 3 cargas  $Q_1 = Q_2 = +Q$  e  $Q_3 = q$  é montado de forma a permanecer em equilíbrio, isto é, imóvel.

Sabendo-se que a carga  $Q_3$  é colocada no ponto médio entre  $Q_1$  e  $Q_2$ , calcule q.

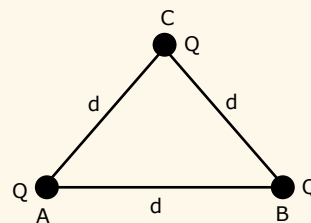
- A)  $-2 Q$                       C)  $-\frac{1}{4} Q$                       E)  $-\frac{1}{2} Q$   
 B)  $4 Q$                       D)  $\frac{1}{2} Q$

**03.** (PUC Rio) Ao colocarmos duas cargas pontuais  $q_1 = 5,0 \mu\text{C}$  e  $q_2 = 2,0 \mu\text{C}$  a uma distância  $d = 30,0$  cm, realizamos trabalho. Determine a energia potencial eletrostática, em joules, deste sistema de cargas pontuais.

**Dado:**  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

- A) 1                              C)  $3,0 \cdot 10^{-1}$                       E)  $5,0 \cdot 10^{-5}$   
 B) 10                              D)  $2,0 \cdot 10^{-5}$

**04.** (UPE) Considere três cargas elétricas puntiformes, positivas e iguais a Q, colocadas no vácuo, fixas nos vértices A, B e C de um triângulo equilátero de lado d, de acordo com a figura a seguir:



A energia potencial elétrica do par de cargas, disponibilizadas nos vértices A e B, é igual a 0,8 J. Nessas condições, é correto afirmar que a energia potencial elétrica do sistema constituído das três cargas, em joules, vale

- A) 0,8.                              D) 2,0.  
 B) 1,2.                              E) 2,4.  
 C) 1,6.

**05.** (Mackenzie-SP) Na determinação do valor de uma carga elétrica puntiforme, observamos que, em um determinado ponto do campo elétrico por ela gerado, o potencial elétrico é de 18 kV e a intensidade do vetor campo elétrico é 9,0 kN/C.

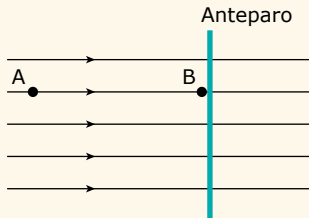
Se o meio é o vácuo ( $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ ), o valor dessa carga é

- A) 4,0  $\mu\text{C}$ .                      C) 2,0  $\mu\text{C}$ .                      E) 0,5  $\mu\text{C}$ .  
 B) 3,0  $\mu\text{C}$ .                      D) 1,0  $\mu\text{C}$ .

**06.** (UECE-2016) Os aparelhos de televisão que antecederam a tecnologia atual, de LED e LCD, utilizavam um tubo de raios catódicos para produção da imagem. De modo simplificado, esse dispositivo produz uma diferença de potencial da ordem de 25 kV entre pontos distantes de 50 cm um do outro. Essa diferença de potencial gera um campo elétrico que acelera elétrons até que se choquem com a frente do monitor, produzindo os pontos luminosos que compõem a imagem. Com a simplificação anterior, pode-se estimar corretamente que o campo elétrico por onde passa esse feixe de elétrons é

- A) 0,5 kV/m.  
 B) 25 kV.  
 C) 1 250 kV.cm.  
 D) 50 000 V/m.

**07.** (Mackenzie-SP) Uma partícula de massa 1 g, eletrizada com carga elétrica positiva de 40 mC, é abandonada do repouso no ponto A de um campo elétrico uniforme, no qual o potencial elétrico é 300 V. Essa partícula adquire movimento e se choca em B, com um anteparo rígido. Sabendo-se que o potencial elétrico do ponto B é de 100 V, a velocidade dessa partícula ao se chocar com o obstáculo é de

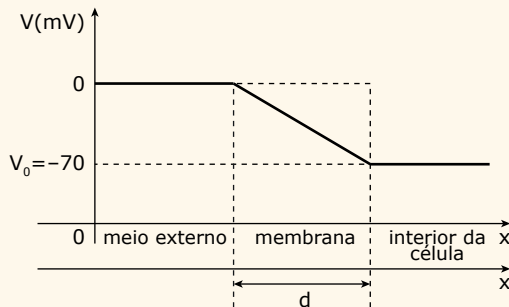


- A) 4 m/s.
- B) 5 m/s.
- C) 6 m/s.
- D) 7 m/s.
- E) 8 m/s.

**08.** (Mackenzie-SP) Um aluno, ao estudar Física, encontra no seu livro a seguinte questão: "No vácuo ( $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ ), uma carga puntiforme Q gera, à distância D, um campo elétrico de intensidade 360 N/C e um potencial elétrico de 180 V, em relação ao infinito". A partir dessa afirmação, o aluno determinou o valor correto dessa carga como sendo

- A) 24 mC.
- B) 10 mC.
- C) 30 nC.
- D) 18 nC.
- E) 10 nC.

**09.** (EBMSP-2016)

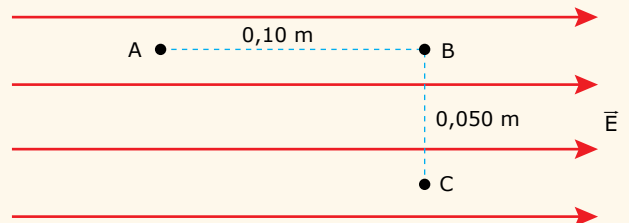


MARQUES, Adriana Benetti et al. Ser Protagonista: Física 3 – Ensino Médio. São Paulo: Edições SM, 2009. p. 59.

A figura representa a variação de potencial elétrico entre as partes externa e interna de uma célula, denominado potencial de membrana. Esse potencial é medido posicionando-se um dos polos de um medidor de voltagem no interior de uma célula e o outro no líquido extracelular. Com base nessa informação e considerando-se a intensidade do campo elétrico em uma membrana celular igual a  $7,5 \cdot 10^6 \text{ N/C}$  e a carga elétrica fundamental igual a  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , é correto afirmar:

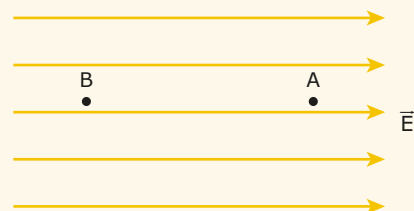
- A) A diferença de potencial  $\Delta V$  medido com as pontas dos dois microelétrodos no fluido extracelular é  $-70 \text{ mV}$ .
- B) A espessura da membrana celular é de, aproximadamente,  $80 \text{ \AA}$ .
- C) A intensidade da força elétrica que atua em um íon  $\text{Ca}^{++}$  na membrana é igual a  $2,4 \cdot 10^{-12} \text{ N}$ .
- D) A energia potencial adquirida por um íon  $\text{K}^+$  que entra na célula é igual a  $1,12 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ .
- E) O íon  $\text{K}^+$  que atravessa perpendicularmente a membrana de espessura d descreve movimento retilíneo e uniforme, sob a ação exclusiva de uma força elétrica.

**10.** (UFOP-MG) O campo elétrico em uma dada região é uniforme e tem módulo  $E = 100 \text{ N/C}$ , como mostra a figura a seguir:



- A) Determine a diferença de potencial entre os pontos A e B, B e C e A e C.
- B) Determine a força elétrica que age sobre uma carga puntual  $q = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , colocada no ponto A deste campo. Determine o trabalho realizado por um agente externo para conduzir essa carga com velocidade constante de A até C.

**11.** (UNIFEI-MG) As linhas de força de um campo elétrico uniforme estão representadas na figura a seguir. Uma carga  $q = 20 \text{ mC}$  é transportada do ponto A ao ponto B. Para ser levada de A para B, a força elétrica realiza um trabalho igual a  $-40 \text{ J}$ . Sabendo que o potencial em A é igual a  $V_A = 100 \text{ V}$  e o módulo do campo elétrico  $\vec{E}$  vale  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ , determine



- A) o potencial elétrico no ponto B;
- B) a energia potencial de q no ponto B;
- C) a distância entre os pontos A e B.

## SEÇÃO ENEM

**01.** O raio, ou relâmpago, é um fenômeno natural de descarga elétrica, mais comumente visto durante tempestades, e pode ser classificado em três tipos: das nuvens para o solo, do solo para a nuvem ou entre nuvens. Para que um raio ocorra, é necessário que o campo elétrico entre os elementos envolvidos na descarga (nuvens e / ou solo) atinja o valor da rigidez dielétrica do meio. No caso do ar, esse valor é de  $3,0 \cdot 10^6$  N/C. Nesse momento, a diferença de potencial inicial entre as partes envolvidas atinge valores muito elevados.

Em relação às tensões elétricas, nos três tipos de raio citados, podemos afirmar que

- A) em um raio entre o solo e uma nuvem de altitude 1 km, a tensão inicial é da ordem de milhões de volts.
- B) em um raio da nuvem para o solo, a tensão inicial é maior que aquela em um raio do solo para a nuvem.
- C) em todo raio, a tensão entre as partes envolvidas aumenta progressivamente durante a ocorrência do fenômeno.
- D) em um raio da nuvem para o solo, a tensão inicial é maior que aquela em um raio entre nuvens próximas.
- E) em todo raio, a tensão entre as partes envolvidas é igual a zero nos instantes que antecedem o fenômeno.

**02.** A ionosfera é a camada da atmosfera terrestre – situada entre 60 km e 1 000 km de altitude – que influencia na transmissão de ondas de rádio. É rica em íons e possui uma carga constante, o que leva a crer que existem mecanismos de recomposição de carga, evitando que a carga elétrica presente na ionosfera seja neutralizada. Na ausência desses mecanismos, a carga superficial do planeta de  $3,0 \cdot 10^5$  C seria neutralizada em um intervalo de tempo de 5 minutos. A figura a seguir mostra um modelo simplificado da ionosfera.



Embora o campo elétrico terrestre enfraqueça com a altitude, nesse modelo, é razoável considerá-lo constante em módulo de valor 100 V/m. Sabendo que a distribuição de cargas da ionosfera está a 50 km da superfície da Terra, uma usina de eletricidade que se valesse da diferença de potencial elétrico entre a superfície e a ionosfera poderia gerar uma potência de no máximo

- A) 50 MW.
- B) 500 MW.
- C) 1 000 MW.
- D) 5 000 MW.
- E) 10 000 MW.

## GABARITO

Meu aproveitamento



## Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. A
- 03. C
- 04. D
- 05. C
- 06. C
- 07. E
- 08. Soma = 29

## Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. C
- 03. C
- 04. E
- 05. A
- 06. D
- 07. A
- 08. E
- 09. C
- 10.
  - A)  $dV_{AB} = 10$  V,  $dV_{BC} = 0$  e  $dV_{AC} = 10$  V
  - B)  $F_E = 1,0 \cdot 10^{-4}$  N e  $W = -1,0 \cdot 10^{-5}$  J
- 11.
  - A) 2 100 V
  - B) 42 J
  - C) 2,0 m

## Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. D



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %



## Condutores

Estudamos o campo e o potencial elétrico criados em volta de uma carga elétrica (a fonte). Vimos que o campo está relacionado com a força elétrica, enquanto o potencial está relacionado com a energia que essa carga transmite para uma carga situada à sua volta (a carga de prova). Nos módulos anteriores, discorremos um pouco sobre os condutores de eletricidade. Aqui, os conceitos e as expressões matemáticas de campo e potencial elétrico que aprendemos serão úteis para estudarmos os condutores mais detalhadamente. Mesmo quando neutro, um condutor dispõe de cargas elétricas livres (ou pouco ligadas à rede metálica) capazes de fluir facilmente através do seu interior, quando um campo elétrico estiver agindo sobre elas.

Iniciaremos o estudo sobre os condutores discutindo a condição de equilíbrio eletrostático de um condutor. A seguir, veremos que, para essa condição, o campo elétrico no interior de qualquer condutor eletrizado vale zero. Isso nos levará à discussão de um fenômeno elétrico muito importante, conhecido como blindagem eletrostática. Na segunda parte deste módulo, estudaremos o potencial elétrico de condutores em equilíbrio eletrostático. Ao longo do texto, expressões para calcular o campo e o potencial elétrico criados por condutores esféricos serão apresentadas. Essas expressões nos ajudarão a quantificar o fenômeno da ruptura da rigidez dielétrica nas proximidades desses condutores.

### O EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO



Considere que uma esfera condutora tenha sido eletrizada negativamente pelo atrito com um tecido. A figura 1 mostra essa esfera. A carga negativa que ela adquiriu não flui através do bastão e do corpo da pessoa, porque o bastão é feito de um material isolante. Durante essa eletrização, os elétrons transferidos do tecido para a esfera sofrem repulsão elétrica entre si, e ocorre uma movimentação de elétrons na superfície do condutor. Nesse local, os elétrons em excesso ficam o mais distante possível uns dos outros. Como você sabe, esse deslocamento interno de cargas é possível porque a esfera é condutora. Se ela fosse feita de um material isolante, como o vidro, a carga negativa ficaria concentrada na região friccionada.



Figura 1. A carga elétrica de um condutor se distribui sobre a sua superfície externa.

Durante o processo de eletrização da esfera, o movimento de elétrons em sua superfície ocorre muito rapidamente. Quase que imediatamente após a interrupção do atrito do tecido contra a esfera, os elétrons em excesso já ficam posicionados, uniformemente distribuídos na superfície da esfera, de modo que não há movimento ordenado de cargas. Nesse estado, dizemos que o condutor está em equilíbrio eletrostático.

Se a esfera da figura 1 tivesse sido atritada contra outro material, de modo que a região friccionada ficasse com uma carga positiva, a redistribuição dessa carga pela superfície da esfera aconteceria da mesma forma. Nesse caso, a carga positiva presente no local da fricção atrairia elétrons das outras partes da esfera. O equilíbrio eletrostático seria atingido rapidamente, de forma bastante semelhante ao caso anterior.

No caso de condutores não esféricos, a carga elétrica também se distribui em sua superfície externa, porém, não uniformemente. Nas partes com menor raio de curvatura, como as pontas, observamos uma maior concentração de carga elétrica. Por isso, o campo elétrico no meio que envolve o condutor é mais intenso nas vizinhanças de pontas. A figura 2 mostra um condutor anesférico eletrizado positivamente. As linhas mostradas na figura são as linhas de força do campo elétrico do condutor. Observe a maior densidade de cargas na ponta esquerda do condutor e a maior intensidade do campo elétrico (maior concentração de linhas) presente no ar próximo desse local.

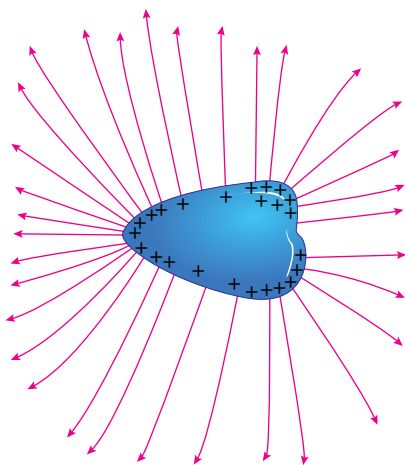


Figura 2. Distribuição não uniforme da carga elétrica sobre a superfície de um condutor anesférico.

O comportamento dos condutores de concentrar cargas nas pontas é conhecido como o **poder das pontas**. O princípio de funcionamento de um para-raios baseia-se no poder das pontas. Um para-raios é uma haste metálica aterrada na base e com pontas na extremidade superior. Quando uma nuvem eletrizada passa perto do local onde o para-raios foi instalado, o campo elétrico entre a nuvem e a terra torna-se mais intenso em torno das pontas do para-raios. Por isso, a probabilidade de a rigidez dielétrica do ar ser rompida perto dessas pontas e de a descarga elétrica ocorrer entre a nuvem e o para-raios é maior do que em outros locais.

A seguir, vamos aprender a calcular o campo e o potencial elétrico em um condutor em equilíbrio eletrostático. Antes, destacamos o seguinte resumo desta seção:

Um condutor está em equilíbrio eletrostático quando nele não ocorre mais o movimento ordenado de suas cargas livres. Nessa condição, a repulsão elétrica leva a uma distribuição de cargas na superfície externa do condutor, com uma maior concentração de cargas nas regiões de menor raio de curvatura, como as pontas.

## O CAMPO ELÉTRICO DE UM CONDUTOR EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Nesta seção, vamos analisar o campo elétrico gerado por um condutor eletrizado. Primeiro, vamos analisar o campo elétrico no interior do condutor. Estando em equilíbrio eletrostático, as cargas livres do condutor não se deslocam ordenadamente em uma direção. Por isso, concluímos que o campo elétrico, no interior do condutor, é nulo. Se houvesse campo elétrico interno, as cargas livres sofreriam a ação de forças elétricas e se movimentariam ordenadamente numa certa direção.

Para a condição de equilíbrio eletrostático, o campo elétrico na superfície externa do condutor existe, mas a sua direção é perpendicular à superfície. Isso pode ser observado ao longo de toda a superfície do condutor mostrado na figura 2.

Como as cargas da superfície não se movimentam ordenadamente, o campo elétrico não pode apresentar uma componente tangencial. Se esta existisse, ela causaria o aparecimento de uma força elétrica tangencial sobre as cargas, que se moveriam sobre a superfície do condutor, contrariando a situação de equilíbrio eletrostático.

A figura 3 mostra a tendência de movimento de um elétron livre na superfície externa de um condutor, que acaba de ser eletrizado, durante o rearranjo de suas cargas. Nesse caso, a direção do campo elétrico é inclinada em relação à superfície. A componente tangencial do campo existe apenas durante o curto intervalo de tempo que precede o equilíbrio eletrostático. Observe que o lado esquerdo do condutor possui uma carga positiva maior que o lado direito. Como as curvaturas dos dois lados são parecidas, existe um desequilíbrio. Por isso, os elétrons se movimentam para a esquerda.

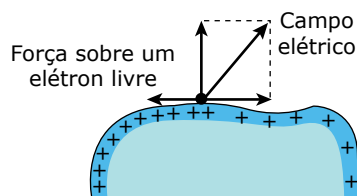


Figura 3. Movimento de cargas na superfície de um condutor que não se acha em equilíbrio eletrostático.

É óbvio que, em volta de um condutor eletrizado, mesmo para a condição de equilíbrio eletrostático, existe campo elétrico, pois qualquer carga de prova ali colocada experimentar a ação de uma força elétrica exercida pelo condutor. Isso pode ser constatado por meio de experiências simples, como ilustra a figura 4. As setas em vermelho indicam os sentidos do campo elétrico da esfera maior. Como a carga desta é positiva, o campo elétrico criado por ela diverge a partir da sua superfície. As duas pequenas esferas, também eletrizadas positivamente, sofrem forças no mesmo sentido do campo elétrico.

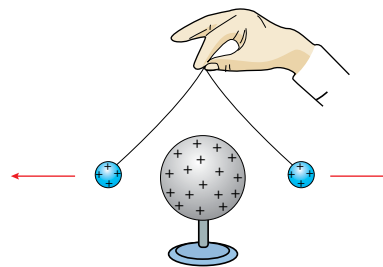


Figura 4. Experiência para confirmar que existe campo elétrico em volta de um condutor eletrizado.

## CAMPO ELÉTRICO DE UMA ESFERA ELETRIZADA

Agora, vamos aprender a calcular o campo elétrico no exterior de uma esfera condutora. Já vimos que o campo interno em qualquer condutor em equilíbrio eletrostático vale zero. No caso de uma esfera, pouco importa se ela é maciça, oca ou se é simplesmente uma casca esférica; o campo interno vale zero. Para todas essas geometrias, a carga acha-se uniformemente distribuída na superfície.

O campo externo de uma esfera condutora, com carga superficial  $Q$ , apresenta uma simetria idêntica àquela do campo de uma carga pontual  $Q$ , localizada no centro da esfera. Por isso, o campo externo de uma esfera eletrizada pode ser calculado como se toda a sua carga estivesse concentrada em seu centro. Matematicamente, temos:

$$E = \frac{KQ}{r^2}$$

Nessa expressão,  $Q$  é a carga da esfera,  $K$  é a constante eletrostática do meio dielétrico onde a esfera se acha, e  $r$  é a distância do centro da esfera até o ponto onde desejamos calcular o campo elétrico. Em hipótese alguma essa expressão pode ser usada para  $r < R$  (sendo  $R$  o raio da esfera), pois o ponto, nesse caso, encontra-se dentro da esfera, local em que o campo é nulo.

A figura 5 mostra o gráfico do campo elétrico criado por uma esfera condutora em função da distância ao seu centro. Observe que o campo interno é zero, e que o campo externo obedece à lei do inverso do quadrado da distância, típica para uma carga pontual.

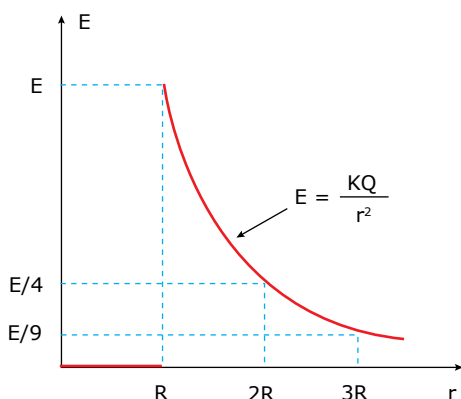


Figura 5. Campo elétrico de uma esfera condutora, em função da distância ao centro.

No estudo sobre campo elétrico, aprendemos que a rigidez dielétrica corresponde ao maior valor do campo elétrico que pode ser aplicado a um isolante, sem que ele se torne condutor. Para o ar, esse valor é  $3,0 \cdot 10^6$  N/C. Assim, usando a expressão para o cálculo do campo elétrico de uma esfera condutora, podemos determinar a carga máxima que a esfera pode receber sem que o ar próximo à sua superfície tenha sua rigidez dielétrica rompida. Essa carga, naturalmente, depende do raio da esfera, mas não do seu material. Para uma esfera de raio  $R = 10$  cm, imersa no ar, a carga máxima vale:

$$\text{Rigidez dielétrica} = \frac{KQ_{\text{máx}}}{R^2}$$

$$3,0 \cdot 10^6 = \frac{9,0 \cdot 10^9 Q_{\text{máx}}}{0,10^2}$$

$$Q_{\text{máx}} = 3,3 \mu\text{C}$$

## A BLINDAGEM ELETROSTÁTICA



Vimos que o campo elétrico no interior de qualquer condutor eletrizado, em equilíbrio eletrostático, é nulo. Agora, vamos examinar o caso em que o condutor está neutro, mas próximo de uma carga elétrica externa. Veremos que o campo elétrico dessa carga se manifesta em todos os pontos do espaço em sua volta, exceto naqueles que estão dentro do condutor. O interior de um condutor é um lugar onde o campo elétrico de um agente externo não consegue entrar. Esse efeito é conhecido como **blindagem eletrostática**.

A figura 6 ilustra a blindagem eletrostática. Na figura A, um bastão de vidro eletrizado positivamente atrai uma esfera eletrizada negativamente ou mesmo neutra. Nesse último caso, uma carga negativa e outra positiva são induzidas no lado direito e esquerdo da esfera, respectivamente. O campo não uniforme do bastão atrai mais intensamente a carga negativa do que repele a positiva, e, assim, a esfera é atraída pelo bastão.

Na figura B, a esfera foi coberta com uma gaiola metálica. O campo elétrico do bastão se manifesta em torno da gaiola, mas não dentro dela. O campo elétrico do bastão no interior da gaiola vale zero. Por isso, a esfera não é atraída. De fato, isso só seria estritamente verdadeiro se a gaiola fosse fechada por um fundo condutor. Todavia, mesmo com o fundo aberto, a blindagem da gaiola é quase total.

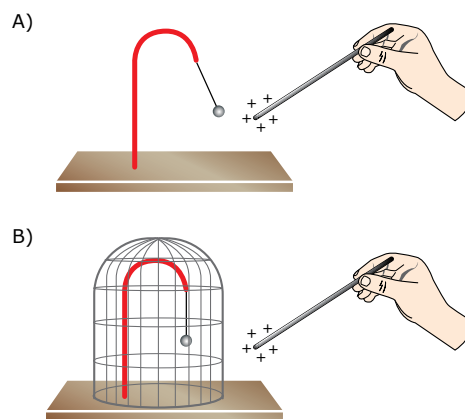


Figura 6. Experiência para constatar a blindagem eletrostática.

Benjamin Franklin e, depois, Michael Faraday foram os primeiros cientistas a estudarem a blindagem eletrostática. Em particular, Faraday realizou uma célebre experiência. Ele construiu uma grande caixa, revestida de metal e apoiada sobre isolantes, e a eletrizou com o auxílio de um potente gerador eletrostático, até que grandes faíscas saltaram de suas paredes externas. Nessas condições, Faraday entrou na caixa e realizou uma série de experimentos (ele usou velas acesas, eletroscópios, etc.), não encontrando o menor vestígio da influência do campo elétrico gerado pelas cargas das paredes externas da caixa. Por isso, atualmente, os invólucros metálicos usados para produzir blindagem eletrostática são popularmente conhecidos como **gaiolas de Faraday**.

Agora, vamos entender por que o campo elétrico de uma carga externa não penetra no interior de um condutor. Para isso, vamos considerar que a carga externa é uma placa eletrizada positivamente, de modo que o campo elétrico da placa seja uniforme. As linhas de força, paralelas entre si, saem da placa e vão para o infinito. Então, imagine que uma esfera condutora seja imersa nessas linhas, como mostra a figura 7. Note que uma carga negativa é induzida no lado esquerdo da esfera, enquanto uma carga positiva é induzida no outro lado. Como a esfera encontra-se em equilíbrio eletrostático (lembre-se de que a separação de cargas na esfera ocorre quase instantaneamente após a sua introdução no campo elétrico da placa), não há mais movimento ordenado de elétrons livres em seu interior. Concluímos, portanto, que o campo elétrico em seu interior vale zero. Observe que as linhas de força são perpendiculares à superfície da esfera. Assim, não há componente tangencial de campo, e a carga induzida permanece estacionária.

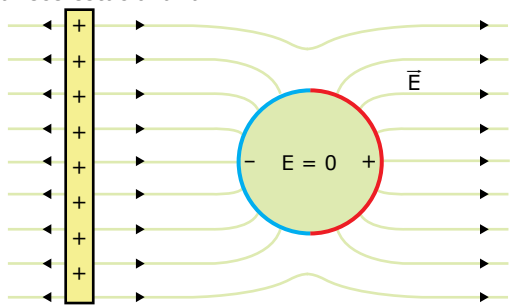


Figura 7. O campo elétrico da placa não penetra no interior da esfera condutora.

Podemos usar outro argumento para analisar o campo elétrico dentro dessa esfera. A carga da placa produz um campo elétrico uniforme, horizontal e dirigido para a direita na região da esfera. Por sua vez, a carga induzida na esfera cria um campo elétrico interno horizontal e dirigido para a esquerda. Os campos da placa e da esfera apresentam módulos iguais e se cancelam. Por isso, o campo resultante dentro da esfera vale zero.

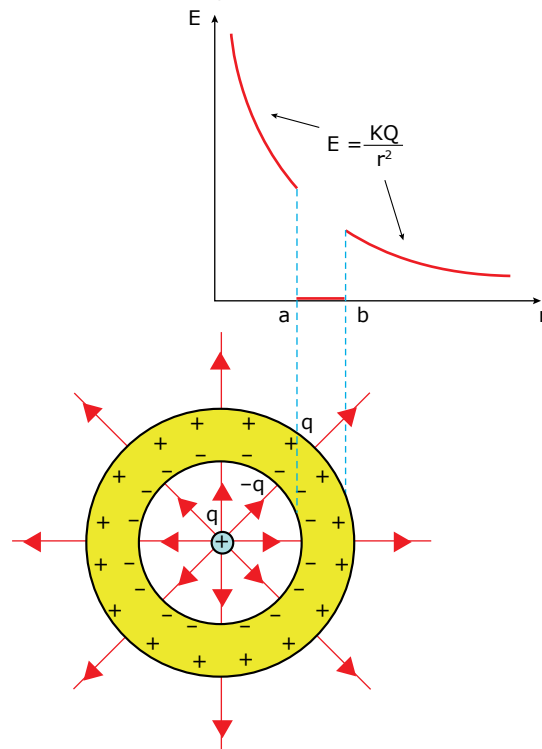
## EXERCÍCIO RESOLVIDO

- 01.** Uma carga pontual +q acha-se no centro de uma casca esférica metálica neutra de raio interno a e raio externo b. Explicar por que existe uma carga induzida -q na superfície interna da esfera e uma carga +q na superfície externa. Determinar as expressões para calcular o campo elétrico desse sistema.

Resolução:

A força de atração da carga pontual +q sobre os elétrons livres da casca metálica causa a indução de uma carga negativa na parte interna da casca e de uma carga positiva na parte externa. Em geral, a carga induzida não é igual à carga indutora (normalmente, a primeira é menor). Nesse problema, essas cargas são iguais porque o número de linhas de força que sai da carga pontual +q é exatamente igual ao número de linhas que chega à carga induzida distribuída na parte interna da casca.

Isso ocorre porque as linhas que partem da carga pontual não podem chegar a outro lugar que não seja a parte interna da casca (observe a figura). Por sua vez, como a carga induzida na parte interna vale -q, a carga induzida externamente vale +q.



Agora, vamos determinar o campo elétrico dessa distribuição de cargas. Como a esfera se encontra em equilíbrio eletrostático, os seus elétrons livres não se movimentam ordenadamente. Portanto, o campo na parte metálica é nulo (observe que as linhas de força são interrompidas nessa região). Na parte oca e na parte externa, existe campo elétrico. Por simetria, os campos elétricos das cargas +q e -q induzidas na casca são iguais em módulo e de sentidos opostos; logo, se cancelam. Por isso, o campo elétrico líquido do sistema é devido apenas ao efeito da carga pontual +q. Esse campo pode ser calculado por meio da lei do inverso do quadrado da distância:

$$E = \frac{KQ}{r^2}$$

Essa expressão deve ser usada para  $0 < r < a$  (interior da casca) e para  $b < r < \infty$  (exterior da casca). O gráfico do campo elétrico em função da distância à carga pontual +q está mostrado juntamente com a casca esférica.

## O POTENCIAL ELÉTRICO DE UM CONDUTOR EM EQUILÍBRIO ELETROSTÁTICO

Nos itens anteriores, aprendemos que o campo elétrico dentro de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático é nulo. Agora, vamos discutir o comportamento do potencial elétrico dentro de um condutor nessas condições.

Para isso, observe a figura 8, em que uma pequena esfera de massa  $m$  e de carga elétrica  $q$  acha-se suspensa por um fio isolante no interior de uma caixa metálica eletrizada positivamente e isolada, mas em equilíbrio eletrostático. Como o fio é isolante, a carga da esfera não pode ser transferida para as paredes externas da caixa através dele.

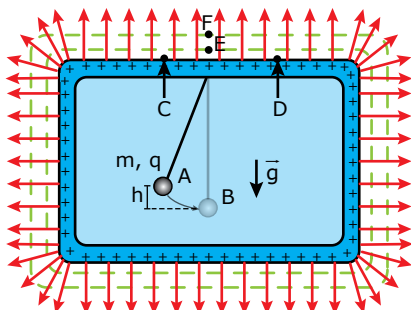


Figura 8. Experimento para estudar o potencial elétrico no interior de um condutor.

Observe que as linhas de força saem da superfície externa positiva do condutor e vão para o infinito. No interior do condutor (inclusive na parte maciça), não há campo elétrico. Por isso, não foram desenhadas linhas de forças nessa região.

Agora, imagine que a esfera seja abandonada do ponto A, que se acha a uma altura  $h$  em relação à posição mais baixa do pêndulo. A esfera desce acelerada exclusivamente pelo campo gravitacional  $g$  da Terra. Nesse deslocamento, o trabalho elétrico vale zero, pois o campo e a força elétrica valem zero.

Assim, aplicando a definição de diferença de potencial elétrico, obtemos:

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{0}{q} = 0$$

Como  $V_A - V_B = 0$ , concluímos que os valores dos potenciais elétricos nos pontos A e B são iguais.

Na verdade, todos os pontos dentro de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático são submetidos a um mesmo potencial elétrico. No condutor da figura 8, entendemos por pontos internos não apenas aqueles que estão na parte oca da caixa, mas também os pontos situados na parte maciça.

Os pontos sobre a superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático também apresentam o mesmo potencial elétrico dos pontos internos. Primeiro, vamos explicar a igualdade dos potenciais dos pontos da superfície. Considere que uma carga se desloque do ponto C ao ponto D, mostrados na figura 8. Nesse caso, há uma força elétrica agindo na carga, mas ela não realiza trabalho porque a sua direção é perpendicular ao deslocamento (lembre-se de que o campo elétrico é perpendicular à superfície do condutor).

Por isso, o potencial  $V_C$  é igual ao potencial  $V_D$ , assim como são iguais os potenciais de todos os outros pontos da superfície.

A igualdade do potencial de um ponto sobre a superfície do condutor e de outro em seu interior (por exemplo, os pontos D e A) pode ser demonstrada da mesma forma, imaginando que a carga, agora, se desloque entre esses pontos. Como o trabalho elétrico é zero, os potenciais são iguais. Portanto, um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático é um volume equipotencial.

Fora de um condutor eletrizado, o valor do potencial elétrico depende da posição em que é feita a análise. Por exemplo, na figura 8, se uma carga positiva for abandonada no ponto E, ela sofrerá ação de uma força elétrica dirigida para cima e se moverá em direção ao ponto F. Sendo assim, o potencial do ponto F é menor que o do ponto E, pois o potencial diminui no sentido das linhas de força.

O potencial elétrico externo apresenta valores iguais em pontos situados sobre uma mesma superfície equipotencial. No estudo sobre potencial elétrico, vimos que essas superfícies são sempre perpendiculares às linhas de força do campo elétrico. Na figura 8, as duas linhas tracejadas em volta do condutor são cortes de superfícies equipotenciais.

O potencial sobre a superfície mais externa é menor que o da superfície mais próxima ao condutor.

Entre os conceitos discutidos nesta seção, destacamos:

O potencial elétrico no interior de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático é constante. Externamente, o potencial diminuiu no sentido das linhas de força do campo elétrico, mantendo-se constante no plano perpendicular a elas.

## POTENCIAL ELÉTRICO DE UMA ESFERA ELETRIZADA

De acordo com o que estudamos na seção anterior, qualquer condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático apresenta o mesmo potencial elétrico em toda a extensão de seu volume, inclusive na superfície externa. A partir dessa superfície, o potencial varia ao longo das linhas de força do campo elétrico externo. Em particular, no caso de uma esfera condutora eletrizada com uma carga  $Q$ , esse potencial pode ser calculado pela lei do inverso da distância, como se a carga  $Q$  estivesse concentrada no centro da esfera.

Utilizamos o mesmo recurso para calcular o campo elétrico de uma esfera, e a mesma justificativa é válida nos dois casos: uma esfera com carga superficial uniformemente distribuída apresenta simetria espacial idêntica à de uma carga pontual. Portanto, o potencial elétrico de uma esfera condutora de raio  $R$  e de carga  $Q$ , em equilíbrio eletrostático (considerando o infinito como o nível de potencial elétrico igual a zero), é dado por:

$$V = \frac{KQ}{R} \text{ (para: } r \leq R) \text{ e } V = \frac{KQ}{r} \text{ (para: } R \leq r < \infty)$$

Nessa expressão,  $K$  é a constante eletrostática do meio onde a esfera está imersa, e  $r$  é a distância do centro da esfera ao ponto onde o potencial elétrico é calculado.

Observe que o denominador da primeira equação é sempre o raio  $R$  da esfera, mesmo se o potencial estiver sendo calculado em um ponto interno, onde  $r < R$ . Para o caso de um ponto externo, usamos a segunda equação.

A figura 9 mostra o gráfico do potencial elétrico produzido por uma esfera condutora eletrizada positivamente e em equilíbrio eletrostático em função da distância ao seu centro. Abaixo do gráfico, aparecem a esfera e duas superfícies equipotenciais.

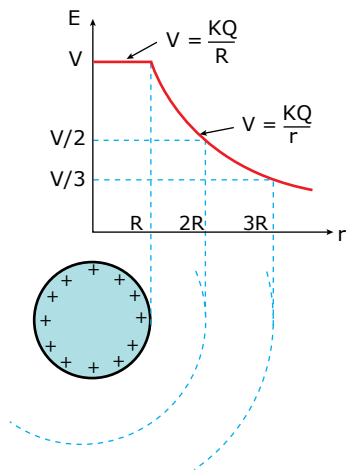


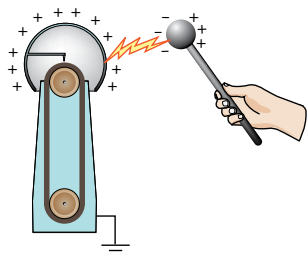
Figura 9. Potencial elétrico produzido por uma esfera condutora em função da distância ao centro.

Vamos finalizar esta seção analisando o Exercício Resolvido 01 do ponto de vista do potencial elétrico. Na figura deste problema, observe que as linhas de campo elétrico são dirigidas da carga  $+q$  para a casca esférica. Por isso, o potencial central é maior que o da casca esférica.

Na verdade, o potencial elétrico de uma carga  $+q$  é sempre maior do que o potencial elétrico de um condutor que o envolve (cavidade), independentemente do valor da carga  $+q$ . Por isso, se a carga interna for colocada em contato com a cavidade (por exemplo, através de um fio metálico), a carga interna será completamente transferida para a cavidade.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** A esfera de um gerador de Van de Graaf tem raio igual a 20 cm. A esfera é eletrizada com uma carga igual a  $+10 \mu\text{C}$ , e o gerador é desligado. A seguir, uma esfera de raio 5,0 cm é aproximada da esfera do gerador, e, a certa distância, ocorre uma descarga elétrica, como mostra a figura.



A) Mostrar que essa esfera condutora isolada no ar pode receber uma carga um pouco maior que  $13 \mu\text{C}$  sem risco de ruptura da rigidez dielétrica do ar. Explicar por que houve a ruptura da rigidez do ar na situação descrita nesta questão, apesar de a carga da esfera do gerador ser de apenas  $10 \mu\text{C}$ .

B) Determinar as cargas finais na esfera do gerador e na esfera menor, depois da descarga elétrica, considerando que as duas esferas se toquem.

Resolução:

A) A rigidez dielétrica do ar vale  $3,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ , que representa o maior valor do campo elétrico que pode ser aplicado ao ar sem que ele se torne condutor. A substituição desse valor na equação do campo elétrico próximo à superfície da esfera fornece a carga máxima que ela pode receber:

$$\text{Rigidez dielétrica} = \frac{KQ_{\text{máx.}}}{R^2}$$

$$3,0 \cdot 10^6 = \frac{9,0 \cdot 10^9 \cdot Q_{\text{máx.}}}{0,20^2} \Rightarrow 13,3 \text{ mC}$$

Individualmente, a esfera do gerador não pode gerar um campo maior que  $3,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$  no espaço entre ela e a esfera menor, pois a sua carga é de apenas  $10 \mu\text{C}$ . Todavia, há indução de uma carga negativa e outra positiva na esfera menor, como mostra a figura.

Por isso, essa esfera menor também produz um campo elétrico entre as esferas. Esse campo e o campo da esfera do gerador são dirigidos para a direita.

Assim, os campos das duas esferas são somados. Para uma aproximação suficientemente pequena entre as esferas, o campo elétrico resultante gerado por elas supera a rigidez dielétrica do ar.

B) A carga da esfera maior se distribuiu entre ela e a esfera menor. A troca de cargas iniciou-se no momento da descarga, continuou durante o contato entre as esferas e terminou quando elas atingiram o equilíbrio eletrostático. Nesse instante, os potenciais elétricos nas duas esferas ficaram iguais, e o deslocamento de cargas entre elas cessou.

De acordo com a equação para se calcular o potencial ( $V = KQ/R$ ), e sabendo que  $V$  é constante no equilíbrio, concluímos que a carga de cada esfera é diretamente proporcional ao raio.

De acordo com o Princípio da Conservação das Cargas, a soma das cargas finais das esferas deve ser  $+10 \mu\text{C}$  (carga inicial do sistema). Como o raio da esfera maior é 20 cm, ele é quatro vezes maior que o raio de 5,0 cm da esfera menor. Assim, concluímos que a carga final na esfera maior é  $+8,0 \mu\text{C}$ , e na esfera menor é  $+2,0 \mu\text{C}$ .

Matematicamente, chegamos a esses valores resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$Q + q = 10 \quad \text{e} \quad \frac{KQ}{20} = \frac{Kq}{5,0}$$

A carga final  $Q$  está associada à esfera de raio 20 cm, enquanto a carga  $q$ , à esfera de raio 5,0 cm. Observe que a constante de Coulomb  $K$  pode ser cancelada na segunda equação. Isso mostra que as cargas finais independem do meio em que as esferas se encontram.

Assim, obtemos:

$$Q = +8,0 \text{ mC} \quad \text{e} \quad q = +2,0 \text{ mC}$$

Esse exercício ilustrou a eletrização por contato. Nesse tipo de eletrização, as cargas finais sempre apresentam sinais iguais, e a esfera maior fica com a maior quantidade de carga.

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



- 01.** (UEG-GO-2018) Um hóspede, ao se instalar em um quarto de hotel, utilizou o cofre de metal do quarto para guardar seu celular. Passado algum tempo, ao retirar seu celular do cofre, ele percebeu que o celular ficou inativo durante o tempo que esteve no cofre. Isso ocorreu por causa
- da gaiola de Faraday.
  - do isolamento térmico.
  - da reflexão das ondas.
  - do isolamento acústico.
  - da radiação de corpo negro.

- 02.** (Unifor-CE) Dadas as afirmativas:
- Na superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é normal à superfície.
  - Na superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o potencial é constante.
  - Na superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático, a densidade superficial de carga é maior em pontos de raio de curvatura menor.

Podemos afirmar que

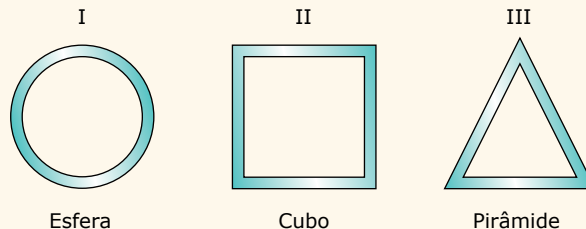
- somente a primeira está correta.
- somente a segunda está correta.
- somente a terceira está correta.
- todas estão corretas.
- nenhuma delas está correta.

- 03.** (UFTM-MG) Considere uma esfera oca metálica eletrizada. Na condição de equilíbrio eletrostático,
- o vetor campo elétrico no interior da esfera não é nulo.
  - o potencial elétrico em um ponto interior da esfera depende da distância desse ponto à superfície.
  - o vetor campo elétrico na superfície externa da esfera é perpendicular à superfície.
  - a distribuição de cargas elétricas na superfície externa da esfera depende do sinal da carga com que ela está eletrizada.
  - o módulo do vetor campo elétrico em um ponto da região externa da esfera não depende da distância desse ponto à superfície.

- 04.** (UFMG) Um estudante coloca pequenos pedaços de papel sobre uma placa de isopor debaixo de uma peneira de plástico. Ele atrita um pente em seus cabelos, aproxima-o da peneira e repara que os papéis são atraídos pelo pente. Depois, troca a peneira de plástico por outra metálica e repete o experimento. Observa, então, que os papéis não são atraídos pelo pente.
- Essa diferença é devido
- à eletricidade do pente ser anulada pelo magnetismo da peneira metálica.
  - à peneira de plástico e aos pedaços de papel serem isolantes elétricos.
  - à peneira de metal criar uma blindagem eletrostática.
  - à peneira de plástico ter propriedades magnéticas.

- 05.** (UFRGS-RS) A figura a seguir representa, em corte, três objetos de formas geométricas diferentes, feitos de material bom condutor, que se encontram em repouso.

Os objetos são ocios, totalmente fechados, e suas cavidades internas se acham vazias. A superfície de cada um dos objetos está carregada com carga elétrica estática de mesmo valor  $Q$ .



Em quais desses objetos o campo elétrico é nulo em qualquer ponto da cavidade interna?

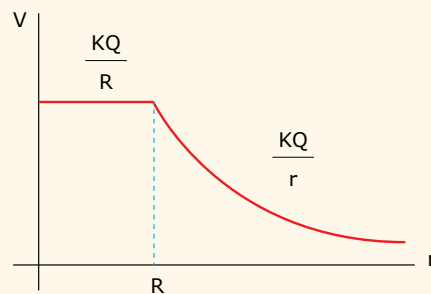
- Apenas em I.
- Apenas em II.
- Apenas em I e II.
- Apenas em II e III.
- Em I, II e III.

- 06.** (Unifor-CE) Uma esfera metálica, de raio 10 cm, isolada de outros corpos, está imersa no ar e eletrizada com carga  $Q = 2,0 \cdot 10^{-8}$  C. A constante eletrostática do ar vale  $9,0 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

Os módulos do vetor campo elétrico e do potencial elétrico no centro da esfera, em unidades do Sistema Internacional, valem, respectivamente,

- zero e zero.
- zero e  $1,8 \cdot 10^3$ .
- $1,8$  e  $18$ .
- $1,8 \cdot 10^2$  e zero.
- $1,8 \cdot 10^3$  e  $1,8 \cdot 10^4$ .

- 07.** (UFMG-PB) Uma esfera de cobre de raio  $R$  está eletricamente carregada com carga  $Q$ . O potencial  $V$ , em função do raio  $r$ , em que  $r = 0$  no centro da esfera, está mostrado na figura.



Considerando essa configuração, pode-se afirmar que

- o trabalho realizado para transportar uma carga de prova  $+q_0$ , de  $r = 0$  até  $r = R/2$  vale  $2kQq_0/R$ .
- o trabalho realizado para transportar uma carga  $-q_0$ , sendo  $|q_0| \ll |Q|$ , de  $r \gg R$  até  $r = R$ , depende do raio da esfera.
- enquanto a esfera estiver sendo carregada, seu potencial elétrico em função de  $r$  tem o mesmo comportamento mostrado na figura.
- com as informações disponíveis não se pode calcular a densidade superficial de cargas da esfera.
- segundo a representação de Faraday, como  $V$  é constante no interior da esfera, as linhas de força do campo elétrico são paralelas nessa região.

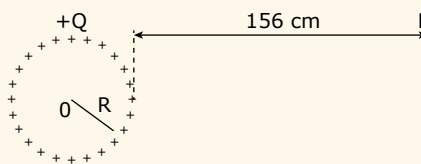
**08.** (UPF-RS) Durante uma experiência didática sobre eletrostática, um professor de Física eletriza uma esfera metálica oca suspensa por um fio isolante. Na sequência, faz as seguintes afirmações:

- I. A carga elétrica transferida para a esfera se distribui na superfície externa desta.
- II. O campo elétrico no interior da esfera é nulo.
- III. O campo elétrico na parte exterior da esfera tem direção perpendicular à superfície desta.
- IV. A superfície da esfera, na situação descrita, apresenta o mesmo potencial elétrico em todos os pontos.
- V. A carga elétrica acumulada na esfera é positiva, pois lhe foram transferidas cargas positivas.

Está correto o que se afirma em

- A) I apenas.
- B) I e II apenas.
- C) I, II e III apenas.
- D) I, II, III e IV apenas.
- E) I, II, III, IV e V.

**03.** (EN-2015) Analise a figura a seguir:

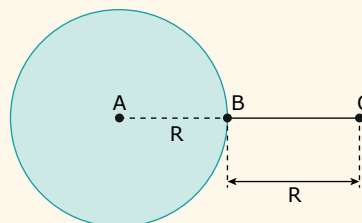


Uma casca esférica metálica fina, isolada, de raio  $R = 4,0$  cm e carga  $Q$  produz um potencial elétrico igual a  $10,0$  V no ponto P distante  $156$  cm da superfície da casca (ver figura). Suponha agora que o raio da casca esférica foi alterado para um valor quatro vezes menor.

Nessa nova configuração, a ddp entre o centro da casca e o ponto P, em quilovolts, será:

- A) 0,01.                      C) 0,51.                      E) 2,00.
- B) 0,39.                      D) 1,59.

**04.** (UPE) Um condutor esférico em equilíbrio eletrostático, representado pela figura a seguir, tem raio igual a  $R$  e está eletrizado com carga  $Q$ .



Analise as afirmações que se seguem:

- I. No ponto A o campo elétrico e o potencial elétrico são nulos.
- II. Na superfície da esfera  $E_B = \frac{V_B}{R}$
- III. No ponto C o potencial elétrico é dado por  $\frac{KQ}{R}$
- IV. No ponto C distante do ponto A de  $2R$  tem-se  $E_C = \frac{V_C}{2R}$

É correto afirmar que apenas as(a) afirmações(ão)

- A) I e III estão corretas.
- B) IV está correta.
- C) II e IV estão corretas.
- D) III e IV estão corretas.
- E) II e III estão corretas.

**05.** (ITA) Uma carga  $q$  distribui-se uniformemente na superfície de uma esfera condutora, isolada, de raio  $R$ . Assinale a opção que apresenta a magnitude do campo elétrico e o potencial elétrico num ponto situado a uma distância  $r = R/3$  do centro da esfera.

- A)  $E = 0$  V/m e  $U = 0$  V
- B)  $E = 0$  V/m e  $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$
- C)  $E = 0$  V/m e  $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3q}{R}$
- D)  $E = 0$  V/m e  $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^2}$
- E)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rq}{R^3}$  e  $U = 0$  V

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



**01.** (UFRGS) Considere uma casca condutora esférica eletricamente carregada e em equilíbrio eletrostático. A respeito dessa casca, são feitas as seguintes afirmações.

- I. A superfície externa desse condutor define uma superfície equipotencial.
- II. O campo elétrico em qualquer ponto da superfície externa do condutor é perpendicular à superfície.
- III. O campo elétrico em qualquer ponto interior à casca é nulo.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.                      D) Apenas II e III.
- B) Apenas II.                      E) I, II e III.
- C) Apenas I e III.

**02.** (IFSP) Uma esfera A, de raio  $2$  cm, está uniformemente eletrizada com carga de  $2 \mu\text{C}$ . Num ponto P, situado a  $1$  cm da superfície dessa esfera, é colocada uma partícula B, eletricamente carregada, com carga de  $5$  nC. O campo elétrico da carga A, no ponto P, a força exercida por B em A, e o potencial elétrico no ponto P, são, respectivamente, (usar  $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ )

- A)  $E = 2 \cdot 10^8 \text{ N/C}$ ,  $F = 10^{-2} \text{ N}$ ,  $V = 6 \cdot 10^5 \text{ V}$ .
- B)  $E = 2 \cdot 10^8 \text{ N/C}$ ,  $F = 10^{-1} \text{ N}$ ,  $V = 6 \cdot 10^6 \text{ V}$ .
- C)  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ,  $F = 10^{-1} \text{ N}$ ,  $V = 6 \cdot 10^5 \text{ V}$ .
- D)  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ,  $F = 10^{-2} \text{ N}$ ,  $V = 6 \cdot 10^4 \text{ V}$ .
- E)  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ,  $F = 10^{-2} \text{ N}$ ,  $V = 6 \cdot 10^6 \text{ V}$ .

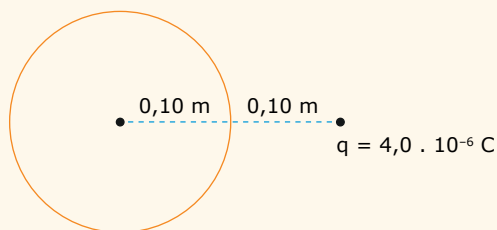


**06.** (UFPR) O processo de eletrização por atrito, ou triboeletrização, é responsável, em parte, pelo acúmulo de cargas nas nuvens e, nesse caso, a manifestação mais clara desse acúmulo de cargas é a existência de raios, que são descargas elétricas extremamente perigosas. Entretanto, como o ar atmosférico é um material isolante, os raios não ocorrem a todo momento. Para que ocorram, o valor do campo elétrico produzido no ar por um objeto carregado deve ter uma intensidade maior do que um certo valor crítico chamado rigidez dielétrica. É importante notar que não apenas o ar, mas todos os materiais, sejam isolantes ou condutores, possuem rigidez dielétrica. Nos condutores, em geral, essa grandeza tem valores muito menores que nos isolantes, e essa é uma característica que os diferencia. Assim, com um campo elétrico pouco intenso é possível produzir movimento de cargas num condutor, enquanto num isolante o campo necessário deve ser muito mais intenso.

Considerando essas informações, responda:

- A) Sabe-se que a rigidez dielétrica do ar numa certa região vale  $3,0 \cdot 10^6$  N/C. Qual é a carga máxima que pode ser armazenada por um condutor esférico com raio de 30 cm colocado nessa região?
- B) Supondo que o potencial elétrico a uma distância muito grande do condutor seja nulo, quanto vale o potencial elétrico produzido por esse condutor esférico na sua superfície quando ele tem a carga máxima determinada no item anterior?

**07.** (UFRJ) Uma partícula com carga positiva  $q = 4,0 \cdot 10^{-6}$  C é mantida em repouso diante de uma esfera maciça condutora isolada de raio 0,10 m e carga total nula. A partícula encontra-se a uma distância de 0,20 m do centro da esfera, conforme ilustra a figura a seguir. A esfera e as cargas que foram induzidas em sua superfície também se encontram em repouso, isto é, há equilíbrio eletrostático.



Esfera maciça condutora

Sabendo que a constante de proporcionalidade na lei de Coulomb é  $k = 9,0 \cdot 10^9$  N.m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>, determine o módulo e indique a direção e o sentido:

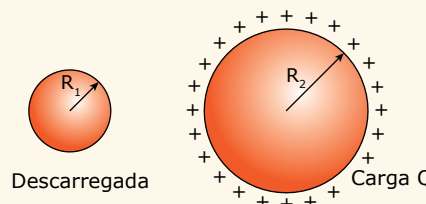
- A) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido à partícula de carga q;
- B) do campo elétrico no centro da esfera condutora devido às cargas induzidas em sua superfície.

**08.** (UFG-GO) A umidade relativa do ar no inverno de 2010 em Goiânia atingiu níveis muito baixos. Essa baixa umidade pode provocar descargas elétricas nas pessoas quando elas aproximam seus dedos de superfícies condutoras de eletricidade. Considere que a descarga ocorre quando uma pessoa aproxima seu dedo a uma distância de 3 mm da superfície metálica e a carga elétrica na ponta do dedo corresponda à metade daquela que deve estar uniformemente distribuída em uma pequena esfera de raio 6 mm. Nessas condições, a carga acumulada na ponta do dedo, em Coulomb, será de

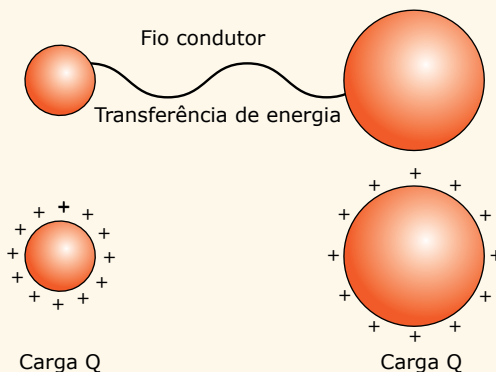
**Dados:** Campo de ruptura do ar:  $3 \cdot 10^6$  V/m;  $k = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

- A)  $1,50 \cdot 10^{-9}$
- B)  $6,00 \cdot 10^{-9}$
- C)  $1,20 \cdot 10^{-8}$
- D)  $1,35 \cdot 10^{-8}$
- E)  $2,70 \cdot 10^{-8}$

**09.** (Unesp) Uma esfera condutora descarregada (potencial elétrico nulo), de raio  $R_1 = 5,0$  cm, isolada, encontra-se distante de outra esfera condutora, de raio  $R_2 = 10,0$  cm, carregada com carga elétrica  $Q = 3,0$  mC (potencial elétrico não nulo), também isolada.



Em seguida, liga-se uma esfera à outra, por meio de um fio condutor longo, até que se estabeleça o equilíbrio eletrostático entre elas. Nesse processo, a carga elétrica total é conservada e o potencial elétrico em cada condutor esférico isolado descrito pela equação  $V = k \frac{q}{r}$ , em que k é a constante de Coulomb, q é a sua carga elétrica e r o seu raio.



Supondo que nenhuma carga elétrica se acumule no fio condutor, determine a carga elétrica final em cada uma das esferas.

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem) Duas irmãs que dividem o mesmo quarto de estudos combinaram de comprar duas caixas com tampas para guardarem seus pertences dentro de suas caixas, evitando, assim, a bagunça sobre a mesa de estudos. Uma delas comprou uma metálica, e a outra, uma caixa de madeira de área e espessura lateral diferentes, para facilitar a identificação. Um dia as meninas foram estudar para a prova de Física e, ao se acomodarem na mesa de estudos, guardaram seus celulares ligados dentro de suas caixas. Ao longo desse dia, uma delas recebeu ligações telefônicas, enquanto os amigos da outra tentavam ligar e recebiam a mensagem de que o celular estava fora da área de cobertura ou desligado.

Para explicar essa situação, um físico deveria afirmar que o material da caixa, cujo telefone celular não recebeu as ligações é de

- A) madeira, e o telefone não funcionava porque a madeira não é um bom condutor de eletricidade.
- B) metal, e o telefone não funcionava devido à blindagem eletrostática que o metal proporcionava.
- C) metal, e o telefone não funcionava porque o metal refletia todo tipo de radiação que nele incidia.
- D) metal, e o telefone não funcionava porque a área lateral da caixa de metal era maior.
- E) madeira, e o telefone não funcionava porque a espessura desta caixa era maior que a espessura da caixa de metal.

**02.** Um para-raios padrão é constituído de uma haste metálica ligada ao solo por meio de um cabo condutor. A haste é colocada em pontos elevados, como o topo de prédios e torres de igrejas. Devido ao poder das pontas, o campo elétrico entre uma nuvem eletrizada e a haste de um para-raios é mais intenso do que nas regiões vizinhas. Assim, a rigidez dielétrica do ar é rompida nesse espaço, de forma que uma descarga elétrica é direcionada para o para-raios, sem causar danos.


Durante uma tempestade, para se proteger da ação de raios, as pessoas

- A) em carros e ônibus devem abandonar o veículo, abrigoando-se debaixo de árvores.
- B) em locais elevados como picos e montanhas, devem permanecer imóveis e em pé.
- C) nas casas devem ficar longe das janelas e, no exterior, devem procurar pontos elevados.
- D) nas casas não devem usar telefones e, no exterior, devem evitar lugares descampados.
- E) nas casas podem telefonar normalmente e, na rua, devem evitar o uso desses aparelhos.

**03.** Uma experiência simples e clássica de Eletrostática pode ser realizada com material corriqueiro: papel, uma pequena peneira de metal usada na cozinha, um pente de plástico e um pedaço de lã. A experiência consiste em picar e espalhar pedacinhos do papel sobre uma mesa e observar a atração elétrica que há entre os papéis e o pente, sendo que este deve estar previamente eletrizado por atrito com a lã. Quando os papéis são cobertos com a peneira metálica, nota-se que a atração exercida pelo pente sobre os papéis cessa. Ao invés de usar uma peneira de metal, se os papéis fossem cobertos com uma peneira de plástico, a atração sobre os papéis

- A) não seria observada, pois o plástico, ao contrário do metal, é um ótimo isolante elétrico.
- B) não seria observada, pois a peneira de plástico criaria uma blindagem eletrostática em seu interior.
- C) ocorreria normalmente, pois a peneira de plástico, diferentemente da metálica, não criaria blindagem eletrostática.
- D) ocorreria normalmente, pois a peneira de plástico, diferentemente da metálica, não iria adquirir carga elétrica.
- E) aumentaria um pouco, uma vez que a peneira de plástico se eletrizaria, reforçando a atração elétrica do pente.

### GABARITO

Meu aproveitamento 

#### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. A
- 02. D
- 03. C
- 04. C
- 05. E
- 06. B
- 07. B
- 08. D

#### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. E
- 02. C
- 06.
- A)  $3,0 \cdot 10^{-5} \text{ C}$
- B)  $9,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- 07.
- A)  $9,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$  para a esquerda
- B)  $9,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$  para a direita
- 08. D
- 09.  $Q_1 = 1,0 \mu\text{C}$   
 $Q_2 = 2,0 \mu\text{C}$

#### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. B
- 02. D
- 03. C



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %

## Corrente Elétrica

O campo elétrico e a diferença de potencial elétrico são propriedades que se manifestam no espaço, capazes de comandar o movimento de uma carga elétrica em uma certa direção. O movimento ordenado dessa carga constitui uma corrente elétrica. Em geral, estamos mais acostumados com a corrente elétrica fluindo através de um fio condutor ligado a uma bateria ou a uma tomada de força. Porém, corrente elétrica é qualquer fluxo ordenado de cargas. O fluxo de íons em uma lâmpada fluorescente e o fluxo de prótons em um acelerador de partículas são exemplos de correntes elétricas. A figura 1 mostra um tipo particular de corrente elétrica: o fluxo de íons em uma descarga elétrica entre uma nuvem e a Terra.



Figura 1. Uma diferença de potencial de milhões de volts causou essa corrente elétrica.

Neste módulo, vamos analisar o conceito físico de corrente elétrica, relacioná-la ao fluxo de cargas e definir a sua direção. Além da diferença de potencial elétrico, veremos que a corrente depende também do grau de oposição que o movimento das cargas recebe ao longo do caminho. Essa oposição, chamada de resistência elétrica, depende da geometria e do material do condutor em que flui a corrente. Aprenderemos a calcular a resistência elétrica com base nesses parâmetros e também a relacioná-la com os valores da diferença de potencial elétrico e da corrente. Na sequência, estudaremos a Lei de Ohm. Esse importante princípio será a base para resolvermos muitos problemas sobre circuitos elétricos. Por fim, abordaremos os aspectos energéticos relacionados à corrente elétrica. Discutiremos a transformação da energia elétrica em outras formas de energia e deduziremos expressões matemáticas para calcular o consumo de energia em aparelhos elétricos, como lâmpadas, rádios e chuveiros.

## CONCEITO FÍSICO DE CORRENTE ELÉTRICA



Considere um circuito elétrico simples, constituído por uma pilha seca, uma lâmpada de baixa potência e fios de ligação, como mostra a figura 2. Os polos de uma pilha ou de uma bateria mantêm-se eletrizados, um positivamente e outro negativamente, devido à ocorrência de reações químicas de redução e de oxidação no interior desse dispositivo.

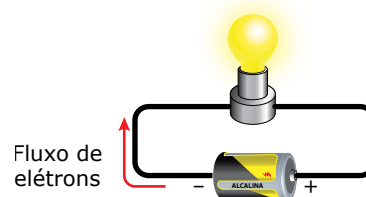


Figura 2. Sentido do fluxo de elétrons através de um fio condutor ligado aos polos de uma pilha simples.

Como existe uma diferença de potencial entre os polos dessa pilha e, conseqüentemente, entre as extremidades dos fios ligados a ela, um campo elétrico é estabelecido dentro dos fios. As linhas de força desse campo (não desenhadas na figura) se estendem por toda a extensão dos fios e são dirigidas do polo positivo para o polo negativo. A existência desse campo não contradiz as condições de campo elétrico nulo e de potencial elétrico constante no interior de um condutor isolado. No presente caso, os fios condutores não estão isolados, mas sim ligados a uma pilha que impõe uma diferença de potencial entre as suas extremidades.

O campo elétrico dentro do fio exerce forças elétricas sobre os elétrons livres no sentido oposto às linhas de força. Por isso, na figura 2, existe um fluxo de elétrons percorrendo o circuito externo (fios e lâmpada) no sentido do polo negativo para o polo positivo. Esse fluxo constitui uma corrente elétrica, sustentada pela diferença de potencial que existe entre os polos da pilha.

No interior da pilha, íons negativos (ânions) de uma mistura eletrolítica movem-se do polo positivo para o polo negativo da pilha, enquanto íons positivos (cátions) movem-se no sentido inverso. Esses movimentos não ocorrem de modo natural, como acontece com o movimento dos elétrons livres no circuito externo. A energia química da pilha é usada para movimentar esses íons no interior desta.

Uma corrente elétrica precisa de uma diferença de potencial para ser sustentada. Pilhas, baterias e tomadas de energia são fontes capazes de manter uma corrente circulando por fios ligados entre os seus terminais. A descarga elétrica mostrada na figura 1 não é uma corrente sustentada. No início, há uma diferença de potencial elétrico, entre a nuvem e a Terra, capaz de vencer a rigidez dielétrica do ar. Pouco tempo depois do início da descarga, os potenciais da nuvem e da Terra possuem valores próximos, a intensidade do campo elétrico diminui, e o ar volta a se comportar como um isolante elétrico.

Quanto maior for a diferença de potencial elétrico de uma fonte, maior será a corrente elétrica que passará por um fio condutor a ela conectado. Todavia, uma diferença de potencial elevada não deve ser confundida com um potencial elétrico elevado. De fato, um potencial isolado não pode gerar uma corrente elétrica. O passarinho na figura a seguir não corre risco de ser eletrocutado por uma corrente elétrica, apesar de ele estar pousado em um fio de +1 000 V. Um choque elétrico requer uma diferença de potencial elétrico entre uma parte e outra do corpo. Na verdade, entre dois pontos de um mesmo fio percorrido por uma corrente elétrica, existe uma diferença de potencial, porém como a distância entre os pés do pássaro é pequena, a diferença de potencial nesses pontos será praticamente nula.

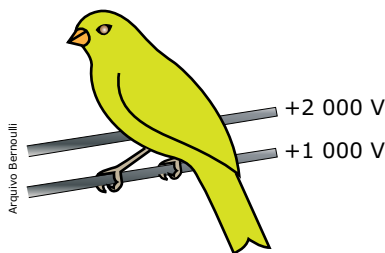


Figura 3. O passarinho pode pousar sem risco sobre um dos fios elétricos, mas não pode tocar simultaneamente os dois.

## RAPIDEZ DA CORRENTE ELÉTRICA

Na ausência de campo elétrico interno, o movimento dos elétrons livres em um fio condutor é semelhante ao movimento das moléculas de um gás em um recipiente. Os elétrons livres movem-se ao acaso, com velocidades elevadas. Todavia, essas partículas sofrem colisões contra os íons fixos do condutor, e a velocidade efetiva das partículas é nula. Quando um campo elétrico é aplicado ao condutor, os elétrons livres sofrem a ação de uma força em sentido oposto ao desse campo. Embora as colisões contra a rede atômica continuem ocorrendo, os elétrons adquirem uma pequena velocidade de migração no sentido oposto ao do campo.

Por causa das colisões contra os íons fixos, o campo elétrico interno não imprime, em média, nenhuma aceleração aos elétrons livres de um condutor. O movimento efetivo dos elétrons ocorre de forma lenta, semelhante à descida de uma bolinha de gude em uma tábua inclinada, cravada com pregos. Da mesma forma que o campo gravitacional não acelera a bolinha de gude, o campo elétrico também não acelera os elétrons livres de um condutor. A energia potencial gravitacional é usada para aquecer a tábua, os pregos e a bolinha de gude. No fio, a energia elétrica é usada para aquecer a massa do condutor.

Se a velocidade de migração dos elétrons em um condutor é baixa, então por que uma lâmpada começa a brilhar assim que o interruptor de luz é ligado? Para a lâmpada brilhar, não é preciso esperar que os elétrons livres situados antes do interruptor comecem a se mover e, depois de algum tempo, cheguem até a lâmpada. Quando o interruptor é ligado, um campo elétrico é estabelecido no interior dos fios quase que instantaneamente. As linhas de força do campo elétrico aparecem ao longo de toda a extensão dos fios, não importando se esses são curtos ou longos. Os elétrons próximos à lâmpada, e até os próprios elétrons do filamento, respondem imediatamente à ação do campo elétrico assim que o interruptor é acionado, e, por esse motivo, a lâmpada começa a brilhar assim que o interruptor de luz é ligado.

## SENTIDO DA CORRENTE ELÉTRICA



A figura 4 mostra outro exemplo de corrente elétrica. Uma lâmpada fluorescente tem os seus terminais ligados a uma diferença de potencial elétrico. O campo elétrico no interior da lâmpada é voltado para a esquerda. O gás ionizado no interior da lâmpada é constituído por íons de carga  $+q$  e  $-q$ . Os íons positivos se deslocam em direção ao eletrodo esquerdo da lâmpada, que apresenta um potencial elétrico menor que o do eletrodo direito. Naturalmente, os íons negativos se movem no sentido oposto.

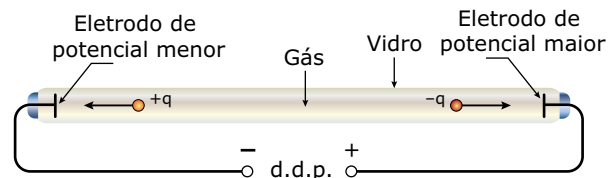


Figura 4. Corrente em uma lâmpada fluorescente.

A corrente na lâmpada é causada pelo movimento de íons positivos e negativos. Como o sentido do movimento dos íons positivos é oposto ao dos íons negativos, a seguinte pergunta aparece: qual é o sentido da corrente elétrica? Observações experimentais de fenômenos elétricos e eletromagnéticos revelam que o movimento de uma carga elétrica em um sentido é, com raras exceções, equivalente ao movimento de uma carga de sinal oposto e de mesmo módulo se movimentando em sentido contrário. Isso significa que, na figura 4, os íons de carga  $-q$ , movendo-se para a direita, podem ser substituídos por íons de carga  $+q$ , movendo-se para a esquerda. Nesse caso, o sentido da corrente elétrica é da direita para a esquerda.

Os físicos convencionaram que o sentido da corrente elétrica é o mesmo sentido do fluxo de cargas positivas, não importando se os portadores de cargas são realmente cargas positivas, negativas ou ambas. Em um acelerador de partículas, que produz um feixe de prótons, o sentido da corrente elétrica é o mesmo sentido do movimento dos prótons. Em um condutor metálico, como os fios da figura 2, o sentido da corrente elétrica é oposto ao sentido do movimento dos elétrons.

Em uma solução iônica, o sentido da corrente é o mesmo sentido do movimento dos cátions e oposto ao sentido do movimento dos ânions. Como a corrente elétrica convencional é definida pelo movimento de cargas positivas, o sentido dessa corrente é o mesmo sentido do campo elétrico que a produz.

A seguir, vamos quantificar a corrente elétrica. Antes, destacamos os seguintes fundamentos vistos até aqui:

A corrente elétrica é um fluxo de cargas gerado por um campo elétrico. Tanto o fluxo de cargas negativas em um sentido quanto o fluxo de cargas positivas no sentido oposto contribuem para uma corrente elétrica no mesmo sentido. Convencionalmente, o sentido da corrente é aquele do fluxo de cargas positivas. Esse sentido é o mesmo do campo elétrico gerador da corrente elétrica.

## DEFINIÇÃO MATEMÁTICA DA CORRENTE ELÉTRICA

A figura 5 mostra a seção transversal de um condutor metálico percorrido por uma corrente elétrica de intensidade  $I$ . As pequenas esferas representam elétrons livres. Observe que o sentido da corrente é oposto ao movimento de migração dos elétrons. A intensidade da corrente elétrica é definida como a taxa do fluxo de carga através de uma área perpendicular à trajetória do movimento dessas cargas. Assim, quanto maior for o número de elétrons que atravessam a seção transversal de um condutor em um dado tempo, maior será a intensidade da corrente elétrica nesse condutor.

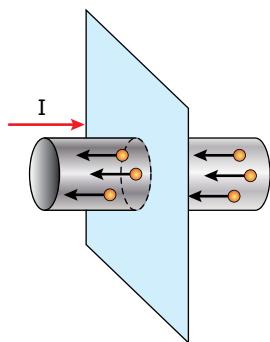


Figura 5. Nos metais, o sentido convencional da corrente elétrica é oposto ao movimento dos elétrons livres.

Agora, considere que  $N$  elétrons atravessem, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a seção reta mostrada na figura 5. A carga total desses elétrons é o produto entre  $N$  e a carga elementar  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. No intervalo de tempo citado, a intensidade média da corrente elétrica na seção reta é definida pela seguinte razão:

$$I_{\text{média}} = \frac{Q}{t} = \frac{Ne}{t}$$

A unidade de corrente elétrica, no Sistema Internacional de Unidades, é:

$$\text{Unidade de corrente} = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} = \text{ampere (A)}$$

A equação da corrente é semelhante às outras equações de taxas que aprendemos na Física. A mais familiar, certamente, é a definição da velocidade média (razão entre a distância percorrida e o intervalo de tempo). Se um ônibus vai do Rio de Janeiro a São Paulo com uma velocidade média de 40 km/h, significa que ele percorre, em média, 40 km a cada hora de viagem. Semelhantemente, se uma pessoa toma um banho e a corrente média no chuveiro é 40 A (40 C/s), significa que, em média, 40 C de carga atravessam o chuveiro por segundo.

A área sob a curva do gráfico da velocidade em função do tempo fornece a distância percorrida. Semelhantemente, podemos calcular a carga que atravessa um circuito elétrico com base na área sob a curva do gráfico da corrente em função do tempo. A figura 6 ilustra, por exemplo, a corrente em função do tempo durante o processo de carregamento do *flash* em uma máquina fotográfica. À medida que a carga é transferida da bateria da máquina para o *flash*, a corrente diminui de valor. A área sob a curva do gráfico é numericamente igual à carga acumulada no *flash*.

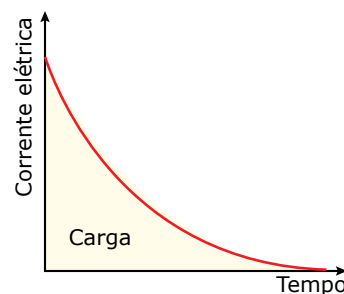


Figura 6. A área sob a curva do gráfico da corrente em função do tempo fornece a carga que atravessa o circuito.

## MEDIÇÃO E CARÁTER ESCALAR DA CORRENTE

O valor de uma corrente elétrica pode ser medido por meio de um amperímetro. Por ora, pouco importa saber detalhes sobre esse instrumento, exceto que ele, ao ser inserido no fio em que passa uma corrente, é capaz de registrar o valor dessa corrente. A figura 7 mostra um multímetro, instrumento capaz de medir não apenas a corrente, mas também a tensão e a resistência elétrica. Dependendo da posição da chave seletora central e de qual dos dois botões vermelhos inferiores está acionado, a tela desse instrumento pode fornecer valores de corrente, tensão ou resistência elétrica.



Figura 7. Um multímetro para medição da corrente, da tensão elétrica (contínua e alternada) e da resistência.

Apesar de possuir um sentido, a corrente elétrica é uma grandeza escalar. Usamos setas na sua representação apenas para indicar o sentido do fluxo das cargas livres. Em nenhuma situação essas setas devem ser adicionadas como vetores. Por exemplo, a figura 8 mostra um circuito em que uma corrente  $I_1 = 3,0$  A e outra  $I_2 = 4,0$  A percorrem fios perpendiculares entre si. Dois amperímetros registram esses valores (simbolizados pelos círculos com os caracteres internos  $A_1$  e  $A_2$ ). Os fios estão conectados em um ponto P, no qual outro fio transporta a soma dessas correntes, dada por  $I_3 = 3,0 + 4,0 = 7,0$  A (e não 5,0 A, resultado que obteríamos, erroneamente, caso fizéssemos a soma vetorial das correntes  $I_1$  e  $I_2$ ). Um terceiro amperímetro  $A_3$  confirma o valor da corrente resultante. Esse resultado é coerente com o Princípio da Conservação da Carga Elétrica. Como não há criação e nem destruição de cargas na união dos fios, a cada 1 segundo, chegam 3 C e 4 C de cargas no ponto P, ao mesmo tempo que partem 7 C de cargas desse ponto.

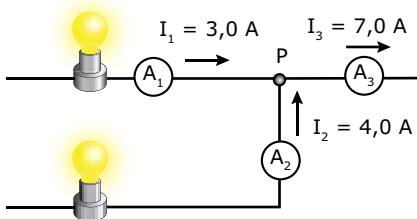


Figura 8. A corrente elétrica é uma grandeza escalar e deve ser somada algebricamente.

## CORRENTE ALTERNADA

Um condutor é percorrido por uma corrente contínua (CC) quando o fluxo de cargas, através desse condutor, não sofre variações de sentido, desde que a fonte de tensão não seja alterada. Pilhas e baterias apresentam as polaridades fixas e, por isso, geram correntes contínuas.

Quando a fonte de tensão apresenta uma inversão de polaridade, a corrente gerada é alternada (CA). Nesse caso, as cargas livres nos fios condutores ora se movem em um sentido, ora se movem em sentido oposto.

Em uma tomada elétrica, a corrente gerada é alternada. Um tipo simples de tomada possui dois terminais, o neutro e a fase. O neutro, como sugere o nome, é um terminal não eletrizado. A fase é um terminal eletrizado ora positivamente, ora negativamente. No Brasil, a rede elétrica apresenta uma alternância da fase igual a 60 vezes por segundo (frequência de 60 Hz), e as tomadas residenciais são de 127 V ou 220 V, dependendo da região do país. Na Europa, a frequência da rede elétrica é de 50 Hz, e a tensão residencial é de 220 V.

Muitos aparelhos elétricos de sua casa podem funcionar com corrente alternada, como chuveiros, lâmpadas (de filamento ou fluorescentes) e ventiladores. O carregador de bateria dos telefones celulares e os circuitos eletrônicos de rádios, televisores, sons e computadores funcionam com corrente contínua de baixa intensidade. Embora esses aparelhos sejam ligados diretamente em tomadas, eles possuem um conversor de CA em CC, que, primeiramente, abaixa a tensão, e, em seguida, converte a corrente de alternada para contínua. A diminuição da tensão é realizada por um transformador interno. Estudaremos o funcionamento desse equipamento em outro momento. A transformação da corrente alternada em contínua é feita com o uso de capacitores e de diodos. Este é uma válvula unidirecional que permite o fluxo de cargas apenas em um sentido.

A corrente alternada é usada em grande escala em quase todas as partes do mundo. A sua geração é feita a tensões médias nas usinas de eletricidade. Na saída das usinas, transformadores gigantescos elevam a tensão a milhares de volts. Nessa condição, a energia elétrica pode ser transportada a longas distâncias, com poucas perdas por aquecimento na fiação. Perto das cidades e próximo das casas, transformadores reduzem a tensão para os valores residenciais.

O gráfico mostrado na figura 9 ilustra a variação da tensão em uma tomada elétrica e a corrente elétrica que flui por uma lâmpada ligada nessa tomada. Observe que a tensão oscila entre os valores +180 V e -180 V, indicando que a polaridade da tomada muda constantemente. A corrente elétrica também oscila entre valores positivos e negativos, pois ela alterna de sentido muitas vezes por segundo. Observe a linha horizontal pontilhada no gráfico da tensão, indicando o valor 127 V característico de uma tomada residencial. Esse valor é chamado de tensão eficaz, calculada por meio da razão entre a tensão máxima e a raiz quadrada de 2. A tensão eficaz é uma espécie de valor médio. Se uma lâmpada fosse alimentada por uma tensão constante de 127 V, o seu funcionamento seria praticamente igual ao caso real, em que ela recebe a tensão alternada da tomada. A corrente elétrica também apresenta um valor eficaz, baseado em fundamentos semelhantes ao caso da tensão. Em geral, os multímetros são fabricados para medir os valores eficazes da tensão e da corrente. Como veremos na sequência deste módulo, muitos problemas sobre lâmpadas e outros aparelhos elétricos podem ser resolvidos por meio dos valores eficazes da corrente e da tensão alternada.

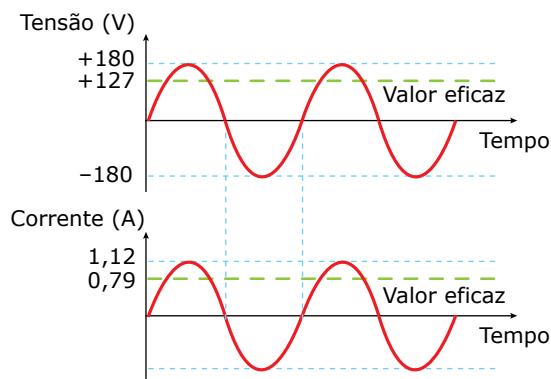


Figura 9. Gráfico da tensão alternada e da corrente alternada correspondente para uma lâmpada de 100 W.



#### PARA REFLETIR

Quando a corrente alternada muda de sentido, o seu valor se anula momentaneamente. Por que isso não constitui um problema para os equipamentos alimentados por ela, como um ventilador, um chuveiro ou uma lâmpada?

## CONCEITO FÍSICO DA RESISTÊNCIA ELÉTRICA

A intensidade da corrente elétrica em um condutor depende da diferença de potencial aplicada a ele e também da resistência elétrica que esse condutor oferece ao fluxo de cargas. A resistência elétrica existe porque as cargas livres em movimento chocam-se constantemente contra a estrutura atômica do condutor.

Um fio longo possui uma resistência elétrica maior que um fio curto feito do mesmo material e com a mesma seção reta. Fios finos apresentam maior resistência que fios espessos, feitos de mesmo material e com o mesmo comprimento. Fios de mesmo comprimento e de mesma espessura, mas de materiais diferentes, apresentam, em geral, resistências diferentes. A prata é melhor condutora que o cobre, que, por sua vez, é melhor condutor que o alumínio. A resistência de um condutor depende, portanto, do material do qual ele é feito e também de sua geometria.

A resistência elétrica de um condutor depende também da sua temperatura. Quando a temperatura de um condutor aumenta, a agitação atômica aumenta, favorecendo o aumento do número de colisões das cargas livres contra a rede atômica. Por isso, em geral, a capacidade de conduzir eletricidade fica prejudicada quando um condutor é aquecido. O carbono é uma exceção. Quando a temperatura aumenta, mais átomos de carbono perdem elétrons, aumentando a sua condutividade. Como o ponto de fusão do carbono é muito alto, é possível aumentar consideravelmente a condutividade do carbono sem risco de fusão do material.

Em temperaturas suficientemente baixas, determinados materiais, conhecidos como supercondutores, apresentam resistência elétrica praticamente nula. Isso significa que uma ínfima d.d.p. é capaz de gerar correntes de grande intensidade em um supercondutor. Além disso, uma vez estabelecida a corrente, esta fluirá indefinidamente pelo condutor, mesmo depois de a fonte de tensão ser desconectada.

## VALOR DA RESISTÊNCIA ELÉTRICA

A seguir, vamos quantificar a resistência elétrica de um condutor. Para isso, considere o condutor de comprimento  $L$  e seção reta de área  $A$  mostrado na figura 10.

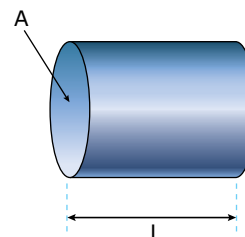


Figura 10. Condutor de seção reta  $A$  e comprimento  $L$ .

Para uma diferença de potencial aplicada entre a extremidade superior e a extremidade inferior desse condutor, a resistência elétrica  $R$  é dada por:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Nessa equação,  $\rho$  é a resistividade elétrica do material do condutor. Materiais de baixa condutividade elétrica apresentam maior resistividade elétrica. Observe que a equação para calcular a resistência elétrica é coerente com a discussão apresentada no tópico anterior, pois a resistência de um condutor é proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à sua seção reta.

No Sistema Internacional, a unidade de resistência elétrica é o ohm, cujo símbolo é a letra grega  $\Omega$ . Esse nome é uma homenagem ao físico alemão George Simon Ohm, que, além da relação anterior, descobriu também uma relação simples e fundamental entre a tensão, a corrente e a resistência elétrica, como veremos no próximo tópico.

No Sistema Internacional, a resistividade elétrica é dada em  $\Omega \cdot m$ . A tabela a seguir contém a resistividade elétrica de alguns materiais à temperatura ambiente. O aço níquel-cromo é usado para fabricar os fios de resistências usados, por exemplo, nos chuveiros elétricos. Observe como a resistividade elétrica dos metais é pequena, enquanto a da borracha é quase infinita. Esses valores são coerentes com o fato de os metais serem bons condutores e a borracha ser um isolante elétrico.

Material	Resistividade $\rho$ ( $\Omega \cdot m$ ) a 20 °C
Cobre	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Alumínio	$2,8 \cdot 10^{-8}$
Aço níquel-cromo	$100 \cdot 10^{-8}$
Carbono	$3\,500 \cdot 10^{-8}$
Borracha	$10^{13}$ a $10^{16}$

Se o cilindro da figura 10 for feito de cobre e suas dimensões forem  $L = 10 \text{ cm}$  e  $A = 50 \text{ cm}^2$ , a sua resistência elétrica ao longo do comprimento será:

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} \cdot 10 \text{ cm}}{50 \text{ cm}^2} = 3,4 \cdot 10^{-7} \Omega$$

Essa resistência é muito baixa. Ainda que os fios de cobre sejam mais longos e finos que esse cilindro, eles podem apresentar uma resistência elétrica baixa. Por isso, a resistência elétrica dos fios de ligação usados nos circuitos elétricos é, quase sempre, desprezada.

## RELAÇÃO ENTRE TENSÃO, CORRENTE E RESISTÊNCIA ELÉTRICA

A resistência  $R$  de um condutor é definida pela relação entre a tensão  $V_{AB}$  aplicada entre as suas extremidades e a corrente elétrica  $I$  que é estabelecida no condutor.

$$R = \frac{V_{AB}}{I}$$

Nessa equação, observe que a corrente aparece no denominador. Assim, para uma tensão fixa, condutores de alta resistência serão percorridos por baixas correntes e vice-versa. Esse resultado é coerente com a ideia de que a resistência elétrica é um limitador da corrente. Ainda de acordo com essa definição, conclui-se que a resistência elétrica também pode ser expressa na unidade volt por ampere. Se um condutor tiver uma resistência elétrica de  $10 \Omega$  ( $10 \text{ V/A}$ ), significa que ele será percorrido por uma corrente de  $1 \text{ A}$ , caso seja submetido a uma tensão de  $10 \text{ V}$ .

A figura 11 mostra um dispositivo experimental que permite determinar a resistência  $R_L$  do filamento de uma lâmpada com a ajuda da definição anterior. A leitura do voltímetro fornece a tensão  $V_{AB}$  aplicada na lâmpada, e a leitura do amperímetro fornece o valor da corrente  $I$  que passa na lâmpada. Se, por exemplo, esses valores forem iguais a  $12 \text{ V}$  e  $0,40 \text{ A}$ , então, a resistência da lâmpada será  $R_L = 12/0,40 = 30 \Omega$ .

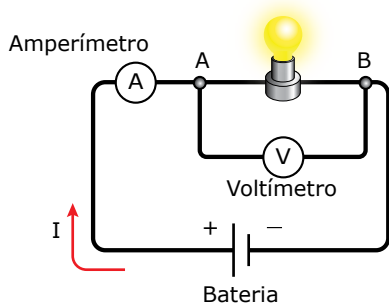


Figura 11. Montagem para determinar a resistência do filamento de uma lâmpada.

A expressão  $R = V/I$  também pode resolver problemas envolvendo aparelhos ligados às tensões alternadas (e não constantes). Para isso, devemos pensar nos valores eficazes médios da tensão e da corrente discutidos anteriormente. Assim, por exemplo, em uma casa em que a tensão elétrica vale  $120 \text{ V}$ , podemos avaliar os valores das resistências do chuveiro ( $R_C$ ) e de uma lâmpada incandescente padrão ( $R_L$ ), pela equação anterior. Os valores típicos para as correntes eficazes do chuveiro e da lâmpada são  $40 \text{ A}$  e  $0,50 \text{ A}$ , respectivamente (justificaremos esses valores na parte final deste módulo). Portanto, as resistências elétricas nesses elementos valem:

$$R_C = \frac{120}{40} = 3,0 \quad \text{e} \quad R_L = \frac{120}{0,50} = 240$$

A resistência de um chuveiro é muito menor que a de uma lâmpada padrão. Isso não significa que as colisões dos elétrons livres contra a rede atômica do resistor do chuveiro sejam mais escassas. Pelo contrário, a menor resistência permite que a velocidade de migração dos elétrons seja maior, favorecendo o aumento na taxa de colisões e na energia dissipada nos impactos. Você pode fazer uma analogia disso com a seguinte situação: um aluno sai de uma sala repleta de carteiras espalhadas (existe muita resistência pelo caminho). Se esse aluno caminhar devagar, ele passará pelas carteiras sem colidir com elas. Agora, imagine a sala com poucas carteiras (pouca resistência), mas com o aluno saindo correndo. Nesse caso, a chance de ele colidir contra as carteiras se torna maior.

## A LEI DE OHM

Além do estudo sobre a resistência elétrica apresentado nos tópicos anteriores, Ohm também descobriu que certos condutores, sobretudo os metais, apresentam a resistência elétrica constante, independentemente da d.d.p. aplicada a eles. Realizando experiências com determinados condutores, Ohm verificou que, aplicando uma tensão  $V$ , o condutor era percorrido por uma corrente de intensidade  $I$ , se a tensão fosse  $2V$ , a corrente tornava-se  $2I$ , e assim por diante. Como a razão entre a tensão e a corrente representa a resistência elétrica do condutor, Ohm concluiu que esses condutores apresentavam uma resistência que não dependia da tensão. Quando um material apresenta esse comportamento, dizemos que ele obedece à Lei de Ohm. Um material que segue essa lei é chamado de condutor ôhmico.

Como  $V = RI$ , e como  $R$  é constante, o gráfico da tensão aplicada a um condutor ôhmico em função da corrente elétrica que o atravessa é uma reta que passa pela origem. O valor constante da resistência é igual ao quociente entre tensão e corrente para qualquer ponto da reta (como a reta passa pela origem, esse quociente também é a inclinação da reta).



A figura 12 mostra as curvas características de dois condutores I e II. O primeiro condutor é ôhmico, e a sua resistência vale  $12 \, \Omega$ , como pode ser calculado facilmente. O segundo condutor não é ôhmico. Cuidado! A inclinação da curva característica desse condutor não fornece o valor da resistência, embora  $R$  possa ser calculada para qualquer ponto (à exceção da origem) por meio da relação  $R = V/I$ . Por exemplo, para o ponto A, indicado sobre a curva, o condutor II apresenta resistência  $R = 12/0,50 = 24 \, \Omega$ . No ponto B, apesar de a inclinação da curva ser nula, a resistência do condutor não é zero, mas sim  $R = 18/1,5 = 12 \, \Omega$ .

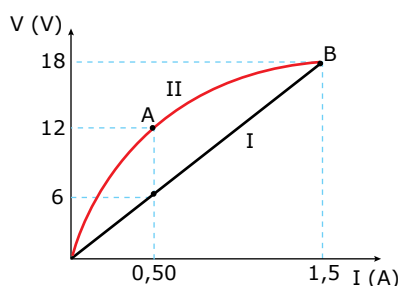


Figura 12. Curvas características, à temperatura constante, de um condutor ôhmico (I) e um condutor não ôhmico (II).

A equação para calcular a resistência em função da geometria e da resistividade do condutor ( $R = \rho L/A$ ) refere-se a condutores ôhmicos, uma vez que a resistência dada por essa expressão não leva em conta o valor da tensão. Em uma experiência para comprovar o comportamento ôhmico de um condutor, é essencial manter a temperatura do condutor constante. Caso contrário, a variação dessa temperatura alteraria a resistividade elétrica do material e, conseqüentemente, o valor da resistência elétrica.

A figura 13 mostra a curva da tensão em função da corrente em uma lâmpada de 100 W. O filamento da lâmpada é uma liga de tungstênio que segue a Lei de Ohm. O comportamento não linear observado é causado pelo aumento de temperatura do filamento, que ocorre à medida que a lâmpada é submetida a voltagens maiores, e não pelo fato de o filamento não obedecer à Lei de Ohm.

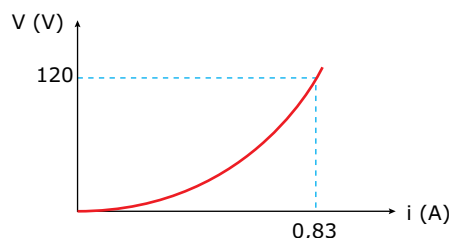


Figura 13. O filamento da lâmpada obedece à Lei de Ohm, mas o seu aquecimento dificulta essa comprovação.

## EFEITOS FISIOLÓGICOS DA CORRENTE ELÉTRICA



Um choque elétrico é o resultado da passagem de uma corrente elétrica pelo corpo humano. O efeito danoso do choque é função da intensidade da corrente, de sua duração e da parte do corpo na qual ela passa. A circulação de uma corrente de apenas  $0,070 \, \text{A}$  através do coração, por mais de  $1 \, \text{s}$ , pode ser fatal. Correntes significativas podem atravessar a mão, indo de um dedo a outro, sem deixar maiores sequelas. Os seguintes caminhos da corrente elétrica estão na ordem crescente de risco para o corpo: de uma mão para a própria mão, da mão direita para o pé direito, da mão esquerda para o pé esquerdo e de uma mão para a outra, como ilustra a figura 14.

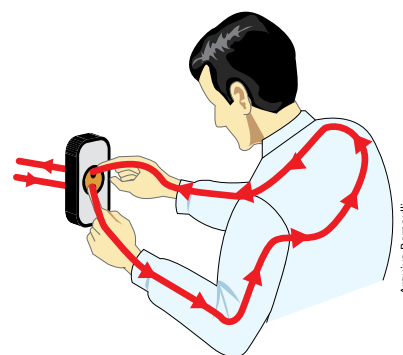
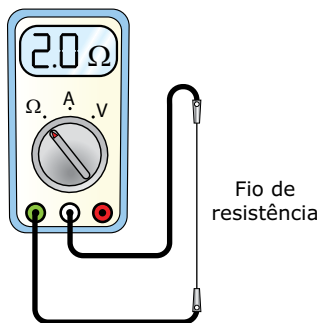


Figura 14. Corrente de alto risco indo de uma mão a outra, através do coração.

A intensidade da corrente através de um meio condutor depende da tensão e da resistência elétrica desse meio. Em geral, a resistência elétrica do corpo humano vale alguns milhares de ohms, desde que a pele esteja bem seca. Se o corpo estiver muito suado, a resistência pode cair para poucas centenas de ohms. Se estiver molhado com água salgada, a resistência elétrica de partes do corpo pode não passar de alguns ohms. Dependendo das condições da pele, a corrente que atravessa o corpo pode variar significativamente para uma mesma tensão. Uma tensão de  $127 \, \text{V}$  pode gerar uma corrente muito perigosa através de um corpo molhado. Por isso, regular a temperatura da água do chuveiro durante o banho não é aconselhável. Faça essa regulagem antes de começar seu banho, enquanto você está com o corpo seco e, de preferência, com os pés calçados com chinelos de borracha.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

01. Usando um ohmímetro, um estudante mediu a resistência de um fio de aço níquel-cromo de comprimento  $L = 10$  cm. A figura mostra esse registro. A seguir, o estudante mergulhou o fio em um béquer com água e alimentou-o com uma bateria de 12 V. Assim que a água começou a aquecer, o fio foi retirado do líquido com a fonte de tensão elétrica fornecendo corrente. Então, o fio ficou rubro e, logo após, rompeu-se.



O estudante tirou as seguintes conclusões (todas corretas):

1. O diâmetro do fio vale 0,25 mm.
2. A corrente no fio imerso foi, aproximadamente, de 6,0 A.
3. Ao ar livre, a corrente foi menor que 6,0 A.

Justificar as conclusões tiradas pelo estudante.

Resolução:

O diâmetro do fio pode ser avaliado por meio da relação:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

À temperatura ambiente, a resistência  $R$  e a resistividade  $\rho$  do fio valem  $2,0 \Omega$  e  $100 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$ . Substituindo esses valores na equação anterior, obtemos a área  $A$  da seção reta do fio:

$$2,0 = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{A} \Rightarrow A = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$$

Então, o diâmetro do fio é:

$$A = \rho d^2/4 \Rightarrow 5,0 \cdot 10^{-4} = 3,14 \cdot d^2/4$$

$$d = 0,025 \text{ cm} = 0,25 \text{ mm}$$

Imerso em água, o calor gerado no fio é facilmente dissipado no líquido. Por isso, a temperatura do fio aumenta pouco, e a sua resistência praticamente não sofre variação. A corrente, então, pode ser calculada pela razão entre a tensão da bateria e a resistência registrada à temperatura ambiente:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{2,0} = 6,0 \text{ A}$$

Depois que o fio foi retirado da água, o calor gerado passou a ser dissipado para o ar, em uma taxa muito baixa. Por isso, a temperatura e a resistência do fio aumentaram. O fio se rompeu em uma posição em que o ponto de fusão do fio foi atingido. Antes de o fio se romper, a corrente nele era menor que 6,0 A, porque sua resistência elétrica tornou-se maior que a resistência medida à temperatura ambiente ( $2,0 \Omega$ ).

## A CORRENTE E A ENERGIA ELÉTRICA



A corrente elétrica é um fluxo de cargas que transporta energia elétrica de um lugar a outro. Quando a corrente passa por um equipamento elétrico ou eletrônico, parte da energia elétrica transportada por essa corrente é convertida em outras formas de energia. Em uma lâmpada, parte da energia elétrica converte-se em luz. Em uma televisão, uma grande parcela da energia elétrica transforma-se em luz e som. A figura 15 mostra alguns exemplos de transformação da energia elétrica em uma casa.

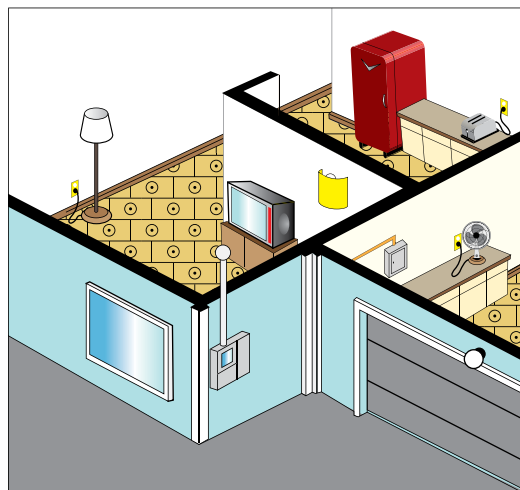


Figura 15. Transformação de energia em uma casa.

Para quantificar a conversão de energia elétrica em um equipamento, considere a figura 16. Ela mostra um pequeno motor, cujos terminais A e B estão ligados aos polos de duas pilhas. O potencial elétrico  $V_A$  é maior que o potencial  $V_B$ . Por isso, a corrente convencional atravessa o motor de A para B.

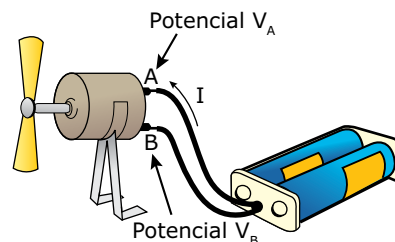


Figura 16. Transformação de energia em um motor.

No terminal A, uma carga  $q$  possui uma energia potencial elétrica  $E_A = qV_A$ . Em B, depois de atravessar o motor, a energia da carga é menor e vale  $E_B = qV_B$ . A diferença entre esses dois valores representa a parcela da energia elétrica convertida em energia cinética para girar o motor, em calor, devido à resistência elétrica interna do motor, e em energia magnética devido aos efeitos magnéticos da corrente (esses efeitos serão vistos posteriormente). Matematicamente, a transformação da energia elétrica no motor é:

$$\text{Energia elétrica convertida} = q(V_A - V_B) = qV_{AB}$$

$V_{AB}$  é a notação compacta para a tensão elétrica. Agora, se dividirmos essa equação pelo tempo  $\Delta t$  que a carga  $q$  gasta para atravessar o motor, obteremos a taxa de transformação da energia elétrica, que é chamada de potência elétrica  $P$ . Como a razão  $q/\Delta t$  é a corrente  $I$ , a expressão da potência  $P$  é dada por:

$$P = V_{AB}I$$

Essa equação pode ser usada para calcular a potência elétrica em qualquer aparelho elétrico, seja ele alimentado por uma corrente contínua ou por uma corrente alternada. No último caso, em geral, usamos os valores eficazes da tensão e da corrente e obtemos o valor eficaz da potência.

Considere, por exemplo, que uma televisão contenha as seguintes especificações: 127 V / 250 W. Esses valores indicam que o aparelho, ligado em 127 V, despende uma potência de 250 W (lê-se 250 watts). Como você sabe,  $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ . Assim, nessa televisão, 250 J de energia elétrica são transformados basicamente em energias sonora, luminosa e calorífica, a cada 1 segundo de funcionamento do aparelho. A corrente que entra (e a que sai) no aparelho pode ser calculada por meio da relação entre potência, corrente e tensão:

$$P = V_{AB}I \Rightarrow 250 = 127.I \Rightarrow I = 1,97 \text{ A}$$



#### Circuito em série

Este objeto digital permitirá a você simular um circuito em série, no qual todos os dispositivos estão ligados de forma sequencial em um único fio e a diferença de potencial do circuito é dada pela soma da tensão de cada fonte. Varie a tensão sobre a lâmpada, aumentando ou diminuindo a quantidade de pilhas no circuito e / ou modificando o valor da resistência do resistor. Relacione os valores indicados pelos voltímetros com o brilho apresentado pela lâmpada.



Boa atividade!

## O EFEITO JOULE

Quando uma corrente elétrica passa por um condutor, as cargas livres colidem constantemente contra a rede atômica. Por isso, a energia elétrica é transformada em energia térmica. Essa transformação de energia é conhecida pelo nome de efeito Joule. Esse efeito ocorre em qualquer condutor ou equipamento em que flui uma corrente elétrica. A maior parte da energia elétrica consumida pelo motor da figura 16 é convertida em energia cinética de rotação, mas uma parcela significativa da energia elétrica é transformada em energia térmica, devido à resistência elétrica da bobina do motor (um fio de cobre longo e fino enrolado em torno de um núcleo).

Nas fiações dos circuitos e na maioria dos aparelhos elétricos, a ocorrência do efeito Joule é inconveniente. Entretanto, alguns dispositivos elétricos são construídos especificamente para converter a energia elétrica em energia térmica. Esse é o caso das resistências de chuveiros, torradeiras de pão, aquecedores elétricos de ambientes, etc. Uma lâmpada incandescente também pode ser considerada um elemento de resistência. A emissão de luz ocorre com o filamento da lâmpada a uma temperatura próxima de  $3\,000 \text{ }^\circ\text{C}$ .

A relação  $R = V/I$  pode ser substituída na equação da potência. Isso nos conduz a duas equações alternativas para o cálculo da potência de elementos resistivos:

$$P = RI^2 \text{ ou } P = \frac{V^2}{R}$$

Alguns estudantes fazem um pouco de confusão com essas equações. A primeira equação parece sugerir que o efeito Joule diminui quando a resistência diminui, enquanto a segunda parece sugerir exatamente o contrário. Note que, além de depender da resistência, a potência depende também da tensão e da corrente elétrica. Por isso, para analisarmos a relação entre a potência e a resistência, antes é necessário especificar qual grandeza, tensão ou corrente é prescrita. A seguir, apresentamos duas situações, uma em que a tensão é mantida constante e a outra com a corrente mantida constante.

Nas casas, a tensão entre a fase e o neutro é fixa e vale 127 volts ou 220 volts, dependendo da região do país. Como a tensão  $V$  é constante, podemos aplicar a equação  $P = V^2/R$  e concluir que  $P$  é inversamente proporcional a  $R$ . Um chuveiro apresenta resistência elétrica muito menor que a resistência de uma lâmpada incandescente. Como esses dispositivos são alimentados pela mesma tensão, a potência do chuveiro deve ser muito maior que a da lâmpada.

Quando a corrente elétrica  $I$  em dois elementos resistivos for igual, a potência  $P$  de cada elemento será diretamente proporcional à sua resistência  $R$ , segundo a expressão  $P = RI^2$ . O filamento de uma lâmpada é percorrido pela mesma corrente elétrica que passa pelos fios que ligam a lâmpada a uma tomada. Desde que a fiação apresente uma espessura suficientemente grande, a sua resistência elétrica será desprezível se comparada à da lâmpada. Por isso, apenas o filamento da lâmpada fica incandescente, e o efeito Joule na fiação é desprezível.

## O QUILOWATT-HORA

No Sistema Internacional de Unidades, a unidade de potência é o watt (W) e a unidade de energia é o joule (J). O quilowatt-hora (kWh) é outra unidade de energia, usada comumente para medir o consumo mensal de energia elétrica nas residências. Esse consumo, para uma família padrão (4 pessoas) de classe média, oscila em torno de 400 kWh. A relação entre o joule e o quilowatt-hora pode ser obtida da seguinte forma:

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 3\,600 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Veja como é fácil e prático calcular o consumo de energia elétrica em kWh. Imagine que uma lâmpada de 100 W (0,100 kW) da varanda de uma casa seja deixada acesa das 18 horas até as 6 horas da manhã, todos os dias, durante o mês, o que representa 12 horas de uso diário e 360 horas de uso mensal (12.30). Então, o consumo mensal da lâmpada é:

$$\text{Consumo} = 0,100 \text{ kW} \cdot 360 \text{ h} = 36 \text{ kWh}$$

A um custo de 50 centavos por kWh, o custo para manter a lâmpada funcionando todos os dias no mês é igual a R\$ 18,00.

A figura 17 mostra um registrador do consumo de energia elétrica. O registro é acumulativo, semelhante à marcação de quilometragem dos painéis dos carros. O funcionário da companhia de eletricidade anota as leituras em dois meses consecutivos, no mesmo dia do mês. Assim, a diferença entre esses valores fornece o consumo nos últimos 30 dias.



Kos / Domínio Público

Figura 17. Medidor de consumo de energia elétrica em kWh.

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**02.** A tabela fornece uma lista de equipamentos elétricos de uma casa e as horas de uso diário. O circuito do banheiro é constituído pelo chuveiro e por uma lâmpada. A tensão elétrica na casa é igual a 120 V.

Equipamentos	Horas por dia
Rádio de 20 W	5
Ferro de passar de 1 000 W	0,5
Televisor de 150 W	4
Geladeira de 150 W	10
5 lâmpadas de 60 W	6
Chuveiro de 5 000 W	1

- A) Calcular o valor pago na conta mensal de luz dessa casa, se 1 kWh custa R\$ 0,70.
- B) Calcular a corrente máxima que o disjuntor do banheiro permite sem interromper o fluxo de eletricidade.
- C) Calcular a resistência do ferro de passar.

Resolução:

A) Primeiramente, vamos calcular o consumo em kWh por mês:

$$\text{Consumo} = (0,020 \cdot 5 + 1 \cdot 0,5 + 0,150 \cdot 4 + 0,150 \cdot 10 + 5 \cdot 0,060 \cdot 6 + 5 \cdot 1) \cdot 30 = 285 \text{ kWh}$$

O valor pago por essa energia é dado pelo produto entre 285 kWh e 0,70 reais. O resultado é R\$ 199,50.

B) A potência elétrica total no banheiro é a soma da potência do chuveiro com a potência de uma lâmpada: 5 060 W. Como a tensão na casa é 120 V, a corrente no circuito do banheiro é:

$$P = VI \Rightarrow 5\,060 = 120 \cdot I \Rightarrow I = 42,2 \text{ A}$$

No mercado, os disjuntores mais próximos dessa corrente são de 40 A e 45 A. Nesse caso, o disjuntor de 45 A deve ser escolhido, apesar de o valor da corrente ser mais próximo de 40 A. Caso o disjuntor de 40 A fosse instalado, o circuito do banheiro "cairia" sempre que o chuveiro e a lâmpada estivessem funcionando ao mesmo tempo.

C) A resistência do ferro pode ser calculada por meio da seguinte relação:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad 1\,000 = \frac{120^2}{R} \quad R = 14,4$$

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM



**01.** (UEL-PR) As baterias de íon-lítio equipam atualmente vários aparelhos eletrônicos portáteis como laptops, máquinas fotográficas, celulares, entre outros. As baterias desses aparelhos são capazes de fornecer 1 000 mAh (mil mili Ampere hora) de carga.

Sabendo-se que a carga de um elétron é de  $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , assinale a alternativa que representa corretamente o número de elétrons que fluirão entre os eletrodos até que uma bateria com essa capacidade de carga descarregue totalmente.

- A)  $0,62 \cdot 10^{-18}$
- B)  $1,60 \cdot 10^{-16}$
- C)  $5,76 \cdot 10^{13}$
- D)  $3,60 \cdot 10^{21}$
- E)  $2,25 \cdot 10^{22}$

**02.** (UERJ) Num detector de mentiras, uma tensão de 6 V é aplicada entre os dedos de uma pessoa. Ao responder a uma pergunta, a resistência entre os seus dedos caiu de 400 kΩ para 300 kΩ. Nesse caso, a corrente no detector apresentou variação, em μA, de

- A) 5.
- B) 10.
- C) 15.
- D) 20.

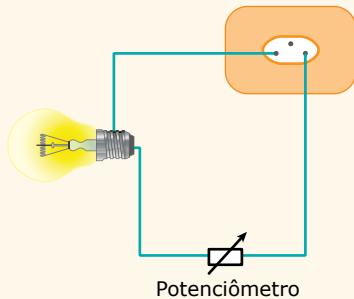
**03.** (PUC Minas) Na leitura da placa de identificação de um chuveiro elétrico, constatam-se os seguintes valores: 127 v 4 800 w. É correto afirmar:

- A) Esse equipamento consome uma energia de 4 800 J a cada segundo de funcionamento.
- B) A corrente elétrica correta para o funcionamento desse chuveiro é de, no máximo, 127 v.
- C) A tensão adequada para o seu funcionamento não pode ser superior a 4 800 w.
- D) Não é possível determinar o valor correto da corrente elétrica com as informações disponíveis.

**04.** (EEAR-2016) Sabendo que a diferença de potencial entre uma nuvem e a Terra, para que aconteça a descarga elétrica de um raio, é em torno de  $3 \cdot 10^8 \text{ V}$  e que a corrente elétrica produzida neste caso é aproximadamente de  $1 \cdot 10^5 \text{ A}$ , qual a resistência média do ar, em ohms (Ω)?

- A) 1 000
- B) 2 000
- C) 3 000
- D) 4 000

- 05.** (UFRN) Um técnico em eletrotécnica resolve controlar a intensidade luminosa de seu quarto, instalando um potenciômetro (resistor de resistência variável) em série com o circuito elétrico que alimenta a lâmpada de seu quarto, conforme mostrado no esquema a seguir:



Considerando que a intensidade da radiação luminosa emitida pela lâmpada depende da potência elétrica que nela circula, para reduzir a intensidade luminosa no quarto, o técnico deverá

- aumentar a resistência no potenciômetro e, assim, diminuir a corrente que passa pela lâmpada.
- diminuir a resistência no potenciômetro e, assim, aumentar a corrente que passa pela lâmpada.
- aumentar a resistência no potenciômetro e, assim, aumentar a corrente que passa pela lâmpada.
- diminuir a resistência no potenciômetro e, assim, diminuir a corrente que passa pela lâmpada.

- 06.** (UEMG) A tabela desta questão mostra alguns dos aparelhos elétricos de uma residência.

Aparelho elétrico	Potência (watt)
Chuveiro	4 400
Ferro de passar roupa	1 000
Lâmpada	60

Em relação à tabela, é correto afirmar que

- a corrente elétrica no chuveiro é menor que na lâmpada.
- a resistência elétrica da lâmpada é maior que a do chuveiro.
- a tensão elétrica no ferro elétrico é maior que a da lâmpada.
- a potência dissipada pela lâmpada é maior que a do chuveiro.

- 07.** (UFOP) Em uma tarde de tempestade, numa região desprovida de para-raios, a antena de uma casa recebe uma carga que faz fluir uma corrente de  $1,2 \cdot 10^4$  A, em um intervalo de tempo de  $25 \cdot 10^{-6}$  s.

Qual a carga total transferida para a antena?

- 0,15 C.
- 0,2 C.
- 0,48 C.
- 0,3 C.

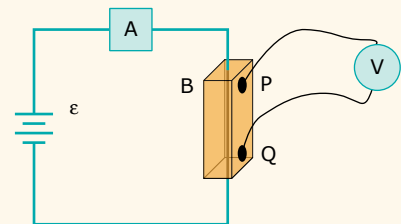
- 08.** (FUVEST-SP) Medidas elétricas indicam que a superfície terrestre tem carga elétrica total negativa de, aproximadamente, 600 000 coulombs. Em tempestades, raios de cargas positivas, embora raros, podem atingir a superfície terrestre. A corrente elétrica desses raios pode atingir valores de até 300 000 A. Que fração da carga elétrica total da Terra poderia ser compensada por um raio de 300 000 A e com duração de 0,5 s?

- 1/2
- 1/3
- 1/4
- 1/10
- 1/20

## EXERCÍCIOS PROPOSTOS



- 01.** (UFAC) A condutividade elétrica é definida como o inverso da resistividade elétrica. A condutividade elétrica de um metal pode ser calculada usando a teoria quântica dos sólidos. Ela também pode ser medida em laboratório, de maneira muito simples, usando o arranjo experimental mostrado na figura a seguir. Assim, é possível verificar aspectos da teoria citada.



O voltímetro V registra a voltagem entre os pontos P e Q da barra B. A barra B usada na experiência tem um comprimento de 1,0 m entre os pontos que estão ligados ao voltímetro V e uma seção transversal quadrada de 2,0 cm de lado. As leituras no amperímetro A e no voltímetro V são 11,40 A e 0,5 mV, respectivamente. No circuito  $\epsilon$  representa a f.e.m. fornecida ao circuito. Escolha o item correto.

- A resistência da barra é 150  $\Omega$ .
- A condutividade elétrica diminuiria se a barra fosse substituída por outra, de forma cilíndrica, do mesmo material, com diâmetro igual a 3,0 cm.
- a condutividade elétrica da barra é  $5,7 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .
- a condutividade elétrica aumentaria se a barra tivesse 1,5 m de comprimento.
- Na experiência, mostrada na figura, o voltímetro é irrelevante.

**02.** (UERJ–2016) Aceleradores de partículas são ambientes onde partículas eletricamente carregadas são mantidas em movimento, como as cargas elétricas em um condutor. No Laboratório Europeu de Física de Partículas – CERN, está localizado o mais potente acelerador em operação no mundo. Considere as seguintes informações para compreender seu funcionamento:

- os prótons são acelerados em grupos de cerca de 3 000 pacotes, que constituem o feixe do acelerador;
- esses pacotes são mantidos em movimento no interior e ao longo de um anel de cerca de 30 km de comprimento;
- cada pacote contém, aproximadamente,  $10^{11}$  prótons que se deslocam com velocidades próximas à da luz no vácuo;
- a carga do próton é igual a  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C e a velocidade da luz no vácuo é igual a  $3 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup>.

Nessas condições, o feixe do CERN equivale a uma corrente elétrica, em ampères, da ordem de grandeza de:

- A)  $10^0$     C)  $10^4$   
B)  $10^2$     D)  $10^6$

**03.** (IMED-SP–2015) Considere uma bateria ideal de 12 V, na qual é ligada uma lâmpada. Logo após ser ligada, a lâmpada atinge um brilho que não varia ao longo do tempo. Nesse estado, a corrente elétrica que percorre a lâmpada é igual a 0,5 A.

Desprezando efeitos de dissipação nos fios condutores, determine, respectivamente, a resistência elétrica da lâmpada e a potência dissipada por ela.

- A) 32 ohms e 12 watts.  
B) 12 ohms e 12 watts.  
C) 24 ohms e 6 watts.  
D) 24 ohms e 12 watts.  
E) 32 ohms e 24 watts.

**04.** (IFCE) Suponha um fio cilíndrico de comprimento  $L$ , resistividade  $\rho_1$  e raio da seção transversal circular  $R$ . Um engenheiro eletricitista, na tentativa de criar um fio cilíndrico menor em dimensões físicas, mas com mesma resistência, muda o comprimento do fio para  $L/2$ , o raio da seção transversal circular para  $R/3$  e a resistividade do material de que é feito o fio para  $\rho_2$ .

Dessa forma, a razão entre  $\rho_2$  e  $\rho_1$ , para que as resistências do segundo e do primeiro fio sejam iguais, deve ser de

- A) 1/9.  
B) 2/3.  
C) 2/9.  
D) 5/3.  
E) 7/9.

**05.** (UFPA) No Rio Amazonas, um pescador inexperiente tenta capturar um poraquê segurando a cabeça do peixe com uma mão e a cauda com a outra. O poraquê é um peixe elétrico, capaz de gerar, entre a cabeça e a cauda, uma diferença de potencial de até 1 500 V. Para esta diferença de potencial, a resistência elétrica do corpo humano, medida entre as duas mãos, é de aproximadamente 1 000  $\Omega$ . Em geral, 500 mA de corrente contínua, passando pelo tórax de uma pessoa, são suficientes para provocar fibrilação ventricular e morte por parada cardiorrespiratória.

Usando os valores mencionados anteriormente, calculamos que a corrente que passa pelo tórax do pescador, com relação à corrente suficiente para provocar fibrilação ventricular, é

- A) um terço.  
B) a metade.  
C) igual.  
D) o dobro.  
E) o triplo.

**06.** (Unicamp-SP) Atualmente há um número cada vez maior de equipamentos elétricos portáteis e isto tem levado a grandes esforços no desenvolvimento de baterias com maior capacidade de carga, menor volume, menor peso, maior quantidade de ciclos e menor tempo de recarga, entre outras qualidades. Outro exemplo de desenvolvimento, com vistas a recargas rápidas, é o protótipo de uma bateria de íon-lítio, com estrutura tridimensional. Considere que uma bateria, inicialmente descarregada, é carregada com uma corrente média  $i_m = 3,2$  A até atingir sua carga máxima de  $Q = 0,8$  Ah.

O tempo gasto para carregar a bateria é de

- A) 240 minutos.  
B) 90 minutos.  
C) 15 minutos.  
D) 4 minutos.

**07.** (PUCPR–2015) Para fazer o aquecimento de uma sala durante o inverno, uma família utiliza um aquecedor elétrico ligado à rede de 120 V. A resistência elétrica de operação apresentada por esse aquecedor é de 14,4  $\Omega$ . Se essa família utilizar o aquecedor diariamente, por três horas, qual será o custo mensal cobrado pela companhia de energia se a tarifa for de R\$ 0,25 por kWh?

Considere o mês de 30 dias.



Disponível em: <<http://www.kenwooi.com/2011/01/winter-malaysia.html>>

- A) R\$ 15,00.
- B) R\$ 22,50.
- C) R\$ 18,30.
- D) R\$ 52,40.
- E) R\$ 62,80.

**08.**  
3MFC

(UPE) Uma corrente de 0,3 A que atravessa o peito pode produzir fibrilação (contrações excessivamente rápidas das fibrilas musculares) no coração de um ser humano, perturbando o ritmo dos batimentos cardíacos com efeitos possivelmente fatais. Considerando que a corrente dure 2,0 min, o número de elétrons que atravessam o peito do ser humano vale:

- Dado:** carga do elétron =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C.
- A)  $5,35 \cdot 10^2$
  - B)  $1,62 \cdot 10^{-19}$
  - C)  $4,12 \cdot 10^{18}$
  - D)  $2,45 \cdot 10^{18}$
  - E)  $2,25 \cdot 10^{20}$

**09.**  
XUFG

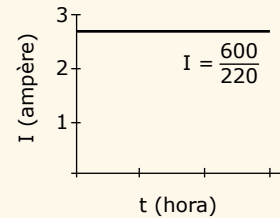
(Unioeste-PR) Todos os dias você faz duas torradas para tomar seu café da manhã. O elemento de aquecimento da torradeira é um fio de níquel-cromo, cuja resistividade elétrica na faixa de temperaturas da torradeira é  $1,2 \cdot 10^{-6}$   $\Omega \cdot m$ . O fio tem comprimento de 6,0 m e área da seção transversal igual a 0,36 mm<sup>2</sup>. A torradeira é ligada em um tomada cuja diferença de potencial é 120 V. Ao final de um mês de 30 dias, qual é o custo aproximado das suas torradas se você paga R\$ 0,40 por kWh e usa a torradeira por 3 minutos? A torradeira permite fazer duas torradas por vez.

- A) R\$ 0,86.
- B) R\$ 0,43.
- C) R\$ 0,20.
- D) R\$ 1,70.
- E) R\$ 0,04.

**10.**  
OAP0

(UFT-TO) Um estudante está planejando reduzir seus gastos mensais. Ele vai deixar de assistir televisão duas horas todos os dias do mês. Sabendo que o custo da energia cobrado pela concessionária é R\$ 0,50 por kWh, quanto ele vai economizar mensalmente?

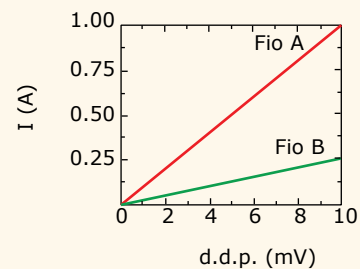
O consumo de potência desta televisão pode ser extraído do gráfico de corrente a seguir, com tensão de alimentação de 220 V. Considere a televisão como um resistor, e o mês contendo 30 dias.



- A) R\$ 18,00.
- B) R\$ 50,00.
- C) R\$ 10,00.
- D) R\$ 36,00.
- E) R\$ 112,00.

**11.**  
BFTK

(UFF) Considere dois pedaços de fios condutores cilíndricos A e B, do mesmo comprimento, feitos de um mesmo material, com diâmetros distintos, porém, pequenos demais para serem medidos diretamente. Para comparar as espessuras dos dois fios, mediu-se a corrente que atravessa cada fio como função da diferença de potencial à qual está submetido. Os resultados estão representados na figura.

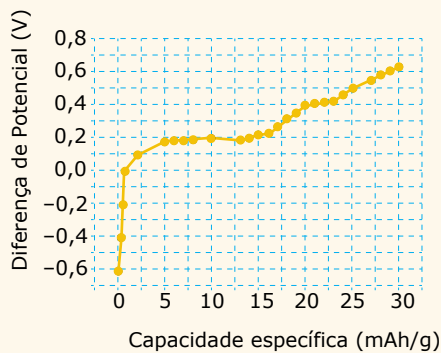


Analisando os resultados, conclui-se que a relação entre os diâmetros  $d$  dos fios A e B é:

- A)  $d_A = 2d_B$
- B)  $d_A = \frac{d_B}{2}$
- C)  $d_A = 4d_B$
- D)  $d_A = \frac{d_B}{4}$
- E)  $d_A = \sqrt{2}d_B$

**12.** (Unicamp-SP-2015) Um desafio tecnológico atual é a produção de baterias biocompatíveis e biodegradáveis que possam ser usadas para alimentar dispositivos inteligentes com funções médicas. Um parâmetro importante de uma bateria biocompatível é sua capacidade específica (C) definida como a sua carga por unidade massa, geralmente dada em mAh/g. O gráfico a seguir mostra de maneira simplificada a diferença de potencial de uma bateria à base de melanina em função de C.

- A) Para uma diferença de potencial de 0,4V que corrente média a bateria de massa  $m = 5,0$  g fornece, supondo que ela se descarregue completamente em um tempo  $t = 4$  h?
- B) Suponha que uma bateria preparada com  $C = 10$  mAh/g esteja fornecendo uma corrente constante total  $i = 2$  mA a um dispositivo. Qual é a potência elétrica fornecida ao dispositivo nessa situação?



**13.** (UFPE) Em uma solução iônica,  $N(+)$  =  $5,0 \cdot 10^{15}$  íons positivos, com carga individual  $Q(+)$  =  $+2e$ , se deslocam para a direita a cada segundo. Por outro lado,  $N(-)$  =  $4,0 \cdot 10^{16}$  íons negativos, com carga individual igual a  $Q(-)$  =  $-e$ , se movem em sentido contrário a cada segundo. Qual é a corrente elétrica, em mA, na solução?

## SEÇÃO ENEM

**01.** (Enem-2018) Alguns peixes, como o poraquê, a enguia-elétrica da Amazônia, podem produzir uma corrente elétrica quando se encontram em perigo. Um poraquê de 1 metro de comprimento, em perigo, produz uma corrente em torno de 2 amperes e uma voltagem em torno de 600 volts.

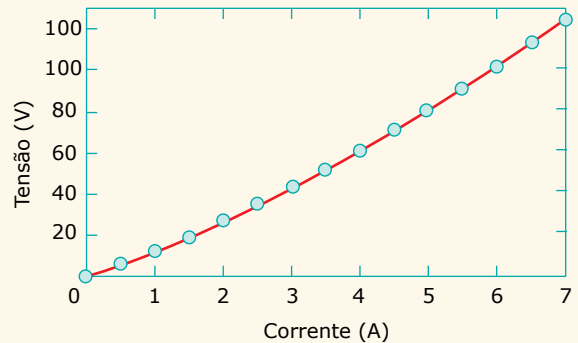
O quadro apresenta a potência aproximada de equipamentos elétricos.

Equipamento elétrico	Potência aproximada (watt)
Exaustor	150
Computador	300
Aspirador de pó	600
Churrasqueira elétrica	1 200
Secador de roupas	3 600

O equipamento elétrico que tem a potência similar àquela produzida por esse peixe em perigo é o(a)

- A) exaustor.
- B) computador.
- C) aspirador de pó.
- D) churrasqueira elétrica.
- E) secador de roupas.

**02.** (Enem-2018) Ao pesquisar um resistor feito de um novo tipo de material, um cientista observou o comportamento mostrado no gráfico tensão versus corrente.

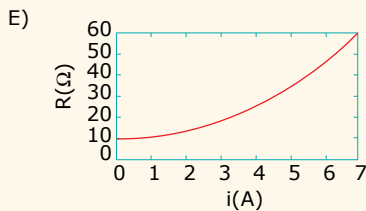
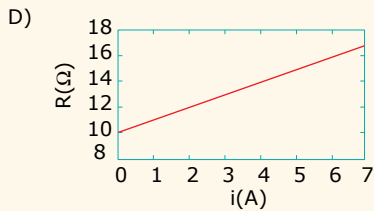


Após a análise do gráfico, ele concluiu que a tensão em função da corrente é dada pela equação  $v = 10i + i^2$ .

O gráfico da resistência elétrica (R) do resistor em função da corrente (i) é:

- A)
- B)
- C)

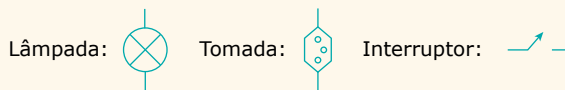




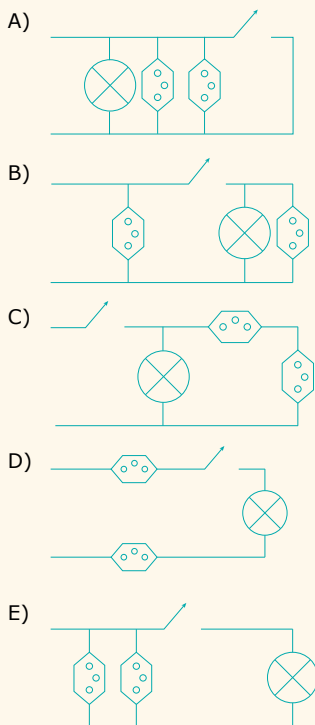
03. (Enem-2015) Um estudante, precisando instalar um computador, um monitor e uma lâmpada em seu quarto, verificou que precisaria fazer a instalação de duas tomadas e um interruptor na rede elétrica. Decidiu esboçar com antecedência o esquema elétrico.

“O circuito deve ser tal que as tomadas e a lâmpada devem estar submetidas à tensão nominal da rede elétrica e a lâmpada deve poder ser ligada ou desligada por um interruptor sem afetar os outros dispositivos” – pensou.

Símbolos adotados:



Qual dos circuitos esboçados atende às exigências?



04. (Enem) O chuveiro elétrico é um dispositivo capaz de transformar energia elétrica em energia térmica, o que possibilita a elevação da temperatura da água. Um chuveiro projetado para funcionar em 110 V pode ser adaptado para funcionar em 220 V, de modo a manter inalterada sua potência.

Uma das maneiras de fazer essa adaptação é trocar a resistência do chuveiro por outra, de mesmo material e com o(a)

- A) dobro do comprimento do fio.
- B) metade do comprimento do fio.
- C) metade da área da seção reta do fio.
- D) quádruplo da área da seção reta do fio.
- E) quarta parte da área da seção reta do fio.

05. (Enem) Um circuito em série é formado por uma pilha, uma lâmpada incandescente e uma chave interruptora. Ao se ligar a chave, a lâmpada acende quase instantaneamente, irradiando calor e luz. Popularmente, associa-se o fenômeno da irradiação de energia a um desgaste da corrente elétrica, ao atravessar o filamento da lâmpada, e à rapidez com que a lâmpada começa a brilhar. Essa explicação está em desacordo com o modelo clássico de corrente.

De acordo com o modelo mencionado, o fato de a lâmpada acender quase instantaneamente está relacionado à rapidez com que

- A) o fluido elétrico se desloca no circuito.
- B) as cargas negativas móveis atravessam o circuito.
- C) a bateria libera cargas móveis para o filamento da lâmpada.
- D) o campo elétrico se estabelece em todos os pontos do circuito.
- E) as cargas positivas e negativas se chocam no filamento da lâmpada.

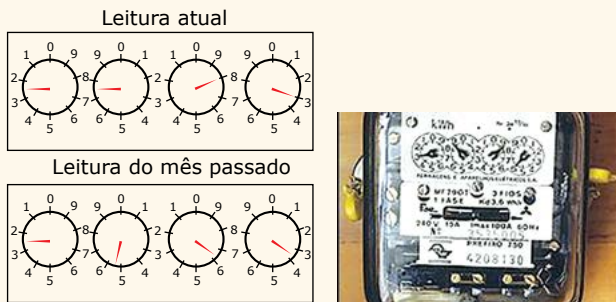
06. (Enem) A resistência elétrica de um fio é determinada pelas suas dimensões e pelas propriedades estruturais do material. A condutividade ( $\sigma$ ) caracteriza a estrutura do material, de tal forma que a resistência de um fio pode ser determinada conhecendo-se  $L$ , o comprimento do fio, e  $A$ , a área de seção reta. A tabela relaciona o material à sua respectiva resistividade em temperatura ambiente.

Tabela de condutividade	
Material	Condutividade (S.m/mm <sup>2</sup> )
Alumínio	34,2
Cobre	61,7
Ferro	10,2
Prata	62,5
Tungstênio	18,8

Mantendo-se as mesmas dimensões geométricas, o fio que apresenta menor resistência elétrica é aquele feito de

- A) tungstênio.
- B) alumínio.
- C) ferro.
- D) cobre.
- E) prata.

**07.** (Enem) A energia elétrica consumida nas residências é medida, em quilowatt-hora, por meio de um relógio medidor de consumo. Nesse relógio, da direita para esquerda, tem-se o ponteiro da unidade, da dezena, da centena e do milhar. Se um ponteiro estiver entre dois números, considera-se o último número ultrapassado pelo ponteiro. Suponha que as medidas indicadas nos esquemas seguintes tenham sido feitas em uma cidade em que o preço do quilowatt-hora fosse de R\$ 0,20.



FILHO, A. G.; BAROLLI, E. *Instalação Elétrica*. São Paulo: Scipione, 1997.

O valor a ser pago pelo consumo de energia elétrica registrado seria de

- A) R\$ 41,80.
- B) R\$ 42,00.
- C) R\$ 43,00.
- D) R\$ 43,80.
- E) R\$ 44,00.

**08.** (Enem) Podemos estimar o consumo de energia elétrica de uma casa considerando as principais fontes desse consumo. Pense na situação em que apenas os aparelhos que constam na tabela a seguir fossem utilizados diariamente da mesma forma.

A tabela fornece a potência e o tempo efetivo de uso diário de cada aparelho doméstico.

Aparelho	Potência (kW)	Tempo de uso diário (horas)
Ar-condicionado	1,5	8
Chuveiro elétrico	3,3	1/3
Freezer	0,2	10
Geladeira	0,35	10
Lâmpadas	0,10	6

Supondo que o mês tenha 30 dias e que o custo de 1 kWh é de R\$ 0,40, o gasto com energia elétrica mensal dessa casa é de, aproximadamente,

- A) R\$ 135.
- B) R\$ 165.
- C) R\$ 190.
- D) R\$ 210.
- E) R\$ 230.

## GABARITO

Meu aproveitamento

### Aprendizagem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. E
- 02. A
- 03. A
- 04. C
- 05. A
- 06. B
- 07. D
- 08. C

### Propostos

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. C
- 02. A
- 03. C
- 04. C
- 05. E
- 06. C
- 07. B
- 08. E
- 09. B
- 10. A
- 11. A
- 12.
- A) 25 mA
- B)  $4,0 \cdot 10^{-4} V$
- 13. 8,0 mA

### Seção Enem

Acertei \_\_\_\_\_ Errei \_\_\_\_\_

- 01. D
- 02. D
- 03. E
- 04. E
- 05. D
- 06. E
- 07. E
- 08. E



Total dos meus acertos: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ . \_\_\_\_\_ %