MATEMÁTICA

INEQUAÇÕES

11

INEQUAÇÕES
LOGARÍTIMO
MATRIZ

01| Determine uma matriz invertível P que satisfaça a equação $P^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$.

A $P = \begin{bmatrix} \frac{5}{3} & \frac{10}{9} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{9} \end{bmatrix}$

B $P = \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 6 & -15 \end{bmatrix}$

C $P = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

D $P = \begin{bmatrix} -\frac{2}{9} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{10}{9} & \frac{5}{3} \end{bmatrix}$

E $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 1 \\ \frac{3}{5} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$

02| Sendo a um número real, considere a matriz $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Então, A^{2017} é igual a

A $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

B $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

C $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D $\begin{pmatrix} 1 & a^{2017} \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

03| Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} a & a^3 - b^3 & b \\ a & a^3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$. Se a e b são números reais não nulos e $\det(M) = 0$, então o valor de $14a^2 - 21b^2$ é igual a

A 15

B 28

C 35

D 49

E 70

04| Uma matriz A de ordem 2 transmite uma palavra de 4 letras em que cada elemento da matriz representa uma letra do alfabeto.

A fim de dificultar a leitura da palavra, por se tratar de informação secreta, a matriz A é multiplicada pela matriz $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ obtendo-se a matriz codificada $B \cdot A$.

Sabendo que a matriz $B \cdot A$ é igual a $\begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz A é:

A 46

B 48

C 49

D 47

E 50

05| Considere A, B, C e X matrizes quadradas de ordem n e inversíveis. Assinale a alternativa FALSA.

A $(A^{-1})^{-1} = A$

B $(A\,B\,C)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

C $A\,X\,C = B \Rightarrow X = A^{-1}C^{-1}B$

D $\det(2\,A\,B^{-1}) = 2^n \dfrac{\det A}{\det B}$

06| Uma matriz B possui i linhas e j colunas e seus elementos são obtidos a partir da expressão $b_{ij} = i - 2j$. Seja uma matriz $A = (a_{ij})_{2\times 3}$ cujos elementos da primeira coluna são nulos e I_2 a matriz identidade de ordem 2, tal que $AB = I_2$.

O valor numérico do maior elemento da matriz A é igual a

A 0

B 1

C 2

D 3

07| Se $L_n 2 \cong 0{,}6931$, $L_n 3 \cong 1{,}0986$, pode-se afirmar corretamente que $L_n \dfrac{\sqrt{12}}{3}$ é igual a

Dados: $L_n\ x \equiv$ logaritmo natural de x

A 0,4721.

B 0,3687.

C 0,1438.

D 0,2813.

08| Uma turma de uma escola central de Porto Alegre recebeu a seguinte questão em sua primeira prova no Ensino Médio:

Um dos valores de x que soluciona a equação $\log_2(-x^2 + 32) = 4$ é igual ao número de centros culturais localizados nas proximidades do centro da cidade. Esse número é

A 3

B 4

C 5

D 6

E 7

09| Considere as funções reais de variável real, definidas por:

$f(x) = 1 + 3^{x-2}$ e $g(x) = \log_a x$

Sabe-se que, na representação gráfica das funções, as curvas interceptam-se no ponto de abscissa 2. Dessa forma, o valor de a é:

A $-\sqrt{2}$

B $-\dfrac{1}{2}$

C 1

D $\dfrac{1}{2}$

E $\sqrt{2}$

10| Sejam a, b, c e d números reais positivos, tais que $\log_b a = 5$, $\log_b c = 2$ e $\log_b d = 3$. O valor da expressão $\log_c \dfrac{a^2 b^5}{d^3}$ é igual a:

A 1

B 2

C 3

D 4

E 0

11| Sejam a, b, c, d números reais positivos e diferentes de 1. Das afirmações:

I. $a^{(\log_c b)} = b^{(\log_c a)}$.

II. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\log_d c}\left(\dfrac{b}{c}\right)^{\log_d a}\left(\dfrac{c}{a}\right)^{\log_d b} = 1$.

III. $\log_{ab}(bc) = \log_a c$

é (são) verdadeira(s)

A apenas I.
B apenas II.
C apenas I e II.
D apenas II e III.
E todas.

12| Suponha que a quantidade Q de um determinado medicamento no organismo t horas após sua administração possa ser calculada pela fórmula:

$$Q = 15 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{2t}$$

sendo Q medido em miligramas, a expressão que fornece o tempo t em função da quantidade de medicamento Q é:

A $t = \log\sqrt{\dfrac{15}{Q}}$

B $t = \dfrac{\log 15}{2\log Q}$

C $t = 10\sqrt{\log\left(\dfrac{Q}{15}\right)}$

D $t = \dfrac{1}{2}\log\dfrac{Q}{15}$

E $t = \log\dfrac{Q^2}{225}$

13| A taxa de crescimento populacional de um país é de 2% ao ano. Utilizando os dados da tabela abaixo e considerando que essa taxa permanecerá constante, podemos afirmar que a população desse país dobrará em:

N	Log N
2,00	0,3010
2,02	0,3054
2,04	0,3096

A 15 anos
B 20 anos
C 25 anos
D 30 anos
E 35 anos

14| Se $\log_5 x = 2$ e $\log_{10} y = 4$, então $\log_{20} \dfrac{y}{x}$ é

A 2.

B 4.

C 6.

D 8.

E 10.

15| O número N de bactérias de uma cultura é dado em função do tempo t (em minutos), pela fórmula $N(t) = (2{,}5)^{1{,}2t}$. Considere $\log_{10} 2 = 0{,}3$, o tempo (em minutos) necessário para que a cultura tenha 10^{84} bactérias é

A 120

B 150

C 175

D 185

E 205

16| Estima-se que, daqui a t semanas, o número de pessoas de uma cidade que ficam conhecendo um novo produto seja dado por $N = \dfrac{20.000}{1 + 19(0{,}5)^t}$.

Daqui a quantas semanas o número de pessoas que ficam conhecendo o produto quintuplica em relação ao número dos que o conhecem hoje?

A $\dfrac{\log 19 - \log 7}{1 - \log 5}$

B $\dfrac{\log 19 - \log 6}{1 - \log 5}$

C $\dfrac{\log 19 - \log 5}{1 - \log 5}$

D $\dfrac{\log 19 - \log 4}{1 - \log 5}$

E $\dfrac{\log 19 - \log 3}{1 - \log 5}$

17| No instante $t=0$, quando a quantidade presente de determinada substância radioativa começa a ser monitorada, registra-se Q_0 gramas da substância. Depois de t horas, a partir $t=0$, a quantidade, em gramas, de substância remanescente é calculada através da equação $Q(t)=Q_0e^{-0,45t}$.

Considerando-se $\log_e 2=0,69$, pode-se afirmar que o tempo necessário para que a quantidade presente dessa substância seja reduzida a metade da quantidade inicial é de

A 54 min

B 1 h 20 min

C 1 h 32 min

D 1 h 45 min

E 2 h 9 min

18| Para todos os inteiros n de 1 a 2016, temos que:

$$a_n=\begin{cases}2, \text{ se } \log n \text{ for um número inteiro;}\\(-1)^n, \text{ se } \log n \text{ não for um número inteiro.}\end{cases}$$

Sendo assim, a soma $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2015}+a_{2016}$ é igual a

A 8.

B 7.

C 6.

D –6.

E –8.

19| Uma calculadora tem duas teclas especiais, A e B. Quando a tecla A é digitada, o número que está no visor é substituído pelo logaritmo decimal desse número. Quando a tecla B é digitada, o número do visor é multiplicado por 5.

Considere que uma pessoa digitou as teclas BAB, nesta ordem, e obteve no visor o número 10.

Nesse caso, o visor da calculadora mostrava inicialmente o seguinte número:

A 20

B 30

C 40

D 50

20| Quando um paciente ingere um medicamento, a droga entra na corrente sanguínea e, ao passar pelo fígado e pelos rins, é metabolizada e eliminada. A quantidade de medicamentos, em miligramas, presente no organismo de um paciente é calculada pela função $Q(t)=30\cdot 2^{1-\frac{t}{10}}$, onde t é o tempo dado em horas.

O tempo necessário para que a quantidade de medicamento em um paciente se reduza a 40% da quantidade inicial, é:

Dado: $\log 2=0,3$

A 13 horas e 33 minutos.

B 6 horas e 06 minutos.

C 13 horas e 20 minutos.

D 6 horas e 40 minutos.

21| Se $\log 2\cong 0,3$ e $\log 36\cong 1,6$, então $\log 3\cong$ ______.

A 0,4

B 0,5

C 0,6

D 0,7

22| No universo dos números reais, a equação $\dfrac{(x^2-13x+40)(x^2-13x+42)}{\sqrt{x^2-12x+35}}=0$ é satisfeita por apenas

A três números.

B dois números.

C um número.

D quatro números.

E cinco números.

23| O sistema de inequações abaixo admite k soluções inteiras.

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-2x-14}{x} > 3 \\ x \le 12 \end{cases}$$

Pode-se afirmar que:

A $0 \le k < 2$

B $2 \le k < 4$

C $4 \le k < 6$

D $6 \le k < 8$

E $k \ge 8$

24| O número de soluções inteiras da inequação $0 \le x^2 - |3x^2 + 8x| \le 2$ é

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

E 5.

25| A desigualdade $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3x-5} > \left(\dfrac{1}{4}\right)^{x}$ tem como conjunto solução

A $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$

B $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$

C $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5\}$

D $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

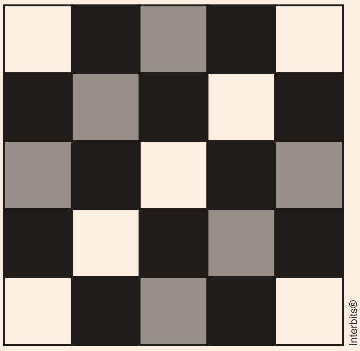
Leia o texto para responder à(s) questão(ões) a seguir.

Uma tela de computador pode ser representada por uma matriz de cores, de forma que cada elemento da matriz corresponda a um [1]*pixel* na tela.

Numa tela em escala de cinza, por exemplo, podemos atribuir 256 cores diferentes para cada pixel, do preto absoluto (código da cor: 0) passando pelo cinza intermediário (código da cor: 127) ao branco absoluto (código da cor: 255).

[1]Menor elemento em uma tela ao qual é possível atribuir-se uma cor.

Suponha que na figura estejam representados 25 *pixels* de uma tela.



A matriz numérica correspondente às cores da figura apresentada é dada por

$$\begin{bmatrix} 255 & 0 & 127 & 0 & 255 \\ 0 & 127 & 0 & 255 & 0 \\ 127 & 0 & 255 & 0 & 127 \\ 0 & 255 & 0 & 127 & 0 \\ 255 & 0 & 127 & 0 & 255 \end{bmatrix}$$

26. (Fatec 2017) Uma matriz $M = (a_{ij})$, quadrada de ordem 5, em que i representa o número da linha e j representa o número da coluna, é definida da seguinte forma:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ se } i = j \\ 127, \text{ se } i > j \\ 255, \text{ se } i < j \end{cases}$$

A matriz M corresponde a uma matriz de cores em escala de cinza, descrita pelo texto, em uma tela.

Sobre essa matriz de cores, pode-se afirmar que ela

A terá o mesmo número de *pixels* brancos e cinzas.

B terá o mesmo número de *pixels* brancos e pretos.

C terá o mesmo número de *pixels* pretos e cinzas.

D terá uma diagonal com cinco *pixels* brancos.

E terá uma diagonal com cinco *pixels* cinzas.

GABARITO

01| E

Admitindo que a matriz P seja dada por $P = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ e que:

$$P^{-1} \cdot A = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow P \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = A \Rightarrow \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Temos então a equação matricial.

$$\begin{bmatrix} 5x & -2y \\ 5z & -2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x = \frac{1}{3},\ y = 1,\ z = \frac{3}{5} \text{ e } w = -\frac{3}{2}$$

Portanto a matriz P será dada por:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 1 \\ \frac{3}{5} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

02| B

Calculando:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^2 = I$$

$$A^4 = A^2 \cdot A^2 = I \cdot I = I$$

$$A^6 = A^4 \cdot A^2 = I \cdot I = I$$

$$\vdots$$

$$A^{2016} = A^{2014} \cdot A^2 = I \cdot I = I$$

$$A^{2017} = A^{2016} \cdot A = I \cdot A = A \to A^{2017} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

03| C

$$\det M = \begin{vmatrix} a & a^3 - b^3 & b \\ a & a^3 & a \\ 2 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 3a^4 + 5ab - 2a^3b - 3a^4 + 3ab^3 =$$

$$= ab \cdot (5 - 2a^2 + 3b^2) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0 \text{ ou } 5 - 2a^2 + 3b^2 = 0$$

Como a e b são nulos, devemos considerar que:

$$5 - 2a^2 + 3b^2 = 0 \Rightarrow 2a^2 - 3b^2 = 5$$

Portanto,

$$14a^2 - 21b^2 = 7 \cdot (2a^2 - 3b^2) = 7 \cdot 5 = 35$$

04| D

Calculando:

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3a - c & 3b - d \\ -5a + 2c & -5b + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 27 \\ 21 & -39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3a - c \\ -5a + 2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3b - d \\ -5b + 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 15 \\ d = 18 \end{cases}$$

$$a + b + c + d = 1 + 13 + 15 + 18 = 47$$

05| C

Analisando as alternativas, percebe-se que a única incorreta é a alternativa [C], pois:

$$\begin{cases} A\ X\ C = B \\ A^{-1} \cdot A = I \\ B^{-1} \cdot B = I \\ C^{-1} \cdot C = I \\ X^{-1} \cdot X = I \end{cases}$$

$$A^{-1} \cdot A\ X\ C = A^{-1} \cdot B \to X\ C = A^{-1} \cdot B$$

$$X\ C \cdot C^{-1} = A^{-1} \cdot B \cdot C^{-1}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \cdot C^{-1}$$

06| B

Se $A = (a_{ij})_{2\times 3}$ e $AB = I_2$, então $B = (b_{ij})_{3\times 2}$. Ademais, sendo $b_{ij} = i - 2j$, vem $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Em consequência, temos

$$A \cdot B = I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} b & -2a - b \\ d & -2c - d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = -\frac{1}{2} \\ d = 0 \end{cases}.$$

Portanto, como $b = 1$ é o maior elemento da matriz A, segue o resultado.

07| C

Tem-se que

$$\begin{aligned} L_n \frac{\sqrt{12}}{3} &= L_n \frac{2\cdot 3^{\frac{1}{2}}}{3} \\ &= L_n \frac{2}{3^{\frac{1}{2}}} \\ &= L_n 2 - \frac{1}{2}\cdot L_n 3 \\ &\cong 0{,}6931 - \frac{1}{2}\cdot 1{,}0986 \\ &\cong 0{,}1438. \end{aligned}$$

08| B

Desde que x é um número inteiro positivo, temos:

$$\begin{aligned} \log_2(-x^2+32) = 4 &\Leftrightarrow -x^2+32 = 16 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 16. \\ &\Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

09| E

Calculando:

$$f(2) = g(2)$$
$$1+3^{2-2} = \log_a 2 \Rightarrow 1+3^0 = \log_a 2 \Rightarrow \log_a 2 = 2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

10| C

Calculando:

$$\log_c \frac{a^2b^5}{d^3} = \log_c a^2b^5 - \log_c d^3 = \left(\log_c a^2 + \log_c b^5\right) - \log_c d^3 =$$
$$= (2\log_c a + 5\log_c b) - 3\log_c d = \left(2\cdot\frac{\log_b a}{\log_b c} + 5\cdot\frac{\log_b b}{\log_b c}\right) - 3\cdot\frac{\log_b d}{\log_b c} =$$
$$= \left(2\cdot\frac{5}{2} + 5\cdot\frac{1}{2}\right) - 3\cdot\frac{3}{2} = \left(5+\frac{5}{2}\right) - \frac{9}{2} = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

11| C

Analisando as afirmativas:

[I] Verdadeira. Calculando:

$$a^{(\log_c b)} = x$$

$$\left.\begin{aligned} &\log_b a^{\log_c b} = \log_b x \\ &\log_b a^{\log_c b} = \log_c b \cdot \log_b a \\ &\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \rightarrow \log_c b \cdot \log_b a = \log_c a \end{aligned}\right\} \rightarrow \log_b x = \log_c a \rightarrow x = b^{\log_c a}$$

[II] Verdadeiro. Utilizando a relação obtida na alternativa anterior, pode-se escrever:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{\log_d c}\left(\frac{b}{c}\right)^{\log_d a}\left(\frac{c}{a}\right)^{\log_d b} = \frac{a^{\log_d c}}{b^{\log_d c}}\cdot\frac{b^{\log_d a}}{c^{\log_d a}}\cdot\frac{c^{\log_d b}}{a^{\log_d b}} = \frac{c^{\log_d a}}{b^{\log_d c}}\cdot\frac{a^{\log_d b}}{c^{\log_d a}}\cdot\frac{b^{\log_d c}}{a^{\log_d b}} = 1$$

[III] Falsa. A igualdade só se verifica se o valor de a for igual ao valor de c, e $b \neq 1.$ No caso de números distintos, a igualdade não se verifica, pois:

$$\log_{ab}(bc) = \log_a c$$
$$\frac{\log_a bc}{\log_a ab} = \log_a c \rightarrow \log_a bc = \log_a c \cdot \log_a ab \rightarrow \log_a b + \log_a c = \log_a c \cdot \left(\log_a a + \log_a b\right)$$
$$\log_a b + \log_a c = \log_a c \cdot \left(1 + \log_a b\right) \rightarrow \log_a b + \log_a c = \log_a c + \log_a b \cdot \log_a c$$
$$\log_a b = \log_a b \cdot \log_a c \rightarrow \log_a c = 1 \rightarrow a = c$$

12| A

Lembrando que $\log_a b^c = c\cdot\log_a b,$ com $1 \neq a > 0$ e $b > 0,$ temos

$$\begin{aligned} Q = 15\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{2t} &\Leftrightarrow 10^{-2t} = \frac{Q}{15} \\ &\Leftrightarrow \log 10^{-2t} = \log\frac{Q}{15} \\ &\Leftrightarrow -2t = \log\frac{Q}{15} \\ &\Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}\cdot\log\frac{Q}{15} \\ &\Leftrightarrow t = \log\sqrt{\frac{15}{Q}}. \end{aligned}$$

13| E

Seja a função $p : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $p(t) = p_0\cdot(1{,}02)^t$, com $p(t)$ sendo a população do país após t anos. Logo, como queremos calcular t para o qual se tem $p(t) = 2\cdot p_0$, vem

$$\begin{aligned} 2\cdot p_0 = p_0\cdot(1{,}02)^t &\Leftrightarrow \log(1{,}02)^t = \log 2 \\ &\Leftrightarrow t\cdot\log(1{,}02) = \log 2 \\ &\Leftrightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1{,}02} \\ &\Rightarrow t \cong \frac{0{,}301}{0{,}0086} \\ &\Leftrightarrow t = 35. \end{aligned}$$

14| A

$$\log_5 x = 2 \Rightarrow x = 5^2 \Rightarrow x = 25$$
$$\log_{10} y = 4 \Rightarrow y = 10^4 \Rightarrow y = 10000$$
$$\log_{20}\frac{y}{x} = \log_{20}\frac{10000}{25} = \log_{20} 400 = 2$$

15| C

$$N(t) = (2,5)^{1,2t}$$
$$10^{84} = (2,5)^{1,2t}$$
$$\log 10^{84} = \log(2,5)^{1,2t}$$
$$84 \log 10 = 1,2 \cdot t \cdot \log\left(\frac{10}{4}\right)$$
$$84 = 1,2t \cdot (\log 10 - \log 4)$$
$$70 = t \cdot (1 - 2 \cdot \log 2)$$
$$70 = t \cdot (1 - 2 \cdot 0,3)$$
$$t = \frac{70}{0,4}$$
$$t = 175 \text{ minutos}$$

16| E

Calculando:

$$N_0 = \frac{20.000}{1 + 19 \cdot (0,5)^0} \Rightarrow N_0 = 1000$$
$$N_t = \frac{20.000}{1 + 19 \cdot (0,5)^t} = 5 \cdot 1000 \Rightarrow \frac{4}{1 + 19 \cdot (0,5)^t} = 1 \Rightarrow (0,5)^t = \frac{3}{19}$$
$$t = \log_{0,5}\left(\frac{3}{19}\right) = \frac{\log_{10}\left(\frac{3}{19}\right)}{\log_{10}\left(\frac{5}{10}\right)} = \frac{\log 3 - \log 19}{(\log 5) - 1} \Rightarrow t = \frac{\log 19 - \log 3}{1 - \log 5}$$

17| C

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-0,45 \cdot t}$$
$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 \cdot e^{-0,45 \cdot t}$$
$$2^{-1} = e^{-0,45 \cdot t}$$
$$\log_e 2^{-1} = \log_e e^{-0,45 \cdot t}$$
$$-1 \cdot \log_e 2 = -0,45 \cdot t$$
$$-0,69 = -0,45t$$
$$t = (1,5333\ldots) \text{horas} = 1 \text{ hora e } 32 \text{ minutos.}$$

18| C

É fácil ver que $\log n$ será um número inteiro quando n for uma potência de 10. Portanto, segue que

$$a_1 = a_{10} = a_{100} = a_{1000} = 2.$$

Considere a sequência cujo termo geral é $b_n = (-1)^n$, para todo n natural de 1 a 2016. Logo, é imediato que $\sum_{n=1}^{2016} b_n = 0$. Ademais, subtraindo-se os termos $b_1 = -1, b_{10} = 1, b_{100} = 1$ e $b_{1000} = 1$, vem

$$\sum_{n=1}^{2016} b_n - (b_1 + b_{10} + b_{100} + b_{1000}) = 0 - 2 = -2.$$

Por conseguinte, tem-se que a resposta é

$$\sum_{n=1}^{2016} a_n = -2 + a_1 + a_{10} + a_{100} + a_{1000} = 6.$$

19| A

Número inicial no visor $= x$

Tecla B $= 5x$

Tecla A $= \log_{10}(5x)$

Tecla B $= 5 \cdot (\log_{10}(5x)) = 10 \rightarrow \log_{10}(5x) = 2 \rightarrow 5x = 10^2 \rightarrow x = \frac{100}{5} = 20$

20| C

$$t = 0 \Rightarrow Q(t) = 100\% \Rightarrow Q(0) = 30 \cdot 2^{1 - \frac{0}{10}} = 30 \cdot 2^1 = 60$$
$$40\% \cdot 60 = 0,4 \cdot 60 = 24$$
$$24 = 30 \cdot 2^{1 - \frac{t}{10}} \Rightarrow \frac{24}{30} = 2^{1 - \frac{t}{10}} \Rightarrow 0,8 = 2^{1 - \frac{t}{10}} \Rightarrow \log_2 0,8 = \log_2 2^{1 - \frac{t}{10}} \rightarrow \log_2 0,8 = 1 - \frac{t}{10}$$

Mas,

$$\log_2 0,8 = \frac{\log_{10} 0,8}{\log_{10} 2} = \frac{\log_{10} 8/10}{\log_{10} 2} = \frac{\log_{10} 8 - \log_{10} 10}{\log_{10} 2} = \frac{\log_{10} 2^3 - \log_{10} 10}{\log_{10} 2} =$$
$$= \frac{3 \cdot \log_{10} 2 - 1}{\log_{10} 2} = \frac{3 \cdot 0,3 - 1}{0,3} = \frac{-0,1}{0,3} = -\frac{1}{3}$$

Assim,

$$-\frac{1}{3} = 1 - \frac{t}{10} \Rightarrow -10 = 30 - 3t \Rightarrow 3t = 40 \Rightarrow t = \frac{40}{3} \text{horas} = 800 \text{min} = 13\text{h}20\text{min}$$

21| B

Tem-se que

$$\begin{aligned} \log 36 &= \log(2 \cdot 3)^2 \\ &= 2 \cdot (\log 2 + \log 3) \\ &\cong 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot \log 3 \\ &\cong 0,6 + 2 \cdot \log 3. \end{aligned}$$

Portanto, o resultado é

$$0,6 + 2 \cdot \log 3 \cong 1,6 \Rightarrow \log 3 \cong 0,5.$$

22| C

O conjunto de valores de x para os quais a equação possui raízes reais é tal que

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + 35 > 0 &\Leftrightarrow (x-5)(x-7) > 0 \\ &\Leftrightarrow x < 5 \text{ ou } x > 7. \end{aligned}$$

Desse modo, temos

$$\frac{(x^2-13x+40)(x^2-13x+42)}{\sqrt{x^2-12x+35}}=0 \Rightarrow (x-5)(x-6)(x-7)(x-8)=0$$
$$\Rightarrow x=8.$$

Portanto, a equação é satisfeita por apenas um número real.

23| D

$$\begin{cases}\dfrac{x^2-2x-14}{x}>3\\ x\le 12\end{cases} \rightarrow \begin{cases}\dfrac{x^2-5x-14}{x}<0\\ x\le 12\end{cases}$$

Resolvendo e fazendo os diagramas de sinais, temos:
$$\begin{cases}x>7\\ -2<x<0\end{cases}$$

Logo,

$$\left.\begin{cases}7<x\le 12\\ -2<x<0\end{cases}\right\rangle \text{Inteiros} \rightarrow S=\{-1,8,9,10,11,12\} \rightarrow k=6$$

24| C

1) $x^2-|3x^2+8x|\le 0 \rightarrow x=0$ é solução
2) $|3x^2+8x|\cdot|x|\le|x|\cdot|x| \rightarrow 9x^2+48x+64\le x^2 \rightarrow x^2+6x+8\le 0$
soluções $\rightarrow -4\le x\le -2$
soluções inteiras possíveis : $-2, -3, -4$

Porém, substituindo-se o valor -3 na inequação original os valores não conferem. Logo, as soluções possíveis serão apenas $0, -2$ e -4.

25| B

Sendo $0<\frac{1}{2}<1$, temos

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5}>\left(\frac{1}{4}\right)^{x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5}>\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$$
$$\Leftrightarrow 3x-5<2x$$
$$\Leftrightarrow x<5.$$

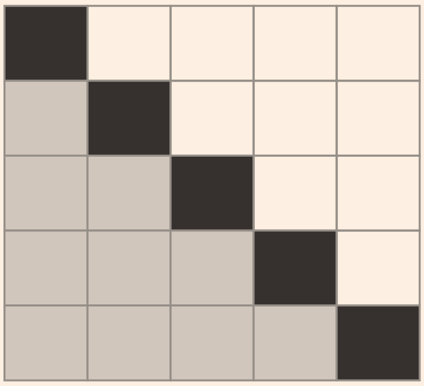
Por conseguinte, o conjunto solução da inequação é $S=\{x\in\mathbb{R}\ |\ x<5\}$.

26| A

A matriz M será da seguinte forma:

$$M=\begin{pmatrix} 0 & 255 & 255 & 255 & 255\\ 127 & 0 & 255 & 255 & 255\\ 127 & 127 & 0 & 255 & 255\\ 127 & 127 & 127 & 0 & 255\\ 127 & 127 & 127 & 127 & 0\end{pmatrix}$$

Utilizando as cores correspondentes, temos:



Portanto, a afirmação correta é: “Terá o mesmo número de *pixels* brancos e cinzas”.