Aula 07

EXPONENCIAL E LOGARITMO

EsPCEx - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução 3

2 – Função Exponencial 3

2.1 – Gráficos 3

3 – Equações e Inequações Exponenciais 8

3.1 – Equação Exponencial 8

3.2 – Inequação Exponencial 9

4 – Logaritmo 13

4.1 – Definição de Logaritmo 13

4.2 – Consequências da Definição 15

4.3 – Propriedades dos Logaritmos 15

4.4 – Equações Logarítmicas 16

5 – Função Logarítmica 18

5.1 – Introdução 18

5.2 –Gráficos 19

6 – Lista de Questões 24

7 – Questões Comentadas 59

1 – Introdução

A Função Exponencial é uma das funções mais importantes da nossa querida Matemática.

Para sua prova, reconhecer uma função exponencial é muito importante, pois são a partir delas que entendemos a comportamento de uma potência! Já adiantando, sabendo bem a função exponencial, bem como as equações e inequações, a parte de logaritmos será bem mais tranquila. Verás mais a frente que é verdade o que digo, rsrsrs!

Acredito que esse tema será objeto de prova. Então, não dê mole!! Vamos à luta!

Farei outro pdf com tópicos a mais e tópicos de aprofundamento. Em breve estará disponível.

2 – Função Exponencial

Considere uma função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=a^x$, com $a>0$ e $a\neq 1$. Tal função é denominada **Função Exponencial**. Em outras palaras, função exponencial é toda é toda função em que a variável está presente no expoente.

Exemplo:

1º) $f(x)=3^x$

2º) $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

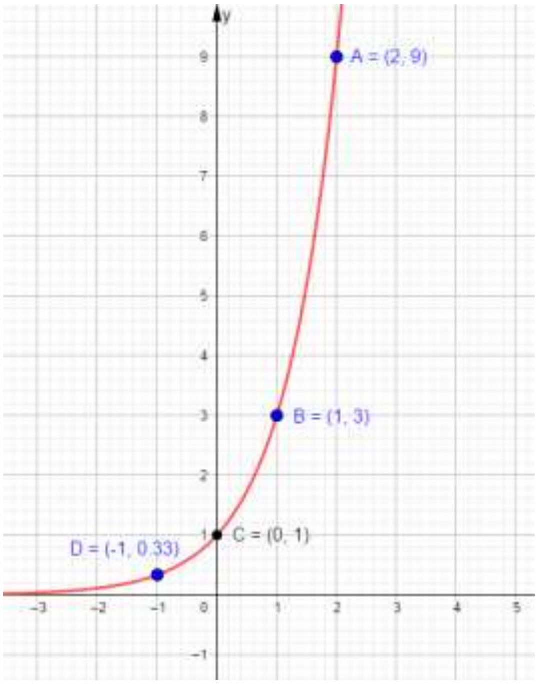
3º) $f(x)=0,78^x$

4º) $f(x)=2,23^x$

2.1 – Gráficos

Considere a função $y=3^x$. Vamos atribuir alguns valores à variável, calcular a imagem correspondente e construir o gráfico. Assim, temos:

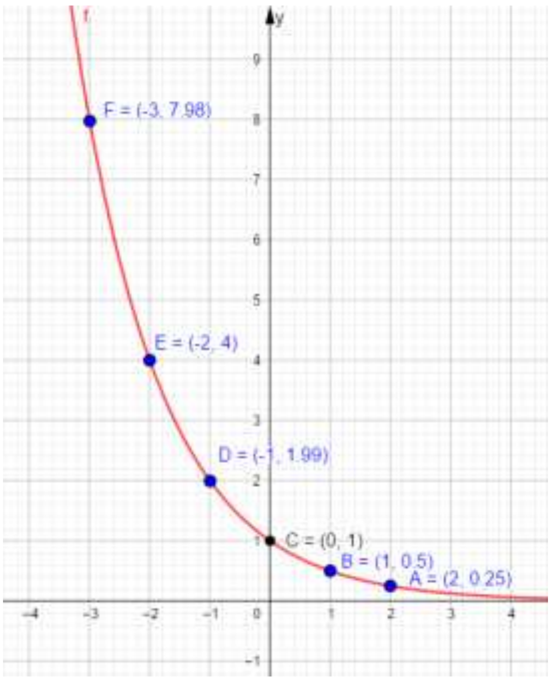
x	$y = 3^x$
-2	$\frac{1}{9}$
-1	$\frac{1}{3}$
0	1
1	3
2	9
3	27



Do mesmo modo, vamos obter o gráfico da função:

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

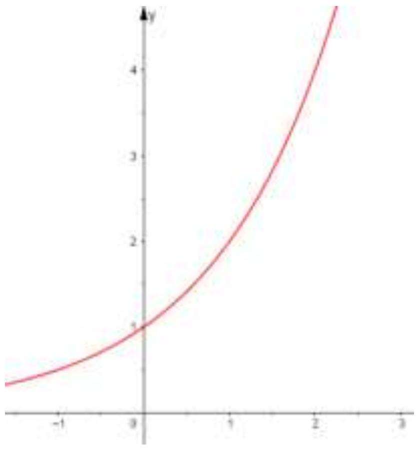
x	$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{8}$



De modo geral, há dois tipos de gráfico para a função $f(x) = a^x$. Vamos a eles!

- Se $a > 1$, então a função $f(x) = a^x$ é crescente. Sendo crescente, implica em dizer que: se o expoente aumenta a função assume um valor maior, ou, por outro lado, se o expoente diminui, a função assume um valor menor.

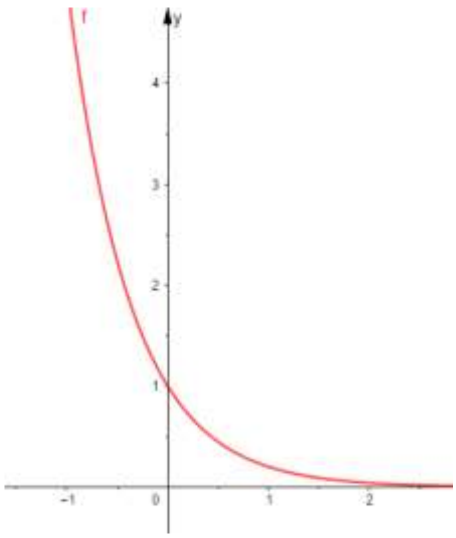
Exemplo: $f(x) = 2^x$



- II) Se $0 < a < 1$, então a função $f(x) = a^x$, é **decrescente.** Sendo decrescente, implica em dizer que: se o expoente aumenta a função assume um valor menor, ou, por outro lado, se o expoente diminui, a função assume um valor maior.

Exemplo:

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$$



Com relação aos gráficos, podemos dizer:

I) Trata-se de uma função injetora, pois a cada valor da imagem corresponde um único valor do domínio.

II) O domínio de uma função exponencial é sempre igual ao conjunto dos números reais $(D = \mathbb{R})$.

III) A curva está toda acima do eixo das abcissas, pois $y = a^x$ é sempre maior que zero para todo x real. Portanto, a sua imagem (Im) é dada por $\text{Im} = \mathbb{R}_+^*$

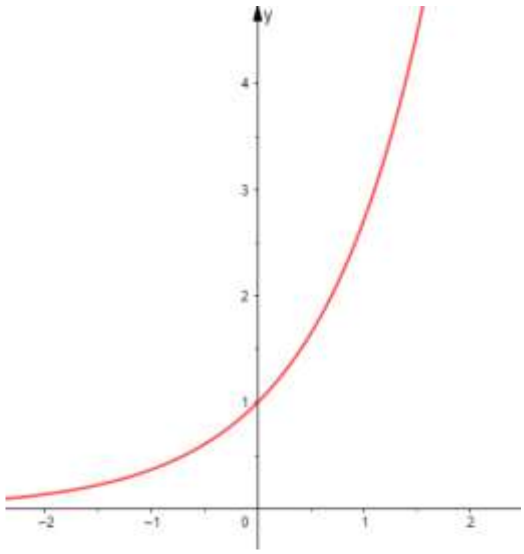
IV) A curva corta o eixo das ordenadas no ponto (0, 1). Isso ocorre porque, para $x = 0$, temos $y = a^0 = 1$.

O número e...

Trata-se de um número irracional, cujo valor é $2,71828...$ Esse número é conhecido como número neperiano, uma referência ao matemático escocês John Napier, autor da primeira publicação sobre a Teoria dos Logaritmos.

O número e é extremamente importante no estudo de juros e de diversos fenômenos naturais, tais como crescimento populacional, decaimento radioativo, crescimento de bactérias, entre outros.

O gráfico da função $y = e^x$ é dado por:



01. Determinar os valores de k para os quais a função $f(x)=\left(2+\frac{3k}{5}\right)^x$ é crescente.

Comentário:

Para que a função seja crescente, é necessário que $2+\frac{3k}{5}>1$.

Portanto, temos:

$$2+\frac{3k}{5}>1 \Rightarrow \frac{3k}{5}>-1 \Rightarrow 3k>-5 \Rightarrow k>-\frac{5}{3}$$

3 – Equações e Inequações Exponenciais

3.1 – Equação Exponencial

Uma equação é dita exponencial quando a variável se apresenta no expoente. Seja a um número real tal que $0 < a \neq 1$. Como a função exponencial é injetora, temos:

Se $a^x = a^y$, **então** $x = y$

02. Resolver, em $\mathbb{R}$, a equação $32^x = 128$.

Comentário:

$$32^x = 128 \Rightarrow (2^5)^x = 2^7 \Rightarrow 2^{5x} = 2^7 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5x = 7$$
$$x = \frac{7}{5}$$

Portanto, $S = \left\{\frac{7}{5}\right\}$

03. Resolver, em $\mathbb{R}$, a equação $3^x + 3^{-x} = \frac{82}{9}$

Comentário:

Podemos escrever $3^x + 3^{-x} = \frac{82}{9}$. Substituindo 3^x por y, temos:

$$y + \frac{1}{y} = \frac{82}{9} \Rightarrow \frac{9y^2+9}{9y} = \frac{82y}{9y}$$

$$9y^2 - 82y + 9 = 0$$
$$\Delta = (-82)^2 - 4.9.9 = 6400$$
$$y = \frac{82 \pm 80}{18} \Rightarrow y = \frac{1}{9} \;\; ou \;\; y = 9$$

Para $y = \frac{1}{9}$, temos $3^x = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^x = 3^{-2} \Rightarrow x = -2$

Para $y = 9$, temos $3^x = 9 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

Portanto, $S = \{-2, 2\}$

---

04. Resolver, em $\mathbb{R}$, a equação $4^x - 2^x - 12 = 0$

Comentário:

$4^x - 2^x - 12 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 2x - 12 = 0$. Substituindo 2^x por y, temos:

$$y^2 - y - 12 = 0$$
$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 49$$

$$y = \frac{1 \pm 7}{2} \Rightarrow y = -3 \;\; ou \;\; y = 4$$

Para $y = -3$, temos $2^x = -3 \;\; (absurdo)$

Para $y = 4$, temos $2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

Portanto, $S = \{2\}$

3.2 – Inequação Exponencial

Toda desigualdade em que a variável aparece no expoente é uma inequação exponencial.

Exemplos:

1º) $7^x > 343$

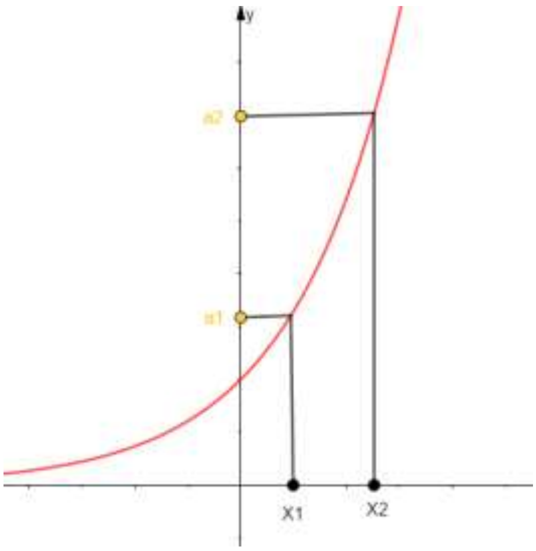
2º) $7^{x-4} < 81$

3º) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x-21} \geq 25^{-1}$

De modo geral, uma inequação deve ser resolvida colocando-se a mesma base a nos dois membros da inequação e considerando-se os seguintes casos:

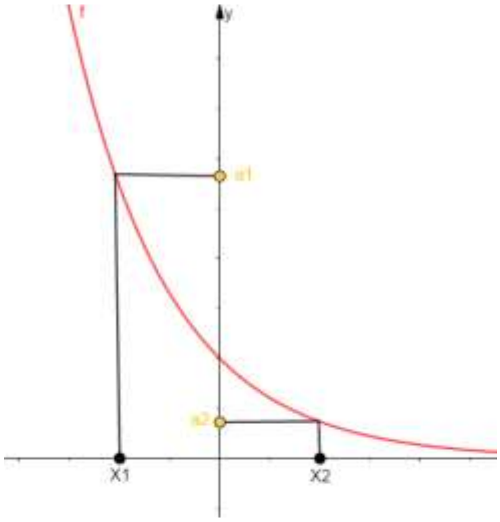
1º caso: $a > 1$

Como a função $f(x) = a^x$ é crescente, observamos que, se $a^{x_2} > a^{x_1}$, então $x_2 > x_1$.



Portanto: Se $a > 1$, devemos **conservar** o sinal da desigualdade ao compararmos os expoents.

2º caso: $0 < a < 1$



Como a função $f(x) = a^x$ é decrescente, observamos que, se $a^{x_2} > a^{x_1}$, então $x_2 < x_1$

Portanto: Se $0 < a < 1$, devemos **inverter** o sinal da desigualdade ao compararmos os expoentes.

05. Resolver a inequação $7^x > 343$

Comentário:

$7^x > 343 \Rightarrow 7^x > 7^3$

Como $7 > 1$, devemos conservar a desigualdade, ou seja, $x > 3$.

Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$

06. Resolver a inequação $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x-21} \geq 25^{-1}$

Comentário:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x-21} \geq 25^{-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-21} \geq \frac{1}{25} \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-21} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{2}$$

Como $0 < \frac{1}{5} < 1,$ devemos inverter a desigualdade, ou seja, $3x - 21 \leq 2 \Rightarrow 3x \leq 23 \Rightarrow x \leq \frac{23}{3}$

Portanto, $S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq \frac{23}{3}\}$

---

07. Resolver a inequação $2^{x+2} - 2^{x-1} + 2^{x} \leq 18$

Comentário:

Nesse caso, devemos utilizar as propriedades das potências,

$$2^{x}.2^{2} - \frac{2^{x}}{2} + 2^{x} \leq 18 \Rightarrow 4.2^{x} - \frac{2^{x}}{2} + 2^{x} \leq 18$$

Substituindo 2^{x} por y, temos:

$$4y - \frac{y}{2} + y \leq 18 \Rightarrow \frac{10y - y}{2} \leq 18 \Rightarrow 9y \leq 36 \Rightarrow y \leq 4$$

Substituindo y por 2^{x}, obtemos:

$$2^{x} \leq 4 \Rightarrow 2^{x} \leq 2^{2} \Rightarrow x \leq 2$$

Portanto, $\{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq 2\}$

---

4 – Logaritmo

4.1 – Definição de Logaritmo

Imaginemos o seguinte problema: à qual expoente devemos elevar o número 3 de modo a obtermos 243?

Observe que o problema anterior pode ser descrito através da seguinte equação exponencial:

$$3^x = 243 \Rightarrow 3^x = 3^5 \Rightarrow x = 5$$

A partir de agora, diremos que 5 é o logaritmo de 243 na base 3. Com isso, promovemos uma mudança na notação utilizada. Assim, escrevemos:

$$\log_3 243 = 5$$

Portanto, observamos que as expressões descritas anteriormente são equivalentes, ou seja:

$$\log_3 243 = 5 \Leftrightarrow 3^5 = 243$$

Podemos generalizar essa ideia do seguinte modo:

Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b na base a o expoente real x que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b.

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$$

Em que:

I) b é o logaritmando

II) a é a base

III) x é o logaritmo

Exemplo:

Calcular o valor de cada logaritmo a seguir:

1º) $\log_2 32$

Comentário:

$$\log_2 32 = x \Rightarrow 2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

2º) $\log_{0,2} 625$

Comentário:

$$\log_{0,2} 625 = x \Rightarrow 0,2^x = 625 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^x = 625 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 5^{-x} = 5^4 \Rightarrow x = -4$$

I) As condições de existência do logaritmo $\log_a b$ são:

$$b > 0 \ e \ 0 < a \neq 1$$

II) Quando a base de um logaritmo é igual a 10 (logaritmo decimal), esta pode ser omitida.

Exemplo: $\log_{10} 5$ pode ser escrito como $\log 5$.

III) Quando a base do logaritmo é o número e $(e = 2,71828...)$, esse logaritmo é chamado logaritmo neperiano ou logaritmo natural e é representado pela notação In.

Exemplo: $\log_e 18$ pode ser escrito como In 18.

4.2 – Consequências da Definição

Considerando a definição de logaritmo e suas condições de existência, temos:

I) $\log_a a = 1$, pois $a = a^1$;

II) $\log_a 1 = 0$, pois $1 = a^0$;

III) $\log_a a^k = k$, pois $a^k = a^k$;

IV) $a^{\log_a b} = b$

4.3 – Propriedades dos Logaritmos

Sendo a, b e c números reais e positivos, e $a \neq 1$, temos:

I) $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$;

II) $\log_a \left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$;

III) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b, \ com \ \alpha \in \mathbb{R}$;

IV) $\log_{a^\alpha} b = \dfrac{1}{\alpha} \log_a b, \ com \ \alpha \in \mathbb{R}$.

01. Sendo $\log_2 x = 3, \log_2 y = 5 \ e \ \log_2 z = 7$, calcular o valor de $\log_2 \dfrac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z}$, considerando satisfeitas as condições de existência.

Comentário:

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \log_2 x^{3/5} - (\log_2 y^2 + \log_2 z) \Rightarrow$$

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \frac{3}{5}\log_2 x - 2\log_2 y - \log_2 z \Rightarrow$$

$$\log_2 \frac{\sqrt[5]{x^3}}{y^2 z} = \frac{3}{5}.3 - 2.5 - 7 = -\frac{76}{5}$$

4.4 – Equações Logarítmicas

São equações que envolvem logaritmos, em que as variáveis podem aparecer no logaritmando ou na base. Assim, para resolvê-las, aplicamos a definição, as condições de existência e as propriedades dos logaritmos.

02. Resolver, em $\mathbb{R}$, a seguinte equação logarítmica:

$$\log_5 (3x - 18) = \log_5 6$$

Comentário:

Inicialmente, devemos verificar as condições de existência (C.E.) de cada logaritmo. Assim ,temos:

$$3x - 18 > 0$$
$$x > 6$$

Em seguida, como as bases são iguais, devemos igualar também os logaritmandos. Logo:

$$3x - 18 = 6$$
$$3x = 24$$
$$x = 8$$

Como esse valor satisfaz a condição de existência $(x > 6)$, então a solução da equação é $S = \{8\}$

---

03. Resolver, em $\mathbb{R}$, a equação $\log_2(1-5x) = -3$

Comentário:

Aplicando a condição de existência, temos:

$$\begin{aligned} &1-5x > 0 \\ &-5x > -1 \\ &5x < 1 \\ &x < \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Aplicando a definição de logaritmo, temos:

$$\begin{aligned} &1-5x = 2^{-3} \\ &1-5x = \frac{1}{8} \\ &1-\frac{1}{8} = 5x \\ &\frac{7}{8} = 5x \\ &x = \frac{7}{40} \end{aligned}$$

Então, como $\frac{7}{40} < \frac{1}{5}$, satisfazendo a condição de existência, a solução da equação é $S = \left\{\frac{7}{40}\right\}$

Até aqui, tudo bem??

Preste bastante atenção aos pontos explicados. Cada uma deles fará diferença na sua prova!!

Vamos à teoria de Função Logaritma?!

5 – Função Logarítmica

5.1 – Introdução

Chama-se função logarítmica toda função f, de domínio $\mathbb{R}_+^*$ e contradomínio $\mathbb{R}$, que associa a cada número real positivo x o logaritmo $\log_a x$, sendo a um número real positivo e diferente de 1.

$$f:\mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R} \,/\, f(x)=\log_a x,\ \ em\ \ que\ \ 0<a\neq 1$$

Exemplos:

1º) $f(x)=\log_5 x$

2º) $f(x)=\log_{0,4} x$

3º) $y = In\ x$

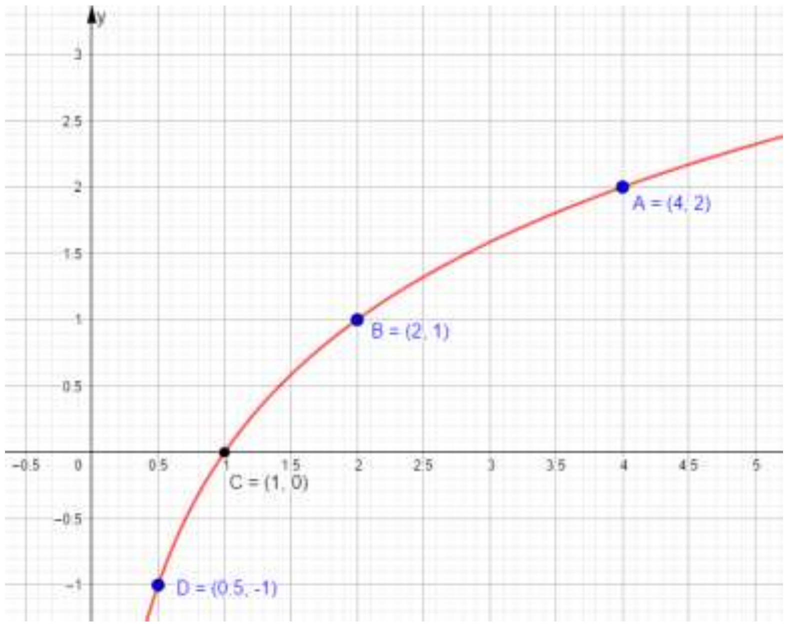
4º) $y=\log_{10} x$

5.2 –Gráficos

Vamos construir os gráficos das funções $f(x) = \log_2 x$ e $f(x) = \log_{1/2} x$. Em cada caso, iremos atribuir alguns valores para x e, em seguida, calcularemos os correspondentes valores de y. Os pares ordenados obtidos serão usados para construir cada gráfico.

1º) Gráfico da função $f(x) = \log_2 x$

x	y
$\frac{1}{8}$	-3
$\frac{1}{4}$	-2
$\frac{1}{2}$	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



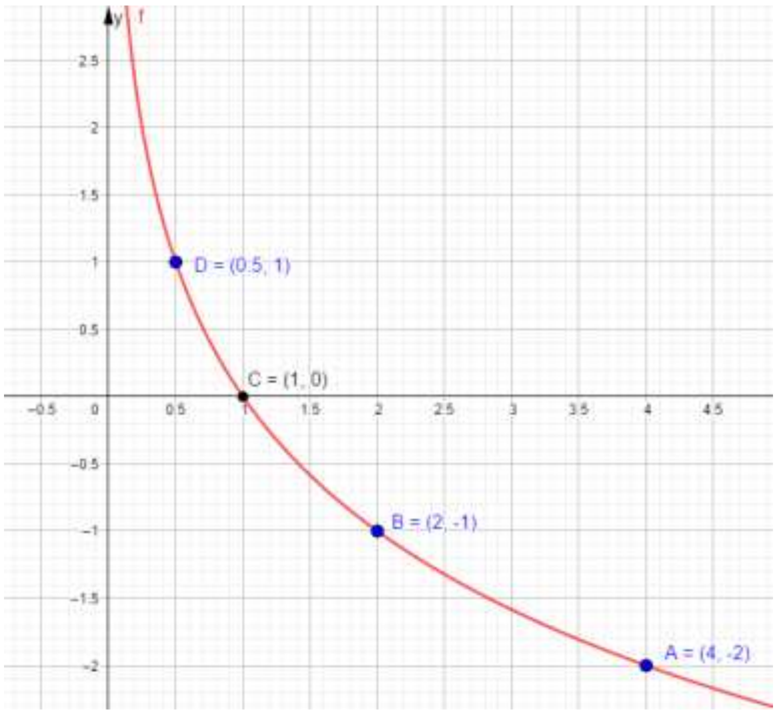
I) Perceba que o gráfico da função acima não intercepta o eixo das ordenadas. Isso ocorre porque a função logarítmica não está definida para $x = 0$. Neste caso, o exio das ordenadas é chamado de assíntota vertical.

II) O gráfico intercepta o eixo das abscissas no ponto (1,0). Isso se deve ao fato de que $\log_a 1 = 0$, para qualquer número real **a** positivo e diferente de 1.

III) O gráfico da função $f(x) = \log_2 x$ é crescente. Isso ocorre porque a base do logaritmo é igual a 2, ou seja, é maior do que 1.

2º) Gráfico da função $f(x) = \log_{1/2} x$

x	y
8	–3
4	–2
2	–1
1	0
$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{8}$	3



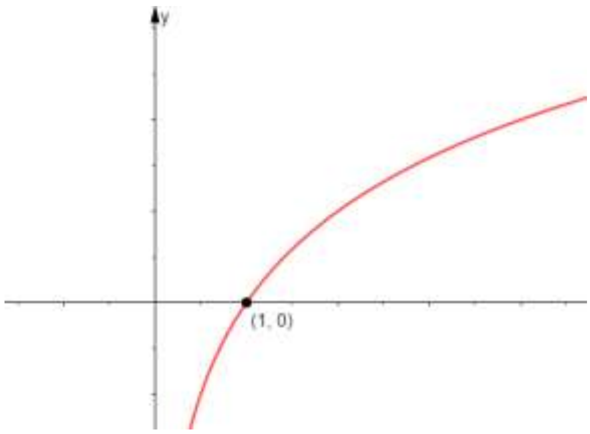
I) Perceba que o gráfico da função acima não intercepta o eixo das ordenadas. Isso ocorre porque a função logarítmica não está definida para $x = 0$. Neste caso, o exio das ordenadas é chamado de assíntota vertical.

II) O gráfico intercepta o eixo das abscissas no ponto (1,0). Isso se deve ao fato de que $\log_a 1 = 0$, para qualquer número real **a** positivo e diferente de 1.

III) O gráfico da função $f(x)=\log_{1/2} x$ é decerscente. Isso ocorre porque a base do logaritmo é igual a $\frac{1}{2}$, ou seja, é um número maior do que 0 e menor do que 1.

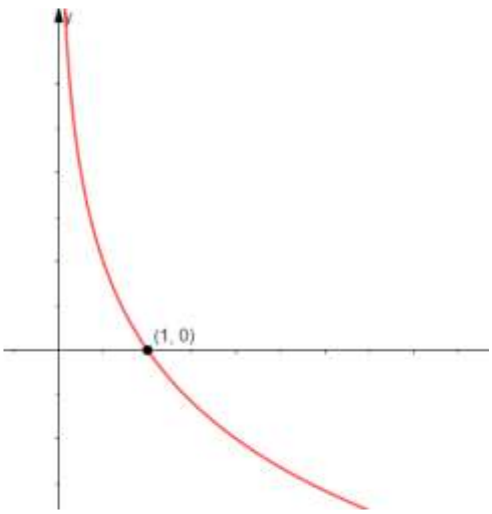
De modo geral, há dois casos a serem considerados no esboço do gráfico da função $f(x)=\log_a x$:

1º caso: $a>1$



- Função Crescente
- Domínio $D=\mathbb{R}_+^*$
- Imagem $\mathrm{Im}=\mathbb{R}$

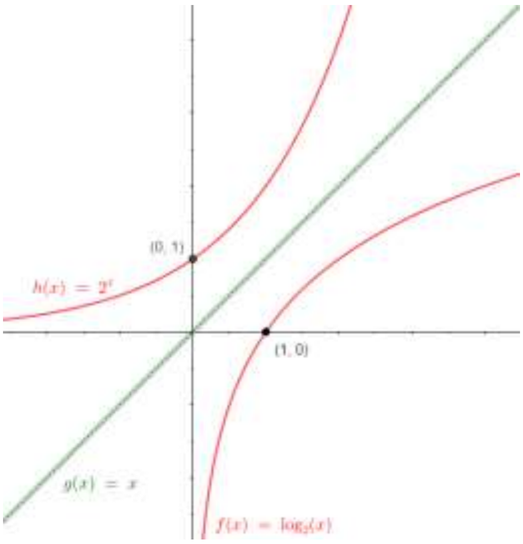
2º caso: $0<a<1$



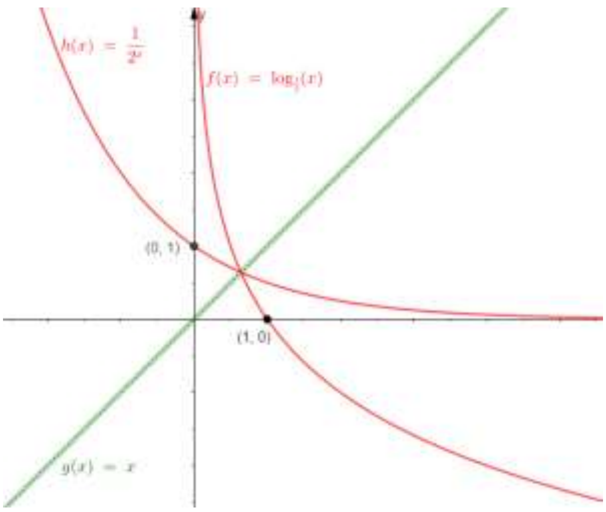
- Função Decrescente
- Domínio $D = \mathbb{R}$
- Imagem $\text{Im} = \mathbb{R}_+^*$

A função $f : \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_a x$ é inversa da função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, definida por $g(x) = a^x$, com $0 < a \neq 1$. Os gráficos das funções f e g são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares $(y = x)$, característica marcante de funções inversas entre si.

1º caso: $a > 1$

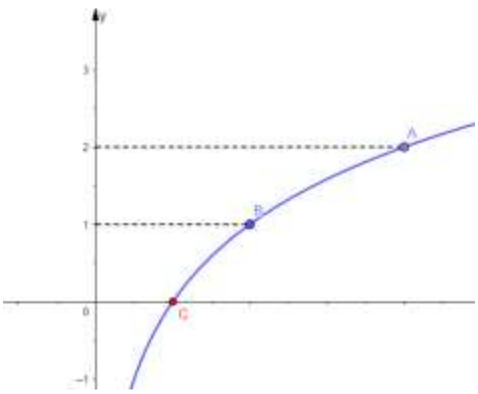


2º caso: $0 < a < 1$



Ressalto que o ponto de interseção entre os gráficos da Função Exponencial e Logarítmica é o ponto em que essas funções apresentam o mesmo valor numérico!

04. (UFJF) A figura a seguir é um esboço, no plano cartesiano, do gráfico da função $f(x) = \log_b x$, com alguns pontos destacados. Supondo que a abscissa do ponto **A** é igual a 9, é incorreto afirmar que:



a) a base b é igual a 3.

b) a abscissa de **C** é igual a 1.

c) $f(x) < 0$ para todo $x \in (0,1)$

d) a abscissa de **B** é igual a 2.

e) $f(x)$ é crescente.

Comentário:

- O ponto **A** possui abscissa 9 e ordenada 2. Substituindo, na expressão da função, temos: $\log_b 9 = 2 \Rightarrow b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Portanto, a alternativa **A** está correta.

- Para $f(x) = 0$, temos $\log_b x = 0 \Rightarrow x = 1$. Logo, a abscissa do ponto C é igual a 1. Portanto, a alternativa **B** está correta.

- Para $0 < x < 1$, as correspondentes imagens são negativas. Portanto, a alternativa **C** está correta.

- Para $f(x) = 1$, temos $\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$. Portanto, a alternativa **D** está **incorreta.**

- O gráfico representa uma função crescente, pois a base $b = 3 > 1$, ou seja, a alternativa **E** está correta

6 – Lista de Questões

1**.** (Usf 2018) Em um experimento, o número de bactérias presentes nas culturas A e B, no instante t, em horas, é dado, respectivamente, por: $A(t) = 10 \cdot 2^{t-1} + 238$ e $B(t) = 2^{t+2} + 750$. De acordo com essas informações, o tempo decorrido, desde o início desse experimento, necessário para que o número de bactérias presentes na cultura A seja igual ao da cultura B é

a) 5 horas.

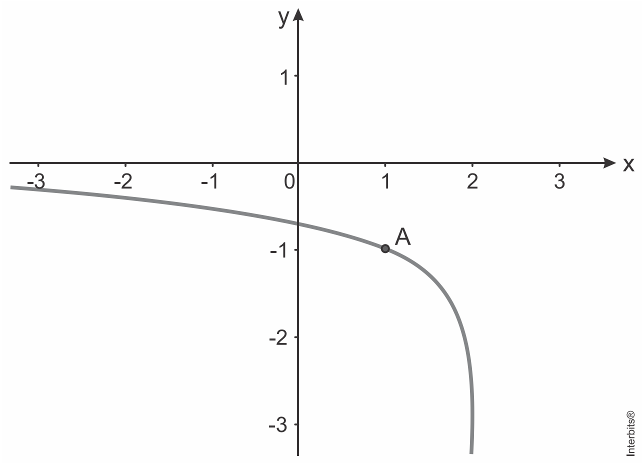
b) 6 horas.

c) 7 horas.

d) 9 horas.

e) 12 horas.

2. (Upf 2018) Na figura, está representada parte do gráfico da função f definida por $f(x) = \log(ax+2) - 1,$ com $a \neq 0$ e o ponto $A(1, -1)$ pertencente ao gráfico da função $f.$



O valor de a é:

a) 1

b) 2

c) -1

d) -2

e) 8

---

3. (Mackenzie 2018) Se $3^m = a$ e $3^n = b,$ $a > 0$ e $b > 0,$ então o valor de $3^{\frac{m-2n}{2}}$ é igual a

a) $\sqrt{a} - b$

b) $\dfrac{a}{2} + b$

c) $\dfrac{a}{2} - b$

d) $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$

e) $\dfrac{a-b}{2}$

---

4. (Ifpe 2017) No início do ano de 2017, Carlos fez uma análise do crescimento do número de vendas de refrigeradores da sua empresa, mês a mês, referente ao ano de 2016. Com essa análise, ele percebeu um padrão matemático e conseguiu descrever a relação $V(x) = 5 + 2^x$, onde V representa a quantidade de refrigeradores vendidos no mês x. Considere: $x = 1$ referente ao mês de janeiro; $x = 12$ referente ao mês de dezembro.

A empresa de Carlos vendeu, no 2º trimestre de 2016, um total de
a) 39 refrigeradores.

b) 13 refrigeradores.

c) 127 refrigeradores.

d) 69 refrigeradores.

e) 112 refrigeradores.

---

5. (Ufjf-pism 1 2017) Para qual das funções abaixo, a equação $f(x) - 1 = 0$ não possui uma raiz real?

a) $f(x) = e^x$

b) $f(x) = \log_{10} x$

c) $f(x) = -x^2$

d) $f(x) = 2x$

e) $f(x) = 1$

---

6. (Unesp 2017) Admita que o número de visitas diárias a um site seja expresso pela potência 4^n, com n sendo o índice de visitas ao site. Se o site S possui o dobro do número de visitas diárias do que um site que tem índice de visitas igual a 6, o índice de visitas ao site S é igual a

a) 12.

b) 9.

c) $8,5$.

d) 8.

e) $6,5$.

---

7. (Pucrs 2017) Uma turma de uma escola central de Porto Alegre recebeu a seguinte questão em sua primeira prova no Ensino Médio:

Um dos valores de x que soluciona a equação $\log_2(-x^2+32)=4$ é igual ao número de centros culturais localizados nas proximidades do centro da cidade. Esse número é

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

---

8. (Eear 2017) Se $\log 2 \cong 0{,}3$ e $\log 36 \cong 1{,}6$, então $\log 3 \cong$ ______.

a) $0{,}4$

b) $0{,}5$

c) $0{,}6$

d) $0{,}7$

---

9. (Upf 2017) Considere as funções reais de variável real, definidas por:

$f(x)=1+3^{x-2}$ e $g(x)=\log_a x$

Sabe-se que, na representação gráfica das funções, as curvas interceptam-se no ponto de abscissa 2. Dessa forma, o valor de a é:

a) $-\sqrt{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) 1

d) $\frac{1}{2}$

e) $\sqrt{2}$

---

10. (Eear 2017) A desigualdade $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$ tem como conjunto solução

a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$

---

11. (Imed 2016) Em relação à função real definida por $g(x) = 2^x + 1$, é correto afirmar que $g(g(0))$ corresponde a:

a) 1.

b) 2.

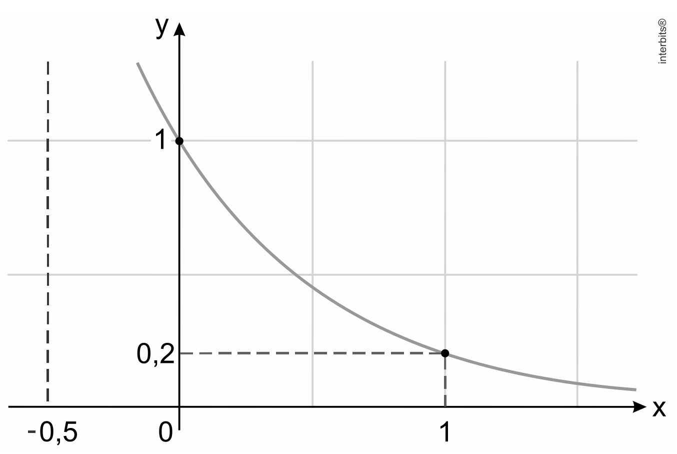
c) 3.

d) 4.

e) 5.

---

12. (Unesp 2016) A figura descreve o gráfico de uma função exponencial do tipo $y = a^x$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



Nessa função, o valor de y para $x = -0,5$ é igual a

a) $\log 5$

b) $\log_5 2$

c) $\sqrt{5}$

d) $\log_2 5$

e) $2,5$

---

13. (Enem 2ª aplicação 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após $20\ \text{min},$ a população será

a) reduzida a um terço.

b) reduzida à metade.

c) reduzida a dois terços.

d) duplicada.

e) triplicada.

---

14. (Unisinos 2016) Se x e y são tais que $\begin{cases} 2^{3x+4y} = 16 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$, então $x^2 + y^2$ é igual a

a) $0.$

b) 32.

c) 320.

d) 832.

e) 9.536.

---

15. (Pucrj 2016) Quanto vale a soma de todas as soluções reais da equação abaixo?

$(5^x)^2 - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

---

16. (Ifal 2016) Num determinado mês, a quantidade vendida Q de um certo produto, por dia, em uma loja, em função do dia d do mês, é representada pela função $Q = \log_2 d.$ Qual a quantidade vendida desse produto no dia 16 desse mês?

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 4.

---

17. (Unicamp 2016) A solução da equação na variável real $x,$ $\log_x(x+6) = 2,$ é um número

a) primo.

b) par.

c) negativo.

d) irracional.

---

18. (Ucs 2015) Considere as funções a seguir que representam quantidades de substâncias no tempo $t.$

I. $Q(t) = 100 \cdot (1{,}07)^t$

II. $Q(t) = 300 \cdot (0{,}25)^t$

III. $Q(t) = 5 \cdot e^{0{,}08t}$

Das funções acima, indica(m) crescimento

a) apenas I.

b) apenas I e II.

c) apenas I e III.

d) apenas II e III.

e) I, II e III.

---

19. (Ucs 2015) A concentração C de certa substância no organismo altera-se em função do tempo $t,$ em horas, decorrido desde sua administração, de acordo com a expressão $C(t) = K \cdot 3^{-0{,}5t}.$

Após quantas horas a concentração da substância no organismo tornou-se a nona parte da inicial?

a) 3

b) $3{,}5$

c) 4

d) 6

e) 9

---

20. (Pucrj 2015) Se $\log_{1/2} x = -3,$ então $\sqrt[3]{x} + x^2$ vale:

a) $3/4$

b) 6

c) 28

d) 50

e) 66

---

21. (Espm 2014) Se $\left(4^x\right)^2 = 16 \cdot 2^{x^2}$, o valor de x^x é:

a) 27

b) 4

c) $\frac{1}{4}$

d) 1

e) $-\frac{1}{27}$

---

22. (Unifor 2014) Após um estudo em uma colmeia de abelhas, verificou-se que no instante $t = 0$ o número de abelhas era 1.000 e que o crescimento populacional da colmeia é dado pela função f, onde f é definida por $f(t) = 1000 \cdot 2^{\frac{2t}{3}}$, em que t é o tempo decorrido em dias. Supondo que não haja mortes na colmeia, em quantos dias no mínimo essa colmeia atingirá uma população de 64.000 abelhas?

a) 9

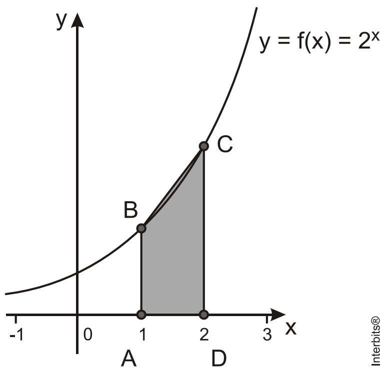
b) 10

c) 12

d) 13

e) 14

23. (Ufjf 2012) Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função definida por $f(x)=2^x$. Na figura abaixo está representado, no plano cartesiano, o gráfico de *f* e um trapézio *ABCD*, retângulo nos vértices *A* e *D* e cujos vértices *B* e *C* estão sobre o gráfico de *f*.



A medida da área do trapézio *ABCD* é igual a:

a) 2

b) $\frac{8}{3}$

c) 3

d) 4

e) 6

24. (EEAR-2001)

Resolvendo a equação $(0,0625)^{x-2} = 0{,}25$, obtemos x igual a:

a) $\frac{2}{9}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{9}{2}$

25. (EEAR-2001)

O conjunto imagem da função $f(x)=3^x-5$ é:

a) $\{f(x) \in \mathbb{R} \mid f(x) < -4\}$

b) $\{f(x) \in \mathbb{R} \mid f(x) > -4\}$

c) $\{f(x) \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq -5\}$

d) $\{f(x) \in \mathbb{R} \mid f(x) > -5\}$

26. (EEAR-2001)

Se x e y são números reais que tornam simultaneamente verdadeiras as sentenças $2^{x+y} - 2 = 30$ e $2^{x-y} - 2 = 0$, então x^y é igual a:

a) 9

b) 8

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{9}$

27. (EEAR-2002)

Os valores de x para os quais $(0,8)^{4x^2-x} > (0,8)^{3(x+1)}$.

a) $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

c) $x < -\frac{3}{2}$ ou $x > \frac{1}{2}$

d) $x < -\frac{1}{2}$ ou $x > \frac{3}{2}$

28. (EEAR-2002)

Efetuando $\sqrt[3]{k^2 + 6k + 9} \div \sqrt[4]{k + 3}$, obtemos:

a) $\sqrt{k+3}$

b) $\sqrt[6]{k+3}$

c) $\sqrt[12]{(k+3)^5}$

d) $\sqrt[12]{k+3}$

---

29. (EEAR-2002)

Se $8^{x-9} = 16^{\frac{x}{2}}$, então x é um número múltiplo de:

a) 2

b) 3

c) 5

d) 7

---

30. (EEAR-2002)

Resolvendo a equação $2^{2^{2x^2+1}} = 256$, concluímos que ela:

a) não admite soluções reais.

b) admite $\sqrt{\frac{3}{2}}$ como raiz.

c) admite duas soluções reais positivas.

d) admite duas soluções cuja soma é zero.

---

31. (EEAR-2002)

Se $a^2 = 99^6$, $b^3 = 99^7$ e $c^4 = 99^8$, então $(abc)^{12}$ é igual a:

a) 99^{12}

b) $99^{\frac{21}{2}}$

c) 99^{28}

d) 99^{88}

---

32. (EEAR-2002)

A expressão $\frac{8^{4a}-4^{2a}}{8^{2a}-4^{a}}$ é equivalente a:

a) $1-2^{4a}$

b) $2^{2a}\left(2^{4a}+1\right)$

c) $3^{2}\cdot 2^{2a}$

d) $2^{4a}\left(2^{4a}+1\right)$

---

33. (EEAR-2002)

A solução da inequação $x^{2x-1}<x^{3}$, sendo $x>0$ e $x\neq 1$, é o conjunto $S=\{x\in\mathbb{R}|\_\_\_\_\_\_\}$. Assinale a alternativa que completa corretamente os pontilhados:

a) x < 2

b) x > 2

c) 0 < x < 2

d) 1 < x < 2

---

34. (EEAR-2003)

Se $0{,}0625^{x+2}=0{,}25$, então $\left(x+1\right)^{6}$ vale:

a) $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{32}$

c) 64

d) $\frac{1}{64}$

---

35. (EEAR-2003)

O valor da raiz da equação $2^{x+1}+2^{x-1}=40$ é um número:

a) inteiro positivo

b) irracional

c) inteiro negativo

d) imaginário puro

---

36. (EEAR-2003)

Todo número real positivo pode ser escrito na forma 10^x. Tendo em vista que $8 \approx 10^{0,90}$, então o expoente x, tal que $125 = 10^x$, vale aproximadamente,

a) 1,90

b) 2,10

c) 2,30

d) 2,50

---

37. (EEAR-2004)

Na equação $2^{x+1} + 2^{-x} = 3$, é verdadeira a afirmativa:

a) Uma das raízes é 1.

b) A soma das raízes é um número inteiro positivo.

c) O produto das raízes é um número inteiro negativo.

d) O quociente das raízes pode ser zero (0).

---

38. (EEAR-2004)

O valor da expressão $5x^0 + 2x^{\frac{3}{4}} + 9x^{-\frac{1}{2}}$, quando x = 81, é:

a) 48.

b) 60.

c) 65.

d) 72.

---

39. (EEAR-2005)

A soma dos valores de x que verificam a equação $5^{2x} - 7 \cdot 5^x + 10 = 0$ é:

a) $\log 10$

b) $\log_5 10$

c) $log_5 \; 5 + log_5 \; 2$

d) $\log_2 2 + \log_5 5$

---

40. (EEAR-2007)

Sejam as funções f, g, h e t definidas, respectivamente, por $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$, $g(x) = \pi^x$, $h(x) = \left(\sqrt{2}\right)^{-x}$ e $t(x) = \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$.

Dessas quatro funções, é(são) decrescente(s):

a) todas.

b) somente três.

c) somente duas.

d) somente uma.

---

41. (EEAR-2008)

A raiz real da equação $25^{\sqrt{x}} - 24 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 25$ é um número múltiplo de:

a) 7.

b) 5.

c) 3.

d) 2.

---

42. (EEAR-2008)

A raiz real da equação $4^{x-1} = \frac{1}{8}$ é um número:

a) inteiro positivo.

b) inteiro negativo.

c) racional positivo.

d) racional negativo.

---

43. (EEAR-2009)

Se x é a raiz da equação $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2{,}25$, então o valor de x é:

a) 5.

b) 3.

c) −2.

d) −4.

---

44. (EEAR-2012)

No conjunto dos números reais, a equação $(3^x)^x = 9^8$ tem por raízes:

a) um número positivo e um negativo.

b) um número negativo e o zero.

c) dois números negativos.

d) dois números positivos.

---

45. (EEAR-2013)

Seja uma função real definida por $f(x)=(x+1)\cdot m^{x-1}$. Se $f(2)=6$, então m é igual a:

a) 4.

b) 3.

c) 2.

d) 1.

---

46. (EEAR-2015)

Se $f(x)=a^x+b$ é uma função tal que $f(0)=\frac{4}{3}$ e $f(-1)=1$ então o valor de a é:

a) 1

b) 2

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{2}$

47. (EEAR-2016)

O conjunto solução da inequação $2^{2x+1} < \frac{5}{4} \cdot 2^{x+2} - 2$ é:

a) $S = \left\{x \in \mathbb{R} | -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 1\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

48. (EEAR-2017)

A desigualdade $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$ tem como conjunto solução:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} | x < 5\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 5\}$

49. (EEAR-2018)

O valor real que satisfaz a equação $4^x - 2^x - 2 = 0$ é um número:

a) entre −2 e 2

b) entre 2 e 4

c) maior que 4

d) menor que −2

50. (EEAR-2018)

Na função $f(x) = 27^{\frac{x+2}{x}}$, tal que $x \neq 0$, o valor de x para que $f(x) = 3^6$, é um número:

a) divisível por 2

b) divisível por 3

c) divisível por 5

d) divisível por 7

51. (EEAR-2000)

Resolvendo o sistema $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ xy = 8 \end{cases}$, obtemos:

a) $S = \left\{\left(32, \frac{1}{4}\right)\right\}$
b) $S = \{(8,1)\}$
c) $S = \{(2,4)\}$
d) $S = \left\{\left(16, \frac{1}{2}\right)\right\}$

52. (EEAR-2001)

Sabendo que $\log_4(a - b) = x$ e $a + b = \frac{1}{16}$, então $\log_4(a^2 - b^2)$ é igual a:

a) $2x$
b) $2 - x$
c) $x - 2$
d) $2 + x$

53. (EEAR-2001)

O valor inteiro de x, tal que o dobro do seu logaritmo decimal tenha uma unidade a mais do que o logaritmo decimal de $\left(x + \frac{11}{10}\right)$, é:

a) -1
b) $1,7$
c) 10
d) 11

54. (EEAR-2001)

Sendo $8^{x-3} = 4^x$, tem-se $\log_3(x^{-1})$ é igual a:

a) 3
b) 2
c) -2
d) -1

55. (EEAR-2001)

Seja k a raiz da equação $2^{\log_8 \log_2 x} = \frac{1}{2}$. O valor de k^8 é:

a) $\frac{1}{8}$
b) $\frac{1}{4}$
c) 1
d) 2

---

56. (EEAR-2001)

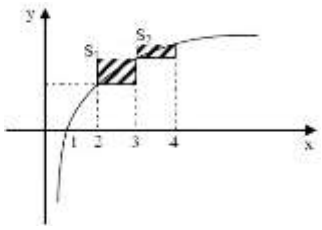
Seja $\log 2 = 0{,}301$. Efetuando-se 50^{50}, obtemos um valor cuja quantidade de algarismos é

a) 85
b) 84
c) 83
d) 82

---

57. (EEAR-2002)

Na figura abaixo, a curva representa o gráfico da função $y = \log x$, para $x > 0$.



Assim, a soma das áreas das regiões hachuradas é igual a

a) $\log 2$
b) $\log 3$
c) $\log 4$
d) $\log 6$

---

58. (EEAR-2002)

Se o logaritmo de um número na base n é 4 e na base $\frac{n}{2}$ é 8, então esse número está no intervalo

a) $[1, 50]$
b) $[51, 100]$
c) $[101, 200]$
d) $[201, 500]$

59. (EEAR-2002)

Determinando $\log_{25} 0{,}008$, obtemos

a) $\frac{3}{2}$
b) $-\frac{3}{2}$
c) $\frac{2}{3}$
d) $-\frac{2}{3}$

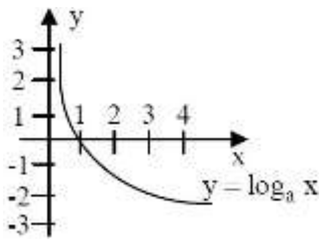
60. (EEAR-2002)

O número de pontos de intersecção dos gráficos das funções definidas por $f(x) = 3\log x$ e $g(x) = \log 9 + \log x$, sendo $x > 0$, é

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

61. (EEAR-2003)

O gráfico abaixo representa a função $y = \log_a x$.



Dentro das condições de existência para que a operação de logaritmação seja sempre possível e de resultado único, a base a é

a) $0 < a < 1$
b) $a = 0$
c) $a > 1$
d) $a < 0$

62. (EEAR-2003) QUESTÃO 012.

Um número, seu logaritmo 2 e a base do logaritmo formam, nessa ordem, uma P.A. Esse número é

a) $\frac{9-\sqrt{17}}{2}$
b) $\frac{9+\sqrt{17}}{2}$
c) $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$
d) $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

---

63. (EEAR-2003)

Se $M = \log_2 32 + \log_{\frac{1}{3}} 3 - \log_{\sqrt{2}} 8$, então M vale

a) -1
b) 1
c) -2
d) 2

---

64. (EEAR-2003)

Das sentenças abaixo, quantas são verdadeiras de modo que são satisfeitas por qualquer número real x?

I. $(x-4)^2 = x^2 - 16$
II. $8^x = 2 \cdot 4^x$
III. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^x$
IV. $\log_2[3(x^2+1)] = \log_2 3 + \log_2(x^2+1)$

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

---

65. (EEAR-2003)

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, se\ x \leq 1 \\ 0, se\ 1 < x \leq 3 \\ \dfrac{x-2}{2x-5}, sex > 3 \end{cases}$$

Se $a = \log_2 1024$ e $x_0 = a - 6$, então o valor da função no ponto x_0 é dado por

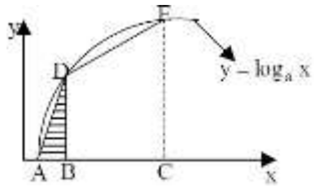
a) $\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{2}$
c) 2
d) 3

---

66. (EEAR-2003)

A curva da figura representa o gráfico da função $y = \log_a x, a > 1$.



Dos pontos $B(3, 0)$ e $C(9, 0)$, saem perpendiculares ao eixo das abscissas, as quais interceptam a curva em D e E, respectivamente. Se na área do trapézio retângulo $BCED$ vale 9, a área do triângulo ABD, onde $A(1, 0)$ vale

a) $\frac{1}{2}$
b) 2
c) $\frac{3}{2}$
d) 1

---

67. (EEAR-2004)

Se x e y são números reais positivos e $\log_3 \log_4 x = \log_4 \log_3 y = 0$, então x e y

a) São iguais
b) São inversos
c) São consecutivos
d) Diferem de 2 unidades

---

68. (EEAR-2004)

A equação $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$ possui

a) Duas raízes positivas
b) Duas raízes negativas
c) Duas raízes simétricas
d) Uma única raiz

---

69. (EEAR-2005)

Se $\log 2{,}36 = 0{,}3729$, então $antilog\ 3{,}3729$ é

a) 236
b) 23,6
c) 2360
d) 23600

---

70. (EEAR-2005)

Se $\log_3 2 = a$ e $\log_7 3 = b$, então $\log_3 14 =$

a) $\frac{b+1}{a}$
b) $\frac{a+1}{b}$
c) $\frac{ab+1}{b}$
d) $\frac{ab+1}{a}$

---

71. (EEAR-2006)

O logaritmo de 8 é $\frac{3}{4}$, se a base do logaritmo for igual a

a) 4
b) 8
c) 16
d) 64

---

72. (EEAR-2006)

O menor número inteiro que satisfaz a inequação $\log_2(3x-5) > 3$ é um número

a) Par negativo
b) Par positivo
c) Ímpar negativo
d) Ímpar positivo

---

73. (EEAR-2007)

Se $\log 8 = a$, então $\log \sqrt[3]{2}$ vale

a) $\frac{a}{2}$
b) $\frac{a}{4}$
c) $\frac{a}{9}$

d) $\frac{a}{6}$

---

74. (EEAR-2007)

Sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, o conjunto solução da equação $10^{\log_a x^2-3x+2} = 6^{\log_a 10}$ está contido no conjunto:

a) $\{1, 2, 3,4\}$
b) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$
c) $\{-1, 0, 1, 2, 3,4\}$
d) $\{0, 1, 2, 3,4\}$

---

75. (EEAR-2008)

Estudando um grupo de crianças de uma determinada cidade, um pediatra concluiu que suas estaturas variavam segundo a fórmula $h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{i})$, onde h é a estatura (em metros), e i é a idade (em anos). Assim, segundo a fórmula, a estatura de uma criança de 10 anos dessa cidade é, em m,

a) $1,20$
b) $1,18$
c) $1,17$
d) $1,15$

---

76. (EEAR-2009)

Se x e y são números reais positivos, $co\log_2 \frac{1}{32} = x$ e $\log_y 256 = 4$, então

$x + y$ é igual a:

a) 2
b) 4
c) 7
d) 9

---

77. (EEAR-2009)

Sejam x, y e b números reais maiores que 1. Se $\log_b x = 2$ e $\log_b y = 3$, então o valor de $\log_b(x^2y^3)$ é:

a) 13
b) 11
c) 10

d) 8

---

78. (EEAR-2010)

Considerando $n > 1$, se $\log_a n = n$, então o valor de a é

a) n
b) n^n
c) $\frac{1}{n}$
d) $n^{\frac{1}{n}}$

---

79. (EEAR-2011)

Sejam as funções logarítmicas $f(x) = \log_a x$ e $g(x) = \log_b x$. Se $f(x)$ é crescente e $g(x)$ é decrescente, então

a) $a > 1\ e\ b < 1$
b) $a > 1\ e\ 0 < b < 1$
c) $0 < a < 1\ e\ b > 1$
d) $0 < a < 1\ e\ 0 < b < 1$

---

80. (EEAR-2011)

A razão entre o logaritmo de 16 e o de 4, numa mesma base b, sendo

$0 < b \neq 1$, é

a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{2}$
c) 4
d) 2

---

81. (EEAR-2012)

Dada a função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5 \cdot \log_2 x$, o valor de

$f(1) + f(2)$ é

a) 3
b) 5
c) 6
d) 10

---

82. (EEAR-2013)

Para que exista a função $f(x) = \log(x - m)$, é necessário que x seja

a) Maior que m
b) Menor que m
c) Maior ou igual a m
d) Menor ou igual a m

---

83. (EEAR-2013)

Se $logx + logy = k$, então $\log x^5 + \log y^5$ é

a) $10k$
b) k^{10}
c) $5k$
d) k^5

---

84. (EEAR-2014)

Se $f(x) = logx$ e $a \cdot b = 1$, então $f(a) + f(b)$ é igual a

a) 0
b) 1
c) 10
d) 100

---

85. (EEAR-2015)

Seja x um número real positivo e diferente de 1. Assim, $\log_x 1 + \log_x x$ é igual a

a) -1
b) 0
c) 1
d) x

---

86. (EEAR-2015)

Se $a > 0, b > 0, c > 0\ e\ c \neq 1$, então é correto afirmar que:

a) $\log_c(a + b) = (\log_c a) + (\log_c b)$
b) $\log_c(a + b) = (\log_c a) \cdot (\log_c b)$
c) $\log_c(ab) = (\log_c a) + (\log_c b)$

d) $\log_c(ab) = (\log_c a) \cdot (\log_c b)$

---

87. (EEAR-2016)

O valor de x na equação $\log_{\frac{1}{3}}(\log_{27} 3x) = 1$ é

a) 1
b) 3
c) 9
d) 27

---

88. (EEAR-2017)

As funções logarítmicas $f(x) = \log_{0,4} x$ e $g(x) = \log_4 x$ são, respectivamente,

a) Crescente e crescente
b) Crescente e decrescente
c) Decrescente e crescente
d) Decrescente e decrescente

---

89. (EEAR-2017)

Se $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 36 = 1{,}6$, então $\log 3 =$ ___.

a) $0{,}4$
b) $0{,}5$
c) $0{,}6$
d) $0{,}7$

---

90. (EEAR-2019)

Sejam m, n e b números reais positivos, com $b \neq 1$. Se $\log_b m = x$ e se

$\log_b n = y$, então $\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\frac{n}{m}\right)$ é igual a

a) x
b) $2y$
c) $x + y$
d) $2x - y$

91.(EsSA 2009)

A soma dos dois primeiros números inteiros do domínio da função definida por $g(x) = \frac{1}{\sqrt{9^{2x-1}-3^{-2x+3}}}$ é:

a) 3

b) 1

c) – 1

d) 7

e) 5

---

92. (EsSA 2010)

Aumentando-se um número x em 75 unidades, seu logaritmo na base 4 aumenta em 2 unidades. Pode-se afirmar que x é um número:

a) divisor de 8.

b) irracional.

c) maior que 4.

d) múltiplo de 3.

e) menor que 1.

---

93. (EsSA 2011)

Se $f(x) = \log_{\sqrt{5}} x^2$ com x real e maior que zero, então o valor de $f(f(5))$ é:

a) $\frac{2\log 2}{1+\log 2}$

b) $\frac{\log 2}{\log 2+2}$

c) $\frac{5\log 2}{\log 2+1}$

d) $\frac{8\log 2}{1-\log 2}$

e) $\frac{5\log 2}{1-\log 2}$

---

94 (EsSA 2012)

Se $5^{x+2} = 100$, então 5^{2x} é igual a:

a) 4

b) 8

c) 10

d) 16

e) 100.

---

95 (EsSA 2012)

Se $f(2x+1) = x^2 + 2x$, então f(2) vale:

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{2}$

---

96 (EsSA 2012)

Se $\log_2 3 = a$ e $\log_2 5 =$ b, então o valor de $\log_{0,5} 75$ é:

a) a + b

b) −a + 2b

c) a – b

d) a − 2b

e) −a − 2b

---

97 (EsSA 2012)

Os gráficos das funções reais $f(x)=2x-\frac{2}{5}$ e $g(x)=3x^2-c$ possuem um único ponto em comum. O valor de c é:

a) $-\frac{1}{5}$

b) 0

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{15}$

e) 1

---

98 (EsSA 2012)

O conjunto solução da equação exponencial $4^x - 2^x = 56$ é:

a) {−7, 8}

b) {3, 8}

c) {3}

d) {2, 3}

e) {8}

---

99 (EsSA 2012)

Sabendo que $\log P = 3\cdot\log a - 4\log b + \frac{1}{2}\log c$, assinale a alternativa que representa o valor de P. (dados: a = 4, b = 2 e c = 16)

a) 12

b) 52

c) 16

d) 24

e) 73

---

100. (EsSA 2013)

O logaritmo de um produto de dois fatores é igual à soma dos logaritmos de cada fator, mantendo-se a mesma base. Identifique a alternativa que representa a propriedade do logaritmo anunciada.

a) $log_b ac = log_b a + log_b c$

b) $log_b ac = log_b (a+c)$

c) $log_b (a+c) = (log_b a)\cdot(log_b c)$

d) $log_b (a+c) = log_b (a\cdot c)$

e) $log_e (a\cdot c) = log_b a + log_f c$

---

101. (EsSA 2015)

Sejam f a função dada por $f(x)=2x+4$ e g a função dada por $g(x)=3x-2$. A função *f o g* deve ser dada por:

a) $f(g(x))=6x$

b) $f(g(x))=6x+4$

c) $f(g(x))=2x-2$

d) $f(g(x))=3x+4$

e) $f(g(x))=3x+2$

---

102. (EsSA 2015) – Identifique a equação exponencial.

a) $2\cdot X=4$

b) $2+X=4$

c) $X^2=4$

d) $log_X 4=2$

e) $2^X=4$

---

103. (EsSA 2015)

Dados $log 3 = a$ e $log 2 = b$, a solução de $4^x = 30$ é:

a) $\frac{2a+1}{b}$

b) $\frac{a+2}{b}$

c) $\frac{2b+1}{a}$

d) $\frac{a+1}{2b}$

e) $\frac{b+2}{a}$

---

104. (EsSA 2015)

As funções do 2º grau com uma variável: $f(x)=ax^2+bx+c$ terão valor máximo quando:

a) $a < 0$

b) $b > 0$

c) $c < 0$

d) $\Delta > 0$

e) $a > 0$

---

105. (EsSA 2016) – Funções bijetoras possuem função inversa porque elas são invertíveis, mas devemos tomar cuidado com o domínio da nova função obtida. Identifique a alternativa que apresenta a função inversa de $f(x)=x+3$.

a) $f(x)^{-1} = x - 3.$

b) $f(x)^{-1} = x + 3.$

c) $f(x)^{-1} = -x - 3.$

d) $f(x)^{-1} = -x + 3.$

e) $f(x)^{-1} = 3x.$

---

106. (EsSA 2016)

Utilizando os valores aproximados $log2=0,30$ e $log3=0,48$, encontramos para $log\sqrt[3]{12}$ o valor de:

a) 0,33

b) 0,36

c) 0,35

d) 0,31

e) 0,32

---

107. (EsSA 2016)

Sejam as funções reais dadas por $f(x) = 5x + 1$ e $g(x) = 3x - 2$. Se $m = f(n)$, então g(m) vale:

a) 15n + 1

b) 14n – 1

c) 3n – 2

d) 15n – 15

e) 14n – 2

---

108. (EsSA 2017)

Se $\log x$ representa o logaritmo na base 10 de x, então o valor de $k \in (0, +\infty)$, tal que $\log k = 10 - \log 5$ é:

a) 10^9

b) $5 \cdot 10^9$

c) 10^{10}

d) $2 \cdot 10^9$

e) $5 \cdot 10^{10}$

---

109. (EsSA 2017)

Com relação às funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras podemos afirmar que:

a) se é injetora e não é sobrejetora então ela é bijetora.

b) se é sobrejetora então ela é injetora.

c) se é injetora e sobrejetora então ela é bijetora.

d) se é injetora então ela é sobrejetora.

e) se é sobrejetora e não é injetora então ela é bijetora.

110. (EsSA 2017) – O conjunto solução da inequação $x^2 + 5x + 6 < 0$, onde x é um número real($x \in \mathbb{R}$), é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x < -2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x < 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < -6\}$

111. (EsSA 2017)

Os valores de k de modo que o valor mínimo da função $f(x) = x^2 + (2k-1)x + 1$ seja −3 são:

a) $-\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{2}$

b) $-\frac{5}{2}$ e $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{4}$ e $-\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{2}$ e $-\frac{3}{2}$

112. (EsSA 2018)

Seja a função definida por: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = 2^x$. Então $f(a+1) - f(a)$ é igual a:

a) $2 \cdot f(a)$

b) f(a)

c) f(1)

d) 2

e) 1

113. (EsSA 2018)

Lembrando que zero ou raiz da função $f(x)=ax+b$ é o valor de x que torna a função nula, então, identifique a alternativa que apresenta a função f(x) cuja raiz é igual a +3.

a) $f(x)=x-3$

b) $f(x)=3x-3$

c) $f(x)=x+3$

d) $f(x)=3x$

e) $f(x)=2x-5$

---

114. (EsSA 2018)

Adotando-se $log2=x$ e $log3=y$, o valor de $log_5 120$ será dado por:

a) $\frac{x+2y+1}{1-y}$

b) $\frac{x+2y}{1-y}$

c) $\frac{4x+3y}{x+y}$

d) $\frac{2x+y}{1-x}$

e) $\frac{2x+y+1}{1-x}$

---

115. (EsSA 2018)

Sejam $f:\{x \in \mathbb{R} | x > 0\} \to \mathbb{R}$ e $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x)=\log_2 x$ e $g(x)=\frac{1}{4}\cdot 2^x$, respectivamente. O valor de $f \circ g(2)$ é:

a) 0

b) 2

c) −2

d) 4

e) −4

---

116. (EsSA 2018)

O valor da expressão $A = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8 32$ é:

a) – 1

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{2}{3}$

d) 0

e) 1

---

7 – Questões Comentadas

1. (Usf 2018) Em um experimento, o número de bactérias presentes nas culturas A e B, no instante t, em horas, é dado, respectivamente, por: $A(t) = 10 \cdot 2^{t-1} + 238$ e $B(t) = 2^{t+2} + 750$. De acordo com essas informações, o tempo decorrido, desde o início desse experimento, necessário para que o número de bactérias presentes na cultura A seja igual ao da cultura B é

a) 5 horas.

b) 6 horas.

c) 7 horas.

d) 9 horas.

e) 12 horas.

Comentário:

Para que o número de bactérias presentes na cultura A seja igual ao da cultura B devemos ter

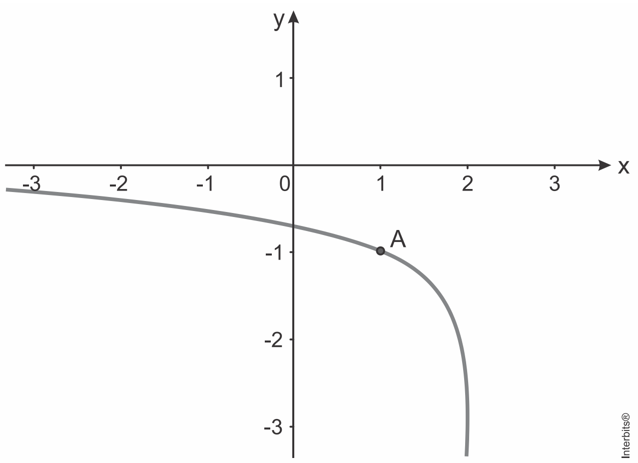
$$10 \cdot 2^{t-1} + 238 = 2^{t+2} + 750 \Leftrightarrow 10 \cdot 2^{t-1} - 2^{t+2} = 750 - 238$$
$$\Leftrightarrow 2^{t-1} \cdot (10 - 2^3) = 512$$
$$\Leftrightarrow 2^{t-1} = 2^8$$
$$\Leftrightarrow t = 9.$$

Em consequência, a resposta é 9 horas.

Gabarito: D

---

2. (Upf 2018) Na figura, está representada parte do gráfico da função f definida por $f(x) = \log(ax + 2) - 1,$ com $a \neq 0$ e o ponto $A(1, -1)$ pertencente ao gráfico da função $f.$



O valor de a é:

a) 1

b) 2

c) -1

d) -2

e) 8

Comentário:

Se $A(1,-1)$ pertence ao gráfico de f, então

$-1=\log(a\cdot 1+2)-1 \Leftrightarrow a+2=10^0 \Leftrightarrow a=-1.$

Gabarito: C

---

3. (Mackenzie 2018) Se $3^m=a$ e $3^n=b$, $a>0$ e $b>0$, então o valor de $3^{\frac{m-2n}{2}}$ é igual a

a) $\sqrt{a}-b$

b) $\frac{a}{2}+b$

c) $\frac{a}{2}-b$

d) $\frac{\sqrt{a}}{b}$

e) $\frac{a-b}{2}$

Comentário:

Calculando:

$$3^{\frac{m-2n}{2}}=\left(3^{m-2n}\right)^{1/2}=\sqrt{3^m\cdot 3^{-2n}}=\sqrt{3^m\cdot\frac{1}{\left(3^n\right)^2}}=\sqrt{a\cdot\frac{1}{b^2}}=\frac{\sqrt{a}}{b}$$

Gabarito: D

---

4. (Ifpe 2017) No início do ano de 2017, Carlos fez uma análise do crescimento do número de vendas de refrigeradores da sua empresa, mês a mês, referente ao ano de 2016. Com essa análise, ele percebeu um padrão matemático e conseguiu descrever a relação $V(x)=5+2^x$, onde V representa a quantidade de refrigeradores vendidos no mês x. Considere: $x=1$ referente ao mês de janeiro; $x=12$ referente ao mês de dezembro.

A empresa de Carlos vendeu, no 2º trimestre de 2016, um total de
a) 39 refrigeradores.

b) 13 refrigeradores.

c) 127 refrigeradores.

d) 69 refrigeradores.

e) 112 refrigeradores.

Comentário:

Sabendo que o segundo trimestre corresponde aos meses de Abril, Maio e Junho, isto é, meses $4, 5, 6$ temos que a venda foi de:

$$V(4)+V(5)+V(6)=(5+2^4)+(5+2^5)+(5+2^6)=(5+16)+(5+32)+(5+64)=127$$

Gabarito: C

---

5. (Ufjf-pism 1 2017) Para qual das funções abaixo, a equação $f(x)-1=0$ não possui uma raiz real?

a) $f(x)=e^x$

b) $f(x)=\log_{10} x$

c) $f(x)=-x^2$

d) $f(x)=2x$

e) $f(x)=1$

Comentário:

Calculando:

[A] $e^x-1=0 \to x=0 \to 0 \in \mathbb{R}$

[B] $\log_{10} x-1=0 \to x=10 \to 10 \in \mathbb{R}$

[C] $-x^2-1=0 \to$ se $x \in \mathbb{R}$, então $x^2>0$, logo $-x^2-1 \neq 0$

[D] $2x-1=0 \to x=\frac{1}{2} \to \frac{1}{2} \in \mathbb{R}$

[E] $1-1=0 \to 1 \in \mathbb{R}$

Gabarito: C

6. (Unesp 2017) Admita que o número de visitas diárias a um site seja expresso pela potência 4^n, com n sendo o índice de visitas ao site. Se o site S possui o dobro do número de visitas diárias do que um site que tem índice de visitas igual a 6, o índice de visitas ao site S é igual a

a) $12.$

b) $9.$

c) $8,5.$

d) $8.$

e) $6,5.$

Comentário:

Seja k o índice de visitas ao site S. Desse modo, temos

$$4^k = 2 \cdot 4^6 \Leftrightarrow 4^k = 4^{0,5} \cdot 4^6 \Leftrightarrow 4^k = 4^{6,5}.$$

A resposta é $k = 6,5.$

Gabarito: E

7. (Pucrs 2017) Uma turma de uma escola central de Porto Alegre recebeu a seguinte questão em sua primeira prova no Ensino Médio:

Um dos valores de x que soluciona a equação $\log_2(-x^2 + 32) = 4$ é igual ao número de centros culturais localizados nas proximidades do centro da cidade. Esse número é

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

e) 7

Comentário:

Desde que x é um número inteiro positivo, temos:

$$\begin{aligned}\log_2(-x^2+32)=4 &\Leftrightarrow -x^2+32=16\\ &\Leftrightarrow x^2=16.\\ &\Rightarrow x=4.\end{aligned}$$

Gabarito: B

---

8. (Eear 2017) Se $\log 2 \cong 0{,}3$ e $\log 36 \cong 1{,}6$, então $\log 3 \cong$ ______.

a) $0{,}4$

b) $0{,}5$

c) $0{,}6$

d) $0{,}7$

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{aligned}\log 36 &= \log(2\cdot 3)^2\\ &= 2\cdot(\log 2+\log 3)\\ &\cong 2\cdot 0{,}3+2\cdot\log 3\\ &\cong 0{,}6+2\cdot\log 3.\end{aligned}$$

Portanto, o resultado é

$$0{,}6+2\cdot\log 3\cong 1{,}6\Rightarrow \log 3\cong 0{,}5.$$

Gabarito: B

---

9. (Upf 2017) Considere as funções reais de variável real, definidas por:

$f(x)=1+3^{x-2}$ e $g(x)=\log_a x$

Sabe-se que, na representação gráfica das funções, as curvas interceptam-se no ponto de abscissa 2. Dessa forma, o valor de a é:

a) $-\sqrt{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) 1

d) $\frac{1}{2}$

e) $\sqrt{2}$

Comentário:

Calculando:

$f(2)=g(2)$

$1+3^{2-2}=\log_a 2 \Rightarrow 1+3^0=\log_a 2 \Rightarrow \log_a 2=2 \Rightarrow a^2=2 \Rightarrow a=\sqrt{2}$

Gabarito: E

---

10. (Eear 2017) A desigualdade $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x}$ tem como conjunto solução

a) $S=\{x\in\mathbb{R} \mid x>1\}$

b) $S=\{x\in\mathbb{R} \mid x<5\}$

c) $S=\{x\in\mathbb{R} \mid x>5\}$

d) $S=\{x\in\mathbb{R} \mid 1<x<5\}$

Comentário:

Sendo $0<\frac{1}{2}<1$, temos

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$
$$\Leftrightarrow 3x - 5 < 2x$$
$$\Leftrightarrow x < 5.$$

Por conseguinte, o conjunto solução da inequação é $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}.$

Gabarito: B

11. (Imed 2016) Em relação à função real definida por $g(x) = 2^x + 1,$ é correto afirmar que $g(g(0))$ corresponde a:

a) 1.

b) 2.

c) 3.

d) 4.

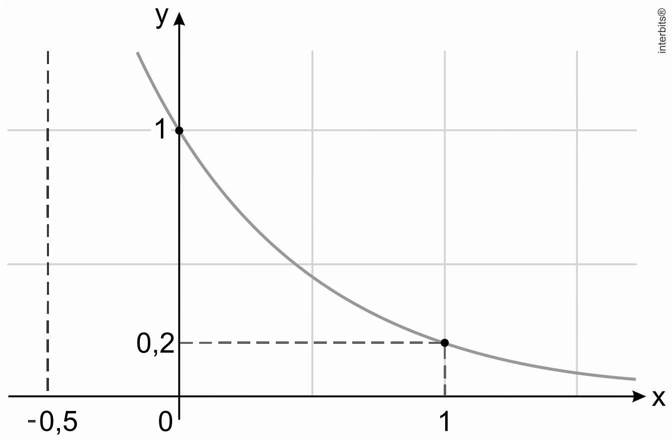
e) 5.

Comentário:

$$g(x) = 2^x + 1$$
$$g(0) = 2^0 + 1 \Rightarrow g(0) = 2$$
$$g(g(0)) = 2^{g(0)} + 1 \Rightarrow g(g(0)) = 2^2 + 1 = 5$$

Gabarito: E

12. (Unesp 2016) A figura descreve o gráfico de uma função exponencial do tipo $y = a^x$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$.



Nessa função, o valor de y para $x = -0{,}5$ é igual a

a) $\log 5$

b) $\log_5 2$

c) $\sqrt{5}$

d) $\log_2 5$

e) $2{,}5$

Comentário:

Com os valores do gráfico e do enunciado, pode-se escrever:

$$y = a^x$$
$$0{,}2 = a^1 \to a = 0{,}2 \to y = 0{,}2^x$$
$$y = 0{,}2^{-0{,}5} = \left(\frac{2}{10}\right)^{-0{,}5} = \left(\frac{10}{2}\right)^{0{,}5} = (5)^{0{,}5} = \sqrt{5}$$

Gabarito: C

---

13. (Enem 2ª aplicação 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:

$p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$

em que t é o tempo, em hora, e $p(t)$ é a população, em milhares de bactérias.

Em relação à quantidade inicial de bactérias, após $20\text{ min},$ a população será

a) reduzida a um terço.

b) reduzida à metade.

c) reduzida a dois terços.

d) duplicada.

e) triplicada.

Comentário:

Desde que $20\text{min} = \frac{1}{3}\text{h},$ vem

$$p\left(\frac{1}{3}\right) = 40 \cdot 2^{3 \cdot \frac{1}{3}} = 80.$$

Portanto, após $20\text{ min},$ a população será duplicada

Gabarito: D

---

14. (Unisinos 2016) Se x e y são tais que $\begin{cases} 2^{3x+4y} = 16 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$, então $x^2 + y^2$ é igual a

a) $0.$

b) $32.$

c) $320.$

d) $832.$

e) $9.536.$

Comentário:

Tem-se que

$$\begin{cases} 2^{3x+4y} = 16 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x+4y} = 2^4 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 4 \\ 5x + 7y = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -15x - 20y = -20 \\ 15x + 21y = 24 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Por conseguinte, vem $x^2 + y^2 = (-4)^2 + 4^2 = 32.$

Gabarito: B

---

15. (Pucrj 2016) Quanto vale a soma de todas as soluções reais da equação abaixo?

$$(5^x)^2 - 26 \cdot 5^x + 25 = 0$$

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentário:

Completando o quadrado, vem

$$(5^x)^2 - 26 \cdot 5^x + 25 = 0 \Leftrightarrow (5^x - 13)^2 = 144$$
$$\Leftrightarrow 5^x - 13 = \pm 12$$
$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 5^x = 5^2 \\ \text{ ou} \\ 5^x = 5^0 \end{array} \right.$$
$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 0 \cdot$$

Portanto, a resposta é $0+2=2.$

Gabarito: C

16. (Ifal 2016) Num determinado mês, a quantidade vendida Q de um certo produto, por dia, em uma loja, em função do dia d do mês, é representada pela função $Q=\log_2 d.$ Qual a quantidade vendida desse produto no dia 16 desse mês?

a) $0.$

b) $1.$

c) $2.$

d) $3.$

e) $4.$

Comentário:

$$
\begin{aligned}
&Q=\log_2 d\\
&d=16\\
&Q=\log_2 16=\log_2 2^4 \to Q=4
\end{aligned}
$$

Gabarito: E

17. (Unicamp 2016) A solução da equação na variável real $x,$ $\log_x(x+6)=2,$ é um número

a) primo.

b) par.

c) negativo.

d) irracional.

Comentário:

Sabendo que $\log_a b=c \Leftrightarrow a^c=b,$ para quaisquer a e b reais positivos, e $a\neq 1,$ temos

$\log_x(x+6)=2 \Leftrightarrow x^2-x-6=0 \Rightarrow x=3,$

que é um número primo.

Gabarito: A

18. (Ucs 2015) Considere as funções a seguir que representam quantidades de substâncias no tempo $t.$

I. $Q(t)=100\cdot(1{,}07)^t$

II. $Q(t)=300\cdot(0{,}25)^t$

III. $Q(t)=5\cdot e^{0{,}08t}$

Das funções acima, indica(m) crescimento

a) apenas I.

b) apenas I e II.

c) apenas I e III.

d) apenas II e III.

e) I, II e III.

Comentário:

Como todas as funções são do tipo $f(t)=a\cdot b^t,$ com $a>0,$ segue que a única que não indica crescimento é $Q(t)=300\cdot(0{,}25)^t,$ pois $0<b=0{,}25<1.$

Gabarito: C

19. (Ucs 2015) A concentração C de certa substância no organismo altera-se em função do tempo

t, em horas, decorrido desde sua administração, de acordo com a expressão $C(t) = K \cdot 3^{-0,5t}$.

Após quantas horas a concentração da substância no organismo tornou-se a nona parte da inicial?

a) 3

b) 3,5

c) 4

d) 6

e) 9

Comentário:

Queremos calcular t para o qual se tem $C(t) = \frac{1}{9} \cdot C(0)$. Logo, vem

$$K \cdot 3^{-0,5t} = \frac{1}{9} \cdot K \cdot 3^{-0,5 \cdot 0} \Leftrightarrow 3^{0,5t} = 3^2 \Leftrightarrow t = 4.$$

Gabarito: C

---

20. (Pucrj 2015) Se $\log_{1/2} x = -3$, então $\sqrt[3]{x} + x^2$ vale:

a) $3/4$

b) 6

c) 28

d) 50

e) 66

Comentário:

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -3 \Rightarrow x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Rightarrow x = 8$$

$$\text{portanto } \sqrt[3]{8} + 8^2 = 66$$

Gabarito: E

---

21. (Espm 2014) Se $\left(4^x\right)^2 = 16 \cdot 2^{x^2}$, o valor de x^x é:

a) 27

b) 4

c) $\frac{1}{4}$

d) 1

e) $-\frac{1}{27}$

Comentário:

Como

$$\begin{aligned}(4^x)^2 = 16 \cdot 2^{x^2} &\Leftrightarrow 2^{4x} = 2^{x^2+4} \\ &\Leftrightarrow x^2 + 4 = 4x \\ &\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 2,\end{aligned}$$

segue-se que $x^x = 2^2 = 4.$

Gabarito: B

---

22. (Unifor 2014) Após um estudo em uma colmeia de abelhas, verificou-se que no instante $t = 0$ o número de abelhas era 1.000 e que o crescimento populacional da colmeia é dado pela função f, onde f é definida por $f(t) = 1000 \cdot 2^{\frac{2t}{3}}$, em que t é o tempo decorrido em dias. Supondo que não haja mortes na colmeia, em quantos dias no mínimo essa colmeia atingirá uma população de 64.000 abelhas?

a) 9

b) 10

c) 12

d) 13

e) 14

Comentário:

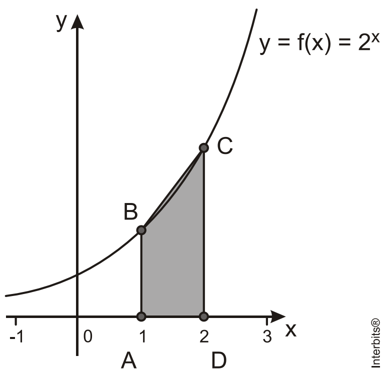
Queremos calcular o menor valor de t para o qual se tem $f(t) \geq 64000$. Assim, vem que

$$1000 \cdot 2^{\frac{2t}{3}} \geq 64000 \Leftrightarrow 2^{\frac{2t}{3}} \geq 2^6 \Leftrightarrow t \geq 9.$$

Gabarito: A

---

23. (Ufjf 2012) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = 2^x$. Na figura abaixo está representado, no plano cartesiano, o gráfico de *f* e um trapézio *ABCD*, retângulo nos vértices *A* e *D* e cujos vértices *B* e *C* estão sobre o gráfico de *f*.



A medida da área do trapézio *ABCD* é igual a:

a) 2

b) $\frac{8}{3}$

c) 3

d) 4

e) 6

Comentário:

A área do trapézio ABCD é dada por:

$$\frac{f(2)+f(1)}{2}\cdot(2-1)=\frac{2^2+2^1}{2}=\frac{6}{2}=3\text{ u.a.}$$

Gabarito: C

---

24. (EEAR-2001)

Resolvendo a equação $(0,0625)^{x-2}=0,25$, obtemos x igual a:

a) $\frac{2}{9}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{9}{2}$

Comentário:

Temos que

$$(0,0625)^{x-2}=0,25\rightarrow(0,5)^{4x-8}=0,5^2\rightarrow 4x-8=2$$

$$x=\frac{5}{2}$$

Gabarito: C

---

25. (EEAR-2001)

O conjunto imagem da função $f(x)=3^x-5$ é:

a) $\{f(x)\in\mathbb{R}\mid f(x)<-4\}$

b) $\{f(x)\in\mathbb{R}\mid f(x)>-4\}$

c) $\{f(x)\in\mathbb{R}\mid f(x)\geq-5\}$

d) $\{f(x)\in\mathbb{R}\mid f(x)>-5\}$

Comentário:

Note que temos que analisar para onde vai a função nos valores extremos para o x

Quando $x\rightarrow-\infty$, temos que

$$\frac{1}{3^{-\infty}} - 5 = -5 \therefore f \to -5$$

Quando $x \to \infty$, temos que

$$3^{\infty} - 5 \to \infty$$

Logo, $\{f(x) \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq -5\}$

Gabarito: C

26. (EEAR-2001)

Se x e y são números reais que tornam simultaneamente verdadeiras as sentenças $2^{x+y} - 2 = 30$ e $2^{x-y} - 2 = 0$, então x^y é igual a:

a) 9

b) 8

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{9}$

Comentário:

Temos que

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 32 = 2^5 \\ 2^{x-y} = 2^1 \end{cases} \to \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \to x = 3\ e\ y = 2$$

$$x^y = 3^2 = 9$$

Gabarito: A

27. (EEAR-2002)

Os valores de x para os quais $(0{,}8)^{4x^2-x} > (0{,}8)^{3(x+1)}$.

a) $-\frac{3}{2} < x < \frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$

c) $x < -\frac{3}{2}$ ou $x > \frac{1}{2}$

d) $x < -\frac{1}{2}$ ou $x > \frac{3}{2}$

Comentário:

Temos que, como $0{,}8 < 1$, demos inverter o sinal da desigualdade

$$4x^2 - x < 3x + 3 \rightarrow 4x^2 - 4x - 3 < 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) < 0$$

$$-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}$$

Gabarito: B

---

28. (EEAR-2002)

Efetuando $\sqrt[3]{k^2 + 6k + 9} \div \sqrt[4]{k+3}$, obtemos:

a) $\sqrt{k+3}$

b) $\sqrt[6]{k+3}$

c) $\sqrt[12]{(k+3)^5}$

d) $\sqrt[12]{k+3}$

Comentário:

Temos que

$$\frac{\sqrt[3]{k^2 + 6k + 9}}{\sqrt[4]{k+3}} = \frac{\sqrt[3]{(k+3)^2}}{\sqrt[4]{k+3}} = (k+3)^{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}} = (k+3)^{\frac{5}{12}} = \sqrt[12]{(k+3)^5}$$

Gabarito: C

---

29. (EEAR-2002)

Se $8^{x-9} = 16^{\frac{x}{2}}$, então x é um número múltiplo de:

a) 2

b) 3

c) 5

d) 7

Comentário:

Temos que

$$8^{x-9} = 16^{\frac{x}{2}} \rightarrow 2^{3x-27} = 2^{2x} \rightarrow 3x - 27 = 2x \rightarrow x = 27$$

Sendo 27 múltiplo de 3.

Gabarito: B

---

30. (EEAR-2002)

Resolvendo a equação $2^{2^{2x^2+1}} = 256$, concluímos que ela:

a) não admite soluções reais.

b) admite $\sqrt{\frac{3}{2}}$ como raiz.

c) admite duas soluções reais positivas.

d) admite duas soluções cuja soma é zero.

Comentário:

Temos que

$$2^{2^{2x^2+1}} = 256 \to 2^{2^{2x^2+1}} = 2^8 \to 2^{2x^2+1} = 8 = 2^3$$
$$2x^2 + 1 = 3 \to x^2 = 1 \to x = \pm 1$$

Gabarito: D

---

31. (EEAR-2002)

Se $a^2 = 99^6$, $b^3 = 99^7$ e $c^4 = 99^8$, então $(abc)^{12}$ é igual a:

a) 99^{12}

b) $99^{\frac{21}{2}}$

c) 99^{28}

d) 99^{88}

Comentário:

Temos que

$$(abc)^{12} = (a^2)^6 \cdot (b^3)^4 \cdot (c^4)^3$$

$(abc)^{12} = (99^6)^6 \cdot (99^7)^4 \cdot (99^8)^3 = 99^{36+28+24} = 99^{88}$

Gabarito: D

---

32. (EEAR-2002)

A expressão $\frac{8^{4a}-4^{2a}}{8^{2a}-4^{a}}$ é equivalente a:

a) $1-2^{4a}$

b) $2^{2a}\left(2^{4a}+1\right)$

c) $3^{2}\cdot 2^{2a}$

d) $2^{4a}\left(2^{4a}+1\right)$

Comentário:

Temos que

$$\frac{8^{4a}-4^{2a}}{8^{2a}-4^{a}}=\frac{(8^{2a}-4^{a})\cdot(8^{2a}+4^{a})}{8^{2a}-4^{a}}=8^{2a}+4^{a}=2^{6a}+2^{2a}=2^{2a}\cdot(2^{4a}+1)$$

Gabarito: B

---

33. (EEAR-2002)

A solução da inequação $x^{2x-1}<x^{3}$, sendo $x>0$ e $x\neq 1$, é o conjunto $S=\{x\in\mathbb{R}|\_\_\_\_\_\_\}$. Assinale a alternativa que completa corretamente os pontilhados:

a) x < 2

b) x > 2

c) 0 < x < 2

d) 1 < x < 2

Comentário:

Temos que analisar duas situações

1. Se $0<x<1$, então

$$2x-1>3\rightarrow x>2\ (falso, pois\ não\ pertence\ ao\ intervalo\ condicional)$$

2. Se $x>1$, então

$$2x-1<3\rightarrow x<2$$

Logo,

$$1<x<2.$$

Gabarito: D

---

34. (EEAR-2003)

Se $0{,}0625^{x+2} = 0{,}25$, então $(x+1)^6$ vale:

a) $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{32}$

c) 64

d) $\frac{1}{64}$

Comentário:

Temos que

$$0{,}0625^{x+2} = 0{,}25 \rightarrow 0{,}5^{3x+6} = 0{,}5^2 \rightarrow 4x + 8 = 2 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$(x+1)^6 = \left(-\frac{3}{2} + 1\right)^6 = \frac{1}{64}$$

Gabarito: D

35. (EEAR-2003)

O valor da raiz da equação $2^{x+1} + 2^{x-1} = 40$ é um número:

a) inteiro positivo

b) irracional

c) inteiro negativo

d) imaginário puro

Comentário:

Temos que

$$2^{x+1} + 2^{x-1} = 40 \rightarrow 2^x \cdot \left(2 + \frac{1}{2}\right) = 40 \rightarrow 2^x = 16 = 2^4$$

$$x = 4$$

Gabarito: A

36. (EEAR-2003)

Todo número real positivo pode ser escrito na forma 10^x. Tendo em vista que $8 \approx 10^{0,90}$, então o expoente x, tal que $125 = 10^x$, vale aproximadamente,

a) 1,90

b) 2,10

c) 2,30

d) 2,50

Comentário:

Temos que

$$125 = 10^x \rightarrow \frac{1000}{8} = 10^x \rightarrow \frac{10^3}{10^{0,9}} = 10^x$$
$$10^{2,1} = 10^x \rightarrow x = 2,1$$

Gabarito: B

---

37. (EEAR-2004)

Na equação $2^{x+1} + 2^{-x} = 3$, é verdadeira a afirmativa:

a) Uma das raízes é 1.

b) A soma das raízes é um número inteiro positivo.

c) O produto das raízes é um número inteiro negativo.

d) O quociente das raízes pode ser zero (0).

Comentário:

Temos que

$$2^{x+1} + 2^{-x} = 3 \rightarrow 2 \cdot (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$$
$$\begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \dfrac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Gabarito: D

---

38. (EEAR-2004)

O valor da expressão $5x^0 + 2x^{\frac{3}{4}} + 9x^{-\frac{1}{2}}$, quando x = 81, é:

a) 48.

b) 60.

c) 65.

d) 72.

Comentário:

Temos que

$$5x^0 + 2x^{\frac{3}{4}} + 9x^{-\frac{1}{2}} = 5 \cdot 81^0 + 2 \cdot 81^{\frac{3}{4}} + 9 \cdot 81^{-\frac{1}{2}} = 5 + 54 + 1 = 60$$

Gabarito: B

---

39. (EEAR-2005)

A soma dos valores de x que verificam a equação $5^{2x} - 7 \cdot 5^x + 10 = 0$ é:

a) $\log 10$

b) $\log_5 10$

c) $log_5 \ \ 5 + log_5 \ \ 2$

d) $\log_2 2 + \log_5 5$

Comentário:

Temos que

$$5^{2x} - 7 \cdot 5^x + 10 = 0 \rightarrow 1 \cdot (5^x)^2 - 7 \cdot 5^x + 10 = 0$$

$$\begin{cases} 5^x = 5^1 \\ 5^x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 = \log_5 5 \\ x = \log_5 2 \end{cases}$$

Assim, a soma das soluções é

$$\log_5 5 + \log_5 2$$

Gabarito: C

---

40. (EEAR-2007)

Sejam as funções f, g, h e t definidas, respectivamente, por $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$, $g(x) = \pi^x$, $h(x) = \left(\sqrt{2}\right)^{-x}$ e $t(x) = \left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)$.

Dessas quatro funções, é(são) decrescente(s):

a) todas.

b) somente três.

c) somente duas.

d) somente uma.

Comentário:

Temos que

$$f(x) é\ crescente$$
$$g(x) é\ crescente$$
$$h(x)\ é\ decrescente$$
$$t(x)\ é\ constante$$

Gabarito: D

---

41. (EEAR-2008)

A raiz real da equação $25^{\sqrt{x}} - 24 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 25$ é um número múltiplo de:

a) 7.

b) 5.

c) 3.

d) 2.

Comentário:

Temos que

$$25^{\sqrt{x}} - 24 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 25 \ \rightarrow \left(5^{\sqrt{x}}\right)^2 - 24 \cdot 5^{\sqrt{x}} - 25 = 0$$

$$\begin{cases} 5^{\sqrt{x}} = 25 = 5^2 \rightarrow x = 4 \\ 5^{\sqrt{x}} = -1\ (não\ convém) \end{cases}$$

Logo, a raiz real é $x = 4$, sendo múltiplo de 2.

Gabarito: D

---

42. (EEAR-2008)

A raiz real da equação $4^{x-1} = \frac{1}{8}$ é um número:

a) inteiro positivo.

b) inteiro negativo.

c) racional positivo.

d) racional negativo.

Comentário:

Temos que

$$4^{x-1} = \frac{1}{8} \rightarrow 2^{2x-2} = 2^{-3}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Gabarito: D

---

43. (EEAR-2009)

Se x é a raiz da equação $\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2{,}25$, então o valor de x é:

a) 5.

b) 3.

c) −2.

d) −4.

Comentário:

Temos que

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 2{,}25 = \frac{9}{4} \rightarrow 2^x \cdot 3^{-x} = 3^2 \cdot 2^{-2}$$

$$x = -2$$

Gabarito: C

---

44. (EEAR-2012)

No conjunto dos números reais, a equação $(3^x)^x = 9^8$ tem por raízes:

a) um número positivo e um negativo.

b) um número negativo e o zero.

c) dois números negativos.

d) dois números positivos.

Comentário:

Temos que

$$(3^x)^x = 9^8 \rightarrow 3^{x^2} = 3^{16}$$

$$x = \pm 4$$

Gabarito: A

45. (EEAR-2013)

Seja uma função real definida por $f(x)=(x+1)\cdot m^{x-1}$. Se $f(2)=6$, então m é igual a:

a) 4.

b) 3.

c) 2.

d) 1.

Comentário:

Temos que

$$f(2) = 6 \rightarrow (2+1)\cdot m^{2-1} = 6 \rightarrow m = 2$$

Gabarito: C

46. (EEAR-2015)

Se $f(x)=a^x+b$ é uma função tal que $f(0)=\frac{4}{3}$ e $f(-1)=1$ então o valor de a é:

a) 1

b) 2

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{2}$

Comentário:

Temos que

$$f(x) = a^x + b \rightarrow \begin{cases} a^0 + b = \frac{4}{3} \\ a^{-1} + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Gabarito: D

47. (EEAR-2016)

O conjunto solução da inequação $2^{2x+1} < \frac{5}{4}\cdot 2^{x+2} - 2$ é:

a) $S = \left\{x \in \mathbb{R} | -\frac{1}{2} < x < 2\right\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x < 1\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

Comentário:

Temos que

$$2^{2x+1} < \frac{5}{4} \cdot 2^{x+2} - 2$$

$$2 \cdot (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 2 < 0$$

$$\frac{1}{2} < 2^x < 2 \rightarrow -1 < x < 1$$

Gabarito: B

---

48. (EEAR-2017)

A desigualdade $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^x$ tem como conjunto solução:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 1\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} | x < 5\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 5\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x < 5\}$

Comentário:

Temos que

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\frac{1}{4}\right)^x \rightarrow 2^{-3x+5} > 2^{-2x}$$

$$-3x + 5 > -2x$$

$$x < 5$$

Gabarito: B

---

49. (EEAR-2018)

O valor real que satisfaz a equação $4^x - 2^x - 2 = 0$ é um número:

a) entre −2 e 2

b) entre 2 e 4

c) maior que 4

d) menor que −2

Comentário:

Temos que

$$4^x - 2^x - 2 = 0 \rightarrow (2^x)^2 - 2^x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2^x = 2 \rightarrow x = 1 \\ 2^x = -1\ (absurdo) \end{cases}$$

Gabarito: A

---

50. (EEAR-2018)

Na função $f(x) = 27^{\frac{x+2}{x}}$, tal que $x \neq 0$, o valor de x para que $f(x) = 3^6$, é um número:

a) divisível por 2

b) divisível por 3

c) divisível por 5

d) divisível por 7

Comentário:

Temos que

$$f(x) = 27^{\frac{x+2}{x}} = 3^6$$

$$3^{\frac{3x+6}{x}} = 3^6$$

$$3x + 6 = 6x \rightarrow x = 2\ (divisível\ por\ 2)$$

Gabarito: A

---

51. (EEAR-2000)

Resolvendo o sistema $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ xy = 8 \end{cases}$, obtemos:

e) $S = \left\{\left(32, \frac{1}{4}\right)\right\}$

f) $S = \{(8,1)\}$

g) $S = \{(2,4)\}$
h) $S = \left\{\left(16, \frac{1}{2}\right)\right\}$

Comentário:

Temos o seguinte

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ xy = 8 \end{cases} \rightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \cdot \log_2 y = 4 \rightarrow \log_2 (x \cdot x \cdot y) = 8$$

$$\log_2 (x \cdot 8) = 8 \rightarrow 8x = 256 \rightarrow x = 32 \; e \; y = \frac{1}{4}$$

Gabarito: A

---

52. (EEAR-2001)

Sabendo que $\log_4 (a - b) = x$ e $a + b = \frac{1}{16}$, então $\log_4 (a^2 - b^2)$ é igual a:

e) $2x$
f) $2 - x$
g) $x - 2$
h) $2 + x$

Comentário:

Temos o seguinte

$$\log_4 (a^2 - b^2) = \log_4 [(a - b) \cdot (a + b)] = \log_4 (a - b) + \log_4 (a + b)$$

$$\log_4 (a^2 - b^2) = x + \log_4 4^{-2} = x - 2$$

Gabarito: C

---

53. (EEAR-2001)

O valor inteiro de x, tal que o dobro do seu logaritmo decimal tenha uma unidade a mais do que o logaritmo decimal de $\left(x + \frac{11}{10}\right)$, é:

e) -1
f) $1{,}7$
g) 10
h) 11

Comentário:

Temos que

$$2 \cdot \log x = 1 + \log\left(x + \frac{11}{10}\right)$$

$$\log x^2 = \log(10x + 11) \rightarrow x^2 = 10x + 1$$

$$x^2 = 10x + 1 \rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -1\ (falso, pois\ x > 0) \end{cases}$$

Gabarito: D

---

54. (EEAR-2001)

Sendo $8^{x-3} = 4^x$, tem-se $\log_3(x^{-1})$ é igual a:

e) 3
f) 2
g) -2
h) -1

Comentário:

Temos que

$$8^{x-3} = 4^x \rightarrow 2^{3x-9} = 2^{2x} \rightarrow 3x - 9 = 2x \rightarrow x = 9$$

$$\log_3(x^{-1}) = \log_3(9^{-1}) = -2$$

Gabarito: C

---

55. (EEAR-2001)

Seja k a raiz da equação $2^{\log_8 \log_2 x} = \frac{1}{2}$. O valor de k^8 é:

e) $\frac{1}{8}$
f) $\frac{1}{4}$
g) 1
h) 2

Comentário:

Temos que

$$2^{\log_8 \log_2 x} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \rightarrow \log_8 \log_2 x = -1 \rightarrow \log_2 x = 8^{-1}$$

$$x = 2^{\frac{1}{8}} \to k^8 = (2^{\frac{1}{8}})^8 = 2$$

Gabarito: D

---

56. (EEAR-2001)

Seja $\log 2 = 0{,}301$. Efetuando-se 50^{50}, obtemos um valor cuja quantidade de algarismos é

e) 85
f) 84
g) 83
h) 82

Comentário:

Tome que $50^{50} = k$, logo

$$50^{50} = k \to 50 \cdot \log 50 = \log k$$

$$50 \cdot (\log 100 - \log 2) = \log k$$

$$50 \cdot (2 - 0{,}301) = \log k$$

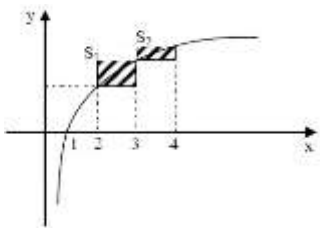
$$k \cong 10^{84} \to 84 + 1 = 85\ dígitos$$

Gabarito: A

---

57. (EEAR-2002)

Na figura abaixo, a curva representa o gráfico da função $y = \log x$, para $x > 0$.



Assim, a soma das áreas das regiões hachuradas é igual a

e) $\log 2$
f) $\log 3$
g) $\log 4$
h) $\log 6$

Comentário:

Temos que a soma das áreas será $S = S_1 + S_2$, tal que

$$S = (3-2)\cdot(\log 3 - \log 2) + (4-3)\cdot(\log 4 - \log 3)$$

$$S = \log 4 - \log 2 = \log 2$$

Gabarito: A

---

58. (EEAR-2002)

Se o logaritmo de um número na base n é 4 e na base $\frac{n}{2}$ é 8, então esse número está no intervalo

e) $[1, 50]$
f) $[51, 100]$
g) $[101, 200]$
h) $[201, 500]$

Comentário:

Temos que

$$\begin{cases}\log_n x = 4\\ \log_{\frac{n}{2}} x = 8\end{cases} \rightarrow \frac{\log_n x}{\log_n \frac{n}{2}} = 8 \rightarrow \frac{4}{1-\log_n 2} = 8 \rightarrow \log_n 2^8 = 4 \rightarrow 4^4 = n^4$$

$$n = 4 \rightarrow x = 4^4 = 256$$

Gabarito: D

---

59. (EEAR-2002)

Determinando $\log_{25} 0{,}008$, obtemos

e) $\frac{3}{2}$
f) $-\frac{3}{2}$
g) $\frac{2}{3}$
h) $-\frac{2}{3}$

Comentário:

Temos que

$$\log_{25} 0{,}008 = \log_{5^2} \frac{1}{125} = \frac{1}{2}\cdot \log_5 5^{-3} = -\frac{3}{2}$$

Gabarito: B

---

60. (EEAR-2002)

O número de pontos de intersecção dos gráficos das funções definidas por $f(x) = 3\log x$ e $g(x) = \log 9 + \log x$, sendo $x > 0$, é

e) 0
f) 1
g) 2
h) 3

Comentário:

Temos que $f(x) = g(x)$, tal que

$$3\log x = \log 9 + \log x \rightarrow \log x^2 = \log 3^2 \rightarrow x = 3 \ \rightarrow f(3) = g(3) = \log 27$$

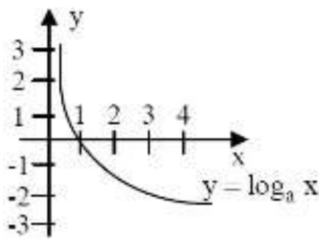
Único ponto de intersecção: $(3, \log 27)$

Gabarito: B

---

61. (EEAR-2003)

O gráfico abaixo representa a função $y = \log_a x$.



Dentro das condições de existência para que a operação de logaritmação seja sempre possível e de resultado único, a base a é

e) $0 < a < 1$
f) $a = 0$
g) $a > 1$
h) $a < 0$

Comentário:

Temos que a função é decrescente e $y < 0$ para $x > 1$. Logo, sua base a tem o seguinte

$$0 < a < 1$$

Gabarito: A

62. (EEAR-2003) QUESTÃO 012.

Um número, seu logaritmo 2 e a base do logaritmo formam, nessa ordem, uma P.A. Esse número é

e) $\frac{9-\sqrt{17}}{2}$
f) $\frac{9+\sqrt{17}}{2}$
g) $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$
h) $\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

Comentário:

Temos que a P.A. é da seguinte forma $\{x,\ \log_b x = 2,\ b\}$. Dessa forma, temos que

$$\log_b x = 2 \to x = b^2$$

$$P.A.\{b^2, 2, b\} \to b^2 + b = 4 \to \begin{cases} \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\ (solução) \\ \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2} \to não\ convém, pois\ b > 0 \end{cases}$$

$$x = b^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\right)^2 \to x = \frac{9-\sqrt{17}}{2}$$

Gabarito: A

63. (EEAR-2003)

Se $M = \log_2 32 + \log_{\frac{1}{3}} 3 - \log_{\sqrt{2}} 8$, então M vale

e) -1
f) 1
g) -2
h) 2

Comentário:

Temos que

$$M = \log_2 32 + \log_{\frac{1}{3}} 3 - \log_{\sqrt{2}} 8 \to M = \log_2 2^5 + \log_{3^{-1}} 3 - \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^3$$

$$M = 5 - 1 - 32$$

$$M = -2$$

Gabarito: C

64. (EEAR-2003)

Das sentenças abaixo, quantas são verdadeiras de modo que são satisfeitas por qualquer número real x?

V. $(x-4)^2 = x^2 - 16$
VI. $8^x = 2 \cdot 4^x$
VII. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^x$
VIII. $\log_2[3(x^2+1)] = \log_2 3 + \log_2(x^2+1)$

e) 1
f) 2
g) 3
h) 4

Comentário:

Temos que

I. FALSO, $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$
II. FALSO, $8^x = 2^{3x} \neq 2 \cdot 2^{2x}$
III. FALSO, tome $x = -1$
IV. VERDADE, $\log_2[3 \cdot (x^2+1)] = \log_2 3 + \log_2(x^2+1)$

Gabarito: A

65. (EEAR-2003)

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, se\ x \leq 1 \\ 0, se\ 1 < x \leq 3 \\ \dfrac{x-2}{2x-5}, sex > 3 \end{cases}$$

Se $a = \log_2 1024$ e $x_0 = a - 6$, então o valor da função no ponto x_0 é dado por

e) $\frac{2}{3}$
f) $\frac{3}{2}$
g) 2
h) 3

Comentário:

Temos que

$$a = \log_2 1024 \to a = \log_2 2^{10} \to a = 10 \; e \; x_0 = 4 > 3$$

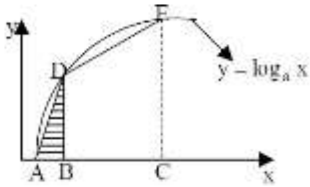
$$f(x) = \frac{x-2}{x-5} \to f(4) = \frac{2}{3}$$

Gabarito: A

---

66. (EEAR-2003)

A curva da figura representa o gráfico da função $y = \log_a x, a > 1$.



Dos pontos $B(3,0)$ e $C(9,0)$, saem perpendiculares ao eixo das abscissas, as quais interceptam a curva em D e E, respectivamente. Se na área do trapézio retângulo $BCED$ vale 9, a área do triângulo ABD, onde $A(1,0)$ vale

e) $\frac{1}{2}$
f) 2
g) $\frac{3}{2}$
h) 1

Comentário:

Temos que descobrir a através da área do trapézio

$$(BD + CE) \cdot \frac{BC}{2} = 9 \to (\log_a 3 + \log_a 9) \cdot \frac{6}{2} = 9 \to a = 3$$

A área S do triângulo ABD é

$$AB \cdot \frac{BD}{2} = \frac{(3-1)}{2} \cdot \log_3 3 = 1$$

Gabarito: D

---

67. (EEAR-2004)

Se x e y são números reais positivos e $\log_3 \log_4 x = \log_4 \log_3 y = 0$, então x e y

e) São iguais

f) São inversos
g) São consecutivos
h) Diferem de 2 unidades

Comentário:

Temos que

$$\log_3 \log_4 x = 0 \to \log_4 x = 1 \to x = 4$$

$$\log_4 \log_3 y = 0 \to \log_3 y = 1 \to y = 3$$

Gabarito: C

---

68. (EEAR-2004)

A equação $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$ possui

e) Duas raízes positivas
f) Duas raízes negativas
g) Duas raízes simétricas
h) Uma única raiz

Comentário:

Temos que

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$$

$$\log_2(9^{x-1} + 7) = \log_2\left(4 \cdot \frac{3^x}{3} + 4\right)$$

$$\frac{9^x}{9} + 7 = 4 \cdot \frac{3^x}{3} + 4$$

$$3^{2x} - 12 \cdot 3^x + 27 = 0 \to \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = 3 \end{cases} \to x = 2 \; ou \; x = 1$$

Gabarito: A

---

69. (EEAR-2005)

Se $\log 2{,}36 = 0{,}3729$, então $antilog\ 3{,}3729$ é

e) 236

f) 23,6
g) 2360
h) 23600

Comentário:

Temos primeiramente que

$$\text{antilog}_a c = a^c$$

E que

$$\log 2{,}36 = 0{,}3729 \rightarrow 10^{0{,}3729} = 2{,}36$$

Dessa forma

$$antilog\ 3{,}3729 = 10^{3{,}3729} = 10^3 \cdot 10^{0{,}3729} = 1000 \cdot 2{,}36 = 2360$$

Gabarito: C

---

70. (EEAR-2005)

Se $\log_3 2 = a$ e $\log_7 3 = b$, então $\log_3 14 =$

e) $\frac{b+1}{a}$
f) $\frac{a+1}{b}$
g) $\frac{ab+1}{b}$
h) $\frac{ab+1}{a}$

Comentário:

Temos que

$$\log_3 14 = \log_3 7 + \log_3 2 = \frac{1}{b} + a = \frac{ab+1}{b}$$

Gabarito: C

---

71. (EEAR-2006)

O logaritmo de 8 é $\frac{3}{4}$, se a base do logaritmo for igual a

e) 4
f) 8

g) 16
h) 64

Comentário:

Temos que

$$\log_x 8 = \frac{3}{4} \to 2^3 = x^{\frac{3}{4}} \to x = 2^4 \to x = 16$$

Gabarito: C

---

72. (EEAR-2006)

O menor número inteiro que satisfaz a inequação $\log_2(3x-5) > 3$ é um número

e) Par negativo
f) Par positivo
g) Ímpar negativo
h) Ímpar positivo

Comentário:

Temos que

$$\log_2(3x-5) > 3 \to 3x - 5 > 8 \to x > \frac{13}{3} > 4$$

Dessa forma, o menor inteiro que satisfaz a desigualdade é $x = 5$.

Gabarito: D

---

73. (EEAR-2007)

Se $\log 8 = a$, então $\log \sqrt[3]{2}$ vale

e) $\frac{a}{2}$
f) $\frac{a}{4}$
g) $\frac{a}{9}$
h) $\frac{a}{6}$

Comentário:

Temos que

$$\log 8 = a \rightarrow \log 2 = \frac{a}{3}$$

$$\log \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3} \cdot \log 2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{3} = \frac{a}{9}$$

Gabarito: C

---

74. (EEAR-2007)

Sendo $a > 0$ e $a \neq 1$, o conjunto solução da equação $10^{\log_a x^2 - 3x + 2} = 6^{\log_a 10}$ está contido no conjunto:

e) $\{1, 2, 3, 4\}$
f) $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$
g) $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
h) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

Comentário:

Temos que

$$10^{\log_a x^2 - 3x + 2} = 6^{\log_a 10} \rightarrow \log_a(x^2 - 3x + 2) \cdot \log_a 10 = \log_a 10 \cdot \log_a 6$$

$$\log_a(x^2 - 3x + 2) = \log_a 6 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

Gabarito: C

---

75. (EEAR-2008)

Estudando um grupo de crianças de uma determinada cidade, um pediatra concluiu que suas estaturas variavam segundo a fórmula $h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{i})$, onde h é a estatura (em metros), e i é a idade (em anos). Assim, segundo a fórmula, a estatura de uma criança de 10 anos dessa cidade é, em m,

e) $1{,}20$
f) $1{,}18$
g) $1{,}17$
h) $1{,}15$

Comentário:

Temos que

$$h = \log(10^{0,7} \cdot \sqrt{10}) = \log 10^{1,2} = 1,2\ m$$

Gabarito: A

76. (EEAR-2009)

Se $x\ e\ y$ são números reais positivos, $co\log_2 \frac{1}{32} = x$ e $\log_y 256 = 4$, então

$x + y$ é igual a:

e) 2
f) 4
g) 7
h) 9

Comentário:

Temos que, primeiramente, $\operatorname{colog}_a b = -\log_a b$. Daí

$$\operatorname{colog}_2 \frac{1}{32} = -\log_2 \frac{1}{32} = -(-5) = 5$$

$$x = 5$$

$$\log_y 256 = \log_y 4^4 = 4 \to y = 4$$

$$x + y = 5 + 4 = 9$$

Gabarito: D

77. (EEAR-2009)

Sejam $x, y\ e\ b$ números reais maiores que 1. Se $\log_b x = 2\ e\ \log_b y = 3$, então o valor de $\log_b(x^2y^3)$ é:

e) 13
f) 11
g) 10
h) 8

Comentário:

Temos que

$$\begin{cases} \log_b x = 2 \\ \log_b y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = b^2 \\ y = b^3 \end{cases} \rightarrow \log_b(x^2y^3) = \log_b(b^4 \cdot b^9) = 13$$

Gabarito: A

78. (EEAR-2010)

Considerando $n > 1$, se $\log_a n = n$, então o valor de a é

e) n
f) n^n
g) $\frac{1}{n}$
h) $n^{\frac{1}{n}}$

Comentário:

Temos que

$$\log_a n = n \rightarrow n = a^n \rightarrow a = \sqrt[n]{n} = n^{\frac{1}{n}}$$

Gabarito: D

79. (EEAR-2011)

Sejam as funções logarítmicas $f(x) = \log_a x$ e $g(x) = \log_b x$. Se $f(x)$ é crescente e $g(x)$ é decrescente, então

e) $a > 1\ e\ b < 1$
f) $a > 1\ e\ 0 < b < 1$
g) $0 < a < 1\ e\ b > 1$
h) $0 < a < 1\ e\ 0 < b < 1$

Comentário:

Temos que, de acordo com as propriedades de log

$$\begin{cases} f(x) = \log_a x \text{ é } crescente, então\ a > 1 \\ g(x) = \log_b x \text{ é } decrescente, então\ 0 < b < 1 \end{cases}$$

Gabarito: B

80. (EEAR-2011)

A razão entre o logaritmo de 16 e o de 4, numa mesma base b, sendo

$0 < b \neq 1$, é

e) $\frac{1}{4}$
f) $\frac{1}{2}$
g) 4
h) 2

Comentário:

Temos que

$$\frac{\log_b 16}{\log_b 4} = \log_4 16 = 2$$

Gabarito: D

---

81. (EEAR-2012)

Dada a função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 5 \cdot \log_2 x$, o valor de

$f(1) + f(2)$ é

e) 3
f) 5
g) 6
h) 10

Comentário:

Temos que

$$f(1) + f(2) = 5 \cdot \log_2 1 + 5 \cdot \log_2 2 = 5$$

Gabarito: B

---

82. (EEAR-2013)

Para que exista a função $f(x) = \log(x - m)$, é necessário que x seja

e) Maior que m
f) Menor que m
g) Maior ou igual a m

h) Menor ou igual a m

Comentário:

Temos que ter $x - m > 0$. Logo

$$x > m.$$

Gabarito: A

---

83. (EEAR-2013)

Se $logx + logy = k$, então $\log x^5 + \log y^5$ é

e) $10k$
f) k^{10}
g) $5k$
h) k^5

Comentário:

Temos que

$$\log x^5 + \log y^5 = 5 \cdot (\,logx + logy) = 5k$$

Gabarito: C

---

84. (EEAR-2014)

Se $f(x) = logx$ e $a \cdot b = 1$, então $f(a) + f(b)$ é igual a

e) 0
f) 1
g) 10
h) 100

Comentário:

Temos que

$$f(a) + f(b) = \log a + \log b = \log ab = \log 1 = 0$$

Gabarito: A

---

85. (EEAR-2015)

Seja x um número real positivo e diferente de 1. Assim, $\log_x 1 + \log_x x$ é igual a

e) -1
f) 0
g) 1
h) x

Comentário:

Temos que

$$\log_x 1 + \log_x x = 0 + 1 = 1$$

Gabarito: C

---

86. (EEAR-2015)

Se $a > 0, b > 0, c > 0$ e $c \neq 1$, então é correto afirmar que:

e) $\log_c(a+b) = (\log_c a) + (\log_c b)$
f) $\log_c(a+b) = (\log_c a) \cdot (\log_c b)$
g) $\log_c(ab) = (\log_c a) + (\log_c b)$
h) $\log_c(ab) = (\log_c a) \cdot (\log_c b)$

Comentário:

Temos que das propriedades de log, a única alternativa correta é

$\log_c(ab) = (\log_c a) + (\log_c b)$

Gabarito: C

---

87. (EEAR-2016)

O valor de x na equação $\log_{\frac{1}{3}}(\log_{27} 3x) = 1$ é

e) 1
f) 3
g) 9
h) 27

Comentário:

Temos que

$$\log_{\frac{1}{3}}(\log_{27} 3x) = 1 \rightarrow \log_{27} 3x = \frac{1}{3} \rightarrow 3x = \sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow x = 1$$

Gabarito: A

88. (EEAR-2017)

As funções logarítmicas $f(x) = \log_{0,4} x$ e $g(x) = \log_4 x$ são, respectivamente,

e) Crescente e crescente
f) Crescente e decrescente
g) Decrescente e crescente
h) Decrescente e decrescente

Comentário:

Temos que como a base de $f(x)$ é menor que 1, então $f(x)$ é decrescente. De modo análogo, temos que a base de $g(x)$ é maior que 1, então $g(x)$ é crescente.

Gabarito: C

89. (EEAR-2017)

Se $\log 2 = 0,3$ e $\log 36 = 1,6$, então $\log 3 =$ ____.

e) $0,4$
f) $0,5$
g) $0,6$
h) $0,7$

Comentário:

Temos que

$$\log 36 = \log 2^2 + \log 3^2 = 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot \log 3 = 1,6 \rightarrow \log 3 = 0,5$$

Gabarito: B

90. (EEAR-2019)

Sejam $m, n\ e\ b$ números reais positivos, com $b \neq 1$. Se $\log_b m = x$ e se

$\log_b n = y$, então $\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\frac{n}{m}\right)$ é igual a

e) x
f) $2y$
g) $x + y$
h) $2x - y$

Comentário:

Temos que

$$\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\frac{n}{m}\right) = \log_b m - \log_b n + \log_b n - \log_b m = x + y + y - x$$

$$\log_b(m \cdot n) + \log_b\left(\frac{n}{m}\right) = 2y$$

Gabarito: B

91.(EsSA 2009)

A soma dos dois primeiros números inteiros do domínio da função definida por $g(x) = \frac{1}{\sqrt{9^{2x-1} - 3^{-2x+3}}}$ é:

a) 3

b) 1

c) – 1

d) 7

e) 5

Comentário:

Devemos analisar a condição de existência da função $g(x)$. Dessa forma, seu domínio será dado da seguinte forma:

$$9^{2x-1} - 3^{-2x+8} > 0,$$

visto que a equação está dentro de uma raiz no denominador. Assim:

$$\frac{9^{2x}}{9} - \frac{3^8}{9^x} > 0 \Rightarrow \frac{9^{2x}}{9} > \frac{3^8}{9^x}$$

$$\frac{9^{2x}}{9} > \frac{3^8}{9^x} \Longrightarrow 9^{3x} > 3^{10}$$

$$3^{6x} > 3^{10} \Longrightarrow 6x > 10$$

$$x > \frac{5}{3}$$

Assim, os dois primeiros inteiros do domínio da função $\boldsymbol{g(x)}$ **é 2 *e* 3**.

Daí, a soma pedida é: **2 + 3 = 5.**

Gabarito: E

92. (EsSA 2010)

Aumentando-se um número x em 75 unidades, seu logaritmo na base 4 aumenta em 2 unidades. Pode-se afirmar que x é um número:

a) divisor de 8.

b) irracional.

c) maior que 4.

d) múltiplo de 3.

e) menor que 1.

Comentário:

A informação descrita no enunciado é da seguinte forma:

$$\log_4(x + 75) = \log_4 x + 2$$

Vamos escrever 2 *como* $\log_4 16$, assim:

$$\log_4(x + 75) = \log_4 x + \log_4 16$$

$$\log_4(x + 75) = \log_4(16 \cdot x)$$

Como as bases dos logaritmos são iguais, teremos que:

$$x + 75 = 16x$$

$$15x = 75$$

$$x = 5, \text{ou seja, maior do que } 4.$$

Gabarito: C

93. (EsSA 2011)

Se $f(x) = \log_{\sqrt{5}} x^2$ com x real e maior que zero, então o valor de $f\big(f(5)\big)$ é:

a) $\frac{2\log 2}{1+\log 2}$

b) $\frac{\log 2}{\log 2+2}$

c) $\frac{5\log 2}{\log 2+1}$

d) $\frac{8\log 2}{1-\log 2}$

e) $\frac{5\log 2}{1-\log 2}$

Comentário:

Primeiramente, vamos $f(x)$ de modo simplificado:

$$f(x) = \log_{\sqrt{5}} x^2$$

$$f(x) = \frac{2}{1/2} \cdot \log_5 x$$

$$f(x) = 4\log_5 x$$

Em seguida, vamos descobrir o valor de $f(5)$:

$$f(5) = 4\log_5 5$$

$$f(5) = 4$$

Logo, o valor de:

$f(f(5)) = f(4) = 4\log_5 4$

Vamos reescrever $\log_5 4$ da seguinte forma:

$$\log_5 4 = \frac{\log 4}{\log 5} = \frac{2\cdot\log 2}{\log(10/2)} = \frac{2\cdot\log 2}{\log 10 - \log 2} = \frac{2\cdot\log 2}{1 - \log 2}$$

Por fim, o valor de $f(f(5))$ será:

$$f(f(5)) = \frac{8\cdot\log 2}{1 - \log 2}$$

Gabarito: D

---

94 (EsSA 2012)

Se $5^{x+2} = 100$, então 5^{2x} é igual a:

a) 4

b) 8

c) 10

d) 16

e) 100.

Comentário:

Primeiramente, note que

$$5^{2x} = (5^x)^2$$

Assim, vamos descobrir 5^x

$$5^{x+2} = 5^2 \cdot 5^x = 25 \cdot 5^x$$

$$25 \cdot 5^x = 100$$

$$5^x = \frac{100}{25} = 4$$

Com isso, temos que

$$5^{2x} = (4)^2 = 16$$

Gabarito: D

---

95 (EsSA 2012)

Se $f(2x+1) = x^2 + 2x$, então f(2) vale:

a) $\frac{5}{4}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{5}{2}$

Comentário:

Note a seguinte estratégia:

$$2 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 1$$

Assim, vamos tomar $x = \frac{1}{2}$

$$f(2x+1) = f\left(2 \cdot \frac{1}{2} + 1\right) = f(2)$$

$$f(2) = \left(1/2\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$f(2) = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$f(2) = \frac{5}{4}$$

Gabarito: A

---

96 (EsSA 2012)

Se $\log_2 3 = a$ e $\log_2 5 =$ b, então o valor de $\log_{0,5} 75$ é:

a) a + b

b) −a + 2b

c) a – b

d) a − 2b

e) −a − 2b

Comentário:

Vamos reescrever $\log_{0,5} 75$

$$\log_{0,5} 75 = \log_{2^{-1}}(3 \cdot 5^2) = -(\log_2 3 + 2 \cdot \log_2 5)$$

No entanto, temos que $\begin{cases} \log_2 3 = a \\ \log_2 5 = b \end{cases}$

Por fim, temos que

$$\log_{0,5} 75 = -a - 2b$$

Gabarito: E

---

97 (EsSA 2012)

Os gráficos das funções reais $f(x)=2x-\frac{2}{5}$ e $g(x)=3x^2-c$ possuem um único ponto em comum. O valor de c é:

a) $-\frac{1}{5}$

b) 0

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{15}$

e) 1

Comentário:

Temos que as funções se intersectam em um único ponto, logo devemos igualar $f(x) = g(x)$

$$f(x) = g(x)$$

$$2x - \frac{2}{5} = 3x^2 - c$$

$$3x^2 - 2x + \left(\frac{2}{5} - c\right) = 0$$

Como só há um único ponto em comum, temos que só há um valor de possível de x. Desse modo, o delta da equação do 2º grau acima deve ser zero (Δ = 0).

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$(-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{5} - c\right) = 0$$

$$c = \frac{1}{15}$$

Gabarito: D

---

98 (EsSA 2012)

O conjunto solução da equação exponencial $4^x - 2^x = 56$ é:

a) {−7, 8}

b) {3, 8}

c) {3}

d) {2, 3}

e) {8}

Comentário:

Vamos reescrever a expressão acima como segue

$$1 \cdot (2^x)^2 - 1 \cdot 2^x - 56 = 0$$

Veja que temos uma equação do 2º em 2^x, assim

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 225$$

Com isso,

$$2^x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}$$

$$\begin{cases} 2^x = 8 = 2^3 \rightarrow x = 3 \\ 2^x = -7 \; (absurdo, pois \; 2^x > 0) \end{cases}$$

Por fim, $x = \{3\}$.

Gabarito: C

---

99 (EsSA 2012)

Sabendo que $\log P = 3 \cdot \log a - 4 \log b + \frac{1}{2} \log c$, assinale a alternativa que representa o valor de P. (dados: a = 4, b = 2 e c = 16)

a) 12

b) 52

c) 16

d) 24

e) 73

Comentário:

Vamos substituir os valores de a, b e c na expressão

$$\log P = 3 \log 4 - 4 \log 2 + \frac{1}{2} \log 16$$

Além disso, note que $\begin{cases} 4 = 2^2 \\ 16 = 2^4 \end{cases}$

Assim

$$\log P = 3\log 2^2 - 4\log 2 + \frac{1}{2}\log 2^4$$

$$\log P = 4\log 2$$

$$\log P = \log 2^4$$

$$\log P = \log 16$$

$$P = 16$$

Gabarito: C

---

100. (EsSA 2013)

O logaritmo de um produto de dois fatores é igual à soma dos logaritmos de cada fator, mantendo-se a mesma base. Identifique a alternativa que representa a propriedade do logaritmo anunciada.

a) $log_b ac = log_b a + log_b c$

b) $log_b ac = log_b (a + c)$

c) $log_b (a + c) = (log_b a) \cdot (log_b c)$

d) $log_b (a + c) = log_b (a \cdot c)$

e) $log_e (a \cdot c) = log_b a + log_f c$

Comentário:

Analisando os itens, temos que o único que nos satisfaz é o GABARITO: (a), pois

$$\log_b ac = \log_b a + \log_b c$$

Gabarito: A

---

101. (EsSA 2015)

Sejam f a função dada por $f(x) = 2x + 4$ e g a função dada por $g(x) = 3x - 2$. A função *f o g* deve ser dada por:

a) $f(g(x)) = 6x$

b) $f(g(x)) = 6x + 4$

c) $f(g(x)) = 2x - 2$

d) $f(g(x)) = 3x + 4$

e) $f(g(x)) = 3x + 2$

Comentário:

Temos o seguinte

$$f \circ g = f(g(x))$$

Logo

$$f(g(x)) = f(3x-2) = 2(3x-2)+4$$

$$f(g(x)) = 6x - 4 + 4 = 6x$$

Gabarito: A

---

102. (EsSA 2015) – Identifique a equação exponencial.

a) $2 \cdot X = 4$

b) $2 + X = 4$

c) $X^2 = 4$

d) $log_X 4 = 2$

e) $2^X = 4$

Comentário:

Analisando-se os itens, temos que a equação exponencial é a seguinte

$$2^x = 4$$

$$ou\ seja, equação\ em\ que\ a\ variável\ se\ encontra\ no\ expoente.$$

Gabarito: E

---

103. (EsSA 2015)

Dados $log 3 = a$ e $log 2 = b$, a solução de $4^x = 30$ é:

a) $\frac{2a+1}{b}$

b) $\frac{a+2}{b}$

c) $\frac{2b+1}{a}$

d) $\frac{a+1}{2b}$

e) $\frac{b+2}{a}$

Comentário:

Vamos usar logaritmo nos dois lados da expressão dada, assim

$$4^x = 30$$

$$\log 4^x = \log 30$$

$$\log 2^{2x} = \log(3 \cdot 10)$$

$$2x \cdot \log 2 = \log 3 + \log 10$$

$$2x \cdot b = a + 1$$

$$x = \frac{a+1}{2b}$$

Gabarito: B

---

104. (EsSA 2015)

As funções do 2º grau com uma variável: $f(x) = ax^2 + bx + c$ terão valor máximo quando:

a) $a < 0$

b) $b > 0$

c) $c < 0$

d) $\Delta > 0$

e) $a > 0$

Comentário:

Como queremos um valor máximo para $f(x)$, devemos ter a concavidade voltada para baixo. Logo, devemos ter o valor de a negativo

$$a < 0$$

Gabarito: A

---

105. (EsSA 2016) – Funções bijetoras possuem função inversa porque elas são invertíveis, mas devemos tomar cuidado com o domínio da nova função obtida. Identifique a alternativa que apresenta a função inversa de $f(x)=x+3$.

a) $f(x)^{-1}=x-3$.

b) $f(x)^{-1}=x+3$.

c) $f(x)^{-1}=-x-3$.

d) $f(x)^{-1}=-x+3$.

e) $f(x)^{-1}=3x$.

Comentário:

Temos que $f(x)=x+3$, em que podemos escrever da seguinte forma

$$y=x+3$$

Dessa forma, para encontrarmos f^{-1}, devemos trocar $x\ e\ y$ de lugar, ou seja

$$x=\ y^{-1}+3$$
$$y^{-1}=x-3$$

Com isso, temos que $f^{-1}(x)=x-3$.

Gabarito: A

---

106. (EsSA 2016)

Utilizando os valores aproximados $log2=0,30$ e $log3=0,48$, encontramos para $log\sqrt[3]{12}$ o valor de:

a) 0,33

b) 0,36

c) 0,35

d) 0,31

e) 0,32

Comentário:

Vamos usar as propriedades básicas de logaritmos, reescrevendo $\log\sqrt[3]{12}$ da seguinte forma

$$\log\sqrt[3]{12}=\ \log(12^{\frac{1}{3}})=\frac{1}{3}\cdot\log 12=\frac{1}{3}\cdot\log(4\cdot 3)$$

$$\log \sqrt[3]{12} = \frac{\log 4 + \log 3}{3} = \frac{\log 2^2 + \log 3}{3}$$

$$\log \sqrt[3]{12} = \frac{2 \cdot (0{,}30) + 0{,}48}{3} = \frac{1{,}08}{3}$$

$$\log \sqrt[3]{12} = 0{,}36$$

Gabarito: B

---

107. (EsSA 2016)

Sejam as funções reais dadas por $f(x) = 5x + 1$ e $g(x) = 3x - 2$. Se $m = f(n)$, então g(m) vale:

a) 15n + 1

b) 14n – 1

c) 3n – 2

d) 15n – 15

e) 14n – 2

Comentário:

Note o seguinte, temos que $m = f(n)$, logo

$$m = 5n + 1$$

Portanto, $g(m)$ será

$$g(m) = g(5n + 1) = 3(5n + 1) - 2$$

$$g(m) = 15n + 1$$

Gabarito: A

---

108. (EsSA 2017)

Se $\log x$ representa o logaritmo na base 10 de x, então o valor de $k \in (0, +\infty)$, tal que $\log k = 10 - \log 5$ é:

a) 10^9

b) $5 \cdot 10^9$

c) 10^{10}

d) $2 \cdot 10^9$

e) $5 \cdot 10^{10}$

Comentário:

Vamos reorganizar a expressão dada da seguinte forma

$$\log k + \log 5 = 10$$

$$\log(5k) = 10$$

$$5k = 10^{10} = 10 \cdot 10^9$$

$$k = \frac{10 \cdot 10^9}{5} = 2 \cdot 10^9$$

Gabarito: D

---

109. (EsSA 2017)

Com relação às funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras podemos afirmar que:

a) se é injetora e não é sobrejetora então ela é bijetora.

b) se é sobrejetora então ela é injetora.

c) se é injetora e sobrejetora então ela é bijetora.

d) se é injetora então ela é sobrejetora.

e) se é sobrejetora e não é injetora então ela é bijetora.

Comentário:

Recorrendo a definição de função injetora, temos que

"se é injetora e sobrejetora então ela é bijetora"

Gabarito: C

---

110. (EsSA 2017) – O conjunto solução da inequação $x^2 + 5x + 6 < 0$, onde x é um número real$(x \in \mathbb{R})$, é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | -3 < x < -2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x < 2\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < 1\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} | -5 < x < -6\}$

Comentário:

Temos que analisar as raízes da equação do segundo grau acima

$x^2 + 5x + 6 = 0$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dessa forma, temos o seguinte, visto que $x^2 + 5x + 6 < 0$

Logo, temos que $S = \{x \in \mathbb{R} \, / -3 < x < -2\}$.

Gabarito: B

---

111. (EsSA 2017)

Os valores de k de modo que o valor mínimo da função $f(x) = x^2 + (2k-1)x + 1$ seja −3 são:

a) $-\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{2}$

b) $-\frac{5}{2}$ e $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{4}$ e $-\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{2}$ e $-\frac{3}{2}$

Comentário:

Para acharmos o valor mínimo de $f(x) = x^2 + (2k-1)x + 1$, devemos calcular o valor do y_v.

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = -3$$

$$(2k-1)^2 - 4 = 12$$

$$4k^2 - 4k - 15 = 0$$

$$k = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15)}}{2 \cdot 4}$$

$$k = \frac{4 \pm \sqrt{256}}{8}$$

$$\begin{cases} k = \dfrac{5}{2} \\ k = \dfrac{-3}{2} \end{cases}$$

Gabarito: E

112. (EsSA 2018)

Seja a função definida por: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = 2^x$. Então $f(a+1) - f(a)$ é igual a:

a) $2 \cdot f(a)$

b) f(a)

c) f(1)

d) 2

e) 1

Comentário:

Basta substituir os devidos valores para termos o seguinte

$$f(a+1) - f(a) = 2^{a+1} - 2^a$$
$$f(a+1) - f(a) = 2 \cdot 2^a - 2^a = 2^a$$
$$f(a+1) - f(a) = 2^a = f(a)$$

Gabarito: B

113. (EsSA 2018)

Lembrando que zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$ é o valor de x que torna a função nula, então, identifique a alternativa que apresenta a função f(x) cuja raiz é igual a +3.

a) $f(x) = x - 3$

b) $f(x) = 3x - 3$

c) $f(x) = x + 3$

d) $f(x) = 3x$

e) $f(x) = 2x - 5$

Comentário:

Para tal, devemos ter $f(3) = 0$.

Dessa forma, analisando-se os itens, a única possibilidade é

$$f(x) = x - 3$$

Gabarito: A

114. (EsSA 2018)

Adotando-se $log2 = x$ e $log3 = y$, o valor de $log_5 120$ será dado por:

a) $\frac{x+2y+1}{1-y}$

b) $\frac{x+2y}{1-y}$

c) $\frac{4x+3y}{x+y}$

d) $\frac{2x+y}{1-x}$

e) $\frac{2x+y+1}{1-x}$

Comentário:

Vamos reescrever o $\log_5 120$ da seguinte forma

$$\log_5 120 = \frac{\log 120}{\log 5} = \frac{\log(2^2 \cdot 3 \cdot 10)}{\log(^{10}/_{2})} = \frac{2\log 2 + \log 3 + \log 10}{\log 10 - \log 2}$$

$$\log_5 120 = \frac{2x + y + 1}{1 - x}$$

Gabarito: E

115. (EsSA 2018)

Sejam $f: \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \log_2 x$ e $g(x) = \frac{1}{4} \cdot 2^x$, respectivamente. O valor de $f \circ g(2)$ é:

a) 0

b) 2

c) −2

d) 4

e) −4

Comentário:

Temos que $f \circ g(x) = f\big(g(x)\big)$. Dessa forma

$$g(2) = \frac{1}{4} \cdot 2^2 = 1$$

$$f\big(g(2)\big) = f(1) = \log_2 1 = 0$$

$$f \circ g(2) = 0$$

Gabarito: A

---

116. (EsSA 2018)

O valor da expressão $A = \log_2\left(\frac{1}{2}\right) + \log_8 32$ é:

a) – 1

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{2}{3}$

d) 0

e) 1

Comentário:

Vamos reescrever a expressão de A transformando tudo em base 2

$$A = \log_2(2^{-1}) + \log_{2^3} 2^5 = -1 + \frac{5}{3}$$

$$A = \frac{2}{3}$$

Gabarito: C
