Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Colocar em ordem crescente é colocar primeiro o menor número, e depois ir colocando os maiores em ordem de crescimento. Os menores números com certeza serão os negativos, e um jeito de saber quais serão os menores é aproximar seus valores:

$$-\frac{3}{2} = -1,5$$
$$-\frac{2}{3} = -0,6666...$$
$$-\frac{7}{8} = -0,875$$
$$-\frac{1}{4} = -0,25$$

Os valores são negativos, portanto, os que tiverem maior módulo serão os menores, e vamos usar o sinal de < para indicar que o termo anterior é menor que o a direita dele:

$$-\frac{3}{2} < -\frac{7}{8} < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{4}$$

Agora, para os números positivos podemos usar alguns macetes. Nós temos as frações 5/9 e 7/9, com certeza a segunda é maior, já que o numerador é maior. Além disso, podemos comparar as frações 7/9 e 7/8, e sabemos que a segunda é maior porque seu denominador é menor (estamos dividindo por um número menor, logo o resultado é maior). Com isso já concluímos que:

$$\frac{5}{9} < \frac{7}{9} < \frac{7}{8}$$

Agora só ficou faltando colocar o 4/5. Esta fração pode ser escrita na forma decimal como 0,8, e vamos precisar aproximar também os valores das frações que já colocamos na ordem. Pelo menos isso não vai ser complicado, já que tem um padrão ao dividir um número por 9:

$$\frac{5}{9} = 0,5555...$$
$$\frac{7}{9} = 0,7777...$$

E só fica faltando descobrir:

$$\frac{7}{8} = 0,875$$

E 0,8 é menor que 0,875, mas é maior que 0,7777... e vamos montar nossa ordem crescente do seguinte modo:

$$\frac{5}{9} < \frac{7}{9} < \frac{4}{5} < \frac{7}{8}$$

Para fechar, é só colocar os negativos, e com certeza todos os negativos são menores que todos os positivos:

$$-\frac{3}{2} < -\frac{7}{8} < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{4} < \frac{5}{9} < \frac{7}{9} < \frac{4}{5} < \frac{7}{8}$$

Exercício 02 ====================================

Todos os três números são frações nas quais não há qualquer fator comum entre o numerador e o denominador, e no denominador sempre tem múltiplos de 11, que é um número que gera dízimas quando se divide por ele (só tem dois números primos que não geram dízima quando se divide por eles: o 2 e o 5). Portanto, necessariamente as 3 frações geram dízima.

Com isso, ficamos na dúvida entre as Letras A e B, mas para descobrir isso é só aproximar a fração 1/11. Com um pouquinho de divisão vamos ver que vai ser um número decimal da seguinte forma:

$$\frac{1}{11} = 0,090909...$$

Portanto, note que o período se repete a cada 2 dígitos. 2 é um número primo, mas não é múltiplo de 3, então ficamos com a **Letra D.**

Exercício 03 ====================================

Vamos primeiro aproximar as frações, para podermos analisar qual é a maior e qual é a menor:

$$\frac{3}{7} \cong 0,42$$
$$\frac{5}{6} = 0,8333...$$
$$\frac{4}{9} = 0,4444...$$
$$\frac{3}{5} = 0,6$$

Portanto a maior é 5/6 e a menor é 3/7, e a questão nos pede para dividir a menor pela maior:

$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{35}$$

E ficamos com a **Letra C.**

Exercício 04 ===================================

Para descobrir o total de clientes atendidos, precisamos descobrir quantos foram atendidos na terceira semana (os da primeira e segunda a gente já sabe: 3 e 15). O número de clientes atendidos na terceira semana é 7/5 do número da segunda, então temos:

$$\frac{7}{5}\times 15=\frac{7}{\cancel{5}}\times 3\times \cancel{5}=21$$

Agora que sabemos a quantidade de clientes atendidos em cada semana, basta somarmos tudo pra achar o total:

$$3+15+21=39$$

E ficamos com a **Letra D.**

Exercício 05 ===================================

Em vez de fazer a média desses 4 números grandes, a gente pode fazer a média entre 26, 25, 24 e 21, e depois só multiplicar o resultado por 1000:

$$\frac{26+25+24+21}{4}=\frac{96}{4}=24$$

Então a média entre os números originais será 24.000, **Letra B.**

Exercício 06 ===================================

Primeiro vamos calcular, todo o valor consumido por Milena e Larissa, obtendo:

$$total\ gasto=2\cdot sanduíches=2\cdot sucos+1 fatia\ de\ torta$$
$$total\ gasto=2\cdot 7,70+2\cdot 3,60+4,40$$
$$total\ gasto=15,40+7,20+4,40$$
$$total\ gasto=27\ reais$$

Como cada uma pagou com uma nota de R$ 20, temos que o total pago foi de R$ 40, calculando o total de troco das amigas temos:

$$troco\ total=total\ pago-total\ gasto$$
$$troco\ total=40-27$$
$$troco\ total=13\ reais$$

Como o troco foi dado em moedas de R$ 0,25, temos que o total de moedas recebidas é:

$$total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{troco\ total}{valor\ da\ moeda}$$
$$total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{13}{0,25}$$
$$total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{13}{\frac{1}{4}}$$
$$total\ de\ moedas\ recebidas=13\cdot 4$$
$$total\ de\ moedas\ recebidas=56$$

Por fim, como cada amiga pagou em partes iguais temos que a quantidade de moedas que cada uma recebeu é a metade do total, obtendo cada uma:

$$moedas\ recebidas\ por\ cada\ amiga=\frac{total\ de\ moedas}{2}$$
$$moedas\ recebidas\ por\ cada\ amiga=\frac{56}{2}$$
$$moedas\ recebidas\ por\ cada\ amiga=26$$

Resposta: Letra B.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolver é calculando individualmente, como foram pedidos 2 sanduiches, 2 sucos e 1 fatia de torta, temos que cada uma comeu um sanduiche, 1 suco e meia fatia de torta, totalizando um gasto para cada uma das meninas de:

$$total\ gasto=1 sanduíche+1 suco+\frac{1}{2}\cdot fatia\ de\ torta$$
$$total\ gasto=7,70+3,60+\frac{1}{2}\cdot 4,40$$
$$total\ gasto=11,30+2,20$$
$$total\ gasto=13,50\ reais$$

Agora, calculando o troco para os R$ 20 de cada uma das meninas, obtemos:

$$troco=total\ pago-total\ gasto$$
$$troco=20-13,50$$
$$troco=6,50\ reais$$

Por fim, como o troco foi dado em moedas de R$ 0,25. O total de moedas que Milena e Larissa receberam foi de:

$$Total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{troco}{valor\ da\ moeda}$$
$$Total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{6,50}{0,25}$$
$$Total\ de\ moedas\ recebidas=\frac{6,50}{\frac{1}{4}}$$
$$Total\ de\ moedas\ recebidas=6,50\cdot 4$$
$$Total\ de\ moedas\ recebidas=26\ moedas$$

Resposta: Letra B.

Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 07 ===================================

Para calcularmos a nova média de altura das jogadoras, primeiro vamos calcular quanto é a soma das alturas de todas as jogadoras em quadra, obtendo:

$$\text{soma das alturas} = \text{média} \cdot \text{quntidade de jogadoras}$$
$$\text{soma das alturas} = 1,78 \cdot 6 \rightarrow \text{soma das alturas} = 1,78 \cdot (5+1)$$
$$\text{soma das alturas} = 8,90 + 1,76 \rightarrow \text{soma das alturas} = 10,66$$

Agora vamos calcular qual é soma das alturas das 5 jogadoras que continuam em quadra, obtendo:

$$\text{soma altura jog. em quadra} = \text{soma das alturas} - \text{jog. que saiu}$$
$$\text{soma altura jog. em quadra} = 8,90 + 1,78 - 1,72$$
$$\text{soma altura jog. em quadra} = 8,96$$

Calculando a soma das alturas das jogadoras, após a entrada da nova jogadora, obtemos:

$$\text{nova soma alt. das jog.} = \text{soma alt. jog. quadra} + \text{alt. nova jog.}$$
$$\text{nova soma alt. das jog.} = 8,96 + 1,84$$
$$\text{nova soma alt. das jog.} = 10,80$$

Por fim, calculando a nova média das jogadoras em quadra, temos:

$$\text{nova média} = \frac{\text{nova soma da altura das jogadoras}}{6}$$
$$\text{nova media} = \frac{10,8}{6} \rightarrow \text{nova media} = 1,80 \text{ metros}$$

Resposta: Letra B.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolvermos é utilizando uma das técnicas de cálculo mental que o Fredão e o Lobo passam para vocês que é a de "chutarem" um média e a partir dela fazerem ajustes, facilitando as contas.

Para essa questão a média que iremos "chutar" é a média dos jogadores em quadra que é de 1,78 metros e o ajuste será a diferença de altura entre a jogadora que entrou e a que saiu, nessa ordem, pois assim já teremos o sinal dessa diferença, dividido pelo total de jogadoras. Assim, calculando a nova média do time, obtemos:

$$\overline{m}\,\text{nova} = \overline{m}\,\text{antiga} + \left(\frac{\text{alt. jog. que entrou} - \text{alt. jog. que saiu}}{\text{quantidade de jogadoras em quadra}}\right)$$
$$\overline{m}\,\text{nova} = 1,78 + \left(\frac{1,84 - 1,72}{6}\right) \rightarrow \overline{m}\,\text{nova} = 1,78 + \left(\frac{0,12}{6}\right)$$
$$\overline{m}\,\text{nova} = 1,78 + 0,02 \rightarrow \overline{m}\,\text{nova} = 1,80 \text{ metros}$$

Resposta: Letra B.

Exercício 08 ===================================

Antes de resolvermos essa expressão por completo, vamos dividi-la em duas partes. Primeiros vamos resolver a expressão no denominador, obtendo:

$$\text{denominador} = -1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{1+1}}} \rightarrow \text{denominador} = -1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{denominador} = -1 + \frac{1}{1 + 1 \cdot \frac{2}{1}} \rightarrow \text{denominador} = -1 + \frac{1}{1+2}$$

$$\text{denominador} = -1 + \frac{1}{3} \rightarrow \text{denominador} = -\frac{3}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\text{denominador} = -\frac{2}{3}$$

Agora, resolvendo a expressão que se encontra no numerador, temos:

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}}}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{2}}}}$$

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 1 \cdot \frac{2}{3}}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}$$

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{3}{3} + \frac{2}{3}}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{3}}}$$

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + 1 \cdot \frac{3}{5}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{5}}$$

$$\text{numerador} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{5} + \frac{3}{5}} \rightarrow \text{numerador} = 1 + \frac{1}{\frac{8}{5}}$$

$$\text{numerador} = 1 + 1 \cdot \frac{5}{8} \rightarrow \text{numerador} = \frac{8}{8} + \frac{5}{8}$$

$$\text{numerador} = \frac{13}{8}$$

Por fim, resolvendo a expressão como um todo, obtemos que o resultado equivalente da expressão é:

$$\text{expressão} = \frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

$$expressão = \frac{\frac{13}{8}}{\frac{-2}{3}} \rightarrow expressão = \frac{13}{8} \cdot -\frac{3}{2}$$
$$expressão = -\frac{39}{8}$$

$$expressão = \frac{numerador}{denominador}$$
$$expressão = \frac{\frac{13}{8}}{\frac{-2}{3}} \rightarrow expressão = \frac{13}{8} \cdot -\frac{3}{2}$$
$$expressão = -\frac{39}{8}$$

Resposta: Letra C.

Exercício 09 ==================================

Primeiro vamos reescrever a expressão dada na questão, obtendo:

$$\left(\frac{1}{40}+1\right)\times\left(\frac{1}{41}+1\right)\times\left(\frac{1}{42}+1\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{68}+1\right)\times\left(\frac{1}{69}+1\right)$$
$$\left(\frac{1}{40}+\frac{40}{40}\right)\times\left(\frac{1}{41}+\frac{41}{41}\right)\times\left(\frac{1}{42}+\frac{42}{42}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{68}+\frac{68}{68}\right)\times\left(\frac{1}{69}+\frac{69}{69}\right)$$
$$\left(\frac{41}{40}\right)\times\left(\frac{42}{41}\right)\times\left(\frac{43}{42}\right)\times\ldots\times\left(\frac{69}{68}\right)\times\left(\frac{70}{69}\right)$$

Percebam que com a questão reescrita podemos fazer várias simplificações, obtendo como resultado da expressão:

$$\left(\frac{41}{40}\right)\times\left(\frac{42}{41}\right)\times\left(\frac{43}{42}\right)\times\ldots\times\left(\frac{69}{68}\right)\times\left(\frac{70}{69}\right)$$
$$\left(\frac{\cancel{41}}{40}\right)\times\left(\frac{\cancel{42}}{\cancel{41}}\right)\times\left(\frac{\cancel{43}}{\cancel{42}}\right)\times\ldots\times\left(\frac{\cancel{69}}{\cancel{68}}\right)\times\left(\frac{70}{\cancel{69}}\right)$$
$$\frac{70}{40}$$

Simplificando o resultado acima temos que a resposta é $\frac{7}{4}$.

Resposta: Letra C.

Exercício 10 ==================================

Primeiro, antes de acharmos a soma de cada um dos valores das somas das duas cartas para cada jogador, vamos descobrir o valor da dízima que cada jogador apresenta em sua 1ª carta (aqui um pequeno spoiler do que o Lobo e o Fredão falaram para vocês que é como se transforma uma dízima periódica em uma fração, a qual chamamos de fração geratriz), obtendo para cada uma das dízimas sua respectiva fração geratriz temos:

- Dízima 1ª carta Maria:

$$x = 1,333\ldots \Rightarrow 10x = 13,333\ldots$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 10x = 13,333\ldots \\ - \\ x = 1,333\ldots \end{cases}$$
$$\Rightarrow 9x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{9} \rightarrow x = \frac{3\cdot 4}{3\cdot 3}$$
$$\therefore x = \frac{4}{3}$$

- Dízima 1ª carta Selton:

$$x = 0,222\ldots \Rightarrow 10x = 2,222\ldots$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 10x = 2,222\ldots \\ - \\ x = 0,222\ldots \end{cases}$$
$$\Rightarrow 9x = 2$$
$$\therefore x = \frac{2}{9}$$

- Dízima 1ª carta Tadeu:

$$x = 1,111\ldots \Rightarrow 10x = 11,1111\ldots$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 10x = 11,111\ldots \\ - \\ x = 1,111\ldots \end{cases}$$
$$\Rightarrow 9x = 10$$
$$\therefore x = \frac{10}{9}$$

- Dízima 1ª carta Valentina:

$$x = 0,666\ldots \Rightarrow 10x = 6,666\ldots$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 10x = 6,666\ldots \\ - \\ x = 0,666\ldots \end{cases}$$
$$\Rightarrow 9x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{3\cdot 2}{3\cdot 3}$$
$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

Agora, calculando a soma das duas caratas de cada jogador com os seus respectivos valores, obtemos:

Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Soma das cartas de Maria:

$$\text{Soma cartas Maria} = 1{,}333... + \frac{4}{5} + 1{,}2 + \frac{7}{3}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = \frac{4}{3} + \frac{4}{5} + \frac{12}{10} + \frac{7}{3}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = \frac{4\cdot 10 + 4\cdot 6 + 12\cdot 3 + 7\cdot 10}{30}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = \frac{40 + 24 + 36 + 70}{30}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = \frac{170}{30}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = \frac{150}{30} + \frac{20}{30}$$
$$\text{Soma cartas Maria} = 5{,}66...$$

Soma das cartas de Selton:

$$\text{Soma cartas Selton} = 0{,}222... + \frac{1}{5} + 0{,}3 + \frac{1}{6}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = \frac{2}{9} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{6}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = \frac{2\cdot 10 + 1\cdot 18 + 3\cdot 9 + 1\cdot 15}{90}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = \frac{20 + 18 + 27 + 15}{90}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = \frac{20 + 45 + 15}{90}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = \frac{80}{90}$$
$$\text{Soma cartas Selton} = 0{,}888...$$

Soma das cartas de Tadeu:

$$\text{Soma cartas Tadeu} = 1{,}111... + \frac{3}{10} + 1{,}7 + \frac{8}{9}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{10}{9} + \frac{3}{10} + \frac{17}{10} + \frac{8}{9}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{10\cdot 10 + 3\cdot 9 + 17\cdot 9 + 8\cdot 10}{90}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{100 + 27 + 17\cdot(10-1) + 80}{90}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{100 + 27 + 170 - 17 + 80}{90}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{100 + 170 + 80 + 10}{90}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = \frac{270}{90} + \frac{90}{90}$$
$$\text{Soma cartas Tadeu} = 4$$

Soma das cartas de Valentina;

$$\text{Soma cartas Valentina} = 0{,}666... + \frac{7}{2} + 0{,}1 + \frac{1}{2}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = \frac{2}{3} + \frac{7}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = \frac{2\cdot 10 + 7\cdot 15 + 1\cdot 3 + 1\cdot 15}{30}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = \frac{20 + 7\cdot(10+5) + 3 + 15}{30}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = \frac{20 + 70 + 35 + 3 + 15}{30}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = \frac{90}{30} + \frac{53}{30}$$
$$\text{Soma cartas Valentina} = 4{,}433...$$

Assim, o jogador vencedor é Tadeu.

Resposta: Letra C.

Exercício 11 ===================================

Média Aritmética e Manipulação de Frações

Breves Comentários Iniciais:

Bom, antes de começarmos, gostaria de elencar alguns dos pontos que vamos abordar.

Nessa resolução, além do cálculo de volume requisitado, ou melhor, no desenvolvimento desse cálculo, teremos de calcular 3 multiplicações e 1 média aritmética.

E, vou mostrar algumas formas que temos de fazer isso de forma mais produtiva.

Pode-se dizer que são técnicas de cálculo mental, e, se vocês quiserem saber mais a respeito disso, fiquem de olho no Curso de Cálculo Mental do Mente.

Além disso, a questão aborda o conceito de Média Aritmética. Como ela mostra a fórmula, e, conhecimentos prévios sobre o tópico não são requisitados ou necessários, vou apenas revisar com um exemplo e a fórmula geral:

A média aritmética de 10 e 30, será o seguinte:

$$M = \frac{10 + 30}{2}$$

A média aritmética de forma geral, então, é:

$$M = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$$

Resolução:

i) Vamos estruturar o cálculo do Volume

A questão nos fornece a seguinte fórmula para o Volume:

$$V_{areia} = \left(\frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5}{5}\right)\cdot L \cdot C$$

E, além disso, ela nos diz que essa coisa gigante aí no meio é a média aritmética das 5 alturas. Então, podemos escrever que:

$$A_{média} = \left(\frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5}{5}\right)$$

E, sendo assim, podemos reescrever o Volume de forma mais limpa:

$$V_{areia} = A_{média} \cdot L \cdot C$$

Que é o seguinte: O Volume será o equivalente à Altura média, vezes a Largura, vezes o Comprimento da caçamba.

Basicamente, o que a questão quer nos contar, é que esse volume aproximado está sendo calculado considerando a carga de areia um paralelepípedo com essa altura no ponto da média aritmética.

ii) Agora, escrevendo o que já sabemos sobre o Volume

Já temos o seguinte, do enunciado:

$$V_{areia} = A_{média} \cdot L \cdot C \rightarrow V_{areia} = A_{média} \cdot (2,4) \cdot 5$$

E, agora, entram os primeiros momentos de se fazer um cálculo eficiente.

Na verdade, para mim já se tornou natural que (2,4).5 é 12, pela facilidade que vocês verão a seguir.

Temos 2 maneiras principais de se fazer essa multiplicação:

Forma 1:

$$(2,4) \cdot 5 = (2 + 0,4) \cdot 5$$

$$(2,4) \cdot 5 = 2 \cdot 5 + (0,4) \cdot 5$$

$$(2,4) \cdot 5 = 10 + 2$$

$$(2,4) \cdot 5 = 12$$

Forma 2:

$$(2,4) \cdot 5 = (2,4) \cdot \frac{10}{2}$$

$$(2,4) \cdot 5 = \frac{24}{2}$$

$$(2,4) \cdot 5 = 12$$

A segunda forma é, em geral a que mais uso nas multiplicações por 5. Mas, nesse caso que é mais simples, a primeira também se encaixa bem.

No entanto, ambas são melhores do que fazer a continha da maneira tradicional.

Ou seja, temos a seguinte equação:

$$V_{areia} = 12 \cdot A_{média}$$

iii) A estratégia por trás de termos feito isso antes da Média Aritmética

Agora, sabemos que nosso resultado deve ser 12 vezes algo.

Então, em primeiro lugar, temos a certeza de que nosso resultado será par.

Em segundo lugar, sabemos que a última unidade do nosso resultado deve ser 2 vezes o algarismo das unidades da Média Aritmética.

Vocês verão como isso vai nos ajudar a encontrar o gabarito correto.

iv) Calculando a Média Aritmética

$$A_{média} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5}{5}$$

$$A_{média} = \frac{0,8 + 0,8 + 0,7 + 0,9 + 1,2}{5}$$

$$A_{média} = \frac{0,8 + 0,8 + 0,8 + 0,8 + 1,2}{5}$$

$$A_{média} = \frac{4 \cdot (0,8) + 0,8 + 0,4}{5}$$

$$A_{média} = \frac{5 \cdot (0,8) + 0,4}{5}$$

$$A_{média} = \frac{5 \cdot (0,8)}{5} + \frac{0,4}{5}$$

$$A_{média} = 0,8 + \frac{0,8}{10}$$

$$A_{média} = 0,8 + 0,08 = 0,88$$

E prontinho, temos já a nossa resposta sendo a Letra d.

v) "Nossa, mas como você já sabe que a resposta é Letra D?"

Pelo seguinte:

$$V_{areia} = 12 \cdot A_{média} \rightarrow V_{areia} = 12 \cdot (0,88)$$

E, como dissemos em iii sabemos que o valor do algarismo das unidades dessa multiplicação será 2.8 (multiplicação das unidades), que resulta em 16.

Ou seja, sabemos que essa multiplicação deixa 6 como algarismo das unidades, e, a única alternativa com essa possibilidade é a Letra d.

Só para ficar mais visual, veja por que isso ocorre:

$$\begin{array}{r} 0,88 \\ \times\ 12 \\ \hline 176 \\ +\ 880 \\ \hline 10,56 \end{array}$$

Bom, minha letra é feia, mas é por causa da parte grifada de vermelho que sabemos que a resposta é Letra d.

Resposta: Letra D

Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 12 ====================================

Manipulação de Frações

Resolução:

i) Entendendo a hierarquia de informações

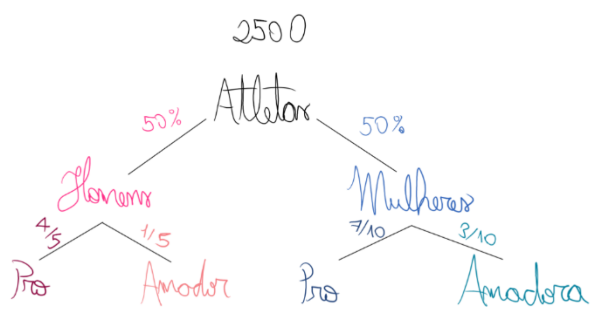
Apesar de o título desse tópico ser chique, na verdade ele é bem simples, talvez seja algo que vocês até já fizeram sem perceber.

Qual o dado queremos descobrir: o número de atletas.

Agora, dentro desses atletas, qual a maior subdivisão feita pela questão: homens e mulheres.

E, dentro da subdivisão de homens e mulheres, quais outras repartições foram feitas para cada uma delas: profissionais e amadores.

Então, temos o seguinte desenho de hierarquia:



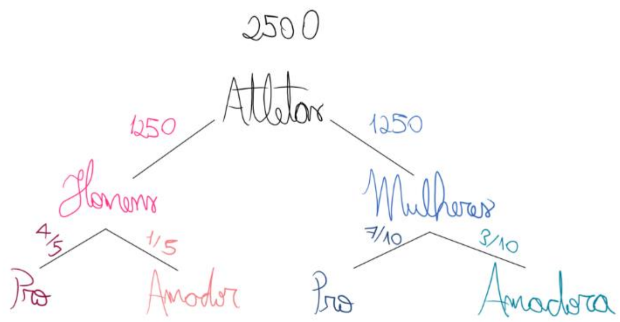
E, esse desenho se refere à quantidade total de atletas homens e mulheres profissionais e amadores inscritos.

ii) Calculando a quantidade de homens e mulheres

Como temos um valor de 50%, podemos afirmar que temos:

- 1250 homens inscritos
- 1250 mulheres inscritas

O que nos leva a:



iii) Calculando o próximo nível na ordem de valores

Agora, vamos calcular dentro de Homens e Mulheres, a quantidade de atletas profissionais e amadores.

Nos Homens:

- Amadores:

$$A_{homem} = \frac{1}{5} \cdot (1250)$$

$$A_{homem} = 250$$

- Profissionais:

$$P_{homem} = 1250 - 250$$

$$P_{homem} = 1000$$

Nas Mulheres:

- Amadoras:

$$A_{mulheres} = \frac{3}{10} \cdot 1250$$

$$A_{mulheres} = 3 \cdot 125$$

$$A_{mulheres} = 375$$

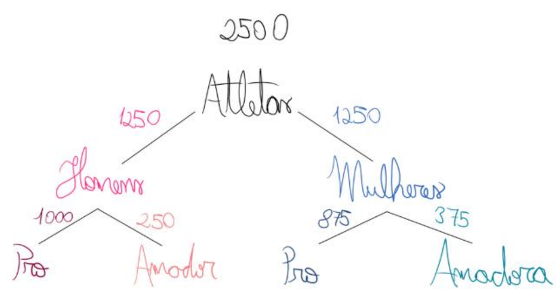
- Profissionais:

$$P_{mulheres} = 1250 - 375$$

$$P_{mulheres} = 1000 - 125$$

$$P_{mulheres} = 875$$

Então, finalmente, temos a seguinte relação completa:



iv) Legal, agora que isso foi resolvido, vamos para a Maratona

O que acabamos de fazer foi determinar todas as informações sobre a População de Análise e organizá-la de forma coerente.

Agora, devemos calcular a quantidade de atletas na maratona.

Para isso, a questão nos diz que:

- 1/4 dos homens profissionais foram selecionados
- 3/25 dos homens amadores foram selecionados
- 9/35 das mulheres profissionais foram selecionadas
- 13/75 das mulheres amadoras foram selecionadas

Então, agora devemos simplesmente somar esses valores.

Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

E, vamos torcer para esses cálculos não serem tão difíceis quanto parecem (spoiler: não serão hehe).

$$Q_{maratona} = \frac{1}{4}\cdot 1000 + \frac{3}{25}\cdot 250 + \frac{9}{35}\cdot 875 + \frac{13}{75}\cdot 375$$

$$Q_{maratona} = 250 + 3\cdot 10 + \frac{9}{35}\cdot\frac{7}{10}\cdot 1250 + 13\cdot 5$$

$$Q_{maratona} = 250 + 30 + \frac{9}{5}\cdot 125 + 65$$

$$Q_{maratona} = 280 + 25\cdot 9 + 65$$

$$Q_{maratona} = 280 + 25\cdot(10-1) + 65$$

$$Q_{maratona} = 280 + 250 - 25 + 65$$

$$Q_{maratona} = 530 + 40 = 570$$

Resposta: Letra D

Observação:

Se vocês perceberem, na fração correspondente às mulheres profissionais selecionadas, eu, na verdade, voltei a quantidade para a forma de fração, porque fica mais fácil de trabalhar e cancelar as frações.

Então, quando eu fui resolver aqui para estruturar a resolução, eu fiz todas as frações dessa forma.

Acabei conseguindo cancelar vários fatores.

Então, se vocês fizeram assim, ou também, se não fizeram, é uma forma alternativa, que acabei optando por trocar por essa que utilizei na resolução, pois esta utilizada me pareceu mais didática e um pouco menos confusa.

Exercício 13 ====================================

Análise de Ciclos e Padrões Repetitivos

Comentários Iniciais e Revisão de Conceitos:

Quando vocês veem uma questão dessa, é automático perceber que a gente tem que encontrar algum tipo de ciclo ou padrão repetitivo.

Afinal, isso não é uma informação que trazemos decorada, então, tem de ser razoavelmente óbvio o tipo de rumo que devemos tomar.

Isso é muito típico em questões sobre diversos assuntos. Então, vou citar alguns padrões muito citados em questões:

- Potências de 2

  $2^1 = 2$

  $2^2 = 4$

  $2^3 = 8$

  $2^4 = 16$

  $2^5 = 32$

  $2^6 = 64$

  $2^7 = 128$

  $2^8 = 256$

  E, temos esse padrão de 4 em 4 em relação ao último dígito (coloridos de forma relacional).

- Potências do número imaginário

  $I^1 = i$

  $I^2 = -1$

  $I^3 = -i$

  $I^4 = 1$

  $I^5 = i$

  $I^6 = -1$

  $I^7 = -i$

  $I^8 = 1$

  E, temos esse padrão também de 4 em 4, em relação ao valor final (coloridos de forma relacional).

Então, quando vier uma questão nesse formato, já pensem que provavelmente devemos fazer alguns cálculos e achar o padrão.

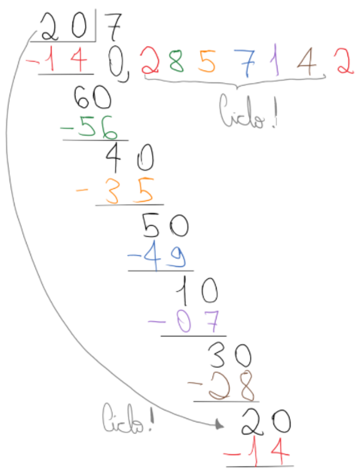
Resolução:

Bom, como havia dito nos Comentários, não faço ideia da resposta.

Então, qual ação além de efetuar esta divisão podemos tomar haha?

Vamos lá, fazer a divisão manualmente, em busca do padrão:

i) Fazendo a divisão



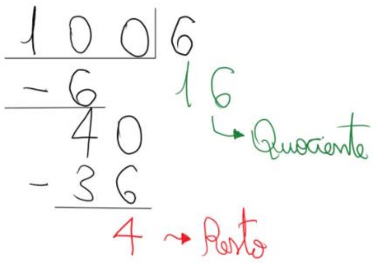
Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Eba!!!

Encontramos um ciclo que se repete a cada 6 casas depois da vírgula.

ii) Encontrando o algarismo que ocupa a posição 100 depois da vírgula

Bom, vamos ver quantas vezes o ciclo se repete:



Ou seja, o ciclo se repete 16 vezes.

E, o algarismo número 100 terá o valor da 4ª posição da nossa unidade de repetição.

Lembrando que a unidade de repetição é:

2 8 5 7 1 4

Assim, podemos afirmar que a resposta será 7.

Resposta: Letra D

Exercício 14 ====================================

Frações e Dízimas Periódicas

Comentários Iniciais:

Bom, antes de começarmos, vamos fazer um exemplo mais demonstrativo de como seria uma questão similar a essa. Quero mostrar uma propriedade interessante.

Vamos pegar 0,333333.... e o decimal de representação finita 0,3.

Ao fazermos:

0,3333... – 0,3 = 0,0333...

É a mesma coisa que:

$$\frac{1}{3} - 0{,}3 = \frac{1}{3 \cdot 10}$$

$$\frac{1}{3} - 0{,}3 = \frac{1}{30}$$

Ou seja, quando fazemos isso, a fração correspondente à dízima periódica continua existindo. A única coisa que muda é uma potência de 1/10.

Essa potência de 1/10 é correspondente à quantidade de casas do decimal de representação finita que utilizaremos para subtrair.

Tá, mas, por que isso pode me ajudar?

Porque então, basta utilizar qualquer quantidade de casas no decimal de representação finita e aplicar a potência de 10 determinada.

Caso não tenham entendido com esse exemplo, acredito que vai ficar claro na resolução.

Resolução:

i) Qual dízima periódica corresponde ao 0,4444…?

É legal saber que 1/9 = 0,1111….

Sabendo isso, sai diretamente que a fração corresponde a 0,4444…. é a 4/9.

Mas, para mostrar isso, temos de aplicar uma propriedade que será melhor explicada em próximos capítulos. Mas, aqui vai ela.

Considerando x = 0,4444…., temos:

$$100x - 10x = 44{,}444 - 4{,}444$$

$$100x - 10x = 40$$

$$90x = 40$$

$$x = \frac{4}{9}$$

ii) Vamos fazer a diferença requisitada

$$0{,}4444... - 0{,}4 = 0{,}0444...$$

$$\frac{4}{9} - 0{,}4 = \frac{4}{9 \cdot 10}$$

Mas, como havia dito, temos de colocar a quantidade correspondente da potência de 10. Teremos, então, considerando a quantidade de casas = 10, como dito pelo enunciado, temos:

$$0{,}4444... - 0{,}4_{10} = \frac{4}{9 \cdot 10^{10}}$$

iii) Calculando a raiz quadrada dessa diferença

$$\sqrt{\left(\frac{4}{9 \cdot 10^{10}}\right)} = \frac{2}{3 \cdot 10^{5}}$$

Agora, como a questão pede no formato 1 dividido por algo, vamos dividir essa fração por 2 em cima e em baixo.

$$\frac{2}{3 \cdot 10^{5}} = \frac{1}{1{,}5 \cdot 10^{5}}$$

$$\text{Diferença} = \frac{1}{150.000}$$

Resposta: Letra C

Resolução – Matemática Básica
S04.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 15 ====================================

Equações e Operações (Situações-Problema)

Comentários Iniciais:

Para resolver essa questão se dá melhor quem usa Facebook haha. Ela é bem a carinha daqueles desafios que rodam essa rede social.

Enfim, mas qual a implicância disso e como fazemos a resolução?

Bom, basta estruturar direitinho os cálculos, que a resolução vai ser só resolver operações, chamamos esse modelo de "situações-problema". E, quem não gosta de resolver um probleminha?

Vamos estruturar a Resolução por etapas de forma mais direta, ficando um pouquinho diferente do meu modelo tradicional que vocês já estão acostumados.

Resolução:

1. O homem sai de casa com uma quantia de dinheiro Q = x.

2. O homem recebe 20 reais, portanto o valor atual em seu bolso é Q = x + 20 reais.

3. O homem gasta metade do que possui. Dessa forma ele fica com Q.

$$Q = \frac{x+20}{2}$$

4. Agora, ele desembolsa mais 10 reais. Ficando com Q:

$$Q = \frac{x+20}{2} - 10$$

5. Gasta novamente metade. Então, vai ficar com:

$$Q = \frac{\frac{x+20}{2} - 10}{2}$$

6. De novo, mais 10 reais de estacionamento, resultando em:

$$Q = \frac{\frac{x+20}{2} - 10}{2} - 10$$

7. Ao chegar em casa, percebe que Q = 50, portanto:

$$Q = 50$$

$$\frac{\frac{x+20}{2} - 10}{2} - 10 = 50$$

Resolvendo:

$$\frac{\frac{x+20}{2} - 10}{2} = 60$$

$$\frac{x+20}{2} - 10 = 120$$

$$\frac{x+20}{2} = 130$$

$$x + 20 = 260$$

$$x = 240$$

Resposta: Letra E