FUNÇÃO COMPOSTA E INEQUAÇÕES

1. (UEM 2017) Acerca das funções reais f, g e h dadas, respectivamente, por $f(x) = x - 2$, $g(x) = \frac{x-2}{x^2+2}$ e $h(x) = \sqrt{2x^2+4}$, assinale o que for correto.

01. $g \circ f(x) = \dfrac{x-4}{x^2-4x+6}$.

02. Existe x real para o qual $(f+g)(x) = 0$.

04. Para todo x real, $f(g(x)) = 1$.

08. Para todo x real, $g(h(x) = (x-2)\sqrt{2}$.

16. A função h possui inversa.

2. (PUCRJ 2012) Seja $f(x) = \dfrac{x+1}{-x+1}$.

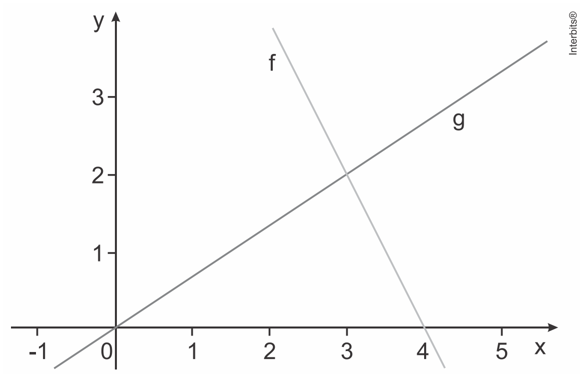
a. Calcule $f(2)$.

b. Para quais valores reais de x temos $f(f(x)) = x$?

c. Para quais valores reais de x temos $f(f(f(f(x)))) = 2011$?

3. (IME 2016) Sejam as funções f_n para $n \in \{0, 1, 2, 3, ...\}$, tais que: $f_0(x) = \dfrac{1}{1-x}$ e $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x))$, para $n \geq 1$. Calcule $f_{2016}(2016)$.

4. (UEFS 2018) Parte dos gráficos de duas funções polinomiais do primeiro grau, f e g estão representados na figura, em que $f(3) = g(3)$.



Se $f(4) = 0$ e $g(0) = 0$, o conjunto solução de $f(x)g(x) > 0$ é

a. $\{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$

b. $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 4\}$

c. $\{x \in \mathbb{R} | 3 < x < 4\}$

d. $\{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$

e. $\{x \in \mathbb{R} | x > 4\}$

5. (UEPG 2018) O conjunto A representa o domínio da função $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x+9}}$ e o conjunto B é a solução da inequação $(x\text{-}1)(x^2\text{-}5x\text{+}6)<0$. Em relação aos conjuntos A e B assinale o que for correto.

01. $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} | -9 < x \leq -1\}$.
02. $A - B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$.
04. $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} | x < 1 \ ou \ x > 2\}$.
08. $B - A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -9 \ ou \ -1 < x < 1 \ ou \ 2 < x < 3\}$.
16. $A \subset B$.

6. (ESPM 2018) Para que o domínio da função $f(x) = \sqrt{x(x-k)+1}$ seja todo o conjunto dos reais, deve-se ter:

a. $k < 0$
b. $k > -1$
c. $-1 \leq k \leq 1$
d. $-2 \leq k \leq 2$
e. $-1 \leq k \leq 3$

7. (PUCRJ 2017) Dadas as funções $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2\text{-}13x\text{+}36$ e $g(x) = \text{-}2x + 12$.

a. Encontre os pontos de interseção dos gráficos das duas funções.

b. Encontre os valores reais de x para os quais $f(x) \geq g(x)$.

c. Encontre os valores reais de x que satisfazem $f(x+1) = g(x\text{-}2)$.

____
____
____
____
____
____

8. (MACKENZIE 2017) Se f e g são funções reais definidas por $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \frac{x}{2x^2 - 5x + 2}$, então o domínio da função composta $f \circ g$ é o conjunto

a. $\left\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 2\right\}$

b. $\left\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right\}$

c. $\left\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right\}$

d. $\left\{x \in \mathbb{R} | x < \frac{1}{2} \vee x > 2\right\}$

e. $\left\{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{1}{2} \vee x \geq 2\right\}$

9. (IME 2017) O sistema de inequações abaixo admite k soluções inteiras.

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 14}{x} > 3 \\ x \leq 12 \end{cases}$$

Pode-se afirmar que:

a. $0 \leq k < 2$
b. $2 \leq k < 4$
c. $4 \leq k < 6$
d. $6 \leq k < 8$
e. $k \geq 8$

10. (UFJF-PISM 1 2016) Dadas as desigualdades, em $\mathbb{R}$:

I. $3x\text{+}1 < \text{-}x\text{+}3 \leq \text{-}2x\text{+}5$

II. $\frac{4x-1}{x-2} \leq 1$

O menor intervalo que contém todos os valores de x que satisfazem, simultaneamente, às desigualdades I e II é:

a. $\left]\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right[$

b. $\left]-2, -\frac{3}{2}\right[$

c. $\left]-\infty, \frac{3}{5}\right]$

d. $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[$

e. $\left[\frac{4}{3}, \frac{3}{5}\right[$

11. (G1 - IFCE 2016) A desigualdade $\frac{x^2-4x+3}{x^2-7x+10} > 0$ se verifica para todos os números reais x tais que

a. $-1 < x$ ou $-3 < x < -2$ ou $x < -5$.

b. $x < 1$ ou $2 < x < 3$ ou $x > 5$.

c. $1 < x < 2$ ou $3 < x < 5$.

d. $x > 1$ ou $2 < x < 5$.

e. $1 < x < 3$ ou $2 < x < 5$.

12. (UNICAMP 2015) Seja a um número real positivo e considere as funções afins $f(x) = ax+3a$ e $g(x) = 9\text{-}2x$, definidas para todo número real x.

a. Encontre o número de soluções inteiras da inequação $f(x)\ g(x) > 0$.

b. Encontre o valor de a tal que $f(g(x)) = g(f(x))$ para todo número real x.

____
____
____
____
____
____

13. (UFES 2015) Um supermercado vende dois tipos de sabão líquido para lavagem de roupas: o sabão C mais concentrado, e o sabão D mais diluído. Para cada lavagem de roupas com o sabão C, Sofia gasta 30ml do produto; usando o sabão D, ela gasta 100ml. O sabão C é vendido apenas em vasilhames de 600ml custando 12 reais cada vasilhame. O sabão D é vendido apenas em vasilhames de 3 litros, custando 24 reais cada vasilhame. Na compra de n vasilhames do sabão D, o supermercado dá um desconto de $3n\%$ no preço de cada vasilhame desse sabão, quando $1 < n \leq 10$. Quando $n > 10$ esse desconto é de 30%. Sofia resolve comprar n vasilhames do sabão D. Calcule

a. quantos centavos de reais Sofia gastaria com o sabão C em cada lavagem de roupas, se o comprasse;

b. o valor mínimo de n para que Sofia gaste menos reais com o sabão D do que com o sabão C, em cada lavagem de roupas;

c. o número máximo de vasilhames do sabão D que Sofia pode comprar com 128 reais.

____
____
____
____
____
____

14. (UEMA 2015) Uma função consiste na associação de dois conjuntos A e B de números reais, por meio de uma lei f. O subconjunto dos elementos de A que corresponde a um, e somente um, elemento de B é denominado domínio da função $D(f)$.

Considerando que a expressão

$$f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2-8)(x^2+x-6)}{x^2+2x-3}}$$

é uma função, determine o domínio de $f(x)$.

a. $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 1; x \leq -2 \text{ e } x \neq -3\}$

b. $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 1; x < -2 \text{ e } x \neq -3\}$

c. $D = \{x \in \mathbb{R} | x > 1; x \geq -2 \text{ e } x = -3\}$

d. $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1; x \leq -2 \text{ e } x = 3\}$

e. $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 1; x > -2 \text{ e } x \neq 3\}$

15. (PUCRJ 2015)

a. Para quais valores reais de x a inequação abaixo é satisfeita?

$$x^2 - 7x + 15 > 3(x - 2)$$

b. Para quais valores reais de x a inequação abaixo é satisfeita?

$$\frac{x^2 - 7x + 15}{x - 2} > 3$$

16. (UDESC 2013) Se n é um número inteiro, então a quantidade de números racionais da forma $\frac{2n}{3n + 15}$, que são estritamente menores que $\frac{7}{13}$, é:

a. 21

b. 25

c. 20

d. infinita

e. 27

17. (MACKENZIE 2013) A função

$$f(x) = \sqrt{\frac{9 - x^2}{x^2 + x - 2}}$$

tem como domínio o conjunto solução

a. $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq -2 \text{ ou } 1 \leq x < 3\}$

b. $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < -2 \text{ ou } 1 < x \leq 3\}$

c. $S = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < -2 \text{ ou } 1 \leq x \leq 3\}$

d. $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq -1 \text{ ou } 1 \leq x \leq 3\}$

e. $S = \{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x < -1 \text{ ou } 1 < x \leq 3\}$

18. (UFJF 2012) Sejam $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções definidas por $f(x) = x - 14$ e $g(x) = -x^2 + 6x - 8$ respectivamente.

a. Determine o conjunto dos valores de x tais que $f(x) > g(x)$.

b. Determine o menor número real k tal que $f(x) + k \geq g(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

19. (PUCRJ 2012) Determine para quais valores reais de x vale cada uma das desigualdades abaixo:

a. $\dfrac{1}{x^2 - 8x + 15} < 0$

b. $\dfrac{1}{x^2 - 8x + 15} < \dfrac{1}{3}$

20. (ITA 2011) Determine todos os valores de $m \in \mathbb{R}$ tais que a equação $(2 - m)\, x^2 + 2mx + m + 2 = 0$ tenha duas raízes reais distintas e maiores que zero.

ANOTAÇÕES

GABARITO

1: 01 + 02 = 03.

[01] VERDADEIRO. Calculando:

$$g(f(x)) = g(x-2) = \frac{x-2-2}{(x-2)^2+2} = \frac{x-4}{x^2-4x+6}$$

[02] VERDADEIRO. Calculando:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x - 2 + \frac{x-2}{x^2+2} = 0$$

$$Se \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (f+g)(x) = 0$$

[04] FALSO. Calculando:

$$f(g(x)) = f\left(\frac{x-2}{x^2+2}\right) = \frac{x-2}{x^2+2} - 2$$

$$Se \;\; x = 2 \Rightarrow \;\; f(g(x)) = -2$$

[08] FALSO. Calculando:

$$g((h(x)) = \frac{\sqrt{2x^2+4}-2}{\left(\sqrt{2x^2+4}\right)^2+2} = \frac{\sqrt{2(x^2+2)}-2}{2x^2+6}$$

[16] FALSO. A função h não é invertível.

2: a) $f(2) = \dfrac{2+1}{-2+1} = -3.$

b) $f(f(x)) = \dfrac{\dfrac{x+1}{-x+1}+1}{-\dfrac{x+1}{-x+1}+1} = \dfrac{\dfrac{2}{-x+1}}{\dfrac{-2x}{-x+1}} = -\dfrac{1}{x}$

Fazendo: $-\dfrac{1}{x} = x \Rightarrow x^2 = -1$

Logo, não existe um valor de x tal que $x^2=-1$

c) $f(f(x)) = -\dfrac{1}{x}$

$f(f(f(f(x)))) = f(f(-1/x)) = -1/(-1/x) = x$

Logo, x = 2011.

3: Para encontrar a relação entre as funções, pode-se escrever:

$$f_1(x) = f_0(f_0(x)) = f_0\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}} = \frac{1-x}{-x} \Rightarrow f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = f_0\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{1}{1-\dfrac{x-1}{x}} \Rightarrow f_2(x) = x$$

$$f_3(x) = f_0(f_2(x)) = f_0(x) \Rightarrow f_3(x) = \frac{1}{1-x}$$

Daí pode-se concluir que:

$$f_{3n}(x) = f_0(x) = \frac{1}{1-x}$$

$$f_{3n+1}(x) = f_1(x) = \frac{x-1}{x}$$

$$f_{3n+2}(x) = f_2(x) = x$$

Assim, como 2016 é múltiplo de 3, tem-se:

$$f_{2016}(2016) = \frac{1}{1-2016} \Rightarrow f_{2016}(2016) = -\frac{1}{2015}$$

4: [B]

Do gráfico, temos:

A reta que representa a função $g(x)$ pode ser representada por:

$$y = ax,\ a>0$$

A reta que representa a função $f(x)$ pode ser representada por:

$$y-0=b(x-4),\ b<0$$

$$y=bx-4b,\ b<0$$

Então,

$$f(x)\cdot g(x)=(b\,x-4b)\cdot ax$$

$$f(x)\cdot g(x)=abx^2-4abx$$

$$f(x)\cdot g(x)=abx\cdot(x-4),\ ab<0$$

As raízes de $f(x)\cdot g(x)=0$ são $x = 0$ e $x = 4$.

Daí,

Portanto, $f(x) \cdot g(x) > 0$ para $0 < x < 4$.

$S=\{x\in \mathbb{R}: 0<x<4\}$

5: 01 + 02 + 04 + 08 = 15.

Lembrando que uma função está bem definida quando são conhecidos seu domínio, contradomínio e a lei de associação, vamos supor que A seja o maior subconjunto dos números reais para o qual f existe.

Suponhamos ainda que o conjunto universo das soluções da inequação $(x\text{-}1)(x^2\text{-}5x+6)<0$ seja o conjunto dos números reais.

Tem-se que

$$\frac{x^2-2x-3}{x+9} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-3)}{x+9} \geq 0$$
$$\Leftrightarrow -9 < x \leq -1 \text{ ou } x \geq 3.$$

Logo, vem $A=]-9,\ -1]\cup[3,\ +\infty[$.

Por outro lado, encontramos

$$(x-1)(x^2-5x+6) < 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x-3) < 0$$
$$\Leftrightarrow x < 1 \text{ ou } 2 < x < 3.$$

Em consequência, vem $B=]-\infty,\ 1[\cup]2,\ 3[$.

[01] Verdadeira. De fato, pois $A\cap B=]-9,\ -1]$.

[02] Verdadeira. Com efeito, pois $A\text{-}B=[3,\ +\infty[$.

[04] Verdadeira. De fato, pois $A\cup B=]-\infty,\ 1[\cup]2,\ +\infty[$.

[08] Verdadeira.

Com efeito, pois $B\text{-}A=]-\infty,\ -9]\cup]-1,\ 1[\cup]2,\ 3[$.

[16] Falsa. Basta observar, por exemplo, que $3\in A$ e $3\notin B$.

6: [D]

Calculando:

$$f(x) = \sqrt{x\cdot(x-k)+1}$$
$$x\cdot(x-k)+1 \geq 0 \Rightarrow x^2-xk+1=0$$

$$\Delta = k^2-4 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq k \leq 2$$

7: a) Para encontrar os pontos de interseção dos gráficos de f e g basta resolvermos a equação $f(x)=g(x)$.

De $f(x) = x^2\text{-}13x+36$, $g(x) = \text{-}2x+12$ e $f(x) = g(x)$,

$x^2\text{-}\ 13x+36 = \text{-}2x+12$

$x^2\text{-}11x+24=0$

Resolvendo a equação acima,

$x=3$ ou $x=8$

De $x=3$,

$g(3)=\text{-}2\cdot3+12$

$g(3)=6$

De $x=8$,

$g(8)=\text{-}2\cdot8+12$

$g(8)=\text{-}4$

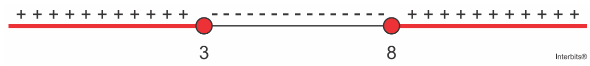
Logo, os pontos de interseção dos gráficos das funções são (3, 6) e (8, -4).

b) De $f(x) \geq g(x)$,

$x^2\ \text{-}\ 13x+36 \geq \text{-}2x+12$

$x^2\text{-}11x+24 \geq 0$

$(x\text{-}3)\cdot(x\text{-}8) \geq 0$



$x \leq 3$ ou $x \geq 8$

c) De $f(x) = x^2\text{-}13x+36$,

$f(x+1)=(x+1)^2\text{-}13\cdot(x+1)+36$

$f(x+1)=x^2+2x+1\text{-}13x\text{-}13+36$

$f(x+1)=x^2\text{-}11x+24$

De $g(x)=\text{-}2x+12$,

$g(x\text{-}2)=\text{-}2\cdot(x\text{-}2)+12$

$g(x\text{-}2)=\text{-}2x+4+12$

$g(x\text{-}2)=\text{-}2x+16$

Então,

$x^2\text{-}11x+24=\text{-}2x+16$

$x^2\text{-}9x+8=0$

Resolvendo a equação acima,

$x=1$ ou $x=8$

8: [B]

De $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = \frac{x}{2x^2-5x+2}$,

$$f\circ g = f(g(x)) = \sqrt{\frac{x}{2x^2-5x+2}}.$$

Logo,

$$\frac{x}{2x^2-5x+2} \geq 0 \quad (i)$$
$$2x^2-5x+2 \neq 0 \quad (ii)$$

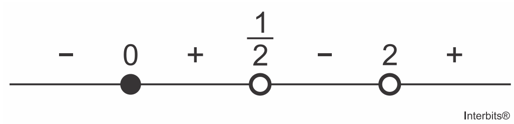
As raízes de $2x^2\text{-}5x+2=0$ são $x=2$ e $x=\frac{1}{2}$.

De (ii),

$$x \neq 2 \text{ e } x \neq \frac{1}{2}.$$

De (i),

$$\frac{x}{(x-2)\cdot(2x-1)} \geq 0$$



Então, $0 \leq x < \frac{1}{2} \vee x > 2.$

9: [D]

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 14}{x} > 3 \\ x \leq 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2 - 5x - 14}{x} < 0 \\ x \leq 12 \end{cases}$$

Resolvendo e fazendo os diagramas de sinais, temos: $\begin{cases} x > 7 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$

Logo,

$$\left\{ \begin{matrix} \&7 < x \leq 12 \\ \&-2 < x < 0 \end{matrix} \right) \; Inteiros \rightarrow S = \{-1,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12\} \rightarrow k = 6$$

10: [D]

Resolvendo a primeira desigualdade, obtemos

$$3x + 1 < -x + 3 \leq -2x + 5 \Leftrightarrow \left| \begin{matrix} 3x + 1 < -x + 3 \\ -x + 3 \leq -2x + 5 \end{matrix} \right.$$
$$\Leftrightarrow \left| \begin{matrix} x < \frac{1}{2} \\ x \leq 2 \end{matrix} \right.$$
$$\Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$$

O conjunto de valores de x que satisfaz a segunda é

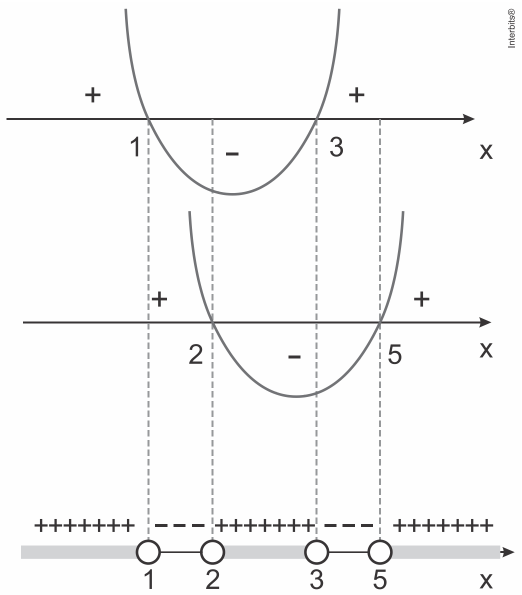
$$\frac{4x - 1}{x - 2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x + \frac{1}{3}}{x - 2} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x < 2.$$

Portanto, o conjunto de valores de x que satisfaz simultaneamente as desigualdades I e II é igual a

$$\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[.$$

11: [B]

Fazendo o estudo do sinal de cada uma das funções e depois o sinal do quociente entre elas, temos:



Portanto a solução da inequação quociente será dada por:

$$S = \{x \in \mathbb{R} | x < 1 \text{ ou } 2 < x < 3 \text{ ou } x > 5\}.$$

12: a) Sendo $a > 0$, temos

$$f(x)g(x) > 0 \Leftrightarrow a(x + 3)\left(x - \frac{9}{2}\right) < 0$$
$$\Leftrightarrow -3 < x < \frac{9}{2}.$$

Portanto, segue que $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ou seja, a inequação possui 7 soluções inteiras.

b) Tem-se que

$$f(g(x)) = ag(x) + 3a = a(9 - 2x) + 3a = -2ax + 12a$$

e

$$g(f(x)) = 9 - 2f(x) = 9 - 2(ax + 3a) = -2ax - 6a + 9.$$

Logo, vem

$$f\big(g(x)\big) = g\big(f(x)\big) \Leftrightarrow -2ax + 12a = -2ax - 6a + 9$$
$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

13: a) Sofia gastaria $\frac{30}{600} \cdot 12 = R\$\ 0{,}60,$ ou seja, sessenta centavos de reais, em cada lavagem com o sabão C.

b) Se n = 1, o gasto por lavagem com o sabão D é igual a $\frac{100}{3000} \cdot 24 = R\$\ 0{,}80.$

O valor de n, com 1<n≤10 para que Sofia gaste menos reais com o sabão D do que com o sabão C em cada lavagem de roupas, deve ser tal que

$$\frac{100}{3000} \cdot 24 \cdot \left(1 - \frac{3n}{100}\right) < \frac{6}{10} \Leftrightarrow n > \frac{25}{3} = 8{,}333\ \ldots,$$

ou seja, o valor mínimo de n é 9

c) Como 11·24·0,7 = R$ 184,80, tem-se que n<11. Desse modo, o número de vasilhames do sabão D, que Sofia pode comprar com 128 reais, é tal que

$$n \cdot 24 \cdot \left(1 - \frac{3n}{100}\right) \leq 128 \Leftrightarrow 1 < n \leq \frac{20}{3}.$$

Em consequência, o resultado pedido é n =6.

14: [A]

$$\frac{(2x^2 - 8) \cdot (x^2 + x - 6)}{x^2 + 2x - 3} \geq 0$$

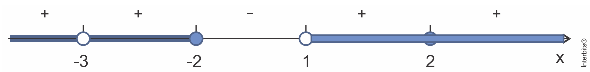
Condição de existência: $x^2+2x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$ ou $x \neq 1$

Raízes:

$2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -2$

$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \quad \text{ou} \quad x = 2$

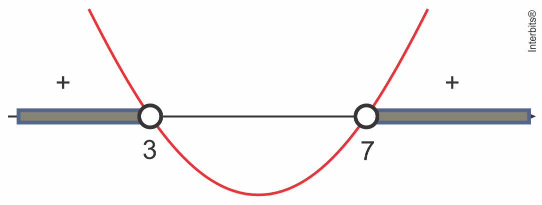
Estudo do sinal de $\dfrac{(2x^2-8)\cdot(x^2+x-6)}{x^2+2x-3}$.



$D = \{x \in \mathbb{R} | x > 1; x \leq -2 \ e \ x \neq -3\}$

15: **a)** $x^2 - 7x + 15 > 3(x-2) \Rightarrow$

$x^2 - 10x + 21 > 0 \Rightarrow x < 3 \quad ou \quad x > 7.$

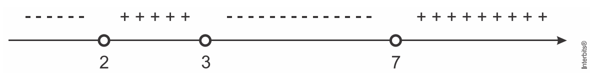


Resposta: $\{x \in \mathbb{R} | x < 3 \quad ou \quad x > 7\}.$

b) $\dfrac{x^2-7x+15}{x-2} > 3 \Rightarrow \dfrac{x^2-7x+15-3\cdot(x-2)}{x-2} > 0$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-10x+21}{x-2} > 0$

Fazendo o estudo de sinal da função produto, temos:



Resposta: $\{x \in \mathbb{R} | 2 < x < 3 \quad ou \quad x > 7\}.$

16: [B] Sendo n um número inteiro, temos

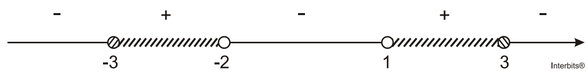
$$\frac{2n}{3n+15} < \frac{7}{13} \Leftrightarrow \frac{2n}{3(n+5)} - \frac{7}{13} < 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{26n - 21(n+5)}{39(n+5)} < 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{5(n-21)}{39(n+5)} < 0$$
$$\Leftrightarrow -5 < n < 21.$$

Portanto, a quantidade de números racionais da forma $\frac{2n}{3n+15}$, que são estritamente menores do que $\frac{7}{13}$, é igual a 21-(-5)-1=25.

17: [B]. O domínio da função será a solução da seguinte inequação $\dfrac{9-x^2}{x^2+x-2} \geq 0.$

De $\begin{array}{l} 9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = 3 \ ou \ x = -3 \\ x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \ ou \ x = 1 \end{array}$

Estudando o sinal de $\dfrac{9-x^2}{x^2+x-2}$ temos:



Resolvendo a inequação, temos:

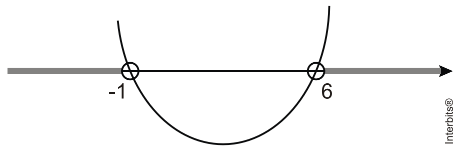
$S = \{x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < -2 \quad ou \quad 1 < x \leq 3\}$

18:

a) $f(x) > g(x) \Leftrightarrow x - 14 > -x^2 + 6x - 8$
$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 > 0$

Resolvendo a inequação, temos:

$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \ ou \ x > 6\}$



b) $k \geq g(x) - f(x)$

$k \geq -x^2 + 6x - 8 - (x - 14)$

$k \geq -x^2 + 5x + 6$

Concluímos que o k é o valor máximo da função g(x) – f(x)

Logo, $k = -\dfrac{\Delta}{4.a} = -\dfrac{49}{4.(-1)} = \dfrac{49}{4}$.

19:

a) $\dfrac{1}{x^2-8x+15} < 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 < 0$
$\Rightarrow 3 < x < 15.$

b) $\dfrac{1}{x^2-8x+15} < \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{1}{x^2-8x+15} - \dfrac{1}{3} < 0$

$\Rightarrow \dfrac{-x^2+8x-12}{3\cdot(x^2-8x+15)} < 0 \Rightarrow (-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$

20:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (2-m).f(x) > 0 \\ x_V = \dfrac{-2m}{2.(2-m)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8.(m^2-2) > 0 \\ 4 - m^2 > 0 \\ \dfrac{m}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{2} \ ou \ m < -\sqrt{2} \\ -2 < m < 2 \\ m < 0 \ ou \ m > 2 \end{cases}$$

Resolvendo, temos $-2 < m < -\sqrt{2}$.