GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

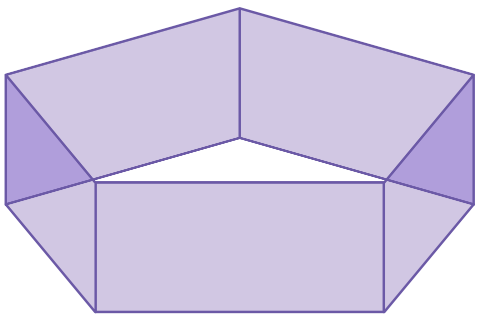
Geometria Espacial

GUIA DE SOBREVIVÊNCIA

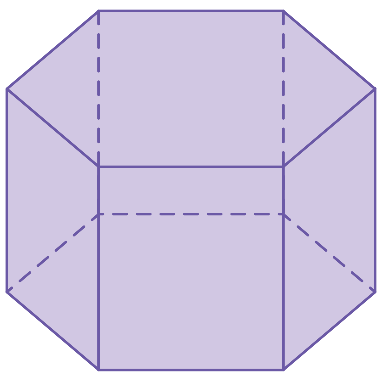
Superfície Poliédrica

Uma superfície poliédrica é formada por polígonos que:

- Dois a dois, não podem ser coplanares;
- Cada lado desses polígonos está no máximo em dois polígono;
- Todos os polígonos têm ao menos um lado em comum com um dos outros polígonos.



Superfície poliédrica aberta



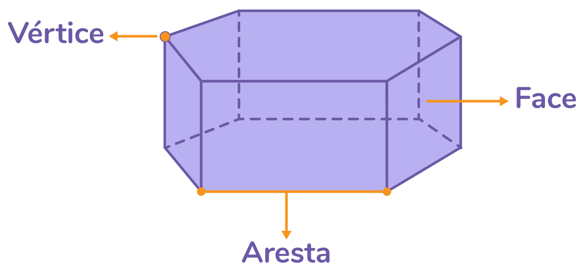
Superfície poliédrica fechada

Elementos dos Poliedros

A **face** é um polígono.

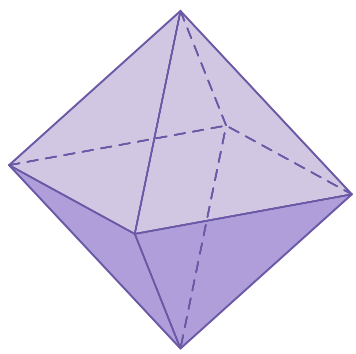
A **aresta** é o lado que dois polígonos têm em comum.

O **vértice** é o ponto de interseção das arestas.



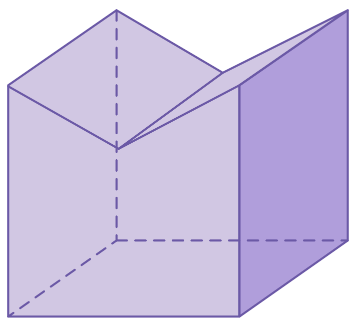
Poliedro convexo e côncavo

Nos poliedros convexos, dois polígonos não podem ocupar o mesmo plano.



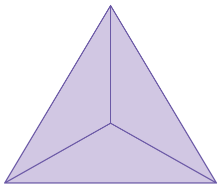
Poliedro convexo

Nos poliedros côncavos há polígonos que ocupam o mesmo plano.



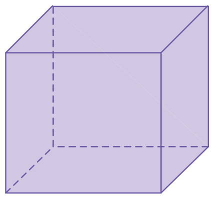
Poliedro côncavo

Número de Faces e Nomenclatura



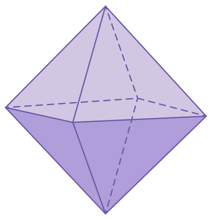
Tetraedro

Tetraedro é o Poliedro que possui 4 faces.



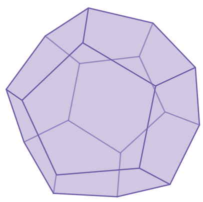
Hexaedro

Hexaedro é o Poliedro que possui 6 faces.



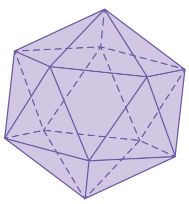
Octaedro

Octaedro é o Poliedro que possui 8 faces.



Dodecaedro

Dodecaedro é o Poliedro que possui 12 faces.



Icosaedro

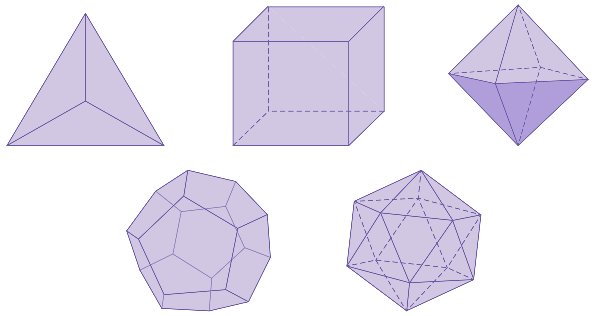
Icosaedro é o Poliedro que possui 20 faces.

Poliedros de Platão

Um poliedro é chamado de Poliedro de Platão se obedecer às seguintes condições:

- Todas as faces têm o mesmo número de arestas;
- Todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número de arestas;
- Vale a relação de Euler.

Obs.: Existem 5 classes de poliedros de Platão.



Poliedros Regulares

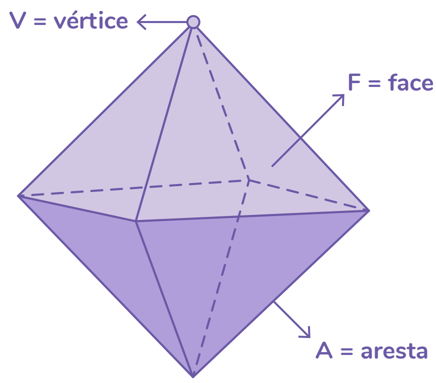
Poliedros regulares são os poliedros cujas faces são polígonos regulares congruentes entre si. Eles possuem, também, os ângulos poliédricos congruentes entre si.

Existem somente 5 tipos de poliedros regulares.

Obs.: Todo **poliedro regular é poliedro de Platão**, mas nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular.

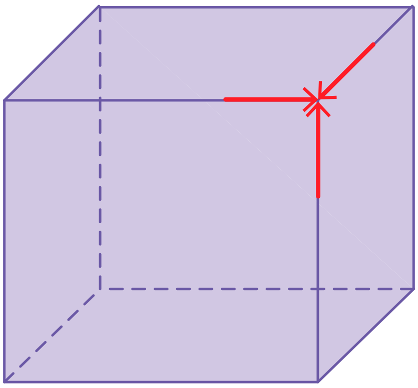
Relação de Euler

A relação de Euler nos diz que a soma do número de vértices com o número de faces de um poliedro é igual ao número de arestas mais dois.



$$V + F = A + 2$$

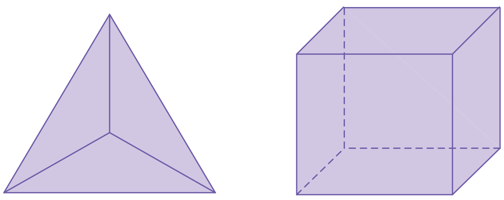
Propriedade



- **A** = número de arestas
- **n** = número de lados em cada face
- **p** = número de arestas que concorrem em cada vértice

$$2 \cdot A = n \cdot F = p \cdot V$$

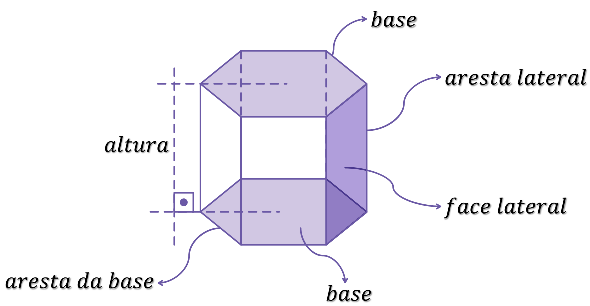
Soma dos ângulos das faces



$$Si_{faces} = 360^{\circ}.(V-2)$$

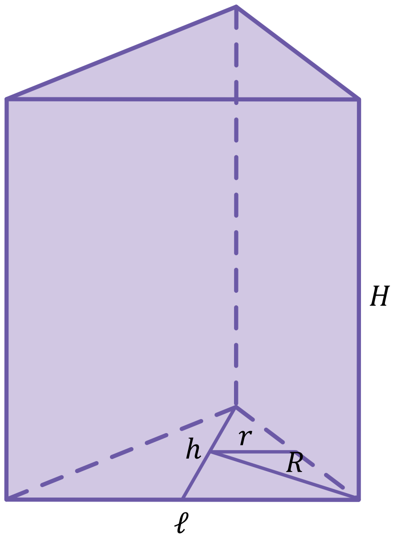
Prismas

Prisma é um poliedro convexo cujas bases são polígonos congruentes e paralelos e as faces laterais são paralelogramos.



Prisma Triangular

O prisma triangular possui duas faces triangulares e paralelas.



$\boldsymbol{A}$ = área da base

$\boldsymbol{h}$ = altura do triângulo da base

$\boldsymbol{H}$ = altura do prisma

$\boldsymbol{\ell}$ = aresta da base

$\boldsymbol{r}$ = raio da circunferência inscrita no triângulo da base

$\boldsymbol{P}$ = perímetro da base

$\boldsymbol{R}$ = raio da circunferência circunscrita no triângulo da base

$\boldsymbol{V}$ = volume do prisma

$$A = \frac{\ell^2.\sqrt{3}}{4} \qquad R = \frac{2}{3}.h$$

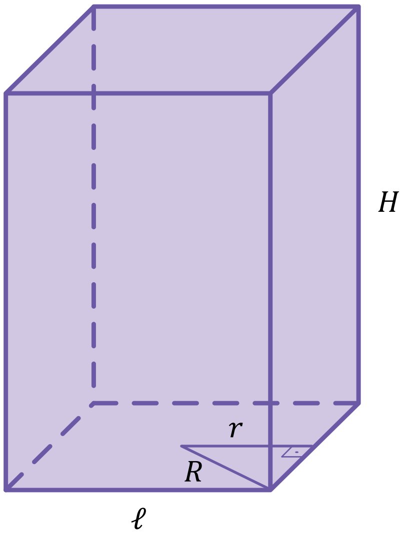
$$h = r + R \qquad h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

$$R = 2.r \qquad P = 3\ell$$

$$r = \frac{1}{3}.h$$

Prisma Quadrangular

O prisma quadrangular possui duas faces quadradas e paralelas.



A_b = área da base

A_ℓ = área lateral

d = diagonal do quadrado base

H = altura do prisma

ℓ = aresta da base

r = raio da circunferência inscrita no quadrado da base

P = perímetro da base

R = raio da circunferência circunscrita no quadrado da base

V = volume do prisma

$$r = \frac{\ell}{2} \qquad A_b = \ell^2$$

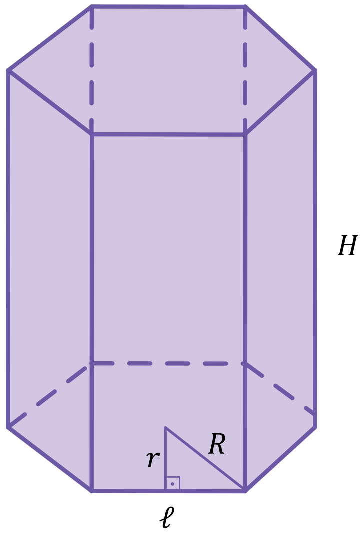
$$d = 2R \qquad A_\ell = P_b.H$$

$$d = \ell\sqrt{2} \qquad A_{total} = A_\ell + 2.A_b$$

$$P = 4\ell \qquad V = A_b.h$$

Prisma Hexagonal

O prisma hexagonal possui duas faces que são hexágonos paralelos.



A_b = área da base

H = altura do prisma

ℓ = aresta da base

P = perímetro da base

r = raio da circunferência inscrita no hexágono da base

R = raio da circunferência circunscrita no hexágono da base

V = volume do prisma

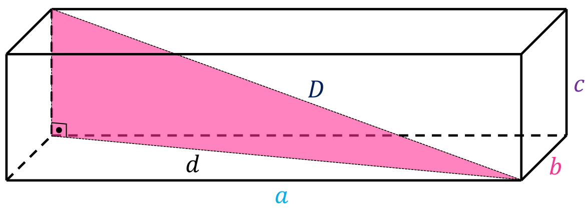
$$R = \ell \qquad P = 6\ell$$

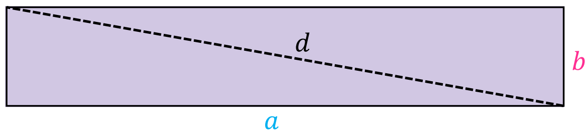
$$r = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \qquad V = A_b.H$$

$$A_b = 6.\left(\frac{\ell^2.\sqrt{3}}{4}\right)$$

Paralelepípedo

Paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos. A superfície total é a união de seis paralelogramos.





Área total: $A_T = 2.(a.b + a.c + b.c)$

Diagonal: $D^2 = d^2 + c^2$

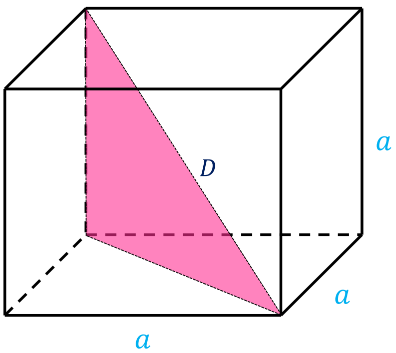
Volume: $V = a\,.\,b\,.\,c$

Soma das dimensões: $a + b + c$

Soma de todas as dimensões: $4a + 4b + 4c$

Cubo ou Hexaedro Regular

Cubo é um paralelepípedo retângulo cujas arestas são congruentes.



Soma de todas as dimensões: $12.a$

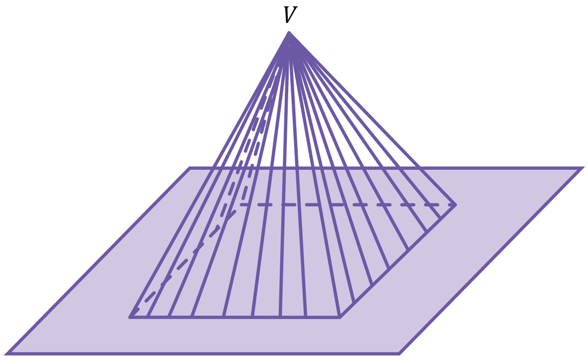
Área total: $A_T = 6a^2$

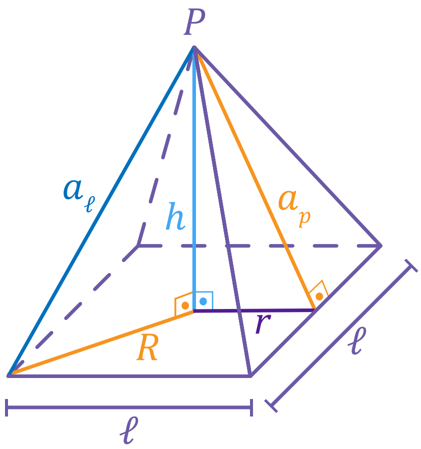
Volume: $V = a^3$

Diagonal: $D^2 = 3a^2$

Pirâmide

Para entender o que é uma pirâmide, considere um polígono convexo qualquer, situado num plano α e um ponto V fora do plano. Ao reunir todos os segmentos de reta que possuem uma extremidade em V e a outra no polígono, você obterá uma pirâmide.





$\boldsymbol{\ell}$ = lado da base

$\boldsymbol{h}$ = altura da pirâmide

$\boldsymbol{a_p}$ = apótema da pirâmide

$\boldsymbol{a_\ell}$ = aresta lateral

$\boldsymbol{r}$ = apótema da base

$\boldsymbol{R}$ = raio circunscrito

Área lateral:

$$A_{lateral} = \frac{P_B . a_p}{2}$$

Área total:

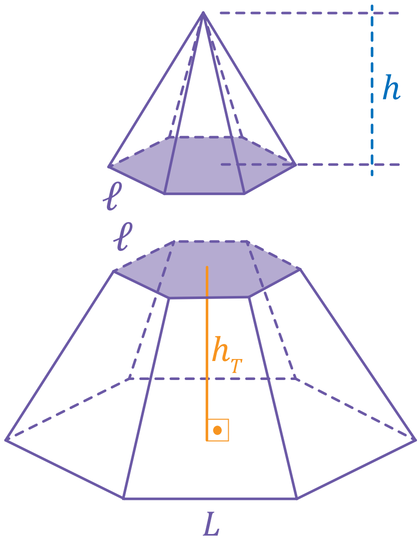
$$A_{total} = A_\ell + A_B$$

Volume:

$$V = \frac{1}{3} . A_B . h$$

Tronco de Pirâmide

Cortando uma pirâmide por um plano paralelo a sua base, separaremos ela em duas partes: o sólido que contém o vértice da pirâmide original será uma nova pirâmide e o sólido que possui a base da pirâmide original será um **tronco de pirâmide**.

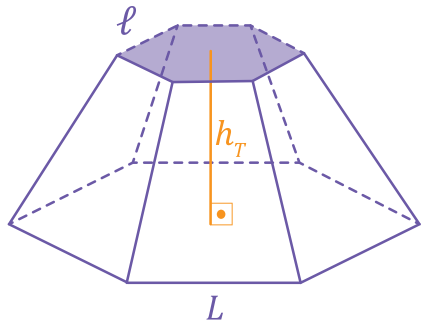


$$\boldsymbol{V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p}$$

$$\frac{\ell}{L} = \frac{h}{H} = \cdots$$

$$\frac{A_b}{A_B} = \left(\frac{\ell}{L}\right)^2 = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \cdots$$

$$\frac{V_p}{V_{total}} = \left(\frac{\ell}{L}\right)^3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \cdots$$



$$\boldsymbol{V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p}$$

$$V_{TRONCO} = \frac{h_T}{3} . \left(A_b + \sqrt{A_b . A_B} + A_B\right)$$

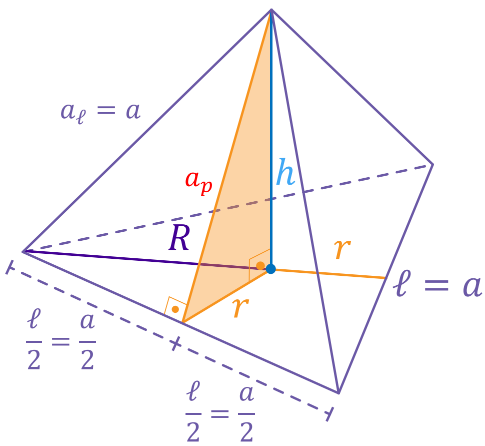
$$A_{face} = \frac{(\ell + L) . h_T}{2}$$

$$A_{lateral} = n . A_{face}$$

$$A_{total} = A_{lateral} + A_b + A_B$$

Tetraedro Regular

Cortando uma pirâmide por um plano paralelo a sua base, separaremos ela em duas partes: o sólido que contém o vértice da pirâmide original será uma nova pirâmide e o sólido que possui a base da pirâmide original será um **tronco de pirâmide**.



$$A_{face} = \frac{\ell^2 . \sqrt{3}}{4} \therefore A_{total} = \ell^2 . \sqrt{3}$$

$$a_p = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$$

$$R = \frac{2}{3}.a_p = \frac{2}{3}.\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\ell\sqrt{3}}{3}$$

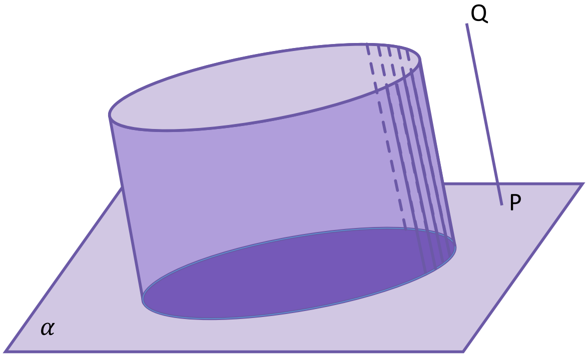
$$r = \frac{1}{3}.a_p = \frac{1}{3}.\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{\ell\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{\ell\sqrt{6}}{3}$$

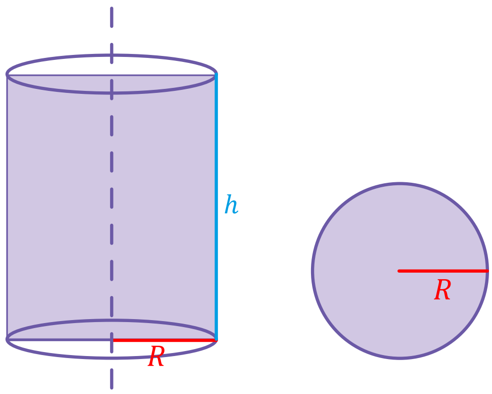
$$V = \frac{\ell^3.\sqrt{2}}{12}$$

Cilindro

Considere um círculo situado num plano α e um segmento de reta ($\overline{PQ}$) não nulo, não paralelo e não contido em α. O cilindro é a reunião de todos os segmentos de reta congruentes e paralelos à ($\overline{PQ}$), que possuem uma extremidade nos pontos do círculo.



Cilindro equilátero



$$h = 2R$$

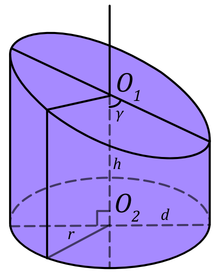
Base:

$$P_B = 2.\pi.R$$

$$A_B = \pi.R^2$$

$$A_\ell = P_B.h$$

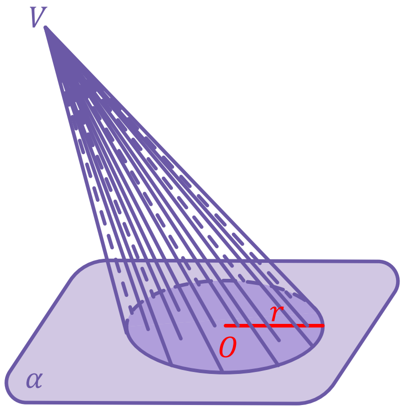
$$V = A_B.h$$



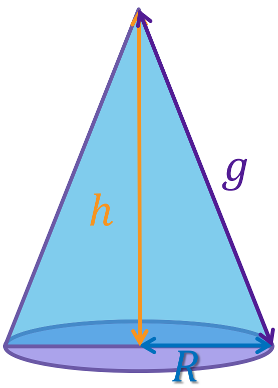
$$V_{tronco} = \frac{\pi.R^2.(a+b)}{2}$$

Cone

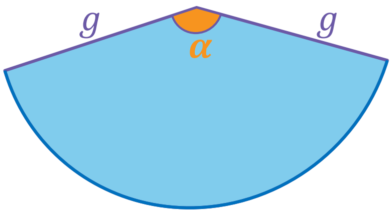
Considere um círculo situado num plano α e um ponto V fora de α. O cone é a reunião de todos os segmentos de reta com uma extremidade no círculo e a outra extremidade em V.



Cone equilátero



$$g = 2R$$



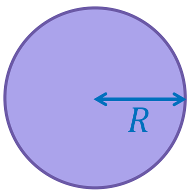
$$P_B = 2 \,.\, \pi \,.\, R$$

$$\begin{cases} 360° \Leftrightarrow \pi . g^2 \\ \alpha \quad \Leftrightarrow A_{lateral} \\ \alpha = \dfrac{360°.R}{g} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.\pi.g \Leftrightarrow \pi.g^2 \\ 2.\pi.R \Leftrightarrow A_{lateral} \\ A_{lateral} = \pi.R.g \end{cases}$$

$$A_T = A_B + A_L$$

$$V = \frac{1}{3}.Ab.h$$



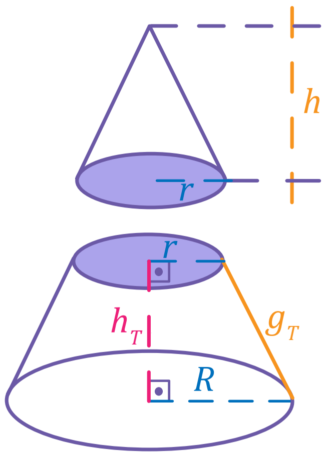
Base:

$$P_B = 2 \,.\, \pi \,.\, R$$

$$A_B = \pi \,.\, R^2$$

Tronco de Cone

Cortando um cone por um plano paralelo a sua base, separaremos ela em duas partes: o sólido que contém o vértice do cone original será um novo cone e o sólido que possui a base da pirâmide original será um **tronco do cone**.

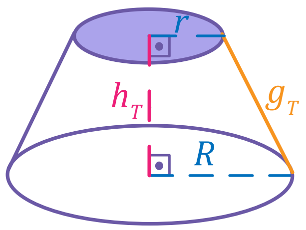


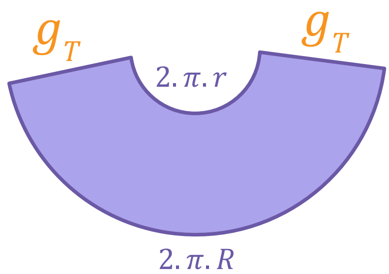
$$\boldsymbol{V_{TRONCO} = V_{TOTAL} - V_p}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = \frac{g}{G}$$

$$\frac{A_b}{A_B} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \left(\frac{g}{G}\right)^3$$

$$\frac{V_p}{V_{total}} = \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{g}{G}\right)^3$$





$$A\ell_{tronco} = \pi.(r + R).g_t$$

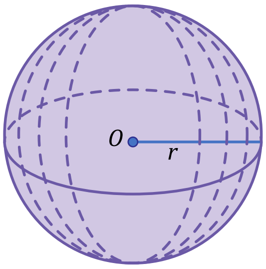
$$A_{total} = A_{lateral} + A_b + A_B$$

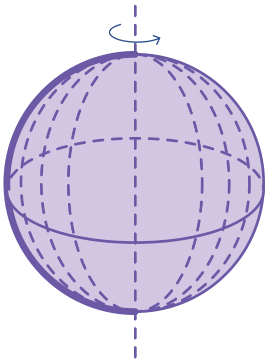
$$V_{TRONCO} = \frac{h_T}{3}.\left(A_b + \sqrt{A_b.A_B} + A_B\right)$$

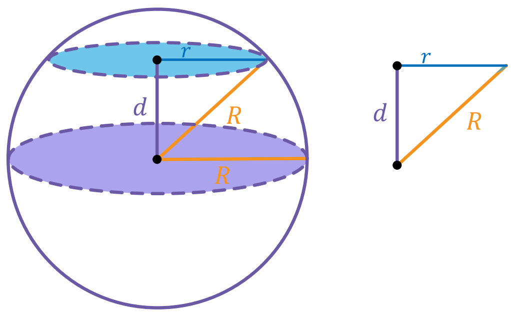
Esfera

Considere um ponto O e um segmento de reta de medida r. Chamamos de esfera de centro O e raio r, o conjunto de todos os pontos cuja distância até o ponto O seja menor ou igual a r.

A esfera também pode ser definida como um sólido de revolução, gerado pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que contenha o diâmetro.

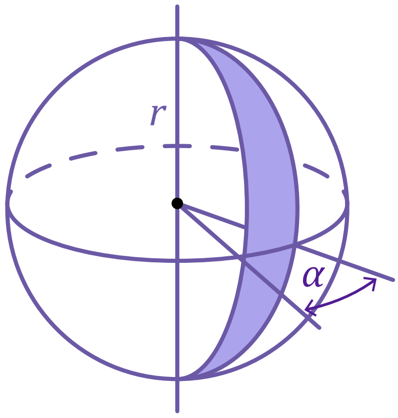






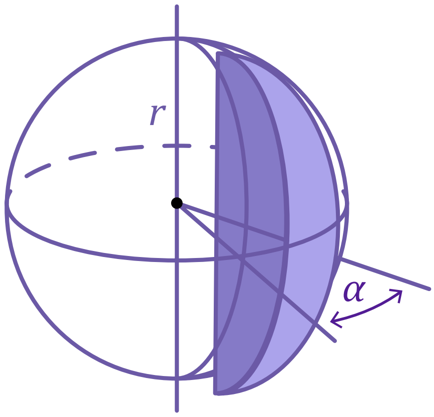
$$A_{esf} = 4.\pi.R^2$$

$$V_{esf} = \frac{4.\pi.R^3}{3}$$



$$360° \Leftrightarrow A_{esf}$$

$$\alpha \Leftrightarrow A_{fuso}$$



$$360° \Leftrightarrow V_{esf}$$

$$\alpha \Leftrightarrow V_{cunha}$$

ANOTAÇÕES

contato@biologiatotal.com.br

/biologiajubilut

Biologia Total com Prof. Jubilut

@paulojubilut

@Prof_jubilut

biologiajubilut

+biologiatotalbrjubilut