

# Parte I – TERMOLOGIA

## Tópico 1

**1** Um jornalista, em visita aos Estados Unidos, passou pelo deserto de Mojave, onde são realizados os pousos dos ônibus espaciais da Nasa. Ao parar em um posto de gasolina, à beira da estrada, ele observou um grande painel eletrônico que indicava a temperatura local na escala Fahrenheit. Ao fazer a conversão para a escala Celsius, ele encontrou o valor 45 °C. Que valor ele havia observado no painel?

**Resolução:**

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\frac{45}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$81 = \theta_f - 32$$

$$\theta_f = 113 \text{ }^\circ\text{F}$$

**Resposta:** 113 °F

**2** Uma agência de turismo estava desenvolvendo uma página na Internet que, além dos pontos turísticos mais importantes, continha também informações relativas ao clima da cidade de Belém (Pará). Na versão em inglês dessa página, a temperatura média de Belém (30 °C) deveria aparecer na escala Fahrenheit. Que valor o turista iria encontrar, para essa temperatura, na página em inglês?

**Resolução:**

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\frac{30}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$54 = \theta_f - 32$$

$$\theta_f = 86 \text{ }^\circ\text{F}$$

**Resposta:** 86 °F

**3** Um turista brasileiro, ao descer no aeroporto de Chicago (EUA), observou um termômetro marcando a temperatura local (68 °F). Fazendo algumas contas, ele verificou que essa temperatura era igual à de São Paulo, quando embarcara. Qual era a temperatura de São Paulo, em graus Celsius, no momento do embarque do turista?

**Resolução:**

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{68 - 32}{9}$$

$$\theta_c = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 20 °C

**4** Um jovem brasileiro fez uma conexão via Internet com um amigo inglês que mora em Londres. Durante a conversa, o inglês disse que em Londres a temperatura naquele momento era igual a 14 °F. Após alguns cálculos, o jovem brasileiro descobriu qual era, em graus Celsius, a temperatura em Londres. Que valor ele encontrou?

**Resolução:**

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_c}{5} = \frac{14 - 32}{9}$$

$$\theta_c = -10 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** -10 °C

**5 E.R.** Dois termômetros, um graduado na escala Celsius e outro, na escala Fahrenheit, são mergulhados em um mesmo líquido. A leitura em Fahrenheit supera em 100 unidades a leitura em Celsius. Qual era a temperatura desse líquido?

**Resolução:**

Do enunciado do problema, podemos escrever:

$$\theta_f = \theta_c + 100 \quad (\text{I})$$

A relação entre as escalas citadas é dada por:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \quad (\text{II})$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{(\theta_c + 100) - 32}{9}$$

$$9\theta_c = 5\theta_c + 340$$

$$4\theta_c = 340$$

$$\theta_c = 85 \text{ }^\circ\text{C} \quad \text{ou} \quad \theta_f = 185 \text{ }^\circ\text{F}$$

**6** Ao chegar ao aeroporto de Miami (EUA), um turista brasileiro observou em um painel eletrônico que a temperatura local medida na escala Fahrenheit ultrapassava o valor medido na escala Celsius em 48 unidades. Qual era a temperatura registrada no painel, em graus Celsius?

**Resolução:**

$$\begin{cases} \theta_f = \theta_c + 48 \\ \frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{(\theta_c + 48) - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f + 16}{9} \Rightarrow 9\theta_c = 5\theta_c + 80$$

$$\theta_c = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 20 °C

**7** Num laboratório, dois termômetros, um graduado em Celsius e outro em Fahrenheit, são colocados no interior de um freezer. Após algum tempo, verificou-se que os valores lidos nos dois termômetros eram iguais. Qual a temperatura medida, em graus Celsius?

**Resolução:**

$$\begin{cases} \theta_c = \theta_f \\ \frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_c - 32}{9}$$

$$9\theta_c = 5\theta_c - 160$$

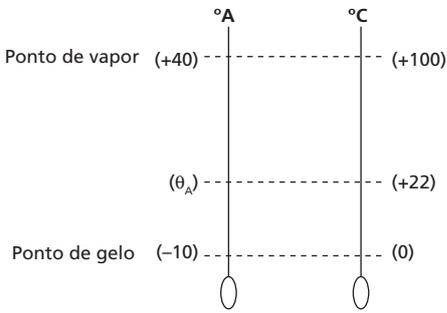
$$\theta_c = -40^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $-40^\circ\text{C}$

**8** Numa escala de temperaturas **A**, o ponto do gelo equivale a  $-10^\circ\text{A}$  e o do vapor, a  $+40^\circ\text{A}$ . Se uma temperatura for indicada num termômetro em Celsius pelo valor  $22^\circ\text{C}$ , que valor será indicado por outro termômetro graduado na escala **A**?

**Resolução:**

Fazendo a relação entre as escalas, vem:



Assim:

$$\frac{\theta_A - (-10)}{40 - (-10)} = \frac{22 - 0}{100 - 0}$$

$$\frac{\theta_A + 10}{50} = \frac{22}{100}$$

$$\theta_A + 10 = 11$$

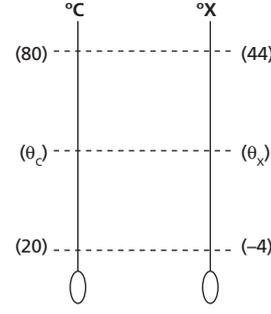
$$\theta_A = 1^\circ\text{A}$$

**Resposta:**  $1^\circ\text{A}$

**9** Um professor de Física inventou uma escala termométrica que chamou de escala **X**. Comparando-a com a escala Celsius, ele observou que  $-4^\circ\text{X}$  correspondiam a  $20^\circ\text{C}$  e  $44^\circ\text{X}$  equivaliam a  $80^\circ\text{C}$ . Que valores essa escala **X** assinalaria para os pontos fixos fundamentais?

**Resolução:**

Relacionando as duas escalas, vem:



$$\frac{\theta_c - 20}{80 - 20} = \frac{\theta_x - (-4)}{44 - (-4)}$$

$$\frac{\theta_c - 20}{5} = \frac{\theta_x + 4}{4}$$

Fazendo  $\theta_c = 0^\circ\text{C}$  (ponto do gelo), temos:

$$\frac{0 - 20}{5} = \frac{\theta_x + 4}{4}$$

$$\theta_x = -20^\circ\text{X}$$

Fazendo  $\theta_c = 100^\circ\text{C}$  (ponto do vapor), temos:

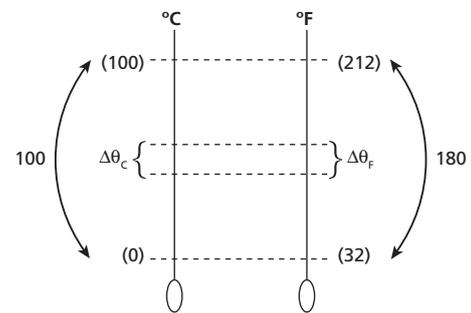
$$\frac{100 - 20}{5} = \frac{\theta_x + 4}{4} \Rightarrow \theta_c = 60^\circ\text{C}$$

**Respostas:**  $-20^\circ\text{X}$  e  $60^\circ\text{X}$

**10** Lendo um jornal brasileiro, um estudante encontrou a seguinte notícia: "Devido ao fenômeno *El Niño*, o verão no Brasil foi mais quente do que costuma ser, ocorrendo em alguns locais variações de até  $20^\circ\text{C}$  em um mesmo dia". Se essa notícia fosse vertida para o inglês, a variação de temperatura deveria ser dada na escala Fahrenheit. Que valor iria substituir a variação de  $20^\circ\text{C}$ ?

**Resolução:**

Relacionando as variações de temperatura, temos:



$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180}$$

Fazendo  $\Delta\theta_c = 20^\circ\text{C}$ , temos:

$$\frac{20}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180} \Rightarrow \Delta\theta_f = 36^\circ\text{F}$$

**Resposta:**  $36^\circ\text{F}$

**11** Um turista brasileiro sente-se mal durante uma viagem e é levado inconsciente a um hospital. Após recuperar os sentidos, sem saber em que local estava, é informado de que a temperatura de seu corpo atingira 104 graus, mas que já “caíra” 5,4 graus. Passado o susto, percebeu que a escala utilizada era a Fahrenheit. De quanto seria a queda da temperatura desse turista se fosse utilizado um termômetro graduado em Celsius?

**Resolução:**

Relacionando as variações de temperatura nas escalas Celsius e Fahrenheit, vem:

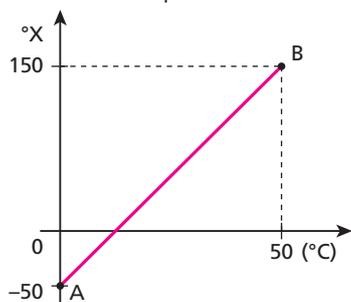
$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180}$$

Assim:

$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{5,4}{180} \Rightarrow \Delta\theta_c = 3,0^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 3,0 °C

**12 E.R.** Uma escala termométrica **X** foi comparada com a escala Celsius, obtendo-se o gráfico dado a seguir, que mostra a correspondência entre os valores das temperaturas nessas duas escalas.

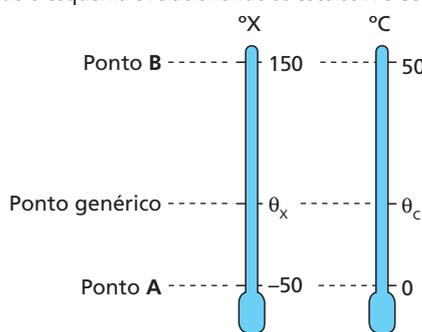


Determine:

- a) a equação de conversão entre as escalas **X** e Celsius;
- b) a indicação da escala **X**, quando tivermos 80 °C;
- c) a indicação da escala **X** para os estados térmicos correspondentes aos pontos fixos fundamentais.

**Resolução:**

a) Fazendo o esquema e relacionando as escalas **X** e Celsius, temos:



Do esquema, concluímos:

$$\frac{\theta_x - (-50)}{150 - (-50)} = \frac{\theta_c - 0}{50 - 0}$$

$$\frac{\theta_x + 50}{200} = \frac{\theta_c}{50} \Rightarrow \frac{\theta_x + 50}{4} = \theta_c$$

$$\theta_x + 50 = 4\theta_c \Rightarrow \theta_x = 4\theta_c - 50$$

b) Substituindo 80 °C na equação de conversão encontrada no item **a**, obtemos o  $\theta_x$  correspondente:

$$\theta_x = 4(80) - 50 \Rightarrow \theta_x = 320 - 50$$

$$\theta_x = 270^\circ\text{X}$$

c) Para os pontos fixos fundamentais, temos:

1º ponto fixo → ponto do gelo fundente, sob pressão normal ( $\theta_c = 0^\circ\text{C}$ )

Do próprio gráfico fornecido, concluímos que:

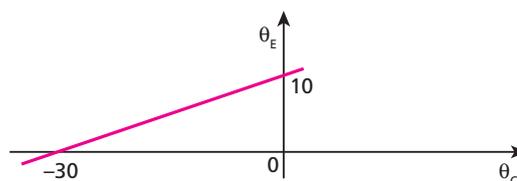
$$\theta_x = -50^\circ\text{X}$$

2º ponto fixo → ponto do vapor de água em ebulição, sob pressão normal ( $\theta_c = 100^\circ\text{C}$ )

Utilizando a relação de transformação obtida no item **a** e impondo  $\theta_c = 100^\circ\text{C}$ , calculemos  $\theta_x$  correspondente:

$$\theta_x = 4(100) - 50 \Rightarrow \theta_x = 350^\circ\text{X}$$

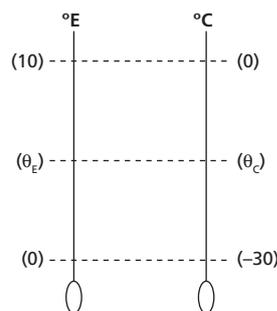
**13** Um estudante construiu uma escala de temperatura **E** cuja relação com a escala Celsius é expressa no gráfico representado a seguir:



Qual a temperatura cujas leituras coincidem numericamente nessas duas escalas?

**Resolução:**

Fazendo a relação entre as escalas **E** e Celsius, vem:



Assim:

$$\frac{\theta_E - 0}{10 - 0} = \frac{\theta_c - (-30)}{0 - (-30)}$$

$$\frac{\theta_E}{10} = \frac{\theta_c + 30}{30}$$

Fazendo  $\theta_E = \theta_c$ , temos:

$$\frac{\theta_c}{10} = \frac{\theta_c + 30}{30}$$

$$3\theta_c = \theta_c + 30$$

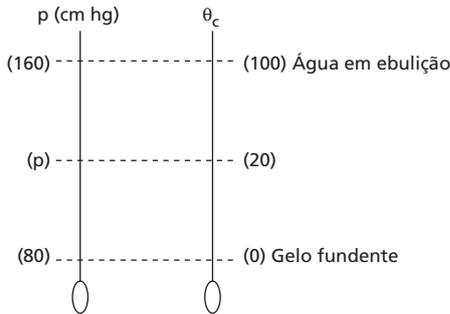
$$\theta_c = \theta_E = 15^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 15 °C

**14** Ao nível do mar, um termômetro de gás a volume constante indica as pressões correspondentes a 80 cm Hg e 160 cm Hg, respectivamente, para as temperaturas do gelo fundente e da água em ebulição. À temperatura de 20 °C, qual é a pressão indicada por ele?

**Resolução:**

Relacionando a pressão do gás com a temperatura Celsius, vem:



Assim:

$$\frac{p - 80}{160 - 80} = \frac{20 - 0}{100 - 0}$$

$$\frac{p - 80}{80} = \frac{1}{5}$$

$$p - 80 = 16$$

$$p = 96 \text{ cm Hg}$$

**Resposta:** 96 cm Hg

**15** (Vunesp-SP)

Frente fria chega a São Paulo

Previsão para

sexta-feira	sábado
mín. 11 °C	mín. 13 °C
máx. 16 °C	máx. 20 °C

Com esses dados, pode-se concluir que a variação de temperatura na sexta-feira e a máxima, no sábado, na escala Fahrenheit, foram, respectivamente:

- a) 9 e 33,8.
- b) 9 e 68.
- c) 36 e 9.
- d) 68 e 33,8.
- e) 68 e 36.

**Resolução:**

A variação de temperatura na sexta-feira é determinada por:

$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180}$$

Assim:

$$\frac{(16 - 11)}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180}$$

$$\Delta\theta_f = 9 \text{ °F}$$

Temperatura máxima no sábado:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\frac{20}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\theta_f = 68 \text{ °F}$$

**Resposta:** 68 °F

**16** (Unaerp-SP) Durante um passeio em outro país, um médico, percebendo que seu filho está “quente”, utiliza um termômetro com escala Fahrenheit para medir a temperatura. O termômetro, após o equilíbrio térmico, registra 98,6 °F. O médico, então:

- a) deve correr urgente para o hospital mais próximo, o garoto está mal, 49,3 °C.
- b) não se preocupa, ele está com 37 °C, manda o garoto brincar e mais tarde mede novamente sua temperatura.
- c) fica preocupado, ele está com 40 °C, então lhe dá para ingerir uns quatro comprimidos de antitérmico.
- d) faz os cálculos e descobre que o garoto está com 32,8 °C.
- e) fica preocupado, ele está com 39 °C, dá um antitérmico ao garoto e o coloca na cama sob cobertores.

**Resolução:**

Convertendo o valor registrado para a escala Celsius, temos:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{98,6 - 32}{9}$$

$$\theta_c = 37 \text{ °C}$$

**Resposta:** 37 °C

**17** Um determinado estado térmico foi avaliado usando-se dois termômetros, um graduado em Celsius e outro, em Fahrenheit. A leitura Fahrenheit excede em 23 unidades o dobro da leitura Celsius. Essa temperatura corresponde a que valor na escala Celsius?

**Resolução:**

$$\begin{cases} \theta_f = 2\theta_c + 23 \\ \frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{(2\theta_c + 23) - 32}{9}$$

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{2\theta_c - 9}{9}$$

$$10\theta_c - 45 = 9\theta_c$$

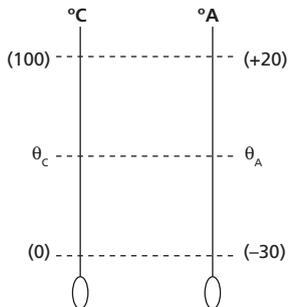
$$\theta_c = 45 \text{ °C}$$

**Resposta:** 45 °C

**18** (Unifor-CE) Uma escala termométrica **A** criada por um aluno é tal que o ponto de fusão do gelo corresponde a  $-30\text{ }^\circ\text{A}$  e o de ebulição da água (sob pressão normal) corresponde a  $20\text{ }^\circ\text{A}$ . Qual a temperatura Celsius em que as escalas **A** e Celsius fornecem valores simétricos?

**Resolução:**

Equação de conversão entre as escalas **A** e Celsius:



$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_A - (-30)}{20 - (-30)}$$

$$\theta_C = 2\theta_A + 60$$

Valores simétricos:

$$\theta_C = -\theta_A \text{ ou } \theta_A = -\theta_C$$

Assim:

$$\theta_C = 2(-\theta_C + 60)$$

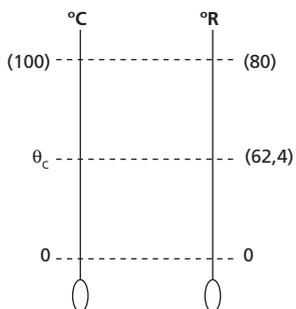
$$3\theta_C = 60$$

$$\theta_C = 20\text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $20\text{ }^\circ\text{C}$

**19** Uma jovem estudante, folheando um antigo livro de Física de seu avô, encontrou a temperatura de ebulição do álcool expressa na escala Réaumur ( $62,4\text{ }^\circ\text{R}$ ). Fazendo a conversão para a escala Celsius, ela encontrou que valor?

**Resolução:**



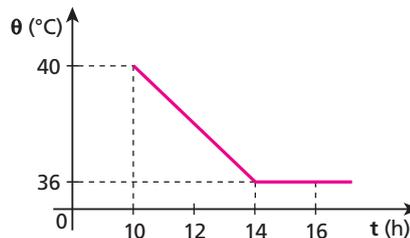
A escala Réaumur assinala  $0\text{ }^\circ\text{R}$  no ponto do gelo e  $80\text{ }^\circ\text{R}$  no ponto do vapor.

$$\frac{\theta_C - 0}{100 - 0} = \frac{62,4 - 0}{80 - 0}$$

$$\theta_C = 78\text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $78\text{ }^\circ\text{C}$

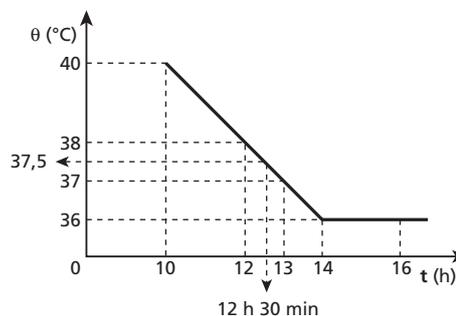
**20** Um paciente foi internado em um hospital e apresentou o seguinte quadro de temperatura:



Que temperatura esse paciente apresentou às 12 h 30 min, expressa na escala Réaumur?

**Resolução:**

No gráfico verificamos que a temperatura do paciente às 12 h 30 min é  $37,5\text{ }^\circ\text{C}$ .



Usando-se a equação de conversão entre as escalas Celsius e Réaumur, temos:

$$\frac{\theta_C}{5} = \frac{\theta_R}{4} \Rightarrow \frac{37,5}{5} = \frac{\theta_R}{4}$$

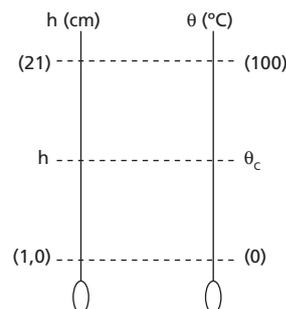
$$\theta_R = 30\text{ }^\circ\text{R}$$

**Resposta:**  $30\text{ }^\circ\text{R}$

**21** Num termômetro de mercúrio, a altura da coluna assume os valores 1,0 cm e 21 cm quando o termômetro é submetido aos estados correspondentes aos pontos do gelo fundente e do vapor de água em ebulição, respectivamente, sob pressão normal. Determine:

- a equação termométrica desse termômetro em relação à escala Celsius;
- a temperatura registrada pelo termômetro quando a altura da coluna assume o valor 10 cm;
- a altura da coluna quando o ambiente onde se encontra o termômetro está a  $27\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**



a) A equação termométrica:

$$\frac{h - 1,0}{21 - 1,0} = \frac{\theta_c - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{h - 1,0}{20} = \frac{\theta_c}{100}$$

$$\theta_c = 5,0h - 5,0$$

b) Para  $h = 10$  cm, temos:

$$\theta_c = 5,0 \cdot (10) - 5,0$$

$$\theta_c = 45^\circ\text{C}$$

c) Para  $\theta_c = 27^\circ\text{C}$ , temos:

$$27 = 5,0h - 5,0$$

$$h = 6,4 \text{ cm}$$

**Respostas:** a)  $5,0h - 5,0$ ; b)  $45^\circ\text{C}$ ; c)  $6,4$  cm

**22** (Mack-SP) Os termômetros são instrumentos utilizados para efetuarmos medidas de temperaturas. Os mais comuns baseiam-se na variação de volume sofrida por um líquido considerado ideal, contido em um tubo de vidro cuja dilatação é desprezada. Num termômetro em que se utiliza mercúrio, vemos que a coluna deste líquido “sobe” cerca de 2,7 cm para um aquecimento de  $3,6^\circ\text{C}$ . Se a escala termométrica fosse a Fahrenheit, para um aquecimento de  $3,6^\circ\text{F}$ , a coluna de mercúrio “subiria”:

- a) 11,8 cm.                      c) 2,7 cm.                      e) 1,5 cm.  
b) 3,6 cm.                      d) 1,8 cm.

**Resolução:**

Para variações de temperatura entre as escalas Celsius e Fahrenheit, temos:

$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180} \Rightarrow \frac{3,6}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180} \Rightarrow \Delta\theta_f = 6,48^\circ\text{F}$$

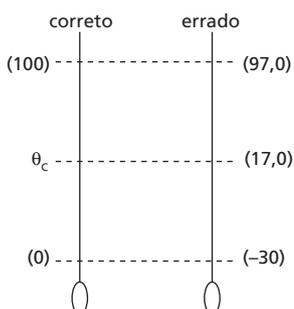
Lembrando que as variações nas escalas são proporcionais,

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\theta_f = 6,48^\circ\text{F} \rightarrow 2,7 \text{ cm} \\ \Delta\theta_f = 3,6^\circ\text{F} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{3,6 \cdot 2,7}{6,48} \text{ cm} \Rightarrow x = 1,5 \text{ cm}$$

**Resposta:** e

**23** (Fatec-SP) Na aferição de um termômetro mal construído, ele foi comparado com um termômetro correto. Para os pontos  $100^\circ\text{C}$  e  $0^\circ\text{C}$  do termômetro correto, o mal construído marcou, respectivamente,  $97,0^\circ\text{C}$  e  $-3,0^\circ\text{C}$ . Se esse termômetro marcar  $17,0^\circ\text{C}$ , qual será a temperatura correta?

**Resolução:**



$$\frac{\theta_c - 0}{100 - 0} = \frac{17,0 - (-3,0)}{97,0 - (-3,0)}$$

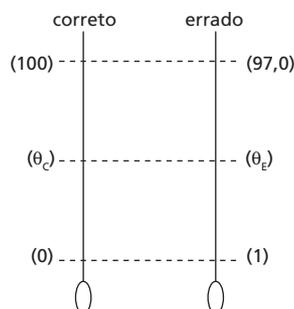
$$\frac{\theta_c}{100} = \frac{20}{100} \Rightarrow$$

$$\theta_c = 20^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $20^\circ\text{C}$

**24** Um termômetro foi graduado, em graus Celsius, incorretamente. Ele assinala  $1^\circ\text{C}$  para o gelo em fusão e  $97^\circ\text{C}$  para a água em ebulição, sob pressão normal. Qual a única temperatura que esse termômetro assinala corretamente, em graus Celsius?

**Resolução:**



$$\frac{\theta_c - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_e - 1}{97 - 1}$$

$$\frac{\theta_c}{100} = \frac{\theta_e - 1}{96}$$

Fazendo  $\theta_c = \theta_e$ , vem:

$$\frac{\theta_c}{100} = \frac{\theta_c - 1}{96}$$

$$100\theta_c - 100 = 96\theta_c$$

$$4\theta_c = 100$$

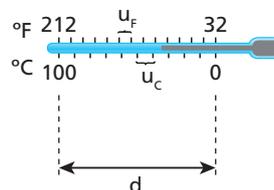
$$\theta_c = 25^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $25^\circ\text{C}$

**25 E.R.** Um fabricante de termômetros lançou no mercado um termômetro de mercúrio graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit. Na parte referente à escala Celsius, a distância entre duas marcas consecutivas era de 1,08 mm. Qual a distância, na escala Fahrenheit, entre duas marcas consecutivas?

**Resolução:**

Chamemos de  $u_c$  e  $u_f$  as respectivas distâncias entre duas marcas consecutivas nas escalas Celsius e Fahrenheit:



Como a distância  $d$ , indicada na figura, é a mesma nas duas escalas, podemos escrever:

$$d = 100u_c = 180u_f$$

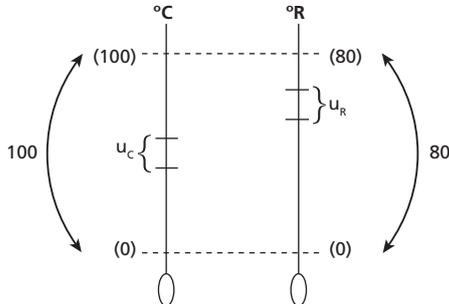
Do enunciado, sabemos que:  $u_c = 1,08$  mm

Substituindo esse valor na expressão acima, calculemos  $u_f$ :

$$100 \cdot 1,08 = 180u_f \Rightarrow u_f = \frac{108}{180} \Rightarrow u_f = 0,60 \text{ mm}$$

**26** Num laboratório, um professor de Física encontrou um antigo termômetro que trazia graduações nas escalas Celsius e Réaumur. Com uma régua, observou que a distância entre duas marcas consecutivas na escala Celsius era de 1,0 mm. Que valor ele encontrou na escala Réaumur?

**Resolução:**



$100u_C = 80u_R$   
 Fazendo  $u_C = 1,0$  mm, temos:  
 $100 \cdot 1,0 = 80u_R$

$u_R = 1,25$  mm

**Resposta:** 1,25 mm

**27** A menor temperatura até hoje registrada na superfície da Terra ocorreu em 21 de julho de 1983 na estação russa de Vostok, na Antártida, e seu valor foi de  $-89,2$  °C. Na escala Kelvin, que valor essa temperatura assumiria?

**Resolução:**

$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$   
 $T = -89 + 273$

$T = 184$  K

**Resposta:** 184 K

**28** No interior de uma sala, há dois termômetros pendurados na parede. Um deles, graduado em Kelvin, indica 298 K para a temperatura ambiente. O outro está graduado em graus Celsius. Quanto esse termômetro está marcando?

**Resolução:**

$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$   
 $298 = \theta_C + 273$

$\theta_C = 25$  °C

**Resposta:** 25 °C

**29** Lord Kelvin conceituou zero absoluto como o estágio nulo de agitação das partículas de um sistema físico. Nas escalas Celsius e Fahrenheit, que valores vamos encontrar para expressar a situação física do zero absoluto? (Dê sua resposta desprezando possíveis casas decimais.)

**Resolução:**

O zero absoluto (zero Kelvin) é definido por:

- 1) Na escala Celsius  
 $-273$  °C

- 2) Na escala Fahrenheit  
 $-459$  °F

**Respostas:**  $-273$  °C e  $-459$  °F

**30** As pessoas costumam dizer que na cidade de São Paulo podemos encontrar as quatro estações do ano num mesmo dia. Claro que essa afirmação é um tanto exagerada. No entanto, não é difícil termos variações de até 15 °C num mesmo dia. Na escala absoluta Kelvin, que valor representaria essa variação de temperatura?

**Resolução:**

Como a unidade na escala Kelvin é igual à unidade na escala Celsius, temos:

$\Delta T(K) = \Delta \theta(^{\circ}C)$

Assim, para uma variação de 15 °C, vem:

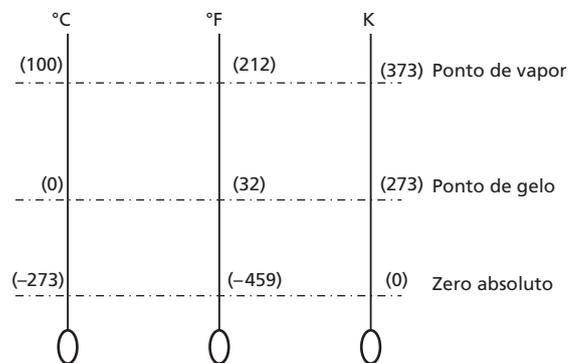
$\Delta T = 15$  K

**Resposta:** 15 K

**31** (Unirio-RJ) Um pesquisador, ao realizar a leitura da temperatura de um determinado sistema, obteve o valor  $-450$ . Considerando as escalas usuais (Celsius, Fahrenheit e Kelvin), podemos afirmar que o termômetro utilizado certamente NÃO poderia estar graduado:

- a) apenas na escala Celsius.
- b) apenas na escala Fahrenheit.
- c) apenas na escala Kelvin.
- d) nas escalas Celsius e Kelvin.
- e) nas escalas Fahrenheit e Kelvin.

**Resolução:**



No esquema acima, notamos que  $-450$  somente pode ocorrer na escala Fahrenheit.

Assim, a resposta correta é **d**.

**Resposta:** d

**32** (Unifesp-SP) O texto a seguir foi extraído de uma matéria sobre congelamento de cadáveres para sua preservação por muitos anos, publicada no jornal *O Estado de S. Paulo*.

*Após a morte clínica, o corpo é resfriado com gelo. Uma injeção de anti-coagulantes é aplicada e um fluido especial é bombeado para o coração, espalhando-se pelo corpo e empurrando para fora os fluidos naturais. O corpo é colocado em uma câmara com gás nitrogênio, onde os fluidos endurecem em vez de congelar. Assim que atinge a temperatura de  $-321$  °, o corpo é levado para um tanque de nitrogênio líquido, onde fica de cabeça para baixo.*

Na matéria, não consta a unidade de temperatura usada. Considerando que o valor indicado de  $-321^\circ$  esteja correto e pertença a uma das escalas, Kelvin, Celsius ou Fahrenheit, pode-se concluir que foi usada a escala:

- a) Kelvin, pois se trata de um trabalho científico e esta é a unidade adotada pelo Sistema Internacional.
- b) Fahrenheit, por ser um valor inferior ao zero absoluto e, portanto, só pode ser medido nessa escala.
- c) Fahrenheit, pois as escalas Celsius e Kelvin não admitem esse valor numérico de temperatura.
- d) Celsius, pois só ela tem valores numéricos negativos para a indicação de temperaturas.
- e) Celsius, por tratar-se de uma matéria publicada em língua portuguesa e essa ser a unidade adotada oficialmente no Brasil.

**Resolução:**

Tomando por base o zero absoluto (0 K), vamos determinar seu valor correspondente nas demais escalas:

**Celsius**

$$\theta(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273 \Rightarrow \theta_c = 0 - 273$$

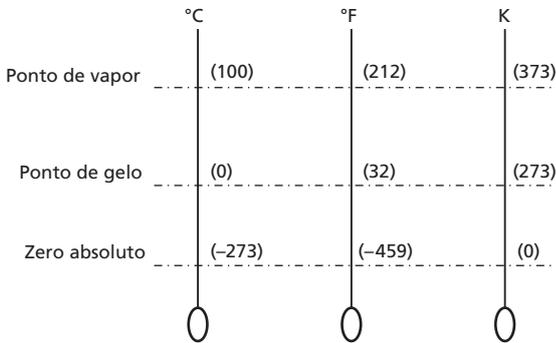
$$\theta_c = -273^{\circ}\text{C}$$

**Fahrenheit**

$$\frac{\theta_f - 32}{9} = \frac{T - 273}{5} \Rightarrow \frac{\theta_f - 32}{9} = \frac{0 - 273}{5}$$

$$\theta_f \approx -459^{\circ}\text{F}$$

**Observação:** Para o aluno visualizar melhor, faça no quadro-de-giz o seguinte esquema:



**Resposta:** c

**33** (Mack-SP) Um pesquisador verifica que certa temperatura obtida na escala Kelvin é igual ao correspondente valor na escala Fahrenheit acrescido de 145 unidades. Qual o valor dessa temperatura na escala Celsius?

**Resolução:**

$$\begin{cases} T = \theta_f + 145 \\ \frac{T - 273}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \end{cases}$$

$$\frac{(\theta_f + 145) - 273}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_f - 128}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

$$9\theta_f - 1152 = 5\theta_f - 160$$

$$4\theta_f = 992$$

$$\theta_f = 248^{\circ}\text{F}$$

Mas:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9}$$

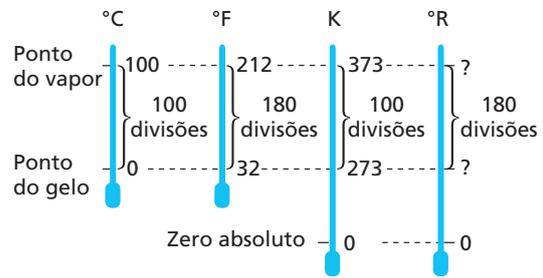
$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{248 - 32}{9} \Rightarrow \theta_c = 120^{\circ}\text{C}$$

**Resposta:** 120 °C

**34 E.R.** A escala Kelvin tem sua origem no zero absoluto e usa como unidade o grau Celsius. Existe uma outra escala, denominada Rankine, que também tem sua origem no zero absoluto, mas usa como unidade o grau Fahrenheit. Determine a equação de conversão entre as escalas Kelvin e Rankine.

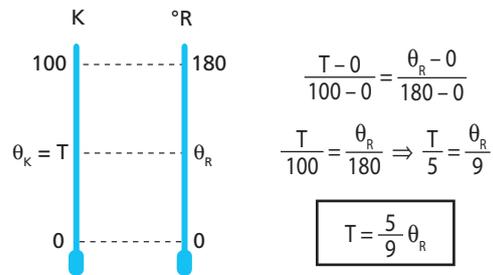
**Resolução:**

Façamos, inicialmente, um esquema representando as escalas Celsius, Fahrenheit, Kelvin e Rankine:



Do enunciado, sabemos que as origens das escalas Kelvin e Rankine coincidem com o zero absoluto.

Uma vez que a escala Rankine usa como unidade o grau Fahrenheit, observamos que entre os pontos do gelo e do vapor temos 180 divisões, enquanto na Kelvin temos 100 divisões para o mesmo intervalo. Do exposto, podemos afirmar que ao valor 100 da escala Kelvin corresponde o valor 180 da escala Rankine:



**35** A relação entre as escalas Celsius (C) e Rankine (R) é dada pela equação:

$$\frac{R - 492}{9} = \frac{C}{2}$$

Para qual temperatura essas escalas fornecem a mesma leitura? Essa temperatura pode existir?

**Resolução:**

Na mesma leitura, temos  $R = C$ .

Assim:

$$\frac{C - 492}{9} = \frac{C}{5} \Rightarrow 9C = 5C - 2460 \Rightarrow C = -615^{\circ}\text{C}$$

Essa temperatura não existe. No zero absoluto, a escala Celsius assinala  $-273,15^{\circ}\text{C}$ .

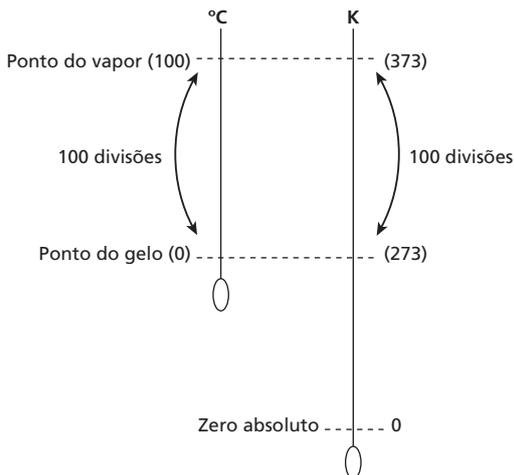
**Respostas:**  $-615^{\circ}\text{C}$ ; Não.

**36** (Uespi) Ao considerarmos a equação que relaciona os valores de temperatura medidos na escala Kelvin ( $T$ ) com os valores correspondentes de temperatura na escala Celsius ( $\theta_c$ ), podemos afirmar que uma variação de temperatura na escala Celsius igual a  $\Delta\theta_c = 35^\circ\text{C}$  corresponde a uma variação de:

- a)  $\Delta T = 308\text{ K}$ .      c)  $\Delta T = 70\text{ K}$ .      e)  $\Delta T = 0\text{ K}$ .  
 b)  $\Delta T = 238\text{ K}$ .      d)  $\Delta T = 35\text{ K}$ .

**Resolução:**

Comparando-se as escalas Celsius e Kelvin, temos:



Podemos observar que a variação de  $1^\circ\text{C}$  é igual à variação de  $1\text{ K}$ , assim:

$$\Delta\theta_c = 35^\circ\text{C} = \Delta T = 35\text{ K}$$

**Resposta: d**

**37** Um físico chamado Galileu Albert Newton encontrava-se em um laboratório realizando um experimento no qual deveria aquecer certa porção de água pura. Mediu a temperatura inicial da água e encontrou o valor  $20^\circ\text{C}$ . Porém, como ele era muito desajeitado, ao colocar o termômetro sobre a mesa, acabou quebrando-o. Procurando outro termômetro, encontrou um graduado na escala Kelvin. No final do aquecimento, observou que a temperatura da água era de  $348\text{ K}$ . Na equação utilizada por esse físico, a variação de temperatura deveria estar na escala Fahrenheit. O valor, em graus Fahrenheit, que ele encontrou para a variação de temperatura da água foi de:

- a)  $20^\circ\text{F}$ .      c)  $75^\circ\text{F}$ .      e)  $106^\circ\text{F}$ .  
 b)  $66^\circ\text{F}$ .      d)  $99^\circ\text{F}$ .

**Resolução:**

Transformando-se  $348\text{ K}$  para a escala Celsius, temos:

$$\theta_c = T(K) - 273$$

$$\theta_c = 348 - 273 \Rightarrow \theta_c = 75^\circ\text{C}$$

A variação de temperatura sofrida pela água é:

$$\Delta\theta_c = (75 - 20)^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta\theta_c = 55^\circ\text{C}$$

Como:

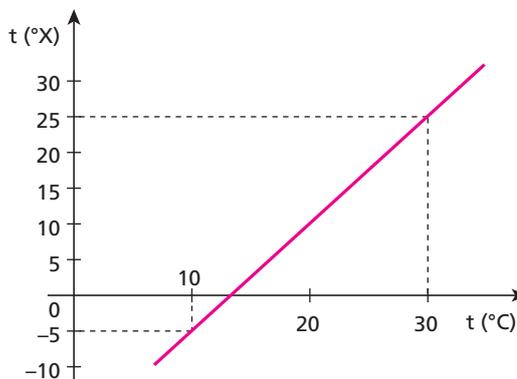
$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180}$$

Então:

$$\frac{55}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180} \Rightarrow \Delta\theta_f = 99^\circ\text{F}$$

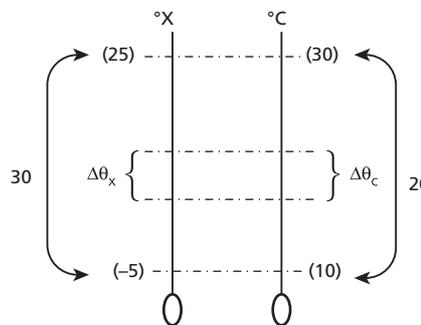
**Resposta: d**

**38** (UEL-PR) O gráfico indicado a seguir representa a relação entre a temperatura medida numa escala  $X$  e a mesma temperatura medida na escala Celsius.



Para a variação de  $1,0^\circ\text{C}$ , que intervalo vamos observar na escala  $X$ ?

**Resolução:**



$$\frac{\Delta\theta_x}{30} = \frac{\Delta\theta_c}{20}$$

Para  $\Delta\theta_c = 1,0^\circ\text{C}$ , temos:

$$\frac{\Delta\theta_x}{30} = \frac{1,0}{20} \Rightarrow \Delta\theta_x = 1,5^\circ\text{X}$$

**Resposta: 1,5°X**

**39** (UFSE) Um termômetro que mede a temperatura ambiente indica sempre  $2^\circ\text{C}$  acima da temperatura correta, e outro que mede a temperatura de um líquido indica  $3^\circ\text{C}$  abaixo da temperatura correta. Se o líquido está  $5^\circ\text{C}$  acima da temperatura ambiente, a indicação dos termômetros defeituosos, em graus Celsius, pode ser:

- a) 18 e 16.      d) 18 e 23.  
 b) 18 e 18.      e) 18 e 28.  
 c) 18 e 20.

**Resolução:**

A temperatura ambiente é  $\theta$ . Assim:

a) O primeiro termômetro, que mede a temperatura ambiente, indica:

$$\theta_1 = \theta + 2 \quad (I)$$

b) O líquido tem temperatura  $(\theta + 5)$

c) O segundo termômetro, que mede a temperatura do líquido, indica:

$$\theta_2 = (\theta + 5) - 3$$

$$\theta_2 = \theta + 2 \quad (II)$$

Observando I e II, concluímos que os dois termômetros assinalam valores iguais. Portanto a resposta é **b**.

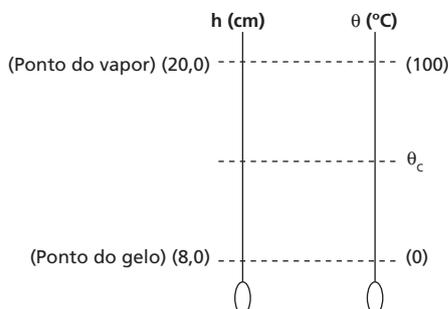
**Resposta: b**

**40** (Mack-SP) Um profissional, necessitando efetuar uma medida de temperatura, utilizou um termômetro cujas escalas termométricas inicialmente impressas ao lado da coluna de mercúrio estavam ilegíveis. Para atingir seu objetivo, colocou o termômetro inicialmente em uma vasilha com gelo fundente, sob pressão normal, e verificou que no equilíbrio térmico a coluna de mercúrio atingiu 8,0 cm. Ao colocar o termômetro em contato com água fervente, também sob pressão normal, o equilíbrio térmico se deu com a coluna de mercúrio, que atingiu 20,0 cm de altura. Se nesse termômetro utilizarmos as escalas Celsius e Fahrenheit e a temperatura a ser medida for expressa pelo mesmo valor nas duas escalas, a coluna de mercúrio terá a altura de:

- a) 0,33 cm.                                      d) 4,0 cm.  
b) 0,80 cm.                                      e) 6,0 cm.  
c) 3,2 cm.

**Resolução:**

Relacionando a altura da coluna de mercúrio com a escala Celsius, temos:



Assim:

$$\frac{h - 8,0}{20,0 - 8,0} = \frac{\theta_c - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{h - 8,0}{12,0} = \frac{\theta_c}{100} \Rightarrow h = \frac{3\theta_c}{25} + 8,0$$

As escalas Celsius e Fahrenheit assinalam valores iguais na temperatura de  $-40^\circ$ .

$$\theta_c = \theta_f = -40^\circ$$

Portanto:

$$h = \frac{3(-40)}{25} + 8,0 = -4,8 + 8,0 \Rightarrow \boxed{h = 3,2 \text{ cm}}$$

**Resposta: c**

**41** (UCDB-MT) Um processo rápido para estimar valor em graus Celsius de uma temperatura fornecida em graus Fahrenheit é dividir o valor fornecido por dois e subtrair 16. Assim,  $76^\circ\text{F}$  valeriam, aproximadamente,  $22^\circ\text{C}$ . O erro dessa estimativa seria de:

- a) 10%.    d) 23%.  
b) 15%.    e) 25%.  
c) 20%.

**Resolução:**

Aplicando a fórmula de conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit, temos:

$$\frac{\theta_c}{5} = \frac{\theta_f - 32}{9} \Rightarrow \frac{\theta_c}{5} = \frac{76 - 32}{9} = \frac{44}{9}$$

$$\theta_c = 24,4^\circ\text{C}$$

Pelo processo citado no texto, o valor obtido seria  $22^\circ\text{C}$ . Assim, o erro vale:

$$\Delta\theta = 24,4 - 22 (^\circ\text{C}) \Rightarrow \Delta\theta = 2,4^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$24,4^\circ\text{C} \rightarrow 100\%$$

$$2,4^\circ\text{C} \rightarrow x\%$$

$$x = \frac{100 \cdot 2,4}{24,4} \Rightarrow \boxed{x \approx 9,8\% \approx 10\%}$$

**Resposta: a**

**42** (Unifesp-SP) Quando se mede a temperatura do corpo humano com um termômetro clínico de mercúrio em vidro, procura-se colocar o bulbo do termômetro em contato direto com regiões mais próximas do interior do corpo e manter o termômetro assim durante algum tempo, antes de fazer a leitura. Esses dois procedimentos são necessários porque:

- a) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.  
b) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.  
c) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso evitar a interferência do calor específico médio do corpo humano.  
d) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque o calor específico médio do corpo humano é muito menor que o do mercúrio e o do vidro.  
e) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo.

**Resolução:**

Por meio da transpiração, a pele regula a temperatura interna do corpo humano. Assim, para obter o valor dessa temperatura, devemos introduzir o termômetro em uma das aberturas do corpo, como, por exemplo, a boca. O termômetro deve ficar algum tempo em contato com o corpo para que a transferência de calor possa proporcionar o equilíbrio térmico entre o mercúrio (do termômetro) e o interior desse corpo humano.

**Resposta: b**

**43** (UEPB) Em 1851, o matemático e físico escocês William Thomson, que viveu entre 1824 e 1907, mais tarde possuidor do título de Lord Kelvin, propôs a escala absoluta de temperatura, atualmente conhecida como escala Kelvin de temperatura (**K**). Utilizando-se das informações contidas no texto, indique a alternativa **correta**:

- a) Com o avanço da tecnologia, atualmente, é possível obter a temperatura de zero absoluto.  
b) Os valores dessa escala estão relacionados com os da escala Fahrenheit ( $^\circ\text{F}$ ), por meio da expressão  $K = ^\circ\text{F} + 273$ .  
c) A partir de 1954, adotou-se como padrão o ponto triplice da água, temperatura em que a água coexiste nos três estados — sólido, líquido e vapor. Isso ocorre à temperatura de  $0,01^\circ\text{F}$  ou  $273,16\text{ K}$ , por definição, e à pressão de  $610\text{ Pa}$  ( $4,58\text{ mm Hg}$ ).  
d) Kelvin é a unidade de temperatura comumente utilizada nos termômetros brasileiros.  
e) Kelvin considerou que a energia de movimento das moléculas dos gases atingiria um valor mínimo de temperatura, ao qual ele chamou zero absoluto.

**Resolução:**

a) **Incorreta** – Apesar dos avanços da tecnologia, ainda não é possível atingir o zero absoluto.

b) **Incorreta** – Usando a relação entre temperaturas das escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin, temos:

$$\frac{^{\circ}\text{C}}{5} = \frac{^{\circ}\text{F} - 32}{9} = \frac{\text{K} - 273}{5}$$

Então:

$$\text{K} = \frac{5(^{\circ}\text{F})}{9} + 255,2$$

c) **Incorreta** – O erro está no valor do ponto tríplice: 0,01 °F; o correto é 0,01 °C.

Observe que: 273,16 K = 0,01 °C

Atenção à conversão: 610 Pa ≈ 4,58 mm Hg.

d) **Incorreta** – A escala utilizada nos termômetros brasileiros é a Celsius. Costuma-se chamar essa escala de *centígrada* pelo fato de haver 100 unidades entre os pontos fixos adotados (fusão do gelo e ebulição da água a pressão atmosférica normal). Porém *centígrada* não é uma denominação que determine univocamente a escala Celsius: entre os pontos fixos adotados na escala Kelvin também há 100 unidades.

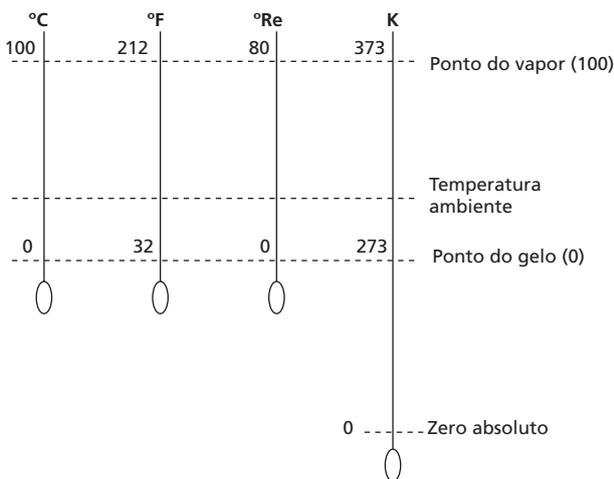
e) **Correta** – Kelvin estabeleceu como zero absoluto a menor temperatura que um sistema poderia atingir. Essa situação térmica deveria corresponder ao repouso das partículas do sistema. Ele imaginou essa situação a partir de uma amostra de gás.

**Resposta: e**

**44** Na parede da sala de uma residência são colocados quatro termômetros, graduados nas escalas Celsius, Fahrenheit, Réaumur e Kelvin. Numericamente, qual deles apresentará maior leitura?

- a) Fahrenheit.
- b) Celsius.
- c) Réaumur.
- d) Kelvin.
- e) Todos os termômetros apresentarão a mesma leitura.

**Resolução:**

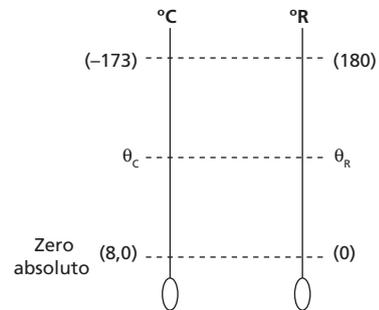


No esquema, podemos observar que o maior valor numérico, para a temperatura ambiente, é obtido na escala Kelvin.

**Resposta: d**

**45** A escala Rankine tem origem no zero absoluto e utiliza como unidade o grau Fahrenheit. Que valores, nessa escala, representam os pontos do gelo e do vapor?

**Resolução:**



Para cada 100 divisões na escala Celsius, temos 180 divisões na escala Fahrenheit; portanto, 180 divisões na escala Rankine.

Assim:

$$\frac{\theta_c - (-273)}{-173 - (-273)} = \frac{\theta_R - 0}{180 - 0}$$

$$\frac{\theta_c + 273}{100} = \frac{\theta_R}{180}$$

$$\theta_R = 1,8 (\theta_c + 273)$$

Para  $\theta_c = 0$  °C (ponto do gelo), temos:

$$\theta_R = 1,8 (0 + 273)$$

$$\theta_R = 491 \text{ } ^{\circ}\text{R}$$

Para  $\theta_c = 100$  °C (ponto do vapor), temos:

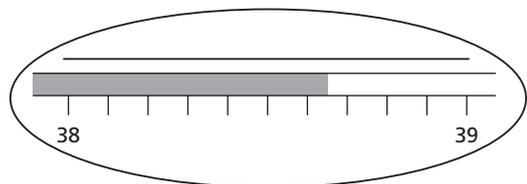
$$\theta_R = 1,8 (100 + 273)$$

$$\theta_R = 671 \text{ } ^{\circ}\text{R}$$

**Nota:** Desprezadas as casas decimais.

**Respostas: 491 °R e 671 °R**

**46** (Unifesp-SP) Na medida de temperatura de uma pessoa por meio de um termômetro clínico, observou-se que o nível de mercúrio estacionou na região entre 38 °C e 39 °C da escala, como está ilustrado na figura.



Após a leitura da temperatura, o médico necessita do valor transformado para uma nova escala, definida por  $t_x = \frac{2t_c}{3}$  e em unidades °X, onde  $t_c$  é a temperatura na escala Celsius. Lembrando de seus conhecimentos sobre Algarismos Significativos, ele conclui que o valor mais apropriado para a temperatura  $t_x$  é:

- a) 25,7 °X.
- b) 25,7667 °X.
- c) 25,766 °X.
- d) 25,77 °X.
- e) 26 °X.

**Resolução:**

Na leitura do termômetro, encontramos o valor  $t_c = 38,65\text{ }^\circ\text{C}$ , em que 5 é o algarismo duvidoso.

Assim, usando a expressão fornecida, temos:

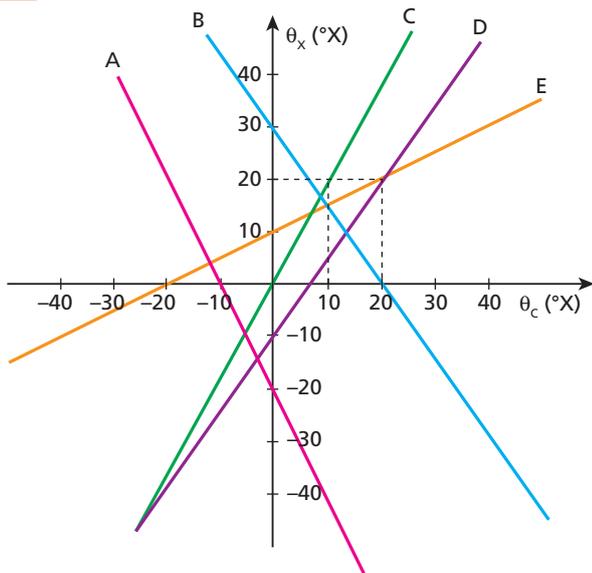
$$t_x = \frac{2 \cdot 38,65}{3} \text{ (}^\circ\text{X)}$$

$$t_x \approx 25,77\text{ }^\circ\text{X}$$

em que o último algarismo 7 é duvidoso.

**Resposta: d**

47



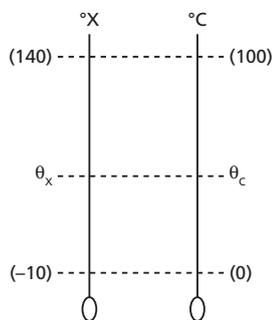
Um estudante inventou uma escala termométrica, denominada **X**, que registra o valor  $-10\text{ }^\circ\text{X}$  para o ponto do gelo e  $140\text{ }^\circ\text{X}$  para o ponto do vapor.

Qual dos gráficos pode representar a relação entre essa escala **X** e a escala Celsius?

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

**Resolução:**

Relação entre as escalas X e Celsius:



$$\frac{\theta_c - 0}{100 - 0} = \frac{\theta_x - (-10)}{140 - (-10)} \Rightarrow \frac{\theta_c}{100} = \frac{\theta_x + 10}{150} \Rightarrow \theta_c = \frac{2(\theta_x + 10)}{3}$$

Fazendo  $\theta_x = 0\text{ }^\circ\text{X}$ , temos:

$$\theta_c = \frac{2(0 + 10)}{3} \Rightarrow \theta_c \approx 6,7\text{ }^\circ\text{C}$$

Analisando o gráfico fornecido, notamos que a única reta que passa pelo ponto definido por  $\theta_x = 0\text{ }^\circ\text{X}$  e  $\theta_c \approx 6,7\text{ }^\circ\text{C}$  é a denominada **d**.

**Resposta: d**

48

No dia 1º, à 0 h de determinado mês, uma criança deu entrada num hospital com suspeita de meningite. Sua temperatura estava normal ( $36,5\text{ }^\circ\text{C}$ ). A partir do dia 1º, a temperatura dessa criança foi plotada num gráfico por meio de um aparelho registrador contínuo. Esses dados caíram nas mãos de um estudante de Física, que verificou a relação existente entre a variação de temperatura ( $\Delta\theta$ ), em graus Celsius, e o dia (**t**) do mês. O estudante encontrou a seguinte equação:

$$\Delta\theta = -0,20t^2 + 2,4t - 2,2$$

A partir dessa equação, analise as afirmações dadas a seguir e indique a correta.

- a) A maior temperatura que essa criança atingiu foi  $40,5\text{ }^\circ\text{C}$ .
- b) A maior temperatura dessa criança foi atingida no dia 6.
- c) Sua temperatura voltou ao valor  $36,5\text{ }^\circ\text{C}$  no dia 12.
- d) Entre os dias 3 e 8 sua temperatura sempre aumentou.
- e) Se temperaturas acima de  $43\text{ }^\circ\text{C}$  causam transformações bioquímicas irreversíveis, então essa criança ficou com problemas cerebrais.

**Resolução:**

$$\Delta\theta = -0,2t^2 + 2,4t - 2,2$$

Achando as raízes dessa equação, temos:

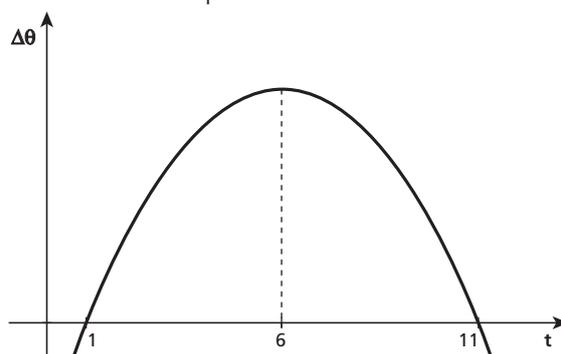
$$0 = -0,2t^2 + 2,4t - 2,2$$

$$t^2 - 12t + 11 = 0$$

$$t = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4(1)(11)}}{2(1)}$$

$$t \begin{cases} 1 \\ 11 \end{cases}$$

Como originalmente o coeficiente do termo  $t^2$  é negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo:



Portanto, a máxima ocorre no dia 6, ponto médio entre 1 e 11.

**Nota:** Outra forma de resolver o problema é usar derivadas.

$$\frac{d\Delta\theta}{dt} = -0,4t + 2,4$$

No ponto máximo da função, a sua derivada é nula.

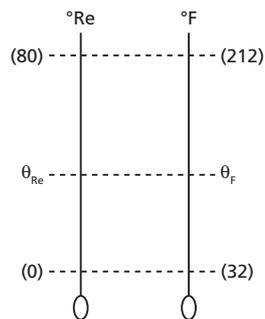
$$0 = -0,4t + 2,4 \Rightarrow t = 6$$

**Resposta: b**

**49** No século XVIII, o físico francês Réaumur criou uma escala termométrica que assinalava 0 para o ponto do gelo e 80 para o ponto do vapor. A razão de ter adotado os valores 0 e 80 é que, após vários experimentos, ele descobriu que o álcool, que foi usado como substância termométrica, expandia 80 partes por mil ao ser aquecido do ponto do gelo até o ponto do vapor.

Comparando essa escala Réaumur com a escala Fahrenheit, qual a temperatura em que as leituras correspondem a um mesmo valor numérico?

**Resolução:**



$$\frac{\theta_{\text{Re}} - 0}{80 - 0} = \frac{\theta_{\text{F}} - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{\theta_{\text{Re}}}{80} = \frac{\theta_{\text{F}} - 32}{180}$$

Fazendo  $\theta_{\text{Re}} = \theta_{\text{F}} = \theta$ , temos:

$$\frac{\theta}{80} = \frac{\theta - 32}{180}$$

$$180\theta = 80\theta - 2560$$

$$100\theta = -2560$$

$$\theta = -25,6^\circ$$

**Resposta:**  $-25,6^\circ$

## Tópico 2

**1** Analise as proposições e indique a **falsa**.

- O somatório de toda a energia de agitação das partículas de um corpo é a energia térmica desse corpo.
- Dois corpos atingem o equilíbrio térmico quando suas temperaturas se tornam iguais.
- A energia térmica de um corpo é função da sua temperatura.
- Somente podemos chamar de calor a energia térmica em trânsito; assim, não podemos afirmar que um corpo contém calor.
- A quantidade de calor que um corpo contém depende de sua temperatura e do número de partículas nele existentes.

**Resolução:**

Calor é energia térmica em trânsito. Um corpo sempre tem energia térmica, mas possui calor somente quando essa energia está em trânsito. Assim, um corpo tem energia térmica, mas não tem calor.

**Resposta:** e

**2** Imagine dois corpos **A** e **B** com temperaturas  $T_A$  e  $T_B$ , sendo  $T_A > T_B$ . Quando colocamos esses corpos em contato térmico, podemos afirmar que ocorre o seguinte fato:

- Os corpos se repelem.
- O calor flui do corpo **A** para o corpo **B** por tempo indeterminado.
- O calor flui do corpo **B** para o corpo **A** por tempo indeterminado.
- O calor flui de **A** para **B** até que ambos atinjam a mesma temperatura.
- Não acontece nada.

**Resolução:**

A energia térmica flui espontaneamente do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura até que esses corpos atinjam o equilíbrio térmico, isto é, até que as temperaturas atinjam o mesmo valor.

**Resposta:** d

**3** No café-da-manhã, uma colher metálica é colocada no interior de uma caneca que contém leite bem quente. A respeito desse acontecimento, são feitas três afirmativas.

- Após atingirem o equilíbrio térmico, a colher e o leite estão a uma mesma temperatura.
- Após o equilíbrio térmico, a colher e o leite passam a conter quantidades iguais de energia térmica.
- Após o equilíbrio térmico, cessa o fluxo de calor que existia do leite (mais quente) para a colher (mais fria).

Podemos afirmar que:

- somente a afirmativa I é correta;
- somente a afirmativa II é correta;
- somente a afirmativa III é correta;
- as afirmativas I e III são corretas;
- as afirmativas II e III são corretas.

**Resolução:**

- Correta.  
No equilíbrio térmico, as temperaturas dos corpos são iguais.
- Incorreta.

A quantidade de energia térmica de um corpo depende de sua temperatura e do número de partículas que possui. Assim, mesmo as temperaturas do leite e da colher sendo iguais, seu número de partículas pode não ser o mesmo.

III) Correta.

O que fazia o calor fluir de um corpo para outro era a diferença de temperaturas existente entre eles.

**Resposta:** d

**4** Analise as proposições e indique a **verdadeira**.

- Calor e energia térmica são a mesma coisa, podendo sempre ser usados tanto um termo como o outro, indiferentemente.
- Dois corpos estão em equilíbrio térmico quando possuem quantidades iguais de energia térmica.
- O calor sempre flui da região de menor temperatura para a de maior temperatura.
- Calor é energia térmica em trânsito, fluindo espontaneamente da região de maior temperatura para a de menor temperatura.
- Um corpo somente possui temperatura maior que a de um outro quando sua quantidade de energia térmica também é maior que a do outro.

**Resolução:**

Calor é a denominação que damos à energia térmica enquanto ela está transitando entre dois locais de temperaturas diferentes. O sentido espontâneo é do local de maior temperatura para o local de menor temperatura.

**Resposta:** d

**5** (Unirio-RJ) Indique a proposição correta.

- Todo calor é medido pela temperatura, isto é, calor e temperatura são a mesma grandeza.
- Calor é uma forma de energia em trânsito e temperatura mede o grau de agitação das moléculas de um sistema.
- O calor nunca é função da temperatura.
- O calor só é função da temperatura quando o sistema sofre mudança em seu estado físico.
- A temperatura é a grandeza cuja unidade fornece a quantidade de calor de um sistema.

**Resolução:**

Calor é energia térmica em trânsito e temperatura determina o grau de agitação das partículas de um sistema.

**Resposta:** b

**6** (Enem) A sensação de frio que nós sentimos resulta:

- do fato de nosso corpo precisar receber calor do meio exterior para não sentirmos frio.
- da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura maior.
- da perda de calor do nosso corpo para a atmosfera que está a uma temperatura menor.
- do fato de a friagem que vem da atmosfera afetar o nosso corpo.
- da transferência de calor da atmosfera para o nosso corpo.

**Resolução:**

Quanto mais rápido perdemos energia térmica, maior é a nossa sensação de frio. Essa rapidez é função da diferença de temperatura entre o nosso corpo e a atmosfera do meio onde nos encontramos.

**Resposta:** c

**7** Você sabe que o aprendizado da Física também se faz por meio da observação das situações que ocorrem no nosso dia-a-dia. Faça um experimento. Caminhe descalço sobre um tapete ou um piso cerâmico, como o do banheiro da sua casa, por exemplo. Você vai notar que o piso cerâmico parece mais frio do que o tapete, apesar de estarem à mesma temperatura. Essa diferença de sensação se deve ao fato de:

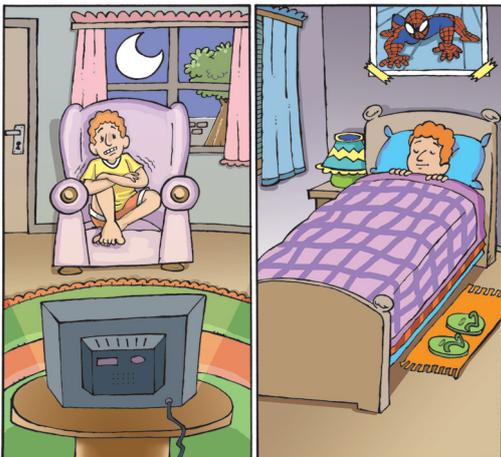
- a) a capacidade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
- b) a temperatura do piso cerâmico ser menor que a do tapete;
- c) a temperatura do tapete ser menor que a do piso cerâmico;
- d) a condutividade térmica do piso cerâmico ser maior que a do tapete;
- e) a condutividade térmica do piso cerâmico ser menor que a do tapete.

**Resolução:**

A sensação de frio é devida à perda de energia térmica através da pele da planta do nosso pé. O tapete é um mau condutor de calor e o piso cerâmico é condutor. Assim, a energia térmica flui mais rapidamente da nossa pele quando estamos em contato com o piso cerâmico.

**Resposta:** d

**8** Numa noite muito fria, você ficou na sala assistindo à televisão. Após algum tempo, foi para a cama e deitou-se debaixo das cobertas (lençol, cobertor e edredom). Você nota que a cama está muito fria, apesar das cobertas, e só depois de algum tempo o local se torna aquecido.



Isso ocorre porque:

- a) o cobertor e o edredom impedem a entrada do frio que se encontra no meio externo;
- b) o cobertor e o edredom possuem alta condutividade térmica;
- c) o cobertor e o edredom possuem calor entre suas fibras, que, ao ser liberado, aquece a cama;
- d) o cobertor e o edredom não são aquecedores, são isolantes térmicos, que não deixam o calor liberado por seu corpo sair para o meio externo;
- e) sendo o corpo humano um bom absorvedor de frio, após algum tempo não há mais frio debaixo das cobertas.

**Resolução:**

O cobertor e o edredom não são aquecedores, são isolantes térmicos que não deixam o calor liberado por nosso corpo sair para o meio externo, deixando-nos aquecidos.

**Resposta:** d

**9** (Ufes) Para resfriar um líquido, é comum colocar a vasilha que o contém dentro de um recipiente com gelo, conforme a figura. Para que o resfriamento seja mais rápido, é conveniente que a vasilha seja metálica, em vez de ser de vidro, porque o metal apresenta, em relação ao vidro, um maior valor de:

- a) condutividade térmica.
- b) calor específico.
- c) coeficiente de dilatação térmica.
- d) energia interna.
- e) calor latente de fusão.



**Resolução:**

O metal tem maior coeficiente de condutividade térmica do que o vidro. O metal é bom condutor de calor e vidro é péssimo.

**Resposta:** a

**10** Uma garrafa e uma lata de refrigerante permanecem durante vários dias em uma geladeira. Quando pegamos a garrafa e a lata com as mãos desprotegidas para retirá-las da geladeira, temos a impressão de que a lata está mais fria do que a garrafa. Isso é explicado pelo fato de:

- a) a temperatura do refrigerante na lata ser diferente da temperatura do refrigerante na garrafa;
- b) a capacidade térmica do refrigerante na lata ser diferente da capacidade térmica do refrigerante na garrafa;
- c) o calor específico dos dois recipientes ser diferente;
- d) o coeficiente de dilatação térmica dos dois recipientes ser diferente;
- e) a condutividade térmica dos dois recipientes ser diferente.

**Resolução:**

O metal da lata tem condutividade térmica maior do que o vidro da garrafa. Assim, ao tocarmos ambos, perderemos calor mais rapidamente para a lata. Por isso ela parecerá mais fria do que a garrafa.

**Resposta:** e

**11** (UFSC) Identifique a(s) proposição(ões) **verdadeira(s)**:

- (01) Um balde de isopor mantém o refrigerante gelado porque impede a saída do frio.
- (02) A temperatura de uma escova de dentes é maior que a temperatura da água da pia; mergulhando-se a escova na água, ocorrerá uma transferência de calor da escova para a água.
- (04) Se tivermos a sensação de frio ao tocar um objeto com a mão, isso significa que esse objeto está a uma temperatura inferior à nossa.
- (08) Um copo de refrigerante gelado, pousado sobre uma mesa, num típico dia de verão, recebe calor do meio ambiente até ser atingido o equilíbrio térmico.
- (16) O agasalho, que usamos em dias frios para nos mantermos aquecidos, é um bom condutor de calor.
- (32) Os esquimós, para se proteger do frio intenso, constroem abrigos de gelo porque o gelo é um isolante térmico.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

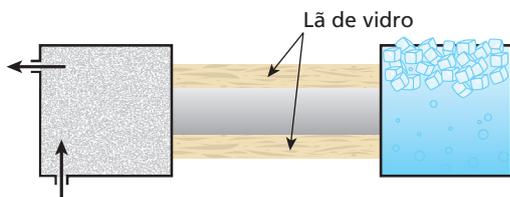
**Resolução:**

- (01) **Falsa** – O isopor impede que o calor proveniente do meio ambiente atinja o refrigerante.
- (02) **Verdadeira** – A transferência espontânea de calor se processa do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura.
- (04) **Verdadeira** – A sensação de frio é determinada pela perda de energia térmica do nosso corpo para o objeto ou meio com o qual entra em contato.

- (08) **Verdadeira** – A energia térmica do ambiente será recebida pelo refrigerante gelado, aquecendo-o até o equilíbrio térmico.
- (16) **Falsa** – Os agasalhos são confeccionados com materiais que são péssimos condutores de calor; eles são, na verdade, bons isolantes térmicos.
- (32) **Verdadeira** – O gelo é um bom isolante térmico, pois possui baixa condutividade térmica.

**Resposta:** 46

**12 | E.R.** Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de seção transversal de 5 cm<sup>2</sup> tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição (100 °C). A outra extremidade está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo fundente (0 °C):



A pressão atmosférica local é normal. Sabendo que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal/s cm °C, calcule:

- a intensidade da corrente térmica através da barra, depois de estabelecido o regime permanente;
- a temperatura numa seção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais quente.

**Resolução:**

a) No regime permanente, a corrente térmica é calculada pela Lei de Fourier:

$$\phi = k \frac{A \Delta \theta}{\ell}$$

Do enunciado, temos que:

$$k = 0,5 \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$$

$$A = 5 \text{ cm}^2$$

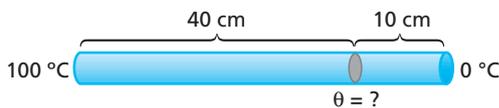
$$\Delta \theta = 100 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\ell = 50 \text{ cm}$$

Substituindo esses valores na expressão anterior, vem:

$$\phi = \frac{0,5 \cdot 5 \cdot 100}{50} \Rightarrow \phi = 5 \text{ cal/s}$$

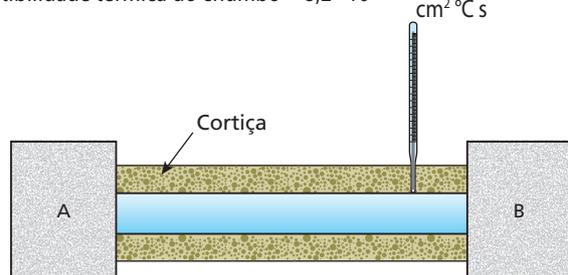
b) Sabemos que, no regime permanente ou estacionário, a intensidade da corrente térmica através da barra é constante; assim, temos:



$$\phi = \frac{kA(100 - \theta)}{40} \Rightarrow 5 = \frac{0,5 \cdot 5 \cdot (100 - \theta)}{40} \Rightarrow \theta = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**13** (Unama-AM) A figura a seguir apresenta uma barra de chumbo de comprimento 40 cm e área de seção transversal 10 cm<sup>2</sup> isolada com cortiça; um termômetro fixo na barra calibrado na escala Fahrenheit, e dois dispositivos **A** e **B** que proporcionam, nas extremidades da barra, as temperaturas correspondentes aos pontos do vapor e do gelo, sob pressão normal, respectivamente. Consideran-

do a intensidade da corrente térmica constante ao longo da barra, determine a temperatura registrada no termômetro, sabendo que ele se encontra a 32 cm do dispositivo **A**. **Dado:** coeficiente de condutibilidade térmica do chumbo =  $8,2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\text{cal cm}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{C s}}$



**Resolução:**

O fluxo de calor através da barra é constante, assim os fluxos através das partes anterior e posterior ao termômetro são iguais:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k A \Delta \theta_1}{L_1} = \frac{k A \Delta \theta_2}{L_2} \Rightarrow \frac{(212 - \theta)}{32} = \frac{(\theta - 32)}{8}$$

$$4(\theta - 32) = (212 - \theta) \Rightarrow 4\theta - 128 = 212 - \theta \Rightarrow 5\theta = 340 \Rightarrow \theta = 68 \text{ } ^\circ\text{F}$$

**Resposta:** 68 °F

**14** (Mack-SP) Para determinarmos o fluxo de calor por condução através de uma placa homogênea e de espessura constante, em regime estacionário, utilizamos a Lei de Fourier  $\left[ \phi = k \frac{A(\theta_1 - \theta_2)}{e} \right]$ .

A constante de proporcionalidade que aparece nessa lei matemática depende da natureza do material e se denomina Coeficiente de Condutibilidade Térmica. Trabalhando com as unidades do SI, temos, para o alumínio, por exemplo, um coeficiente de condutibilidade térmica igual a  $2,09 \cdot 10^2$ . Se desejarmos expressar essa constante, referente ao alumínio, com sua respectiva unidade de medida, teremos:

- $2,09 \cdot 10^2 \text{ cal/s}$
- $2,09 \cdot 10^2 \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$
- $2,09 \cdot 10^2 \text{ J/s}$
- $2,09 \cdot 10^2 \text{ J/s m K}$
- $2,09 \cdot 10^2 \text{ J/K}$

**Resolução:**

No SI, a unidade de fluxo de calor é dado por:

$$[\phi] = \frac{[Q]}{[\Delta t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Assim, na lei de Fourier, temos:

$$\frac{\text{J}}{\text{s}} = [k] \frac{\text{m}^2 \text{ K (ou } ^\circ\text{C)}}{\text{m}}$$

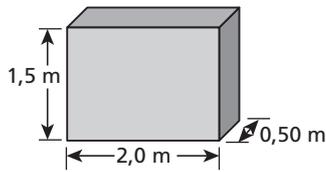
Portanto:

$$[k] = \frac{\text{J}}{\text{m s K}}$$

**Resposta:** d

**15** Na figura a seguir, você observa uma placa de alumínio que foi utilizada para separar o interior de um forno, cuja temperatura mantém-se estável a 220 °C, e o meio ambiente (20 °C). Após atingido o regime estacionário, qual a intensidade da corrente térmica através dessa chapa metálica?

Suponha que o fluxo ocorra através da face de área maior.  
**Dado:** coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio = 0,50 cal/s cm °C



**Resolução:**

Usando-se a Lei de Fourier, temos:

$$\phi = \frac{K A \Delta\theta}{\ell}$$

Assim:

$$\phi = \frac{0,50 \cdot (150 \cdot 200) \cdot (220 - 20)}{50}$$

$$\phi = 6,0 \cdot 10^4 \text{ cal/s}$$

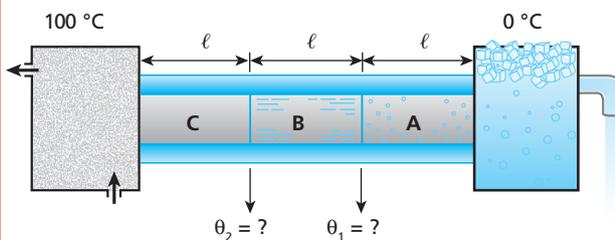
**Resposta:** 6,0 · 10<sup>4</sup> cal/s

**16 E.R.** Três barras cilíndricas idênticas em comprimento e seção são ligadas formando uma única barra, cujas extremidades são mantidas a 0 °C e 100 °C. A partir da extremidade mais fria, as condutibilidades térmicas dos materiais das barras valem:

$$(0,20), (0,50) \text{ e } (1,0) \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

Supondo que em volta das barras exista um isolamento de vidro e desprezando quaisquer perdas de calor, calcule a temperatura nas junções onde uma barra é ligada à outra.

**Resolução:**



$$k_A = 0,20 \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} \quad k_B = 0,50 \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}} \quad k_C = 1,0 \frac{\text{kcal m}}{\text{h m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

No regime permanente, o fluxo de calor através das barras será o mesmo e permanecerá constante; portanto, podemos escrever:

$$\phi = k_A \frac{A_A(\theta_1 - 0)}{\ell_A} = k_B \frac{A_B(\theta_2 - \theta_1)}{\ell_B} = k_C \frac{A_C(100 - \theta_2)}{\ell_C}$$

Mas  $A_A = A_B = A_C$  e  $\ell_A = \ell_B = \ell_C$ .

Logo:

$$k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) = k_C(100 - \theta_2)$$

Desmembrando, temos:

$$\begin{cases} k_A(\theta_1 - 0) = k_C(100 - \theta_2) \\ k_A(\theta_1 - 0) = k_B(\theta_2 - \theta_1) \end{cases}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\begin{cases} 0,20\theta_1 = 1,0(100 - \theta_2) \text{ (I)} \\ 0,20\theta_1 = 0,50(\theta_2 - \theta_1) \text{ (II)} \end{cases}$$

De (II), temos:

$$\begin{aligned} 0,20\theta_1 &= 0,50\theta_2 - 0,50\theta_1 \\ 0,70\theta_1 &= 0,50\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{0,70}{0,50} \theta_1 \\ \theta_2 &= 1,4\theta_1 \text{ (III)} \end{aligned}$$

Substituindo (III) em (I), temos:

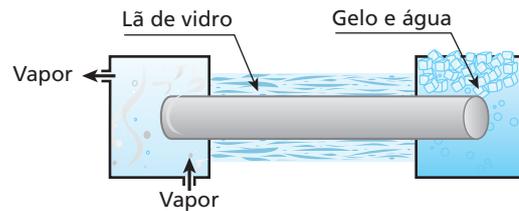
$$0,20\theta_1 = 100 - 1,4\theta_1 \Rightarrow 1,6\theta_1 = 100$$

$$\theta_1 = 62,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Voltando em (III), resulta:

$$\theta_2 = 1,4(62,5) \Rightarrow \theta_2 = 87,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**17** Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de seção transversal 5 cm<sup>2</sup> tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor de água em ebulição. A outra extremidade da barra está imersa em uma cuba que contém uma mistura bifásica de gelo e água em equilíbrio térmico. A pressão atmosférica é normal. Sabe-se que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale 0,5 cal cm/s cm<sup>2</sup> °C.



Qual a temperatura da seção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais fria?

**Resolução:**

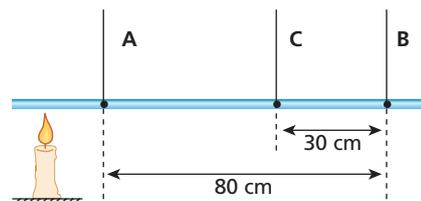
No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k A \Delta\theta_1}{L_1} = \frac{k A \Delta\theta_2}{L_2} \Rightarrow \frac{(100 - \theta)}{10} = \frac{(\theta - 0)}{40}$$

$$\theta = 4(100 - \theta) \Rightarrow \theta = 400 - 4\theta \Rightarrow 5\theta = 400 \Rightarrow \theta = 80 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 80 °C

**18** Uma barra metálica é aquecida conforme a figura; **A**, **B** e **C** são termômetros. Admita a condução de calor em regime estacionário e no sentido longitudinal da barra. Quando os termômetros das extremidades indicarem 200 °C e 80 °C, o intermediário indicará:



- a) 195 °C.
- b) 175 °C.
- c) 140 °C.
- d) 125 °C.
- e) 100 °C.

**Resolução:**

No regime estacionário, temos:

$$\phi_{AC} = \phi_{CB} \Rightarrow \frac{k A (\theta_A - \theta_C)}{80 - 30} = \frac{k A (\theta_C - \theta_B)}{30}$$

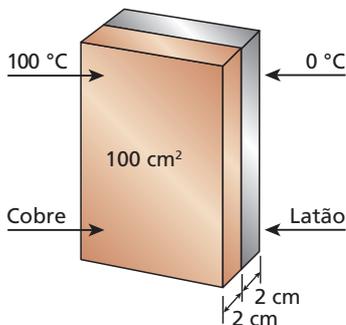
$$\frac{(200 - \theta_C)}{50} = \frac{(\theta_C - 80)}{30}$$

$$5\theta_C - 400 = 600 - 3\theta_C \Rightarrow 8\theta_C = 1000 \Rightarrow \theta_C = 125^\circ\text{C}$$

**Resposta: d**

**19** A condutividade térmica do cobre é aproximadamente quatro vezes maior que a do latão. Duas placas, uma de cobre e outra de latão, com  $100\text{ cm}^2$  de área e  $2,0\text{ cm}$  de espessura, são justapostas como ilustra a figura dada abaixo.

Considerando-se que as faces externas do conjunto sejam mantidas a  $0^\circ\text{C}$  e  $100^\circ\text{C}$ , qual será a temperatura na interface da separação das placas quando for atingido o regime estacionário?

**Resolução:**

No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\frac{k_1 A (100 - \theta)}{2} = \frac{k_2 A (\theta - 0)}{2}$$

$$4(100 - \theta) = \theta \Rightarrow 400 - 4\theta = \theta \Rightarrow 400 = 5\theta$$

$$\theta = 80^\circ\text{C}$$

**Resposta: 80 °C**

**20** Em cada uma das situações descritas a seguir você deve reconhecer o processo de transmissão de calor envolvido: condução, convecção ou radiação.

- I. As prateleiras de uma geladeira doméstica são grades vazadas para facilitar a ida da energia térmica até o congelador por (...).
- II. O único processo de transmissão de calor que pode ocorrer no vácuo é a (...).
- III. Numa garrafa térmica, é mantido vácuo entre as paredes duplas de vidro para evitar que o calor saia ou entre por (...).

Na ordem, os processos de transmissão de calor que você usou para preencher as lacunas são:

- a) condução, convecção e radiação;
- b) radiação, condução e convecção;
- c) condução, radiação e convecção;
- d) convecção, condução e radiação;
- e) convecção, radiação e condução.

**Resolução:****I – Convecção**

As grades vazadas facilitam a subida do ar quente até o congelador e a descida do ar frio até os alimentos que devem ser resfriados.

**II – Radiação**

Na radiação, a energia térmica se propaga em ondas eletromagnéticas, principalmente em forma de radiações infravermelhas.

**III – Condução**

Na condução, a energia térmica passa de uma partícula para outra do meio. Assim, é imprescindível que exista em meio material para que ela ocorra.

**Resposta: e**

**21** Usando o seus conhecimentos de transmissão de calor, analise as proposições e indique a que você acha correta.

- a) A condução térmica é a propagação do calor de uma região para outra com deslocamento do material aquecido.
- b) A convecção térmica é a propagação de calor que pode ocorrer em qualquer meio, inclusive no vácuo.
- c) A radiação térmica é a propagação de energia por meio de ondas eletromagnéticas e ocorre exclusivamente nos fluidos.
- d) A transmissão do calor, qualquer que seja o processo, sempre ocorre, naturalmente, de um ambiente de maior temperatura para outro de menor temperatura.
- e) As correntes ascendentes e descendentes na convecção térmica de um fluido são motivadas pela igualdade de suas densidades.

**Resolução:**

O fluxo espontâneo da energia térmica se processa de um local de maior temperatura para outro de menor temperatura.

**Resposta: d**

**22** (Unicentro) Analise as afirmações dadas a seguir e dê como resposta o somatório correspondente às corretas.

- (01) As três formas de propagação do calor são: condução, convecção e radiação.
- (02) A radiação se processa apenas no vácuo.
- (04) A condução precisa de um meio material para se processar.
- (08) A convecção ocorre apenas no vácuo.
- (16) A convecção ocorre também no vácuo.

**Resolução:**

- (01) Correta.
  - (02) Incorreta.
- A radiação ocorre no vácuo e em meios materiais transparentes a essas ondas.
- (04) Correta.
  - (08) Incorreta.
  - (16) Incorreta.

**Resposta: 05**

**23** (Ufes) Ao colocar a mão sob um ferro elétrico quente, sem tocar na sua superfície, sentimos a mão "queimar". Isso ocorre porque a transmissão de calor entre o ferro elétrico e a mão se deu principalmente através de:

- a) radiação.
- b) condução.
- c) convecção.
- d) condução e convecção.
- e) convecção e radiação.

**Resolução:**

Essa energia térmica propaga-se até a mão, principalmente em forma de ondas eletromagnéticas. Assim, o processo pelo qual ocorreu a transmissão de calor é a **radiação**.

**Resposta:** a

**24** (UFRN) Matilde é uma estudante de Arquitetura que vai fazer o seu primeiro projeto: um prédio a ser construído em Natal (RN). Ela precisa prever a localização de um aparelho de ar-condicionado para uma sala e, por ter estudado pouco Termodinâmica, está em dúvida se deve colocar o aparelho próximo do teto ou do piso.

Ajude Matilde, dando-lhe uma sugestão sobre a escolha que ela deve fazer nesse caso. (Justifique a sua sugestão.)

**Resolução:**

Matilde deve colocar o aparelho de ar-condicionado na parede, próximo ao teto. O ar frio lançado pelo aparelho na sala deve descer e o ar quente, que está embaixo, subir.

**Resposta:** Na parte superior da parede.

**25** (UFBA) O vidro espelhado e o vácuo existente entre as paredes de uma garrafa térmica ajudam a conservar a temperatura da substância colocada no seu interior.

Isso ocorre porque:

- (01) a radiação térmica não se propaga no vácuo.
- (02) o vidro é um bom isolante térmico.
- (04) as paredes espelhadas minimizam a perda de energia por condução.
- (08) o vácuo entre as paredes evita que haja propagação de calor por condução e por convecção.
- (16) a radiação térmica sofre reflexão total na interface da substância com o vidro espelhado.
- (32) fechando bem a garrafa, não haverá trocas de calor com o meio externo através da convecção.

Dê como resposta o somatório dos números correspondentes às afirmativas corretas.

**Resolução:**

- (01) **Incorreta.**
- (02) **Correta.**
- (04) **Incorreta** – Superfícies espelhadas minimizam a perda de energia térmica por radiação. As paredes espelhadas refletem ondas eletromagnéticas.
- (08) **Incorreta** – O vácuo apenas impede a condução. Para que haja perdas de calor por convecção, é necessário que o sistema troque partículas com o meio externo.
- (16) **Correta.**
- (32) **Correta.**

**Resposta:** 50

**26** Na praia, você já deve ter notado que, durante o dia, a areia esquentada mais rápido que a água do mar e, durante a noite, a areia esfria mais rápido que a água do mar. Isso ocorre porque o calor específico da água é maior que o da areia (a água precisa receber mais calor, por unidade de massa, para sofrer o mesmo aquecimento da areia). Esse fato explica a existência da brisa:

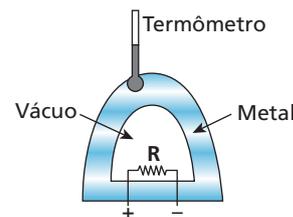
- a) do mar para a praia, à noite;
- b) da praia para o mar, durante o dia;
- c) do mar para a praia, durante o dia;
- d) sempre do mar para a praia;
- e) sempre da praia para o mar.

**Resolução:**

Durante o dia, a brisa sopra do mar para a terra. Durante a noite, a brisa sopra da terra para o mar.

**Resposta:** c

**27** (UFV-MG) Um resistor **R** é colocado dentro de um recipiente de parede metálica – no qual é feito vácuo – que possui um termômetro incrustado em sua parede externa. Para ligar o resistor a uma fonte externa ao recipiente, foi utilizado um fio, com isolamento térmico, que impede a transferência de calor para as paredes do recipiente. Essa situação encontra-se ilustrada na figura abaixo.



Ligando o resistor, nota-se que a temperatura indicada pelo termômetro aumenta, mostrando que há transferência de calor entre o resistor e o termômetro. Pode-se afirmar que os processos responsáveis por essa transferência de calor, na ordem correta, são:

- a) primeiro convecção e depois radiação.
- b) primeiro convecção e depois condução.
- c) primeiro radiação e depois convecção.
- d) primeiro radiação e depois condução.
- e) primeiro condução e depois convecção.

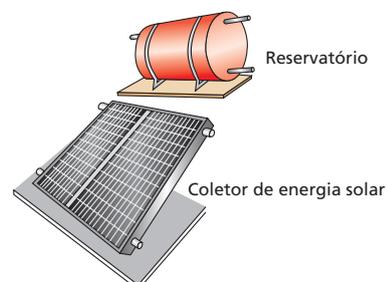
**Resolução:**

Na região de vácuo, a energia térmica propaga-se por **radiação**. Através do metal (meio sólido), o calor propaga-se por **condução**.

**Resposta:** d

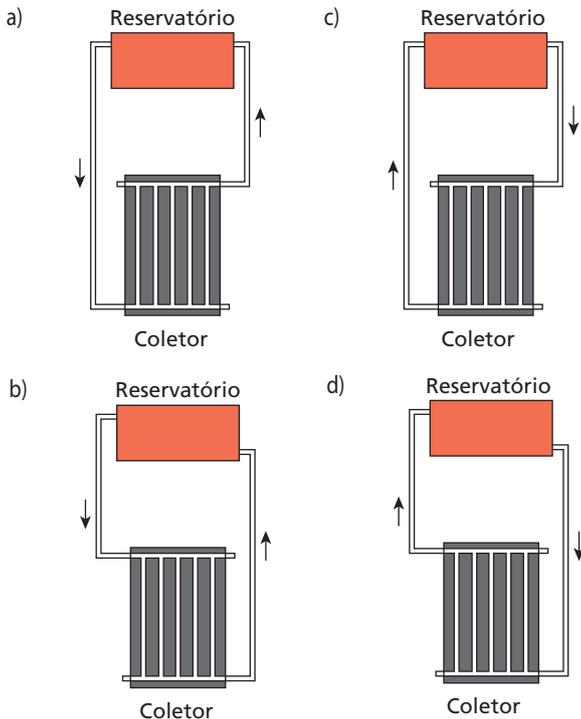
**28** (UFMG) Atualmente, a energia solar está sendo muito utilizada em sistemas de aquecimento de água.

Nesses sistemas, a água circula entre um reservatório e um coletor de energia solar. Para o perfeito funcionamento desses sistemas, o reservatório deve estar em um nível superior ao do coletor, como mostrado nesta figura:



No coletor, a água circula através de dois canos horizontais ligados por vários canos verticais. A água fria sai do reservatório, entra no coletor, onde é aquecida, e retorna ao reservatório por convecção. Nas quatro alternativas, estão representadas algumas formas de se conectar o reservatório ao coletor. As setas indicam o sentido de circulação da água.

Indique a alternativa em que estão **corretamente** representados o sentido da circulação da água e a forma mais eficiente para se aquecer toda a água do reservatório.



**Resolução:**

A água quente sobe (é menos densa) e a água fria desce (é mais densa). A convecção ocorre devido ao campo gravitacional da Terra.

**Resposta: d**

**29** Na cidade de São Paulo, em dias de muito frio é possível observar o fenômeno conhecido como **inversão térmica**, que provoca um aumento considerável nos índices de poluição do ar (tem-se a impressão de que os gases poluentes não conseguem subir para se dispersar). Nos dias quentes ocorre o oposto, os gases poluentes sobem e são dispersados pelas correntes de ar. Esse processo de movimentação de massas gasosas, a temperaturas diferentes, ocorre devido à:

- a) elevação da pressão atmosférica.      d) condução térmica.  
b) convecção térmica.                      e) criogenia  
c) radiação térmica.

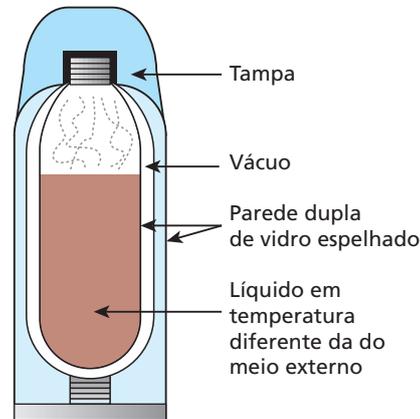
**Resolução:**

Nos dias quentes, o ar que se encontra próximo ao solo é mais quente que o ar de camadas superiores. Assim, ocorre a convecção térmica. Nos dias frios, o ar próximo ao solo pode estar a temperaturas menores do que o ar das camadas superiores. Assim, não ocorre convecção térmica, não dispersando os poluentes.

**Resposta: b**

**30** Ao contrário do que se pensa, a garrafa térmica não foi criada originalmente para manter o café quente. Esse recipiente foi inventado pelo físico e químico inglês James Dewar (1842–1923) para conservar substâncias biológicas em bom estado, mantendo-as a temperaturas estáveis. Usando a observação do físico italiano Evangelista Torricelli (1608–1647), que descobriu ser o vácuo um bom isolante térmico, Dewar criou uma garrafa de paredes duplas de vidro que, ao ser lacra-

da, mantinha vácuo entre elas. Para retardar ainda mais a alteração de temperatura no interior da garrafa, ele espelhou as paredes, tanto nas faces externas como nas faces internas. Dewar nunca patenteou sua invenção, que considerava um presente à Ciência. Coube ao alemão Reinhold Burger, um fabricante de vidros, diminuir o seu tamanho, lançando-a no mercado em 1903.



A respeito do texto acima, indique a alternativa correta.

- a) Na garrafa térmica, o vácuo existente entre as paredes duplas de vidro tem a finalidade de evitar trocas de calor por **convecção**.  
b) As paredes espelhadas devem evitar que as ondas de calor saiam ou entrem por **condução**.  
c) Apesar de o texto não se referir ao fato de que a garrafa deve permanecer bem fechada, isso deve ocorrer para evitar perdas de calor por **convecção**.  
d) O vácuo existente no interior das paredes duplas de vidro vai evitar perdas de calor por **radiação**.  
e) As paredes espelhadas não têm função nas trocas de calor; foram apenas uma tentativa de tornar o produto mais agradável às pessoas que pretendessem comprá-lo.

**Resolução:**

- a) **Incorreta.** O vácuo tem a finalidade de impedir a transferência de calor por **condução**.  
b) **Incorreta.** As paredes espelhadas refletem as radiações eletromagnéticas (principalmente o infravermelho), impedindo trocas de energia por **radiação**.  
c) **Correta.**  
d) **Incorreta.** A radiação é o único processo de transmissão de calor que pode ocorrer no vácuo.  
e) **Incorreta.**

**Resposta: c**

**31** Analisando uma geladeira doméstica, podemos afirmar:

- I. O congelador fica na parte superior para favorecer a condução do calor que sai dos alimentos e vai até ele.
- II. As prateleiras são grades vazadas (e não chapas inteiriças), para permitir a livre convecção das massas de ar quentes e frias no interior da geladeira.
- III. A energia térmica que sai dos alimentos chega até o congelador, principalmente, por radiação.
- IV. As paredes das geladeiras normalmente são intercaladas com material isolante, com o objetivo de evitar a entrada de calor por condução.

Quais são as afirmativas corretas?

- Apenas a afirmativa I.
- Apenas as afirmativas I, II e III.
- Apenas as afirmativas I e III.
- Apenas as afirmativas II e IV.
- Todas as afirmativas.

**Resolução:**

- Incorreta** – O congelador fica na parte superior para favorecer a convecção do ar quente.
- Correta.**
- Incorreta** – A energia térmica sai dos alimentos e chega ao congelador, principalmente, por convecção.
- Correta.**

**Resposta:** d

**32** (Enem) A refrigeração e o congelamento de alimentos são responsáveis por uma parte significativa do consumo de energia elétrica numa residência típica.

Para diminuir as perdas térmicas de uma geladeira, podem ser tomados alguns cuidados operacionais:

- Distribuir os alimentos nas prateleiras deixando espaços vazios entre eles, para que ocorra a circulação do ar frio para baixo e do ar quente para cima.
- Manter as paredes do congelador com camada bem espessa de gelo, para que o aumento da massa de gelo aumente a troca de calor no congelador.
- Limpar o radiador (“grade” na parte de trás) periodicamente, para que a gordura e a poeira que nele se depositam não reduzam a transferência de calor para o ambiente.

Para uma geladeira tradicional, é correto indicar, apenas,

- a operação I.
- a operação II.
- as operações I e II.
- as operações I e III.
- as operações II e III.

**Resolução:**

- Correta** – O resfriamento dos alimentos ocorre principalmente devido à convecção do ar que circula no interior da geladeira. O ar quente (menos denso) sobe até o congelador, e o ar frio (mais denso) desce até os alimentos. Deixando espaços vazios, a convecção do ar é facilitada.
- Incorreta** – O gelo que se forma na parede do congelador funciona como material isolante, dificultando as trocas de calor com o ar aquecido pelos alimentos.
- Correta** – A energia térmica também retirada do interior da geladeira é irradiada para o interior da cozinha através da serpentina existente na parte traseira. A poeira e a gordura que, com o tempo, são depositadas na grade que fica atrás da geladeira formam uma película que dificulta essa irradiação. Assim, a limpeza periódica dessa grade levaria à economia de energia.

**Resposta:** d

**33** A comunidade científica há tempos anda preocupada com o aumento da temperatura média da atmosfera terrestre. Os cientistas atribuem esse fenômeno ao chamado efeito estufa, que consiste na “retenção” da energia térmica junto ao nosso planeta, como ocorre nas estufas de vidro, que são usadas em locais onde em certas épocas do ano a temperatura atinge valores muito baixos. A explicação para esse

acontecimento é que a atmosfera (com seus gases naturais mais os gases poluentes emitidos por automóveis, indústrias, queimadas, vulcões etc.) é pouco transparente aos raios solares na faixa:

- das ondas de rádio;
- das ondas ultravioleta;
- das ondas infravermelhas;
- das ondas correspondentes aos raios gama;
- das ondas correspondentes aos raios X.

**Resolução:**

A atmosfera poluída faz o papel do vidro nas estufas. Ela é pouco transparente para os raios solares na faixa do infravermelho (ondas de calor).

**Resposta:** c

**34** (Vunesp-SP) Uma estufa para a plantação de flores é feita com teto e paredes de vidro comum. Dessa forma, durante o dia, o ambiente interno da estufa é mantido a uma temperatura mais alta do que o externo. Isso se dá porque o vidro comum:

- permite a entrada da luz solar, mas não permite a saída dos raios ultravioleta emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
- é transparente à luz solar, mas opaco aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
- é opaco à luz solar, mas transparente aos raios infravermelhos emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.
- ao ser iluminado pela luz solar, produz calor, aquecendo as plantas.
- não permite a entrada da luz solar, mas permite a saída dos raios ultravioleta, emitidos pelas plantas e pelo solo da estufa.

**Resolução:**

O vidro da estufa é transparente à luz solar e opaco às radiações na faixa de infravermelho (ondas de calor).

**Resposta:** b

**35** (Uepa) A área total das paredes externas de uma geladeira é  $4,0 \text{ m}^2$  e a diferença de temperatura entre o exterior e o interior da geladeira é  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se a geladeira tem um revestimento de poliestireno com  $25 \text{ mm}$  de espessura, determine a quantidade de calor que flui através das paredes da geladeira durante  $1,0 \text{ h}$ , em watt-hora. A condutividade térmica do revestimento de poliestireno é  $0,01 \text{ W}/(\text{m }^\circ\text{C})$ .

**Resolução:**

Usando-se a Lei Fourier, temos:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k A \Delta \theta}{L}$$

$$\frac{Q}{1,0} = \frac{0,01 \cdot 4,0 \cdot 25}{25 \cdot 10^{-3}}$$

$$Q = 40 \text{ Wh}$$

**Resposta:** 40 Wh

**36** (Mack-SP) Numa indústria têxtil, desenvolveu-se uma pesquisa com o objetivo de produzir um novo tecido com boas condições de isolamento para a condução térmica. Obteve-se, assim, um material adequado para a produção de cobertores de pequena espessura (uniforme). Ao se estabelecer, em regime estacionário, uma diferença de temperatura de  $40 \text{ }^\circ\text{C}$  entre as faces opostas do cobertor, o fluxo

de calor por condução é 40 cal/s para cada metro quadrado de área. Sendo  $k = 0,00010 \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$  o coeficiente de condutibilidade térmica desse novo material e a massa correspondente a  $1,0 \text{ m}^2$  igual a 0,5 kg, sua densidade é:

- a)  $5,0 \cdot 10^6 \text{ g/cm}^3$ .
- b)  $5,0 \cdot 10^2 \text{ g/cm}^3$ .
- c)  $5,0 \text{ g/cm}^3$ .
- d)  $5,0 \cdot 10^{-1} \text{ g/cm}^3$ .
- e)  $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^3$ .

**Resolução:**

Usando a Lei de Fourier, temos:

$$\phi = \frac{k A \Delta\theta}{L}$$

$$40 = \frac{0,00010 \cdot 1,0 \cdot 10^4 \cdot 40}{L} \Rightarrow L = 1,0 \text{ cm}$$

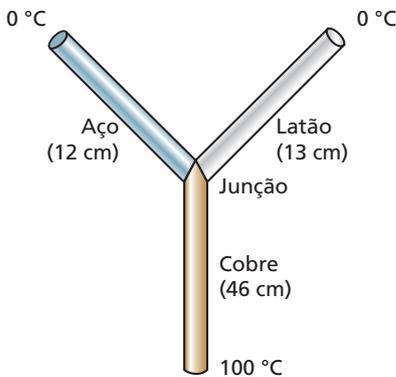
Assim:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{m}{A L} \Rightarrow d = \frac{0,5 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10^4 \cdot 1,0}$$

$$d = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^3$$

**Resposta: e**

**37** (Mack-SP) Tem-se três cilindros de secções transversais iguais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, 46 cm, 13 cm e 12 cm. Soldam-se os cilindros, formando o perfil em Y, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a  $100^\circ\text{C}$  e dos cilindros de latão e aço, a  $0^\circ\text{C}$ . Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutividades térmicas do cobre, latão e aço valem, respectivamente, 0,92, 0,26 e 0,12, expressas em  $\text{cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . No regime estacionário de condução, qual a temperatura na junção?



**Resolução:**

$$\phi_{\text{Cu}} = \phi_{\text{latão}} + \phi_{\text{aço}}$$

$$\left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{Cu}} = \left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{latão}} + \left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{aço}}$$

$$\frac{0,92 \cdot A(100 - \theta)}{46} = \frac{0,26 \cdot A(\theta - 0)}{13} + \frac{0,12 \cdot A(\theta - 0)}{12}$$

$$0,02 \cdot A(100 - \theta) = 0,02 \cdot A \cdot \theta + 0,01 \cdot A \cdot \theta$$

$$2(100 - \theta) = 2\theta + \theta$$

$$200 - 2\theta = 3\theta$$

$$200 = 5\theta$$

$$\theta = 40^\circ\text{C}$$

**Resposta: 40 °C**

**38** (Mack-SP) A figura I mostra uma barra metálica de secção transversal quadrada. Suponha que 10 cal fluam em regime estacionário através da barra, de um extremo para outro, em 2 minutos. Em seguida, a barra é cortada ao meio no sentido transversal e os dois pedaços são soldados como representa a figura II. O tempo necessário para que 10 cal fluam entre os extremos da barra assim formada é:



Figura I

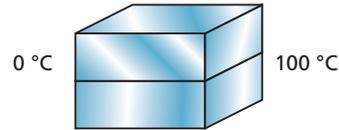


Figura II

- a) 4 minutos.
- b) 3 minutos.
- c) 2 minutos.
- d) 1 minuto.
- e) 0,5 minuto.

**Resolução:**

Na figura I:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t_1} = \frac{k A \Delta\theta}{L} \Rightarrow Q = \frac{k A \Delta\theta}{L} \Delta t_1 \quad (I)$$

Na figura II:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t_2} = \frac{k 2A \Delta\theta}{\frac{L}{2}} \Rightarrow Q = \frac{4 \cdot k A \Delta\theta}{L} \Delta t_2 \quad (II)$$

Igualando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{k A \Delta\theta}{L} \cdot \Delta t_1 = \frac{4 k A \Delta\theta}{L} \Delta t_2 \quad (2)$$

$$4 \Delta t_2 = 2 \Rightarrow \Delta t_2 = 0,5 \text{ min}$$

**Resposta: e**

**39** Numa sauna, para separar a sala de banho do escritório, usou-se uma parede de tijolos com 12 cm de espessura. A parede foi revestida do lado mais quente com uma camada de madeira com 6 cm de espessura e, do lado mais frio, com uma camada de cortiça com 3 cm de espessura. A temperatura da sauna é mantida a  $70^\circ\text{C}$ , enquanto a do ambiente do escritório, a  $20^\circ\text{C}$ . Determine as temperaturas nos pontos de separação madeira/tijolo e tijolo/cortiça, após ser estabelecido o regime permanente.

**Dados:**  $k_{\text{madeira}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$ ;  
 $k_{\text{tijolo}} = 15 \cdot 10^{-4} \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$ ;  
 $k_{\text{cortiça}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ cal/s cm } ^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

No regime estacionário, vale:

$$\phi_{\text{madeira}} = \phi_{\text{tijolo}} = \phi_{\text{cortiça}}$$

$$\left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{madeira}} = \left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{tijolo}} = \left(\frac{k A \Delta\theta}{L}\right)_{\text{cortiça}}$$

Sendo  $\theta_1$  a temperatura do ponto de separação madeira/tijolo e  $\theta_2$  a temperatura do ponto tijolo/cortiça, temos:

$$\frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot A(70 - \theta_1)}{6} = \frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_2 - 20)}{3}$$

Assim:

$$\frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot A(70 - \theta_1)}{6} = \frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} \Rightarrow \theta_1 = \frac{15\theta_2 + 280}{19} \quad (I)$$

$$\frac{15 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_1 - \theta_2)}{12} = \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot A(\theta_2 - 20)}{3} \Rightarrow \theta_1 = \frac{19\theta_2 - 80}{15} \quad (II)$$

Igualando-se (I) e (II), vem:

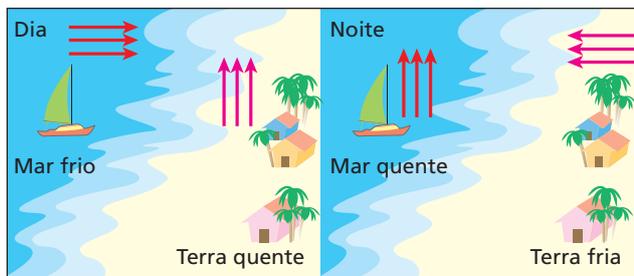
$$\frac{15\theta_2 + 280}{19} = \frac{19\theta_2 - 80}{15} \Rightarrow \theta_2 \approx 42^\circ\text{C}$$

Em I, temos:

$$\theta_1 = \frac{15(42) + 280}{19} \Rightarrow \theta_1 \approx 48^\circ\text{C}$$

**Respostas:** 42 °C e 48 °C

**40** (IMS-SP)



Na região litorânea, durante o dia sopra a brisa marítima, à noite sopra a brisa terrestre. Essa inversão ocorre porque:

- o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de baixa pressão, aspirando o ar que está sobre o mar, criando assim correntes de convecção e, à noite, ao perder calor, a terra se resfria mais do que o mar, invertendo o processo.
- o mar não conserva temperatura e, enquanto está em movimento, faz deslocar a brisa para a terra.
- o ar aquecido em contato com a terra sobe e produz uma região de alta pressão, resultando em uma diminuição da temperatura do ar que vem do mar por condução.
- a terra aquece-se durante a noite e faz com que o mar se aqueça também, movimentando as correntes terrestres.
- a terra e o mar interagem, pois o calor específico da terra, sendo muito maior que o da água, não permite que ela (terra) se resfrie mais rápido que o mar, permitindo, assim, que se formem correntes de convecção, que são responsáveis pelas brisas marítimas e terrestres.

**Resolução:**

O processo descrito envolvendo deslocamentos das massas de ar, provocados por diferenças de densidade (ar frio mais denso e ar quente menos denso), traduz o fenômeno denominado **convecção térmica**. A água tem calor específico maior que o da areia, o que significa que, para a mesma variação de temperatura, necessita de maior troca de calor. Isso explica o fato de a água, durante o dia, demorar mais para se aquecer (a areia fica mais quente que a água) e, durante a noite, demorar mais para se resfriar (a água fica mais quente que a areia).

**Resposta:** a

**41** (Uepa) O efeito estufa é um fenômeno natural, característico de planetas onde existe atmosfera. Ele acontece na atmosfera da Terra e também na de Vênus, onde o efeito é muito acentuado e a temperatura alcança valores de cerca de 460 °C. Embora importante para a manutenção da vida no planeta, hoje é uma preocupação para muitos ambientalistas e cientistas. Com base em seus conhecimentos sobre o efeito estufa, analise as seguintes afirmativas:

- Existem materiais, como o vidro, que permitem a passagem de luz, mas dificultam a passagem de radiação térmica. Numa estufa com cobertura de vidro, por exemplo, parte da luz que entra é absorvida pelas plantas. Estas, sendo aquecidas, emitem radiação infravermelha, que tem dificuldade para atravessar o vidro e aquece o interior da estufa. Esse efeito é semelhante ao que acontece na atmosfera da Terra, daí o nome “efeito estufa”.
- O efeito estufa é importante porque retém o calor na Terra, possibilitando a vida de animais e vegetais. Sua intensificação é que é danosa, ocasionando o aumento da temperatura do planeta. Como consequência disso, dentre outras ocorrências, parte da ilha do Marajó poderá ser inundada e os furacões no Caribe poderão ser mais frequentes e devastadores.
- No efeito estufa, a radiação solar atravessa a atmosfera, parte é absorvida pela Terra e parte é refletida. Uma parcela da radiação absorvida é reemitida na forma de raios ultravioleta (ondas de calor), que têm pequeno comprimento de onda e dos quais uma pequena parte é absorvida, principalmente pelo gás carbônico, vapor d’água e metano, nas altas camadas atmosféricas, criando um manto quente na superfície da Terra.
- Na Lua, não há ocorrência de efeito estufa em virtude de não existir atmosfera. Isso é uma das causas de as temperaturas no nosso satélite variarem entre -150 °C durante a noite e 100 °C durante o dia.

Estão corretas somente as afirmativas:

- I, II e IV.
- I, III e IV.
- I, II e III.
- I e II.
- II e IV.

**Resolução:**

- Correta.**
- Correta** – Um aquecimento grande na atmosfera pode ocasionar derretimento das geleiras, aumento do nível dos mares e de rios. Correntes marítimas também podem alterar suas temperaturas, o que provoca diferenças de pressão na atmosfera, produzindo deslocamento de massas de ar (ciclones, furacões).
- Incorreta** – As ondas de calor são formadas por radiações infravermelhas e não ultravioletas.
- Correta.**

**Resposta:** a

**42** (Cefet-MG) Durante uma aula de Física, três alunas citam exemplos relacionados ao tema “transmissão de calor”, conforme transcrito abaixo:

“Garrafas térmicas são úteis para conservar bebidas quentes e frias. Essas garrafas são constituídas de uma ampola de vidro de paredes duplas, espelhadas interna e externamente. Entre as paredes de vidro, quase todo o ar é retirado. O espelhamento impede trocas de calor por radiação e o ar retirado entre as paredes impede trocas de calor por radiação e convecção.” (Júlia)

“Dificilmente conseguimos segurar o bulbo de uma lâmpada de filamento que está acesa. O aquecimento do bulbo se dá através da radiação que o filamento emite quando aquecido.” (Maira)

“As estufas são utilizadas para cultivar certos tipos de plantas que necessitam de um ambiente mais aquecido para se desenvolverem. Geralmente, elas são construídas com uma cobertura de vidro e paredes de alvenaria. Esses materiais são escolhidos porque são maus condutores de calor. O vidro é transparente à luz visível e opaco à radiação infravermelha e, junto com a alvenaria, consegue manter a temperatura interna da estufa mais elevada do que a do ambiente externo.” (Alice)

Sobre a declaração das alunas, pode-se afirmar que apenas a de:

- a) Júlia é correta.
- b) Maíra é correta.
- c) Alice é correta.
- d) Júlia e a de Maíra são corretas.
- e) Maíra e a de Alice são corretas.

**Resolução:**

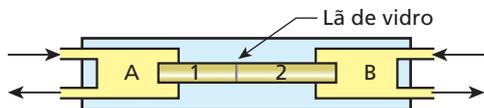
Júlia: **Incorreta** – O erro está em dizer que o vácuo entre as paredes duplas impediria trocas de calor por **convecção**. Se a ampola está fechada, não há nem saída nem entrada de partículas de ar.

Maíra: **Correta**.

Alice: **Correta** – Geralmente, nas estufas, as paredes também são de vidro. No entanto, o que foi descrito é correto.

**Resposta:** e

**43** O esquema a seguir representa o aparelho de Searle, no qual se notam duas câmaras, **A** e **B**, por onde circulam fluidos a temperaturas constantes e respectivamente iguais a 100 °C e 0 °C. Duas barras metálicas, 1 e 2, de mesma seção transversal, são associadas como se indica; as extremidades da associação adentram as câmaras **A** e **B**. Os comprimentos das barras 1 e 2 valem, respectivamente, 10 cm e 16 cm e os coeficientes de condutibilidade térmica, na mesma ordem, são 1,0 cal/s cm °C e 0,4 cal/s cm °C.



- a) Estabelecido o regime permanente de condução, qual é a temperatura na junção da associação das barras?
- b) Construa o gráfico da temperatura ao longo das barras. Considere a origem do gráfico na extremidade esquerda da barra 1.

**Resolução:**

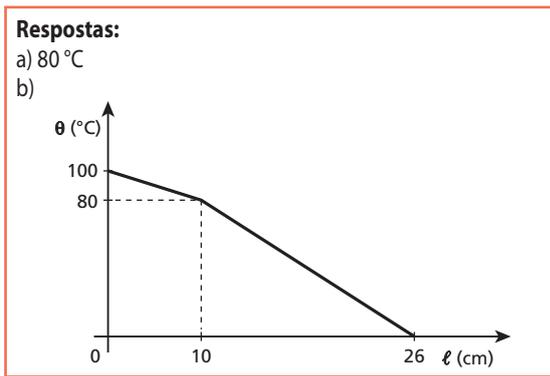
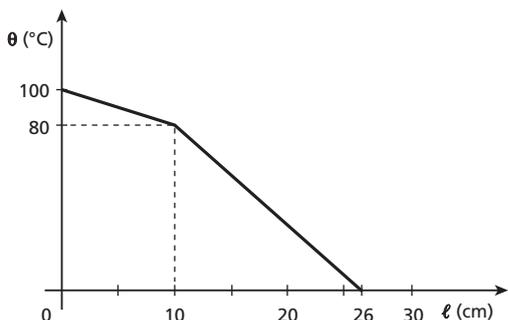
a) No regime estacionário, temos:

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{k_1 A \Delta\theta_1}{L_1} = \frac{k_2 A \Delta\theta_2}{L_2}$$

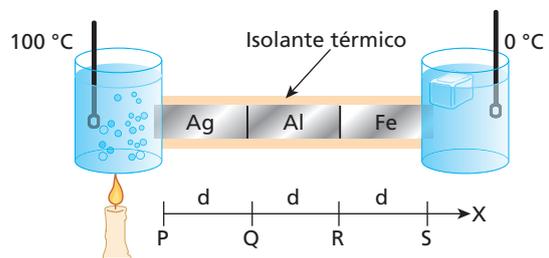
$$\frac{1,0 (100 - \theta)}{10} = \frac{0,4 (\theta - 0)}{16}$$

$$4\theta = 1600 - 16\theta \Rightarrow 20\theta = 1600 \Rightarrow \theta = 80^\circ\text{C}$$

b)

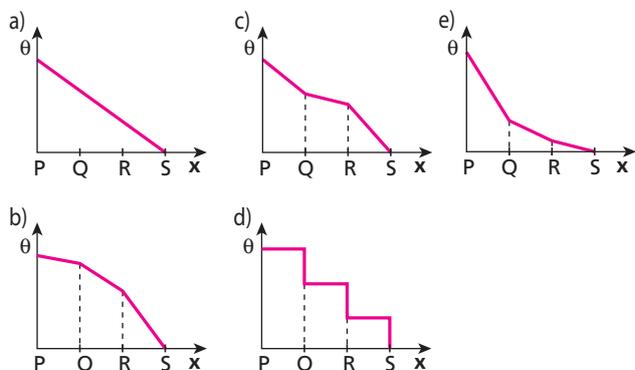


**44** Três barras, de prata, alumínio e ferro, geometricamente iguais, estão soldadas e envolvidas por um isolante térmico, permitindo um fluxo de calor entre os recipientes mantidos sob temperatura constante.



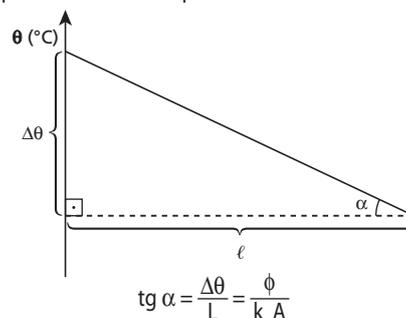
Sabe-se que as barras metálicas foram colocadas, da esquerda para a direita, na ordem decrescente das condutividades térmicas, isto é, a prata é melhor condutora de calor do que o alumínio, que por sua vez é melhor condutor do que o ferro.

O diagrama que melhor representa a variação da temperatura ( $\theta$ ) em função da posição ( $x$ ) é:

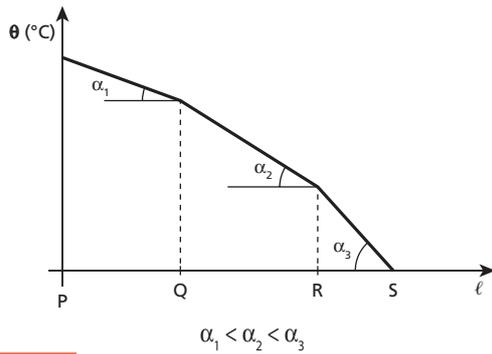


**Resolução:**

No gráfico, podemos observar que:

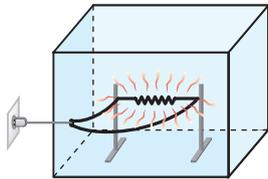


A declividade (o ângulo  $\alpha$ ) é inversamente proporcional à condutividade térmica  $k$ , do material. Assim, para maior  $k$ , vamos ter menor  $\alpha$ , para  $k$ , vamos ter maior  $\alpha$ .



**Resposta:** b

**45** Uma forma experimental para medir a condutividade térmica de um material usado como isolante é construir uma caixa com esse material. No seu interior, é colocado um aquecedor elétrico de potência conhecida que mantém a temperatura interna superior à externa.



Suponha que foi construída uma caixa com determinado material isolante. A área total externa tem  $4,0 \text{ m}^2$  e a espessura das paredes é de  $5,0 \text{ mm}$ . O aquecedor elétrico desenvolve uma potência constante de  $300 \text{ W}$ , mantendo a temperatura interna da caixa  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  acima da temperatura externa. Desprezando possíveis efeitos de bordas, determine o coeficiente de condutividade térmica do material em questão.

Se essa caixa fosse cúbica, qual seria o fluxo de calor através de uma de suas faces?

**Resolução:**

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k A \Delta\theta}{L}$$

Mas:  $\frac{Q}{\Delta t} = \text{Pot}$

Portanto:

$$\text{Pot} = \frac{k A \Delta\theta}{L} \Rightarrow k = \frac{\text{Pot} L}{A \Delta\theta}$$

$$k = \frac{300 \text{ W} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4 \text{ m}^2 \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C}} \Rightarrow k = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m }^\circ\text{C}$$

Se a caixa fosse cúbica, ela teria seis faces iguais. Em uma das faces, o fluxo de calor seria a sexta parte do fluxo total:

$$\phi_1 = \frac{\text{Pot}}{6} = \frac{300 \text{ W}}{6} \Rightarrow \phi_1 = 50 \text{ W}$$

**Respostas:**  $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m }^\circ\text{C}$ ;  $50 \text{ W}$

**46** Uma massa  $m$  de água e um bloco metálico de massa  $M$  são aquecidos em um laboratório durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , ambos sofrendo a mesma variação de temperatura  $\Delta\theta$ . Usando-se a mesma fonte térmica, com a mesma potência, dentro de um elevador em queda livre, a mesma água precisou de um intervalo de tempo  $\Delta t_A$  e o

mesmo bloco metálico precisou de um intervalo de tempo  $\Delta t_B$  para sofrerem a mesma variação de temperatura  $\Delta\theta$ . Se as demais condições não se alterarem, é verdade que:

- a)  $\Delta t = \Delta t_B < \Delta t_A$ .
- b)  $\Delta t < \Delta t_A = \Delta t_B$ .
- c)  $\Delta t > \Delta t_A = \Delta t_B$ .
- d)  $\Delta t = \Delta t_A = \Delta t_B$ .
- e)  $\Delta t < \Delta t_A < \Delta t_B$ .

**Resolução:**

No interior de um elevador em queda livre, a gravidade aparente é nula (gravidade zero).

Nessas condições, não ocorre **convecção**, a água se aquece apenas por condução. Como a água não é boa condutora de calor, temos:

$$\Delta t_A > \Delta t$$

No metal, não muda nada, o aquecimento ocorre apenas por condução:

$$\Delta t_B = \Delta t$$

Portanto:

$$\Delta t = \Delta t_B < \Delta t_A$$

**Resposta:** a

**47** Um vestibulando estava na cozinha de sua casa quando resolveu realizar uma experiência de trocas de calor que seu professor de Física havia proposto. Para tanto, utilizou um caldeirão, uma garrafa de vidro, água e sal. Colocou água no caldeirão e no interior da garrafa de vidro. O caldeirão foi colocado sobre a chama do fogão e a garrafa, que estava aberta, teve seu gargalo preso a um barbante, que, esticado, a mantinha afastada do fundo do caldeirão, porém mergulhada na água.

Após alguns minutos, ele observou que a água do caldeirão entrou em ebulição (a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ), mas a água do interior da garrafa (que também estava a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ) não fervia. Esperou mais alguns minutos e colocou um punhado de sal na água do caldeirão; pouco tempo depois, notou que a água no interior da garrafa entrava em ebulição.

- a) Por que, mesmo estando a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , a água da garrafa não fervia?
- b) O que ocorre com a temperatura de ebulição da água quando acrescentamos sal?
- c) Por que, depois de ser acrescentado sal à água do caldeirão, a água do interior da garrafa também entrou em ebulição?

**Resolução:**

a) O fluxo de calor através de uma “parede” é dado pela Lei de Fourier:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k A \Delta\theta}{L}$$

Quando a diferença de temperatura entre os meios que a referida “parede” separa é nula ( $\Delta\theta = 0$ ), não há fluxo de calor. Assim, apesar de a água da garrafa estar a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  (temperatura de ebulição), ela não recebe mais calor, não podendo, então, entrar em ebulição.

- b) O sal aumenta a temperatura de ebulição da água do caldeirão.
- c) Com sal, a água do caldeirão ferve a mais de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Assim, haverá uma diferença de temperatura entre a água do caldeirão e a da garrafa (que está a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Esse fluxo de calor que se estabelece provoca a ebulição da água da garrafa.

**Respostas:** a)  $\Delta\theta = 0$ ; b) O sal aumenta a temperatura de ebulição da água. c)  $\Delta\theta \neq 0$

**48** (Enem) A padronização insuficiente e a ausência de controle na fabricação podem também resultar em perdas significativas de energia através das paredes da geladeira. Essas perdas, em função da espessura das paredes, para geladeiras e condições de uso típicas, são apresentadas na tabela.

Espessura das paredes (cm)	Perda térmica mensal (kWh)
2	65
4	35
6	25
10	15

Considerando uma família típica, com consumo médio mensal de 200 kWh, a perda térmica pelas paredes de uma geladeira com 4 cm de espessura, relativamente a outra de 10 cm, corresponde a uma porcentagem do consumo total de eletricidade da ordem de:

- a) 30%.                      c) 10%.                      e) 1%.  
b) 20%.                      d) 5%.

**Resolução:**

Para a geladeira com paredes de 4 cm, temos:

$$200 \text{ kWh} \rightarrow 100\%$$

$$35 \text{ kWh} \rightarrow x_1\%$$

$$x_1 = \frac{35 \cdot 100}{200} \%$$

$$x_1 = 17,5\%$$

Para a geladeira com parede de 10 cm, temos:

$$200 \text{ kWh} \rightarrow 100\%$$

$$15 \text{ kWh} \rightarrow x_2\%$$

$$x_2 = \frac{15 \cdot 100}{200} \%$$

$$x_2 = 7,5\%$$

Assim, a relação pedida é dada por:

$$\Delta x = x_1 - x_2$$

$$\Delta x = 17,5 - 7,5$$

$$\Delta x = 10\%$$

**Resposta: c**

## Tópico 3

**1** (Fazu-MG) Tia Anastácia é famosa por sua habilidade na cozinha. Um de seus pratos mais famosos é o risoto de camarão feito em panela de pedra. Inácia, sobrinha de Tia Anastácia, ao tentar reproduzir o famoso prato, frustou-se, pois, apesar de todos os cuidados e da bela aparência do prato, quando do momento da retirada do fogo, surpreendeu-se com o fato de que, posto à mesa, o arroz acabou por queimar.

Ao questionar Tia Anastácia sobre o ocorrido, esta lhe respondeu que o segredo do cozimento dos alimentos em panela de pedra, para que a comida não queime, está no fato de se retirar a panela do fogo um pouco antes que o prato esteja totalmente cozido. Nas palavras de tia Anastácia:

“— A queimadura da panela acaba por cozer os alimentos mesmo que ela já não esteja mais no fogo.”

Dentre as afirmações abaixo, qual a que explica corretamente a “queimadura” da panela de pedra salientada por tia Anastácia?

- A capacidade térmica da panela de pedra é muito pequena, fazendo com que a temperatura se mantenha elevada por muito tempo.
- A capacidade térmica da panela é grande, permitindo que seu resfriamento se dê com rapidez, passando todo o calor para o alimento, fazendo-o queimar.
- A capacidade térmica da panela é grande, o que significa que, para uma pequena variação de temperatura no resfriamento, a panela irradia grande quantidade de calor, podendo acarretar a queima do alimento.
- A frase de Tia Anastácia é mais uma crendice popular. O fato de a comida ter queimado não está relacionado à panela de pedra, e sim ao tempo excessivo à espera do prato na mesa.
- A pedra, de que é feita a panela, tem a capacidade de reproduzir calor quando estimulada, acabando por queimar o alimento se o estímulo for muito grande.

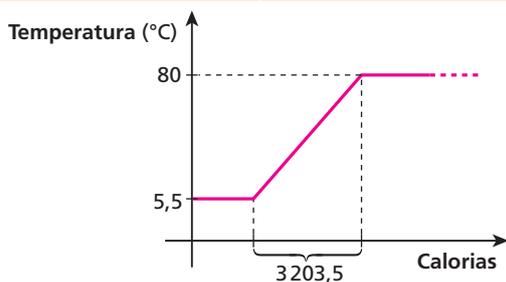
### Resolução:

Em razão de ter grande capacidade térmica, esse tipo de panela, ao se resfriar, libera energia térmica, o que poderá acarretar a queima do alimento. É por isso que a panela deve ser retirada do fogo antes de a comida estar no ponto correto.

**Resposta:** d

**2** (Fatec-SP) Na tabela, é possível ler os valores do calor específico de cinco substâncias no estado líquido, e no gráfico é representada a curva de aquecimento de 100 g de uma dessas substâncias.

Substância	Calor específico (cal/g °C)
Água	1,00
Álcool etílico	0,58
Ácido acético	0,49
Acetona	0,52
Benzeno	0,43



A curva de aquecimento representada é a:

- da água.
- do álcool etílico.
- do ácido acético.
- da acetona.
- do benzeno.

### Resolução:

Equação Fundamental da Calorimetria:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$3203,5 = 100 \cdot c \cdot (80 - 5,5)$$

$$c = 0,43 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

Na tabela, observa-se que a substância em questão é o **benzeno**.

**Resposta:** e

**3** (Unesp-SP) Um bloco de 600 g de prata, inicialmente a 20 °C, é aquecido até 70 °C, ao receber 1 680 calorias. Determine:

- a capacidade térmica desse bloco de prata;
- o calor específico da prata.

### Resolução:

$$a) C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$C = \frac{1680 \text{ cal}}{(70 - 20) ^\circ\text{C}} \Rightarrow C = 33,6 \text{ cal/} ^\circ\text{C}$$

$$b) c = \frac{C}{m}$$

$$c = \frac{33,6 \text{ cal/} ^\circ\text{C}}{600 \text{ g}} \Rightarrow c = 0,056 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a) 33,6 cal/°C; b) 0,056 cal/g °C

**4** Uma garrafa térmica contém água a 60 °C. O conjunto garrafa térmica + água possui capacidade térmica igual a 80 cal/°C. O sistema é colocado sobre uma mesa e após algum tempo sua temperatura diminui para 55 °C. Qual foi a perda de energia térmica para o ambiente nesse intervalo de tempo?

### Resolução:

$$Q = C \Delta\theta$$

$$Q = 80 \cdot (55 - 60)$$

$$Q = -400 \text{ cal}$$

O sinal negativo indica que o sistema **perdeu** calor.

$$|Q| = 400 \text{ cal}$$

**Resposta:** 400 cal

**5** A massa e o calor específico sensível de cinco amostras de materiais sólidos e homogêneos são fornecidos a seguir.

Amostra	Massa (g)	Calor específico (cal/g °C)
A	150	0,20
B	50	0,30
C	250	0,10
D	140	0,25
E	400	0,15

As cinco amostras encontram-se inicialmente à mesma temperatura e recebem quantidades iguais de calor. Qual delas atingirá a maior temperatura?

**Resolução:**

Atingirá maior temperatura a amostra que tiver menor capacidade térmica, isto é, a amostra que precisar de menor quantidade de energia térmica para variar uma unidade de temperatura.

Assim:

$$C = m c$$

$$C_A = 150 \cdot 0,20 \Rightarrow C_A = 30 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_B = 50 \cdot 0,30 \Rightarrow C_B = 15 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_C = 250 \cdot 0,10 \Rightarrow C_C = 25 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_D = 140 \cdot 0,25 \Rightarrow C_D = 35 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$C_E = 400 \cdot 0,15 \Rightarrow C_E = 60 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

**Resposta:** b

6

O chamado leite longa vida é pasteurizado pelo processo UHT (*Ultra High Temperature*), que consiste em aquecer o leite da temperatura ambiente ( $22^\circ\text{C}$ ) até  $137^\circ\text{C}$  em apenas  $4,0 \text{ s}$ , sendo em seguida envasado em embalagem impermeável a luz e a micro-organismos. O calor específico do leite é praticamente igual ao da água,  $1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ . Assim, no aquecimento descrito, que quantidade de calor cada litro ( $1000 \text{ g}$ ) de leite precisou receber? Dê sua resposta em quilocalorias (kcal).

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$Q = 1000 \cdot 1,0 \cdot (137 - 22) \text{ (cal)}$$

$$Q = 115000 \text{ cal}$$

$$Q = 115 \text{ kcal}$$

**Resposta:** 115 kcal

7

Para o aquecimento de  $500 \text{ g}$  de água, de  $20^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ , utilizou-se uma fonte térmica de potência  $200 \text{ cal/s}$ . Sendo o calor específico da água igual a  $1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ , quanto tempo demorou esse aquecimento, se o rendimento foi de  $100\%$ ?

**Resolução:**

$$\begin{cases} Q = m c \Delta\theta \\ \text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = \text{Pot} \cdot \Delta t \end{cases}$$

Assim:

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$200 \cdot \Delta t = 500 \cdot 1,0 \cdot (100 - 20)$$

$$\Delta t = 200 \text{ s} = 3 \text{ min } 20 \text{ s}$$

**Resposta:** 3 min 20 s

8

Uma fonte térmica foi utilizada para o aquecimento de  $1,0 \text{ L}$  de água ( $1000 \text{ g}$ ) da temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C}$ ) até o ponto de ebulição ( $100^\circ\text{C}$ ) num intervalo de tempo igual a  $1 \text{ min } 40 \text{ s}$  com rendimento de  $100\%$ . Sendo o calor específico da água igual a  $1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ , qual o valor da potência dessa fonte?

**Resolução:**

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

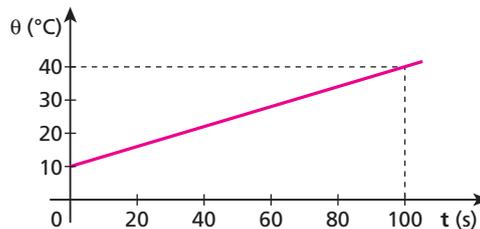
$$\text{Pot} \cdot 100 = 1000 \cdot 1,0 \cdot (100 - 20)$$

$$\text{Pot} = 800 \text{ cal/s}$$

**Resposta:** 800 cal/s

9

O gráfico mostra o aquecimento de um bloco de ferro de massa  $500 \text{ g}$ . O calor específico do ferro é igual a  $0,12 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ .



Qual a potência dessa fonte térmica, sabendo que seu rendimento foi de  $50\%$ ?

**Resolução:**

$$\text{Pot}_{\text{util}} \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$\text{Pot}_{\text{util}} \cdot 100 = 1000 \cdot 0,12 \cdot (40 - 10)$$

$$\text{Pot}_{\text{util}} = 18 \text{ cal/s}$$

Como o rendimento foi de  $50\%$ , então a potência da fonte térmica é o dobro da encontrada inicialmente:

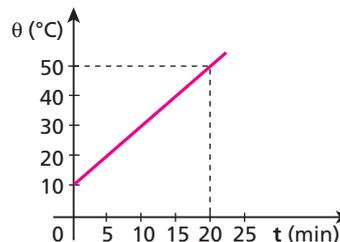
$$\text{Pot} = 18 \cdot 2 \text{ cal/s}$$

$$\text{Pot} = 36 \text{ cal/s}$$

**Resposta:** 36 cal/s

10

Uma fonte térmica de potência constante fornece  $50 \text{ cal/min}$  para uma amostra de  $100 \text{ g}$  de uma substância.



O gráfico fornece a temperatura em função do tempo de aquecimento desse corpo. Qual o valor do calor específico do material dessa substância?

**Resolução:**

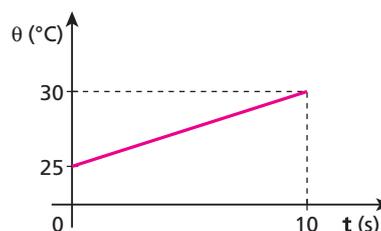
$$\text{Pot} \cdot \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$50 \cdot 20 = 100 \cdot c \cdot (50 - 10)$$

$$c = 0,25 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $0,25 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$

11 (UFPE)



O gráfico mostra a variação de temperatura em função do tempo de uma massa de água que está sendo aquecida por uma fonte de calor

cuja potência é 35 cal/s. Supondo que todo o calor gerado pela fonte seja absorvido pela água, calcule a massa da água, em gramas, que foi aquecida.

**Dado:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C

**Resolução:**

$$Pot \cdot \Delta t = m c \Delta \theta$$

$$35 \cdot 10 = m \cdot 1,0 \cdot (30 - 25)$$

$$m = 70 \text{ g}$$

**Resposta:** 70 g

**12** A energia utilizada para a manutenção e o desempenho do corpo humano é obtida por meio dos alimentos que são ingeridos. A tabela a seguir mostra a quantidade média de energia absorvida pelo corpo humano a cada 100 gramas do alimento ingerido.

Alimento	Porções (100 g)	Energia (kcal)
alface	20 folhas	15
batata frita	2 unidades	274
chocolate em barra	1 tablete	528
Coca-cola	1/2 copo	39
macarrão cozido	7 colheres de sopa	111
mamão	1 fatia	32
margarina vegetal	20 colheres de chá	720
pão	2 fatias	269
repolho cru	10 folhas	28
sorvete industrializado	2 bolas	175

Se for preciso, use: 1 caloria = 4,2 joules;  
calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.

Analisando a tabela, podemos concluir que, em termos energéticos:

- o chocolate é o alimento mais energético dentre os listados;
- uma fatia de mamão equivale, aproximadamente, a 10 folhas de alface;
- um copo de Coca-cola fornece uma energia de, aproximadamente, 328 J;
- 0,50 kg de sorvete é equivalente a, aproximadamente, 320 g de batatas fritas;
- um sanduíche com 2 fatias de pão, 2 folhas de alface e 2 folhas de repolho equivale a 1 unidade de batata frita.

**Resolução:**

- Falso** — O alimento mais energético é a margarina vegetal
- Falso** — 1 fatia de mamão  $\rightarrow$  32 kcal  
10 folhas de alface  $\rightarrow$  7,5 kcal
- Falso** — 1 copo de Coca-Cola  $\rightarrow$  2 · 39 kcal = 78 kcal = 327,6 kJ
- Verdadeiro** — 0,5 kg de sorvete  $\rightarrow$  5 · 175 kcal = 875 kcal  
320 g de batatas fritas  $\rightarrow$  3,2 · 274 kcal = 876,8 kcal
- Falso** — 1 sanduíche  $\rightarrow$   $\left(269 + \frac{15}{10} + \frac{28}{5}\right)$  kcal = 276,1 kcal  
1 unidade de batatas fritas  $\rightarrow$   $\frac{274}{2}$  kcal = 137 kcal

**Resposta:** d

**13** Você sabia que uma barra de chocolate de 100 g pode fornecer ao nosso organismo 500 calorias alimentares (kcal)? Usando o dado acima e os seus conhecimentos de Física, responda aos itens a seguir.

a) Se você pudesse transferir essa energia (da barra de chocolate) para m gramas de água a 0 °C, na fase líquida, e esta atingisse a temperatura de ebulição (100 °C), qual seria o valor de m?

**Dado:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

b) Se uma pessoa de massa 70 kg ingerisse essa barra de chocolate e utilizasse toda essa energia para subir uma escada com degraus de 20 cm de altura, quantos degraus poderia subir?

**Dados:** aceleração da gravidade = 10 m/s<sup>2</sup>;  
1,0 cal = 4,2 J.

**Resolução:**

a)  $Q = m c \Delta \theta$   
 $500 \cdot 10^3 = m \cdot 1,0 (100 - 0)$

$$m = 5,0 \cdot 10^3 \text{ g}$$

b)  $\begin{cases} \tau = m g h \\ \tau = 4,2Q \end{cases}$

$$4,2Q = m g h \Rightarrow 4,2 \cdot 500 \cdot 10^3 = 70 \cdot 10 \cdot h \Rightarrow h = 3000 \text{ m}$$

Portanto:  $h = n d$

$$3000 = n \cdot 0,20$$

$$n = 1,5 \cdot 10^4 \text{ degraus}$$

**Respostas:** a) 5,0 · 10<sup>3</sup> g; b) 1,5 · 10<sup>4</sup> degraus

**14** (UFSCar-SP) Um dia, o zelador de um clube mediu a temperatura da água da piscina e obteve 20 °C, o mesmo valor para qualquer ponto da água da piscina. Depois de alguns dias de muito calor, o zelador refez essa medida e obteve 25 °C, também para qualquer ponto do interior da água. Sabendo que a piscina contém 200 m<sup>3</sup> de água, que a densidade da água é 1,0 · 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup> e que o calor específico da água é 4,2 · 10<sup>3</sup> J/kg °C, responda:

- qual a quantidade de calor absorvida, do ambiente, pela água da piscina?
- por qual processo (ou processos) o calor foi transferido do ambiente para a água da piscina e da água da superfície para a água do fundo? Explique.

**Resolução:**

a) Na piscina, temos:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 200 \text{ (kg)}$$

$$m = 2,0 \cdot 10^5 \text{ kg}$$

Portanto:

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$Q = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot (25 - 20) \text{ (J)}$$

$$Q = 4,2 \cdot 10^9 \text{ (J)}$$

b) A água da superfície é aquecida pelos raios solares através da **radiação**. Essa energia térmica é levada à água do fundo da piscina por **condução**.

**Respostas:** a) 4,2 · 10<sup>9</sup> J; b) radiação e condução.

**15** (Fuvest-SP) Um ser humano adulto e saudável consome, em média, uma potência de 120 J/s. Uma caloria alimentar (1,0 kcal) corresponde aproximadamente a  $4,0 \cdot 10^3$  J. Para nos mantermos saudáveis, quantas calorias alimentares devemos utilizar, por dia, a partir dos alimentos que ingerimos?

- a) 33      b) 120      c)  $2,6 \cdot 10^3$       d)  $4,0 \cdot 10^3$       e)  $4,8 \cdot 10^3$

**Resolução:**

$$Q = \text{Pot} \Delta t$$

$$Q = 120 \cdot 86400 \text{ (J)}$$

$$Q = 10368000 \text{ J}$$

Assim:

$$n = \frac{10368000}{4,0 \cdot 10^3} \text{ cal}$$

$$n = 2592 \text{ cal} \Rightarrow n \approx 2,6 \cdot 10^3 \text{ cal}$$

**Resposta:** c

**16** **E.R.** Um watt é a potência necessária para produzir a energia de um joule em um segundo. Uma caloria é a quantidade aproximada de energia necessária para elevar em  $1,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a temperatura de 1,0 grama de água.

Um aquecedor elétrico de potência 1 500 W e capacidade de 135 litros está totalmente cheio com água à temperatura ambiente ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Quanto tempo o aquecedor gasta para elevar a temperatura dessa água até  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

**Dados:** calor específico da água =  $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ ;  
densidade absoluta da água =  $1,0 \text{ kg/L}$ ;  
1 caloria = 4 joules.

**Resolução:**

Observe que:

$$\text{Pot} = 1500 \text{ W} = 1500 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 375 \text{ cal/s}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = dV = 1,0 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \cdot 135 \text{ L} = 135 \text{ kg} = 135000 \text{ g}$$

Usando a **Equação Fundamental da Calorimetria**, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

Mas:

$$\text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} \Delta t = Q$$

Então:

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

Substituindo os valores fornecidos, temos:

$$375 \cdot \Delta t = 135000 \cdot 1,0 (60 - 20)$$

$$\Delta t = 14400 \text{ s} = 240 \text{ min} = 4,0 \text{ h}$$

$$\Delta t = 4,0 \text{ h}$$

**17** (UFPEL-RS) Um médico, após avaliação criteriosa, recomenda a um paciente uma dieta alimentar correspondente a 1 200 cal/dia, fornecendo-lhe uma lista de alimentos com as respectivas "calorias". (Espera o médico que, com esse regime, a pessoa, pelo menos, não engorde.) Os médicos utilizam, na realidade, a "grande caloria", que vale 1000 cal utilizadas na Física, ou seja, esse regime é na verdade de 1 200 000 cal/dia. Com base nesses dados e considerando o calor específico da água igual a  $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$  e  $1,0 \text{ cal}$  igual a  $4,2 \text{ J}$ , responda:

- a) Qual a potência média mínima (em watts) que a pessoa mencionada deverá dissipar, ao longo das suas atividades diárias, para, pelo menos, não ganhar peso?
- b) Se essa energia pudesse ser empregada para aquecer água de  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ , que massa de água (em gramas) seria utilizada?

**Resolução:**

$$\text{a) } \text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{1200000 \text{ cal}}{1 \text{ dia}} = \frac{1200000 \cdot 4,2 \text{ J}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \approx 58,3 \text{ J/s}$$

$$\text{Pot} \approx 58 \text{ W}$$

$$\text{b) } Q = m c \Delta\theta$$

$$1200000 = m \cdot 1,0 (60 - 10)$$

$$m = 2,4 \cdot 10^4 \text{ g}$$

**Respostas:** a) 58 W; b)  $2,4 \cdot 10^4 \text{ g}$

**18** Um bom chuveiro elétrico, quando ligado na posição "inverno", dissipa uma potência de 6,4 kW, fornecendo essa energia à água que o atravessa com vazão de 50 gramas por segundo. Se a água, ao entrar no chuveiro, tem uma temperatura de  $23 \text{ }^\circ\text{C}$ , qual a sua temperatura na saída?

**Dado:** calor específico da água =  $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ ;

$$1 \text{ cal} = 4 \text{ J.}$$

**Resolução:**

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$\text{Pot} = \frac{m}{\Delta t} c \Delta\theta$$

Assim:

$$\frac{6400}{4} = 50 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 23)$$

$$32 = \theta_f - 23$$

$$\theta_f = 55 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $55 \text{ }^\circ\text{C}$

**19** (PUC-MG) Um recipiente adiabático contém 500 g de água, inicialmente a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . O conjunto é aquecido até  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ , utilizando-se uma fonte de calor que desenvolve uma potência útil de 200 W. Considerando o calor específico da água igual a  $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$  e fazendo 1 cal igual a 4 J, quanto tempo foi gasto nesse aquecimento?

**Resolução:**

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$\frac{200}{4} \cdot \Delta t = 500 \cdot 1,0 \cdot (80 - 20)$$

$$\Delta t = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}$$

**Resposta:** 10 min

**20** Para determinar o calor específico de um líquido, usou-se um béquer **A** contendo 250 g desse líquido, a chama de um bico de Bunsen de potência constante e outro béquer **B** contendo 210 g de água pura. Usando o bico de Bunsen alternadamente, o líquido do béquer **A** teve sua temperatura elevada em  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ , em 20 s, enquanto a água do béquer **B** teve variação de  $8,0 \text{ }^\circ\text{C}$  em 24 s. Qual é o calor específico do líquido? Despreze a capacidade térmica do béquer e as perdas de calor para o ambiente. Considere, para o calor específico da água, o valor  $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

**Béquer B** (com água):

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$\text{Pot} \cdot 24 = 210 \cdot 1,0 \cdot 8,0$$

$$\text{Pot} = 70 \text{ cal/s}$$

**Béquer A** (com líquido desconhecido):

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta \theta$$

$$70 \cdot 20 = 250 \cdot c_L \cdot 10$$

$$c_L = 0,56 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 0,56 cal/g °C

**21** (Mack-SP – mod.) Na presença de uma fonte térmica de potência constante, certa massa de água (calor específico = 1,0 cal/g °C) sofre um acréscimo de temperatura durante certo intervalo de tempo. Para que um líquido desconhecido, de massa 12,5 vezes maior que a da água, sofra o dobro do acréscimo de temperatura sofrido por ela, foi necessário o uso da mesma fonte durante um intervalo de tempo 6 vezes maior.

Nessas condições, qual o valor do calor específico sensível desse líquido?

**Resolução:**

Para a água:

$$\text{Pot} \Delta t = m c_a \Delta \theta \quad (\text{I})$$

Para o líquido desconhecido:

$$\text{Pot} 6 \Delta t = 12,5 m c_L 2 \Delta \theta \quad (\text{II})$$

Dividindo II por I, tem-se:

$$\frac{\text{Pot} 6 \Delta t}{\text{Pot} \Delta t} = \frac{25 m c_L \Delta \theta}{m c_a \Delta \theta} \Rightarrow 6 = \frac{25 c_L}{1,0}$$

$$c_L = 0,24 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 0,24 cal/g °C

**22** (Mack-SP – mod.) O carvão, ao queimar, libera 6 000 cal/g. Queimando 70 g desse carvão, 20% do calor liberado é usado para aquecer, de 15 °C, 8,0 kg de um líquido. Não havendo mudança do estado de agregação, qual o valor do calor específico desse líquido?

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$6000 \cdot 70 \cdot 0,20 = 8000 \cdot c \cdot 15$$

$$c = 0,70 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 0,70 cal/g °C

**23** (UFC-CE) Em Fortaleza, um fogão a gás natural é utilizado para ferver 2,0 ℓ de água que estão a uma temperatura inicial de 19 °C. Sabendo que o calor de combustão do gás é de 12 000 cal/g, que 25% desse calor é perdido para o ambiente, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que a densidade absoluta da água é igual a 1,0 g/cm<sup>3</sup>, que massa mínima de gás foi consumida no processo?

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta \theta$$

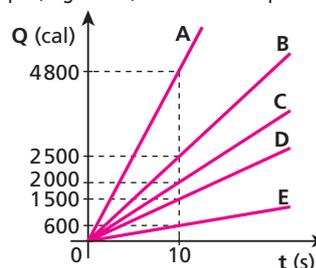
$$12000 \cdot m_g \cdot 0,75 = 2000 \cdot 1,0 \cdot (100 - 19)$$

$$9000 m_g = 162000$$

$$m_g = 18 \text{ g}$$

**Resposta:** 18 g

**24** (UFPA) Em um forno de micro-ondas João colocou um vasilha com 1,5 kg de água a 20 °C. Mantendo o forno ligado por 10 minutos, a temperatura da água aumentou para 80 °C. A representação gráfica do desempenho do forno indicada pelo calor fornecido (calorias) em função do tempo (segundos) é mais bem representada pela linha:



(Considere que toda a energia produzida pelo forno foi absorvida pela água na forma de calor e que o calor específico da água = 1 cal/g °C.)

- a) A.    b) B.    c) C.    d) D.    e) E.

**Resolução:**

Do texto, temos:

$$\text{Pot} \Delta t = m c \Delta \theta$$

$$\text{Pot} \cdot 600 = 1500 \cdot 1 \cdot (80 - 20) \Rightarrow \text{Pot} = 150 \text{ cal/s}$$

No gráfico, em 10 s, temos:

$$Q = \text{Pot} \cdot \Delta t$$

$$Q = 150 \cdot 10 \text{ (cal)}$$

$$Q = 1500 \text{ cal}$$

**Resposta:** d

**25** O calor específico do cobre é igual a 0,09 cal/g °C. Se em vez de usarmos a escala Celsius usássemos a escala Fahrenheit, quanto valeria esse calor específico?

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$\frac{Q}{m} = c \Delta \theta$$

A razão  $\frac{Q}{m}$  não depende da escala de temperatura utilizada.

Assim:

$$(c \Delta \theta)_{\text{Fahrenheit}} = (c \Delta \theta)_{\text{Celsius}}$$

$$C_F \cdot 180 = 0,09 \cdot 100 \Rightarrow C_F = 0,05 \text{ cal/g } ^\circ\text{F}$$

**Resposta:** 0,05 cal/g °F

**26** Num calorímetro ideal, são colocados três corpos **A**, **B** e **C** a temperaturas iniciais diferentes. Após certo tempo, quando os corpos atingiram o equilíbrio térmico, verifica-se que as temperaturas de **A** e **B** aumentaram. Assim, podemos concluir que:

- a) a temperatura do corpo **C** também aumentou;  
 b) o corpo **C** recebeu calor do corpo **A** e cedeu calor para o corpo **B**;  
 c) o corpo **C** cedeu calor para o corpo **A** e recebeu calor do corpo **B**;  
 d) o corpo **C** permanece com a mesma temperatura que tinha no início;  
 e) a temperatura do corpo **C** diminuiu.

**Resolução:**

Se as temperaturas dos corpos **A** e **B** aumentam, então a temperatura do corpo **C** diminui.

**Resposta:** e

**27** (UFBA) Vamos imaginar dois corpos **A** e **B**, de massas iguais, com temperaturas iniciais  $\theta_A$  e  $\theta_B$ , sendo  $\theta_A > \theta_B$ , e com calores específicos  $c_A$  e  $c_B$  diferentes entre si e constantes no intervalo de temperatura considerado. Colocados no interior de um calorímetro ideal, os corpos **A** e **B**, após certo tempo, atingem o equilíbrio térmico. Nessas condições, é correto afirmar que:

- (01) a energia cedida por **A** é igual à energia recebida por **B**.  
 (02) no corpo de maior capacidade térmica, ocorre a maior variação de temperatura.  
 (04) o aumento de temperatura de **B** é numericamente igual ao decréscimo da temperatura de **A**.  
 (08) a temperatura de equilíbrio térmico é igual a  $\frac{c_A \theta_A + c_B \theta_B}{c_A + c_B}$ .  
 (16) em relação ao centro de massa do sistema, a energia cinética média das moléculas de **B** é maior do que a de **A**.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

- (01) **Correta** — Num calorímetro ideal, ocorrem trocas de calor apenas entre os corpos colocados em seu interior.  
 (02) **Incorreta** — No corpo de maior capacidade térmica, ocorrerá menor variação de temperatura.  
 (04) **Incorreta** — A variação de temperatura em um corpo depende da sua capacidade térmica.

(08) **Correta** —  $Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$   
 $(m c \Delta\theta)_A + (m c \Delta\theta)_B = 0$

Como:  $m_A = m_B$

Temos:

$$c_A(\theta_f - \theta_A) + c_B(\theta_f - \theta_B) = 0$$

$$c_A \theta_f - c_A \theta_A + c_B \theta_f - c_B \theta_B = 0$$

$$\theta_f (c_A + c_B) = c_A \theta_A + c_B \theta_B$$

$$\theta_f = \frac{c_A \theta_A + c_B \theta_B}{c_A + c_B}$$

- (16) **Incorreta** — Se  $\theta_A > \theta_B$ , então as partículas do corpo A possuem mais energia cinética média do que as partículas do corpo B. Observe também que  $m_A = m_B$ .

**Resposta:** 09

**28** (Unesp-SP) Quando uma enfermeira coloca um termômetro clínico de mercúrio sob a língua de um paciente, por exemplo, ela sempre aguarda algum tempo antes de fazer a sua leitura. Esse intervalo de tempo é necessário:

- a) para que o termômetro entre em equilíbrio térmico com o corpo do paciente.  
 b) para que o mercúrio, que é muito pesado, possa subir pelo tubo capilar.  
 c) para que o mercúrio passe pelo estrangulamento do tubo capilar.  
 d) devido à diferença entre os valores do calor específico do mercúrio e do corpo humano.  
 e) porque o coeficiente de dilatação do vidro é diferente do coeficiente de dilatação do mercúrio.

**Resolução:**

Espera-se que o mercúrio do termômetro entre em equilíbrio térmico com o corpo do paciente.

**Resposta:** a

**29** Num calorímetro ideal, são colocados 1,0 kg de água à temperatura ambiente e um bloco de ferro, também de massa 1,0 kg, bastante aquecido. Após o equilíbrio térmico, verifica-se que a temperatura da água aumentou de 40 °C, enquanto a temperatura do bloco de ferro diminuiu mais de 200 °C. Isso ocorreu porque a água e o bloco de ferro têm:

- a) densidades absolutas diferentes;  
 b) massas iguais;  
 c) capacidades térmicas diferentes;  
 d) coeficientes de condutibilidade térmica diferentes;  
 e) estados físicos de agregação diferentes – a água é líquida e o ferro é sólido.

**Resolução:**

Quando dois ou mais corpos recebem ou perdem a mesma quantidade de calor, o corpo de menor capacidade térmica sofre a maior variação de temperatura.

**Resposta:** c

**30 E.R.** Num recipiente termicamente isolado e com capacidade térmica desprezível, misturam-se 200 g de água a 10 °C com um bloco de ferro de 500 g a 140 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
 calor específico do ferro = 0,12 cal/g °C.

**Resolução:**

Como o recipiente tem capacidade térmica desprezível, ele não participa das trocas de calor. E, como é termicamente isolado, é correto afirmar que:

$$Q_{\text{ferro}} + Q_{\text{água}} = 0$$

Uma vez que o calor trocado é sensível, temos:

$$(m c \Delta\theta)_{\text{ferro}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$500 \cdot 0,12(\theta_E - 140) + 200 \cdot 1,0(\theta_E - 10) = 0$$

$$60(\theta_E - 140) + 200(\theta_E - 10) = 0$$

$$60\theta_E - 8400 + 200\theta_E - 2000 = 0$$

$$260\theta_E = 10400 \Rightarrow \theta_E = 40 \text{ °C}$$

**31** Num recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, são misturados 200 g de água a 55 °C com 500 g também de água a 20 °C. Quando a mistura atingir o equilíbrio térmico, qual será sua temperatura?

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{quente}} + (m c \Delta\theta)_{\text{fria}} = 0$$

$$200 \cdot c \cdot (\theta_f - 55) + 500 \cdot c \cdot (\theta_f - 20) = 0$$

$$2\theta_f - 110 + 5\theta_f - 100 = 0$$

$$7\theta_f = 210$$

$$\theta_f = 30 \text{ °C}$$

**Resposta:** 30 °C

**32** Numa garrafa térmica ideal, com 1,0 L de capacidade, são colocados 500 cm<sup>3</sup> de leite, à temperatura ambiente (20 °C), e 200 cm<sup>3</sup> de café a 90 °C. Admitindo-se que as trocas de calor somente aconteçam entre o café e o leite (cujas densidades e calores específicos podem ser considerados iguais), qual será a temperatura final de equilíbrio térmico do sistema?

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{café}} + (m c \Delta\theta)_{\text{leite}} = 0$$

Como:

$$d = \frac{m}{V} \text{ então } m = d V$$

Então:

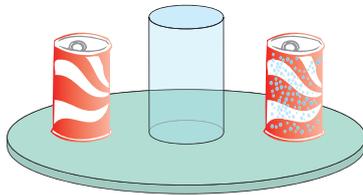
$$(d V c \Delta\theta)_{\text{café}} + (d V c \Delta\theta)_{\text{leite}} = 0$$

$$200(\theta_f - 90) + 500(\theta_f - 20) = 0$$

$$2\theta_f - 180 + 5\theta_f - 100 = 0 \Rightarrow 7\theta_f = 280 \Rightarrow \theta_f = 40 \text{ °C}$$

**Resposta:** 40 °C

**33** Um aluno entrou em uma lanchonete e pediu dois refrigerantes, um “sem gelo”, à temperatura de 25 °C, e o outro “gelado”, à temperatura de 5,0 °C. Ele preencheu  $\frac{1}{4}$  da capacidade de um copo grande com o refrigerante “sem gelo” e terminou de completar o copo com o refrigerante “gelado”. Desprezando as trocas de calor que não sejam entre os líquidos, determine a temperatura final de equilíbrio térmico do refrigerante.



**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{quente}} + (m c \Delta\theta)_{\text{fria}} = 0$$

$$m c (\theta_f - 25) + 3 m c (\theta_f - 5) = 0$$

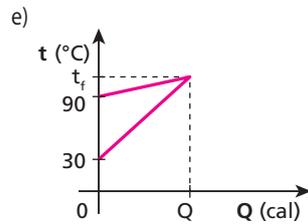
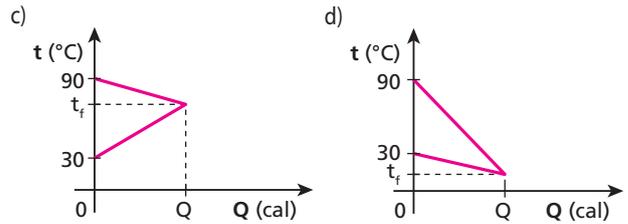
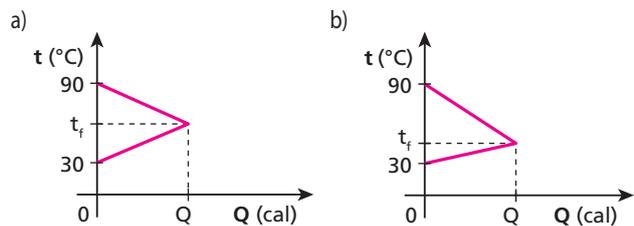
$$\theta_f - 25 + 3\theta_f - 15 = 0$$

$$4\theta_f = 40$$

$$\theta_f = 10 \text{ °C}$$

**Resposta:** 10 °C

**34** (PUC-MG) Em um calorímetro de capacidade térmica desprezível, foram colocados 100 g de água a 30 °C e 200 g de ferro a 90 °C. O calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C e o do ferro, 0,10 cal/g °C. Qual dos gráficos melhor representa a variação de temperatura desses corpos em função da quantidade de calor trocado?



**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta t)_{\text{ferro}} + (m c \Delta t)_{\text{água}} = 0$$

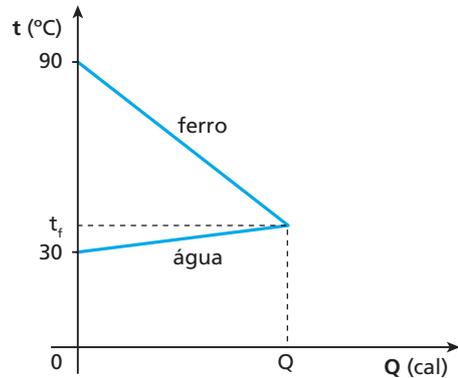
$$200 \cdot 0,10 \Delta t_{\text{ferro}} + 100 \cdot 1,0 \Delta t_{\text{água}} = 0$$

$$20 \Delta t_{\text{ferro}} + 100 \Delta t_{\text{água}} = 0$$

$$\Delta t_{\text{ferro}} + 5 \Delta t_{\text{água}} = 0$$

$$|\Delta t_{\text{ferro}}| = |5 \Delta t_{\text{água}}|$$

A variação de temperatura do ferro é 5 vezes maior do que a da água. Assim:



**Resposta:** b

**35** (Enem – mod.) Num recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são colocados 20 g de água a 60 °C e 100 g de lascas de alumínio a 40 °C. O equilíbrio térmico ocorre à temperatura de 50 °C. Qual o valor do calor específico sensível do alumínio? **Dado:** calor específico da água = 1 cal/g °C

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta)_{\text{alumínio}} = 0$$

$$20 \cdot 1 \cdot (50 - 60) + 100 \cdot c_{Al} \cdot (50 - 40) = 0$$

$$-200 + 1000 c_{Al} = 0$$

$$c_{Al} = 0,20 \text{ cal/g °C}$$

**Resposta:** 0,20 cal/g °C

**36** Num calorímetro ideal são colocados três corpos, **A**, **B** e **C**, de temperaturas  $\theta_A$ ,  $\theta_B$  e  $\theta_C$ . Se a temperatura final de equilíbrio térmico  $\theta_E$  é tal que  $\theta_A > \theta_E = \theta_B > \theta_C$ , podemos afirmar que:

- o corpo **A** recebe uma quantidade de calor igual à perdida por **C**;
- a quantidade de calor recebida por **C** é menor que a cedida por **B**;
- a quantidade de calor cedida por **B** é igual à soma das quantidades recebidas por **A** e **C**;
- no término do balanço energético, observamos que o corpo **B** possui a mesma quantidade de energia térmica que tinha no início;
- o corpo **B** serve de intermediário, recebendo calor do corpo **C** e transferindo-o imediatamente para o corpo **A**.

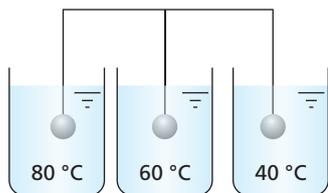
**Resolução:**

Como no final temos  $\theta_E = \theta_B$ , notamos que a temperatura do corpo **B** não se altera. Assim, o corpo **B** tem no final a mesma quantidade de energia térmica que tinha no início.

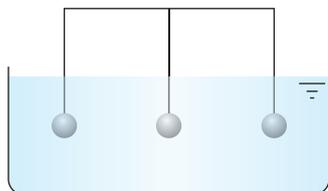
Alternativa correta: **d**

**Resposta: d**

**37** Três esferas de mesma massa e de mesmo material, suspensas por fios isolados termicamente, estão imersas em três banhos térmicos cujas temperaturas estão mencionadas na figura abaixo.



Após atingidos os equilíbrios térmicos, essas esferas são simultaneamente retiradas e levadas para um recipiente com água a 20 °C.



Desprezando-se possíveis perdas de energia para o meio ambiente, a temperatura final desse banho térmico único será:

- um valor maior que 80 °C;
- um valor entre 60 °C e 20 °C;
- 60 °C;
- 50 °C;
- um valor menor que 20 °C.

**Resolução:**

Observemos que as capacidades térmicas dos três corpos são iguais. Assim, o primeiro corpo (80 °C) deverá liberar uma quantidade de calor igual àquela de que o terceiro corpo (40 °C) irá precisar, para que as três esferas atinjam a temperatura final de 60 °C. Portanto, tudo se passa como se as três esferas partissem da temperatura inicial de 60 °C e, no final, a temperatura de equilíbrio do sistema água + esferas será:

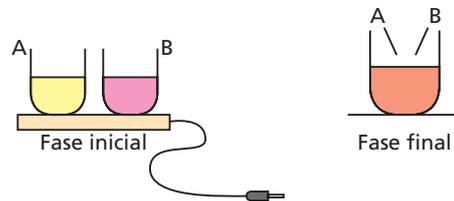
$$60^\circ\text{C} > \theta_f > 20^\circ\text{C}$$

**Resposta: b**

**38** (Fuvest-SP) Dois recipientes iguais **A** e **B**, contendo dois líquidos diferentes, inicialmente a 20 °C, são colocados sobre uma placa térmica, da qual recebem aproximadamente a mesma quantidade de calor.

Com isso, o líquido em **A** atinge 40 °C, enquanto o líquido em **B**, 80 °C. Se os recipientes forem retirados da placa e seus líquidos misturados, a temperatura final da mistura ficará em torno de:

- 45 °C.
- 50 °C.
- 55 °C.
- 60 °C.
- 65 °C.

**Resolução:**

- Considerando igual o fluxo de calor para **A** e **B**, podemos determinar a capacidade térmica de cada sistema:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

$$C_A = \frac{Q}{40 - 20} \Rightarrow C_A = \frac{Q}{20}$$

$$C_B = \frac{Q}{80 - 20} \Rightarrow C_B = \frac{Q}{60}$$

- Ao serem misturados, sem considerar perdas, vem:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$C_B \Delta\theta_B + C_A \Delta\theta_A = 0$$

$$\frac{Q}{60} (\theta_f - 80) + \frac{Q}{20} (\theta_f - 40) = 0$$

$$\frac{\theta_f}{60} - \frac{80}{60} + \frac{\theta_f}{20} - \frac{40}{20} = 0$$

$$\theta_f - 80 + 3\theta_f - 120 = 0$$

$$4\theta_f = 200$$

$$\theta_f = 50^\circ\text{C}$$

**Resposta: b**

**39** Em um ritual místico, as pessoas aquecem a água de um caldeirão utilizando sete pedras. As pedras são colocadas em uma fogueira e depois são lançadas no caldeirão com 0,70 L de água a 20 °C. Cada uma das pedras tem, em média, 100 g de massa e se encontram a 300 °C no instante em que são lançadas no caldeirão. No equilíbrio térmico, tem-se uma temperatura de 50 °C. Sendo o calor específico da água igual a 1,0 cal/g °C e desprezando as perdas de calor para o ambiente e para o caldeirão, pode-se afirmar que o calor específico médio das pedras em questão, em cal/g °C, é:

- 0,030.
- 0,12.
- 0,17.
- 0,50.
- 1,04.

**Dado:** densidade absoluta da água = 1,0 kg/L

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{pedras}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$700 \cdot c_p \cdot (50 - 300) + 700 \cdot 1,0 \cdot (50 - 20) = 0$$

$$-250 c_p + 30 = 0 \Rightarrow c_p = 0,12 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Resposta: b**

**40 E.R.** Um bloco **A** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a  $m_A$ ,  $c_A$  e  $\theta_A$ . Um bloco **B** tem massa, calor específico e temperatura inicial respectivamente iguais a  $m_B$ ,  $c_B$  e  $\theta_B$ . Os blocos **A** e **B** são postos em contato térmico e, depois de certo tempo, atingem o equilíbrio térmico, adquirindo uma temperatura  $\theta_E$ . Considerando  $c_A$  e  $c_B$  constantes e supondo o sistema termicamente isolado, calcule  $\theta_E$ .

**Resolução:**

Sendo desprezíveis as trocas de calor com o resto do universo, é válido afirmar que:

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_A + (m c \Delta\theta)_B = 0$$

$$m_A c_A (\theta_E - \theta_A) + m_B c_B (\theta_E - \theta_B) = 0$$

$$m_A c_A \theta_E - m_A c_A \theta_A + m_B c_B \theta_E - m_B c_B \theta_B = 0$$

$$(m_A c_A + m_B c_B) \theta_E = m_A c_A \theta_A + m_B c_B \theta_B$$

$$\theta_E = \frac{m_A c_A \theta_A + m_B c_B \theta_B}{m_A c_A + m_B c_B}$$

**Notas:**

- O produto da massa pelo calor específico é a capacidade térmica do bloco:

$$m_A c_A = C_A$$

$$m_B c_B = C_B$$

Assim, temos:

$$\theta_E = \frac{C_A \theta_A + C_B \theta_B}{C_A + C_B}$$

- Observe ainda que a expressão deduzida representa uma **média ponderada** das temperaturas iniciais, sendo os “pesos” a **capacidade térmica** de cada corpo envolvido.

**41** Dois corpos **A** e **B**, de capacidades térmicas iguais, são colocados no interior de um calorímetro ideal. A temperatura inicial do corpo **A** é  $\theta_A$  e a do corpo **B** é  $\theta_B$ . Não considerando possíveis perdas de calor, a temperatura final de equilíbrio térmico será dada por:

- a)  $\frac{\theta_A + \theta_B}{2}$       c)  $\frac{\theta_B - \theta_A}{2}$       e)  $|\theta_B - \theta_A|$   
 b)  $\frac{\theta_A - \theta_B}{2}$       d)  $|\theta_A + \theta_B|$

**Resolução:**

No exercício anterior (resolvido), encontramos:

$$\theta_E = \frac{C_A \theta_A + C_B \theta_B}{C_A + C_B}$$

Sendo as capacidades térmicas iguais, vem:

$$C_A = C_B = C$$

$$\theta_E = \frac{C(\theta_A + \theta_B)}{2C}$$

$$\theta_E = \frac{\theta_A + \theta_B}{2}$$

**Resposta:** a

**42** Três amostras de um mesmo líquido, cujas temperaturas iniciais são 40 °C, 70 °C e 100 °C, são misturadas em um calorímetro. As massas das amostras são iguais. Supondo-se que as trocas de calor ocorrem somente entre as amostras do líquido, qual a temperatura de equilíbrio da mistura, em graus Celsius?

**Resolução:**

Três amostras do mesmo líquido, com massas iguais, possuem capacidades térmicas iguais:

$$C_A = C_B = C_C$$

Assim, a temperatura de equilíbrio término é a média aritmética das temperaturas iniciais:

$$\theta_E = \frac{\theta_A + \theta_B + \theta_C}{3} = \frac{40 + 70 + 100}{3} \text{ (}^\circ\text{C)}$$

$$\theta_E = 70 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 70 °C

**43** Uma dona de casa coloca no interior de uma garrafa térmica o café que acabou de preparar. São 500 g de água + pó de café a 90 °C. Se a garrafa térmica estava à temperatura ambiente (12 °C) e atinge o equilíbrio térmico a 87 °C, qual a capacidade térmica dessa garrafa?

**Dado:** calor específico da água + pó de café = 1,0 cal/g °C

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{café}} + (C \Delta\theta)_{\text{garrafa}} = 0$$

$$500 \cdot 1,0 \cdot (87 - 90) + C_{\text{garrafa}} (87 - 12) = 0$$

$$-1500 + 75 C_{\text{garrafa}} = 0$$

$$C_{\text{garrafa}} = 20 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 20 cal/°C

**44** (Unesp-SP) Um bloco de certa liga metálica, de massa 250 g, é transferido de uma vasilha, que contém água fervendo em condições normais de pressão, para um calorímetro contendo 400 g de água à temperatura de 10 °C. Após certo tempo, a temperatura no calorímetro se estabiliza em 20 °C. Supondo que todo o calor cedido pela liga metálica tenha sido absorvido pela água do calorímetro, qual a razão entre o calor específico da água e o calor específico da liga metálica?

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{bloco}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$250 \cdot c_b \cdot (20 - 100) + 400 \cdot c_a \cdot (20 - 10) = 0$$

$$-20000 c_b + 4000 c_a = 0 \Rightarrow 4000 c_a = 20000 c_b$$

$$c_a = 5 c_b \text{ ou } \frac{c_a}{c_b} = 5$$

**Resposta:** 5

**45** (Fuvest-SP) Dois recipientes de material termicamente isolante contêm cada um 10 g de água a 0 °C. Deseja-se aquecer até uma mesma temperatura os conteúdos dos dois recipientes, mas sem misturá-los. Para isso, é usado um bloco de 100 g de uma liga metálica inicialmente à temperatura de 90 °C. O bloco é imerso durante certo tempo em um dos recipientes e depois transferido para o outro, nele permanecendo até ser atingido o equilíbrio térmico. O calor específico da água é dez vezes maior que o da liga metálica. Qual a temperatura do bloco metálico, por ocasião da transferência de um recipiente para o outro?

**Resolução:**

Na 2ª experiência:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{metal}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$100 \cdot c \cdot (\theta_f - \theta) + 10 \cdot 10c \cdot (\theta_f - 0) = 0 \Rightarrow \theta_f - \theta + \theta_f = 0 \Rightarrow \theta_f = \frac{\theta}{2} \quad (I)$$

Na 1ª experiência:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{metal}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$100 \cdot c \cdot (\theta - 90) + 10 \cdot 10c \cdot (\theta_f - 0) = 0 \Rightarrow \theta - 90 + \theta_f = 0 \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), tem-se:

$$\theta - 90 + \frac{\theta}{2} = 0 \Rightarrow 1,5\theta = 90 \Rightarrow \boxed{\theta = 60^\circ\text{C}}$$

**Resposta:** 60 °C

**46** Para avaliar a temperatura de 300 g de água, usou-se um termômetro de 100 g de massa e calor específico sensível igual a 0,15 cal/g °C. Inicialmente, esse termômetro indicava, à temperatura ambiente, 12 °C. Após algum tempo, colocado em contato térmico com a água, o termômetro passa a indicar 72 °C. Supondo não ter havido perdas de calor, determine a temperatura inicial da água.

**Dado:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{água}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{termômetro}} = 0$$

$$300 \cdot 1,0 \cdot (72 - \theta_a) + 100 \cdot 0,15 \cdot (72 - 12) = 0$$

$$21600 - 300\theta_a + 900 = 0$$

$$300\theta_a = 22500$$

$$\boxed{\theta_a = 75^\circ\text{C}}$$

**Resposta:** 75 °C

**47 E.R.** Um calorímetro de equivalente em água 10 g, à temperatura ambiente (20 °C), foi utilizado para misturar 200 g de um líquido de calor específico 0,79 cal/g °C, a 35 °C, com um bloco de metal de massa 300 g, a 150 °C. Sabendo que a temperatura final atingida foi de 40 °C, determine o calor específico do metal.

**Resolução:**

Supondo o sistema termicamente isolado, podemos escrever que:

$$Q_{\text{metal}} + Q_{\text{líquido}} + Q_{\text{calorímetro}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{metal}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{líquido}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{calorímetro}} = 0$$

$$300c_m (40 - 150) + 200 \cdot 0,79 (40 - 35) + [m \cdot c (40 - 20)]_{\text{calorímetro}} = 0$$

Como vimos:

$$(m \cdot c)_{\text{calorímetro}} = E \cdot c_{\text{água}}$$

Sendo:

$$c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

$$E = 10 \text{ g (equivalente em água)}$$

Temos:

$$(m \cdot c)_{\text{calorímetro}} = 10 \text{ g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{C}} = 10 \frac{\text{cal}}{^\circ\text{C}}$$

Assim:

$$-300c_m \cdot 110 + 790 + 10 \cdot 20 = 0$$

$$c_m = \frac{790 + 200}{300 \cdot 110}$$

$$\boxed{c_m = 0,03 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}}$$

**48** Um corpo é colocado em contato com uma fonte térmica que lhe fornece 2,0 kcal de calor. A temperatura do corpo era igual à do ambiente (20 °C) e, ao receber a energia térmica, atingiu a temperatura de 120 °C. Se o calor específico da água é igual a 1,0 cal/g °C, qual é o equivalente em água do referido corpo?

**Resolução:**

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$\text{mas: } C = m \cdot c$$

Então:

$$Q = C \cdot \Delta\theta$$

$$2000 = C_{\text{corpo}} (120 - 20) \Rightarrow C_{\text{corpo}} = 20 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

Como:

$$C_{\text{corpo}} = C_{\text{água}}$$

Temos:

$$20 = E \cdot 1,0 \Rightarrow \boxed{E = 20 \text{ g}}$$

**Resposta:** 20 g

**49** Qual é o equivalente em água de um bloco de alumínio de massa 500 g? Sabe-se que o calor específico do alumínio vale 0,22 cal/g °C e o da água vale 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$C_{\text{bloco}} = C_{\text{água}}$$

$$(m \cdot c)_{\text{bloco}} = (E \cdot c)_{\text{água}}$$

$$500 \cdot 0,22 = E \cdot 1,0$$

$$\boxed{E = 110 \text{ g}}$$

**Resposta:** 110 g

**50** Num recipiente de capacidade térmica desprezível, encontramos um líquido a 20 °C. Misturando 600 g de água a 80 °C com esse líquido, obtemos uma temperatura de equilíbrio térmico igual a 60 °C. Qual o equivalente em água desse líquido?

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{líquido}} + (m \cdot c \cdot \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$E \cdot 1,0 \cdot (60 - 20) + 600 \cdot 1,0 (60 - 80) = 0$$

$$40E - 12000 = 0 \Rightarrow \boxed{E = 300 \text{ g}}$$

**Resposta:** 300 g

**51** Um recipiente de capacidade térmica desprezível, contendo 400 g de água a 15 °C, recebe uma esfera de cobre a 120 °C. Desprezando as possíveis perdas de calor e sabendo que o equivalente em água dessa esfera é igual a 20 g, determine a temperatura final de equilíbrio térmico.

**Dado:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{esfera}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

Como:

$$(m c)_{\text{esfera}} = (E c)_{\text{água}}$$

Temos:

$$20 \cdot 1,0 (\theta_f - 120) + 400 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 15) = 0$$

$$\theta_f - 120 + 20 \theta_f - 300 = 0$$

$$21 \theta_f = 420$$

$$\theta_f = 20^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 20 °C

**52** Um pedaço de cobre de 20 g a 60 °C é colocado dentro de um calorímetro que contém 10 g de água a 10 °C. Se a temperatura final do sistema (calorímetro + água + cobre) é 15 °C, qual é o equivalente em água do calorímetro?

**Dados:** calor específico do cobre = 0,42 J/g °C;  
calor específico da água = 4,2 J/g °C.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{cobre}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta)_{\text{calorímetro}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{cobre}} + [(m + E)c \Delta\theta]_{\text{água}} = 0$$

$$20 \cdot 0,42 (15 - 60) + (10 + E) \cdot 4,2 (15 - 10) = 0$$

$$-378 + 21 (10 + E) = 0$$

$$-378 + 210 + 21E = 0$$

$$21E = 168$$

$$E = 8,0 \text{ g}$$

**Resposta:** 8,0 g

**53** A respeito de calor latente de fusão ( $L_f$ ) de uma substância, pode-se dizer que:

- é a energia térmica responsável pela fusão total do corpo considerado;
- é a energia térmica responsável pela elevação de uma unidade de temperatura na substância, quando ela se encontra no estado líquido;
- é a energia térmica responsável pela passagem de uma massa unitária do estado sólido para o estado líquido, durante a qual não há variação de temperatura;
- é a energia térmica responsável pela passagem de 1 g da substância do estado líquido para o estado sólido;
- é toda energia térmica envolvida na fusão de metade do corpo considerado.

**Resolução:**

O calor latente de fusão ( $L_f$ ) de uma substância indica a energia térmica necessária para provocar a fusão de uma unidade de massa dessa substância.

**Resposta:** c

**54** A respeito de mudança de estado físico, indique a alternativa incorreta.

- Se um corpo sólido absorve calor e sua temperatura não varia, isso significa que ele está sofrendo mudança de estado físico;
- Durante uma fusão, sob pressão constante, todo calor absorvido é utilizado para alterar o arranjo molecular da substância;
- Quando um sólido recebe calor, ou o estado de agitação de suas partículas aumenta ou ocorre uma reestruturação no seu arranjo molecular, os fatores que determinam o que acontece são: a temperatura do sólido e a pressão a que ele está sujeito;
- A temperatura em que ocorre determinada fusão depende da substância e da pressão a que o corpo está sujeito;
- Um bloco de gelo nunca pode sofrer fusão a uma temperatura diferente de 0 °C.

**Resolução:**

A única frase incorreta é a **e**. A fusão de um bloco de gelo pode ocorrer em temperatura diferente de 0 °C, basta que a pressão seja diferente de 1 atm.

**Resposta:** e

**55** Quanto calor devemos fornecer a um bloco de gelo de 300 g de massa, a 0 °C, sob pressão normal, para fundi-lo totalmente?

**Dado:** calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g

**Resolução:**

$$Q = m L$$

$$Q = 300 \cdot 80 \text{ (cal)}$$

$$Q = 2,4 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

**Resposta:** 2,4 · 10<sup>4</sup> cal

**56 E.R.** Quanto de calor necessitam receber 100 g de gelo para serem aquecidos de -30 °C a 10 °C? A pressão atmosférica é constante e normal, e são dados:

calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

Sabemos que o gelo sofre fusão a 0 °C; portanto, devemos considerar o aquecimento do bloco de gelo por etapas.

- $Q_1$  = quantidade de calor que o gelo recebeu para atingir 0 °C (calor sensível);  
 $Q_2$  = quantidade de calor que o gelo recebeu para se fundir (calor latente);  
 $Q_3$  = quantidade de calor que a água, proveniente da fusão do gelo, recebeu para atingir 10 °C (calor sensível).

Assim:  $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

$$Q = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_f)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}}$$

Substituindo os valores numéricos fornecidos, temos:

$$Q = 100 \cdot 0,50 [0 - (-30)] + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 1,0 (10 - 0)$$

$$Q = 100 \cdot 0,50 \cdot 30 + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 10$$

$$Q = 1500 + 8000 + 1000$$

$$Q = 10500 \text{ cal}$$

**57** Um bloco de gelo com 200 g de massa, a 0 °C, precisa receber uma quantidade de calor  $Q_1$  para sofrer fusão total. A água resultante, para ser aquecida até 50 °C, precisa receber uma quantidade de calor  $Q_2$ . Qual é o valor de  $Q$ , sendo  $Q = Q_1 + Q_2$ ?

**Dados:** calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = (m L_f)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}}$$

$$Q = 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1,0 \cdot (50 - 0)$$

$$Q = 16\,000 + 10\,000$$

$$Q = 26\,000 \text{ cal}$$

$$Q = 2,6 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

**Resposta:**  $2,6 \cdot 10^4 \text{ cal}$

**58** Deseja-se transformar 100 g de gelo a -20 °C em água a 30 °C. Sabe-se que o calor específico do gelo vale 0,50 cal/g °C e o da água, 1,0 cal/g °C, e que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g. Quanto calor, em quilocalorias, devemos fornecer a esse gelo?

**Resolução:**

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_f)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}}$$

$$Q = 100 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-20)] + 100 \cdot 80 + 100 \cdot 1,0 \cdot (30 - 0)$$

$$Q = 1\,000 + 8\,000 + 3\,000 \text{ (cal)}$$

$$Q = 12\,000 \text{ cal}$$

$$Q = 12 \text{ kcal}$$

**Resposta:** 12 kcal

**59** Uma pedra de gelo de 20 g de massa, inicialmente a -10 °C, recebeu 2 700 cal. Determine a temperatura atingida, sabendo que essa energia foi totalmente aproveitada pelo sistema.

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

$$Q_1 = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}}$$

$$Q_1 = 20 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-10)] \text{ (cal)}$$

$$Q_1 = 100 \text{ cal}$$

$$Q_2 = (m L_f)_{\text{gelo}}$$

$$Q_2 = 20 \cdot 80 \text{ (cal)}$$

$$Q_2 = 1\,600 \text{ cal}$$

Portanto:

$$Q_3 = (m c \Delta\theta)_{\text{água}}$$

$$2\,700 - (100 + 1\,600) = 20 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0)$$

$$1\,000 = 20 \theta_f$$

$$\theta_f = 50 \text{ °C}$$

**Resposta:** 50 °C

**60** Você tem 100 g de água à temperatura ambiente (25 °C). Quanto de calor deve-se retirar dessa água para obter-se um bloco de gelo de 100 g a 0 °C?

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = (m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m L_f)_{\text{gelo}}$$

$$Q = 100 \cdot 1,0 \cdot (0 - 25) + 100 \cdot (-80)$$

$$Q = -2\,500 - 8\,000 \text{ (cal)}$$

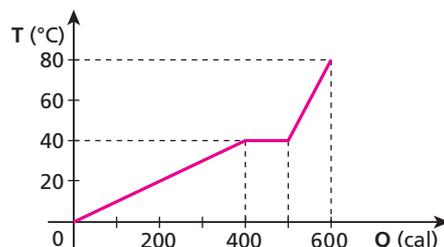
$$Q = -10\,500 \text{ cal}$$

$$|Q| = 10\,500 \text{ cal}$$

**Nota:** O sinal negativo indica que a energia térmica foi retirada do sistema.

**Resposta:** 10500 cal

**61** (UFG-GO) Um corpo de massa 50 g, inicialmente no estado sólido, recebe calor de acordo com a representação gráfica a seguir, passando para o estado líquido:



No gráfico,  $Q$  representa a quantidade de calor recebida pelo corpo e  $T$ , sua temperatura na escala Celsius.

- O que ocorre no intervalo entre 400 cal e 500 cal? Explique.
- Determine os calores específicos e o calor latente nas fases representadas no gráfico.

**Resolução:**

- Fusão.** Nesse intervalo, o corpo recebe calor sem alteração em sua temperatura.

- No estado sólido:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$400 = 50 \cdot c_s \cdot (40 - 0)$$

$$c_s = 0,20 \text{ cal/g °C}$$

Na fusão (patamar):

$$Q = m L$$

$$500 - 400 = 50 \cdot L_f$$

$$L_f = 2,0 \text{ cal/g}$$

No estado líquido:

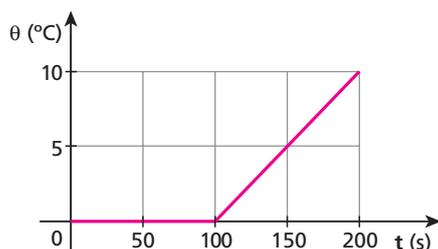
$$Q = m c \Delta\theta$$

$$600 - 500 = 50 c_l (80 - 40)$$

$$c_l = 0,05 \text{ cal/g °C}$$

**Resposta:** 0,05 cal/g °C

**62** O gráfico representa o aquecimento de um bloco de gelo de massa 1,0 kg, inicialmente a 0 °C.



Sabendo que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, responda: qual a quantidade de calor absorvida pelo gelo entre os instantes 0 e 100 s?

**Resolução:**

Entre 0 e 100 segundos, ocorre fusão do gelo:

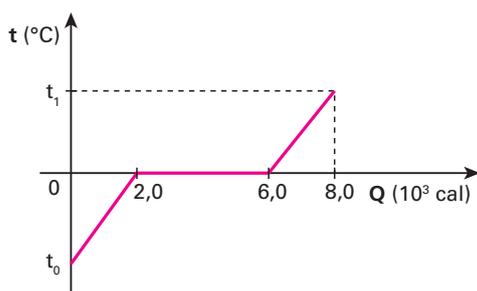
$$Q = m L_f$$

$$Q = 1000 \cdot 80 \quad (\text{cal})$$

$$Q = 8,0 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

**Resposta:**  $8,0 \cdot 10^4 \text{ cal}$

**63** (UFPI) O gráfico a seguir mostra a curva de aquecimento de certa massa de gelo.



Determine a temperatura inicial do gelo ( $t_0$ ) e a temperatura final da água ( $t_1$ ).

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Na fusão (patamar):

$$Q = m L_f$$

$$(6,0 - 2,0) \cdot 10^3 = m \cdot 80$$

$$m = 50 \text{ g}$$

No aquecimento do gelo:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$2,0 \cdot 10^3 = 50 \cdot 0,50 (0 - t_0)$$

$$2000 = -25 t_0 \Rightarrow t_0 = -80^\circ\text{C}$$

No aquecimento da água:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$(8,0 - 6,0) \cdot 10^3 = 50 \cdot 1,0(t_1 - 0)$$

$$2000 = \frac{50}{t_1} \Rightarrow t_1 = 40^\circ\text{C}$$

**Respostas:**  $-80^\circ\text{C}$  e  $40^\circ\text{C}$

**64** Uma fonte de potência constante e igual a 400 cal/min fornece calor a um bloco de gelo com massa de 200 g, inicialmente à temperatura de  $-20^\circ\text{C}$ . Sabendo que o sistema é aquecido a  $50^\circ\text{C}$ , calcule o tempo gasto para o aquecimento, desprezando quaisquer perdas de energia.

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$\text{Pot } \Delta t = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_f) + (m c \Delta\theta)_{\text{água}}$$

$$400 \cdot \Delta t = 200 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-20)] + 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1,0 \cdot (50 - 0)$$

$$400 \Delta t = 2000 + 16000 + 10000$$

$$400 \Delta t = 28000$$

$$\Delta t = 70 \text{ min}$$

**Resposta:** 70 min

**65** (Mack-SP) Sabendo que uma caixa de fósforos possui em média 40 palitos e que cada um desses palitos, após sua queima total, libera cerca de 85 calorias, para podermos fundir totalmente um cubo de gelo de 40 gramas, inicialmente a  $-10^\circ\text{C}$ , sob pressão normal, quantas caixas de fósforos devemos utilizar, no mínimo?

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q = (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_f)$$

$$n \cdot 85 = 40 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-10)] + 40 \cdot 80$$

$$n \cdot 85 = 200 + 3200$$

$$n \cdot 85 = 3400$$

$$n = 40 \text{ palitos} = 1 \text{ caixa}$$

**Resposta:** 1 caixa

**66** (Unip-SP) Um bloco de gelo de massa  $M$  está a uma temperatura inicial  $\theta$ . O bloco de gelo recebe calor de uma fonte térmica de potência constante. Admita que todo o calor fornecido pela fonte é absorvido pelo bloco.

O intervalo de tempo para o gelo atingir a sua temperatura de fusão é igual ao intervalo de tempo que durou sua fusão completa.

Considere os seguintes dados:

- I. calor específico sensível do gelo: 0,50 cal/g °C;
- II. temperatura de fusão do gelo:  $0^\circ\text{C}$ ;
- III. calor específico latente de fusão do gelo: 80 cal/g.

O valor de  $\theta$ :

- a) não está determinado, porque não foi dada a massa  $M$  do bloco de gelo.
- b) não está determinado, porque não foi dada a potência da fonte térmica que forneceu calor ao bloco de gelo.
- c) é  $-160^\circ\text{C}$ .
- d) é  $-80^\circ\text{C}$ .
- e) é  $-40^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$Q = \text{Pot } \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{\text{Pot}}$$

Sendo:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2$$

Temos:

$$\frac{Q_1}{\text{Pot}} = \frac{Q_2}{\text{Pot}}$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} = m L_F$$

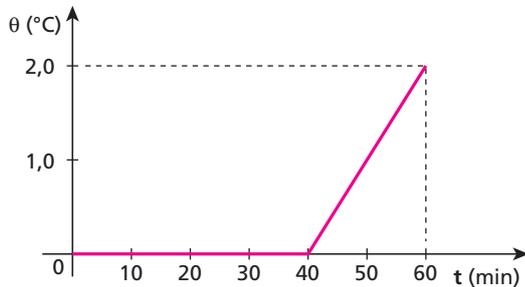
$$M \cdot 0,50 \cdot (0 - \theta) = M \cdot 80$$

$$-0,50 \theta = 80$$

$$\theta = -160 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** c

**67** (UFC-CE) Um recipiente contém 3,8 kg de água e uma massa desconhecida de gelo, a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , no instante  $t$  igual a zero. Esse recipiente é colocado em contato com uma fonte térmica que transfere calor a uma taxa constante. A temperatura da mistura é medida várias vezes e os dados obtidos são mostrados no gráfico da temperatura  $\theta \text{ } (^\circ\text{C})$  versus tempo  $t$  (minutos) abaixo.



Desprezando-se a capacidade térmica do recipiente, calcule:

- a) a massa de gelo no instante inicial;
- b) a taxa de transferência de calor para o sistema.

**Dados:** calor latente do gelo,  $L = 80 \text{ cal/g}$ ;  
calor específico da água,  $c_a = 1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

a) No patamar, ocorre fusão da parcela de gelo:

$$Q = m_g L_F$$

$$\text{Pot } \Delta t_1 = m_g L_F \quad (I)$$

No trecho oblíquo, ocorre aquecimento de toda a água:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$\text{Pot } \Delta t_2 = (m_g + m_a) c \Delta\theta \quad (II)$$

Dividindo-se I por II, tem-se:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{m_g L_F}{(m_g + m_a) \cdot c \Delta\theta}$$

$$\frac{40}{20} = \frac{m_g \cdot 80}{(m_g + 3800) \cdot 1,0 \cdot (2,0 - 0)}$$

$$4,0(m_g + 3800) = 80 m_g$$

$$4,0 m_g + 15200 = 80 m_g$$

$$76 m_g = 15200$$

$$m_g = 200 \text{ g} = 0,20 \text{ kg}$$

b) Em I, temos:

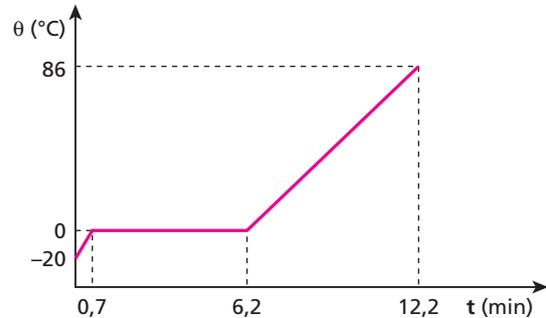
$$\text{Pot } \Delta t_1 = m_g L_F$$

$$\text{Pot} \cdot 40 = 200 \cdot 80$$

$$\text{Pot} = 400 \text{ cal/min}$$

**Respostas:** a) 0,20 kg; b) 400 cal/min

**68** (Unesp-SP) Uma quantidade de 1,5 kg de certa substância encontra-se inicialmente na fase sólida, à temperatura de  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Em um processo a pressão constante de 1,0 atm, ela é levada à fase líquida a  $86 \text{ }^\circ\text{C}$ . A potência necessária nessa transformação foi de 1,5 kJ/s. O gráfico na figura mostra a temperatura de cada etapa em função do tempo.



Calcule:

- a) o calor latente de fusão  $L_F$ ;
- b) o calor necessário para elevar a temperatura de 1,5 kg dessa substância de  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $86 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$a) \text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m L_F}{\Delta t}$$

$$1,5 = \frac{1,5 \cdot L_F}{(6,2 - 0,7) \cdot 60}$$

$$L_F = 330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

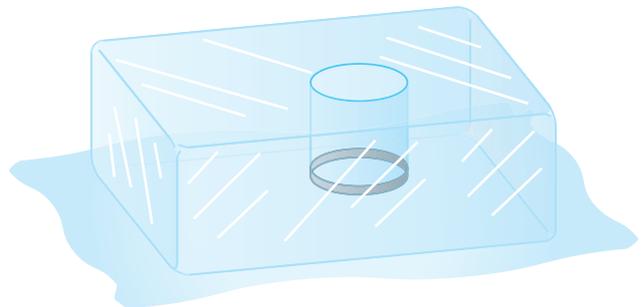
$$b) Q = \text{Pot } \Delta t$$

$$Q = 1,5 \cdot (12,2 - 6,2) \cdot 60 \text{ (kJ)}$$

$$Q = 540 \text{ kJ}$$

**Respostas:** a)  $330 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ; b) 540 kJ

**69** (PUC-SP) Um anel metálico de massa 150 g, inicialmente à temperatura de  $160 \text{ }^\circ\text{C}$ , foi colocado em uma cavidade feita na parte superior de um grande bloco de gelo em fusão, como mostrado na figura.



Após o equilíbrio térmico ser atingido, verificou-se que  $30 \text{ cm}^3$  de gelo se fundiram. Considerando o sistema (gelo-anel) termicamente isolado, o calor específico do metal que constitui o anel, em  $\text{cal/g } ^\circ\text{C}$ , é:

- a) 0,050.
- b) 0,092.
- c) 0,096.
- d) 0,10.
- e) 1,0.

**Dados:** calor latente de fusão do gelo:  $80 \text{ cal/g}$ ;  
densidade do gelo:  $0,92 \text{ g/cm}^3$ .

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{anel}} + (m L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{anel}} + (d V L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$150 \cdot c_a (0 - 160) + 0,92 \cdot 30 \cdot 80 = 0$$

$$-24000 c_a + 2208 = 0$$

$$c_a = 0,092 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** b

**70 E.R.** Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a  $-40^\circ\text{C}$  com 100 g de água a uma temperatura  $\theta$ .

**Dados:** calor específico do gelo =  $0,50 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ;  
calor latente de fusão do gelo =  $80 \text{ cal/g}$ ;  
calor específico da água =  $1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ .

Determine:

- a temperatura  $\theta$ , para que no equilíbrio térmico coexistam massas iguais de gelo e de água;
- a temperatura da água quando o gelo atinge  $0^\circ\text{C}$ , considerando as condições do item a.

**Resolução:**

- Se a mistura de gelo e água é feita em um calorímetro ideal, podemos escrever que:

$$Q_{\text{cedido (água)}} + Q_{\text{recebido (gelo)}} = 0$$

Como, no final, deve-se ter coexistência de gelo e de água, o equilíbrio térmico deve ocorrer à temperatura de  $0^\circ\text{C}$ .

Portanto, desenvolvendo a equação, temos:

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} + (m L_f)_{\text{gelo fundido}} = 0$$

Observe que para termos massas iguais de água e de gelo, no final, é necessário que 50 g de gelo sofram fusão, ficando 150 g de água e 150 g de gelo:

$$100 \cdot 1(0 - \theta) + 200 \cdot 0,50 [0 - (-40)] + 50 \cdot 80 = 0$$

$$-100\theta + 4000 + 4000 = 0$$

$$100\theta = 8000 \Rightarrow \theta = 80^\circ\text{C}$$

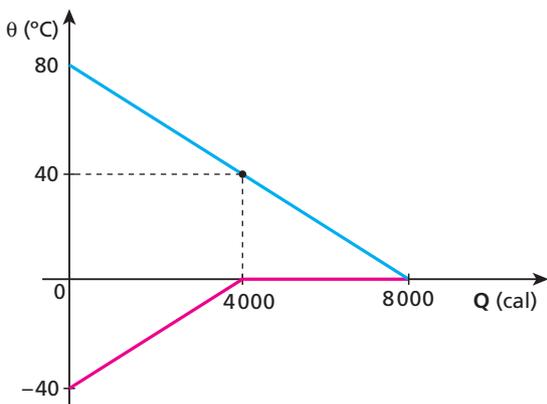
- Observemos, pela resolução do item a, que o gelo precisou receber 4000 cal para atingir  $0^\circ\text{C}$  e mais 4000 cal para sofrer fusão em 50 g. Portanto, a água perdeu apenas 4000 cal até que o gelo atingisse  $0^\circ\text{C}$ .

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$4000 = 100 \cdot 1(80 - \theta_a) \Rightarrow \theta_a = 40^\circ\text{C}$$

**Nota:**

- Graficamente, a resposta desse exercício pode ser dada por:



**71** Num recipiente de paredes adiabáticas, há 60 g de gelo fundente ( $0^\circ\text{C}$ ). Colocando-se 100 g de água no interior desse recipiente, metade do gelo se funde. Qual é a temperatura inicial da água?

**Dados:** calor específico da água =  $1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ;  
calor latente de fusão do gelo =  $80 \text{ cal/g}$ .

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$100 \cdot 1,0 \cdot (0 - \theta) + \frac{60}{2} \cdot 80 = 0$$

$$-100\theta + 2400 = 0$$

$$\theta = 24^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $24^\circ\text{C}$

**72** Num calorímetro ideal, misturam-se 200 g de gelo a  $0^\circ\text{C}$  com 200 g de água a  $40^\circ\text{C}$ .

**Dados:** calor específico da água =  $1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ ;  
calor latente de fusão do gelo =  $80 \text{ cal/g}$ .

Determine:

- a temperatura final de equilíbrio térmico da mistura;
- a massa de gelo que se funde.

**Resolução:**

- Resfriamento da água até  $0^\circ\text{C}$ :

$$Q = m c \Delta\theta = 200 \cdot 1,0 \cdot (0 - 40)$$

$$Q = -8000 \text{ cal}$$

(negativo porque é calor cedido)

Fusão total do gelo:

$$Q = m L = 200 \cdot 80$$

$$Q = 16000 \text{ cal}$$

Como a energia liberada pela água é menor que a necessária para a fusão total do gelo, a temperatura de equilíbrio será  $0^\circ\text{C}$ , restando gelo.

$$\theta_1 = 0^\circ\text{C}$$

- $Q = m L$

$$8000 = m \cdot 80 \rightarrow m = 100 \text{ g}$$

**Respostas:** a)  $0^\circ\text{C}$ ; b) 100 g

**73** (Mack-SP) Num copo de capacidade térmica desprezível, tem-se inicialmente  $170 \text{ cm}^3$  de água a  $20^\circ\text{C}$ . Para resfriar a água, colocam-se algumas "pedras" de gelo, de massa total 100 g, com temperatura de  $-20^\circ\text{C}$ . Desprezando as perdas de calor com o ambiente e sabendo que após um intervalo de tempo há o equilíbrio térmico entre a água líquida e o gelo, a massa de gelo remanescente no copo é:

- zero.
- 15 g.
- 30 g.
- 38 g.
- 70 g.

**Dados:**  $\rho_{\text{água}}$  (densidade da água) =  $1,0 \text{ g/cm}^3$

$c_{\text{água}}$  (calor específico da água) =  $1,0 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$

$L_{f(\text{gelo})}$  (calor latente de fusão do gelo) =  $80 \text{ cal/g}$

$c_{\text{gelo}}$  (calor específico do gelo) =  $0,5 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta + m L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$(d V c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m c \Delta\theta + m L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$1,0 \cdot 170 \cdot 1,0 \cdot (0 - 20) + 100 \cdot 0,5 \cdot [0 - (-20)] + m \cdot 80 = 0$$

$$-3400 + 1000 + 80 m = 0$$

$$80 m = 2400 \Rightarrow m = 30 \text{ g}$$

Restando no copo:

$$m_g = (100 - 30) \text{ g}$$

$$m_g = 70 \text{ g}$$

**Resposta:** e

**74 | E.R.** No interior de um calorímetro ideal, são colocados 40 g de água a 40 °C e um bloco de gelo de massa 10 g, à temperatura de -20 °C. Qual a temperatura final de equilíbrio térmico?

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

Nas questões que envolvam uma mistura de água com gelo, podemos utilizar um roteiro para facilitar a resolução. Para isso, vamos estabelecer a temperatura de 0 °C como referência, isto é, vamos levar o sistema (água + gelo) para 0 °C e, em seguida, saímos dessa temperatura para o resultado final. É importante lembrar que calor cedido (que sai do sistema) é negativo e calor recebido (que entra no sistema) é positivo.

Atenção para o roteiro:

1) Resfriar a água até 0 °C

$$Q_1 = m c \Delta\theta = 40 \cdot 1,0 \cdot (0 - 40) \text{ cal} \quad Q_1 = -1600 \text{ cal}$$

O valor de  $Q_1$  indica o calor que a água fornece para chegar a 0 °C.

2) Aquecer o gelo até 0 °C

$$Q_2 = m c \Delta\theta = 10 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-20)] \text{ cal} \quad Q_2 = +100 \text{ cal}$$

O valor de  $Q_2$  indica o calor que o gelo recebe para chegar a 0 °C. Observe que a soma  $Q_1 + Q_2$  é igual a -1500 cal. Isso quer dizer que a água e o gelo estão à temperatura de 0 °C e ainda estão sobrando 1500 cal.

Lembre-se de que o sistema está em um calorímetro ideal e, assim, não pode ceder calor para o exterior nem receber calor dele.

3) Derreter o gelo (ou solidificar a água)

$$Q_3 = m L_f = 10 \cdot 80 \text{ cal} \quad Q_3 = +800 \text{ cal}$$

A soma  $Q_1 + Q_2 + Q_3$  é igual a -700 cal (observe que o sinal negativo indica calor cedido, retirado do sistema). Então, ainda sobram 700 cal para retornar.

4) Aquecer toda a água usando a energia que sobrou

Se tivesse faltado calor, isto é, se a soma de  $Q_1 + Q_2 + Q_3$  fosse um valor positivo, em vez de aquecer a água deveríamos esfriar todo o gelo. Nesse caso, no item 3, a água teria sido solidificada, liberando calor.

$$Q_4 = m c \Delta\theta$$

**Atenção:** o valor de  $Q_4$  é a soma de  $Q_1 + Q_2 + Q_3$  com o sinal trocado, pois o calor foi cedido (negativo) e agora está "voltando", sendo calor recebido (positivo).

$$+700 = (40 + 10) \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0)$$

$$\theta_f = 14 \text{ °C}$$

**75** Num calorímetro ideal são colocados 200 g de gelo fundente (0 °C) com 200 g de água, também a 0 °C. Após algum tempo, podemos afirmar que:

- no equilíbrio térmico, vamos ter apenas água a 0 °C;
- o gelo, sempre que entra em contato com a água, sofre fusão;
- no final vamos ter apenas gelo a 0 °C;
- as massas de água e gelo não se alteram, pois ambos estando a 0 °C não haverá troca de calor entre eles;
- quando o calor sai da água, provoca sua solidificação; esse calor, no gelo, provoca fusão.

**Resolução:**

Para que ocorra transferência de calor entre dois corpos, é preciso que exista uma diferença de temperaturas entre eles.

**Resposta:** d

**76** No interior de um vaso de Dewar de capacidade térmica desprezível, são colocados 500 g de água a 78,4 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C). No equilíbrio térmico, qual será a temperatura do sistema?

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

$$1) Q_1 = m c \Delta\theta = 500 \cdot 1,0 \cdot (0 - 78,4) \text{ (cal)} \Rightarrow Q_1 = -39200 \text{ cal}$$

$$2) \text{ não há, pois o gelo já está a } 0 \text{ °C}$$

$$3) Q_3 = m L_f = 100 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = \frac{+8000 \text{ cal}}{31200 \text{ cal}}$$

$$4) Q_4 = m c \Delta\theta$$

Como  $Q_4 = (-39200 + 8000) \text{ cal}$  com o sinal trocado, temos:

$$31200 = (500 + 100) \cdot 1,0 (\theta_f - 0)$$

$$\theta_f = 52 \text{ °C}$$

**Resposta:** 52 °C

**77** Misturando 100 g de água a 80 °C com 100 g de gelo fundente (0 °C), o que vamos obter no equilíbrio térmico? Para a resolução, suponha que trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água.

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

$$1) Q_1 = m c \Delta\theta = 100 \cdot 1,0 \cdot (0 - 80) \Rightarrow Q_1 = -8000 \text{ cal}$$

$$2) \text{ não há, pois o gelo já está a } 0 \text{ °C}$$

$$3) Q_3 = m L_f = 100 \cdot 80 \Rightarrow \frac{Q_3 = 8000 \text{ cal}}{\text{zero}}$$

$$4) \text{ Observe que } Q_4, Q_1 + Q_2 \text{ com o sinal trocado é nulo } (Q_4 = 0).$$

No final, vamos ter somada água a 0 °C.

**Resposta:** Somente água a 0 °C

**78** Num calorímetro ideal, são colocados 100 g de água a 60 °C e 200 g de gelo fundente. Se as trocas de calor ocorrem apenas entre o gelo e a água, no final ainda vamos ter gelo? Em caso afirmativo, que massa de gelo ainda restará?

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = 100 \cdot 1,0 \cdot (0 - 60) \text{ (cal)} \Rightarrow Q_1 = -6000 \text{ cal}$
- 2) não há, pois o gelo já está a 0 °C
- 3)  $Q_3 = m L_f = 200 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 16000 \text{ cal}$   
O calor liberado pela água é insuficiente para derreter todo o gelo.  
 $Q = m L$   
 $16000 + (-6000) = m \cdot 80$   
 $10000 = m \cdot 80 \Rightarrow m = 125 \text{ g}$

No final, ainda temos 125 g de gelo a 0 °C.

**Respostas:** Sim; 125 g

**79** Vamos colocar em contato térmico 200 g de água a 50 °C com 100 g de gelo a -10 °C. Supondo que as trocas de calor se processem apenas entre a água e o gelo, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = 200 \cdot 1,0 \cdot (0 - 50) \Rightarrow Q_1 = -10000 \text{ cal}$
- 2)  $Q_2 = m c \Delta\theta = 100 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-10)] \Rightarrow \frac{Q_2 = 500 \text{ cal}}{-9500 \text{ cal}}$
- 3)  $Q_3 = m L_f = 100 \cdot 80 \Rightarrow \frac{Q_3 = 8000 \text{ cal}}{-1500 \text{ cal}}$
- 4)  $Q_4 = m c \Delta\theta$   
 $1500 = (200 + 100) \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0)$   
 $\theta_f = 5,0 \text{ °C}$

**Resposta:** 5,0 °C

**80** Num recipiente adiabático, de capacidade térmica desprezível, são colocados 400 g de água a 10 °C e 200 g de gelo a -15 °C. Se após algum tempo, estabelecido o equilíbrio térmico, introduzirmos nesse recipiente um termômetro ideal, que temperatura ele irá registrar?

**Dados:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = 400 \cdot 1,0 \cdot (0 - 10) \Rightarrow Q_1 = -4000 \text{ cal}$
- 2)  $Q_2 = m c \Delta\theta = 200 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-15)] \Rightarrow \frac{Q_2 = 1500 \text{ cal}}{-2500 \text{ cal}}$
- 3)  $Q_3 = m L_f = 200 \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 16000 \text{ cal}$

Como a quantidade de energia que resta (2500 cal) é menor do que a quantidade de energia de que o gelo precisa para a fusão (16000 cal), a temperatura final de equilíbrio será 0 °C, restando gelo.

**Resposta:** 0 °C

**81** Quando são misturados 40 g de água a 10 °C e 360 g de gelo a -30 °C, qual é a temperatura final de equilíbrio térmico? Suponha que o gelo e a água não troquem calor com o recipiente nem com o meio externo.

**Dados:** calor específico do gelo = 0,50 cal/g °C;  
calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

Usando o roteiro estabelecido na resolução da questão, temos:

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = 40 \cdot 1,0 \cdot (0 - 10) \Rightarrow Q_1 = -400 \text{ cal}$
- 2)  $Q_2 = m c \Delta\theta = 360 \cdot 0,50 \cdot [0 - (-30)] \Rightarrow \frac{Q_2 = 5400 \text{ cal}}{+5000 \text{ cal}}$
- 3) Como o calor liberado pela água (400 cal) é insuficiente para aquecer o gelo até 0 °C, haverá solidificação da água:  
 $Q_3 = m L_s = 40 \cdot (-80) \Rightarrow Q_3 = -3200 \text{ cal}$
- 4)  $Q_4 = m c \Delta\theta$   
 $-(5000 - 3200) = (40 + 360) \cdot 0,50 \cdot (\theta_f - 0)$   
 $-1800 = 200 \theta_f$   
 $\theta_f = -9,0 \text{ °C}$

**Resposta:** -9,0 °C

**82** (Fuvest-SP) Em um copo grande, termicamente isolado, contendo água à temperatura ambiente (25 °C), são colocados 2 cubos de gelo a 0 °C. A temperatura da água passa a ser, aproximadamente, de 1 °C. Nas mesmas condições, se, em vez de 2, fossem colocados 4 cubos de gelo iguais aos anteriores, ao ser atingido o equilíbrio, haveria no copo:

- a) apenas água acima de 0 °C.
- b) apenas água a 0 °C.
- c) gelo a 0 °C e água acima de 0 °C.
- d) gelo e água a 0 °C.
- e) apenas gelo a 0 °C.

**Resolução:**

**1ª experiência:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (m L_f + m c \Delta\theta)_{\text{gelo}} = 0$$

$$m_a \cdot 1,0 \cdot (1 - 25) + 2 m_g \cdot 80 + 2 m_g \cdot 1,0 \cdot (1 - 0) = 0$$

$$-24 m_a + 162 m_g = 0$$

$$m_a = 6,75 m_g$$

**2ª experiência:**

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = m_a \cdot 1,0 \cdot (0 - 25) \Rightarrow Q_1 = -25 m_a = -168,75 m_g$
- 2) não há, pois o gelo já está a 0 °C
- 3)  $Q_3 = m L_f = 4 m_g \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 320 m_g$   
Observe que o calor liberado pela água é insuficiente para derreter os 4 cubos de gelo. Portanto, no final vamos ter água e gelo a 0 °C.

**Resposta:** d

**83** (Unirio-RJ) Coloca-se em um copo de bordas bastante finas e capacidade térmica desprezível uma massa  $m$  de água que se encontra, inicialmente, à temperatura de  $20\text{ }^\circ\text{C}$ . Em seguida, uma massa  $m/2$  de gelo a  $0\text{ }^\circ\text{C}$  é colocada e a mistura água-gelo enche o copo completamente sem transbordar. O calor específico da água é  $1,0\text{ cal/g }^\circ\text{C}$  e o calor latente de fusão do gelo é de  $80\text{ cal/g}$ . Desprezando as trocas de calor com o ambiente, podemos afirmar que, depois de alcançado o equilíbrio térmico, dentro do copo:

- a) a água estará a  $5\text{ }^\circ\text{C}$ .
- b) haverá água e gelo a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .
- c) a água estará a  $10\text{ }^\circ\text{C}$ .
- d) haverá apenas água a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .
- e) a água estará a  $13,3\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

- 1)  $Q_1 = m c \Delta\theta = m \cdot 1,0 \cdot (0 - 20) \Rightarrow Q_1 = -20 m$
- 2)  $Q_2 = 0$  (o gelo se encontra a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ )
- 3)  $Q_3 = m L_f = \frac{m}{2} \cdot 80 \Rightarrow Q_3 = 40 m$

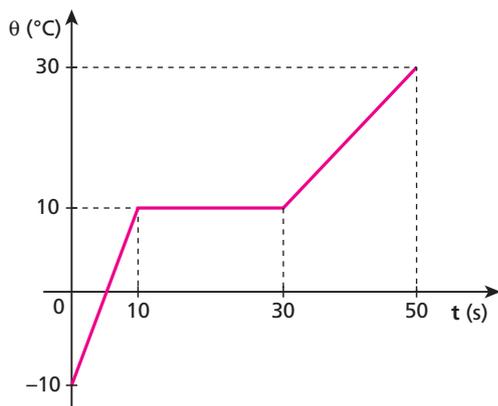
Observemos que o calor necessário ( $40 m$ ) para derreter o gelo é maior do que o calor retirado da água ( $20 m$ ); portanto o gelo irá derreter parcialmente (metade). Assim, no final vamos ter água e gelo em equilíbrio a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resposta:** b

**84** Uma fonte térmica de potência constante é utilizada para aquecer uma amostra de  $100\text{ g}$  de uma substância que está inicialmente no estado sólido. O gráfico mostra como varia a temperatura dessa substância no decorrer do tempo de aquecimento.

Determine:

- a) a razão  $\frac{c_s}{c_l}$  entre os calores específicos da substância no estado sólido e no estado líquido;
- b) o calor latente de fusão dessa substância, sabendo que a potência da fonte térmica é igual a  $200\text{ cal/s}$ .



**Resolução:**

$Pot \Delta t = m c \Delta\theta$

$$a) \frac{c_s}{c_l} = \frac{\left(\frac{Pot \Delta t}{m \Delta\theta}\right)_s}{\left(\frac{Pot \Delta t}{m \Delta\theta}\right)_l} = \frac{\Delta t_s \Delta\theta_l}{\Delta t_l \Delta\theta_s} = \frac{10 \cdot (30 - 10)}{(50 - 30) [10 - (-10)]} = \frac{10 \cdot 20}{20 \cdot 20}$$

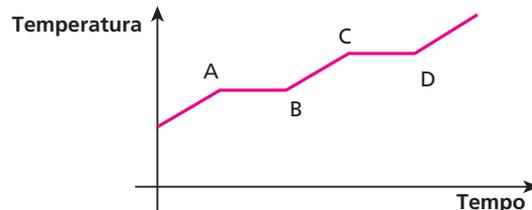
$$\frac{c_s}{c_l} = \frac{1}{2}$$

b)  $Pot \Delta t = m L_f$

$$200 \cdot (30 - 10) = 100 \cdot L_f \Rightarrow L_f = 40\text{ cal/g}$$

**Respostas:** a)  $\frac{1}{2}$ ; b)  $40\text{ cal/g}$

**85** (UFPI) O gráfico abaixo representa a variação de temperatura, em função do tempo, de um corpo inicialmente sólido:



Os patamares AB e CD representam, respectivamente, as seguintes mudanças de fase:

- a) solidificação e fusão.
- b) solidificação e vaporização.
- c) fusão e solidificação.
- d) vaporização e sublimação.
- e) fusão e vaporização.

**Resolução:**

AB : Fusão

CD : Vaporização

**Resposta:** e

**86** (Fatec-SP) Que efeito exerce, na temperatura de ebulição de um líquido, a variação de pressão sobre sua superfície?

- a) O aumento da pressão eleva a temperatura de ebulição.
- b) O aumento da pressão abaixa a temperatura de ebulição.
- c) A diminuição da pressão faz cessar a ebulição.
- d) A diminuição de pressão acarreta uma oscilação na temperatura de ebulição.
- e) Nenhum efeito.

**Resolução:**

O aumento de pressão na superfície do líquido dificulta o escape de partículas gasosas, exigindo uma maior temperatura para a ebulição.

**Resposta:** a

**87** Analise as afirmativas dadas a seguir:

- (01) A temperatura de ebulição da água é sempre  $100\text{ }^\circ\text{C}$ , independentemente de outras condições.
- (02) No interior de uma panela de pressão fechada, a água entra em ebulição a uma temperatura maior que  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .
- (04) No Rio de Janeiro (altitude zero), a água entra em ebulição a  $100\text{ }^\circ\text{C}$  em uma panela sem tampa; em São Paulo (altitude  $731\text{ m}$ ), a mesma água ferveria a uma temperatura maior que  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .
- (08) O aumento de pressão na superfície da água dificulta a evaporação, mas não altera sua temperatura de ebulição.
- (16) Na evaporação de um líquido, são as partículas de maior nível de energia que saem pela superfície livre, provocando uma diminuição de temperatura.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resolução:**

- (01) **Incorreta** — A temperatura de ebulição da água pode ser de 100 °C, menor do que 100 °C e maior do que 100 °C, dependendo da pressão exercida em sua superfície.
- (02) **Correta** — Pressão maior, temperatura de ebulição maior.
- (04) **Incorreta** — Aumentando-se a altitude, a pressão atmosférica diminui. Assim, em São Paulo, a água entra em ebulição a uma temperatura menor do que 100 °C.
- (08) **Incorreta** — O aumento de pressão na superfície da água dificulta sua evaporação e aumenta sua temperatura de ebulição.
- (16) **Correta.**

**Resposta:** 18

**88** (Cefet-MG) As temperaturas de ebulição da água nas cidades **A** e **B** são, respectivamente, 96 °C e 100 °C. É correto afirmar que:

- a) a altitude de **B** é maior que a de **A**.  
 b) as duas cidades estão ao nível do mar.  
 c) a cidade **A** está acima do nível do mar.  
 d) a pressão atmosférica em **A** é maior que em **B**.  
 e) as duas cidades possuem a mesma pressão atmosférica.

**Resolução:**

A cidade **B** está ao nível do mar (temperatura de ebulição da água = 100 °C). A cidade **A** tem altitude maior. A pressão atmosférica é menor ( $\theta_e = 96$  °C).

**Resposta:** c

**89** (Unirio-RJ) Admita que você está com muita fome e deseja cozinhar batatas em uma panela comum de alumínio num ambiente termicamente isolado. Considerando que você só se alimentará quando as batatas estiverem completamente cozidas, em que local você poderia saciar sua fome mais rapidamente?

- 1 – Despreze as perdas de calor para o meio ambiente.  
 2 – Considere a mesma temperatura inicial do conjunto em todos os ambientes.
- a) No Pão de Açúcar — Rio de Janeiro.  
 b) Na Pedra do Sino — Petrópolis.  
 c) No Pico das Agulhas Negras — Itatiaia.  
 d) No Pico da Bandeira — ES.  
 e) No Pico da Neblina - Serra do Imeri — RR.

**Resolução:**

Dos locais citados, aquele que se encontra mais próximo do nível do mar é o Pão de Açúcar (RJ). Assim, nesse local, a água deverá entrar em ebulição a uma temperatura maior, fazendo o cozimento das batatas acontecerem em tempo menor.

**Resposta:** a

**90** Numa panela de pressão:

- a) a água demora mais para ferver, mas a temperatura atingida é maior que numa panela comum;  
 b) a água ferve rapidamente e atinge maior temperatura;  
 c) a água demora mais para ferver e atinge temperatura menor que numa panela comum;  
 d) a água ferve rapidamente, atingindo temperatura menor que numa panela comum;  
 e) a água sempre ferve a 100 °C, independentemente da pressão exercida em sua superfície livre.

**Resolução:**

Numa panela de pressão, a temperatura de ebulição da água é por volta de 120 °C. Assim, a água demora mais para ferver, mas ferve a uma temperatura maior.

**Resposta:** a

**91** (Ufes) Os cozinheiros sabem que um bom pudim deve ser cozido em *banho-maria*: a fôrma contendo o pudim é mergulhada em um recipiente no qual se mantém água fervendo. A razão física para esse procedimento é que:

- a) o cozimento se dá a pressão controlada.  
 b) o cozimento se dá a temperatura controlada.  
 c) a água é um bom isolante térmico.  
 d) o peso aparente do pudim é menor, devido ao empuxo (princípio de Arquimedes).  
 e) a expansão volumétrica do pudim é controlada.

**Resolução:**

O cozimento do pudim deve ser feito a uma temperatura próxima de 100 °C. Assim, usa-se a água em ebulição para controlar a temperatura de cozimento.

**Resposta:** b

**92** (UFV-MG) Colocando água gelada no interior de um copo de vidro seco, observa-se, com o passar do tempo, a formação de gotículas de água na parede externa do copo. Isso se deve ao fato de que:

- a) a água gelada atravessa a parede do copo.  
 b) as gotas d'água sobem pela parede interna do copo alcançando a parede externa, onde se depositam.  
 c) a água fria cria microfissuras na parede do copo de vidro, pelas quais a água passa para fora.  
 d) o vapor d'água presente na atmosfera se condensa.  
 e) o copo é de vidro.

**Resolução:**

Essas gotinhas de água que se formam na face externa do copo gelado são devidas à condensação de vapor d'água existente na atmosfera. Esse vapor d'água cede energia térmica para o vidro, liquefazendo-se.

**Resposta:** d

**93** Sob pressão normal, 200 g de água entram em ebulição a 100 °C. Quanto calor deve ser fornecido a essa água para que metade dela transforme-se em vapor?

**Dado:** calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

**Resolução:**

$$Q = m L_v$$

$$Q = \frac{200}{2} \cdot 540$$

$$Q = 5,4 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

**Resposta:**  $5,4 \cdot 10^4$  cal



**100** (UFF-RJ) Ao usar um ferro de passar roupa, uma pessoa, em geral, umedece a ponta do dedo em água antes de encostá-lo rapidamente na base aquecida do ferro, para testar se ela já está suficientemente quente. Ela procede dessa maneira, com a certeza de que não queimará a ponta de seu dedo. Isso acontece porque, em relação aos demais líquidos, a água tem:

- a) um baixo calor específico.
- b) um comportamento anômalo na sua dilatação.
- c) uma densidade que varia muito ao se evaporar.
- d) uma elevada temperatura de ebulição.
- e) um elevado calor latente de vaporização.

**Resolução:**

A água, devido a seu elevado calor latente de vaporização (540 cal/g), demora para vaporizar-se. Por isso, ao testar a temperatura de um ferro de passar roupa ligado, é conveniente umedecer as pontas dos dedos – como a água demorará para vaporizar-se, não há risco de queimar a pele.

**Resposta:** e

**101** (Uerj) Uma menina deseja fazer um chá de camomila, mas só possui 200 g de gelo fundente e um forno de micro-ondas cuja potência máxima é 800 W. Considere que a menina se encontra no Rio de Janeiro (ao nível do mar), que o calor latente de fusão do gelo vale 80 cal/g, que o calor específico da água vale 1,0 cal/g °C e que 1 caloria vale aproximadamente 4 J.

Usando esse forno, qual é o tempo mínimo necessário para a água entrar em ebulição?

**Resolução:**

$$Pot \Delta t = (m L_f) + (m c \Delta \theta)$$

$$\frac{800}{4} \cdot \Delta t = 200 \cdot 80 + 200 \cdot 1,0 \cdot (100 - 0)$$

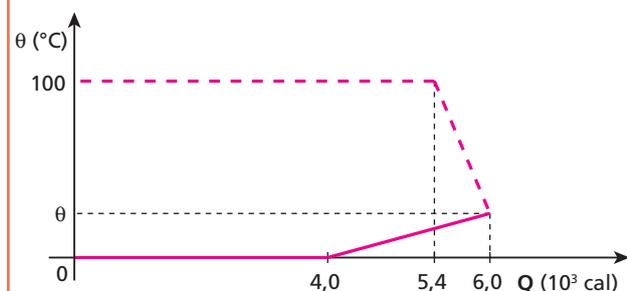
$$200 \cdot \Delta t = 16000 + 20000$$

$$200 \Delta t = 36000$$

$$\Delta t = 180 \text{ s} = 3,0 \text{ min}$$

**Resposta:** 3,0 min

**102 E.R.** Num calorímetro ideal, colocam-se as massas  $m_v$  de vapor de água a 100 °C e  $m_g$  de gelo a 0 °C, sob pressão normal. O gráfico mostra como variaram as temperaturas dessas massas em função das quantidades de calor trocadas:



Sendo o calor latente de fusão do gelo 80 cal/g, o de vaporização da água 540 cal/g e o calor específico de água 1 cal/g °C, determine:

- a) a massa  $m_v$  de vapor de água;
- b) a massa  $m_g$  de gelo;
- c) a temperatura  $\theta$  de equilíbrio térmico.

**Resolução:**

No gráfico, o patamar superior representa a liquefação do vapor de água, enquanto o patamar inferior representa a fusão do gelo. Sendo assim:

$$a) Q = m_v L_v \Rightarrow 5,4 \cdot 10^3 = m_v \cdot 540 \Rightarrow m_v = 10 \text{ g}$$

$$b) Q = m_g L_f \Rightarrow 4,0 \cdot 10^3 = m_g \cdot 80 \Rightarrow m_g = 50 \text{ g}$$

c) Na observação do gráfico, notamos que a água proveniente do derretimento do gelo recebeu  $2,0 \cdot 10^3$  cal para atingir a temperatura  $\theta$ . Daí, temos:

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$2,0 \cdot 10^3 = 50 \cdot 1 (\theta - 0) \Rightarrow \theta = 40 \text{ °C}$$

**103** Considere 1,0 kg de gelo a 0 °C e uma massa  $x$  de vapor de água a 100 °C, colocados em um recipiente de capacidade térmica desprezível. A temperatura final de equilíbrio térmico é 0 °C, e o sistema está totalmente no estado líquido. Qual o valor de  $x$  em quilogramas?

**Dados:** calor específico latente de vaporização da água = 540 cal/g; calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico sensível da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$[(x L_v) + (x c \Delta \theta)]_{\text{vapor}} + (m L_f)_{\text{gelo}} = 0$$

$$x \cdot (-540) + x \cdot 1,0 \cdot (0 - 100) + 1000 \cdot 80 = 0$$

$$-540x - 100x + 80000 = 0$$

$$640x = 80000$$

$$x = 125 \text{ g} = 0,125 \text{ kg}$$

**Resposta:** 0,125 kg

**104** (Univest-SP) Deseja-se obter 800 gramas de água a 64 °C. Para isso, misturam-se  $m_1$  gramas de gelo a 0 °C com  $m_2$  gramas de vapor de água a 100 °C no interior de um calorímetro perfeitamente adiabático e de capacidade térmica desprezível. Quais os valores de  $m_1$  e  $m_2$ ?

**Dados:** calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g; calor específico da água = 1,0 cal/g °C; calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$[(m L_v) + (m c \Delta \theta)]_{\text{vapor}} + (m L_f)_{\text{gelo}} + (m c \Delta \theta)_{\text{gelo}} = 0$$

$$m_2 \cdot (-540) + m_2 \cdot 1,0 \cdot (64 - 100) + m_1 \cdot 80 + m_1 \cdot 1,0 \cdot (64 - 0) = 0$$

$$-540 m_2 - 36 m_2 + 80 m_1 + 64 m_1 = 0$$

$$576 m_2 = 144 m_1$$

$$4 m_2 = m_1$$

$$\text{Mas: } m_1 + m_2 = 800$$

$$\text{Então, } 4 m_2 + m_2 = 800 \Rightarrow 5 m_2 = 800 \Rightarrow m_2 = 160 \text{ g}$$

$$m_1 = 800 - m_2$$

$$m_1 = 800 - 160$$

$$m_1 = 640 \text{ g}$$

**Respostas:** 640 g e 160 g

**105** (UEL-PR) Um calorímetro de capacidade térmica 50 cal/°C contém 50 g de gelo e 200 g de água em equilíbrio térmico, sob pressão normal. Se introduzirmos 50 g de vapor de água a 100 °C no calorímetro, qual será a temperatura final de equilíbrio térmico?

**Dados:** calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C;  
calor latente de vaporização da água = 540 cal/g.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$[(m L_v) + (m c \Delta\theta)]_{\text{vapor}} + [(m L_f) + (m c \Delta\theta)]_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (C \Delta\theta)_{\text{calorímetro}} = 0$$

$$50 \cdot (-540) + 50 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 100) + 50 \cdot 80 + 50 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0) + 200 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0) + 50 \cdot (\theta_f - 0) = 0$$

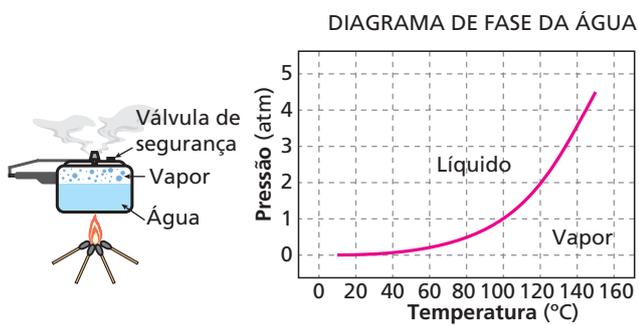
$$-27000 + 50 \theta_f - 5000 + 4000 + 50 \theta_f + 200 \theta_f + 50 \theta_f = 0$$

$$350 \theta_f = 28000$$

$\theta_f = 80 \text{ }^\circ\text{C}$

**Resposta:** 80 °C

**106** (Unimep-SP) A panela de pressão permite que os alimentos sejam cozidos em água muito mais rapidamente do que em panelas comuns. A seguir, a figura mostra esquematicamente uma panela de pressão e o diagrama de fase da água. Qual das afirmações não é verdadeira?



- a) A vantagem do uso da panela de pressão é a rapidez para o cozimento devido à quantidade adicional de calor que é transferida para a panela.
- b) Quando a pressão no interior da panela atinge 2 atm, a água entra em ebulição a 120 °C.
- c) Para 4 atm no interior da panela, a água ferve a uma temperatura acima de 140 °C.
- d) Em Santos, em uma panela comum, a água ferve aproximadamente a 100 °C.
- e) Numa panela comum, num local à grande altitude, a água entra em ebulição abaixo de 100 °C.

**Resolução:**

A rapidez para o cozimento dos alimentos, quando se usa uma panela de pressão, é devida ao aumento de pressão na superfície da água, o que aumenta sua temperatura de ebulição. Assim, os alimentos permanecem submersos em água mantida em ebulição a mais de 100 °C. A alternativa que não condiz com a verdade é a **a**.

**Resposta:** a

**107** (Enem) Se, por economia, abaixarmos o fogo sob uma panela de pressão logo que se inicia a saída de vapor pela válvula, de forma simplesmente a manter a fervura, o tempo de cozimento:

- a) será maior porque a panela “esfria”.
- b) será menor, pois diminui a perda de água.
- c) será maior, pois a pressão diminui.
- d) será maior, pois a evaporação diminui.
- e) não será alterado, pois a temperatura não varia.

**Resolução:**

Se mantivermos o fogo “alto”, iremos aumentar a quantidade de água que vaporiza. A temperatura de ebulição da água, no entanto, se mantém a mesma.

**Resposta:** e

**108** Na coluna da esquerda temos alguns locais com suas respectivas altitudes; na da direita, temperaturas de ebulição da água. Associe as duas colunas e identifique a alternativa correta.

- |                             |             |
|-----------------------------|-------------|
| (A) Quito (2 851 m)         | (I) 101 °C  |
| (B) Monte Everest (8 882 m) | (II) 90 °C  |
| (C) Mar Morto (-395 m)      | (III) 71 °C |
| (D) Brasília (1 152 m)      | (IV) 96 °C  |

- a) AI; BII; CIII; DIV
- b) AII; BIII; CI; DIV
- c) AIII; BII; CI; DIV
- d) AII; BIII; CIV; DI
- e) AIV; BIII; CI; DII

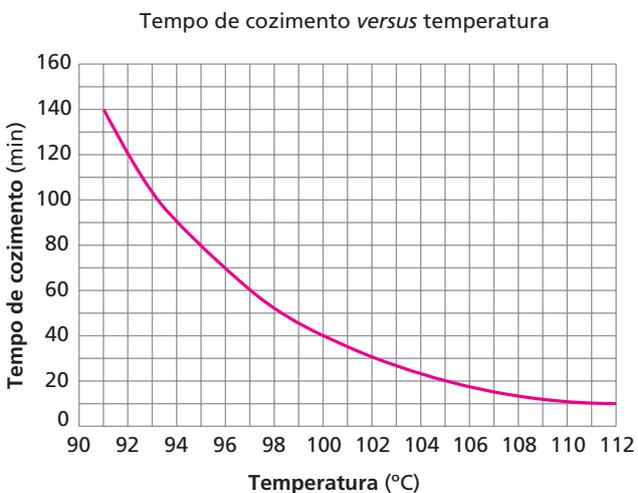
**Resolução:**

Maior altitude, menor temperatura de ebulição da água. Assim:

(A) Quito (2851 m)	→	(II) 90 °C
(B) Monte Everest (8882 m)	→	(III) 71 °C
(C) Mar Morto (-395 m)	→	(I) 101 °C
(D) Brasília (1152 m)	→	(IV) 96 °C

**Resposta:** b

**109** O gráfico a seguir fornece o tempo de cozimento, em água fervente, de uma massa **m** de feijão em função da temperatura.



Sabe-se que a temperatura de ebulição da água, em uma panela sem tampa, é função da pressão atmosférica local. Na tabela da página 49, encontramos a temperatura de ebulição da água em diferentes

pressões. Ao nível do mar (altitude zero), a pressão atmosférica vale 76 cm Hg e ela diminui 1,0 cm Hg para cada 100 metros que aumentamos a altitude.

Pressão em cm Hg	60	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	104	108
Temperatura em °C	94	95	97	98	100	102	103	105	106	108	109	110	111

Analise as afirmações.

- I. Ao nível do mar, essa massa **m** de feijão irá demorar 40 minutos para o seu cozimento.
- II. O Mar Morto encontra-se aproximadamente 400 metros abaixo do nível dos mares (altitude -400 m). Nesse local, o mesmo feijão demoraria 30 minutos para o seu cozimento.
- III. O tempo de cozimento desse feijão seria de 1,0 hora num local de altitude aproximadamente igual a 1,0 km.
- IV. Se esse feijão estivesse no interior de uma panela de pressão fechada, cuja válvula mantém a pressão interna a 1,42 atm (1,0 atm equivale a 76 cm Hg), independentemente do local, o tempo de cozimento seria de aproximadamente 10 minutos.

É (são) verdadeira(s):

- a) somente I.
- b) somente I e III.
- c) somente I, II e IV.
- d) somente II, III e IV.
- e) I, II, III e IV.

**Resolução:**

- I) **Verdadeira** — Ao nível do mar, a pressão vale 76 cm Hg. Na tabela, 76 cm Hg correspondem à temperatura de ebulição da água em 100 °C. No gráfico, 100 °C correspondem a 40 minutos de cozimento.
- II) **Verdadeira** — Altitude - 400 m, a pressão atmosférica vale (76 + 4) cm Hg. Na tabela, 80 cm Hg correspondem a 102 °C. No gráfico, 102 °C correspondem a 30 minutos para o cozimento.
- III) **Falsa** — No gráfico, 1,0 h (60 min) de cozimento corresponde a 97 °C. Na tabela, 97 °C correspondem a 68 cm Hg; (76 - 68) cm Hg = 8 cm Hg. A variação de 8 cm Hg corresponde à variação de 800 m na altitude.
- IV) **Verdadeira** — No interior da panela de pressão fechada, a pressão mantém-se constante a partir da ebulição da água, independentemente do local.  
 $P = 1,42 \text{ atm} = 1,42 \cdot 76 \text{ cm Hg} \approx 108 \text{ cm Hg}$   
 Na tabela, 108 cm de Hg correspondem a 111 °C.  
 No gráfico, 111 °C correspondem a 10 minutos.

**Resposta: c**

**110** (UFV-MG) A válvula de segurança de um botijão de gás estourou e o gás vazou rapidamente, produzindo uma fina camada de gelo na parede externa do recipiente.

A explicação para o aparecimento da camada de gelo é:

- a) O gás liquefeito do botijão é líquido a temperatura e pressão ambientes.
- b) O processo isotérmico de expansão do gás produz elevação da pressão externa e, conseqüentemente, o vapor d'água no ambiente próximo supera o ponto de orvalho, condensando-se.
- c) O gás liquefeito contido no botijão, por possuir baixo ponto de vaporização, está a uma temperatura inferior a zero Celsius, condensando-se em torno da parede externa ao escapar do recipiente.

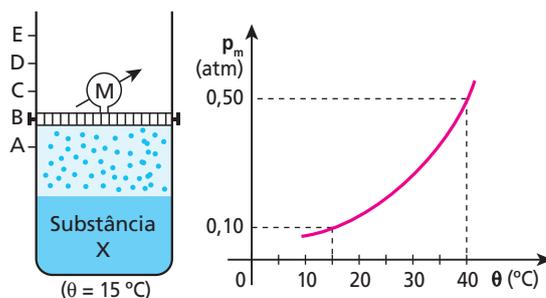
- d) O processo de expansão adiabática do gás ocorre com redução de sua energia interna e temperatura, levando ao congelamento do vapor d'água presente no ar.
- e) A energia produzida pela expansão permite ao gás sofrer uma transformação de estado que o faz congelar-se em torno do recipiente.

**Resolução:**

O vazamento do gás ocorre de maneira muito rápida por meio de uma expansão adiabática. Assim, a pressão exercida na superfície do líquido (GLP) diminui rapidamente, provocando uma evaporação também muito rápida. Como a evaporação é endotérmica, o líquido (GLP) resfria-se rapidamente, provocando a condensação de vapor d'água existente no ambiente, que se acumula em forma de gotas na superfície externa do botijão. Se o processo continua mais tempo, essas gotas de água se esfriam e se solidificam, formando uma camada de gelo em torno do botijão.

**Resposta: d**

**111** Na figura a seguir, o êmbolo está travado no ponto **B**. O recipiente contém uma substância **X** e sabe-se que sua pressão máxima de vapor varia de acordo com o gráfico:



Analise as proposições seguintes:

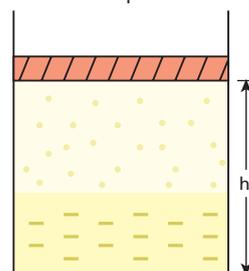
- I. Se o manômetro **M** indicar 0,08 atm de pressão, o sistema não atingiu seu equilíbrio dinâmico, e o vapor é não-saturante.
  - II. Quando o sistema atingir o equilíbrio dinâmico líquido/vapor, o manômetro acusará 0,10 atm.
  - III. Elevando-se o êmbolo lentamente, observar-se-á que a pressão se manterá constante enquanto existir líquido. Se, terminando o líquido, o êmbolo continuar a subir, a pressão não se manterá constante, e o vapor passará a ser não-saturante seco.
  - IV. Com o êmbolo travado em **B** e aquecendo-se o sistema a 40 °C, o manômetro indicará 0,50 atm se existir líquido.
- Quais são as proposições verdadeiras (**V**) e quais são as falsas (**F**)?

**Resolução:**

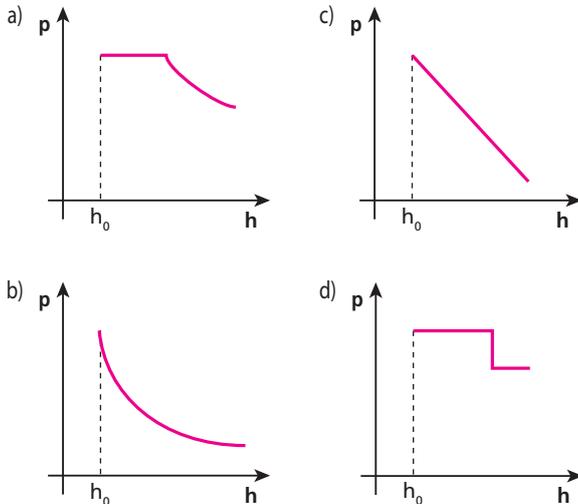
As quatro proposições são verdadeiras.

**Respostas: I - V; II - V; III - V; IV - V**

**112** Na figura abaixo, temos um cilindro contendo uma pequena quantidade de éter líquido e seus vapores:



O êmbolo é levantado lentamente. Identifique o gráfico que melhor pode traduzir a pressão no interior do recipiente, em função da altura  $h$  – que representa a distância do êmbolo ao fundo do cilindro.

**Resolução:**

Enquanto houver líquido no interior do recipiente, a pressão permanecerá constante. Após o término da fase líquida, a pressão diminuirá (com a elevação do êmbolo), quase em uma relação inversa com o volume.

**Resposta:** a**113** Leia as afirmativas a seguir.

- (01) A sublimação de uma substância corresponde à sua passagem do estado sólido para o estado líquido.  
 (02) A temperatura de sublimação de uma substância cresce com o aumento de pressão.  
 (04) Gelo-seco é a denominação comercial do dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$  sólido). Quando este é deixado sobre uma mesa, vai “desaparecendo”. A explicação é que ele está sublimando.  
 (08) A passagem de uma substância do estado sólido para o gasoso, ou vice-versa, sem que se transforme em líquido, é denominada sublimação.

Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

**Resolução:**

- (01) Incorreta  
 Sublimação é a passagem do estado sólido para o gasoso ou vice-versa, sem que a substância passe pela fase líquida.  
 (02) Verdadeira  
 (04) Verdadeira  
 (08) Verdadeira

**Resposta:** 14**114** A temperatura do ponto triplo corresponde:

- a) ao conjunto do zero absoluto, da temperatura de fusão e da temperatura de ebulição de uma substância;  
 b) à temperatura em que uma substância pode ter suas fases líquida, de vapor e de gás coexistindo em equilíbrio;  
 c) à temperatura crítica de uma substância;  
 d) à coexistência, em equilíbrio, das fases sólida, líquida e de vapor de uma mesma substância;  
 e) Nenhuma das afirmações anteriores está correta.

**Resolução:**

No ponto triplo, uma substância pode coexistir nos estados sólido, líquido e gasoso (vapor).

**Resposta:** d

**115** (Unisa-SP) Thomas Andrews constatou que, para cada substância no estado gasoso, existe uma temperatura acima da qual é impossível a liquefação por compressão isotérmica. Que temperatura é essa?

**Resolução:**

A temperatura que separa os estágios vapor e gás de uma substância é denominada **temperatura crítica**.

**Resposta:** temperatura crítica**116** Para liquefazer um gás, deve-se:

- a) comprimi-lo isotermicamente a uma temperatura acima da crítica;  
 b) apenas levá-lo a uma temperatura abaixo da crítica;  
 c) simplesmente comprimi-lo, qualquer que seja sua temperatura;  
 d) diminuir sua temperatura abaixo da crítica e, se necessário, comprimi-lo;  
 e) É impossível liquefazer um gás.

**Resolução:**

O gás deve ser resfriado abaixo da temperatura crítica e, se necessário, deve ser comprimido.

**Resposta:** d

**117** (UFBA) A temperatura crítica da água é 647 K. Com base nessa informação, podemos afirmar que a água está sob a forma de:

- a) vapor, acima de 400 °C.  
 b) gás, a 300 °C.  
 c) vapor, a 600 °C.  
 d) gás, a 400 °C.  
 e) vapor, abaixo de 647 °C.

**Resolução:**

$$\theta_c = T(K) - 273$$

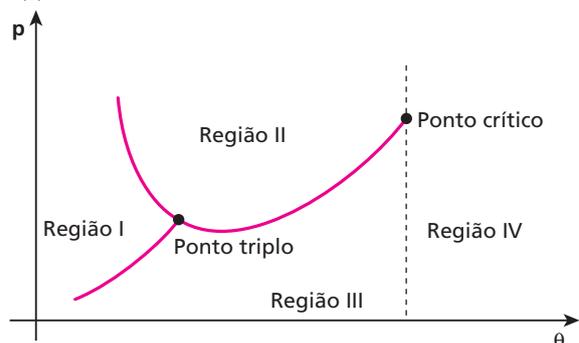
$$\theta_c = 647 - 273 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

$$\theta_c = 374 \text{ }^\circ\text{C}$$

Assim, acima de 374 °C a água encontra-se no estado gás.

**Resposta:** d

**118** O gráfico a seguir indica esquematicamente o diagrama da pressão ( $p$ ) exercida sobre uma substância em função de sua temperatura ( $\theta$ ):



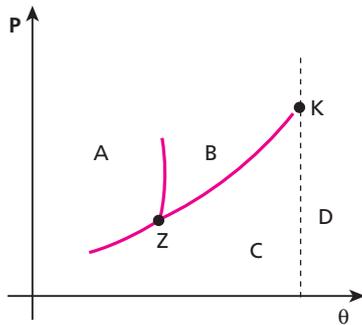
Quais as correspondentes fases do estado de agregação das partículas dessa substância, indicadas pelas regiões assinaladas na figura?

**Resolução:**

I – Sólido II – Líquido III – Vapor IV – Gás

**Respostas:** I – sólido; II – líquido; III – vapor; IV – gás

**119** O diagrama de estado de uma substância é esquematizado abaixo:



Agora, leia as afirmativas:

- (01) Na região **A**, a substância encontra-se no estado sólido.
- (02) Na região **B**, a substância encontra-se no estado líquido.
- (04) Nas regiões **C** e **D**, a substância encontra-se no estado de vapor.
- (08) **K** é o ponto triplo e **Z**, o ponto crítico dessa substância.
- (16) Na região **D**, a substância não pode ser liquefeita por mera compressão isotérmica.
- (32) A curva que liga os pontos **Z** e **K** chama-se curva da sublimação, pois separa as regiões de líquido e vapor.

Dê como resposta a soma dos valores associados às afirmativas corretas.

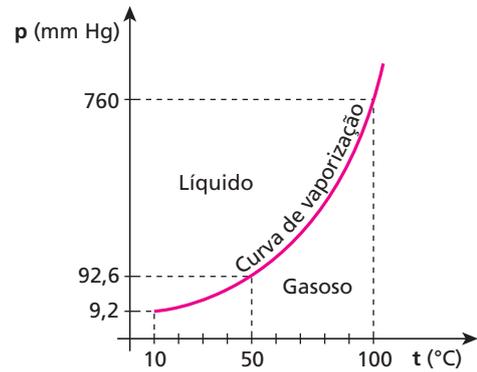
**Resolução:**

- (01) Correta
- (02) Correta
- (04) Incorreta  
Em **D**, encontramos gás.
- (08) Incorreta  
**K** – ponto crítico  
**Z** – ponto triplo
- (16) Correta
- (32) Incorreta  
A curva ZK chama-se curva da vaporização-liquefação.

**Resposta:** 19

**120** (Vunesp-FMJ-SP) A tabela e o gráfico apresentam valores da temperatura de ebulição da água sob diferentes pressões.

p (mm Hg)	t (°C)
6,5	5
9,2	10
92,6	50
760	100
11 650	200
132 700	350



- a) Explique se é possível ter água em estado líquido à temperatura acima de 100 °C.
- b) Explique de que forma a pressão atmosférica local interfere no ponto de ebulição da água.

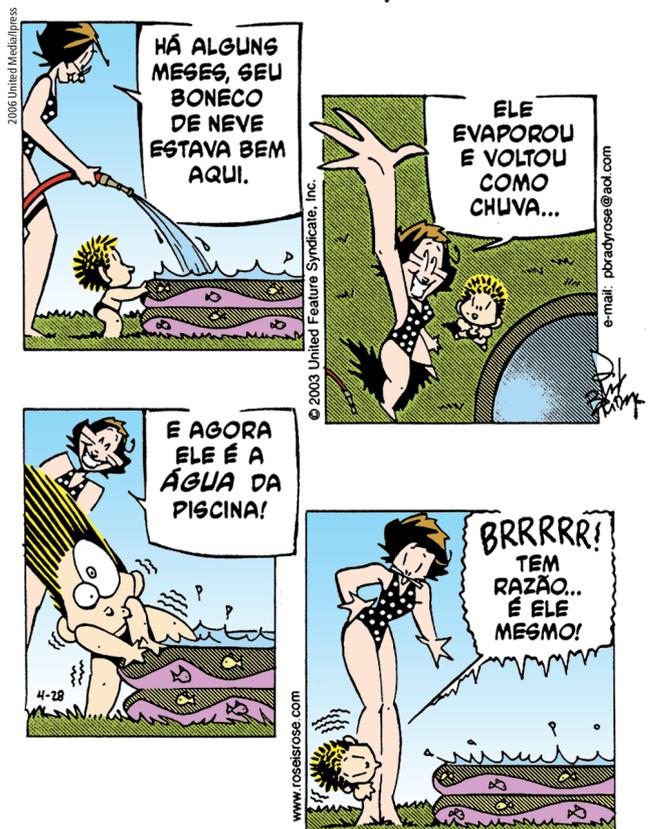
**Resolução:**

- a) Sim, é possível. Sob pressões maiores que 760 mm Hg (1 atm), a água entra em ebulição a temperaturas maiores do que 100 °C. Assim, podemos encontrar água líquida a temperaturas maiores do que 100 °C, desde que a pressão em sua superfície seja maior que 760 mm Hg.
- b) Na observação do gráfico, notamos que a temperatura de ebulição da água aumenta com o aumento da pressão em sua superfície.

**Respostas:** a) Sim, para pressões maiores que 760 mm Hg; b) A pressão atmosférica e a temperatura de ebulição aumentam.

**121** (Unesp-SP) Nos quadrinhos da tira, a mãe menciona as fases da água conforme a mudança das estações.

**ROSE IS ROSE/Pat Brady**



2006 United Media/Inpress

© 2003 United Feature Syndicate, Inc.

www.roseisrose.com

e-mail: pbradyrose@aol.com

Entendendo “boneco de neve” como sendo “boneco de gelo” e que com o termo “evaporou” a mãe se refira à transição água → vapor, pode-se supor que ela imaginou a sequência gelo → água → vapor → água.

As mudanças de estado que ocorrem nessa sequência são:

- fusão, sublimação e condensação.
- fusão, vaporização e condensação.
- sublimação, vaporização e condensação.
- condensação, vaporização e fusão.
- fusão, vaporização e sublimação.

**Resolução:**

Na sequência, temos:

gelo → água →  **fusão**

água → vapor → **vaporização**

vapor → água → **liquefação** ou **condensação**

**Resposta: b**

**122** A influência da pressão nas mudanças de estado da matéria é a explicação para o seguinte fato:

- no Rio de Janeiro, a água ferve a uma temperatura mais elevada que em Belo Horizonte;
- no Rio de Janeiro, o gelo funde-se a uma temperatura maior que em Belo Horizonte;
- aumentando a pressão sobre as substâncias sólidas cristalinas em geral, aumentamos o valor de sua temperatura de fusão.

Quais são as afirmativas verdadeiras (V) e quais são as falsas (F)?

**Resolução:**

I – Verdadeira

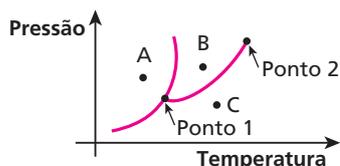
II – Falsa

A água é uma das exceções à regra geral. Sob pressão maior (Rio de Janeiro), o gelo derrete a uma temperatura menor.

III – Verdadeira

**Respostas: I – V; II – F; III – V**

**123** O diagrama de fases de uma substância simples é representado a seguir:



A respeito, julgue as afirmações a seguir.

- O ponto 1 corresponde ao ponto crítico e o ponto 2, ao ponto triplo.
  - Se a substância for comprimida isotermicamente a partir da situação **C**, ela poderá tornar-se líquida.
  - Uma mudança da situação **A** para a **B** é denominada fusão.
  - A passagem da situação **C** para a **B** caracteriza uma sublimação.
- Quais são as afirmações verdadeiras (V) e quais são as falsas (F)?

**Resolução:**

I – Falsa

ponto 1 → ponto triplo  
ponto 2 → ponto crítico

II – Verdadeira

III – Verdadeira

IV – Falsa

De **C** para **B** ocorre uma liquefação (vapor para líquido).

**Respostas: I – F; II – V; III – V; IV – F**

**124** (PUC-RS) A temperatura de fusão de uma substância depende da pressão que é exercida sobre ela. O aumento de pressão sobre um corpo ocasiona, na sua temperatura de fusão:

- um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
- um acréscimo, se o corpo, ao se fundir, se contrai.
- um decréscimo, se o corpo, ao se fundir, se expande.
- um decréscimo para qualquer substância.
- um acréscimo para qualquer substância.

**Resolução:**

O aumento de pressão sobre um corpo aumenta sua temperatura de fusão se ele pertencer à regra geral. No entanto, se for exceção, a temperatura de fusão diminuirá.

**Resposta: a**

**125** As grandes geleiras que se formam no alto das montanhas deslizam porque:

- o gelo é muito liso, ocorrendo pequeno atrito entre o bloco de gelo e o chão;
- a componente tangencial do peso é a única força atuante sobre as geleiras;
- o vento as desgruda do chão;
- o aumento de pressão na parte inferior das geleiras, devido ao seu peso, funde o gelo, soltando-as do chão.

**Resolução:**

O peso da crosta de gelo aumenta a pressão em sua base, propiciando a fusão, o que provoca a soltura da geleira do chão.

**Resposta: d**

**126** (FCMSC-SP) Temperatura crítica de uma substância é a:

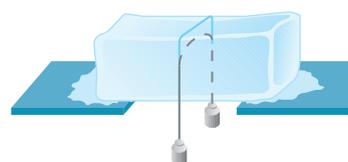
- única temperatura na qual a substância pode sofrer condensação, qualquer que seja a pressão.
- única temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
- única temperatura à qual a substância pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
- maior temperatura à qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
- temperatura acima da qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.

**Resolução:**

Temperatura crítica é aquela acima da qual a substância não pode ser liquefeita por meio de aumento da pressão.

**Resposta: e**

**127** (UFPR) Pode-se atravessar uma barra de gelo usando-se um fio metálico em cujas extremidades estão fixos corpos de pesos adequados, sem dividir a barra em duas partes.



Qual é a explicação para tal fenômeno?

- a) A pressão exercida pelo fio metálico sobre o gelo abaixa seu ponto de fusão.
- b) O gelo, já cortado pelo fio metálico devido à baixa temperatura, solda-se novamente.
- c) A pressão exercida pelo fio sobre o gelo aumenta seu ponto de fusão, mantendo a barra sempre sólida.
- d) O fio metálico, estando naturalmente mais aquecido, funde o gelo; esse calor, uma vez perdido para a atmosfera, deixa a barra novamente sólida.
- e) Há uma ligeira flexão da barra; as duas partes, já cortadas pelo arame, são comprimidas uma contra a outra, soldando-se.

**Resolução:**

O fio pressiona o gelo, diminuindo a sua temperatura de fusão e provocando sua mudança de estado físico. O fio, então, passa pela água, que volta a se solidificar com a diminuição da pressão.

**Resposta:** a

**128** (Mack-SP) A sobrefusão é o fenômeno no qual:

- a) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura superior à de solidificação.
- b) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura superior à de solidificação.
- c) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura inferior à de solidificação.
- d) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura inferior à de solidificação.
- e) o corpo se encontra no estado gasoso a uma temperatura inferior à de ebulição.

**Resolução:**

Na sobrefusão, uma substância encontra-se no estado líquido abaixo da temperatura de solidificação.

**Resposta:** c

**129** O que acontece quando se agita um recipiente contendo água em sobrefusão?

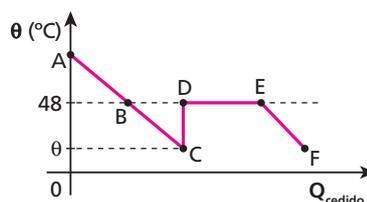
- a) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
- b) Parte da água solidifica-se, acarretando uma queda na temperatura do recipiente.
- c) A água solidifica-se total ou parcialmente acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
- d) Necessariamente, toda a água solidifica-se, acarretando um aumento na temperatura do recipiente.
- e) Nada do que foi dito ocorre.

**Resolução:**

O equilíbrio metaestável se rompe, ocorrendo solidificação parcial ou total da água, com conseqüente aumento na temperatura do sistema.

**Resposta:** c

**130** O hipossulfito de sódio, em condições normais, solidifica-se a 48 °C. Em condições especiais, entretanto, sua curva de resfriamento tem o seguinte aspecto:



Com base nessas informações, pode-se afirmar que:

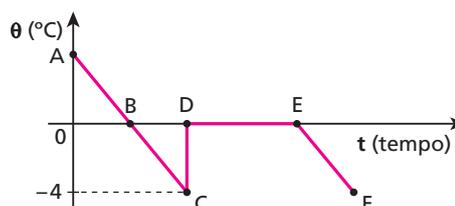
- a) no trecho BC, o hipossulfito está na situação definida por regelo;
- b) no trecho CD, o hipossulfito está em sobrefusão;
- c) no trecho CD, ocorre solidificação brusca e parcial do hipossulfito;
- d) no trecho EF, o hipossulfito está em sobrefusão;
- e) no trecho DE, ocorre solidificação brusca e total do hipossulfito.

**Resolução:**

No trecho CD, ocorre brusca solidificação parcial do hipossulfito, com conseqüente elevação da temperatura do sistema.

**Resposta:** c

**131** O gráfico a seguir mostra a curva de resfriamento de 100 g de água, num processo lento e sem agitação.



Sendo o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g e o calor específico da água 1,0 cal/g °C, qual a massa de água que se solidifica no trecho CD?

**Resolução:**

$$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$$

$$m \cdot 80 = 100 \cdot 1,0 \cdot [0 - (-4)]$$

$$m = 5,0 \text{ g}$$

**Resposta:** 5,0 g

**132** A que temperatura encontram-se 100 g de água em sobrefusão, se a solidificação brusca de um quinto dessa água eleva a temperatura do sistema ao ponto de solidificação?

**Dados:** calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$$

$$\frac{100}{5} \cdot 80 = 100 \cdot 1,0 \cdot (0 - \theta)$$

$$\theta = -16 \text{ °C}$$

**Resposta:** -16 °C

**133** Para o fósforo, a temperatura de fusão é 44 °C; o calor específico no estado líquido, 0,2 cal/g °C; e o calor latente de fusão, 5 cal/g. Certa massa de fósforo é mantida em sobrefusão a 30 °C. Em certo instante, verifica-se uma solidificação brusca. Que fração do total de massa do fósforo se solidifica?

**Resolução:**

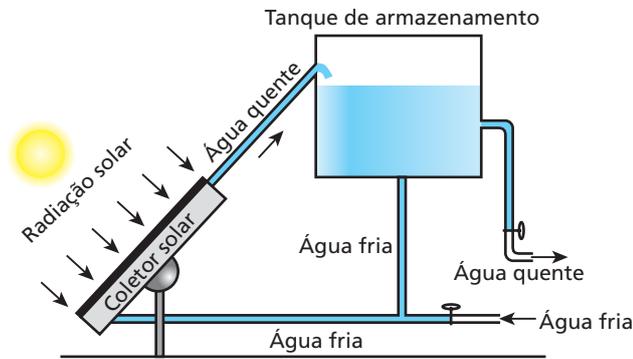
$$m L_s = M c_{liq} \Delta\theta$$

$$\frac{m}{M} \cdot 5 = 0,2 \cdot (44 - 30)$$

$$\frac{m}{M} = 0,56$$

**Resposta:** 0,56

**134** (Faap-SP) Num **coletor solar**, uma folha metálica de cor negra absorve a radiação solar, que se transforma em calor, utilizado no aquecimento da água contida no **tanque de armazenamento**.



Num certo local, a intensidade média da radiação solar incidente é de  $500 \frac{J}{s \cdot m^2}$  (ou seja, 500 J de energia solar atingem 1 m<sup>2</sup> da superfície da Terra a cada segundo). Deseja-se aquecer 200 litros de água de 10 °C a 50 °C em 8 h. Sabendo-se que esse processo tem rendimento de 40%, a área útil do **coletor solar** deve ter um valor mais próximo de:

- a) 20 m<sup>2</sup>.                      c) 13 m<sup>2</sup>.                      e) 2 m<sup>2</sup>.  
 b) 27 m<sup>2</sup>.                      d) 6 m<sup>2</sup>.

Dados para a água:  $c = 4 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$ ,  
 $d = 1 \text{ kg}/\ell$ .

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta$$

Mas:

$$Q = I A \Delta t$$

Assim:

$$I A \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$I A \Delta t = d V c \Delta\theta$$

Como o rendimento é de 40%, temos:

$$0,40 I A \Delta t = d V c \Delta\theta$$

$$0,40 \cdot 500 \cdot A \cdot 8 \cdot 60 \cdot 60 = 1 \cdot 200 \cdot 4 \cdot 10^3 (50 - 10)$$

$$576 \cdot 10^4 A = 3200 \cdot 10^4$$

$$A \approx 5,6 \text{ m}^2$$

**Resposta:** d

**135** (ITA-SP) Um painel coletor de energia solar para aquecimento residencial de água, com 50% de eficiência, tem superfície coletora com área útil de 10 m<sup>2</sup>. A água circula em tubos fixados sob a superfície coletora. Suponha que a intensidade da energia solar incidente seja de  $1,0 \cdot 10^3 \text{ W}/\text{m}^2$  e que a vazão de suprimento de água aquecida seja de 6,0 litros por minuto. Indique a opção que corresponde à variação da temperatura da água.

- a) 12 °C                      c) 1,2 °C                      e) 0,10 °C  
 b) 10 °C                      d) 1,0 °C

**Dados:** densidade absoluta da água = 1,0 kg/ℓ;  
 calor específico da água =  $4,2 \cdot 10^3 \text{ J}/\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}$ .

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta,$$

$$\text{mas: } Q = I A \Delta t$$

Assim, com eficiência de 50%, temos:

$$0,50 \cdot I A \Delta t = m c \Delta\theta$$

$$0,50 \cdot 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 = \frac{m}{\Delta t} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot \Delta\theta$$

$$5,0 = \frac{6,0}{60} \cdot 4,2 \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta \approx 11,9 \text{ }^\circ \text{C}$$

**Resposta:** a

**136** (Unicamp-SP) Para resfriar um motor de automóvel, faz-se circular água por ele. A água entra no motor a uma temperatura de 80 °C com vazão de 0,4 ℓ/s, e sai a uma temperatura de 95 °C. A água quente é resfriada a 80 °C no radiador, voltando em seguida para o motor através de um circuito fechado.

- a) Qual é a potência térmica absorvida pela água ao passar pelo motor? Considere o calor específico da água igual a 4200 J/kg °C e sua densidade igual a 1000 kg/m<sup>3</sup>.  
 b) Quando um "aditivo para radiador" é acrescentado à água, o calor específico da solução aumenta para 5250 J/kg °C, sem mudança na sua densidade. Caso essa solução a 80 °C fosse injetada no motor em lugar da água e absorvesse a mesma potência térmica, qual seria a sua temperatura na saída do motor?

**Resolução:**

$$a) \text{ Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m c \Delta\theta}{\Delta t}$$

Mas:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d V$$

Assim:

$$\text{Pot} = \frac{d V c \Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\text{Pot} = d \phi c \Delta\theta$$

Fazendo:

$$\phi = 0,4 \text{ L}/\text{s} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

Temos:

$$\text{Pot} = 1000 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 4200 (95 - 80)$$

$$\text{Pot} = 25200 \text{ W}$$

- b) Com aditivo, temos:

$$\text{Pot} = d \phi c \Delta\theta$$

$$25200 = 1000 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 5250 (\theta_f - 80)$$

$$\theta_f = 92 \text{ }^\circ \text{C}$$

**Respostas:** a) 25 200 W; b) 92 °C

**137** (Fuvest-SP) Num forno de micro-ondas, é colocada uma vasilha contendo 3,0 kg de água a 10 °C. Após manter o forno ligado por 14 minutos, verifica-se que a água atinge a temperatura de 50 °C. O forno é então desligado e dentro da vasilha com água é colocado um corpo de massa 1,0 kg e calor específico igual a 0,20 cal/g °C, à temperatura inicial de 0 °C. Despreze o calor necessário para aquecer a vasilha e considere que a potência fornecida pelo forno é continuamente absorvida pelos corpos dentro dele. Qual o tempo a mais que será necessário manter o forno ligado, na mesma potência, para que a temperatura de equilíbrio final do conjunto retorne a 50 °C?

**Dado:** calor específico da água = 1,0 cal/g °C

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$Pot \Delta t = m c \Delta\theta$$

No 1º experimento:

$$Pot \cdot 14 = 3000 \cdot 1,0 \cdot (50 - 10)$$

$$Pot = \frac{60000}{7} \text{ cal/min} = \frac{1000}{7} \text{ cal/s}$$

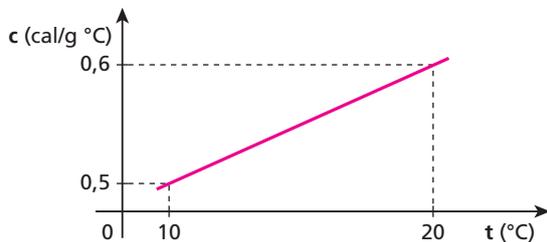
No 2º experimento:

$$\frac{1000}{7} \cdot \Delta t = 1000 \cdot 0,20 \cdot (50 - 0)$$

$$\Delta t = 70 \text{ s}$$

**Resposta:** 70 s

**138** (Fuvest-SP) O calor específico de um sólido, a pressão constante, varia linearmente com a temperatura, de acordo com o gráfico:



Qual a quantidade de calor, em calorias, necessária para aquecer 1 g desse sólido de 10 °C até 20 °C?

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta$$

Usar o calor específico médio:

$$c_m = \frac{0,5 + 0,6}{2} \Rightarrow c_m = 0,55 \text{ cal/g °C}$$

$$\text{Portanto: } Q = 1 \cdot 0,55 \cdot (20 - 10)$$

$$Q = 5,5 \text{ cal}$$

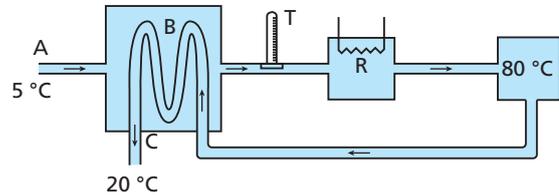
**Resposta:** 5,5 cal

**139** (Fuvest-SP) O processo de pasteurização do leite consiste em aquecê-lo a altas temperaturas, por alguns segundos, e resfriá-lo em seguida. Para isso, o leite percorre um sistema, em **fluxo constante**, passando por três etapas:

I. O leite entra no sistema (através de **A**), a 5 °C, sendo aquecido (no trocador de calor **B**) pelo leite que já foi pasteurizado e está saindo do sistema.

II. Em seguida, completa-se o aquecimento do leite, por meio da resistência **R**, até que ele atinja 80 °C. Com essa temperatura, o leite retorna a **B**.

III. Novamente em **B**, o leite quente é resfriado pelo leite frio que entra por **A**, saindo do sistema (através de **C**), a 20 °C.



Em condições de funcionamento estáveis, e supondo que o sistema seja bem isolado termicamente, pode-se afirmar que a temperatura indicada pelo termômetro **T**, que monitora a temperatura do leite na saída de **B**, é aproximadamente de:

- a) 20 °C. b) 25 °C. c) 60 °C. d) 65 °C. e) 75 °C.

**Resolução:**

Sendo o fluxo constante, a massa **m** de leite frio (5 °C) que entra em **A** é igual à que sai em **C** (a 20 °C). Assim, usando a equação das trocas de calor, temos:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{frio}} = (m c \Delta\theta)_{\text{quente}} = 0$$

$$m \cdot c \cdot (\theta - 5) + m c (20 - 80) = 0$$

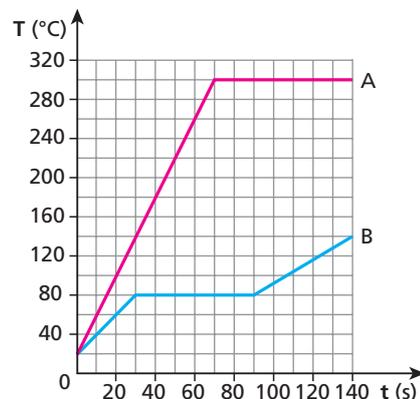
$$\theta - 5 - 60 = 0$$

$$\theta = 65 \text{ °C}$$

**Resposta:** d

**140** (Fuvest-SP) As curvas **A** e **B** na figura representam a variação da temperatura (**T**) em função do tempo (**t**) de duas substâncias **A** e **B**, quando 50 g de cada uma são aquecidos separadamente, a partir da temperatura inicial de 20 °C, na fase sólida, recebendo calor numa taxa constante de 20 cal/s.

Considere agora um experimento em que 50 g de cada uma das substâncias são colocados em contato térmico num recipiente termicamente isolado, com a substância **A** à temperatura inicial  $T_A = 280 \text{ °C}$  e a substância **B** à temperatura inicial  $T_B = 20 \text{ °C}$ .



- a) Determine o valor do calor latente de fusão  $L_B$  da substância **B**.  
 b) Determine a temperatura de equilíbrio do conjunto no final do experimento.  
 c) Se a temperatura final corresponder à mudança de fase de uma das substâncias, determine a quantidade dessa substância em cada uma das fases.

**Resolução:**a) Substância **B**:

$$Q = \text{Pot} \Delta t$$

Do gráfico:

$$m L_F = \text{Pot} \Delta t$$

$$50 \cdot L_B = 20 \cdot (90 - 30)$$

$$L_B = 24 \text{ cal/g}$$

b) Esfriar **A** de 280 °C a 80 °C

$$Q_A = m_A c_A \Delta\theta_A = 50 \cdot 0,10 \cdot (80 - 280) \text{ (cal)}$$

$$Q_A = -1000 \text{ cal}$$

Aquecer **B** até 80 °C:

$$Q_B = m_B c_B \Delta\theta_B = 50 \cdot 0,20 \cdot (80 - 20) \text{ (cal)}$$

$$Q_B = 600 \text{ cal}$$

$$Q = Q_A + Q_B = -1000 + 600 \text{ (cal)}$$

$$Q = -400 \text{ cal}$$

Essa energia será utilizada para a fusão de **B**:

$$Q = m L$$

$$400 = m \cdot 24$$

$$m = \frac{50}{3} \text{ g}$$

Observe que a fusão foi parcial; assim, no final, a temperatura será:

$$\theta = 80 \text{ °C}$$

c) A substância **B** mudou de fase. Do item **b**, temos:

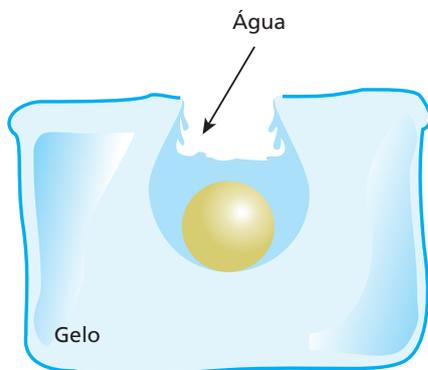
$$m_{B(\text{líquido})} = \frac{50}{3} \text{ g}$$

$$m_{B(\text{sólido})} = 50 - \frac{50}{3} = \frac{150 - 50}{3} \text{ g}$$

$$m_{B(\text{sólido})} = \frac{100}{3} \text{ g}$$

**Respostas:** a) 24 cal/g; b) 80 °C; c) líquido =  $\frac{50}{3}$  g, sólido =  $\frac{100}{3}$  g

**141** (ITA-SP) Numa cavidade de 5 cm<sup>3</sup> feita num bloco de gelo fundente, introduz-se uma esfera homogênea de cobre de 30 g aquecida a 100 °C, conforme o esquema a seguir. Sabendo-se que o calor latente de fusão do gelo é de 80 cal/g, que o calor específico do cobre é de 0,096 cal/g °C e que a massa específica do gelo é de 0,92 g/cm<sup>3</sup>, o volume total da cavidade passa a ser igual a:



- a) 8,9 cm<sup>3</sup>.  
 b) 3,9 cm<sup>3</sup>.  
 c) 39,0 cm<sup>3</sup>.  
 d) 8,5 cm<sup>3</sup>.  
 e) 7,4 cm<sup>3</sup>.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{Cu}} + (m L)_{\text{gelo}} = 0$$

$$30 \cdot 0,096 \cdot (0 - 100) + m \cdot 80 = 0$$

$$80 m = 288$$

$$m = 3,6 \text{ g}$$

Como:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Então:

$$0,92 = \frac{3,6}{V}$$

$$V \approx 3,9 \text{ cm}^3$$

Portanto:

$$V_{\text{total}} = 5,0 + 3,9$$

$$V_{\text{total}} = 8,9 \text{ cm}^3$$

**Resposta:** a

**142** (Fuvest-SP) A energia necessária para fundir um grama de gelo a 0 °C é 80 vezes maior que a energia necessária para elevar de 1,0 °C a temperatura de um grama de água. Coloca-se um bloco de gelo a 0 °C dentro de um recipiente termicamente isolante fornecendo-se, a seguir, calor a uma taxa constante. Transcorrido certo intervalo de tempo, observa-se o término da fusão completa do bloco de gelo. Após um novo intervalo de tempo, igual à metade do anterior, a temperatura da água, em °C, será:

- a) 20.      b) 40.      c) 50.      d) 80.      e) 100.

**Resolução:**

1ª parte:

$$Q_{\text{latente}} = 80 Q_{\text{sensível}}$$

$$m L_F = 80 m c \Delta\theta$$

$$1,0 L_F = 80 \cdot 1,0 \cdot c \cdot 1,0$$

$$L_F = 80 c$$

2ª parte:

$$\frac{1}{2} \cdot \Delta t_{\text{gelo}} = \Delta t_{\text{água}}$$

Como  $\text{Pot} \Delta t = Q$ 

$$\Delta t = \frac{Q}{\text{Pot}}$$

Então,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{m L}{\text{Pot}} = \frac{m c \Delta\theta}{\text{Pot}} \Rightarrow L = 2 c \Delta\theta$$

Mas  $L = 80 c$ 

Portanto:

$$80 c = 2 c \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 40 \text{ °C}$$

**Resposta:** b

**143** (ITA-SP) Inicialmente, 48 g de gelo a 0 °C são colocados em um calorímetro de alumínio de 2,0 g, também a 0 °C. Em seguida, 75 g de água a 80 °C são despejados dentro desse recipiente. Calcule a temperatura final do conjunto.

**Dados:** calor latente do gelo  $L_g = 80 \text{ cal/g}$ ;calor específico da água  $c_{\text{H}_2\text{O}} = 1,0 \text{ cal g}^{-1} \text{ °C}^{-1}$ ;calor específico do alumínio  $c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal g}^{-1} \text{ °C}^{-1}$ .

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + [m L_f + m c \Delta\theta]_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{Al}} = 0$$

$$75 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 80) + 48 \cdot 80 + 48 \cdot 1,0 \cdot (\theta_f - 0) + 2,0 \cdot 0,22 \cdot (\theta_f - 0) = 0$$

$$75 \theta_f - 6000 + 3840 + 48 \theta_f + 0,44 \theta_f = 0$$

$$123,44 \theta_f = 2160$$

$$\theta_f \approx 17,50^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 17,50 °C

**144** (Unesp-SP) Uma garrafa térmica contém inicialmente 450 g de água a 30 °C e 100 g de gelo na temperatura de fusão, a 0 °C. Considere o calor específico da água igual a 4,0 J/(g °C) e o calor latente de fusão do gelo igual a 320 J/g.

- Qual será a quantidade de calor  $Q_f$  necessária para fundir o gelo dentro da garrafa?
- Supondo ideal o isolamento térmico da garrafa e desprezando a capacidade térmica de suas paredes internas, qual será a temperatura final da água contida no seu interior, quando o equilíbrio térmico for atingido?

**Resolução:**

- Para fundir o gelo, necessitamos de:

$$Q = m L_f$$

$$Q = 100 \cdot 320 \text{ (J)}$$

$$Q = 32000 \text{ J} \Rightarrow Q = 3,2 \cdot 10^4 \text{ J}$$

- A temperatura final da mistura é obtida por:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + [(m L_f)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{gelo}}] = 0$$

$$450 \cdot 4,0 \cdot (\theta_f - 30) + 100 \cdot 320 + 100 \cdot 4,0 \cdot (\theta_f - 0) = 0$$

$$1800 \theta_f - 54000 + 32000 + 400 \theta_f = 0$$

$$2200 \theta_f - 22000 = 0$$

$$2200 \theta_f = 22000$$

$$\theta_f = 10^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a)  $3,2 \cdot 10^4$  J; b) 10 °C

**145** (Unesp-SP) Duas peças metálicas de massas iguais, uma de ferro e a outra de chumbo, inicialmente a 100 °C, são colocadas em contato térmico com um grande bloco de gelo a 0 °C. Após o equilíbrio térmico das peças com o gelo, o calor fornecido pela peça de ferro deixa  $m_f$  gramas de gelo fundido, enquanto o calor fornecido pela peça de chumbo deixa  $m_c$  gramas de gelo fundido. O calor específico do ferro vale aproximadamente 0,45 J/g · °C e o do chumbo, 0,15 J/g · °C.

- Qual o valor da razão  $m_f/m_c$ ?
- Sabendo que  $m_f = 90$  g e que o calor latente de fusão do gelo vale 320 J/g, qual o valor da massa  $M$  de cada peça metálica?

**Resolução:**

- O equilíbrio térmico das peças metálicas com o bloco de gelo acontecerá a 0 °C. Assim, o calor recebido para a fusão do gelo é igual ao calor fornecido pelas peças metálicas para esfriarem de 100 °C a 0 °C.

$$\frac{Q_f}{Q_c} = \frac{m_f L}{m_c L} = \frac{M c_{Fe} \Delta\theta}{M c_{Pb} \Delta\theta}$$

$$\frac{m_f}{m_c} = \frac{c_{Fe}}{c_{Pb}} = \frac{0,45}{0,15} = 3$$

$$\frac{m_f}{m_c} = 3$$

- Cálculo de  $M$

$$Q_f = m_f L = M c_{Fe} \Delta\theta$$

$$90 \cdot 320 = M \cdot 0,45 \cdot 100$$

$$M = 640 \text{ g}$$

**Respostas:** a) 3; b) 640 g

**146** Um dos processos de transformação do estado líquido para o estado gasoso chama-se **evaporação**. Esse processo é natural e pode ser considerado um caso particular de vaporização. Os fatos a seguir estão relacionados com a evaporação e/ou com o aumento da velocidade de evaporação, **exceto**:

- a água contida em uma moringa de barro é mais fria que a água contida em uma moringa de louça;
- uma roupa molhada seca mais depressa em um dia quente que em um dia frio, em iguais condições de umidade do ar;
- uma roupa molhada seca mais depressa em um dia seco que em um dia úmido;
- em um dia de vento, sentimos frio ao sair de uma piscina com o corpo molhado;
- ao tocarmos uma peça de metal e outra de isopor, em um dia frio, sentimos que o metal está mais frio que o isopor.

**Resolução:**

A alternativa **e** é a única que não tem nada que ver com a evaporação da água. Ela se refere à transmissão de calor, à condução.

**Resposta:** e

**147** (ITA-SP) Numa aula prática sobre ebulição, faz-se o seguinte experimento: leva-se até a fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida, fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um resfriamento brusco do balão, a água volta a ferver. Isso se dá porque:

- na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.
- a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido.
- com o resfriamento, a água se contrai, expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.
- com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente.
- com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.

**Resolução:**

O resfriamento do balão é mais rápido que a queda de temperatura do líquido. Dessa forma, reduz-se a pressão de vapor no interior do balão e, conseqüentemente, reduz-se a temperatura de ebulição do líquido.

**Resposta:** b

**148** (Unifesp-SP) Os líquidos podem transformar-se em vapor por evaporação ou ebulição. Enquanto a evaporação é um fenômeno espontâneo, restrito à superfície do líquido e que pode ocorrer a temperatura e pressão ambientes, a ebulição ocorre em todo o líquido sob condições de pressão e temperatura determinadas para cada líquido. Mas ambas as transformações, para se efetivarem, exigem o consumo da mesma quantidade de calor por unidade de massa transformada.

- Quando as roupas são estendidas nos varais, ou a água no piso molhado de um ambiente é puxada pelo rodo, tem-se por objetivo apressar a secagem – transformação da água em vapor – dessas roupas ou do piso. Qual a causa comum que se busca favorecer nesses procedimentos? Justifique.
- Avalia-se que a área da superfície da pele de uma pessoa adulta seja, em média, da ordem de  $1,0 \text{ m}^2$ . Suponha que, ao sair de uma piscina, uma pessoa retenha junto à pele uma camada de água de espessura média  $0,50 \text{ mm}$ . Qual a quantidade de calor que essa camada de água consome para evaporar? Que relação tem esse cálculo com a sensação de frio que sentimos quando estamos molhados, mesmo em dias quentes? Justifique.

**Dados:** densidade da água =  $1000 \text{ kg/m}^3$ ;  
calor latente de vaporização da água =  $2300 \text{ kJ/kg}$ .

**Resolução:**

- Evaporação**  
As roupas são estendidas nos varais, e a água do piso molhado é puxada por um rodo para que a superfície livre (da água) seja ampliada, aumentando-se, assim, a rapidez da evaporação.

- Na superfície do corpo da pessoa, encontramos um volume de água calculado por:

$$V = A \cdot h = 1,0 \cdot 0,50 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

O calor necessário para a vaporização dessa água é obtido pela expressão do calor latente:

$$Q = m L$$

$$\text{Mas: } d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = d V$$

Então:

$$Q = d V L = 1000 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 2300 \text{ (kJ)}$$

$$Q = 1150 \text{ kJ}$$

A energia térmica (calor) utilizada por essa água para vaporizar é obtida, principalmente, da pele dessa pessoa. A sensação de frio que a pessoa sente é devida ao fato de sua pele estar perdendo energia mais rapidamente do que ocorreria se não houvesse a camada de água em evaporação.

**Respostas:** a) Evaporação; b)  $1150 \text{ kJ}$

**149** (Fuvest-SP)

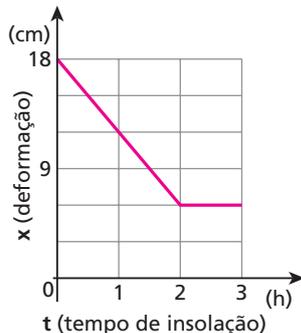
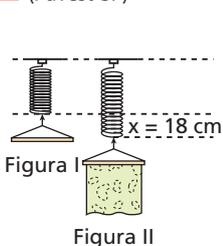


Figura III

A figura I representa um cabide dependurado na extremidade de uma mola de constante elástica  $k = 50 \text{ N/m}$ . Na figura II, tem-se a nova situação de equilíbrio logo após a roupa molhada ser colocada no cabide e ser exposta ao Sol para secar, provocando na mola uma deformação inicial  $x = 18 \text{ cm}$ . O tempo de insolação foi mais do que suficiente para secar a roupa completamente. A variação da deformação da mola (em cm) em função do tempo (em horas) em que a roupa ficou sob a ação dos raios solares está registrada no gráfico da figura III. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) Considere que cada grama de água para vaporizar absorve  $500 \text{ cal}$  de energia e determine:

- o peso da água que evaporou;
- a potência média de radiação solar absorvida pela roupa supondo ser ela a única responsável pela evaporação da água.

**Resolução:**

- No início

$$F_1 = P_1 \Rightarrow k x_1 = m_1 g$$

$$50 \cdot 0,18 = m_1 \cdot 10$$

$$m_1 = 0,90 \text{ kg}$$

No final

$$F_2 = P_2 \Rightarrow k x_2 = m_2 g \Rightarrow 50 \cdot 0,06 = m_2 \cdot 10$$

$$m_2 = 0,30 \text{ kg}$$

Portanto, o peso da água que evaporou é dado por:

$$P_a = (m_1 + m_2) g \Rightarrow P_a = (0,90 - 0,30) \cdot 10$$

$$P_a = 6,0 \text{ N}$$

$$\text{b) } \text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m L}{\Delta t} = \frac{600 \cdot 500 \text{ (cal)}}{2 \text{ (h)}}$$

$$\text{Pot} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ cal/h}$$

**Respostas:** a)  $6,0 \text{ N}$ ; b)  $1,5 \cdot 10^5 \text{ cal/h}$

**150** (FGV-SP) O vaporizador é um aparelho que permite aumentar a umidade do ar em um ambiente. A vaporização ocorre por intermédio de um resistor, que permanece ligado enquanto estiver em contato com a água. Uma vez esgotada essa água, o aparelho se desliga automaticamente. Um desses vaporizadores, contendo  $200 \text{ mL}$  de água, inicialmente a  $20^\circ \text{C}$ , permaneceu funcionando, ininterruptamente, por  $2 \text{ h}$  até se desligar. Considerando que toda energia dissipada pelo resistor é transferida para a água, que todo o vapor produzido é lançado para o ambiente e que a vaporização ocorre à temperatura de ebulição, pode-se concluir que a potência do aparelho, medida em **W**, é, aproximadamente:

**Dados:** calor específico da água =  $1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ \text{C}$ ;  
calor latente de vaporização da água =  $540 \text{ cal/g}$ ;  
densidade da água =  $1 \text{ g/mL}$ ;  
temperatura de vaporização da água =  $100^\circ \text{C}$ ;  
 $1 \text{ cal} = 4 \text{ J}$ .

- 32.
- 46.
- 69.
- 78.
- 84.

**Resolução:**

No aquecimento e na vaporização da água, temos:

$$\text{Pot} \Delta t = (m c \Delta \theta)_{\text{água}} + (m L)_{\text{vaporização da água}}$$

Sendo a densidade da água igual a  $1 \text{ g/mL}$ , o volume de  $200 \text{ mL}$  de água terá massa igual a  $200 \text{ g}$ .

Assim:

$$\text{Pot} \cdot 2 \cdot 3600 = 200 \cdot 1 \cdot (100 - 20) + 200 \cdot 540$$

$$\text{Pot} \cdot 7200 = 16000 + 108000$$

$$\text{Pot} = \frac{155}{9} \text{ cal/s}$$

Sendo 1 cal = 4J, vem

$$\text{Pot} = \frac{155 \cdot 4}{9} \text{ J/s}$$

$$\text{Pot} \approx 69 \text{ W}$$

**Resposta:** c

**151** (Unifesp-SP) Atualmente, o *laser* de CO<sub>2</sub> tem sido muito aplicado em microcirurgias, onde o feixe luminoso é utilizado no lugar do bisturi de lâmina. O corte com o *laser* é efetuado porque o feixe provoca um rápido aquecimento e a evaporação do tecido, que é constituído principalmente de água. Considere um corte de 2,0 cm de comprimento, 3,0 mm de profundidade e 0,5 mm de largura, que é aproximadamente o diâmetro do feixe. Sabendo que a massa específica da água é 10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>, o calor específico é 4,2 · 10<sup>3</sup> J/kg · K e o calor latente de evaporação é 2,3 · 10<sup>6</sup> J/kg:

- estime a quantidade de energia total consumida para fazer essa incisão, considerando que, no processo, a temperatura do tecido se eleva 63 °C e que este é constituído exclusivamente de água.
- se o corte é efetuado a uma velocidade de 3,0 cm/s, determine a potência do feixe, considerando que toda a energia fornecida foi gasta na incisão.

**Resolução:**

- Volume do tecido vaporizado:

$$V = 20 \cdot 3,0 \cdot 0,5 \text{ (mm)}^3$$

$$V = 30 \text{ (mm)}^3 = 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$$

Massa do tecido vaporizado:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = dV$$

$$m = 10^3 \cdot 3,0 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$$

$$m = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Cálculo da energia consumida para o aquecimento e a vaporização do tecido:

$$Q = m c \Delta\theta + m L_v$$

$$Q = 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 63 + 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot 2,3 \cdot 10^6 \text{ (J)}$$

$$Q = 793,8 \cdot 10^{-2} + 69,0 \text{ (J)}$$

$$Q \approx 7,9 + 69,0 \text{ (J)}$$

$$Q \approx 76,9 \text{ J}$$

- A incisão tem 2,0 cm, e o módulo da velocidade com que é feito o corte é 3,0 cm/s. Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

$$\Delta t_{\text{corte}} = \frac{2,0}{3,0} \text{ s}$$

Portanto:

$$\text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{76,9 \text{ J}}{\frac{2,0}{3,0} \text{ s}}$$

$$\text{Pot} \approx 115,4 \text{ W}$$

**Respostas:** a) ≈ 77 J; b) ≈ 115 W

**152** (Fuvest-SP) Quando água pura é cuidadosamente resfriada, nas condições normais de pressão, pode permanecer no estado líquido até temperaturas inferiores a 0 °C, num estado instável de “superfusão”.

Se o sistema é perturbado, por exemplo, por vibração, parte da água se transforma em gelo e o sistema se aquece até estabilizar em 0 °C. O calor latente de fusão do gelo é igual a 80 cal/g.

Considerando um recipiente termicamente isolado e de capacidade térmica desprezível, contendo 1 ℓ de água a -5,6 °C, à pressão normal, determine:

- a quantidade, em gramas, de gelo formada, quando o sistema é perturbado e atinge uma situação de equilíbrio a 0 °C.
- a temperatura final de equilíbrio do sistema e a quantidade de gelo existente (considerando o sistema inicial no estado de “superfusão” a -5,6 °C), ao colocar-se no recipiente um bloco metálico de capacidade térmica igual a 400 cal/°C, à temperatura de 91 °C.

**Resolução:**

$$a) Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m L)_{\text{gelo}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

Como:

$$d_{\text{água}} = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1000 \text{ g/dm}^3 = 1000 \text{ g/ℓ}$$

Então:

$$m \cdot (-80) + 1000 \cdot 1,0 \cdot [0 - (-5,6)] = 0$$

$$80 m = 5600 \rightarrow m = 70 \text{ g}$$

$$b) Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(C \Delta\theta)_{\text{metal}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água}} = 0$$

$$400 \cdot (\theta_f - 91) + 1000 \cdot 1,0 \cdot [\theta_f - (-5,6)] = 0$$

$$400\theta_f - 36400 + 1000\theta_f + 5600 = 0$$

$$1400\theta_f = 30800 \Rightarrow \theta_f = 22 \text{ °C}$$

No final, teremos somente água a 22 °C. A massa de gelo será nula.

**Respostas:** a) 70 g; b) 22 °C e zero

**153** (Unifesp-SP) Sobrefusão é o fenômeno em que um líquido permanece nesse estado a uma temperatura inferior à de solidificação, para a correspondente pressão. Esse fenômeno pode ocorrer quando um líquido cede calor lentamente, sem que sofra agitação. Agitado, parte do líquido solidifica, liberando calor para o restante, até que o equilíbrio térmico seja atingido à temperatura de solidificação para a respectiva pressão. Considere uma massa de 100 g de água em sobrefusão à temperatura de -10 °C e pressão de 1 atm, o calor específico da água de 1 cal/g °C e o calor latente de solidificação da água de -80 cal/g. A massa de água que sofrerá solidificação se o líquido for agitado será:

- 8,7 g.
- 10,0 g.
- 12,5 g.
- 50,0 g.
- 60,3 g.

**Resolução:**

$$Q_{\text{água}} + Q_{\text{gelo}} = 0$$

$$m_{\text{água}} c_{\text{água}} \Delta\theta_{\text{água}} + m L_{\text{gelo}} = 0$$

$$100 \cdot 1,0 \cdot [0 - (-10)] + m \cdot (-80) = 0$$

$$80 m = 1000$$

$$m = 12,5 \text{ g}$$

**Resposta:** c

**154** (UFPR) Pode-se conseguir a sublimação do gelo quando ele é submetido a:

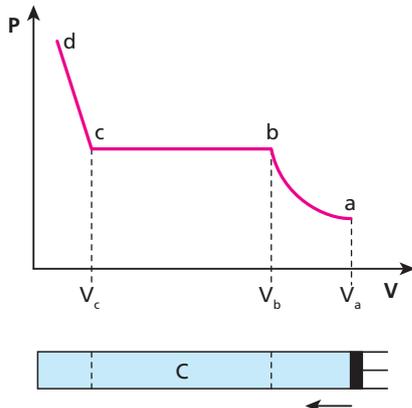
- pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
- pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
- pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
- pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
- Não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre transforma-se em água, para depois produzir a vaporização.

**Resolução:**

A curva de sublimação encontra-se a temperaturas e pressões inferiores às do ponto tríplice.

**Resposta:** a

**155** (Ufla-MG) A figura a seguir é usada para mostrar uma experiência de laboratório. No cilindro C, provido de êmbolo, coloca-se certa quantidade de vapor ( $\text{CO}_2$ , por exemplo); mantendo-se constante a temperatura, o volume do cilindro é diminuído gradativamente, empurrando-se o êmbolo para a esquerda. O gráfico do cilindro mostra como varia a pressão no cilindro em função do volume. Baseados nessa experiência apresentamos três proposições.



- A pressão  $P_c$  ou  $P_b$  corresponde à maior pressão que o vapor pode oferecer, a determinada temperatura, antes de começar a condensação.
- De  $V_b$  a  $V_c$  (patamar) coexistem, no cilindro, uma mistura de líquido e vapor.
- Quando o êmbolo atinge o volume  $V_c$ , todo vapor se condensou e, a partir daí, uma pequena diminuição de volume acarreta um grande aumento da pressão.

Indique a alternativa correta.

- Apenas a proposição I é correta.
- Apenas as proposições I e II são corretas.
- Apenas as proposições I e III são corretas.
- Apenas as proposições II e III são corretas.
- As proposições I, II e III são corretas.

**Resolução:**

I – Correta      II – Correta      III – Correta

**Resposta:** e

**156** A unidade de medida de calor no sistema inglês é a Btu (*British Thermal Unit*) e a unidade de medida de calor que utilizamos com frequência no Brasil é a caloria (cal). Sabe-se que 1 cal é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 g de água pura de  $14,5^\circ\text{C}$  até  $15,5^\circ\text{C}$  e que 1 Btu é a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de 1 lb (uma libra) da mesma água de

$39^\circ\text{F}$  até  $40^\circ\text{F}$ . Sabendo-se que  $1\text{ g} = 2,2 \cdot 10^{-3}\text{ lb}$ , qual a relação entre as unidades caloria e Btu?

**Resolução:**

$$Q = m c \Delta\theta \Rightarrow c = \frac{Q}{m \Delta\theta}$$

Assim:

$$\left(\frac{Q}{m \Delta\theta}\right)_{\text{cal}} = \left(\frac{Q}{m \Delta\theta}\right)_{\text{Btu}} \Rightarrow \frac{1\text{ cal}}{1\text{ g } 1^\circ\text{C}} = \frac{1\text{ Btu}}{1\text{ lb} \cdot 1^\circ\text{F}}$$

Como:

$$1\text{ g} = 2,2 \cdot 10^{-3}\text{ lb} \Rightarrow 1^\circ\text{C} \text{ equivale a } \Delta\theta_f = 1,8^\circ\text{F}$$

Temos:

$$\frac{1\text{ cal}}{2,2 \cdot 10^{-3}\text{ lb} \cdot 1,8^\circ\text{F}} = \frac{1\text{ Btu}}{1\text{ lb} \cdot 1^\circ\text{F}} \Rightarrow \frac{1000\text{ cal}}{2,2 \cdot 1,8} = 1\text{ Btu}$$

$$1\text{ Btu} \approx 252\text{ cal}$$

**Resposta:** 1 Btu  $\approx$  252 cal

**157** Um jovem apaixonado entrou em uma joalheria e escolheu um anel para presentear sua namorada. O joalheiro garantiu que no anel, de 10 gramas, 90% eram ouro e 10% eram cobre. Para ter certeza, o estudante levou o anel até o laboratório de Física da sua escola e realizou um experimento de calorimetria, a fim de determinar a massa real de ouro. O anel foi aquecido em uma estufa até atingir a temperatura de  $522^\circ\text{C}$  e, em seguida, foi colocado no interior de um calorímetro com água. O sistema calorímetro-água tem capacidade térmica equivalente à de 100 gramas de água e está à temperatura de  $20^\circ\text{C}$ . A temperatura final de equilíbrio térmico foi de  $22^\circ\text{C}$ .

Sabe-se que:

- o calor específico da água vale  $1,00\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ; o do ouro,  $0,030\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ; e o do cobre,  $0,090\text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ;
- o calor específico de uma liga metálica é igual à média ponderada dos calores específicos dos metais integrantes da liga, sendo as respectivas massas os pesos da média.

Dessa forma, o estudante determinou que a massa real de ouro no anel era, aproximadamente, igual a:

- 5,0 gramas;
- 7,5 gramas;
- 8,3 gramas;
- 9,0 gramas;
- 9,8 gramas.

**Resolução:**

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{anel}} + [(m + E) c \Delta\theta]_{\text{(água + calorímetro)}} = 0$$

Como:

$$c_{\text{anel}} = \frac{m_{\text{Au}} c_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}}}{m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}}}$$

Temos:

$$10 \left( \frac{m_{\text{Au}} 0,030 + m_{\text{Cu}} 0,090}{m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}}} \right) (22 - 522) + 100 \cdot 1,0 \cdot (22 - 20) = 0$$

$$5000 \left( \frac{m_{\text{Au}} 0,030 + m_{\text{Cu}} 0,090}{m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}}} \right) = 200$$

$$0,030 m_{\text{Au}} + 0,090 m_{\text{Cu}} = 0,040 m_{\text{Au}} + 0,040 m_{\text{Cu}}$$

$$0,05 m_{\text{Cu}} = 0,01 m_{\text{Au}} \Rightarrow m_{\text{Au}} = 5 m_{\text{Cu}}$$

$$\text{Como: } m_{\text{Au}} + m_{\text{Cu}} = 10$$

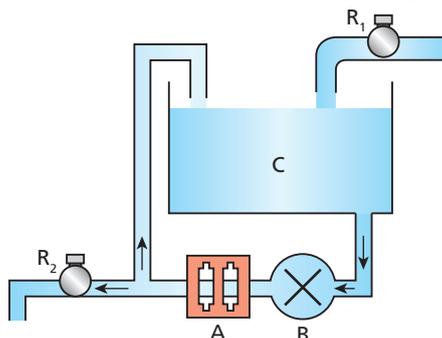
$$\text{Então: } m_{\text{Au}} + \frac{m_{\text{Au}}}{5} = 10$$

$$6 m_{\text{Au}} = 50$$

$$m_{\text{Au}} \approx 8,3\text{ g}$$

**Resposta:** c

**158** (Fuvest-SP) Uma caixa-d'água **C**, com capacidade de 100 litros, é alimentada, através do registro  $R_1$ , com água fria a  $15^\circ\text{C}$ , tendo uma vazão regulada para manter sempre constante o nível de água na caixa. Uma bomba **B** retira  $3\ \ell/\text{min}$  de água da caixa e os faz passar por um aquecedor elétrico **A** (inicialmente desligado). Ao ligar-se o aquecedor, a água é fornecida, à razão de  $2\ \ell/\text{min}$ , através do registro  $R_2$  para uso externo, enquanto o restante da água aquecida retorna à caixa para não desperdiçar energia. No momento em que o aquecedor, que fornece uma potência constante, começa a funcionar, a água, que entra nele a  $15^\circ\text{C}$ , sai a  $25^\circ\text{C}$ . A partir desse momento, a temperatura da água na caixa passa então a aumentar, estabilizando-se depois de algumas horas.



**Dado:** calor específico da água  $= 4 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$

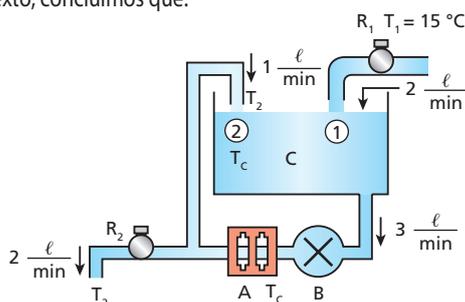
Desprezando perdas térmicas, determine, após o sistema passar a ter temperaturas estáveis na caixa e na saída para o usuário externo:

- a quantidade de calor  $Q$ , em **J** (joules), fornecida a cada minuto pelo aquecedor;
- a temperatura final  $T_2$ , em  $^\circ\text{C}$  (graus Celsius), da água que sai pelo registro  $R_2$  para uso externo;
- a temperatura final  $T_c$ , em  $^\circ\text{C}$  (graus Celsius), da água na caixa.

**Resolução:**

a)  $Q = m c \Delta\theta$   
 $Q = 3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 10$  (J)  
 $Q = 1,2 \cdot 10^5 \text{ J}$

b) Do texto, concluímos que:



$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

$$m_1 c \Delta\theta_1 + m_2 c \Delta\theta_2 = 0$$

$$2m c (T_c - T_1) + m c (T_c - T_2) = 0$$

$$2T_c - 2T_1 + T_c - T_2 = 0$$

$$3T_c - 2T_1 - T_2 = 0$$

Sendo:  $T_c = T_2 - 10$  ( $^\circ\text{C}$ ) e  $T_1 = 15^\circ\text{C}$ , temos:

$$3 \cdot (T_2 - 10) - 2 \cdot (15) - T_2 = 0$$

$$3T_2 - 30 - 30 - T_2 = 0$$

$$2T_2 = 60$$

$$T_2 = 30^\circ\text{C}$$

c)  $T_c = T_2 - 10$   
 $T_c = 30 - 10$

$$T_c = 20^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a)  $1,2 \cdot 10^5 \text{ J}$ ; b)  $30^\circ\text{C}$ ; c)  $20^\circ\text{C}$

**159** (UFSCar-SP) Um exercício sobre trocas de calor propunha que 235 g de água, à temperatura de  $25^\circ\text{C}$  e à pressão de 1 atm, fossem misturadas a 63 g de gelo, à temperatura de  $-18^\circ\text{C}$ , num calorímetro ideal mantido sob agitação. Para resolvê-lo, um estudante testou as cinco hipóteses seguintes:

Hipótese	Resultados dos cálculos m (g)	t ( $^\circ\text{C}$ )
1. Não ocorre mudança de fase.	—	19,9
2. Toda a massa de gelo sofre fusão e a água resultante dessa fusão aumenta de temperatura.	—	0,9
3. Parte da massa do gelo sofre fusão.	66,4	0,0
4. Parte da massa de água solidifica.	-66,4	0,0
5. Toda a massa de água solidifica e a temperatura do gelo resultante diminui.	—	161,8

onde: m = massa que sofre mudança de fase e

t = temperatura de equilíbrio.

- Considerando que os cálculos realizados pelo estudante estejam corretos, justifique qual das hipóteses anteriores fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício.
- Sabendo-se que a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão, explique o que ocorreria com a temperatura de equilíbrio e com a massa da substância que sofre mudança de fase, se a pressão no calorímetro fosse superior a 1 atm. Suponha que os valores dos calores específicos e dos calores latentes específicos não dependam da pressão e da temperatura.

**Resolução:**

1) Para esfriar a água até  $0^\circ\text{C}$ , devemos retirar:

$$Q_1 = m c \Delta\theta$$

$$Q_1 = 235 \cdot 1 \cdot (0 - 25) \text{ (cal)}$$

$$Q_1 = -5875 \text{ cal}$$

2) Para aquecimento do gelo até  $0^\circ\text{C}$ , devemos fornecer a ele:

$$Q_2 = m c \Delta\theta$$

$$Q_2 = 63 \cdot 0,5 \cdot [0 - (-18)] \text{ (cal)}$$

$$Q_2 = 567 \text{ cal}$$

3) Para a fusão do gelo devemos fornecer a ele:

$$Q_3 = m L_f$$

$$Q_3 = 63 \cdot 80 \text{ (cal)}$$

$$Q_3 = 5040 \text{ cal}$$

4) Na temperatura e  $0^\circ\text{C}$  temos somente água e estão sobrando, para retornar ao sistema, a energia:

$$Q = (-5875 + 567 + 5040) \text{ (cal)}$$

$$Q = -268 \text{ cal}$$

5) Retornando essa energia para o sistema, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$268 = (235 + 63) \cdot 1 \cdot (\theta_f - 0)$$

$$\theta_f \cong 0,9 \text{ }^\circ\text{C}$$

Observação:

Foram usados na resolução os valores tradicionais:

calor específico do gelo = 0,5 cal/g °C

calor específico da água = 1 cal/g °C

calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g

Assim:

- a) Nas condições propostas no exercício, a hipótese possível é a de número 2.
- b) A temperatura de equilíbrio seria menor do que 0,9 °C, pois a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão. A massa da substância que sofre mudança de fase não muda.

**Respostas:** a) A hipótese 2 fornece um resultado possível de ocorrer experimentalmente, nas condições propostas pelo exercício;

b) A temperatura de equilíbrio seria menor do que 0,9 °C, pois a temperatura de fusão do gelo é função decrescente da pressão. A massa da substância que sofre mudança de fase não muda.

**160** Observe as informações:

- I. A umidade relativa do ar corresponde à razão entre a pressão parcial de vapor existente no local e a pressão de vapor saturado na temperatura local.
- II. O ser humano sente-se confortável quando a umidade relativa do ar está por volta de 50%. Uma umidade maior que 50% reduz a evaporação do suor da pele, provocando desconforto. Uma umidade menor que 50% tem um efeito secante na pele e na mucosa.
- III. A tabela a seguir mostra a pressão máxima de vapor de água em função da temperatura.

$\theta$ (°C)	0	5	10	15	20
P (mm Hg)	4,58	6,54	9,21	12,8	17,5
$\theta$ (°C)	25	30	40	50	60
P (mm Hg)	23,8	31,8	55,3	92,5	149

Uma pessoa encontra-se num ambiente onde a temperatura é de 25 °C e a pressão de vapor de água é de 16,2 mm Hg. Pode-se afirmar que:

- a) nesse local está chovendo;
- b) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é menor que 50%;
- c) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é igual a 89%;
- d) essa pessoa pode estar sentindo sua pele ressecada;
- e) a umidade relativa do ar, nesse ambiente, é aproximadamente igual a 68%.

**Resolução:**

$$\mu = \frac{P}{P_m}$$

Do texto, temos  $P_p = 16,2$  mm Hg e, a 25 °C, encontramos na tabela:

$$P_m = 23,8 \text{ mm Hg.}$$

Portanto:

$$\mu = \frac{16,2}{23,8} \cong 0,68$$

$$\mu_r (\%) \cong 68\%$$

**Resposta:** e

**161** (ITA-SP) Um termômetro em uma sala de 8,0 x 5,0 x 4,0 m indica 22 °C e um higrômetro indica que a umidade relativa é de 40%. Qual é a massa de vapor de água na sala, se sabemos que a essa temperatura o ar saturado contém 19,33 g de água por metro cúbico?

**Resolução:**

Do texto:

$$19,33 \text{ g/cm}^3 \rightarrow 100\%$$

$$x \leftarrow 40\%$$

$$x = 7,732 \text{ g/m}^3$$

Assim:

$$m_v = x \cdot V_{\text{sala}}$$

$$m_v = 7,732 \cdot 8,0 \cdot 5,0 \cdot 4,0$$

$$m_v = 1237 \text{ g} = 1,24 \text{ kg}$$

**Resposta:** 1,24 kg

**162** Uma arma dispara um projétil de chumbo de massa 20,0 g, que se move de encontro a um grande bloco de gelo fundente. No impacto, o projétil tem sua velocidade reduzida de 100 m/s para 0 e entra em equilíbrio térmico com o gelo. Não havendo dissipação de energia, ocorre a fusão de 2,25 g de gelo. Sendo o calor específico sensível do chumbo igual a 0,031 cal/g °C e o calor específico latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g, qual era a temperatura do projétil no momento do impacto?

**Dado:** 1 cal = 4 J.

**Resolução:**

Energia cinética do projétil:

$$E_c = \frac{m v^2}{2} = \frac{20,0 \cdot 10^{-3} \cdot (100)^2}{2} \text{ (J)}$$

$$E_c = 100 \text{ J} = 25 \text{ cal}$$

Portanto:

$$|E_c + Q|_{\text{projétil}} = |Q|_{\text{gelo}}$$

$$25 + (m c |\Delta\theta|)_{\text{projétil}} = (m L_f)_{\text{gelo}}$$

$$25 + 20,0 \cdot 0,031 \cdot |0 - \theta_{pb}| = 2,25 \cdot 80$$

$$0,62 \theta_{pb} = 155$$

$$\theta_{pb} = 250 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 250 °C

# Tópico 4

**1** (Esam-RN) Chama-se pressão média sobre uma superfície plana:

- a) o contato entre superfícies planas.
- b) uma propriedade da superfície livre dos líquidos.
- c) o valor da força que atua sobre qualquer superfície plana.
- d) a razão entre o módulo da força que atua perpendicularmente na superfície e a área da superfície.
- e) a razão entre o módulo da força que atua na superfície e o perímetro dessa superfície.

**Resolução:**

Por definição:

$$p = \frac{F}{A}$$

em que **F** é o módulo da força resultante perpendicular à superfície e **A<sub>s</sub>**, a área da superfície.

**Resposta: d**

**2** (UFRGS-RS) Um gás encontra-se contido sob a pressão de  $5,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$  no interior de um recipiente cúbico cujas faces possuem uma área de  $2,0 \text{ m}^2$ . Qual é o módulo da força média exercida pelo gás sobre cada face do recipiente?

**Resolução:**

$$p = \frac{F}{A}$$

$$F = p A = 5,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \text{ (N)}$$

**F =  $1,0 \cdot 10^4 \text{ N}$**

**Resposta:  $1,0 \cdot 10^4 \text{ N}$**

**3** Determinada massa de gás perfeito sofre as transformações indicadas a seguir:

- I. Compressão a temperatura constante.
- II. Expansão a pressão constante.
- III. Aquecimento a volume constante.

Nessa ordem, as transformações podem ser chamadas também de:

- a) isobárica, adiabática e isocórica.
- b) isométrica, isotérmica e isobárica.
- c) isotérmica, isobárica e adiabática.
- d) isométrica, isocórica e isotérmica.
- e) isotérmica, isobárica e isométrica.

**Resolução:**

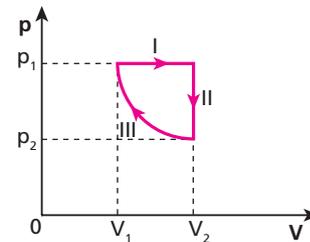
I – Isotérmico: temperatura constante.

II – Isobárica: pressão constante.

III – Isocórica ou Isométrica: volume constante.

**Resposta: e**

**4** (Uneb-BA) Uma amostra de gás ideal sofre as transformações I, II e III, identificadas no gráfico pressão  $\times$  volume apresentado a seguir.



Sabe-se que a transformação III é adiabática.

As transformações I e II são, respectivamente:

- 01) isobárica e isotérmica.
- 02) isobárica e isométrica.
- 03) isométrica e isotérmica.
- 04) isométrica e isobárica.
- 05) isotérmica e isobárica.

**Resolução:**

Transformação **adiabática** é aquela que se processa sem trocas de calor com o meio externo.

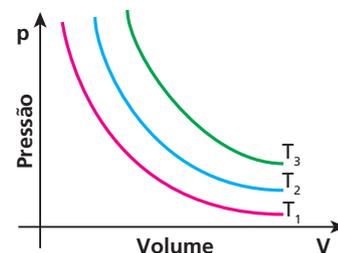
I – Isobárica: pressão constante.

II – Isométrica: volume constante.

**Resposta: 02**

**5** O diagrama representa três isotermas  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , referentes a uma mesma amostra de gás perfeito. A respeito dos valores das temperaturas absolutas  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , pode-se afirmar que:

- a)  $T_1 = T_2 = T_3$ ;
- b)  $T_1 < T_2 < T_3$ ;
- c)  $T_1 > T_2 > T_3$ ;
- d)  $T_1 = T_2 < T_3$ ;
- e)  $T_2 > T_1 < T_3$ .



**Resolução:**

Quanto **maior** a temperatura do gás, **mais afastada** dos eixos se encontra a curva isotérmica indicativa dessa temperatura.

Assim:

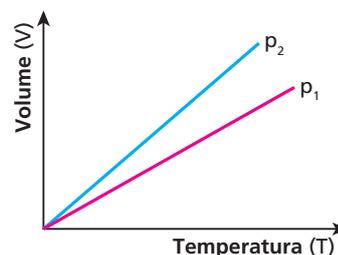
$$T_3 > T_2 > T_1$$

ou

$$T_1 < T_2 < T_3$$

**Resposta: b**

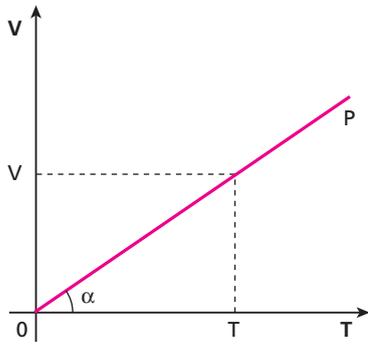
**6** O diagrama mostra duas transformações isobáricas sofridas por uma mesma amostra de gás perfeito.



Com base nesses dados, pode-se afirmar que:

- a)  $p_2 > p_1$ ;
- b)  $p_2 < p_1$ ;
- c)  $p_2 = p_1$ ;
- d)  $p_2 = 2 p_1$ ;
- e) Num diagrama volume  $\times$  temperatura absoluta, não se pode comparar diferentes valores da pressão.

**Resolução:**



$$\text{tg } \alpha = \frac{V}{T} = K$$

Como a constante **K** é inversamente proporcional à pressão, temos:

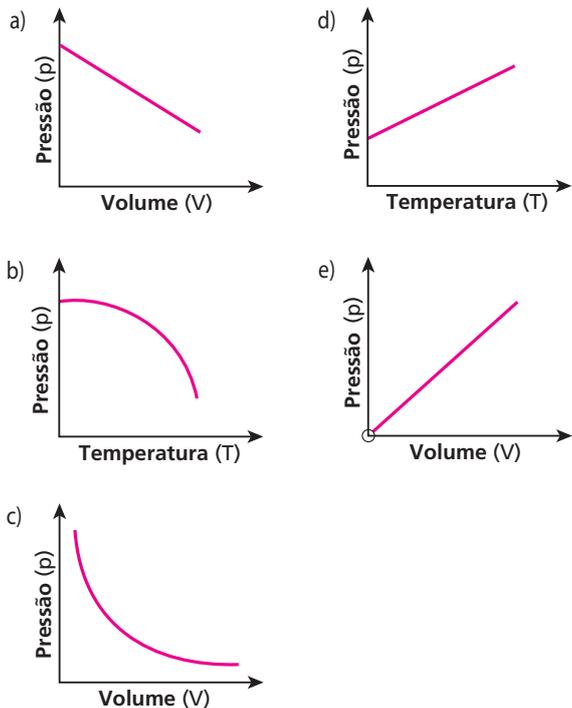
$$\text{tg } \alpha_2 > \text{tg } \alpha_1$$

$$K_2 > K_1$$

$$p_2 < p_1$$

**Resposta: b**

**7** Um recipiente indeformável (volume interno constante) e hermeticamente fechado (não permite a entrada ou saída de gás) contém certa massa de gás perfeito à temperatura ambiente. Aquecendo-se esse gás, qual dos gráficos a seguir melhor representa o seu comportamento?



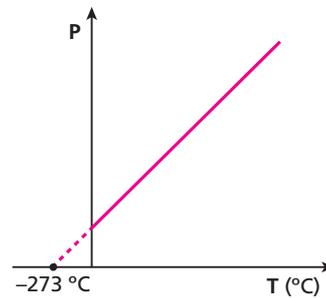
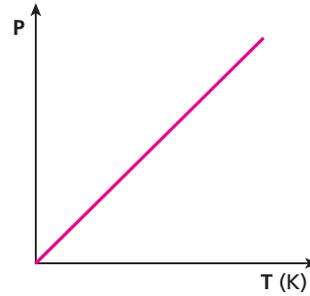
**Resolução:**

Volume constante  $\rightarrow$  Isométrica.

Lei de Charles:

$$p = K T$$

Assim:



**Resposta: d**

**8 E.R.** Num recipiente indeformável, aprisiona-se certa massa de gás perfeito a 27 °C. Medindo a pressão exercida pelo gás, obtemos o valor 90 cm Hg. Se elevarmos a temperatura para 170,6 °F, qual será a nova pressão do gás?

**Resolução:**

Uma vez que o volume permanece constante, podemos aplicar a Lei de Charles, que é expressa da seguinte forma:

$$p = K T \Rightarrow \frac{p}{T} = K$$

Assim, temos:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (I)$$

São dados:

$$p_1 = 90 \text{ cm Hg}$$

$$T_1 = 27 \text{ °C} = 300 \text{ K}$$

Transformando 170,6 °F em unidades da escala Kelvin, temos:

$$\frac{\theta_F - 32}{9} = \frac{T - 273}{5} \Rightarrow \frac{170,6 - 32}{9} = \frac{T_2 - 273}{5}$$

$$15,4 = \frac{T_2 - 273}{5} \Rightarrow T_2 = 350 \text{ K}$$

Substituindo os valores conhecidos na relação (I), encontramos:

$$\frac{90}{300} = \frac{p_2}{350} \Rightarrow p_2 = 105 \text{ cm Hg}$$

**9** (FCMSC-SP) Uma amostra de gás perfeito ocupa um recipiente de 10,0 ℓ à pressão de 1,5 atm. Essa amostra foi transferida para outro recipiente de 15,0 litros, mantendo a mesma temperatura. Qual a nova pressão dessa amostra de gás?

**Resolução:**

Lei de Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$1,5 \cdot 10,0 = p_2 \cdot 15,0$$

$$p_2 = 1,0 \text{ atm}$$

**Resposta:** 1,0 atm

**10** (PUC-SP) Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, à temperatura de 27 °C, ocupa um volume de 15 ℓ. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 ℓ. Nessas condições, qual foi a variação de temperatura sofrida pelo gás?

**Resolução:**

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{15}{(27 + 273)} = \frac{20}{T_2}$$

$$T_2 = 400 \text{ K} = 127 \text{ °C}$$

Assim:

$$\Delta T \text{ (°C)} = T_2 \text{ (°C)} - T_1 \text{ (°C)}$$

$$\Delta T \text{ (°C)} = (127 - 27) \text{ °C}$$

$$\Delta T \text{ (°C)} = 100 \text{ °C}$$

**Resposta:** 100 °C

**11** (UFPE) Certa quantidade de gás ocupa um volume de 3,0 ℓ e sua temperatura é de 450 K. Sem que a pressão mude, sua temperatura é baixada para 300 K. Determine o volume do gás nessa nova situação.

**Resolução:**

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{3,0}{450} = \frac{V_2}{300}$$

$$V_2 = 2,0 \text{ ℓ}$$

**Resposta:** 2,0 ℓ

**12** (PUC-SP) Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação isométrica. A pressão inicial vale 4,0 atm e a temperatura inicial é de 47 °C. Se a temperatura final é de 127 °C, qual é o valor da pressão final?

**Resolução:**

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{4,0}{(47 + 273)} = \frac{p_2}{(127 + 273)}$$

$$p_2 = 5,0 \text{ atm}$$

**Resposta:** 5,0 atm

**13** (Ufal) Um gás ideal está contido em um recipiente fechado, a volume constante, a uma temperatura de 27 °C. Para que a pressão desse gás sofra um acréscimo de 50%, é necessário elevar a sua temperatura para quanto?

**Resolução:**

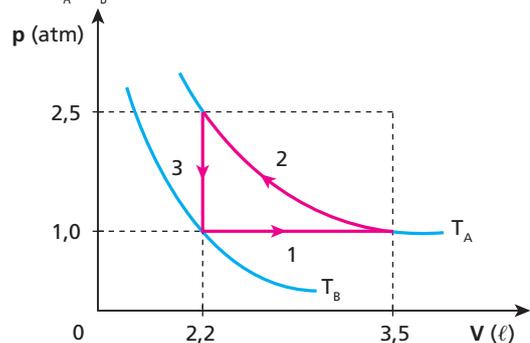
Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1}{(27 + 273)} = \frac{1,5 p_2}{T_2}$$

**Resposta:** 177 °C

**14** (Univali-SC) Considere o diagrama onde se apresentam duas isotermas,  $T_A$  e  $T_B$ .



As transformações gasosas 1, 2 e 3 são, respectivamente:

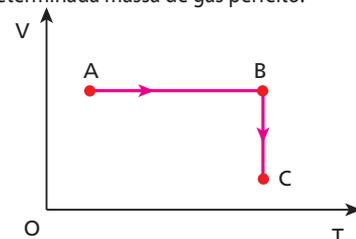
- a) isobárica, isocórica e isotérmica.
- b) isocórica, isobárica e isotérmica.
- c) isotérmica, isobárica e isocórica.
- d) isobárica, isotérmica e isocórica.
- e) isotérmica, isocórica e isobárica.

**Resolução:**

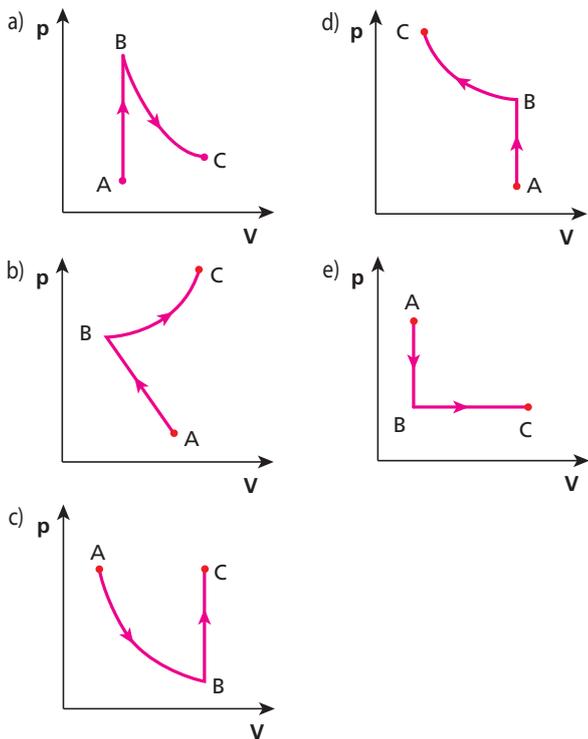
- 1) **Isobárica:** Transformação a pressão constante.
- 2) **Isotérmica:** Transformação a temperatura constante.
- 3) **Isocórica:** Transformação a volume constante.

**Resposta:** d

**15** Um gás perfeito tem como variáveis de estado as grandezas: pressão ( $p$ ), volume ( $V$ ) e temperatura absoluta ( $T$ ). O diagrama volume ( $V$ ) × temperatura absoluta ( $T$ ) representa as transformações AB e BC sofridas por determinada massa de gás perfeito.

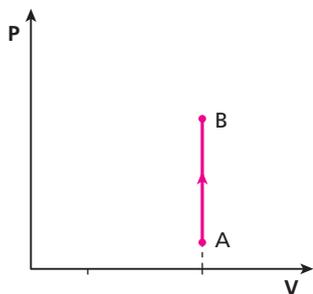


Num diagrama pressão ( $p$ )  $\times$  volume ( $V$ ), essas transformações poderiam ser representadas por:

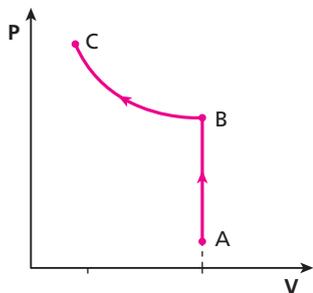


**Resolução:**

Transformação AB (isométrica):



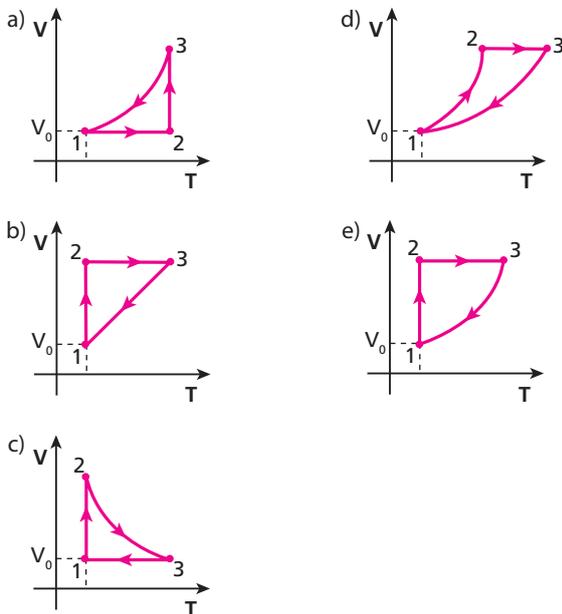
Se a temperatura  $T$  do gás aumenta, sua pressão aumenta também. Transformação BC (isotérmica):



Em um diagrama  $p \times V$ , a transformação isotérmica é representada por uma hipérbole.

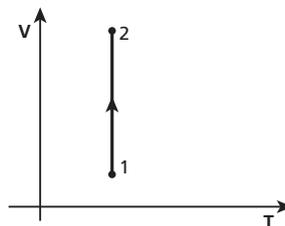
**Resposta:** d

**16** (UFMA) Um determinado gás perfeito, contido dentro de um recipiente, ocupa inicialmente um volume  $V_0$ . O gás sofre então uma expansão isotérmica, atingindo o estado 2, a partir do qual passa por um processo de aquecimento isovolumétrico, atingindo o estado 3. Do estado 3, o gás retorna ao estado 1 (inicial) por meio de uma compressão isobárica. Indique qual dos diagramas a seguir representa a sequência dos processos acima:

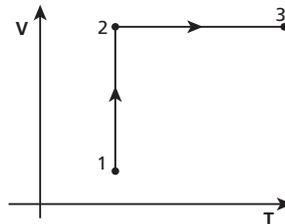


**Resolução:**

De 1 para 2: há expansão (aumento de volume) isotérmica (temperatura constante).



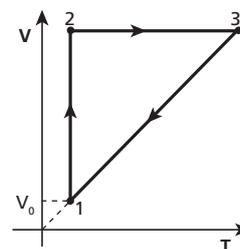
De 2 para 3: há aquecimento (aumento de temperatura) isovolumétrico (volume constante).



De 3 para 1: há compressão (diminuição de volume) isobárica (pressão constante).

Lei de Charles e Gay-Lussac:  $V = K T$

$V$  (volume) diretamente proporcional à temperatura absoluta  $T$ .



**Resposta:** b

- 17** (Fuvest-SP) Um congelador doméstico (*freezer*) está regulado para manter a temperatura de seu interior a  $-18\text{ }^\circ\text{C}$ . Sendo a temperatura ambiente igual a  $27\text{ }^\circ\text{C}$  (ou seja,  $300\text{ K}$ ), o congelador é aberto e, pouco depois, fechado novamente. Suponha que o *freezer* tenha boa vedação e que tenha ficado aberto o tempo necessário para o ar em seu interior ser trocado por ar ambiente. Quando a temperatura do ar no *freezer* voltar a atingir  $-18\text{ }^\circ\text{C}$ , a pressão em seu interior será:
- cerca de 150% da pressão atmosférica.
  - cerca de 118% da pressão atmosférica.
  - igual à pressão atmosférica.
  - cerca de 85% da pressão atmosférica.
  - cerca de 67% da pressão atmosférica.

**Resolução:**

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_0}{(27 + 273)} = \frac{p_2}{(-18 + 273)}$$

$$p_2 = 0,85 p_0$$

A pressão no interior do *freezer* é 85% da pressão atmosférica.

**Resposta:** d

- 18** Certa massa de gás ideal, inicialmente nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão:  $T = 0\text{ }^\circ\text{C} = 273\text{ K}$  e  $p = 1,0\text{ atm}$ ), sofre uma transformação isobárica e aumenta seu volume em 80%. Em graus Celsius, qual foi a variação de temperatura sofrida por esse gás?

**Resolução:**

$$\text{CNTp} \begin{cases} p = 1\text{ atm} \\ T = 0\text{ }^\circ\text{C} = 273\text{ K} \end{cases}$$

Transformação isobárica

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{273} = \frac{1,8 V_1}{(\theta_2 + 273)}$$

$$\theta_2 = 218,4\text{ }^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 218,4\text{ }^\circ\text{C} - 0\text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta\theta = 218,4\text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 218,4 °C

- 19** Certa massa de gás perfeito está em um recipiente de volume constante. No início, a temperatura do gás é de  $47\text{ }^\circ\text{C}$  e a pressão registrada é equivalente a  $100\text{ mm Hg}$ . Qual será a nova pressão do gás se a sua temperatura for alterada para  $207\text{ }^\circ\text{C}$ ?

**Resolução:**

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{100}{(47 + 273)} = \frac{p_2}{(207 + 273)}$$

$$p_2 = 150\text{ mm Hg}$$

**Resposta:** 150 mm Hg

- 20** (Unifor-CE) Um pneu de automóvel contém ar sob pressão de  $3,0\text{ atm}$  à temperatura de  $7,0\text{ }^\circ\text{C}$ . Após viagem de  $72\text{ km}$ , verifica-se que a temperatura do pneu atinge  $47\text{ }^\circ\text{C}$ . Considerando o ar um gás ideal e desprezando a variação de volume do pneu, a pressão do ar nessa nova condição vale, em atmosferas:
- 3,1.
  - 3,4.
  - 3,7.
  - 4,0.
  - 4,3.

**Resolução:**

Lei de Charles:

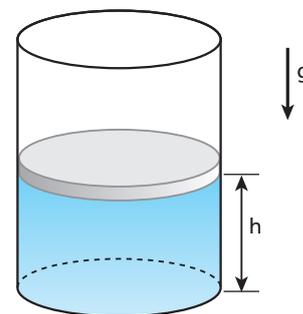
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{3,0}{(7,0 + 273)} = \frac{p_2}{(47 + 273)}$$

$$p_2 \approx 3,4\text{ atm}$$

**Resposta:** b

- 21** (Fuvest-SP) O cilindro da figura a seguir é fechado por um êmbolo que pode deslizar sem atrito e está preenchido por certa quantidade de gás que pode ser considerado como ideal. À temperatura de  $30\text{ }^\circ\text{C}$ , a altura  $h$  na qual o êmbolo se encontra em equilíbrio vale  $20\text{ cm}$  (ver figura;  $h$  se refere à superfície inferior do êmbolo). Se mantidas as demais características do sistema e a temperatura passar a ser  $60\text{ }^\circ\text{C}$ , o valor de  $h$  variará em aproximadamente:



- 5%.
- 10%.
- 20%.
- 50%.
- 100%.

**Resolução:**

Lei de Charles e Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{A h_1}{(30 + 273)} = \frac{A h_2}{(60 + 273)}$$

$$\frac{20}{303} = \frac{h_2}{333} \Rightarrow h_2 = 21,98\text{ cm} \approx 22\text{ cm}$$

Vemos que  $h_2$  é, aproximadamente, 10% maior do que  $h_1$ .

**Resposta:** b

- 22** Uma garrafa metálica aprisiona ar a uma temperatura de  $27\text{ }^\circ\text{C}$ , sob pressão de  $1,2\text{ atm}$ . Essa garrafa é colocada no interior de um forno e é aquecida até que sua tampa seja ejetada. Supondo que o ar se comporte como um gás perfeito, a dilatação da garrafa seja desprezível e a condição para a tampa ser ejetada é uma pressão igual a  $2,8\text{ atm}$ , qual a temperatura do ar no instante em que ela escapa da garrafa?

**Resolução:**

Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{1,2}{(27 + 273)} = \frac{2,8}{T_2}$$

$$T_2 = 700 \text{ K} = 427 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 427 °C

**23** (UEL-PR) Uma bolha de ar, formada junto ao fundo de um lago, a 5,0 m de profundidade, escapa e sobe à superfície. São dados: pressão atmosférica =  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  e densidade da água =  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Considerando constante a temperatura da água, pode-se concluir que o volume da bolha, na subida:

- a) permanece o mesmo.                      d) aumenta 20%.  
 b) aumenta 5%.                                      e) aumenta 50%.  
 c) aumenta 10%.

**Resolução:**

A 5,0 m de profundidade, a pressão é dada por:

$$p_1 = p_0 + \mu g h$$

$$p_1 = 1,0 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5,0 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$p_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Assim, usando a Lei de Boyle, temos:

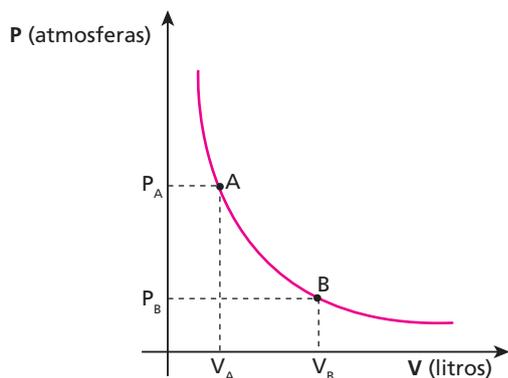
$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$1,5 \cdot 10^5 \cdot V_1 = 1,0 \cdot 10^5 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = 1,5 V_1$$

O volume da bolha aumenta 50% em relação ao inicial.

**Resposta:** e

**24** (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente num estado A, ocupa o volume de 5,6 litros. Após sofrer uma transformação isotérmica, é levado ao estado B.



Sabendo que em B o gás está nas CNTP (condições normais de temperatura e pressão), podemos afirmar que em A:

- a) a pressão é desconhecida e não pode ser determinada com os dados disponíveis.  
 b) a pressão é de 1,0 atmosfera.  
 c) a pressão é de 2,0 atmosferas.  
 d) a pressão é de 4,0 atmosferas.  
 e) a pressão é de 5,6 atmosferas.

**Resolução:**

Nas CNTp, temos

$$T_B = 273 \text{ K}$$

$$V_B = 22,4 \text{ } \ell$$

$$p_S = 1,0 \text{ atm}$$

Na transformação isotérmica, usamos a Lei de Boyle:

$$p_A V_A = p_B V_B$$

$$p_A \cdot 5,6 = 1,0 \cdot 22,4$$

$$p_A = 4,0 \text{ atm}$$

**Resposta:** d

**25 E.R.** Colocam-se 160 g de oxigênio, a 27 °C, em um recipiente com capacidade de 5,0 L. Considerando-se que o oxigênio comporta-se como um gás perfeito, qual o valor da pressão exercida por ele?

**Dados:** massa molar do oxigênio = 32 g;

$$\text{constante universal dos gases perfeitos } R = 0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$$

**Resolução:**

Aplicando a Equação de Clapeyron para os gases perfeitos, temos:

$$p V = n R T$$

em que  $n = m/M$ ,  $R$  é a constante universal dos gases perfeitos e  $T$  é a temperatura absoluta do gás.

Do enunciado, sabemos que:

$$V = 5,0 \text{ L}$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{160}{32} \Rightarrow n = 5,0 \text{ mols}$$

$$R = 0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$$

$$T = 27 \text{ }^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

Portanto:

$$p \cdot 5,0 = 5,0 \cdot 0,082 \cdot 300$$

$$p = 24,6 \text{ atm}$$

**26** Num recipiente rígido de 41 L de capacidade, são colocados 10 mols de um gás perfeito, à temperatura de 177 °C. Qual o valor da pressão exercida por esse gás nas paredes internas do recipiente?

**Dado:** constante universal dos gases perfeitos  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ **Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$p V = n R T$$

$$p \cdot 41 = 10 \cdot 0,082 \cdot (177 + 273)$$

$$p = 9,0 \text{ atm}$$

**Resposta:** 9,0 atm

**27** Que volume devem ocupar 6,0 mols de um gás perfeito, a 227 °C, para exercer nas paredes do recipiente uma pressão de 12 atm?

**Dado:**  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ **Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$p V = n R T$$

$$12 \cdot V = 6,0 \cdot 0,082 \cdot (227 + 273)$$

$$V = 20,5 \text{ } \ell$$

**Resposta:** 20,5 ℓ

**28** A que temperatura (em graus Celsius) devem-se encontrar 5,0 mols de um gás perfeito para que, colocados em um recipiente de volume igual a 20,5 L, exerçam uma pressão de 4,0 atm?

**Dado:**  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$4,0 \cdot 20,5 = 5,0 \cdot 0,082 \cdot T$$

$$T = 200 \text{ K} = -73 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $-73 \text{ }^\circ\text{C}$

**29** Num recipiente de paredes rígidas e capacidade igual a 10 L, são colocados 8,0 g de hidrogênio à temperatura de  $-23 \text{ }^\circ\text{C}$ . Qual a pressão exercida pelo gás, supondo-se que ele se comporte como um gás perfeito?

**Dados:**  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ ;  
 $\text{mol}(\text{H}_2) = 2 \text{ g}$ .

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

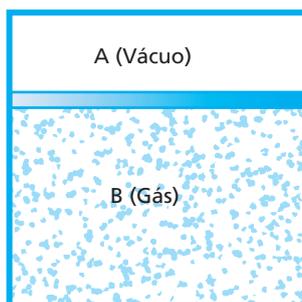
$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$p \cdot 10 = \frac{8,0}{2,0} \cdot 0,082 \cdot (-23 + 273)$$

$$p = 8,2 \text{ atm}$$

**Resposta:** 8,2 atm

**30** Na figura a seguir, os compartimentos **A** e **B** são separados por um êmbolo de peso  $P = 60 \text{ kgf}$  e área  $S = 12 \text{ cm}^2$ , que pode deslizar sem atrito.



No compartimento **B**, são colocados 5,0 mols de um gás perfeito a uma temperatura de  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ . O volume ocupado por esse gás, em litros, vale:

- a) 8,4;
- b) 12,6;
- c) 18,4;
- d) 22,8;
- e) 24,6.

**Dados:**  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ ;  
 $1 \text{ kgf/cm}^2 \approx 1 \text{ atm}$ .

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Como:  $p = \frac{F}{A}$

Temos:

$$\frac{F}{A} V = nRT$$

$$\frac{60}{12} \cdot V = 5,0 \cdot 0,082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow V = 24,6 \text{ L}$$

**Resposta:** e

**31** (Fuvest-SP) Um botijão de gás de cozinha contém 13 kg de gás liquefeito, à alta pressão. Um mol desse gás tem massa de, aproximadamente, 52 g. Se todo o conteúdo do botijão fosse utilizado para encher um balão, à pressão atmosférica e à temperatura de  $300 \text{ K}$ , o volume final do balão seria aproximadamente de:

- a)  $13 \text{ m}^3$ .
- b)  $6,2 \text{ m}^3$ .
- c)  $3,1 \text{ m}^3$ .
- d)  $0,98 \text{ m}^3$ .
- e)  $0,27 \text{ m}^3$ .

Constante dos gases **R**  
 $R = 8,3 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  ou  
 $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \ell/(\text{mol} \cdot \text{K})$   
 $P_{\text{atmosférica}} = 1 \text{ atm}$   
 $\approx 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$   
 $(1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2)$   
 $1 \text{ m}^3 = 1000 \ell$

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$1 \cdot 10^5 \cdot V = \frac{13000}{52} \cdot 8,3 \cdot 300$$

$$V \approx 6,2 \text{ m}^3$$

**Resposta:** b

**32** (Mack-SP) A tabela a seguir representa as características de duas amostras do mesmo gás perfeito.

Características	Amostra 1	Amostra 2
Pressão (atm)	1,0	0,5
Volume (litros)	10,0	20,0
Massa (g)	4,0	3,0
Temperatura ( $^\circ\text{C}$ )	27,0	

O preenchimento correto da lacuna existente para a amostra 2 é:

- a)  $273,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- b)  $227,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- c)  $197,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- d)  $153,0 \text{ }^\circ\text{C}$
- e)  $127,0 \text{ }^\circ\text{C}$

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Lembrando que  $n = \frac{m}{M}$ , podemos escrever:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Assim, para a amostra 1, temos:

$$1,0 \cdot 10,0 = \frac{4,0}{M} \cdot R \cdot (27,0 + 273)$$

$$\frac{R}{M} = \frac{1}{120}$$

Para a amostra 2, vem:

$$0,5 \cdot 20,0 = \frac{3,0}{M} R T_2$$

$$10 = \frac{R}{M} \cdot 3,0 T_2$$

$$10 = \frac{1}{120} \cdot 3,0 T_2$$

$$T_2 = 400,0 \text{ K ou } 127,0 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** e

**33** (PUC-SP) Um certo gás, cuja massa vale 140 g, ocupa um volume de 41 litros, sob pressão de 2,9 atmosferas à temperatura de 17 °C. O número de Avogadro vale  $6,02 \cdot 10^{23}$  e a constante universal dos gases perfeitos é  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ . Nessas condições, qual o número de moléculas contidas no gás?

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$2,9 \cdot 41 = n \cdot 0,082 \cdot (17 + 273)$$

$$n = 5 \text{ mols}$$

Portanto:

$$1 \text{ mol} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

$$5 \text{ mols} \rightarrow x$$

$$x = 3,0 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

**Resposta:**  $3,0 \cdot 10^{24}$  moléculas

**34** (Cesgranrio-RJ) Um quarto mede  $3,00 \text{ m} \times 4,00 \text{ m} \times 2,80 \text{ m}$ . Considere que, nas CNTP, 1 mol de um gás (equivalente a  $6,02 \cdot 10^{23}$  moléculas) ocupa o volume de 22,4 ℓ. A ordem de grandeza do número de moléculas desse gás, nas CNTP, que ocupará o quarto é de:  
a)  $10^{19}$ .    b)  $10^{21}$ .    c)  $10^{23}$ .    d)  $10^{25}$ .    e)  $10^{27}$ .

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Como:

$$p = 1 \text{ atm} = 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V = 3,00 \text{ m} \cdot 4,00 \text{ m} \cdot 2,80 \text{ m} = 33,6 \text{ m}^3$$

$$T = 0 \text{ °C} = 273 \text{ K}$$

$$R = 8,3 \text{ J/mol K,}$$

então:

$$1 \cdot 10^5 \cdot 33,6 = n \cdot 8,3 \cdot 273 \Rightarrow n \approx 1,5 \cdot 10^3 \text{ mols}$$

Número de moléculas:

$$1 \text{ mol} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

$$1,5 \cdot 10^3 \text{ mols} \rightarrow x$$

$$x = 9,0 \cdot 10^{26} \text{ moléculas, e a ordem de grandeza é:}$$

$$(OG) = 10^{27} \text{ moléculas}$$

**Resposta:** e

**35** Considerando-se **p** a pressão, **V** o volume, **T** a temperatura absoluta, **M** a massa de 1 mol e **R** a constante universal dos gases perfeitos, qual a relação que representa a densidade absoluta de um gás perfeito?  
a)  $d = MR/pT$ .    c)  $d = pM/RT$ .    e)  $d = p/MRT$ .  
b)  $d = pV/RT$ .    d)  $d = RT/pV$ .

**Resolução:**

Densidade absoluta:

$$d = \frac{m}{V}$$

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$pM = \frac{m}{V} RT$$

$$pM = dRT$$

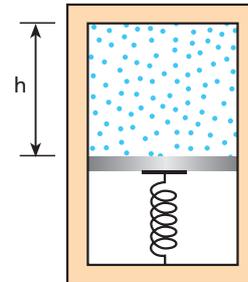
$$d = \frac{pM}{RT}$$

**Resposta:** c

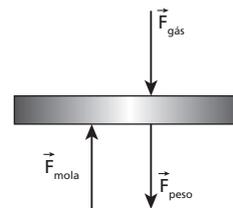
**36** Um cilindro adiabático vertical foi dividido em duas partes por um êmbolo de 2,50 kg de massa, que está apoiado em uma mola ideal de constante elástica igual a  $1,04 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ . Na parte inferior do cilindro, fez-se vácuo e, na parte superior, foram colocados 5 mols de um gás perfeito. Na situação de equilíbrio, a altura **h** vale 60 cm e a mola está comprimida em 20 cm.

**Dados:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;

$$R = 8,31 \text{ J/mol K.}$$



Desprezando-se possíveis atritos, qual a temperatura do gás, em graus Celsius?

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Na situação de equilíbrio:

$$F_{\text{mola}} = F_{\text{peso}} + F_{\text{gás}}$$

$$Kx = mg + F_{\text{gás}}$$

Se dividirmos todos os termos por A:

$$\frac{kx}{A} = \frac{mg}{A} + \frac{F_{\text{gás}}}{A}$$

Mas a pressão é dada por  $p = \frac{F}{A}$ , então:

$$\frac{kx}{A} - \frac{mg}{A} = p_{\text{gás}}$$

$$p_{\text{gás}} = \frac{1,04 \cdot 10^5 \cdot 0,20 - 2,50 \cdot 10}{A} \text{ (N/m}^2\text{)}$$

$$p_{\text{gás}} = \frac{20775}{A} \text{ N/m}^2$$

Portanto:

$$p_{\text{gás}} \cdot A \cdot h = nRT$$

$$\frac{20775}{A} \cdot A \cdot 0,60 = 5 \cdot 8,31 \cdot (\theta_c + 273)$$

$$300 = \theta_c + 273 \Rightarrow \theta_c = 27 \text{ °C}$$

**Resposta:** 27 °C

**37 E.R.** Um cilindro metálico de paredes indeformáveis contém gás ideal a  $-23 \text{ °C}$ . Quando aquecemos lentamente o sistema até  $127 \text{ °C}$ , uma válvula deixa escapar gás, a fim de manter a pressão interna constante, durante todo o processo. Determine a fração do gás inicial que escapa.

**Resolução:**

Do texto, observamos que o volume e a pressão do gás permanecem constantes. Aplicando a **Equação de Clapeyron**, temos:

$$pV = nRT$$

$$n_1 RT_1 = n_2 RT_2 \Rightarrow n_1 T_1 = n_2 T_2 \quad (1)$$

São dados:

$$T_1 = -23 \text{ }^\circ\text{C} = 250 \text{ K}$$

$$T_2 = 127 \text{ }^\circ\text{C} = 400 \text{ K}$$

Substituindo esses valores na expressão (1), encontramos:

$$n_1 \cdot 250 = n_2 \cdot 400$$

$$n_2 = 0,625n_1 \text{ ou } n_2 = 62,5\% n_1$$

Portanto, o gás que escapa representa 37,5% da massa inicial.

**38** (Mack-SP) Em um recipiente hermeticamente fechado e que contém 20 g de  $\text{CO}_2$  foi acoplada uma válvula. Inicialmente, a pressão desse gás é de 6,0 atm e sua temperatura, de 77 °C. Se, através da válvula, permitirmos que 25% do gás escapem, mantendo constante a temperatura, qual será a pressão exercida pelo gás restante?

**Resolução:**

Equação de Clapeyron no início do processo:  $\Rightarrow p_1 V_1 = n_1 R T_1$

Equação de Clapeyron no final do processo:  $\Rightarrow p_2 V_2 = n_2 R T_2$

Como

$$V_1 = V_2$$

$$T_1 = T_2$$

$n_2 = 0,75 n_1$  (escaparam 25% do gás),

então:

$$p_1 V = n_1 R T$$

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{RT}{V}$$

$$p_2 V = n_2 R T$$

$$\frac{p_2}{n_2} = \frac{RT}{V}$$

Portanto:

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2} \Rightarrow \frac{6,0}{n_1} = \frac{p_2}{0,75 n_1} \Rightarrow p_2 = 4,5 \text{ atm}$$

**Resposta:** 4,5 atm

**39** (Unirio-RJ) Um cilindro de capacidade igual a 60 L está cheio de oxigênio sob pressão de 9,2 atm, à temperatura de 27 °C. Abre-se a válvula. Qual a massa de gás que escapa? Admite-se que a temperatura permaneça constante e a pressão externa seja normal. Para o oxigênio,  $M = 32 \text{ g}$ ;  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ .

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Antes de abrir a válvula:

$$p_1 V = \frac{m_1}{M} RT$$

$$9,2 \cdot 60 = \frac{m_1}{32} \cdot 0,082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow m_1 \approx 718 \text{ g}$$

Após a abertura da válvula:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} RT$$

$$1 \cdot 60 = \frac{m_2}{32} \cdot 0,082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow m_2 \approx 78 \text{ g}$$

Portanto, o gás que escapa é dado por:

$$m = m_1 - m_2 \Rightarrow m = 718 - 78 \Rightarrow m \approx 640 \text{ g}$$

**Resposta:** 640 g

**40** (Mack-SP) Num recipiente fechado e indeformável, temos 1 mol de oxigênio ( $M = 16 \text{ g}$ ) sob determinadas condições de temperatura e pressão. Introduzindo-se mais 80 g de oxigênio nesse recipiente e mantendo-se constante a temperatura, o que ocorre com a pressão do gás?

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

No início:

$$p_1 V = 1 \cdot RT \Rightarrow p_1 = \frac{RT}{V}$$

Após a introdução de 80 g de oxigênio:

$$p_2 V = \left(1 + \frac{80}{16}\right) RT$$

$$p_2 = 6 \frac{RT}{V} \Rightarrow p_2 = 6 p_1$$

**Resposta:** Aumenta 5 vezes.

**41** (UFF-RJ) Até meados do século XVII, a concepção de vácuo, como uma região desprovida de matéria, era inaceitável. Contudo, experiências relacionadas à medida da pressão atmosférica possibilitaram uma nova concepção, considerando o vácuo como uma região onde a pressão é bem inferior à de sua vizinhança. Atualmente, pode-se obter vácuo, em laboratórios, com o recurso tecnológico das bombas de vácuo. Considere que se tenha obtido vácuo à pressão de, aproximadamente,  $1,00 \cdot 10^{-10} \text{ atm}$  à temperatura de 300 K. Utilizando o modelo de gás perfeito, determine o número de moléculas por  $\text{cm}^3$  existentes nesse vácuo.

**Dados:** número de Avogadro =  $6,02 \cdot 10^{23}$  moléculas/mol; constante universal dos gases =  $8,31 \text{ J/mol K}$ ;  $1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ .

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$\text{Sendo: } P = 1,00 \cdot 10^{-10} \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$$

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

Temos:

$$1,01 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6} = n \cdot 8,31 \cdot 300 \Rightarrow n = 4,05 \cdot 10^{-15} \text{ mol}$$

Portanto:

$$1 \text{ mol} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

$$4,05 \cdot 10^{-15} \text{ mol} \rightarrow x$$

$$x = 24,38 \cdot 10^8 \text{ moléculas}$$

$$x \approx 2,4 \cdot 10^9 \text{ moléculas}$$

**Resposta:**  $2,4 \cdot 10^9$  moléculas

**42** (Cesgranrio-RJ) Uma determinada quantidade de gás ideal tem a sua temperatura aumentada, isobaricamente, de 300 K para 375 K. Nesse processo, a massa específica do gás varia de  $\mu_1$  para  $\mu_2$ . Qual a relação existente entre essas massas específicas?

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow pM = \frac{m}{V} RT$$

Como a massa específica  $\mu$  é igual à razão  $\frac{m}{V}$ , temos:

$$\mu = \frac{pM}{RT}$$

Assim:

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\frac{p_2 M}{RT_2}}{\frac{p_1 M}{RT_1}} = \frac{T_1}{T_2} \quad (\text{a pressão permaneceu constante})$$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{300}{375} \rightarrow \boxed{\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{5}}$$

**Resposta:**  $\frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{4}{5}$

**43** A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão, é de  $1,25 \text{ kg m}^{-3}$ . Qual será a massa de 10 L de nitrogênio à pressão de 700 mm Hg e a  $40^\circ\text{C}$ ?

**Resolução:**

A densidade de um gás é dada por:

$$d = \frac{pM}{RT}$$

Nas CNTP, temos:

$$1,25 = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot M}{R \cdot 273} \Rightarrow \frac{M}{R} = 341,25 \cdot 10^{-5}$$

Na situação final, temos:

$$P = 700 \text{ mm Hg} = \frac{700}{760} \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 0,92 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V = 10 \text{ L ou } 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$T = 40^\circ\text{C ou } 313 \text{ K}$$

Portanto:

$$d = \frac{pM}{RT} \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$$

$$\frac{m}{10^{-2}} = \frac{0,92 \cdot 10^5}{313} \cdot 341,25 \cdot 10^{-5}$$

$$\boxed{m = 0,010 \text{ kg} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}$$

**Resposta:**  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$

**44** (Faap-SP) Certa massa de oxigênio tem massa específica de  $0,07 \text{ g/cm}^3$  sob pressão de 700 mm Hg. Determine a pressão desse oxigênio para que sua massa específica aumente para  $0,09 \text{ g/cm}^3$  à mesma temperatura.

**Resolução:**

$$d = \frac{pM}{RT}$$

Assim, se a temperatura se mantém constante, temos:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{0,07}{0,09} = \frac{700}{p_2}$$

$$\boxed{p_2 = 900 \text{ mm Hg}}$$

**Resposta:** 900 mm Hg

**45** (Mack-SP) Um estudante teve a curiosidade de saber qual é a massa de oxigênio puro e qual é o número de átomos existente em um recipiente de 2,46 litros, quando submetido à pressão de 1,0 atm e à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ . Para tanto, solicitou sugestões ao seu professor de Física, que lhe deu algumas aulas sobre comportamento térmico dos

gases e estas informações: esse gás é diatômico e a notação química do átomo de oxigênio é  $^{16}_8\text{O}$ . Além disso, o professor lhe forneceu os valores de algumas constantes, que estão indicadas no quadro abaixo.

$$\text{Número de Avogadro} = 6,02 \cdot 10^{23}$$

$$\text{Constante universal dos gases perfeitos} = 8,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{atm} \times \text{litro}}{\text{mol} \times \text{kelvin}}$$

Se o estudante efetuou todas as operações corretamente, encontrou:

- 3,2 g e  $6,02 \cdot 10^{22}$  átomos.
- 3,2 g e  $3,01 \cdot 10^{22}$  átomos.
- 3,2 g e  $12,04 \cdot 10^{22}$  átomos.
- 1,6 g e  $6,02 \cdot 10^{22}$  átomos.
- 1,6 g e  $3,01 \cdot 10^{22}$  átomos.

**Resolução:**

1. Usando a Equação de Clapeyron, vem:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$$1,0 \cdot 2,46 = \frac{m}{32} \cdot 8,2 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \boxed{m = 3,2 \text{ g}}$$

2. Usando o conceito do número de Avogadro, temos:

$$16 \text{ g} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23}$$

$$3,2 \text{ g} \rightarrow n \cdot (n^\circ \text{ de átomos})$$

$$n = \frac{3,2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{16} \text{ átomos}$$

$$n = 1,204 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

$$\boxed{n = 12,04 \cdot 10^{22} \text{ átomos}}$$

**Resposta:** c

**46 E.R.** Um recipiente provido de êmbolo contém um gás ideal, de tal forma que  $V_1 = 2,0 \text{ L}$ ,  $p_1 = 3,495 \text{ atm}$  e  $T_1 = 233 \text{ K}$ . O êmbolo é comprimido, reduzindo o volume em 40%. De quanto devemos aquecer esse gás para que a pressão se torne igual a  $7,825 \text{ atm}$ ? Dê a resposta na escala Fahrenheit.

**Resolução:**

Já que a massa do gás não varia, pode-se usar a Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Note que:

$$V_2 = V_1 - 0,4 \cdot V_1 = 0,6 \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = 0,6 \cdot 2,0 \text{ (L)}$$

$$V_2 = 1,2 \text{ L}$$

Então:

$$\frac{3,495 \cdot 2,0}{233} = \frac{7,825 \cdot 1,2}{T_2} \Rightarrow T_2 = 313 \text{ K}$$

Como a questão pede **de quanto** devemos aquecer o gás, temos:

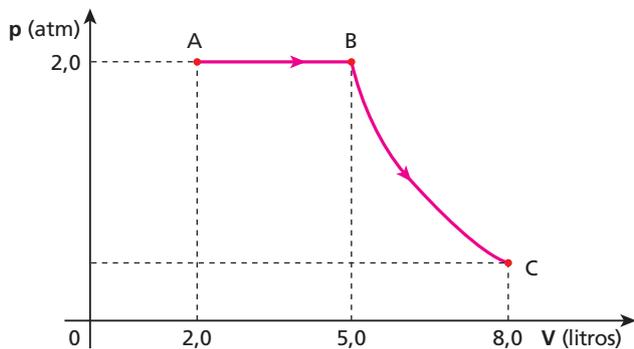
$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 313 - 233 \Rightarrow \Delta T = 80 \text{ K}$$

Entretanto, a resposta deve ser dada em unidades da escala Fahrenheit; assim:

$$\frac{\Delta T_K}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180} \Rightarrow \frac{80}{\Delta \theta_F} = \frac{100}{180}$$

$$\boxed{\Delta \theta_F = 144^\circ\text{F}}$$

**47** Uma amostra de gás perfeito sofre as transformações AB (isobárica) e BC (isotérmica) representadas no diagrama pressão × volume:



Sabe-se que a temperatura do gás, na situação representada pelo ponto **B**, vale 27 °C. Qual é a temperatura desse gás nas situações **A** e **C**?

**Resolução:**

**Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{2,0 \cdot 2,0}{T_A} = \frac{2,0 \cdot 5,0}{(27 + 273)}$$

$$T_A = 120 \text{ K} = -153 \text{ °C}$$

Como a transformação BC é isotérmica, temos:

$$T_B = T_C = 27 \text{ °C}$$

**Respostas:** -153 °C e 27 °C

**48** Certa massa de gás perfeito é colocada, a 27 °C, em um recipiente de 5,0 L de capacidade, exercendo em suas paredes uma pressão equivalente a 2,0 atm. Mantendo-se a massa e transferindo-se o gás para um outro recipiente de 3,0 L de capacidade, quer-se ter esse gás sob pressão de 5,0 atm. Para tanto, a que temperatura deve-se levar o gás?

**Resolução:**

**Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{2,0 \cdot 5,0}{(27 + 273)} = \frac{5,0 \cdot 3,0}{T_2}$$

$$T_2 = 450 \text{ K} = 177 \text{ °C}$$

**Resposta:** 177 °C

**49** Um gás perfeito, ocupando um volume de 5,0 dm<sup>3</sup> a uma temperatura de -48 °C, exerce uma pressão **p**. Aumentando a capacidade do recipiente para 7,0 dm<sup>3</sup> e a temperatura do gás para 77 °C, observa-se que sua pressão torna-se igual a 9,0 atm. Qual era o valor da pressão inicial **p**?

**Resolução:**

**Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p \cdot 5,0}{(-48 + 273)} = \frac{9,0 \cdot 7,0}{(77 + 273)}$$

$$p = 8,1 \text{ atm}$$

**Resposta:** 8,1 atm

**50** No interior de um recipiente de volume variável, são introduzidos **n** mols de um gás perfeito. As tabelas a seguir contêm os valores medidos da pressão (**p**), do volume (**V**) e da temperatura absoluta (**T**) dessa amostra de gás perfeito em duas situações diferentes, denominadas **A** e **B**:

$p_A$ (atm)	$V_A$ (L)	$T_A$ (K)	$p_B$ (atm)	$V_B$ (L)	$T_B$ (K)
16,40	3,0	300	19,22	2,5	

Usando os dados das tabelas e sabendo que a constante universal dos gases perfeitos vale  $R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$ , determine os valores de **n** e de **T<sub>B</sub>**.

**Resolução:**

**Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{16,40 \cdot 3,0}{300} = \frac{19,22 \cdot 2,5}{T_B}$$

$$T_B \approx 293 \text{ K}$$

Equação de Clapeyron:

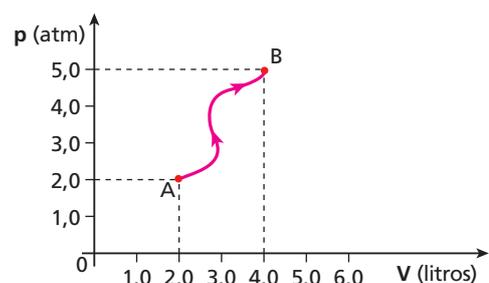
$$p_A V_A = n R T_A$$

$$16,40 \cdot 3,0 = n \cdot 0,082 \cdot 300$$

$$n = 2 \text{ mols}$$

**Resposta:** 2,0 mols e  $\approx 293 \text{ K}$

**51** Determinada massa de gás hélio sofreu uma transformação que a levou de um estado inicial de equilíbrio, caracterizado no gráfico pressão × volume pelo ponto **A**, para um estado final de equilíbrio, caracterizado pelo ponto **B**.



Se a temperatura do gás hélio era 100 K no estado inicial **A**, que valor essa temperatura registraria na situação final **B**, expressa na escala Celsius?

**Resolução:****Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_B V_B}{T_B}$$

$$\frac{2,0 \cdot 2,0}{100} = \frac{5,0 \cdot 4,0}{T_B}$$

$$T_B = 500 \text{ K} = 227 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 227 °C

**52** Num frasco de paredes indeformáveis e volume interno igual a 5,0 L, encontramos um gás perfeito à temperatura de  $-73 \text{ }^\circ\text{C}$ . Nessas condições, a pressão exercida equivale a 38 cm Hg. Mudando-se esse gás para um reservatório de capacidade igual a 2,0 L, de quanto devemos aquecê-lo para que a pressão se torne igual a 2,0 atm?

**Dado:** 1 atm = 76 cm Hg**Resolução:****Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{38 \cdot 5,0}{(-73 + 273)} = \frac{2,0 \cdot 76 \cdot 2,0}{T_2}$$

$$T_2 = 320 \text{ K} = 47 \text{ }^\circ\text{C}$$

Portanto:

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$\Delta T = 47 - (-73)$$

$$\Delta T = 120 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 120 °C

**53** (FMTM-MG) Considere um gás ideal contido em um recipiente. Os valores iniciais de volume, pressão e temperatura são  $15 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , 200 kPa e 300 K, respectivamente. Se o volume é diminuído para  $12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  e a pressão, aumentada para 350 kPa, e admitindo-se que a quantidade de gás no recipiente permaneça constante, a temperatura final do gás será:

- a) 420 K.    b) 400 K.    c) 350 K.    d) 300 K.    e) 120 K.

**Resolução:****Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{200 \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{300} = \frac{350 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{T_2}$$

$$T_2 = 420 \text{ K}$$

**Resposta:** a

**54** (Mack-SP) Certa massa de gás perfeito sofre uma transformação de maneira que seu volume aumenta de 20% e sua temperatura absoluta diminui de 40%. Terminada essa transformação, a pressão do gás será:

- a) 50% maior que a inicial.    d) 30% menor que a inicial.  
b) 50% menor que a inicial.    e) igual à inicial.  
c) 30% maior que a inicial.

**Resolução:****Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot 1,2 V_1}{0,6 T_1}$$

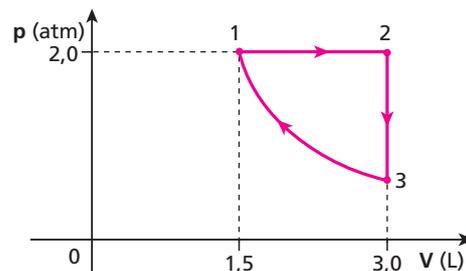
$$p_2 = 0,50 p_1$$

A pressão final é 50% **menor** que a pressão inicial.**Resposta:** b

**55 E.R.** Um gás perfeito realiza um ciclo (1, 2, 3, 1) formado por três transformações: (1, 2) isobárica, (2, 3) isovolumétrica e (3, 1) isotérmica. Em 1, suas variáveis de estado são: pressão  $p_1 = 2,0 \text{ atm}$ , volume  $V_1 = 1,5 \text{ L}$  e temperatura  $\theta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Na transformação isobárica (1, 2), o volume do gás é duplicado. Calcule os valores das variáveis de estado (pressão, volume e temperatura) em cada um dos dois outros estados (2 e 3).

**Resolução:**

O ciclo (1, 2, 3, 1), formado pelas transformações (1, 2) isobárica (pressão constante), (2, 3) isovolumétrica (volume constante) e (3, 1) isotérmica (temperatura constante), é representado no **diagrama de Clapeyron**, como segue:



No estado (1), as variáveis de estado do gás são dadas por:

$$p_1 = 2,0 \text{ atm}$$

$$V_1 = 1,5 \text{ L}$$

$$\theta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 293 \text{ K}$$

No estado (2), após ter sofrido uma transformação isobárica ( $p = \text{cte.}$ ) e ter dobrado o volume, as variáveis de estado do gás ficam:

$$p_2 = 2,0 \text{ atm (de 1 para 2} \rightarrow \text{transformação isobárica)}$$

$$V_2 = 3,0 \text{ L (volume dobrou)}$$

$$\theta_2 = ?$$

Usando a **Lei geral dos Gases**, uma vez que o número de mols permanece constante, temos:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2,0 \cdot 1,5}{293} = \frac{2,0 \cdot 3,0}{T_2}$$

$$T_2 = 586 \text{ K} \Rightarrow \theta_2 = 313 \text{ }^\circ\text{C}$$

No estado (3), após ter sofrido uma transformação isovolumétrica ( $V = \text{cte.}$ ), o gás tem as seguintes variáveis de estado:

$$p_3 = ?$$

$$V_3 = 3,0 \text{ L (transformação isovolumétrica)}$$

$$\theta_3 = \theta_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C (pois o gás volta ao estado (1) numa transformação isotérmica)}$$

Usando novamente a **Lei geral dos Gases**, temos:

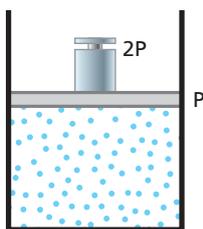
$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_3 V_3}{T_3} + \frac{2,0 \cdot 3,0}{586} = \frac{p_3 \cdot 3,0}{293} \Rightarrow p_3 = 1,0 \text{ atm}$$

Assim, os valores das variáveis pedidas são:

$$(2) \begin{cases} p_2 = 2,0 \text{ atm} \\ V_2 = 3,0 \text{ L} \\ \theta_2 = 313 \text{ °C} \end{cases} \quad (3) \begin{cases} p_3 = 1,0 \text{ atm} \\ V_3 = 3,0 \text{ L} \\ \theta_3 = 20 \text{ °C} \end{cases}$$

**56** (Mack-SP) Um gás perfeito, a 27 °C, está aprisionado em um cilindro indilataível por um êmbolo de peso **P**. Coloca-se sobre o êmbolo um peso 2**P** e aquece-se o gás a 127 °C. Despreze a pressão atmosférica. Sendo **V** o volume inicial do gás, o seu volume final será:

- a)  $\frac{V}{2}$ .
- b)  $\frac{8V}{9}$ .
- c)  $\frac{4V}{9}$ .
- d)  $\frac{4V}{3}$ .
- e)  $\frac{2V}{3}$ .



**Resolução:**  
**Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Como  $p = \frac{F}{A}$   
então:

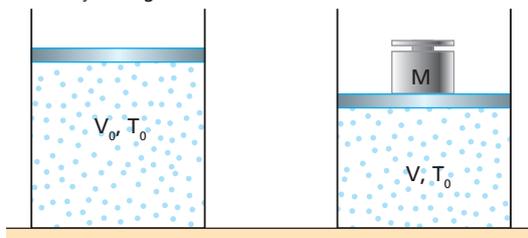
$$\frac{\frac{P}{A} V}{(27 + 273)} = \frac{\frac{3P}{A} V_2}{(127 + 273)}$$

$$V_2 = \frac{4V}{9}$$

**Resposta:** c

**57** Um cilindro contendo uma amostra de gás perfeito, à temperatura ambiente, é vedado por um êmbolo que pode deslizar livremente, sem qualquer atrito. O volume inicialmente ocupado pelo gás é  $V_0$  e a pressão exercida sobre ele, pelo êmbolo e pela coluna de ar acima dele, é igual a 12 N/cm<sup>2</sup>. Colocando-se sobre o êmbolo, cuja área é de 100 cm<sup>2</sup>, um corpo de massa 40 kg, o gás é comprimido, sua pressão aumenta e seu volume passa a ser igual a **V**.

**Dado:** aceleração da gravidade no local = 10 m/s<sup>2</sup>



- a) Determine, em N/cm<sup>2</sup>, a pressão adicional exercida sobre o gás pelo peso do corpo de massa 40 kg.
- b) Demonstre que, se a transformação sofrida pelo gás for isotérmica,

vale a relação  $\frac{V}{V_0} = \frac{3}{4}$ .

**Resolução:**

$$a) p = \frac{F}{A} = \frac{m g}{A}$$

$$p = \frac{40 \cdot 10}{100} \text{ N/cm}^2 \Rightarrow p = 4,0 \text{ N/cm}^2$$

b) Se a transformação é isotérmica, podemos utilizar a Lei de Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow 12 \cdot V_0 = (4 + 12) V$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

**Respostas:** a) 4,0 N/cm<sup>2</sup>; b) Lei de Boyle

**58** (FMTM-MG) A válvula reguladora de pressão em uma panela de pressão tem massa igual a 60 g e está apoiada sobre um orifício de diâmetro 2,8 mm na tampa da panela, vedando perfeitamente a comunicação do exterior com o interior. Sendo a aceleração da gravidade 10 m/s<sup>2</sup>, a mínima variação de pressão no interior da panela, que fará com que a válvula permita o escape de vapor do interior da panela, é, aproximadamente, em Pa:



**Dado:**  $\pi = 3$

- a)  $0,8 \cdot 10^5$ .
- b)  $0,9 \cdot 10^5$ .
- c)  $1,0 \cdot 10^5$ .
- d)  $1,2 \cdot 10^5$ .
- e)  $1,8 \cdot 10^5$ .

**Resolução:**

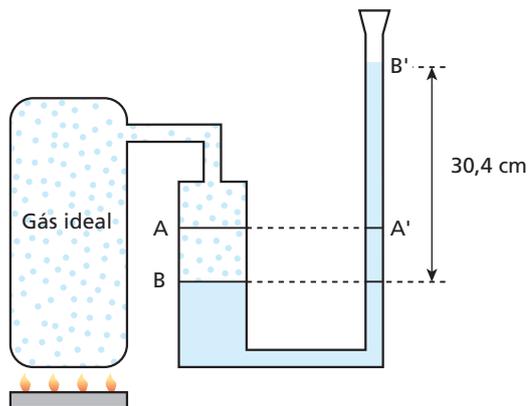
$$\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{m g}{\pi R^2}$$

$$\Delta p = \frac{60 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{3 \cdot (1,4 \cdot 10^{-3})^2} \text{ N/m}^2$$

$$\Delta p \approx 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

**Resposta:** c

**59** (Univest-SP)



Um recipiente contém um gás ideal à temperatura de 27 °C e sob pressão de 1,0 atm. A pressão desse gás é transmitida a um tubo em U, contendo mercúrio, conforme indica a figura acima. Inicialmente, os níveis **A** e **A'** do mercúrio são iguais nos dois ramos do tubo. Aquecendo-se o gás no recipiente, observa-se que os níveis do mercúrio passam para **B** e **B'**. Considere que o volume de gás que entra

no tubo é insignificante diante do volume do recipiente e que 1 atm corresponde a 76 cm de mercúrio. Então, a temperatura, em graus Celsius, à qual o gás foi aquecido, é de:

- a) 77.      b) 120.      c) 147.      d) 227.      e) 420.

**Resolução:**

Considerando-se constante o volume do gás, podemos aplicar a Lei de Charles:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$\frac{76}{(27 + 273)} = \frac{(76 + 30,4)}{T_2}$$

$$T_2 = 420 \text{ K} = 147 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** c

**60** (Fuvest-SP) Uma equipe tenta resgatar um barco naufragado que está a 90 m de profundidade. O porão do barco tem tamanho suficiente para que um balão seja inflado dentro dele, expulse parte da água e permita que o barco seja içado até uma profundidade de 10 m. O balão dispõe de uma válvula que libera o ar, à medida que o barco sobe, para manter seu volume inalterado. No início da operação, a 90 m de profundidade, são injetados 20 000 mols de ar no balão. Ao alcançar a profundidade de 10 m, a porcentagem do ar injetado que ainda permanece no balão é:

- a) 20%.      b) 30%.      c) 50%.      d) 80%.      e) 90%.

Pressão na superfície do mar = 1 atm  
No mar, a pressão da água aumenta em 1 atm a cada 10 m de profundidade.  
A pressão do ar no balão é sempre igual à pressão externa da água.

**Resolução:**

(I) Com o balão a 90 m de profundidade:

$$p_1 = p_{\text{ef-1}} + p_{\text{atm}} \Rightarrow p_1 = (9,0 + 1,0) \text{ atm}$$

$$p_1 = 10,0 \text{ atm}$$

(II) Com o balão a 10 m de profundidade:

$$p_2 = p_{\text{ef-2}} + p_{\text{atm}} \Rightarrow p_2 = (1,0 + 1,0) \text{ atm}$$

$$p_2 = 2,0 \text{ atm}$$

(III) Equação de Clapeyron:

$$p_2 V_2 = n_2 R T_2 \text{ (a 10 m de profundidade)}$$

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1 \text{ (a 90 m de profundidade)}$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{n_2 R T_2}{n_1 R T_1}$$

Tendo sido dado que  $V_1 = V_2$  e admitamos  $T_1 = T_2$ , vem:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{2,0}{10,0} = \frac{n_2}{n_1}$$

Da qual:  $n_2 = 0,20 n_1$

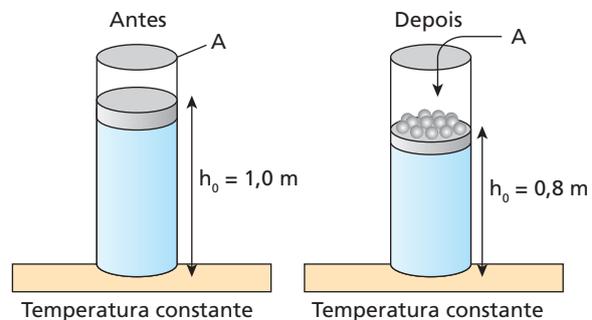
$$\text{ou } n_2 = 20 \% n_1$$

Conclusão:

Permanecem no balão 20% do número de mols inicial, isto é:  $0,20 \cdot 20\,000 \text{ mols} = 4\,000 \text{ mols}$ .

**Resposta:** a

**61** (UFPE) Um cilindro de  $20 \text{ cm}^2$  de seção reta contém um gás ideal, comprimido em seu interior por um pistão móvel, de massa desprezível e sem atrito. O pistão repousa a uma altura  $h_0 = 1,0 \text{ m}$ . A base do cilindro está em contato com um forno, de forma que a temperatura do gás permanece constante. Bolinhas de chumbo são lentamente depositadas sobre o pistão até que ele atinja a altura  $h = 80 \text{ cm}$ .



Considere a pressão atmosférica igual a 1 atm.

(1 atm =  $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ )

A massa do chumbo que foi depositada sobre o pistão vale:

- a) 0,50 kg.      c) 2,0 kg.      e) 50,5 kg.  
b) 1,0 kg.      d) 5,0 kg.

**Resolução:**

Lei de Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

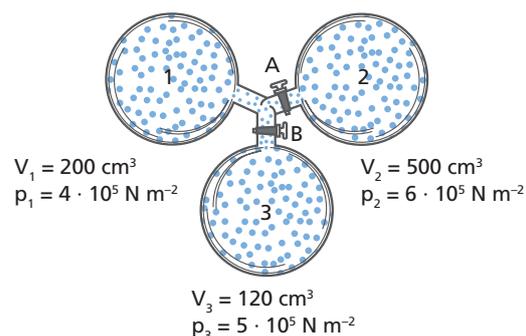
$$1,0 \cdot 10^5 \cdot A \cdot 1,0 = \left( 1,0 \cdot 10^5 + \frac{m \cdot 10}{20 \cdot 10^{-4}} \right) \cdot A \cdot 0,8$$

$$\frac{1,0 \cdot 10^5}{0,8} = 1,0 \cdot 10^5 + \frac{m}{2 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow 0,25 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = m$$

$$m = 5,0 \text{ kg}$$

**Resposta:** d

**62 E.R.** Três recipientes contêm gases sob pressão e volume conforme representado a seguir:



As paredes dos recipientes são diatérmicas (permitem trocas de calor com o meio externo). Abrindo-se as válvulas **A** e **B**, os gases misturam-se, sem reações químicas, mantendo-se a temperatura constante (igual à temperatura ambiente). Qual o valor aproximado da pressão final da mistura?

**Resolução:**

Para uma mistura de gases perfeitos em que não há variação do número de mols dos componentes, temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} + \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

Como  $T_1 = T_2 = T_3 = T_m = T_{\text{ambiente}}$  e

$V_m = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow V_m = 820 \text{ cm}^3$ , temos:

$$p_m \cdot 820 = 4 \cdot 10^5 \cdot 200 + 6 \cdot 10^5 \cdot 500 + 5 \cdot 10^5 \cdot 120$$

$$p_m \approx 5,4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

**63** Num recipiente **A** de capacidade igual a 25 L há nitrogênio à temperatura de  $-23 \text{ }^\circ\text{C}$ , sob pressão de 3,0 atm. Em outro recipiente **B**, com 30 L de capacidade, há oxigênio à temperatura de  $127 \text{ }^\circ\text{C}$  sob pressão de 8,0 atm. Ambos os gases são colocados num terceiro reservatório de capacidade de 27 L, no qual se misturam. Admitindo que esses gases não interagem quimicamente e que se comportam como gases perfeitos, qual será a temperatura final da mistura gasosa, sabendo que a pressão passou a ser de 10 atm?

**Resolução:**

Na mistura gasosa, temos:

$$\frac{p_m V_m}{T_m} = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{10 \cdot 27}{T_m} = \frac{3,0 \cdot 25}{(-23 + 273)} + \frac{8,0 \cdot 30}{(127 + 273)}$$

$$\frac{270}{(\theta_m + 273)} = 0,3 + 0,6 \Rightarrow \theta_m + 273 = \frac{270}{0,9}$$

$$\theta_m + 273 = 300 \Rightarrow \theta_m = 27 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 27 °C

**64** Um recipiente de  $600 \text{ cm}^3$  contém criptônio a uma pressão de 400 mm Hg. Outro recipiente de  $200 \text{ cm}^3$  está cheio de hélio a 1 200 mm Hg. Misturam-se os conteúdos de ambos os recipientes, abrindo-se uma válvula de conexão. Supondo que todas as operações se realizem a temperatura constante, determine a pressão total da mistura. Despreze o volume da válvula e dos tubos de conexão.

**Resolução:**

Sendo a temperatura constante, temos:

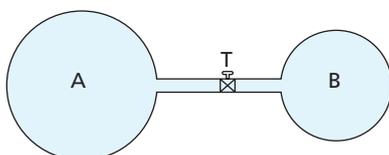
$$p_m V_m = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

$$p_m (600 + 200) = 600 \cdot 400 + 1200 \cdot 200$$

$$p_m = 600 \text{ mm Hg}$$

**Resposta:** 600 mm Hg

**65** (Faap-SP) Sabe-se que o balão **A** tem o dobro da capacidade do balão **B** e que ambos contêm o mesmo gás perfeito. No **A**, o gás está à pressão atmosférica normal e no **B**, a uma pressão 4 vezes maior, quando ambos estão à mesma temperatura. Calcular a pressão a que estará sujeito o gás após aberta a torneira **T**, de forma que a temperatura permaneça constante. Dar a resposta em mm Hg.



**Resolução:**

Sendo a temperatura constante, temos:

$$p_m V_m = p_A V_A + p_B V_B$$

$$p_m (2V + V) = 760 \cdot 2V + 4 \cdot 760 \cdot V$$

$$p_m 3V = 1520V + 3040V$$

$$p_m = \frac{4560V}{3V}$$

$$p_m = 1520 \text{ mm Hg}$$

**Resposta:** 1 520 mm Hg

**66** A teoria cinética dos gases propõe um modelo para os gases perfeitos, no qual:

- a) a pressão do gás não depende da velocidade das moléculas;
- b) as moléculas são consideradas partículas que podem colidir inelasticamente entre si;
- c) a temperatura do gás está diretamente relacionada com a energia cinética das moléculas;
- d) a pressão do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume;
- e) a temperatura do gás depende somente do número de moléculas por unidade de volume.

**Resolução:**

Para os gases perfeitos, a teoria cinética propõe a relação:

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

A temperatura do gás é diretamente relacionada com a energia cinética média das moléculas.

**Resposta:** c

**67** O valor da temperatura de uma amostra de gás perfeito é consequência:

- a) da radiação emitida por suas moléculas;
- b) da energia potencial total de suas moléculas;
- c) da energia potencial média de suas moléculas;
- d) da energia cinética média de suas moléculas;
- e) do calor de cada uma de suas moléculas.

**Resolução:**

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

**Resposta:** d

**68** O valor da energia cinética média das partículas de uma amostra de gás perfeito é diretamente proporcional:

- a) à pressão do gás;
- b) ao volume do gás;
- c) à temperatura absoluta do gás;
- d) à temperatura do gás em graus Celsius;
- e) à variação da temperatura absoluta do gás.

**Resolução:**

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

**Resposta:** c

**69** Se uma amostra de gás perfeito encontra-se no interior de um recipiente de volume constante e tem a energia cinética média de suas moléculas aumentada:

- a pressão do gás aumentará e sua temperatura permanecerá constante;
- a pressão permanecerá constante e a temperatura aumentará;
- a pressão e a temperatura aumentarão;
- a pressão diminuirá e a temperatura aumentará;
- todas as afirmações estão incorretas.

**Resolução:**

Se a energia cinética média das moléculas do gás aumenta, sua temperatura também aumentará. Se o volume do recipiente permanece constante, a pressão do gás aumentará com o aumento da temperatura.

**Resposta:** c

**70** Duas amostras de massas iguais de um gás perfeito são colocadas em dois recipientes, **A** e **B**. As temperaturas são diferentes, sendo  $T_A > T_B$ . Podemos afirmar que:

- o gás em **A** possui mais calor que em **B**;
- o gás em **A** possui menor velocidade que em **B**;
- a energia cinética das moléculas é menor no gás em **A** que em **B**;
- a energia cinética média das moléculas do gás é maior em **A** que em **B**;
- a temperatura não influencia a energia de movimento das partículas de um gás.

**Resolução:**

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

Para  $T_A > T_B$ , temos:

$$E_{cm}(A) > E_{cm}(B)$$

**Resposta:** d

**71** (FCMSC-SP) As moléculas de hidrogênio, em um recipiente, têm a mesma velocidade quadrática média que as moléculas de nitrogênio de outro recipiente. Então é correto afirmar, comparando-se os dois gases, que:

- o nitrogênio apresenta maior temperatura.
- o nitrogênio apresenta menor pressão.
- ambos apresentam mesma pressão.
- ambos apresentam mesma temperatura.
- ambos apresentam mesmo volume.

**Resolução:**

$$T = \frac{M}{3R} (\bar{v})^2$$

Sendo:

$$M(H_2) = 2 \text{ g}$$

$$M(N_2) = 28 \text{ g}$$

Temos:

$$T(N_2) > T(H_2)$$

**Resposta:** a

**72** Uma amostra de gás perfeito é colocada no interior de um recipiente e mantida a pressão constante. Se a temperatura e o volume aumentam:

- o número de choques por centímetro quadrado de parede deve aumentar;
  - a distância média entre as moléculas deve aumentar;
  - a energia cinética média das moléculas não sofre alteração;
  - a velocidade média das moléculas também deve aumentar;
  - a pressão tem que aumentar, pois a temperatura do gás aumentou.
- Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resolução:**

(01) Incorreta

O número de choques por unidade de área da parede aumenta quando a pressão aumenta.

(02) Correta

(04) Incorreta

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

Se  $T$  aumenta,  $E_{cm}$  também aumenta.

(08) Correta

(16) Incorreta

O volume do recipiente também aumentou.

**Resposta:** 10

**73** (FCC-SP) Se aumentarmos a temperatura do gás contido em um recipiente fechado e isolado:

- a energia cinética média das partículas aumentará.
- a pressão aumentará e a energia cinética média das partículas diminuirá.
- a energia cinética média não se alterará e a pressão aumentará.
- a energia cinética média e a pressão permanecerão constantes.
- nada do que foi dito ocorrerá.

**Resolução:**

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

Se  $T$  aumenta,  $E_{cm}$  aumenta também.

**Resposta:** a

**74** Num recipiente hermeticamente fechado, encontramos nitrogênio à temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . Como o mol do referido gás é igual a 28 g, qual o valor da velocidade média quadrática das suas partículas?

**Dado:**  $R = 8,31 \text{ J/mol K}$

**Resolução:**

$$T = \frac{M}{3R} v^2 \Rightarrow 273 = \frac{0,028}{3 \cdot 8,31} \cdot v^2 \Rightarrow v \approx 493 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 493 m/s

**75** Avaliando a energia interna de 5 mols de gás perfeito, encontramos o valor 24 930 J. Qual a sua temperatura em graus Celsius?

**Dado:**  $R = 8,31 \text{ J/mol K}$

**Resolução:**

$$U = \frac{3}{2} nRT \Rightarrow 24930 = \frac{3}{2} \cdot 5 \cdot 8,31 \cdot T$$

$$T = 400 \text{ K} = 127^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $127^\circ\text{C}$

**76** Um gás perfeito ocupa um volume de 2,0 L e possui uma energia interna igual a 600 J. Qual o valor da pressão desse gás, em atmosferas?

**Dados:** 1 atm =  $10^5$  N/m<sup>2</sup>;  
1 L = 1 dm<sup>3</sup> =  $10^{-3}$  m<sup>3</sup>.

**Resolução:**

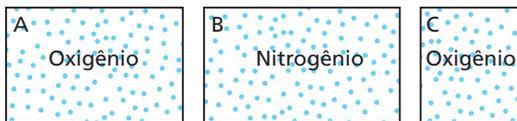
$$U = \frac{3}{2} p V$$

$$600 = \frac{3}{2} \cdot p \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}$$

$$p = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 2,0 \text{ atm}$$

**Resposta:** 2,0 atm

**77** (UFC-CE) A figura abaixo mostra três caixas fechadas, **A**, **B** e **C**, contendo, respectivamente, os gases: oxigênio, nitrogênio e oxigênio. O volume de **A** é igual ao volume de **B** e é o dobro do volume de **C**. Os gases se comportam como ideais e estão todos em equilíbrio, a uma mesma temperatura.



Sobre a energia cinética média,  $\bar{K}$ , das moléculas em cada uma das caixas, podemos afirmar:

- a)  $\bar{K}_A = \bar{K}_C < \bar{K}_B$ .
- b)  $\bar{K}_A = \bar{K}_C > \bar{K}_B$ .
- c)  $\bar{K}_A = \bar{K}_B < \bar{K}_C$ .
- d)  $\bar{K}_A = \bar{K}_B = \bar{K}_C$ .
- e)  $\bar{K}_C < \bar{K}_A < \bar{K}_B$ .

**Resolução:**

$E_c = \bar{K} = \frac{3}{2} k T$   
A energia cinética média ( $\bar{K}$ ) das moléculas é função exclusiva da temperatura absoluta do gás, sendo assim:

$$\bar{K}_A = \bar{K}_B = \bar{K}_C$$

**Resposta:** d

**78** (Unifesp-SP) Você já deve ter notado como é difícil abrir a porta de um freezer logo após tê-la fechado, sendo necessário aguardar alguns segundos para abri-la novamente. Considere um freezer vertical cuja porta tenha 0,60 m de largura por 1,0 m de altura, volume interno de 150 L e que esteja a uma temperatura interna de  $-18^\circ\text{C}$ , num dia em que a temperatura externa seja de  $27^\circ\text{C}$  e a pressão,  $1,0 \cdot 10^5$  N/m<sup>2</sup>.

- a) Com base em conceitos físicos, explique a razão de ser difícil abrir a porta do freezer logo após tê-la fechado e por que é necessário aguardar alguns instantes para conseguir abri-la novamente.
- b) Suponha que você tenha aberto a porta do freezer por tempo suficiente para que todo o ar frio do seu interior fosse substituído por ar a  $27^\circ\text{C}$  e que, fechando a porta do freezer, quisesse abri-la novamente logo em seguida. Considere que, nesse curtíssimo intervalo de tempo, a temperatura média do ar no interior do freezer tenha atingido  $-3^\circ\text{C}$ . Determine a intensidade da força resultante sobre a porta do freezer.

**Resolução:**

a) Quando a porta do freezer é aberta, entra ar mais quente em seu interior, fazendo a pressão interna igualar-se à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do freezer é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente sua pressão. Como a pres-

são do ar externo é maior, existirá uma diferença de pressão que dificultará a abertura da porta. Para abri-la, será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que a decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna.

Deixando passar certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, possibilitando a entrada de ar externo no interior do freezer. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do freezer. Quando essa pressão se tornar igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do freezer ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será apenas devida aos ímãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do freezer.

b) Usando a **Lei geral dos Gases**, podemos encontrar a pressão interna na parte interna do freezer:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

$$\frac{1,0 \cdot 10^5 \cdot 150}{(27 + 273)} = \frac{p_1 \cdot 150}{(-3 + 273)} \Rightarrow \frac{1,0 \cdot 10^5}{300} = \frac{p_1}{270}$$

$$p_1 = 0,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Usando a definição de pressão, temos:

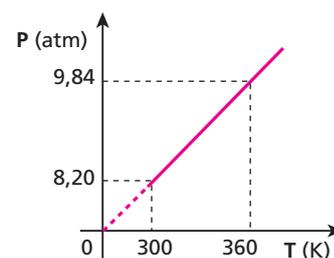
$$\Delta p = \frac{F_R}{A} \text{ ou } F_R = \Delta p \cdot A$$

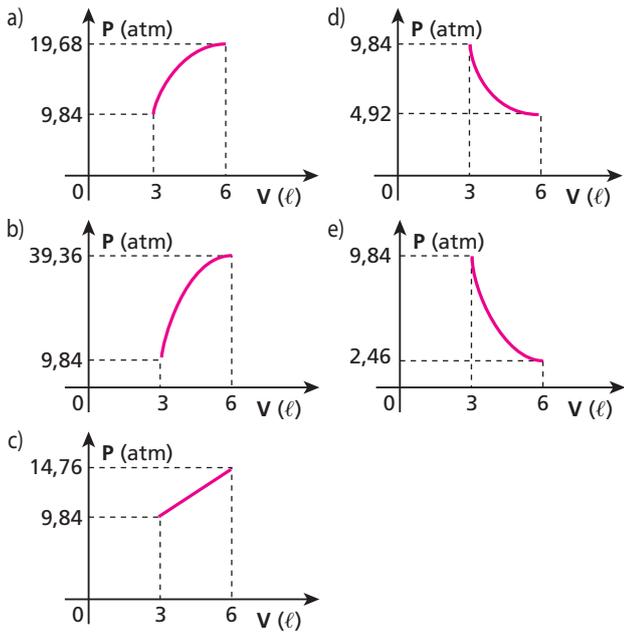
$$F_R = (1 \cdot 10^5 - 0,9 \cdot 10^5) \cdot (1,0 \cdot 0,6) \Rightarrow F_R = 6,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

**Respostas:** a) Quando a porta do freezer é aberta, entra ar mais quente em seu interior, fazendo com que a pressão interna se iguale à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do freezer é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente sua pressão. Como a pressão do ar externo é maior, haverá uma diferença de pressão que dificultará sua abertura. Para conseguirmos abrir a porta, será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que aquela decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna. Se deixarmos passar certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, o que possibilita a entrada de ar externo no interior do freezer. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do freezer. Quando essa pressão tornar-se igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do freezer ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será devida apenas aos ímãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do freezer. b)  $6,0 \cdot 10^3$  N

**79** (Mack-SP) Um mol de gás ideal, inicialmente a  $27^\circ\text{C}$ , sofre uma transformação até  $87^\circ\text{C}$ , conforme o diagrama abaixo. Em seguida, essa massa de gás sofre uma transformação isotérmica, até duplicar seu volume. O diagrama que melhor representa a pressão do gás em função do volume, durante a transformação isotérmica, é:

**Dado:**  $R = 0,0082 \text{ atm} \cdot \ell / (\text{mol} \cdot \text{K})$

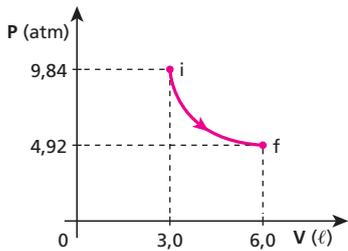




**Resolução:**

Na primeira transformação (isométrica), podemos aplicar a Equação de Clapeyron para o cálculo do volume do gás ideal:  $pV = nRT$   
 $9,84 V = 1 \cdot 0,082 \cdot 360 \Rightarrow V = 3,0 L$

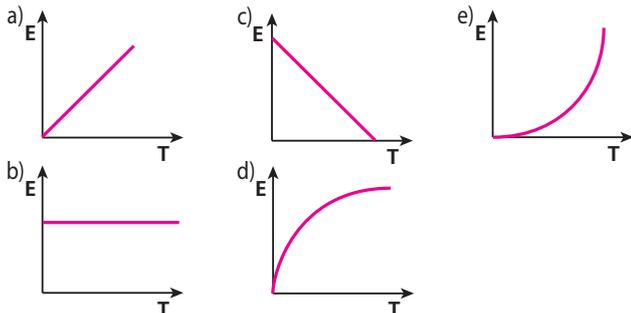
Na segunda transformação (isotérmica), o diagrama é expresso por:



Observemos que, na transformação isotérmica, quando duplicamos o volume, a pressão cai à metade do valor inicial.

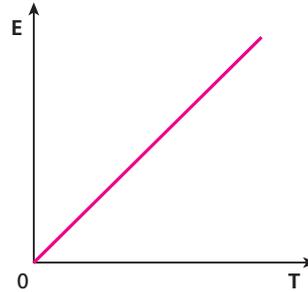
**Resposta: d**

**80** (Ufla-MG) A teoria cinética dos gases propõe um modelo microscópico para um gás ideal, baseado nas leis da mecânica e em alguns postulados. Admite-se que o gás é composto de um grande número de partículas separadas por distâncias consideráveis, se comparadas às dimensões dessas partículas. Estas se movimentam rapidamente e ao acaso, não exercendo forças entre si, exceto quando colidem. Por fim, admite-se também que as colisões entre as partículas, ou com as paredes do recipiente que as contém, são perfeitamente elásticas. Dessa forma, o gráfico que melhor representa a relação entre a energia cinética média (**E**) do gás e sua temperatura é:



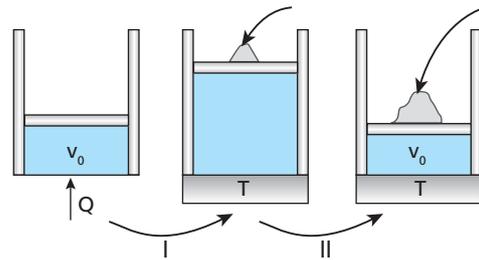
**Resolução:**

$$E_{cm} = \frac{3}{2} kT$$

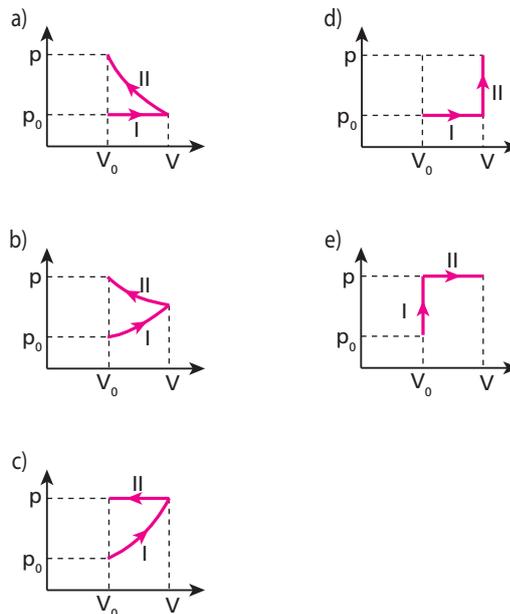


**Resposta: a**

**81** (Unifesp-SP) A figura ilustra duas transformações de um gás ideal contido em um cilindro de paredes adiabáticas. Em I, através de uma base diatérmica (que permite a passagem do calor), o gás recebe calor e faz o êmbolo, também construído de material adiabático, subir livremente, aumentando seu volume de  $V_0$  a  $V$ , atingindo a temperatura  $T$ . Nesse estado, a fonte quente é retirada e substituída por um reservatório térmico à mesma temperatura  $T$  do gás. Em seguida, na transformação II, colocam-se grãos de areia sobre o êmbolo, lentamente, para que o gás possa manter-se em equilíbrio térmico com o reservatório. Nessas condições, o êmbolo baixa até que o gás volte a ocupar o mesmo volume  $V_0$  do início.



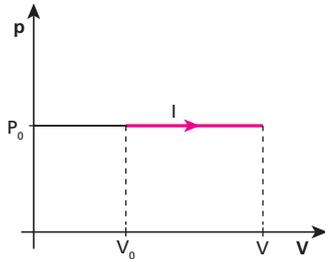
Considere desprezíveis as variações da pressão atmosférica. O diagrama  $p \times V$  que melhor representa essas duas transformações é o da figura:



**Resolução:**

**Transformação I: expansão isobárica**

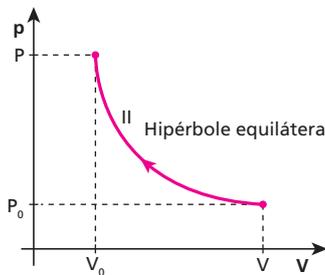
A pressão permanece constante, e o volume aumenta na proporção direta da temperatura absoluta ( $V = kT$ : **Lei de Charles**).



**Transformação II: compressão isotérmica**

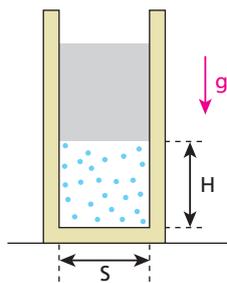
A temperatura permanece constante e o volume diminui na proporção inversa do aumento da pressão.

$(p = \frac{k}{V}$ : **Lei de Boyle**)



**Resposta: a**

**82** (Fuvest-SP) Um equipamento possui um sistema formado por um pistão, com massa de 10 kg, que se movimenta, sem atrito, em um cilindro de secção transversal  $S = 0,01 \text{ m}^2$ .



Operando em uma região onde a pressão atmosférica é de  $10,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  ( $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ), o ar aprisionado no interior do cilindro mantém o pistão a uma altura  $H = 18 \text{ cm}$ . Quando esse sistema é levado a operar em uma região onde a pressão atmosférica é de  $8,0 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ , mantendo-se a mesma temperatura, a nova altura  $H$  no interior do cilindro passa a ser aproximadamente de:

- a) 5,5 cm.
- b) 14,7 cm.
- c) 20 cm.
- d) 22 cm.
- e) 36 cm.

**Resolução:**

$p = p_{\text{atm}} + p \frac{mg}{S}$

A pressão do pistão é dada por  $p_{\text{pistão}} = \frac{mg}{S}$

Daí,  $p = p_{\text{atm}} + \frac{mg}{S}$

Lei de Boyle:

$p_1 V_1 = p_2 V_2$

$(p_{\text{atm}} + \frac{mg}{S}) S H = (p'_{\text{atm}} + \frac{mg}{S}) S H'$

$(10,0 \cdot 10^4 + \frac{100}{0,01}) 18 = (8,0 \cdot 10^4 + \frac{100}{0,01}) H'$

$11,0 \cdot 10^4 \cdot 18 = 9,0 \cdot 10^4 H' \Rightarrow H' = 22 \text{ cm}$

**Resposta: d**

**83** Em um laboratório de Física, um estudante realizou um experimento que consistia em pegar um recipiente, vazio, de paredes indeformáveis, dotado de uma válvula que não deixa a pressão interna passar de um valor-limite. Esse estudante injetou hidrogênio gasoso (que se comporta como gás perfeito) no interior do recipiente até que a pressão atingisse o máximo valor e observou que a massa de gás injetada era igual a 10 gramas. Em seguida, ele esfriou o gás, diminuindo a sua temperatura absoluta em 20%. Que massa do mesmo gás, na nova temperatura, o estudante deve injetar no interior do recipiente para restabelecer a pressão máxima suportável pela válvula?

**Resolução:**

São três situações por que passa o gás.

1. Situação inicial.

Equação de Clapeyron:

$pV = \frac{m}{M} RT$

$pV = \frac{10}{M} RT$  (I)

2. Após o resfriamento.

$p'V = \frac{10}{M} R 0,8T$  (II)

3. Após injetarmos a massa  $x$  de gás para retornarmos à pressão inicial.

$pV = \frac{(10+x)}{M} R 0,8T$  (III)

Igualando (I) e (II), vem:

$\frac{10}{M} RT = \frac{(10+x)}{M} R 0,8T$

$10 = (10+x) \cdot 0,8 \Rightarrow 12,5 = 10+x \Rightarrow x = 2,5 \text{ g}$

**Resposta: 2,5 g**

**84** (Mack-SP) Num recipiente, fechado por uma tampa hermética, há 10 mols de gás perfeito, sob pressão de 5 atmosferas, à temperatura ambiente e em um local de pressão atmosférica normal. Abrindo a tampa do recipiente, o número de moléculas que escapa é:

- a)  $12 \cdot 10^{23}$ .
- b)  $24 \cdot 10^{23}$ .
- c)  $36 \cdot 10^{23}$ .
- d)  $48 \cdot 10^{23}$ .
- e)  $60 \cdot 10^{23}$ .

**Adote:**

Número de Avogadro =  $6 \cdot 10^{23}$

**Resolução:**

Aplicando-se a Equação de Clapeyron nas duas situações expressas no texto, temos:

1. No início:

$pV = nRT$

$5 \cdot V = 10 \cdot RT$  (I)

2. No final:  
 $pV = nRT$   
 $1 \cdot V = n_f RT$  (II)

Dividindo (I) por (II):  
 $\frac{5V}{V} = \frac{10RT}{n_f RT} \Rightarrow n_f = 2 \text{ mols}$

Portanto, escaparam 8 mols desse gás, o que corresponde a:  
 1 mol  $\rightarrow 6 \cdot 10^{23}$  moléculas  
 8 mols  $\rightarrow x$

$x = 48 \cdot 10^{23}$  moléculas

**Resposta:** d

**85** (Fuvest-SP) Um cilindro contém certa massa  $M_0$  de um gás a  $T_0 = 7^\circ\text{C}$  (280 K) e pressão  $P_0$ . Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a  $P_0$ . Se essa pressão ultrapassar  $P_0$ , parte do gás será liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até  $T = 77^\circ\text{C}$  (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor  $P_0$ . No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de:

- a)  $1,0 M_0$
- b)  $0,8 M_0$
- c)  $0,7 M_0$
- d)  $0,5 M_0$
- e)  $0,1 M_0$

**Resolução:**

Usando-se a Equação de Clapeyron, vem:

$pV = \frac{m}{M} RT$

$p_0 V_0 = \frac{M_0}{M} R 280$

$p_0 V_0 = \frac{M'}{M} R 350$

Portanto:

$\frac{M_0}{M} R 280 = \frac{M'}{M} R 350$

$M' = \frac{280}{350} M_0 = 0,8 M_0$

**Resposta:** b

**86** (Fuvest-SP) Deseja-se medir a pressão interna  $P$  em um grande tanque de gás. Para isso, utiliza-se como manômetro um sistema formado por um cilindro e um pistão de área  $A$ , preso a uma mola de constante elástica  $k$ . A mola está no seu estado natural (sem tensão) quando o pistão encosta na base do cilindro e tem comprimento  $L_0$  (figura 1 – registro  $R$  fechado). Abrindo-se o registro  $R$ , o gás empurra o pistão, comprimindo a mola, que fica com comprimento  $L$  (figura 2 – registro  $R$  aberto). A pressão ambiente vale  $P_0$  e é aplicada no lado externo do pistão. O sistema é mantido à temperatura ambiente durante todo o processo. O valor da pressão absoluta  $P$  no tanque é:

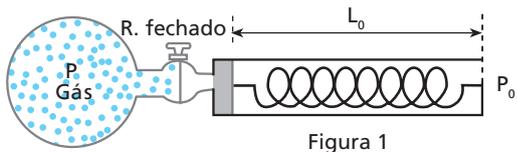


Figura 1

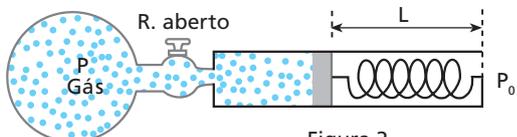


Figura 2

- a)  $\frac{k(L_0 - L)}{A + P_0}$
- b)  $\frac{k(L_0 - L)}{A - P_0}$
- c)  $k(L_0 - L) \cdot A$
- d)  $kL \cdot A + P_0$
- e)  $\frac{kL}{A - P_0}$

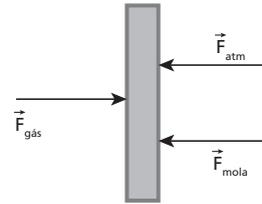
**Resolução:**

Na situação final, temos equilíbrio de forças:

$F_{\text{gás}} = F_{\text{mola}} + F_{\text{atm}}$

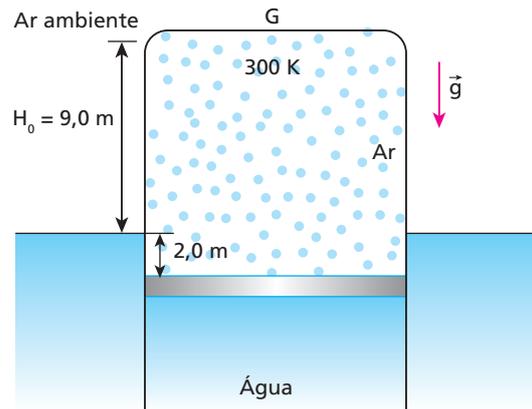
$\frac{F_{\text{gás}}}{A} = \frac{kx}{A} + \frac{F_{\text{atm}}}{A}$

$p = \frac{k(L_0 - L)}{A} + P_0$



**Resposta:** a

**87** (Fuvest-SP) O gasômetro  $G$ , utilizado para o armazenamento de ar, é um recipiente cilíndrico, metálico, com paredes laterais de pequena espessura.  $G$  é fechado na sua parte superior, aberto na inferior, que permanece imersa em água, e pode se mover na direção vertical.  $G$  contém ar, inicialmente à temperatura de  $300\text{ K}$ , e o nível da água no seu interior se encontra  $2,0\text{ m}$  abaixo do nível externo da água. Nessas condições, a tampa de  $G$  está  $9,0\text{ m}$  acima do nível externo da água, como mostra a figura abaixo. Aquecendo-se o gás, o sistema se estabiliza numa nova altura de equilíbrio, com a tampa superior a uma altura  $H$ , em relação ao nível externo da água, e com a temperatura do gás a  $360\text{ K}$ .

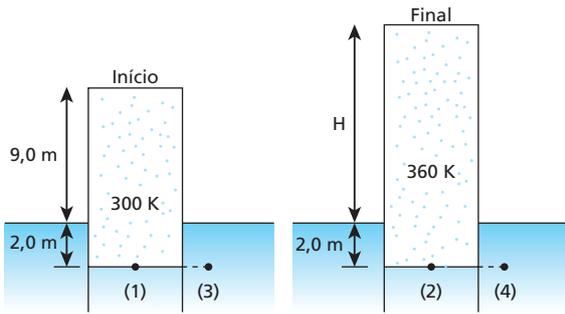


Supondo que o ar se comporte como um gás ideal, a nova altura  $H$  será, aproximadamente, igual a:

- a) 8,8 m.
- b) 9,0 m.
- c) 10,8 m.
- d) 11,2 m.
- e) 13,2 m.

**Resolução:**

As figuras a seguir ilustram as duas situações do sistema. É importante notar que, como o peso total não se altera durante o experimento, o empuxo exercido pela água também não se altera, o que garante que a altura da coluna de gás submersa seja  $2,0\text{ m}$ , em ambos os casos.



O aquecimento foi isobárico (pressão constante):  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$ . Assim, aplicando a **Lei geral dos Gases**, temos:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{S(H+2,0)}{360} = \frac{S \cdot 11}{300}$$

$$H + 2,0 = 13,2 \Rightarrow H = 11,2 \text{ m}$$

**Resposta: d**

**88** (ITA-SP) Uma bolha de ar de volume  $20,0 \text{ mm}^3$ , aderente à parede de um tanque de água a  $70 \text{ cm}$  de profundidade, solta-se e começa a subir. Supondo que a tensão superficial da bolha é desprezível e que a pressão atmosférica é de  $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , logo que alcança a superfície seu volume é aproximadamente:

- a)  $19,2 \text{ mm}^3$ .      c)  $20,4 \text{ mm}^3$ .      e)  $34,1 \text{ mm}^3$ .  
b)  $20,1 \text{ mm}^3$ .      d)  $21,4 \text{ mm}^3$ .

**Dados:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ;  
densidade da água =  $1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

**Resolução:**

Lei de Boyle:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Sendo  $p_1 = p_0 + \mu g h$

vem:

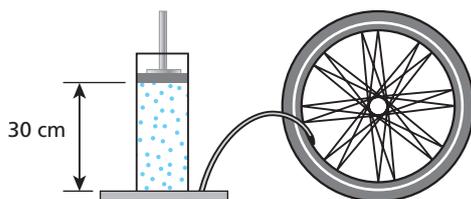
$$(p_0 + \mu g h) V_1 = p_0 V_2$$

$$(1 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0,70) \cdot 20,0 = 1 \cdot 10^5 V_2$$

$$21,4 \cdot 10^5 = 10^5 V_0 \Rightarrow V_0 = 21,4 \text{ mm}^3$$

**Resposta: d**

**89** (Fuvest-SP) A figura mostra uma bomba de encher pneu de bicicleta. Quando o êmbolo está todo puxado, a uma distância de  $30 \text{ cm}$  da base, a pressão dentro da bomba é igual à pressão atmosférica normal. A área da secção transversal do pistão da bomba é  $24 \text{ cm}^2$ . Um ciclista quer encher ainda mais o pneu da bicicleta que tem volume de  $2,4$  litros e já está com uma pressão interna de  $3 \text{ atm}$ . Ele empurra o êmbolo da bomba até o final de seu curso. Suponha que o volume do pneu permaneça constante, que o processo possa ser considerado isotérmico e que o volume do tubo que liga a bomba ao pneu seja desprezível. A pressão final do pneu será, então, de aproximadamente:



- a)  $1,0 \text{ atm}$ .      c)  $3,3 \text{ atm}$ .      e)  $4,0 \text{ atm}$ .  
b)  $3,0 \text{ atm}$ .      d)  $3,9 \text{ atm}$ .

**Resolução:**

No início, encontramos no interior da bomba  $n_1$  mols de gás e no interior do pneu,  $n_2$  mols. Quando o êmbolo desce a primeira vez, no pneu, temos  $n_p = n_1 + n_2$ .

Usando a Equação de Clapeyron, vem:

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

$$\frac{pV}{RT} = \frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} \Rightarrow pV = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

Como  $V_1 = Ah = 24 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm} = 720 \text{ cm}^3 = 0,72 \text{ L}$

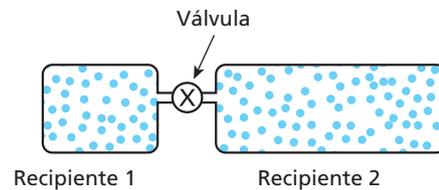
Então:

$$p \cdot 2,4 = 1 \cdot 0,72 + 3 \cdot 2,4 \Rightarrow p = \frac{7,92}{2,4} \text{ atm}$$

$$p = 3,3 \text{ atm}$$

**Resposta: c**

**90** (UFF-RJ) Um gás ideal estava confinado à mesma temperatura em dois recipientes, 1 e 2, ligados por uma válvula inicialmente fechada. Os volumes dos recipientes 1 e 2 são  $4,0 \text{ l}$  e  $6,0 \text{ l}$ , respectivamente. A pressão inicial no recipiente 1 era de  $4,8 \text{ atm}$ .



Abriu-se a válvula e os conteúdos dos recipientes atingiram um estado final de equilíbrio à pressão de  $2,4 \text{ atm}$  e à mesma temperatura inicial. A porcentagem total de mols de gás que ocupava o recipiente 1 antes da abertura da válvula era:

- a)  $60\%$ .      c)  $50\%$ .      e)  $20\%$ .  
b)  $80\%$ .      d)  $40\%$ .

**Resolução:**

Após a mistura, temos:

$$p_m V_m = p_1 V_1 + p_2 V_2$$

(observe que a temperatura se mantém constante)

$$2,4 \cdot (4,0 + 6,0) = 4,8 \cdot 4,0 + p_2 \cdot 6,0 \Rightarrow 24 - 19,2 = 6,0 p_2$$

$$p_2 = 0,80 \text{ atm}$$

Aplicando a Equação de Clapeyron, antes da abertura da válvula, temos:

$$p_1 V_1 = n_1 RT$$

$$p_2 V_2 = n_2 RT$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4,8 \cdot 4,0 = n_1 RT \quad (I) \\ 0,80 \cdot 6,0 = n_2 RT \quad (II) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 19,2 = n_1 RT \\ 4,8 = n_2 RT \end{array} \right.$$

Dividindo (I) por (II), vem:

$$\frac{19,2}{4,8} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow n_1 = 4 n_2$$

Mas

$$n_1(\%) + n_2(\%) = 100\%$$

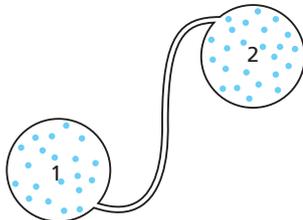
então:

$$n_1(\%) + \frac{n_1(\%)}{4} = 100\%$$

$$\frac{5 n_1(\%)}{4} = 100\% \Rightarrow n_1 = 80\%$$

**Resposta: b**

**91** (UFC-CE) Um sistema é formado por dois reservatórios, 1 e 2, de mesmo volume,  $V_0$ , ligado por um tubo fino (veja figura abaixo). Inicialmente, ambos os reservatórios estão cheios de um gás ideal, à mesma temperatura absoluta,  $T_0$ , e à mesma pressão,  $P_0$ . A temperatura do reservatório 2 é então duplicada, enquanto a do reservatório 1 é mantida igual a  $T_0$ .



- a) Calcule o número total de mols de gás no sistema, em função de  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $V_0$  e da constante universal dos gases,  $R$ .  
b) Calcule a pressão final do sistema.

**Resolução:**

- a) Em cada reservatório, encontramos:

$$pV = nRT$$

$$n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT_0}$$

No total:

$$N = 2n_0 = \frac{2p_0 V_0}{RT_0}$$

- b) Aquecendo-se o reservatório 2, a pressão aumenta e haverá uma redistribuição de partículas até que o sistema atinja uma nova pressão.

$$N = n'_1 + n'_2$$

$$\frac{2p_0 V_0}{RT_0} = \frac{pV_0}{RT_0} + \frac{pV_0}{R(2T_0)}$$

$$2p_0 = p + \frac{p}{2} = \frac{3p}{2} \Rightarrow p = \frac{4}{3} p_0$$

**Respostas:** a)  $\frac{2p_0 V_0}{RT_0}$ ; b)  $p = \frac{4}{3} p_0$

**92** (Unicamp-SP) Uma sala tem 6 m de largura, 10 m de comprimento e 4 m de altura. Deseja-se refrigerar o ar dentro da sala. Considere o calor específico do ar como sendo  $30 \text{ J}/(\text{mol K})$  e use  $R = 8 \text{ J}/(\text{mol K})$ .

- a) Considerando o ar dentro da sala como um gás ideal à pressão ambiente ( $P = 10^5 \text{ N/m}^2$ ), quantos mols de gás existem dentro da sala a  $27^\circ \text{C}$ ?  
b) Qual é a quantidade de calor que o refrigerador deve retirar da massa de ar do item (a) para resfriá-la até  $17^\circ \text{C}$ ?

**Resolução:**

- a) O volume da sala vale:

$$V = 6 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 240 \text{ m}^3$$

Admitindo-se que o ar da sala obedece à Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$n = \frac{pV}{RT} \Rightarrow n = \frac{10^5 \cdot 240}{8 \cdot 300} \Rightarrow n = 1 \cdot 10^4 \text{ mols}$$

- b) A quantidade de calor que o refrigerador deve retirar do ambiente, à pressão constante, vale:

$$Q = n c_p \Delta t$$

$$Q = 1 \cdot 10^4 \cdot 30 \cdot (27 - 17) \text{ (J)} \Rightarrow Q = 3 \cdot 10^6 \text{ J}$$

**Respostas:** a)  $1 \cdot 10^4$  mols; b)  $3 \cdot 10^6$  J

**93** (ITA-SP) Considere uma mistura de gases  $\text{H}_2$  e  $\text{N}_2$  em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

- a) as moléculas de  $\text{N}_2$  e  $\text{H}_2$  têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.  
b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de  $\text{N}_2$  têm maior energia cinética média.  
c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de  $\text{H}_2$  têm maior energia cinética média.  
d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de  $\text{N}_2$  têm maior velocidade média.  
e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de  $\text{H}_2$  têm maior velocidade média.

**Resolução:**

Se os gases estão em equilíbrio térmico, suas temperaturas são iguais e suas partículas possuem energias cinéticas médias iguais:

$$E_{c_m}(\text{H}_2) = E_{c_m}(\text{N}_2)$$

Como:

$$T = \frac{M}{3R} (\bar{v})^2$$

Sendo:

$$T(\text{H}_2) = T(\text{N}_2)$$

$$M(\text{H}_2) = 2 \text{ g}$$

$$M(\text{N}_2) = 28 \text{ g}$$

Então:

$$\bar{v}(\text{H}_2) > \bar{v}(\text{N}_2)$$

**Resposta:** e

**94** (UFRN) Um recipiente de volume  $V$  contém, inicialmente,  $N_i$  moléculas de um gás ideal. Outras moléculas do mesmo gás são introduzidas nesse recipiente, de modo que o número total de moléculas passa a ser  $N_f$ .

Admitindo que a temperatura final do gás é um terço do valor original e que a soma total das energias cinéticas das moléculas não se altera, determine:

- a) a razão entre  $N_f$  e  $N_i$ ;  
b) a razão entre as pressões inicial e final do gás.

**Resolução:**

- a)  $U_f = U_i$

$$\frac{3}{2} n_f R T_f = \frac{3}{2} n_i R T_i \Rightarrow n_f \frac{T_i}{3} = n_i T_i$$

$$\frac{n_f}{n_i} = \frac{N_f}{N_i} = 3$$

- b) Equação de Clapeyron:

$$\begin{cases} p_i V = n_i R T_i \\ p_f V = n_f R T_f \end{cases}$$

$$\frac{p_f}{p_i} = \frac{n_f T_f}{n_i T_i} = 3 \cdot \frac{T_f}{3 T_i}$$

$$\frac{p_f}{p_i} = 1$$

**Respostas:** a) 3; b) 1

**95** (ITA-SP) Uma cesta portando uma pessoa deve ser suspensa por meio de balões, sendo cada qual inflado com  $1 \text{ m}^3$  de hélio na temperatura local ( $27^\circ\text{C}$ ). Cada balão vazio com seus apetrechos pesa  $1,0 \text{ N}$ . São dadas a massa atômica do oxigênio  $A_{\text{O}} = 16$ , a do nitrogênio  $A_{\text{N}} = 14$ , a do hélio  $A_{\text{He}} = 4$  e a constante dos gases  $R = 0,082 \text{ atm } \ell \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Considerando que o conjunto pessoa e cesta pesa  $1000 \text{ N}$  e que a atmosfera é composta de  $30\%$  de  $\text{O}_2$  e  $70\%$  de  $\text{N}_2$ , determine o número mínimo de balões necessários.

**Dado:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Resolução:**

Na condição de flutuação, o empuxo sobre o conjunto deve igualar seu peso:

$$E = P \Rightarrow \mu_{\text{ar}} g V_i = m_T g$$

Equação de Clapeyron:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$pM = \frac{m}{V} RT$$

Como  $\mu = \frac{m}{V}$ , então:

$$\mu = \frac{pM}{RT}$$

Assim:

$$\left(\frac{pM}{RT}\right)_{\text{ar}} \times V_b = m_T$$

Sendo:

$$M_{\text{ar}} = (0,30 \cdot 32 + 0,70 \cdot 28)g = 29,20 \text{ g} = 29,20 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$V_b = 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}$$

Temos:

$$\frac{1,0 \cdot 29,20 \cdot 10^{-3}}{0,082 \cdot 300} \cdot x \cdot 10^3 = m_T$$

$$1,19x = m_{\text{conjunto}} + m_{\text{balões}} + m_{\text{He}}$$

$$1,19x = \frac{1000}{10} + x \cdot \frac{1}{10} + x \left(\frac{pMV}{RT}\right)$$

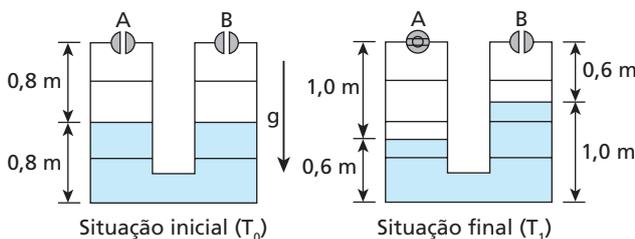
$$1,09x = 100 + x \cdot \left(\frac{1,0 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3}{0,082 \cdot 300}\right)$$

$$1,09x = 100 + 0,16x \Rightarrow 0,93x = 100 \Rightarrow x = 107,53$$

$$x \approx 108 \text{ balões}$$

**Resposta:** 108 balões

**96** (Fuvest-SP) Dois tanques cilíndricos e verticais, **A** e **B**, de  $1,6 \text{ m}$  de altura e interligados, estão parcialmente cheios de água e possuem válvulas que estão abertas, como representado na figura para a situação inicial. Os tanques estão a uma temperatura  $T_0 = 280 \text{ K}$  e à pressão atmosférica  $P_0$ . Em uma etapa de um processo industrial, apenas a válvula **A** é fechada e, em seguida, os tanques são aquecidos a uma temperatura  $T_1$ , resultando na configuração indicada na figura para a situação final.



- Determine a razão  $R_1 = P_1/P_0$  entre a pressão final  $P_1$  e a pressão inicial  $P_0$  do ar no tanque **A**.
- Determine a razão  $R_2 = T_1/T_0$  entre a temperatura final  $T_1$  e a temperatura inicial  $T_0$  dentro dos tanques.
- Para o tanque **B**, determine a razão  $R_3 = m_0/m_1$  entre a massa de ar  $m_0$  contida inicialmente no tanque **B** e a massa de ar final  $m_1$ , à temperatura  $T_1$ , contida nesse mesmo tanque.

**Note e adote:**

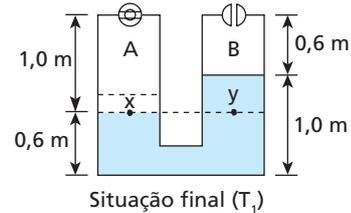
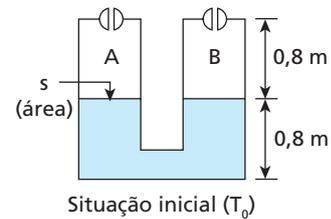
$$pV = nRT$$

$$\Delta P = \rho g \Delta H$$

$$P_{\text{atmosférica}} \approx 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

**Resolução:**

Na figura a seguir representamos as situações inicial e final:



- Usando a Lei de Stevin na situação final, vem:

$$P_x = P_y$$

$$P_x = P_0 + P_{\text{água}} g \Delta h$$

Assim, em A, temos:

$$R_1 = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_x}{P_0} = \frac{P_0 + P_{\text{água}} g \Delta h}{P_0}$$

$$R_1 = \frac{1,0 \cdot 10^5 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 (1,0 - 0,6)}{1,0 \cdot 10^5}$$

$$R_1 = 1,04$$

- Aplicando-se a **Lei geral de Gases**, vem:

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

No recipiente A, temos:

$$R_2 = \frac{T_1}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0}$$

$$\text{Sendo: } \frac{P_1}{P_0} = 1,04 \text{ (item a)}$$

Vem:

$$R_2 = 1,04 \cdot \frac{V_1}{V_0} = 1,04 \cdot \frac{5 \cdot 1,0}{5 \cdot 0,8}$$

$$R_2 = 1,30$$

c) Aplicando-se a equação Clapeyron, temos:

$$pV = nRT$$

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

No recipiente B, vem:

$$R_3 = \frac{m_0}{m_1} = \frac{\frac{P_0 V_0 M}{RT_0}}{\frac{P_0 V_1 M}{RT_2}} = \frac{V_0 T_1}{V_1 T_0}$$

$$\text{Mas: } \frac{T_1}{T_0} = R_2 = 1,30$$

Assim:

$$R_3 = \frac{V_0}{V_1} \cdot 1,30 = \frac{5 \cdot 0,8}{5 \cdot 0,6}$$

$$R_3 \approx 1,73$$

**Respostas:** a) 1,04; b) 1,30; c)  $\approx 1,73$

**97** Ao ler um livro sobre tecnologia do vácuo, um aluno recebeu a informação de que o melhor “vácuo” que se pode obter no interior de um recipiente, na superfície da Terra, é da ordem de  $2,5 \cdot 10^{-15}$  atm. Considerando-se que o ar se comporta como um gás perfeito, aproximadamente quantas moléculas iremos encontrar em  $1 \text{ mm}^3$  do interior desse recipiente, no qual se fez o vácuo parcial, à temperatura de  $27^\circ\text{C}$ ?

**Dados:** constante universal dos gases perfeitos =  $0,082 \text{ atm L/mol K}$ ;

1 litro =  $1 \text{ (dm)}^3$ ;

número de Avogadro =  $6,02 \cdot 10^{23}$  moléculas/mol.

- a) zero                      c) 602                      e)  $6 \cdot 10^{23}$   
b) 60                          d) 1 820

**Resolução:**

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Sendo:

$$V = 1 \text{ mm}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ dm}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ L,}$$

temos:

$$2,5 \cdot 10^{-15} \cdot 10^{-6} = n \cdot 0,082 \cdot (27 + 273) \Rightarrow n = 1 \cdot 10^{-22} \text{ mols}$$

Portanto:

$$1 \text{ mol} \rightarrow 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

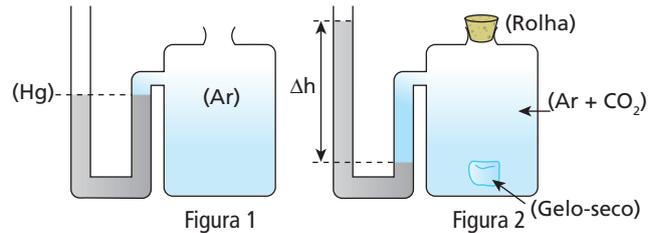
$$1 \cdot 10^{22} \text{ mol} \rightarrow x$$

$$x = 6,02 \cdot 10$$

$$x \approx 60 \text{ moléculas}$$

**Resposta:** b

**98** Na figura 1, podemos observar um recipiente de volume 2 litros, que contém ar na pressão atmosférica local (70 cm Hg), acoplado a um tubo em forma de U que contém mercúrio. No início, os níveis do mercúrio estão na mesma horizontal. Em seguida, é introduzida no recipiente uma porção de gelo-seco ( $\text{CO}_2$ ). O recipiente é fechado. Após algum tempo, quando todo o gelo-seco passou para a fase gasosa, notamos que o mercúrio apresenta um desnível de 19 cm e a situação se estabiliza. Observe para tanto a figura 2. Despreze o volume do tubo em comparação com o do recipiente.



Todo o processo ocorre à temperatura do meio ambiente ( $27^\circ\text{C}$ ). Supondo-se que o ar e o  $\text{CO}_2$  comportem-se como gases perfeitos, que a pressão atmosférica normal valha 76 cm Hg e que a constante universal dos gases perfeitos valha  $0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} / \text{mol} \cdot \text{K}$ , o número de mols aproximado de  $\text{CO}_2$  existente no recipiente é:

- a) 0,002.                      c) 0,2.                      e) 20.  
b) 0,02.                      d) 2.

**Resolução:**

De acordo com a Lei de Dalton (lei das pressões parciais), o desnível observado foi proporcionado pelo  $\text{CO}_2$  introduzido no recipiente.

Assim, usando a Equação de Clapeyron, temos:

$$pV = nRT,$$

em que:

$$p = 19 \text{ cm Hg} = 0,25 \text{ atm}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

então:

$$0,25 \cdot 2 = n \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow n \approx 0,02 \text{ mol}$$

**Resposta:** b

**99** (ITA-SP) Estime a massa de ar contida em uma sala de aula. Indique claramente quais as hipóteses utilizadas e os quantitativos estimados das variáveis empregadas.

**Resolução:**

Uma sala de aula típica deve ter área do piso igual a  $50 \text{ m}^2$  e pé direito (altura) de  $3,0 \text{ m}$ .

Assim:

$$V = 50 \cdot 3,0 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$V = 150 \text{ m}^3$$

Considerando o ar um gás perfeito, vem:

$$pV = nRT$$

Adotando:

$$p_0 = 1 \text{ atm}$$

$$R = 0,082 \text{ atm L/mol K}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$M_{\text{ar}} = (30\%)\text{O}_2 + (70\%)\text{N}_2 = 29,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$V = 150 \text{ m}^3 = 150 \cdot 10^3 \text{ L}$$

Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Temos:

$$1 \cdot 150 \cdot 10^3 = \frac{m}{29,2 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow m \approx 178 \text{ kg}$$

**Resposta:** 178 kg

**100** (Fuvest-SP) Um cilindro de oxigênio hospitalar ( $O_2$ ), de 60 litros, contém, inicialmente, gás a uma pressão de 100 atm e temperatura de 300 K. Quando é utilizado para a respiração de pacientes, o gás passa por um redutor de pressão, regulado para fornecer oxigênio a 3 atm, nessa mesma temperatura, acoplado a um medidor de fluxo, que indica, para essas condições, o consumo de oxigênio em litros/minuto.

Assim, determine:

- o número  $N_0$  de mols de  $O_2$  presentes inicialmente no cilindro;
- o número  $n$  de mols de  $O_2$  consumidos em 30 minutos de uso, com o medidor de fluxo indicando 5 litros/minuto.
- o intervalo de tempo  $t$ , em horas, de utilização do  $O_2$  mantido o fluxo de 5 litros/minuto, até que a pressão interna no cilindro fique reduzida a 40 atm.

**Note e adote:**

Considere o  $O_2$  como gás ideal.

Suponha a temperatura constante e igual a 300 K.

A constante dos gases ideais  $R \approx 8 \cdot 10^{-2}$  litros  $\cdot$  atm/K

**Resolução:**

- a) Usando-se a Equação de Clapeyron, temos:

$$pV = nRT$$

$$100 \cdot 60 = N_0 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow N_0 = 250 \text{ mols}$$

- b) A vazão de um certo volume  $V$  de gás através da válvula, em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , é

$$\phi = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow V = \phi \Delta t$$

Aplicando-se a Equação de Clapeyron no gás que passa pela válvula nos 30 minutos, vem:

$$pV = nRT$$

$$p\phi\Delta t = nRT$$

$$3 \cdot 5 \cdot 30 = n \cdot 8,0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow n = 18,75 \text{ mols}$$

onde  $n$  representa o gás utilizado, que saiu pela válvula.

- c) Cálculo de  $\Delta n$ :

$$\frac{p_0}{n_0} = \frac{p_2}{n_2} \Rightarrow \frac{100}{250} = \frac{40}{n_2} \Rightarrow n_2 = 100 \text{ mols}$$

Assim:

$$\Delta n = N_0 - n_2 = 250 - 100 \Rightarrow \Delta n = 150 \text{ mols}$$

Na válvula, temos:

$$p\phi\Delta t = \Delta nRT$$

Portanto:

$$3 \cdot 5 \cdot \Delta t = 150 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2} \cdot 300 \Rightarrow \Delta t = 240 \text{ min ou } 4,0 \text{ h}$$

**Respostas:** a) 250 mols; b) 18,75 mols; c) 4,0 h

**101** Numa prova de laboratório, um professor de Física pegou três recipientes, **A**, **B** e **C**. Colocou em um deles hidrogênio, em outro, neônio, e, no que restou, dióxido de carbono, todos a  $27^\circ\text{C}$ . Forneceu aos alunos duas tabelas, sendo uma dos mols dos referidos gases e outra associando a velocidade média quadrática das partículas do gás com o recipiente portador.

Gás	Mol (g)
$H_2$	2,0
Ne	20
$CO_2$	44

Recipiente	Velocidade média quadrática das partículas
A	412 m/s
B	1936 m/s
C	612 m/s

Identifique o gás contido em cada recipiente.

**Dado:**  $3R = 25 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$

**Resolução:**

$$T = \frac{M}{3R} v^2$$

Sendo  $T = (27 + 273) \text{ K} = 300 \text{ K}$ , vem:

$$300 = \frac{M}{25} \cdot v^2 \Rightarrow M v^2 = 7500$$

$$\text{Para o } H_2, \text{ temos: } 2 \cdot 10^{-3} v^2 = 7500 \Rightarrow v_{H_2} \approx 1936 \text{ m/s}$$

$H_2$  está no recipiente B.

Para o Ne, temos:

$$20 \cdot 10^{-3} v^2 = 7500 \Rightarrow v_{Ne} \approx 612 \text{ m/s}$$

Ne está no recipiente C.

Para o  $CO_2$ , temos:

$$44 \cdot 10^{-3} v^2 = 7500 \Rightarrow v_{CO_2} \approx 412 \text{ m/s}$$

$CO_2$  está no recipiente A.

**Respostas:** A  $\Rightarrow CO_2$ ; B  $\Rightarrow H_2$ ; C  $\Rightarrow Ne$

## Tópico 5

**1** Você já deve ter notado que ao esfregar as mãos durante algum tempo elas ficam mais quentes. Isso ocorre porque:

- aumenta a circulação do sangue, elevando a produção de calor;
- o movimento das mãos pode alterar a temperatura do ambiente, devido ao atrito delas com o ar;
- o trabalho mecânico realizado pelas forças de atrito existentes entre as mãos se transforma em energia térmica, aumentando sua temperatura;
- durante o movimento, as mãos absorvem energia térmica do ambiente, o que aumenta sua temperatura;
- a diferença de polaridade existente entre a mão direita e a mão esquerda provoca um aquecimento em ambas.

### Resolução:

No deslizamento das mãos, as forças de atrito realizam trabalho, transformando energia mecânica em energia térmica, que irá aquecê-las.

**Resposta:** c

**2** Dos itens citados a seguir, qual é condição obrigatória para que um gás realize trabalho?

- Variação na pressão do gás.
- Variação no volume do gás.
- Variação na temperatura do gás.
- Recebimento de calor do meio externo.
- Ocorrência de uma reação de desintegração nuclear no gás, acompanhada de liberação de energia térmica.

### Resolução:

Um sistema gasoso realiza trabalho quando o seu volume aumenta.

**Resposta:** b

**3** A primeira coluna descreve uma transformação sofrida pelo gás; a segunda contém a denominação utilizada para indicar essa transformação.

- |  |                             |
|--|-----------------------------|
| (A) O gás realiza trabalho e sua energia interna não varia.                          | (1) Compressão isotérmica.  |
| (B) O gás tem sua energia interna aumentada e não troca trabalho com o meio externo. | (2) Compressão adiabática.  |
| (C) O gás não troca calor com o meio externo, mas sua temperatura aumenta.           | (3) Aquecimento isométrico. |
| (D) O gás recebe trabalho e sua energia interna não varia.                           | (4) Expansão isotérmica.    |

Em qual das alternativas as associações estão corretas?

- A-1, B-2, C-3 e D-4.
- A-4, B-2, C-1 e D-3.
- A-4, B-3, C-2 e D-1.
- A-3, B-1, C-4 e D-2.
- A-2, B-4, C-1 e D-4.

### Resolução:

- Expansão isotérmica
- Aquecimento isométrico
- Compressão adiabática  
O gás recebe energia em forma de trabalho.
- Compressão isotérmica

Assim:

A → 4

B → 3

C → 2

D → 1

**Resposta:** c

**4** (Enem) Considere as afirmações:

- Calor e trabalho são formas de transferência de energia entre corpos.
  - Calor é medido necessariamente em calorias, enquanto trabalho é somente medido em joules.
  - Dez calorias valem aproximadamente 42 joules.
- Pode-se afirmar que apenas:
- I é correta.
  - II é correta.
  - III é correta.
  - I e II são corretas.
  - I e III são corretas.

### Resolução:

I – **Correta**

**Calor** é energia térmica em trânsito.

**Trabalho** é energia mecânica em trânsito.

II – **Incorreta**

Tanto **calor** como **trabalho** podem ser expressos em calorias ou joules.

III – **Correta**

1 cal ≈ 4,18 J

Assim:

10 cal ≈ 42 J

**Resposta:** e

**5** A 1ª Lei da Termodinâmica, aplicada a uma transformação gasosa, se refere à:

- conservação de massa do gás;
- conservação da quantidade de movimento das partículas do gás;
- relatividade do movimento de partículas subatômicas, que constituem uma massa de gás;
- conservação da energia total;
- expansão e contração do binômio espaço-tempo no movimento das partículas do gás.

### Resolução:

A Primeira Lei da Termodinâmica refere-se ao Princípio da Conservação da Energia aplicada à Termodinâmica.

**Resposta:** d

**6 E.R.** Um gás perfeito sofre uma expansão, realizando um trabalho igual a 200 J. Sabe-se que, no final dessa transformação, a energia interna do sistema está com 60 J a mais que no início. Qual a quantidade de calor recebida pelo gás?

**Resolução:**

A **1ª Lei da Termodinâmica** dá a relação entre as grandezas referidas no problema:

$$\Delta U = Q - \tau_{\text{gás}}$$

Do texto, sabemos que:

$$\tau_{\text{gás}} = +200 \text{ J (o sistema realizou trabalho)}$$

$$\Delta U = +60 \text{ J (a energia interna aumentou)}$$

Assim, temos:

$$60 = Q - 200 \Rightarrow Q = 260 \text{ J}$$

**7** Uma porção de gás perfeito está confinada por um êmbolo móvel no interior de um cilindro. Ao receber 20 kcal de calor do meio externo, o êmbolo sobe e o gás realiza um trabalho equivalente a 12 kcal. Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica, determine a variação sofrida pela energia interna desse gás.

**Resolução:**

1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$20 = 12 + \Delta U$$

$$\Delta U = 8 \text{ kcal}$$

**Resposta:** 8 kcal

**8** Um gás perfeito sofre uma expansão isotérmica ao receber do ambiente 250 J de energia em forma de calor. Qual o trabalho realizado pelo gás e qual sua variação de energia interna?

**Resolução:**

Isotérmica  $\rightarrow$  temperatura constante:

$$\Delta U = 0$$

1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$250 = \tau + 0$$

$$\tau = 250 \text{ J}$$

**Respostas:** 250 J; zero

**9** Analise as afirmativas a seguir:

- (01) Um gás somente pode ser aquecido se receber calor.
- (02) Pode-se aquecer um gás realizando-se trabalho sobre ele.
- (04) Para esfriar um gás, devemos necessariamente retirar calor dele.
- (08) Um gás pode receber calor do meio externo e sua temperatura permanecer constante.
- (16) Numa transformação adiabática de um gás, sua temperatura pode diminuir.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

(01) **Incorreta**

Um gás pode ser aquecido recebendo energia em forma de calor ou de trabalho.

(02) **Correta**

(04) **Incorreta**

Basta o gás realizar trabalho, que sua energia interna diminuirá.

(08) **Correta**

Se um gás realizar trabalho equivalente à energia térmica recebida, sua temperatura permanecerá constante.

(16) **Correta**

Na expansão adiabática, o gás realiza trabalho (volume aumenta), não troca calor com o meio e sua temperatura diminui (a energia interna diminui).

**Resposta:** 26

**10** Numa expansão isobárica (pressão constante), o trabalho realizado por um gás é tanto maior quanto:

- a) maior a pressão e maior a variação de volume;
- b) menor a pressão e maior a variação de volume;
- c) maior a pressão e maior o volume;
- d) menor a pressão e menor o volume;
- e) maior a pressão e menor o volume.

**Resolução:**

Numa transformação isobárica, o trabalho trocado pelo sistema é determinado por:

$$\tau_p = p \Delta V$$

Assim, o trabalho é tanto maior quanto maiores forem  $p$  (pressão) e  $\Delta V$  (variação de volume).

**Resposta:** a

**11** (Unitau-SP) Um gás está confinado em um cilindro provido de um pistão. O gás é então aquecido, e o pistão é mantido fixo na posição inicial. Qual é a alternativa errada?

- a) A pressão do gás aumenta.
- b) O trabalho realizado pelo gás é cada vez maior.
- c) A força que o gás exerce no pistão é cada vez maior.
- d) O gás é mantido num volume constante.
- e) A energia interna do gás é cada vez maior.

**Resolução:**

A alternativa **errada** é a **b**. Se o volume do gás se mantém constante, não há trocas de trabalho com o meio externo.

**Resposta:** b

**12** Determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação, saindo de um estado inicial **A** e passando para o estado final **B**, sem que sua temperatura se altere. Essa transformação pode ser denominada:

- a) isobárica;
- b) isocórica;
- c) isovolumétrica;
- d) isotérmica;
- e) adiabática.

**Resolução:**

Transformação gasosa a temperatura constante é denominada **isotérmica**.

**Resposta:** d

**13** (FEI-SP) Numa transformação de um gás perfeito, os estados final e inicial acusaram a mesma energia interna. Certamente:

- a transformação foi cíclica.
- a transformação foi isométrica.
- não houve troca de calor entre o gás e o ambiente.
- são iguais as temperaturas dos estados inicial e final.
- não houve troca de trabalho entre o gás e o ambiente.

**Resolução:**

A única certeza que podemos ter é de que as temperaturas inicial e final são iguais, pois  $U = \frac{3}{2} n R T$ .

**Resposta:** d

**14** Analise as proposições dadas a seguir e dê como resposta o somatório dos números que correspondem às afirmativas corretas:

- (01) A energia interna de dada massa de gás é função exclusiva de sua temperatura.
- (02) Numa expansão isobárica, a quantidade de calor recebida é menor que o trabalho realizado.
- (04) Numa transformação isocórica, a variação de energia interna do gás é igual à quantidade de calor trocada com o meio exterior.
- (08) Numa transformação adiabática, o gás não troca trabalho com o meio externo.
- (16) A energia interna de um sistema gasoso só não varia nas transformações adiabáticas.
- (32) Numa expansão isobárica, a temperatura do gás aumenta.

**Resolução:**

- (01) **Correta.**
- (02) **Incorreta** — Numa expansão isobárica, o volume e a temperatura aumentam, enquanto a pressão permanece constante. Assim, o calor recebido deve ser maior de que o trabalho realizado.
- (04) **Correta** — Numa transformação isocórica, o volume permanece constante e não há trocas de energia em forma de trabalho.

$$Q = \Delta U$$

- (08) **Incorreta** — Na transformação adiabática, não há troca de calor com o meio externo.
- (16) **Incorreta** — Na transformação adiabática, pode haver troca de energia em forma de trabalho.
- (32) **Correta.**

**Resposta:** 37

**15** Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, sob pressão de  $5,0 \text{ N/m}^2$ . Seu volume aumenta de  $0,20 \text{ m}^3$  para  $0,60 \text{ m}^3$ . Qual foi a variação de energia interna do gás se, durante a expansão, ele recebeu  $5,0 \text{ J}$  de calor do ambiente?

**Resolução:**

$$\tau_p = p \Delta V$$

Sendo:

$$\Delta V = (6 - 3)\ell = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Então:

$$\tau_p = 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

$$\tau_p = 150 \text{ J}$$

**Resposta:** 150 J

**16** Um sistema gasoso ideal sofre uma transformação isobárica de pressão igual a  $5 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ . Seu volume evolui de  $3 \text{ L}$  para  $6 \text{ L}$ . Determine o trabalho trocado com o meio externo.

**Dado:**  $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$

**Resolução:**

1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$Q = p \Delta V + \Delta U$$

$$5,0 = 5,0 \cdot (0,60 - 0,20) + \Delta U$$

$$5,0 = 2,0 + \Delta U$$

$$\Delta U = 3,0 \text{ J}$$

**Resposta:** 3,0 J

**17** Um gás ideal monoatômico expandiu-se, realizando um trabalho sobre a vizinhança igual, em módulo, à quantidade de calor absorvida por ele durante a expansão. Sabendo-se que a energia interna de um gás ideal é proporcional a sua temperatura absoluta, pode-se afirmar que, na transformação relatada acima, a temperatura absoluta do gás:

- necessariamente aumentou;
- necessariamente permaneceu constante;
- necessariamente diminuiu;
- aumentou ou permaneceu constante;
- diminuiu ou permaneceu constante.

**Resolução:**

1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$\text{Se: } Q = \tau$$

$$\text{Então: } \Delta U = 0$$

Se não há variação de energia interna, a temperatura do gás manteve-se constante.

**Resposta:** b

**18 E.R.** Um sistema gasoso ideal troca (recebe ou cede) com o meio externo  $150 \text{ cal}$  em forma de calor. Determine, em joules, o trabalho trocado com o meio, em cada um dos casos:

- expansão isotérmica;
- compressão isotérmica;
- aquecimento isométrico.

**Dado:**  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

**Resolução:**

Nas transformações isotérmicas, não há variação de temperatura e, em consequência, a energia interna do sistema mantém-se constante ( $\Delta U = 0$ ).

Da 1ª Lei da Termodinâmica,  $\Delta U = Q - \tau_{\text{gás}}$ , vem:

$$Q = \tau_{\text{gás}}$$

Então, se o sistema recebe calor, realiza um trabalho de igual valor. Se cede calor, é porque recebe igual quantidade de energia em forma de trabalho.

- Na expansão, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ( $\tau_{\text{gás}} > 0$ ), recebendo calor ( $Q > 0$ ).

Daí, temos:

$$\tau_{\text{gás}} = Q = 150 \text{ cal}$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\tau_{\text{gás}} = J Q \Rightarrow \tau_{\text{gás}} = 4,18 \cdot 150$$

$$\tau_{\text{gás}} = 627 \text{ J}$$

- b) Na compressão, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ( $\tau_{\text{gás}} < 0$ ), cedendo calor ( $Q < 0$ ).

Daí, temos:

$$\tau_{\text{gás}} = Q = -150 \text{ cal}$$

Transformando caloria em joule, vem:

$$\tau_{\text{gás}} = -627 \text{ J}$$

- c) Nas transformações isométricas, o volume permanece constante e não há trabalho trocado com o meio externo.

Então:

$$\tau_{\text{gás}} = 0$$

**19** Um sistema termodinâmico, constituído por um gás perfeito, troca 400 cal de calor com o meio externo. Determine a variação de energia interna do sistema, em cada um dos casos:

- a) aquecimento isocórico;  
b) resfriamento isométrico;  
c) expansão isotérmica.

**Resolução:**

- a) Aquecimento  $\rightarrow$  sistema recebe calor  
isocórico  $\rightarrow$  volume constante ( $\tau = 0$ )  
 $Q = \tau + \Delta U$

$$\Delta U = Q = 400 \text{ cal}$$

- b) Resfriamento  $\rightarrow$  sistema cede calor  
isométrico  $\rightarrow$  volume constante ( $\tau = 0$ )  
 $Q = \tau + \Delta U$

$$\Delta U = Q = -400 \text{ cal}$$

O sinal negativo indica que o calor foi cedido.

- c) Expansão  $\rightarrow$  aumento de volume  
isotérmica  $\rightarrow$  temperatura constante ( $\Delta U = 0$ )

$$\Delta U = 0$$

**Respostas:** a) 400 cal; b) -400 cal; c) Zero

**20** Numa transformação termodinâmica, um gás ideal troca com o meio externo 209 J em forma de trabalho. Determine, em calorias, o calor que o sistema troca com o meio externo, em cada um dos casos:

- a) expansão isotérmica;  
b) compressão isotérmica;  
c) expansão adiabática.

**Dado:** 1 cal = 4,18 J

**Resolução:**

$$\tau = \frac{209}{4,18} \text{ cal} = 50 \text{ cal}$$

- a) Expansão  $\rightarrow$  aumento de volume ( $\tau > 0$ )  
isotérmica  $\rightarrow$  temperatura constante ( $\Delta U = 0$ )  
 $Q = \tau + \Delta U$

$$Q = \tau = 50 \text{ cal}$$

- b) Compressão  $\rightarrow$  diminuição de volume ( $\tau < 0$ )  
isotérmica  $\rightarrow$  temperatura constante ( $\Delta U = 0$ )

$$Q = \tau = -50 \text{ cal}$$

- c) Expansão  $\rightarrow$  aumento de volume ( $\tau > 0$ )  
adiabática  $\rightarrow$  sem trocar calor com o meio externo ( $Q = 0$ )

$$Q = 0$$

**Respostas:** a) 50 cal; b) -50 cal; c) Zero

**21** Leia com atenção e identifique a alternativa correta.

- a) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema não troca calor com o meio externo.  
b) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema cede um valor de calor menor que o valor do trabalho que recebe.  
c) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, sempre ocorre variação da energia interna do gás.  
d) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema realiza trabalho; portanto, não recebe calor.  
e) Numa compressão isotérmica de um gás perfeito, o sistema recebe trabalho, que é integralmente transformado em calor.

**Resolução:**

- a) **Incorreta**  
Isotérmica  $\rightarrow \Delta U = 0$

Assim:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$Q = \tau \neq 0$$

Compressão  $\rightarrow$  sistema recebe trabalho

- b) **Incorreta**  
 $Q = \tau$ , pois  $\Delta U = 0$

- c) **Incorreta**  
Isotérmica  $\rightarrow \Delta U = 0$

- d) **Incorreta**  
Compressão  $\rightarrow$  o sistema recebe trabalho

- e) **Correta**

**Resposta:** e

**22** (Ufla-MG) A Termodinâmica faz nítida distinção entre o objeto de seu estudo, chamado **sistema**, e tudo aquilo que o envolve e pode interagir com ele, chamado **meio**. Considere um sistema constituído por certa quantidade de um gás ideal contido em um recipiente de paredes móveis e não-adiabáticas e indique a alternativa incorreta.

- a) Para que o gás realize uma expansão isobárica, é necessário que o sistema receba certa quantidade de calor do meio.  
b) Para que o gás sofra uma expansão isotérmica, é necessário que o sistema receba calor do meio, o qual é convertido em trabalho.  
c) Em uma compressão adiabática do gás, o meio realiza trabalho sobre o sistema, com conseqüente aumento da energia interna do gás.  
d) Para que o gás sofra um aumento de pressão a volume constante, é necessário que o sistema rejeite certa quantidade de calor para o meio.  
e) Em uma compressão isobárica, o gás tem sua temperatura e sua energia interna diminuídas.

**Resolução:**

Para que o gás sofra aumento de pressão a volume constante, é necessário que o sistema **receba** calor do meio.

**Resposta:** d

- 23** (Enem) Um sistema termodinâmico cede 200 J de calor ao ambiente, enquanto sobre o sistema se realiza trabalho de 300 J. Nessas condições, a variação de sua energia interna é, em joules, de:  
a) -500. b) -100. c) 100. d) 250. e) 500.

**Resolução:**

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$-200 = -300 + \Delta U$$

$$\Delta U = +100 \text{ J}$$

**Resposta:** c

- 24** (UFMS) Um cilindro, fechado por um êmbolo, encerra o volume de  $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  de um gás ideal à pressão de  $2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . O sistema recebe de uma fonte quente  $5,0 \cdot 10^3 \text{ J}$  de calor. O êmbolo desloca-se de modo que o volume do gás seja duplicado num processo isobárico. Ao final do processo, pode-se afirmar que:  
(01) não houve qualquer variação da energia interna do sistema.  
(02) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente armazenado sob a forma de energia interna do sistema.  
(04) o trabalho realizado pelo sistema sobre o meio foi de  $2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ .  
(08) o aumento da energia interna do sistema foi de  $3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$ .  
(16) o calor fornecido pela fonte quente foi totalmente transformado em trabalho realizado pelo sistema sobre o meio.  
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:****(01) Incorreta**

$$\text{Se o volume duplicou} \rightarrow \Delta V = V_0 = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

Portanto:

$$\tau_p = p \Delta V = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$\tau_p = 2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Da 1ª Lei da Termodinâmica, temos:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\Delta U = 5,0 \cdot 10^3 - 2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta U = 3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

A energia interna do gás aumentou, provocando aumento da sua temperatura.

**(02) Incorreta.**

Uma parcela do calor recebido pelo gás retorna ao meio externo em forma de trabalho.

**(04) Correta.**

$$\tau_p = p \Delta V = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ (J)}$$

$$\tau_p = 2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

**(08) Correta.**

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\Delta U = 5,0 \cdot 10^3 - 2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\Delta U = 3,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

**(16) Incorreta.**

Uma parcela do calor recebido é utilizada para aumentar a energia interna do gás.

Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações verdadeiras é 12.

**Resposta:** 12

- 25 E.R.** Um gás perfeito sofre uma expansão isobárica, trocando com o meio externo 500 cal em forma de calor e 300 cal em forma de trabalho. Determine a variação da energia interna do sistema.

**Resolução:**Como o gás sofre uma expansão, seu volume aumenta e ele realiza trabalho ( $\tau_{\text{gás}} = +300 \text{ cal}$ ).Da **Equação de Clapeyron** para os gases perfeitos,  $pV = nRT$ , observamos que, sendo isobárica ( $p = \text{cte}$ ) a transformação, quando o volume aumenta, a temperatura absoluta também aumenta, provocando aumento de energia interna ( $\Delta U > 0$ ).Daí concluímos que o sistema recebe calor ( $Q = +500 \text{ cal}$ ), que será parcialmente transformado em trabalho realizado, sendo o restante usado para aumentar a energia interna do sistema.Portanto, da **1ª Lei da Termodinâmica**,  $\Delta U = Q - \tau_{\text{gás}}$ , vem:

$$\Delta U = 500 - 300$$

$$\Delta U = +200 \text{ cal}$$

O sinal positivo indica que houve aumento na energia interna do sistema.

- 26** (UFMG) Em uma transformação isobárica de um gás perfeito, mantido a  $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  de pressão, forneceram-se 1500 J de calor e provocou-se um aumento de volume de 3,0 litros. Em joules, qual foi a variação da energia interna do gás?

**Resolução:**

$$\tau_p = p \Delta V$$

$$\tau_p = 2,0 \cdot 10^5 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

$$\tau_p = 600 \text{ J}$$

Assim:

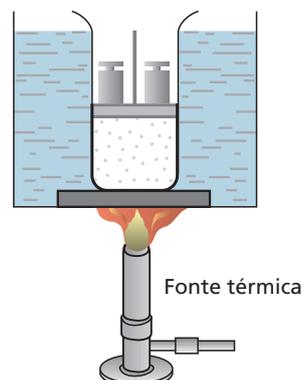
$$Q = \tau + \Delta U$$

$$1500 = 600 + \Delta U$$

$$\Delta U = 900 \text{ J}$$

**Resposta:** 900 J

- 27** (UFBA) Para aquecer lentamente o gás contido em um recipiente provido de êmbolo móvel, utiliza-se o sistema de banho-maria, conforme a figura abaixo.



Considerando-se que os pesos são mantidos sobre o êmbolo, o gás, ao expandir-se:

- (01) desloca o êmbolo com velocidade constante.
- (02) sofre acréscimo de energia interna.
- (04) mantém sua pressão constante.
- (08) tem seu estado termodinâmico descrito exclusivamente pela temperatura.
- (16) converte integralmente em trabalho o calor recebido da fonte térmica.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

- (01) **Correta** — A expansão do gás se processa a pressão praticamente constante.
- (02) **Correta** — A temperatura do gás aumenta.
- (04) **Correta** — A transformação é uma expansão isobárica.
- (08) **Incorreta**
- (16) **Incorreta** — O calor recebido é utilizado para aquecimento do gás e para realização de trabalho.

**Resposta: 07**

**28** Um estudante manuseava uma bomba manual (metálica) de encher bola de futebol. Mantendo o orifício de saída do ar tapado com seu dedo, ele comprimia rapidamente o êmbolo e observava que o ar dentro da bomba era aquecido.

Das afirmativas a seguir, qual você usaria para explicar o fenômeno descrito?

- a) Quando se comprime um gás, sua temperatura sempre aumenta.
- b) Quando se comprime rapidamente um gás, facilita-se a troca de calor entre o ar que está dentro da bomba e o meio externo.
- c) Devido à rapidez da compressão, o ar que está dentro da bomba não troca calor com o meio externo; assim, o trabalho realizado provoca aumento da energia interna desse ar.
- d) A compressão rápida do ar foi feita isobaricamente, provocando aumento na velocidade de suas partículas.
- e) O fenômeno descrito é impossível de ocorrer, pois, sendo o corpo da bomba metálico, qualquer energia que seja fornecida para o ar interno será imediatamente transferida para o meio externo.

**Resolução:**

O ar, sendo comprimido rapidamente, não troca calor com o meio externo (compressão adiabática); assim, a energia recebida em forma de trabalho será utilizada para aumento da energia interna do sistema (aquecimento).

**Resposta: c**

**29** (UEM-PR) Um experimento para se determinar se a energia interna de um gás ideal depende ou não do volume foi realizado por Joule (1818-1889). O sistema utilizado por ele está esquematizado na figura a seguir. No estado inicial, o compartimento da esquerda está cheio de gás e o da direita está evacuado. Os dois compartimentos estão ligados por uma torneira que, no início do experimento, está fechada. O sistema todo está termicamente isolado das suas vizinhanças por paredes rígidas, de modo que não há troca térmica entre o sistema e o exterior. Quando a torneira é aberta, o gás escoou para o compartimento evacuado e, conseqüentemente, não realiza trabalho. Depois de certo tempo, o gás atinge o equilíbrio termodinâmico com o sistema. Baseado na primeira lei da termodinâmica e na equação dos gases ideais, ao final do experimento, Joule conclui, corretamente, que:

- 01) o volume ocupado pelo gás diminui.
- 02) a temperatura do gás diminui.
- 04) a pressão exercida pelo gás diminui.
- 08) a energia interna do gás diminui.
- 16) o número de mols do gás diminui.
- 32) não é fornecido calor ao gás.



Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

- (01) **Incorreta** — O volume ocupado pelo gás aumenta.
- (02) **Incorreta** — Como na expansão o gás não realizou trabalho (expansão livre), a energia interna permaneceu constante e a temperatura não sofreu alteração.
- (04) **Correta** — Se o volume aumenta, a temperatura se mantém constante, então a pressão do gás diminui.
- (08) **Incorreta** — Na expansão livre, a energia interna do gás não sofre alteração.
- (16) **Incorreta** — O total de partículas na parte interna se mantém constante.
- (32) **Correta.**

**Resposta: 36**

**30** (Unesp-SP) Um pistão com êmbolo móvel contém 2 mol de  $O_2$  e recebe 581 J de calor. O gás sofre uma expansão isobárica na qual seu volume aumentou de 1,66 ℓ, a uma pressão constante de  $10^5 \text{ N/m}^2$ . Considerando que nessas condições o gás se comporta como gás ideal, utilize  $R = 8,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  e calcule:

- a) a variação de energia interna do gás;
- b) a variação de temperatura do gás.

**Resolução:**

- a) Usando a 1ª Lei da Termodinâmica, temos:

$$Q = \tau + \Delta U$$

Numa expansão isobárica (pressão constante), o trabalho ( $\tau$ ) realizado pelo gás é determinado por:

$$\tau_p = p \Delta V$$

Assim,

$$Q = p \Delta V + \Delta U$$

$$581 = 10^5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-3} + \Delta U$$

$$\Delta U = 581 - 166 \text{ (J)}$$

$$\Delta U = 415 \text{ J}$$

- b) Usando a Equação de Clapeyron, nessa expansão isobárica, temos:

$$p \Delta V = n R \Delta T$$

$$10^5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 8,3 \cdot \Delta T$$

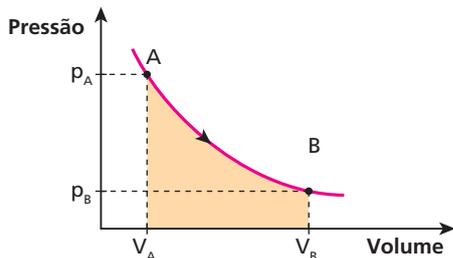
$$\Delta T = 10 \text{ K}$$

ou

$$\Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Respostas: a) 415 J; b) 10 K ou 10 °C**

**31** O diagrama pressão  $\times$  volume a seguir mostra uma transformação isotérmica sofrida por 1 mol de gás perfeito.



A área destacada mede:

- a) a variação de pressão do gás;
- b) a variação de energia interna do gás;
- c) o trabalho realizado pelo gás;
- d) o calor cedido pelo gás;
- e) o calor específico do gás medido à temperatura constante.

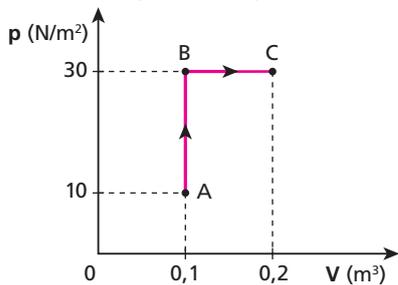
**Resolução:**

A área destacada mede o trabalho trocado entre o sistema gasoso e o meio externo.

$$[\text{área}] \stackrel{N}{=} \tau$$

**Resposta:** c

**32 | E.R.** Um gás perfeito passa do estado representado por **A**, no gráfico, para os estados representados por **B** e **C**:



Determine o trabalho realizado pelo gás, em joules, nas transformações:

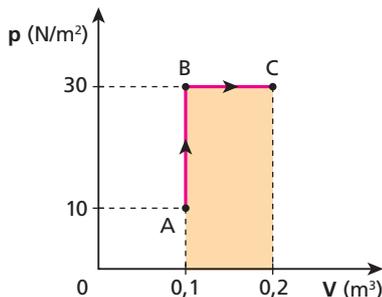
- a) **A** para **B**;
- b) **B** para **C**;
- c) **ABC**.

**Resolução:**

a) Na transformação AB, não há troca de trabalho com o meio externo, pois o volume do sistema mantém-se constante:

$$\tau_{AB} = 0$$

b) Na transformação BC, o trabalho realizado (o volume do sistema aumenta) pelo gás é igual à "área" sob o gráfico:



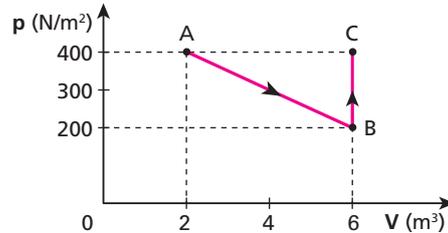
"Área" =  $\tau_{BC}$   
 $\tau_{BC} = 30 \cdot (0,2 - 0,1)$   
 $\tau_{BC} = 3 \text{ J}$

c) O trabalho total na transformação ABC é a soma algébrica dos trabalhos nas transformações AB e BC. Assim:

$$\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC} \Rightarrow \tau_{ABC} = 0 + 3$$

$$\tau_{ABC} = 3 \text{ J}$$

**33** Um gás perfeito sofre a transformação ABC indicada no diagrama pressão (**p**)  $\times$  volume (**V**) a seguir:



Determine o trabalho do sistema nas transformações:

- a) **A** para **B**;
- b) **B** para **C**;
- c) **ABC**.

**Resolução:**

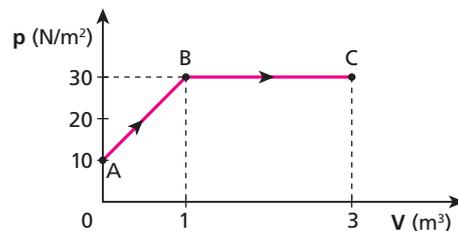
a)  $\tau_{AB} \stackrel{N}{=} [\text{área}]_{AB}^B$   
 $\tau_{AB} = \frac{(400 + 200) \cdot (6 - 2)}{2} \text{ (J)}$   
 $\tau_{AB} = 1200 \text{ J}$

b)  $\tau_{BC} = 0$   
 O volume do gás permanece constante.

c)  $\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$   
 $\tau_{ABC} = 1200 + 0$   
 $\tau_{ABC} = 1200 \text{ J}$

**Respostas:** a) 1200 J; b) zero; c) 1200 J

**34** (PUC-SP) O gráfico pressão (**p**)  $\times$  volume (**V**) representa as transformações AB e BC experimentadas por um gás ideal:



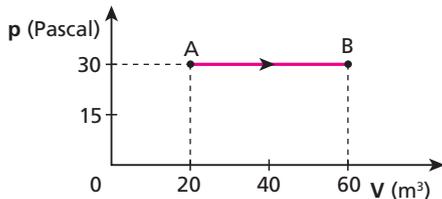
Qual o trabalho mecânico realizado pelo gás durante a expansão de **A** até **C**? Dê a resposta em joules.

**Resolução:**

$\tau \stackrel{N}{=} [\text{área}]$   
 $\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$   
 $\tau_{ABC} = \frac{(30 + 10) \cdot 1}{2} + 30 \cdot (3 - 1) \text{ (J)}$   
 $\tau_{ABC} = 20 + 60$   
 $\tau_{ABC} = 80 \text{ J}$

**Resposta:** 80 J

**35** No processo isobárico indicado no gráfico, um gás perfeito recebeu 3000 J de energia do ambiente.



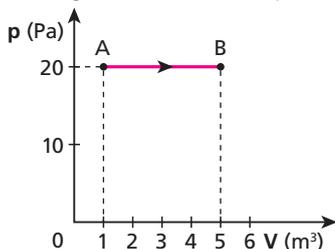
Que variação ocorreu na energia interna desse gás?

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \tau &\stackrel{N}{=} [\text{área}] \\ \tau_{AB} &= 30 \cdot (60 - 20) \text{ (J)} \\ \tau_{AB} &= 1200 \text{ (J)} \\ Q &= \tau + \Delta U \\ 3000 &= 1200 + \Delta U \\ \Delta U_{AB} &= 1800 \text{ J} \end{aligned}$$

**Resposta:** 1800 J

**36** Uma amostra de gás perfeito recebe de uma fonte térmica 200 J de energia em forma de calor, expandindo-se isobaricamente, conforme indica o gráfico a seguir, indo do estado A para o estado B.



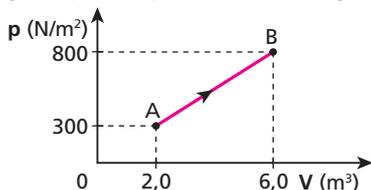
Qual a variação da energia interna do gás para essa transformação?

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \tau_{AB} &\stackrel{N}{=} [\text{área}] \\ \tau_{AB} &= 20 \cdot (5 - 1) \text{ (J)} \\ \tau_{AB} &= 80 \text{ (J)} \\ Q &= \tau + \Delta U \\ 200 &= 80 + \Delta U \\ \Delta U_{AB} &= 120 \text{ J} \end{aligned}$$

**Resposta:** 120 J

**37** Um sistema termodinâmico constituído de certa massa de gás perfeito recebe calor de uma fonte térmica, num total de 8500 J. Em consequência, o gás se expande, sofrendo a transformação AB representada no diagrama pressão (p) × volume (V) a seguir:



A respeito da transformação AB, responda:

- Qual é o trabalho do sistema? É trabalho realizado ou recebido? Justifique.
- Qual é a variação de energia interna? A energia interna aumentou ou diminuiu? Justifique.

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \text{a) } \tau &\stackrel{N}{=} [\text{área}] \\ \tau_{AB} &= \frac{(800 + 300) \cdot (6,0 - 2,0)}{2} \text{ (J)} \\ \tau_{AB} &= 2200 \text{ J} \end{aligned}$$

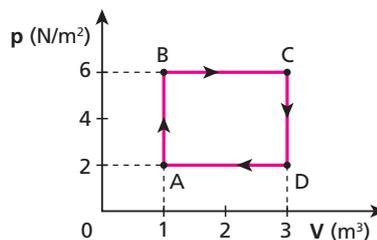
Como o volume do gás aumentou, ele realizou trabalho.

$$\begin{aligned} \text{b) } \Delta U_{AB} &= U_B - U_A \\ \Delta U_{AB} &= \frac{3}{2} P_B V_B - \frac{3}{2} P_A V_A \\ \Delta U_{AB} &= \frac{3}{2} (800 \cdot 6,0 - 300 \cdot 2,0) \text{ (J)} \\ \Delta U_{AB} &= 6300 \text{ J} \end{aligned}$$

A energia interna do gás aumentou, pois sua temperatura também aumentou.

**Respostas:** a) Realizado, 2200 J; b) Aumentou, 6300 J

**38** Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação cíclica ABCDA, conforme está representado no diagrama.



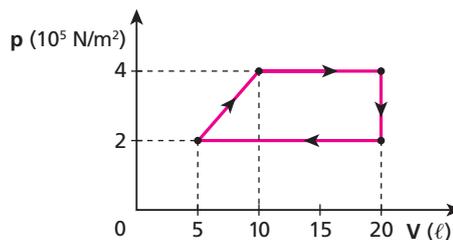
Qual o trabalho, em joules, realizado pelo gás?

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \tau_{\text{ciclo}} &\stackrel{N}{=} [\text{área interna}] \\ \text{Assim:} \\ \tau_{\text{ABCD}} &= (6 - 2) \cdot (3 - 1) \text{ (J)} \\ \tau_{\text{ABCD}} &= 8 \text{ J} \end{aligned}$$

**Resposta:** 8 J

**39** (PUC-MG) A transformação cíclica representada no diagrama a seguir mostra o que ocorreu com uma massa de gás perfeito.



Qual o trabalho realizado por esse gás em cada ciclo? Dê a resposta em joules.

**Resolução:**

$$\tau_{\text{ciclo}} \stackrel{N}{=} [\text{área interna}]$$

Atenção que:

$$1 \ell = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} / \text{m}^3$$

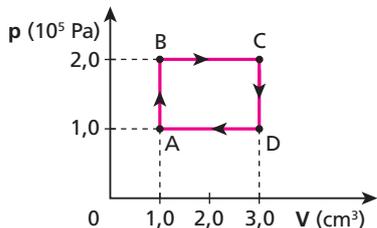
Assim:

$$\tau_{\text{ciclo}} = \frac{[(20 - 5) + (20 - 10)] \cdot 10^{-3} \cdot (4 - 2) \cdot 10^5}{2} \text{ (J)}$$

$$\tau_{\text{ciclo}} = 2,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

**Resposta:**  $2,5 \cdot 10^3 \text{ J}$

**40** (Fatec-SP) Um sistema termodinâmico, constituído de certa massa de gás perfeito, realiza a cada segundo 100 ciclos ABCDA. O diagrama a seguir mostra a evolução de um ciclo ABCDA.



Qual a potência desse sistema? Dê a resposta na unidade watt.

**Resolução:**

$$\tau_{\text{ciclo}} \stackrel{N}{=} [\text{área interna}]$$

$$\tau_{\text{ciclo}} = (20 - 1,0) \cdot 10^5 \cdot (3,0 - 1,0) \cdot 10^{-6} \text{ (J)}$$

$$\tau_{\text{ciclo}} = 0,2 \text{ J}$$

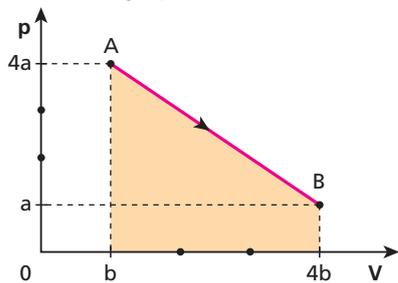
Portanto:

$$\text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{100 \cdot 0,2}{1} \text{ (W)}$$

$$\text{Pot} = 20 \text{ W}$$

**Resposta:** 20 W

**41** (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito:



O gás vai do estado A para o estado B segundo a transformação indicada no gráfico. Indique a opção correta:

- A transformação indicada é isotérmica.
- A área assinalada na figura mede a variação de energia interna do gás.
- Na transformação de A para B o gás recebe um calor Q, realiza um trabalho  $\tau$ , de modo que  $|Q| = |\tau|$ .
- A transformação de A para B é adiabática porque não houve acréscimo de energia interna do gás.
- A área assinalada na figura não pode ser usada para se medir o calor recebido pelo gás.

**Resolução:**

a) **Incorreta.**

Apesar de as temperaturas inicial ( $T_A$ ) e final ( $T_B$ ) serem iguais, as temperaturas intermediárias são diferentes.

b) **Incorreta.**

$$[\text{área}] \stackrel{N}{=} \tau$$

c) **Correta.**

Se  $T_A = T_B$ , temos  $\Delta U_{AB} = 0$

$$\text{Assim: } |Q| = |\tau|$$

d) **Incorreta.**

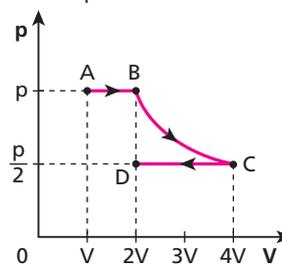
O sistema recebe calor, que é transformado em trabalho.

e) **Incorreta.**

$$[\text{área}] \stackrel{N}{=} \tau \text{ e } |\tau| = |Q|$$

**Resposta:** c

**42 E.R.** Um gás perfeito monoatômico sofre o conjunto de transformações indicadas no esquema:



- Se  $T$  a temperatura absoluta do gás em A, qual é a sua temperatura em D?
- Se  $n$  o número de mols e  $R$  a constante universal dos gases perfeitos, qual é a variação de energia interna do gás ao passar do estado A para o D?
- Qual é a razão entre os trabalhos do gás nas transformações AB e CD?

**Resolução:**

a) Como o número de mols do gás não varia, podemos aplicar a **Lei geral dos Gases Perfeitos**:

$$\frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{p_D V_D}{T_D}$$

Assim, temos:

$$\frac{pV}{T} = \frac{\frac{p}{2} \cdot 2V}{T_D} \Rightarrow T_D = T$$

b) Como as temperaturas  $T_A$  e  $T_D$  são iguais, concluímos que a variação de energia interna é nula:

$$\Delta U_{AD} = 0$$

c) Na transformação AB, o volume aumenta e o sistema realiza trabalho ( $\tau_{AB} > 0$ ) igual à "área" encontrada sob o gráfico:

$$\tau_{AB} = +pV$$

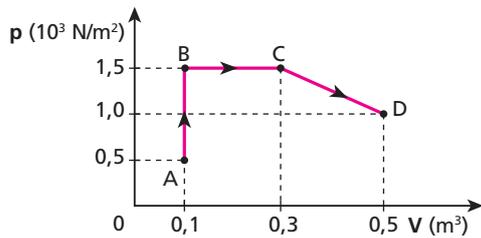
Na transformação CD, o volume diminui e o sistema recebe trabalho ( $\tau_{CD} < 0$ ) igual a:

$$\tau_{CD} = -\frac{p}{2} \cdot 2V \Rightarrow \tau_{CD} = -pV$$

Assim, a razão entre esses trabalhos é dada por:

$$\frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = \frac{+pV}{-pV} = -1 \Rightarrow \frac{\tau_{AB}}{\tau_{CD}} = -1$$

**43** Um sistema gasoso ideal, ao receber 293 cal, evolui do estado **A** para o estado **D**, conforme o gráfico:



Determine:

- o trabalho do gás em cada transformação: AB, BC e CD;
- a variação da energia interna na transformação ABCD;
- a temperatura do gás no ponto **D**, sabendo que no ponto **C** era de  $-3^\circ\text{C}$ .

**Dado:**  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

**Resolução:**

a)  $\tau_{AB} = 0$

O volume do gás permaneceu constante de **A** para **B**.

$$\tau_{BC} = \overset{N}{\text{[área]}}_B^C$$

$$\tau_{BC} = 1,5 \cdot 10^3 \cdot (0,3 - 0,1) \text{ (J)}$$

$\tau_{BC} = 300 \text{ J}$

$$\tau_{CD} = \overset{N}{\text{[área]}}_C^D$$

$$\tau_{CD} = \frac{(1,5 \cdot 10^3 + 1,0 \cdot 10^3) \cdot (0,5 - 0,3)}{2} \text{ (J)}$$

$\tau_{CD} = 250 \text{ J}$

b) 1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$293 \cdot 4,18 = (0 + 300 + 250) + \Delta U$$

$\Delta U \approx 675 \text{ J}$

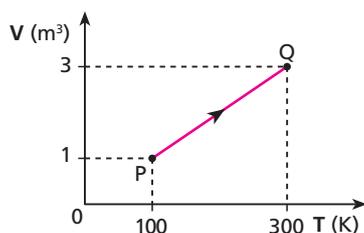
c) Lei geral dos Gases:

$$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_C V_C}{T_C}$$

$$\frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{T_D} = \frac{1,5 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{(-3 + 273)} \Rightarrow T_D = 300 \text{ K} = 27^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a) Zero, 300 J, 250 J; b) 675 J; c)  $27^\circ\text{C}$

**44** (Mack-SP) Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de  $60 \text{ N/m}^2$ , como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 300 J.



Qual foi a variação da energia interna do gás?

**Resolução:**

A resolução pode ser feita de duas maneiras:

**1ª maneira:**

$$\Delta U = U_Q - U_P$$

Como, para um gás perfeito, vale a relação:

$$U = \frac{3}{2} n R T = \frac{3}{2} p V$$

temos:

$$\Delta U = \left(\frac{3}{2} p V\right)_Q - \left(\frac{3}{2} p V\right)_P$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} p \Delta V = \frac{3}{2} \cdot 60 \cdot (3 - 1)$$

$\Delta U = 180 \text{ J}$

**2ª maneira:**

1ª Lei da Termodinâmica

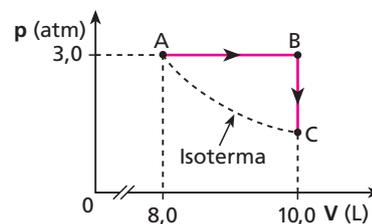
$$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow \Delta U = Q - p \Delta V \Rightarrow \Delta U = 300 - 60 \cdot (3 - 1)$$

$$\Delta U = 300 - 120$$

$\Delta U = 180 \text{ J}$

**Resposta:** 180 J

**45** (Unicamp-SP) Um mol de gás ideal sofre a transformação  $A \rightarrow B \rightarrow C$  indicada no diagrama pressão  $\times$  volume da figura:



- Qual é a temperatura do gás no estado **A**?
- Qual é o trabalho realizado pelo gás na expansão  $A \rightarrow B$ ?
- Qual é a temperatura do gás no estado **C**?

**Dados:**  $R$  (constante dos gases) =  $0,082 \text{ atm L/mol K}$  ou  $R = 8,3 \text{ J/mol K}$

**Resolução:**

a) Em **A**:

Equação de Clapeyron:

$$p V = n R T$$

$$3,0 \cdot 8,0 = 1 \cdot 0,082 T_A$$

$T_A \approx 293 \text{ K}$

b)  $\tau_{AB} = \overset{N}{\text{[área]}}$

$$\tau_{AB} = 3,0 \cdot 10^5 \cdot (10,0 - 8,0) \cdot 10^{-3}$$

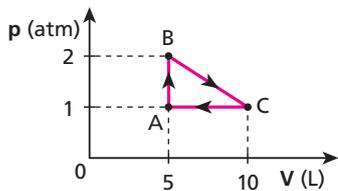
$\tau_{AB} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ J}$

c)  $T_C = T_A$  (estão na mesma isoterma)

$T_C \approx 293 \text{ K}$

**Respostas:** a) 293 K; b)  $6,0 \cdot 10^2 \text{ J}$ ; c) 293 K

**46 E.R.** Certa massa de gás ideal desenvolve o ciclo indicado na figura:



Determine:

- o trabalho realizado pelo gás ao percorrer o ciclo uma vez;
- a potência desenvolvida, sabendo que a duração de cada ciclo é de 0,5 s;
- o ponto onde a energia interna do sistema é máxima e onde é mínima.

**Dados:**  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$ ;  
 $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ .

**Resolução:**

- a) Num ciclo, o trabalho do sistema é igual a sua “área” interna:

$$\tau_{ABC} = \frac{5 \text{ L} \cdot 1 \text{ atm}}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 1 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2}$$

$\tau_{ABC} = 250 \text{ J}$

Como o ciclo tem sentido horário, o sistema realiza trabalho e seu sinal é positivo.

- b) A potência desenvolvida é dada por:

$$\text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} = \frac{250 \text{ J}}{0,5 \text{ s}} \Rightarrow \text{Pot} = 500 \text{ W}$$

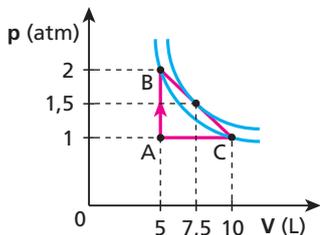
- c) Como a energia interna de um gás ideal é função de sua temperatura, podemos afirmar:

- I. A energia interna é mínima onde a temperatura também é mínima.

Da Equação de Clapeyron,  $pV = nRT$ , observamos que a temperatura absoluta de um gás perfeito é mínima onde o produto pressão  $\times$  volume é mínimo.

Assim, do gráfico temos que a energia interna desse gás ideal é mínima no ponto **A**.

- II. A energia interna é máxima onde a temperatura e o produto  $p \times V$  são máximos.



Do gráfico, notamos que o produto  $p \times V$  é o mesmo nos pontos **B** e **C**, o que indica temperaturas iguais, sendo que a mesma isoterma passa por ambos.

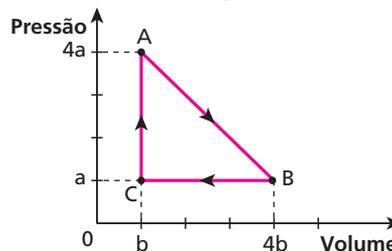
Existe, no entanto, outra isoterma mais afastada dos eixos, que toca o ponto médio do segmento BC. É nesse ponto que a energia interna do sistema é máxima.

Lembremos que, quanto mais afastada dos eixos se encontra uma isoterma, maior é a temperatura associada a ela.

**47** (Unip-SP) Para 1 mol de um gás perfeito, submetido a uma pressão **p** e ocupando um volume **V**, a temperatura absoluta **T** e a energia interna **U** são dadas por:

$$T = \frac{pV}{R} \quad \text{e} \quad U = \frac{3}{2} pV$$

Considere uma amostra de 1 mol de gás perfeito, sofrendo as transformações AB, BC e CA indicadas no diagrama pressão  $\times$  volume:



Analise as proposições que se seguem:

- Nos estados **A** e **B**, a energia interna do gás é a mesma, o que nos leva a concluir que, na transformação AB, não ocorreu troca de energia entre o gás e o meio externo.
- Em todo o ciclo, a temperatura é mínima no estado **C**.
- Nos estados **A** e **B**, a temperatura é a mesma.
- Na transformação BC, a energia interna do gás vai diminuindo, o que significa que o gás está cedendo energia para o meio externo.

Estão corretas apenas:

- a) II, III e IV.   b) I, II e III.   c) I e IV.   d) II e III.   e) II e IV.

**Resolução:**

- I) **Incorreta.**

De **A** para **B** o volume do gás aumenta e ele realiza  $\tau$ . Como a variação de energia interna é nula, o gás recebe calor e devolve essa energia para o meio externo em forma de trabalho.

- II) **Correta.**

$$U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

Observe que o produto pressão  $\times$  volume é mínimo no ponto **C**.

- III) **Correta.**

$$U = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} pV$$

As temperaturas são iguais nos pontos em que os produtos  $pV$  são iguais.

$$p_A V_A = 4ab$$

$$p_B V_B = 4ab$$

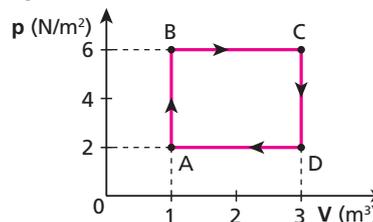
$$\text{Assim: } T_A = T_B$$

- IV) **Correta.**

Na transformação BC, o produto  $pV$ , a temperatura e a energia interna diminuem. O gás recebe trabalho (volume diminui) e a energia interna diminui; toda essa energia sai do sistema na forma de calor.

**Resposta: a**

**48** Um gás perfeito desenvolve uma transformação cíclica ABCDA, como mostra a figura:



Determine:

- a) o trabalho, em joules, realizado pelo gás no ciclo ABCDA;
- b) o ponto do ciclo em que a energia interna do sistema é máxima e o ponto onde é mínima.

**Resolução:**

a)  $\tau_{\text{ciclo}} = \tau_{\text{ciclo}}^N$  [área interna]

$$\tau_{\text{ABCD}} = (6 - 2) \cdot (3 - 1) \text{ (J)}$$

$$\tau_{\text{ABCD}} = 8 \text{ J}$$

- b) A energia interna é máxima no ponto de temperatura máxima. Nesse ponto, o produto pressão  $\times$  volume é máximo.

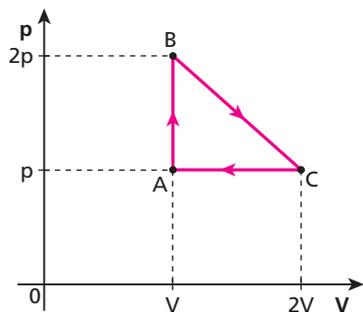
$$U_{\text{máx}} \rightarrow C$$

Da mesma forma, a energia interna é mínima onde o produto  $pV$  é mínimo:

$$U_{\text{mín}} \rightarrow A$$

**Respostas:** a) 8 J; b) C; A

**49** Um recipiente de volume ajustável contém  $n$  mols de moléculas de um gás ideal. Inicialmente, o gás está no estado **A**, ocupando um volume  $V$  à pressão  $p$ . Em seguida, o gás é submetido à transformação indicada na figura.



Calcule o calor absorvido pelo gás na transformação cíclica ABCA.

**Resolução:**

Numa transformação cíclica, a variação de energia interna  $\Delta U$  é nula ( $\Delta U = 0$ ).

Usando-se a 1ª Lei da Termodinâmica:

$$Q = \tau + \Delta U$$

$$Q = \tau$$

Assim:

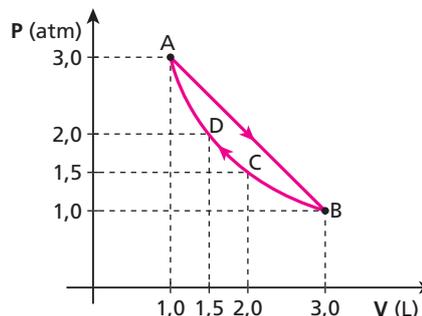
$$Q = \tau = [\text{área do triângulo ABC}]$$

$$Q = \frac{(2V - V) \cdot (2p - p)}{2}$$

$$Q = \frac{pV}{2}$$

**Resposta:**  $\frac{pV}{2}$

**50** (Vunesp-SP) Um sistema termodinâmico sofre a transformação cíclica ABCDA, representada na figura.



Pode-se afirmar que a:

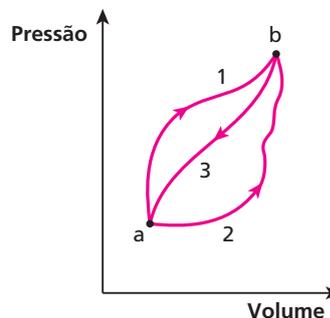
- a) compressão é isobárica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior do que o valor absoluto do trabalho realizado na compressão.
- b) compressão é adiabática, e o valor absoluto do trabalho por ela realizado é menor do que o realizado na expansão.
- c) expansão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é igual ao valor absoluto do trabalho realizado na compressão.
- d) expansão é isobárica, a compressão é isométrica, e os trabalhos realizados na expansão e na compressão são iguais em valor absoluto.
- e) compressão é isotérmica, e o trabalho realizado durante a expansão é maior que o valor absoluto do trabalho realizado durante a compressão.

**Resolução:**

Na transformação BCDA (compressão), notamos que em todos os 4 pontos fornecidos o produto pressão  $\times$  volume apresenta o mesmo valor. Esse fato nos levará a concluir que essa compressão é isotérmica. Observamos ainda que a área abaixo do gráfico (que estabelece o trabalho trocado) é maior na expansão AB do que na compressão BCDA.

**Resposta:** e

**51** (UFC-CE) Um sistema gasoso, originalmente no estado termodinâmico **a**, é levado para o estado **b** por meio de dois processos distintos, 1 e 2, mostrados na figura. No processo 1, o sistema realiza um trabalho,  $\tau_1$ , de 300 J e absorve uma quantidade de calor,  $Q_1$ , de 800 J.



- a) Se no processo 2 o trabalho  $\tau_2$  realizado é de 100 J, quanto calor,  $Q_2$ , é absorvido pelo sistema nesse processo?
- b) Quando o sistema é trazido de volta ao estado original **a**, pelo processo 3 (ver figura), o trabalho,  $\tau_3$ , de 200 J é realizado sobre o sistema. Que quantidade de calor,  $Q_3$ , é envolvida nesse processo?
- c) O calor mencionado no item **b** é liberado ou absorvido pelo sistema?

**Resolução:**

a) **Processo 1:**

1ª Lei da Termodinâmica:  $Q = \tau + \Delta U$

$800 = 300 + \Delta U_{ab}$

$\Delta U_{ab} = 500 \text{ J}$

**Processo 2:**

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow Q_2 = 100 + 500 \text{ (J)}$

$Q_2 = 600 \text{ J}$

b) 1ª Lei da Termodinâmica:

$Q = \tau + \Delta U \Rightarrow Q_3 = -200 - 500 \text{ (J)}$

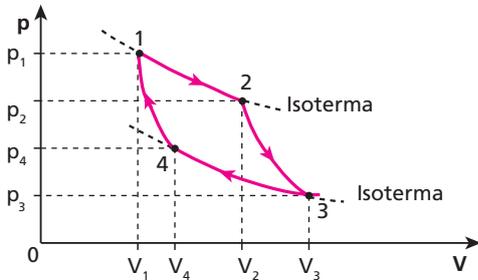
$Q_3 = -700 \text{ J}$

Observe que os sinais são negativos porque o sistema recebe trabalho e a energia interna diminui.

c) O calor  $Q_3$  é liberado pelo sistema.

**Respostas:** a) 600 J; b) -700 J; c) Liberado

**52** (UFF-RJ) O diagrama pressão ( $p$ ) × volume ( $V$ ) a seguir representa uma transformação quase estática e cíclica de um gás ideal:



Considerando o diagrama, qual é a opção correta?

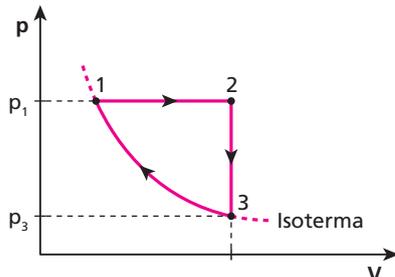
- a) A maior temperatura atingida pelo gás no ciclo ocorre na passagem do estado 3 para o estado 4.
- b) O trabalho realizado pelo gás no ciclo é nulo.
- c) A transformação que leva o gás do estado 2 para o estado 3 é isotérmica.
- d) A variação da energia interna no ciclo é nula.
- e) O gás sofre uma expansão adiabática ao passar do estado 1 para o estado 2.

**Resolução:**

- a) **Incorreta** — A maior temperatura do gás ocorre no isoterma 1,2.
- b) **Incorreta** —  $\tau_{\text{ciclo}} = \tau_{\text{ciclo}} = [\text{área interna}]$
- c) **Incorreta** — Isotérmicas são as transformações 1 → 2 e 3 → 4
- d) **Correta** —  $\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$
- e) **Incorreta** — 1 → 2 transformação isotérmica.

**Resposta:** d

**53** | **E.R.** Um motor, constituído por cilindro e êmbolo, contém 10 g de um gás perfeito, cujas transformações estão esquematizadas na figura:



São dados, para o gás, os calores específicos sob volume constante,  $c_v = 0,20 \text{ cal/g K}$ , e sob pressão constante,  $c_p = 0,34 \text{ cal/g K}$ ; a temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$ ; as pressões  $p_1 = 4,0 \text{ atm}$  e  $p_3 = 1,0 \text{ atm}$ . Determine:

- a) a temperatura  $T_2$ ;
- b) a energia trocada na transformação entre os estados 2 e 3.

**Resolução:**

a) Sendo a transformação 1 → 2 isobárica, temos:

$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \quad (I)$

Sendo a transformação 3 → 1 isotérmica, temos:

$p_1 V_1 = p_3 V_3 = p_3 V_2$

ou  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_3} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{4,0}{1,0} = 4 \quad (II)$

Substituindo (II) em (I), temos:

$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 \Rightarrow T_2 = 4 \cdot 300$

$T_2 = 1200 \text{ K}$

b) A transformação 2 → 3 é isométrica e, portanto, o trabalho envolvido é nulo ( $\tau = 0$ ). Nessas condições, a expressão da **1ª Lei da Termodinâmica** fica:

$\Delta U = Q$

Isso significa que a energia trocada na transformação é exclusivamente térmica.

Assim:

$Q = m c_v \Delta T = m c_v (T_3 - T_2)$

$Q = 10 \cdot 0,20 \cdot (300 - 1200)$

$Q = -1800 \text{ cal}$

O sinal negativo indica que o sistema gasoso cede calor ao meio externo e, conseqüentemente, sua energia interna diminui.

**54** Uma amostra de 60 g de gás perfeito foi aquecida isometricamente, tendo sua temperatura variado de 200 K para 230 K. O calor específico a volume constante desse gás é igual a 0,25 cal/g K e o calor específico a pressão constante é 0,32 cal/g K. Determine:

- a) o trabalho realizado por esse gás;
- b) a variação da energia interna desse gás.

**Resolução:**

a) Na transformação isométrica, o volume permanece constante e o trabalho trocado pelo gás é nulo.

$\tau = 0$

b) 1ª Lei da Termodinâmica

$\Delta U = Q - \tau$

$\Delta U_v = Q_v$

Como:  $Q_v = m c_v \Delta T$

então:

$\Delta U_v = m c_v \Delta T = 60 \cdot 0,25 \cdot (230 - 200)$

$\Delta U_v = 450 \text{ cal}$

**Respostas:** a) Zero; b) 450 cal

**55** Um mol de gás ideal monoatômico, de calor específico molar a volume constante igual a 3,0 cal/mol °C, realiza um aquecimento isométrico, sendo que sua temperatura eleva-se de 27 °C para 50 °C. Qual foi a variação de energia interna sofrida pelo gás?

**Resolução:**

$$Q_v = n C_v \Delta T$$

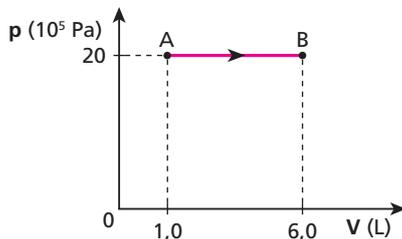
$$Q_v = 1 \cdot 3,0 \cdot (50 - 27)$$

$$Q_v = 69 \text{ cal}$$

**Atenção:** a variação de temperatura em Celsius é igual à variação em Kelvin.

**Resposta:** 69 cal

**56** Uma amostra de 5,0 mols de gás perfeito sofre a expansão isobárica representada no diagrama pressão  $\times$  volume a seguir:



Sabe-se que a variação de temperatura do gás foi de 250 °C. Sendo o calor específico molar a pressão constante igual a 5,0 cal/mol °C, qual foi a variação da energia interna desse gás?

**Dado:** 1 cal = 4 J

**Resolução:**

$$\tau_p = N \cdot [\text{área}]$$

$$\tau_p = 20 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot (6,0 - 1,0) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\tau_p = 1,0 \cdot 10^4 \text{ J} = 2500 \text{ cal}$$

$$Q_p = n C_p \Delta T$$

$$Q_p = 5,0 \cdot 5,0 \cdot 250$$

$$Q_p = 6250 \text{ cal} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ J}$$

1ª Lei da Termodinâmica

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\Delta U = 6250 - 2500 \text{ (cal)}$$

$$\Delta U = 3750 \text{ cal}$$

**Resposta:** 3750 cal

**57** Um bloco de gelo fundente de 12 kg de massa é lançado com velocidade igual a 20 m/s sobre uma pista horizontal também de gelo a 0 °C. Devido ao atrito, o bloco para. Se toda a energia cinética foi transformada em térmica e absorvida pelo gelo, qual a massa de gelo que se funde?

**Dados:** 1 cal = 4 J;

calor latente de fusão do gelo = 80 cal/g.

**Resolução:**

$$E_c = \frac{m v^2}{2}$$

$$E_c = \frac{12 \cdot (20)^2}{2} \Rightarrow E_c = 2400 \text{ J} = 600 \text{ cal}$$

$$Q = m L_f$$

$$600 = m \cdot 80 \Rightarrow m = 7,5 \text{ g}$$

**Resposta:** 7,5 g

**58** Um martelo de 1 kg, movendo-se a 20 m/s, golpeia uma esfera de chumbo de 100 g sobre uma bigorna de aço. Se metade da energia cinética do martelo aqueceu o chumbo, qual foi o seu aumento de temperatura, em °C?

**Dado:** calor específico do chumbo = 0,125 J/g °C

**Resolução:**

$$E_c = \frac{m v^2}{2}$$

$$E_c = \frac{1(20)^2}{2} \Rightarrow E_c = 200 \text{ J}$$

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$\frac{200}{2} = 100 \cdot 0,125 \cdot \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 8,0 \text{ °C}$$

**Resposta:** 8,0 °C

**59** Uma bola de 8,4 kg, abandonada do repouso a uma altura de 5,0 m, após chocar-se com o solo (altura zero) retorna a uma altura de 4,0 m. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Se a perda de energia mecânica da bola pudesse ser usada exclusivamente no aquecimento de 10 g de água, qual seria a elevação de temperatura da água?

**Dados:** 1 cal = 4,2 J;

calor específico da água = 1,0 cal/g °C.

**Resolução:**

$$\Delta E_p = m g \Delta h$$

$$\Delta E_p = 8,4 \cdot 10 \cdot (5,0 - 4,0)$$

$$\Delta E_p = 84 \text{ J} = 20 \text{ cal}$$

$$Q = m c \Delta \theta$$

$$20 = 10 \cdot 1 \cdot \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 2,0 \text{ °C}$$

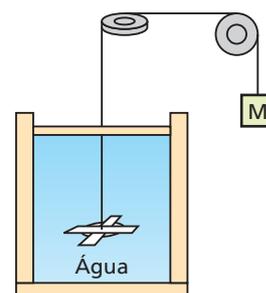
**Resposta:** 2,0 °C

**60** (UFU-MG) Em torno de 1850, o físico James P. Joule desenvolveu um equipamento para medir o equivalente mecânico em energia térmica. Esse equipamento consistia de um peso conhecido preso a uma corda, de forma que, quando o peso caía, um sistema de pás era acionado, aquecendo a água do recipiente, como mostra a figura.

Joule usou um peso de massa  $M = 10 \text{ kg}$ , caindo de uma altura de 5 m, em um local onde a aceleração da gravidade valia  $10 \text{ m/s}^2$ .

Deixando o peso cair 5 vezes, Joule observou que a temperatura dos 400 g de água no recipiente aumentou em 1,5 °C.

**Dado:** calor específico da água = 1 cal/°C · g



Com base no experimento de Joule, pode-se concluir que:

- a) 2 500 J de energia potencial transformaram-se em 600 cal de calor.
- b) 4,17 cal correspondem a 1 J.
- c) a quantidade de calor recebida pela água foi de 0,6 cal.
- d) energia potencial e quantidade de calor nunca podem ser comparadas.

**Resolução:**

a) **Verdadeira** – Energia potencial transformada em calor:

$$E_p = 5 \text{ m g h}$$

$$E_p = 5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 \text{ (J)}$$

$$E_p = 2500 \text{ J}$$

Energia térmica absorvida pela água:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$Q = 400 \cdot 1 \cdot 1,5 \text{ (cal)}$$

$$Q = 600 \text{ cal}$$

b) **Falsa** – Relação obtida entre joule e caloria:

$$R = \frac{2500 \text{ J}}{600 \text{ cal}} \approx 4,17 \text{ J/cal}$$

Assim, 1 cal  $\approx$  4,17 J

c) **Falsa** — Para a água:

$$Q = 600 \text{ cal}$$

d) **Falsa.**

**Resposta:** a

**61** Um recipiente de paredes indeformáveis, de capacidade  $V = 12 \text{ L}$ , contém 1,0 mol de um gás perfeito de calor específico molar a volume constante  $C_v = 3,0 \text{ cal/mol K}$ . Fornecendo-se 900 cal a esse gás, sua temperatura absoluta duplica. Qual a pressão final do gás?

**Dado:**  $R = 0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$

**Resolução:**

$$Q_v = n C_v \Delta T$$

$$900 = 1,0 \cdot 3,0 \cdot (2T - T)$$

$$T = 300 \text{ K}$$

Equação de Clapeyron:

$$p V = n R T$$

$$p \cdot 12 = 1,0 \cdot 0,082 \cdot 600$$

$$p = 4,1 \text{ atm}$$

**Resposta:** 4,1 atm

**62** Um gás perfeito com massa  $m = 40 \text{ g}$  passa, sob pressão invariável  $p = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , da temperatura  $\theta_1 = 20^\circ \text{C}$  à temperatura  $\theta_2 = 40^\circ \text{C}$ . Calcule a variação de energia interna do gás.

**Dados:**  $M =$  massa molecular do gás  $= 2,0 \text{ g/mol}$ ;

$C_p =$  calor específico molar a pressão constante  $= 7,0 \text{ cal/mol K}$ ;

$R =$  constante universal dos gases  $= 2,0 \text{ cal/mol K}$ .

**Resolução:**

$$Q_p = n C_p \Delta T$$

$$Q_p = \frac{m}{M} C_p \Delta t$$

$$Q_p = \frac{40}{2,0} \cdot 7,0 \cdot 20$$

$$Q_p = 2800 \text{ cal}$$

$$\tau_p = p \Delta V = n R \Delta T$$

$$\tau_p = \frac{m}{M} R T = \frac{40}{2,0} \cdot 2,0 \cdot 20$$

$$\tau_p = 800 \text{ cal}$$

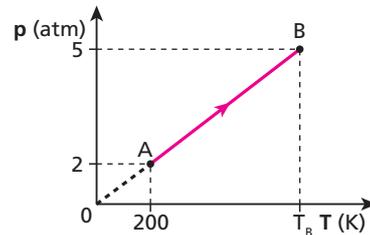
1ª Lei da Termodinâmica:  $\Delta U = Q - \tau$

$$\Delta U = 2800 - 800$$

$$\Delta U = 2000 \text{ cal} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ cal}$$

**Resposta:** 200 cal

**63** (EEM-SP) Um gás, constituído por 5 mols, sofre uma transformação, de acordo com o gráfico  $p = (f) (T)$ .



Sendo a constante universal dos gases perfeitos  $R = 2,0 \text{ cal/mol K}$  e o calor molar a volume constante do gás  $C_v = 5 \text{ cal/mol K}$ , determine:

- a) o tipo de transformação sofrida pelo gás;
- b) o calor recebido e a variação de energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação.

**Resolução:**

a) **Isométrica** – Como a reta suporte do segmento AB do gráfico passa pela origem, temos:

$$p = k T \text{ (em que } k \text{ é uma constante)}$$

Da Equação de Clapeyron:

$$p V = n R T$$

$$p = \frac{n R}{V} T$$

Portanto:  $\frac{n R}{V} = k$  (constante), o que implica ser o **volume constante** (transformação isométrica).

b)  $Q_v = n C_v \Delta T$

$$Q_v = 5,0 \cdot 5 \cdot (T_B - 200)$$

Observe no gráfico que  $T_B = 500 \text{ K}$

$$Q_v = 25 \cdot (500 - 200)$$

$$Q_v = 7500 \text{ cal}$$

1ª Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\Delta U = 7500 - 0$$

$$\Delta U = 7500 \text{ cal}$$

Na transformação isométrica, o trabalho trocado é nulo.

**Respostas:** a) Isométrica; b) 7500 cal

**64** (Ufla-MG) Um gás ideal monoatômico mantido a pressão constante possui capacidade térmica molar

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

(**R** é a constante dos gases). Colocamos um corpo de calor específico

$$C = 0,4 \frac{J}{g K}$$

e massa  $m = 475$  g em contato com 5 mols de um gás ideal monoatômico, mantido a pressão de  $5\,000$  N/m<sup>2</sup>. Se as temperaturas iniciais do gás e do corpo são, respectivamente,  $T_0^g = 300$  K e  $T_0^c = 500$  K, determine:

**Dado:**  $R \approx 8,0 \frac{J}{mol \cdot K}$

- a) a temperatura de equilíbrio do sistema;  
b) o trabalho realizado pelo gás.

**Resolução:**

a)  $Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$   
 $(m c \Delta T)_{corpo} + (n C_p \Delta T)_{gás} = 0$

$$475 \cdot 4,0 \cdot (T - 500) + 5 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,0 \cdot (T - 300) = 0$$

$$1900 T - 950\,000 + 100 T - 30\,000 = 0$$

$$2000 T = 980\,000$$

$$T = 490 \text{ K}$$

- b) Numa transformação isobárica, temos

$$\tau_p = p \Delta V = n R \Delta T$$

$$\tau_p = 5 \cdot 8,0 \cdot (490 - 300) \text{ (J)}$$

$$\tau_p = 7\,600 \text{ J}$$

**Respostas:** a) 490 K; b) 7 600 J

**65** (UMC-SP) Considere a equação  $C_p - C_v = R$ , em que **R** é a constante universal dos gases e  $C_p$  e  $C_v$  são, respectivamente, os calores específicos molares de um gás perfeito a pressão e a volume constantes. Para um gás ideal monoatômico,  $C_p = \frac{5R}{2}$ . Então, quanto vale o expoente de Poisson desse gás, dado por  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ ?

**Resolução:**

$$C_p - C_v = R \Rightarrow \frac{5R}{2} - C_v = R \Rightarrow C_v = \frac{5R}{2} - R \Rightarrow C_v = \frac{3R}{2}$$

Portanto:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{5R}{2}}{\frac{3R}{2}}$$

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

**Resposta:**  $\frac{5}{3}$

**66** Certa quantidade de gás ideal expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de 2,0 atm e volume de 2,0 L na temperatura de 21 °C até atingir o dobro de seu volume. Sabendo-se que para este gás  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 2,0$  e que a Equação de Poisson para as transformações adiabáticas é dada por:  $p V^\gamma = \text{constante}$ , pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são respectivamente:

- a) 0,5 atm e 10,5 °C;                      c) 2,0 atm e 10,5 °C;  
b) 0,5 atm e - 126 °C;                    d) 2,0 atm e - 126 °C.

**Resolução:**

$$p V^\gamma = \text{constante.}$$

Assim,

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$2,0 \cdot 2,0^{2,0} = p_2 \cdot 4,0^{2,0} \text{ (atm)}$$

$$8,0 = p_2 \cdot 16 \text{ (atm)}$$

$$p_2 = 0,50 \text{ atm}$$

A temperatura final pode ser determinada usando-se a **Lei geral dos Gases:**

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{2,0 \cdot 2,0}{(21 + 273)} = \frac{0,50 \cdot 4,0}{T_2} \Rightarrow 4,0 T_2 = 2,0 \cdot 294$$

$$T_2 = 147 \text{ K} \rightarrow T_2 = -126 \text{ °C}$$

**Resposta:** b

**67 E.R.** Uma esfera metálica de 200 g de massa é abandonada do repouso, de uma altura **H**, sobre um grande bloco de gelo a 0 °C. Desprezam-se influências do ar e supõe-se que toda a energia mecânica existente na esfera transforma-se em energia térmica e é absorvida pelo gelo, sem, no entanto, alterar a temperatura do metal. Qual deve ser a altura **H** para que 1 g de gelo sofra fusão?

**Dados:** calor específico latente de fusão do gelo = 80 cal/g;  
aceleração da gravidade = 10 m/s<sup>2</sup>;  
1 cal = 4,2 J.

**Resolução:**

Para a fusão de 1 grama de gelo, são necessárias 80 cal ou 336 J (1 cal = 4,2 J).

Da conservação da energia, concluímos que essa energia no início estava armazenada no sistema em forma de energia potencial gravitacional. Portanto:

$$E_p = m g h \Rightarrow 336 = 0,2 \cdot 10 \cdot H \Rightarrow H = 168 \text{ m}$$

**68** (Cefet-PR) Uma quantidade de mercúrio cai de uma altura de 60 m. Supondo que toda a energia potencial se transforme em calor, qual o aumento de temperatura do corpo, em graus Celsius?

**Dados:** calor específico do mercúrio = 0,15 J/g °C; g = 10 m/s<sup>2</sup>.

**Resolução:**

$$E_p = m g h$$

$$E_p = m \cdot 10 \cdot 60 \text{ (J)}$$

Atenção: a massa **m** está em kg.

$$Q = m c \Delta\theta$$

Como:

$$c = 0,15 \frac{J}{g \text{ °C}} = 0,15 \frac{J}{10^{-3} \text{ kg °C}} = 150 \frac{J}{\text{kg °C}}$$

Então:

$$Q = E_p$$

$$m c \Delta\theta = m g h \Rightarrow 150 \cdot \Delta\theta = 10 \cdot 60$$

$$\Delta\theta = 4,0 \text{ °C}$$

**Resposta:** 4,0 °C

- 69** (Cefet-PR) Um estudante observou um pequeno aquecimento de  $0,1\text{ }^\circ\text{C}$  em certa quantidade de massa de modelagem, quando a deixava cair repetidamente vinte vezes de uma altura igual a  $1\text{ m}$  no solo firme. Se desprezarmos as trocas eventuais de calor dessa massa com o ambiente e se considerarmos o campo gravitacional igual a  $10\text{ m/s}^2$ , podemos dizer que o calor específico desse material tem valor, em  $\text{J/kg }^\circ\text{C}$ , próximo de:
- a) 250.    b) 500.    c) 1 000.    d) 2 000.    e) 4 000.

**Resolução:**

$$Q = E_M$$

$$m c \Delta\theta = 20 m g h \Rightarrow c \cdot 0,1 = 20 \cdot 10 \cdot 1$$

$$c = 2000 \text{ J/kg }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** d

- 70** (UCMT) Uma manivela é usada para agitar  $100\text{ g}$  de água contida num recipiente termicamente isolado. Para cada volta da manivela é realizado um trabalho de  $0,1\text{ J}$  sobre a água. O número de voltas necessário para que a temperatura aumente em  $1\text{ }^\circ\text{C}$  é:
- a) 2 800.    b) 3 700.    c) 5 500.    d) 3 000.    e) 4 200.

**Dados:**  $1\text{ cal} = 4,2\text{ J}$ ;calor específico da água =  $1\text{ cal/g }^\circ\text{C}$ .**Resolução:**

$$Q = E_M$$

$$m c \Delta\theta = \frac{n \tau}{4,2} \Rightarrow 100 \cdot 1 \cdot 1 = \frac{n \cdot 0,1}{4,2}$$

$$N = 4200 \text{ voltas}$$

**Resposta:** e

- 71** (Enem) Um projétil de chumbo é disparado a  $200\text{ m/s}$  contra uma parede de concreto. A colisão deforma, aquece e para a bala. Supondo-se que a metade da energia cinética da bala nela permaneça como energia interna, a variação de temperatura do projétil de chumbo é, em  $^\circ\text{C}$ :
- a)  $1,2 \cdot 10^2$ .    d) 20.  
b) 80.    e) 8,0.  
c) 40.

**Dado:** calor específico do chumbo =  $125\text{ J/kg }^\circ\text{C}$ **Resolução:**

$$Q = \frac{E_c}{2}$$

$$2 m c \Delta\theta = \frac{m v^2}{2}$$

$$2 \cdot 125 \cdot \Delta\theta = \frac{(200)^2}{\text{kg }^\circ\text{C}} \Rightarrow \Delta\theta = 80\text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** b

- 72** (Fatec-SP) Um bloco de gelo é atirado contra uma parede. Ao se chocar, funde-se completamente. Supondo-se que não houve variação em sua temperatura e admitindo-se que toda a energia cinética foi transformada em calor totalmente absorvido pelo gelo, adotando para o calor latente de fusão do gelo  $L = 3,2 \cdot 10^5\text{ J/kg}$ , a velocidade no instante do impacto é:
- a)  $800\text{ m/s}$ .    d)  $80\text{ m/s}$ .  
b)  $400\text{ m/s}$ .    e)  $1\text{ m/s}$ .  
c)  $200\text{ m/s}$ .

**Resolução:**

$$E_c = Q$$

$$\frac{m v^2}{2} = m L_f \Rightarrow v^2 = 2 L_f = 2 \cdot 3,2 \cdot 10^5$$

$$v = 800\text{ m/s}$$

**Resposta:** a

- 73** (UFPE) Uma bala de chumbo, com velocidade de  $100\text{ m/s}$ , atravessa uma placa de madeira e sai com velocidade de  $60\text{ m/s}$ . Sabendo que  $40\%$  da energia cinética perdida é gasta sob a forma de calor, determine o acréscimo de temperatura da bala, em graus Celsius. O calor específico do chumbo é  $c = 128\text{ J/kg }^\circ\text{C}$ . Considere que somente a bala absorve o calor produzido.

**Resolução:**

$$Q = 0,40 \Delta E_c$$

$$m c \Delta\theta = 0,40 \left( \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v^2}{2} \right)$$

$$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 0,40 \cdot \left( \frac{m (100)^2}{2} - \frac{m (60)^2}{2} \right)$$

$$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 0,40 \cdot (5000\text{ m} - 1800\text{ m})$$

$$m \cdot 128 \cdot \Delta\theta = 1280\text{ m}$$

$$\Delta\theta = 10\text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $10\text{ }^\circ\text{C}$ 

- 74** (Unesp-SP) Um cowboy atira contra uma parede de madeira de um bar. A massa da bala de prata é  $2\text{ g}$  e a velocidade com que esta bala é disparada é de  $200\text{ m/s}$ . É assumido que toda a energia térmica gerada pelo impacto permanece na bala.

- a) Determine a energia cinética da bala antes do impacto.  
b) Dado o calor específico da prata  $234\text{ J/kg }^\circ\text{C}$ , qual a variação de temperatura da bala, supondo que toda a energia cinética é transformada em calor no momento que a bala penetra na madeira?

**Resolução:**

$$a) m = 2\text{ g} = 2 \cdot 10^{-3}\text{ kg} \Rightarrow V = 200\text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{m V^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot (200)^2}{2}$$

$$E_c = 40\text{ J}$$

- b) Usando a equação fundamental da calorimetria, temos:

$$Q = m c \Delta\theta$$

$$40 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 234 \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 85,47\text{ }^\circ\text{C} \approx 85,5\text{ }^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a)  $40\text{ J}$ ; b)  $85,5\text{ }^\circ\text{C}$ 

- 75** (Faap-SP) Um meteorito penetra na atmosfera da Terra com velocidade de  $36000\text{ km/h}$  e esta, após certo tempo, é reduzida a  $18000\text{ km/h}$ . Admitindo que  $1\%$  do calor proveniente da perda de energia fique retido no corpo, determine:

- a) qual a elevação de temperatura deste;  
b) qual o calor gerado por unidade de massa no meteorito.

**Dados:**  $J = 4,18\text{ J/cal}$ ;calor específico médio do meteorito:  $c = 0,124\text{ cal/g }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$a) Q = 0,01 \Delta E_c$$

$$m c \Delta\theta = 0,01 \left( \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v^2}{2} \right)$$

Como:

$$c = 0,124 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} = \frac{0,124 \cdot 4,18 \text{ J}}{10^{-3} \text{ kg}^\circ\text{C}}$$

$$c = 518,32 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}$$

$$v_0 = 36\,000 \text{ km/h} = 10\,000 \text{ m/s}$$

$$v = 18\,000 \text{ km/h} = 5\,000 \text{ m/s}$$

então:

$$518,32 \cdot \Delta\theta = 0,01 \left( \frac{(10\,000)^2}{2} - \frac{(5\,000)^2}{2} \right)$$

$$51832 \Delta\theta = 375\,000\,000$$

$$\Delta\theta \approx 723,5^\circ\text{C}$$

$$b) Q = \frac{m v_0^2}{2} - \frac{m v^2}{2}$$

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10\,000)^2}{2} - \frac{(5\,000)^2}{2}$$

$$\frac{Q}{m} = 3,75 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$$

**Respostas:** a)  $723,5^\circ\text{C}$ ; b)  $3,75 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ **76** Leia as afirmações com atenção:

- (01) A 1ª Lei da Termodinâmica pode ser traduzida pela seguinte afirmação: "A energia não pode ser criada nem destruída, mas somente transformada de um tipo em outro".
- (02) O calor flui espontaneamente de um corpo mais frio para um corpo mais quente.
- (04) A energia interna de dada massa de um gás perfeito não depende da temperatura do gás.
- (08) O rendimento de uma máquina de Carnot independe das temperaturas da fonte fria e da fonte quente.
- (16) É impossível transformar calor em trabalho utilizando apenas duas fontes de calor a temperaturas diferentes.
- (32) O termômetro é um aparelho destinado a medir diretamente o calor de um corpo.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**(01) **Correta**(02) **Incorreta**

O calor flui espontaneamente do corpo mais quente para o mais frio.

(04) **Incorreta**

$$U = \frac{2}{3} n R T$$

(08) **Incorreta**

$$n = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

(16) **Correta**

É necessária uma máquina térmica posicionada entre essas fontes.

(32) **Incorreta**

O termômetro apenas registra o nível energético médio por partícula de um corpo.

**Resposta:** 17

**77** (UFSC) No século XIX, o jovem engenheiro francês Nicolas L. Sadi Carnot publicou um pequeno livro – *Reflexões sobre a potência motriz do fogo e sobre os meios adequados de desenvolvê-la* –, no qual descrevia e analisava uma máquina ideal e imaginária, que realizaria uma transformação cíclica hoje conhecida como "ciclo de Carnot" e de fundamental importância para a Termodinâmica.

Indique a(s) proposição(ões) correta(s) a respeito do ciclo de Carnot:

- (01) Uma máquina térmica, operando segundo o ciclo de Carnot entre uma fonte quente e uma fonte fria, apresenta um rendimento igual a 100%, isto é, todo o calor a ela fornecido é transformado em trabalho.
- (02) Nenhuma máquina térmica que opere entre duas determinadas fontes, às temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ , pode ter maior rendimento do que uma máquina de Carnot operando entre essas mesmas fontes.
- (04) O ciclo de Carnot consiste em duas transformações adiabáticas, alternadas com duas transformações isotérmicas.
- (08) O rendimento da máquina de Carnot depende apenas das temperaturas da fonte quente e da fonte fria.
- (16) Por ser ideal e imaginária, a máquina proposta por Carnot contraria a segunda lei da Termodinâmica.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**(01) **Incorreta**

Nenhuma máquina térmica pode ter rendimento de 100%.

(02) **Correta**Entre duas fontes térmicas de temperaturas  $T_1$  e  $T_2$  (diferentes), a máquina (teórica) de Carnot é aquela que apresenta maior rendimento.(04) **Correta**(08) **Correta**

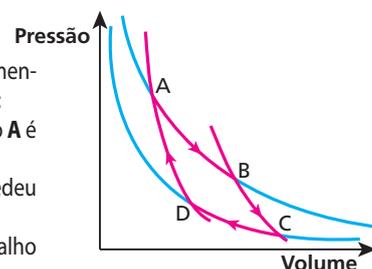
$$n = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

(16) **Incorreta**

A máquina de Carnot é teórica, porém está de acordo com a 2ª Lei da Termodinâmica.

**Resposta:** 14

**78** (UEL-PR) No gráfico abaixo está representada a evolução de um gás ideal segundo o ciclo de Carnot.



Com relação ao comportamento do gás, é correto afirmar:

- a) A temperatura no ponto **A** é maior que no ponto **B**.
- b) No trajeto **BC**, o gás cedeu calor para a fonte fria.
- c) No trajeto **DA**, o trabalho realizado é negativo.
- d) A temperatura no ponto **C** é maior que no ponto **B**.
- e) No trajeto **CD**, o gás recebeu calor.

**Resolução:**a) **Incorreta**Os pontos **A** e **B** pertencem à mesma isoterma e, portanto, têm a mesma temperatura.b) **Incorreta**A transformação **BC** é **adiabática**.c) **Correta**O volume do gás **diminuiu**.

d) **Incorreta**

$$T_B > T_C$$

A isoterma **B** é mais afastada dos eixos do que a isoterma **C**.

e) **Incorreta**

No trecho CD, o gás recebeu trabalho do meio externo.

**Resposta:** c

**79** (PUC-MG) Uma máquina térmica opera entre duas temperaturas,  $T_1$  e  $T_2$ . Pode-se afirmar que seu rendimento:

- a) máximo pode ser 100%.
- b) pode ser maior que 100%.
- c) nunca será inferior a 80%.
- d) será máximo se operar em ciclos.
- e) será máximo se operar em ciclo de Carnot.

**Resolução:**

O rendimento máximo ocorre com a máquina térmica operando segundo um ciclo de Carnot.

**Resposta:** e

**80** (Vunesp-SP) O ciclo de Carnot, de importância fundamental na Termodinâmica, é constituído de um conjunto de transformações definidas. Num diagrama (p, V), você esboçaria esse ciclo usando:

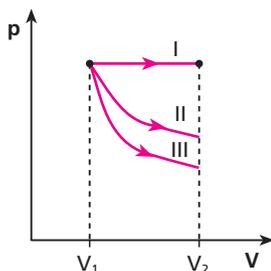
- a) uma isotérmica, uma isobárica, uma adiabática e uma isocórica (isovolumétrica).
- b) duas isotérmicas e duas adiabáticas.
- c) duas isobáricas e duas isocóricas (isovolumétricas).
- d) duas isobáricas e duas isotérmicas.
- e) uma isocórica (isovolumétrica), uma isotérmica e uma isobárica.

**Resolução:**

O ciclo de Carnot é representado em um diagrama pressão × volume, por meio de duas **isotérmicas** e duas **adiabáticas**, intercaladas.

**Resposta:** b

**81** (UFSM-RS)



A figura representa os processos isotérmico, adiabático e isobárico para gases ideais, entre estados com volumes  $V_1$  e  $V_2$ . Esses processos estão indicados, na figura, respectivamente por:

- a) II, III e I.
- b) III, II e I.
- c) I, II e III.
- d) II, I e III.
- e) I, III e II.

**Resolução:**

- isotérmico → II
- adiabático → III
- isobárico → I

**Resposta:** a

**82 E.R.** Uma máquina térmica teórica opera entre duas fontes térmicas, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se a  $127^\circ\text{C}$  e a fonte quente, a  $427^\circ\text{C}$ . Qual o rendimento percentual dessa máquina?

**Resolução:**

O rendimento de uma máquina que executa o ciclo de Carnot é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

em que  $T_A$  é a temperatura absoluta da fonte quente e  $T_B$ , a da fonte fria.

Sendo:

$$T_B = 127^\circ\text{C} = 400\text{ K}$$

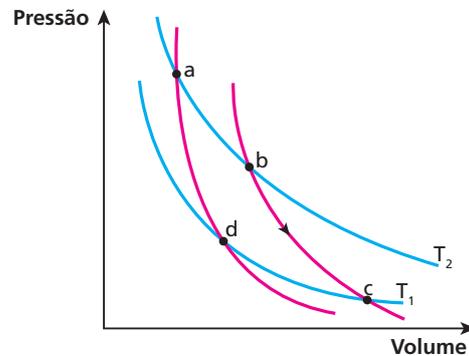
$$T_A = 427^\circ\text{C} = 700\text{ K}$$

Substituindo na expressão, obtemos:

$$\eta = 1 - \frac{400}{700} \Rightarrow \eta = \frac{3}{7} \approx 0,43$$

$$\eta(\%) \approx 43\%$$

**83** (UFC-CE) A figura abaixo mostra um ciclo de Carnot, representado no diagrama pressão × volume.



Se no trecho  $b \Rightarrow c$ , desse ciclo, o sistema fornece 60 J de trabalho ao meio externo, então é verdade que, nesse trecho:

- a) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna diminui.
- b) o sistema recebe 60 J de calor e sua energia interna não varia.
- c) o sistema rejeita 60 J de calor e sua energia interna não varia.
- d) não há troca de calor e sua energia interna aumenta de 60 J.
- e) não há troca de calor e sua energia interna diminui de 60 J.

**Resolução:**

O trecho bc representa uma transformação adiabática (sem trocas de calor).

No trecho bc o volume aumenta e o gás realiza trabalho (60 J).

Assim, no trecho bc a energia interna do gás **diminui** de 60 J.

**Resposta:** e

**84** Uma máquina térmica, teórica, opera entre duas fontes de calor, executando o ciclo de Carnot. A fonte fria encontra-se à temperatura de 6 °C e a fonte quente, a 347 °C. Qual o rendimento teórico dessa máquina?

**Resolução:**

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(6 + 273)}{(347 + 273)}$$

$$\eta = 1 - \frac{279}{620}$$

$$\eta = 1 - 0,45 \Rightarrow \eta = 0,55$$

ou

$$\eta (\%) = 55\%$$

**Resposta:** 55%

**85** Certa máquina térmica cíclica e reversível trabalha entre -73 °C e +27 °C. Qual o seu rendimento máximo?

**Resolução:**

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(-73 + 273)}{(27 + 273)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{200}{300}$$

$$\eta = \frac{1}{3}$$

**Resposta:**  $\frac{1}{3}$

**86** O rendimento de certa máquina térmica de Carnot é de 40%, e a fonte fria é a própria atmosfera a 27 °C. Qual a temperatura da fonte quente?

**Resolução:**

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$0,40 = 1 - \frac{(27 + 273)}{T_Q}$$

$$\frac{300}{T_Q} = 0,6 \Rightarrow T_Q = \frac{300}{0,6}$$

$$T_Q = 500 \text{ K} = 227 \text{ °C}$$

**Resposta:** 227 °C

**87** (UFV-MG) Um folheto explicativo sobre uma máquina térmica informa que ela, ao receber 1 000 cal de uma fonte quente, realiza 4 186 J de trabalho. Sabendo que 1 cal equivale a 4,186 J e, com base nos dados fornecidos pelo folheto, você pode afirmar que essa máquina:

- viola a 1ª Lei da Termodinâmica.
- possui um rendimento nulo.
- possui um rendimento de 10%.
- viola a 2ª Lei da Termodinâmica.
- funciona de acordo com o ciclo de Carnot.

**Resolução:**

$$Q = 1000 \text{ cal} = 4186 \text{ J}$$

Se a máquina térmica recebe 1 000 cal (4 186 J), ela não pode realizar um trabalho igual. Isso viola a 2ª Lei da Termodinâmica.

**Resposta:** d

**88** (Mack-SP) A importância do ciclo de Carnot reside no fato de ser:

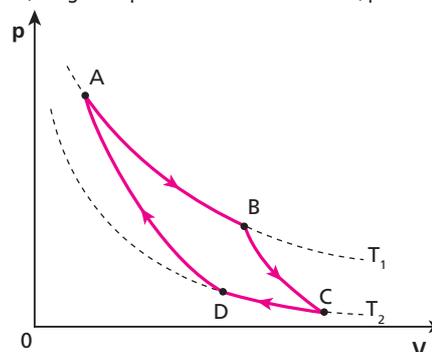
- o ciclo da maioria dos motores térmicos.
- o ciclo de rendimento igual a 100%.
- o ciclo que determina o máximo rendimento que um motor térmico pode ter entre duas dadas temperaturas.
- o ciclo de rendimento maior que 100%.

**Resolução:**

O ciclo de Carnot é teórico e expressa o **máximo** rendimento de uma máquina térmica entre duas temperaturas determinadas. Esse rendimento é **sempre menor** que 100%.

**Resposta:** c

**89** (UFBA) A figura representa o ciclo de Carnot, para um gás ideal.



Nessas condições, é correto afirmar que:

- na compressão adiabática, a energia interna do gás diminui.
- na expansão isotérmica, o gás recebe calor de uma das fontes.
- na expansão adiabática, a temperatura do gás diminui.
- na compressão isotérmica, a energia interna do gás diminui.
- na transformação cíclica, o gás atinge o equilíbrio térmico com a fonte quente, antes de iniciar novo ciclo.

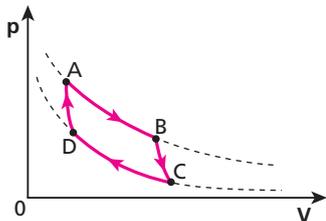
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

- Incorreta** – A compressão adiabática é representada pela transformação DA. O gás recebe trabalho (volume diminui) e sua temperatura aumenta (a energia interna aumenta).
- Correta** – Expansão isotérmica → AB. O gás realiza trabalho e sua energia interna permanece constante. O gás recebe calor.
- Correta** – Expansão adiabática → BC. A energia interna diminui sem trocar calor com o meio externo. O gás realiza trabalho.
- Incorreta** – Compressão isotérmica → CD. O gás recebe trabalho e sua energia interna não varia. O gás recebe calor.
- Correta** – O início do ciclo se processa na situação representada pelo ponto A do diagrama.

**Resposta:** 22

**90** (FMI-MG) O gráfico representa um ciclo de Carnot, para o caso de um gás ideal. Qual é a proposição **falsa**?



- a) De **A** até **B**, a transformação é isotérmica e o gás recebe calor do meio externo.
- b) De **C** até **D**, a transformação é isotérmica e o gás rejeita calor para o meio externo.
- c) De **B** até **C**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
- d) De **D** até **A**, a transformação é adiabática e o gás realiza trabalho contra o meio externo.
- e) Durante o ciclo, o trabalho realizado pelo gás sobre o meio externo é maior que o trabalho realizado pelo meio externo sobre o gás.

**Resolução:**

De **D** para **A** a transformação é adiabática e o volume do gás diminui. Assim, o sistema recebe trabalho do meio externo.

**Resposta: d**

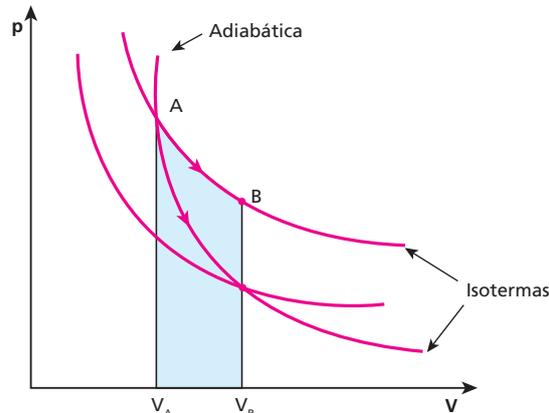
**91** (UFBA) Considerando-se um gás ideal contido em um recipiente de volume variável enquanto sistema termodinâmico, pode-se afirmar:

- (01) de acordo com a equação dos gases perfeitos, mantida constante a temperatura, aumentando-se a pressão do gás, o volume também aumenta.
  - (02) segundo a 1ª Lei da Termodinâmica, numa compressão adiabática, a temperatura do gás aumenta.
  - (04) a energia interna do sistema depende da pressão e da temperatura.
  - (08) partindo-se das mesmas condições iniciais, o trabalho realizado pelo gás, numa expansão adiabática, é maior do que o realizado numa expansão isotérmica.
  - (16) a capacidade térmica do gás, a pressão constante, é maior do que a capacidade térmica, a volume constante.
- Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas verdadeiras.

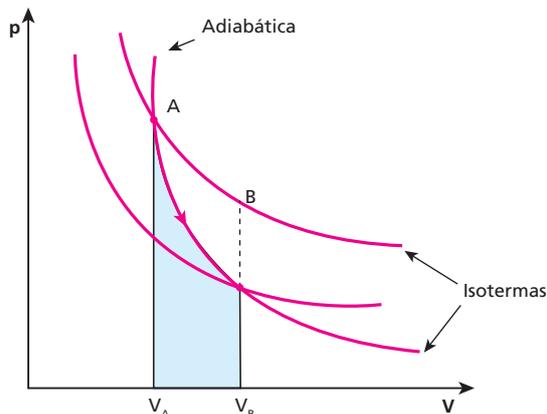
**Resolução:**

- (01) **Falsa** — Equação de Clapeyron:  
 $pV = nRT$   
 Para **T** constante, se **p** aumentar, o volume **V** diminuirá.
- (02) **Verdadeira** — A transformação adiabática processa-se sem trocas de calor ( $Q = 0$ ).  
 Em uma compressão, o volume diminui e o gás recebe trabalho; se não trocar calor, sua energia interna aumentará.  
 $Q = \tau + \Delta U$   
 Se a energia interna aumentar, sua temperatura também aumentará.
- (04) **Falsa**  
 $U = \frac{3}{2} nRT$   
 A energia interna de um sistema depende do número de mols (**n**) e da temperatura absoluta (**T**).

(08) **Falsa** — Num diagrama pressão × volume, as isotermas e a adiabática são representadas por:



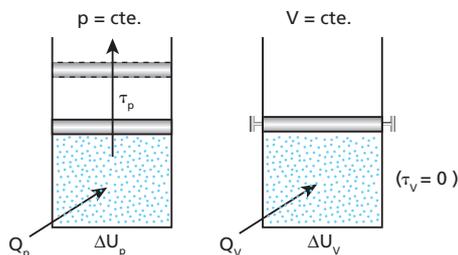
A área indicada fornece o trabalho realizado pelo gás na transformação **AB** isotérmica. Saindo do estado **A**, para atingir o mesmo volume final **V<sub>B</sub>**, numa transformação adiabática, o trabalho é calculado pela área do gráfico a seguir:



Assim, temos:

$$\tau_{\text{isoterma}} > \tau_{\text{adiabática}}$$

(16) **Verdadeira** — Fazemos o aquecimento de determinada massa de gás perfeito, a pressão constante e depois a volume constante.



Assim:

$$\Delta U_p = Q_p - \tau_p$$

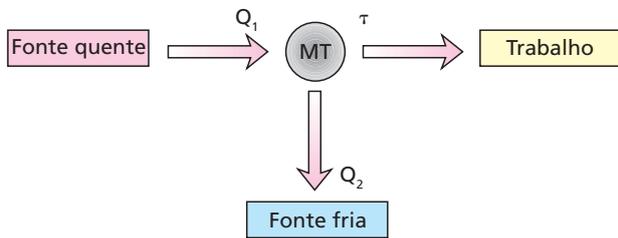
$$\Delta U_v = Q_v$$

Portanto, para dar um mesmo aquecimento ( $\Delta U$ ) a uma massa de gás, precisamos fornecer mais energia térmica a pressão constante do que a volume constante.

$$C_p > C_v$$

**Resposta: 18**

**92** (PUC-MG) O rendimento de uma máquina térmica é uma relação entre a energia transformada em trabalho e a energia absorvida da fonte quente.



$Q_1$  = calor retirado da fonte quente  
 $Q_2$  = calor rejeitado para a fonte fria  
 $\tau$  = trabalho realizado

Uma máquina térmica teórica retira 1000 J da fonte quente e rejeita 650 J para a fonte fria. O rendimento dessa máquina, em porcentagem, é:  
 a) 15.    b) 65.    c) 54.    d) 40.    e) 35.

**Resolução:**

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{1000 - 650}{1000} \Rightarrow \eta = 0,35$$

$\eta$  (%) = 35 %

**Resposta: e**

**93** Um motor de Carnot recebe da fonte quente 100 cal por ciclo e rejeita 80 cal para a fonte fria. Se a temperatura da fonte quente é de 127 °C, qual a temperatura da fonte fria?

**Resolução:**

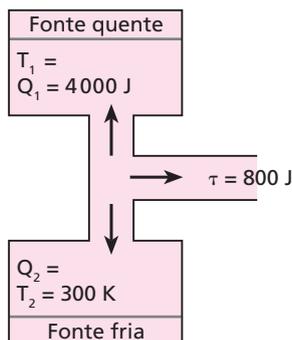
$$\frac{Q_F}{T_F} = \frac{Q_Q}{T_Q}$$

$$\frac{80}{T_F} = \frac{100}{(127 + 273)}$$

$T_F = 320 \text{ K} = 47 \text{ °C}$

**Resposta: 47 °C**

**94** (Puccamp-SP) O esquema representa trocas de calor e realização de trabalho em uma máquina térmica. Os valores de  $T_1$  e  $Q_2$  não foram indicados, mas deverão ser calculados durante a solução desta questão.



Considerando os dados indicados no esquema, se essa máquina operasse segundo um ciclo de Carnot, a temperatura  $T_1$ , da fonte quente, seria, em Kelvins, igual a:

- a) 375.    b) 400.    c) 525.    d) 1200.    e) 1500.

**Resolução:**

$$Q_2 = Q_1 - \tau$$

$$Q_2 = 4000 - 800 \Rightarrow Q_2 = 3200 \text{ J}$$

$$\text{Como: } \frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}$$

$$\text{então: } \frac{T_1}{300} = \frac{4000}{3200}$$

$T_1 = 375 \text{ K}$

**Resposta: a**

**95** (UFMA) Uma máquina térmica funciona realizando o ciclo de Carnot. Em cada ciclo, o trabalho útil fornecido pela máquina é de 2000 J. As temperaturas das fontes térmicas são 227 °C e 27 °C, respectivamente. O rendimento da máquina, a quantidade de calor retirada da fonte quente e a quantidade de calor rejeitada para a fonte fria são, respectivamente:

- a) 60%, 4000 J e 6000 J.    d) 40%, 4000 J e 1000 J.  
 b) 40%, 3000 J e 5000 J.    e) 30%, 6000 J e 4000 J.  
 c) 40%, 5000 J e 3000 J.

**Resolução:**

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(27 + 273)}{(227 + 273)} = 0,4$$

$\eta$  (%) = 40%

O trabalho útil (2000 J) corresponde a 40% da energia térmica retirada da fonte quente:

$Q_Q = 5000 \text{ J}$

Rejeitado para a fonte fria:

$Q_F = (5000 - 2000) \text{ J}$

$Q_F = 3000 \text{ J}$

**Resposta: c**

**96** (Puccamp-SP) A turbina de um avião tem rendimento de 80% do rendimento de uma máquina ideal de Carnot operando às mesmas temperaturas.

Em voo de cruzeiro, a turbina retira calor da fonte quente a 127 °C e ejetta gases para a atmosfera, que está a -33 °C.

O rendimento dessa turbina é de:

- a) 80%.    b) 64%.    c) 50%.    d) 40%.    e) 32%.

**Resolução:**

Máquina ideal de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(-33 + 273)}{(127 + 273)} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{240}{400}$$

$$\eta = 0,4 \Rightarrow \eta$$
 (%) = 40%

Portanto:

$$\eta = 40\% \cdot 0,8$$

$$\eta = 32\%$$

**Resposta:** e

**97** (PUC-SP)

a) Um inventor afirmou ter construído uma máquina térmica cujo desempenho atinge 90% daquele de uma máquina de Carnot. Sua máquina, que trabalha entre as temperaturas de 27 °C e 327 °C, recebe, durante certo período,  $1,2 \cdot 10^4$  cal e fornece, simultaneamente, um trabalho útil de  $1 \cdot 10^4$  J. A afirmação do inventor é verdadeira? Justifique.

**Dado:** 1 cal = 4,186 J

b) Se o trabalho útil da máquina térmica do item anterior fosse exercido sobre o êmbolo móvel de uma ampola contendo um gás ideal, à pressão de 200 Pa, qual seria a variação de volume sofrida pelo gás, caso a transformação fosse isobárica?

**Resolução:**

a) Máquina de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

$$\eta = 1 - \frac{(27 + 273)}{(327 + 273)} = 1 - \frac{300}{600}$$

$$\eta = 0,50 \rightarrow \eta(\%) = 50\%$$

Portanto:

$$\eta'(\%) = 50\% \cdot 0,90$$

$$\eta'(\%) = 45\%$$

No entanto, temos:

$$\eta' = \frac{\tau}{Q_A} = \frac{1 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^4 \cdot 4,186}$$

$$\eta' \approx 0,20 \Rightarrow \eta(\%) \approx 20\%$$

A afirmativa do inventor é **falsa**.

b) A pressão constante, temos:

$$\tau_p = p \cdot \Delta V$$

$$1 \cdot 10^4 = 200 \cdot \Delta V$$

$$\Delta V = 50 \text{ m}^3$$

**Respostas:** a) Falsa; b) 50 m<sup>3</sup>

**98** (Vunesp-SP) Uma geladeira retira, por segundo, 1 000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1 200 kcal. Considere 1 kcal = 4,2 kJ. Qual a potência do compressor da geladeira?

**Resolução:**

O trabalho realizado pelo compressor é dado por:

$$\tau = 1 200 - 1 000 \text{ (kcal)}$$

$$\tau = 200 \text{ kcal} = 840 \text{ kJ}$$

Como esse trabalho foi realizado em 1 segundo, temos:

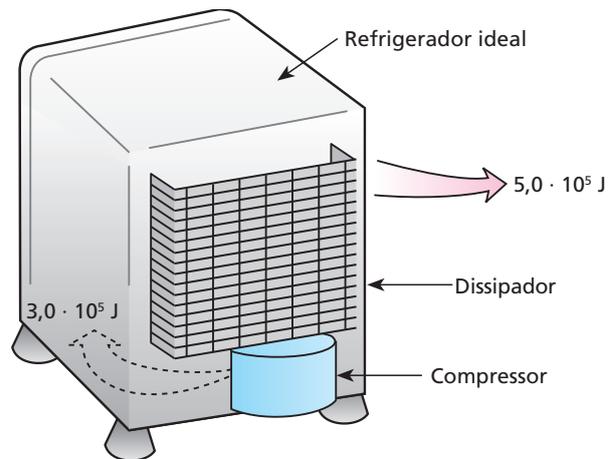
$$\text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{840 \text{ kJ}}{1 \text{ s}}$$

$$\text{Pot} = 840 \text{ kW}$$

**Resposta:** 840 kW

**99** (UFV-MG) Em um refrigerador ideal, o dissipador de calor (serpentina traseira) transferiu  $5,0 \cdot 10^5$  J de energia térmica para o meio

ambiente, enquanto o compressor produziu  $3,0 \cdot 10^5$  J de trabalho sobre o fluido refrigerante.



Calcule:

- a quantidade de calor retirada da câmara interna;
- o rendimento do sistema de refrigeração.

**Resolução:**

a) No refrigerador, temos:

$$Q_Q = Q_F + \tau$$

$$5,0 \cdot 10^5 = Q_F + 3,0 \cdot 10^5$$

$$Q_F = 2,0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b) O rendimento do refrigerador é calculado por:

$$\eta = \frac{Q_F}{\tau}$$

$$\eta = \frac{2,0 \cdot 10^5}{3,0 \cdot 10^5} \rightarrow \eta = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

$$\eta(\%) \approx 67\%$$

**Respostas:** a)  $2,0 \cdot 10^5$  J; b) 67%

**100** (Unifesp-SP) Costuma-se especificar os motores dos automóveis com valores numéricos, 1.0, 1.6, 1.8 e 2.0, entre outros. Esses números indicam também valores crescentes da potência do motor. Pode-se explicar essa relação direta entre a potência do motor e esses valores numéricos porque eles indicam o volume aproximado, em litros,

- de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a potência que o combustível pode fornecer.
- do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a quantidade de calor que o combustível pode fornecer.
- de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode atingir.
- do consumo de combustível e, quanto maior esse volume, maior a temperatura que o combustível pode fornecer.
- de cada cilindro do motor e, quanto maior esse volume, maior o rendimento do motor.

**Resolução:**

Os valores numéricos 1.0, 1.6, 1.8 e 2.0 são indicativos do volume de cada cilindro do motor, na unidade litro.

O volume indicado corresponde à mistura combustível + ar. Quanto maior essa quantidade aspirada, maior é a explosão e maior é a potência do motor.

**Resposta:** a

**101** (Mack-SP) Nas transformações adiabáticas, podemos relacionar a pressão  $p$  de um gás com o seu volume  $V$  pela expressão  $p \cdot V^\gamma = K$ , onde  $\gamma$  e  $K$  são constantes. Para que  $K$  tenha dimensão de trabalho,  $\gamma$

- deve ter dimensão de força.
- deve ter dimensão de massa.
- deve ter dimensão de temperatura.
- deve ter dimensão de deslocamento.
- deve ser adimensional.

**Resolução:**

$$p V^\gamma = K$$

$$[p] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{M L T^{-2}}{L^2} = M L^{-1} T^{-2}$$

$$[V] = L^3$$

$$[\tau] = [F][d] = M L T^{-2} L = M L^2 T^{-2}$$

$$\text{Como } [p] [V] = M L^{-1} T^{-2} L^3 = M L^2 T^{-2},$$

então  $\gamma$  deve ser adimensional.

**Resposta:** e

**102 E.R.** Determine a variação da entropia ( $\Delta S$ ) de um sistema constituído de 200 g de gelo, a 0 °C, quando essa amostra sofre fusão.

**Dado:** calor latente de fusão do gelo = 336  $\frac{J}{g}$

**Resolução:**

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{m L_f}{T}$$

$$\Delta S = \frac{200 \cdot 336}{(0 + 273)} \frac{J}{K}$$

$$\Delta S \approx 246 \frac{J}{K}$$

**103** (ITA-SP) Calcule a variação de entropia ( $\Delta S$ ) quando, num processo à pressão constante de 1,0 atm, se transformam integralmente em vapor 3,0 kg de água que se encontram inicialmente no estado líquido, à temperatura de 100 °C.

**Dado:** calor de vaporização da água = 5,4 · 10<sup>5</sup> cal/kg

**Resolução:**

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{m L_v}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{3,0 \cdot 5,4 \cdot 10^5}{(100 + 273)} \text{ (cal/K)}$$

$$\Delta S \approx 4343 \text{ cal/K}$$

**Resposta:**  $\Delta S \approx 4343 \text{ cal/K}$

**104** Em um recipiente de capacidade térmica desprezível e termicamente isolado, são misturados 100 g de água a 10 °C com 200 g de água a 40 °C.

**Dado:** calor específico da água = 1 cal/g °C

Pede-se determinar a variação de entropia ( $\Delta S$ ) ocorrida nesse sistema, na transformação termodinâmica, do início da mistura até o equilíbrio térmico final.

**Resolução:**

Como a transformação termodinâmica citada é espontânea, a entropia do sistema deve aumentar e  $\Delta S > 0$ .

$$\begin{aligned} 1. Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} &= 0 \\ (m c \Delta\theta)_{\text{água quente}} + (m c \Delta\theta)_{\text{água fria}} &= 0 \\ 200 \cdot 1 \cdot (\theta_f - 40) + 100 \cdot 1 \cdot (\theta_f - 10) &= 0 \\ 2\theta_f - 80 + \theta_f - 10 &= 0 \\ 3\theta_f &= 90 \\ \theta_f &= 30 \text{ °C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. Q &= m c \Delta\theta \\ Q_1 &= 100 \cdot 1 \cdot (30 - 10) \text{ (cal)} \Rightarrow Q_1 = +2000 \text{ cal} \\ Q_2 &= 200 \cdot 1 \cdot (30 - 40) \text{ (cal)} \Rightarrow Q_2 = -2000 \text{ cal} \end{aligned}$$

3. Água fria

$$\Delta S_1 = \frac{Q_1}{T_1}$$

Para  $T_1$ , usaremos o valor médio entre as temperaturas inicial (10 °C) e final (30 °C)

$$T_1 = 20 \text{ °C.}$$

$$\Delta S_1 = \frac{2000 \text{ cal}}{(20 + 273) \text{ K}}$$

$$\Delta S_1 \approx +6,8 \text{ cal/K}$$

4. Água quente

$$\Delta S_2 = \frac{Q_2}{T_2}$$

Usaremos:

$$T_2 = \left( \frac{30 + 40}{2} \right) \text{ °C} = 35 \text{ °C}$$

Assim,

$$\Delta S_2 = \frac{-2000 \text{ cal}}{(35 + 273) \text{ K}} \approx -6,5 \text{ cal/K}$$

Portanto,

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = (+6,8) + (-6,5)$$

$$\Delta S = +0,3 \text{ cal/K}$$

**Resposta:**  $\Delta S = +0,3 \text{ cal/K}$

**105** (UnB-DF) Quanto aos processos sofridos por gases ideais entre dois estados, julgue os itens a seguir:

- Num processo isotérmico, há troca de calor com o meio exterior.
- Num processo adiabático, não há transferência de calor para o meio exterior.
- Um processo adiabático é um processo lento, em que a variação de energia do gás é igual ao trabalho realizado sobre este.
- Um processo isotérmico é um processo lento, no qual há variação na energia interna do gás.
- Num processo isotérmico, a energia cinética média das moléculas é a mesma nos estados inicial e final.
- Num processo isotérmico de compressão de um gás, a pressão exercida sobre as paredes do recipiente que contém o gás aumentará.
- Num processo adiabático, a variação de energia do gás é nula.
- A temperatura do gás no estado final depende do processo seguido e da natureza do gás.

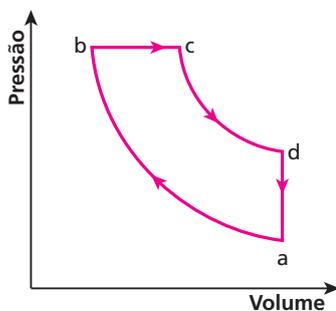
**Resolução:**

- Verdadeiro** — Num processo isotérmico, a temperatura não varia e a energia interna permanece constante ( $\Delta U = 0$ ). Assim, para realizar trabalho, o sistema deve receber calor e, para fornecer calor, deve receber trabalho.
- Verdadeiro** — Processo adiabático é aquele que ocorre sem trocas de calor com o meio externo.
- Falso.**

- d) **Falso** — No processo isotérmico, não há variação de energia interna no sistema.
- e) **Verdadeiro** — Num processo isotérmico, a energia cinética média das moléculas (que determina a temperatura) permanece constante.
- f) **Verdadeiro** — Processo isotérmico → temperatura constante  
Compressão → diminuição de volume. Assim, a pressão aumentará.
- g) **Falso** — Num processo adiabático, o gás não recebe calor, mas pode receber energia em forma de trabalho.
- h) **Falso** — A temperatura é função de ponto, não dependendo do processo seguido.

**Respostas:** a) Verdadeiro; b) Verdadeiro; c) Falso; d) Falso; e) Verdadeiro; f) Verdadeiro; g) Falso; h) Falso.

**106** (UFC-CE) O ciclo *diesel*, mostrado na figura abaixo, representa o comportamento aproximado de um motor *diesel*. A substância de trabalho desse motor pode ser considerada um gás ideal. O processo  $a \rightarrow b$  é uma compressão adiabática, o processo  $b \rightarrow c$  é uma expansão a pressão constante, o processo  $c \rightarrow d$  é uma expansão adiabática e o processo  $d \rightarrow a$  é um resfriamento a volume constante.



Com relação a esses processos, a opção correta é:

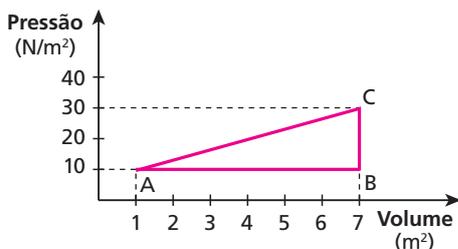
- a) No processo  $a \rightarrow b$  a energia interna do sistema não varia.
- b) No processo  $b \rightarrow c$  a energia interna do sistema diminui.
- c) No processo  $c \rightarrow d$  a energia interna do sistema diminui.
- d) No processo  $d \rightarrow a$  a energia interna do sistema aumenta.
- e) No ciclo completo a variação da energia interna é positiva.

**Resolução:**

No processo  $c \rightarrow d$ , temos  $T_c > T_d$ .  
O processo  $c \rightarrow d$  é adiabático.

**Resposta:** c

**107** (UFMS) Um sistema termodinâmico é levado do estado termodinâmico **A** até outro **B** (ver figura a seguir) e depois trazido de volta ao estado **A** através do estado **C**.



Logo, é correto afirmar que:

- (01) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico na mudança do estado **B** para o estado **C** é um trabalho não-nulo.

- (02) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, a variação da energia interna do percurso do estado termodinâmico **A** para o **B**, e deste para o estado **C**, também sofre um aumento de 200 J.
- (04) a variação da energia interna de um sistema termodinâmico depende dos estados termodinâmicos intermediários e não somente dos estados inicial e final.
- (08) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no percurso entre os estados de **A** para **B**, e deste para **C**, é de 60 J.
- (16) supondo que o aumento da energia interna para o percurso do estado termodinâmico **A** para o **C** seja 200 J, o calor absorvido pelo sistema termodinâmico no percurso do estado termodinâmico **A** para o estado **B**, e deste para **C**, é também de 200 J.
- (32) o trabalho executado pelo sistema termodinâmico no ciclo fechado passando pelos estados **A - B - C - A** é de -60 J.
- (64) considerando o diagrama apresentado, podemos afirmar que esse diagrama, independentemente da sucessão dos estados **A - B - C - A** ou **A - C - B - A** percorridos pelo sistema termodinâmico, pode representar exclusivamente a sucessão de estados termodinâmicos de uma máquina térmica (motor).  
Dê como resposta a soma dos números associados às alternativas corretas.

**Resolução:**

- (01) **Incorreto** — De **B** para **C**, o volume permanece constante.
- (02) **Correto** — A variação de energia interna não é função de “caminho”, é função de “ponto”. Assim, a variação de energia interna de **A** para **B** ( $\Delta U_{AB} = U_B - U_A$ ) é a mesma, quaisquer que sejam as situações intermediárias.
- (04) **Incorreto**.
- (08) **Correto** —  $\tau_{ABC} = \tau_{AB} + \tau_{BC}$   
 $\tau_{ABC} = [\text{área}] + 0$   
 $\tau_{ABC} = 6 \cdot 10 \text{ (J)}$   
 $\tau_{ABC} = 60 \text{ J}$
- (16) **Incorreto** — 1ª Lei da Termodinâmica:  $\Delta U = Q - \tau$   
Nos trajetos AC e ABC, as variações de energia interna são iguais ( $\Delta U_{AC} = \Delta U_{ABC}$ )  
Assim:  
 $Q_{AC} - \tau_{AC} = Q_{ABC} - \tau_{ABC}$   
Mas  
 $\tau_{AC} > \tau_{ABC}$  (área maior para a transformação AC),  
então:  
 $Q_{AC} > Q_{ABC}$
- (32) **Correto** —  $\tau_{\text{ciclo}} = [\text{área interna ao ciclo}]$   
 $\tau_{ABCA} = \frac{(7-1)(30-10)}{2} \text{ (J)}$   
 $\tau_{ABCA} = -60 \text{ J}$   
O sinal negativo deve-se ao fato de o ciclo ABCA “girar” no sentido anti-horário.
- (64) **Incorreto**.

**Resposta:** 42

**108** (UFSCar-SP) Mantendo uma estreita abertura em sua boca, assope com vigor sua mão agora! Viu? Você produziu uma transformação adiabática! Nela, o ar que você expeliu sofreu uma violenta expansão, durante a qual:

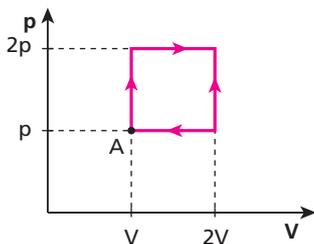
- a) o trabalho realizado correspondeu à diminuição da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
- b) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da energia interna desse ar, por não ocorrer troca de calor com o meio externo.
- c) o trabalho realizado correspondeu ao aumento da quantidade de calor trocado por esse ar com o meio, por não ocorrer variação da sua energia interna.
- d) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não absorveu calor do meio e não sofreu variação de energia interna.
- e) não houve realização de trabalho, uma vez que o ar não cedeu calor para o meio e não sofreu variação de energia interna.

**Resolução:**

Como o ar sofreu uma expansão adiabática — sem trocar calor com o meio externo —, a realização de trabalho será feita à custa da energia interna, que diminuirá.

**Resposta:** a

**109** (Faap-SP) O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de gás perfeito. Sabendo que no estado **A** a temperatura é 27 °C, qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?



**Dado:** constante universal dos gases perfeitos:  $R = 8 \text{ J/mol K}$ .

**Resolução:**

No ciclo,  
 $\tau_{\text{ciclo}} = [\text{área interna ao ciclo}] = (2V - V) (2p - p) \tau_{\text{ciclo}} = pV$   
 Aplicando a Equação de Clapeyron ao estado definido pelo ponto **A** do diagrama,

$$p_A V_A = n R T_A \Rightarrow pV = 2 \cdot 8 (27 + 273) = 4800 \text{ J}$$

Assim,

$$\tau_{\text{ciclo}} = 4800 \text{ J}$$

**Resposta:**  $\tau_{\text{ciclo}} = 4800 \text{ J}$

**110** (ITA-SP) Na expansão livre de um gás ideal, quando ele passa de um volume  $V_i$  para um volume  $V_f$ , pode-se afirmar que essa expansão pode ser descrita por:

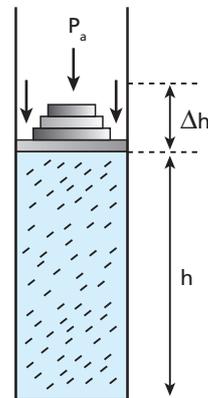
- a) uma expansão isotérmica.
- b) uma expansão adiabática irreversível, na qual a temperatura no estado de equilíbrio final é a mesma que a no estado inicial.
- c) uma expansão isobárica.
- d) um processo isovolumétrico.
- e) nenhuma das afirmações acima está correta.

**Resolução:**

Na expansão livre, o gás não realiza trabalho, não troca calor com o meio externo (adiabática), e sua energia interna não é alterada. Esse processo é irreversível.

**Resposta:** b

**111** (Ufla-MG) A figura mostra, em corte, um cilindro de paredes adiabáticas (não há troca de calor), provido de um êmbolo superior móvel. No interior do cilindro, encontram-se  $n$  mols de um gás ideal. A pressão atmosférica  $P_a$  local é de 1 atm e a pressão dos pesos sobre o êmbolo móvel é de 5 atm. A área da base do cilindro e do êmbolo móvel é de  $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ . Na condição de equilíbrio mostrada,  $h = 16 \text{ cm}$  e a temperatura do gás é 300 K.



Considerando  $1 \text{ atm} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $R = 8 \text{ J/mol K}$ , calcule:

- a) o número de mols ( $n$ ) contido no cilindro;
- b) a força em newtons que o gás realiza sobre o êmbolo móvel. Em seguida, a temperatura do gás é elevada para 420 K, mantendo-se a pressão constante. Calcule:
- c) o deslocamento  $\Delta h$  (cm) do êmbolo móvel;
- d) o trabalho realizado pelo gás, em joules.

**Resolução:**

a) Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

Como:

$$p = (1+5) \text{ atm} = 6 \text{ atm} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$V = Ah = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,16 \text{ m}^3 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Então:

$$6 \cdot 10^5 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = n \cdot 8 \cdot 300$$

$$n = 0,2 \text{ mol}$$

b)  $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p A$

$$F = 6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

$$F = 3 \cdot 10^3 \text{ N}$$

c) Equação de Clapeyron:

$$pV = nRT$$

$$6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} h_2 = 0,2 \cdot 8 \cdot 420 \Rightarrow h_2 = 0,224 \text{ m} = 22,4 \text{ cm}$$

Então:

$$\Delta h = 22,4 - 16$$

$$\Delta h = 6,4 \text{ cm}$$

d) Na transformação isobárica, temos:

$$\tau_p = p \Delta V = 6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,064$$

$$\tau = 192 \text{ J}$$

**Respostas:** a)  $n = 0,2 \text{ mol}$ ; b)  $F = 3 \cdot 10^3 \text{ N}$ ; c)  $\Delta h = 6,4 \text{ cm}$ ; d)  $\tau = 192 \text{ J}$ ;

**112** (UEM-PR) A temperatura de 500 g de um gás perfeito é aumentada de 20 °C para 140 °C. Se o processo é feito primeiramente a pressão e depois a volume constantes, qual o trabalho realizado pelo gás, em calorias? (Considere para o gás perfeito  $c_v = 0,18 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$  e  $c_p = 0,25 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ .)

**Resolução:**

$$\begin{aligned}\tau &= Q_p - Q_v \\ \tau &= m c_p \Delta\theta - m c_v \Delta\theta \\ \tau &= m \Delta\theta (c_p - c_v) \\ \tau &= 500 (140 - 20)(0,25 - 0,18) \text{ (cal)}\end{aligned}$$

$$\tau = 4200 \text{ cal}$$

**Resposta:** 4200 cal

**113** Em uma transformação adiabática reversível, 20 g de um gás ideal evoluiu de um estado em que a temperatura vale 77 °C para outro em que a temperatura vale 327 °C. Sendo  $c_v = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$  e  $c_p = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ , qual o trabalho realizado nessa transformação, em joules?

**Dado:** 1 cal = 4,2 J

**Resolução:**

$$\begin{aligned}\tau &= Q_p - Q_v \\ \tau &= m c_p \Delta\theta - m c_v \Delta\theta = m \Delta\theta (c_p - c_v) \\ \tau &= 20(327 - 77)(3,6 \cdot 10^{-3} - 1,6 \cdot 10^{-3}) \text{ (cal)} \\ \tau &= 10 \text{ cal} = 42 \text{ J}\end{aligned}$$

$$\tau = 42 \text{ J}$$

**Resposta:** 42 J

**114** (UFC-CE) Uma amostra de  $n$  mols de um gás ideal monoatômico é levada do estado de equilíbrio termodinâmico inicial de temperatura  $T$ , até o estado final de equilíbrio de temperatura  $T_1$  mediante dois diferentes processos: no primeiro, o volume da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor  $Q_v$ ; no segundo, a pressão da amostra permanece constante e ela absorve uma quantidade de calor  $Q_p$ . Use a Primeira Lei da Termodinâmica,  $\Delta U = Q - W$ , sendo  $\Delta U = \left(\frac{3}{2}\right)n R \Delta T$ , para determinar que se  $Q_p$  for igual a 100 J então o valor de  $Q_v$  será igual a:

- 200 J.
- 160 J.
- 100 J.
- 80 J.
- 60 J.

**Resolução:**

Processo 1 (volume constante):

$$\begin{aligned}Q_v &= \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T \\ n R \Delta T &= \frac{2}{3} Q_v\end{aligned}$$

Processo 2 (pressão constante):

$$\Delta U = Q_p - \tau_p$$

mas

$$\tau_p = p \Delta V = n R \Delta T,$$

então

$$\begin{aligned}\Delta U &= Q_p - n R \Delta T \\ Q_v &= Q_p - \frac{2}{3} Q_p \Rightarrow Q_p = \frac{5}{3} Q_v \\ 100 &= \frac{5}{3} Q_v \Rightarrow \boxed{Q_v = 60 \text{ J}}\end{aligned}$$

**Resposta:** e

**115** A energia interna  $U$  de certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, contida em um recipiente é proporcional à temperatura  $T$ , e seu valor pode ser calculado utilizando a expressão  $U = 12,5 T$ . A temperatura deve ser expressa em kelvins e a energia, em joules. Se inicialmente o gás está à temperatura  $T = 300 \text{ K}$  e, em uma transformação a volume constante, recebe 1250 J de uma fonte de calor, sua temperatura final será:

- 200 K;
- 300 K;
- 400 K;
- 600 K;
- 800 K.

**Resolução:**

$$U = 12,5 T$$

Assim:

$$\Delta U = 12,5 \cdot \Delta T$$

A volume constante, o calor recebido é utilizado para aumentar a energia interna do gás.

$$1250 = 12,5 (T_2 - 300)$$

$$100 = T_2 - 300$$

$$\boxed{T_2 = 400 \text{ K}}$$

**Resposta:** c

**116** (UFRN) Em um processo adiabático, a pressão  $p$  e o volume  $V$  de um gás ideal obedecem à relação  $p V^\gamma = \text{constante}$ , em que  $\gamma$  é um parâmetro fixo. Considere que uma amostra de gás ideal sofreu uma expansão adiabática na qual o seu volume foi duplicado. A razão entre a temperatura inicial  $T_i$  e a temperatura final  $T_f$  da amostra é:

- $T_i/T_f = 2^\gamma$ .
- $T_i/T_f = 2^{1-\gamma}$ .
- $T_i/T_f = \gamma$ .
- $T_i/T_f = 2^{\gamma-1}$ .
- $T_i/T_f = \gamma^2$ .

**Resolução:**

Do enunciado, sabemos que  $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$ ; da Equação de Clapeyron:

$$pV = n R T$$

Assim:

$$p = \frac{n R T}{V} \Rightarrow \frac{n R T_i}{V_i} \cdot V_i^\gamma = \frac{n R T_f}{V_f} \cdot V_f^\gamma$$

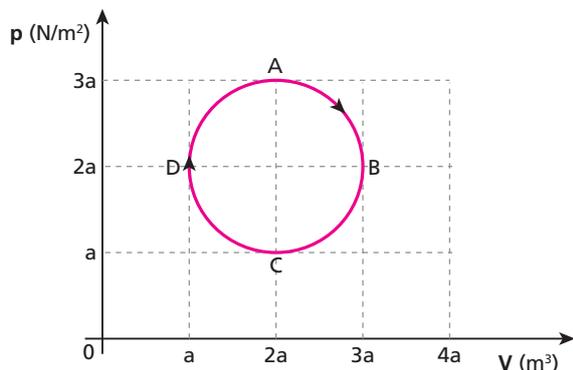
Como  $V_f = 2 V_i$ , então:

$$\frac{T_i V_i^\gamma}{V_i} = \frac{T_f (2 V_i)^\gamma}{2 V_i}, \text{ ou } T_i V_i^\gamma = \frac{T_f 2^\gamma V_i^\gamma}{2}$$

$$\boxed{\frac{T_i}{T_f} = \frac{2^\gamma}{2} = 2^{\gamma-1}}$$

**Resposta:** d

**117** (Unip-SP) O gráfico a seguir representa a pressão em função do volume para 1 mol de um gás perfeito.



O gás percorre o ciclo ABCDA, que tem a forma de uma circunferência. Indique a opção **falsa**.

- a) As temperaturas nos estados **A** e **B** são iguais.
- b) As temperaturas nos estados **C** e **D** são iguais.
- c) O trabalho realizado pelo gás, entre os estados **A** e **C**, é  $\frac{4\pi a^2}{2}$  joules.
- d) O trabalho realizado no ciclo vale  $(\pi a^2)$  joules.
- e) Na transformação de **A** para **B**, o gás recebeu uma quantidade de calor de  $(2 + \frac{\pi}{4})a^2$  joules.

**Resolução:**

a) **Verdadeira** —  $p_A = p_B$ ,  $v_A = v_B$  e assim

$$T_A = T_B$$

b) **Verdadeira** —  $p_C = p_D$ ,  $v_C = v_D$  e assim

$$T_C = T_D$$

c) **Falsa**

$$\tau_{ABC} = \frac{\pi a^2}{2} \text{ (J)}$$

d) **Verdadeira**

$$\tau_{\text{ciclo}} = \pi a^2 \text{ (J)}$$

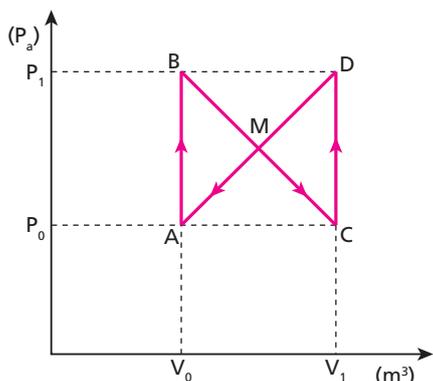
e) **Verdadeira**

$$\tau_{AB} = \frac{\pi a^2}{4} + 2 a^2$$

$$\tau_{AB} = \left(2 + \frac{\pi}{4}\right) a^2 \text{ (J)}$$

**Resposta: c**

**118** (UFRJ) Um gás ideal realizou um ciclo termodinâmico ABCDA, ilustrado na figura.



- a) Calcule o trabalho total realizado pelo gás no ciclo.
- b) Aplicando a 1ª Lei da Termodinâmica ao gás no ciclo e adotando a convenção de que o calor absorvido é positivo e o calor cedido é negativo, investigue a soma do calor trocado nas diagonais, isto é,  $Q_{BC} + Q_{DA}$ , e conclua se essa soma é maior ou menor que zero ou igual a zero. Justifique sua resposta.

**Resolução:**

a)  $\tau_{\text{ciclo}} = [\text{área interna ao ciclo}]$

$\tau_{\text{ciclo}} = 0$  (observe que o trabalho realizado no trecho BMA é recebido em DMC)

b)  $Q_{BC} + Q_{DA} = 0$

De **B** para **C**, o volume aumenta e o gás realiza trabalho:

$$\tau_{BC} = \frac{(p_1 + p_0)(v_1 - v_0)}{2}$$

De **D** para **A**, o volume diminui e o gás recebe trabalho:

$$\tau_{DA} = -\frac{(p_1 + p_0)(v_1 - v_0)}{2}$$

**Resposta:** a)  $\tau_{\text{ciclo}} = 0$ ; b)  $-\frac{(p_1 + p_0)(v_1 - v_0)}{2}$

**119** Duas salas idênticas estão separadas por uma divisória de espessura  $L = 5,0$  cm, área  $A = 100$  m<sup>2</sup> e condutividade térmica  $k = 2,0$  W/m K. O ar contido em cada sala encontra-se, inicialmente, a temperatura  $T_1 = 47$  °C e  $T_2 = 27$  °C, respectivamente. Considerando o ar como um gás ideal e o conjunto das duas salas um sistema isolado, calcule a taxa de variação de entropia,  $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ , no sistema no início da troca de calor, explicando o que ocorre com a desordem do sistema.

**Resolução:**

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S_1 = \frac{Q}{T_1} \text{ (parte fria)}$$

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_2} \text{ (parte quente)}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$\Delta S = Q \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Como:

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{k A \Delta \theta}{L}$$

$$\phi = \frac{2,0 \cdot 100 \cdot 20}{5,0 \cdot 10^{-2}} \text{ (W)}$$

$$\phi = 8,0 \cdot 10^4 \text{ W}$$

Então:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = 8,0 \cdot 10^4 \left(\frac{1}{300} - \frac{1}{320}\right)$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} \approx +16,7 \text{ W/K}$$

**Resposta:** Como a variação de entropia é **positiva**, a desordem do sistema aumenta.

**120** (UFC-CE) A eficiência de uma máquina de Carnot que opera entre a fonte de temperatura alta ( $T_1$ ) e a fonte de temperatura baixa ( $T_2$ ) é dada pela expressão

$$\eta = 1 - \left( \frac{T_2}{T_1} \right),$$

em que  $T_1$  e  $T_2$  são medidas na escala absoluta ou de Kelvin. Suponha que você disponha de uma máquina dessas com uma eficiência  $\eta = 30\%$ . Se você dobrar o valor da temperatura da fonte quente, a eficiência da máquina passará a ser igual a:

- a) 40%. b) 45%. c) 50%. d) 60%. e) 65%.

**Resolução:**

$$0,30 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 0,7$$

Assim:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{2T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,7 \Rightarrow \eta = 1 - 0,35 \Rightarrow \eta = 0,65 \Rightarrow \eta = 65\%$$

**Resposta:** 65%

**121** (Unicamp-SP) Com a instalação do gasoduto Brasil-Bolívia, a quota de participação do gás natural na geração de energia elétrica no Brasil será significativamente ampliada. Ao se queimar 1,0 kg de gás natural obtêm-se  $5,0 \cdot 10^7$  J de calor, parte do qual pode ser convertido em trabalho em uma usina termoelétrica. Considere uma usina queimando 7200 quilogramas de gás natural por hora, a uma temperatura de 1227 °C. O calor não-aproveitado na produção de trabalho é cedido para um rio de vazão 5000 ℓ/s, cujas águas estão inicialmente a 27 °C. A maior eficiência teórica da conversão de calor em trabalho é dada por  $\eta = 1 - \frac{T_{\text{mín}}}{T_{\text{máx}}}$ , sendo  $T_{\text{máx}}$  e  $T_{\text{mín}}$  as temperaturas absolutas

das fontes quente e fria respectivamente, ambas expressas em Kelvin. Considere o calor específico da água  $c = 4000$  J/kg °C.

- a) Determine a potência gerada por uma usina cuja eficiência é metade da máxima teórica.  
b) Determine o aumento de temperatura da água do rio ao passar pela usina.

**Resolução:**

$$a) \eta = 1 - \frac{T_{\text{mín}}}{T_{\text{máx}}} = 1 - \frac{27 + 273}{1227 + 273} = 0,80 \Rightarrow \eta (\%) = 80\%$$

Para uma usina com a metade da eficiência máxima teórica,  $\eta (\%) = 40\%$

Assim,

$$\text{Pot} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{0,40 \cdot 7200 \cdot 5,0 \cdot 10^7}{3600}$$

$$\text{Pot} = 4,0 \cdot 10^7 \text{ W} = 40 \text{ MW}$$

- b) Para a água:  $1 \ell \Rightarrow 1 \text{ kg}$   
Assim, se 60% da energia é liberada para a água, teremos

$$Q = \text{Pot} \cdot \Delta t$$

$$6 \cdot 10^7 \Delta t = m \cdot 4000 \Delta \theta \Rightarrow 1,5 \cdot 10^4 = \frac{m}{\Delta t} \Delta \theta$$

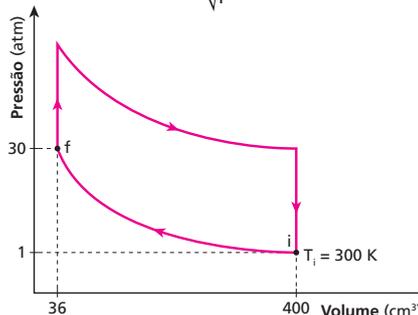
$$1,5 \cdot 10^4 = 5000 \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = 3,0 \text{ °C}$$

**Respostas:** a)  $\text{Pot} = 4,0 \cdot 10^7 \text{ W} = 40 \text{ MW}$ ; b)  $\Delta \theta = 3,0 \text{ °C}$

**122** (Unicamp-SP) Vários textos da coletânea da prova de redação enfatizam a crescente importância das fontes renováveis de energia. No Brasil, o álcool tem sido largamente empregado em substituição a gasolina. Uma das diferenças entre os motores a álcool e a gasolina é o valor da razão de compressão da mistura ar-combustível. O diagrama adiante representa o ciclo de combustão de um cilindro de motor a álcool. Durante a compressão (trecho  $i \rightarrow f$ ), o volume da mistura é reduzido de  $V_i$  para  $V_f$ . A razão da compressão  $r$  é definida como  $r = \frac{V_i}{V_f}$ .

Valores típicos de  $r$  para motores a gasolina e a álcool são, respectivamente,  $r_g = 9$  e  $r_a = 11$ . A eficiência termodinâmica é função da razão de compressão e é dada por  $E \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{r}}$ .



- a) Quais são as eficiências termodinâmicas dos motores a álcool e a gasolina?  
b) A pressão  $P$ , o volume  $V$  e a temperatura absoluta  $T$  de um gás ideal satisfazem a relação  $\frac{PV}{T} = \text{constante}$ . Encontre a temperatura da mistura ar-álcool após a compressão (ponto  $f$  do diagrama). Considere a mistura como um gás ideal.

**Dados:**  $\sqrt{7} \approx \frac{8}{3}$ ;  $\sqrt{9} = 3$ ;  $\sqrt{11} \approx \frac{10}{3}$ ;  $\sqrt{13} \approx \frac{18}{5}$ .

**Resolução:**

- a) Da expressão fornecida, temos:

$$E \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$E_a \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{11}}$$

$$E_a \approx 70\%$$

$$E_g \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{9}}$$

$$E_g \approx 67\%$$

- b) Da **Equação geral dos Gases**, temos:

$$\frac{P_f \cdot V_f}{T_f} = \frac{P_i \cdot V_i}{T_i}$$

$$\frac{30 \cdot 36}{T_f} = \frac{1 \cdot 400}{T_i}$$

$$T_f = 810 \text{ K}$$

**Respostas:** a)  $E_a \approx 70\%$  e  $E_g \approx 67\%$ ; b)  $T_f = 810 \text{ K}$

**123** (Unicamp-SP) No início da Revolução Industrial, foram construídas as primeiras máquinas a vapor para bombear água do interior das minas de carvão. A primeira máquina operacional foi construída na Inglaterra por Thomas Newcomen em 1712. Essa máquina fornece

uma potência útil de  $4,0 \cdot 10^3$  W utilizando o próprio carvão das minas como combustível. A queima de 1 kg de carvão fornece  $3,0 \cdot 10^7$  J de energia.

A potência útil da máquina de Newcomen correspondia a somente 1% da potência recebida da queima de carvão. Calcule, em kg, o consumo de carvão dessa máquina em 24 h de funcionamento.

**Resolução:**

$$Pot_{total} = 100 \cdot Pot_{util}$$

$$Pot_{total} = 100 \cdot 4,0 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$Pot_{total} = 4,0 \cdot 10^5 \text{ W}$$

Em 24 horas teremos

$$E = Pot \cdot \Delta t$$

$$E = 4,0 \cdot 10^5 \cdot 86400$$

$$E = 3,456 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Como cada quilograma de carvão produz  $3,0 \cdot 10^7$  J de energia, o consumo de carvão será:

$$1 \text{ kg} \rightarrow 3,0 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$m \rightarrow 3,456 \cdot 10^{10} \text{ J} \quad \boxed{m = 1152 \text{ kg}}$$

**Resposta:**  $m = 1152 \text{ kg}$

**124** (Vunesp-SP) Num lugar onde  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , um corpo metálico de massa  $m = 2,0 \text{ kg}$  cai de 209 m de altura. Supondo que todo o calor produzido no impacto permaneça no corpo, e sabendo que sua temperatura se elevou em  $10^\circ\text{C}$ , qual é, aproximadamente, o calor específico do material do corpo, em  $\text{cal/g}^\circ\text{C}$ ?

**Dado:**  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

**Resolução:**

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2,0 \cdot 9,8 \cdot 209 \text{ (J)}$$

$$E_p = 4096,4 \text{ J} = 980 \text{ cal}$$

Portanto:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$980 = 2000 \cdot c \cdot 10$$

$$\boxed{c = 4,9 \cdot 10^{-2} \text{ cal/g}^\circ\text{C}}$$

**Resposta:**  $4,9 \cdot 10^{-2} \text{ cal/g}^\circ\text{C}$

**125** (EEM-SP) Numa piscina de 10 m de comprimento, 5 m de largura e 2 m de profundidade, 7 nadadores disputam uma competição, nadando vigorosamente com potência individual  $P = 500 \text{ W}$ . Durante 12 minutos de competição, qual o trabalho total produzido pelos nadadores e a elevação de temperatura da piscina, supondo que nenhum calor da água seja perdido?

**Adote:**  $1 \text{ cal} = 4,2 \text{ J}$ ;

calor específico sensível da água:  $c = 1,0 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ ;

densidade da água:  $\mu = 1,0 \text{ g/cm}^3$ .

**Resolução:**

$$\tau = Pot \cdot \Delta t$$

$$\tau = 7 \cdot 500 \cdot 12 \cdot 60 \text{ (J)}$$

$$\tau = 2520000 \text{ J}$$

$$\boxed{\tau = 2,52 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

Usando:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

Sendo:

$$Q = 2,52 \cdot 10^6 \text{ J} = 6 \cdot 10^5 \text{ cal}$$

$$m = \mu V = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot (10 \cdot 5 \cdot 2) \cdot 10^6 \text{ cm}^3 = 1,0 \cdot 1,0^8 \text{ g}$$

temos:

$$6 \cdot 10^5 = 1,0 \cdot 10^8 \cdot 1,0 \cdot \Delta\theta$$

$$\boxed{\Delta\theta = 6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}}$$

**Respostas:**  $2,52 \cdot 10^6 \text{ J}$ ;  $6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$

**126** (IME-RJ) Um projétil de liga de chumbo de 10 g é disparado de uma arma com velocidade de 600 m/s e atinge um bloco de aço rígido, deformando-se. Considere que, após o impacto, nenhum calor é transferido do projétil para o bloco. Calcule a temperatura do projétil depois do impacto.

**Dados:** temperatura inicial do projétil:  $27^\circ\text{C}$ ;

temperatura de fusão da liga:  $327^\circ\text{C}$ ;

calor de fusão da liga:  $20000 \text{ J/kg}$ ;

calor específico da liga no estado sólido:  $120 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;

calor específico da liga no estado líquido:  $124 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$E_c = \frac{m \cdot V^2}{2} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot (600)^2}{2}$$

$$E_c = 1800 \text{ J}$$

Aquecimento do projétil:

1. até a temperatura de fusão:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot \Delta\theta = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 120 \cdot (327 - 27)$$

$$Q_1 = 360 \text{ J}$$

2. na fusão do projétil

$$Q_2 = m \cdot L_f = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20000$$

$$Q_2 = 200 \text{ J}$$

3. aquecimento no estado líquido:

$$Q_3 = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$1800 - (360 + 200) = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 124 \cdot (\theta - 327)$$

$$\boxed{\theta = 1327^\circ\text{C}}$$

**Resposta:**  $\theta = 1327^\circ\text{C}$

**127** (Unirio-RJ) Um operário precisa encavar um grande prego de ferro em um pedaço de madeira. Percebe, então, que, depois de algumas marteladas, a temperatura do prego aumenta, pois, durante os golpes, parte da energia cinética do martelo é transferida para o prego sob a forma de calor. A massa do prego é de 40 g, e a do martelo, de 1,0 kg. Sabe-se que o calor específico do ferro é de  $0,11 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ . Admita que a velocidade com que o martelo golpeia o prego é sempre de  $4,0 \text{ m/s}$  e que, durante os golpes, apenas  $\frac{1}{4}$  da energia cinética do martelo é transferida ao prego sob forma de calor. Admita também que  $1 \text{ cal} \approx 4 \text{ J}$ . Desprezando-se as trocas de calor entre a madeira e o prego e entre este e o ambiente, é correto afirmar que o número de marteladas dadas para que a temperatura do prego aumente em  $5^\circ\text{C}$  é de:

a) 176.    b) 88.    c) 66.    d) 44.    e) 22.

**Resolução:**

No martelo

$$E_c = \frac{m \cdot V^2}{2} = \frac{1 \cdot (4,0)^2}{2}$$

$$E_c = 8,0 \text{ J} = 2,0 \text{ cal}$$

Assim:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot 2,0 \cdot n = 40 \cdot 0,11 \cdot 5$$

$$\boxed{n = 44 \text{ marteladas}}$$

**Resposta:**  $n = 44 \text{ marteladas}$

**128** (Fuvest-SP) No estado de São Paulo, cuja área é de  $2,5 \cdot 10^5 \text{ km}^2$ , incidem sobre cada  $\text{cm}^2$ , em média, 250 cal/dia de energia solar. O consumo brasileiro de petróleo destinado à geração de calor é de 10<sup>5</sup> barris por dia, equivalente a  $1,6 \cdot 10^{14} \text{ cal/dia}$ . Seria, então, interessante tentar obter esse calor a partir da energia solar, captada por meio de coletores. Se a eficiência dos coletores fosse 100%, aproximadamente que fração percentual da área de São Paulo deveria ser recoberta por coletores solares, para fornecer aquela mesma quantidade de energia?

**Resolução:**

$$250 \frac{\text{cal}}{\text{dia}} \rightarrow 1 \text{ cm}^2$$

$$1,6 \cdot 10^{14} \frac{\text{cal}}{\text{dia}} \rightarrow x \text{ cm}^2 \Rightarrow x = \frac{1,6 \cdot 10^{14}}{250} \text{ cm}^2$$

$$x = 6,4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^2 = 64 \text{ km}^2$$

Portanto:

$$2,5 \cdot 10^5 \text{ km}^2 \rightarrow 100\%$$

$$64 \text{ km}^2 \rightarrow y\% \Rightarrow y = \frac{64 \cdot 100}{2,5 \cdot 10^5}$$

$$y \approx 0,026\%$$

**Resposta:** 0,026%

**129** O rendimento real de um motor a gasolina está entre 20% e 25%. As perdas mecânicas e térmicas desse motor atingem de 75% a 80% da energia liberada pelo combustível. As perdas térmicas, calor trocado com o ambiente pelo sistema de refrigeração, atingem 30%. Outros 35% acompanham os gases expelidos ainda a altas temperaturas e mais 10% são perdas mecânicas, devido ao atrito das superfícies metálicas e à inércia do pistão.

O rendimento de uma máquina térmica é definido pela razão entre a energia mecânica obtida (por meio do trabalho) e a energia total fornecida pela explosão do combustível:

$$\eta = \frac{\tau}{Q}$$

Um dos procedimentos usados para elevar o rendimento de um motor a explosão é aumentar a razão entre o volume máximo e o mínimo que a mistura ocupa dentro do cilindro. Essa relação depende do combustível utilizado. Nos motores a gasolina, o volume máximo é oito vezes maior que o mínimo, isto é, a sua taxa de compressão é de 8 : 1; nos motores a álcool, essa taxa é de 12 : 1, e, nos motores a diesel, é de 18 : 1. Assim, quanto mais diminuirmos o volume mínimo, maior será a taxa de compressão e o rendimento. No entanto, esse volume mínimo tem seu limite, pois o combustível pode explodir mesmo sem faísca, quando muito comprimido. Por isso, acrescenta-se ao combustível um antidetonante – que no caso da gasolina é o álcool anidro.

A alternativa correta, com base no texto anterior, é:

- Em um motor a explosão, as maiores perdas são mecânicas, devido ao atrito entre as superfícies metálicas.
- Dos combustíveis citados, o álcool não precisa de antidetonante, pois ele próprio é antidetonante.
- O álcool anidro é misturado à gasolina para aumentar o rendimento do motor.
- Um motor a explosão pode ter um rendimento muito próximo de 100%.
- A maior taxa de compressão ocorre nos motores a diesel (18 : 1). Assim, dos combustíveis citados, o diesel é o que apresenta maior rendimento.



Nos motores dos automóveis a taxa de compressão do diesel é de 18 : 1; a da gasolina é de 8 : 1 e a do álcool, de 12 : 1.

**Resolução:**

A maior taxa de compressão ocorre nos motores a diesel (18:1), fazendo com que eles apresentem maior rendimento.

**Resposta:** e

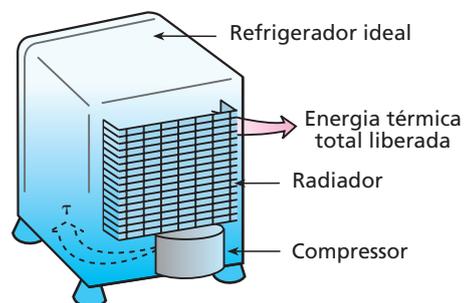
**130** Um dos aparelhos indispensáveis em uma residência é a geladeira. A refrigeração do seu interior é feita de forma não-espontânea. Retira-se energia térmica da parte interna e transfere-se essa energia para o ambiente da cozinha. A transferência de energia térmica só é espontânea quando o calor transita no sentido de temperaturas decrescentes. Na parte interna da geladeira, há o congelador, no qual, normalmente, a substância freon se vaporiza a baixa pressão, absorvendo energia térmica. O freon, no estado gasoso, expande-se até o radiador (serpentina traseira), no qual, sob alta pressão, se condensa, liberando energia térmica para o meio externo. A pressão do freon é aumentada no radiador devido a um compressor e diminuída no congelador devido a uma válvula.

A eficiência  $\varepsilon$  de uma geladeira é determinada pela razão entre a energia térmica  $Q$  que é retirada do seu congelador e o trabalho  $\tau$  que o compressor teve de realizar.

$$\varepsilon = \frac{Q}{\tau}$$

A energia térmica que o radiador transfere para o ambiente é a soma da energia térmica retirada do congelador com o trabalho realizado pelo compressor.

O desenho representa uma geladeira doméstica:



Considere uma geladeira ideal cujo compressor tenha potência útil igual a 5,0 kW.

Se, durante cada minuto de funcionamento desse compressor, o radiador (serpentina traseira) transfere para o meio ambiente  $4,5 \cdot 10^5 \text{ J}$  de energia térmica, a eficiência do refrigerador é igual a:

- 33%
- 50%
- 67%
- 75%
- 100%

**Resolução:**

$$\varepsilon = \frac{Q}{\tau}$$

Sendo  $4,5 \cdot 10^5 \text{ J/min} = 7500 \text{ J/s}$

A cada segundo, temos

$$Q = 7500 - \tau \Rightarrow Q = 7500 - 5000 \Rightarrow Q = 2500 \text{ J}$$

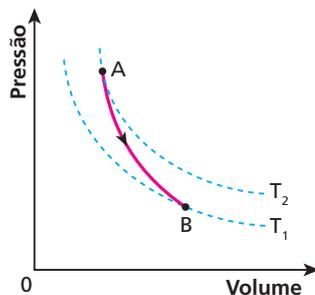
Portanto:

$$\varepsilon = \frac{2500}{5000} = 0,50$$

$$\varepsilon (\%) = 50\%$$

**Resposta: b**

**131** O gráfico mostra uma expansão adiabática de 1 mol de gás ideal monoatômico, entre as isotermas  $T_2 = 127^\circ\text{C}$  e  $T_1 = 27^\circ\text{C}$ . Para a constante universal dos gases perfeitos  $R$ , use o valor  $2 \text{ cal/mol K}$ . Sabe-se ainda que o calor específico molar a pressão constante desse gás vale  $5 \text{ cal/mol K}$ .



Determine:

- o trabalho realizado pelo gás durante a expansão adiabática;
- o valor do expoente de Poisson ( $\gamma$ );
- o valor do calor específico molar a volume constante do gás.

**Resolução:**

a) Na expansão adiabática, o trabalho é realizado graças à diminuição de energia interna do gás:

$$\tau = \Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T \Rightarrow \tau = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 2 (127 - 27)$$

$$\tau = 300 \text{ cal}$$

b) Para gases ideais monoatômicos, temos  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \approx 1,7$

c) Da relação de Mayer,  $R = C_p - C_v \Rightarrow 2 = 5 - C_v$

$$C_v = 3 \text{ cal/mol K}$$

**Resposta:** a)  $\tau = 300 \text{ cal}$ ; b)  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \approx 1,7$ ; c)  $C_v = 3 \text{ cal/mol K}$

**132** (UFF-RJ) Considere 4 mols de um gás ideal, inicialmente a  $2^\circ\text{C}$  de temperatura e  $8,20 \text{ atm}$  de pressão, que se submete ao seguinte ciclo de transformações:

- compressão isotérmica, cedendo  $860 \text{ J}$  de calor, até o volume de  $10 \text{ L}$ ;
- aquecimento isobárico até a temperatura de  $57^\circ\text{C}$ ;
- despressurização isovolumétrica até a pressão de  $8,20 \text{ atm}$ ;
- resfriamento isobárico até retornar às condições iniciais.

- Represente este ciclo, em um gráfico  $p \text{ (atm)} \times V \text{ (L)}$ , indicando os valores de  $p$ ,  $V$  e  $T$  ao final de cada uma das transformações dadas acima.
- Calcule o trabalho realizado pelo gás no ciclo, em joules.
- Calcule o calor absorvido pelo gás no ciclo, em joules.
- Calcule a potência, em watts, de um motor que realiza 10 desses ciclos por segundo.

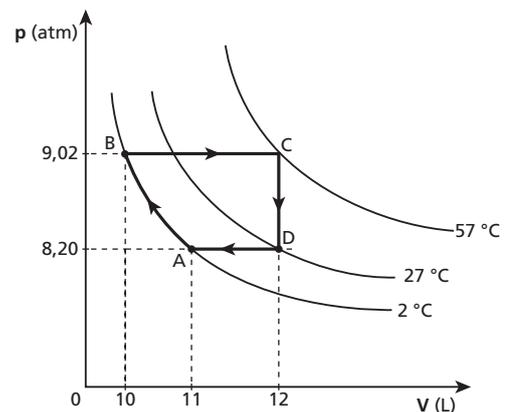
**Dados:**  $R$  (constante dos gases) =  $0,082 \text{ atm l/mol K}$ ;

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa};$$

$$0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}.$$

**Resolução:**

a) O gráfico é o seguinte:



Para o cálculo da pressão em **B**, usamos a lei de Boyle:

$$p_A V_A = p_B V_B$$

$$8,20 \cdot 11 = p_B \cdot 10 \Rightarrow p_B = 9,02 \text{ atm}$$

b) O ciclo representado no gráfico tem a forma aproximada de um trapézio; assim:

$$\tau_{\text{ciclo}} = \frac{1}{2} (\text{área interna ao ciclo})$$

$$\tau_{\text{ciclo}} = \frac{(2 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3}) (9,02 - 8,20)}{2}$$

$$\tau_{\text{ciclo}} \approx 123 \text{ J}$$

c) Em um ciclo, a variação de energia interna é nula ( $\Delta U = 0$ ); assim, usando a 1ª Lei da Termodinâmica  $\Delta U = Q - \tau$ , vem  $Q = \tau$ ; logo,

$$Q = \tau = 123 \text{ J}$$

$$d) \text{Pot} = \frac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow \text{Pot} = \frac{10 \cdot 123 \text{ J}}{1 \text{ s}} \Rightarrow \text{Pot} = 1230 \text{ W}$$

**Respostas:** a)  $p_B = 9,02 \text{ atm}$ ; b)  $\tau_{\text{ciclo}} \approx 123 \text{ J}$ ; c)  $Q = \tau = 123 \text{ J}$ ; d)  $\text{Pot} = 1230 \text{ W}$

**133** (Olimpíada Brasileira de Física) Imagine que o seguinte processo termodinâmico ocorra espontaneamente: uma sala de aula, fechada e isolada termicamente do ambiente externo, encontra-se inicialmente a uma temperatura  $T_0$ , pressão  $p_0$  e contém ar homogeneamente distribuído por todo o seu volume  $V_0$ . De repente, as moléculas constituintes do ar deslocam-se, sem realização de trabalho, passando a ocupar apenas uma pequena parte,  $V_f = \frac{V_0}{1000}$ , do volume total da sala. A pressão final do ar não é conhecida. Considere que o ar da sala é constituído por  $n$  mols de um gás ideal.

- Calcule a temperatura final do ar da sala de aula.
- Calcule a variação da entropia total do ar da sala e do ambiente, considerando que o processo mencionado tenha ocorrido de forma irreversível. Com base em sua resposta, a existência desse processo é possível? Explique.

**[Dado:** A variação de entropia de  $n$  mols de um gás ideal durante um processo isotérmico reversível com volumes inicial e final respectivamente iguais a  $V_i$  e  $V_f$  é dada aproximadamente por  $\Delta S = 2,3 n R \log_{10} \frac{V_f}{V_i}$ , em que  $R$  é a constante universal dos gases.]

**Resolução:**

- $Q = \Delta U + \tau$ ; como a sala está isolada termicamente, então  $Q = 0$  e o gás não troca trabalho com o meio, então  $\tau = 0$ . Assim,  $\Delta U = 0$  e  $\Delta T = 0$ , ou seja, não há variação de temperatura.
- $\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{gás}} + \Delta S_{\text{ambiente}}$ , mas  $\Delta S_{\text{ambiente}} = 0$ ; assim:

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{gás}} = 2,3 n R \log_{10} \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\text{sendo } V_i = V_0, V_f = \frac{V_0}{1000} \text{ e } \Delta S_{\text{total}} = 2,3 n R \log_{10} 10^{-3} \Delta T = 0$$

Como  $\Delta S_{\text{total}} < 0$ , de acordo com a 2ª Lei da Termodinâmica, é impossível ocorrer esse processo.

**Resposta:** a) Não há variação de temperatura; b) é impossível ocorrer esse processo.

**134** (ITA-SP) Considerando um buraco negro como um sistema termodinâmico, sua energia interna  $U$  varia com a sua massa  $M$  de acordo com a famosa relação de Einstein:  $\Delta U = \Delta M c^2$ . Stephen Hawking propôs que a entropia  $S$  de um buraco negro depende apenas de sua massa e de algumas constantes fundamentais da natureza. Dessa forma, sabe-se que uma variação de massa acarreta uma variação de entropia dada por:  $\frac{\Delta S}{\Delta M} = 8\pi GM \frac{k_B}{hc}$ . Supondo que não haja realização de trabalho com a variação de massa, indique a alternativa que melhor representa a temperatura absoluta  $T$  do buraco negro.

- $T = hc^3 / GM k_B$
- $T = 8\pi M c^2 / k_B$
- $T = M c^2 / 8\pi k_B$
- $T = hc^3 / 8\pi GM k_B$
- $T = 8\pi hc^3 / GM k_B$

**Resolução:**

Do texto, temos:

$$\frac{\Delta S}{\Delta M} = \frac{8\pi GM k_B}{hc} \Rightarrow \Delta S = \frac{\Delta M 8\pi GM k_B}{hc}$$

Mas  $\Delta S = \frac{Q}{T}$  e  $Q = \Delta U$  ( $\tau = 0$ ); então,

$$\Delta S = \frac{\Delta U}{T} = \frac{\Delta M 8\pi GM k_B}{hc}$$

$$\frac{\Delta M c^2}{T} = \frac{\Delta M 8\pi GM k_B}{hc}$$

$$T = \frac{hc^3}{8\pi GM k_B}$$

**Resposta:** d

## Tópico 6

**1** Uma dona de casa resolveu fazer uma salada para o jantar, mas não conseguiu abrir o frasco de palmito, que tem tampa metálica. Porém, lembrando-se de suas aulas de Física, ela mergulhou a tampa da embalagem em água quente durante alguns segundos e percebeu que ela abriu facilmente. Isso provavelmente ocorreu porque:

- reduziu-se a força de coesão entre as moléculas do metal e do vidro;
- reduziu-se a pressão do ar no interior do recipiente;
- houve redução da tensão superficial existente entre o vidro e o metal;
- o coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro;
- o coeficiente de dilatação do vidro é maior que o do metal.

### Resolução:

O coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro. Ao ser mergulhada na água quente, a tampa de metal dilata mais do que o vidro, soltando-se.

**Resposta:** d

**2** Você já deve ter observado em sua casa que o vidro pirex é mais resistente que o vidro comum às variações de temperatura. Se colocarmos água fervente em um copo de vidro comum, ele trinca, mas isso não acontece com o vidro pirex. A explicação para isso é que:

- o calor específico do pirex é menor que o do vidro comum;
- o calor específico do pirex é maior que o do vidro comum;
- para aquecimentos iguais, o vidro comum sofre maior variação de temperatura;
- o coeficiente de dilatação do vidro comum é menor que o do vidro pirex;
- o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior que o do vidro pirex.

### Resolução:

O que provoca o trincamento do copo é o fato de que a parede interna (que entra em contato com a água quente) dilata-se mais do que a parede externa.

Como o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior do que o do vidro pirex, é mais fácil o vidro comum trincar.

**Resposta:** e

**3 E.R.** Uma barra de cobre, homogênea e uniforme, mede 20 m, a 0 °C. Calcule a variação do comprimento dessa barra, em milímetros, quando aquecida a 50 °C.

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do cobre =  $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

### Resolução:

Usando a equação da dilatação linear, temos:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

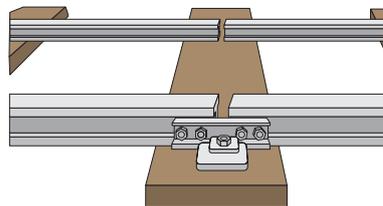
Substituindo os valores fornecidos, vem:

$$\Delta L = 20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 0)$$

$$\Delta L = 0,016 \text{ m} = 16 \text{ mm}$$

$$\Delta L = 16 \text{ mm}$$

**4** Um estudante ouviu de um antigo engenheiro de uma estrada de ferro que os trilhos de 10 m de comprimento haviam sido fixados ao chão num dia em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, em uma aula de Geografia, ele ouviu que, naquela cidade, a maior temperatura que um objeto de metal atingiu, exposto ao sol, foi 50 °C.



O espaço entre os trilhos possibilita sua dilatação.

Com essas informações, o estudante resolveu calcular a distância mínima entre dois trilhos de trem. Que valor ele encontrou?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do aço =  $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

### Resolução:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Como:

$$L_0 = 10 \text{ m} = 10000 \text{ mm}$$

vem:

$$\Delta L = 10000 \cdot 1,1 \cdot 10^{-5} \cdot (50 - 10)$$

$$\Delta L = 4,4 \text{ mm}$$

**Resposta:** 4,4 mm

**5** Uma régua de alumínio tem comprimento de 200,0 cm a 20 °C. Qual o valor, em centímetros, do seu comprimento a 60 °C?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ } \text{K}^{-1}$

### Resolução:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L = 200,0 \cdot 2,5 \cdot 10^{-5} \cdot (60 - 20) \text{ (cm)}$$

$$\Delta L = 0,2 \text{ cm}$$

Portanto:

$$L = L_0 + \Delta L$$

$$L = 200,0 + 0,2 \text{ (cm)}$$

$$L = 200,2 \text{ cm}$$

**Resposta:** 200,2 cm

**6** À temperatura de 0 °C, um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser de 100,068 m quando a temperatura atinge 40 °C. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do cobre?

### Resolução:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta \theta}$$

Assim:

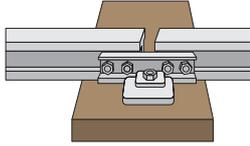
$$\alpha = \frac{100,068 - 100,00}{100,000 \cdot (40 - 0)} \text{ (} ^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$$

$$\alpha = \frac{0,068}{4000} \text{ (} ^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$$

$$\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**7** (Uepa – mod.) Os trilhos de trem, normalmente de 20 m de comprimento, são colocados de modo a manter entre duas pontas consecutivas uma pequena folga chamada junta de dilatação. Isso evita que eles se espremam, sofrendo deformações devido à ação do calor nos dias quentes.



Considere que uma variação de temperatura da noite para o (meio) dia possa chegar a (aproximadamente) 25 °C, fazendo-os dilatar cerca de 5 mm. Neste caso, qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o trilho?

**Resolução:**

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta \theta}$$

$$\alpha = \frac{5}{20000 \cdot 25} \text{ (}^\circ\text{C}^{-1}\text{)}$$

$$\alpha = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**8** (UEL-PR) Uma barra metálica, inicialmente à temperatura de 20 °C, é aquecida até 260 °C e sofre uma dilatação igual a 0,6% de seu comprimento inicial. Qual o coeficiente de dilatação linear médio do metal nesse intervalo de temperatura?

**Resolução:**

$$L_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta L \rightarrow 0,6\% \Rightarrow \Delta L = \frac{0,6 L_0}{100}$$

Como:  
 $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ ,  
 então:

$$\frac{0,6 \cdot L_0}{100} = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$6 \cdot 10^{-3} = \alpha \cdot (260 - 20)$$

$$\alpha = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**9** Um fio de cobre, com 1,000 m de comprimento a 20 °C, foi colocado em um forno, dilatando-se até atingir 1 012 mm. Qual é a temperatura do forno, suposta constante?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do cobre =  $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$1012 - 1000 = 1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5} \cdot (\theta_f - 20)$$

$$12 = 1,6 \cdot 10^{-2} (\theta_f - 20)$$

$$750 = \theta_f - 20$$

$$\theta_f = 770 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $\theta_f = 770 \text{ }^\circ\text{C}$

**10** Uma barra metálica de coeficiente de dilatação linear médio de  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  a 20 °C é colocada no interior de um forno. Após a barra ter atingido o equilíbrio térmico, verifica-se que seu comprimento é 1% maior. Qual a temperatura do forno?

**Resolução:**

$$L_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta L \rightarrow 1\% \Rightarrow \Delta L = \frac{L_0}{100}$$

Como:  
 $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ ,  
 então:

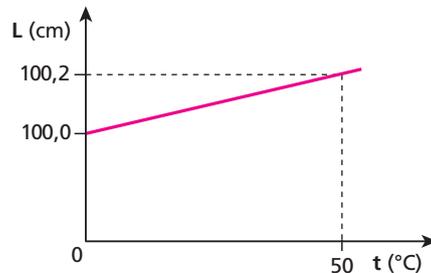
$$\frac{L_0}{100} = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\frac{1}{100} = 2 \cdot 10^{-5} (\theta - 20)$$

$$500 \theta - 20 \Rightarrow \theta_1 = 520 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $\theta_1 = 520 \text{ }^\circ\text{C}$

**11** A figura abaixo representa o comprimento de uma barra metálica em função de sua temperatura.



Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

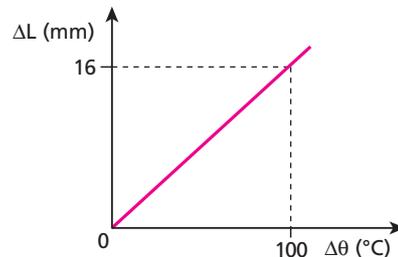
$$100,2 - 100,0 = 100,0 \cdot \alpha \cdot (50 - 0)$$

$$0,2 = 5000 \cdot \alpha$$

$$\alpha = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $4,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**12** O diagrama abaixo mostra a variação  $\Delta L$  sofrida por uma barra metálica de comprimento inicial igual a 10 m em função da variação de temperatura  $\Delta \theta$ . Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do material dessa barra?



**Resolução:**

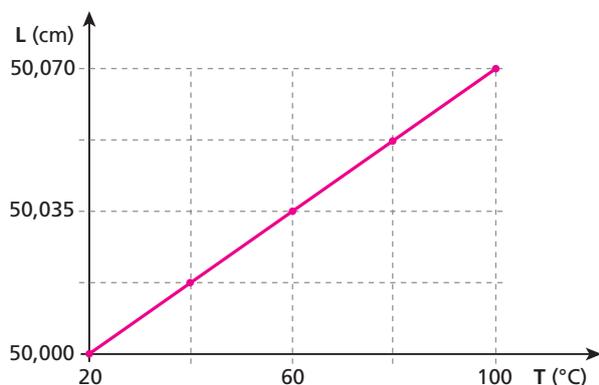
$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$16 = 10000 \cdot \alpha \cdot 100$$

$$\alpha = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**13** (Unilasalle) Em uma experiência para medir o coeficiente de dilatação linear médio de um pedaço de metal desconhecido, obteve-se o seguinte gráfico do comprimento em função da temperatura:



Abaixo segue uma tabela com os coeficientes de dilatação linear média,  $\alpha$ , para alguns metais:

Metal	$\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Aço	$11 \cdot 10^{-6}$
Ouro	$14,3 \cdot 10^{-6}$
Cobre	$17,0 \cdot 10^{-6}$
Alumínio	$23,0 \cdot 10^{-6}$
Chumbo	$29,0 \cdot 10^{-6}$

Calculando-se o coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  a partir dos dados experimentais (gráfico), inferimos que o metal em questão se trata provavelmente do:

- a) chumbo;
- b) alumínio;
- c) cobre;
- d) ouro;
- e) aço.

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$50,070 - 50,000 = 50,000 \alpha (100 - 20) \Rightarrow 0,070 = 50,000 \alpha \cdot 80$$

$$\alpha = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1} \Rightarrow \boxed{\alpha = 17,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}}$$

O coeficiente de dilatação obtido, relativamente à tabela fornecida, é provavelmente do metal **cobre**.

**Resposta:** c

**14** (Olimpíada Paulista de Física) É muito comum acontecer, quando copos iguais são empilhados colocando-se um dentro do outro, de dois deles ficarem emperrados, tornando-se difícil separá-los. Considerando o efeito da dilatação térmica, pode-se afirmar que é possível retirar um copo de dentro do outro se:

- a) os copos emperrados forem mergulhados em água bem quente.
- b) no copo interno for despejada água quente e o copo externo for mergulhado em água bem fria.
- c) os copos emperrados forem mergulhados em água bem fria.
- d) no copo interno for despejada água fria e o copo externo for mergulhado em água bem quente.
- e) não é possível separar os dois copos emperrados considerando o efeito da dilatação térmica.

**Resolução:**

Colocando-se água fria no copo interno e mergulhando-se o copo externo em água quente, o externo dilata-se e o interno contrai-se, ocorrendo a separação entre eles.

**Resposta:** d

**15 E.R.** Uma trena de alumínio foi graduada corretamente a uma temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$ , quando seu comprimento total apresentou 50,000 m. Essa trena possui graduação até o milímetro. Qual a máxima distância que a trena é capaz de medir, em um local onde a temperatura ambiente é  $-20^{\circ}\text{C}$ ?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

Chamemos de  $u_0$  a unidade em metros na temperatura a que a trena foi graduada e de  $u$  a unidade, também em metros, a uma temperatura qualquer.

Observemos que, se elevarmos a temperatura da trena, ela se dilatará e  $u > u_0$ ; porém, se diminuirmos a temperatura, a trena se contrairá e  $u < u_0$ .

Usando a expressão da dilatação linear:

$$u = u_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

e sendo  $u_0$  a unidade correta (seu valor é 1,000 m), temos:

$$u = 1,000 \cdot [1 + 24 \cdot 10^{-6} (-50)]$$

$$u = 1,000 \cdot [1 - 0,0012]$$

$$u = 0,9988 \text{ m}$$

À temperatura de  $-20^{\circ}\text{C}$ , devido à contração do alumínio, a distância entre duas marcas, que a  $30^{\circ}\text{C}$  era 1,000 m, passa a ser 0,9988 m. Como a trena possui 50 intervalos de metro, podemos afirmar que a máxima distância possível de ser medida com essa trena, a  $-20^{\circ}\text{C}$ , é:

$$Z = 50u = 50 \cdot 0,9988$$

$$\boxed{Z = 49,94 \text{ m}}$$

**16** (Mack-SP) Num laboratório, um aluno aquece de  $50^{\circ}\text{C}$  uma barra metálica de comprimento inicial 80 cm, observando que o seu comprimento aumenta de 0,8 mm. Fazendo os cálculos, ele conclui que o coeficiente de dilatação linear do material da barra vale:

- a)  $5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .
- b)  $4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .
- c)  $3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .
- d)  $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .
- e)  $1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Como:

$$L_0 = 80 \text{ cm} = 800 \text{ mm}$$

temos:

$$0,8 = 800 \cdot \alpha \cdot 50$$

$$\boxed{\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}}$$

**Resposta:** d

**17** (Unisa-SP) Uma linha férrea tem 300 km de extensão no inverno, quando a temperatura é  $-5^\circ\text{C}$ . Porém, no verão, a temperatura chega a  $25^\circ\text{C}$ . Se os trilhos são construídos de um material de coeficiente de dilatação linear  $\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , qual é a variação de comprimento que os trilhos sofrem na sua extensão?

- a) 10 m.                      c) 90 m.                      e) 200 m.  
b) 20 m.                      d) 150 m.

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L = 300000 \cdot 10^{-5} \cdot [25 - (-5)]$$

$$\Delta L = 90 \text{ m}$$

**Resposta:** c

**18** Sabendo que o coeficiente de dilatação linear médio do concreto é  $12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , estime a variação anual da altura de um prédio de 10 andares em uma cidade do litoral de São Paulo, uma região temperada, devido à variação de temperatura entre o inverno e o verão.

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Por estimativa, temos:

$$\begin{cases} L_0 \approx 10 \cdot 3 \text{ m} \approx 30 \text{ m} \\ \Delta \theta \approx 20^\circ\text{C} \end{cases}$$

Portanto:

$$\Delta L \approx 30 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ (m)}$$

$$\Delta L \approx 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \Delta L \approx 7,2 \text{ mm}$$

**Resposta:** 7,2 mm

**19** Kevin, um engenheiro americano, foi convidado para projetar sobre um rio uma ponte metálica com 2,0 km de comprimento. Nessa região, a amplitude anual de temperaturas vai de aproximadamente  $-40^\circ\text{F}$  até  $110^\circ\text{F}$ . O coeficiente de dilatação linear do material da ponte é  $12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Considerando os efeitos de contração e expansão térmica do metal da ponte, qual a máxima variação esperada em sua extensão?

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Sendo:

$$L_0 = 2,0 \text{ km} = 2000 \text{ m}$$

$$\Delta \theta = [110 - (-40)]^\circ\text{F} = 150^\circ\text{F}$$

Como:

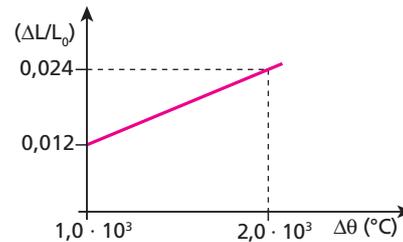
$$\frac{\Delta \theta_c}{100} = \frac{\Delta \theta_f}{180} \Rightarrow \frac{\Delta \theta_c}{100} = \frac{150}{180} \Rightarrow \Delta \theta_c = \frac{250}{3} \text{ }^\circ\text{C},$$

então:

$$\Delta L = 2000 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{250}{3} \text{ (m)} \Rightarrow \Delta L = 2,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 2,0 m

**20** (UFBA) Uma barra tem 100,0 cm de comprimento, a  $0^\circ\text{C}$ ; quando aquecida, a razão entre o acréscimo de seu comprimento e o comprimento inicial varia com a temperatura de acordo com o gráfico a seguir. Quando a temperatura atingir  $1500^\circ\text{C}$ , qual será o comprimento da barra?



**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta \theta$$

$$0,024 = \alpha \cdot 2,0 \cdot 10^3$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Portanto:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L = 100,0 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 1500 \text{ (cm)}$$

$$\Delta L = 1,8 \text{ cm}$$

$$\text{Como: } L = L_0 + \Delta L,$$

$$\text{então: } L = 100,0 + 1,8$$

$$L = 101,8 \text{ cm}$$

**Resposta:** 101,8 cm

**21** (UFPI) A diferença entre os comprimentos de duas barras metálicas se mantém constante, em 80,0 cm, num intervalo de temperatura em que vale a aproximação linear para a dilatação. Os coeficientes de dilatação linear associados às barras são  $3,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Assim, podemos dizer que, à temperatura inicial, as barras mediam:

- a) 2,4 m e 1,6 m.                      d) 4,0 m e 3,2 m.  
b) 2,5 m e 1,7 m.                      e) 4,4 m e 3,6 m.  
c) 3,2 m e 2,4 m.

**Resolução:**

Condição:

$$\Delta L_1 = \Delta L_2$$

$$L_{01} \alpha_1 \Delta \theta = L_{02} \alpha_2 \Delta \theta$$

$$L_{01} \cdot 3,0 \cdot 10^{-5} = (L_{01} + 0,80) \cdot 2,0 \cdot 10^{-5}$$

$$3,0L_{01} = 2,0L_{01} + 1,6$$

$$L_{01} = 1,6 \text{ m}$$

$$L_{02} = L_{01} + 0,80$$

$$L_{02} = 1,6 + 0,80$$

$$L_{02} = 2,4 \text{ m}$$

**Resposta:** a

**22** (Mack-SP) Duas barras **A** e **B** de mesmo material têm a  $0^\circ\text{C}$  comprimentos tais que  $\ell_{0A} / \ell_{0B} = 0,75$ . Essas barras foram colocadas em um forno e, após entrarem em equilíbrio térmico com ele, verificou-se que a barra **A** aumentou seu comprimento em 0,3 cm. O aumento do comprimento da barra **B** foi de:

- a) 0,40 cm.                      c) 0,30 cm.                      e) 0,20 cm.  
b) 0,35 cm.                      d) 0,25 cm.

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Como as barras são de mesmo material ( $\alpha_A = \alpha_B = \alpha$ ) e sofreram o mesmo aquecimento ( $\Delta \theta_A = \Delta \theta_B = \Delta \theta$ ), temos:

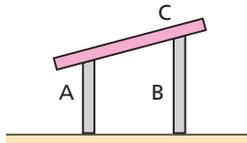
$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta \theta;$$

$$\text{então: } \frac{\Delta L_A}{\Delta L_{0A}} = \frac{\Delta L_B}{\Delta L_{0B}} \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{L_{0A}}{L_{0B}}$$

$$\frac{0,3}{\Delta L_B} = 0,75 \Rightarrow \Delta L_B = 0,40 \text{ cm}$$

**Resposta: a**

**23 E.R.** (FEI-SP – mod.) As barras **A** e **B** da figura têm, respectivamente, 1000 mm e 1001 mm de comprimento a 20 °C. Seus coeficientes de dilatação linear são:  $\alpha_A = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e  $\alpha_B = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .



Qual é a temperatura em que a barra **C** ficará na posição horizontal?

**Resolução:**

Quando a barra **C** estiver na horizontal, os comprimentos das barras **A** e **B** serão iguais:

$$L_A = L_B$$

$$\text{Como: } L = L_0 (1 + \alpha \Delta \theta),$$

$$\text{temos: } L_{0A} (1 + \alpha_A \Delta \theta) = L_{0B} (1 + \alpha_B \Delta \theta)$$

$$1000 \cdot (1 + 3,0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta) = 1001 \cdot (1 + 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta)$$

$$1000 + 3000 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta = 1001 + 1001 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta$$

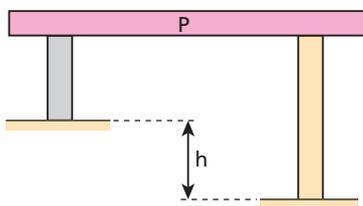
$$1999 \cdot 10^{-5} \Delta \theta = 1$$

$$\Delta \theta \approx 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\theta - 20 \approx 50$$

$$\theta \approx 70 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**24** Uma plataforma **P** foi apoiada em duas colunas, conforme a figura a seguir:



Devido a um desnível do terreno, para manter a plataforma sempre na horizontal a qualquer temperatura, foi preciso fazer uma das colunas de concreto e a outra de ferro. Qual o valor do desnível **h**, sabendo-se que a maior coluna é de concreto e mede 7,8 m a 0 °C?

$$\text{Dados: } \alpha_{\text{concreto}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1};$$

$$\alpha_{\text{ferro}} = 13 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}.$$

**Resolução:**

Condição:

$$\Delta L_{\text{ferro}} = \Delta L_{\text{concreto}}$$

então:

$$L_{0_{\text{Fe}}} \alpha_{\text{Fe}} \Delta \theta = L_{0_{\text{conc}}} \alpha_{\text{conc}} \Delta \theta$$

$$(7,8 - h) 13 \cdot 10^{-6} = 7,8 \cdot 12 \cdot 10^{-6}$$

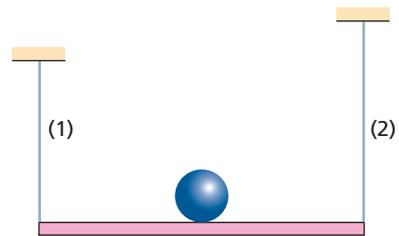
$$13(7,8 - h) = 7,8 \cdot 12$$

$$13 \cdot 7,8 - 13 h = 12 \cdot 7,8$$

$$7,8 = 13 h \Rightarrow h = 0,60 \text{ m}$$

**Resposta: 0,60 m**

**25** A figura mostra uma pequena esfera em repouso sobre a barra horizontal, sustentada por dois fios metálicos de materiais diferentes 1 e 2, de comprimentos desiguais  $L_1$  e  $L_2$ , a 0 °C.



Sendo  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  os respectivos coeficientes de dilatação lineares dos fios (1) e (2), qual das relações a seguir representa a condição para que a bola continue equilibrada sobre a barra, ao variar a temperatura?

- a)  $\alpha_1 = \alpha_2$
- b)  $\alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$
- c)  $\alpha_1 L_2 = \alpha_2 L_1$
- d)  $L_1 L_2 = \alpha_1 \alpha_2$
- e)  $L_2 = L_1 \alpha_1 \alpha_2$

**Resolução:**

Condição:

$$\Delta L_1 = L_2$$

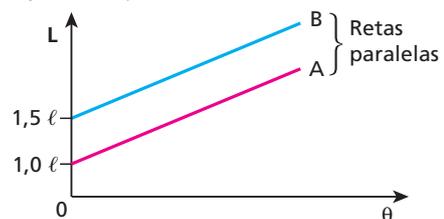
então:

$$L_1 \alpha_1 \Delta \theta = L_2 \alpha_2 \Delta \theta$$

$$\alpha_1 L_1 = \alpha_2 L_2$$

**Resposta: b**

**26** Estão representados, a seguir, os comprimentos de duas barras **A** e **B** em função da temperatura:



Determine a razão entre os coeficientes de dilatação linear dessas barras.

**Resolução:**

$$\text{tg } a = \frac{\Delta L}{\Delta \theta} = L_0 \alpha$$

então:

$$\text{tg } a = L_0 \alpha$$

Como as retas são paralelas:

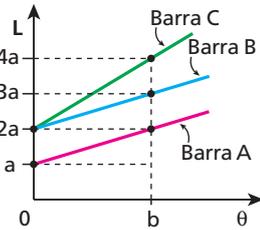
$$\text{tg } a_A = \text{tg } a_B$$

$$L_{0A} \alpha_A = L_{0B} \alpha_B$$

$$\ell \alpha_A = 1,5 \ell \alpha_B \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 1,5$$

**Resposta: 1,5**

**27** Considere três barras metálicas homogêneas **A**, **B** e **C**. O gráfico a seguir representa o comprimento das barras em função da temperatura.



Os coeficientes de dilatação linear das barras **A**, **B** e **C** valem, respectivamente,  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$  e  $\alpha_C$ .

A relação entre  $\alpha_A$ ,  $\alpha_B$  e  $\alpha_C$  é:

- a)  $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$ .
- b)  $\alpha_A = \alpha_B = \frac{\alpha_C}{2}$ .
- c)  $\alpha_A = \alpha_B = 2\alpha_C$ .
- d)  $\alpha_A = \alpha_C = 2\alpha_B$ .
- e)  $\alpha_A = \alpha_C = \frac{\alpha_B}{2}$ .

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

Para a barra **A**:  $(2a - a) = a \alpha_A (b - 0)$

$$a = a \alpha_A b \Rightarrow \alpha_A = \frac{1}{b}$$

Para a barra **B**:  $(3a - 2a) = 2a \alpha_B (b - 0)$

$$a = 2a \alpha_B b \Rightarrow 2 \alpha_B = \frac{1}{b}$$

Então:  $\alpha_A = 2\alpha_B$

Para a barra **C**:  $(4a - 2a) = 2a \alpha_C (b - 0)$

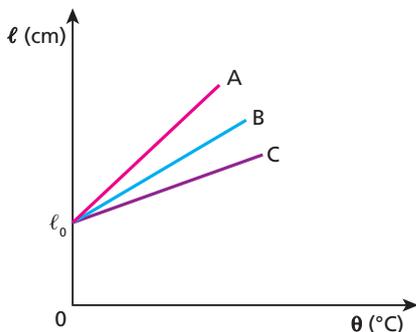
$$2a = 2a \alpha_C b \Rightarrow \alpha_C = \frac{1}{b}$$

Portanto:

$$\alpha_A = \alpha_C = 2\alpha_B$$

**Resposta: d**

**28** O gráfico da figura a seguir mostra a dilatação térmica de três barras metálicas, feitas de alumínio (Al), ferro (Fe) e chumbo (Pb). O aquecimento é feito a partir de 0 °C, e elas possuem o mesmo comprimento inicial. A tabela mostra também alguns dados numéricos referentes ao processo.



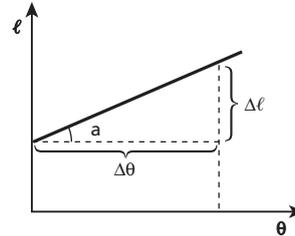
	$\Delta l$ (cm)	$\Delta \theta$ (°C)
Fe	0,60	500
Al	0,46	200
Pb	0,27	100

As letras **A**, **B** e **C** representam, respectivamente, as substâncias:

- a) Pb, Al, Fe;
- b) Al, Pb, Fe;
- c) Fe, Pb, Al;
- d) Al, Fe, Pb;
- e) Fe, Al, Pb.

**Resolução:**

No diagrama, temos:



$$\text{tg } a = \frac{\Delta l}{\Delta \theta}$$

Assim, da tabela, vem:

$$\text{tg } a_{\text{Fe}} = \left( \frac{\Delta l}{\Delta \theta} \right)_{\text{Fe}} = \frac{0,60 \text{ cm}}{500 \text{ }^\circ\text{C}} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}/^\circ\text{C}$$

$$\text{tg } a_{\text{Al}} = \left( \frac{\Delta l}{\Delta \theta} \right)_{\text{Al}} = \frac{0,46 \text{ cm}}{200 \text{ }^\circ\text{C}} = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ cm}/^\circ\text{C}$$

$$\text{tg } a_{\text{Pb}} = \left( \frac{\Delta l}{\Delta \theta} \right)_{\text{Pb}} = \frac{0,27 \text{ cm}}{100 \text{ }^\circ\text{C}} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ cm}/^\circ\text{C}$$

Como:  $\text{tg } a_{\text{Pb}} > \text{tg } a_{\text{Al}} > \text{tg } a_{\text{Fe}}$

então:  $a_{\text{Pb}} > a_{\text{Al}} > a_{\text{Fe}}$

Portanto, a correlação entre as retas e os materiais é:

A → Chumbo (Pb)

B → Alumínio (Al)

C → Ferro (Fe)

**Resposta: a**

**29 E.R.** Duas barras **A** e **B**, de coeficientes de dilatação linear  $\alpha_A$  e  $\alpha_B$  e comprimentos  $L_A$  e  $L_B$ , são emendadas de modo que constitua uma única barra de comprimento  $(L_A + L_B)$ . Qual é o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra?

**Resolução:**

O coeficiente de dilatação linear de uma barra é dado pela expressão:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta \theta}$$

Em um aquecimento  $\Delta \theta$  qualquer, temos:

$$\Delta L_A = L_A \alpha_A \Delta \theta$$

$$\Delta L_B = L_B \alpha_B \Delta \theta$$

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

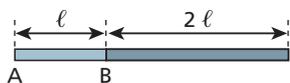
Portanto:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta \theta} = \frac{\Delta L_A + \Delta L_B}{(L_A + L_B) \Delta \theta} = \frac{L_A \alpha_A \Delta \theta + L_B \alpha_B \Delta \theta}{(L_A + L_B) \Delta \theta}$$

$$\alpha = \frac{L_A \alpha_A + L_B \alpha_B}{L_A + L_B}$$

Observemos que o coeficiente de dilatação linear dessa nova barra é a média ponderada dos coeficientes de dilatação linear das barras **A** e **B**, sendo os “pesos” os respectivos comprimentos iniciais.

**30** (UEL-PR) A barra da figura é composta de dois segmentos: um de comprimento  $\ell$  e coeficiente de dilatação linear  $\alpha_A$  e outro de comprimento  $2\ell$  e coeficiente de dilatação linear  $\alpha_B$ . Pode-se afirmar que o coeficiente de dilatação linear dessa barra,  $\alpha$ , é igual a:



- a)  $\frac{\alpha_A + \alpha_B}{2}$
- b)  $\frac{2\alpha_A + \alpha_B}{3}$
- c)  $\frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{3}$
- d)  $\alpha_A + 2\alpha_B$
- e)  $3(\alpha_A + \alpha_B)$

**Resolução:**

$$\Delta L_{\text{barra}} = \Delta L_A + \Delta L_B$$

$$L_{\text{barra}} \alpha_{\text{barra}} \cdot \Delta \theta = L_{0A} \alpha_A \Delta \theta + L_{0B} \alpha_B \Delta \theta$$

$$(L_{0A} + L_{0B}) \alpha_{\text{barra}} = L_{0A} \alpha_A + L_{0B} \alpha_B$$

$$(\ell + 2\ell) \alpha_{\text{barra}} = \ell \alpha_A + 2\ell \alpha_B$$

$$3\ell \alpha_{\text{barra}} = \ell (\alpha_A + 2\alpha_B)$$

$$\alpha_{\text{barra}} = \frac{\alpha_A + 2\alpha_B}{3}$$

**Resposta:** c

**31** Três bastões de mesmo comprimento  $\ell$ , um de alumínio ( $\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), outro de latão ( $\alpha_{latão} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) e o terceiro de cobre ( $\alpha_{Cu} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ), são emendados de modo que constituam um único bastão de comprimento  $3\ell$ . Determine o coeficiente de dilatação linear do bastão resultante.

**Resolução:**

$$\Delta L_{\text{bastão}} = \Delta L_{Al} + \Delta L_{\text{latão}} + \Delta L_{Cu}$$

$$3L \alpha_{\text{bastão}} \Delta \theta = L \alpha_{Al} \Delta \theta + L \alpha_{\text{latão}} \Delta \theta + L \alpha_{Cu} \Delta \theta$$

$$\alpha_{\text{bastão}} = \frac{\alpha_{Al} + \alpha_{\text{latão}} + \alpha_{Cu}}{3}$$

$$\alpha_{\text{bastão}} = \frac{24 \cdot 10^{-6} + 20 \cdot 10^{-6} + 16 \cdot 10^{-6}}{3} = \frac{60 \cdot 10^{-6}}{3}$$

$$\alpha_{\text{bastão}} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**32** Duas lâminas, feitas de materiais diferentes e soldadas longitudinalmente entre si, irão se curvar quando aquecidas, porque possuem diferentes:

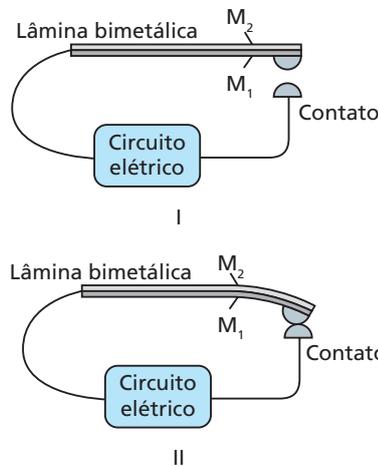
- a) coeficientes de dilatação térmica;
- b) densidades;
- c) pontos de fusão;
- d) capacidades térmicas;
- e) massas.

**Resolução:**

As lâminas se curvam porque uma delas dilata mais que a outra. Se elas possuem mesmo comprimento inicial, terão coeficientes de dilatação diferentes.

**Resposta:** a

**33** (UFMG) Uma lâmina bimetalica é constituída de duas placas de materiais diferentes,  $M_1$  e  $M_2$ , presas uma à outra. Essa lâmina pode ser utilizada como interruptor térmico para ligar ou desligar um circuito elétrico, como representado, esquematicamente, na figura I:



Quando a temperatura das placas aumenta, elas dilatam-se e a lâmina curva-se, fechando o circuito elétrico, como mostrado na figura II. Esta tabela mostra o coeficiente de dilatação linear  $\alpha$  de diferentes materiais:

Material	$\alpha (10^{-6} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1})$
Aço	11
Alumínio	24
Bronze	19
Cobre	17
Níquel	13

Considere que o material  $M_1$  é cobre e o outro,  $M_2$ , deve ser escolhido entre os listados nessa tabela.

Para que o circuito seja ligado com o menor aumento de temperatura, o material da lâmina  $M_2$  deve ser o:

- a) aço.
- b) alumínio.
- c) bronze.
- d) níquel.

**Resolução:**

Para que a lâmina se curve com o menor aumento de temperatura, a lâmina  $M_2$  deverá ter o maior coeficiente de dilatação (o alumínio).

**Resposta:** b

**34** (Ufac) A uma dada temperatura, um pino ajusta-se exatamente em um orifício de uma chapa metálica. Se somente a chapa for aquecida, verifica-se que:

- a) o pino não mais passará pelo orifício.
- b) o pino passará facilmente pelo orifício.
- c) o pino passará sem folga pelo orifício.
- d) tanto a como c poderão ocorrer.
- e) nada do que foi dito ocorrer.

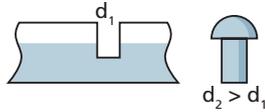
**Resolução:**

Se somente a chapa for aquecida, somente o orifício aumentará e o pino passará facilmente por ele.

**Resposta:** b

**35** (Olimpíada Brasileira de Física) A figura ilustra uma peça de metal com um orifício de diâmetro  $d_1$  e um pino de diâmetro  $d_2$  ligeiramente maior que o orifício  $d_1$ , quando à mesma temperatura. Para introduzir o pino no orifício, pode-se:

- aquecer ambos: o orifício e o pino.
- resfriar o pino.
- aquecer o pino e resfriar o orifício.
- resfriar o orifício.
- resfriar ambos: o orifício e o pino.

**Resolução:**

Para que o pino possa ser introduzido no orifício, podemos aquecer o orifício e/ou resfriar o pino.

**Resposta:** b

**36** Os materiais usados para a obturação de dentes e os dentes possuem coeficientes de dilatação térmica diferentes. Assim, do ponto de vista físico, por que pode ser prejudicial aos dentes ingerirmos bebidas muito quentes ou muito geladas?

**Resposta:** Se a obturação dilatar mais, o dente pode quebrar. Se dilatar menos, podem ocorrer infiltrações.

**37** Uma substância tem coeficiente de dilatação superficial **A** e coeficiente de dilatação volumétrica **B**. Assim, o coeficiente de dilatação linear é igual a:

- $2A$ .
- $\frac{B}{2}$ .
- $\frac{A}{3}$ .
- $\frac{AB}{6}$ .
- $\frac{3AA}{4B}$ .

**Resolução:**

Temos:

$$\beta = A$$

$$\gamma = B$$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

$$A = 2\alpha$$

$$B = 3\alpha$$

Assim, verificando as respostas, temos:

$$\frac{3AA}{4B} = \frac{3(2\alpha)(2\alpha)}{4(3\alpha)} = \alpha$$

**Resposta:** e

**38** **E.R.** Uma moeda, fabricada com níquel puro, está à temperatura ambiente de  $20^\circ\text{C}$ . Ao ser levada a um forno, ela sofre um acréscimo de 1% na área de sua superfície. Qual a temperatura do forno?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do níquel =  $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

A expressão simplificada da dilatação superficial é:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta \theta$$

Sendo:

$$\Delta A = 0,01A_0$$

$$\beta = 2\alpha = 25 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\Delta \theta = \theta - 20$$

temos:

$$0,01A_0 = A_0 25 \cdot 10^{-6} (\theta - 20)$$

$$400 = \theta - 20 \Rightarrow \theta = 420^\circ\text{C}$$

**39** À temperatura de  $15^\circ\text{C}$ , encontramos uma chapa de cobre com superfície de área  $100,0 \text{ cm}^2$ . Que área terá essa superfície se a chapa for aquecida até  $515^\circ\text{C}$ ?

**Dado:** coeficiente de dilatação superficial do cobre =  $3,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta \theta$$

$$\Delta A = 100,0 \cdot 3,2 \cdot 10^{-5} \cdot (515 - 15)$$

$$\Delta A = 1,6 \text{ cm}^2$$

Portanto:

$$A = A_0 + \Delta A$$

$$A = 100,0 + 1,6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$A = 101,6 \text{ cm}^2$$

**Resposta:**  $101,6 \text{ cm}^2$ 

**40** Em uma placa de ouro, há um pequeno orifício, que a  $30^\circ\text{C}$  tem superfície de área  $5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2$ . A que temperatura devemos levar essa placa para que a área do orifício aumente o correspondente a  $6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$ ?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do ouro =  $15 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta \theta$$

$$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta \theta$$

$$6 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 15 \cdot 10^{-6} \cdot (\theta_f - 30)$$

$$400 = \theta_f - 30$$

$$\theta_f = 430^\circ\text{C}$$

**Resposta:**  $430^\circ\text{C}$ 

**41** **E.R.** Em uma chapa de latão, a  $0^\circ\text{C}$ , fez-se um orifício circular de  $20,0 \text{ cm}$  de diâmetro. Determine o acréscimo de área que o orifício sofre quando a temperatura da chapa é elevada a  $250^\circ\text{C}$ .

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do latão =  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

Como o orifício é de forma circular, a  $0^\circ\text{C}$  sua área é calculada por:

$$A_0 = \pi R_0^2 \Rightarrow A_0 = 3,14 \cdot 10,0^2$$

$$A_0 = 314 \text{ cm}^2$$

Usando a expressão simplificada da dilatação superficial:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta \theta$$

e sendo:

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \beta = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

temos:

$$\Delta A = 314 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 250$$

$$\Delta A = 3,14 \text{ cm}^2$$

**42** (UFU-MG – mod.) Um orifício numa panela de ferro, a 20 °C, tem 10 cm<sup>2</sup> de área. Se o coeficiente de dilatação linear do ferro é de  $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , qual será a área desse orifício a 270 °C?

**Resolução:**

$$A = A_0 (1 + \beta \Delta\theta)$$

$$A = A_0 (1 + 2\alpha \Delta\theta)$$

$$A = 10 [1 + 2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (270 - 20)]$$

$$A = 10,06 \text{ cm}^2$$

**Resposta:** 10,06 cm<sup>2</sup>

**43** Uma estatueta de ouro foi aquecida de 25 °C a 75 °C, observando-se um aumento de 2,1 cm<sup>3</sup> em seu volume. Sendo  $14 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  o coeficiente de dilatação linear do ouro, qual era o volume inicial dessa estatueta?

**Resolução:**

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta\theta$$

$$2,1 = V_0 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 10^{-6} \cdot (75 - 25)$$

$$V_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

**Resposta:**  $1,0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$

**44** Uma panela de alumínio possui, a 0 °C, uma capacidade de 1 000 cm<sup>3</sup> (1 L). Se levarmos a panela com água ao fogo, até que ocorra ebulição da água, sob pressão normal, qual será a nova capacidade da panela?

**Dados:** coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  
coeficiente de dilatação cúbica da água =  $1,3 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

Para a panela:

$$V = V_0 (1 + 3\alpha \Delta\theta)$$

$$V = 1000 \cdot [1 + 3 \cdot 24 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 0)] \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V = 1000 + 7,2 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V = 1007,2 \text{ (cm}^3\text{)}$$

**Resposta:** 1007,2 (cm<sup>3</sup>)

**45** O coeficiente de dilatação linear do alumínio é  $2,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Um cubo de alumínio com volume de 5 L é aquecido de 40 °F até 76 °F. Qual é a variação aproximada do volume do cubo?

**Resolução:**

$$\Delta\theta_c = (76 - 40) \text{ } ^\circ\text{F} = 36 \text{ } ^\circ\text{F}$$

Como:

$$\frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{\Delta\theta_f}{180} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_c}{100} = \frac{36}{180}$$

$$\Delta\theta_f = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Então, usando a expressão da dilatação cúbica, temos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta\theta$$

$$\Delta V = 5 \cdot 3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 20 \text{ (}\ell\text{)}$$

$$\Delta V = 6,6 \cdot 10^{-3} \ell$$

**Resposta:**  $6,6 \cdot 10^{-3} \ell$

**46** (FGV-SP) Suponha que você encontrasse nesta prova o seguinte teste:

Com relação ao fenômeno da dilatação térmica nos sólidos, é correto afirmar que:

- toda dilatação, em verdade, ocorre nas três dimensões: largura, comprimento e altura.
  - quando um corpo que contém um orifício dilata, as dimensões do orifício dilatam também.
  - os coeficientes de dilatação linear, superficial e volumétrica, em corpos homogêneos e isotrópicos, guardam, nesta ordem, a proporção de 1 para 2 para 3.
  - a variação das dimensões de um corpo depende de suas dimensões iniciais, do coeficiente de dilatação e da variação de temperatura sofrida.
  - coeficientes de dilatação são grandezas adimensionais e dependem do tipo de material que constitui o corpo.
- Naturalmente, a questão deveria ser anulada, por apresentar, ao todo,
- nenhuma alternativa correta.
  - duas alternativas corretas.
  - três alternativas corretas.
  - quatro alternativas corretas.
  - todas as alternativas corretas.

**Resolução:**

a) **Correta.**

A dilatação térmica de um sólido ocorre nas três dimensões: comprimento, largura e altura.

b) **Correta.**

A dilatação de um sólido ocorre sempre “para fora”. Havendo um orifício nesse sólido, o orifício terá suas dimensões aumentadas.

c) **Correta.**

Em sólidos homogêneos e isotrópicos, os coeficientes de dilatação linear ( $\alpha$ ), superficial ( $\beta$ ) e volumétrica ( $\gamma$ ) guardam a proporção:

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

d) **Correta.**

A variação de cada dimensão linear sofrida por um corpo sólido, quando aquecido, pode ser expressa por:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

em que  $\Delta L$  é a variação de dimensão linear,  $L_0$ , a dimensão linear inicial,  $\alpha$ , o coeficiente de dilatação linear (que é uma característica do material e da temperatura) e  $\Delta\theta$ , a variação da temperatura.

e) **Incorreta.**

$$\alpha = \frac{L}{L_0 \Delta\theta}$$

Como  $\Delta L$  e  $L_0$  são medidos na mesma unidade, notamos que a dimensão de  $\alpha$  resume-se ao inverso da unidade da temperatura:

$$[\alpha] \Rightarrow \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ ou } ^\circ\text{F}^{-1} \text{ ou } \text{K}^{-1}$$

**Resposta:** d

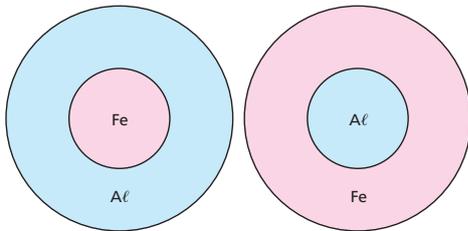
- 47** Uma chapa de alumínio possui um furo em sua parte central. Sendo aquecida, observamos que:
- tanto a chapa como o furo tendem a diminuir suas dimensões;
  - o furo permanece com suas dimensões originais e a chapa aumenta;
  - a chapa e o furo permanecem com suas dimensões originais;
  - a chapa aumenta e o furo diminui;
  - tanto a chapa como o furo tendem a aumentar suas dimensões.

**Resolução:**

No aquecimento, tanto a chapa como o orifício tendem a aumentar suas dimensões. O furo comporta-se como se estivesse preenchido com o material da chapa.

**Resposta:** e

- 48** (UFMG) O coeficiente de dilatação térmica do alumínio (Al) é, aproximadamente, duas vezes o coeficiente de dilatação térmica do ferro (Fe). A figura mostra duas peças em que um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro. À temperatura ambiente, os discos estão presos aos anéis.



Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar que:

- apenas o disco de Al se soltará do anel de Fe.
- apenas o disco de Fe se soltará do anel de Al.
- os dois discos se soltarão dos respectivos anéis.
- os discos não se soltarão dos anéis.

**Resolução:**

Sendo  $\alpha_{Al} > \alpha_{Fe}$ , o alumínio dilatará mais que o ferro. Assim, apenas o anel de alumínio se soltará da placa de ferro.

**Resposta:** b

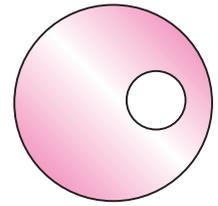
- 49** (PUC-SP) Um mecânico de automóveis precisa soltar um anel que está fortemente preso a um eixo. Sabe-se que o anel é feito de aço, de coeficiente de dilatação linear  $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . O eixo, de alumínio, tem coeficiente  $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Lembrando que tanto o aço quanto o alumínio são bons condutores térmicos e sabendo que o anel não pode ser danificado e que não está soldado ao eixo, o mecânico deve:
- aquecer somente o eixo.
  - aquecer o conjunto (anel + eixo).
  - resfriar o conjunto (anel + eixo).
  - resfriar somente o anel.
  - aquecer o eixo e, logo após, resfriar o anel.

**Resolução:**

Como  $\alpha_{Al} > \alpha_{aço}$ , ao resfriarmos o conjunto, o eixo de alumínio irá se contrair mais que o anel de aço, ocorrendo a separação.

**Resposta:** c

- 50** Um disco de latão de  $50,0 \text{ cm}^2$  de área é perfurado, ficando com um furo circular de  $10,0 \text{ cm}^2$  na posição indicada na figura. O coeficiente de dilatação linear do latão é de  $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e essas áreas se referem à temperatura ambiente. Se o disco for colocado em um forno e a temperatura elevada de  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , a área do furo:
- diminuirá de  $0,12 \text{ cm}^2$ ;
  - aumentará de  $0,02 \text{ cm}^2$ ;
  - diminuirá de  $0,16 \text{ cm}^2$ ;
  - aumentará de  $0,04 \text{ cm}^2$ ;
  - não sofrerá alteração.



**Resolução:**

O furo comporta-se como se estivesse preenchido com o material da placa.

$$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta\theta$$

$$\Delta A = 10,0 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 100 \text{ (cm}^2\text{)} \Rightarrow \Delta A = 0,04 \text{ cm}^2$$

**Resposta:** d

- 51** Uma placa metálica de dimensões  $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 0,5 \text{ cm}$  tem em seu centro um furo cujo diâmetro é igual a  $1,00 \text{ cm}$  quando a placa está à temperatura de  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ . O coeficiente de dilatação linear da placa é  $20 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Quando a temperatura é de  $520 \text{ } ^\circ\text{C}$ , a área do furo:
- aumenta 1%;
  - diminui 1%;
  - aumenta 2%;
  - diminui 2%;
  - não se altera.

**Resolução:**

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

$$\Delta A = \pi R^2 2\alpha \Delta\theta$$

Portanto:

$$A_0 = \pi R^2 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta A = \pi R^2 2\alpha \Delta\theta \rightarrow x\%$$

$$x = \frac{\pi R^2 2\alpha \Delta\theta \cdot 100}{\pi R^2} = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-6} (520 - 20) 100$$

$$x = 2\%$$

**Resposta:** c

- 52 E.R.** Ao aquecermos um sólido de  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$  a  $80 \text{ } ^\circ\text{C}$ , observamos que seu volume experimenta um aumento correspondente a  $0,09\%$  em relação ao volume inicial. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material de que é feito o sólido?

**Resolução:**

O volume inicial  $V_0$  corresponde a  $100\%$  e a variação de volume  $\Delta V$ , a  $0,09\%$ . Assim, podemos escrever a relação:

$$\Delta V = \frac{0,09V_0}{100}$$

Como:  $\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$ ,

então:  $\frac{0,09V_0}{100} = V_0 \gamma \Delta\theta$

Mas  $\gamma = 3\alpha$

Portanto:  $\frac{0,09}{100} = 3\alpha(80 - 20)$

$$\alpha = 5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**53** Uma barra de estanho tem a forma de um prisma reto de  $4,0 \text{ cm}^2$  de área da base e  $1,0 \text{ m}$  de comprimento, quando na temperatura inicial de  $68 \text{ }^\circ\text{F}$ . Sabendo que o coeficiente de dilatação linear do estanho é igual a  $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , determine o comprimento e o volume dessa barra quando ela atinge a temperatura de  $518 \text{ }^\circ\text{F}$ .

**Resolução:**

$$\Delta\theta_F = (518 - 68) \text{ }^\circ\text{F} = 450 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$\frac{\Delta\theta_C}{100} = \frac{\Delta\theta_F}{180} \Rightarrow \frac{\theta_C}{100} = \frac{450}{180} \Rightarrow \Delta\theta_C = 250 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Dilatação linear:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta L = 1,0 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot 250$$

Portanto:

$$\Delta L = 0,005 \text{ m}$$

$$L = L_0 + \Delta L = 1,0 + 0,005$$

$$L = 1,005 \text{ m}$$

**Dilatação volumétrica:**

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = AL \cdot 3 \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta V = 4,0 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5} \cdot 250$$

$$\Delta V = 6 \text{ cm}^3$$

Portanto:

$$V = V_0 + \Delta V = 4,0 \cdot 100 + 6 \Rightarrow V = 406 \text{ cm}^3$$

**Respostas:** 1,005 m; 406 cm<sup>3</sup>

**54** Um cubo é aquecido e constata-se um aumento de 0,6% no seu volume. Qual foi a variação de temperatura sofrida pelo cubo?

**Dado:** coeficiente de dilatação volumétrica do material do cubo =  $6,0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**Resolução:**

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow 0,6\% \Rightarrow \Delta V = \frac{0,6 V_0}{100}$$

Como

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

então

$$\frac{0,6 V_0}{100} = V_0 \cdot 6,0 \cdot 10^{-6} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 1000 °C

**55** Uma esfera metálica maciça é aquecida de  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  para  $110 \text{ }^\circ\text{C}$ , e seu volume sofre um aumento correspondente a 1,2%. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear médio desse metal?

**Resolução:**

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow 1,2\% \Rightarrow \Delta V = \frac{1,2 V_0}{100}$$

Como:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

então:

$$\frac{1,2 V_0}{100} = V_0 \cdot 3\alpha(110 - 30)$$

$$\alpha = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

**56** Uma peça sólida tem uma cavidade cujo volume vale  $8 \text{ cm}^3$  a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . A temperatura da peça varia para  $520 \text{ }^\circ\text{C}$  e o coeficiente de dilatação linear do sólido ( $12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) pode ser considerado constante. Supondo que a pressão interna da cavidade seja sempre igual à externa, qual a variação percentual do volume da cavidade?

**Resolução:**

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \Delta\theta$$

$$\Delta V = 8 \cdot 3 \cdot 12 \cdot 10^{-6} (520 - 20)$$

$$\Delta V = 0,144 \text{ cm}^3$$

Portanto:

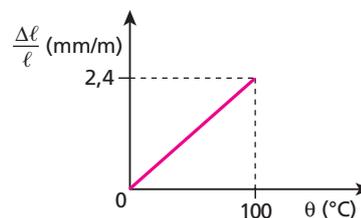
$$V_0 = 8 \text{ cm}^3 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V = 0,144 \text{ cm}^3 \rightarrow x\%$$

$$x = \frac{0,144 \cdot 100}{8} \Rightarrow x = 1,8\%$$

**Resposta:** 1,8%

**57** (UMC-SP) A figura mostra a variação relativa do comprimento de uma barra metálica em função da temperatura.



Se um cubo de aresta  $a$ , feito desse metal, for submetido à variação de temperatura de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , sua dilatação volumétrica será:

- a)  $\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-3} a^3$
- b)  $\Delta V = 6,0 \cdot 10^{-3} a^3$
- c)  $\Delta V = 5,6 \cdot 10^{-3} a^3$
- d)  $\Delta V = 4,8 \cdot 10^{-3} a^3$
- e)  $\Delta V = 3,6 \cdot 10^{-3} a^3$

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta\theta$$

Do gráfico:

$$\frac{\Delta L}{L} = 2,4 \frac{\text{mm}}{\text{m}} = 2,4 \frac{\text{mm}}{10^3 \text{ mm}} = 2,4 \cdot 10^{-3}$$

então:

$$2,4 \cdot 10^{-3} = \alpha \cdot 100$$

$$\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$e: \quad \gamma = 3\alpha = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Portanto:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = \alpha^3 7,2 \cdot 10^{-5} \cdot 100$$

$$\Delta V = 7,2 \cdot 10^{-3} a^3$$

**Resposta:** a

**58** (Mack-SP) Uma esfera de certa liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, tem seu volume aumentado de 4,5%. Uma haste dessa mesma liga metálica, ao ser aquecida de 100 °C, terá seu comprimento aumentado de:

- a) 1,0%.                      c) 2,0%.                      e) 4,5%.  
b) 1,5%.                      d) 3,0%.

**Resolução:**

Na dilatação volumétrica:

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow 4,5\%$$

$$\Delta V = \frac{V_0 \cdot 4,5}{100}$$

Como:

$$\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta\theta$$

então:

$$\frac{V_0 \cdot 4,5}{100} = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta\theta$$

$$\alpha \cdot \Delta\theta = 0,015$$

Na dilatação linear:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \cdot \Delta\theta$$

e:

$$L_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta L \rightarrow x\%$$

$$x = \frac{\Delta L \cdot 100}{L_0}$$

Assim:

$$x = \alpha \cdot \Delta\theta \cdot 100 \Rightarrow x = 0,015 \cdot 100 \Rightarrow x = 1,5\%$$

**Resposta: b**

**59** Ao abastecer o carro em um posto de gasolina, você compra o combustível por volume e não por massa, isto é, você compra “tantos litros” e não “tantos quilogramas” de combustível. Assim, qual o melhor horário do dia para abastecer o carro se você quer fazer economia?

**Resolução:**

No período da manhã.

A gasolina passou a noite esfriando, de manhã começará a ser aquecida.

**Resposta: No período da manhã.**

**60** Um posto recebeu 5 000 L de gasolina em um dia muito frio, em que a temperatura era de 10 °C. No dia seguinte, a temperatura aumentou para 30 °C, situação que durou alguns dias, o suficiente para que a gasolina fosse totalmente vendida. Se o coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a  $11 \cdot 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$ , determine o lucro do proprietário do posto, em litros.

**Resolução:**

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

$$\Delta V = 5\,000 \cdot 11 \cdot 10^{-4} \cdot (30 - 10) (\ell)$$

$$\Delta V = 110 \ell$$

**Resposta: 110 ℓ**

**61** O dono de um posto de gasolina consulta uma tabela de coeficientes de dilatação volumétrica, obtendo para o álcool o valor  $1 \cdot 10^{-3} \text{ °C}^{-1}$ . Assim, ele verifica que se comprar 20 000 L de álcool em um dia em que a temperatura é de 27 °C e vendê-los em um dia frio a 15 °C, estará tendo um prejuízo de **n** litros. Qual o valor de **n**?

**Resolução:**

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

$$n = 20\,000 \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot (15 - 27) (\ell)$$

$$n = -240 \ell$$

O sinal negativo indica que houve uma diminuição no volume do álcool.

Assim:

$$n = 240 \ell$$

**Resposta: 240**

**62 E.R.** Um frasco de vidro, graduado em  $\text{cm}^3$  a 0 °C, contém mercúrio até a marca de 100,0  $\text{cm}^3$ , quando ainda a 0 °C. Ao se aquecer o conjunto a 120 °C, o nível de mercúrio atinge a marca de 101,8  $\text{cm}^3$ . Determine o coeficiente de dilatação linear do vidro.

**Dado:** coeficiente de dilatação do mercúrio:  $\gamma_{\text{Hg}} = 18 \cdot 10^{-5} \text{ °C}^{-1}$

**Resolução:**

A diferença de leitura corresponde à dilatação aparente do líquido, pois não podemos nos esquecer de que o frasco também se dilatou:

$$\Delta V_{\text{aparente}} = 101,8 - 100,0$$

$$\Delta V_{\text{aparente}} = 1,8 \text{ cm}^3$$

Usamos a expressão da dilatação aparente dos líquidos:

$$\Delta V_{\text{aparente}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot \Delta\theta$$

Temos:

$$1,8 = 100,0 \cdot \gamma_a \cdot 120$$

$$\gamma_a = 15 \cdot 10^{-5} \text{ °C}^{-1},$$

porém:

$$\gamma_a = \gamma_r - \gamma_f \quad \text{e} \quad \gamma_f = 3\alpha_f$$

Portanto:

$$15 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$$

$$3\alpha_f = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_f = \alpha_{\text{vidro}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ °C}^{-1}$$

**63** Um recipiente de volume **V** está cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 70 °C, transbordam 5,0  $\text{cm}^3$  de líquido. Esses 5,0  $\text{cm}^3$  correspondem:

- a) à dilatação real do líquido;  
b) à dilatação aparente do líquido;  
c) à soma da dilatação real com a dilatação aparente do líquido;  
d) à diferença entre a dilatação real e a dilatação aparente do líquido;  
e) a três vezes a dilatação real do líquido.

**Resolução:**

O volume transbordado corresponde à dilatação aparente do líquido.

**Resposta: b**

**64** Em um recipiente de porcelana, graduado corretamente em centímetros cúbicos a 30 °C, é colocado petróleo a 30 °C até a marca 500 cm<sup>3</sup>. Em seguida, eleva-se a temperatura do conjunto a 70 °C.

**Dados:** coeficiente de dilatação cúbica do petróleo =  $9,1 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  
coeficiente de dilatação linear da porcelana =  $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Determine:

- o coeficiente de dilatação aparente do petróleo, quando medido no frasco de porcelana;
- a marca atingida pelo petróleo no frasco, após o aquecimento;
- a dilatação real sofrida pelo petróleo.

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \text{a) } \gamma_{\text{ap}} &= \gamma_r - \gamma_f \\ \gamma_{\text{ap}} &= \gamma_r - 3\alpha_f \\ \gamma_{\text{ap}} &= (9,1 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6}) \text{ } (^\circ\text{C}^{-1}) \end{aligned}$$

$$\gamma_{\text{ap}} = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \Delta V_{\text{ap}} &= V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta \\ \Delta V_{\text{ap}} &= 500 \cdot 9,0 \cdot 10^{-4} \cdot (70 - 30) \\ \Delta V_{\text{ap}} &= 18 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Portanto:

$$V_{\text{ap}} = V_0 + \Delta V_{\text{ap}} = 500 + 18$$

$$V_{\text{ap}} = 518 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \Delta V_r &= V_0 \gamma_r \Delta\theta \\ \Delta V_r &= 500 \cdot 9,1 \cdot 10^{-4} \cdot (70 - 30) \end{aligned}$$

$$\Delta V_r = 18,2 \text{ cm}^3$$

**Respostas:** a)  $9,0 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ; b) 518 cm<sup>3</sup>; c) 18,2 cm<sup>3</sup>

**65** (Unisa-SP) Um recipiente de vidro de 150 cm<sup>3</sup> está completamente cheio de um líquido a 20 °C. Aquecendo-se o conjunto a 120 °C, transbordam 5 cm<sup>3</sup> do líquido. Qual o coeficiente de dilatação volumétrica aparente desse líquido?

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{ap}} &= V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta \\ 5 &= 150 \cdot \gamma_{\text{ap}} (120 - 20) \end{aligned}$$

$$\gamma_{\text{ap}} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:**  $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**66** (UFBA) Um frasco de vidro contém, quando cheio, 50 cm<sup>3</sup> de mercúrio, à temperatura de 50 °C. Considerando o coeficiente de dilatação linear do vidro igual a  $8,0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e o de dilatação volumétrica do mercúrio igual a  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , determine, em 10<sup>-2</sup> cm<sup>3</sup>, a quantidade de mercúrio que transbordará do recipiente se a temperatura for elevada a 100 °C.

**Resolução:**

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{ap}} &= V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta \\ \Delta V_{\text{ap}} &= V_0 (\gamma_r - 3\alpha_f) \Delta\theta \\ \Delta V_{\text{ap}} &= 50 \cdot (1,8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 8,0 \cdot 10^{-6}) (100 - 50) \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

$$\Delta V_{\text{ap}} = 39 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$$

**Resposta:** 39

**67** Dois recipientes de 1000 cm<sup>3</sup> cada um, a 0 °C, foram usados na determinação do coeficiente de dilatação aparente do mercúrio. Um dos recipientes era de cobre e o outro, de alumínio. Após serem totalmente cheios de mercúrio, também a 0 °C, os conjuntos foram aquecidos até 100 °C. Determine:

- os coeficientes de dilatação aparente encontrados para o mercúrio;
- o volume de mercúrio extravasado em cada caso.

**Dados:** coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio =  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  
coeficiente de dilatação linear do cobre =  $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  
coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

$$\text{a) } \gamma_{\text{ap}} = \gamma_r - \gamma_f$$

$$\gamma_{\text{ap (no cobre)}} = 1,8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5}$$

$$\gamma_{\text{ap (no cobre)}} = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\gamma_{\text{ap (no alumínio)}} = 1,8 \cdot 10^{-4} - 3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-5}$$

$$\gamma_{\text{ap (no alumínio)}} = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\text{b) } \Delta V_{\text{ap}} = V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{ap (no cobre)}} = 1000 \cdot 1,32 \cdot 10^{-4} (100 - 0)$$

$$\Delta V_{\text{ap (no cobre)}} = 13,2 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ap (no alumínio)}} = 1000 \cdot 1,08 \cdot 10^{-4} (100 - 0)$$

$$\Delta V_{\text{ap (no alumínio)}} = 10,8 \text{ cm}^3$$

**Respostas:** a)  $1,08 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ; b) 10,8 cm<sup>3</sup>

**68** (Mack-SP) Em uma experiência, para determinarmos o coeficiente de dilatação linear do vidro, tomamos um frasco de vidro de volume 1000 cm<sup>3</sup> e o preenchemos totalmente com mercúrio (coeficiente de dilatação volumétrica =  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ). Após elevarmos a temperatura do conjunto de 100 °C, observamos que 3,0 cm<sup>3</sup> de mercúrio transbordam. Dessa forma, podemos afirmar que o coeficiente de dilatação linear do vidro que constitui esse frasco vale:

- $5,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- $4,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- $3,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

$$\Delta V_{\text{ap}} = V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{ap}} = V_0 (\gamma_r - 3\alpha_f) \Delta\theta$$

$$3,0 = 1000 (1,8 \cdot 10^{-4} - 3\alpha_f) \cdot 100$$

$$3,0 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$$

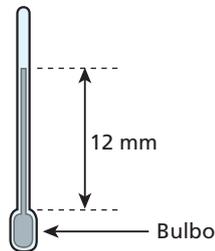
$$3\alpha_f = 15 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_f = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:** a

**69** (Fuvest-SP) Um termômetro especial, com líquido dentro de um recipiente de vidro, é constituído de um bulbo de  $1 \text{ cm}^3$  e um tubo com secção transversal de  $1 \text{ mm}^2$ . À temperatura de  $20^\circ \text{C}$ , o líquido preenche completamente o bulbo até a base do tubo. À temperatura de  $50^\circ \text{C}$ , o líquido preenche o tubo até uma altura de  $12 \text{ mm}$ . Considere desprezíveis os efeitos da dilatação do vidro e da pressão do gás acima da coluna do líquido. Podemos afirmar que o coeficiente de dilatação volumétrica médio do líquido vale:

- a)  $3 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .  
 b)  $4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .  
 c)  $12 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .  
 d)  $20 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .  
 e)  $36 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .



**Resolução:**

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$$

$$A h = V_0 \gamma \Delta \theta$$

$$1 \cdot 12 = 1000 \cdot \gamma (50 - 20)$$

$$\gamma = 4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta: b**

**70** Um comerciante comprou  $10\,000 \text{ L}$  de álcool num dia em que a temperatura era de  $12^\circ \text{C}$ . Para obter um lucro extra de  $2\%$ , resolveu esperar um dia em que a temperatura fosse  $\theta$ , para o engarrafamento. Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool é de  $1 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , determine essa temperatura  $\theta$ .

**Resolução:**

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow 2\%$$

$$\Delta V = \frac{2V_0}{100}$$

Assim:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta \Rightarrow \frac{2V_0}{100} = V_0 \gamma \Delta \theta \Rightarrow 2 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot 10^{-3} (\theta - 12)$$

$$20 = \theta - 12 \Rightarrow \theta = 32^\circ \text{C}$$

**Resposta:  $32^\circ \text{C}$**

**71** (UFPA) Um recipiente de vidro encontra-se completamente cheio de um líquido a  $0^\circ \text{C}$ . Quando o conjunto é aquecido até  $80^\circ \text{C}$ , o volume do líquido que transborda corresponde a  $4\%$  do volume que o líquido possuía a  $0^\circ \text{C}$ . Sabendo que o coeficiente de dilatação volumétrica do vidro é de  $27 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , determine o coeficiente de dilatação real do líquido.

**Resolução:**

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow 4\% \Rightarrow \Delta V = \frac{4V_0}{100}$$

Portanto:

$$\Delta V_{\text{ap}} = V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta \theta \Rightarrow \frac{4V_0}{100} = V_0 (\gamma_r - 27 \cdot 10^{-6}) (80 - 0)$$

$$5 \cdot 10^{-4} = \gamma_r - 27 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \gamma_r = 527 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta:  $527 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$**

**72** Um recipiente de  $200 \text{ cm}^3$  de capacidade, feito de um material de coeficiente de dilatação volumétrica de  $100 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , contém  $180 \text{ cm}^3$  de um líquido de coeficiente de dilatação cúbica de  $1\,000 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . A temperatura do sistema é de  $20^\circ \text{C}$ . Qual a temperatura-limite de aquecimento do líquido sem que haja transbordamento?

**Resolução:**

$$\Delta V_{\text{ap}} = V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta \theta$$

$$(200 - 180) = 180 (1\,000 \cdot 10^{-6} - 100 \cdot 10^{-6}) (\theta_1 - 20)$$

$$20 = 180 \cdot 9 \cdot 10^{-4} (\theta_1 - 20)$$

$$123 = \theta_1 - 20$$

$$\theta_1 \approx 143^\circ \text{C}$$

**Resposta:  $\approx 143^\circ \text{C}$**

**73** (UFPE) Um recipiente metálico de  $10 \text{ litros}$  está completamente cheio de óleo, quando a temperatura do conjunto é de  $20^\circ \text{C}$ . Elevando-se a temperatura até  $30^\circ \text{C}$ , um volume igual a  $80 \text{ cm}^3$  de óleo transborda. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação volumétrica do óleo é igual a  $0,9 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , qual foi a dilatação do recipiente em  $\text{cm}^3$ ?

**Resolução:**

Cálculo da dilatação do óleo:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$$

$$\Delta V_{\text{óleo}} = 10^4 \cdot 0,9 \cdot 10^{-3} (30 - 20) (\text{cm}^3)$$

$$\Delta V = 90 \text{ cm}^3$$

A dilatação do recipiente é a diferença entre a dilatação do óleo e o óleo transbordado.

Assim:

$$\Delta V_{\text{recipiente}} = (90 - 80) (\text{cm}^3) \Rightarrow \Delta V_{\text{recipiente}} = 10 \text{ cm}^3$$

**Resposta:  $10 \text{ cm}^3$**

**74** (Enem) A gasolina é vendida por litro, mas em sua utilização como combustível a massa é o que importa. Um aumento da temperatura do ambiente leva a um aumento no volume da gasolina. Para diminuir os efeitos práticos dessa variação, os tanques dos postos de gasolina são subterrâneos. Se os tanques não fossem subterrâneos:

- I. Você levaria vantagem ao abastecer o carro na hora mais quente do dia, pois estaria comprando mais massa por litro de combustível.
- II. Abastecendo com a temperatura mais baixa, você estaria comprando mais massa de combustível para cada litro.
- III. Se a gasolina fosse vendida por kg em vez de ser vendida por litro, o problema comercial decorrente da dilatação da gasolina estaria resolvido.

Dessas considerações, somente:

- a) I é correta. d) I e II são corretas.  
 b) II é correta. e) II e III são corretas.  
 c) III é correta.

**Resolução:**

I - **Incorreta**

Na hora mais quente do dia, a gasolina está dilatada, ocupando, em cada litro, a menor massa.

II - **Correta**

III - **Correta**

**Resposta: e**

**75** (UFGO-GO) Num dia quente em Goiânia, 32 °C, uma dona-de-casa coloca álcool em um recipiente de vidro graduado e lacra-o bem para evitar evaporação. De madrugada, com o termômetro acusando 12 °C, ela nota, surpresa, que, apesar de o vidro estar bem fechado, o volume de álcool reduziu-se. Sabe-se que o seu espanto não se justifica, pois se trata do fenômeno da dilatação térmica. A diminuição do volume foi de:

- a) 1,1%.                      c) 3,3%.                      e) 6,6%.  
 b) 2,2%.                      d) 4,4%.

Considere o coeficiente de dilatação térmica volumétrica do álcool:

$$\gamma_{\text{álcool}} = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \gg \gamma_{\text{vidro}}$$

**Resolução:**

Considerando desprezível a dilatação do vidro, temos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta \theta$$

$$\Delta V = V_3 1,1 \cdot 10^{-3} (12 - 32)$$

$$\Delta V = -22 \cdot 10^{-3} V_0$$

Como:

$$V_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta V \rightarrow x\%$$

$$x = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot 100$$

então:

$$x = \frac{(-22 \cdot 10^{-3} V_0) 100}{V_0} \Rightarrow \boxed{x = -2,2\%}$$

O sinal negativo indica que houve uma diminuição de 2,2% no volume do álcool.

**Resposta:** b

**76 E.R.** A 4 °C, a massa específica da água vale 1,0 g/cm<sup>3</sup>. Se o coeficiente de dilatação volumétrica real da água vale 2,0 · 10<sup>-4</sup> °C<sup>-1</sup>, qual é sua massa específica, na temperatura de 84 °C?

**Resolução:**

A **densidade absoluta** ou **massa específica** de uma substância varia com a temperatura, de acordo com a seguinte função:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma \Delta \theta)}$$

Substituindo os valores conhecidos, temos:

$$\mu = \frac{1,0}{1 + 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 80} \Rightarrow \boxed{\mu \approx 0,98 \text{ g/cm}^3}$$

**77** A densidade absoluta de um material a 20 °C é 0,819 g/cm<sup>3</sup> e seu coeficiente de dilatação volumétrica vale 5 · 10<sup>-4</sup> °C<sup>-1</sup>. A que temperatura devemos levar esse corpo para que sua densidade absoluta torne-se igual a 0,780 g/cm<sup>3</sup>?

**Resolução:**

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma \Delta \theta)}$$

$$0,780 = \frac{0,819}{[1 + 5 \cdot 10^{-4} (\theta_f - 20)]}$$

$$1 + 5 \cdot 10^{-4} (\theta_f - 20) = 1,05$$

$$5 \cdot 10^{-4} (\theta_f - 20) = 0,05$$

$$\theta_f - 20 = \frac{0,05 \cdot 10^4}{5} \Rightarrow \theta_f - 20 = 100 \Rightarrow \boxed{\theta_f = 120 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

**Resposta:** 120 °C

**78** Uma substância tem massa específica de 0,78 g/cm<sup>3</sup> a 25 °C e 0,65 g/cm<sup>3</sup> a 425 °C. Qual o seu coeficiente de dilatação volumétrica?

**Resolução:**

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma \Delta \theta)}$$

$$1 + \gamma \Delta \theta = \frac{\mu_0}{\mu} \Rightarrow 1 + \gamma(425 - 25) = \frac{0,78}{0,65}$$

$$400\gamma = 1,2 - 1$$

$$400\gamma = 0,2 \Rightarrow \boxed{\gamma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}}$$

**Resposta:** 5 · 10<sup>-4</sup> °C<sup>-1</sup>

**79** (PUC-SP) A água apresenta uma anomalia em relação aos demais líquidos. Assim, a temperatura de 4 °C é:

- a) aquela para a qual a água tem maior densidade.  
 b) aquela para a qual a água assume maior volume.  
 c) a mais baixa que a água atinge no estado líquido.  
 d) a correspondente ao ponto triplo da água.  
 e) a de fusão do gelo.

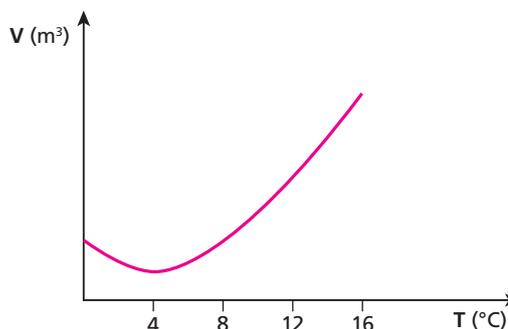
**Resolução:**

$$d = \frac{m}{V}$$

A 4 °C o volume de uma porção de água é mínimo. Assim, sua densidade é máxima.

**Resposta:** a

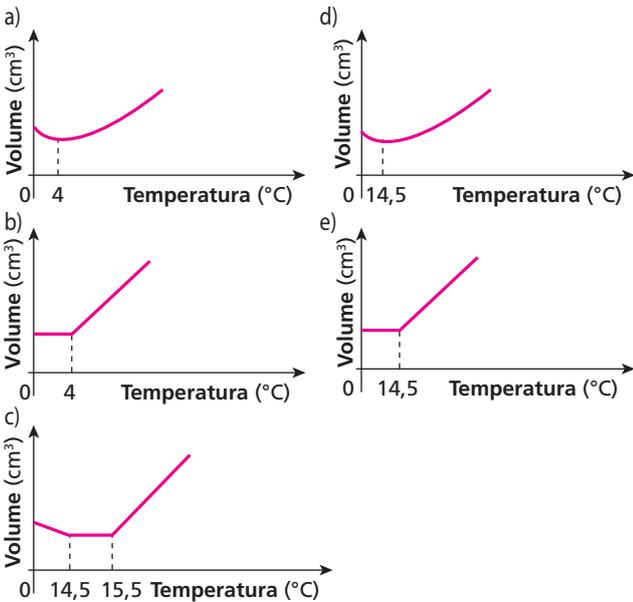
**80** (Ufop-MG) Na figura, esboçou-se o gráfico do volume em função da temperatura para determinada massa de água líquida.



Por que não é possível medir a temperatura no intervalo entre 0 °C e 16 °C com um termômetro de água, usando a densidade como propriedade termométrica?

**Resposta:** Porque de 0 °C a 4 °C a densidade da água aumenta e a partir de 4 °C ela diminui.

**81** (Mack-SP) Diz um ditado popular: “A natureza é sábia!”. De fato! Ao observarmos os diversos fenômenos da natureza, ficamos encantados com muitos pormenores, sem os quais não poderíamos ter vida na face da Terra, conforme a conhecemos. Um desses pormenores, de extrema importância, é o comportamento anômalo da água, no estado líquido, durante seu aquecimento ou resfriamento sob pressão normal. Se não existisse tal comportamento, a vida subaquática nos lagos e rios, principalmente das regiões mais frias de nosso planeta, não seria possível. Dos gráficos abaixo, o que melhor representa esse comportamento anômalo é:



**Resolução:**

O volume de certa massa de água é mínimo a 4 °C. Assim o gráfico correto para a dilatação anômala da água é o a.

**Resposta:** a

**82** (Mack-SP) O coeficiente de dilatação linear de certo material é  $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Utilizando como unidade de temperatura o grau Fahrenheit, o valor do coeficiente de dilatação linear desse material será:

- a)  $2,0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ .
- b)  $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ .
- c)  $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ .
- d)  $5,6 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ .
- e)  $6,3 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{F}^{-1}$ .

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta \theta$$

A razão  $\frac{\Delta L}{L_0}$  não depende da escala termométrica utilizada. Assim:

$$\alpha_f \Delta \theta_f = \alpha_c \Delta \theta_c$$

Como, para  $\Delta \theta_f = 180 \text{ } ^\circ\text{C}$  temos  $\Delta \theta_c = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , vem:

$$\alpha_f \cdot 180 = 3,6 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \Rightarrow \alpha_f = 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot \text{F}^{-1}$$

**Resposta:** a

**83** (Mack-SP) Três barras metálicas, **A**, **B** e **C**, têm, a 0 °C, seus comprimentos na proporção  $\ell_{0A} = \frac{4\ell_{0B}}{5} = \frac{2\ell_{0C}}{3}$ . Para que essa proporção se mantenha constante a qualquer temperatura (enquanto não houver mudança de estado de agregação molecular), os coeficientes de dilatação linear dos materiais das respectivas barras deverão estar na proporção:

- a)  $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$ .
- b)  $\alpha_A = \frac{4\alpha_B}{5} = \frac{2\alpha_C}{3}$ .
- c)  $\alpha_A = \frac{5\alpha_B}{4} = \frac{3\alpha_C}{2}$ .
- d)  $\alpha_A = \frac{5}{4\alpha_B} = \frac{3}{2\alpha_C}$ .
- e)  $\alpha_A = \frac{4}{5\alpha_B} = \frac{2}{3\alpha_C}$ .

**Resolução:**

Se a proporção indicada vale para qualquer temperatura, temos:

$$\ell_A = \frac{4\ell_B}{5} = \frac{2\ell_C}{3}$$

$$\text{Usando: } \ell = \ell_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

vem:

$$\ell_{0A}(1 + \alpha_A \Delta \theta) = \frac{4\ell_{0B}(1 + \alpha_B \Delta \theta)}{5} = \frac{2\ell_{0C}(1 + \alpha_C \Delta \theta)}{3},$$

mas

$$\ell_{0A} = \frac{4\ell_{0B}}{5} = \frac{2\ell_{0C}}{3}$$

Assim, simplificando, temos:

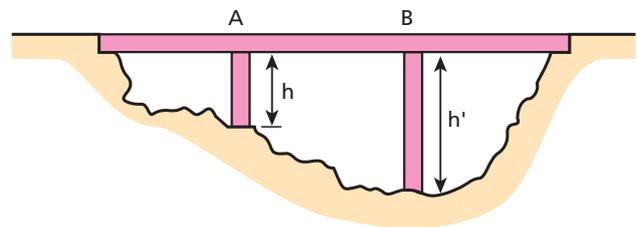
$$1 + \alpha_A \Delta \theta = 1 + \alpha_B \Delta \theta = 1 + \alpha_C \Delta \theta$$

De onde concluímos que:

$$\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$$

**Resposta:** a

**84** (UFV-MG) Uma ponte é suportada por dois pilares de mesmo coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ) e alturas  $h$  e  $h'$ . Sabendo que, a uma determinada temperatura ambiente, os pontos **A** e **B** estão nivelados, obtenha literalmente o desnível entre os dois pontos (diferença de altura) se a temperatura se elevar em  $\Delta T$ .



**Resolução:**

Quando a temperatura varia, as alturas dos pilares variam de acordo com as relações:

$$H = h(1 + \alpha \Delta T)$$

$$H' = h'(1 + \alpha \Delta T)$$

O desnível obtido será dado por:

$$\Delta H = H' - H = h'(1 + \alpha \Delta T) - h(1 + \alpha \Delta T)$$

$$\Delta H = (h' - h)(1 + \alpha \Delta T)$$

**Resposta:**  $(h' - h)(1 + \alpha \Delta T)$

**85** (PUC-SP) Uma barra de alumínio, inicialmente a 20 °C, tem, a essa temperatura, uma densidade linear de massa igual a  $2,8 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}$ . A barra é aquecida sofrendo uma variação de comprimento de 3 mm. Sabe-se que o coeficiente de dilatação linear térmica do alumínio é  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e seu calor específico é  $0,2 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ . A quantidade de calor absorvida pela barra é:

- a) 35 cal.
- b) 70 cal.
- c) 90 cal.
- d) 140 cal.
- e) 500 cal.

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$3 = L_0 \cdot 2,4 \cdot 10^{-5} \Delta \theta$$

$$L_0 \Delta \theta = 1,25 \cdot 10^5$$

Como:

$$Q = m c \Delta \theta$$

e:

$$m = L_0 d = L_0 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3}$$

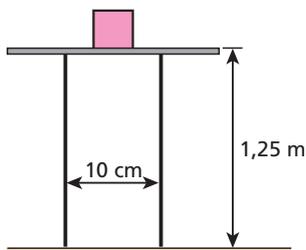
vem:

$$Q = L_0 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \Delta \theta \Rightarrow Q = 0,56 \cdot 10^{-3} (L_0 \Delta \theta)$$

$$Q = 0,56 \cdot 10^{-3} \cdot 1,25 \cdot 10^5 \Rightarrow Q = 70 \text{ cal}$$

**Resposta: b**

**86** (Mack-SP) A figura a seguir mostra duas barras verticais, uma de cobre e outra de zinco, fixas na parte inferior. Elas suportam uma plataforma horizontal onde está apoiado um corpo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a plataforma é 0,01, e os coeficientes de dilatação linear do zinco e do latão valem  $2,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , respectivamente. Qual a menor variação de temperatura capaz de provocar o deslizamento do corpo sobre a plataforma?



**Resolução:**

Na iminência de deslocamento:

$$P \text{ sen } \alpha = F_{\text{at}} = \mu N$$

$$P \text{ sen } \alpha = \mu P \text{ cos } \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = \mu$$

Mas:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\Delta L_{\text{zinco}} - \Delta L_{\text{latão}}}{10^{-1}}$$

então:

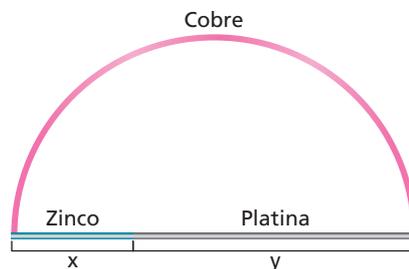
$$\mu = \frac{(L_0 \alpha \Delta \theta)_{\text{zinco}} - (L_0 \alpha \Delta \theta)_{\text{latão}}}{10^{-1}}$$

$$10^{-1} \cdot 0,01 = 1,25 \Delta \theta (2,6 \cdot 10^{-5} - 1,8 \cdot 10^{-5})$$

$\Delta \theta = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

**Resposta: 100 °C**

**87** Uma barra de cobre foi recurvada tomando a forma de uma semicircunferência. As extremidades foram unidas por uma outra barra constituída por dois metais: uma parte, de comprimento  $x$ , era de zinco e a outra, de comprimento  $y$ , de platina.



São dados os coeficientes de dilatação lineares:

- cobre =  $17 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;
- zinco =  $29 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;
- platina =  $9 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Para que o arco de cobre conserve sua forma semicircular, a qualquer temperatura a que seja levado, a razão  $\frac{x}{y}$  entre os comprimentos iniciais  $x$  e  $y$  dos segmentos de zinco e platina deve ser:

- a)  $\frac{1}{5}$ .
- b)  $\frac{2}{5}$ .
- c)  $\frac{3}{5}$ .
- d)  $\frac{1}{3}$ .
- e)  $\frac{2}{3}$ .

**Resolução:**

Para que a forma seja mantida, o diâmetro da semicircunferência (formada pelos segmentos de zinco e platina) deve se dilatar como se fosse de cobre.

Assim:

$$\Delta L_{\text{cobre}} = \Delta L_{\text{zinco}} + \Delta L_{\text{platina}}$$

$$L_0 \alpha_{\text{cobre}} \Delta \theta = L_0 \alpha_{\text{zinco}} \Delta \theta + L_0 \alpha_{\text{platina}} \Delta \theta$$

$$(x + y) 17 \cdot 10^{-6} = x 29 \cdot 10^{-6} + y 9 \cdot 10^{-6}$$

$$17x + 17y = 29x + 9y$$

$$8y = 12x$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

**Resposta: e**

**88** (ITA-SP) Um relógio de pêndulo simples é montado no pátio de um laboratório em Novosibirsk, na Sibéria, utilizando um fio de suspensão de coeficiente de dilatação  $1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . O pêndulo é calibrado para marcar a hora certa em um bonito dia de verão de 20 °C. Em um dos menos agradáveis dias do inverno, com a temperatura a  $-40 \text{ }^\circ\text{C}$ , o relógio:

- a) adianta 52 s por dia.
- b) adianta 26 s por dia.
- c) atrasa 3 s por dia.
- d) atrasa 26 s por dia.
- e) atrasa 52 s por dia.

**Resolução:**

Período do pêndulo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Portanto:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_0 (1 + \alpha \Delta \theta)}{g}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha \Delta \theta}$$

Como:

$$2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} = T_0$$

vem:

$$T = T_0 \sqrt{1 + \alpha\Delta\theta}$$

Portanto:

$$T = T_0 \sqrt{1 + 1 \cdot 10^{-5} [-40 - (-20)]}$$

$$T = T_0 \sqrt{1 - 6 \cdot 10^{-4}} = T_0 \sqrt{1 - 0,0006}$$

$$T = 0,99969 T_0$$

Assim, em um dia (86400 s) o relógio irá adiantar, marcando:

$$1 \text{ dia} = (86400 \cdot 0,99969) \text{ s} = 86373,22 \text{ s}$$

A diferença corresponde a:

$$\Delta t = (86400 - 86373,22) \text{ s} \Rightarrow \Delta t \approx 26 \text{ s}$$

**Resposta: b**

**89** (UFBA) A haste de um pêndulo é feita com um material, cujo coeficiente de dilatação vale  $4,375 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Colocando-se esse pêndulo em uma câmara frigorífica, verifica-se o seu período de oscilação  $T_1 = 0,75T_0$ , sendo  $T_0$  o período medido num laboratório. Determine a diferença de temperatura que há entre o laboratório e a câmara frigorífica. Expresse sua resposta em  $10^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$T_1 = 0,75T_0$$

$$2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}$$

$$\sqrt{L_1} = \frac{3}{4} \sqrt{L_0}$$

$$L_1 = \frac{9}{16} L_0$$

$$L_0 (1 + \alpha\Delta\theta) = \frac{9}{16} L_0$$

$$16 + 16 \cdot 4,375 \cdot 10^{-3} \cdot \Delta\theta = 9$$

$$\Delta\theta = -100 \text{ }^\circ\text{C}$$

Entre o laboratório e a câmara frigorífica, temos:

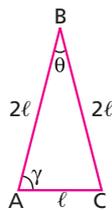
$$\Delta\theta = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 1 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta: 1**

**90** (PUC-SP) Três barras – AB, BC e AC – são dispostas de modo que formem um triângulo isósceles. O coeficiente de dilatação linear de AB e BC é  $\alpha$ , e o de AC é  $2\alpha$ . A  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ , os comprimentos de AB e BC valem  $2\ell$  e o de AC vale  $\ell$ .

Aquecendo-se o sistema à temperatura  $t$ , observa-se que:

- o triângulo torna-se equilátero.
- o triângulo deixa de ser isósceles.
- não há alteração dos ângulos  $\theta$  e  $\gamma$ .
- as barras AB e BC dilatam-se o dobro de AC.
- as três barras sofrem dilatações iguais.



**Resolução:**

Para os lados AB e BC:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta L_{AB} = \Delta L_{BC} = 2\ell \alpha \Delta\theta$$

Para o lado AC:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$\Delta L_{AC} = \ell \cdot 2 \alpha \Delta\theta$$

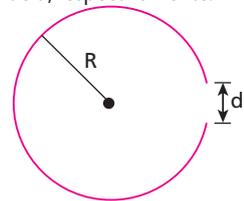
Assim:

$$\Delta L_{AB} = \Delta L_{BC} = \Delta L_{AC}$$

**Resposta: e**

**91** (Univest-SP) Um arame é encurvado em forma de um arco circular de raio  $R$ , tendo, porém, uma folga  $d$  entre suas extremidades, conforme indica a figura abaixo. Aquecendo-se esse arame, é correto afirmar que a medida de  $R$  e a medida de  $d$ , respectivamente:

- aumentará — não se alterará.
- aumentará — aumentará.
- aumentará — diminuirá.
- não se alterará — aumentará.
- não se alterará — diminuirá.



**Resolução:**

$$\text{Raio } R: R' = R (1 + \alpha \Delta\theta)$$

No aquecimento, temos:

$$R' > R$$

Distância  $d$ :

$$\text{Antes do aquecimento: } C = 2\pi R - d$$

Após o aquecimento:

$$C' = 2\pi R' - x$$

$$C (1 + \alpha \Delta\theta) = 2\pi R (1 + \alpha \Delta\theta) - x$$

$$x = (2\pi R - C)(1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$x = (2\pi R - 2\pi R + d)(1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$x = d(1 + \alpha \Delta\theta)$$

Portanto, no aquecimento,  $d$  também aumenta.

**Resposta: b**

**92** Uma régua de latão, com coeficiente de dilatação linear  $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , foi graduada corretamente a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ao ser aquecida, atingiu uma temperatura  $\theta$ , à qual as medidas apresentam um erro de 0,1%. Qual é essa temperatura  $\theta$ ?

**Resolução:**

$$L_0 \rightarrow 100\%$$

$$\Delta L \rightarrow 0,1\% \Rightarrow \Delta L = \frac{0,1 L_0}{100}$$

$$\text{Como: } \Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta,$$

$$\text{então: } \frac{0,1 L_0}{100} = L_0 \alpha \Delta\theta$$

$$1 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-5} (\theta - 20)$$

$$50 = \theta - 20$$

$$\theta = 70 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta: 70 °C**

**93** (Vunesp-SP) Uma régua de aço de coeficiente de dilatação linear  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  foi calibrada a certa temperatura, de tal modo que o erro máximo em cada divisão de milímetro é de  $6,0 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$ . Qual é o intervalo máximo de temperaturas em que essa régua pode ser usada, em torno da temperatura de calibração, se se pretende conservar aquela precisão?

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$6,0 \cdot 10^{-5} = 1,0 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = 5,0 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 5,0 °C

**94** (Mack-SP) Com uma régua de latão (coeficiente de dilatação linear  $2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ) aferida a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , mede-se a distância entre dois pontos. Essa medida foi efetuada a uma temperatura acima de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , motivo pelo qual apresenta um erro de 0,05%. A temperatura na qual foi feita essa medida é:

- a)  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- b)  $45 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- c)  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- d)  $35 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- e)  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

Sendo  $L$  a indicação da régua à temperatura  $\theta$  maior que  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $L_0$  a indicação da mesma régua a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , temos que o erro relativo percentual fica determinado por:

$$d_{f(\%) } = \frac{L - L_0}{L_0} \cdot 100\%$$

$$d_{f(\%) } = \frac{[L_0 (1 + \alpha \Delta \theta) - L_0]}{L_0} \cdot 100\%$$

$$0,05 = (1 + \alpha \Delta \theta - 1) \cdot 100$$

$$5,0 \cdot 10^{-4} = 2,0 \cdot 10^{-5} (\theta - 20^\circ)$$

$$\theta = 45 \text{ }^\circ\text{C}$$

**Resposta:** b

**95** (UFBA) Uma lâmina bimetalica de aço e bronze tem comprimento de 20 cm a uma temperatura de  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ . Sabendo que os coeficientes de dilatação linear valem, respectivamente,  $12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e  $18 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , calcule a diferença de comprimento, em unidade de  $10^{-4} \text{ cm}$ , quando as lâminas atingirem uma temperatura de  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Resolução:**

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L_{\text{aço}} = 20 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ (cm)}$$

$$\Delta L_{\text{aço}} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

$$\Delta L_{\text{bronze}} = 20 \cdot 18 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \text{ (cm)}$$

$$\Delta L_{\text{bronze}} = 72 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

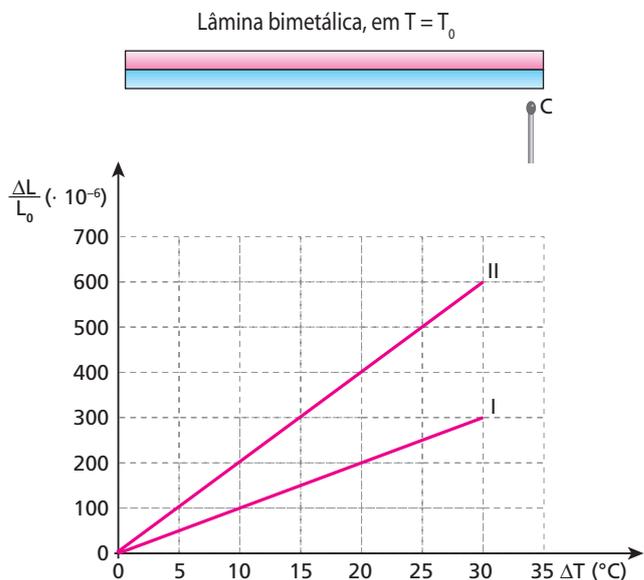
Portanto, a  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ , a diferença de comprimento é dada por:

$$\Delta L = 72 \cdot 10^{-4} - 48 \cdot 10^{-4} \text{ (cm)}$$

$$\Delta L = 24 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

**Resposta:** 24

**96** (Unesp-SP) A figura mostra uma lâmina bimetalica, de comprimento  $L_0$  na temperatura  $T_0$ , que deve tocar o contato **C** quando aquecida. A lâmina é feita dos metais I e II, cujas variações relativas do comprimento  $\frac{\Delta L}{L_0}$  em função da variação de temperatura  $\Delta T = T - T_0$  encontram-se no gráfico.



Determine:

- a) o coeficiente de dilatação linear dos metais I e II;
- b) qual dos metais deve ser utilizado na parte superior da lâmina para que o dispositivo funcione como desejado. Justifique sua resposta.

**Resolução:**

$$a) \Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

$$\text{Assim: } \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha \Delta T$$

Para o metal I:

$$300 \cdot 10^{-6} = \alpha_I \cdot 30$$

$$\alpha_I = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

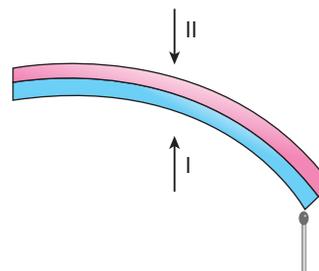
Para o metal II:

$$600 \cdot 10^{-6} = \alpha_{II} \cdot 30$$

$$\alpha_{II} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

- b) Na parte superior, deve ser posicionado o metal que se dilata mais (a lâmina está sendo aquecida).

Assim, na parte superior, deve-se colocar o metal II.



**Respostas:** a)  $\alpha_I = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\alpha_{II} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ; b) metal II

**97** (ITA-SP) Um disco de ebonite tem um orifício circular de diâmetro 1 cm, localizado em seu centro. Sabendo-se que o coeficiente de dilatação superficial do ebonite é igual a  $160 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , pode-se afirmar que a área do orifício, quando a temperatura do disco varia de  $10 \text{ } ^\circ\text{C}$  para  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,

- a) diminui de  $36\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ .
- b) aumenta de  $144\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ .
- c) aumenta de  $36\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ .
- d) diminui de  $144\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ .
- e) permanece inalterável.

**Resolução:**

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$$

$$\Delta A = \pi R_0^2 \beta \Delta\theta$$

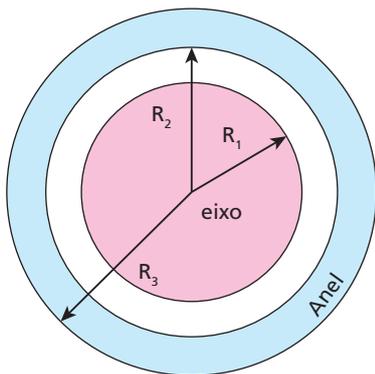
$$\Delta A = \pi(0,5)^2 \cdot 160 \cdot 10^{-6} \cdot (100 - 10) \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\Delta A = 36\pi \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$$

**Resposta: c**

**98** A figura que você observa nesta questão representa um eixo que trabalha com folga, envolto por um anel feito do mesmo material do eixo (coeficiente de dilatação linear igual a  $\alpha$ ). A uma temperatura ambiente de  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ , a folga entre o eixo e o anel é igual a  $d$  ( $d = R_2 - R_1$ ). Aquecendo-se o sistema até uma temperatura próxima à da fusão do material, notamos que a folga entre o eixo e o anel passa a valer  $d'$ , tal que:

- a)  $d' = d(1 + \alpha \Delta\theta)$ .
- b)  $d' < d$  porque o eixo dilata mais que o anel.
- c)  $d' = d$  porque, sendo do mesmo material, o eixo e o anel se dilatam igualmente.
- d)  $d' = d + R_2 \alpha \Delta\theta$ .
- e)  $d' = d - R_1 \alpha \Delta\theta$ .



**Resolução:**

$$d = R_2 - R_1$$

$$d' = R_2' - R_1'$$

$$d' = R_2(1 + \alpha \Delta\theta) - R_1(1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$d' = (R_2 - R_1)(1 + \alpha \Delta\theta)$$

$$d' = d(1 + \alpha \Delta\theta)$$

**Resposta: a**

**99** (Cesesp-PE) Um recipiente de vidro ( $\alpha = 9 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) tem volume interno igual a  $60 \text{ cm}^3$  a  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Que volume de mercúrio, a  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ , devemos colocar no recipiente a fim de que, ao variar a temperatura, não se altere o volume da parte vazia? (Coeficiente real do mercúrio:  $18 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .)

**Resolução:**

$$\Delta V_{\text{frasco}} = \Delta V_{\text{líquido}}$$

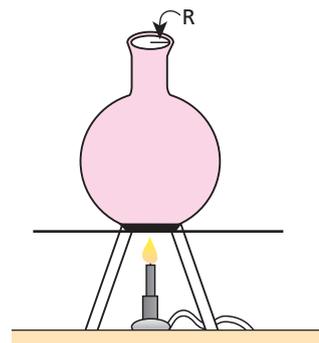
$$(V_0 \gamma \Delta\theta)_{\text{frasco}} = (V_0 \gamma \Delta\theta)_{\text{líquido}}$$

$$60 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta\theta = V_0 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \Delta\theta$$

$$V_0 = 9 \text{ cm}^3$$

**Resposta: 9 cm³**

**100** (UFBA) A figura representa um balão, de volume  $V_0$ , feito de material isotrópico de coeficiente de dilatação linear  $\alpha$ . O balão está completamente cheio de um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica  $\gamma$  e de massa específica  $\mu_0$ , à temperatura  $\theta_0$ . Quando a temperatura do balão é aumentada em  $\Delta\theta$ , extravasa o volume  $V_e$  do líquido.



Nessas condições, pode-se afirmar:

- (01) O raio **R** diminui quando a temperatura do balão aumenta.
  - (02) O balão se dilata como se fosse maciço.
  - (04) O coeficiente de dilatação aparente do líquido é expresso por  $\gamma + 3\alpha$ .
  - (08) Após a variação de temperatura  $\Delta\theta$ , a massa específica do líquido passa a ser expressa por  $\mu_0(1 + \gamma \Delta\theta)^{-1}$ .
  - (16) A dilatação do balão é  $V_0 \gamma \Delta\theta - V_e$ .
- Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

**Resolução:**

(01) **Incorreta**  
O raio **R** aumenta quando o balão é aquecido.

(02) **Correta**

(04) **Incorreta**

$$\gamma_{\text{ap}} = \gamma - 3\alpha$$

(08) **Correta**

$$\mu_0 = \frac{m}{V_0} \Rightarrow m = \mu_0 V_0$$

$$\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \mu V$$

$$\mu V = \mu_0 V_0$$

$$\mu V_0(1 + \gamma \Delta\theta) = \mu_0 V_0$$

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + \gamma \Delta\theta)} = \mu_0(1 + \gamma \Delta\theta)^{-1}$$

(16) **Correta**

$$\Delta V_{\text{balão}} = \Delta V_{\text{liq}} - \Delta V_{\text{ap}}$$

$$\Delta V_{\text{balão}} = V_0 \gamma \Delta\theta - V_e$$

**Resposta: 26**

**101** (UFU-MG) Um frasco tem volume de  $2000 \text{ cm}^3$  a  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$  e está completamente cheio de mercúrio a essa temperatura. Aquecendo-se o conjunto até  $100 \text{ } ^\circ\text{C}$ , entornam  $30,4 \text{ cm}^3$  de mercúrio. O coeficiente de dilatação volumétrica do mercúrio é  $\gamma_r = 18,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Calcule o coeficiente de dilatação linear do frasco.

**Resolução:**

$$\Delta V_{\text{aparente}} = V_0 \gamma_{\text{ap}} \Delta\theta$$

$$30,4 = 2000 (\gamma_m - \gamma_f)(100 - 0)$$

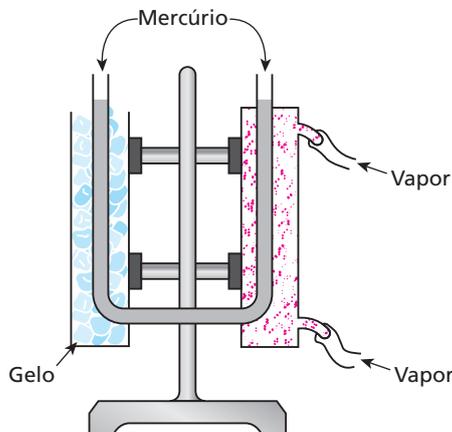
$$15,2 \cdot 10^{-5} = 18,2 \cdot 10^{-5} - 3\alpha_f$$

$$3 \alpha_f = 3,0 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha_f = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**Resposta: 1,0 · 10<sup>-5</sup> °C<sup>-1</sup>**

**102** A figura seguinte mostra um dispositivo utilizado para medir o coeficiente de dilatação cúbica de um líquido. Um dos ramos verticais do tubo em forma de U, que contém o líquido em estudo, é esfriado com gelo a 0 °C, enquanto o outro ramo é aquecido utilizando-se vapor de água a 100 °C.



Esse dispositivo foi usado por Dulong-Petit para a obtenção do coeficiente de dilatação do mercúrio. Na experiência realizada, uma das colunas apresentava 250,0 mm e a outra 254,5 mm de líquido. Após os cálculos, o valor encontrado para o coeficiente de dilatação cúbica do mercúrio foi:

- a)  $4,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- b)  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- c)  $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- d)  $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- e)  $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Resolução:**

As massas de mercúrio nos dois ramos verticais são iguais e os volumes são diferentes apenas devido às temperaturas diferentes.

$$V = V_0 (1 + \gamma \Delta\theta)$$

$$A H_1 = A H_2 (1 + \gamma \Delta\theta)$$

$$254,5 = 250,0(1 + \gamma \cdot 100)$$

$$254,5 = 250,0 + 250,0 \gamma \cdot 100$$

$$4,5 = 250,0 \gamma \cdot 100$$

$\gamma = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**Resposta:** b

**103** (UFG-GO) A dilatação dos líquidos obedece – quando o intervalo da temperatura não é muito grande – às mesmas leis de dilatação dos sólidos. Qualquer líquido assume a forma do recipiente que o contém e ambos se dilatam conforme as mesmas leis. Sendo assim, a dilatação do líquido é medida indiretamente. Em um automóvel, o coeficiente de dilatação do tanque é  $63 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  e o coeficiente de dilatação real da gasolina é  $9,6 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

Com base nessas informações, indique a alternativa correta:

- a) se uma pessoa enche o tanque de combustível do seu carro em um dia quente, à noite haverá derramamento de combustível devido à redução no volume do tanque.
- b) enchendo o tanque em um dia extremamente quente, essa pessoa terá um lucro considerável porque o combustível estará dilatado.
- c) o coeficiente de dilatação aparente da gasolina é  $7,26 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .

- d) para uma variação de 10 °C na temperatura de 100 litros de gasolina, há um aumento de volume igual a 0,063 litro.
- e) o volume extravasado de um tanque de gasolina totalmente cheio com 200 litros é aproximadamente 4,48 litros quando há um aumento de temperatura de 25 °C.

**Resolução:**

- a) **Incorreta**  
A diminuição do volume da gasolina é maior que a do tanque.
- b) **Incorreta**  
A gasolina é comprada por litro. Assim, em temperaturas maiores encontramos menos gasolina em um litro.

c) **Incorreta**

$$\gamma_{ap} = \gamma_r - \gamma_t = 9,6 \cdot 10^{-4} - 63 \cdot 10^{-6}$$

$$\gamma_{ap} = 9,6 \cdot 10^{-4} - 0,63 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \gamma_{ap} = 8,97 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

d) **Incorreta**

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$$

$$\Delta V = 100 \cdot 9,6 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Rightarrow \Delta V = 0,96 \text{ l}$$

e) **Correta**

$$\Delta_{ap} = V_0 \gamma_{ap} \Delta\theta$$

$$\Delta V_{ap} = 200 \cdot 8,97 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \Rightarrow \Delta V_{ap} \approx 4,48 \text{ l}$$

**Resposta:** e

**104** (UFSCar-SP) Para completar a higienização, uma mãe ferve o bico da mamadeira e, depois de retirá-lo da água, aguarda que ela retome a fervura. Verte, então, 250 mL dessa água dentro do copo da mamadeira, que mantém enrolado em um pano a fim de “conservar o calor”. Aguarda o equilíbrio térmico e então joga fora a água.

- a) No passado, o uso das mamadeiras era feito de vidro. Em uma sequência de ações como a descrita para esquentar a mamadeira, ao preencher parcialmente recipientes de vidro com água quente, esses podem se partir em dois pedaços, nitidamente separados na altura em que estava o nível d’água: um pedaço contendo a água aquecida e o outro seco. Qual o nome do processo físico relacionado? Explique a razão da ruptura de frascos de vidro submetidos a essas condições.
- b) Em determinado dia quente, a mãe inicia um dos seus “processos de esterilização”. Dentro do copo da mamadeira, que já se encontrava a 32 °C – temperatura ambiente –, derrama a água fervente que, devido à localização geográfica de seu bairro, ferve a 98 °C. Considerando que não houve perda de calor para o meio externo, se após o equilíbrio a água derramada estava a 92 °C e sabendo que a densidade da água é 1 g/mL e o calor específico é 1 cal/(g °C), determine a capacidade térmica do copo da mamadeira.

**Resolução:**

a) O processo físico relacionado ao fenômeno citado é a **dilatação térmica**.

A explicação do fenômeno é que a parte do copo de vidro da mamadeira que recebe a água quente é aquecida até o equilíbrio térmico. Essa parte dilata-se. O restante do copo é aquecido lentamente, já que o vidro é mau condutor de calor, dilatando-se menos.

Na região onde se encontra o nível superior da água, que separa as regiões aquecidas e não-aquecidas de vidro, ocorre uma ruptura, provocada pela força interna proveniente da diferença de dilatação.

b) Usando-se a equação do balanço energético, temos:

$$Q_{cedido} + Q_{recebido} = 0$$

$$(m c \Delta\theta)_{\text{água}} + (C \Delta\theta)_{\text{mamadeira}} = 0$$

Como:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow m = dV, \text{ então:}$$

$$(dVc\Delta\theta)_{\text{água}} + (C\Delta\theta)_{\text{mmadeira}} = 0$$

$$1 \cdot 250 \cdot 1 \cdot (92 - 98) + C(92 - 32) = 0$$

$$-1500 + 60C = 0$$

$$60C = 1500$$

$$C = 25 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

**Respostas:** a) dilatação térmica.; b) 25 cal/°C

**105** (Mack-SP) Como sabemos, a água apresenta dilatação anômala, pois quando resfriada a partir da temperatura de 4 °C o seu volume aumenta. Assim, quando determinada massa de água a 20 °C (calor específico = 1,0 cal/g °C, densidade = 1,0 g/cm³) é resfriada, transformando-se em gelo a 0 °C (calor latente de fusão = 80 cal/g, densidade = 0,9 g/cm³), tem seu volume aumentado de 20 cm³. A quantidade de calor retirada dessa massa de água é de:

- 18 000 cal.
- 14 400 cal.
- 10 800 cal.
- 7 200 cal.
- 3 600 cal.

**Resolução:**

1) Cálculo da massa:

$$d_g = \frac{m}{V_g} \Rightarrow V_g = \frac{m}{d_g}$$

$$d_a = \frac{m}{V_a} \Rightarrow V_a = \frac{m}{d_a}$$

$$\Delta V = V_g - V_a$$

$$\Delta V = \frac{m}{d_g} - \frac{m}{d_a} = m \left[ \frac{1}{d_g} - \frac{1}{d_a} \right]$$

$$\Delta V = \frac{(d_a - d_g)}{d_g d_a} m$$

$$m = \frac{\Delta V d_g d_a}{d_a - d_g}$$

$$m = \frac{20 \cdot 0,9 \cdot 1,0}{1,0 - 0,9} \text{ (g)}$$

$$m = 180 \text{ g}$$

2) Calor cedido pela água

$$Q = m c \Delta\theta + m L = m (c \Delta\theta + L)$$

$$Q = 180(1,0 \cdot 20 + 80) \text{ (cal)}$$

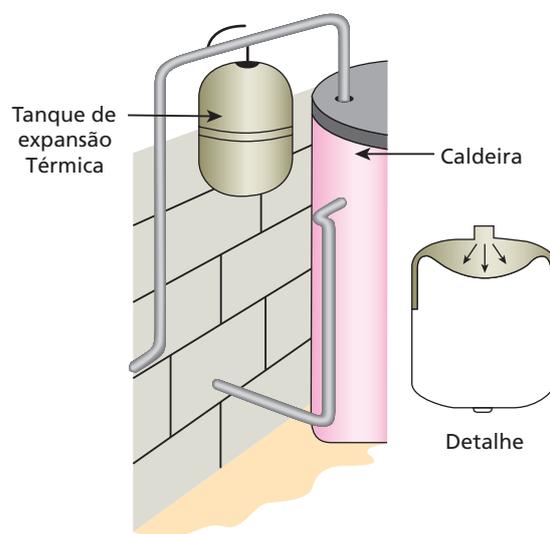
$$Q = 18000 \text{ cal}$$

**Resposta:** a

**106** (UFG-GO) Justifique, de modo sucinto, a afirmação: “Um corpo flutua em água a 20 °C. Quando a temperatura da água subir para 40 °C, o volume submerso do corpo aumentará”.

**Resposta:** A densidade da água diminui com o aumento de temperatura, nesse intervalo. Dessa forma, o corpo fica mais denso que a água e o volume submerso aumenta.

**107** (Unifesp-SP) O tanque de expansão térmica é uma tecnologia recente que tem por objetivo proteger caldeiras de aquecimento de água. Quando a temperatura da caldeira se eleva, a água se expande e pode romper a caldeira. Para que isso não ocorra, a água passa para o tanque de expansão térmica através de uma válvula; o tanque dispõe de um diafragma elástico que permite a volta da água para a caldeira.



Suponha que você queira proteger uma caldeira de volume 500 L, destinada a aquecer a água de 20 °C a 80 °C; que, entre essas temperaturas, pode-se adotar para o coeficiente de dilatação volumétrica da água o valor médio de  $4,4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  e considere desprezíveis a dilatação da caldeira e do tanque. Sabendo que o preço de um tanque de expansão térmica para essa finalidade é diretamente proporcional ao seu volume, assinale, das opções fornecidas, qual deve ser o volume do tanque que pode proporcionar a melhor relação custo-benefício.

- 4,0 L.
- 8,0 L.
- 12 L.
- 16 L.
- 20 L.

**Resolução:**

Calculando a dilatação volumétrica da água temos:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

$$\Delta V = 500 \cdot 4,4 \cdot 10^{-4} \cdot (80 - 20)$$

$$\Delta V = 13,2 \text{ L}$$

Portanto, das alternativas apresentadas, aquela que melhor relação custo-benefício é a de 16 L.

**Resposta:** d

**108** (UFSCar-SP) Antes de iniciar o transporte de combustíveis, os dois tanques inicialmente vazios se encontravam à temperatura de 15 °C, bem como os líquidos que neles seriam derramados.

No primeiro tanque, foram despejados 15 000 L de gasolina e, no segundo, 20 000 L de álcool. Durante o transporte, a forte insolação fez com que a temperatura no interior dos tanques chegasse a 30 °C.

**Dados:** Gasolina – coeficiente de dilatação volumétrica  $9,6 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;

Álcool – Densidade  $0,8 \text{ g/cm}^3$ ;

Calor específico  $0,6 \text{ cal/(g} \cdot \text{ } ^\circ\text{C)}$ .

Considerando desde o momento do carregamento até o momento da chegada ao destino, determine:

- a) a variação do volume de gasolina.
- b) a quantidade de calor capaz de elevar a temperatura do álcool até 30 °C.

**Resolução:**

a)  $\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta = 15\,000 \cdot 9,6 \cdot 10^{-4} \cdot (30 - 15)$

Portanto:

$\Delta V = 216 \text{ L}$

b)  $Q = m c \Delta\theta = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta\theta$

Portanto:

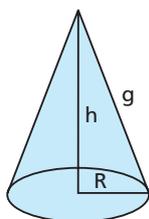
$Q = 0,8 \cdot 20\,000 \cdot 1\,000 \cdot 0,6 \cdot 15$

$Q = 140\,000\,000 \text{ cal}$

$Q = 1,44 \cdot 10^8 \text{ cal}$

**Respostas:** a) 216 L; b)  $1,44 \cdot 10^8 \text{ cal}$

**109** A figura representa um sólido maciço e homogêneo, feito de alumínio e na forma de um cone.



São dadas as seguintes informações:

- I. O coeficiente de dilatação linear ( $\alpha$ ) do alumínio é  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ .
- II. A área de um círculo de raio  $R$  é dada por  $\pi R^2$ .
- III. A área total da superfície externa de um cone é dada por  $\pi R (g + R)$ , em que  $R$  é o raio do círculo da base do cone e  $g$ , a sua geratriz (veja a figura).
- IV. O volume de um cone é dado por  $\frac{\pi R^2 h}{3}$ , em que  $R$  é o raio do círculo da base e  $h$  é a altura do cone.

Aquecendo-se esse cone de alumínio de  $\Delta\theta$ , observa-se que o raio da base  $R$  sofre uma dilatação correspondente a 2,0% de seu valor inicial. Nessas condições, os aumentos percentuais da área total externa e do volume desse cone serão, respectivamente, de:

- a) 2,0% e 2,0%;
- b) 4,0% e 8,0%;
- c) 2,0% e 4,0%;
- d) 6,0% e 8,0%;
- e) 4,0% e 6,0%.

**Resolução:**

**Dilatação linear:**

$L_0 \rightarrow 100\%$   
 $\Delta L \rightarrow 2\% \Rightarrow \Delta L = \frac{2L_0}{100}$

Como:

$\Delta L = L_0 \alpha \Delta\theta$ ,

temos:

$\frac{2L_0}{100} = L_0 \alpha \Delta\theta \Rightarrow \alpha \Delta\theta = 0,02$

**Dilatação superficial:**

$A_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta A \rightarrow x\% \Rightarrow \Delta A = \frac{x A_0}{100}$

Como:

$\Delta A = A_0 \beta \Delta\theta$

$\Delta A = A_0 2\alpha \Delta\theta$ ,

então:

$\frac{x A_0}{100} = A_0 2(\alpha \Delta\theta)$

$\frac{x}{100} = 2 \cdot 0,02$

$x = 4\%$

Observe que independe da geometria do corpo.

**Dilatação volumétrica:**

$V_0 \rightarrow 100\%$

$\Delta V \rightarrow y\% \Rightarrow \Delta V = \frac{y V_0}{100}$

Como:

$\Delta V = V_0 \gamma \Delta\theta$

$\Delta V = V_0 3\alpha \Delta\theta$ ,

então:

$\frac{y V_0}{100} = V_0 3 (\alpha \Delta\theta)$

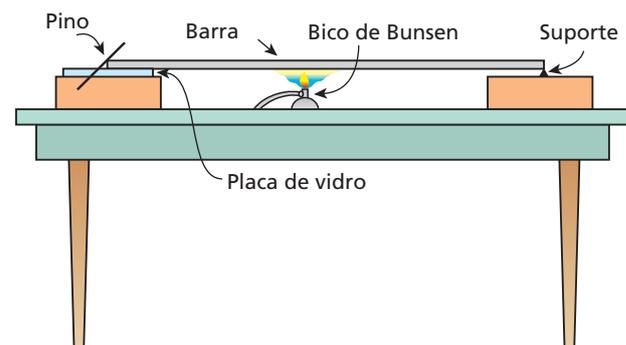
$\frac{y}{100} = 3 \cdot 0,02$

$y = 6\%$

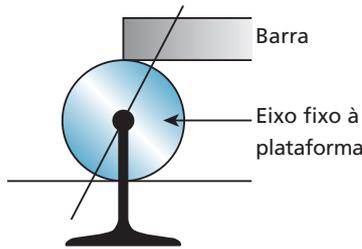
Observe que independe da forma do corpo.

**Resposta:** e

**110** Em um experimento de dilatação térmica dos sólidos, usou-se uma barra de alumínio de 1,0 metro de comprimento a uma temperatura inicial de 20 °C, conforme o esquema a seguir.



Aquecendo-se a barra, ela se expande e faz o pino cilíndrico (de 5,0 mm de raio) rolar em torno do eixo fixo, movendo o ponteiro.



A extremidade presa ao suporte se mantém fixa. A que temperatura deve ser aquecida a barra para que o ponteiro gire 45° a partir de sua posição inicial?

**Dados:** coeficiente de dilatação linear do alumínio =  $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\pi = 3,2$ .

- a) 220 °C;
- b) 150 °C;
- c) 200 °C;
- d) 45 °C;
- e) 520 °C.

**Resolução:**

Ao girar 45°, o eixo gira  $\frac{1}{8}$  do seu comprimento. Isso corresponde ao tanto que a barra dilatou.

$$\Delta L = L_0 \gamma \Delta \theta$$

$$\frac{2\pi R}{8} = L_0 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{2 \cdot 3,2 \cdot 5}{8} = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-5} (\theta - 20) \Rightarrow 200 = \theta - 20$$

$$\theta = 220 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** a

**111** (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear  $\alpha$ , foi calibrado a uma temperatura de 0 °C para marcar um segundo exato ao pé de uma torre, de altura  $h$ . Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando  $R$  o raio da Terra,  $L$  o comprimento do pêndulo a 0 °C e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

- a)  $\frac{2h}{\alpha R}$
- b)  $\frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$
- c)  $\frac{(R+h)^2 - LR}{\alpha LR}$
- d)  $\frac{R(2h+R)}{\alpha(R+h)^2}$
- e)  $\frac{2R+h}{\alpha R}$

**Resolução:**

1) Ao pé da torre:

$$g = G \frac{M m}{R^2}$$

No alto da torre:

$$g' = G \frac{M m}{(R+h)^2}$$

Período de oscilação do pêndulo ao pé da torre:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

No alto da torre:

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}}$$

Assim:

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{\sqrt{\frac{GMm}{(R+h)^2}}}{\sqrt{\frac{GMm}{R^2}}}$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{R}{(R+h)}$$

2) Alterando-se a temperatura, ao pé da torre:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_0}{g}}$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L_0(1 + \alpha \Delta \theta)}{g}}$$

$$\frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{1}{(1 + \alpha \Delta \theta)}} = \frac{R}{(R+h)}$$

$$\frac{1}{(1 + \alpha \Delta \theta)} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

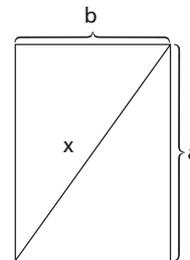
$$R^2 + R^2 \alpha \Delta \theta = R^2 + 2Rh + h^2$$

$$R^2 \alpha (\theta - 0) = h(2R + h)$$

$$\theta = \frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$$

**Resposta:** b

**112** (UFU-MG) Uma armação apresenta um formato retangular de lados  $a$  e  $b$ , sendo o lado  $a$  duas vezes maior do que o lado  $b$ , conforme a figura a seguir. Os coeficientes de dilatação linear dos lados  $a$  e  $b$  são iguais a  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$ , respectivamente. Ao longo da diagonal da armação retangular, é fixada uma barra de comprimento  $x$  feita de certo material, com coeficiente de dilatação linear  $\alpha_x$ .



Determine o coeficiente de dilatação linear  $\alpha_x$  em função dos coeficientes de dilatação  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$ , de forma que a barra não fique nem tensionada nem comprimida devido às variações de temperatura.

**Resolução:**

No início, vale:

$$x^2 = a^2 + b^2 \text{ (Pitágoras)}$$

Em uma temperatura  $\theta$  qualquer, vale:

$$(x + \Delta x)^2 = (a + \Delta a)^2 + (b + \Delta b)^2$$

$$x^2 + 2x \Delta x + \Delta x^2 = a^2 + 2a \Delta a + \Delta a^2 + b^2 + 2b \Delta b + \Delta b^2$$

Como  $(\Delta x)^2$ ,  $(\Delta a)^2$  e  $(\Delta b)^2$  são insignificantes, vamos desprezá-los:

$$2x \Delta x = 2a \Delta a + 2b \Delta b$$

$$x(x \alpha_x \Delta \theta) = a(a \alpha_a \Delta \theta) + b(b \alpha_b \Delta \theta)$$

$$x^2 \alpha_x = a^2 \alpha_a + b^2 \alpha_b$$

Como:

$$x^2 = a^2 + b^2$$

$$e a = 2b,$$

temos:

$$(a^2 + b^2) \alpha_x = (2b)^2 \alpha_a + b^2 \alpha_b$$

$$[(2b)^2 + b^2] \alpha_x = 4b^2 \alpha_a + b^2 \alpha_b$$

$$5b^2 \alpha_x = 4b^2 \alpha_a + b^2 \alpha_b \Rightarrow 5\alpha_x = 4\alpha_a + \alpha_b$$

$$\alpha_x = \frac{4\alpha_a + \alpha_b}{5}$$

**Resposta:**  $\frac{4\alpha_a + \alpha_b}{5}$

**113** Uma trena de aço é aferida para medidas a 15 °C. Qual será o erro em uma leitura de 20 m feita a 40 °C?

**Dado:** coeficiente de dilatação linear do aço =  $12 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$

**Resolução:**

$$1) \Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta L = 20 \cdot 12 \cdot 10^{-6} (40 - 15)$$

$$\Delta L = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2) O erro relativo percentual é dado por:

$$e(\%) = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100$$

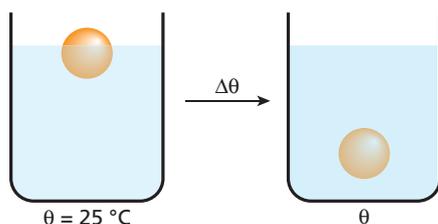
Assim:

$$e(\%) = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{20} \cdot 100$$

$$e(\%) = 0,03\%$$

**Resposta:** 0,03%

**114** Sabe-se que, sob temperatura de 25 °C, um dado corpo de massa 80 g e volume total 10 cm<sup>3</sup> encontra-se parcialmente imerso e em equilíbrio em um líquido de densidade 8,8 g/cm<sup>3</sup>. Quando sujeito a aquecimento, atinge-se uma temperatura tal que o corpo fica totalmente imerso.



Considerando-se que o coeficiente de dilatação cúbica do corpo e o do líquido são respectivamente iguais a  $18 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$  e  $360 \cdot 10^{-6} \text{ °C}^{-1}$ , indique a opção em que se encontra o valor aproximado da temperatura em que se dá a total imersão do corpo.

a) 269 °C.

b) 294 °C.

c) 319 °C.

d) Não há temperatura possível para que o descrito ocorra.

e) -269 °C.

**Resolução:**

Um corpo fica totalmente imerso em um líquido quando:

$$d_{\text{corpo}} \geq d_{\text{líquido}}$$

$d$  = densidade absoluta

Assim, à medida que o sistema vai sendo aquecido, o corpo imerge cada vez mais no líquido. A imersão total ocorrerá quando:

$$d_{\text{corpo}} = d_{\text{líquido}}$$

Mas

$$d_0 = d(1 + \gamma \Delta\theta)$$

$$d = \frac{d_0}{(1 + \gamma \Delta\theta)}$$

Então:

$$\left( \frac{d_0}{1 + \gamma \Delta\theta} \right)_{\text{corpo}} = \left( \frac{d_0}{1 + \gamma \Delta\theta} \right)_{\text{líquido}}$$

$$\frac{0,8}{1 + 18 \cdot 10^{-6} (\theta - 25)} = \frac{8,8}{1 + 360 \cdot 10^{-6} (\theta - 25)}$$

$$\frac{1}{1 + 18 \cdot 10^{-6} (\theta - 25)} = \frac{1,1}{1 + 360 \cdot 10^{-6} (\theta - 25)}$$

$$1 + 360 \cdot 10^{-6} (\theta - 25) = 1,1 + 19,8 \cdot 10^{-6} (\theta - 25)$$

$$340 \cdot 10^{-6} (\theta - 25) = 0,1$$

$$(\theta - 25) = \frac{100\,000}{340} \Rightarrow (\theta - 25) \approx 294$$

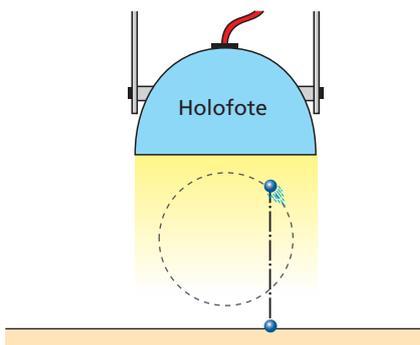
$$\theta \approx 319 \text{ °C}$$

**Resposta:** c

# Parte II – ONDULATÓRIA

## Tópico 1

**1** Um holofote emite um feixe cilíndrico e vertical de luz dirigido contra o solo, plano e horizontal. Uma pequena esfera opaca executa movimento circular e uniforme no interior desse feixe. A trajetória da esfera está contida num plano vertical.



Analise as afirmações a seguir:

- I. O movimento da sombra projetada pela esfera é periódico e oscilatório.
- II. O movimento da sombra tem o mesmo período do movimento da esfera.
- III. Enquanto a esfera descreve uma semicircunferência, a sombra completa uma oscilação.
- IV. A amplitude do movimento da sombra é igual ao diâmetro da circunferência descrita pela esfera.
- V. O movimento da sombra é harmônico simples.

Indique a alternativa verdadeira.

- a) Se apenas I e V forem corretas.
- b) Se apenas I, II, IV e V forem corretas.
- c) Se apenas I, II e V forem corretas.
- d) Se apenas V for correta.
- e) Se todas forem corretas.

**Resposta: c**

**2** (ITA-SP) Uma nave espacial está circundando a Lua em uma órbita circular de raio  $R$  e período  $T$ . O plano da órbita dessa nave é o mesmo que o plano da órbita da Lua ao redor da Terra.

Nesse caso, para um observador terrestre, se ele pudesse enxergar a nave (durante todo o tempo), o movimento dela, em relação à Lua, pareceria:

- a) um movimento circular uniforme de raio  $R$  e período  $T$ ;
- b) um movimento elíptico;
- c) um movimento periódico de período  $2T$ ;
- d) um movimento harmônico simples de amplitude  $R$ ;
- e) diferente dos citados acima.

**Resposta: d**

**3 E.R.** Uma partícula move-se ao longo de um eixo  $Ox$ , obedecendo à função  $x = 2 \cos \pi t$  (SI), em que  $x$  é a elongação e  $t$  é o tempo. Obtenha:

- a) a amplitude, a pulsação, o período, a frequência e a fase inicial do movimento;
- b) os valores máximos da velocidade escalar e da aceleração escalar da partícula;
- c) o gráfico da elongação em função do tempo, no intervalo de  $t = 0$  a  $t = 2$  s.

**Resolução:**

a) Temos:

$$x = 2 \cos \pi t \quad \text{e} \quad x = A \cos (\omega t + \phi_0)$$

Comparando essas expressões, termo a termo, vem:

$$A = 2 \text{ m} \quad (\text{amplitude})$$

$$\omega = \pi \text{ rad/s} \quad (\text{pulsação})$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2 \text{ s} \quad (\text{período})$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz} \quad (\text{frequência})$$

$$\phi_0 = 0 \quad (\text{fase inicial})$$

b) Temos:

$$v_{\text{máx}} = \omega A \quad \text{e} \quad \alpha_{\text{máx}} = \omega^2 A$$

Então:

$$v_{\text{máx}} = \pi \cdot 2 \Rightarrow v_{\text{máx}} = 2\pi \text{ m/s}$$

$$\alpha_{\text{máx}} = \pi^2 \cdot 2 \Rightarrow \alpha_{\text{máx}} = 2\pi^2 \text{ m/s}^2$$

c) Vamos calcular a elongação nos instantes  $t = 0$ ,  $t = 0,5$  s,

$t = 1$  s,  $t = 1,5$  s e  $t = 2$  s:

$$t = 0 \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0) \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

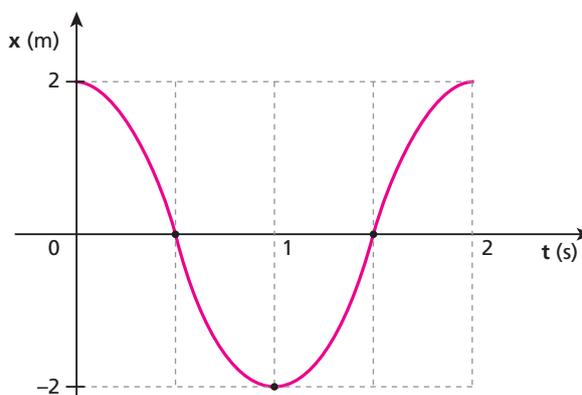
$$t = 0,5 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 0,5) \Rightarrow x = 0$$

$$t = 1 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1) \Rightarrow x = -2 \text{ m}$$

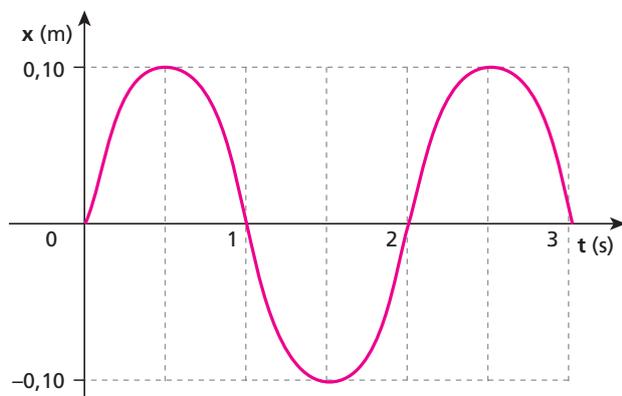
$$t = 1,5 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 1,5) \Rightarrow x = 0$$

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow x = 2 \cos (\pi \cdot 2) \Rightarrow x = 2 \text{ m}$$

Agora, vamos construir o gráfico pedido:



**4** (Vunesp-SP) A partir do gráfico a seguir, que representa as posições ocupadas por um móvel em função do tempo quando oscila em movimento harmônico simples, determine:



- a) a frequência e a amplitude do movimento;  
 b) os instantes, durante os três primeiros segundos, em que a velocidade se anulou.

**Resolução:**

a) Do gráfico:

$$A = 0,10 \text{ m}$$

$$T = 2 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

b)  $v = 0$  em  $x = \pm A$ :

$$0,5 \text{ s}; 1,5 \text{ s}; 2,5 \text{ s}$$

**Respostas:** a) 0,5 Hz, 0,10 m; b) 0,5 s, 1,5 s, 2,5 s

**5** (Mack-SP) Uma partícula descreve um movimento harmônico simples segundo a equação  $x = 0,3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot t\right)$ , no SI. O módulo da máxima velocidade atingida por esta partícula é:

- a)  $\frac{\pi}{3}$  m/s.                      d)  $0,1 \cdot \pi$  m/s.  
 b)  $0,2 \cdot \pi$  m/s.              e) 0,3 m/s.  
 c) 0,6 m/s.

**Resolução:**

Da equação dada:  $A = 0,3 \text{ m}$  e  $\omega = 2 \text{ rad/s}$

$$v_{\text{máx}} = \omega A = 2 \cdot 0,3 \Rightarrow v_{\text{máx}} = 0,6 \text{ m/s}$$

**Resposta:** c

**6** (UFPB) Um oscilador harmônico simples desloca-se entre os pontos **A** e **B**, conforme a figura abaixo:



O oscilador passa pelo ponto **O**, equidistante dos pontos **A** e **B**, com velocidade de 3,0 m/s. Sabendo que o módulo da aceleração do oscilador nos pontos **A** e **B** é  $3,6 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$  e considerando  $\pi = 3$ , determine, em kHz, a frequência de seu movimento.

**Resolução:**

$$v_{\text{máx}} = 3,0 \text{ m/s} \text{ e } \alpha_{\text{máx}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{máx}} &= \omega^2 A \\ v_{\text{máx}} &= \omega A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{\text{máx}}}{v_{\text{máx}}} = \omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{3,6 \cdot 10^4}{3,0} = 2 \cdot 3 \cdot f$$

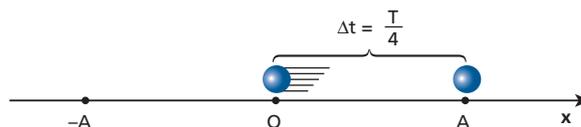
$$f = 2 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$$

**Resposta:** 2 kHz

**7** (Mack-SP) Uma partícula realiza um MHS (movimento harmônico simples) segundo a equação  $x = 0,2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} t\right)$ , no SI. A partir da posição de elongação máxima, o menor tempo que esta partícula gastará para passar pela posição de equilíbrio é:

- a) 8 s.  
 b) 4 s.  
 c) 2 s.  
 d) 1 s.  
 e) 0,5 s.

**Resolução:**



$$\Delta t = \frac{T}{4}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

$$\text{Portanto: } \Delta t = \frac{T}{4} = \frac{4}{4} \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ s}$$

**Resposta:** d

**8** Uma partícula move-se obedecendo à função horária  $x = 2 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ , com **x** em metros e **t** em segundos.

Determine:

- a) o período do movimento;  
 b) a velocidade escalar da partícula em  $t = 1 \text{ s}$ ;  
 c) a aceleração escalar da partícula em  $t = 5 \text{ s}$ .

**Resolução:**

$$\text{a) } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$$

$$\text{b) } v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

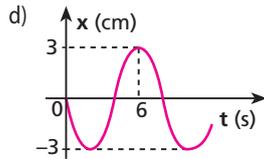
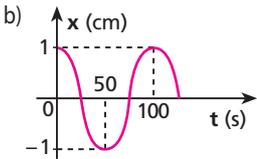
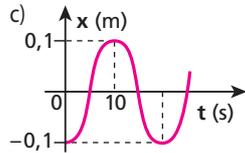
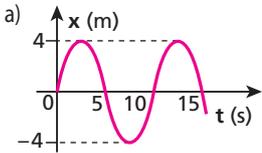
$$v = -4\pi \cdot 2 \sin\left(4\pi \cdot 1 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v = -8\pi \text{ m/s}$$

$$\text{c) } \alpha = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\alpha = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot \cos\left(4\pi \cdot 5 + \frac{\pi}{2}\right) = -16\pi^2 \cdot 2 \cdot 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

**Respostas:** a) 0,5 s; b)  $-8\pi$  m/s; c) zero

**9 | E.R.** Observe as quatro representações gráficas da elongação em função do tempo, para movimentos harmônicos simples: Em cada caso, expresse analiticamente a elongação em função do tempo [ $x = f(t)$ ].



**Resolução:**

a) Do gráfico, temos:

$$A = 4 \text{ m}$$

$$T = 10 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$$

Em  $t = 0$ , a elongação  $x$  é nula e crescente. Por isso,

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$$

Lembrando que  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ , obtemos:

$$x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ (SI)}$$

b) Do gráfico, temos:

$$A = 1 \text{ cm}$$

$$T = 100 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{50} \text{ rad/s}$$

Em  $t = 0$ , a elongação  $x$  é igual à amplitude  $A$ . Por isso,  $\varphi_0 = 0$ .

Então:

$$x = 1 \cos\left(\frac{\pi}{50}t\right) \text{ (x em cm e t em s)}$$

c) Do gráfico, temos:

$$A = 0,1 \text{ m}$$

$$T = 20 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{10} \text{ rad/s}$$

Em  $t = 0$ , temos  $x = -A$ . Por isso,  $\varphi_0 = \pi$  rad.

Assim, temos:

$$x = 0,1 \cos\left(\frac{\pi}{10}t + \pi\right) \text{ (SI)}$$

d) Do gráfico, temos:

$$A = 3 \text{ cm}$$

$$T = 8 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$$

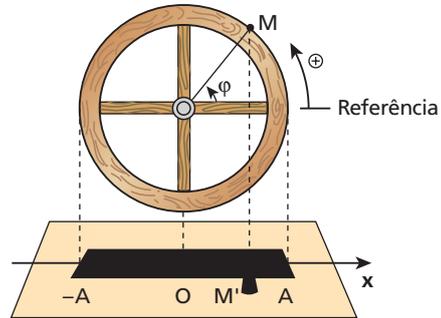
Em  $t = 0$ , a elongação  $x$  é nula e decrescente. Por isso,

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Obtemos, então:

$$x = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (x em cm e t em s)}$$

**10** Uma roda munida de uma manivela  $M$  é iluminada pela luz do Sol a pino, projetando sombra em solo plano e horizontal. A roda executa movimento de rotação uniforme no sentido anti-horário em relação ao leitor, com frequência igual a 120 rpm. O raio da roda vale 0,5 m.



Determine a função horária da elongação correspondente ao movimento da sombra  $M'$  da manivela ao longo do eixo  $Ox$  nos seguintes casos:

a) no instante  $t = 0$ ,  $M'$  está em  $x = A$ ;

b) no instante  $t = 0$ ,  $M' = O$  e o movimento de  $M'$  é retrógrado;

c) em  $t = 0$ ,  $M'$  está no ponto médio entre  $x = O$  e  $x = A$ , em movimento progressivo.

**Resolução:**

$$\bullet f = 120 \text{ rpm} = 2 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$$

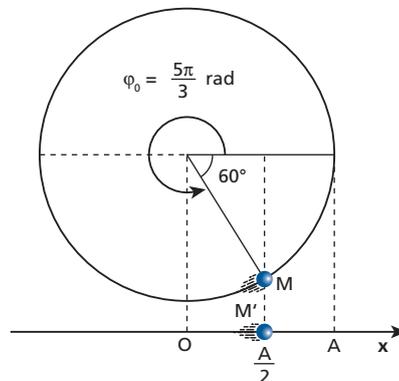
$$\bullet A = 0,5 \text{ m}$$

$$\bullet x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,5 \cos(4\pi t + \varphi_0)$$

a)  $\varphi_0 = 0 \Rightarrow x = 0,5 \cos 4\pi t$  (SI)

b)  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} \Rightarrow x = 0,5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$  (SI)

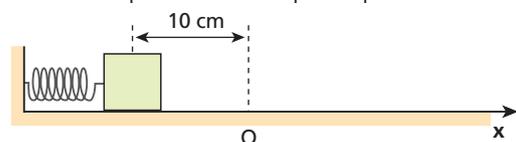
c)



$$x = 0,5 \cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right) \text{ (SI)}$$

**Respostas:** a)  $x = 0,5 \cos 4\pi t$ ; b)  $x = 0,5 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ ;  
c)  $x = 0,5 \cos\left(4\pi t + \frac{5\pi}{3}\right)$

**11** A figura abaixo representa um corpo mantido em repouso, preso a uma mola ideal e apoiado em uma superfície plana e horizontal.



A mola está comprimida de 10 cm.

No instante  $t = 0$ , o corpo é abandonado e passa a realizar um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio  $O$ , que é a origem do eixo  $Ox$ , completando duas oscilações por segundo. A função horária da velocidade escalar ( $v$ ) desse corpo, no SI, é:

- a)  $v = -0,8\pi \cos(4\pi t + \pi)$ .
- b)  $v = -0,4\pi \cos(4\pi t)$ .
- c)  $v = -0,8\pi \sin(4\pi t + \pi)$ .
- d)  $v = -0,4\pi \sin(4\pi t + \pi)$ .
- e)  $v = -0,4\pi \sin(4\pi t)$ .

**Resolução:**

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \phi_0)$$

- $A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$
- $f = 2 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$
- $x = A \cos(\omega t + \phi_0)$

Em  $t = 0, x = -A: -A = A \cos \phi_0 \Rightarrow \cos \phi_0 = -1 \Rightarrow \phi_0 = \pi \text{ rad}$

Portanto:

$$v = -4\pi \cdot 0,1 \sin(4\pi t + \pi)$$

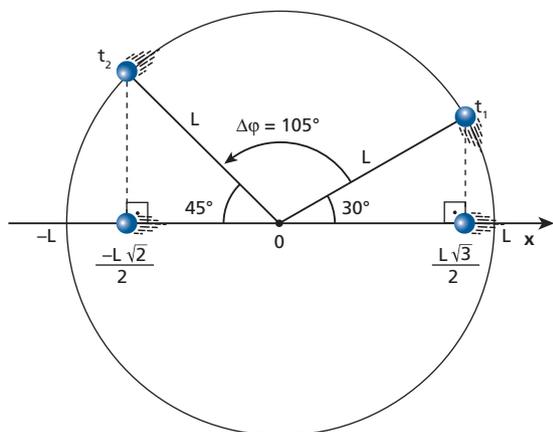
$$v = -0,4\pi \sin(4\pi t + \pi)$$

**Resposta:** d

**12** (ITA-SP) Uma partícula em movimento harmônico simples oscila com frequência de 10 Hz entre os pontos  $L$  e  $-L$  de uma reta. No instante  $t_1$ , a partícula está no ponto  $\sqrt{3} \frac{L}{2}$ , caminhando em direção a valores inferiores, e atinge o ponto  $-\sqrt{2} \frac{L}{2}$  no instante  $t_2$ . O tempo gasto nesse deslocamento é:

- a) 0,021 s.
- b) 0,029 s.
- c) 0,15 s.
- d) 0,21 s.
- e) 0,29 s.

**Resolução:**



$$\left. \begin{array}{l} 180^\circ \rightarrow \pi \text{ rad} \\ 105^\circ \rightarrow \Delta\phi \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\phi = \pi \frac{105}{180} \text{ rad}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 \Rightarrow \omega = 20\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\phi}{\omega}$$

$$\Delta t = \frac{\pi \frac{105}{180}}{20\pi} = \frac{1}{20} \cdot \frac{105}{180} = \frac{7}{240} \Rightarrow \Delta t \approx 0,029 \text{ s}$$

**Resposta:** b

**13** Uma partícula executa MHS de frequência igual a 2 Hz e amplitude igual a 5 m. Calcule:

- a) a velocidade escalar da partícula, quando ela está a 4 m do ponto de equilíbrio;
- b) a aceleração escalar da partícula nos extremos da trajetória.

**Resolução:**

- $f = 2 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$

- $A = 5 \text{ m}$

a)  $v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$ , em que  $x = \pm 4 \text{ m}$ :

$$v^2 = 16\pi^2 (5^2 - 4^2) \Rightarrow v = \pm 12\pi \text{ m/s}$$

b)  $\alpha = \pm \omega^2 A = \pm 16\pi^2 \cdot 5 \Rightarrow \alpha = \pm 80\pi^2 \text{ m/s}^2$

**Respostas:** a)  $\pm 12\pi \text{ m/s}$ ; b)  $\pm 80\pi^2 \text{ m/s}^2$ .

**14** (UFPI) Uma partícula executa um movimento harmônico simples na direção  $X$ , em torno do ponto  $X = 0$ , com frequência angular  $\omega = 1 \text{ rad/s}$ . Em um dado instante  $t$ , observa-se que a posição da partícula é  $X = 3$  metros e sua velocidade é  $v_x = -4 \text{ m/s}$ . A amplitude do movimento dessa partícula, em metros, vale:

- a) 3,5.
- b) 4,0.
- c) 4,5.
- d) 5,0.
- e) 5,5.

**Resolução:**

$$\omega = 1 \text{ rad/s}; x = 3 \text{ m}; v = -4 \text{ m/s}$$

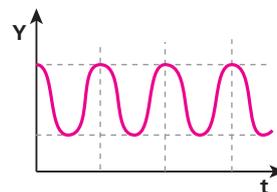
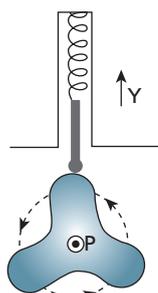
$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$(-4)^2 = 1^2 (A^2 - 3^2) \Rightarrow 16 = A^2 - 9$$

$$A^2 = 25 \Rightarrow A = 5 \text{ m}$$

**Resposta:** d

**15** (Fuvest-SP) Uma peça, com a forma indicada, gira em torno de um eixo horizontal  $P$ , com velocidade angular constante e igual a  $\pi \text{ rad/s}$ . Uma mola mantém uma haste apoiada sobre a peça, podendo a haste mover-se apenas na vertical. A forma da peça é tal que, enquanto ela gira, a extremidade da haste sobe e desce, descrevendo, com o passar do tempo, um movimento harmônico simples  $Y(t)$  como indicado no gráfico. Assim, a frequência do movimento da extremidade da haste será de:



- a) 3,0 Hz
- b) 1,5 Hz
- c) 1,0 Hz
- d) 0,75 Hz
- e) 0,5 Hz

**Resolução:**

Enquanto a peça completa uma volta, a haste realiza três oscilações. Portanto, a frequência do movimento da haste ( $f_H$ ) é o triplo da frequência do movimento da peça ( $f_p$ ):

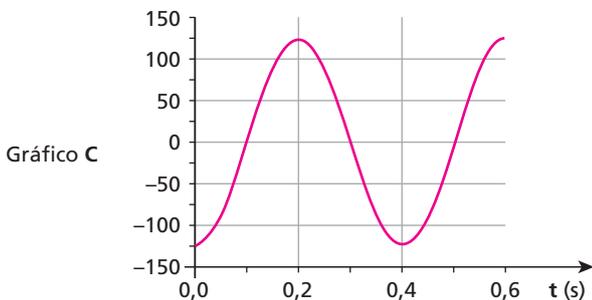
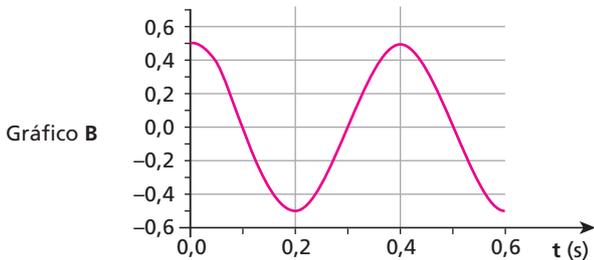
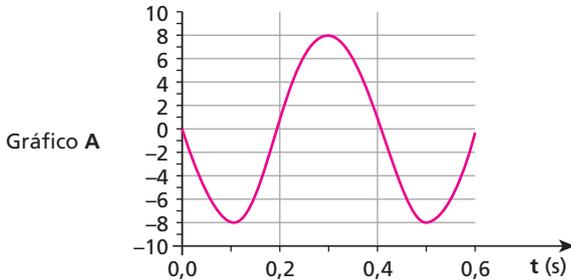
$$f_H = 3 f_p$$

- $\omega_p = 2\pi f_p \Rightarrow \pi = 2\pi f_p \Rightarrow f_p = 0,5 \text{ Hz}$

- $f_H = 3f_p = 3 \cdot 0,5 \Rightarrow f_H = 1,5 \text{ Hz}$

**Resposta:** b

**16** (UFG-GO) Os gráficos **A**, **B**, **C** abaixo representam, em ordem aleatória, a posição (em m), a velocidade (em m/s) e a aceleração (em m/s<sup>2</sup>), em função do tempo (em s), de um corpo executando um movimento harmônico simples, sob a ação de uma força do tipo  $F = -kx$ .



Com base nos gráficos **A**, **B** e **C**:

- identifique qual deles se refere à posição, à velocidade e à aceleração. Justifique sua resposta.
- determine o deslocamento máximo do corpo em relação à origem (amplitude) e a frequência desse movimento.

**Resolução:**

a) Sendo **A** a amplitude do MHS, em  $x = -A$  devemos ter velocidade escalar nula e aceleração escalar máxima. Portanto, o gráfico **B** refere-se à posição, o gráfico **A** refere-se à velocidade, e o gráfico **C**, à aceleração.

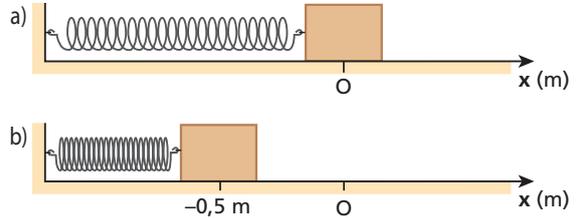
b) Do gráfico **B**, temos:

$$A = 0,5 \text{ m}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,4} \Rightarrow f = 2,5 \text{ Hz}$$

**Respostas:** a) B: posição, A: velocidade, C: aceleração; b) amplitude: 0,5 m, frequência: 2,5 Hz

**17** | **E.R.** Um bloco com 4 kg de massa está em repouso apoiado num plano horizontal sem atrito, preso a uma mola ideal de constante elástica 400 N/m (figura **a**). Quando o bloco é afastado 0,5 m de sua posição inicial e abandonado, ele oscila em movimento harmônico simples (figura **b**).



Determine:

- o período do movimento do bloco;
- a energia mecânica do sistema massa-mola;
- a representação gráfica do valor algébrico da força resultante, em função da elongação;
- a representação gráfica da energia potencial e da energia cinética, em função da elongação.

**Resolução:**

a) O período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$$

Sendo  $m = 4 \text{ kg}$  e  $K = 400 \text{ N/m}$ , temos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{4}{400}} \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ s}$$

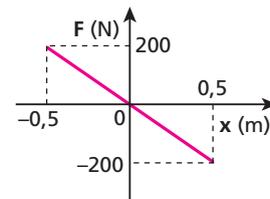
b) A energia mecânica do sistema é dada por:

$$E_m = \frac{KA^2}{2}$$

Sendo  $K = 400 \text{ N/m}$  e a amplitude  $A = 0,5 \text{ m}$ , temos:

$$E_m = \frac{400 \cdot 0,5^2}{2} \Rightarrow E_m = 50 \text{ J}$$

c) O valor algébrico da força resultante é dado por:



$$F = -Kx \Rightarrow F = -400x \quad (\text{SI})$$

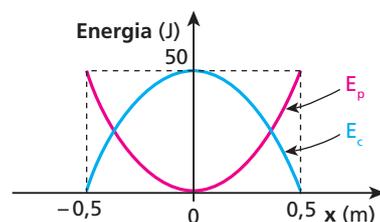
d) A energia potencial é dada por:

$$E_p = \frac{Kx^2}{2} \Rightarrow E_p = 200x^2 \quad (\text{SI})$$

A energia cinética é dada por:

$$E_c = E_m - E_p \Rightarrow E_c = 50 - 200x^2 \quad (\text{SI})$$

Representando graficamente, obtemos:



**18** (UFMS) Uma partícula executa um movimento harmônico simples ao longo do eixo  $x$  e em torno da origem  $O$ . Sua amplitude é  $A$  e seu período é  $4,0$  s. É correto afirmar:

- (01) A velocidade da partícula é nula quando  $x = \pm A$ .
- (02) A frequência do movimento é  $0,25$  Hz.
- (04) A aceleração da partícula é nula quando  $x = \pm A$ .
- (08) A energia cinética da partícula no ponto  $x = O$  é nula.
- (16) A energia mecânica total da partícula é igual à sua energia potencial quando  $x = \pm A$ .
- (32) O módulo da força resultante na partícula é proporcional ao módulo de seu deslocamento em relação à origem.

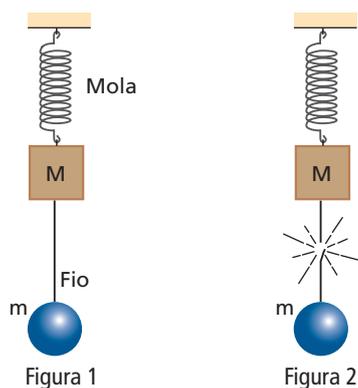
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

As afirmações corretas são 01, 02, 16 e 32. Portanto, a resposta é 51.

**Resposta:** 51

**19** O sistema representado na figura 1 oscila com frequência  $f_1$ , verticalmente:



Se o fio for cortado como mostra a figura 2, o corpo de massa  $M$  passará a oscilar verticalmente com frequência  $f_2$  igual a  $f_1$ , maior que  $f_1$  ou menor que  $f_1$ ?

**Resolução:**

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Como a massa do oscilador diminuiu, a frequência aumentou.

**Resposta:**  $f_2 > f_1$

**Resposta:** Maior.

**20** Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente sob a ação da gravidade terrestre. Se esse sistema for transportado para a superfície da Lua, onde o módulo do campo gravitacional é cerca de  $\frac{1}{6}$  do terrestre, o que ocorrerá com o período das oscilações verticais desse sistema?

**Resposta:** Permanecerá o mesmo.

**21** Deixa-se o quilograma-padrão (1,0 kg) oscilar livremente na extremidade de uma mola ideal, sendo que ele o faz com frequência igual a 1,0 Hz. Em seguida, retira-se o quilograma-padrão e coloca-se, em seu lugar, um corpo de massa desconhecida  $m$ , que oscila com frequência igual a 0,50 Hz. Determine a massa  $m$ .

**Resolução:**

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \begin{cases} 1,0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{1,0}} \\ 0,50 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \end{cases} \Rightarrow 2,0 = \sqrt{\frac{m}{1,0}} \Rightarrow m = 4,0 \text{ kg}$$

**Resposta:** 4,0 kg

**22** Considere um pêndulo simples que realiza oscilações de pequenas amplitudes. É correto afirmar que seu período:

- (01) depende da massa pendular.
- (02) depende de seu comprimento.
- (04) depende da intensidade do campo gravitacional local.
- (08) depende da amplitude das oscilações.
- (16) duplica quando seu comprimento é quadruplicado.
- (32) reduz-se à metade ao submeter-se a um campo gravitacional de intensidade quadruplicada.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

As afirmações corretas são: 02, 04, 16 e 32. Portanto, a resposta é 54.

**Resposta:** 54

**23 E.R.** Calcule o período de oscilação de um pêndulo simples com 1,6 m de comprimento, que executa pequenas oscilações num local onde  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Despreze influências do ar e considere  $\pi$  igual a 3.

**Resolução:**

O período pedido é calculado pela expressão:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Temos:

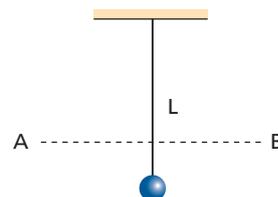
$$\begin{aligned} \pi &= 3 \\ \ell &= 1,6 \text{ m} \\ g &= 10 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Então:

$$T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{1,6}{10}} \Rightarrow T = 2,4 \text{ s}$$

**24** (Ufal) O corpo suspenso do pêndulo da figura oscila entre os pontos **A** e **B**. Iniciando o movimento a partir de **A**, contou-se que, em 1 minuto, o corpo suspenso atingiu **B** e voltou a **A** trinta vezes.

- a) Calcule o período do pêndulo, em segundos, e o valor de sua frequência, em hertz.
- b) É possível que o comprimento desse pêndulo ( $L$ ) seja igual a 2,0 m? Por quê? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



**Resolução:**

a) O intervalo de tempo de 1 min (60 s) corresponde a 30 períodos do pêndulo (30 T):

$$30T = 60 \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$$

b) Não

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{g T^2}{4\pi^2} \approx \frac{10 \cdot 2^2}{4 \cdot 10} \Rightarrow L \approx 1$$

**Respostas:** a)  $T = 2 \text{ s}$  e  $f = 0,5 \text{ Hz}$ ; b) Não, porque o comprimento do pêndulo precisa ser aproximadamente 1 m para seu período ser igual a 2 s.

**25** Num experimento com um pêndulo simples de 120 cm de comprimento, foi cronometrado o intervalo de tempo decorrido durante 20 oscilações, obtendo-se 44,0 s. Calcule a intensidade  $g$  da aceleração da gravidade no local da experiência. Use  $\pi = 3,14$ .

**Resolução:**

$$\bullet 20T = 44,0 \Rightarrow T = 2,2 \text{ s}$$

$$\bullet l = 1,2 \text{ m}$$

$$\bullet T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 1,2}{2,2^2} \Rightarrow g = 9,78 \text{ m/s}^2$$

**Resposta:** 9,78 m/s<sup>2</sup>

**26** Uma pequena esfera metálica realiza oscilações de pequena amplitude e período igual a 1,2 s num recipiente hemisférico praticamente sem atrito e de raio  $R$ . Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\pi = 3$ , calcule  $R$ .

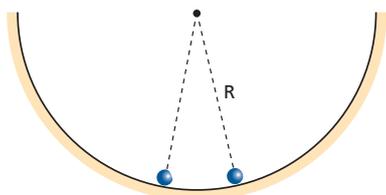
**Resolução:**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

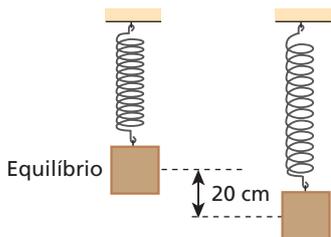
$$1,2 = 2 \cdot 3 \sqrt{\frac{R}{10}}$$

$$R = 0,4 \text{ m}$$

**Resposta:** 0,4 m



**27** A figura mostra um bloco com 4 kg de massa, preso na extremidade de uma mola ideal. Se o bloco for puxado 20 cm para baixo da posição de equilíbrio e abandonado em seguida, ele oscilará com frequência de 5 Hz.



Despreze influências do ar e considere  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\pi^2 = 10$ . Analise as afirmações a seguir:

- I. A amplitude do movimento oscilatório do bloco é 20 cm.
- II. O período do movimento oscilatório é 0,2 s.
- III. A força resultante sobre o bloco na posição de equilíbrio vale zero.
- IV. A força elástica sobre o bloco na posição de equilíbrio vale 40 N.
- V. Nos pontos de inversão, a força resultante sobre o bloco vale 800 N.

São corretas:

- a) todas as afirmações.
- b) apenas I e III.
- c) apenas II, III e IV.
- d) apenas II, III e V.
- e) apenas III, IV e V.

**Resolução:**

I) Correta ( $A = 20 \text{ cm}$ ).

II) Correta.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$$

III) Correta.

IV) Correta.

Na posição de equilíbrio:

$$F_{\text{elástica}} = P \Rightarrow F_{\text{elástica}} = 40 \text{ N}$$

V) Correta.

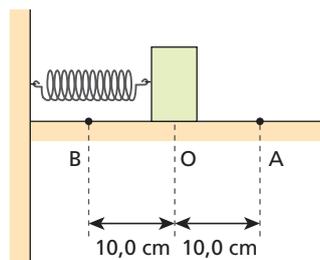
A força resultante sobre o bloco é dada por  $F = -Kx$ . Nos pontos de inversão:

$$|F| = KA = m \omega^2 A = m \cdot 4 \pi^2 f^2 A$$

$$|F| = 4 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 0,2 \Rightarrow |F| = 800 \text{ N}$$

**Resposta:** a

**28** (Mack-SP) Um corpo de 250 g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica  $k$  igual a 100 N/m, como mostra a figura a seguir. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo, até o ponto **A**, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0 s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto **A**:



- a) uma vez.
- b) duas vezes.
- c) três vezes.
- d) quatro vezes.
- e) seis vezes.

**Resolução:**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,25}{100}} = 2\pi \frac{0,5}{10}$$

$$T \approx 0,31 \text{ s}$$

Em 0,31 s  $\longrightarrow$  1 vez

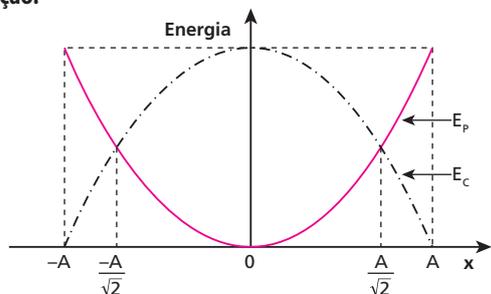
Em 1,0 s  $\longrightarrow$  n vezes

$$n \approx 3,2 \Rightarrow 3 \text{ vezes}$$

**Resposta:** c

**29** Um corpo de massa  $m$ , preso a uma mola de constante elástica  $K$ , executa um movimento harmônico simples ao longo de um eixo horizontal  $Ox$ . As elongações do corpo variam de  $x = -A$  até  $x = A$ . Determine a elongação quando a energia cinética do bloco iguala-se à energia potencial elástica, indicando o resultado num gráfico dessas energias em função da posição.

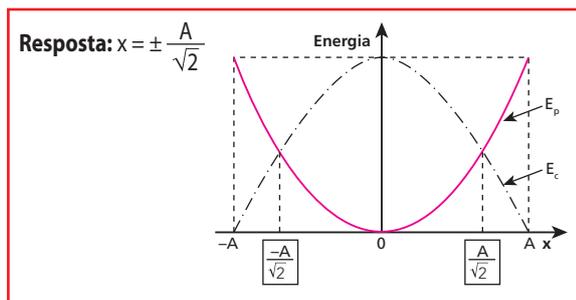
**Resolução:**



$$E_m = E_p + E_c$$

$$\frac{KA^2}{2} = \frac{Kx^2}{2} + \frac{Kx^2}{2}, \text{ pois } E_p = E_c$$

$$2x^2 = A^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$



**30** (UFRGS-RS) Dois corpos de massas diferentes, cada um preso a uma mola distinta, executam movimentos harmônicos simples de mesma frequência e têm a mesma energia mecânica. Nesse caso:

- o corpo de menor massa oscila com menor período.
- o corpo de menor massa oscila com maior período.
- os corpos oscilam com amplitudes iguais.
- o corpo de menor massa oscila com menor amplitude.
- o corpo de menor massa oscila com maior amplitude.

**Resolução:**

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \\ K_1 \end{array} \right\} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} \quad \left. \begin{array}{l} m_2 \\ K_2 \end{array} \right\} f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{m_2}} \Rightarrow \frac{K_1}{m_1} = \frac{K_2}{m_2} \quad (I)$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{m_1} = E_{m_2} \\ \frac{K_1 A_1^2}{2} = \frac{K_2 A_2^2}{2} \end{array} \right\} \quad (II)$$

De (I): massa menor  $\Rightarrow K$  menor

De (II):  $K$  menor  $\Rightarrow A$  maior

**Resposta:** e

**31** Um pêndulo simples realiza oscilações de pequena amplitude na superfície da Terra, com período igual a 2,0 s.

- Se esse pêndulo realizasse oscilações de pequena amplitude na superfície da Lua, qual seria o seu período? Considere  $g_{\text{Lua}} = \frac{1}{6} g_{\text{Terra}}$ .
- Esse pêndulo oscilaria se estivesse preso ao teto de um elevador em queda livre?

**Resolução:**

$$\left. \begin{array}{l} T_T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_T}} \\ T_L = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_T}{T_L} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$T_L = \sqrt{6} T_T = \sqrt{6} \cdot 2,0 \Rightarrow T_L = 4,9 \text{ s}$$

- Não, porque, no interior de um elevador em queda livre, a gravidade aparente é nula.

**Respostas:** a) 4,9 s; b) não.

**32** (UFRGS-RS) Um pêndulo foi construído com um fio leve e inextensível com 1,6 m de comprimento; uma das extremidades do fio foi fixada e na outra pendurou-se uma pequena esfera de chumbo cuja massa é de 60 g. Esse pêndulo foi colocado a oscilar no ar, com amplitude inicial de 12 cm. A frequência medida para esse pêndulo foi aproximadamente 0,39 Hz. Suponha agora que se possa variar a massa ( $M$ ), a amplitude ( $A$ ) e o comprimento do fio ( $L$ ).

Qual das seguintes combinações dessas três grandezas permite, aproximadamente, a duplicação da frequência?

- $L = 6,4 \text{ m}$ ;  $A = 12 \text{ cm}$ ;  $M = 60 \text{ g}$ .
- $L = 1,6 \text{ m}$ ;  $A = 6 \text{ cm}$ ;  $M = 60 \text{ g}$ .
- $L = 0,4 \text{ m}$ ;  $A = 6 \text{ cm}$ ;  $M = 30 \text{ g}$ .
- $L = 0,8 \text{ m}$ ;  $A = 12 \text{ cm}$ ;  $M = 60 \text{ g}$ .
- $L = 1,6 \text{ m}$ ;  $A = 12 \text{ cm}$ ;  $M = 15 \text{ g}$ .

**Resolução:**

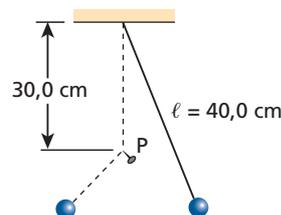
Para pequenas amplitudes, o período do pêndulo não depende da amplitude. Sabemos também que o período não depende da massa:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Reduzindo o comprimento a  $\frac{\ell}{4}$  (0,4 m), o período se reduz à metade e, conseqüentemente, a frequência dobra.

**Resposta:** c

**33** (FCMSC-SP) A figura representa um pêndulo simples, de período igual a  $T$ . Colocando-se um prego ( $P$ ) na posição indicada, o pêndulo, na máxima elongação para a esquerda, fica com a configuração indicada pela linha pontilhada, voltando depois à sua configuração inicial. Qual é o período de oscilação desse sistema?



**Resolução:**

- Quando o pêndulo não está encostado no prego, seu comprimento é:  $\ell = 40,0$  cm (período  $T$ ).
- Quando o fio encosta no prego, passamos a ter um pêndulo de comprimento  $\ell' = 10,0$  cm (período  $T'$ ). Como  $\ell' = \frac{\ell}{4}$ , então  $T' = \frac{T}{2}$ .
- O período de oscilação do sistema é  $T_s$ :

$$T_s = \frac{T}{2} + \frac{T'}{2} = \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \Rightarrow T_s = \frac{3T}{4}$$

**Resposta:**  $\frac{3T}{4}$

**34** (Unicamp-SP) Um pêndulo simples, que executa um movimento harmônico simples num ambiente escuro, é iluminado por um holofote estroboscópico.

- Seja  $\ell = 0,4$  m o comprimento do pêndulo, calcule a frequência de suas oscilações.
- Qual deve ser a frequência máxima do estroboscópio para que esse pêndulo pareça estar parado na posição vertical? Considere  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

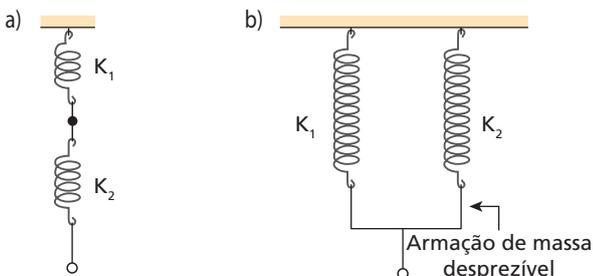
**Resolução:**

a)  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{0,4}} \Rightarrow f = 0,8$  Hz

- b) A frequência máxima corresponde ao caso em que o holofote lampeja toda vez que o pêndulo passa pela vertical. Assim, o holofote lampeja duas vezes durante uma oscilação do pêndulo. Por isso, sua frequência é o dobro da frequência do pêndulo, ou seja, 1,6 Hz.

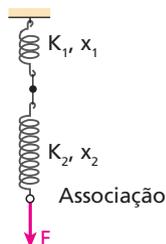
**Respostas:** a) 0,8 Hz; b) 1,6 Hz

**35 E.R.** Determine a constante elástica equivalente às seguintes associações de molas ideais:



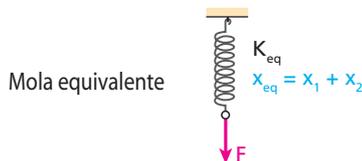
**Resolução:**

- a) Temos, neste caso, o que costumamos chamar de molas associadas "em série". Aplicando uma força de intensidade  $F$  na extremidade da associação, as molas de constantes elásticas  $K_1$  e  $K_2$  sofrem deformações respectivamente iguais a  $x_1$  e  $x_2$ , sendo que, para ambas, a força tensora vale  $F$ .



A constante elástica equivalente à associação corresponde à constante elástica de uma mola única, que, submetida à mesma força tensora, sofre a mesma deformação sofrida pela associação, ou seja, deforma-se:

$$x_{eq} = x_1 + x_2$$



Temos, então:

Na mola de constante  $K_1$ :  $F = K_1 x_1$  (I)

Na mola de constante  $K_2$ :  $F = K_2 x_2$  (II)

Na mola equivalente:

$$F = K_{eq} x_{eq} = K_{eq} (x_1 + x_2) \quad (III)$$

De (I) e (II), temos:

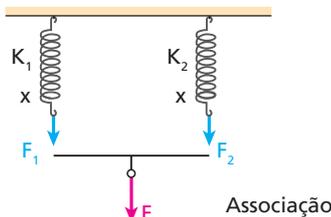
$$x_1 = \frac{F}{K_1} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{F}{K_2}$$

Introduzindo essas expressões em (III), temos:

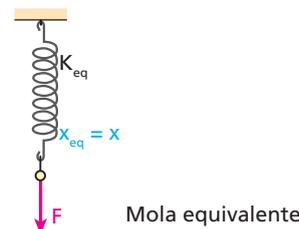
$$F = K_{eq} \left( \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

ou 
$$K_{eq} = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}$$

- b) Agora, temos o que chamamos de molas associadas "em paralelo". Apliquemos uma força de intensidade  $F$  na extremidade da associação, de modo que as molas sofram a mesma deformação  $x$ :



A mola equivalente é aquela que, submetida à mesma força, sofre a mesma deformação que a associação.



Temos, então:

Na mola de constante  $K_1$ :  $F_1 = K_1 x$

Na mola de constante  $K_2$ :  $F_2 = K_2 x$

Mas:

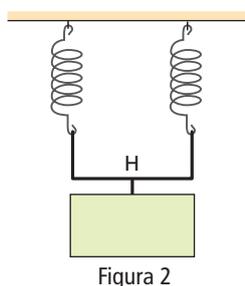
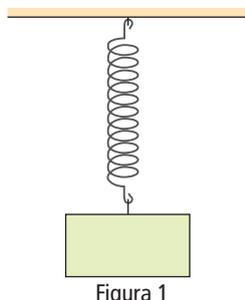
$$F_1 + F_2 = F \Rightarrow F = (K_1 + K_2)x \quad (I)$$

Na mola equivalente:  $F = K_{eq} x \quad (II)$

Comparando (I) e (II), obtemos:

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

**36** A figura 1 representa um bloco em repouso, suspenso a uma mola de constante elástica  $K_1$ , deformada elasticamente de  $x_1$ . A mola é cortada ao meio e o mesmo corpo é suspenso às duas metades por meio de uma haste H, de massa desprezível, ficando em repouso (figura 2). Cada metade apresenta-se deformada elasticamente de  $x_2$ .



Determine:

- a constante elástica  $K_2$  do conjunto constituído pelas duas metades da mola, em função de  $K_1$ ;
- a deformação  $x_2$ , em função de  $x_1$ .

**Resolução:**

- Seja **F** a intensidade da força que causa na mola da figura 1 uma deformação  $x_1$ :

$$K_1 = \frac{F}{x_1}$$

Cada metade dessa mola também está sujeita a uma força de intensidade **F**, mas se deforma  $x' = \frac{x_1}{2}$ .

Assim, a constante elástica de cada metade é dada por:

$$K' = \frac{F}{x'} = \frac{F}{\frac{x_1}{2}} = 2K_1$$

- Na figura 2, as duas metades da mola estão associadas em paralelo.

Então:

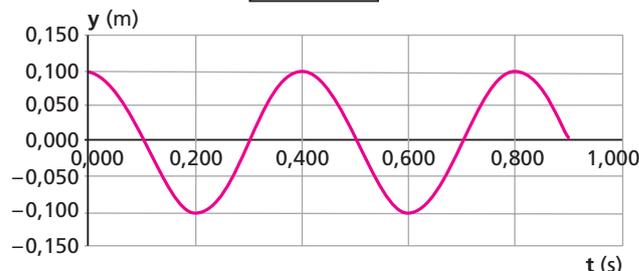
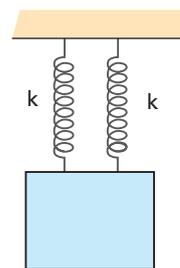
$$K_2 = 2K_1 + 2K_1 \Rightarrow K_2 = 4K_1$$

- Na figura 1:  $x_1 = \frac{F}{K_1}$

$$\bullet \text{ Na figura 2: } x_2 = \frac{F}{K_2} = \frac{F}{4K_1} \Rightarrow x_2 = \frac{x_1}{4}$$

**Respostas:** a)  $K_2 = 4K_1$ ; b)  $x_2 = \frac{x_1}{4}$

**37** (EEM-SP) O bloco mostrado no esquema tem massa 0,200 kg e, após ser deslocado da sua posição de equilíbrio e solto, executa um movimento harmônico simples (MHS). Nessa condição, o período de oscilação do sistema mola-massa é  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}}$ , em que  $k_{eq}$  é a constante elástica equivalente da associação das molas e **m**, a massa do corpo. O gráfico descreve o deslocamento do corpo em função do tempo.



Despreze os efeitos de forças resistivas e determine a ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ):

- amplitude do movimento;
- constante elástica equivalente da associação das molas;
- deformação das molas na situação de equilíbrio.

**Resolução:**

- Do gráfico:  $A = 0,100 \text{ m}$

- Do gráfico:  $T = 0,400 \text{ s}$

Então:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{eq}}} \Rightarrow k_{eq} = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,200}{0,400^2}$$

- Temos:

$$k_{eq} = 5\pi^2 \text{ N/m} \approx 50 \text{ N/m}$$

$$F = k_{eq} x, \text{ em que } F = P = 2,00 \text{ N}$$

$$2,00 = 50 x \Rightarrow x = 0,040 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 0,100 m; b) 50 N/m; c) 0,040 m.

**38** (Unifei-MG) Uma partícula se move em um plano, de modo que suas coordenadas de posição **x** e **y** variam em função do tempo **t** conforme as expressões  $x = R \sin(\omega t)$  e  $y = R \cos(\omega t) + R$ , onde  $\omega$  e **R** são iguais a  $\pi \text{ rad/s}$  e 5,0 m, respectivamente.

- Esboce em seu caderno a trajetória da partícula posicionando-a em relação aos eixos  $Ox$  e  $Oy$ .
- Calcule os módulos da velocidade e da aceleração da partícula numa posição genérica da trajetória.
- Que tipo de movimento a partícula realiza e qual o período do movimento?

**Resolução:**

$$\omega = \pi \text{ rad/s} \quad R = 5,0 \text{ m}$$

- $x = R \sin(\omega t) \Rightarrow x^2 = R^2 \sin^2(\omega t)$

$$\sin^2(\omega t) = \frac{x^2}{R^2} \quad (I)$$

$$y = R \cos(\omega t) + R \Rightarrow y - R = R \cos(\omega t)$$

$$(y - R)^2 = R^2 \cos^2(\omega t)$$

$$\cos^2(\omega t) = \frac{(y - R)^2}{R^2} \quad (II)$$

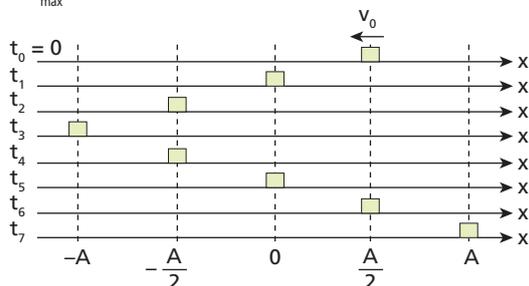
Como  $\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t) = 1$ , temos, de (I) e (II):

$$\frac{(y - R)^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} = 1 \Rightarrow (y - R)^2 + x^2 = R^2$$

$$(y - 5,0)^2 + x^2 = 25 \quad (\text{equação da trajetória, no SI})$$



**42** (UFC-CE) Um corpo de massa  $m$  executa o movimento periódico mostrado na figura abaixo. A força que atua no sistema é da forma  $F = -kx$ . Com base nos dados fornecidos e na figura, é possível calcular algumas grandezas inerentes a esse tipo de movimento, tais como:  $\delta$ ,  $v$ ,  $\omega$ ,  $k$  e  $a_{\text{máx}}$ .



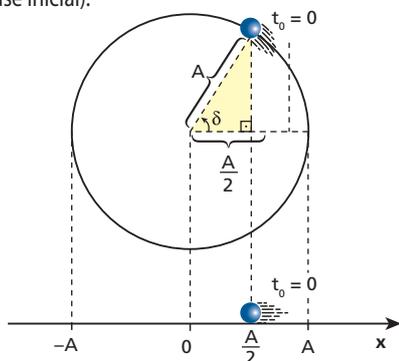
**Dados:**  $\delta$  é a constante de fase;  
 $\omega$  é a frequência natural da oscilação;  
 $v$  é a velocidade do corpo;  
 $k$  é a constante elástica;  
 $a_{\text{máx}}$  é a aceleração máxima.

Das grandezas calculadas e apresentadas abaixo, indique a alternativa correta.

- a)  $\delta = 0$
- b)  $v(t_3) = \frac{A}{2} \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right)$
- c)  $\omega = \frac{2\pi}{t_7 - t_3}$
- d)  $k = m A \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right)^2$
- e)  $a_{\text{máx}} = A \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right)^2$

**Resolução:**

- Cálculo de  $\delta$  (fase inicial):



Em  $t_0 = 0$ , a elongação é  $x = \frac{A}{2}$  e está diminuindo.

No triângulo destacado:

$$\cos \delta = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

- Cálculo de  $\omega$ :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Da figura, observamos que o corpo realiza **meia oscilação** (meio ciclo) no intervalo  $\Delta t = t_7 - t_3$ , que corresponde a meio período do MHS.

$$\Delta t = \frac{T}{2} = t_7 - t_3 \Rightarrow T = 2(t_7 - t_3)$$

$$\text{Logo: } \omega = \frac{2\pi}{2(t_7 - t_3)} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{t_7 - t_3}$$

- Cálculo de  $k$ :

$$k = m \omega^2 \Rightarrow k = m \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right)^2$$

- Cálculo de  $v(t_3)$ :

$$v(t_3) = v_{\text{máx}} = \omega A \Rightarrow v(t_3) = \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right) A$$

- Cálculo de  $a_{\text{máx}}$ :

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 A \Rightarrow a_{\text{máx}} = \left( \frac{\pi}{t_7 - t_3} \right)^2 A$$

**Resposta:** e

**43** Um bloco suspenso por uma mola oscila verticalmente em movimento harmônico simples, como representa a figura 1.

No instante  $t = 0$ , ele está passando pela sua posição de equilíbrio ( $y = 0$ ). A velocidade escalar  $v$  desse bloco varia com o tempo  $t$ , conforme o gráfico apresentado na figura 2.

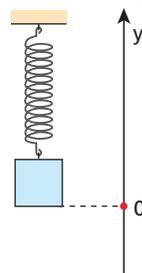


Figura 1

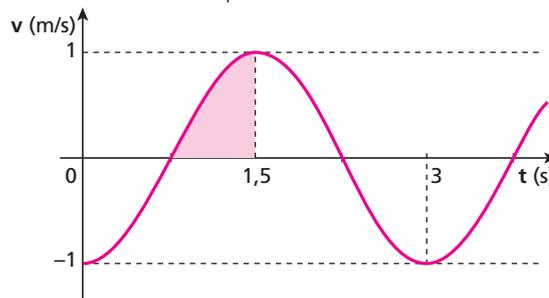


Figura 2

- a) Determine a função horária da elongação,  $y = f(t)$ , desse movimento.
- b) Considerando  $\pi = 3$ , quanto vale a "área" destacada na figura 2?

**Resolução:**

- a)  $y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$

- Cálculo de  $\omega$  e  $A$ :

Do gráfico, temos:

$$T = 3 \text{ s e } v_{\text{máx}} = 1 \text{ m/s}$$

$$\text{Como } \omega = \frac{2\pi}{T}: \omega = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$

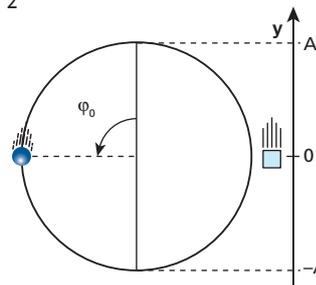
$$\text{Como } v_{\text{máx}} = \omega A: 1 = \frac{2\pi}{3} A \Rightarrow A = \frac{3}{2\pi} \text{ m}$$

- Determinação de  $\varphi_0$ :

1ª) Em  $t = 0$ , temos:

$y = 0$  e  $v < 0$  (bloco descendo)

$$\text{Então: } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$



2ª)  $v = -\omega A \overbrace{\sin(\omega t + \varphi_0)}^{v_{\text{máx}}}$

Do gráfico, temos que  $v = -1$  m/s em  $t = 0$ :  
 $-1 = -1 \sin \varphi_0 \Rightarrow \sin \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  rad

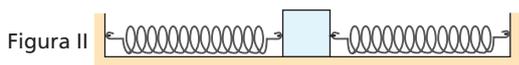
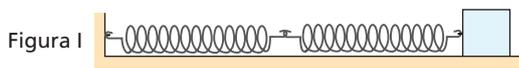
Portanto:  $y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$  (SI)

b) A "área" pedida corresponde ao deslocamento escalar  $\Delta y$  desde um ponto de inversão, do sentido do movimento ( $v = 0$ ) até um ponto em que a velocidade escalar é máxima, ou seja, à amplitude **A**:

"área" =  $A = \frac{3}{2\pi} = \frac{3}{2 \cdot 3} \Rightarrow$  "área" = 0,5 m

**Respostas:** a)  $y = \frac{3}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$  (SI); b) 0,5 m

**44** Duas molas iguais e um mesmo bloco participam das duas montagens ilustradas nas figuras I e II:



Atritos e influências do ar são desprezados.

Se o bloco é afastado da posição de equilíbrio (molas relaxadas) e abandonado, ele oscila na figura I com período  $T_I$  e na figura II com período  $T_{II}$ . Determine  $\frac{T_I}{T_{II}}$ .

**Resolução:**

Na figura I, as molas estão associadas em série. Sendo **K** a constante elástica de cada mola, temos:

$K_{\text{eq}} = \frac{K}{2}$

$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{\text{eq}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}$

A montagem da figura II equivale a uma associação de molas em paralelo, uma vez que o comportamento do sistema seria o mesmo se as molas estivessem do mesmo lado do bloco. Assim:

$K_{\text{eq}} = 2K$

$T_{II} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{\text{eq}}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}$

$\frac{T_I}{T_{II}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{2m}{K}}}{2\pi \sqrt{\frac{m}{2K}}} \Rightarrow \frac{T_I}{T_{II}} = 2$

**Resposta:** 2

**45** (ITA-SP) Dois pêndulos simples, respectivamente de massas  $m_1$  e  $m_2$  e comprimentos  $\ell_1$  e  $\ell_2$ , são simultaneamente abandonados para pôr-se em oscilação. Consta-se que a cada 4 ciclos do primeiro a situação inicial é restabelecida identicamente. Nessas condições, pode-se afirmar que necessariamente:

- a) o pêndulo 2 deve oscilar mais rapidamente que o pêndulo 1.
- b) o pêndulo 2 deve oscilar mais lentamente que o pêndulo 1.

c)  $8 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$  é um número inteiro.

d)  $6 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$  é um número inteiro.

e)  $m_1 \ell_1 = 2m_2 \ell_2$ .

**Resolução:**

Se, no intervalo de tempo em que o pêndulo de comprimento  $\ell_1$  realiza quatro oscilações, a situação inicial de ambos se repete, concluímos que nesse mesmo intervalo o pêndulo de comprimento  $\ell_2$  também realiza um número **inteiro** (**n**) de oscilações:

$4T_1 = nT_2$

$4 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = n \cdot 2\pi \sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \Rightarrow 4 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = n$  (I)

Multiplicando a expressão I, membro a membro, por 2, obtemos:

$8 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 2n$

Como **n** é inteiro, 2n também é, o que nos leva à alternativa correta.

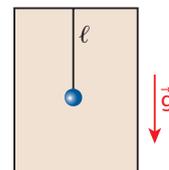
Note que  $6 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$  não é necessariamente inteiro. De fato, se a expressão I for multiplicada, membro a membro, por 1,5, obteremos:

$6 \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}} = 1,5n$

Se **n** for ímpar, 1,5n não será um número inteiro.

**Resposta:** c

**46** Um pêndulo simples de comprimento  $\ell$  é preso ao teto de um elevador, como mostra a figura.



Sendo **g** o módulo do campo gravitacional no local, analise as afirmações a seguir:

- I. Se o elevador permanecer em repouso ou mover-se em movimento retilíneo e uniforme, o período de oscilação do pêndulo será  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ .
- II. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para cima, o período de oscilação do pêndulo será  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$ .
- III. Se o elevador mover-se com aceleração de módulo **a** dirigida para baixo ( $a < g$ ), o período de oscilação será  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$ .
- IV. Se o elevador estiver em queda livre, o pêndulo não oscilará.

É (são) correta(s):

- a) todas.
- b) apenas II e III.
- c) apenas IV.
- d) apenas I.
- e) apenas I, II e III.

**Resolução:**

O período de oscilação do pêndulo é dado por:

$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_{\text{ap}}}}$

em que  $g_{\text{ap}}$  é o módulo da aceleração da gravidade aparente (em relação ao elevador).

- I) Correta.  
Quando o elevador não apresenta aceleração em relação à Terra, temos  $g_{ap} = g$ .
- II) Correta.  
Nesse caso,  $g_{ap} = g + a$ .
- III) Correta.  
Nesse caso,  $g_{ap} = g - a$ .
- IV) Correta.  
Nesse caso,  $g_{ap} = 0$  e o pêndulo não oscila.

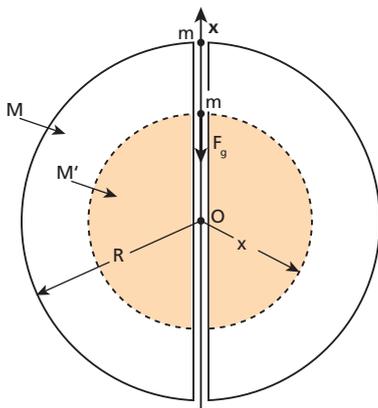
**Resposta:** a

**47** Considere a Terra uma esfera homogênea de raio  $R$  e massa  $M$ . Suponha que um pequeno corpo de massa  $m$  seja abandonado a partir do repouso em uma das bocas de um túnel que atravessa totalmente o planeta, cavado ao longo de seu eixo de rotação.

- a) Mostre que, se não houvesse qualquer dissipação de energia mecânica, o corpo abandonado realizaria um movimento harmônico simples.
- b) Calcule o período desse movimento. Para isso, use:  $R = 6,4 \cdot 10^6$  m;  $M = 6,0 \cdot 10^{24}$  kg;  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup>kg<sup>-2</sup> e  $\pi = 3,14$ .
- c) Mostre que o período obtido no item **b** é igual ao período do movimento do corpo de massa  $m$  em órbita circular rasante em torno da Terra (evidentemente, na ausência de atmosfera).

**Resolução:**

a)



$$F_g = \frac{GM'm}{x^2}$$

Sendo  $\mu$  a densidade da Terra, temos:

$$F_g = \frac{G \mu \frac{4}{3} \pi x^3 m}{x^2} = G \mu \frac{4}{3} \pi m x$$

$$F_g = G \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \frac{4}{3} \pi m x$$

$$F_g = - \underbrace{\frac{GMm}{R^3}}_k x \quad (\text{valor relativo ao eixo } Ox)$$

$$F_g = -Kx$$

Portanto, o movimento do corpo é harmônico simples.

$$b) T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{GMm}{R^3}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{(6,4 \cdot 10^6)^3}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6,0 \cdot 10^{24}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \approx 85 \text{ min}$$

$$c) m \omega^2 R = \frac{GMm}{R^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{R^3} \Rightarrow$$

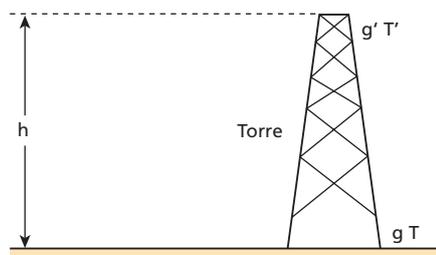
$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

**Respostas:** a) Ver demonstração; b) 85 min, aproximadamente; c) Ver demonstração

**48** (ITA-SP) Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear  $\alpha$ , foi calibrado a uma temperatura de  $0^\circ\text{C}$  para marcar 1 s exato ao pé de uma torre de altura  $h$ . Elevando-se o relógio até o alto da torre, observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando  $R$  o raio da Terra,  $L$  o comprimento do pêndulo a  $0^\circ\text{C}$  e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual se obtém o mesmo atraso é dada pela relação:

- a)  $\frac{2h}{\alpha R}$
- b)  $\frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$
- c)  $\frac{(R+h)^2 - LR}{\alpha LR}$
- d)  $\frac{R(2h+R)}{\alpha(R+h)^2}$
- e)  $\frac{2R+h}{\alpha R}$

**Resolução:**



$$\left. \begin{aligned} g &= \frac{GM}{R^2} \\ g' &= \frac{GM}{(R+h)^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow g' = g \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (\text{no pé da torre})$$

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g \frac{R^2}{(R+h)^2}}} \quad (\text{no alto da torre})$$

Para que o período também seja  $T'$  no pé da torre, devemos aumentar o comprimento do pêndulo por meio da dilatação térmica, elevando sua temperatura a um valor  $\theta$ :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L(1+\alpha\theta)}{g}}$$

Igualando as duas expressões de  $T'$ , temos:

$$2\pi \sqrt{\frac{L}{g \frac{R^2}{(R+h)^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L(1+\alpha\theta)}{g}}$$

$$\frac{(R+h)^2}{R^2} = 1 + \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = \frac{(R+h)^2}{R^2} - 1$$

$$\alpha\theta = \frac{R^2 + 2Rh + h^2 - R^2}{R^2} = \frac{h(2R+h)}{R^2}$$

$$\theta = \frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$$

**Resposta:** b

**49** (Unicamp-SP) Um relógio de pêndulo marca o tempo corretamente quando funciona à temperatura de 20 °C. Quando este relógio se encontra a uma temperatura de 30 °C, seu período aumenta devido à dilatação da haste do pêndulo.

- a) Ao final de 24 horas operando a 30 °C, o relógio atrasa 8,64 s. Determine a relação entre os períodos  $\tau_{30}$  a 30 °C e  $\tau_{20}$  a 20 °C, isto é,  $\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}}$ .
- b) Determine o coeficiente de expansão térmica linear do material do qual é feita a haste do pêndulo. Use a aproximação:  $(1,0001)^2 = 1,0002$ .

**Resolução:**

a) Para registrar (correta ou incorretamente) 24 horas, ou seja, para o ponteiro das horas completar duas voltas, o pêndulo tem de realizar um **mesmo** número  $n$  de oscilações:

A 20 °C:  
 $n \tau_{20} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s} \quad (I)$

A 30 °C:  
 $n \tau_{30} = 24 \text{ h} + 8,64 \text{ s} = 86\,408,64 \text{ s} \quad (II)$

Dividindo (II) por (I), obtemos:

$$\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = 1,0001$$

b)

$$\frac{\tau_{30}}{\tau_{20}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{\ell_0}{g}}} = 1,0001$$

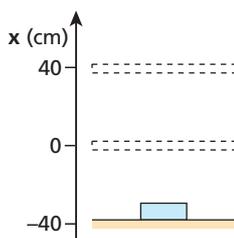
$$\frac{\ell}{\ell_0} = 1,0002$$

$$\ell = \ell_0 \cdot 1,0002 = \ell_0 (1 + \alpha \cdot 10)$$

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

**Respostas:** a) 1,0001; b)  $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

**50** Um bloco está apoiado em uma plataforma horizontal inicialmente em repouso na posição indicada na figura abaixo.



A plataforma passa a oscilar verticalmente em movimento harmônico simples de amplitude 40 cm e período 1 s. Determine a elongação em que o bloco perde contato com a plataforma, adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e  $\pi^2 = 10$ .

**Resolução:**

O bloco perde contato com a plataforma quando a força de reação normal da plataforma sobre o bloco ( $\vec{F}_n$ ) se anula. Nessa situação, a única força atuante no bloco é o seu peso, razão pela qual a aceleração tem módulo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

$$\alpha = -\omega^2 x \quad (I)$$

$$\alpha = -10 \text{ m/s}^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s}$$

Em (I):

$$-10 = -40x \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{x = 25 \text{ cm}}$$

**Resposta:** 25 cm

**51** Uma prancha de massa  $M$  está inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal. Na extremidade **A** dessa prancha, encontra-se, também em repouso, um automóvel de massa  $m$ , assimilável a um ponto material.

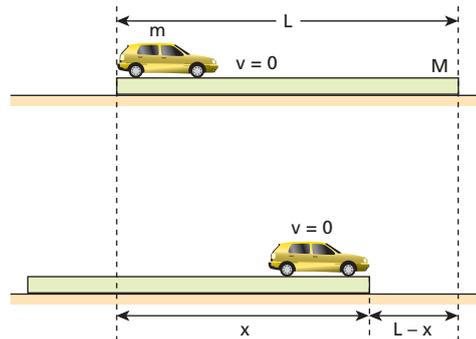


A partir de certo instante, o automóvel passa a realizar um movimento harmônico simples em relação à superfície horizontal, indo da extremidade **A** à extremidade **B** e, em marcha a ré, da extremidade **B** à extremidade **A**. Considere  $L$  o comprimento da prancha,  $\mu$  o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a prancha e  $g$  a intensidade do campo gravitacional. Despreze o atrito entre a prancha e a superfície em que se apoia. Nessas condições, determine:

- a) a amplitude do movimento do automóvel em relação à superfície horizontal;
- b) a máxima frequência que o movimento do automóvel pode ter.

**Resolução:**

a)



Da conservação da quantidade de movimento do sistema carro-prancha, temos, em módulo:

$$m v_{m_{\text{carro}}} = M v_{m_{\text{prancha}}}$$

$$m \frac{x}{\Delta t} = M \frac{L-x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{ML}{M+m}$$

A amplitude **A** é igual a  $\frac{x}{2}$ . Então:

$$\boxed{A = \frac{ML}{2(M+m)}}$$

- b) A máxima intensidade da força no carro em MHS não pode exceder a intensidade da força de atrito de destaque:

$$m \omega^2 A \leq \mu m g \Rightarrow 4\pi^2 f^2 A \leq \mu g$$

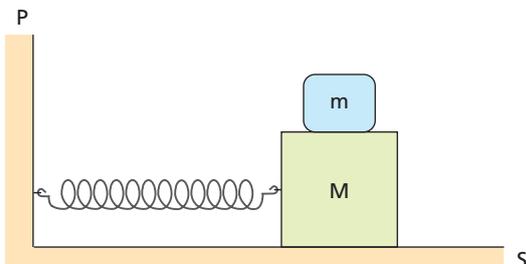
$$f_{\text{máx}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu g}{A}}$$

$$\boxed{f_{\text{máx}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\mu g(M+m)}{ML}}}$$

**Respostas:** a)  $\frac{ML}{2(M+m)}$ ; b)  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\mu g(M+m)}{ML}}$

**52** A figura a seguir representa uma mola ideal de constante elástica  $k$ , presa em uma parede  $P$  e em um bloco de massa  $M$  em repouso, numa superfície plana e horizontal  $S$ . Sobre esse bloco, repousa um outro, de massa  $m$ .

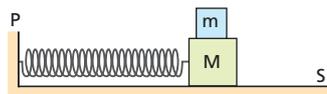
Existe atrito entre os blocos, mas se supõe a ausência de atrito na superfície  $S$ . Além disso, as influências do ar são desprezadas. Afastando o bloco de massa  $M$  da posição de equilíbrio e liberando o sistema, ele passa a oscilar com amplitude  $A$ .



Determine, sendo  $g$  a intensidade do campo gravitacional:

- o período de oscilação do sistema ( $T$ ), supondo que um bloco não se mova em relação ao outro;
- a expressão do coeficiente de atrito estático ( $\mu$ ) entre os blocos para garantir que um deles não se mova em relação ao outro.

**Resolução:**



- O período de um oscilador massa-mola ideal é:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

- A máxima aceleração dos blocos é dada por:

$$a_{\text{máx}} = \omega^2 A = \frac{4\pi^2}{T^2} A = \frac{4\pi^2 A}{4\pi^2 \frac{M+m}{k}} = \frac{kA}{M+m}$$

Para poder ter essa aceleração, o bloco de massa  $m$  precisa de uma força resultante  $\vec{F}$ , que é a força de atrito estático que ele recebe do bloco no qual está apoiado:

$$F = m a_{\text{máx}} = \frac{m k A}{M+m}$$

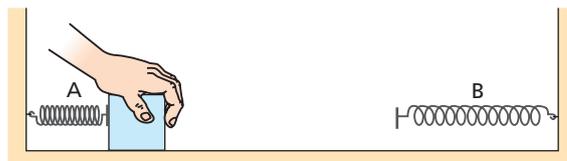
$$F_{\text{at}_e} \leq \mu F_n \Rightarrow F_{\text{at}_e} \leq \mu m g$$

Como  $F = F_{\text{at}_e}$ :

$$\frac{m k A}{M+m} \leq \mu m g \Rightarrow \mu \geq \frac{kA}{(M+m)g}$$

**Respostas:** a)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{M+m}{k}}$ ; b)  $\mu \geq \frac{kA}{(M+m)g}$

**53** Na situação esquematizada na figura, as molas **A** e **B** têm massas desprezíveis e constantes elásticas  $k = 16\pi^2 \text{ N/m}$ . Um pequeno bloco rígido de massa igual a  $4,0 \text{ kg}$  é comprimido contra o aparador da mola **A**, que sofre uma deformação de  $50 \text{ cm}$ . Esse bloco é abandonado do repouso, passando a oscilar em trajetória retilínea sobre o plano horizontal. Em cada vaivém, ele realiza duas colisões contra os aparadores das molas, o que não acarreta nenhuma dissipação de energia mecânica.



Supondo-se que a distância entre os aparadores na situação de relaxamento das molas é  $d = \pi \text{ m}$  e admitindo-se positivo o sentido da esquerda para a direita, pede-se, desprezando atritos e influências do ar:

- calcular a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco;
- determinar o período de suas oscilações;
- traçar, em uma folha à parte, o gráfico da velocidade escalar do bloco em função do tempo, abrangendo, pelo menos, um ciclo das oscilações.

**Resolução:**

- A energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola **A** é igual à energia cinética do bloco no momento em que a abandona:

$$E_c = E_{p_{e_s}} \Rightarrow \frac{m v^2}{2} = \frac{k x^2}{2}$$

$$4,0 v^2 = 16\pi^2 (0,50)^2 \Rightarrow v = \pi \text{ m/s}$$

- O intervalo de tempo que o bloco passa em contato com as molas em cada ciclo é  $\Delta t_1$  dado por:

$$\Delta t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \Delta t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{4,0}{16\pi^2}}$$

$$\Delta t_1 = 1,0 \text{ s}$$

O intervalo de tempo que o bloco passa em movimento retilíneo e uniforme entre duas colisões sucessivas é  $\Delta t_2$ , dado por:

$$v = \frac{2d}{\Delta t_2} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{\Delta t_2}$$

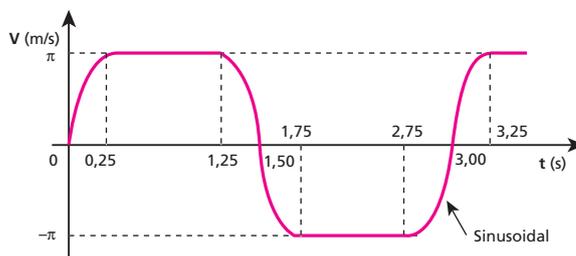
$$\Delta t_2 = 2,0 \text{ s}$$

Então, o período  $T$  de oscilação do bloco é dado por:

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow T = 1,0 + 2,0$$

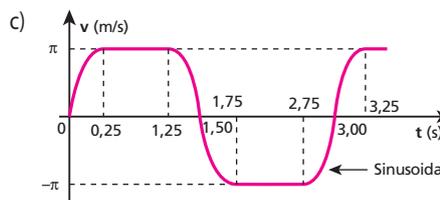
$$T = 3,0 \text{ s}$$

- 



**Respostas:** a)  $\pi \text{ m/s}$

b)  $3,0 \text{ s}$



**54** (Olimpíada Brasileira de Física) Um antigo relógio tipo carrilhão é acionado pelas oscilações de um pêndulo de aço (coeficiente de dilatação linear igual a  $1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ) que, no inverno, realiza uma oscilação completa em 1,0 s. Sabendo-se que no verão esse relógio passa a atrasar o equivalente a 2,0 min por mês, determine a diferença entre as temperaturas médias no verão e no inverno.

**Resolução:**

No inverno, o período das oscilações do pêndulo é  $T_i = 1,0 \text{ s}$ .  
 No verão, o relógio passa a atrasar porque o período aumenta, passando a valer  $T_v = T_i + x$ . Assim, em cada oscilação, o relógio registra a passagem de 1,0 s, quando, na realidade, passou  $1,0 \text{ s} + x$ .  
 Vamos calcular  $x$ , que é o atraso ocorrido em cada segundo real:

•  $1 \text{ mês} = 30 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \dots 2,0 \text{ min} = 120 \text{ s}$   
 $1,0 \text{ s} \dots x$

$$x = \frac{120}{30 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow x \approx 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

•  $T_v - T_i = x \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{\ell_v}{g}} - 2\pi \sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$

$$2\pi \sqrt{\frac{\ell_i(1 + \alpha\Delta\theta)}{g}} - 2\pi \sqrt{\frac{\ell_i}{g}} = x$$

$$2\pi \sqrt{\frac{\ell_i}{g}} (\sqrt{1 + \alpha\Delta\theta} - 1) = x$$

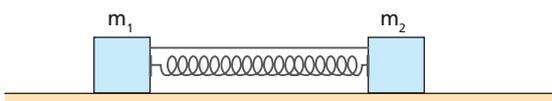
$$1,0 (\sqrt{1 + 1,0 \cdot 10^{-5} \Delta\theta} - 1) = 4,6 \cdot 10^{-5}$$

$$\sqrt{1 + 1,0 \cdot 10^{-5} \Delta\theta} = 1,000046$$

$$\Delta\theta \approx 9,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

**Resposta:** 9,2 °C

**55** Dois blocos de massas  $m_1$  e  $m_2$ , assimiláveis a pontos materiais, repousam em uma superfície plana e horizontal, presos a uma mola ideal de constante elástica  $K$ . A mola está comprimida e os blocos não se movem, porque um barbante está preso neles.

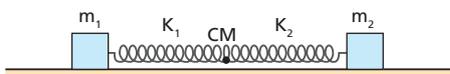


Queimando o barbante, o sistema passa a oscilar. Suponha desprezíveis o atrito e a resistência do ar.

- a) Durante as oscilações, um ponto da mola permanece em repouso. Usando apenas argumentos conceituais, diga onde esse ponto se encontra.
- b) Determine o período das oscilações do sistema.

**Resolução:**

a) A quantidade de movimento do sistema é **constante e nula**. Portanto, o centro de massa desse sistema encontra-se em repouso:



Tudo se passa como se os blocos de massas  $m_1$  e  $m_2$  oscilassem em molas distintas, de constantes elásticas  $K_1$  e  $K_2$ , respectivamente, com extremidades fixas em um ponto correspondente ao centro de massa do sistema.

b) • Os períodos das oscilações dos blocos são iguais:

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{K_1}} \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m_1}{K_1} = \frac{m_2}{K_2} \Rightarrow K_2 = \frac{m_2 K_1}{m_1} \quad (I)$$

• As partes da mola, de constantes elásticas  $K_1$  e  $K_2$ , podem ser tratadas como duas molas em série, com constante elástica equivalente igual a  $K$  ( $K_{eq} = K$ ):

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} \Rightarrow K(K_1 + K_2) = K_1 K_2 \quad (II)$$

• Substituindo (I) em (II), vem:

$$K \left( K_1 + \frac{m_2 K_1}{m_1} \right) = K_1 K_2 \Rightarrow K \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = K_2$$

$$K_2 = K \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \quad (III)$$

• Determine  $T_2$ , por exemplo:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{K_2}} \quad (IV)$$

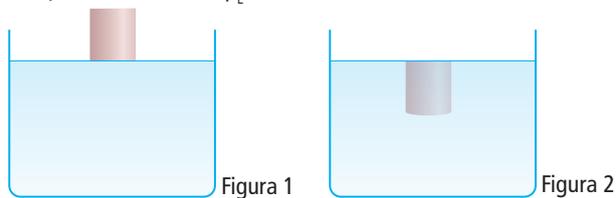
• Substituindo (III) em (IV), temos:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{K \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}}$$

**Respostas:** a) No centro de massa do sistema; b)  $2\pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{K(m_1 + m_2)}}$

**56** Um cilindro de densidade  $\rho_c$  é mantido em repouso na posição indicada na figura 1. Sob o cilindro, encontra-se uma cuba contendo um líquido de densidade  $\rho_L$ .

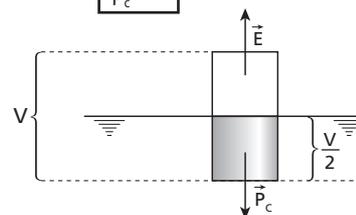


Desprezando-se a resistência do ar e a do líquido, o cilindro, ao ser abandonado, passa a realizar um movimento harmônico simples vertical. Determine a razão  $\rho_L / \rho_c$  para que as posições de inversão do movimento sejam as representadas nas figuras 1 e 2.

**Resolução:**

Como acontece em todo MHS, a posição de equilíbrio está no ponto médio da trajetória:

$$E = P_c \Rightarrow \rho_L \frac{V}{2} g = \rho_c V g \Rightarrow \frac{\rho_L}{\rho_c} = 2$$



**Resposta:** 2

## Tópico 2

**1 | E.R.** Por que é impossível ouvirmos, aqui na Terra, uma explosão solar?

**Resolução:**

As ondas sonoras, sendo ondas mecânicas, não se propagam no vácuo que separa o Sol da Terra.

**2** Quando uma onda se propaga de um local para outro, necessariamente ocorre:

- a) transporte de energia.
- b) transformação de energia.
- c) produção de energia.
- d) movimento de matéria.
- e) transporte de matéria e energia.

**Resolução:**

Na propagação de uma onda ocorre transporte de energia.

**Resposta:** a

**3** Das ondas citadas a seguir, qual delas não é onda eletromagnética?

- a) Infravermelho.
- b) Radiação gama.
- c) Ondas luminosas.
- d) Ondas de rádio.
- e) Ultrassom.

**Resolução:**

O ultrassom é uma onda sonora, sendo do tipo mecânica.

**Resposta:** e

**4** No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas possuem:

- a) mesma frequência.
- b) mesma amplitude.
- c) mesmo comprimento de onda.
- d) mesma quantidade de energia.
- e) mesma velocidade de propagação.

**Resolução:**

No vácuo, todas as ondas eletromagnéticas têm em comum a mesma velocidade (300 000 km/s).

**Resposta:** e

**5** Das ondas citadas a seguir, qual é longitudinal?

- a) Ondas em cordas tensas.
- b) Ondas em superfície da água.
- c) Ondas luminosas.
- d) Ondas eletromagnéticas.
- e) Ondas sonoras propagando-se no ar.

**Resolução:**

Das citadas, apenas as ondas sonoras que se propagam no ar são ondas longitudinais.

**Resposta:** e

**6** Analise as seguintes afirmativas:

- I. O som é onda mecânica.
- II. A luz é onda eletromagnética.
- III. A luz pode ser onda mecânica.
- IV. O som pode propagar-se no vácuo.
- V. A luz pode propagar-se no vácuo.

São verdadeiras:

- a) I, II e III.
- b) I, III e IV.
- c) II, III e V.
- d) I, II e V.
- e) todas as afirmativas.

**Resolução:**

- I. Verdadeira.
- II. Verdadeira.
- III. Falsa.  
A luz é sempre onda eletromagnética.
- IV. Falsa.

Sendo uma onda mecânica, o som precisa de apoio material para se propagar. Assim, o som não se propaga no vácuo.

- V. Verdadeira.

**Resposta:** d

**7** Analise as afirmativas:

- I. Toda onda mecânica é sonora.
- II. As ondas de rádio, na faixa de FM (Frequência Modulada), são transversais.
- III. Abalos sísmicos são ondas mecânicas.
- IV. O som é sempre uma onda mecânica, em qualquer meio.
- V. As ondas de rádio AM (Amplitude Modulada) são ondas mecânicas.

São verdadeiras:

- a) I, II e III.
- b) I, III e V.
- c) II, III e IV.
- d) III, IV e V.
- e) I, IV e V.

**Resolução:**

- I. Falsa.  
Ondas em cordas são mecânicas, mas não sonoras.
- II. Verdadeira.  
Todas as ondas de rádios são eletromagnéticas e, portanto, transversais.
- III. Verdadeira.
- IV. Verdadeira.
- V. Falsa.

**Resposta:** c

**8** Quais das ondas a seguir não se propagam no vácuo?

- a) Raios *laser* (*light amplification by stimulated emission of radiation*).
- b) Ondas de rádio.
- c) Micro-ondas.
- d) Ondas de sonar (*sound navigation and ranging*).
- e) Ondas de calor (raios infravermelhos).

**Resolução:**

Das ondas citadas, apenas as ondas de sonar são ondas mecânicas, que não se propagam no vácuo.

**Resposta:** d

**9** (PUC-SP) As estações de rádio têm, cada uma delas, uma frequência fixa e própria na qual a transmissão é feita. A radiação eletromagnética transmitida por suas antenas é uma **onda de rádio**. Quando escutamos uma música, nossos ouvidos são sensibilizados por **ondas sonoras**.

Sobre **ondas sonoras** e **ondas de rádio**, são feitas as seguintes afirmações:

- I. Qualquer onda de rádio tem velocidade de propagação maior do que qualquer onda sonora.
- II. Ondas de rádio e ondas sonoras propagam-se em qualquer meio, tanto material quanto no vácuo.
- III. Independentemente de a estação de rádio transmissora ser AM ou FM, a velocidade de propagação das ondas de rádio no ar é a mesma e vale aproximadamente  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

Está correto o que se afirma apenas em:

- a) I.                      b) III.                      c) I e II.                      d) I e III.                      e) II e III.

**Resolução:**

I. Correto.

As ondas de rádio são ondas eletromagnéticas e as ondas sonoras são ondas mecânicas.

No ar, as ondas eletromagnéticas se propagam com velocidade aproximada de 300 000 km/s e as ondas sonoras, com aproximadamente 340 m/s.

II. Incorreto.

Ondas mecânicas (ondas sonoras) não se propagam no vácuo.

III. Correto.

**Resposta: d**

**10** Vê-se um relâmpago; depois, ouve-se o trovão. Isso ocorre porque:

- a) o som se propaga no ar.
- b) a luz do relâmpago é muito intensa.
- c) a velocidade do som no ar é de 340 m/s.
- d) a velocidade do som é menor que a da luz.
- e) se esse fenômeno ocorresse no vácuo, o som do trovão e a luz do relâmpago chegariam juntos.

**Resolução:**

No ar, o som tem velocidade (340 m/s) menor que a da luz (300 000 km/s).

**Resposta: d**

**11** (Unesp-SP) Uma das características que diferem ondas transversais de ondas longitudinais é que apenas as ondas transversais podem ser:

- a) polarizadas.
- b) espalhadas.
- c) refletidas.
- d) refratadas.
- e) difratadas.

**Resolução:**

A **polarização** é um fenômeno que ocorre exclusivamente com **ondas transversais**.

**Resposta: a**

**12** Um professor de Física que ministrava a primeira aula sobre Ondas dava exemplos de ondas eletromagnéticas. Ele dizia: "São exemplos de ondas eletromagnéticas as ondas de rádio, a luz, as ondas de radar, os raios X, os raios  $\gamma$ ". Um aluno entusiasmado completou a lista de exemplos, dizendo: "Raios  $\alpha$ , raios  $\beta$  e raios catódicos".

Pode-se afirmar que:

- a) pelo menos um exemplo citado pelo professor está errado.
- b) todos os exemplos citados pelo professor e pelo aluno estão corretos.
- c) apenas um exemplo citado pelo aluno está errado.
- d) os três exemplos citados pelo aluno estão errados.
- e) há erros tanto nos exemplos do professor quanto nos do aluno.

**Resolução:**

O aluno errou os três exemplos.

Raios  $\alpha$  são núcleos de um dos isótopos do hélio; raios  $\beta$  e raios catódicos são constituídos de elétrons. Portanto, são partículas e não ondas.

**Resposta: d**

**13** (UFG-GO) As ondas eletromagnéticas foram previstas por Maxwell e comprovadas experimentalmente por Hertz (final do século XIX). Essa descoberta revolucionou o mundo moderno. Sobre as ondas eletromagnéticas, são feitas as afirmações:

- I. Ondas eletromagnéticas são ondas longitudinais que se propagam no vácuo com velocidade constante  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.
- II. Variações no campo magnético produzem campos elétricos variáveis que, por sua vez, produzem campos magnéticos também dependentes do tempo e assim por diante, permitindo que energia e informações sejam transmitidas a grandes distâncias.
- III. São exemplos de ondas eletromagnéticas muito frequentes no cotidiano: ondas de rádio, ondas sonoras, micro-ondas e raio X.

Está correto o que se afirma em:

- a) I apenas.
- b) II apenas.
- c) I e II apenas.
- d) I e III apenas.
- e) II e III apenas.

**Resolução:**

I - Incorreto.

As ondas eletromagnéticas são transversais.

II - Correto.

III - Incorreto.

Ondas sonoras são ondas mecânicas.

**Resposta: b**

**14** (UFC-CE) Analise as assertivas abaixo e a seguir indique a alternativa correta.

- I. Elétrons em movimento vibratório podem fazer surgir ondas de rádio e ondas de luz.
  - II. Ondas de rádio e ondas de luz são ondas eletromagnéticas.
  - III. Ondas de luz são ondas eletromagnéticas e ondas de rádio são ondas mecânicas.
- a) Somente I é verdadeira.
  - b) Somente II é verdadeira.
  - c) Somente III é verdadeira.
  - d) Somente I e II são verdadeiras.
  - e) Somente I e III são verdadeiras.

**Resolução:**

- I. Correta.  
As emissões eletromagnéticas derivam de cargas elétricas aceleradas.
- II. Correta.
- III. Incorreta.  
Ondas de rádio também são ondas eletromagnéticas.

**Resposta:** d

**15** (FMTM-MG) Sir David Brewster (1781-1868), físico inglês, realizou estudos experimentais sobre reflexão, refração e polarização da luz. Sobre estudos da polarização da luz, mostrou que esse fenômeno é característico de ondas:

- I. longitudinais e pode ocorrer por difração ou por meio de polarizadores;
- II. transversais e pode ocorrer por reflexão ou transmissão;
- III. transversais ou longitudinais e pode ocorrer por interferência ou transmissão.

Está correto o contido em:

- a) I apenas.
- b) II apenas.
- c) III apenas.
- d) I e II apenas.
- e) I, II e III.

**Resolução:**

- I. Incorreto.  
Somente podem ser polarizadas as ondas transversais.
- II. Correto.
- III. Incorreto.

**Resposta:** b

**16** (ITA-SP) Luz linearmente polarizada (ou plano-polarizada) é aquela que:

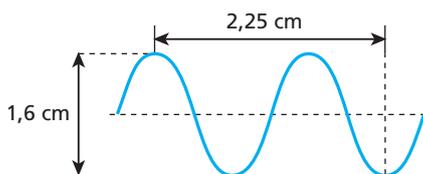
- a) apresenta uma só frequência.
- b) se refletiu num espelho plano.
- c) tem comprimento de onda menor que o da radiação ultravioleta.
- d) tem a oscilação, associada a sua onda, paralela a um plano.
- e) tem a oscilação, associada a sua onda, na direção de propagação.

**Resolução:**

Luz linearmente polarizada é aquela que apresenta vibrações paralelas a um determinado plano.

**Resposta:** d

**17** | E.R. A figura representa um trecho de uma onda que se propaga a uma velocidade de 300 m/s:

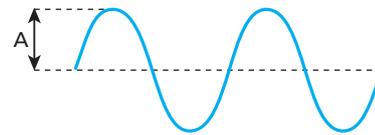


Para esta onda, determine:

- a) a amplitude;
- b) o comprimento de onda;
- c) a frequência;
- d) o período.

**Resolução:**

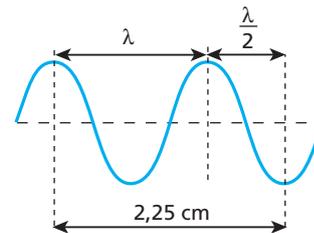
a) A amplitude (**A**) é a distância entre o nível de referência (linha horizontal tracejada) e a crista da onda.



Assim:

$$A = \frac{1,6 \text{ cm}}{2} \Rightarrow A = 0,80 \text{ cm}$$

b) O comprimento de onda (**λ**) é a distância entre duas cristas (ou dois vales) consecutivos.



Assim:

$$\lambda + \frac{\lambda}{2} = 2,25$$

$$1,5 \lambda = 2,25 \Rightarrow \lambda = 1,5 \text{ cm} \quad \text{ou} \quad \lambda = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

c) Usando a equação da **propagação das ondas**, temos:

$$v = \lambda f$$

$$300 = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot f$$

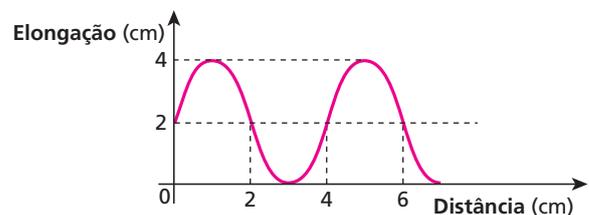
$$f = 20\,000 \text{ Hz} = 20 \text{ kHz}$$

d) O período de uma onda é o inverso da sua frequência.

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{20\,000} \text{ s}$$

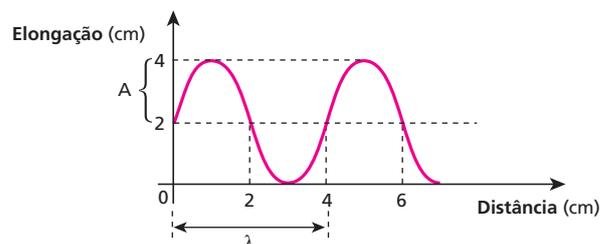
$$T = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

**18** O gráfico a seguir mostra a variação da elongação de uma onda transversal com a distância percorrida por ela:



Qual o comprimento de onda e qual a amplitude dessa onda?

**Resolução:**



Amplitude (A)

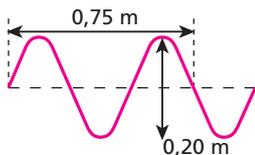
$$A = 2 \text{ cm}$$

Comprimento de onda ( $\lambda$ ):

$$\lambda = 4 \text{ cm}$$

**Resposta:** 4 cm; 2 cm

**19** A figura representa a propagação de uma onda ao longo de uma corda com frequência de 20 Hz.



Qual a velocidade de propagação dessa onda?

**Resolução:**

$$3 \frac{\lambda}{2} = 0,75$$

$$\lambda = 0,50 \text{ m}$$

Assim:

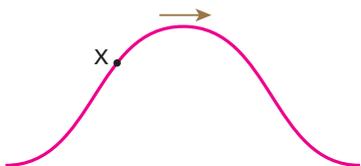
$$v = \lambda f$$

$$v = 0,50 \cdot 20$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 10 m/s

**20** (UFPI) A figura abaixo mostra um pulso movendo-se para a direita, ao longo de uma corda.

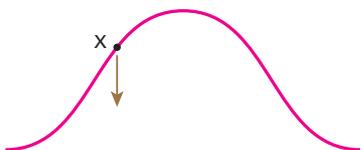


A direção do movimento do ponto **x** da corda, neste momento, está mais bem representada na alternativa:

- a)  $\uparrow$                       c)  $\rightarrow$                       e)  $\nearrow$   
 b)  $\downarrow$                       d)  $\leftarrow$

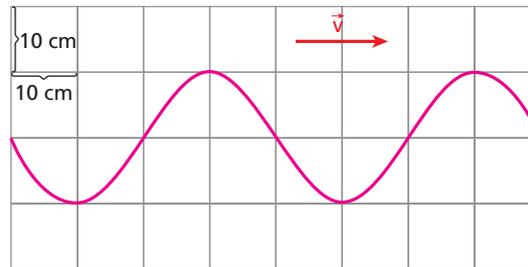
**Resolução:**

Enquanto a onda passa pelo ponto **X**, este oscila verticalmente para cima e para baixo. No momento indicado o ponto **X** encontra-se descendo.



**Resposta:** b

**21** (Fatec-SP) Uma onda se propaga numa corda, da esquerda para a direita, com frequência de 2,0 hertz, como é mostrado na figura.

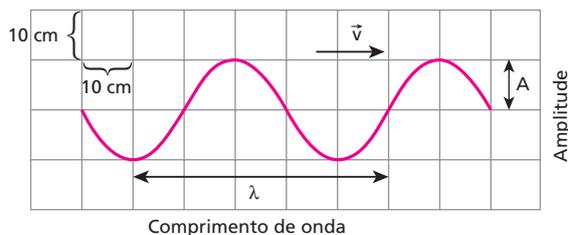


De acordo com a figura e a escala anexa, é correto afirmar que:

- a) o período da onda é de 2,0 s.  
 b) a amplitude da onda é de 20 cm.  
 c) o comprimento da onda é de 20 cm.  
 d) a velocidade de propagação da onda é de 80 cm/s.  
 e) todos os pontos da corda se movem para a direita.

**Resolução:**

Da figura temos:



$$\lambda = 40 \text{ cm}$$

$$A = 10 \text{ cm}$$

Utilizando-se a equação fundamental da ondulatória:  $v = \lambda f$ , vem:

$$v = 40 \cdot 2,0 \text{ (cm/s)}$$

$$v = 80 \text{ cm/s}$$

**Resposta:** d

**22 | E.R.** Qual é a frequência de uma onda luminosa, monocromática e de comprimento de onda igual a  $6 \cdot 10^3 \text{ \AA}$ , quando ela se propaga no ar?

**Dado:** velocidade da luz no ar =  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

**Resolução:**

A relação entre a frequência (**f**), o comprimento de onda ( **$\lambda$** ) e a velocidade (**v**) de uma onda, quando ela se propaga num determinado meio, é:

$$v = \lambda f$$

Assim, sendo  $v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$  e  $\lambda = 6 \cdot 10^3 \text{ \AA} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ , temos:

$$3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-7} f \Rightarrow f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

**23** Para atrair um golfinho, um treinador emite um ultrassom com frequência de 25 000 Hz, que se propaga na água a uma velocidade de 1 500 m/s. Qual é o comprimento de onda desse ultrassom na água?

**Resolução:**

$$v = \lambda f$$

$$1\,500 = \lambda \cdot 25\,000$$

$$\lambda = 0,06 \text{ m}$$

$$\lambda = 6,0 \text{ cm}$$

**Resposta:** 6,0 cm

**24** Os modernos fornos de micro-ondas usados em residências utilizam radiação eletromagnética de pequeno comprimento de onda para cozinhar os alimentos. A frequência da radiação utilizada é de aproximadamente 2 500 MHz. Sendo 300 000 km/s a velocidade da luz no vácuo, qual é, em centímetros, o valor aproximado do comprimento de onda das radiações utilizadas no forno de micro-ondas?

**Resolução:**

$$f = 2\,500 \text{ MHz} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

$$v = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

$$\text{Sendo: } v = \lambda f$$

$$\text{Temos: } 3,0^{10} = \lambda \cdot 2,5 \cdot 10^9$$

$$\lambda = 12 \text{ cm}$$

**Resposta:** 12 cm

**25** Uma emissora de rádio, na faixa de FM (Frequência Modulada), transmite utilizando ondas de 3,0 m de comprimento. Sendo  $3,0 \cdot 10^8$  m/s a velocidade das ondas eletromagnéticas no ar, qual a frequência dessa emissora de rádio? Dê a resposta em MHz.

**Resolução:**

$$v = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = 3,0 f$$

$$f = 1 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Como:

$$1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$$

Então:

$$f = 100 \text{ MHz}$$

**Resposta:** 100 MHz

**26** (Unicamp-PR) O físico que se especializa na área médica desenvolve métodos e aparelhos para diagnóstico, prevenção e tratamento de diversas anomalias ou doenças. O grande poder de penetração das radiações eletromagnéticas de determinadas frequências possibilitou a criação de procedimentos médicos como a tomografia computadorizada, a mamografia e a densitometria óssea. Contudo, certas ondas mecânicas também podem fornecer informações sobre o interior do corpo humano, revelando o sexo dos bebês antes do nascimento ou facilitando diagnósticos cardíacos: os ecocardiogramas.

A radiação eletromagnética e a onda mecânica que comumente permitem a realização dos exames médicos citados são, respectivamente:

- raios "gama" e infrassom.
- raios infravermelhos e ultrassom.
- raios ultravioleta e raios "X".
- raios "X" e ultrassom.
- ondas de rádio e infrassom.

**Resolução:**

Os raios X são as principais ondas eletromagnéticas utilizadas em procedimentos médicos. Os ultrassons são as ondas mecânicas utilizadas nos ecocardiogramas.

**Resposta:** d

**27** (PUC-SP) Em dezembro de 2004, um terremoto no fundo do oceano, próximo à costa da ilha de Sumatra, foi a perturbação necessária, para a geração de uma onda gigante, uma *tsunami*. A onda arrasou várias ilhas e localidades costeiras na Índia, no Sri Lanka, na Indonésia, na Malásia, na Tailândia, dentre outras. Uma *tsunami* de comprimento de onda 150 quilômetros pode se deslocar com velocidade de 750 km/h. Quando a profundidade das águas é grande, a amplitude da onda não atinge mais do que 1 metro, de maneira que um barco nessa região praticamente não percebe a passagem da onda. Quanto tempo demora para um comprimento de onda dessa *tsunami* passar pelo barco?

- 0,5 min
- 2 min
- 12 min
- 30 min
- 60 min

**Resolução:**

$$v = 750 \text{ km/h}$$

$$\Delta s = \lambda = 150 \text{ km}$$

Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 750 = \frac{150}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ h} = 12 \text{ min}$$

**Resposta:** c

**28** *Vivemos mergulhados em radiações. No vasto espectro das ondas eletromagnéticas, apenas uma pequena porção é percebida pelo nosso limitado aparelho sensorial, além do visível, o Universo, como descobrimos nas últimas décadas, está repleto de fontes de raios X, raios  $\gamma$ , ultravioleta, infravermelho e ondas de rádio.*

(Scientific American Brasil – n. 10 – mar. 2003)

Grote Reber, engenheiro norte-americano de Illinois, foi um dos precursores da radioastronomia. Utilizando recursos próprios, desenvolveu um refletor parabólico com nove metros de diâmetro para captação de sinais de rádio oriundos do espaço. Esse refletor foi instalado no quintal de sua casa e, em 1939, tendo ajustado seu equipamento para o comprimento de onda de 1,9 m detectou sinais provenientes do centro da Via-Láctea.

Adotando-se para o módulo de velocidade de propagação das ondas de rádio o valor de  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s, é correto afirmar que a frequência dos sinais captados por Reber, do centro da Via-Láctea, é mais próxima de:

- $1,4 \cdot 10^8$  Hz.
- $1,6 \cdot 10^8$  Hz.
- $1,8 \cdot 10^8$  Hz.
- $2,0 \cdot 10^8$  Hz.
- $2,2 \cdot 10^8$  Hz.

**Resolução:**

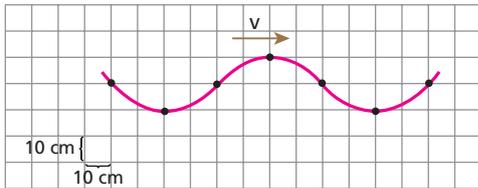
$$v = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = 1,9 \cdot f$$

$$f \approx 1,6 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

**Resposta:** b

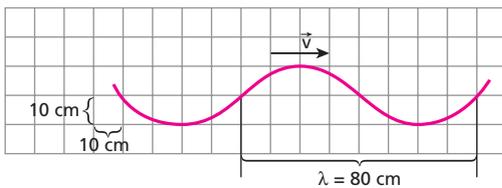
**29** (UCSAL-BA) Uma onda periódica, de período igual a 0,25 s, se propaga numa corda conforme a figura abaixo.



O comprimento de onda, a frequência e a velocidade de propagação dessa onda são, respectivamente:

	$\lambda$ (cm)	f (Hz)	V (cm/s)
a)	10	0,25	2,5
b)	10	4,0	40
c)	40	2,5	100
d)	80	4,0	320
e)	80	2,5	200

**Resolução:**



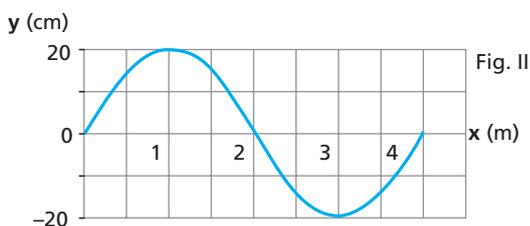
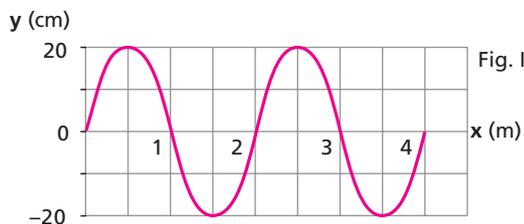
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,25} \Rightarrow f = 4,0 \text{ Hz}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow v = 80 \cdot 4,0$$

$$v = 320 \text{ cm/s}$$

**Resposta: d**

**30** (UFRN) As figuras I e II representam fotografias de duas cordas idênticas em que se propagam ondas de mesma frequência:

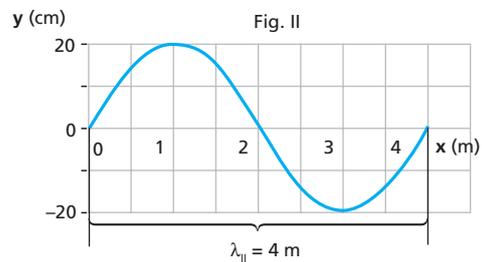
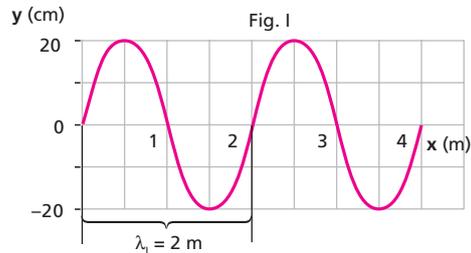


Sejam  $V_I$  e  $V_{II}$ , respectivamente, os módulos das velocidades das ondas representadas nas figuras I e II.

A razão  $\frac{V_I}{V_{II}}$  é:

- a)  $\frac{1}{4}$     b)  $\frac{1}{2}$     c) 1    d) 2    e) 4

**Resolução:**



$$v = \lambda f$$

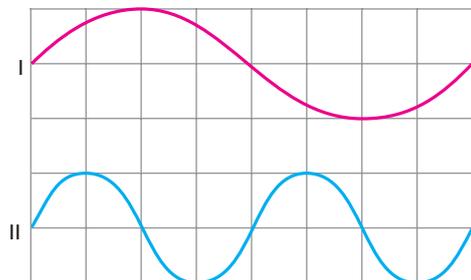
$$\text{Assim: } \frac{V_I}{V_{II}} = \frac{\lambda_I f_I}{\lambda_{II} f_{II}}$$

Como  $f_I = f_{II}$ , temos:

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{\lambda_I}{\lambda_{II}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{V_I}{V_{II}} = \frac{1}{2}$$

**Resposta: b**

**31** A figura abaixo mostra duas ondas que se propagam em cordas idênticas (mesma velocidade de propagação).



Escolha a alternativa correta.

- a) A frequência em I é menor que em II e o comprimento de onda em I é maior que em II.  
 b) A amplitude em ambas é a mesma e a frequência em I é maior que em II.  
 c) A frequência e o comprimento de onda são maiores em I.  
 d) As frequências são iguais e o comprimento de onda é maior em I.  
 e) A amplitude e o comprimento de onda são maiores em I.

**Resolução:**

$$v_1 = v_2$$

No gráfico, pode-se observar que:

$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$

Como:  $v = \lambda f$ , então:

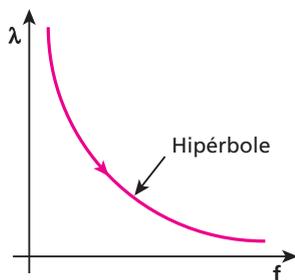
$$\lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2$$

$$2\lambda_2 f_1 = \lambda_2 f_2$$

$$f_2 = 2f_1$$

**Resposta:** a

**32** Um vibrador de frequência variável produz ondas na água contida em uma cuba de ondas. Aumentando a frequência do vibrador, medimos o comprimento de onda ( $\lambda$ ) das ondas na água. O gráfico mostra como o comprimento de onda ( $\lambda$ ) varia com a frequência ( $f$ ):



Nessa situação, é correto afirmar que:

- a) a velocidade das ondas é constante.
- b) a velocidade das ondas aumenta.
- c) o período das ondas é constante.
- d) o comprimento de onda é proporcional à frequência.
- e) o comprimento de onda é proporcional à velocidade.

**Resolução:**

A equação da hipérbole é expressa por:

$$\lambda f = \text{constante}$$

Como:

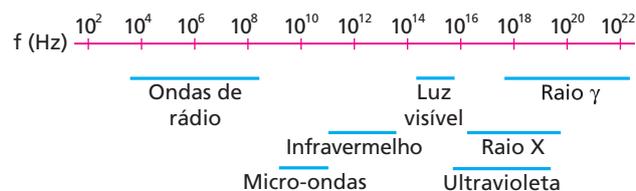
$$v = \lambda f$$

Então:

$$v = \text{constante}$$

**Resposta:** a

**33** (UCDB-MT) A figura apresenta a frequência das ondas do espectro eletromagnético:



Admitindo que a velocidade de propagação da luz no ar vale  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, uma onda com  $\lambda = 6,0 \cdot 10^{-7}$  m seria:

- a) uma onda de rádio.
- b) luz infravermelha.
- c) luz visível.
- d) luz ultravioleta.
- e) raio X.

**Resolução:**

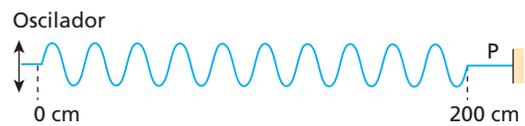
$$v = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = 6,0 \cdot 10^{-7} \cdot f \Rightarrow f = 5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

No gráfico, observamos que essa onda pertence à faixa de luz visível.

**Resposta:** c

**34** (UFRN) Uma corda esticada tem uma de suas extremidades fixa e a outra está presa a um elemento que pode vibrar (oscilador). A figura abaixo representa uma fotografia tirada 5 s após o oscilador ter sido ligado.



Analisando essa fotografia da corda, podemos afirmar:

- I. A velocidade da onda na corda é 30 cm/s.
- II. O período da onda na corda é 0,5 s.
- III. Nada se pode afirmar sobre o período de oscilação do oscilador.
- IV. A frequência com que um ponto P da corda vai oscilar enquanto a onda passa é 2,0 Hz.
- V. O comprimento de onda da onda na corda é 20 cm.

As afirmativas corretas são:

- a) II, IV e V.
- b) I, II e III.
- c) II, I e IV.
- d) III, IV e V.
- e) I, III e V.

**Resolução:**

I. Incorreta.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{200 \text{ cm}}{5 \text{ s}} \Rightarrow v = 40 \text{ cm/s}$$

II. Correta.

No esquema, observamos 10 ondas completas emitidas em 5 s.

$$\text{Assim: } T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{5 \text{ s}}{10} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$$

III. Incorreta.

IV. Correta.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} \Rightarrow f = 2,0 \text{ Hz}$$

V. Correta.

$$\lambda = \frac{200 \text{ cm}}{10} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm}$$

**Resposta:** a

**35** (UFC-CE) Antenas para emissoras de rádio AM (Amplitude Modulada) são frequentemente construídas de modo que a torre emissora tenha uma altura igual a  $\frac{1}{4}$  do comprimento de onda das ondas a serem emitidas. Com base nisso, determine a altura, em metros, da torre de uma emissora que emite na frequência de 1000 kHz. Considere a velocidade da luz igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s.

**Resolução:**

$$v = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 10^6 \Rightarrow \lambda = 300 \text{ m}$$

Atenção:

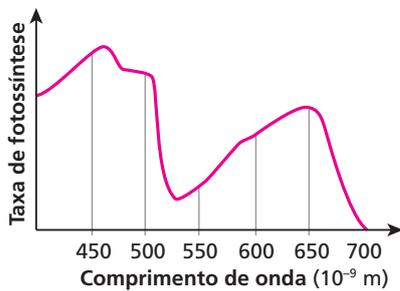
$$f = 1000 \text{ kHz} = 1000 \cdot 10^3 \text{ Hz} = 10^6 \text{ Hz}$$

Portanto:

$$h = \frac{\lambda}{4} = \frac{300 \text{ m}}{4} \Rightarrow h = 75 \text{ m}$$

**Resposta:** 75 m

**36** (Unifesp-SP) O gráfico mostra a taxa de fotossíntese em função do comprimento de onda da luz incidente sobre uma determinada planta em ambiente terrestre.



Uma cultura dessa planta desenvolver-se-ia mais rapidamente se exposta à luz de frequência, em terahertz ( $10^{12}$  Hz), próxima a:

- a) 460.
- b) 530.
- c) 650.
- d) 700.
- e) 1380.

**Resolução:**

Para a fotossíntese maior, temos desenvolvimento mais rápido da planta.

Assim:

$$\lambda \approx 460 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Portanto:

$$v = \lambda f$$

$$3 \cdot 10^8 = 460 \cdot 10^{-9} \cdot f$$

$$3 \cdot 10^8 = 46 \cdot 10^{-8} \cdot f$$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{46 \cdot 10^{-8}} = \frac{3}{46} \cdot 10^{16}$$

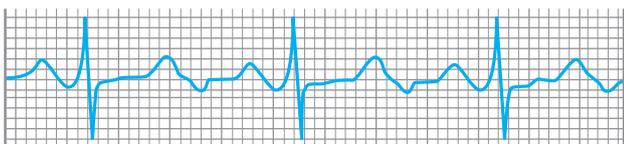
$$f = \frac{30000}{46} \cdot 10^{12} \text{ (Hz)}$$

$$f \approx 652 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$$

$$f \approx 652 \text{ terahertz}$$

**Resposta: c**

**37** (Unifesp-SP) O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s. A figura mostra parte de uma fita de um eletrocardiograma.



Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a frequência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto é:

- a) 60.
- b) 75.
- c) 80.
- d) 95.
- e) 100.

**Resolução:**

Como a fita é milimetrada, a contagem dos quadrinhos leva-nos a concluir que ela tem 60 mm de comprimento.

Assim:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 25 = \frac{60}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 2,4 \text{ s} = \frac{1}{25} \text{ min}$$

$$\text{Como: } f = \frac{n}{\Delta t}$$

e o coração apresenta três batimentos nesse intervalo,

$$f = \frac{3}{\frac{1}{25}}$$

$$f = 75 \text{ bat/min}$$

**Resposta: b**

**38 | E.R.** Em um lago, o vento produz ondas periódicas que se propagam a uma velocidade de 2 m/s. O comprimento de onda é de 10 m. Determine a frequência de oscilação de um barco:

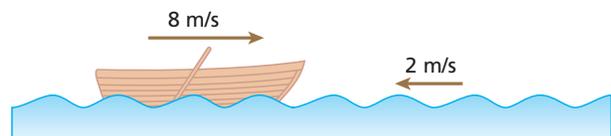
- a) quando ancorado nesse lago;
- b) quando se movimenta em sentido contrário ao da propagação das ondas, a uma velocidade de 8 m/s.

**Resolução:**

a) Temos que  $v = \lambda f$ . Sendo  $v = 2 \text{ m/s}$  e  $\lambda = 10 \text{ m}$ , calculemos a frequência **f** com que o barco ancorado oscila:

$$2 = 10 f \Rightarrow f = 0,2 \text{ Hz}$$

b)



A velocidade relativa entre o barco e as ondas tem módulo igual a 10 m/s. Assim, a velocidade  $v'$  das ondas em relação ao barco é igual a 10 m/s e o barco oscila com uma frequência  $f'$ , tal que:

$$v' = \lambda f'$$

Sendo  $v' = 10 \text{ m/s}$  e  $\lambda = 10 \text{ m}$ , obtemos:

$$10 = 10 f' \Rightarrow f' = 1 \text{ Hz}$$

**39** (UFMS) Ao se bater na superfície de um lago, produz-se uma onda, que se propaga com velocidade de 0,4 m/s. A distância entre duas cristas consecutivas da onda é 8 cm. Com base nesses dados, é correto afirmar:

- (01) A onda formada tem comprimento de onda igual a 8 cm.
- (02) A amplitude da onda certamente vale 4 cm.
- (04) A frequência da onda é 5 Hz.
- (08) A onda, ao se propagar, transfere energia de um ponto a outro da superfície do lago.
- (16) Supondo que sob o efeito da onda um ponto na superfície do lago oscile verticalmente, a onda é do tipo longitudinal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

**Resolução:**

(01) Correta.

$$\lambda = 8 \text{ cm}$$

(02) Incorreta.

Não é possível saber.

(04) Correta.

$$v = \lambda f \Rightarrow 0,4 = 0,08 f$$

$$f = 5 \text{ Hz}$$

(08) Correta.

Onda é uma energia que se propaga através de um meio.

(16) Incorreta.

Nesse caso, ela seria **transversal**.

**Resposta:** 13

**40** (FGV-SP)

O ar. A folha. A fuga.  
No lago, um círculo vago.  
No rosto, uma ruga.

(Guilherme de Almeida)

Um peixe, pensando que se tratava de um inseto sobre a água, "belisca" quatro vezes a folha durante o tempo de um segundo, produzindo quatro ondulações de mesmo comprimento de onda. Uma vez que a propagação de um pulso mecânico na água do lago ocorre com velocidade 2,0 m/s, o comprimento de onda de cada abalo produzido é, em metros:

- a) 0,5.
- b) 1,0.
- c) 2,0.
- d) 4,0.
- e) 8,0.

**Resolução:**

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{4}{1} \Rightarrow f = 4,0 \text{ Hz}$$

Portanto:

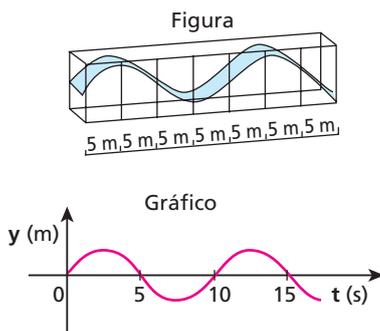
$$v = \lambda f$$

$$2,0 = \lambda \cdot 4,0$$

$$\lambda = 0,5 \text{ m}$$

**Resposta:** a

**41** (Fuvest-SP) Um grande aquário, com paredes laterais de vidro, permite visualizar, na superfície da água, uma onda que se propaga. A figura representa o perfil de tal onda no instante  $T_0$ . Durante sua passagem, uma boia, em dada posição, oscila para cima e para baixo e seu deslocamento vertical ( $y$ ), em função do tempo, está representado no gráfico.



Com essas informações, é possível concluir que a onda se propaga com uma velocidade, aproximadamente, de:

- a) 2,0 m/s.
- b) 2,5 m/s.
- c) 5,0 m/s.
- d) 10 m/s.
- e) 20 m/s.

**Resolução:**

Na figura observamos que:

$$\lambda = 20 \text{ m}$$

No gráfico observamos que:

$$T = 10 \text{ s}$$

Portanto:

$$v = \lambda f$$

$$v = \lambda \cdot \frac{1}{T}$$

$$v = 20 \cdot \frac{1}{10}$$

$$v = 2,0 \text{ m/s}$$

**Resposta:** a

**42** Um banhista, parado em relação à Terra, conta em uma praia a passagem de 21 cristas de onda equiespaçadas pelo seu corpo. O intervalo de tempo decorrido no evento é de 80 s. Conhecendo a velocidade de propagação das ondas (1,0 m/s), determine o comprimento de onda das ondas do mar nesse local.

**Resolução:**

21 cristas → 20 ondas

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{80 \text{ s}}{20}$$

$$T = 4,0 \text{ s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$1,0 = \frac{\lambda}{4,0} \Rightarrow \lambda = 4,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 4,0 m

**43** As ondas de um lago chegam de 10 s em 10 s a um ponto da margem. Uma boia desloca-se no sentido contrário ao da propagação das ondas a uma velocidade de 30 cm/s em relação à margem, levando 5,0 s para ir de uma depressão a outra, transpondo 8 cristas. Determine a distância entre duas cristas consecutivas.

**Resolução:**

$$T = 10 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v_{\text{boia}} + v_{\text{onda}} = \frac{8\lambda}{\Delta t}$$

$$30 + \frac{\lambda}{10} = \frac{8\lambda}{5,0}$$

$$\lambda = 20 \text{ cm}$$

**Resposta:** 20 cm

**44** No dia 12 de agosto de 2000, um sábado, uma tragédia abateu-se acima do Círculo Polar Ártico, no mar gelado de Barents, ao norte da Rússia. O submarino nuclear russo Kursk, em treinamento militar, afundou com 118 tripulantes a bordo, que tiveram suas vidas ceifadas sem oportunidade de socorro. O gigantesco Kursk, de 154 metros de comprimento, 18,2 metros de largura e 9 metros de altura, foi localizado com exatidão por embarcações de resgate equipadas com sonares. Esses aparelhos emitiram ultrassons com frequência próxima de 25 000 Hz que se propagaram na água com velocidade de cerca de 1 500 m/s, sendo refletidos pelo submarino e captados de volta.

Com base nos dados do enunciado e sabendo que o intervalo de tempo transcorrido entre a emissão dos ultrassons e a recepção do “eco” determinado pelo Kursk foi de 0,16 s, calcule:

- a profundidade em que foi localizada a embarcação considerando-se que o barco e o submarino estão na mesma vertical.
- o comprimento de onda dos ultrassons utilizados.

**Resolução:**

$$a) v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2h}{\Delta t} \Rightarrow 1500 = \frac{2h}{0,16}$$

$$h = 120 \text{ m}$$

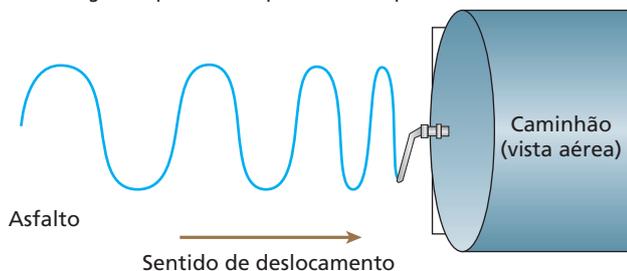
$$b) v = \lambda f$$

$$1500 = \lambda \cdot 25000$$

$$\lambda = 0,06 \text{ m} = 6,0 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) 120 m; b) 6,0 cm

**45** (UFRN) Do alto do prédio onde mora, Anita observou que o caminhão-tanque, que irriga canteiros em algumas avenidas em Natal, deixava no asfalto, enquanto se deslocava, um rastro de água, conforme representado na figura a seguir. Tal rastro era devido ao vazamento de uma mangueira que oscilava, pendurada na parte traseira do caminhão.



Considerando-se que a frequência dessa oscilação é constante no trecho mostrado na figura acima, pode-se afirmar que a velocidade do caminhão:

- permanece constante e o “comprimento de onda” resultante da oscilação da mangueira está aumentando.
- está aumentando e o período de oscilação da mangueira permanece constante.
- permanece constante e o “comprimento de onda” resultante da oscilação da mangueira está diminuindo.
- está diminuindo e o período de oscilação da mangueira permanece constante.

**Resolução:**

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Sendo  $T$  constante,  $v$  e  $\lambda$  são **diretamente proporcionais**. Logo, se  $\lambda$  diminui,  $v$  também diminui.

**Resposta:** d

**46** (Unicamp-SP) Ondas são fenômenos nos quais há transporte de energia sem que seja necessário o transporte de massa. Um exemplo particularmente extremo são os *tsunamis*, ondas que se formam no oceano, como consequência, por exemplo, de terremotos submarinos.

- Se, na região de formação, o comprimento de onda de um *tsunami* é de 150 km e sua velocidade é de 200 m/s, qual é o período da onda?
- A velocidade de propagação da onda é dada por  $v = \sqrt{gh}$ , em que  $h$  é a profundidade local do oceano e  $g$  é a aceleração da gravidade. Qual é a velocidade da onda numa região próxima à costa, onde a profundidade é de 6,4 m? (**Dado:**  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )
- Sendo  $A$  a amplitude (altura) da onda e supondo-se que a energia do *tsunami* se conserva, o produto  $vA^2$  mantém-se constante durante a propagação. Se a amplitude da onda na região de formação for 1,0 m, qual será a amplitude perto da costa, onde a profundidade é de 6,4 m?

**Resolução:**

$$a) v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\text{Quando: } \Delta s = \lambda$$

$$\text{Temos: } \Delta t = T$$

Assim:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 200 = \frac{150 \cdot 10^3}{T}$$

$$T = 750 \text{ s} = 12 \text{ min } 30 \text{ s}$$

$$b) v = \sqrt{gh}$$

$$v = \sqrt{10 \cdot 6,4}$$

$$v = 8,0 \text{ m/s}$$

$$c) v_1 A_1^2 = v_2 A_2^2$$

$$8,0 \cdot A_1^2 = 200 (1,0)^2$$

$$A_1 = 5,0 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 12 min 30 s; b) 8,0 m/s; c) 5,0 m

**47 | E.R.** Uma corda homogênea de 2,5 m de comprimento e 2,0 kg de massa está submetida a uma força tensora de 80 N. Suas extremidades são fixadas e produz-se na corda uma perturbação. Determine:

- a densidade linear da corda;
- a velocidade de propagação da onda na corda.

**Resolução:**

- A densidade linear de uma corda homogênea é dada pela relação:

$$\delta = \frac{m}{L}$$

Como  $m = 2,0 \text{ kg}$  e  $L = 2,5 \text{ m}$ , vem:

$$\delta = \frac{2,0 \text{ kg}}{2,5 \text{ m}} \Rightarrow \delta = 0,80 \text{ kg/m}$$

- A velocidade de propagação da onda na corda tensa é determinada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{80}{0,8}} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

**48** Uma corda homogênea de densidade linear igual a 0,50 kg/m está tracionada com uma força de intensidade **F**. Uma perturbação aplicada na corda produz uma onda que se propaga por ela com velocidade de 6,0 m/s. Qual a intensidade **F** da força?

**Resolução:**

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$

$$6,0 = \sqrt{\frac{F}{0,50}} \Rightarrow 36 = \frac{F}{0,50}$$

**F = 18 N**

**Resposta: 18 N**

**49** Traciona-se uma corda homogênea de 4,0 m de comprimento com uma força de intensidade 50 N. Ondas produzidas nessa corda propagam-se com velocidade de 10 m/s. Qual é a massa da corda?

**Resolução:**

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$

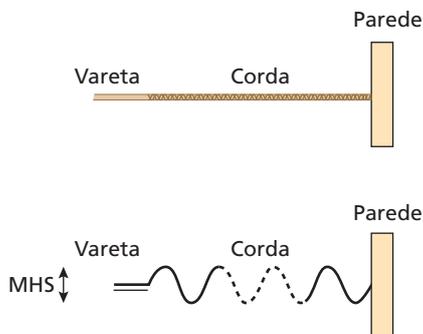
$$10 = \sqrt{\frac{50}{\delta}} \Rightarrow 100 = \frac{50}{\delta} \Rightarrow \delta = 0,50 \text{ kg/m}$$

Mas:  $\delta = \frac{m}{L}$

Então:  $0,50 = \frac{m}{4,0} \Rightarrow \text{m} = 2,0 \text{ kg}$

**Resposta: 2,0 kg**

**50** (Mack-SP) Uma pessoa sustenta uma vareta rígida por uma de suas extremidades, segundo a horizontal. Na outra extremidade, está presa uma corda homogênea, de secção transversal constante, de massa 1,00 kg e comprimento 5,00 m. Prendendo-se a outra extremidade da corda a um ponto fixo de uma parede, a pessoa proporciona à vareta um MHS na direção vertical, de duas oscilações completas por segundo, e aplica à corda uma força tensora de intensidade 1,80 N. Sabendo-se que a velocidade de propagação de uma onda na corda é dada por  $v = \sqrt{\frac{T}{A\mu}}$ , onde **T** é a tensão na corda, **A** é a área da secção transversal e  $\mu$ , sua densidade. As ondas cossenoidais que se propagam na corda possuem comprimento de onda de:



- a) 5,00 m.
- b) 4,50 m.
- c) 3,00 m.
- d) 1,50 m.
- e) 0,75 m.

**Resolução:**

$$v = \sqrt{\frac{T}{A\mu}}$$

Sendo  $\mu = \frac{m}{L} = \frac{m}{AL}$

$$A\mu = \frac{m}{L} = \frac{1,00}{5,00} \text{ kg/m}$$

$$A\mu = 0,20 \text{ kg/m}$$

Temos:

$$v = \sqrt{\frac{1,80}{0,20}} = \sqrt{9}$$

$$v = 3,00 \text{ m/s}$$

Portanto:

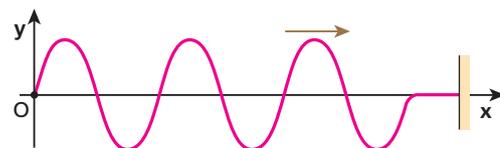
$$v = \lambda f$$

$$3,00 = \lambda \cdot 2,00$$

**$\lambda = 1,50 \text{ m}$**

**Resposta: d**

**51 E.R.** O esquema a seguir representa uma corda tensa não-absorvedora de energia, na qual se propaga um trem de ondas transversais, no sentido dos valores crescentes de **x**:



Em relação ao referencial xOy, a equação dessas ondas é dada por:

$$y = 0,5 \cos [2\pi (20t - 4x)] \quad (\text{SI})$$

Determine:

- a) a amplitude;
- b) a frequência e o período;
- c) o comprimento de onda;
- d) a velocidade de propagação das ondas.

**Resolução:**

A determinação das grandezas associadas às ondas é feita pela comparação da equação dada com a equação geral das ondas:

$$y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right]$$

$$y = 0,5 \cos [2\pi (20t - 4x)]$$

a) Amplitude (**A**): **A = 0,5 m**

b) Frequência (**f**) e período (**T**): **f = 20 Hz**

Como  $f = \frac{1}{T}$ , então:

$$20 = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{20} \text{ s} \Rightarrow \text{T} = 0,05 \text{ s}$$

c) Comprimento de onda ( $\lambda$ ):

$$\frac{x}{\lambda} = 4x \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\lambda = 0,25 \text{ m}}$$

d) Velocidade de propagação ( $v$ ):

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot 20 \Rightarrow \boxed{v = 5 \text{ m/s}}$$

**52** A equação de uma onda mecânica transversal é expressa por:

$$y = 0,2 \cos \left[ 2\pi \left( 5t - \frac{x}{2} \right) \right] \quad (\text{SI})$$

Determine a amplitude e a velocidade de propagação dessa onda.

**Resolução:**

$$y = 0,2 \cos \left[ 2\pi \left( 5t - \frac{x}{2} \right) \right] \quad (\text{SI})$$

A equação geral é dada por:

$$y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

Comparando as equações, temos:

$$\boxed{A = 0,2 \text{ m}}$$

$$f = 5 \text{ Hz}$$

$$\lambda = 2 \text{ m}$$

$$\text{Como: } v = \lambda f$$

$$\text{vem: } v = 2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{v = 10 \text{ m/s}}$$

**Respostas:** 0,2 m; 10 m/s

**53** A função de uma onda é dada pela expressão:

$$y = 20 \cos 2\pi \left( 4t - \frac{x}{3} \right)$$

em que  $x$  e  $y$  estão em centímetros e  $t$ , em segundos. Determine a amplitude, o período e a frequência dessa onda.

**Resolução:**

$$y = 20 \cos \left[ 2\pi \left( 4t - \frac{x}{3} \right) \right]$$

$$y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

Comparando:

$$\boxed{A = 20 \text{ cm}}$$

$$f = \frac{1}{T} = 4 \Rightarrow \boxed{T = 0,25 \text{ s}}$$

$$\boxed{f = 4 \text{ Hz}}$$

**Respostas:** 20 cm; 0,25 s; 4 Hz

**54** Um trem de ondas propaga-se em uma corda tensa não-absorvedora de energia com velocidade igual a 10 m/s. Sabendo que a amplitude das ondas vale 0,5 m, a frequência é igual a 50 Hz e a fase inicial ( $\varphi_0$ ) é nula, determine a equação dessas ondas.

**Resolução:**

$$y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

No texto da questão, temos:

$$A = 0,5 \text{ m}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$\text{Como: } v = \lambda f,$$

$$\text{então: } 10 = \lambda \cdot 50 \Rightarrow \lambda = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{Portanto: } y = 0,5 \cos \left[ 2\pi \left( 50t - \frac{x}{0,2} \right) + 0 \right]$$

$$\boxed{y = 0,5 \cos [2\pi (50t + 5x)]} \quad (\text{SI})$$

**Resposta:**  $y = 0,5 \cos [2\pi(50t - 5x)]$  (SI)

**55** (Mack-SP) Para o estudo da propagação de uma onda, necessita-se do conhecimento da chamada **Função da Onda**, a qual, genericamente, é dada por  $y = A \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$ . Se, em determinada

situação, a função da onda é  $y = 0,20 \cdot \cos \left[ 2\pi \cdot \left( 0,50 \cdot t - 0,80 \cdot x \right) + \frac{\pi}{4} \right]$ , com dados no SI, a velocidade de propagação da onda é:

- a) 1,60 m/s.                      c)  $6,25 \cdot 10^{-1}$  m/s.                      e)  $3,125 \cdot 10^{-1}$  m/s.  
b) 1,25 m/s                      d)  $3,14 \cdot 10^{-1}$  m/s.

**Resolução:**

Na comparação da equação geral da onda com a equação dada, temos:

$$\frac{1}{T} = f = 0,50 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0,80 \Rightarrow \lambda = 1,25 \text{ m}$$

Portanto:

$$v = \lambda f$$

$$v = 1,25 \cdot 0,50$$

$$\boxed{v = 6,25 \cdot 10^{-1} \text{ m/s}}$$

**Resposta:** c

**56** Uma onda incide em um obstáculo e retorna ao mesmo meio em que se encontrava. Esse fenômeno é chamado de reflexão. Podemos afirmar que:

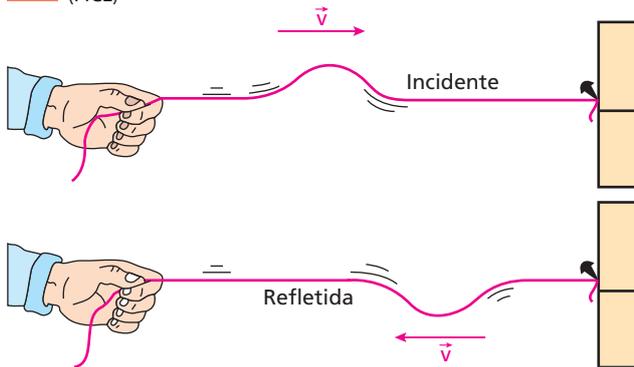
- a) a frequência dessa onda aumentou.  
b) a frequência dessa onda diminuiu.  
c) o comprimento dessa onda aumentou.  
d) a velocidade de propagação dessa onda diminuiu.  
e) a velocidade de propagação dessa onda permaneceu constante.

**Resolução:**

Como a onda permanece no mesmo meio em que estava, sua frequência, seu comprimento de onda e sua velocidade de propagação permanecem constantes.

**Resposta:** e

57 (FICE)



Um pulso, numa corda de extremidade fixa, ao refletir, sofre inversão de fase. Observe a figura acima. O fato de ocorrer inversão na fase do pulso está ligado à(ao):

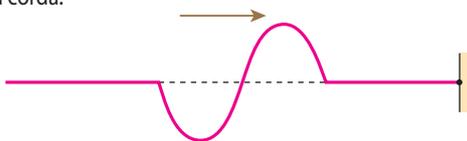
- Primeira Lei de Newton.
- Princípio da Conservação da Energia.
- Terceira Lei de Newton.
- Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.
- Lei de Coulomb.

**Resolução:**

Na propagação a onda puxa os pontos da corda para cima. Chegando à parede, a onda puxará a parede para cima, esta reagirá, puxando a corda para baixo, ocorrendo a inversão da fase. Assim, a explicação da inversão de fase na reflexão da onda deve ser através da 3ª Lei de Newton (Lei de Ação-Reação)

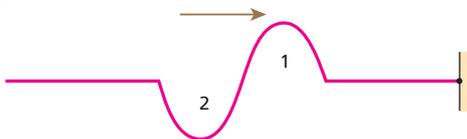
**Resposta:** c

58 Uma corda horizontal tem uma de suas extremidades fixa a uma parede. Na extremidade livre, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:

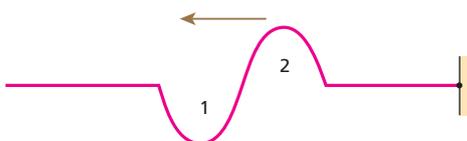


Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na extremidade fixa?

**Resolução:**



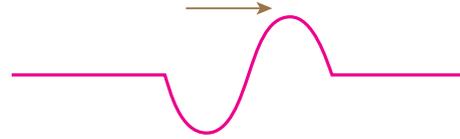
A reflexão na extremidade fixa ocorre com inversão de fase.



**Resposta:**

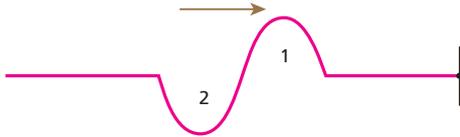


59 Uma corda horizontal tem suas duas extremidades livres. Numa delas, produz-se um pulso, que se propaga ao longo da corda:

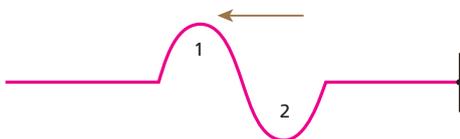


Qual o aspecto da corda logo após a reflexão do pulso na outra extremidade?

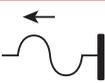
**Resolução:**



Na extremidade livre a reflexão é sem inversão de fase.



**Resposta:**



60 E.R. Uma corda AB, de comprimento  $L = 10$  m, tem ambas as extremidades fixas. No instante  $t = 0$ , o pulso triangular esquematizado a seguir inicia-se em **A**, atingindo o ponto **P** no instante  $t = 4$  s. Sendo  $AP = 8$  m, determine a velocidade de propagação do pulso e o perfil da corda no instante  $t = 7$  s.



**Resolução:**

A velocidade de propagação de um pulso que se propaga num meio homogêneo pode ser calculada pela relação:

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

em que **d** é a distância percorrida.

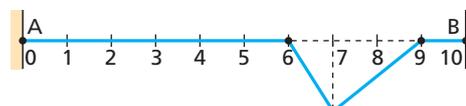
Como, no caso,  $d = 8$  m e  $\Delta t = 4$  s, temos:

$$v = \frac{8 \text{ m}}{4 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v = 2 \text{ m/s}}$$

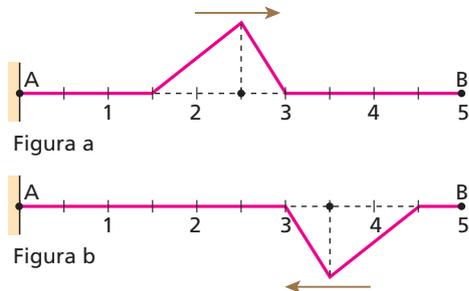
Assim, até o instante  $t = 7$  s, o pulso terá percorrido:

$$d = v \Delta t \Rightarrow d = 2 \cdot 7 \Rightarrow d = 14 \text{ m}$$

Como a corda tem apenas 10 m, conclui-se que o pulso refletiu em **B**, com inversão de fase (já que essa extremidade está fixa), e percorreu mais 4 m de volta, propagando-se de **B** para **A**. Portanto, o perfil da corda no instante  $t = 7$  s é:



**61** Um pulso triangular é produzido na extremidade **A** de uma corda AB, de comprimento  $L = 5,0$  m, cuja outra extremidade **B** é livre. Inicialmente, o pulso se propaga de **A** para **B** com velocidade constante  $v$ . A figura **a** representa o perfil da corda no instante  $t$  segundos e a figura **b**, o perfil da corda no instante  $(t + 7)$  segundos.



Determine a velocidade ( $v$ ) de propagação da onda, admitindo que a configuração de **b** esteja ocorrendo pela primeira vez após o instante  $t$ .

**Resolução:**

Esse pulso deve ir até **B** (reflexão sem inversão), ir até **A** (reflexão com inversão), ir novamente até **B** (reflexão sem inversão) e estabelecer a configuração da figura **b**. Para tanto, a onda deve percorrer uma distância igual a 14 m. Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{14 \text{ m}}{7 \text{ s}} \Rightarrow v = 2,0 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 2,0 m/s

**62** Analise as proposições:

- I. A refração ocorre quando uma onda atravessa a superfície de separação de dois meios, passando a se propagar no segundo meio.
- II. Na refração, a frequência da onda não se altera.
- III. Na refração, a velocidade de propagação da onda pode ou não variar.
- IV. Na refração, a direção de propagação da onda pode mudar ou não.
- V. Na refração, ocorre inversão de fase na onda.

Podemos afirmar que:

- a) todas as afirmativas são verdadeiras.
- b) todas as afirmativas são falsas.
- c) apenas I, II e IV são verdadeiras.
- d) apenas I e V são verdadeiras.
- e) apenas IV e V são verdadeiras.

**Resolução:**

- I. Verdadeira
- II. Verdadeira
- III. Falsa  
Na refração a velocidade de propagação da onda **sempre** varia.
- IV. Verdadeira  
Na incidência normal não há variação de direção.  
Na incidência oblíqua ocorre variação de direção.
- V. Falsa  
Na refração, a fase da onda não varia.

**Resposta:** c

**63** (UFMG) A velocidade de um ultrassom, na água, é igual a 1450 m/s e, no gelo, é de 3840 m/s a 0 °C. Um ultrassom de frequência igual a  $2,0 \cdot 10^6$  Hz se propaga no mar em direção a um iceberg. Em relação ao comprimento de onda  $\lambda$ , e à frequência  $f$  do ultrassom, é correto afirmar que, quando o ultrassom penetra no iceberg:

- a)  $\lambda$  aumenta e  $f$  aumenta.
- b)  $\lambda$  aumenta e  $f$  diminui.
- c)  $\lambda$  aumenta e  $f$  permanece constante.
- d)  $\lambda$  permanece constante e  $f$  aumenta.
- e)  $\lambda$  diminui e  $f$  diminui.

**Resolução:**

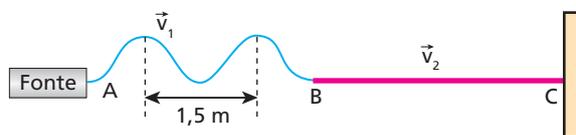
Na refração, a frequência  $f$  da onda permanece a mesma. Assim, se:

$$v = \lambda f$$

o comprimento da onda  $\lambda$  será maior onde a velocidade de propagação  $V$  da onda é maior.

**Resposta:** c

**64** A figura representa uma onda transversal periódica que se propaga nas cordas AB e BC com as velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , de módulos respectivamente iguais a 12 m/s e 8,0 m/s.



Nessas condições, o comprimento de onda na corda BC, em metros, é:

- a) 1,0.
- b) 1,5.
- c) 2,0.
- d) 3,0.
- e) 4,0.

**Resolução:**

Em AB:  
 $v = \lambda f$   
 $12 = 1,5 f \Rightarrow f = 8,0 \text{ Hz}$   
 Em BC:  
 $v = \lambda f$   
 $8,0 = \lambda_{BC} \cdot 8,0$

$$\lambda_{BC} = 1,0 \text{ m}$$

**Resposta:** a

**65** Uma onda mecânica com 800 Hz de frequência propaga-se em um meio com comprimento de onda igual a 2,0 m. Ao sofrer refração, essa onda tem sua velocidade reduzida a 50% de seu valor inicial. Qual será o seu novo comprimento de onda?

**Resolução:**

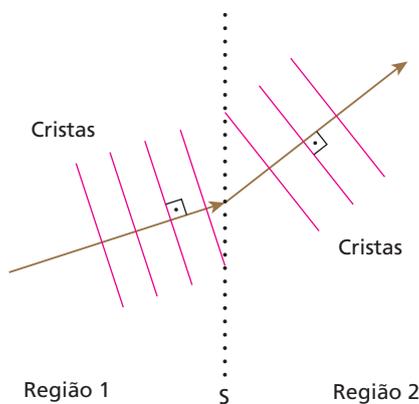
No primeiro meio:  
 $v = \lambda f$   
 $v_1 = 2,0 \cdot 800$   
 $v_1 = 1600 \text{ m/s}$   
 No segundo meio:  
 $v = \lambda f$

$$\frac{1600}{2} = \lambda_2 \cdot 800$$

$$\lambda_2 = 1,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 1,0 m

- 66** (UFBA) A figura a seguir mostra, esquematicamente, as frentes de ondas planas, geradas em uma cuba de ondas, em que duas regiões, nas quais a água tem profundidades diferentes, são separadas pela superfície imaginária **S**. As ondas são geradas na região 1, com frequência de 4 Hz, e se deslocam em direção à região 2. Os valores medidos, no experimento, para as distâncias entre duas cristas consecutivas nas regiões 1 e 2 valem, respectivamente, 1,25 cm e 2,00 cm. Com base nessas informações e na análise da figura, pode-se afirmar:
- (01) O experimento ilustra o fenômeno da difração de ondas.
  - (02) A frequência da onda na região 2 vale 4 Hz.
  - (04) Os comprimentos de onda, nas regiões 1 e 2, valem, respectivamente, 2,30 cm e 4,00 cm.
  - (08) A velocidade da onda, na região 2, é maior que na região 1.
  - (16) Seria correto esperar-se que o comprimento de onda fosse menor nas duas regiões, caso a onda gerada tivesse frequência maior que 4 Hz.

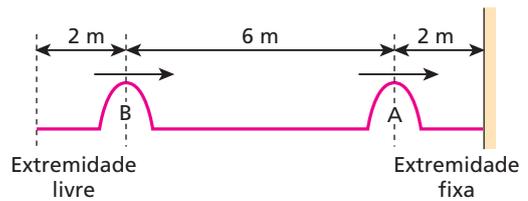


**Resolução:**

- (01) Falsa. O experimento ilustra o fenômeno de **refração** de ondas.
- (02) Verdadeira. A frequência da onda não se altera na refração.
- (04) Falsa. A distância entre duas cristas consecutivas é igual a um comprimento de onda  $\lambda$ . Assim:  
 $\lambda_1 = 1,25$  cm  
 $\lambda_2 = 2,00$  cm
- (08) Verdadeira. Como a frequência **f** é igual nos dois meios, a velocidade será maior onde o comprimento de onda for maior. Assim, sendo:  
 $\lambda_2 > \lambda_1$ ,  
 temos:  
 $v_2 > v_1$
- (16) Verdadeira. Em cada meio, a velocidade é constante. Assim, sendo  $v = \lambda f$ , o comprimento de onda ficará menor se a frequência ficar maior.

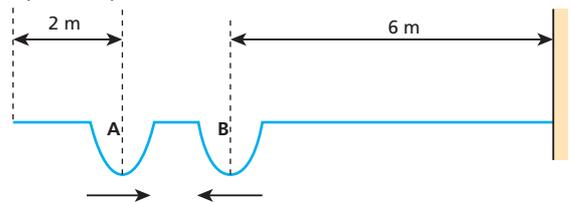
**Resposta:** 26

- 67** Numa corda homogênea de 10 m de comprimento, propagam-se dois pulsos com velocidades iguais a 1 m/s. No instante  $t = 0$ , a configuração da corda é representada pela figura abaixo. Qual será a configuração dessa corda no instante  $t = 14$  s?



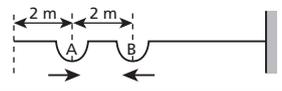
**Resolução:**

Cada pulso irá percorrer 14 m até o instante  $t = 14$  s. Assim, temos:

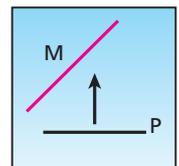


Na extremidade fixa → reflexão com inversão de fase.  
 Na extremidade livre → reflexão sem inversão de fase.

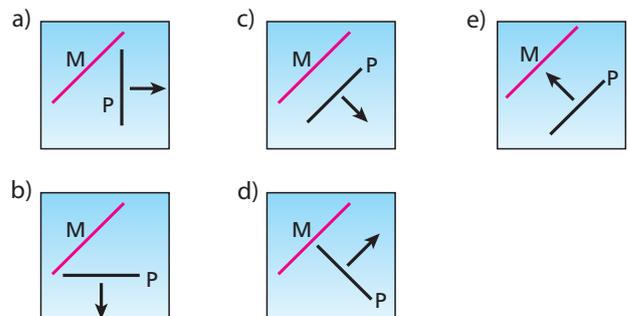
**Resposta:**



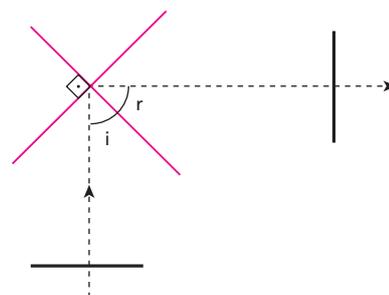
- 68** Um pulso reto propaga-se na superfície da água em direção a um obstáculo **M** rígido, onde se reflete. O pulso e o obstáculo estão representados na figura a seguir. A seta indica o sentido de propagação do pulso.



Entre as figuras abaixo, a que melhor representa o pulso **P**, após sua reflexão em **M**, é:

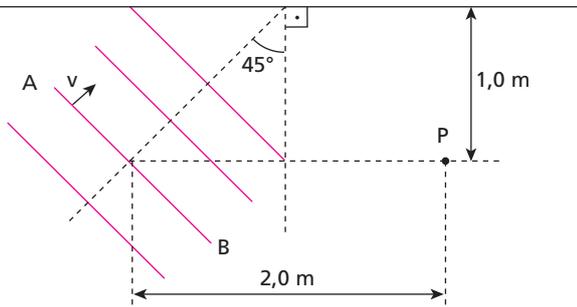


**Resolução:**



**Resposta:** a

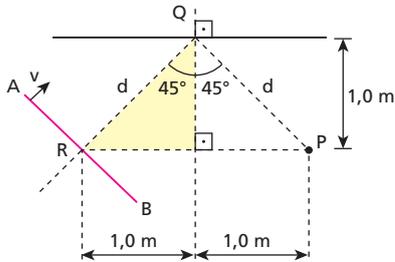
**69** (Fuvest-SP) Ondas retas propagam-se na superfície da água com velocidade de módulo igual a 1,4 m/s e são refletidas por uma parede plana vertical, na qual incidem sob o ângulo de 45°. No instante  $t_0 = 0$ , uma crista AB ocupa a posição indicada na figura.



- Depois de quanto tempo essa crista atingirá o ponto **P** após ser refletida na parede?
- Esboce a configuração dessa crista quando passa por **P**.

**Resolução:**

a)



Para cada pulso atingir o ponto **P**, ele deverá percorrer uma distância  $2d$ .

Aplicando a relação de Pitágoras, temos:

$$2d = 2 \sqrt{(1,0)^2 + (1,0)^2} \text{ (m)} = 2\sqrt{2} \text{ (m)} \approx 2,8 \text{ (m)}$$

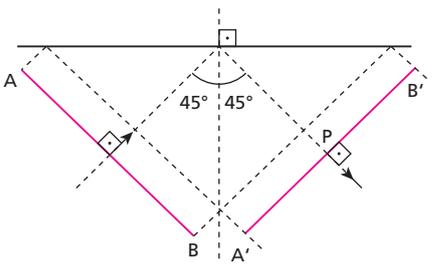
Portanto:

$$\Delta s = v \Delta t$$

$$2,8 = 1,4 \Delta t$$

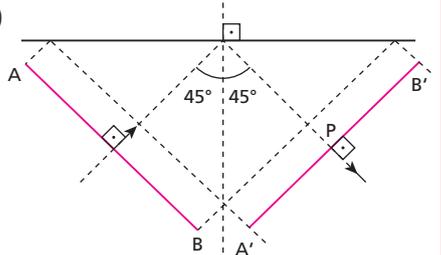
$$\Delta t = 2,0 \text{ s}$$

b)

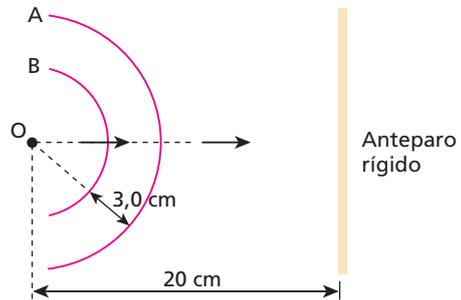


**Respostas:** a) 2,0 s

b)



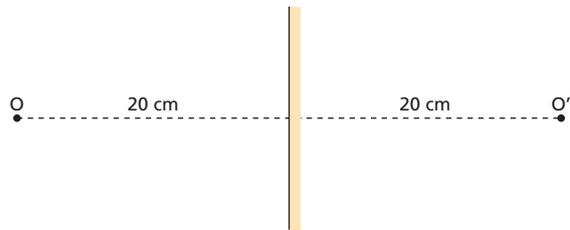
**70** Dois pulsos circulares **A** e **B** são produzidos no ponto **O** da superfície tranquila da água de uma cuba de ondas. Os pulsos incidem em um anteparo plano colocado dentro da cuba, sofrendo reflexão:



Sabendo que os pulsos se propagam na água com velocidade de 43 cm/s e que **A** foi produzido no instante  $t = 0$ , determine a configuração do sistema no instante  $t = 1,0$  s.

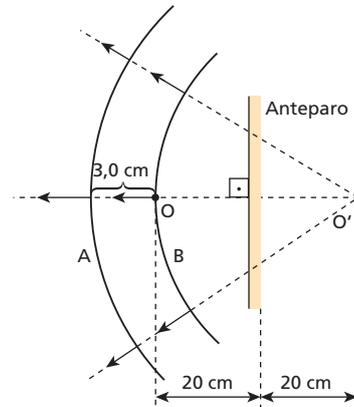
**Resolução:**

Primeiro vamos obter a "imagem" do ponto **O** em relação ao anteparo.

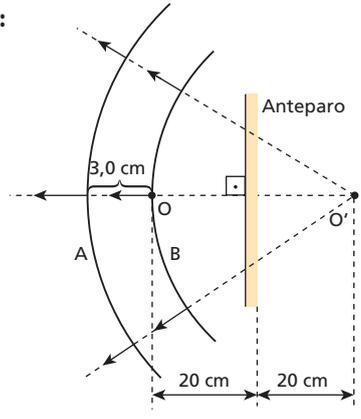


Para obter a configuração no instante  $t = 1,0$  s, podemos imaginar que as ondas saíram do ponto **O'** no instante  $t = 0$ .

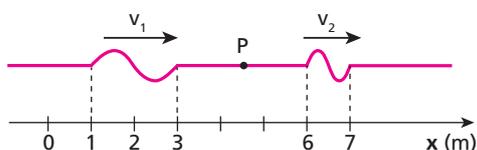
Assim, em  $t = 1,0$  s, as ondas percorreram 43 cm:



**Resposta:**



**71** O pulso proveniente da esquerda é transmitido através da junção **P** a uma outra corda, como se vê na figura:



Qual é a razão entre a velocidade do pulso  $v_1$  (antes da junção) e  $v_2$  (depois da junção)?

**Resolução:**

$$v = \lambda f$$

Como a frequência  $f$  permanece a mesma, temos:

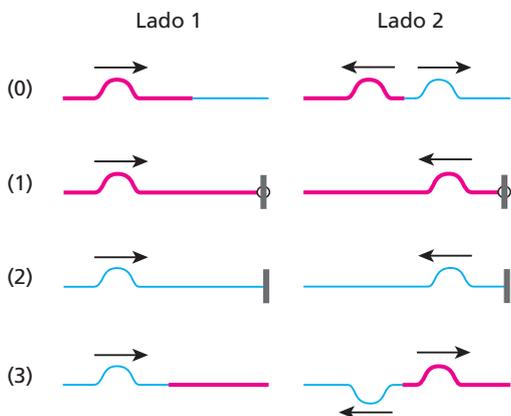
$$\frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$

$$\frac{v_1}{2} = \frac{v_2}{1}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2$$

**Resposta:** 2

**72** (UFMT) Nos esquemas abaixo, temos a representação de um pulso que se propaga em uma corda. O lado 1 representa o pulso incidente e o lado 2 representa o pulso após ocorrido o fenômeno de reflexão, refração ou ambos. Diante do exposto, julgue os itens.

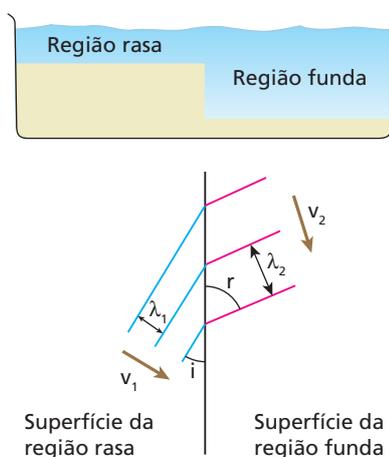


**Resolução:**

- (0) Verdadeiro.  
Na junção ocorrem refração e reflexão (sem inversão de fase)
- (1) Verdadeiro.  
No anteparo a extremidade da corda está livre, a reflexão é sem inversão de fase.
- (2) Falso.
- (3) Verdadeiro.  
A segunda corda é mais grossa, ocorrendo reflexão com inversão de fase.

**Respostas:** V, V, F, V

**73 E.R.** A figura mostra uma cuba de ondas onde há uma região rasa e outra funda. Com uma régua, são provocadas perturbações periódicas retas a cada 0,4 s que se propagam na superfície da água:



Sabendo que  $\lambda_1$  (comprimento de onda na região rasa) é igual a 2 cm,  $i$  (ângulo de incidência) é igual a  $30^\circ$  e  $v_2$  (velocidade da onda na região funda) é igual a  $5\sqrt{2}$  cm/s, determine:

- a) a velocidade ( $v_1$ ) da onda, na região rasa;
- b) o comprimento de onda ( $\lambda_2$ ), na região funda;
- c) o ângulo de refração ( $r$ ).

**Resolução:**

a) A velocidade ( $v_1$ ) da onda, na região rasa, pode ser calculada pela **relação fundamental das ondas**:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T}$$

Sendo  $\lambda_1 = 2$  cm e  $T = 0,4$  s, temos:

$$v_1 = \frac{2}{0,4} \Rightarrow v_1 = 5 \text{ cm/s}$$

b) Para o cálculo do comprimento de onda ( $\lambda_2$ ), na região funda, usamos a mesma relação do item anterior:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT$$

Sendo  $v_2 = 5\sqrt{2}$  cm/s e  $T = 0,4$  s, já que o período não muda na refração, temos:

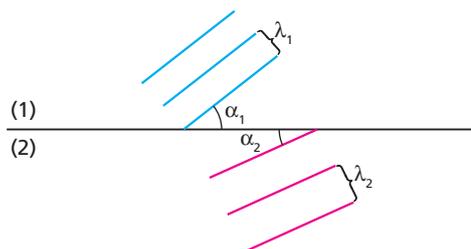
$$\lambda_2 = 5\sqrt{2} \cdot 0,4 \Rightarrow \lambda_2 = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

c) Pela Lei de Snell, podemos calcular o ângulo de refração ( $r$ ):

$$\frac{\sen i}{\sen r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sen 30^\circ}{\sen r} = \frac{2}{2\sqrt{2}}$$

$$\sen r = \sqrt{2} \cdot \sen 30^\circ \Rightarrow \sen r = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r = 45^\circ$$

**74** A figura a seguir representa um trem de ondas retas que passa de um meio 1 para um meio 2. A separação entre os traços indica o comprimento de onda  $\lambda$ :



Aponte a alternativa correta.

- a) A figura não está correta, porque, se  $\lambda_2 > \lambda_1$ , deveríamos ter  $\alpha_1 < \alpha_2$ .
- b) A figura está correta, e a velocidade de propagação da onda em 2 é maior que em 1.
- c) A figura representa corretamente uma onda passando de um meio para outro mais refringente que o primeiro.
- d) A figura não está correta, porque o comprimento de onda não varia quando uma onda passa de um meio para o outro.
- e) Todas as afirmações anteriores estão erradas.

**Resolução:**

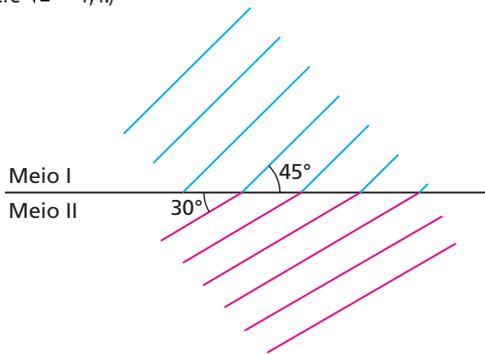
Sendo  $\lambda_2 > \lambda_1$ , temos  $v_2 > v_1$ .

Para  $v_2 > v_1$  os pontos da frente da onda no meio 2 devem se propagar mais rápido, fazendo  $\alpha_2 > \alpha_1$ .

**Resposta:** a

**75** (Cesgranrio-RJ) Um vibrador produz ondas planas na superfície de um líquido com frequência  $f = 10$  Hz e comprimento de onda  $\lambda = 28$  cm. Ao passarem do meio I para o meio II, como mostra a figura, foi verificada uma mudança na direção de propagação das ondas. **(Dados:**  $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = 0,5$ ;  $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Considere  $\sqrt{2} = 1,4$ .)



No meio II, os valores da frequência e do comprimento de onda serão, respectivamente, iguais a:

- a) 10 Hz; 14 cm.
- b) 10 Hz; 20 cm.
- c) 10 Hz; 25 cm.
- d) 15 Hz; 14 cm.
- e) 15 Hz; 25 cm.

**Resolução:**

A frequência da onda não se altera.

$$f_{II} = f_I = 10 \text{ Hz}$$

Lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{28}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{28}{\lambda_2}$$

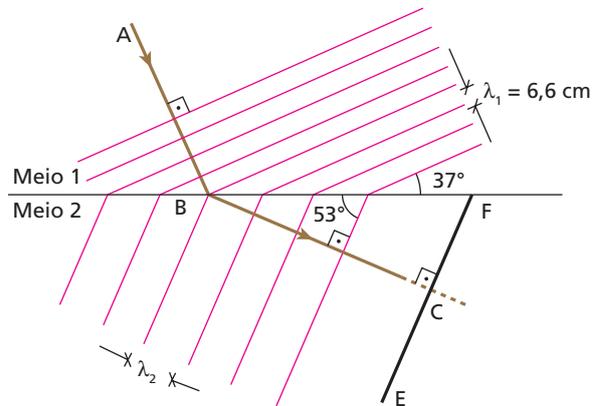
$$\sqrt{2} \lambda_2 = 28$$

$$1,4 \lambda_2 = 28 \Rightarrow \lambda_2 = 20 \text{ cm}$$

**Resposta:** b

**76** O esquema a seguir representa a refração de uma onda sonora plana que passa de um meio 1 (ar) para um meio 2 (gás em alta temperatura e alta pressão). Estão indicados o raio incidente AB, o raio

refratado BC e algumas frentes de onda. Uma barreira EF está posicionada no meio 2, perpendicularmente ao raio BC, com o objetivo de refletir o som.



A distância entre os pontos B e F é igual a 55 cm e adota-se para a intensidade da velocidade do som no meio 1 o valor 330 m/s.

**Dados:**  $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,60$ ;  
 $\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = 0,80$ .

Determine:

- a) as frequências  $f_1$  e  $f_2$  da onda sonora, respectivamente, nos meios 1 e 2;
- b) o comprimento da onda  $\lambda_2$  da onda sonora no meio 2;
- c) o intervalo de tempo  $\Delta t$  transcorrido entre a passagem da onda pelo ponto B e seu retorno a esse mesmo ponto depois de sofrer reflexão na barreira.

**Resolução:**

a)  $v = \lambda f$

Em 1:

$$330 = 6,6 \cdot 10^{-2} f$$

$$f = f_1 = f_2 = 5,0 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

b) Lei de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{6,6}{\lambda_2}$$

$$\frac{0,60}{0,80} = \frac{6,6}{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 = 8,8 \text{ cm}$$

c)  $v = \lambda f$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{330}{v_2} = \frac{8,8}{6,6} \Rightarrow v_2 = 440 \text{ m/s}$$

No triângulo retângulo BFC:

$$\sin 53^\circ = \frac{BC}{BF} \Rightarrow 0,80 = \frac{BC}{0,55}$$

$$BC = 0,44 \text{ m}$$

Portanto, usando a expressão:  $\Delta s = v \Delta t$ , considerando-se a ida e a volta, temos:

$$2 BC = v \Delta t$$

$$2 \cdot 0,44 = 440 \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{0,88}{440} \text{ s}$$

$$\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

**Respostas:** a) 5 kHz; b) 8,8 cm; c) 2,0 ms

**77** Quando duas ondas se superpõem, a onda resultante apresenta sempre, pelo menos, uma mudança em relação às ondas componentes. Tal mudança se verifica em relação à(ao):

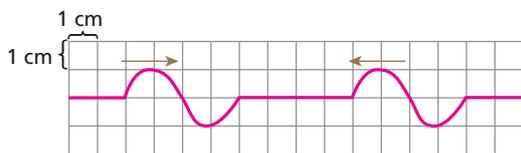
- a) comprimento de onda.
- b) período.
- c) amplitude.
- d) fase.
- e) frequência.

**Resolução:**

A onda resultante tem sua amplitude igual à soma das amplitudes das ondas componentes.

**Resposta:** c

**78 | E.R.** No esquema a seguir, observamos duas ondas de mesmo comprimento de onda e mesma amplitude, que se propagam numa mesma corda homogênea em sentidos opostos:

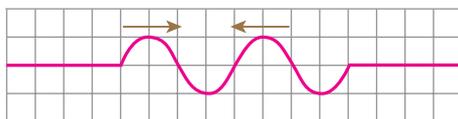


Sabendo que a situação indicada ocorreu no instante  $t = 0$  e que a velocidade das ondas é igual a  $1 \text{ cm/s}$ , determine o perfil da corda nos instantes:

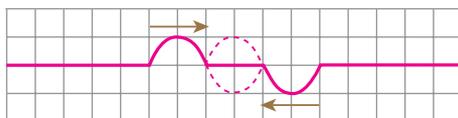
- a)  $t_1 = 2 \text{ s}$ ;
- b)  $t_2 = 3 \text{ s}$ ;
- c)  $t_3 = 4 \text{ s}$ ;
- d)  $t_4 = 7 \text{ s}$ .

**Resolução:**

a) Até o instante  $t_1 = 2 \text{ s}$ , as ondas deslocam-se  $2 \text{ cm}$  cada uma, no sentido de suas propagações:



b) Do instante  $t_1 = 2 \text{ s}$  até o  $t_2 = 3 \text{ s}$ , as ondas avançam mais  $1 \text{ cm}$  cada uma. Então, temos a seguinte configuração:

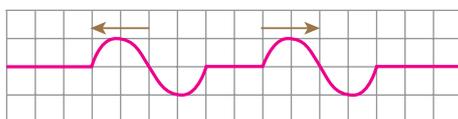


Note que na parte central da corda houve uma interferência destrutiva.

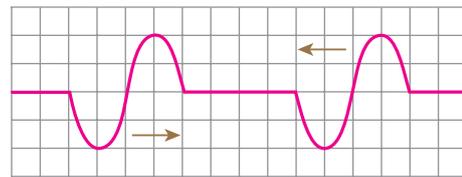
c) No instante  $t_3 = 4 \text{ s}$ , as ondas se superpõem em concordância de fase, ocorrendo uma interferência construtiva:



d) De  $t_3 = 4 \text{ s}$  até  $t_4 = 7 \text{ s}$ , as ondas percorrem mais  $3 \text{ cm}$ . Temos, então, o seguinte perfil na corda:



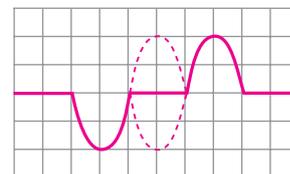
**79** A figura abaixo mostra, em um certo instante, duas ondas que se propagam numa corda longa, com o mesmo período  $T = 4 \text{ s}$ :



Qual será a forma da onda resultante três segundos após o instante mostrado acima?

**Resolução:**

Se o período vale  $4 \text{ s}$ , a onda caminha  $1$  quadradinho a cada segundo. Assim, após  $3 \text{ s}$ , temos:



**Resposta:**

**80** Numa mesma corda são produzidos dois pulsos, que se propagam em sentidos opostos (figura A). No instante em que esses pulsos estiverem totalmente superpostos (figura B), qual será a forma da corda?



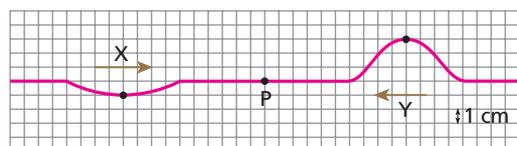
**Resolução:**

Observamos que a composição dos dois pulsos resulta:



**Resposta:**

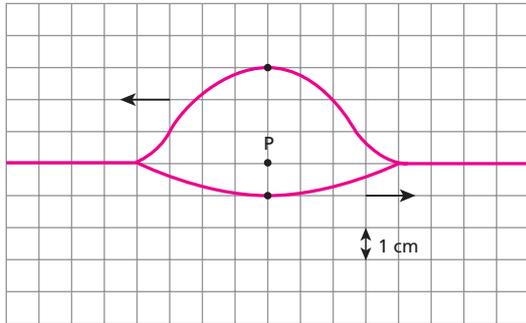
**81** Dois pulsos, X e Y, propagam-se ao longo de um fio homogêneo, como indicado na figura a seguir:



Quando os pulsos estiverem exatamente superpostos, qual será a amplitude do pulso resultante no ponto P?

**Resolução:**

Na superposição, temos:



A onda **X** puxa o ponto **P** um quadrinho para baixo, e a onda **Y**, três quadrinhos para cima. O resultado é o ponto **P**, dois quadrinhos para cima (2 cm).

$$d_p = 2 \text{ cm}$$

**Resposta:** 2 cm

**82** Numa experiência com dois diapasões, os resultados obtidos foram batimentos. Isso só foi possível porque os diapasões vibraram com:

- a) mesma amplitude.
- b) amplitudes pouco diferentes entre si.
- c) frequências bem diferentes.
- d) frequências iguais.
- e) frequências de valores próximos.

**Resolução:**

Batimento é um fenômeno que ocorre quando duas ondas têm mesma natureza, mesma amplitude e frequências próximas.

**Resposta:** e

**83** Um afinador de pianos, ao realizar seu trabalho, vale-se de diapasões que emitem sons de frequências-padrão. Para afinar certa nota, após acioná-la, ele percute o diapasão correspondente e ouve os dois sons. A afinação da nota será considerada finda quando o afinador não observar entre os sons do piano e do diapasão:

- a) interferência.
- b) polarização.
- c) batimentos.
- d) ressonância.
- e) reflexão.

**Resolução:**

A afinação do instrumento musical estará finda quando as notas emitidas pelo piano e pelo diapasão tiverem a mesma frequência. Isso ocorre quando o afinador não percebe mais batimentos.

**Resposta:** c

**84** Numa corda vibrante, é possível observar ondas estacionárias. Elas se formam devido aos fenômenos de:

- a) reflexão e refração.
- b) dispersão e reflexão.
- c) refração e polarização.
- d) reflexão e interferência.
- e) interferência e polarização.

**Resolução:**

Ondas estacionárias são formadas por duas ondas iguais que se propagam em sentidos opostos. Assim, numa corda, as ondas se propagam até as extremidades, **refletem** e voltam se superpondo provocando **interferência**.

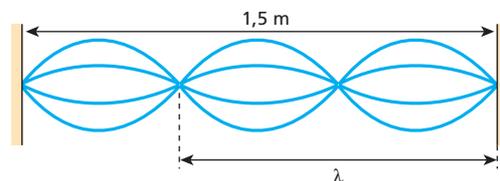
**Resposta:** d

**85** Uma onda estacionária é estabelecida numa corda, de modo a formar três ventres e quatro nós, como está esquematizado na figura:



Sabendo que a distância entre os nós extremos é de 1,5 m e a velocidade da onda é de 10 m/s, determine a frequência dessa onda.

**Resolução:**



Assim:

$$\lambda = 1,0 \text{ m}$$

Portanto:

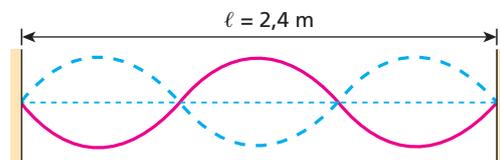
$$v = \lambda f$$

$$10 = 1,0 \cdot f$$

$$f = 10 \text{ Hz}$$

**Resposta:** 10 Hz

**86** Uma corda de comprimento  $\ell = 2,4 \text{ m}$  vibra com frequência de 300 Hz no estado estacionário representado na figura. Qual a velocidade de propagação da onda na corda?



**Resolução:**

Na figura, observamos que :

$$3 \frac{\lambda}{2} = 2,4 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 1,6 \text{ m}$$

Portanto:

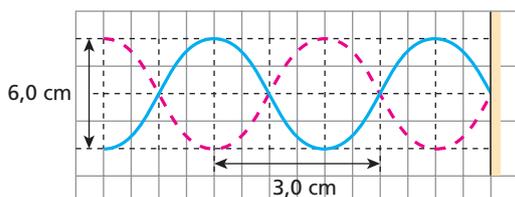
$$v = \lambda f$$

$$v = 1,6 \cdot 300$$

$$v = 480 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 480 m/s

**87** O esquema seguinte representa a configuração estacionária formada numa corda elástica, que tem uma extremidade fixa e outra vibrante:



A respeito da onda estacionária formada na corda, aponte a alternativa verdadeira:

- a) Embora sua velocidade de propagação seja nula, transporta energia.
- b) Sua amplitude vale 6,0 cm.
- c) Seu comprimento de onda vale 3,0 cm.
- d) A distância entre dois de seus nós pode ser 6,0 cm.
- e) A distância entre dois de seus ventres é 4,0 cm.

**Resolução:**

Se a distância entre dois nós consecutivos vale 2,0 cm, a distância entre dois nós **pode** ser 6,0 cm.

**Resposta:** d

**88** Um sistema físico que vibra devido à ressonância deve:

- a) vibrar com sua máxima amplitude possível.
- b) vibrar com uma frequência maior que sua frequência natural.
- c) receber energia de uma onda que tem frequência igual à sua frequência natural de vibração.
- d) ser feito do mesmo material que a fonte emissora de ondas.
- e) ter tamanho menor que o comprimento de onda emitido pela fonte de vibração.

**Resolução:**

O fenômeno da ressonância ocorre quando um sistema físico recebe energia de uma onda de frequência igual à sua frequência própria de vibração.

**Resposta:** c

**89** (Aman-RJ) Em um forno de micro-ondas, o processo de aquecimento é feito por ondas eletromagnéticas que atingem o alimento ali colocado, incidindo assim nas moléculas de água nele presentes. Tais ondas, de frequência 2,45 GHz, atingem aquelas moléculas, que, por possuírem esta mesma frequência natural, passam a vibrar cada vez mais intensamente. Desse modo, podemos afirmar que o aquecimento descrito é decorrente do seguinte fenômeno ondulatório:

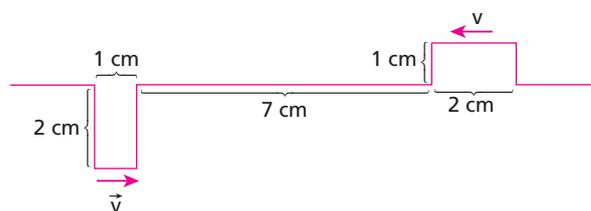
- a) batimento.
- b) refração.
- c) interferência.
- d) ressonância.
- e) difração.

**Resolução:**

A frequência natural de vibração das moléculas de água é por volta de 2,45 GHz (giga =  $10^9$ ). No forno de micro-ondas, as moléculas de água dos alimentos entram em ressonância com as ondas eletromagnéticas emitidas pelo magnétron, transformando a energia das ondas em energia térmica de aquecimento.

**Resposta:** d

**90** (UFSCar-SP) A figura mostra dois pulsos numa corda tensionada no instante  $t = 0$  s, propagando-se com velocidade de 2 m/s em sentidos opostos:



A configuração da corda no instante  $t = 20$  s é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

**Resolução:**

$t = 20 \text{ ms} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Fazendo-se:

$\Delta s = vt,$

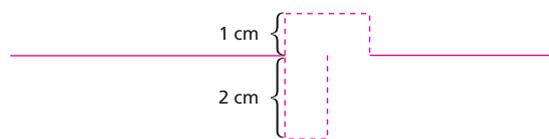
Temos:

$\Delta s = 2 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

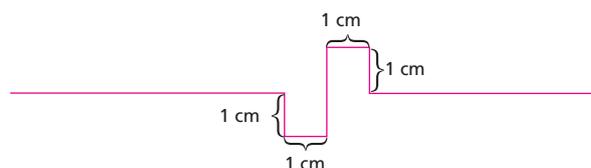
$\Delta s = 40 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$\Delta s = 4 \text{ cm}$

Assim, nesse intervalo de tempo, cada pulso percorre 4 cm apresentando a superposição:

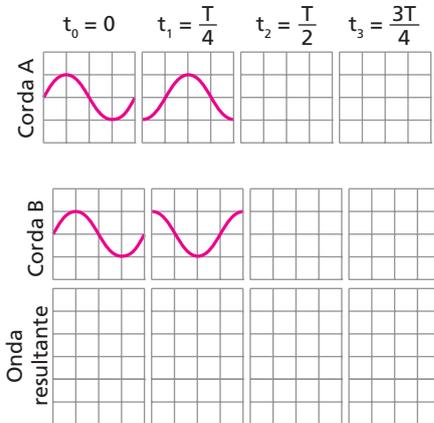


Resultando:



**Resposta:** d

**91** Duas ondas harmônicas, de mesma frequência e igual comprimento de onda, propagam-se em duas cordas idênticas. Os esquemas representam o perfil de um mesmo trecho das cordas nos instantes  $t_0 = 0$  e  $t_1 = \frac{T}{4}$ , em que  $T$  é o período das ondas:

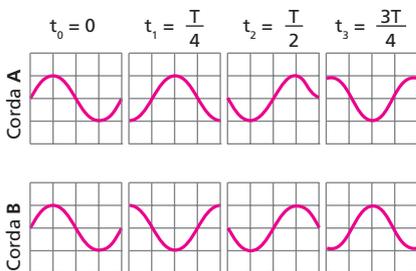


Determine:

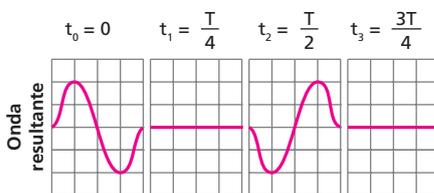
- o sentido de propagação das ondas, em cada corda;
- o perfil das cordas nos instantes  $t_2 = \frac{T}{2}$  e  $t_3 = \frac{3T}{4}$ ;
- o perfil de uma única corda, nos instantes considerados, supondo que as ondas se superpõem, ocorrendo interferência entre elas.

**Resolução:**

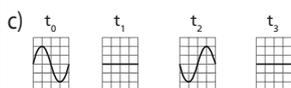
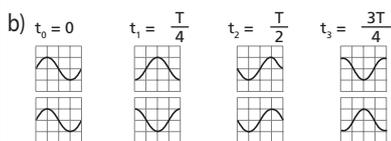
- Na corda **A**, a onda se propaga da esquerda para a direita e, na **B**, da direita para a esquerda.
- 



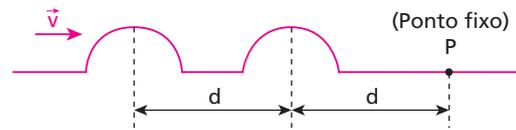
c)



**Respostas:** a) Na corda **A**, a onda se propaga da esquerda para a direita e, na **B**, da direita para a esquerda.



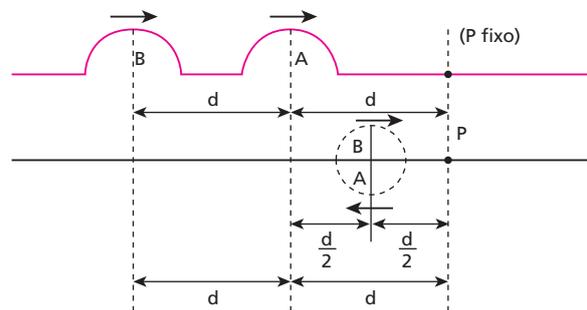
**92** (UEL-PR) Dois pulsos idênticos se propagam numa mola perfeitamente elástica com velocidade  $\tilde{v}$  e são refletidos no ponto fixo **P**. O esquema representa a posição dos pulsos no instante  $t = 0$ :



**Obs.:**  $d$  é medido em metros.

Para que as deformações se anulem totalmente, por interferência, no instante  $t = 1$  s, qual deve ser o valor da velocidade de propagação, em metros por segundo?

**Resolução:**

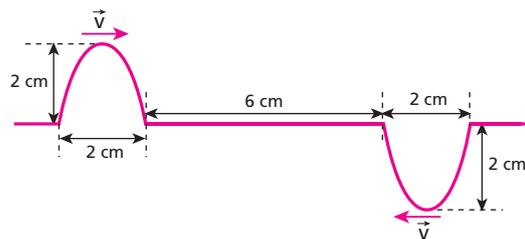


Cada onda percorreu uma distância  $(d + \frac{d}{2}) = \frac{3d}{2}$  até a superposição com interferência destrutiva.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\frac{3d}{2}}{1} \Rightarrow v = \frac{3d}{2} \text{ m/s}$$

**Resposta:**  $\frac{3d}{2}$  m/s

**93** (UFSC) A figura representa dois pulsos de onda, inicialmente separados por 6,0 cm, propagando-se em um meio com velocidades iguais a 2,0 cm/s, em sentidos opostos.

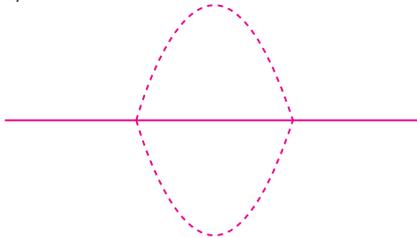


Considerando a situação descrita, indique a(s) proposição(ões) correta(s).

- Inicialmente, as amplitudes dos pulsos são idênticas e iguais a 2,0 cm.
  - Decorridos 8,0 segundos, os pulsos continuarão com a mesma velocidade e forma de onda, independentemente um do outro.
  - Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será nula nesse instante.
  - Decorridos 2,0 segundos, haverá sobreposição dos pulsos e a amplitude será máxima nesse instante e igual a 2,0 cm.
  - Quando os pulsos se encontrarem, haverá interferência de um sobre o outro e não mais haverá propagação dos mesmos.
- Dê como resposta o somatório dos itens corretos.

**Resolução:**

- (01) Correta.  
 (02) Correta.  
 Após 8,0 s do início, as ondas já passaram uma pela outra.  
 (04) Correta.  
 Em  $t = 2,0$  s:



- (08) Incorreta.  
 (16) Incorreta.

**Resposta:** 07

**94** (UEL-PR) Há algum tempo um repórter de televisão noticiou uma marcha em algum lugar do Brasil. Em dado momento, citou que os seus integrantes pararam de marchar quando estavam passando sobre uma ponte, com medo de que pudesse cair. Na ocasião, o repórter atribuiu tal receio a “crendices populares”. Com base nos conceitos da Física, é correto afirmar que os integrantes da marcha agiram corretamente, pois a ponte poderia cair devido ao fenômeno da(o):  
 a) reverberação. c) ressonância. e) efeito Doppler.  
 b) interferência. d) batimento.

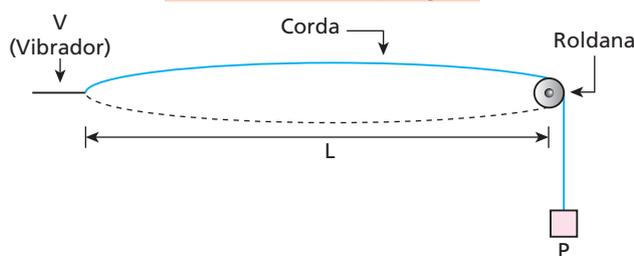
**Resolução:**

As pessoas marchando provocam uma onda mecânica que pode ter a mesma frequência de vibração da ponte. A energia dessa onda pode fazer a ponte oscilar e até cair. Esse fenômeno chama-se **ressonância**.

**Resposta:** c

**95** (Cefet-MG) Uma corda com comprimento livre  $L$  possui uma de suas extremidades presa à haste de um vibrador e a outra, passando por uma roldana, sustentando um peso  $P$ . A velocidade de propagação das ondas na corda é expressa por  $v = \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ , em que  $\mu$  representa a massa específica linear da corda ( $\frac{m}{L}$ ). Os valores de  $P$ ,  $L$  e  $m$  encontram-se na tabela.

P	1 N
L	1 m
m	0,04 kg



Considerando que a corda é posta para vibrar, adquirindo o formato mostrado, é correto afirmar que o valor da frequência  $f$  de vibração, em oscilações/segundo, é igual a:  
 a) 1,5. b) 2,5. c) 4,5. d) 5,0. e) 7,0.

**Resolução:**

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0,04 \text{ kg}}{1 \text{ m}}$$

$$\mu = 0,04 \text{ kg/m}$$

Assim:

$$v = \sqrt{\frac{P}{\mu}} = \sqrt{\frac{1}{0,04}} = \sqrt{25}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

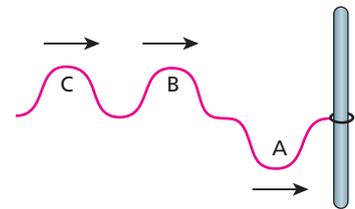
Do desenho, temos:  
 $\lambda = 2L = 2 \cdot 1 \text{ m}$   
 $\lambda = 2 \text{ m}$

Portanto:  
 $v = \lambda f$   
 $5 = 2 f$

**f = 2,5 Hz**

**Resposta:** b

**96** (Vunesp-SP) A figura mostra 3 pulsos deslocando-se para a direita numa corda com a extremidade móvel na barra vertical. Até a reflexão de todos os pulsos ocorrer, sequencialmente,



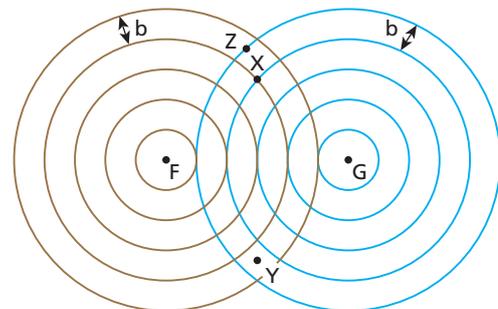
- a) duas interferências construtivas.  
 b) duas interferências construtivas e uma destrutiva.  
 c) uma interferência destrutiva, uma construtiva e outra destrutiva.  
 d) duas interferências destrutivas.  
 e) duas interferências destrutivas e uma construtiva.

**Resolução:**

Os três pulsos refletem sem inversão de fase (a extremidade da onda está solta). Assim, na volta, o pulso **A** interfere **destrutivamente** com o pulsos **B** e **C**. O pulso **B**, na volta, interfere **construtivamente** com o pulso **C**.

**Resposta:** e

**97** A figura seguinte representa as ondas produzidas por duas fontes, **F** e **G**, que vibram na superfície de um líquido. **X**, **Y** e **Z** são pontos da superfície do líquido. As circunferências indicam cristas. Considere que na região indicada não há amortecimento das ondas.



- a) Se  $f$  é a frequência da fonte **F**, qual a frequência da fonte **G**?  
 b) Se  $x$ ,  $y$  e  $z$  são amplitudes de vibração da água nos pontos **X**, **Y** e **Z**, compare  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

**Resolução:**

a) Como as ondas **F** e **G** propagam-se com a mesma velocidade e possuem o mesmo comprimento de onda, suas frequências serão iguais.

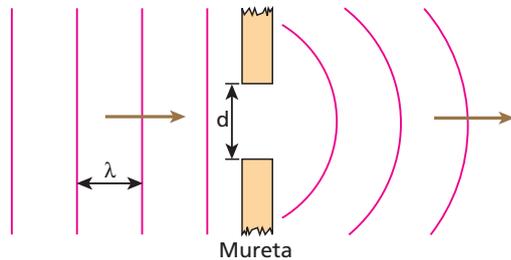
$$g = f$$

b) **X** ⇒ superposição de duas cristas  
**Y** ⇒ superposição de dois vales  
**Z** ⇒ superposição de uma crista e um vale.

$$x = y > z$$

**Respostas:** a)  $g = f$ ; b)  $x = y > z$

**98** O esquema a seguir representa, visto de cima, a evolução de ondas na superfície da água. Elas se propagam da esquerda para a direita, incidindo na mureta indicada, na qual há uma abertura de largura **d**:



As ondas, cujo comprimento de onda vale  $\lambda$ , conseguem “contornar” a mureta, propagando-se à sua direita. É correto que:

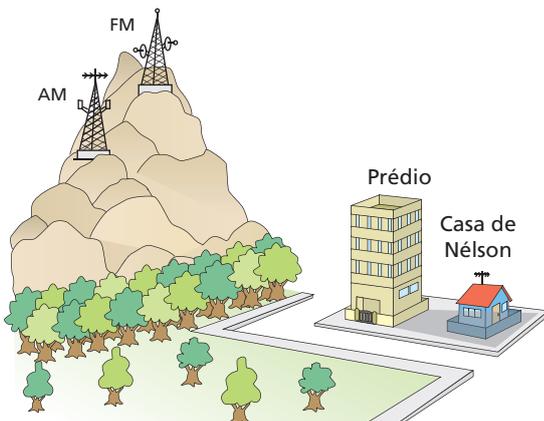
a) ocorreu refração, e  $d > \lambda$ .  
 b) ocorreu refração, e  $d = \lambda$ .  
 c) ocorreu difração, e  $d < \lambda$ .  
 d) ocorreu reflexão, e  $d > \lambda$ .  
 e) tudo o que se afirmou não tem relação alguma com o fenômeno ocorrido.

**Resolução:**

O fenômeno observado é a **difração** e a largura da fenda **d** é menor que o comprimento de onda  $\lambda$ .

**Resposta:** c

**99** (UFMG) No alto da Serra do Curral, estão instaladas duas antenas transmissoras – uma de rádio AM e outra de rádio FM. Entre essa serra e a casa de Néelson, há um prédio, como mostrado na figura a seguir:



Na casa de Néelson, a recepção de rádio FM é ruim, mas a de rádio AM é boa. Com base nessas informações, **explique** por que isso acontece.

**Resolução:**

Sendo:

$$f_{AM} < f_{FM}$$

temos:

$$\lambda_{AM} > \lambda_{FM}$$

Assim, as ondas AM difratam com maior facilidade, já que seu comprimento de onda é da ordem da dimensão de prédios e montanhas. As ondas FM difratam menos.

**Resposta:** As ondas AM difratam mais facilmente que as ondas FM.

**100** O princípio que estabelece que cada ponto de uma onda se comporta como se fosse uma fonte de ondas secundárias é devido a:

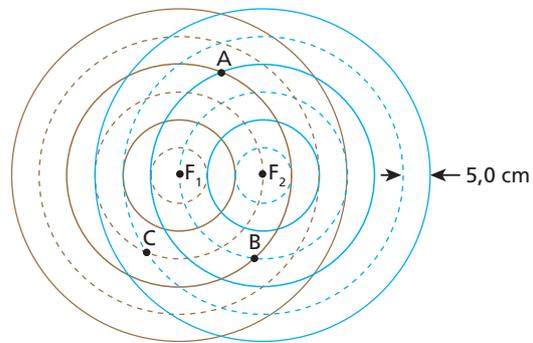
- a) Newton.
- b) Young.
- c) Fresnel.
- d) Huygens.
- e) Coulomb.

**Resolução:**

O descrito no texto é o **Princípio de Huygens**.

**Resposta:** d

**101** (UFSC) Na figura abaixo estão representadas as cristas (circunferências contínuas) e os vales (circunferências tracejadas) das ondas produzidas pelas fontes  $F_1$  e  $F_2$ , num determinado instante. A amplitude de cada onda é igual a 1,0 cm e a frequência de vibração de  $F_1$  como a de  $F_2$  é igual a 10 Hz.



Indique a(s) proposição(ões) verdadeira(s):

- (01) Cada uma das ondas independentemente é unidimensional.
  - (02) No ponto **A**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
  - (04) No ponto **B**, há uma interferência destrutiva com amplitude de vibração nula.
  - (08) No ponto **C**, há uma interferência construtiva com amplitude de vibração de 2,0 cm.
  - (16) O comprimento de onda de cada onda é 5,0 cm.
  - (32) O valor da velocidade de propagação de cada onda é  $v = 100$  cm/s.
- Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resolução:**

(01) Falsa.

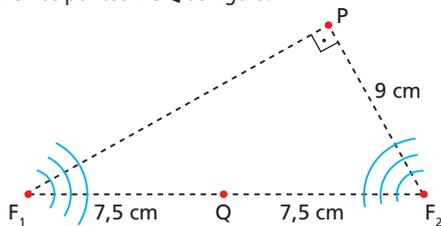
Cada onda circular representada é bidimensional, isto é, ela se propaga em um plano.

- (02) Verdadeira.  
Em **A**, ocorre uma interferência construtiva (IC); temos crista com crista:  
 $A = A_1 + A_2 = 1,0 + 1,0$   
 $A = 2,0 \text{ cm}$
- (04) Verdadeira.  
Em **B**, ocorre uma interferência destrutiva (ID); temos crista com vale:  
 $A = A_1 - A_2 \Rightarrow A = 0$
- (08) Verdadeira.  
Em **C**, ocorre uma interferência construtiva (IC); temos vale com vale:  
 $A = A_1 + A_2 = 2,0 \text{ cm}$
- (16) Falsa.  
O comprimento de onda ( $\lambda$ ) é a distância entre duas cristas ou entre dois vales consecutivos.  
 $\lambda = 10 \text{ cm}$
- (32) Verdadeira.  
 $v = \lambda f \Rightarrow v = 10 \cdot 10$   
 $v = 100 \text{ cm/s}$

Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações corretas é 46.

**Resposta:** 46

**102 | E.R.** Numa cuba de ondas de profundidade constante, dois estiletes funcionam como fontes de ondas circulares, vibrando em fase com frequência de 5 Hz. Sabendo que a velocidade dessas ondas na superfície da água é de 10 cm/s, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **P** e **Q** da figura.



**Resolução:**

**Ponto Q**

Como o ponto **Q** está a igual distância das fontes e estas vibram em fase, a interferência nesse local é **construtiva**, pois  $\Delta d = 0$ .

E sendo  $\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$ , temos  $N = 0$ .

Obs.: Para  $N = 0, 2, 4, 6, 8, \dots$ , teremos interferência construtiva (IC) e para  $N = 1, 3, 5, 7, \dots$ , teremos interferência destrutiva (ID), caso as fontes estejam em concordância de fase (se estiverem em oposição, as condições se invertem).

**Ponto P**

Para o ponto **P**, temos  $PF_2 = 9 \text{ cm}$  e  $PF_1$  pode ser calculado pelo Teorema de Pitágoras, já que o triângulo  $F_1PF_2$  é retângulo. Então:

$$(F_1F_2)^2 = (PF_1)^2 + (PF_2)^2$$

$$15^2 = (PF_1)^2 + 9^2 \Rightarrow (PF_1)^2 = 225 - 81 = 144$$

$$PF_1 = 12 \text{ cm}$$

Assim, temos:

$$\Delta d = PF_1 - PF_2 = 12 - 9 \Rightarrow \Delta d = 3 \text{ cm}$$

Da relação  $\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$ , sendo  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{10 \text{ cm/s}}{5 \text{ Hz}} = 2 \text{ cm}$ , vem:

$$3 = N \cdot \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{N = 3}$$

Portanto, em **P** a interferência é destrutiva.

**103** Nas figuras,  $F_1$  e  $F_2$  são duas fontes de ondas circulares de mesma frequência que se propagam na superfície da água. Supondo que na primeira figura as fontes estejam em concordância de fase e que na segunda estejam em oposição, determine o tipo de interferência que ocorre nos pontos **A**, **B**, **C** e **D**. As ondas propagam-se com comprimentos de onda iguais a 2 cm.

Figura 1

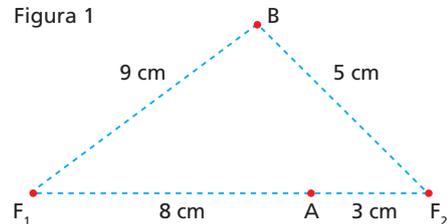
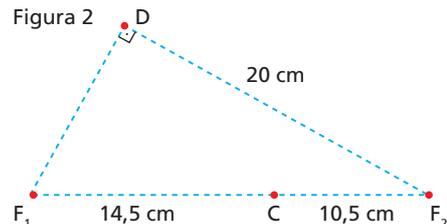


Figura 2



**Resolução:**

**Na figura 1** (fontes em concordância de fase)

Em **A**:

$$\Delta d_A = (8 - 3) \text{ cm}$$

$$\Delta d_A = 5 \text{ cm}$$

Como:

$$\lambda = 2 \text{ cm}$$

Então:

$$\Delta d_A = 5 \frac{\lambda}{2}$$

Para  $N = 5$ , temos **Interferência Destrutiva**.

Em **B**:

$$\Delta d_B = (9 - 5) \text{ cm}$$

$$\Delta d_B = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta d_B = 4 \frac{\lambda}{2}$$

Para  $N = 4$ , temos **Interferência Construtiva**.

**Na figura 2** (fontes em oposição de fase)

Em **C**:

$$\Delta d_C = (14,5 - 10,5) \text{ cm}$$

$$\Delta d_C = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta d_C = 4 \frac{\lambda}{2}$$

Para  $N = 4$ , temos **Interferência Destrutiva** (atenção: as fontes estão em oposição de fase).

Em **D**:

$$\Delta d_D = 20 - F_1D$$

$$F_1D = 15 \text{ cm}$$

$$\Delta d_D = (20 - 15) \text{ cm}$$

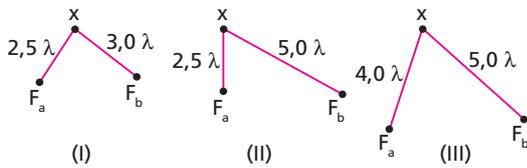
$$\Delta d_D = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta d_D = 5 \frac{\lambda}{2}$$

Para  $N = 5$ , temos **Interferência Construtiva** (fontes em oposição de fase).

**Respostas:** A(ID), B(IC), C(ID), D(IC).

**104** (Cefet-MG) Os diagramas seguintes mostram duas fontes de onda  $F_a$  e  $F_b$ , em fase, produzindo ondas na superfície da água, de comprimento de onda  $\lambda$ .



- Em  $x$ , o deslocamento da superfície da água é nulo no(s) diagrama(s):  
 a) somente I.    d) somente II.  
 b) somente I e II.    e) I, II e III.  
 c) somente III.

**Resolução:**

O deslocamento na superfície da água é nulo nos pontos de interferência destrutiva (ID), em que a diferença de percurso das ondas é um número ímpar de  $\frac{\lambda}{2}$ . Observe que as fontes estão em fase.

**Em I:**

$$\Delta x = 3,0 \lambda - 2,5 \lambda = 0,5 \lambda$$

$$\Delta x = 1 \frac{\lambda}{2} \text{ (ID)}$$

**Em II:**

$$\Delta x = 5,0 \lambda - 2,5 \lambda = 2,5 \lambda$$

$$\Delta x = 5 \frac{\lambda}{2} \text{ (ID)}$$

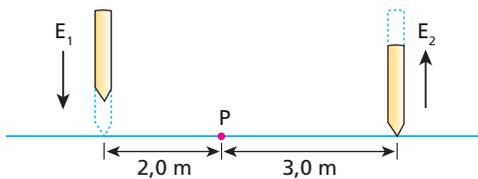
**Em III:**

$$\Delta x = 5,0 \lambda - 4,0 \lambda = 1,0 \lambda$$

$$\Delta x = 2 \frac{\lambda}{2} \text{ (IC)}$$

**Resposta:** b

**105** Dois estíletes  $E_1$  e  $E_2$  vibram verticalmente, executando movimentos harmônicos simples, de frequências iguais. Suas extremidades colidem com a superfície da água de um lago, provocando ondas de amplitudes iguais que se propagam sem amortecimento, com velocidade de 10 m/s.



- Sabendo que os estíletes vibram em oposição de fase, calcule a menor frequência de suas oscilações para que no ponto  $P$  indicado se observe:  
 a) o máximo reforço das ondas que se superpõem;  
 b) o anulamento das ondas que se superpõem.

**Resolução:**

$$\Delta x = N \frac{\lambda}{2}$$

Mas:  $v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$

Então:  $\Delta x = N \frac{v}{2f} \Rightarrow f = \frac{Nv}{2\Delta x}$

- a) Para interferência construtiva (IC),  $N$  deve ser ímpar, já que as fontes estão vibrando em oposição de fase. Para a menor frequência,  $N = 1$ .

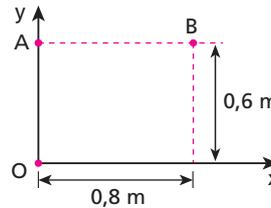
$$f = \frac{1 \cdot 10}{2(3,0 - 2,0)} \Rightarrow \boxed{f = 5,0 \text{ Hz}}$$

b)  $N = 2$

$$f = \frac{nv}{2\Delta x} = \frac{2 \cdot 10}{2(3,0 - 1,0)} \Rightarrow \boxed{f = 10 \text{ Hz}}$$

**Respostas:** a) 5,0 Hz; b) 10 Hz

**106** Numa cuba de ondas, criam-se ondas de superfície com duas fontes pontiformes síncronas sediadas nos pontos  $O$  e  $A$ . Qual o maior comprimento de onda  $\lambda$  possível para que no ponto  $B$  ocorra um máximo de interferência? E para um mínimo de interferência em  $B$ ?



**Resolução:**

Por Pitágoras:

$$(\overline{OB})^2 = (0,6)^2 + (0,8)^2$$

$$\overline{OB} = 1 \text{ m}$$

Assim, sendo:

$$\Delta x = N \frac{\lambda}{2}$$

Temos:

$$(1,0 - 0,8) = \frac{N\lambda}{2}$$

$$0,4 = N\lambda$$

Para que em  $B$  tenhamos:

$$\text{IC} \rightarrow N = 2$$

$$0,4 = 2 \cdot \lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 0,2 \text{ m}} \text{ (máximo)}$$

$$\text{ID} \rightarrow N = 1$$

$$0,4 = 1 \lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 0,4 \text{ m}} \text{ (mínimo)}$$

**Respostas:** 0,2 m (máximo), 0,4 m (mínimo)

**107 E.R.** Um tanque de fundo plano contém benzeno transparente de índice de refração absoluto igual a 1,5. Um onda de telecomunicações com frequência igual a 100 MHz, emitida de um satélite, incide verticalmente sobre a superfície tranquila do benzeno, sendo em parte refletida na superfície líquida e em parte refletida no fundo do tanque. Sabendo-se que a intensidade da velocidade da luz no vácuo é igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, determine:

- a) a intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno, bem como seu respectivo comprimento de onda;  
 b) as três menores alturas do benzeno dentro do tanque para que a parcela da onda refletida na superfície líquida seja cancelada pela parcela da onda refletida no fundo do tanque.

**Resolução:**

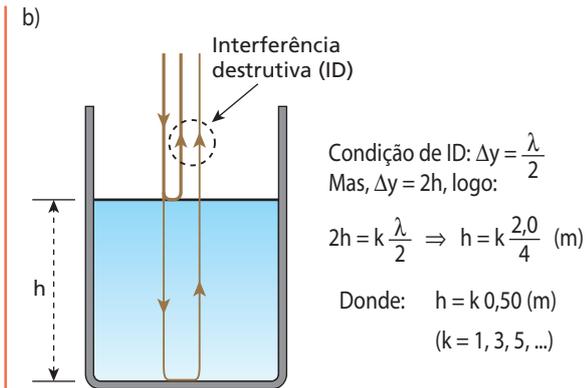
- a) A intensidade da velocidade da onda no interior do benzeno é calculada por:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow \boxed{v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

Aplicando-se a **Equação Fundamental da Ondulatória**, determinamos o comprimento de onda da onda do satélite no interior do benzeno.

$$v = \lambda f \Rightarrow 2,0 \cdot 10^8 = \lambda 100 \cdot 10^6 \Rightarrow \boxed{\lambda = 2,0 \text{ m}}$$

É importante notar que mesmo sofrendo sucessivas refrações a onda mantém inalterada sua frequência de 100 MHz.



Os três menores valores de h correspondem aos três menores valores de k (k = 1, k = 3 e k = 5).

Assim:

Para k = 1:  $h = 1 \cdot 0,50 \text{ m} \Rightarrow h = 0,50 \text{ m}$

Para k = 3:  $h = 3 \cdot 0,50 \text{ m} \Rightarrow h = 1,5 \text{ m}$

Para k = 5:  $h = 5 \cdot 0,50 \text{ m} \Rightarrow h = 2,5 \text{ m}$

**108** (Uece) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:

a) 155.      b) 124.      c) 112.      d) 103.

**Resposta: b**

**109** (ITA-SP) Um fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ , o índice de refração do vidro  $n_v = 1,50$  e o da película  $n_p = 1,30$ . Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

**Resposta: 1058 \AA**

**110** (Olimpíada Brasileira de Física) Ondas de 6 cm de comprimento, produzidas na superfície de um tanque, propagam-se com uma velocidade de 0,06 m/s. Essas ondas encontram um anteparo com uma abertura de 3 cm. Pode-se afirmar que:

- a) ocorre difração e o comprimento de onda, após a abertura, é meta- da anterior.
- b) ocorreu difração e a frequência das ondas é sempre 1 Hz.
- c) ocorre refração e a velocidade de propagação das ondas aumentou.
- d) ocorre refração, embora as ondas se desloquem na mesma direção.
- e) as ondas sofrem reflexão, porque a abertura é menor que o comprimento de onda.

**Resolução:**

Sendo o comprimento de onda (6 cm) maior que a abertura da fenda (3 cm) atingida, ocorrerá **difração**. A frequência da onda, que não sofre alteração devido à difração, é:

$$v = \lambda \cdot f$$

$$0,06 = 0,06 \cdot f$$

$f = 1 \text{ Hz}$

**Resposta: b**

**111** (ITA-SP) “Cada ponto de uma frente de onda pode ser considerado a origem de ondas secundárias tais, que a envoltória dessas ondas forma a nova frente de onda.”

- I. Trata-se de um princípio aplicável somente a ondas transversais.
- II. Tal princípio é aplicável somente a ondas sonoras.
- III. É um princípio válido para todos os tipos de ondas, tanto mecânicas quanto eletromagnéticas.

Das afirmativas, pode-se dizer que:

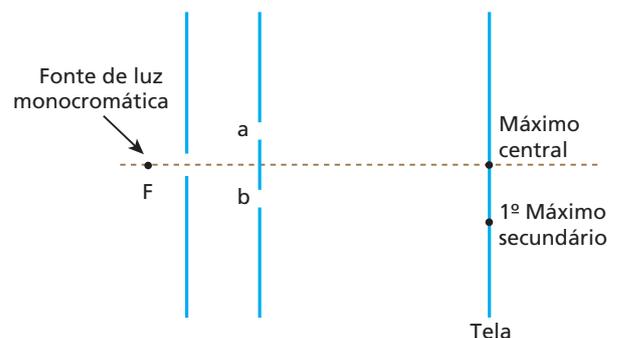
- a) somente I é verdadeira.
- b) todas são falsas.
- c) somente III é verdadeira.
- d) somente II é verdadeira.
- e) I e II são verdadeiras.

**Resolução:**

- I. Falsa. Esse princípio é aplicável a qualquer tipo de onda.
- II. Falsa.
- III. Verdadeira.

**Resposta: c**

**112** Na montagem da experiência de Young, esquematizada abaixo, F é uma fonte de luz monocromática de comprimento de onda igual a  $\lambda$ .



Na região onde se localiza o primeiro máximo secundário, qual a diferença entre os percursos ópticos dos raios provenientes das fendas a e b?

**Resolução:**

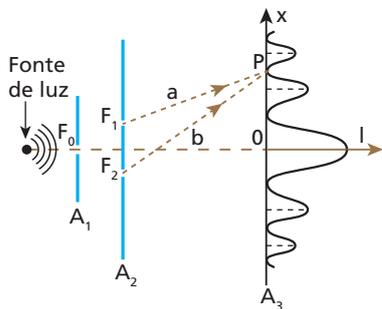
$$\Delta x = N \frac{\lambda}{2}$$

Para 1º máximo, temos N = 2

$$\Delta x = 2 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta x = \lambda$$

**Resposta:  $\lambda$**

**113** (UFBA) Na experiência de Thomas Young, a luz monocromática difratada pelas fendas  $F_1$  e  $F_2$  se superpõe na região limitada pelos anteparos  $A_2$  e  $A_3$ , produzindo o padrão de interferência mostrado na figura.



Sabendo que a luz utilizada tem frequência igual a  $6,0 \cdot 10^{14}$  Hz e se propaga com velocidade de módulo igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, determine, em unidades do Sistema Internacional, a diferença entre os percursos ópticos **a** e **b** dos raios que partem de  $F_1$  e  $F_2$  e atingem o ponto **P**.

**Resolução:**

Na figura observamos que em **P** ocorre interferência destrutiva.

Assim:

$$\Delta x = b - a$$

$$N \frac{\lambda}{2} = b - a,$$

em que  $(N = 3)$

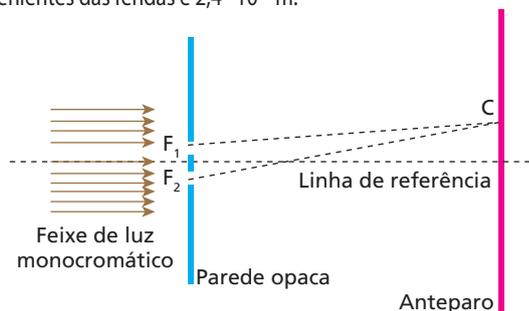
$$\text{No entanto: } v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

Então:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{3,0 \cdot 10^8}{6,0 \cdot 10^{14}} = b - a \Rightarrow (b - a) = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

**Resposta:**  $7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

**114** (FURG-RS) A figura mostra a montagem da experiência de Young sobre o fenômeno da interferência da luz. Um feixe de luz monocromático incide perpendicularmente sobre a parede opaca da esquerda, que tem duas fendas  $F_1$  e  $F_2$ , próximas entre si. A luz, após passar pelas fendas, forma uma figura de interferência no anteparo da direita. O ponto **C** é a posição da primeira franja escura, contada a partir da franja clara central. A diferença de percurso entre as luzes provenientes das fendas é  $2,4 \cdot 10^{-7}$  m.



Cor	Comprimento de onda
Vermelha	$6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Amarela	$5,7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Verde	$5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Azul	$4,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$
Violeta	$4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

De acordo com a tabela dada, identifique qual é a cor da luz do experimento.

- a) Vermelha.
- b) Amarela.
- c) Verde.
- d) Azul.
- e) Violeta.

**Resolução:**

No ponto **C**, encontramos a primeira franja escura ( $N = 1$ ).

Assim:

$$\Delta x = N \frac{\lambda}{2}$$

$$2,4 \cdot 10^{-7} = 1 \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Na tabela, observamos que esse comprimento de onda corresponde à luz de cor **azul**.

**Resposta:** d

**115** (Cesubra-DF) Um ser humano é capaz de perceber sons que variam entre 20 Hz e 20 kHz. Ondas semelhantes, acima de 20 kHz, são chamadas de ultrassom. Na Medicina, o ultrassom, com frequências entre  $1,0 \cdot 10^6$  Hz e  $10 \cdot 10^6$  Hz é utilizado para analisar órgãos internos do corpo humano. Já, o olho humano é capaz de perceber ondas de frequências compreendidas entre  $4,5 \cdot 10^{14}$  Hz e  $7,5 \cdot 10^{14}$  Hz e, imediatamente acima desta última, tem-se o ultravioleta, que, em excesso, pode provocar o aparecimento de câncer de pele. A velocidade de propagação do som nos sólidos tem valor próximo a 1500 m/s e da luz no ar (ou vácuo), aproximadamente 300 000 km/s. Com base no texto e nos seus conhecimentos sobre o assunto, julgue os itens a seguir, classificando-os como verdadeiros ou falsos.

- (1) Quando um paciente submete-se ao exame de ultrassom, seu corpo é permeado por ondas mecânicas cujos comprimentos de onda variam entre 0,15 mm e 1,5 mm.
- (2) Ondas de rádio são mecânicas e suas frequências estão compreendidas entre 20 Hz e 20 kHz.
- (3) Quando um olho emetropo percebe a luz solar, as células da retina (os cones e os bastonetes) sensibilizam-se, porque estão recebendo ondas cujos comprimentos estão compreendidos entre  $4,0 \cdot 10^{-7}$  m e  $6,6 \cdot 10^{-7}$  m, aproximadamente.
- (4) Admitindo que a velocidade de propagação do som no ar seja igual a 340 m/s, um trovão que é ouvido 4 s após a visualização do relâmpago indica que o trovão e o relâmpago ocorreram a 1360 m do observador, aproximadamente.
- (5) É impossível que uma onda sonora sofra interferência com uma onda luminosa.

**Resolução:**

- (1) Verdadeiro.

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

Ultrassom utilizado na medicina:

$$\lambda_{\min} = \frac{1500}{10 \cdot 10^6} \text{ m} \Rightarrow \lambda_{\min} = 0,15 \text{ mm}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1500}{1,0 \cdot 10^6} \text{ m} \Rightarrow \lambda_{\max} = 1,5 \text{ mm}$$

- (2) Falso.

Ondas de rádio são ondas eletromagnéticas.

- (3) Verdadeiro.

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Luz visível.

$$\lambda_{\min} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^{14}} \text{ m} \Rightarrow \lambda_{\min} = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{4,5 \cdot 10^{14}} \text{ m} \Rightarrow \lambda_{\max} = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

- (4) Verdadeiro.  
 $d = v \cdot \Delta t$   
 $d = 340 \cdot 4 \text{ (m)}$   
 $d = 1360 \text{ m}$
- (5) Verdadeiro.  
 O fenômeno da interferência somente ocorre entre ondas de mesma natureza.

**Respostas:** V, F, V, V, V

**116** (Unesp-SP) O princípio físico fundamental para entender o forno de micro-ondas baseia-se no conceito de ressonância. Na parte superior da parede, numa das laterais do forno, encontra-se o *magnetron*, que é a fonte de micro-ondas e que determina a frequência dessas ondas eletromagnéticas. Por sua vez, as dimensões do forno são adequadas para que se formem ondas estacionárias no seu interior. Os antinodos formados por essas ondas estacionárias podem ser visualizados por manchas mais escuras em um papel fotossensível (como os de aparelhos de fax) deixado no forno durante período breve de funcionamento.

- a) Quais grandezas físicas variam periodicamente dando origem às micro-ondas?  
 b) Calcule a velocidade das micro-ondas de um forno, sabendo que a distância entre o centro de duas manchas no papel de fax foi da ordem de 6 cm e que a frequência, indicada pelo fabricante, é 2,45 GHz.

**Resolução:**

a) A intensidade da corrente alternada, no interior do *magnetron*, varia periodicamente. Essa variação produz um campo elétrico e outro magnético, de intensidades variáveis com o tempo, que caracterizam a onda eletromagnética emitida.

b)  $6 \text{ cm} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 1,2 \text{ cm} = 12 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Sendo:

$v = \lambda f$ ,

temos:

$v = 12 \cdot 10^{-2} \cdot 2,45 \cdot 10^9 \text{ (m/s)}$

$v = 2,94 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

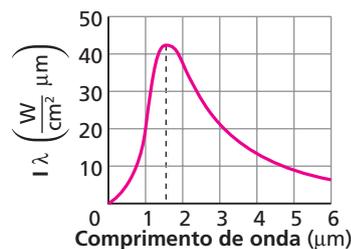
**Respostas:** a) Intensidade da corrente alternada, do campo elétrico e do campo magnético; b)  $2,94 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

**117** Em 1894, o físico alemão Wilhelm Wien (1864-1928) propôs que o produto entre o comprimento de onda da radiação de máxima intensidade emitida por um corpo ( $\lambda_{\text{máx}}$ ) e sua respectiva temperatura absoluta (T) é aproximadamente constante, conforme a expressão

$\lambda_{\text{máx}} T \approx 3,0 \cdot 10^3 \text{ (}\mu\text{mK)}$

A radiação térmica proveniente de uma fornalha utilizada para fundir materiais pode ser analisada por um espectrômetro. A intensidade das radiações emitidas por essa fornalha a uma determinada temperatura foi registrada pelo equipamento em função do comprimento de onda correspondente, obtendo-se a curva espectral a seguir.

**Resolução:**



De acordo com as informações do texto e do gráfico e adotando-se para a intensidade da velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas o valor  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , pode-se afirmar que a temperatura da fornalha e a frequência da radiação de máxima intensidade emitida valem, respectivamente:

- a)  $3,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  e  $5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  
 b)  $3,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  e  $2,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  
 c)  $2,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  e  $5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  
 d)  $2,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  e  $2,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .  
 e)  $5,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  e  $2,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

**Resposta:** d

**118** Informações são guardadas em discos CD por meio de seqüências de traços ao longo da superfície do disco, as quais são varridas por um feixe de *laser* durante a leitura.

Analise as proposições a seguir.

- (01) No vácuo, a velocidade das ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* é de 300000 km/s.  
 (02) As ondas eletromagnéticas que formam o feixe de *laser* podem deslocar-se através de fibras ópticas, sofrendo sucessivas reflexões totais.  
 (04) Qualquer feixe de *laser*, tal como o feixe empregado na leitura de um CD, é formado por ondas eletromagnéticas de vários comprimentos de onda.  
 (08) Todo feixe de *laser* é formado por fótons de frequência bem definida.  
 (16) A leitura de um disco CD é realizada com base no fenômeno da interferência de ondas.  
 (32) A leitura de um disco CD é feita de maneira digital (binária), isto é, *laser* refletido fortalecido: dígito 1; *laser* refletido enfraquecido: dígito 0.  
 (64) A leitura de um disco CD também pode ser realizada com o emprego de ondas mecânicas.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

**Resolução:**

- (01) Correta.  
 (02) Correta.  
 (04) Incorreta.

O *laser* é constituído por um feixe de luz coerente (em concordância de fase) e de uma só frequência (de um só comprimento de onda).

- (08) Correta.  
 (16) Correta.  
 (32) Correta.

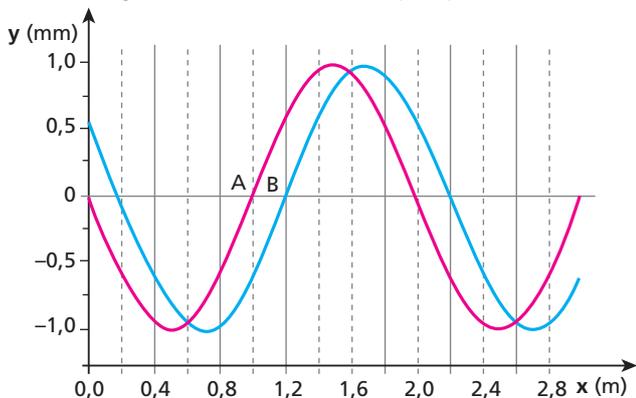
*Laser* refletido fortalecido = interferência construtiva.  
*Laser* refletido enfraquecido = interferência destrutiva.

- (64) Incorreta.

A leitura somente pode ser feita com ondas eletromagnéticas.

**Resposta:** 59

**119** As curvas **A** e **B** representam duas fotografias sucessivas de uma onda transversal que se propaga numa corda. O intervalo de tempo entre as fotografias é de 0,008 s e é menor que o período da onda.



Pede-se para determinar:

- a amplitude (**A**), o comprimento de onda (**λ**) e a frequência (**f**) da onda que se propaga ao longo da corda;
- a intensidade (**v**) da velocidade de propagação.

**Resolução:**

a) Na figura:

$$A = 1,0 \text{ mm}$$

$$\lambda = 2,0 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lambda f$$

$$\frac{0,2}{0,008} = 2,0 f$$

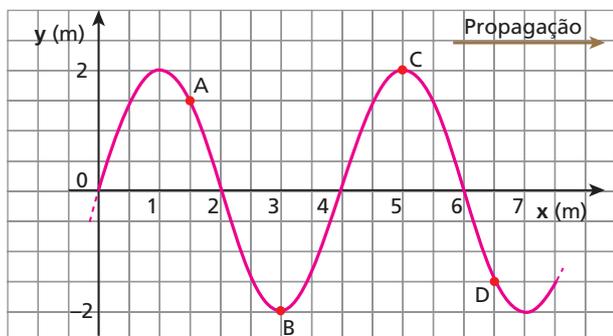
$$f = 1,25 \text{ Hz}$$

b)  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,2 \text{ m}}{0,008 \text{ s}}$

$$v = 25 \text{ m/s}$$

**Respostas:** a) 1,0 mm, 2,0 m, 12,5 Hz; b) 25 m/s

**120** A figura representa no instante  $t_0 = 0$  um trecho de uma corda elástica e não-absorvedora percorrida por um trem de ondas harmônicas que se propagam para a direita, com velocidade de intensidade igual a 2 m/s.



Considerando o referencial cartesiano  $Oxy$ , responda:

- Qual a equação das ondas,  $y = f(x, t)$ , dada em unidades do SI?
- Qual a defasagem, em radianos, entre os pontos **A** e **D**?
- Os pontos **B** e **C** estão vibrando em concordância ou em oposição de fase? Justifique.

**Resolução:**

a) Do gráfico:

$$\lambda = 4 \text{ m}$$

$$A = 2 \text{ m}$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{Como: } v = \lambda f,$$

$$\text{temos: } 2 = 4 f \Rightarrow f = \frac{1}{2} \text{ Hz}$$

Assim, a equação de onda é dada por:

$$y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]$$

$$y = 2 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \text{ (SI)}$$

b)  $\Delta\varphi_{AD} = \varphi_A - \varphi_D$

$$\Delta\varphi_{AD} = \left[ 2\pi \left( \frac{t}{2} - \frac{1,5}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] - \left[ 2\pi \left( \frac{t}{2} - \frac{6,5}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \text{ (rad)}$$

$$\Delta\varphi_{AD} = 2\pi \left( \frac{6,5}{4} - \frac{1,5}{4} \right) \text{ (rad)}$$

$$\Delta\varphi_{AD} = \frac{5\pi}{2} \text{ rad}$$

c)  $\Delta\varphi_{BC} = \varphi_B - \varphi_C$

$$\Delta\varphi_{BC} = 2\pi \left( \frac{5-3}{4} \right) \text{ (rad)}$$

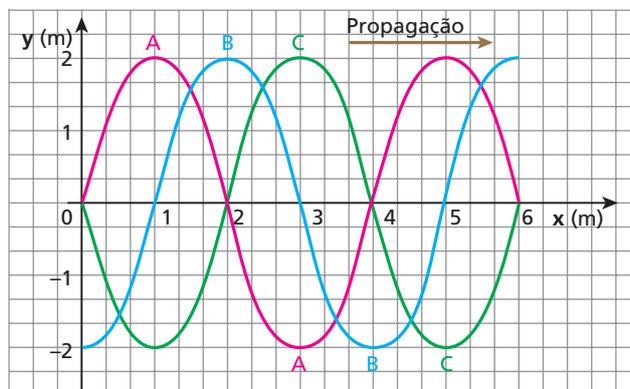
$$\Delta\varphi_{BC} = \pi \text{ rad}$$

Os pontos **B** e **C** estão em **oposição de fase**.

**Respostas:** a)  $y = 2 \cos \left[ 2\pi \left( \frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$  (SI); b)  $\frac{5\pi}{2}$  rad;

c) Oposição de fase.

**121** A figura seguinte representa três fotografias do mesmo trecho de uma corda, por onde se propaga um trem de ondas sinusoidais sem dissipação de energia.



A primeira fotografia, identificada pela letra **A**, foi obtida no instante  $t = 0$ ; a segunda, **B**, foi obtida no instante  $t = 0,05$  s e a terceira, **C**, no instante  $t = 0,10$  s. Em relação ao sistema cartesiano  $xOy$ , determine:

- a velocidade de propagação das ondas;
- o comprimento de onda, a frequência e o período;
- a "equação"  $y = f(x, t)$  das ondas referidas.

**Resolução:**

a)  $v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{1 \text{ m}}{0,05 \text{ s}}$

$v = 20 \text{ m/s}$

b) Do gráfico:

$\lambda = 4 \text{ m}$

$v = \lambda f \Rightarrow 20 = 4 f \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$

c)  $y = A \cos \left[ 2\pi \left( ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right]$

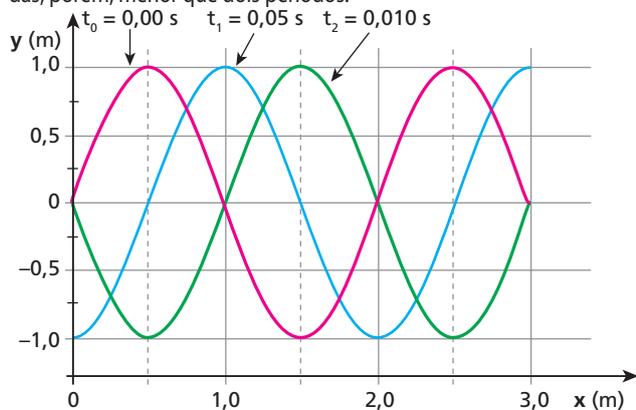
$y = 2 \cos \left[ 2\pi \left( 5t - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \text{ (SI)}$

Observe que  $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$  porque o ponto **O** da corda começa no zero e oscila para valores negativos.

**Respostas:** a)  $v = 20 \text{ m/s}$ ; b)  $4 \text{ m}$ ,  $5 \text{ Hz}$ ,  $0,2 \text{ s}$ ;

c)  $y = 2 \cos \left[ 2\pi \left( 5t - \frac{x}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \text{ (SI)}$

**122** O esquema abaixo representa três fotografias consecutivas e superpostas de um mesmo trecho de uma corda elástica, ao longo da qual se propaga um trem de ondas harmônicas. O intervalo de tempo entre duas fotografias consecutivas é maior que um período das ondas, porém, menor que dois períodos.



A partir da figura, determine:

- a) a amplitude e o comprimento de onda das ondas;
- b) a intensidade da velocidade de propagação, bem como a frequência, admitindo-se dois casos: as ondas propagam-se no sentido positivo do eixo  $Ox$ ; as ondas propagam-se no sentido negativo do eixo  $Ox$ .

**Resolução:**

a) Da figura, temos:

$A = 1,0 \text{ m}$

$\lambda = 2,0 \text{ m}$

b) No sentido positivo de  $Ox$ :

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,5 \text{ m}}{0,05 \text{ s}}$

$v = 5,0 \text{ m/s}$

Observe que, entre duas fotos consecutivas, há um intervalo de tempo maior que um período.

$v = \lambda f$

$50 = 2,0 f \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$

No sentido negativo de  $Ox$ :

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3,5 \text{ m}}{0,05 \text{ s}}$

$v = 70 \text{ m/s}$

$v = \lambda f$

$70 = 2,0 f \Rightarrow f = 35 \text{ Hz}$

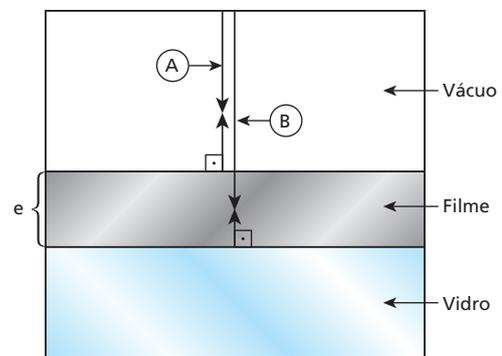
**Respostas:** a)  $1,0 \text{ m}$ ,  $2,0 \text{ m}$ ; b)  $50 \text{ m/s}$  e  $25 \text{ Hz}$ ,  $70 \text{ m/s}$  e  $35 \text{ Hz}$

**123** (UFC-CE) Um método muito usado para inibir a reflexão da luz em vidros é recobri-los com um filme fino e transparente. A espessura mínima, em nm, que um filme fino com índice de refração 1,25 deve ter para que uma luz de comprimento de onda igual a 620 nm, no vácuo, não seja refletida, quando incide praticamente normal a um vidro de índice de refração 1,50, é:

- a) 155.
- b) 124.
- c) 112.
- d) 103.

**Resolução:**

Para inibir a reflexão, os raios refletidos **A** e **B** da figura devem interferir destrutivamente (ID).



Assim:

$\Delta x = 2e = N \frac{\lambda}{2} \quad (N = 1, 2, 3, \dots)$

mas:

$\frac{\lambda_F}{\lambda_0} = \frac{n_0}{n_F} \Rightarrow \frac{\lambda_F}{620} = \frac{1,00}{1,25}$

$\lambda_F = 496 \text{ nm}$

Portanto:

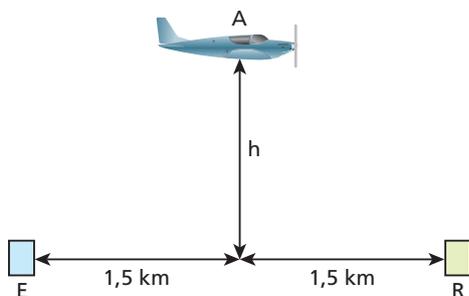
$2 e_{\min} = 1 \cdot \frac{496}{2} \text{ (nm)}$

$e_{\min} = 124 \text{ nm}$

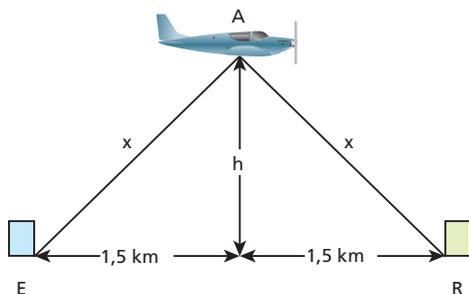
**Resposta:** b

**124** (UFC-CE) Uma estação (E) de rádio AM, transmitindo na frequência  $f = 750 \text{ kHz}$ , está sendo sintonizada por um receptor (R), localizado a  $3,0 \text{ km}$  de distância. A recepção é, momentaneamente, interrompida devido a uma interferência destrutiva entre a onda que chega direto da estação e a que sofre reflexão no avião (A), que voa a uma altura  $h$ , a meio caminho entre a estação e o receptor (veja figura abaixo). Determine o menor valor possível de  $h$ . A velocidade da luz no ar é  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

**Obs.:** a onda refletida sofre uma inversão de fase.



**Resolução:**



$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}$$

$$2x - 3000 = \frac{N}{2} \frac{v}{f}$$

$$2x - 3000 = \frac{N}{2} \frac{3,0 \cdot 10^8}{750 \cdot 10^3}$$

$$2x - 3000 = N \cdot 200$$

Por causa da reflexão com inversão de fase no avião, a condição para ID em R é  $N = 2$ .

Assim:

$$2x - 3000 = 2 \cdot 200$$

$$2x = 3400$$

$$x = 1700 \text{ m}$$

Por Pitágoras:

$$x^2 = h^2 + (1500)^2$$

$$(1700)^2 = h^2 + (1500)^2$$

$$h^2 = 2890000 - 2250000$$

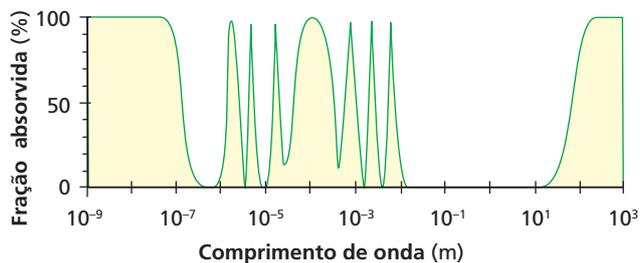
$$h^2 = 640000$$

$$h = 800 \text{ m}$$

**Resposta:** 800 m

**125** (Unicamp-SP) O sistema GPS (*Global Positioning System*) consiste em um conjunto de satélites em órbita em torno da Terra que transmitem sinais eletromagnéticos para receptores na superfície terrestre. A velocidade de propagação dos sinais é de  $300\,000 \text{ km/s}$ . Para que

o sistema funcione bem, a absorção atmosférica desse sinal eletromagnético deve ser pequena. A figura a seguir mostra a porcentagem de radiação eletromagnética absorvida pela atmosfera em função do comprimento de onda.



- A frequência do sinal GPS é igual a  $1\,500 \text{ MHz}$ . Qual o comprimento de onda correspondente? Qual a porcentagem de absorção do sinal pela atmosfera?
- Uma das aplicações mais importantes do sistema GPS é a determinação da posição de um receptor na Terra. Essa determinação é feita por meio da medida do tempo que o sinal leva para ir do satélite até o receptor. Qual é a variação  $\Delta t$  na medida do tempo feita pelo receptor que corresponde a uma variação na distância satélite-receptor de  $\Delta x = 100 \text{ m}$ ? Considere que a trajetória do sinal seja retilínea.

**Resolução:**

$$a) v = \lambda f$$

$$3,0 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 1,5 \cdot 10^9$$

$$\lambda = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

No gráfico, observamos que, para esse comprimento de onda, a fração absorvida pela atmosfera é nula.

$$b) \Delta x = d_2 - d_1 = 100 \text{ m}$$

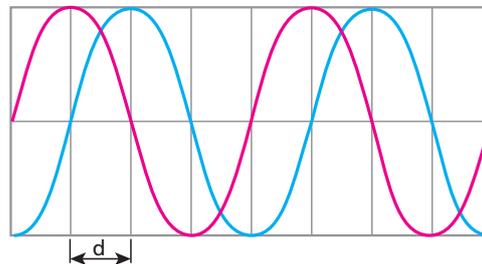
$$\text{Como: } \Delta x = v \Delta t,$$

$$\text{temos: } 100 = 3,0 \cdot 10^8 \Delta t$$

$$\Delta t \approx 3,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

**Respostas:** a) 0,2 m, nula; b)  $3,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$

**126** A figura mostra uma onda progressiva em dois instantes de tempo:  $t_1 = 1,0 \text{ s}$  (—) e  $t_2 = 9,0 \text{ s}$  (—). Se a distância indicada for  $d = 2,0 \text{ m}$ , o período (em segundos) da onda não poderá ser igual a:



- 32.
- 16.
- 6,4.
- 3,5.
- 2,5.

**Resolução:**

Do gráfico:

$$\lambda = 4 \quad d = 4 \cdot 2,0 \text{ m}$$

$$\lambda = 8,0 \text{ m}$$

$$\text{Como: } v = \lambda \frac{1}{T} \quad \text{e} \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\text{Então: } T = \frac{\lambda \Delta t}{\Delta s}$$

Entre a situação de linha cheia ( $t_1=1,0$  s) e a da linha tracejada ( $t_2=9,0$  s), a onda pode ter percorrido a distância:

1)  $d = 2,0$  m

$$T_1 = \frac{8,0 (9,0 - 1,0)}{2,0} \Rightarrow T_1 = 32 \text{ s}$$

2)  $d + \lambda = (2,0 + 8,0) \text{ m} = 10 \text{ m}$

$$T_2 = \frac{8,0 (9,0 - 1,0)}{10} \Rightarrow T_2 = 6,4 \text{ s}$$

3)  $d + 2\lambda = (2,0 + 2 \cdot 8,0) \text{ m} = 18 \text{ m}$

$$T_3 = \frac{8,0 (9,0 - 1,0)}{18} \Rightarrow T_3 \approx 3,6 \text{ s}$$

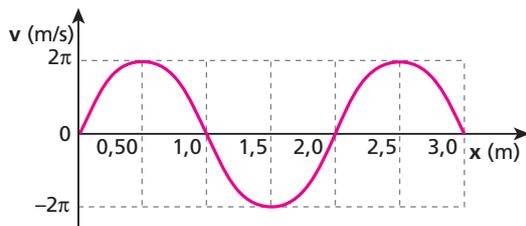
4)  $d + 3\lambda = (2,0 + 3 \cdot 8,0) \text{ m} = 26 \text{ m}$

$$T_4 = \frac{8,0 (9,0 - 1,0)}{26} \Rightarrow T_4 \approx 2,5 \text{ s}$$

Portanto, o único valor não possível é de 16 s.

**Resposta:** b

**127** Considere uma onda senoidal propagando-se com velocidade igual a 4,0 m/s ao longo de uma corda elástica coincidente com um eixo de referência Ox. O gráfico mostra, em determinado instante, os valores algébricos das velocidades transversais de alguns pontos da corda, compreendidos entre as posições  $x_0 = 0$  e  $x_1 = 3,0$  m.



- Determine a frequência e a amplitude da onda.
- No instante considerado, qual será o perfil da corda compreendido entre as posições  $x_0 = 0$  e  $x_1 = 3,0$  m?
- Calcule, no instante considerado, o valor algébrico da aceleração do ponto da corda situado na posição  $x = 2,0$  m.

**Resolução:**

a) Entre a posição de equilíbrio ( $x = 0$ ) e uma das posições de inversão ( $v = 0$ ), a distância corresponde à amplitude do MHS.

$$A = 0,50 \text{ m}$$

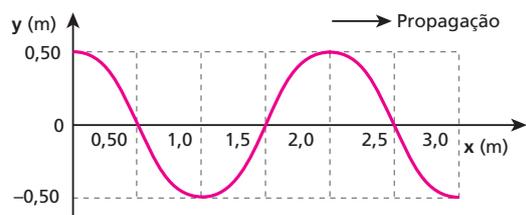
Uma oscilação completa ocorre em um trecho de 2,0 m de corda.

Assim,  $\lambda = 2,0$  m.

$$v = \lambda f \Rightarrow 4,0 = 2,0 f$$

$$f = 2,0 \text{ Hz}$$

b)



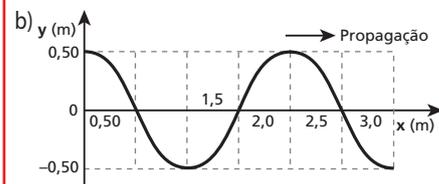
Quando a velocidade é nula, a elongação é máxima.

c) No ponto  $x = 2,0$  m, a velocidade da corda é nula e a aceleração é determinada por:

$$\gamma = -a\omega^2 = -a(2\pi f)^2$$

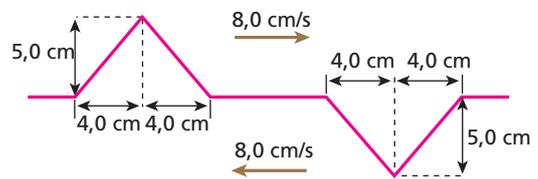
$$\gamma = -0,50 (2\pi \cdot 2,0)^2 \Rightarrow \gamma = -8\pi^2 \text{ m/s}^2$$

**Respostas:** a) 2,0 Hz, 0,50 m;



c)  $-8\pi^2 \text{ m/s}^2$

**128** Dois pulsos triangulares, de mesma largura e amplitude, propagam-se em oposição de fase ao longo de uma corda elástica, não-dispersiva e de densidade linear igual a 10 g/cm.

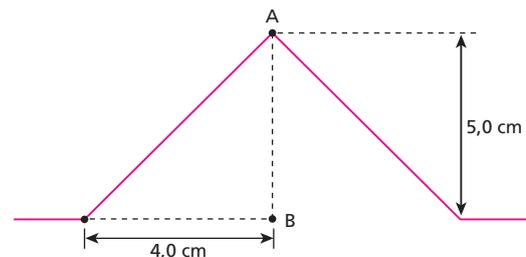


Suas velocidades são opostas, apresentando módulo de 8,0 cm/s. Sabendo que cada pulso transporta uma energia potencial elástica de  $4,0 \cdot 10^{-4}$  J, calcule:

- a energia cinética transportada por pulso antes de eles estarem superpostos;
- a energia cinética total associada ao sistema no instante em que os pulsos estiverem perfeitamente superpostos.

**Resolução:**

a)



O ponto A atinge a posição B no mesmo tempo em que a onda percorre 4,0 cm.

$$v_{\text{onda}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 8,0 = \frac{4,0}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 0,50 \text{ s}$$

Assim, a velocidade de fase do ponto A é dada por:

$$v_A = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5,0 \text{ cm}}{0,5 \text{ s}}$$

$$v_A = 10 \text{ cm/s} = 0,10 \text{ m/s}$$

Portanto:

$$E_c = \frac{m v^2}{2}$$

$$\text{mas: } \delta = \frac{m}{L} \Rightarrow m = \delta L$$

Então :

$$E_c = \frac{\delta L v^2}{2} = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8,0 (0,10)^2}{2} \text{ (J)}$$

$$E_c = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ (J)}$$

b) Quando os pulsos estão superpostos, ocorre a ID, sendo que toda a energia mecânica existente está sob a forma de energia cinética.

$$E_T = 2 (E_c + E_p)$$

$$E_T = 2 (4,0 \cdot 10^{-4} + 4,0 \cdot 10^{-4})$$

$$E_T = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ (J)}$$

**Respostas:** a)  $4,0 \cdot 10^{-4}$  J; b)  $1,6 \cdot 10^{-3}$  J

**129** Uma emissora de rádio AM opera com frequência de 600 kHz e sua antena transmissora está distante 180 km de um determinado aparelho receptor. Entre a antena e o receptor o solo é praticamente plano e horizontal e não existem barreiras prejudicando a propagação das ondas de telecomunicações, que, no local, têm velocidade de intensidade  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. O sinal que atinge o receptor chega por dois caminhos: o direto e o via reflexão na ionosfera, admitida paralela à superfície terrestre e situada, num instante  $t_0 = 0$ , a 120 km de altitude. Nesse instante, o receptor recebe um sinal resultante reforçado como consequência da interferência construtiva ocorrida entre os dois sinais que o atingem. Em seguida, o sinal captado torna-se mais fraco, voltando, pela primeira vez, a apresentar-se intensificado como antes no instante  $t = 2,6$  min. Isso pode ser explicado pelo fato de a ionosfera ter-se aproximado do solo com uma velocidade escalar média do módulo  $v$ .

- Calcule o comprimento de onda  $\lambda$  das ondas irradiadas pela emissora.
- Determine o valor de  $v$ .

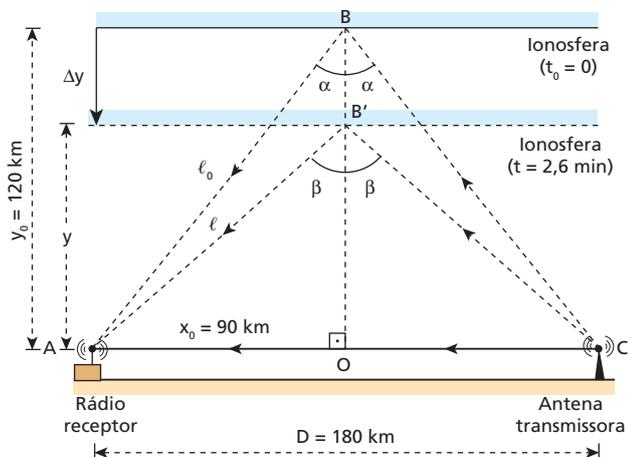
**Resolução:**

a)  $v = \lambda f$

$$3,0 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 600 \cdot 10^3$$

$$\lambda = 500 \text{ m}$$

b) Observemos o esquema a seguir:



No triângulo ABO, temos:

$$\ell_0^2 = 90^2 + 120^2$$

$$\ell_0 = 150 \text{ km}$$

Diferença de percursos entre a onda direta (AC) e a refletida (ABC):

$$\Delta x_0 = 2\ell_0 - D$$

$$\Delta x_0 = 2(150) - 180 \text{ (km)}$$

$$\Delta x_0 = 120 \text{ km}$$

No instante  $t = 2,6$  min, deve ocorrer nova interferência construtiva.

Assim:

$$\Delta x = \Delta x_0 - \lambda$$

$$\Delta x = 120000 - 500 \text{ (m)}$$

$$\Delta x = 119500 \text{ m}$$

Esse  $\Delta x$  é a nova diferença de percurso:

$$\Delta x = 2\ell - D$$

$$119500 = 2\ell - 180000$$

$$\ell = 149750 \text{ m}$$

No triângulo AB'O, temos:

$$\ell^2 = x_0^2 + y^2$$

$$(149750)^2 = (90000)^2 + y^2$$

$$y = 119687,35 \text{ m}$$

Portanto:

$$\Delta y = y - y_0$$

$$\Delta y = 119687,35 - 120000 \text{ (m)}$$

$$\Delta y = -312,65 \text{ m}$$

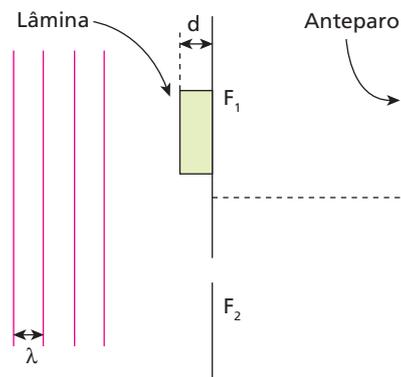
e:

$$v = \frac{|\Delta y|}{\Delta t} = \frac{312,65 \text{ m}}{2,6 \cdot 60 \text{ s}}$$

$$v \approx 2,0 \text{ m/s}$$

**Respostas:** a) 500 m; b)  $\approx 2,0$  m/s

**130** (ITA-SP) Num experimento de duas fendas de Young, com luz monocromática de comprimento de onda  $\lambda$ , coloca-se uma lâmina delgada de vidro ( $n_v = 1,6$ ) sobre uma das fendas. Isso produz um deslocamento das franjas na figura de interferência. Considere que o efeito da lâmina é alterar a fase da onda. Nessas circunstâncias, pode-se afirmar que a espessura  $d$  da lâmina, que provoca o deslocamento da franja central brilhante (ordem zero) para a posição que era ocupada pela franja brilhante de primeira ordem, é igual a:



- $0,38 \lambda$ .
- $0,60 \lambda$ .
- $\lambda$ .
- $1,2 \lambda$ .
- $1,7 \lambda$ .

**Resolução:**

Cálculo da diferença de fase entre as ondas:

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta t_L - \Delta t_0)$$

em que:

$\Delta t_l \rightarrow$  tempo para a onda atravessar a lâmina;

$\Delta t_0 \rightarrow$  tempo para a onda percorrer igual distância no vácuo.

Como:

$$\Delta t_l = \frac{d}{V_l} \text{ e } V_l = \frac{c}{n}$$

$$\text{Temos: } \Delta t_l = \frac{dn}{c}$$

$$\text{mas: } v = \lambda f \Rightarrow c = \lambda \frac{1}{T}$$

$$\text{Então: } \Delta t_l = \frac{dnT}{\lambda}$$

Não existindo a lâmina, a distância  $d$  percorrida pela onda no vácuo:

$$d = c\Delta t_0 \Rightarrow d = \frac{\lambda \Delta t_0}{T} \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{dT}{\lambda}$$

Assim:

$$\Delta t_l - \Delta t_0 = \frac{ndT}{\lambda} - \frac{dT}{\lambda}$$

$$\Delta t_l - \Delta t_0 = \frac{dT}{\lambda} (n-1)$$

e

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T} \frac{dT}{\lambda} (n-1)$$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} (n-1)$$

Para que a franja de ordem 1 tenha interferência construtiva, vem:

$$\Delta\phi = 2\pi \text{ rad}$$

$$\frac{2\pi d}{\lambda} (n-1) = 2\pi$$

$$d = \frac{\lambda}{n-1} = \frac{\lambda}{1,6-1} = \frac{\lambda}{0,6}$$

$$d \approx 1,7\lambda$$

**Resposta: e**

## Tópico 3

**1** (Vunesp-SP) Nas últimas décadas, o cinema tem produzido inúmeros filmes de ficção científica com cenas de guerras espaciais, como *Guerra nas estrelas*. Com exceção de *2001, uma odisseia no espaço*, essas cenas apresentam explosões com estrondos impressionantes, além de efeitos luminosos espetaculares, tudo isso no espaço interplanetário.

- a) Comparando *Guerra nas estrelas*, que apresenta efeitos sonoros de explosão, com *2001, uma odisseia no espaço*, que não os apresenta, qual deles está de acordo com as leis da Física? Justifique.
- b) E quanto aos efeitos luminosos que todos apresentam? Justifique.

**Respostas:** a) *2001, uma odisseia no espaço*, pois o som (onda mecânica) não se propaga no espaço interplanetário. b) Os efeitos luminosos estão de acordo com a Física porque a luz (onda eletromagnética) se propaga no espaço interplanetário.

**2 E.R.** Uma fonte sonora emite um som com 440 Hz de frequência à beira de um lago. Nas condições em que o ar se encontra, o som se propaga nele a 352 m/s. Na água, sua velocidade de propagação é de 1496 m/s, aproximadamente. Calcule o comprimento de onda do som dessa fonte:

- a) no ar;  
b) na água.

**Resolução:**

- a) Sendo  $f = 440$  Hz e  $v = 352$  m/s, e lembrando que  $v = \lambda f$ , temos:

$$v = \lambda f \Rightarrow 352 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \lambda = 0,80 \text{ m}$$

- b) Como você já sabe, a frequência de uma onda não se altera quando ela passa de um meio para outro (refração). Então, na água temos  $f = 440$  Hz e  $v = 1496$  m/s:

$$v = \lambda f \Rightarrow 1496 = \lambda \cdot 440 \Rightarrow \lambda = 3,4 \text{ m}$$

**3** Um ser humano com boa audição é capaz de ouvir vibrações acústicas entre 20 Hz e 20 000 Hz aproximadamente. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine os comprimentos de onda do som mais grave (mais baixo) e do som mais agudo (mais alto) que ele consegue ouvir.

**Resolução:**

$$\lambda = \frac{v}{f} \begin{cases} \lambda_{\text{maior}} = \frac{340}{20} \Rightarrow \lambda_{\text{maior}} = 17 \text{ m} & (\text{som mais grave}) \\ \lambda_{\text{menor}} = \frac{340}{20000} \Rightarrow \lambda_{\text{menor}} = 7 \text{ mm} & (\text{som mais agudo}) \end{cases}$$

**Respostas:** 17 m e 7 mm, respectivamente.

**4** Durante um *show* à beira do mar, uma guitarra emite uma onda sonora que se propaga no ar com velocidade  $v$ , comprimento de onda  $\lambda$  e frequência  $f$ . Essa onda penetra na água, onde se propaga

com velocidade  $v'$ , comprimento de onda  $\lambda'$  e frequência  $f'$ . Sabendo que  $v'$  é maior que  $v$ , compare  $\lambda'$  com  $\lambda$  e  $f'$  com  $f$ .

**Resolução:**

$\lambda'$  é maior que  $\lambda$  e  $f'$  é igual a  $f$ .

**Resposta:**  $\lambda' > \lambda$ ,  $f' = f$

**5** Os morcegos emitem ultra-sons. O menor comprimento de onda produzido no ar pela maioria dos morcegos é aproximadamente igual a  $33 \cdot 10^{-4}$  m. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, qual a frequência mais elevada que esses morcegos podem emitir?

**Resolução:**

$$f_{\text{máx}} = \frac{v}{\lambda_{\text{mín}}} = \frac{330}{33 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow f_{\text{máx}} = 100 \text{ kHz}$$

**Resposta:** 100 kHz

**6** Julgue as afirmações a seguir:

- I. Todo som alto tem grande intensidade.  
II. Sons baixos são aqueles que têm pequena intensidade.  
III. Quanto maior a frequência de um som, mais alto ele é.  
IV. A diferença entre um som forte e um som fraco está na frequência.  
É (são) correta(s):

- a) todas.  
b) somente a I e a II.  
c) somente a III e a IV.  
d) somente a III.  
e) somente a I, a II e a IV.

**Resposta:** d

**7** Quais as frequências dos sons uma oitava acima e uma oitava abaixo de um som de 400 Hz?

**Resolução:**

$$\text{Uma oitava acima: } f = 2 \cdot 400 \Rightarrow f = 800 \text{ Hz}$$

$$\text{Uma oitava abaixo: } f = \frac{400}{2} \Rightarrow f = 200 \text{ Hz}$$

**Respostas:** 800 Hz e 200 Hz respectivamente.

**8** Uma pequena fonte sonora de potência constante emite ondas esféricas que são recebidas com intensidade  $I$  por um observador. Se esse observador se afastar da fonte até dobrar a distância até ela, com que intensidade  $I'$  passará a receber as ondas emitidas pela citada fonte? Suponha que o meio de propagação não absorva energia das ondas.

**Resolução:**

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi x^2}$$

Se  $x$  dobrar, a intensidade sonora ficará reduzida a  $\frac{1}{4}$  do valor anterior:

$$I' = \frac{1}{4} I$$

**Resposta:**  $I' = \frac{1}{4} I$

**9** Considere que uma pessoa só percebe o eco de sua voz quando o intervalo de tempo decorrido entre a emissão da voz e a recepção do som refletido em algum obstáculo é, no mínimo, igual a 0,10 s. A figura representa uma pessoa a uma distância **d** de um paredão:



Considerando igual a 340 m/s a velocidade do som no ar:  
 a) calcule o mínimo valor de **d** para a pessoa perceber o eco de sua voz;  
 b) calcule a distância **d** no caso de a pessoa ouvir o eco 2,0 s após a emissão de sua voz.

**Resolução:**

a)  $v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{0,10} \Rightarrow d = 17 \text{ m}$   
 b)  $v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{2d}{2,0} \Rightarrow d = 340 \text{ m}$

**Respostas:** a) 17 m; b) 340 m

**10** Uma roda, contendo em sua borda 20 dentes regularmente espaçados, gira uniformemente dando 5 voltas por segundo. Seus dentes se chocam com uma palheta produzindo sons que se propagam no ar a 340 m/s.

- a) Qual a frequência do som produzido?  
 b) Qual o comprimento de onda do som produzido?

**Resolução:**

a)  $f = n^\circ \text{ de choques por unidade de tempo}$   
 $f = 5 \cdot 20 \text{ choques/s} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$

b)  $v = \lambda f \Rightarrow 340 = \lambda \cdot 100 \Rightarrow \lambda = 3,4 \text{ m}$

**Respostas:** a) 100 Hz; b) 3,4 m

**11** No ar, a uma temperatura de 15 °C, um diapasão emite um som que se propaga com velocidade  $v_1$  igual a 340 m/s. Esse som penetra em uma câmara frigorífica, onde o ar está a -1 °C, passando a se propagar com velocidade  $v_2$  aproximadamente igual a 330 m/s.

- Ao passar do ar a 15 °C para o ar a -1 °C, determine a variação percentual:  
 a) da frequência do som;  
 b) do comprimento de onda do som.

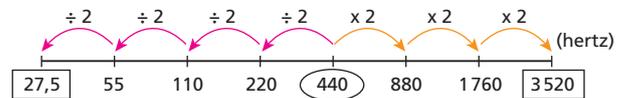
**Resolução:**

- a) O som sofreu refração e, como sabemos, sua frequência não se altera nesse fenômeno.  
 Assim, a variação percentual da frequência é 0%.
- b)  $v = \lambda f \begin{cases} 340 = \lambda_1 f \\ 330 = \lambda_2 f \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 0,97 \Rightarrow \lambda_2 = 0,97 \lambda_1$   
 $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 0,97 \lambda_1 - \lambda_1 = -0,03 \lambda_1 \Rightarrow -3\% \text{ de } \lambda_1$   
 Assim, o comprimento de onda sofreu uma redução de 3%.

**Respostas:** a) 0%; b) Redução de 3%.

**12** A nota **lá**-padrão tem frequência igual a 440 Hz. Num piano, é possível atingir três oitavas acima e quatro oitavas abaixo dessa nota. Calcule, então, as frequências mínima e máxima das notas **lá** desse instrumento.

**Resolução:**



**Respostas:** 27,5 Hz e 3 520 Hz respectivamente.

**13 E.R.** Para que uma pessoa sem problemas auditivos consiga ouvir um som, ele precisa ter uma intensidade de, no mínimo,  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ . Considere um violino que gera cerca de  $50 \mu\text{W}$  e suponha que o som, ao se propagar pela atmosfera, não sofra dissipação de energia. Determine a máxima distância possível de um observador para que ele ainda possa ouvir os sons desse violino. Admita que esses sons se propagam esféricamente.

**Resolução:**

Considerando a onda sonora esférica, sua intensidade varia com a distância (**x**) da fonte emissora de acordo com a relação:

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi x^2},$$

em que Pot é a potência da fonte emissora. Assim, sendo  $I = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ,  $\text{Pot} = 50 \mu\text{W} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ W}$  e  $\pi = 3,14$ , temos:

$$10^{-12} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot x^2} \Rightarrow x \approx 2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Portanto, se não houvesse fatores de dissipação de uma onda sonora, uma pessoa poderia ouvir os sons emitidos pelo violino a 2 km dele.

**14** A menor intensidade sonora que uma pessoa de audição normal pode perceber é de  $10^{-16} \text{ W/cm}^2$  e a máxima que ela suporta é de  $10^{-4} \text{ W/cm}^2$ , quando já começa a sentir dor. Uma fonte sonora de pequenas dimensões emite som que um bom ouvinte percebe até uma distância de, no máximo, 100 km. Determine, desprezando dissipações na propagação e considerando  $\pi = 3$ :

- a) a potência sonora da fonte;  
 b) a distância da pessoa à fonte, quando ela começa a sentir dor.

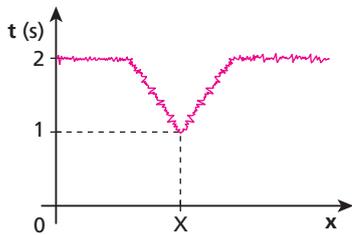
**Resolução:**

a)  $I_{\text{mín}} = 10^{-16} \text{ W/cm}^2 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$   
 $x_{\text{máx}} = 10^5 \text{ m}$   
 $I_{\text{mín}} = \frac{\text{Pot}}{4\pi x_{\text{máx}}^2} \Rightarrow \text{Pot} = 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{10}$   
 $\text{Pot} = 0,12 \text{ W}$

b)  $I_{\text{máx}} = 1 \text{ W/m}^2$   
 $I_{\text{máx}} = \frac{\text{Pot}}{4\pi x_{\text{máx}}^2} \Rightarrow 1 = \frac{0,12}{12 x_{\text{mín}}^2} \Rightarrow x_{\text{mín}} = 10 \text{ cm}$

**Respostas:** a) 0,12 W; b) 10 cm

**15** (FCC-SP) Para traçar o relevo do fundo do mar, um navio emite, verticalmente, pulsos sonoros e registra o intervalo  $t$  de tempo entre o instante de emissão do pulso e o de recepção do pulso refletido. A velocidade do som na água é de 1,5 km/s.



O gráfico mostra a duração de  $t$ , em função da posição  $x$  do navio, que navegava em linha reta. A partir dessas informações, pode-se concluir, corretamente, que na posição  $X$  havia:

- a) um vale submarino, cujo fundo estava a 1,5 km do nível do mar.
- b) um vale submarino, cujo fundo estava a 3,0 km do nível do mar.
- c) um vale submarino, cujo fundo estava a 4,5 km do nível do mar.
- d) uma montanha submarina, cujo pico estava a 0,75 km do nível do mar.
- e) uma montanha submarina, cujo pico estava a 1,5 km do nível do mar.

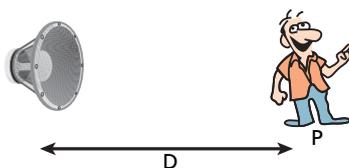
**Resolução:**

Na posição  $X$ , o sinal vai ao fundo e volta em 1 s, percorrendo uma distância total de 1,5 km. Essa posição corresponde a uma montanha submarina, cujo pico encontra-se a 0,75 km do nível do mar.

**Resposta: d**

**16** (Fuvest-SP) Um alto-falante fixo emite um som cuja frequência  $F$ , expressa em Hz, varia em função do tempo  $t$  na forma  $F(t) = 1000 + 200t$ . Em determinado momento, o alto-falante está emitindo um som com uma frequência  $F_1 = 1080$  Hz.

Nesse mesmo instante, uma pessoa  $P$ , parada a uma distância  $D = 34$  m do alto-falante, está ouvindo um som com uma frequência  $F_2$ , aproximadamente, igual a:



- a) 1020 Hz.
- b) 1040 Hz.
- c) 1060 Hz.
- d) 1080 Hz.
- e) 1100 Hz.

Velocidade do som no ar  $\approx 340$  m/s

**Resolução:**

- $F_1 = 1000 + 200 t_1$   
 $1080 = 1000 + 200 t_1 \Rightarrow t_1 = 0,4$  s
- No instante  $t_1 = 0,4$  s, a pessoa está ouvindo um som de frequência  $F_2$ , que foi emitido no instante  $t_2 = t_1 - \Delta t$ , em que  $\Delta t$  é o intervalo de tempo para esse som se propagar do alto-falante até ela, percorrendo uma distância de  $D = 34$  m:  
 $v = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 340 = \frac{34}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0,1$  s  
 $t_2 = t_1 - \Delta t = 0,4 - 0,1 \Rightarrow t_2 = 0,3$  s

- No instante  $t_2 = 0,3$  s, a frequência do som emitido é:

$$F_2 = 1000 + 200 t_2 = 1000 + 200 \cdot 0,3$$

$$F_2 = 1060 \text{ Hz}$$

**Resposta: c**

**17** (Uepa) Para detectar o relevo do fundo de rios, o sonar pode ser utilizado gerando uma imagem acústica do fundo. Considere que o sonar pode ser representado por uma fonte pontual que produz onda esférica e registra o eco em um receptor localizado praticamente na mesma posição da fonte. A **Figura 1** representa um levantamento de dados de sonar em uma região de leito plano e inclinado, nas posições **1** e **2** do navio. Os intervalos de tempo entre a emissão e a recepção do eco, para duas posições da fonte, estão representados na **Figura 2**. Neste experimento, as leis da óptica geométrica descrevem precisamente o comportamento das frentes de ondas sonoras.

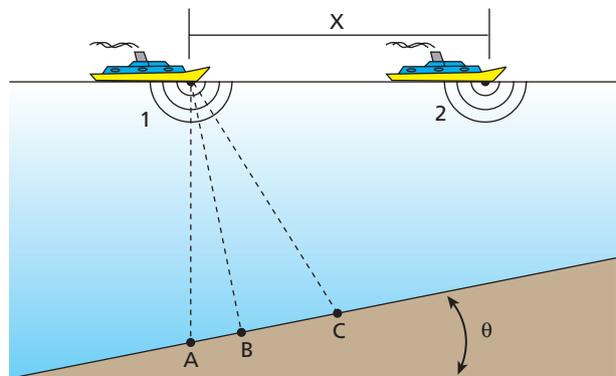


Figura 1

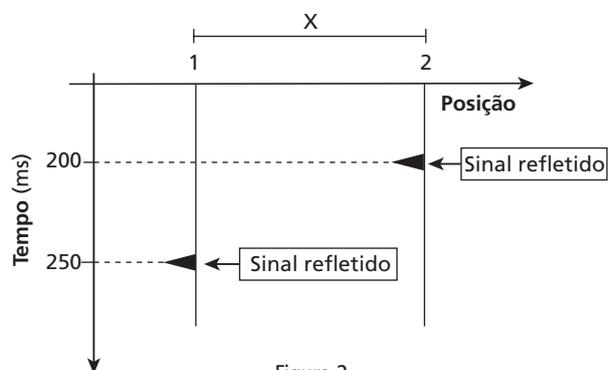


Figura 2

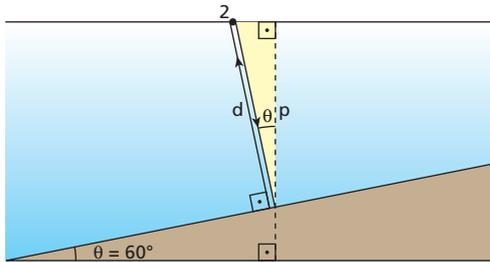
Nessas condições responda:

- a) Quando a fonte está na posição **1**, qual dos pontos indicados sobre o leito do rio pode ser considerado responsável pelo eco registrado no receptor? Justifique sua resposta.
- b) Considere que a velocidade do som na água é 1500 m/s e que o ângulo  $\theta$  é de  $60^\circ$ . Nessas condições, determine a profundidade do ponto sobre o leito do rio onde ocorre a reflexão do sinal detectado quando o navio se encontra na posição **2**.

**Resolução:**

- a) Ponto **B**, porque o raio de onda que incide normalmente ao leito reflete-se sobre si mesmo, retornando ao ponto de emissão (ângulo de incidência = ângulo de reflexão =  $0^\circ$ ).

b)  $v = 1500 \text{ m/s}$ ,  $\Delta t = 200 \text{ m s} = 0,2 \text{ s}$



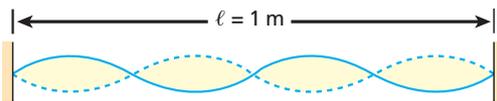
$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 1500 = \frac{2d}{0,2} \Rightarrow d = 150 \text{ m}$$

No triângulo destacado:

$$\cos \theta = \frac{p}{d} \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{p}{150} \Rightarrow \boxed{p = 75 \text{ m}}$$

**Respostas:** a) Ponto B; b) 75 m

**18 E.R.** Uma corda esticada entre duas paredes vibra como mostra a figura:



Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é  $v_s = 340 \text{ m/s}$  e que a velocidade de propagação de ondas transversais na corda é  $v_c = 500 \text{ m/s}$ , determine:

- a frequência do som emitido pela corda;
- o comprimento de onda do som emitido pela corda;
- a frequência do som fundamental que essa corda pode emitir.

**Resolução:**

a) Lembrando que a distância entre dois nós consecutivos é igual à metade do comprimento de onda, temos, para as ondas na corda:

$$l = 4 \frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow 1 = 4 \frac{\lambda_c}{2} \Rightarrow \lambda_c = 0,5 \text{ m}$$

$$v_c = \lambda_c f \Rightarrow 500 = 0,5 f \Rightarrow \boxed{f = 1000 \text{ Hz}}$$

Essa é a frequência de vibração da corda e, conseqüentemente, a frequência do som emitido.

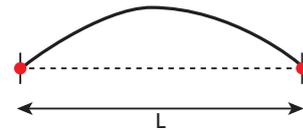
b) Para o som emitido, temos:

$$v_s = \lambda_s f \Rightarrow 340 = \lambda_s \cdot 1000 \Rightarrow \boxed{\lambda_s = 0,34 \text{ m}}$$

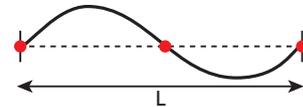
c) O modo de vibração da corda apresentada corresponde ao quarto harmônico:

$$f_4 = 4f_1 \Rightarrow 1000 = 4f_1 \Rightarrow \boxed{f_1 = 250 \text{ Hz}}$$

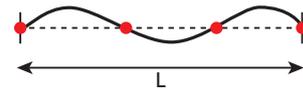
**19** (UFG-GO) Os sons produzidos por um violão acústico são resultantes das vibrações de suas cordas quando tangidas pelo violonista. As cordas vibram produzindo ondas transversais estacionárias de diferentes frequências. Essas ondas são também caracterizadas pelo número de nós. Nó é um ponto da corda que permanece em repouso durante a oscilação da onda. A seqüência ao lado representa as três primeiras ondas estacionárias que podem ser produzidas em uma corda de comprimento  $L$ , fixa em suas extremidades.



**Onda 1:** 2 nós



**Onda 2:** 3 nós



**Onda 3:** 4 nós

Com base nessas informações, indique as afirmativas corretas:

- Os comprimentos de onda das ondas 1, 2 e 3 valem, respectivamente,  $\lambda_1 = 2L$ ,  $\lambda_2 = L$  e  $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$ .
- A próxima onda estacionária, contendo 5 nós, terá um comprimento de onda  $\lambda_4 = \frac{L}{4}$ .
- Se  $v$  for a velocidade das ondas na corda, a frequência das ondas 1, 2 e 3 valerá, respectivamente,  $f_1 = \frac{v}{2L}$ ,  $f_2 = \frac{v}{L}$  e  $f_3 = \frac{3v}{2L}$ .
- Se  $L = 0,5 \text{ m}$  e  $v = 30 \text{ m/s}$ , a menor frequência possível de se produzir nessa corda é de 90 Hz.

**Resolução:**

1. Correta.

$$\bullet L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = 2L}$$

$$\bullet L = \lambda_2 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = L}$$

$$\bullet L = 3 \frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_3 = \frac{2L}{3}}$$

2. Incorreta.

$$L = 4 \frac{\lambda_4}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_4 = L/2}$$

3. Correta.

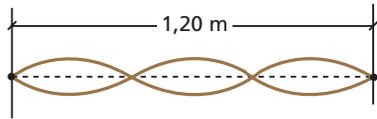
$$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{f_1 = \frac{v}{2L}} \\ \boxed{f_2 = \frac{v}{L}} \\ \boxed{f_3 = \frac{v}{2L/3}} \Rightarrow \boxed{f_3 = \frac{3v}{2L}} \end{cases}$$

4. Incorreta.

$$f_{\min} = \frac{v}{\lambda_{\max}} = \frac{v}{2L} = \frac{30}{1} \Rightarrow \boxed{f_{\min} = 30 \text{ Hz}}$$

**Resposta:** 1 e 3

**20** (UFSE) Uma corda de 1,20 m de comprimento vibra no estado estacionário (terceiro harmônico), como na figura abaixo.



Se a velocidade de propagação da onda na corda é de 20 m/s, a frequência da vibração é, em hertz:

- a) 15.
- b) 20.
- c) 21.
- d) 24.
- e) 25.

**Resolução:**

$$L = 3 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 1,20 = 3 \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,80 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0,80} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

**Resposta:** e

**21** Numa corda tensa, abalos transversais propagam-se a 100 m/s. Sendo de 2 m o comprimento da corda, calcule sua frequência de vibração:

- a) no modo fundamental;
- b) no terceiro harmônico.

**Resolução:**

$$\text{a) } f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{100}{2 \cdot 2} \Rightarrow f_1 = 25 \text{ Hz}$$

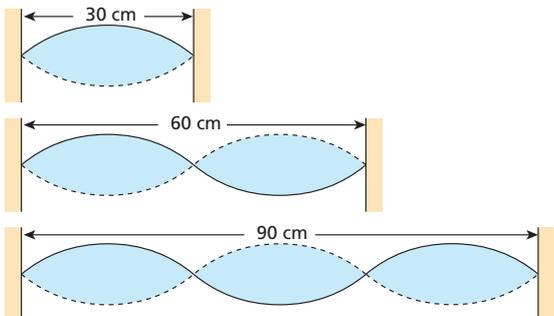
$$\text{b) } f_3 = 3f_1 = 3 \cdot 25 \Rightarrow f_3 = 75 \text{ Hz}$$

**Respostas:** a) 25 Hz; b) 75 Hz

**22** Ondas estacionárias são produzidas numa corda, sendo de 60 cm o comprimento de onda. Determine, em centímetros, os três menores valores possíveis para o comprimento da corda.

**Resolução:**

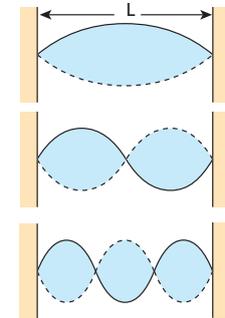
$$\lambda = 60 \text{ cm} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 30 \text{ cm}$$



**Respostas:** 30 cm; 60 cm; 90 cm

**23** Considere uma corda de violão de 60 cm de comprimento. Quais os três maiores comprimentos de onda de ondas estacionárias que podemos produzir nela?

**Resolução:**



$$\frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = 2L \Rightarrow \lambda = 120 \text{ cm}$$

$$\lambda = L \Rightarrow \lambda = 60 \text{ cm}$$

$$3 \frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{3} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$

**Respostas:** 120 cm; 60 cm; 40 cm

**24** Uma corda de 0,50 m com densidade linear de  $10^{-2}$  kg/m está submetida a uma tração de 100 N.

- a) Calcule a frequência fundamental do som emitido pela corda.
- b) Proponha duas maneiras de dobrar a frequência do som fundamental, alterando uma única grandeza em cada caso.
- c) Considerando igual a 330 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule o comprimento de onda do som fundamental emitido no ar.

**Resolução:**

$$\text{a) } f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \frac{1}{2 \cdot 0,50} \sqrt{\frac{100}{10^{-2}}} \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

- b) Devemos submeter a corda a uma tração igual ao quádruplo da inicial, ou seja, a uma tração de 400 N. Uma outra possibilidade é reduzir à metade seu comprimento vibratório, mantendo a tração inicial.

$$\text{c) } v = \lambda f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 100 \Rightarrow \lambda = 3,3 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 100 Hz; b) Quadruplicar a tração ou reduzir à metade o comprimento do trecho vibratório.; c) 3,3 m.

**25** (Uepa) Ao tocar a corda mais grossa do violão, presa apenas nas suas extremidades, é produzido um som grave denominado MI e de frequência fundamental 327 Hz. Considere o comprimento da corda igual a 60 cm.

- a) Calcule a velocidade de transmissão da onda na corda.
- b) A corda mais fina, por sua vez, na plenitude de seu comprimento, também produz um som denominado MI, porém com frequência duas oitavas acima do som produzido pela corda mais grossa. Identifique a qualidade fisiológica que diferencia o som produzido pelas duas cordas.

**Resolução:**

$$\text{a) } L = 60 \text{ cm} = 0,60 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2L f = 2 \cdot 0,60 \cdot 327$$

$$v = 392 \text{ m/s}$$

- b) A qualidade fisiológica em questão é a **altura**. A corda mais fina produz um som mais alto, isto é, de maior frequência.

**Respostas:** a) 392 m/s; b) Altura.

**26** Durante um processo de investigação, uma conversa telefônica foi gravada e surgiu a necessidade de se confirmar se uma determinada voz era ou não do senhor X. Para isso, a voz gravada foi analisada em laboratório. Qual qualidade fisiológica do som é decisiva para se concluir se essa voz era ou não dele?

**Resposta:** Timbre.

**27** (Unicnp-PR) O italiano Luciano Pavarotti, conhecidíssimo cantor da ópera, possui uma extensão de voz que varia aproximadamente entre o "dó" (128 Hz) e o "lá" (440 Hz), sendo classificado como **tenor**. Já um **contralto** compreende uma extensão de voz que vai, pelo menos, de "sol" (196 Hz) a "mi" (669 Hz).

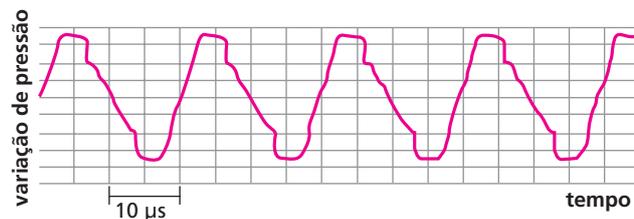
A classificação citada, que pode ainda envolver barítonos, baixos, sopranos e *mezzo-sopranos*, está calcada na qualidade fisiológica do som conhecida como:

- a) intensidade.
- b) altura.
- c) timbre.
- d) volume.
- e) reverberação.

**Resposta:** b

**28** (Fuvest-SP) O som de um apito é analisado com o uso de um medidor que, em sua tela, visualiza o padrão apresentado na figura abaixo. O gráfico representa a variação da pressão que a onda sonora exerce sobre o medidor, em função do tempo, em  $\mu\text{s}$  ( $1 \mu\text{s} = 10^{-6} \text{ s}$ ). Analisando a tabela de intervalos de frequências audíveis, por diferentes seres vivos, conclui-se que esse apito pode ser ouvido apenas por:

Seres vivos	Intervalos de frequência
cachorro	15 Hz – 45 000 Hz
ser humano	20 Hz – 20 000 Hz
sapo	50 Hz – 10 000 Hz
gato	60 Hz – 65 000 Hz
morcego	1 000 Hz – 120 000 Hz



- a) seres humanos e cachorros.
- b) seres humanos e sapos.
- c) sapos, gatos e morcegos.
- d) gatos e morcegos.
- e) morcegos.

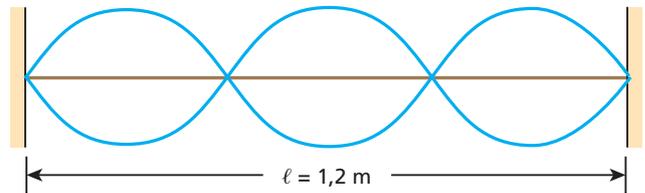
**Resolução:**

$$T = 20 \mu\text{s} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6}}$$

$$f = 50000 \text{ Hz}$$

**Resposta:** d

**29** Uma corda de massa  $m = 240 \text{ g}$  e comprimento  $\ell = 1,2 \text{ m}$  vibra com frequência de 150 Hz, no estado estacionário esquematizado a seguir:



Determine a velocidade de propagação das ondas que originam o estado estacionário nessa corda e a intensidade da força tensora.

**Resolução:**

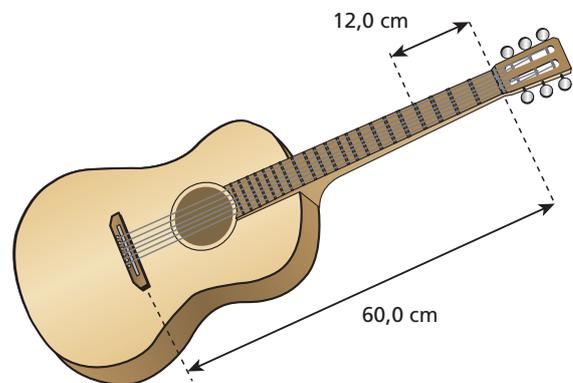
$$\begin{aligned} m &= 0,240 \text{ kg} \\ \ell &= 1,2 \text{ m} \\ f &= 150 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$f = \frac{Nv}{2\ell} \Rightarrow 150 = \frac{3v}{2,4} \Rightarrow v = 120 \text{ m/s}$$

$$\bullet v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = \delta v^2 = \frac{m}{\ell} \cdot v^2 = \frac{0,240}{1,2} \cdot 120^2 \Rightarrow F = 2,88 \cdot 10^3 \text{ N}$$

**Respostas:** 120 m/s,  $2,88 \cdot 10^3 \text{ N}$

**30** (Cesgranrio-RJ) O comprimento das cordas de um violão (entre suas extremidades fixas) é de 60,0 cm. Ao ser dedilhada, a segunda corda (lá) emite um som de frequência igual a 220 Hz. Qual será a frequência do novo som emitido, quando o violonista, ao dedilhar essa mesma corda, fixar o dedo no traste, a 12,0 cm de sua extremidade?



**Resolução:**

$$\begin{aligned} L &= 60,0 \text{ cm} \\ \ell &= 60,0 \text{ cm} - 12,0 \text{ cm} = 48,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2L} \\ f_1' &= \frac{v}{2\ell} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f_1'}{f_1} = \frac{\ell}{L} \Rightarrow \frac{220}{f_1'} = \frac{48,0}{60,0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_1' = 275 \text{ Hz}$$

**Resposta:** 275 Hz

**31** Um violonista tange no instrumento duas cordas de diâmetros diferentes, feitas do mesmo material e igualmente tracionadas, e consegue produzir a mesma nota. Explique como isso é possível.

**Resposta:** A frequência do som emitido depende do comprimento vibratório, que varia à medida que o violonista desloca o dedo ao longo da corda.

**32** (Unicentro) A quinta corda solta do violão corresponde à nota si (frequência fundamental igual a 981 Hz). Se essa corda for presa no quinto trasto, diminuindo assim o comprimento da corda vibrante, obtém-se a nota mi aguda (frequência fundamental igual a 1308 Hz). Sobre o comprimento da parte vibrante da corda si ( $\ell$ ), que vibra na frequência da nota mi aguda, expresso em função do comprimento da corda solta ( $L$ ), é correto afirmar:

- a)  $\ell = \frac{1}{2} L$ .      c)  $\ell = \frac{3}{4} L$ .      e)  $\ell = \frac{5}{6} L$ .  
 b)  $\ell = \frac{2}{3} L$ .      d)  $\ell = \frac{4}{5} L$ .

**Resolução:**

• Corda **si** solta:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 981 = \frac{v}{2L} \quad (I)$$

• Corda **si** presa no quinto trasto:

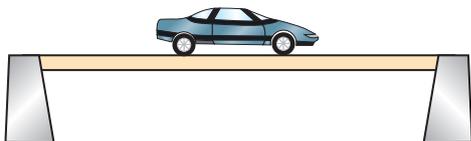
$$f_1' = \frac{v}{2\ell} \Rightarrow 1308 = \frac{v}{2\ell} \quad (II)$$

• Dividindo (I) por (II), membro a membro, vem:

$$\frac{\ell}{L} = \frac{981}{1308} \Rightarrow \frac{\ell}{L} = 0,75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \ell = \frac{3}{4} L$$

**Resposta:** c

**33** (UFSCar-SP) Com o carro parado no congestionamento sobre o centro de um viaduto, um motorista pôde constatar que a estrutura deste estava oscilando intensa e uniformemente. Curioso, pôs-se a contar o número de oscilações que estavam ocorrendo. Conseguiu contar 75 sobes e desces da estrutura no tempo de meio minuto, quando teve de abandonar a contagem devido ao reinício lento do fluxo de carros.



Mesmo em movimento, observou que, conforme percorria lentamente a outra metade a ser transposta do viaduto, a amplitude das oscilações que havia inicialmente percebido gradativamente diminuía, embora mantida a mesma relação com o tempo, até finalmente cessar na chegada em solo firme. Levando em conta essa medição, pode-se concluir que a próxima forma estacionária de oscilação desse viaduto deve ocorrer para a frequência, em Hz, de:

- a) 15,0.      b) 9,0.      c) 7,5.      d) 5,0.      e) 2,5.

**Resolução:**

Pela descrição feita no enunciado, a amplitude das oscilações era máxima no centro do viaduto e ia diminuindo até se chegar ao final. Concluímos, então, que o viaduto vibrava no modo fundamental:

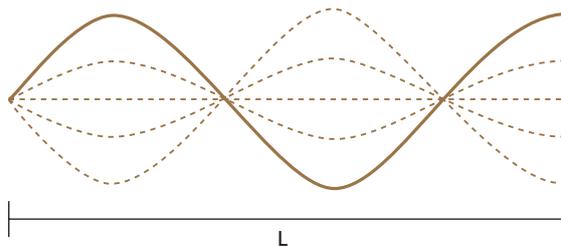
$$f_1 = \frac{n}{\Delta t} = \frac{75 \text{ oscilações}}{30 \text{ s}} \Rightarrow f_1 = 2,5 \text{ Hz}$$

A “próxima forma estacionária de oscilação” é o segundo harmônico:

$$f_2 = 2f_1 = 2 \cdot 2,5 \Rightarrow f_2 = 5,0 \text{ Hz}$$

**Resposta:** d

**34** (UFPE) A figura mostra um modo estacionário em uma corda homogênea, de comprimento  $L$ , que tem uma extremidade fixa e a outra livre. Determine a razão entre a frequência deste modo e a do modo estacionário de mais baixa frequência (modo fundamental).

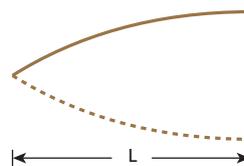


**Resolução:**

Da figura, temos:

$$L = \lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{4L}{5} \text{ e } f = \frac{v}{\lambda} \quad (I)$$

No modo fundamental:

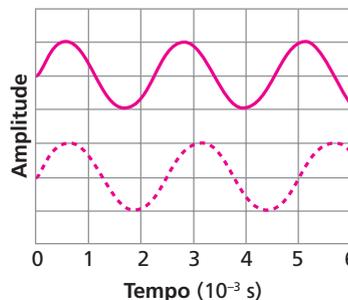


$$L = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L \text{ e } f_1 = \frac{v}{\lambda_1} \quad (II)$$

$$\text{De (I) e (II): } \frac{f}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{4L}{\frac{4L}{5}} \Rightarrow \frac{f}{f_1} = 5$$

**Resposta:** 5

**35** (Udesc-SC) Para a afinação de um piano, usa-se um diapásão com frequência fundamental igual a 440 Hz, que é a frequência da nota Lá. A curva contínua do gráfico a seguir representa a onda sonora de 440 Hz do diapásão.



a) A nota Lá de certo piano está desafinada e o seu harmônico fundamental está representado na curva tracejada do gráfico. Obtenha a frequência da nota Lá desafinada.

- b) O comprimento dessa corda do piano é igual a 1,0 m e sua densidade linear é igual a  $5,0 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}$ . Calcule o aumento de tração na corda necessário para que a nota Lá seja afinada.

**Resolução:**

- a) De  $t = 0 \text{ s}$  a  $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ , temos dois períodos  $T_D$  da nota Lá desafiada:

$$2T_D = 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow T_D = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$f_D = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f_D = 400 \text{ Hz}}$$

- b)  $f = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = 4\delta L^2 f^2$

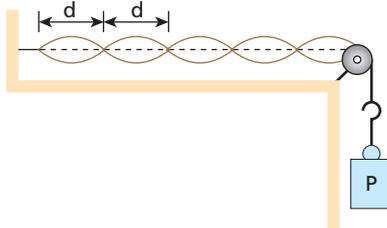
Sendo  $f_A$  a frequência da corda afinada, temos:

$$\Delta F = 4\delta L^2 (f_A^2 - f_D^2) \Rightarrow 4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot (440^2 - 400^2)$$

$$\boxed{\Delta F = 672 \text{ N}}$$

**Respostas:** a) 400 Hz; b) 672 N

- 36** (Unifesp-SP) A figura representa uma configuração de ondas estacionárias produzida num laboratório didático com uma fonte oscilante.



- a) Sendo  $d = 12 \text{ cm}$  a distância entre dois nós sucessivos, qual o comprimento de onda da onda que se propaga no fio?  
 b) O conjunto **P** de cargas que traciona o fio tem massa  $m = 180 \text{ g}$ . Sabe-se que a densidade linear do fio é  $\mu = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$ . Determine a frequência de oscilação da fonte.

**Dados:** velocidade de propagação de uma onda numa corda:  $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Resolução:**

a)  $d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2d = 2 \cdot 12 \Rightarrow \boxed{\lambda = 24 \text{ cm}}$

b)  $F = m g = 0,180 \cdot 10 \Rightarrow F = 1,8 \text{ N}$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,8}{5,0 \cdot 10^{-4}}} \Rightarrow v = 60 \text{ m/s}$$

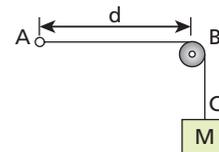
$$f = \frac{N v}{2L}$$

$N = 5$  (5º harmônico);  $L = 5d = 5 \cdot 0,12 \Rightarrow L = 0,60 \text{ m}$

$$f = \frac{5 \cdot 60}{2 \cdot 0,60} \Rightarrow \boxed{f = 250 \text{ Hz}}$$

**Respostas:** a) 24 cm; b) 250 Hz

- 37** (Ufam) Um estudante, querendo medir a massa **M** de um bloco e não dispondo de uma balança, decidiu praticar o que aprendera na aula sobre cordas vibrantes. Para isso, fixou com um prego a extremidade **A** de um fio de aço muito fino e na extremidade livre, **C**, pendurou o corpo com massa desconhecida **M**, depois de passar o fio por uma polia em **B**, cuja distância  $d = \overline{AB}$  era ajustável (ver figura). Fazendo  $d = 1 \text{ m}$ , dedilhou a corda e ouviu um som com uma dada frequência **f**. Acostumado a “afinar” violão, o estudante então substituiu a massa **M** por um pacote de açúcar de 1 kg e passou a dedilhar a corda, variando a distância **d**, até conseguir a mesma frequência **f** ouvida anteriormente, o que ocorreu para  $d = 0,25 \text{ m}$ . Pode-se afirmar que a massa **M** do bloco vale:



- a) 8 kg.                      c) 4 kg.                      e) 12 kg.  
 b) 10 kg.                    d) 16 kg.

**Resolução:**

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{v}{2d} = \frac{1}{2d} \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$

- Com a massa **M**:

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 1} \sqrt{\frac{Mg}{\delta}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Mg}{\delta}} \quad (I)$$

- Com a massa  $m = 1 \text{ kg}$ :

$$f_1 = \frac{1}{2 \cdot 0,25} \sqrt{\frac{mg}{\delta}} = 2 \sqrt{\frac{1 \cdot g}{\delta}} \quad (II)$$

- De (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{Mg}{\delta}} = 2 \sqrt{\frac{1 \cdot g}{\delta}} \Rightarrow \frac{M}{4} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M = 16 \text{ kg}}$$

**Resposta:** d

- 38** Alguns *softwares* permitem manipular certos harmônicos componentes da voz humana, intensificando-os, atenuando-os ou até mesmo suprimindo-os, modificando substancialmente o som percebido por um ouvinte para uma determinada voz. Surgem com essas manipulações aquelas vozes de “robôs”, de “monstros”, de seres “extraterrestres” etc., tão comuns no cinema. A principal qualidade que se altera na voz é:

- a) a altura.  
 b) o timbre.  
 c) a intensidade.  
 d) o nível sonoro.  
 e) a amplitude.

**Resolução:**

A alteração da intensidade e/ou da quantidade de harmônicos modifica o timbre da voz.

**Resposta:** b

**39** Num experimento de batimento, colocam-se a vibrar simultaneamente dois diapasões com frequências de 200 Hz e 206 Hz.

- Determine a frequência dos batimentos.
- Para se obterem batimentos de frequência igual a 3 Hz, em que frequência deve vibrar um diapasão, junto com o diapasão de 200 Hz?

**Resolução:**

$$a) f_{\text{BAT}} = 206 - 200 \Rightarrow f_{\text{BAT}} = 6 \text{ Hz}$$

$$b) f - 200 = 3 \Rightarrow f = 203 \text{ Hz}$$

ou

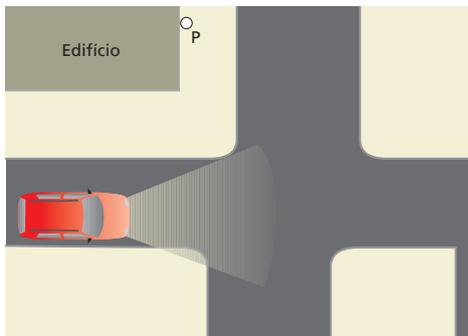
$$200 - f = 3 \Rightarrow f = 197 \text{ Hz}$$

**Respostas:** a) 6 Hz; b) 203 Hz ou 197 Hz

**40** Consideremos dois violões com as cordas **lá** igualmente afinadas. Estando um violão próximo ao outro, tangemos a corda **lá** de um deles e verificamos que a corda **lá** do outro também vibra. Qual fenômeno explica esse acontecimento?

**Resposta:** Ressonância.

**41** É noite. Um automóvel aproxima-se de uma esquina, onde há um grande edifício. Na situação representada na figura, uma pessoa na posição **P** ouve perfeitamente os ruídos do veículo, mas não pode vê-lo. Por quê?



**Resposta:** A difração do som é muito acentuada, ao passo que a da luz praticamente não ocorre nessa situação.

**42 | E.R.** Um tubo sonoro de 3,0 m de comprimento emite um som de frequência 125 Hz. Considerando a velocidade do som no ar igual a 300 m/s, determine:

- se o tubo é aberto ou fechado;
- o harmônico correspondente a essa frequência.

**Resolução:**

a) Para um tubo sonoro aberto, a frequência do som emitido é calculada por:

$$f = \frac{Nv}{2L} \quad (N = 1, 2, 3, \dots)$$

em que **N** é a ordem do harmônico, **v** é a velocidade do som no gás dentro do tubo (ar) e **L** é o comprimento do tubo.

Sendo  $f = 125 \text{ Hz}$ ,  $v = 300 \text{ m/s}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , temos, para **N**, o valor:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{2 \cdot 3,0} \Rightarrow N = 2,5$$

Como o valor obtido para **N** não é inteiro, concluímos que o tubo que emitiu o referido som não pode ser aberto. Para um tubo fechado, a frequência do som emitido é dada por:

$$f = \frac{Nv}{4L} \quad (N = 1, 3, 5, \dots)$$

Fazendo  $v = 300 \text{ m/s}$ ,  $f = 125 \text{ Hz}$  e  $L = 3,0 \text{ m}$ , obtemos:

$$125 = \frac{N \cdot 300}{4 \cdot 3,0} \Rightarrow N = 5$$

Como **N** resultou ímpar, concluímos que o som foi realmente emitido por um tubo fechado.

- No item anterior, obtivemos o valor 5 para a ordem **N** do harmônico, o que nos permite concluir que esse tubo fechado está emitindo um som correspondente ao seu **quinto harmônico**.

**43** Um tubo sonoro aberto, contendo ar, tem 33 cm de comprimento. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine a frequência:

- do som fundamental emitido pelo tubo;
- do quarto harmônico que esse tubo pode emitir.

**Resolução:**

$$a) f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{330}{2 \cdot 0,33} \Rightarrow f_1 = 500 \text{ Hz}$$

$$b) f_4 = 4f_1 = 4 \cdot 500 \Rightarrow f_4 = 2000 \text{ Hz}$$

**Respostas:** a) 500 Hz; b) 2000 Hz.

**44** Um tubo sonoro contendo ar tem 1 m de comprimento, apresentando uma extremidade aberta e outra fechada. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, determine as três menores frequências que esse tubo pode emitir.

**Resolução:**

$$f = \frac{Nv}{4L} \quad (N = 1, 3, 5, \dots)$$

$$\bullet f_1 = \frac{1 \cdot 340}{4 \cdot 1} \Rightarrow f_1 = 85 \text{ Hz}$$

$$\bullet f_3 = 3f_1 \Rightarrow f_3 = 255 \text{ Hz}$$

$$\bullet f_5 = 5f_1 \Rightarrow f_5 = 425 \text{ Hz}$$

**Respostas:** 85 Hz, 255 Hz e 425 Hz.

**45** (Cesgranrio-RJ) O maior tubo do órgão de uma catedral tem comprimento de 10 m e o tubo menor tem comprimento de 2,0 cm. Os tubos são abertos e a velocidade do som no ar é de 340 m/s. Quais são os valores extremos da faixa de frequências sonoras que o órgão pode emitir, sabendo que os tubos ressoam no modo fundamental?

**Resolução:**

$$\bullet f_{\text{min}} = \frac{v}{2L} = \frac{340}{2 \cdot 10} \Rightarrow f_{\text{min}} = 17 \text{ Hz}$$

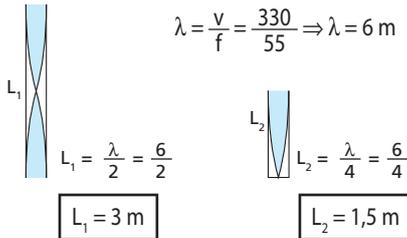
$$\bullet f_{\text{máx}} = \frac{v}{2\ell} = \frac{340}{2 \cdot 2,0 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow f_{\text{máx}} = 8,5 \text{ kHz}$$

**Respostas:** 17 Hz e 8,5 kHz.

**46** (UFPI) Um alto-falante emite som de frequência constante igual a 55 Hz, próximo de dois tubos sonoros: um aberto e outro fechado. A velocidade de propagação do som em ambos os tubos é de 330 m/s. Se o som do alto-falante ressoa nesses tubos, seus comprimentos mínimos são, respectivamente:

- a) 4 m e 2 m.
- b) 3 m e 1,5 m.
- c) 6 m e 3 m.
- d) 5 m e 2,5 m.
- e) 10 m e 5 m.

**Resolução:**



**Resposta:** b

**47** (UFRGS-RS) Em uma onda sonora estacionária, no ar, a separação entre um nó e o ventre mais próximo é de 0,19 m. Considerando-se a velocidade do som no ar igual a 334 m/s, qual é o valor aproximado da frequência dessa onda?

- a) 1760 Hz.
- b) 880 Hz.
- c) 586 Hz.
- d) 440 Hz.
- e) 334 Hz.

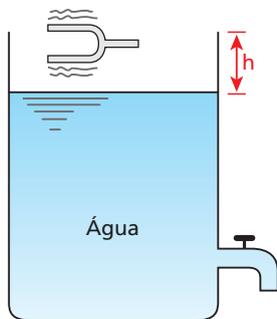
**Resolução:**

$\frac{\lambda}{4} = 0,19 \Rightarrow \lambda = 0,76 \text{ m}$

$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f = \frac{334}{0,76} \Rightarrow f \approx 440 \text{ Hz}$

**Resposta:** d

**48** **E.R.** Na extremidade aberta do tubo de Quincke mostrado na figura, é colocado um diapasão, que emite um som puro (única frequência). Abrindo-se a torneira, a água escoava lentamente e, para certos valores de *h*, ocorre um aumento na intensidade do som que sai do tubo. Os três menores valores de *h* são 5 cm, 15 cm e 25 cm.

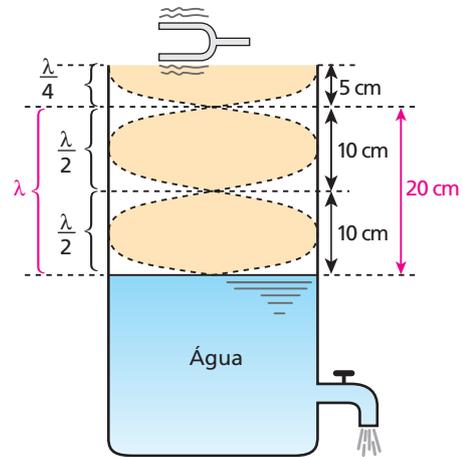


Determine:

- a) o comprimento de onda do som emitido pelo diapasão;
- b) a velocidade desse som no ar, sabendo que sua frequência é 1600 Hz.

**Resolução:**

- a) Enquanto a água escoava, a região de altura *h* comporta-se como um tubo sonoro fechado de comprimento variável. Para certos valores de *h*, a coluna de ar do interior da região entra em ressonância com o som emitido pelo diapasão.



Da figura, concluímos que:

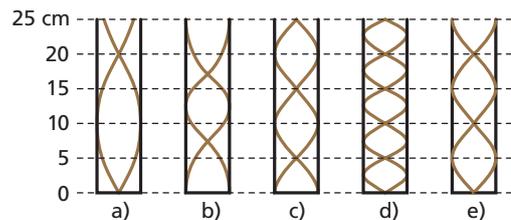
$\lambda = 20 \text{ cm}$

- b) Da relação  $v = \lambda f$ , temos:

$v_{\text{som}} = 0,20 \text{ m} \cdot 1600 \text{ Hz}$

$v_{\text{som}} = 320 \text{ m/s}$

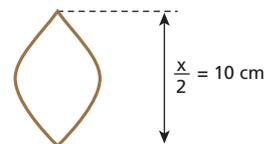
**49** (Fuvest-SP) Um músico sopra a extremidade aberta de um tubo de 25 cm de comprimento, fechado na outra extremidade, emitindo um som na frequência  $f = 1700 \text{ Hz}$ . A velocidade do som no ar, nas condições do experimento, é  $v = 340 \text{ m/s}$ . Dos diagramas a seguir, aquele que melhor representa a amplitude de deslocamento da onda sonora estacionária, excitada no tubo pelo sopro do músico, é:



**Resolução:**

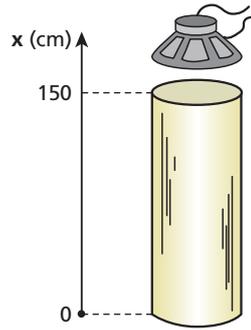
Num tubo sonoro fechado, a onda estacionária apresenta um **nó** na extremidade **fechada** e um **ventre** na extremidade **aberta**. Além disso:

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1700} \Rightarrow \lambda = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}$



**Resposta:** e

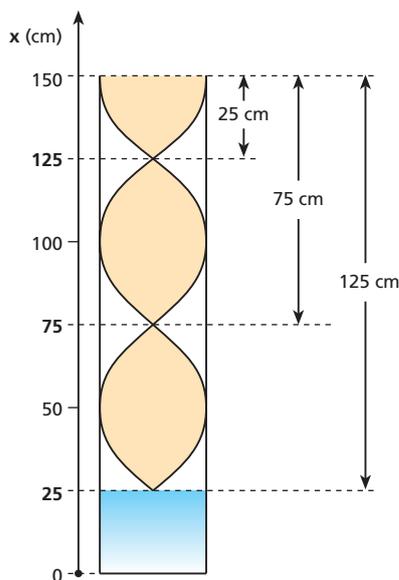
**50** Um alto-falante que emite um som com frequência de 330 Hz (devido a um gerador de áudio) é colocado próximo à extremidade aberta de um vaso cilíndrico vazio, como mostra a figura ao lado. Despejando água lentamente no vaso, em certas posições do nível da água percebemos que a intensidade sonora passa por valores máximos (ressonância). Determine os valores de  $x$  correspondentes a essas posições do nível da água, considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s.



**Resolução:**

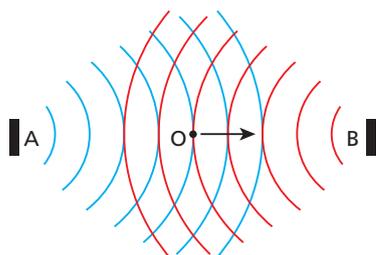
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{330} \Rightarrow \lambda = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

- $\frac{\lambda}{4} = 25 \text{ cm}$
- $3 \frac{\lambda}{4} = 3 \cdot 25 \text{ cm} = 75 \text{ cm}$
- $5 \frac{\lambda}{4} = 5 \cdot 25 \text{ cm} = 125 \text{ cm}$



**Respostas:** 25 cm; 75 cm; 125 cm

**51 | E.R.** Num campo de futebol, um estudante colocou dois alto-falantes **A** e **B** frente a frente, como está representado na figura a seguir. Em seguida, ligou-os a fontes diferentes que emitem sinais de mesma frequência e colocou-se no ponto **O**, equidistante de **A** e **B**. Como não ouvia o som, começou a deslocar-se lentamente na direção e no sentido indicados na figura:



À medida que ocorria o deslocamento, o observador percebia um som cada vez mais forte, que em seguida começava a se enfraquecer, atingindo intensidade mínima a 1,0 m da posição inicial. Sendo a velocidade do som no local igual a 320 m/s, determine a frequência e o comprimento de onda do som.

**Resolução:**

Pelo fato de o estudante não ouvir o som na posição inicial, pode-se dizer que ocorre uma interferência destrutiva nesse local, que se repete a 1,0 m de distância. Sabemos, também, que entre dois pontos consecutivos onde ocorre interferência destrutiva temos metade de um comprimento de onda. Então:

$$\frac{\lambda}{2} = 1,0 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 2,0 \text{ m}$$

Da relação  $v = \lambda f$ , temos:

$$320 = 2,0f \Rightarrow f = 160 \text{ Hz}$$

**52** Uma onda sonora incide perpendicularmente num anteparo e reflete-se, de modo que a onda incidente interfere com a onda refletida. Observa-se que a menor distância entre dois pontos, nos quais a intensidade sonora é mínima, vale 34 cm. A frequência desse som é de 488 Hz. Calcule sua velocidade de propagação.

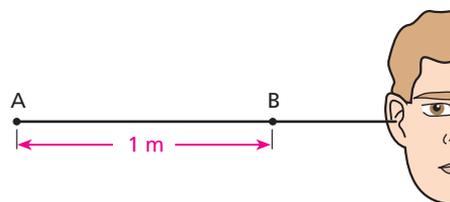
**Resolução:**

$$\frac{\lambda}{2} = 34 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 68 \text{ cm} = 0,68 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 0,68 \cdot 488 \Rightarrow v = 332 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 332 m/s

**53** Nos pontos **A** e **B** da figura estão dois alto-falantes que emitem som de idêntica frequência e em fase. Se a frequência vai crescendo, desde cerca de 30 Hz, atinge um valor em que o observador à direita de **B** deixa de ouvir o som. Qual é essa frequência? (velocidade do som = 340 m/s)



**Resolução:**

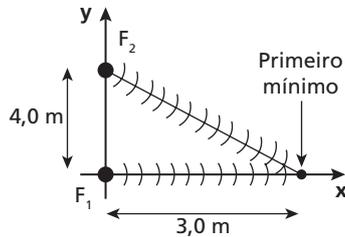
$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta d = N \frac{v}{2f}$$

$$1 = N \frac{340}{2f} \Rightarrow f = 170 N \text{ (} N = 1, 3, 5, \dots \text{)}$$

$$f_{\min} = 170 \text{ Hz}$$

**Resposta:** 170 Hz

**54** (UFPE) Duas fontes sonoras pontuais  $F_1$  e  $F_2$ , separadas entre si de **4,0 m**, emitem em fase e na mesma frequência. Um observador, se afastando lentamente da fonte  $F_1$ , ao longo do eixo  $x$ , detecta o primeiro mínimo de intensidade sonora, devido à interferência das ondas geradas por  $F_1$  e  $F_2$ , na posição  $x = 3,0$  m. Sabendo-se que a velocidade do som é **340 m/s**, qual a frequência das ondas sonoras emitidas, em **Hz**?



**Resolução:**

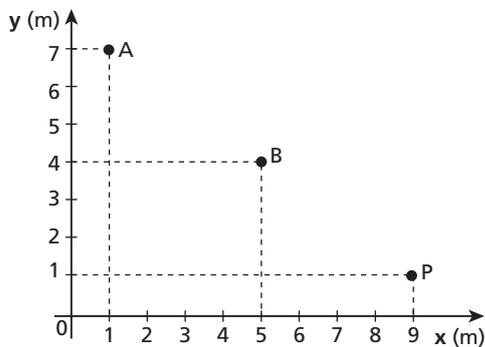
A posição em que ocorre o primeiro mínimo dista  $d_1 = 3,0$  m de  $F_1$  e  $d_2 = 5,0$  m de  $F_2$ :

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2,0 = 1 \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 4,0 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{4,0} \Rightarrow \boxed{f = 85 \text{ Hz}}$$

**Resposta:** 85 Hz

**55** (UFC-CE) Duas fontes sonoras, **A** e **B**, mostradas na figura abaixo, emitem ondas senoidais em fase e com a mesma frequência.



Considerando-se a velocidade do som igual a 340 m/s, determine a menor frequência capaz de produzir:

- a) interferência construtiva no ponto **P**;
- b) interferência destrutiva no ponto **P**.

**Resolução:**

Do gráfico:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{PB} = 5 \text{ m} \\ \overline{PA} = 10 \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta d = 10 \text{ m} - 5 \text{ m} = 5 \text{ m}$$

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \Delta d = \frac{Nv}{2f} \Rightarrow f = \frac{Nv}{2\Delta d}$$

a) Para produzir interferência construtiva, fazemos  $N = 2$ :

$$f_{\min} = \frac{2 \cdot 340}{2 \cdot 5} \Rightarrow \boxed{f_{\min} = 68 \text{ Hz}}$$

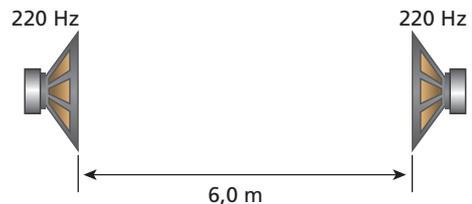
b) Para produzir interferência destrutiva, fazemos  $N = 1$ :

$$f_{\min} = \frac{1 \cdot 340}{2 \cdot 5} \Rightarrow \boxed{f_{\min} = 34 \text{ Hz}}$$

**Respostas:** a) 68 Hz; b) 34 Hz

**56** (Unicamp-SP) A velocidade do som no ar é de aproximadamente 330 m/s. Colocam-se dois alto-falantes iguais, um defronte ao outro, distanciados 6,0 m, conforme a figura abaixo. Os alto-falantes são excitados simultaneamente por um mesmo amplificador com um sinal de frequência de 220 Hz. Pergunta-se:

- a) Qual é o comprimento de onda do som emitido pelos alto-falantes?
- b) Em que pontos do eixo, entre os dois alto-falantes, o som tem intensidade máxima?



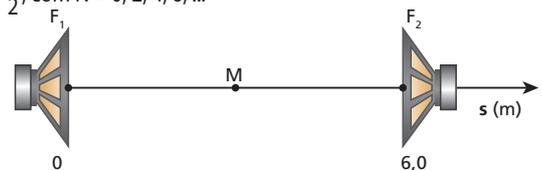
**Resolução:**

$$\begin{aligned} a) \quad v &= 330 \text{ m/s} \quad f = 220 \text{ Hz} \\ v &= \lambda f \Rightarrow 330 = \lambda \cdot 220 \end{aligned}$$

$$\boxed{\lambda = 1,5 \text{ m}}$$

b) Para ocorrer interferência construtiva em um ponto **P**, devemos ter:

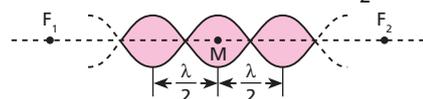
$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}, \text{ com } N = 0, 2, 4, 6, \dots$$



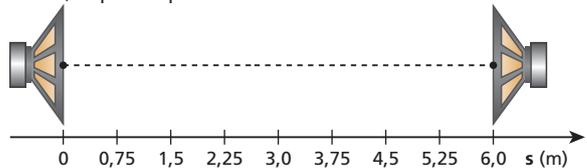
O melhor ponto para iniciar a busca de interferência construtiva é o ponto médio **M** ( $s = 3,0$  m), para o qual temos  $\Delta d = 0$ .

$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2}; \Delta d = 0 \Rightarrow N = 0 \Rightarrow (\text{interferência construtiva - IC})$$

Portanto, a partir desse ponto, tanto para a direita como para a esquerda, temos IC a cada  $0,75$  m, ou seja, a cada  $\frac{\lambda}{2}$ :



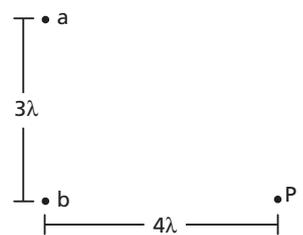
Assim, os pontos procurados são:



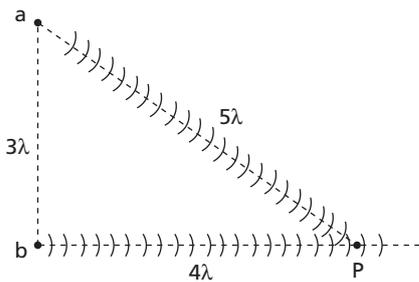
**Respostas:** a) 1,5 m; b) Nos pontos situados às seguintes distâncias do alto-falante da esquerda: 0 m; 0,75 m; 1,5 m; 2,25 m; 3,0 m; 3,75 m; 4,5 m; 5,25 m; 6,0 m.

**57** (UFPI) Dois alto-falantes, **a** e **b**, emitem ondas sonoras de mesmo comprimento de onda,  $\lambda$ , e diferença de fase nula. Eles estão separados por uma distância  $d = 3\lambda$ , como mostrado na figura abaixo. As ondas que atingem o ponto **P** apresentam uma diferença de fase,  $\phi$ , igual a:

- a)  $\pi$ .
- b)  $3\pi$ .
- c)  $\frac{\pi}{2}$ .
- d)  $\frac{3\pi}{2}$ .
- e)  $2\pi$ .



**Resolução:**



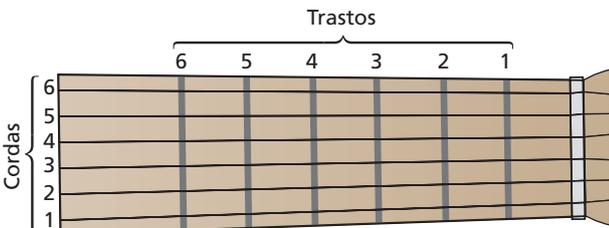
Quando a onda proveniente de **a** atinge **P**, um comprimento de onda ( $1\lambda$ ) da onda proveniente de **b** já passou por um ponto. Portanto, **P** percebe uma oscilação a mais da onda que vem de **b**, o que equivale a uma defasagem igual a  $2\pi$  rad (lembrar que, no MHS, cada oscilação corresponde a uma volta no MCU).

**Resposta:** e

**58** (UFRN) Afinar a corda de um instrumento musical é ajustar a tensão dessa corda até que a frequência de seu modo fundamental de vibração coincida com uma frequência predeterminada.

Uma forma usual de se afinar um violão consiste em afinar uma das últimas cordas (valendo-se de memória musical ou da comparação com algum som-padrão, obtido por meio de diapasão, piano, flauta etc.) e usar tal corda para afinar as outras que ficam abaixo dela. (A figura a seguir ilustra em detalhe o braço de um violão.)

Flavita, acostumada a afinar seu violão, afina inicialmente a corda número 5. Assim, para afinar a corda número 4, ela pressiona a corda 5 entre o quarto e o quinto trasto, percute-a, observa se a corda 4 vibra e o quanto intensamente vibra em consequência desse procedimento. Flavita vai ajustando a tensão na corda 4 e repetindo tal procedimento até que ela vibre com a maior amplitude possível. Quando isso ocorre, essa corda está afinada.



Com base no acima exposto, atenda às seguintes solicitações.

- Dê o nome do fenômeno físico que fundamenta esse processo de afinação do violão.
- Com base em seus conhecimentos de acústica, explique como esse fenômeno ocorre no processo de afinação do violão.

**Resolução:**

- O fenômeno físico solicitado é a **ressonância**.
- À medida que a intensidade da força tensora na corda 4 vai sendo alterada, altera-se a frequência de seu modo fundamental de vibração. A ressonância ocorre quando essa frequência iguala-se à frequência fundamental da corda 5 pressionada.

**Respostas:** a) Ressonância; b) À medida que a intensidade da força tensora na corda 4 vai sendo alterada, altera-se a frequência de seu modo fundamental de vibração. A ressonância ocorre quando essa frequência iguala-se à frequência fundamental da corda 5 pressionada.

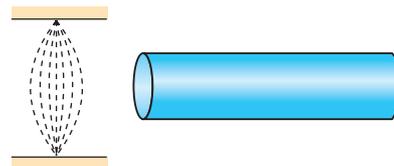
**59** Um menino faz um apito de bambu. Fecha uma das extremidades e sopra pela outra, emitindo uma nota musical. Seu companheiro faz outro apito, deixando uma extremidade aberta e soprando pela outra, produzindo uma nota uma oitava mais aguda (ou seja, de frequência igual ao dobro da frequência do primeiro apito). Supondo sons fundamentais nos dois casos, determine a relação entre os comprimentos dos dois apitos.

**Resolução:**

- Apito “tubo fechado”:  $f_F = \frac{v}{4L_F}$
- Apito “tubo aberto”:  $f_A = \frac{v}{2L_A}$
- $f_A = 2f_F \Rightarrow \frac{v}{2L_A} = 2 \frac{v}{4L_F} \Rightarrow L_A = L_F$

**Resposta:** São iguais

**60** Uma corda de 100 g de massa e 1 m de comprimento vibra no modo fundamental próxima de uma das extremidades de um tubo aberto de 4 m de comprimento. O tubo então ressoa, também no modo fundamental. Sendo de 320 m/s a velocidade do som no ar do tubo, calcule a força tensora na corda.



**Resolução:**

No tubo:  $\lambda = 2L \Rightarrow \lambda = 8 \text{ m}$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{320}{8} \Rightarrow f = 40 \text{ Hz}$$

Na corda:  $f = 40 \text{ Hz}$

$$\lambda = 2L \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 2 \cdot 40 \Rightarrow v = 80 \text{ m/s}$$

$$\delta = \frac{m}{L} = \frac{0,1}{1} \Rightarrow \delta = 0,1 \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow 80 = \sqrt{\frac{F}{0,1}} \Rightarrow F = 640 \text{ N}$$

**Resposta:** 640 N

**61** Na orelha externa do ser humano, o conduto auditivo tem em média 2,5 cm de comprimento por 0,66 cm<sup>2</sup> de área de seção transversal e é fechado numa de suas extremidades pela membrana do tímpano. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s e que esse conduto comporta-se como um tubo sonoro, determine sua frequência fundamental de ressonância.

**Resolução:**

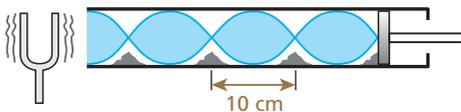
$$f = \frac{v}{4L} = \frac{340}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow F = 3,4 \text{ kHz}$$

**Resposta:** 3,4 kHz

**62 E.R.** Num tubo de Kundt, há pó de cortiça depositado na parte interna inferior. Fazendo-se vibrar um diapasão em sua extremidade aberta e movimentando-se o êmbolo, atinge-se uma situação de ressonância cuja consequência é a formação de montículos de pó de cortiça distantes 10 cm um do outro. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é igual a 320 m/s, qual é a frequência do som emitido pelo diapasão?

**Resolução:**

Na formação de ondas estacionárias dentro do tubo, temos nós e ventres de deslocamento. Nos ventres, o pó de cortiça é sacudido, enquanto nos nós ele forma montículos em repouso. A distância entre dois montículos consecutivos é a distância entre dois nós consecutivos, ou seja,  $\frac{\lambda}{2}$ .



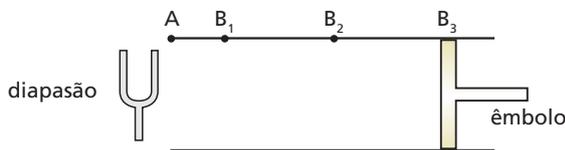
Assim:

$$\frac{\lambda}{2} = 10 \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$$

Da relação  $v = \lambda f$ , temos:

$$320 = 0,20f \Rightarrow \boxed{f = 1600 \text{ Hz}}$$

**63** Um diapasão vibra com frequência de 500 Hz diante da extremidade **A** (aberta) de um tubo. A outra extremidade é fechada por um êmbolo, que pode ser deslocado ao longo do tubo. Afastando-se o êmbolo, constata-se que há ressonância para três posições,  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ , tais que  $\overline{AB_1} = 18 \text{ cm}$ ,  $\overline{AB_2} = 54 \text{ cm}$  e  $\overline{AB_3} = 90 \text{ cm}$ .



Determine:

- a) o comprimento de onda da onda sonora que se propaga no tubo;
- b) a velocidade de propagação do som no ar.

**Resolução:**

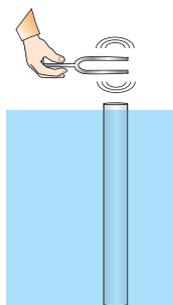
$$a) \frac{\lambda}{2} = \overline{AB_2} - \overline{AB_1} = 36 \Rightarrow \boxed{\lambda = 72 \text{ cm}}$$

$$b) v = \lambda f = 0,72 \cdot 500 \Rightarrow \boxed{v = 360 \text{ m/s}}$$

**Respostas:** a) 72 cm, b) 360 m/s

**64** Um tubo de PVC, com 5 cm de diâmetro e 180 cm de comprimento, tendo as duas extremidades abertas, encontra-se quase totalmente imerso na água de uma lagoa, como representa a figura ao lado.

Um diapasão de frequência igual a 256 Hz é posto a vibrar bem perto da extremidade superior do tubo. Erguendo-se o tubo lenta e verticalmente, com o diapasão sempre vibrando nas proximidades de sua extremidade superior,



ouve-se, pela primeira vez, um reforço do som (ressonância) quando o comprimento da parte emersa do tubo é igual a 33 cm.

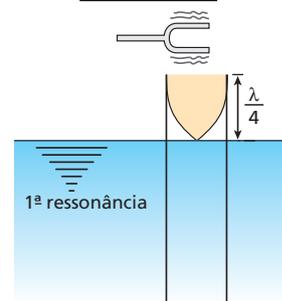
- a) Calcule a velocidade de propagação do som no ar no local do experimento.
- b) Erguendo-se mais o tubo, até sua extremidade inferior atingir a superfície livre da água, outros reforços do som são percebidos. Determine os comprimentos da parte emersa, em centímetros, nessas ocasiões.

**Resolução:**

a) A primeira ressonância acontece quando o comprimento da parte emersa é igual a  $\frac{\lambda}{4}$  (tubo fechado):

$$\frac{\lambda}{4} = 33 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 132 \text{ cm} = 1,32 \text{ m}$$

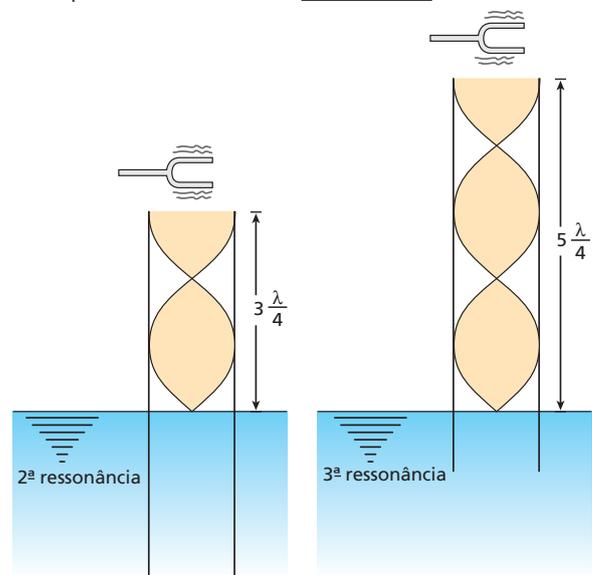
$$v = \lambda f = 1,32 \cdot 256 \Rightarrow \boxed{v \approx 338 \text{ m/s}}$$



b) Há duas outras ressonâncias: uma quando a parte emersa mede  $a = 3 \frac{\lambda}{4}$  e outra, quando mede  $b = 5 \frac{\lambda}{4}$ :

$$a = 3 \frac{\lambda}{4} \Rightarrow a = 3 \cdot 33 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{a = 99 \text{ cm}}$$

$$b = 5 \frac{\lambda}{4} \Rightarrow b = 5 \cdot 33 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{b = 165 \text{ cm}}$$



**Respostas:** a) 338 m/s; b) 99 cm; 165 cm

**65** Analise as seguintes afirmações:

- (01) Durante a apresentação de uma orquestra, um som grave emitido por um contrabaixo e um agudo emitido por um violino propagam-se com a mesma velocidade até a platéia.
- (02) Uma locomotiva parada numa estação emite um som (apito) que se propaga no ar (sem vento) a 340 m/s. Se, em vez de estar

parada, a locomotiva estivesse passando pela mesma estação a 20 m/s, o som emitido (apito) se propagaria, no sentido do movimento da locomotiva, a 360 m/s.

- (04) Quando aumentamos o volume do rádio, a velocidade do som emitido por ele também aumenta.
- (08) Ondas sonoras de maior amplitude são sempre mais velozes que as de amplitude menor.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

- (01) Correta.  
A velocidade do som não depende de sua frequência.
- (02) Incorreta.  
A velocidade do som não depende da velocidade da fonte sonora que o emitiu.
- (04) Incorreta.  
A velocidade do som não depende de sua intensidade
- (08) Incorreta.

**Resposta: 01**

**66** A velocidade do som no ar a 0 °C é de 330 m/s. Considerando o ar um gás perfeito, calcule a velocidade com que o som se propaga nele a 30 °C.

**Resolução:**

$$v = K \sqrt{T}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{330}{v_2} = \sqrt{\frac{273}{303}}$$

$$v_2 = 348 \text{ m/s}$$

**Resposta: 348 m/s**

- 67** O efeito Doppler é observado somente quando:
- a) a fonte da onda emitida e o observador mantêm uma distância constante.
  - b) existe um movimento relativo de aproximação ou de afastamento entre a fonte emissora de onda e o observador.
  - c) a onda emitida pela fonte é transversal e de grande amplitude.
  - d) a fonte e o observador movem-se com a mesma velocidade (vetorial), em relação ao meio de propagação da onda.
  - e) a fonte da onda é mais veloz que a onda.

**Resposta: b**

- 68** (UFRGS-RS) Indique a alternativa que preenche corretamente o texto abaixo.  
O alarme de um automóvel está emitindo som de uma determinada frequência. Para um observador que se aproxima rapidamente desse automóvel, esse som parece ser de .... frequência. Ao afastar-se, o mesmo observador perceberá um som de .... frequência.
- a) maior — igual
  - b) maior — menor
  - c) igual — igual
  - d) menor — maior
  - e) igual — menor

**Resposta: b**

- 69** (Unifor-CE) Quando uma ambulância, com sirene ligada, se aproxima de um observador, este percebe:
- a) aumento da intensidade sonora e da frequência.
  - b) aumento da intensidade sonora e diminuição da frequência.
  - c) mesma intensidade sonora e mesma frequência.
  - d) diminuição da altura e variação no timbre sonoro.
  - e) variação no timbre e manutenção da altura.

**Resposta: a**

- 70** O som emitido pelo motor de um carro de corrida soa, para o espectador, de forma diferente quando ocorre aproximação e quando ocorre afastamento entre ele e o veículo. No entanto, sabemos que essas diferenças não existem para o piloto do carro. Se **f** é a frequência do som ouvido pelo piloto, **f<sub>1</sub>** é a frequência ouvida pelo espectador na aproximação e **f<sub>2</sub>** é a frequência ouvida pelo espectador no afastamento, então:
- a)  $f = f_1 < f_2$
  - b)  $f > f_1 = f_2$
  - c)  $f_1 < f > f_2$
  - d)  $f_1 > f > f_2$
  - e)  $f_1 < f < f_2$

**Resolução:**

A frequência **f** é a frequência do som emitido pelo motor. Então **f<sub>1</sub>** é maior que **f** e **f<sub>2</sub>** é menor:



**Resposta: d**

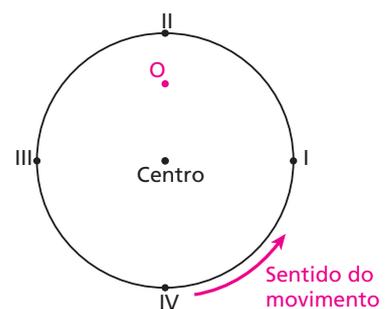
- 71** Dois trens **A** e **B** têm apitos idênticos. Um observador parado numa estação ouve o apito de **A** mais agudo que o de **B**. Qual (quais) das situações abaixo pode(m) viabilizar o caso proposto?
- I. Os trens **A** e **B** aproximam-se do observador.
  - II. Os trens **A** e **B** afastam-se do observador.
  - III. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** está parado.
  - IV. O trem **A** afasta-se do observador, enquanto o trem **B** está parado.
  - V. O trem **B** afasta-se do observador, enquanto o trem **A** aproxima-se.
- a) Somente I e II.
  - b) Somente III e IV.
  - c) Somente I, II, III e V.
  - d) Somente I, II e III.
  - e) Somente V.

**Resolução:**

- $f_{DA} > f_{DB}$
- I. Pode. Basta que **A** seja mais veloz que **B**.
  - II. Pode. Basta que **B** seja mais veloz que **A**.
  - III. Pode. Só acontece o efeito Doppler para **B**.
  - IV. Não pode. Nesse caso, o observador ouve o apito de **B** mais agudo.
  - V. Pode.

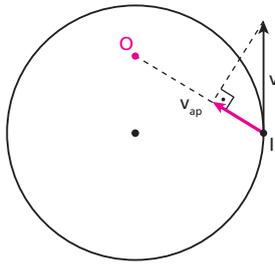
**Resposta: c**

**72** Um automóvel percorre uma pista circular em movimento uniforme. A buzina é acionada quando ele passa pelos pontos I, II, III e IV. Um observador em repouso no ponto **O** ouve o som da buzina mais agudo quando ela é acionada em que ponto?



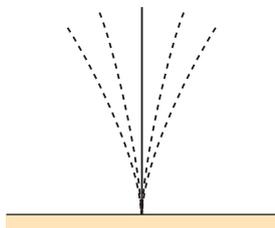
**Resolução:**

Em I, porque, dos quatro pontos citados, é o único em que existe movimento relativo de aproximação entre o automóvel e o observador:



**Resposta:** I

**73** (UFPR) A figura abaixo mostra uma lâmina presa a um suporte rígido, a qual oscila passando 100 vezes por segundo pela posição vertical, onde estaria se estivesse em repouso.



É correto afirmar que:

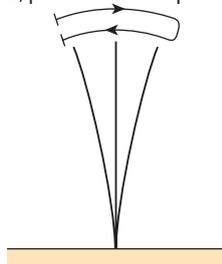
- (01) A frequência da onda sonora emitida no ar pela vibração da lâmina é de 50 Hz.
- (02) Se a lâmina vibrasse no vácuo, não seriam produzidas ondas sonoras.
- (04) Aumentando-se a amplitude da oscilação da lâmina e mantendo-se a mesma frequência, haverá uma diminuição do comprimento de onda da onda sonora emitida no ar.
- (08) A velocidade de propagação da onda sonora emitida pela vibração da lâmina no ar depende da amplitude desta vibração.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

**Resolução:**

01. Correta.

Em cada oscilação, a lâmina passa **duas** vezes pela posição vertical. Então, 100 passagens por segundo pela vertical correspondem a 50 oscilações por segundo, ou seja, 50 Hz. A frequência do som emitido também é 50 Hz, pois essa é a frequência de sua fonte.



02. Correta.

04. Incorreta.

Sabemos que  $v = \lambda f$ . Como  $f$  (frequência do som emitido) e  $v$  (velocidade do som no ar) não se alteram,  $\lambda$  também se mantém.

08. Incorreta.

Portanto, a soma dos números correspondentes às afirmações corretas é 3.

**Resposta:** 03

**74 E.R.** Duas fontes sonoras **A** e **B** emitem sons puros de mesma frequência, igual a 680 Hz. A fonte **A** está fixa no solo e **B** move-se para a direita, afastando-se de **A** com velocidade de 62 m/s em relação ao solo. Um observador entre as fontes move-se para a direita, com velocidade de 30 m/s também em relação ao solo.

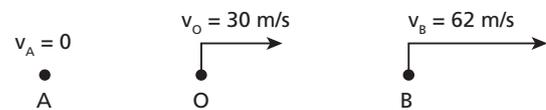
Determine:

- a) a frequência do som proveniente da fonte **A**, ouvida pelo observador;
- b) a frequência do som proveniente da fonte **B**, ouvida pelo observador;
- c) a frequência do batimento devido à superposição dessas ondas, admitindo-se que suas amplitudes sejam iguais (ou aproximadamente iguais).

**Dado:** velocidade do som no ar = 340 m/s

**Resolução:**

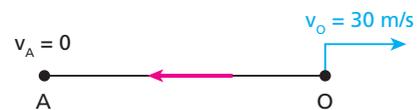
Façamos, inicialmente, um esquema mostrando a situação descrita:



Para o cálculo da frequência  $f_D$  ouvida pelo observador (frequência Doppler), devemos estabelecer um sentido de referência, sempre do observador para a fonte, e aplicar a fórmula:

$$f_D = f \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F}$$

a) Assim, para o som proveniente da fonte **A**, temos:



$f = 680 \text{ Hz}$ ,  $v = 340 \text{ m/s}$ ,  $v_O = 30 \text{ m/s}$ ,  $v_F = v_A = 0$

e  $f_D = 680 \cdot \frac{340 - 30}{340} \Rightarrow f_D = 620 \text{ Hz}$

b) Para o som proveniente da fonte **B**, temos:



$f = 680 \text{ Hz}$ ,  $v = 340 \text{ m/s}$ ,  $v_O = 30 \text{ m/s}$ ,  $v_F = v_B = 62 \text{ m/s}$  e

$f_D = 680 \cdot \frac{340 + 30}{340 + 62} \Rightarrow f_D = 626 \text{ Hz}$

c) A superposição de duas ondas sonoras de amplitudes iguais (ou aproximadamente iguais) e de frequências próximas resulta no fenômeno denominado batimento, cuja frequência é dada pela diferença:

$$f_{\text{BAT}} = f_2 - f_1 \quad (f_2 > f_1)$$

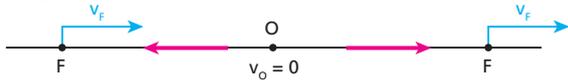
Assim:

$f_{\text{BAT}} = 626 - 620 \Rightarrow f_{\text{BAT}} = 6 \text{ Hz}$

**75** Um avião emite um som de frequência  $f = 600$  Hz e percorre uma trajetória retilínea com velocidade  $v_a = 300$  m/s. O ar apresenta-se imóvel. A velocidade de propagação do som é  $v = 330$  m/s. Determine a frequência do som recebido por um observador estacionário junto à trajetória do avião:

- enquanto o avião aproxima-se do observador;
- quando o avião afasta-se do observador.

**Resolução:**



$$a) f_D = f \frac{v}{v - v_F} = 600 \cdot \frac{330}{330 - 300} \Rightarrow \boxed{f_D = 6,60 \text{ kHz}}$$

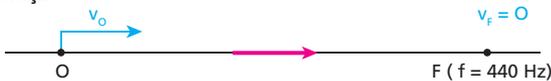
$$b) f_D = f \frac{v}{v + v_F} = 600 \cdot \frac{330}{330 + 300} \Rightarrow \boxed{f_D = 314 \text{ Hz}}$$

**Respostas:** a) 6,60 kHz; b) 314 Hz

**76** (PUC-SP) Uma fonte sonora em repouso, situada no ar, emite uma nota com frequência de 440 Hz. Um observador, movendo-se sobre uma reta que passa pela fonte, escuta a nota com frequência de 880 Hz. Supondo a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s, podemos afirmar que o observador:

- aproxima-se da fonte com velocidade de 340 m/s.
- afasta-se da fonte com velocidade de 340 m/s.
- aproxima-se da fonte com velocidade de 640 m/s.
- afasta-se da fonte com velocidade de 640 m/s.
- aproxima-se da fonte com velocidade de 880 m/s.

**Resolução:**

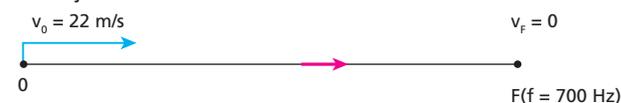


$$a) f_D = f \frac{v + v_O}{v} \Rightarrow 880 = 440 \cdot \frac{340 + v_O}{340} \Rightarrow \boxed{v_O = 340 \text{ m/s}}$$

**Resposta:** a

**77** (ITA-SP) Considere a velocidade máxima permitida nas estradas como sendo exatamente 80 km/h. A sirene de um posto rodoviário soa com uma frequência de 700 Hz, enquanto um veículo de passeio e um policial rodoviário se aproximam do posto emparelhados. O policial dispõe de um medidor de frequências sonoras. Dada a velocidade do som, de 350 m/s, ele deverá multar o motorista do carro a partir de que frequência mínima medida?

**Resolução:**



$$f_D = f \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 700 \frac{350 + 22}{350 + 0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f_D = 744 \text{ Hz}}$$

**Resposta:** 744 Hz

**78** (ITA-SP) Com que velocidade deve um observador deslocar-se entre duas fontes sonoras estacionárias que emitem sons de mesma frequência, para que ele tenha a sensação de que essas frequências estão na razão 9:8? A velocidade do som no ar é de 340 m/s.

**Resolução:**



$$f_1 = f \frac{v - v_O}{v} \quad f_2 = f \frac{v + v_O}{v}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{f \frac{v + v_O}{v}}{f \frac{v - v_O}{v}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{v + v_O}{v - v_O} = \frac{9}{8}$$

$$v_O = \frac{v}{17} \Rightarrow v_O = \frac{340}{17} \Rightarrow \boxed{v_O = 20 \text{ m/s}}$$

**Resposta:** 20 m/s

**79** (PUC-SP) Uma fonte sonora está adaptada a um veículo que se desloca em trajetória retilínea e se aproxima, freando, de um observador parado. Sendo  $f$  a frequência do som emitido pela fonte, podemos afirmar que o som percebido pelo observador tem frequência:

- invariável.
- crescente e inferior a  $f$ .
- crescente e superior a  $f$ .
- decrésciente e superior a  $f$ .
- decrésciente e inferior a  $f$ .



Foto: LucCont/Getty Images

**Resolução:**



$$f_D = f \frac{v}{v - v_F}$$

Observemos que  $f_D$  é **maior** que  $f$ , porém **decrésciente**, pois  $v_F$  decresce.

**Resposta:** d

**80** (UFPA) As qualidades fisiológicas do som são:

- a) altura, intensidade e timbre. d) timbre, volume e sonoridade.  
b) altura, sonoridade e timbre. e) limpidez, sonoridade e volume.  
c) intensidade, sonoridade e timbre.

**Resposta:** b

**81 E.R.** Que nível de intensidade, em decibels, terá o som recebido por uma pessoa a 10 m de um instrumento musical que emite uma onda sonora de potência constante igual a 125,6  $\mu\text{W}$ ?

**Dados:**  $\pi = 3,14$  e  $I_{\text{ref}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

**Resolução:**

O nível relativo de intensidade de um som é dado, em decibels, por:

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{\text{ref}}}$$

Considerando o som uma onda esférica, a intensidade  $I$  recebida no local citado é calculada por:

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi x^2}$$

Assim, sendo  $\text{Pot} = 125,6 \mu\text{W} = 125,6 \cdot 10^{-6} \text{ W}$ ,  $\pi = 3,14$  e  $x = 10 \text{ m}$ , temos:

$$I = \frac{125,6 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^2} \Rightarrow I = 1 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

Portanto:

$$N = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 10^5 = 50$$

$$N = 50 \text{ dB}$$

**82** A mais gigantesca onda sonora registrada na história foi o som da explosão do vulcão de Krakatoa, perto de Java, no oceano Índico. Essa onda sonora foi ouvida a 4800 km do local.



Top Photo Group/AGB Photo Library

Supondo que essa onda seja esférica, que não houve dissipação de energia em sua propagação e que a intensidade mínima necessária para ela ser ouvida seja de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ , determine a potência da explosão, em watts.

**Resolução:**

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi x^2} \Rightarrow 10^{-12} = \frac{\text{Pot}}{4 \cdot 3,14 \cdot (4,8 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow \text{Pot} \approx 290 \text{ W}$$

**Resposta:** Aproximadamente 290 W

**83** (UFPA) Uma fonte puntiforme produz a 50 m de distância um som cujo nível de intensidade vale 50 dB. Em watts, a potência da fonte vale:

- a)  $\pi \cdot 10^{-1}$ .  
b)  $\pi \cdot 10^{-3}$ .  
c)  $2\pi \cdot 10^{-2}$ .  
d)  $4\pi \cdot 10^{-3}$ .  
e)  $5\pi \cdot 10^{-2}$ .

**Resolução:**

$$N = 10 \log \frac{I}{I_{\text{ref}}} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 5 = \log 10^{12} I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{12} I = 10^5 \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{\text{Pot}}{4\pi x^2} \Rightarrow 10^{-7} = \frac{\text{Pot}}{4\pi 50^2} \Rightarrow \text{Pot} = \pi \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

**Resposta:** b

**84** Com um decibelímetro, mede-se o nível de ruído em um ponto do cruzamento das avenidas Ipiranga e São João (São Paulo). Uma primeira amostragem, levantada às 3h, revela 60 dB, enquanto outra, obtida às 18h, acusa 100 dB. Por quanto ficou multiplicada a intensidade sonora da primeira para a segunda amostragem?

**Resolução:**

$$\text{Às 3h: } N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{\text{ref}}} \Rightarrow 60 = 10 \log \frac{I_1}{I_{\text{ref}}}$$

$$I_1 = 10^6 I_{\text{ref}}$$

$$\text{Às 18h: } N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{\text{ref}}} \Rightarrow 100 = 10 \log \frac{I_2}{I_{\text{ref}}}$$

$$I_2 = 10^{10} I_{\text{ref}}$$

$$\text{Portanto: } I_2 = 10^4 I_1$$

**Resposta:**  $10^4$

**85** A orelha de um ouvinte normal recebe um som de intensidade  $I_1 = 1000 I_{\text{ref}}$ , em que  $I_{\text{ref}}$  é uma intensidade sonora tomada como referência.

Em seguida, recebe um som de mesma frequência, mas de intensidade  $I_2$  igual ao dobro da anterior, ou seja,  $I_2 = 2I_1$ .

A sensação sonora também dobrou? Justifique com cálculos.

**Dado:**  $\log 2 = 0,30$

**Resolução:**

$$\bullet N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{\text{ref}}} = 10 \log 10^3 \Rightarrow N_1 = 30 \text{ dB}$$

$$\bullet N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{\text{ref}}} = 10 \log (2 \cdot 10^3)$$

$$N_2 = 10 (\log 2 + \log 10^3) = 10 (0,30 + 3) \Rightarrow N_2 = 33 \text{ dB}$$

Portanto, a sensação sonora aumentou 3 dB, passando de 30 dB para 33 dB.

**Resposta:** Não. A sensação sonora aumentou 3 dB

**86 | E.R.** Considere dois sons de intensidades  $I_1$  e  $I_2$  e níveis sonoros  $N_1$  e  $N_2$ , respectivamente. Determine  $\Delta N = N_2 - N_1$ , em decibéis.

**Resolução:**

Temos:

$$N_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}} \quad \text{e} \quad N_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}}$$

Então:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_{ref}} - 10 \log \frac{I_1}{I_{ref}}$$

$$N_2 - N_1 = 10 \left( \log \frac{I_2}{I_{ref}} - \log \frac{I_1}{I_{ref}} \right)$$

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{\frac{I_2}{I_{ref}}}{\frac{I_1}{I_{ref}}} \Rightarrow \Delta N = N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

**87** (PUC-MG) O nível sonoro, dado em decibéis (dB), é definido pela expressão  $\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$ , onde  $I_0$  é uma intensidade-padrão de

referência e  $I$ , a intensidade, em  $W/m^2$ , do som cujo nível se está calculando. Se o nível sonoro de um murmúrio, a 1 m de distância, é de  $\beta_1 = 20$  dB, e o de um forte grito, à mesma distância, é de  $\beta_2 = 70$  dB, a razão  $\frac{I_2}{I_1}$  das intensidades dos dois sons é:

- a)  $\frac{7}{2}$ .    b)  $\frac{2}{7}$ .    c)  $10^5$ .    d) 50.    e)  $10^3$ .

**Resolução:**

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 70 - 20 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 5$$

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^5$$

**Resposta:** c

**88** (Aman-RJ) Num estádio de futebol, o nível de intensidade sonora é normalmente de 60 dB. No momento de um gol a intensidade sonora amplia-se 1 000 vezes. Qual é, em dB, o nível de intensidade sonora no momento do gol?

**Resolução:**

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow N_2 - 60 = 10 \log \frac{1000 \cdot I_1}{I_1} = 10 \cdot 3$$

$$N_2 = 90 \text{ dB}$$

**Resposta:** 90 dB

**89** (UCDB-MT) A orelha humana é muito sensível às variações de frequência de um som, percebendo variações da ordem de 1%. No entanto, tem sensibilidade bastante menor às variações de potência das ondas sonoras. São necessárias variações da ordem de 25% na potência para serem percebidas pela orelha. Assim, a definição do decibel significa que, para duas potências sonoras que se diferenciam de  $n$  decibéis, vale a relação:

$$n = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

Quando  $n = 1$  decibel,  $\frac{P_2}{P_1} = 1,26$ , ou seja, para um aumento de 1 decibel na sensação sonora é necessário um aumento de 26% na potência da onda sonora.

Se  $n = 10$  decibéis, o aumento da potência, em porcentagem, é de:

- a) 900%.    b) 126%.    c) 90%.    d) 50%.    e) 9%.

**Resolução:**

$n = 10$

$$10 = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \log \frac{P_2}{P_1} = 1 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 10$$

$$P_2 = 10P_1 = P_1 + 9P_1$$

Aumento de 900%

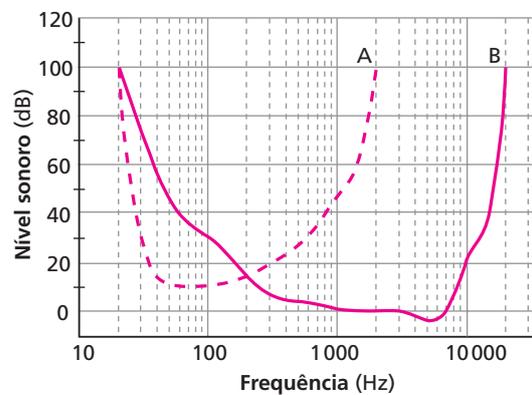
**Resposta:** a

**90** (Unicamp-SP) É usual medirmos o nível de uma fonte sonora em decibéis (dB). O nível em dB é relacionado à intensidade  $I$  da fonte pela fórmula:

$$\text{Nível sonoro (dB)} = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

em que  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$  é um valor-padrão de intensidade muito próximo do limite de audibilidade humana.

Os níveis sonoros necessários para uma pessoa ouvir variam de indivíduo para indivíduo. No gráfico abaixo esses níveis estão representados em função da frequência do som para dois indivíduos, **A** e **B**. O nível sonoro acima do qual um ser humano começa a sentir dor é aproximadamente 120 dB, independentemente da frequência.



- a) Que frequências o indivíduo **A** consegue ouvir melhor que o indivíduo **B**?  
 b) Qual a intensidade  $I$  mínima de um som (em  $W/m^2$ ) que causa dor em um ser humano?  
 c) Um beija-flor bate as asas 100 vezes por segundo, emitindo um ruído que atinge o ouvinte com um nível de 10 dB. Quanto a intensidade  $I$  desse ruído precisa ser amplificada para ser audível pelo indivíduo **B**?

**Resolução:**

a) Do gráfico, concluímos que o indivíduo **A** ouve melhor que **B** as frequências compreendidas entre 20 Hz e 200 Hz, pois, nesse intervalo, os níveis sonoros necessários para a audição de **A** são menores que os necessários para a audição de **B**.

b)  $120 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 1 W/m^2$

- c)  $f = 100 \text{ Hz}$   
 $N = 10 \text{ dB}$   
 Do gráfico, temos que o nível sonoro precisa ser no mínimo igual a 30 dB para que **B** possa ouvir um som de 100 Hz.

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

$$30 - 10 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \boxed{I_2 = 100 I_1}$$

**Respostas:** a) Entre 20 Hz e 200 Hz; b) 1 W/m<sup>2</sup>; c) Precisa ser multiplicada por 100.

**91** (Cesgranrio-RJ) Quando a orelha humana é submetida prologadamente a ruídos de nível sonoro superior a 85 dB, sofre lesões irreversíveis. Por isso, o *Ministério do Trabalho* estabelece o intervalo de tempo máximo diário que um trabalhador pode ficar exposto a sons muito intensos. Esses dados são apresentados na tabela a seguir.

Nível sonoro (dB)	Intervalo de tempo máximo de exposição (h)
85	8
90	4
95	2
100	1

Observe, portanto, que a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o intervalo de tempo máximo de exposição reduz-se à metade. Sabe-se ainda que, ao assistir a um *show* de *rock*, espectadores próximos às caixas de som ficam expostos a níveis sonoros em torno de 110 dB. De acordo com as informações acima, responda:

- a) Qual deveria ser a duração máxima de um *show* de *rock* para os espectadores próximos às caixas de som?  
 b) De 90 dB para 105 dB, que redução percentual ocorre no intervalo de tempo máximo de exposição?  
 c) Sejam, respectivamente,  $I$  a intensidade sonora correspondente a 110 dB (nível sonoro nas proximidades das caixas de som nos *shows* de *rock*) e  $I_0$  a intensidade sonora correspondente a 0 dB (silêncio).

Determine a razão  $\frac{I}{I_0}$ .

**Resolução:**

- a) A tabela fornecida indica que, a cada aumento de 5 dB no nível sonoro, o intervalo de tempo máximo de exposição se reduz à metade. Então, para 105 dB, esse tempo cai a 0,5 h e, para 110 dB, a 0,25 h:

$$\boxed{\Delta t = 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}}$$

- b) De 90 dB para 105 dB, o intervalo de tempo máximo cai de 4 h para 0,5 h, sofrendo uma redução de 3,5 h. Sendo  $r_{(\%)}$  a redução percentual:

$$3,5 = r \cdot 4 \Rightarrow r = 0,875 \Rightarrow \boxed{r_{(\%)} = 87,5\%}$$

- c)  $N = 10 \log \frac{I}{I_0}$   
 $110 = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log \frac{I}{I_0} = 11 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{I}{I_0} = 10^{11}}$$

**Respostas:** a) 15 min; b) 87,5 %; c)  $10^{11}$

**92** O aparelho auditivo, considerado no seu conjunto uma “caixa-preta”, que detecta um sinal sonoro no ar e o transmite ao cérebro, tem como grandezas de entrada e saída:

- a) variação de pressão — impulsos elétricos.  
 b) variação de pressão — compressão e distensão de moléculas.  
 c) variação de velocidade de moléculas — concentração iônica nas células.  
 d) variação de velocidade — impulsos elétricos.  
 e) variação de pressão — concentração iônica nas células.

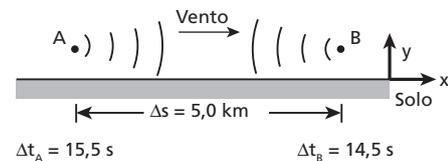
**Resolução:**



**Resposta:** a

**93** (Vunesp-SP) Numa experiência para determinar a velocidade do som, dois observadores colocaram-se a uma distância de 5,0 km um do outro, munidos de um revólver e um cronômetro. O observador em **A** acionou seu cronômetro no instante em que viu o clarão do disparo de revólver de **B**, tendo registrado que o som levou 15,5 s para chegar à sua orelha. Em seguida, **A** atirou e **B** registrou o tempo de 14,5 s até ouvir o estampido. Calcule a velocidade do som e a componente da velocidade do vento ao longo da linha AB.

**Resolução:**



Para **B**:  $v_{\text{som}} + v_{\text{vento}} = \frac{\Delta s}{\Delta t_B}$

$$v_{\text{som}} + v_{\text{vento}} = \frac{5000}{14,5} \approx 345 \text{ m/s} \quad (I)$$

Para **A**:  $v_{\text{som}} - v_{\text{vento}} = \frac{\Delta s}{\Delta t_A}$

$$v_{\text{som}} - v_{\text{vento}} = \frac{5000}{15,5} \approx 323 \text{ m/s} \quad (II)$$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I) e (II), vem:

$$\boxed{v_{\text{som}} = 334 \text{ m/s}}$$

$$\boxed{v_{\text{vento}} = 11 \text{ m/s}}$$

**Resposta:** 334 m/s e 11 m/s, respectivamente

**94** (UFU-MG) Um estudante de Física encontra-se a certa distância de uma parede, de onde ouve o eco de suas palmas. Desejando calcular a que distância encontra-se da parede, ele ajusta o ritmo de suas palmas até deixar de ouvir o eco, pois este chega ao mesmo tempo que ele bate as mãos. Se o ritmo das palmas é de 30 palmas por minuto e a velocidade do som é aproximadamente 330 m/s, qual sua distância à parede?

**Resolução:**

- Cálculo do período das palmas:  
 $f = 30 \text{ palmas/minuto} \Rightarrow f = 0,5 \text{ Hz}$

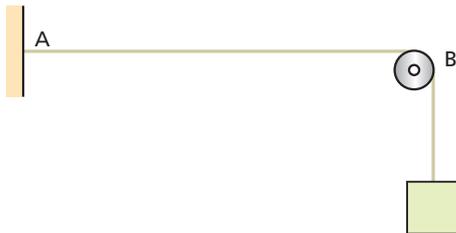
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,5} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

- Em dois segundos, o som deve propagar-se do estudante à parede e voltar a ele:

$$v = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow 300 = \frac{2d}{2} \Rightarrow d = 330 \text{ m}$$

**Resposta:** 330 m

**95** A figura mostra uma corda fixa pela extremidade **A** e passando por uma polia em **B**. Na outra extremidade, está suspenso um bloco de 1 000 N de peso e 0,075 m<sup>3</sup> de volume. A densidade linear da corda é igual a 0,1 kg/m e o comprimento do trecho horizontal é de 1 m.



Tangendo a corda no ponto médio entre **A** e **B**, ela vibra no modo fundamental.

- Calcule a frequência fundamental de vibração do trecho AB.
- Calcule a nova frequência fundamental de vibração do trecho AB se o bloco estiver totalmente imerso em um líquido de massa específica igual a 1 000 kg/m<sup>3</sup> ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).

**Resolução:**

a)  $v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \sqrt{\frac{1000}{0,1}} \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$   
 $\lambda = 2L = 2 \cdot 1 \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m}$   
 $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{100}{2} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$

b)  $E = \mu V g = 1000 \cdot 0,075 \cdot 10 \Rightarrow E = 750 \text{ N}$   
 $F = P - E = 1000 - 750 \Rightarrow F = 250 \text{ N}$   
 $v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} = \sqrt{\frac{250}{0,1}} \Rightarrow v = 50 \text{ m/s}$   
 $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{50}{2} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$

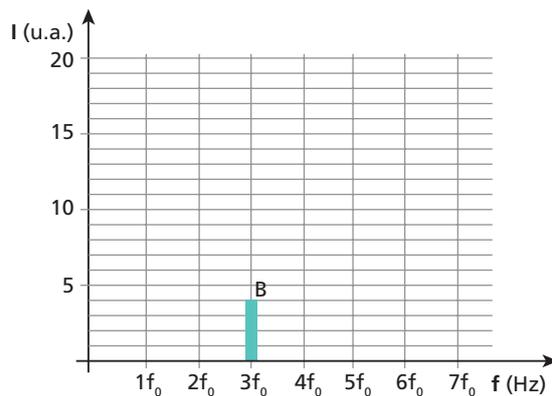
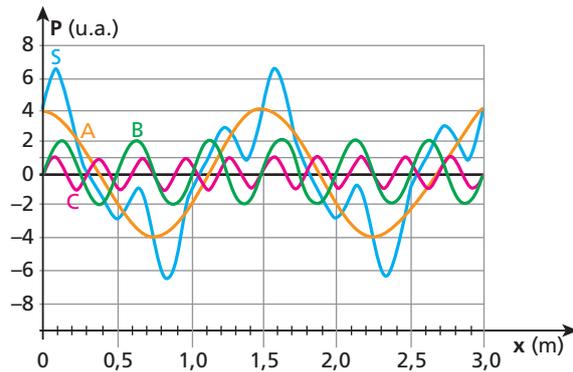
**Respostas:** a) 50 Hz; b) 25 Hz

**96** (Fuvest-SP) O som produzido por um determinado instrumento musical, longe da fonte, pode ser representado por uma onda complexa **S**, descrita como uma sobreposição de ondas senoidais de pressão, conforme a figura. Nela, está representada a variação da pressão **P** em função da posição, em determinado instante, estando as três componentes de **S** identificadas por **A**, **B** e **C**.

- Determine os comprimentos de onda, em metros, de cada uma das componentes **A**, **B** e **C**.
- Determine o comprimento de onda  $\lambda_0$ , em metros, da onda **S**.
- Copie o gráfico apresentado a seguir, representando as intensidades das componentes **A** e **C**. Nesse mesmo gráfico, a intensidade da componente **B** já está representada, em unidades arbitrárias.

**Note e adote:**

u.a. = unidade arbitrária; velocidade do som  $\approx 340 \text{ m/s}$   
 A intensidade **I** de uma onda senoidal é proporcional ao quadrado da amplitude de sua onda de pressão.  
 A frequência  $f_0$  corresponde à componente que tem menor frequência.



**Resolução:**

- a) Do gráfico, temos:

	$\lambda$ (m)
A	1,5
B	0,5
C	0,3

- b) Do gráfico:

$\lambda_0 = 1,5 \text{ m}$

O comprimento de onda da onda resultante **S** é igual ao comprimento de onda da onda de menor frequência **A**, que corresponde ao som fundamental.

- c) Como todas as ondas componentes propagam-se com a mesma velocidade **v** ( $v = \lambda f$ ), o produto  $\lambda \cdot f$  é igual para as três. Então, temos:

Para a onda **A**:  $\lambda_0$  e  $f_0$

Para a onda **B**:  $\frac{\lambda_0}{3}$  e  $3f_0$

Para a onda **C**:  $\frac{\lambda_0}{5}$  e  $5f_0$

No gráfico de **P** em função de **x**, obtemos as amplitudes (**A**) das três ondas componentes:

$A_A = 4 \text{ u.a.}$

$A_B = 2 \text{ u.a.}$

$A_C = 1 \text{ u.a.}$

No gráfico de **I** em função de **f**, temos:

$I_B = 4 \text{ u.a.}$

O enunciado informa que  $I = k A^2$ , em que **k** é uma constante de proporcionalidade.

Então:

$I_A = k A_A^2 = k \cdot 4^2 = 16 k$

$I_B = k A_B^2 = k \cdot 2^2 = 4 k = 4 \text{ u.a.}$

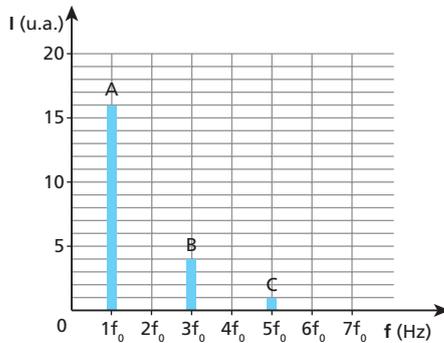
$I_C = k A_C^2 = k \cdot 1^2 = 1 k$

Portanto:

$$I_A = 4I_B \Rightarrow I_A = 16 \text{ u.a.}$$

$$I_C = \frac{1}{4} I_B \Rightarrow I_C = 1 \text{ u.a.}$$

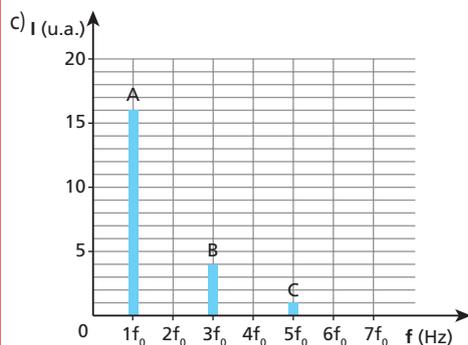
Representando as intensidades no gráfico, temos:



**Respostas:** a) 

	$\lambda$ (m)
A	1,5
B	0,5
C	0,3

; b)  $\lambda_0 = 1,5 \text{ m}$



**97** (PUC-SP) Dois diapasões vibram com frequências  $f_1 = 32\,000 \text{ Hz}$  e  $f_2 = 30\,000 \text{ Hz}$ . Se os dois diapasões forem colocados próximos um do outro, um ouvinte:

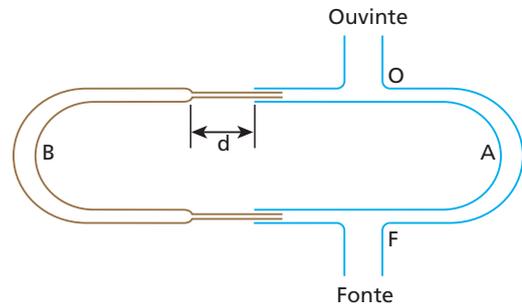
- ouvirá um som de frequência  $2\,000 \text{ Hz}$ .
- não ouvirá som algum.
- ouvirá apenas o som de frequência  $32\,000 \text{ Hz}$ .
- ouvirá apenas o som de frequência  $30\,000 \text{ Hz}$ .
- ouvirá um som de frequência  $31\,000 \text{ Hz}$ .

**Resolução:**

A onda resultante da superposição dos dois ultrassons ( $32\,000 \text{ Hz}$  e  $30\,000 \text{ Hz}$ ) é ultra-som de frequência igual a  $31\,000 \text{ Hz}$ , que, como sabemos, não é audível. Entretanto, ocorrem batimentos com frequência igual a  $2\,000 \text{ Hz}$ . Esses batimentos não são percebidos individualmente, mas são ouvidos como um som de frequência igual a  $2\,000 \text{ Hz}$ .

**Resposta:** a

**98** (Fatec-SP) O esquema abaixo representa um trombone de Quincke. A fonte é um diapasão próximo a **F**. O ouvinte constata intensidade mínima para  $d_1 = 5 \text{ cm}$  e novamente para  $d_2 = 15 \text{ cm}$ . Qual o comprimento de onda do som dentro do tubo?



**Resolução:**

Para  $d = 0$ :  $OBF - OAF = x$

Para  $d_1 = 5 \text{ cm}$ :  $OBF - OAF = x + 10 = i \frac{\lambda}{2}$  (I)

Para  $d_2 = 15 \text{ cm}$ :

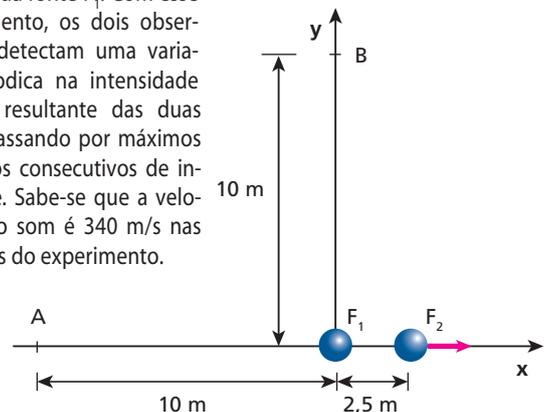
$OBF - OAF = x + 30 = (i + 2) \frac{\lambda}{2}$  (II)

( $i$  e  $i + 2$  são números ímpares consecutivos)

Fazendo (II) - (I), vem:  $\lambda = 20 \text{ cm}$

**Resposta:** 20 cm

**99** (Fuvest-SP) Duas fontes sonoras  $F_1$  e  $F_2$  estão inicialmente separadas de  $2,5 \text{ m}$ . Dois observadores **A** e **B** estão distantes  $10 \text{ m}$  da fonte  $F_1$ , sendo que o observador **A** está no eixo  $x$  e o observador **B**, no eixo  $y$ , conforme indica a figura. As duas fontes estão em fase e emitem som numa frequência fixa  $f = 170 \text{ Hz}$ . Num dado instante, a fonte  $F_2$  começa a se deslocar lentamente ao longo do eixo  $x$ , afastando-se da fonte  $F_1$ . Com esse deslocamento, os dois observadores detectam uma variação periódica na intensidade do som resultante das duas fontes, passando por máximos e mínimos consecutivos de intensidade. Sabe-se que a velocidade do som é  $340 \text{ m/s}$  nas condições do experimento.



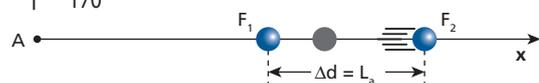
Levando em conta a posição inicial das fontes, determine:

- a separação  $L_a$  entre as fontes para a qual o observador **A** detecta o primeiro mínimo de intensidade;
- a separação  $L_b$  entre as fontes para a qual o observador **B** detecta o primeiro máximo de intensidade.

**Resolução:**

a)  $v = 340 \text{ m/s}$        $f = 170 \text{ Hz}$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} \Rightarrow \lambda = 2,0 \text{ m}$$



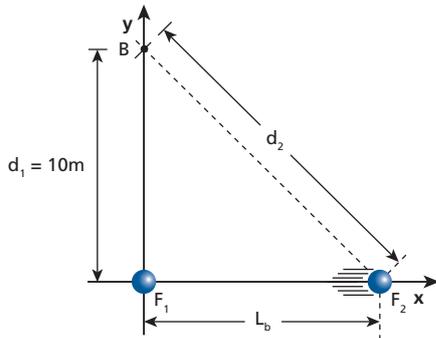
$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \quad (N = 1, 3, 5, \dots)$$

$$L_a = N \frac{2,0}{2} = N \cdot 1,0 \text{ m}$$

Como  $L_a$  é maior que 2,5 m e, além disso, deve ser mínima, vamos fazer  $N = 3$ :

$$L_a = 3,0 \text{ m}$$

b)



$$\Delta d = N \frac{\lambda}{2} \quad (N = 0, 2, 4, \dots)$$

$$d_2 - 10 = N \frac{2,0}{2} \Rightarrow d_2 - 10 = N \cdot 1,0$$

Como  $d_2$  é maior que 10 m e, além disso, deve ser mínima, vamos fazer  $N = 2$ :

$$d_2 - 10 = 2,0 \Rightarrow d_2 = 12 \text{ m}$$

$$d_2^2 = d_1^2 + L_b^2 \Rightarrow 12^2 = 10^2 + L_b^2 \Rightarrow L_b = 6,6 \text{ m}$$

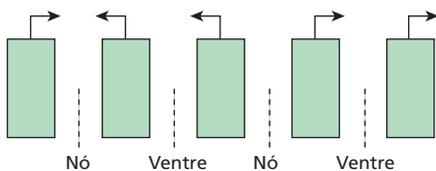
**Respostas:** a) 3,0 m, b) 6,6 m

**100** A respeito das ondas estacionárias sonoras produzidas no ar, podemos afirmar que:

- a) num nó de deslocamento, a pressão é constante.
- b) num nó de deslocamento, a pressão varia.
- c) num ventre de deslocamento, a pressão varia.
- d) a pressão é constante tanto nos ventres como nos nós de deslocamento.

**Resolução:**

As ondas estacionárias sonoras podem ser representadas pelo esquema seguinte, em que cada retângulo é uma porção de ar movendo-se no sentido indicado:



Em um nó de deslocamento, a pressão varia (aumenta e diminui).  
Em um ventre de deslocamento, a pressão é constante.

**Resposta:** b

**101** Uma fonte sonora emitindo um som puro (única frequência) de frequência igual a 440 Hz foi colocada sucessivamente junto à extremidade aberta de cinco tubos cilíndricos **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, fechados na outra extremidade, de comprimentos respectivamente iguais a 6,25 cm, 15,00 cm, 18,75 cm, 37,50 cm e 93,75 cm. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar existente dentro dos tubos é igual a 330 m/s, determine que tubo(s) entrou(entraram) em ressonância com a fonte.

**Resolução:**

As frequências de ressonância de um tubo fechado são dadas por  $f = \frac{Nv}{4L}$ , sendo  $N$  um número ímpar.

Temos:

$$L = N \frac{v}{4f} = N \frac{33000 \text{ cm/s}}{4 \cdot 440 \text{ Hz}}$$

$$L = N \cdot 18,75 \text{ cm}$$

Fazendo:

$$N = 1 : L = 18,75 \text{ cm} \Rightarrow \text{Tubo C;}$$

$$N = 3 : L = 56,25 \text{ cm} \Rightarrow \text{Nenhum dos tubos;}$$

$$N = 5 : L = 93,75 \text{ cm} \Rightarrow \text{Tubo E.}$$

**Respostas:** C e E

**102** (ITA-SP) Um tubo sonoro aberto em uma das extremidades e fechado na outra apresenta uma frequência fundamental de 200 Hz. Sabendo que o intervalo de frequências audíveis é aproximadamente de 20,0 a 16000 Hz, qual o número de frequências audíveis que esse tubo pode emitir?

**Resolução:**

Sendo  $n = 1, 2, 3, \dots$  e lembrando que os tubos fechados só emitem harmônicos de ordem ímpar, temos:

$$20,0 \leq \overbrace{(2n-1)}^{\text{Número ímpar}} \cdot 200 \leq 16000$$

$$(\div 200) : 0,1 \leq 2n - 1 \leq 80$$

$$(+1) : 1,1 \leq 2n \leq 81$$

$$(\div 2) : 0,55 \leq n \leq 40,5$$

Então,  $n$  pode assumir 40 valores distintos.

**Resposta:** 40

**103** (IME-RJ) Há dez batimentos por segundo entre o segundo harmônico de um tubo aberto de órgão, de 8,5 m de comprimento, e o terceiro harmônico de outro tubo, fechado. Dos dois sons, o mais grave é o primeiro. Determine o comprimento do tubo fechado, sabendo que a velocidade do som no ar é 340 m/s.

**Resolução:**

• No tubo aberto (segundo harmônico):

$$f_a = \frac{2v}{2L_a} = \frac{340}{8,5} \Rightarrow f_a = 40 \text{ Hz}$$

• No tubo fechado (terceiro harmônico):

$$f_f = \frac{3v}{4L_f} = \frac{3 \cdot 340}{4L_f} \Rightarrow f_f = \frac{255}{L_f} \text{ Hz}$$

•  $f_{\text{bat}} = f_f - f_a$

$$10 = \frac{255}{L_f} - 40 \Rightarrow L_f = 5,1 \text{ m}$$

**Resposta:** 5,1 m

**104** (Unicamp-SP) Em um forno de micro-ondas, as moléculas de água contidas nos alimentos interagem com as micro-ondas que as fazem oscilar com uma frequência de 2,40 GHz ( $2,40 \cdot 10^9$  Hz). Ao oscilar, as moléculas colidem inelasticamente entre si transformando energia radiante em calor. Considere um forno de micro-ondas de 1000 W que transforma 50% da energia elétrica em calor. Considere a velocidade da luz  $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s.

- Determine o comprimento de onda das micro-ondas.
- Considere que o forno é uma cavidade ressonante, na qual a intensidade das micro-ondas é nula nas paredes. Determine a distância entre as paredes do forno, na faixa entre 25 cm e 40 cm, para que a intensidade da radiação seja máxima exatamente em seu centro.
- Determine o tempo necessário para aquecer meio litro de água de 20 °C para 40 °C. O calor específico da água é 4 000 J/kg °C.

**Nota:**

- O motivo do aquecimento não é a colisão inelástica entre as moléculas de água, mas sim a ressonância dessas moléculas com as micro-ondas nelas incidentes.

**Resolução:**

a)  $c = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{2,40 \cdot 10^9}$

$\lambda = 12,5$  cm

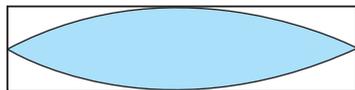
- b) A onda estacionária deve apresentar nós junto às paredes e um ventre no centro. É fácil perceber que, para que isso ocorra, a distância **D** entre as paredes precisa ser um número ímpar  $i$  de  $\frac{\lambda}{2}$ :

$D = i \frac{\lambda}{2} = i \frac{12,5}{2} \Rightarrow D = i \cdot 6,25$  cm

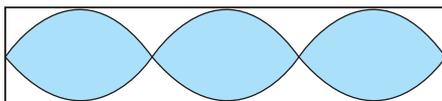
Além disso, **D** tem de estar **entre 25 cm e 40 cm**.

Fazendo:

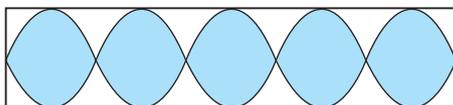
$i = 1 \Rightarrow D = 6,25$  cm (não serve)



$i = 3 \Rightarrow D = 18,75$  cm (não serve)



$i = 5 \Rightarrow D = 31,25$  cm (RESPOSTA)



$i = 7 \Rightarrow D = 43,75$  cm (não serve)

- c)  $Pot_{util} = 500$  W  $m = 0,5$  kg  $\Delta\theta = 20$  °C

$Pot_{util} = \frac{Q}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{Q}{Pot_{util}} = \frac{m c \Delta\theta}{Pot_{util}} = \frac{0,5 \cdot 4000 \cdot 20}{500}$

$\Delta t = 80$  s

**Respostas:** a) 12,5 cm; b) 31,25 cm; c) 80 s

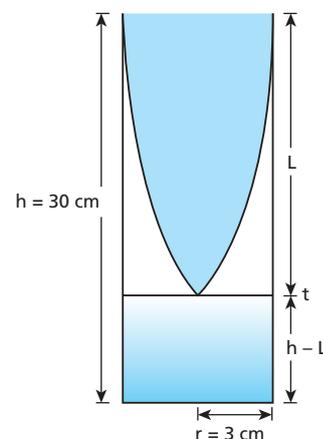
**105** (IME-RJ) Ao encher-se um recipiente com água, o som produzido fica mais agudo com o passar do tempo.

- Explique por que isso ocorre.
- Determine uma expressão para a frequência fundamental do som em função do tempo, para o caso de um recipiente cilíndrico com 6 cm de diâmetro e 30 cm de altura, sabendo que a vazão do líquido é de 30 cm<sup>3</sup>/s. Suponha que a velocidade do som no ar no interior do recipiente seja 340 m/s.

**Resolução:**

- a) À medida que o nível da água sobe, o comprimento **L** da coluna de ar diminui. Com isso, as frequências de ressonância dessa coluna, dadas por  $f = \frac{Nv}{4L}$ , aumentam.

b)



$V = 30$  cm<sup>3</sup>/s (vazão em volume)

Sejam:

$A = \pi r^2$ : área da seção transversal do recipiente.

$v_a$ : velocidade com que sobe o nível da água.

$t = 0$ : instante em que a água começa a ser despejada.

$t$ : instante qualquer.

Temos, no instante **t**:

$V = A v_a \Rightarrow V = \pi r^2 \frac{h-L}{t} \Rightarrow L = h - \frac{Vt}{\pi r^2}$

Como  $f = \frac{v}{4L}$ :

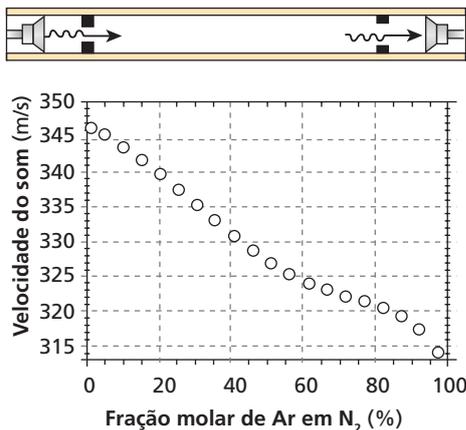
$f = \frac{v}{4 \left( h - \frac{Vt}{\pi r^2} \right)} = \frac{340 \cdot 10^2 \text{ cm/s}}{4 \left( 30 \text{ cm} - \frac{30t}{\pi \cdot 9} \text{ cm} \right)}$

$f = \frac{340 \cdot 10^2}{40 \left( 3 - \frac{t}{3\pi} \right)} \Rightarrow f = \frac{850}{3 - \frac{t}{3\pi}} \text{ Hz} \quad (0 \leq t < 9\pi \text{ s})$

**Respostas:** a) As frequências de ressonância da coluna de ar são inversamente proporcionais ao seu comprimento.

b)  $f = \frac{850}{3 - \frac{t}{3\pi}} \text{ Hz} \quad (0 \leq t < 9\pi \text{ s})$

**106** (Unicamp-SP) Uma das formas de se controlar misturas de gases de maneira rápida, sem precisar retirar amostras, é medir a variação da velocidade do som no interior desses gases. Uma onda sonora com frequência de 800 kHz é enviada de um emissor a um receptor (vide esquema a seguir), sendo então medida eletronicamente sua velocidade de propagação em uma mistura gasosa. O gráfico a seguir apresenta a velocidade do som para uma mistura de argônio e nitrogênio em função da fração molar de Ar em N<sub>2</sub>.



- Qual o comprimento de onda da onda sonora no N<sub>2</sub> puro?
- Qual o tempo para a onda sonora atravessar um tubo de 10 cm de comprimento contendo uma mistura com uma fração molar de Ar de 60%?

**Resolução:**

- $f = 800 \text{ kHz} = 800 \cdot 10^3 \text{ Hz}$ 
  - N<sub>2</sub> puro  $\Rightarrow$  fração molar de Ar em N<sub>2</sub> igual a zero.
  - Do gráfico:  $v \approx 346,5 \text{ m/s}$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{346,5}{800 \cdot 10^3} \Rightarrow \lambda \approx 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

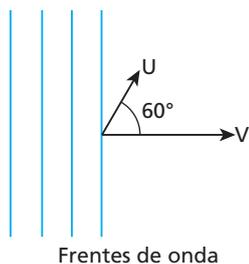
- Do gráfico: fração molar de Ar em N<sub>2</sub> = 60%  $\Rightarrow v \approx 324 \text{ m/s}$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{324} \Rightarrow \Delta t \approx 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

**Respostas:** a)  $4,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ; b)  $3,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

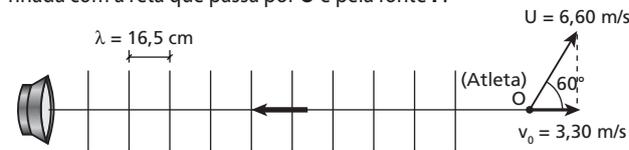
**107** (Fuvest-SP) Uma onda sonora considerada plana, proveniente de uma sirene em repouso, propaga-se no ar parado, na direção horizontal, com velocidade **V** igual a 330 m/s e comprimento de onda igual a 16,5 cm. Na região em que a onda está se propagando, um atleta corre, em uma pista horizontal, com velocidade **U** igual a 6,60 m/s, formando um ângulo de 60° com a direção de propagação da onda. O som que o atleta ouve tem frequência aproximada de:

- 1960 Hz.
- 1980 Hz.
- 2000 Hz.
- 2020 Hz.
- 2040 Hz.



**Resolução:**

Só deve ser usada a componente da velocidade do observador **O** alinhada com a reta que passa por **O** e pela fonte **F**:



$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{0,165} \Rightarrow f = 2000 \text{ Hz}$$

$$f_D = f \frac{v - v_0}{v} = 2000 \cdot \frac{330 - 3,30}{330} \Rightarrow f_D = 1980 \text{ Hz}$$

**Resposta:** b

**108** Uma fonte sonora com frequência de 600 Hz executa, no ar, um movimento harmônico simples entre os pontos **A** e **B** do eixo Ox, segundo a função horária  $x = 0,8 \cos 50t$  (SI).

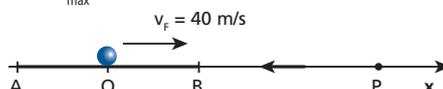


Seja de 340 m/s a velocidade do som no ar, determine a máxima frequência sonora percebida por um observador estacionário em **P**.

**Resolução:**

A máxima frequência percebida pelo observador acontece quando a fonte se aproxima dele com máxima velocidade ( $v_{\text{máx}} = \omega A$ ). No movimento da fonte, temos:

$$A = 0,8 \text{ m} \quad \omega = 50 \text{ rad/s} \Rightarrow v_{\text{máx}} = \omega A = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ m/s}$$

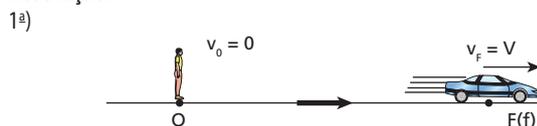


$$f_D = f \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F} = 600 \frac{340}{340 - 40} \Rightarrow f_D = 680 \text{ Hz}$$

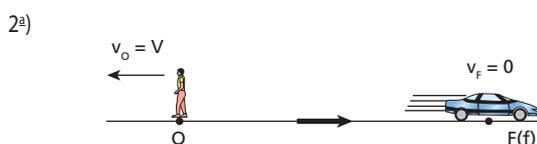
**Resposta:** 680 Hz

**109** (IME-RJ) Um observador escuta a buzina de um carro em duas situações diferentes. Na primeira, o observador está parado e o carro se afasta com velocidade **V**; na segunda, o carro está parado e o observador se afasta com velocidade **V**. Em qual das duas situações o tom ouvido pelo observador é mais grave? Justifique sua resposta.

**Resolução:**



$$f_{D1} = f \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F} \Rightarrow f_{D1} = \frac{fv}{v + V} \quad (I)$$



$$f_{D2} = f \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F} \Rightarrow f_{D2} = \frac{f(v - V)}{v} \quad (II)$$

Dividindo a expressão (I) pela expressão (II), membro a membro, obtemos:

$$\frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} = \frac{fv}{v+V} \cdot \frac{v}{f(v-V)} = \frac{v^2}{v^2 - V^2}$$

Maiores que 1

Então:

$$\frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} > 1 \Rightarrow f_{D_2} < f_{D_1}$$

**Resposta:** Na segunda situação.

**110** (ITA-SP) Uma banda de rock irradia certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 decibéis. Para elevar esse nível a 120 decibéis, a potência irradiada deverá ser elevada de:

- a) 71%.                      c) 7 100%.                      e) 10 000 000%.  
 b) 171%.                      d) 9 999 900%.

**Resolução:**

$$\Delta N = N_2 - N_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

Para uma distância fixa da banda, a intensidade sonora  $I$  é proporcional à potência irradiada  $P$ .

Então:

$$N_2 - N_1 = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$120 - 70 = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^5 \Rightarrow P_2 = 10^5 P_1$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 10^5 P_1 - P_1 = 99999 P_1$$

$$\Delta P_{(\%) } = 9999900 P_1$$

**Resposta:** d

**111** (ITA-SP) Um pelotão desfila num ritmo de 120 passos por minuto, ao som de uma fanfarra, que o precede; nota-se que a última fila está com o pé esquerdo à frente quando os componentes da fanfarra estão com o direito à frente. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, o comprimento do pelotão, incluindo a fanfarra, é de aproximadamente:

- a) 170 m.                      c) 85 m.                      e) 490 m.  
 b) 680 m.                      d) 200 m.

**Resolução:**

São dados dois passos por segundo. Então, um passo dura 0,5 s. Entre a fanfarra e a última fila, há uma defasagem na marcha de pelo menos um passo. Isso significa que o som da fanfarra demora pelo menos 0,5 s para chegar à última fila.

$$\Delta s = v \Delta t \Rightarrow \Delta s = 340 \cdot 0,5 \Rightarrow \Delta s = 170 \text{ m}$$

**Resposta:** a

**112** Uma corda de um instrumento musical, de 50 cm de comprimento e densidade linear igual a 2,50 g/m, vibra no modo fundamental com frequência igual a 260 Hz. Perto dela, um tubo aberto ressoa também no modo fundamental e são percebidos batimentos com frequência igual a 4 Hz.

Observou-se que uma ligeira diminuição da intensidade da força tensora na corda acarretou um aumento da frequência dos batimentos. Considerando a velocidade do som no ar igual a 330 m/s, determine:

- a) a frequência fundamental  $f_1$  do tubo aberto;  
 b) o comprimento  $L$  do tubo;  
 c) a intensidade  $F$  da força tensora na corda quando foram observados os batimentos de 4 Hz.

**Resolução:**

- a) Para os batimentos terem frequência igual a 4 Hz, a frequência fundamental do tubo aberto pode ser 264 Hz (260 Hz + 4 Hz) ou 256 Hz (260 Hz - 4 Hz).

Entretanto, como a diminuição da intensidade da força tensora na corda reduz sua frequência de vibração, e isso acarretou um aumento da frequência de batimentos, concluímos que:

$$f_1 = 264 \text{ Hz}$$

b)  $f_1 = \frac{v_{\text{som}}}{2L} \Rightarrow 264 = \frac{330}{2L} \Rightarrow L = 62,5 \text{ cm}$

- c) Na corda, temos:

$$f = \frac{v}{2L} \Rightarrow v = 2L f = 2 \cdot 0,50 \cdot 260 \Rightarrow v = 260 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\delta}} \Rightarrow F = \delta v^2 = 2,50 \cdot 10^{-3} \cdot 260^2 \Rightarrow F = 169 \text{ N}$$

**Respostas:** a) 264 Hz; b) 62,5 cm; c) 169 N

**113** Dois harmônicos consecutivos de um tubo sonoro têm frequências iguais a 425 Hz e 595 Hz. Determine a ordem desses harmônicos e a frequência fundamental do tubo.

**Resolução:**

Suponhamos que o tubo seja aberto:

$$f = \frac{Nv}{2L} \begin{cases} 595 = \frac{(N+1)v}{2L} \\ 425 = \frac{Nv}{2L} \end{cases} (\div) \Rightarrow \frac{N+1}{N} = \frac{595}{425} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 2,5$$

Como  $N$  não é inteiro, o tubo não é um tubo aberto, mas fechado:

$$f = \frac{Nv}{4L} \begin{cases} 595 = \frac{(N+2)v}{4L} \\ 425 = \frac{Nv}{4L} \end{cases} (\div) \Rightarrow \frac{N+2}{N} = \frac{595}{425} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = 5 \text{ e } N + 2 = 7$$

Portanto, as frequências 425 Hz e 595 Hz correspondem ao 5º e ao 7º harmônico respectivamente.

Frequência fundamental:

$$f_5 = 5f_1 \Rightarrow 425 = 5f_1$$

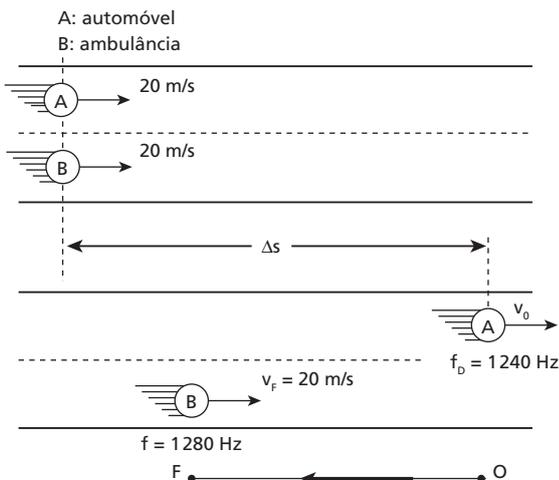
$$f_1 = 85 \text{ Hz}$$

**Respostas:** 5º harmônico; 7º harmônico; Frequência fundamental: 85 Hz

**114** Um automóvel e uma ambulância movem-se numa estrada, lado a lado, no mesmo sentido, com velocidades constantes e iguais a 72 km/h. A sirene da ambulância emite um som de frequência igual a 1 280 Hz. A partir de certo instante, o motorista do automóvel imprime à sua viatura a aceleração de  $1 \text{ m/s}^2$  no sentido do movimento. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 340 m/s, determine o espaço percorrido pelo automóvel até seu motorista ouvir um som de frequência igual a 1 240 Hz. Admita que o ar esteja parado em relação à Terra, à qual são referidas as velocidades mencionadas.

**Resolução:**

$$72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$



$$f_D = f \frac{v \pm v_o}{v \pm v_F} \Rightarrow 1240 = 1280 \frac{340 - v_o}{340 - 20} \Rightarrow v_o = 30 \text{ m/s}$$

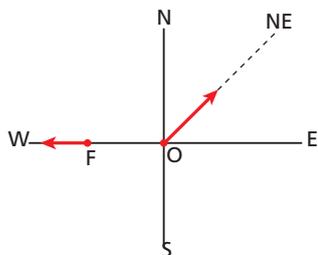
Aplicando a Equação de Torricelli ao movimento do automóvel, obtemos:

$$v_{\text{final}}^2 = v_{\text{inicial}}^2 + 2 \alpha \Delta s$$

$$30^2 = 20^2 + 2 \cdot 1 \Delta s \Rightarrow \Delta s = 250 \text{ m}$$

**Resposta:** 250 m

**115** Uma fonte sonora **F**, emitindo um som de frequência igual a 500 Hz, desloca-se para Oeste, com velocidade  $v_F = 20 \text{ m/s}$ . Um observador **O** desloca-se para Nordeste com velocidade  $V_o = 20\sqrt{2} \text{ m/s}$  (ver figura).

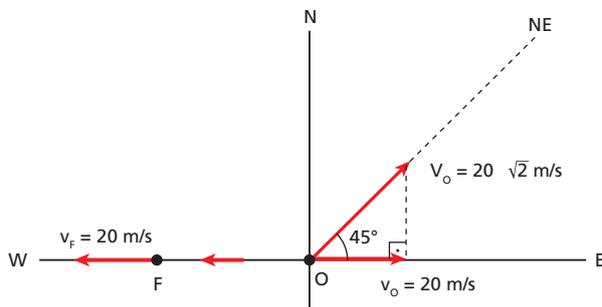


O vento sopra de Oeste para Leste, com velocidade  $v_v = 40 \text{ m/s}$ .

Sabendo-se que, na ausência de vento, a velocidade do som no ar é  $v_s = 340 \text{ m/s}$  e que todas as velocidades citadas são relativas ao solo, calcule a frequência do som ouvido pelo observador.

**Resolução:**

O som que atinge o observador propaga-se em relação ao solo com velocidade  $v = v_s + v_v = 340 + 40 \Rightarrow v = 380 \text{ m/s}$ .



$$f_D = f \frac{v - v_o}{v + v_F} = 500 \cdot \frac{380 - 20}{380 + 20} \Rightarrow f_D = 450 \text{ Hz}$$

**Resposta:** 450 Hz

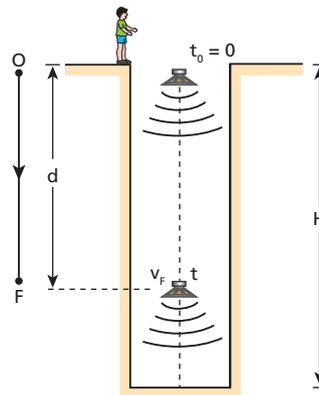
**116** No instante  $t_0 = 0$ , um garoto abandona uma pequena fonte sonora, que emite um som de frequência igual a 720 Hz, na boca de um poço cilíndrico vertical de profundidade **H**. Essa fonte despenca, atingindo o fundo do poço no instante **T**.

No local, o módulo da velocidade de propagação do som no ar é de 320 m/s. Admitindo-se que no instante em que o garoto vê o impacto da fonte sonora no fundo do poço ele ouça o som dessa fonte com frequência igual a 640 Hz, determine, desprezando a resistência do ar e considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ :

- o valor de **T**;
- o valor de **H**.

**Resolução:**

a)



Quando o garoto vê o impacto da fonte sonora no fundo do poço, ele **não** está recebendo o som que ela emite nesse momento. Esse som vai demorar algum tempo até chegar ao garoto. Assim, no instante do impacto, o garoto está recebendo o som que a fonte emitiu em algum instante **t** anterior ao impacto, quando ela estava a uma distância **d** da boca do poço.

Vamos calcular a velocidade da fonte no instante em que ela emitiu o som ouvido pelo garoto com frequência igual a 640 Hz:

$$f_D = f \frac{v \pm v_o}{v \pm v_F} \left( \begin{array}{l} \text{efeito} \\ \text{Doppler} \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 640 = 720 \cdot \frac{320}{320 + v_F} \Rightarrow v_F = 40 \text{ m/s}$$

- Cálculo de **d** e **t**:

$$v_F^2 = v_0^2 + 2g d \Rightarrow 40^2 = 0^2 + 2 \cdot 10 \cdot d \Rightarrow d = 80 \text{ m}$$

$$v_F = v_0 + g t \Rightarrow 40 = 0 + 10t \Rightarrow t = 4,0 \text{ s}$$

Portanto, o som que o garoto ouviu foi **emitido** pela fonte 4,0 s depois que ela foi abandonada.

- Para chegar até ele, esse som teve de percorrer a distância **d** durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , em movimento uniforme com velocidade igual a 320 m/s.

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 320 = \frac{80}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0,25 \text{ s}$$

Então, o garoto recebeu o som emitido à distância **d** no instante  $T = 4,25 \text{ s}$ , que é o mesmo instante em que ele viu o impacto da fonte com o fundo do poço.

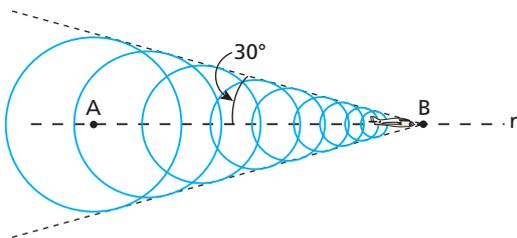
Portanto:  $T = 4,25 \text{ s}$

b)  $\Delta s = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow H = \frac{gT^2}{2} = \frac{10 \cdot 4,25^2}{2}$

$H \approx 90,3 \text{ m}$

**Respostas:** a) 4,25 s; b) 90,3

**117** A figura representa frentes de onda esféricas emitidas por um avião que se movimenta horizontalmente para a direita, ao longo da reta **r**, com velocidade constante:

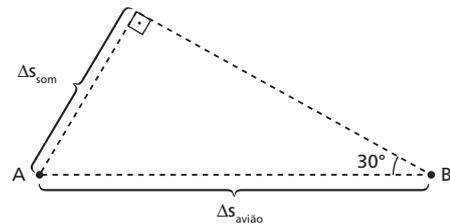


Considere a a velocidade de propagação do som no ar igual a 340 m/s e  $\sqrt{3} = 1,7$ .

- Calcule a velocidade do avião.
- Num determinado instante, o avião está na mesma vertical que passa por um observador parado no solo. Sabendo-se que 3,0 s após esse instante o observador ouve o estrondo sonoro causado pela onda de choque gerada pelo avião, calcule a altura do avião em relação a esse observador.

**Resolução:**

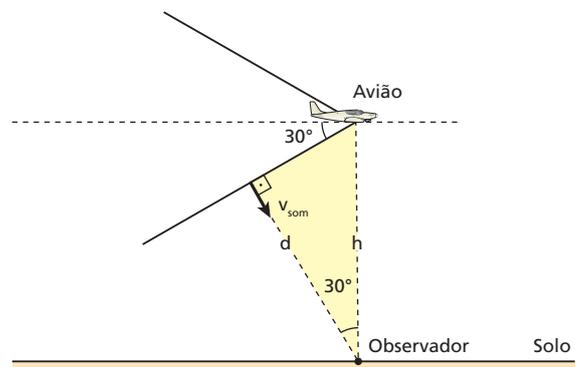
a)



$$\text{sen } 30^\circ = \frac{\Delta s_{\text{som}}}{\Delta s_{\text{avião}}} = \frac{v_{\text{som}} \Delta t}{v_{\text{avião}} \Delta t} = \frac{v_{\text{som}}}{v_{\text{avião}}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{340}{v_{\text{avião}}} \Rightarrow v_{\text{avião}} = 680 \text{ m/s}$$

b)



$$\text{cos } 30^\circ = \frac{d}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{d}{h}$$

$$h = \frac{2d}{\sqrt{3}} = \frac{2 v_{\text{som}} \Delta t}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{2 \cdot 340 \cdot 3,0}{1,7}$$

$h = 1200 \text{ m}$

**Respostas:** a) 680 m/s; b) 1200 m

# Parte III – ÓPTICA GEOMÉTRICA

## Tópico 1



**1** Imagine-se na janela de um apartamento situado no 10º andar de um edifício. No solo, um carpinteiro bate um prego numa tábua. Primeiro você enxerga a martelada, para depois de certo intervalo de tempo escutar o ruído correspondente. A explicação mais plausível para o fato é:

- a emissão do sinal sonoro é atrasada em relação à emissão do sinal luminoso;
- o sinal sonoro percorre uma distância maior que o luminoso;
- o sinal sonoro propaga-se mais lentamente que o luminoso;
- o sinal sonoro é bloqueado pelas moléculas de ar, que dificultam sua propagação;
- o sentido da audição é mais precário que o da visão.

**Resolução:**

**Velocidade do som no ar:**  $\approx 340$  m/s

**Velocidade da luz no ar:**  $\approx 300\,000\,000$  m/s

Como  $V_{\text{luz}} \gg V_{\text{som}}$ , primeiro enxerga-se a martelada, para, depois de certo intervalo de tempo, escutar-se o ruído correspondente.

**Resposta:** c

**2** A velocidade de propagação das ondas luminosas:

- é infinitamente grande;
- é máxima no ar;
- é maior na água que no vácuo;
- vale 300 000 km/s no vidro;
- vale  $3,00 \cdot 10^{10}$  cm/s no vácuo.

**Resolução:**

**No vácuo:**  $V = c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s =  $3,00 \cdot 10^{10}$  cm/s

Valor mais exato  $c = 2,99792458 \cdot 10^8$  m/s

**Resposta:** e

**3** São fontes luminosas primárias:

- lanterna acesa, espelho plano, vela apagada;
- olho-de-gato, Lua, palito de fósforo aceso;
- lâmpada acesa, arco voltaico, vaga-lume aceso;
- planeta Marte, fio aquecido ao rubro, parede de cor clara;
- tela de uma TV em funcionamento, Sol, lâmpada apagada.

**Resolução:**

As fontes luminosas primárias emitem luz própria.

**Resposta:** c

**4** Acreditavam os antigos que a capacidade de visualização devia-se a um estranho mecanismo que consistia no fato de os olhos lançarem linhas invisíveis terminadas em ganchos (“anzóis”) que capturavam os detalhes dos objetos visados e traziam as informações aos órgãos visuais, possibilitando enxergar. Tão logo foi aprimorada a noção de luz, essa teoria foi demovida mediante o seguinte argumento:

- A luz propaga-se em linha reta.
- Os raios luminosos têm um único sentido de propagação.
- Não é possível enxergar em ambientes totalmente escuros.
- Só é possível enxergar corpos que difundem a luz de outros corpos.
- Só é possível enxergar corpos que emitem luz própria.

**Resolução:**

O modelo proposto pelos antigos possibilitaria a visão de corpos em ambientes escuros, o que não ocorre.

**Resposta:** c

**5 E.R.** A distância do Sol à Terra vale, aproximadamente,  $1,5 \cdot 10^8$  km. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é de  $3,0 \cdot 10^5$  km/s, calcule o intervalo de tempo decorrido desde a emissão de um pulso luminoso no Sol até sua recepção na Terra.

**Resolução:**

Tendo em conta que a luz se propaga em movimento uniforme, podemos calcular o intervalo de tempo pedido por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

Sendo  $\Delta s = 1,5 \cdot 10^8$  km e  $v = 3,0 \cdot 10^5$  km/s, vem:

$$\Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^8}{3,0 \cdot 10^5} \text{ (s)} \Rightarrow \Delta t = 5,0 \cdot 10^2 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}$$

**6** Considere os seguintes dados: distância do Sol à Terra:  $1,5 \cdot 10^8$  km; velocidade da luz no vácuo:  $3,0 \cdot 10^5$  km/s. Admita que a partir de um determinado instante o Sol deixasse de emanar energia, isto é, “apagasse”. Quanto tempo após o referido instante esse fato seria registrado na Terra?

**Resolução:**

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

$$\Delta t = \frac{1,5 \cdot 10^8}{3,0 \cdot 10^5} \text{ (s)} \Rightarrow \Delta t = 500 \text{ s} = 8 \text{ min } 20 \text{ s}$$

**Resposta:** 8 min 20 s

**7** Suponha que um espelho de grandes dimensões seja fixado no solo lunar, voltando-se sua superfície refletora para determinado observatório na Terra. Um sinal luminoso de grande potência é emitido do observatório em direção ao espelho, onde sofre reflexão, sendo recebido de volta ao ponto de partida 2,54 s depois de sua emissão. Ignorando os movimentos da Terra e da Lua durante o fenômeno e adotando para a velocidade da luz o valor  $3,00 \cdot 10^8$  m/s, calcule a distância entre a Terra e a Lua.

**Resolução:**

$$v = \frac{D}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t} \Rightarrow d = \frac{v \Delta t}{2}$$

$$d = \frac{3,00 \cdot 10^8 \cdot 2,54}{2} \text{ (m)}$$

$$d = 3,81 \cdot 10^8 \text{ m} = 3,81 \cdot 10^5 \text{ km}$$

**Resposta:**  $3,81 \cdot 10^5$  km

**8** Define-se um ano-luz como a distância percorrida por um sinal luminoso no vácuo durante um ano terrestre. Sabendo que, no vácuo, a luz viaja a uma velocidade de  $3,0 \cdot 10^5$  km/s, calcule, em metros, o comprimento equivalente a um ano-luz.

**Resolução:**

Sendo  $v = 3,0 \cdot 10^5$  km/s  $= 3,0 \cdot 10^8$  m/s e convertendo 1 ano para segundos  $\Delta t = 1 \text{ ano} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 31\,536\,000 \text{ s} \approx 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$

Temos:  $\Delta s = v \Delta t$

$$\Delta s = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\Delta s \approx 9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

**Resposta:**  $9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$

**9** Considere a seguinte citação, extraída de um livro de Física: “Quando contemplamos o céu numa noite de tempo bom, recebemos das estrelas um relato do passado”. Utilizando argumentos científicos, comente o pensamento do autor.

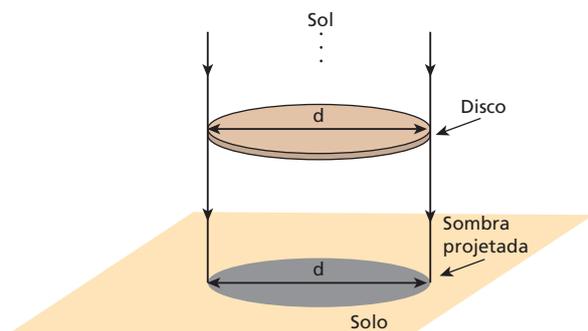
**Resposta:** A distância das estrelas à Terra é muito grande, de modo que a luz emitida por esses corpos celestes leva muito tempo para atingir nosso planeta.

**10** Com o Sol a pino, observa-se que a sombra de um disco circular, projetada no solo plano e horizontal, tem a mesma forma e o mesmo diâmetro do disco. Pode-se, então, concluir que:

- a) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto paralelamente ao solo;
- b) os raios solares são praticamente paralelos entre si e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
- c) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto paralelamente ao solo;
- d) os raios solares são muito divergentes e o disco está disposto perpendicularmente ao solo;
- e) nada se pode concluir apenas com as informações oferecidas.

**Resolução:**

A situação proposta está esquematizada abaixo:



**Resposta:** a

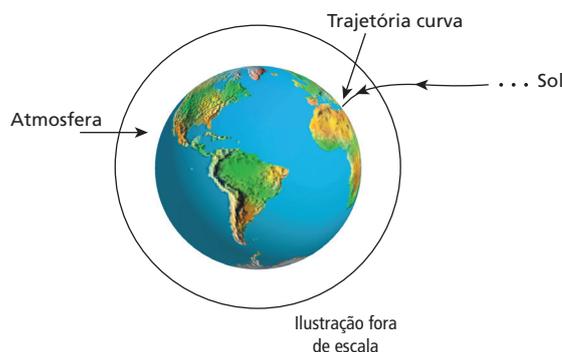
- 11** Analise as proposições seguintes:
- I. No vácuo, a luz propaga-se em linha reta.
  - II. Em quaisquer circunstâncias, a luz propaga-se em linha reta.
  - III. Nos meios transparentes e homogêneos, a luz propaga-se em linha reta.
  - IV. Ao atravessar a atmosfera terrestre, a luz propaga-se em linha reta.

O que você concluiu?

- a) Somente I é correta.
- b) Somente I e III são corretas.
- c) Somente II e III são corretas.
- d) Todas são corretas.
- e) Todas são erradas.

**Resolução:**

- (I) Correta.
- (II) Incorreta. A luz propaga-se em linha reta somente nos meios transparentes e homogêneos.
- (III) Correta.
- (IV) Incorreta. A atmosfera terrestre é um meio heterogêneo que obriga a luz que incide obliquamente sobre ela a descrever uma trajetória curva até atingir a superfície do planeta.

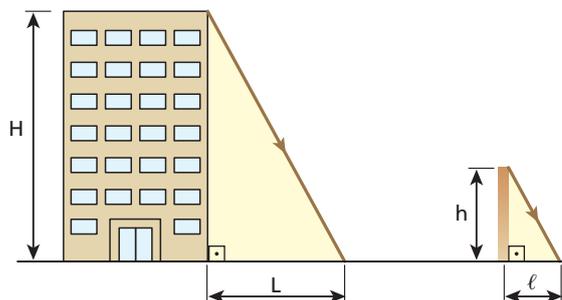


**Resposta:** b

**12 | E.R.** Desejando medir a altura **H** de um prédio, um estudante fixou verticalmente no solo uma estaca de 2,0 m de comprimento. Em certa hora do dia, ele percebeu que o prédio projetava no solo uma sombra de 60 m de comprimento, enquanto a estaca projetava uma sombra de 3,0 m de comprimento. Considerando os raios solares paralelos, que valor o estudante encontrou para **H**?

**Resolução:**

O processo descrito está representado na figura seguinte:



Como podemos considerar os raios solares paralelos, os triângulos retângulos correspondentes às regiões de sombra do prédio e da estaca são semelhantes. Assim, podemos escrever que:

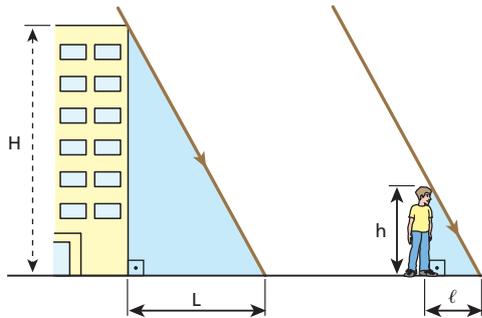
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{l}$$

Sendo  $h = 2,0 \text{ m}$ ,  $L = 60 \text{ m}$  e  $l = 3,0 \text{ m}$ , calculemos **H**:

$$\frac{H}{2,0 \text{ m}} = \frac{60 \text{ m}}{3,0 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{H = 40 \text{ m}}$$

**13** (UFPE) Uma pessoa de 1,8 m de altura está em pé ao lado de um edifício de altura desconhecida. Num dado instante, a sombra dessa pessoa, projetada pela luz solar, tem uma extensão de 3,0 m, enquanto a sombra do edifício tem uma extensão de 80 m. Qual a altura, em metros, do edifício?

**Resolução:**



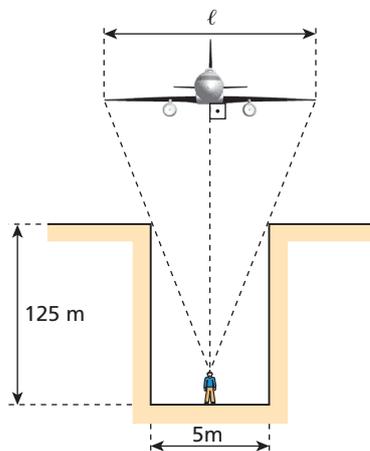
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{l}$$

Sendo  $h = 1,8\text{ m}$ ,  $L = 80\text{ m}$  e  $l = 3,0\text{ m}$ , calcularemos  $H$ :

$$\frac{H}{1,8\text{ m}} = \frac{80\text{ m}}{3,0\text{ m}} \Rightarrow \boxed{H = 48\text{ m}}$$

**Resposta:** 48 m

**14** Do fundo de um poço, um observador de altura desprezível contempla um avião, que está 500 m acima de seus olhos. No instante em que a aeronave passa sobre a abertura do poço, o observador tem a impressão de que a envergadura (distância entre as extremidades das asas) abrange exatamente o diâmetro da abertura.



Considerando os elementos da figura ilustrativa acima, fora de escala, calcule a envergadura  $l$  do avião.

**Resolução:**

Semelhança de triângulos:

$$\frac{l}{d} = \frac{H}{h} \Rightarrow \frac{l}{5\text{ m}} = \frac{500\text{ m}}{125\text{ m}}$$

Donde:  $\boxed{l = 20\text{ m}}$

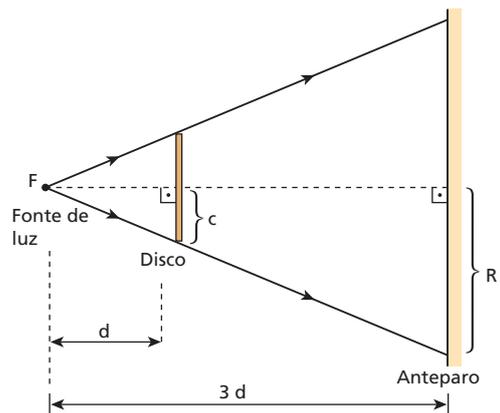
**Resposta:**  $l = 20\text{ m}$

**15** (UFG-GO) Um feixe luminoso, partindo de uma fonte puntiforme, incide sobre um disco opaco de 10 cm de diâmetro. Sabendo-se que a distância da fonte ao disco corresponde a um terço da distância deste ao anteparo e que os planos da fonte, do disco e do anteparo são paralelos, pode-se afirmar que o raio da sombra do disco, projetada sobre o anteparo, é de:

- a) 15 cm.   b) 20 cm.   c) 25 cm.   d) 35 cm.   e) 40 cm.

**Resolução:**

A situação proposta está representada abaixo:



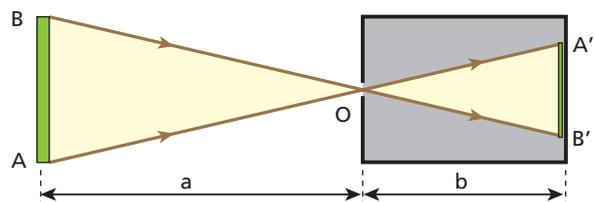
Semelhança de triângulos:

$$\frac{R}{r} = \frac{3d}{d} \Rightarrow \frac{R}{\frac{10\text{ cm}}{2}} = 3$$

Donde:  $\boxed{R = 15\text{ cm}}$

**Resposta:** a

**16** O esquema representa o corte de uma câmara escura de orifício, diante da qual existe um corpo luminoso AB de 40 cm de comprimento:



Considerando  $a = 100\text{ cm}$  e  $b = 20\text{ cm}$ , calcule o comprimento da figura  $A'B'$  projetada na parede do fundo da câmara.

**Resolução:**

Semelhança de triângulos:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{A'B'}{40\text{ cm}} = \frac{20\text{ m}}{100\text{ m}}$$

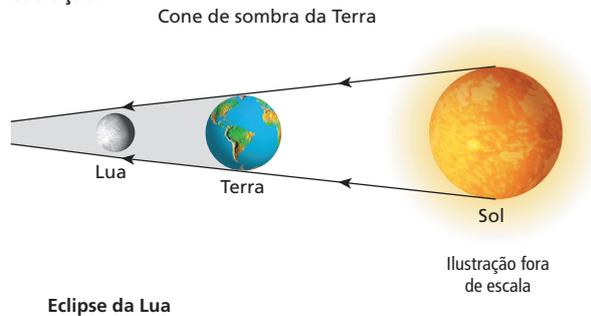
Donde:  $\boxed{A'B' = 8\text{ cm}}$

**Resposta:** c

**17** Num eclipse da Lua, a posição relativa dos três astros, Sol, Lua e Terra, é a seguinte:

- a) O Sol entre a Lua e a Terra.
- b) A Lua entre o Sol e a Terra.
- c) A Terra entre o Sol e a Lua.
- d) A Terra e a Lua à esquerda do Sol.
- e) É impossível a ocorrência de um eclipse da Lua.

**Resolução:**

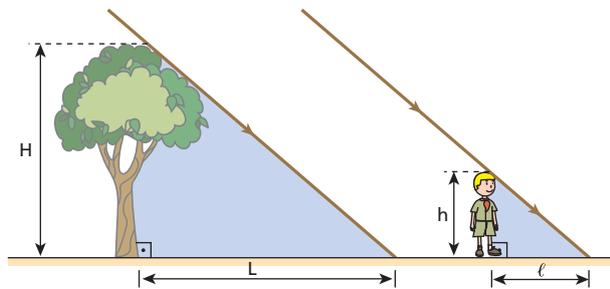


Eclipse da Lua

**Resposta:** 8 cm

**18** Um grupo de escoteiros deseja construir um acampamento em torno de uma árvore. Por segurança, eles devem colocar as barracas a uma distância tal da base da árvore que, se cair, ela não venha a atingi-los. Aproveitando o dia ensolarado, eles mediram, ao mesmo tempo, os comprimentos das sombras da árvore e de um deles, que tem 1,5 m de altura; os valores encontrados foram 6,0 m e 1,8 m, respectivamente. Qual deve ser a menor distância das barracas à base da árvore?

**Resolução:**



Semelhança de triângulos:

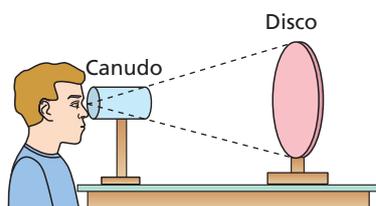
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{l} \Rightarrow \frac{H}{1,5 \text{ m}} = \frac{6,0 \text{ m}}{1,8 \text{ m}}$$

Donde:  $H = 5,0 \text{ m}$

$$d_{\text{ma}} = H = 5,0 \text{ m}$$

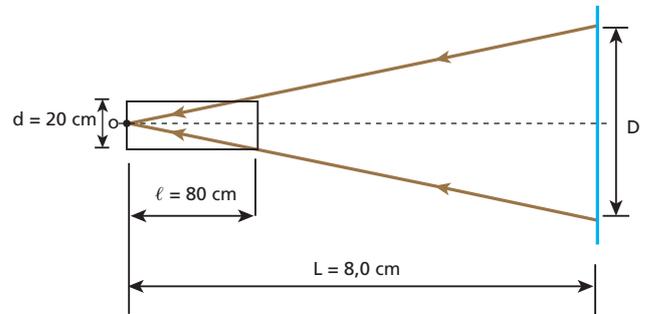
**Resposta:** 5,0 m

**19** Considere o esquema ao lado, em que o observador olha através de um canudo cilíndrico, de eixo horizontal, de 20 cm de diâmetro e 80 cm de comprimento.



O rapaz observa que um disco, distante 8,0 m do seu olho, parece encaixar-se perfeitamente na boca do canudo. Supondo desprezível a distância do olho do rapaz ao canudo, calcule o raio do disco, admitindo que seja circular.

**Resolução:**

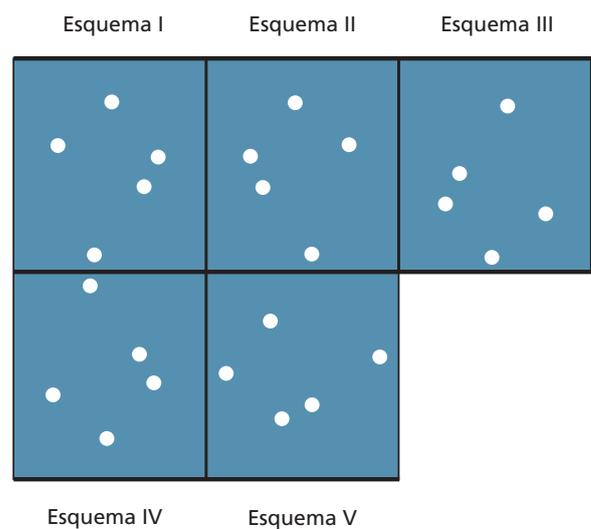


Semelhança de triângulos:

$$\frac{D}{d} = \frac{L}{l} \Rightarrow \frac{2R}{20 \text{ cm}} = \frac{8,0 \text{ m}}{80 \text{ cm}} \Rightarrow R = 1,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 1,0 m

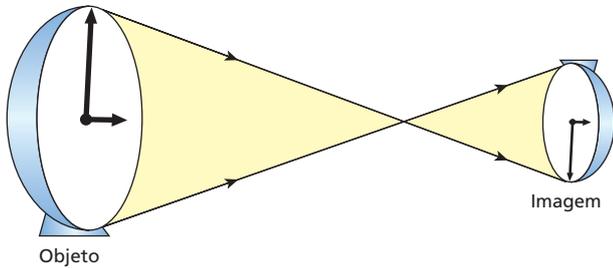
**20** (FCC-SP) O orifício de uma câmara escura está voltado para o céu, numa noite estrelada. A parede oposta ao orifício é feita de papel vegetal translúcido. Um observador que está atrás da câmara, se olhasse diretamente para o céu, veria o Cruzeiro do Sul conforme o esquema I. Olhando a imagem no papel vegetal, por trás da câmara, o observador vê o Cruzeiro conforme o esquema:



- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V.

**Resolução:**

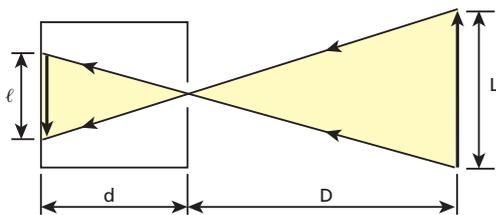
Toda a figura “imagem” projetada na parede do fundo da câmara escura de orifício apresenta-se invertida em relação ao Cruzeiro do Sul. Essa inversão é tanto longitudinal como transversal  $\ell$ , como se pode observar no esquema abaixo.



**Resposta:** c

**21** Um objeto luminoso e linear é colocado a 20 cm do orifício de uma câmara escura, obtendo-se, em sua parede do fundo, uma figura projetada de 8,0 cm de comprimento. O objeto é então afastado, sendo colocado a 80 cm do orifício da câmara. Calcule o comprimento da nova figura projetada na parede do fundo da câmara.

**Resolução:**



Semelhança de triângulos:

$$\frac{\ell}{L} = \frac{d}{D}$$

1º caso:  $\frac{8,0 \text{ cm}}{L} = \frac{20 \text{ cm}}{D} \Rightarrow Ld = 160 \text{ cm}^2$  (1)

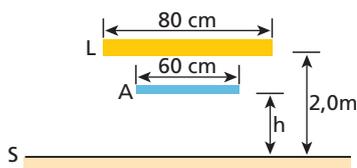
2º caso:  $\frac{\ell}{L} = \frac{80 \text{ cm}}{D} \Rightarrow Ld = 80 \ell$  (2)

Comparando o 1º e o 2º caso, temos:  $80 \ell = 160 \text{ cm}^2$

Da qual:  $\ell = 2,0 \text{ cm}$

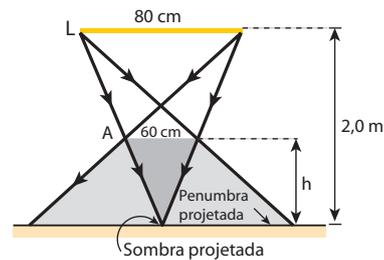
**Resposta:** 2,0 cm

**22** (UEL-PR) A figura a seguir representa uma fonte extensa de luz  $L$  e um anteparo opaco  $A$  dispostos paralelamente ao solo ( $S$ ):



O valor mínimo de  $h$ , em metros, para que sobre o solo não haja formação de sombra, é:  
 a) 2,0.    b) 1,5.    c) 0,80.    d) 0,60.    e) 0,30.

**Resolução:**



Semelhança de triângulos

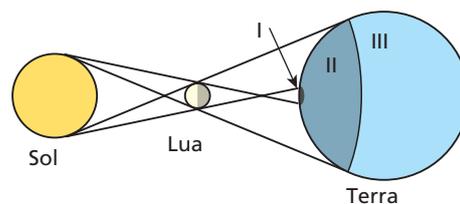
$$\frac{h}{2,0} = \frac{60}{80}$$

Da qual:  $h = 1,5 \text{ m}$

Nessa situação, teremos penumbra projetada no solo e apenas um ponto de sombra.

**Resposta:** b

**23** (Cesgranrio-RJ)



A figura acima está fora de escala; reproduz, porém, corretamente, os aspectos qualitativos da geometria do sistema Terra, Lua, Sol durante um eclipse anular do Sol. Qual das opções abaixo melhor representa a situação aparente do Sol e da Lua para observadores situados respectivamente nas zonas I, II e III da Terra?

	Observ. zona I	Observ. zona II	Observ. zona III
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			

**Código:**  
 Círculo maior: Sol  
 Círculo menor: Lua  
 Parte cinza = sombra

**Resolução:**

Um observador situado na Zona I (sombra da Lua projetada na Terra) vê o “disco lunar” centrado sobre o “disco solar”. Na Zona II (penumbra projetada), o observador vê um eclipse parcial, caso em que o “disco lunar” cobre parcialmente o “disco solar”. Já na Zona III, não há eclipse e o “disco solar” é visualizado integralmente pelo observador.

**Resposta:** a

**24** Leia atentamente o texto abaixo:

“O último eclipse total do Sol neste século (XX) para o hemisfério sul aconteceu na manhã de 3 de novembro de 1994. Faltavam 15 minutos para as 10 h, na cidade de Foz do Iguaçu, no Paraná. Em qualquer dia normal, o sol da primavera já estaria brilhando bem acima do horizonte, mas esse não foi um dia normal (...) Durante o eclipse, a gigantesca sombra, com 200 km de diâmetro, progrediu a 3000 km por hora do Oceano Pacífico para a América do Sul. Entrou no Brasil por Foz do Iguaçu e saiu para o Oceano Atlântico, sobre a divisa dos estados de Santa Catarina e Rio Grande do Sul.”

(Revista Superinteressante, ano 8, n. 10.)

Com base em seus conhecimentos e nas informações contidas no texto, responda:

- a) Em que fase da Lua (lua cheia, lua minguante, lua nova ou lua crescente) ocorre o eclipse total do Sol?
- b) Qual a duração máxima do eclipse citado para uma pessoa que observou o fenômeno de um local em Foz do Iguaçu?

**Resolução:**

- a) O eclipse do Sol ocorre na fase da lua nova.
- b) Sendo 1 h = 60 min  $v = \frac{3000}{60} = 50 \text{ km/min}$   
temos:  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$   $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{200}{50}$   $\Delta t = 4 \text{ min}$

**Respostas:** a) lua nova; b) 4 min

**25** Um quadro coberto com uma placa de vidro plano transparente não é tão bem visto quanto outro não coberto principalmente porque:

- a) o vidro reflete grande parte da luz ambiente incidente sobre ele;
- b) o vidro não refrata a luz proveniente do quadro;
- c) o vidro difunde a luz proveniente do quadro;
- d) o vidro absorve a luz proveniente do quadro;
- e) o vidro reflete totalmente a luz ambiente incidente sobre ele.

**Resposta:** a

**26** À noite, numa sala iluminada, é possível ver os objetos da sala por reflexão numa vidraça de vidro transparente melhor do que durante o dia. Isso ocorre porque, à noite:

- a) aumenta a parcela de luz refletida pela vidraça;
- b) não há luz refletida pela vidraça;
- c) diminui a parcela de luz refratada, proveniente do exterior;
- d) aumenta a parcela de luz absorvida pela vidraça;
- e) diminui a quantidade de luz difundida pela vidraça.

**Resposta:** c

**27** Um jarro pintado de cor clara pode ser visto de qualquer posição do interior de uma sala devidamente iluminada. Isso ocorre porque:

- a) o jarro refrata grande parte da luz que recebe;
- b) o jarro difunde para os seus arredores grande parte da luz que recebe;
- c) o jarro absorve a luz que recebe;
- d) o jarro é um bom emissor de luz;
- e) o jarro reflete toda a luz que recebe.

**Resposta:** b

**28 E.R.** Um estudante está usando uma camiseta que, vista à luz do Sol, se apresenta amarela, tendo impressa no peito a palavra ÓPTICA em letras vermelhas. Como se apresentará a camiseta se o estudante entrar em um recinto iluminado por luz monocromática vermelha? Suponha que os pigmentos amarelos do tecido e vermelhos da palavra impressa sejam puros.

**Resolução:**

A região que se apresentava amarela sob a luz solar se apresentará escura, pois a luz vermelha incidente sobre ela será totalmente absorvida.

A região que se apresentava vermelha sob a luz solar (palavra ÓPTICA) se apresentará vermelha, pois a luz vermelha incidente sobre ela será predominantemente difundida.

**29** A bandeira do Brasil esquematizada na figura é confeccionada em tecidos puramente pigmentados:



Estando estendida sobre uma mesa no interior de um recinto absolutamente escuro, a bandeira é iluminada por luz monocromática. Determine de que cores serão vistas as regiões designadas por 1, 2, 3 e 4 no caso de:

- a) a luz monocromática ser verde;
- b) a luz monocromática ser vermelha.

**Respostas:** a) 1 – verde; 2 – preta; 3 – preta; 4 – verde; b) 1 – preta; 2 – preta; 3 – preta; 4 – vermelha

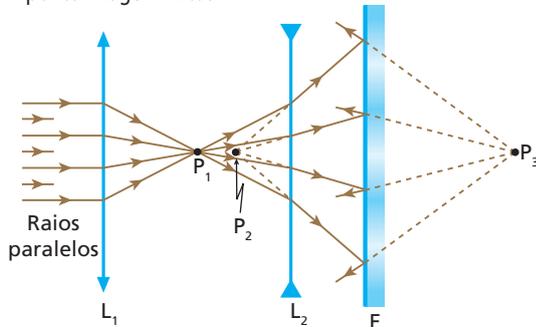
**30** Um estudante que contemple um arco-íris através de um filtro óptico (lâmina de acrílico) amarelo:

- a) verá o arco-íris completo, com todas as suas cores;
- b) não verá nada do arco-íris;
- c) verá apenas a faixa amarela do arco-íris;
- d) verá todas as faixas do arco-íris, exceto a amarela;
- e) verá apenas as faixas alaranjada, amarela e verde do arco-íris.

**Resposta:** c

Responda aos testes de 31 a 36 com base nas informações seguintes.

Considere estas convenções e a associação de sistemas ópticos:  
 POR = ponto objeto real      PII = ponto imagem impróprio  
 POV = ponto objeto virtual     $L_1$  = lente convergente  
 POI = ponto objeto impróprio    $L_2$  = lente divergente  
 PIR = ponto imagem real        E = espelho plano  
 PIV = ponto imagem virtual



31 A luz incidente recebida por  $L_1$  provém de um:  
 a) POR;    b) POV;    c) POI;    d) PIR;    e) PII.

**Resposta: c**

32 Em relação a  $L_1$ , o ponto  $P_1$  é:  
 a) POR;    b) POV;    c) PIR;    d) PIV;    e) PII.

**Resposta: c**

33 Em relação a  $L_2$ , o ponto  $P_1$  é:  
 a) POR;    b) POV;    c) PIR;    d) PIV;    e) PII.

**Resposta: a**

34 Em relação a  $L_2$ , o ponto  $P_2$  é:  
 a) POR;    b) POV;    c) PIR;    d) PIV;    e) PII.

**Resposta: d**

35 Em relação a E, o ponto  $P_2$  comporta-se como:  
 a) POR;    b) POV;    c) PIR;    d) PIV;    e) PII.

**Resposta: a**

36 Em relação a E, o ponto  $P_3$  é:  
 a) POR;    b) POV;    c) PIR;    d) PIV;    e) PII.

**Resposta: d**

37 A janela de um quarto escuro dá para a rua, intensamente iluminada pelo Sol. Abrindo uma estreita fresta na janela, um observador que está dentro do quarto percebe a entrada de um feixe de luz, que, além de poder ser visto de diversos locais do quarto, ilumina uma área do seu piso. A respeito dessa situação, analise as proposições seguintes:

- I. Ao passar da rua para o interior do quarto, a luz sofre refração.
- II. Ao incidir no piso do quarto, a luz sofre reflexão regular.
- III. O feixe de luz pode ser visto de diversos locais do quarto devido à difusão da luz por partículas suspensas no ar.

O que você concluiu?

- a) Todas são corretas.
- b) Todas são erradas.
- c) Apenas I e II são corretas.
- d) Apenas I e III são corretas.
- e) Apenas III é correta.

**Resposta: e**

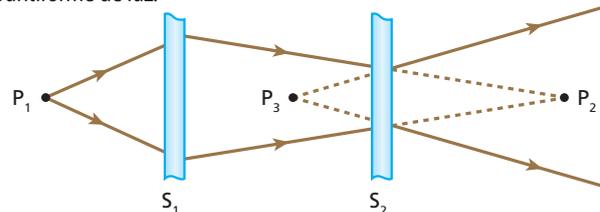
38 (Puccamp-SP) Num quarto absolutamente escuro, existem:  
 1. uma fonte de luz intensa, cujo feixe tem seção constante de 5 mm de diâmetro;  
 2. um espelho plano;  
 3. um anteparo branco não-polido;  
 4. uma bola de futebol usada.

Ao se acender a fonte, a maneira de obter uma visão da superfície da bola (superfície essa de maior área) é dirigir o feixe de luz colimado:

- a) para o anteparo e iluminar a bola com a luz difundida.
- b) para o espelho em incidência rasante e iluminar a bola com a luz refletida.
- c) para o espelho sob ângulo de  $60^\circ$  e iluminar a bola com a luz refletida.
- d) para o espelho sob ângulo de incidência de  $30^\circ$  e iluminar a bola com a luz refletida.
- e) diretamente para a bola.

**Resposta: a**

39 Na figura seguinte,  $S_1$  e  $S_2$  são sistemas ópticos e  $P_1$  é uma fonte puntiforme de luz:



Com base nessa situação, responda:

- a) O que representa  $P_1$  em relação a  $S_1$ ?
- b) O que representa  $P_2$  em relação a  $S_1$ ? E em relação a  $S_2$ ?
- c) O que representa  $P_3$  em relação a  $S_2$ ?

**Respostas: a) Ponto objeto real; b) Ponto imagem real e ponto objeto virtual; c) Ponto imagem virtual**

40 (UFF-RJ) O telescópio refletor *Hubble* foi colocado em órbita terrestre, de modo que, livre das distorções provocadas pela atmosfera, tem obtido imagens espetaculares do universo. O *Hubble* é constituído por dois espelhos esféricos.

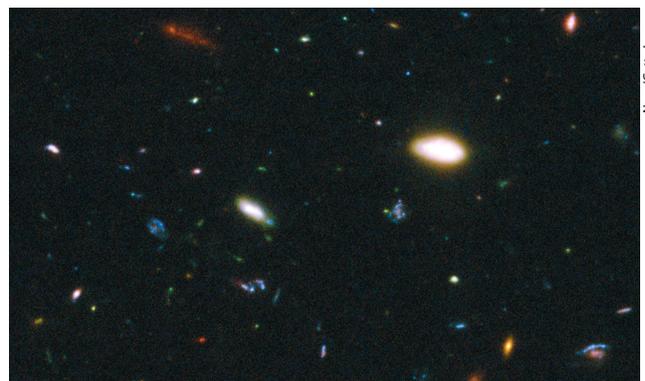
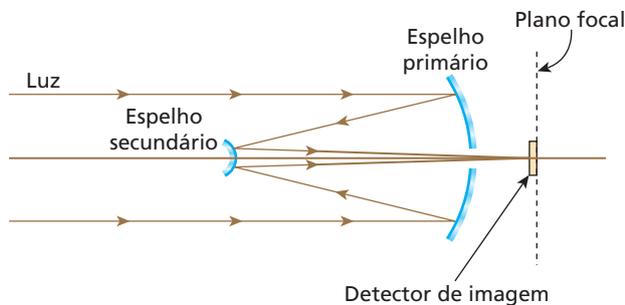


Imagem obtida pelo telescópio Hubble.

O espelho primário é côncavo e coleta os raios luminosos oriundos de objetos muito distantes, refletindo-os em direção a um espelho secundário, convexo, bem menor que o primeiro. O espelho secundário, então, reflete a luz na direção do espelho principal, de modo que esta, passando por um orifício em seu centro, é focalizada em uma pequena região onde se encontram os detectores de imagem.



Com relação a esse sistema óptico, pode-se afirmar que a imagem que seria formada pelo espelho primário é:

- virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
- real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser virtual.
- virtual e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
- real e funciona como objeto virtual para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.
- real e funciona como objeto real para o espelho secundário, já que a imagem final tem de ser real.

**Resolução:**

A imagem produzida pelo espelho primário é real e funciona como objeto virtual em relação ao espelho secundário. Este, por sua vez, produz uma imagem real projetada no “detector de imagens”.

**Resposta: d**

**41** Considere as proposições seguintes:

- Uma imagem real pode ser projetada em um anteparo.
- Uma imagem virtual pode ser projetada em um anteparo.
- Qualquer ponto que se comporta como imagem real pode ser projetado em um anteparo.
- Para que uma imagem real seja visada por um observador, ela deve estar, necessariamente, projetada em um anteparo.

É (são) correta(s):

- todas;
- somente I;
- somente II;
- somente I e III;
- somente I, III e IV.

**Resposta: b**

**42** Considere as proposições:

- Um meio perfeitamente homogêneo e transparente é invisível para um observador no seu interior.
- Um observador cujo globo ocular não intercepta um estreito pincel de luz que se propaga no vácuo não vê o pincel.
- A água do mar, considerada em grandes quantidades, é um meio homogêneo e transparente.

O que você conclui?

- Todas são corretas.
- Todas são erradas.
- Somente I é correta.
- Somente I e II são corretas.
- Somente III é correta.

**Resposta: d**

**43** Os raios solares incidem sobre uma pessoa de 1,60 m de altura. Sua sombra projetada sobre um piso horizontal tem 2,40 m de comprimento. Um poste vertical situado próximo à pessoa também tem sua sombra projetada sobre o piso. Algumas horas mais tarde, a sombra da pessoa apresenta 2,00 m de comprimento, enquanto a sombra do poste tem 2,50 m a menos de comprimento que a anterior. Qual a altura do poste?

**Resolução:**

1º caso:  $\frac{H}{S} = \frac{1,60}{2,40} \Rightarrow S = 1,5 H$  (I)

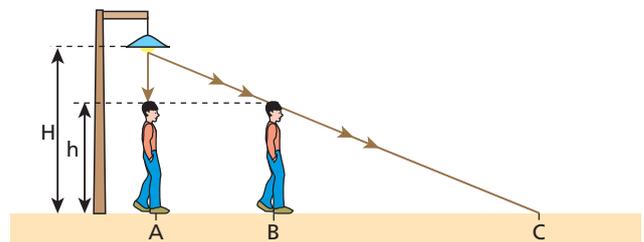
2º caso:  $\frac{H}{S - 2,50} = \frac{1,60}{2,00}$  (II)

(I) em (II):

$\frac{H}{1,5 H - 2,5} = \frac{1,60}{2,00} \Rightarrow 2,00 H = 2,40 H - 4,00 \Rightarrow H = 10,0 \text{ m}$

**Resposta: 10,0 m**

**44** Na situação esquematizada a seguir, um homem de altura  $h$ , em movimento para a direita, passa pelo ponto **A**, da vertical baixada de uma lâmpada fixa num poste a uma altura  $H$  em relação ao solo, e dirige-se para o ponto **B**.



Sabendo que, enquanto o homem se desloca de **A** até **B** com velocidade média de intensidade  $V$ , a sombra de sua cabeça projetada sobre o solo horizontal se desloca de **A** até **C** com velocidade média de intensidade  $V'$ , calcule  $V'$  em função de  $h$ ,  $H$  e  $V$ .

**Resolução:**

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{H}{H - h} \Rightarrow$  Sendo:  $\overline{AC} = v' \Delta t$  e  $\overline{AB} = v \Delta t$

Temos:  $\frac{v' \Delta t}{v \Delta t} = \frac{H}{H - h} \Rightarrow v' = \frac{H}{H - h} v$

**Resposta:  $v' = \frac{H}{H - h} v$**

**45** (Fatec-SP) Uma placa retangular de madeira tem dimensões 40 cm  $\times$  25 cm. Através de um fio que passa pelo seu baricentro, ela é presa ao teto de uma sala, permanecendo horizontalmente a 2,0 m do assoalho e a 1,0 m do teto. Bem junto ao fio, no teto, há uma lâmpada cujo filamento tem dimensões desprezíveis.

A área da sombra projetada pela placa no assoalho vale, em metros quadrados:

- 0,90.
- 0,40.
- 0,30.
- 0,20.
- 0,10.

**Resolução:**

Semelhança de triângulos

$$\frac{L}{3,0} = \frac{\lambda}{1,0} \Rightarrow L = 3,0\lambda$$

As dimensões lineares da sombra projetada no assoalho são o triplo das dimensões lineares da placa. Logo:

$$A' = 3 \cdot 40 \text{ cm} \times 3 \cdot 25 \text{ cm}$$

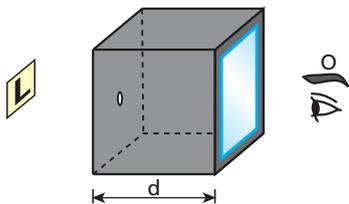
$$A' = 120 \text{ cm} \times 75 \text{ cm}$$

$$A' = 9000 \text{ cm}^2$$

ou  $A' = 0,90 \text{ m}^2$

**Resposta: a**

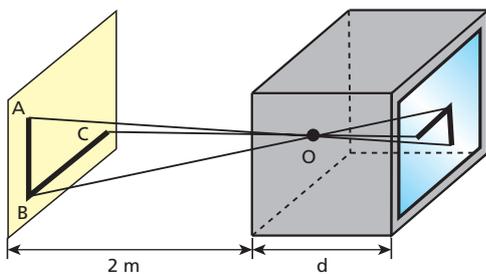
**46** (Fuvest-SP) Um aparelho fotográfico rudimentar é constituído de uma câmara escura com um orifício em uma face e um anteparo de vidro fosco na face oposta. Um objeto luminoso em forma de **L** encontra-se a 2,0 m do orifício e sua imagem no anteparo é 5 vezes menor que seu tamanho natural:



- Que imagem é vista pelo observador **O** indicado na figura? Esquematize.
- Determine a largura **d** da câmara.

**Resolução:**

a)



A imagem projetada é invertida, tanto longitudinal como transversal.



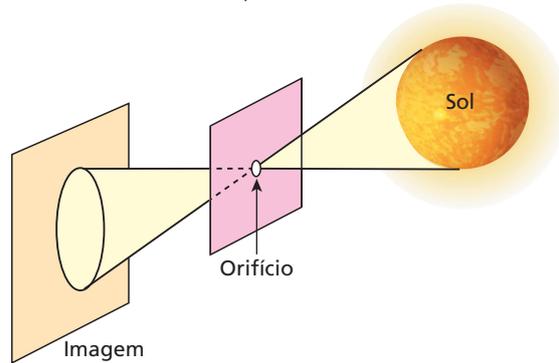
b) Semelhança de triângulos

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{2}{d} \Rightarrow 5 = \frac{2}{d} \Rightarrow d = \frac{2}{5} \text{ m} \Rightarrow \boxed{d = 0,4 \text{ m}}$$

**Respostas: a)** **b) 0,4 m**

**47** (FEI-SP) Um dos métodos para medir o diâmetro do Sol consiste em determinar o diâmetro de sua imagem nítida, produzida sobre um anteparo, por um orifício pequeno feito em um cartão paralelo a este anteparo, conforme ilustra a figura fora de escala a seguir. Em um experimento realizado por esse método, foram obtidos os seguintes dados:

- Diâmetro da imagem = 9 mm
- Distância do orifício até a imagem = 1,0 m
- Distância do Sol à Terra =  $1,5 \cdot 10^{11}$  m



Qual é aproximadamente o diâmetro do Sol medido por esse método?

- $1,5 \cdot 10^8$  m
- $1,35 \cdot 10^9$  m
- $2,7 \cdot 10^8$  m
- $1,35 \cdot 10^8$  m
- $1,5 \cdot 10^9$  m

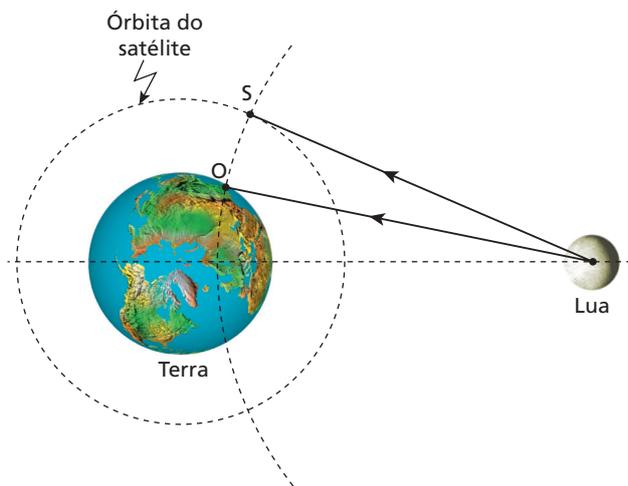
**Resolução:**

$$\frac{D}{9} = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{1,0} \Rightarrow D = 1,35 \cdot 10^{12} \text{ mm}$$

ou  $D = 1,35 \cdot 10^9 \text{ m}$

**Resposta: b**

**48** Com seu telescópio, um astrônomo visa a Lua para observar a decolagem de um módulo lunar. Ao mesmo tempo, seu assistente observa o fenômeno pela televisão, que faz uma transmissão via satélite. No instante da decolagem, o satélite **S** e o observatório **O** (onde estão o astrônomo e seu assistente) acham-se sobre uma mesma circunferência, que tem centro na Lua, conforme mostra o esquema a seguir (fora de escala e em cores-fantasia). A distância **OS** vale  $6,0 \cdot 10^4$  km.



O astrônomo e seu assistente cronometram o instante em que aparecem as chamas do foguete do módulo lunar. Adotando-se para as ondas eletromagnéticas a velocidade  $3,0 \cdot 10^8$  m/s (no vácuo e na atmosfera terrestre), pode-se afirmar que o assistente vê o fenômeno:

- no mesmo instante que o astrônomo;
- 0,20 s antes do astrônomo;
- 0,20 s após o astrônomo;
- 2,0 s antes do astrônomo;
- 2,0 s após o astrônomo.

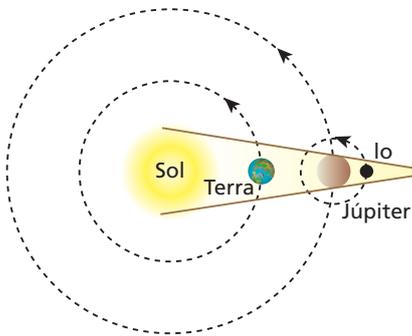
**Resolução:**

O assistente recebe a informação atrasada em relação ao astrônomo, já que o sinal de TV percorre, além da trajetória efetivada pela luz direta captada pelo astrônomo, o arco de circunferência SO.

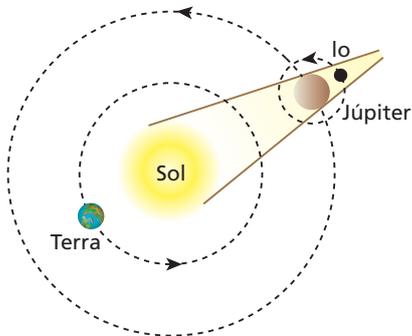
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{6,0 \cdot 10^7 \text{ m}}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} \Rightarrow \Delta t = 0,2 \text{ s}$$

**Resposta:** c

**49** Em 1676, o astrônomo dinamarquês Ole Christensen Rømer (1644-1710), estudando eclipses do satélite Io de Júpiter, obteve um valor bastante razoável para a velocidade da luz. Rømer observou o instante do início de dois eclipses do satélite – imersão de Io no cone de sombra de Júpiter: o primeiro, com a Terra em conjunção com Júpiter, e o segundo, com a Terra em oposição a Júpiter, conforme ilustram os esquemas fora de escala abaixo.



Representação esquemática da Terra e de Júpiter em conjunção.



Representação esquemática da Terra e de Júpiter em oposição.

Ele notou que, no segundo caso, a informação luminosa demorava um intervalo de tempo a mais para atingir a Terra que no primeiro caso. Então questionou: como poderia um fenômeno astronômico regular e previsível ter seu início retardado em função do local do espaço de onde era observado? A explicação dada pelo astrônomo foi a seguinte: com a Terra em oposição a Júpiter, a luz indicativa do início do eclipse teria de percorrer um distância maior – um segmento de reta adicional – para atingir a Terra, o que justificaria o atraso verificado. Essa distância seria o diâmetro da órbita terrestre. Realizando-se a medição da velocidade da luz pelo método Rømer com recursos atuais, determina-se um atraso de 16 min 34 s entre o início dos dois eclipses de Io. Sabendo-se que o raio médio da órbita terrestre em torno do Sol é igual a 149 milhões de quilômetros, responda:

- Os eclipses, de um modo geral, confirmam que princípio da Óptica Geométrica?
- Que valor se obtém modernamente para a velocidade da luz pelo método de Rømer?

**Resolução:**

- Princípio da Propagação Retilínea da Luz.
- $\Delta s = 2R \Rightarrow \Delta s = 2 \cdot 149 \cdot 10^6 \text{ km} = 2,98 \cdot 10^8 \text{ km}$   
 $\Delta t = 16 \text{ min } 34 \text{ s} = 994 \text{ s}$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2,98 \cdot 10^8 \text{ km}}{994 \text{ s}}$$

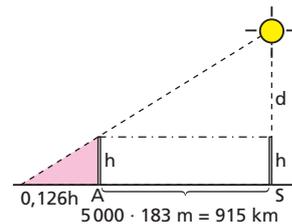
Donde:  $v \approx 2,99 \cdot 10^5 \text{ km/s}$

**Respostas:** a) Princípio da Propagação Retilínea da Luz; b)  $2,99 \cdot 10^5 \text{ km/s}$

**50** A primeira medição da distância entre a Terra e o Sol foi realizada pelo filósofo grego Anaxágoras, cerca de quatro séculos antes de Cristo. Ele não conhecia o paralelismo dos raios solares que atingem nosso planeta, porém sabia que estacas verticais cravadas no solo não projetavam sombra em Siena, mas projetavam sombra em Alexandria, ao meio-dia do solstício de verão – 21 de junho, no hemisfério Norte. Anaxágoras considerava a Terra plana e sabia que a distância de Siena a Alexandria era de 5 000 *stadia* (1 *stadium* = 183 metros, Egito). Sendo *h* a altura da estaca, a medida de sua sombra em Alexandria era de 0,126 *h*. Determine, em quilômetros, a distância entre a Terra e o Sol (na realidade, de Siena ao Sol) obtida por Anaxágoras. Analise o resultado, comparando-o com a medida atual.

**Resolução:**

Semelhança de triângulos e sendo *h* desprezível em comparação a *d*, temos:



$$\frac{d+h}{h} = \frac{915+0,126h}{0,126h}$$

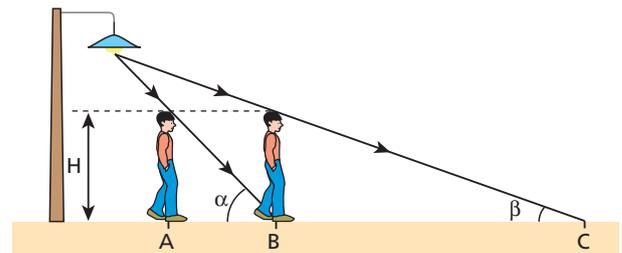
$$0,126d + 0,126h = 915 + 0,126h$$

Sendo *h* desprezível em comparação com *d*, concluímos que:

$d \approx 7261,9 \text{ km}$

**Resposta:** O valor atual admitido para a distância da Terra ao Sol é de 150 000 000 km, aproximadamente.

**51** A figura a seguir representa um homem de altura *H* que vai do ponto *A* ao ponto *B* em movimento retilíneo. Durante o mesmo intervalo de tempo, a sombra de sua cabeça, projetada no solo horizontal, vai do ponto *B* ao ponto *C*:



Conhecendo os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  ( $\alpha = 60^\circ$  e  $\beta = 30^\circ$ ), determine a relação entre as velocidades escalares médias da sombra ( $v_s$ ) e do homem ( $v_h$ ).

**Resolução:**

Sendo  $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ , temos: **para a sombra:**  $v_s = \frac{\overline{BC}}{\Delta t}$  (I)

**para o homem:**  $v_h = \frac{\overline{AB}}{\Delta t}$  (II)

Dividindo (I) por (II), membro a membro, vem:

$$\frac{v_s}{v_h} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \frac{\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_s}{v_h} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad \text{(III)}$$

Temos que:  $\text{tg } \alpha = \frac{H}{\overline{AB}}$  e  $\text{tg } \beta = \frac{H}{\overline{BC}}$

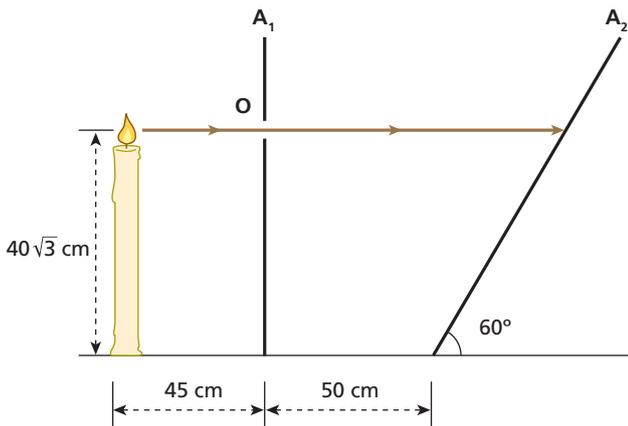
Assim:  $\frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{H}{\overline{AB}} \frac{\overline{BC}}{H} \Rightarrow \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$  (IV)

De (III) em (IV), vem:

$$\frac{v_s}{v_h} = \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \beta} = \frac{\text{tg } 60^\circ}{\text{tg } 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_s}{v_h} = 3}$$

**Resposta:**  $\frac{v_s}{v_h} = 3$

**52** Uma vela acesa, de comprimento inicial  $40\sqrt{3}$  cm, está a 45 cm de um anteparo opaco  $A_1$  dotado de um pequeno orifício  $O$ , situado no mesmo nível da posição inicial da chama pontual da vela. O experimento é realizado no interior de um laboratório escurecido de modo que um estreito feixe luminoso proveniente da vela atravessa  $O$  indo incidir em um outro anteparo  $A_2$ , inclinado de  $60^\circ$  em relação à horizontal e apoiado a 50 cm de  $A_1$ , conforme ilustra a figura.

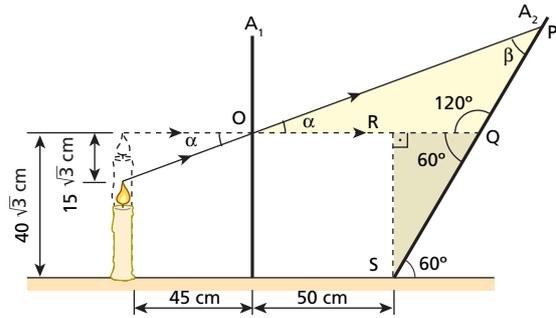


Tendo-se verificado que, decorridas 2,0 h da situação inicial, o comprimento da vela reduziu-se de  $15\sqrt{3}$  cm, pode-se afirmar que a velocidade escalar média com que o feixe luminoso projetado em  $A_2$  percorreu esse anteparo foi, em cm/min, igual a:

- a) 0,25;
- b) 0,50;
- c) 0,75;
- d) 1,00;
- e) 1,50.

**Resolução:**

No esquema abaixo, representamos a vela, decorridas 2 horas da situação inicial:



(I) Cálculo do ângulo  $\alpha$ :

$$\text{tg } \alpha = \frac{15\sqrt{3}}{45} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha = 30^\circ}$$

(II) Cálculo do ângulo  $\beta$ :

$$\beta + \alpha + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \boxed{\beta = 30^\circ}$$

Portanto, o triângulo  $OPQ$  é isósceles.

(III) Cálculo do deslocamento  $\overline{QP}$  do feixe luminoso projetado  $A_2$ : Triângulo  $QRS$

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\overline{RS}}{\overline{QR}} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{40\sqrt{3}}{\overline{OQ} - 50} \Rightarrow \overline{OQ} - 50 = 40 \Rightarrow \boxed{\overline{OQ} = 90 \text{ cm}}$$

Mas  $\overline{QP} = \overline{OQ}$ ; logo  $\boxed{\overline{QP} = 90 \text{ cm}}$

(IV) Cálculo da velocidade escalar média:

$$v = \frac{\overline{QP}}{\Delta t} = \frac{90 \text{ cm}}{120 \text{ min}} \Rightarrow \boxed{v = 0,75 \text{ cm/min}}$$

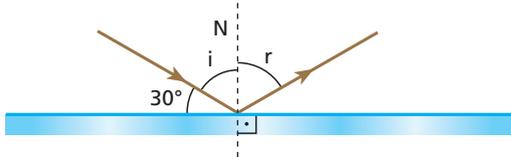
**Resposta:** c

## Tópico 2

**1 E.R.** Um raio luminoso incide sobre um espelho plano formando um ângulo de  $30^\circ$  com sua superfície refletora. Qual o ângulo formado entre os raios incidente e refletido?

**Resolução:**

A figura a seguir ilustra a situação proposta:



O ângulo procurado é  $\alpha$ , dado por:  $\alpha = i + r$ .

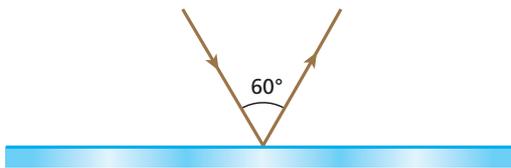
Porém, conforme a **2ª Lei da Reflexão**,  $r = i$  (o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência). Logo:

$$\alpha = i + i \Rightarrow \alpha = 2i$$

Observando que  $30^\circ + i = 90^\circ$ , temos:  $i = 60^\circ$

Portanto:  $\alpha = 2 \cdot 60^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$

**2** O esquema representa a reflexão de um raio luminoso em um espelho plano:

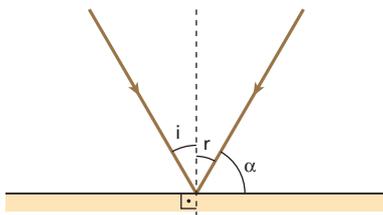


Determine:

- a) o ângulo de incidência da luz;
- b) o ângulo formado entre o raio refletido e o espelho.

**Resolução:**

a)



$$i + r = 60^\circ$$

$$2^\text{a Lei da Reflexão: } r = i$$

$$i + i = 60^\circ \Rightarrow 2i = 60^\circ$$

$$i = 30^\circ$$

b)  $r + \alpha = 90^\circ$

$$i + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 30^\circ + \alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

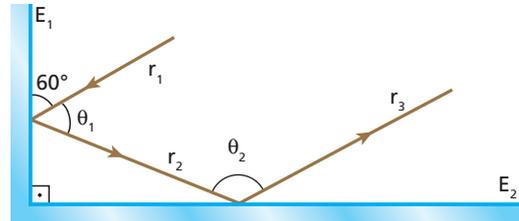
**Respostas:** a)  $30^\circ$ ; b)  $60^\circ$

**3** (Esam-RN) Na figura a seguir, considere:

$E_1$  – espelho plano vertical

$E_2$  – espelho plano horizontal

$r_1, r_2$  e  $r_3$  – segmentos de um raio luminoso que incide sucessivamente em  $E_1$  e  $E_2$



Nas condições indicadas, quanto valem, respectivamente, os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ ?

**Resolução:**

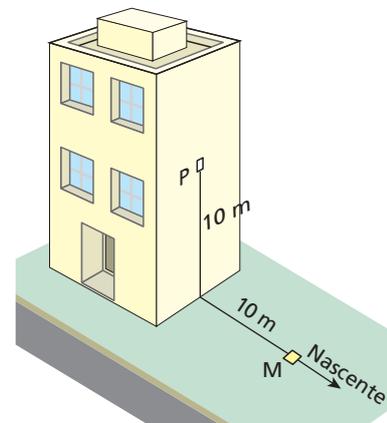
$$\theta_1 + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta_1 = 60^\circ$$

$$\theta_2 + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \theta_2 = 120^\circ$$

É interessante chamar a atenção para o fato de que, sendo  $E_1$  e  $E_2$  perpendiculares,  $r_3$  é paralelo a  $r_1$ .

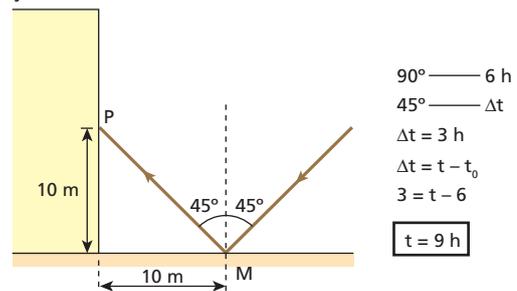
**Respostas:**  $\theta_1 = 60^\circ$  e  $\theta_2 = 120^\circ$

**4** Observe a figura:



Em um dia de céu claro, o Sol estava no horizonte ( $0^\circ$ ) às 6 h da manhã. Às 12 h, ele se encontrava no zênite ( $90^\circ$ ). A que horas a luz solar, refletida no espelhinho plano  $M$  deitado sobre o solo, atingiu o ponto  $P$ ?

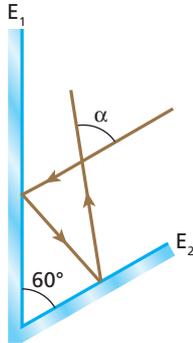
**Resolução:**



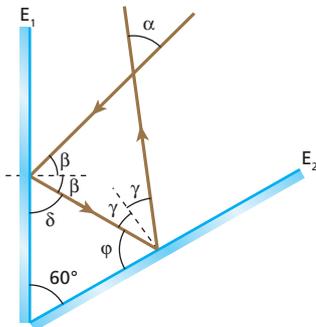
$$\begin{aligned} 90^\circ & \text{--- } 6 \text{ h} \\ 45^\circ & \text{--- } \Delta t \\ \Delta t & = 3 \text{ h} \\ \Delta t & = t - t_0 \\ 3 & = t - 6 \\ \mathbf{t} & = 9 \text{ h} \end{aligned}$$

**Resposta:** 9 h

**5** Dois espelhos planos formam entre si um ângulo de  $60^\circ$ . Um raio de luz monocromática incide no espelho  $E_1$ , reflete-se, incide no espelho  $E_2$ , reflete-se e emerge do sistema conforme ilustra a figura. Qual o valor do ângulo  $\alpha$ ? O valor de  $\alpha$  depende do ângulo de incidência da luz em  $E_1$ ?



**Resolução:**



$$2\beta + 2\gamma + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 2(\beta + \gamma) + \alpha = 180^\circ \quad (I)$$

$$\beta + \delta = 90^\circ \Rightarrow \delta = 90^\circ - \beta \quad (II)$$

$$\gamma + \phi = 90^\circ \Rightarrow \phi = 90^\circ - \gamma \quad (III)$$

$$\delta + \phi + 60^\circ = 180^\circ \quad (IV)$$

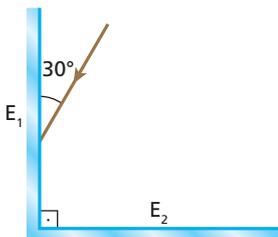
(II) e (III) em (IV):  
 $90^\circ - \beta + 90^\circ - \gamma + 60^\circ = 180^\circ$   
 $\beta + \gamma = 60^\circ \quad (V)$

(V) em (I):  $2 \cdot 60^\circ + \alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - 120^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$

O valor de  $\alpha$  depende do valor de  $\beta$ .

**Respostas:**  $\alpha = 60^\circ$  e O valor de  $\alpha$  independe do valor de  $\beta$ .

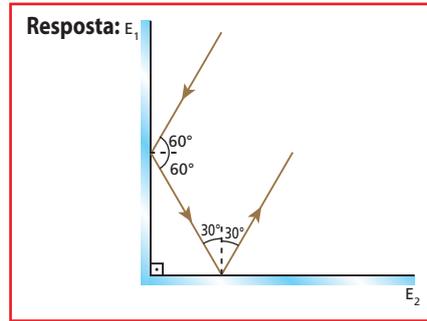
**6** Na figura, os espelhos planos  $E_1$  e  $E_2$  são perpendiculares. Um raio luminoso incide no espelho  $E_1$  formando  $30^\circ$  com a superfície refletora, conforme está indicado:



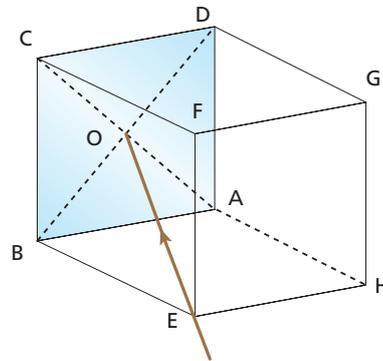
Copie a figura em seu caderno e represente a trajetória da luz até que esta deixe o sistema de espelhos.

**Resolução:**

Comentar que, sendo os espelhos perpendiculares, o raio emergente do sistema é paralelo ao raio incidente.



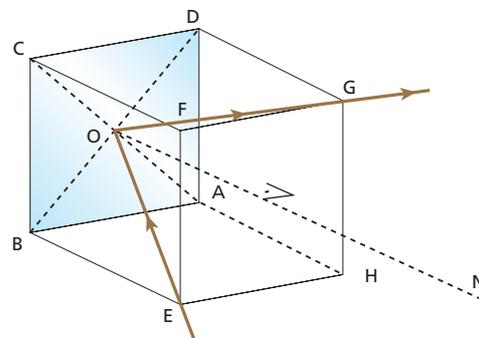
**7** Considere a caixa cúbica representada abaixo, em que a face ABCD é espelhada, de tal modo que a superfície refletora seja voltada para dentro da caixa. Suponha que um raio luminoso penetre na caixa pelo vértice E e incida no ponto O, centro do espelho.



Você poderá, então, afirmar que o correspondente raio refletido sairá da caixa pelo vértice:

- a) C;
- b) G;
- c) F;
- d) H;
- e) A.

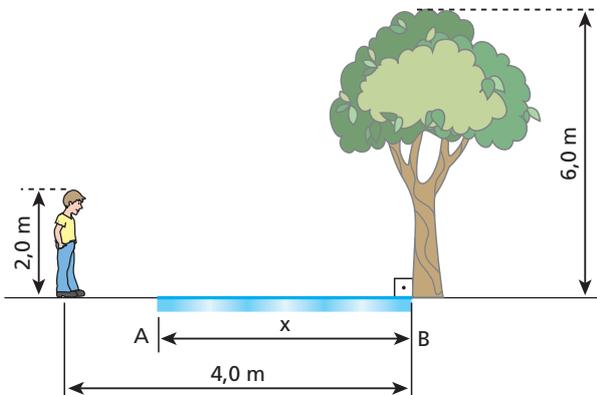
**Resolução:**



Pela 1ª Lei da Reflexão, o raio incidente, o raio refletido e a reta normal no ponto de incidência devem ser coplanares.

**Resposta:** b

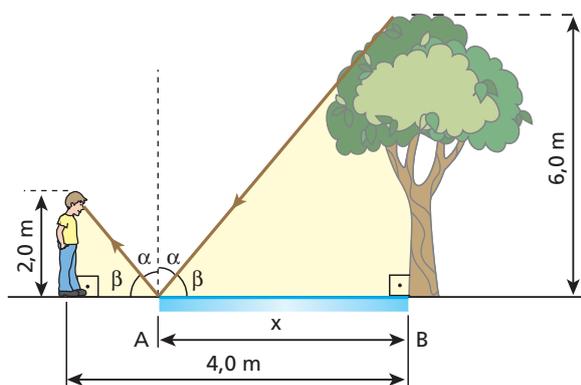
**8 E.R.** No esquema, o observador deseja visar a imagem da árvore por meio do espelho plano **AB** deitado sobre o solo:



Qual deve ser o menor comprimento **x** do espelho para que o observador veja a imagem completa da árvore, isto é, do topo até o pé?

**Resolução:**

Se o comprimento **x** do espelho é o menor possível, para que o observador veja a imagem completa da árvore, um raio de luz proveniente do seu topo deve refletir-se na borda esquerda do espelho e atingir o olho do observador, conforme o esquema a seguir.



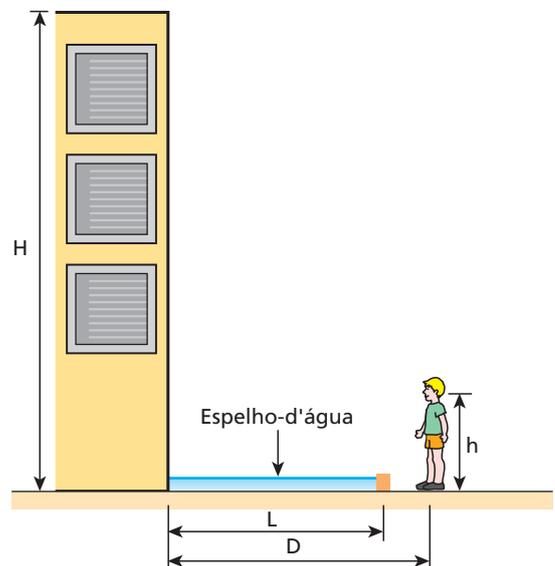
Os triângulos retângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{x}{4,0 - x} = \frac{6}{2,0} \Rightarrow x = 3,0(4,0 - x)$$

$$x = 12 - 3,0x \Rightarrow 4,0x = 12$$

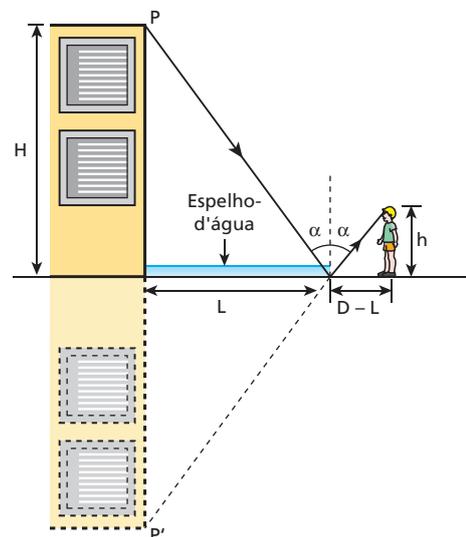
$$x = 3,0 \text{ m}$$

**9** Um garoto, cujo globo ocular está a uma altura **h** em relação ao solo, observa que a imagem completa de um prédio de altura **H**, situado a uma distância **D** da vertical do seu corpo, abrange toda a extensão **L** de um espelho-d'água existente defronte do prédio.



Sabendo que  $h = 1,5 \text{ m}$ ,  $L = 3,2 \text{ m}$  e  $D = 3,6 \text{ m}$ , calcule o valor de **H**.

**Resolução:**

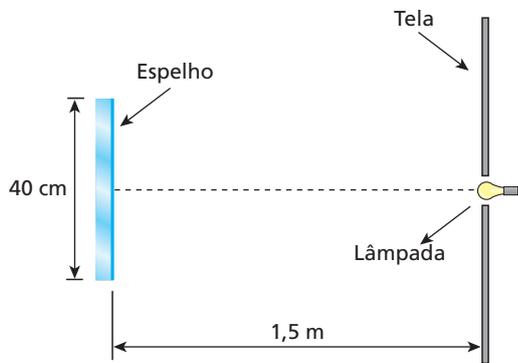


Por semelhança de triângulos:

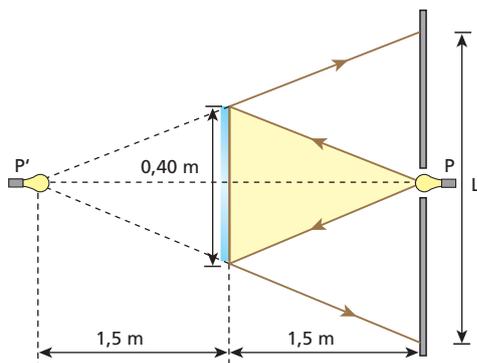
$$\frac{H}{h} = \frac{L}{D - L} \Rightarrow \frac{H}{1,5} = \frac{3,2}{0,40} \Rightarrow H = 12 \text{ m}$$

**Resposta:** 12 m

**10** Uma tela opaca de grandes dimensões apresenta um pequeno furo onde está instalada uma lâmpada pontual de grande potência. Um espelho plano quadrado de lado igual a 40 cm é fixado paralelamente à tela, a 1,5 m de distância em relação a ela, conforme representa a figura. Desconsiderando a existência de outras fontes de luz no local do experimento, determine, em metros quadrados, a área iluminada na tela.



**Resolução:**

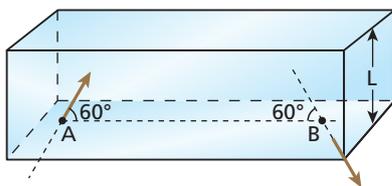


$$\frac{L}{0,40} = \frac{3,0}{1,5} \Rightarrow L = 0,80 \text{ m}$$

$$A = L^2 = (0,80 \text{ m})^2 \Rightarrow A = 0,64 \text{ m}^2$$

**Resposta:** 0,64 m<sup>2</sup>

**11** (Fuvest-SP) Um feixe de luz entra em uma caixa retangular de altura  $L$ , espelhada internamente, através de uma abertura  $A$ . O feixe, após sofrer 5 reflexões, sai da caixa por um orifício  $B$  depois de decorrido  $1,0 \cdot 10^{-8}$  segundo.

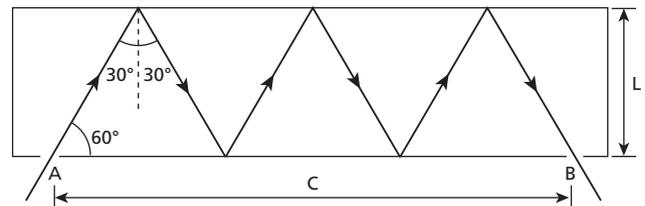


Os ângulos formados pela direção do feixe e o segmento  $AB$  estão indicados na figura.

- Calcule o comprimento do segmento  $AB$ . **Dado:**  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- O que acontece com o número de reflexões e com o tempo entre a entrada e a saída do feixe se diminuirmos a altura da caixa  $L$  pela metade?

**Resolução:**

a)

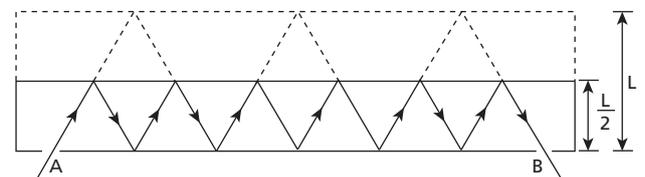


Seja  $x$  o comprimento dos lados dos triângulos equiláteros da figura, temos:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow c = \frac{6x}{\Delta t} \Rightarrow x = \frac{c\Delta t}{6} \Rightarrow x = \frac{3,0 \cdot 10^8 \cdot 1,0 \cdot 10^{-8}}{6} = \frac{3}{6} \text{ m}$$

$$x = 0,5 \text{ m}$$

b)



O tempo não se altera, pois a distância percorrida pela luz é a mesma. Já o número de reflexões aumenta, passando de 5 para 11 (ver figura).

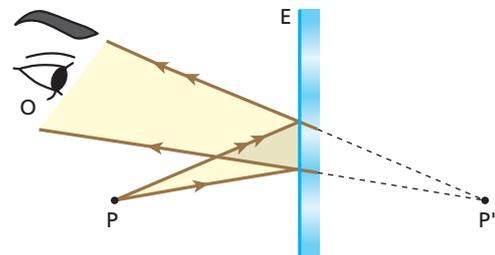
**Respostas:** a) 1,5 m; b) O tempo não se altera e o número de reflexões passa de 5 para 11.

**12** A imagem fornecida por um espelho plano será:

- real, se o objeto for real;
- virtual, se o objeto for virtual;
- virtual, se o objeto for real, e real, se o objeto for virtual;
- sempre virtual;
- sempre real.

**Resposta:** c

**13** Considere o esquema seguinte, no qual  $P$  é um ponto luminoso,  $E$  é um espelho plano e  $O$  é o olho de um observador:



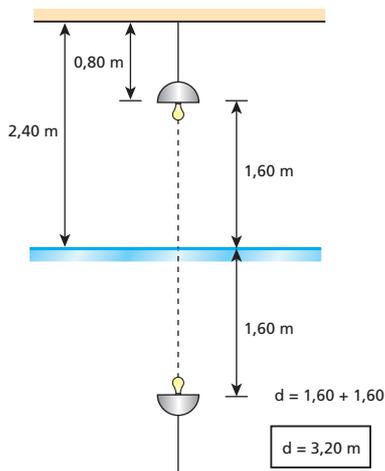
É correto afirmar que:

- em relação a  $E$ ,  $P'$  é imagem real;
- em relação a  $E$ ,  $P'$  é imagem imprópria;
- em relação a  $O$ ,  $P'$  é imagem real;
- em relação a  $O$ ,  $P'$  é imagem virtual;
- em relação a  $O$ ,  $P'$  se comporta como objeto real.

**Resposta:** e

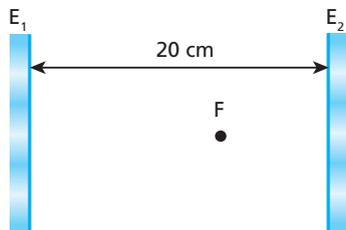
- 14** (Ufal) Um espelho plano está no piso horizontal de uma sala com o lado espelhado voltado para cima. O teto da sala está a 2,40 m de altura e uma lâmpada está a 80 cm do teto. Com esses dados, pode-se concluir que a distância entre a lâmpada e sua imagem formada pelo espelho plano é, em metros, igual a:
- a) 1,20.    b) 1,60.    c) 2,40.    d) 3,20.    e) 4,80.

**Resolução:**



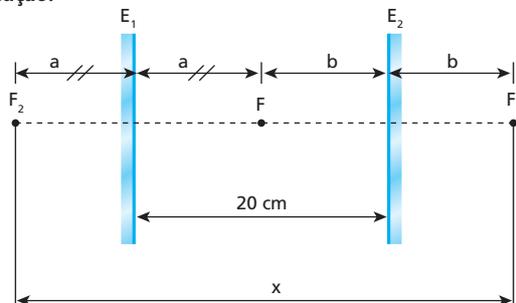
**Resposta:** d

- 15** (UFF-RJ) Dois espelhos planos paralelos,  $E_1$  e  $E_2$ , estão frente a frente separados pela distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa  $F$ , de pequenas dimensões, na posição indicada na figura:



- a) Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho  $E_1$  e a primeira imagem fornecida pelo espelho  $E_2$ .  
 b) A distância calculada no item **a** depende da posição de  $F$  em relação a  $E_1$  e  $E_2$ ?

**Resolução:**



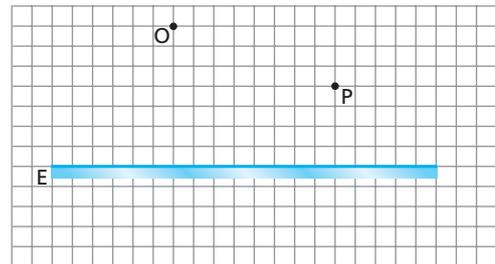
a)  $x = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$

$x = 2 \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$

- b)  $x$  independe da posição de  $F$  em relação a  $E_1$  e  $E_2$ .

**Respostas:** a) 40 cm; b) não depende.

- 16 E.R.** No esquema da figura,  $P$  é um ponto luminoso,  $E$  é um espelho plano e  $O$  é o olho de um observador:



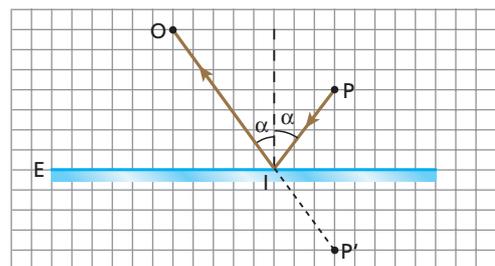
Trace o caminho óptico da luz, que, partindo de  $P$ , sofre reflexão em  $E$  e atinge  $O$ .

**Resolução:**

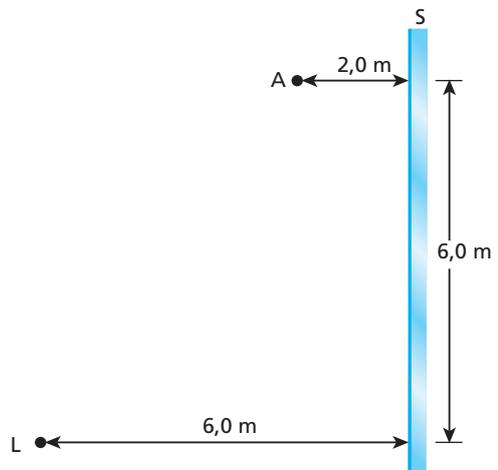
Traçado do raio refletido:

Determina-se, por simetria, a imagem  $P'$ , que o espelho conjuga a  $P$ . A partir de  $P'$ , traça-se a reta  $P'O$ . O cruzamento dessa reta com o espelho define o ponto de incidência  $I$ , e o raio refletido corresponde ao segmento  $IO$ .

O raio incidente correspondente ao segmento  $PI$ .



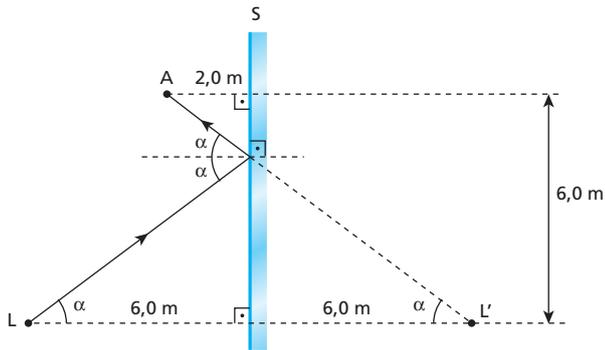
- 17** (Fuvest-SP) A figura representa um objeto  $A$ , colocado a uma distância de 2,0 m de um espelho plano  $S$ , e uma lâmpada  $L$ , colocada à distância de 6,0 m do espelho:



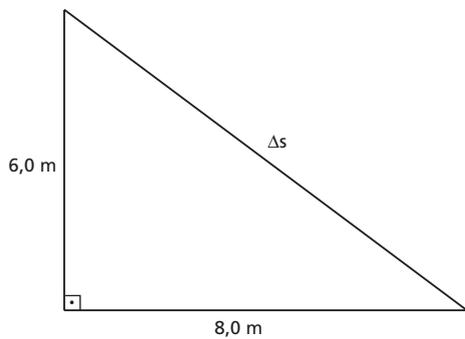
- a) Copie a figura e desenhe o raio emitido por  $L$  e refletido por  $S$  que atinge  $A$ . Explique a construção.  
 b) Calcule a distância percorrida por esse raio.

**Resolução:**

a)



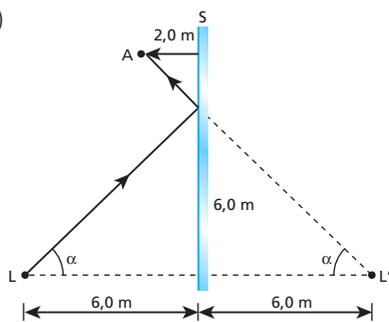
b)



Pitágoras:  $\Delta s^2 = (6,0)^2 + (8,0)^2$

$\Delta s = 10 \text{ m}$

**Respostas:** a)



b) 10 m

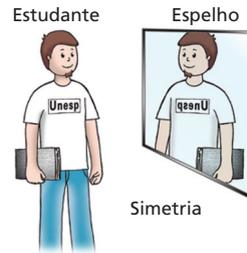
**18** (Unesp-SP) Um estudante veste uma camiseta em cujo peito se lê a inscrição seguinte:

**UNESP**

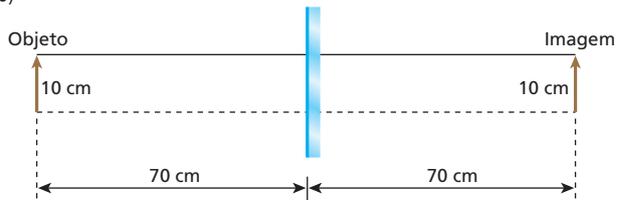
- a) De que forma a imagem dessa inscrição aparece para o estudante quando ele se encontra frente a um espelho plano?
- b) Suponha que a inscrição esteja a 70 cm do espelho e que cada letra da camiseta tenha 10 cm de altura. Qual a distância entre a inscrição e sua imagem? Qual a altura de cada letra da imagem?

**Resolução:**

a)



b)

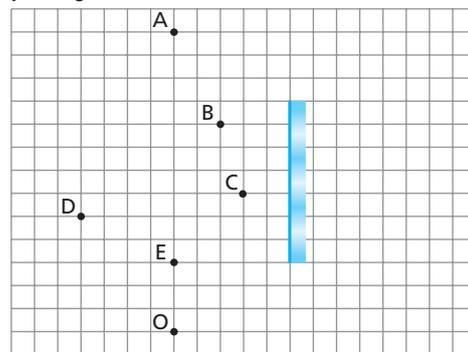


$d = 70 + 70 \text{ (cm)}$

$d = 140 \text{ cm}$

**Respostas:** a) 9231U; b) 140 cm; 10 cm

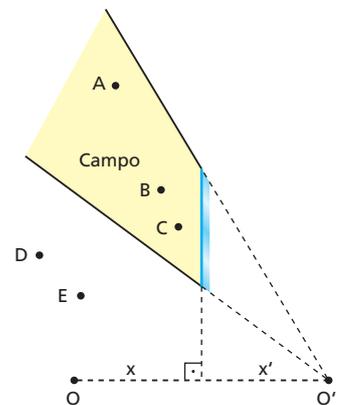
**19** O esquema representa um espelho plano diante do qual se encontram cinco objetos luminosos: **A, B, C, D** e **E**. O ponto **O** corresponde à posição do globo ocular de um observador.



Que ponto (ou pontos) o observador **não poderá** ver pela reflexão da luz no espelho?

**Resolução:**

O observador não poderá vislumbrar os pontos **D** e **E** nem seu próprio olho, pois eles estão fora do campo visual do espelho para a posição do observador.



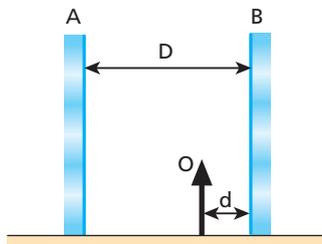
**Resposta:** Ele não poderá ver os pontos **D** e **E**, da mesma maneira que não verá a imagem do seu olho.

**20** (UFPR) Um espelho plano fornece, de um dado objeto em relação ao espelho, uma imagem real, projetável sobre um anteparo. Pode-se, então, afirmar, sobre o objeto e sobre o feixe incidente que o define, respectivamente, que:

- a) é real e divergente.
- b) é virtual e convergente.
- c) é virtual e divergente.
- d) é real e convergente.
- e) é real e paralelo.

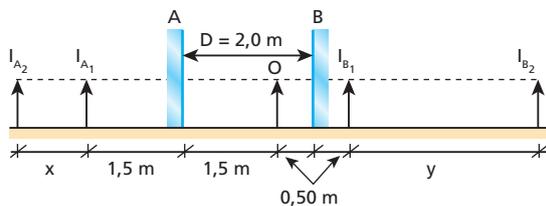
**Resposta:** b

**21** (UFPI) Dois espelhos planos, paralelos, um defronte ao outro, estão separados por uma distância  $D = 2,0$  m. O objeto  $O$  está situado entre eles, a uma distância  $d = 0,50$  m de  $B$  (veja a figura a seguir). A distância que separa as duas primeiras imagens formadas em  $A$  e a distância que separa as duas primeiras imagens formadas em  $B$  são, respectivamente:



- a) 0,50 m e 1,5 m.
- b) 1,5 m e 3,5 m.
- c) 2,0 m e 4,0 m.
- d) 1,0 m e 3,0 m.
- e) 2,0 m e 2,0 m.

**Resolução:**



$I_{A_2}$  é a imagem que  $A$  conjuga a  $I_{B_1}$ . Logo:

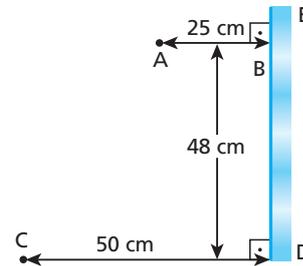
$$x = 2 \cdot 0,5 \Rightarrow \boxed{x = 1,0 \text{ m}}$$

$I_{B_2}$  é a imagem que  $B$  conjuga a  $I_{A_1}$ . Logo:

$$y = 2 \cdot 1,5 \Rightarrow \boxed{y = 3,0 \text{ m}}$$

**Resposta:** d

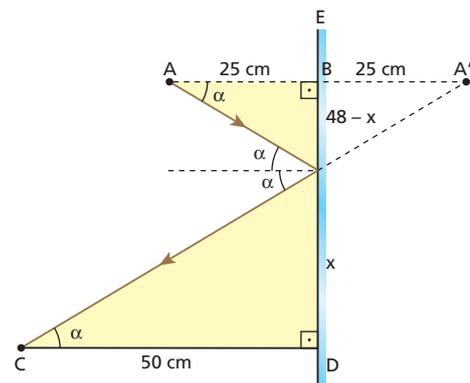
**22** (UEL-PR) A figura representa um espelho plano  $E$  vertical e dois segmentos de reta  $AB$  e  $CD$  perpendiculares ao espelho:



Supondo que um raio de luz parta de  $A$  e atinja  $C$  por reflexão no espelho, o ponto de incidência do raio de luz no espelho dista de  $D$ , em centímetros:

- a) 48.
- b) 40.
- c) 32.
- d) 24.
- e) 16.

**Resolução:**



Os triângulos destacados são semelhantes.

Logo:

$$\frac{x}{48 - x} = \frac{50}{25}$$

$$x = 2(48 - x)$$

$$x = 96 - 2x \Rightarrow 3x = 96 \Rightarrow \boxed{x = 32 \text{ cm}}$$

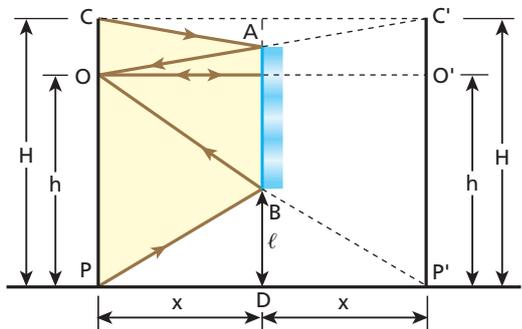
**Resposta:** c

**23 E.R.** Um observador de altura  $H$  deseja mirar-se de corpo inteiro, utilizando para tanto um espelho plano circular disposto verticalmente. Sendo  $h$  a altura de seus olhos em relação ao solo, plano e horizontal:

- a) calcule o mínimo diâmetro  $d$  que o espelho deve ter para que o observador realize seu intento;
- b) obtenha a distância  $\ell$  do extremo inferior do espelho ao solo;
- c) responda: as dimensões  $d$  e  $\ell$  dependem ou não da distância  $x$  do observador em relação ao espelho?

**Resolução:**

Nas condições do esquema seguinte, o observador CP consegue mirar-se de corpo inteiro, utilizando para isso o espelho plano com diâmetro mínimo:



Observe na figura:

- C = extremo superior da cabeça do observador
- O = olho do observador
- P = extremo inferior do pé do observador
- C', O' e P' = imagens de C, O e P, respectivamente, fornecidas pelo espelho
- AB = espelho (AB = d)

a) Os triângulos OAB e OC'P' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{d}{H} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{d = \frac{H}{2}}$$

O diâmetro mínimo do espelho deve corresponder à metade da altura do observador.

b) Os triângulos OPP' e BDP' são semelhantes. Por isso:

$$\frac{\ell}{h} = \frac{x}{2x} \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{h}{2}}$$

A distância do extremo inferior do espelho ao solo deve corresponder à metade da altura dos olhos do observador.

c) As dimensões **d** e **ℓ** independem de **x**, que foi cancelado nos cálculos.

**24** Um homem com 1,80 m de altura deseja mirar-se dos pés à cabeça em um espelho plano quadrado, disposto verticalmente e com sua base paralela ao solo. Sendo a altura de seus olhos ao solo igual a 1,70 m, calcule:

- a) a menor medida admissível para o lado do espelho, a fim de que o homem consiga seu objetivo;
- b) a distância da borda inferior do espelho ao solo, no caso de o homem estar se vendo no espelho de corpo inteiro.

**Resolução:**

a)  $d = \frac{H}{2} \Rightarrow d = \frac{1,80 \text{ m}}{2}$

$\boxed{d = 0,90 \text{ m} = 90 \text{ cm}}$

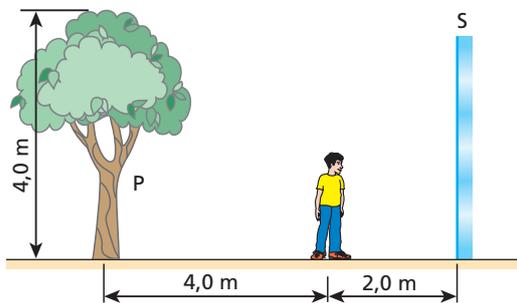
b)  $\ell = \frac{h}{2} \Rightarrow \ell = \frac{1,70}{2}$

$\boxed{\ell = 0,85 \text{ m} = 85 \text{ cm}}$

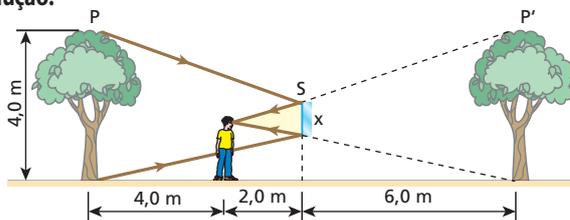
Ver maiores detalhes no **ER 23** do livro.

**Respostas:** a) 90 cm; b) 85 cm

**25** O esquema abaixo representa um homem de frente para um espelho plano **S**, vertical, e de costas para uma árvore **P**, de altura igual a 4,0 m. Qual deverá ser o comprimento mínimo do espelho para que o homem possa ver nele a imagem completa da árvore?



**Resolução:**

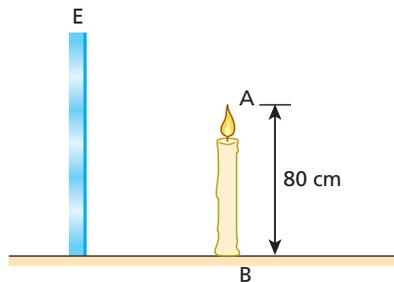


Semelhança de triângulos:

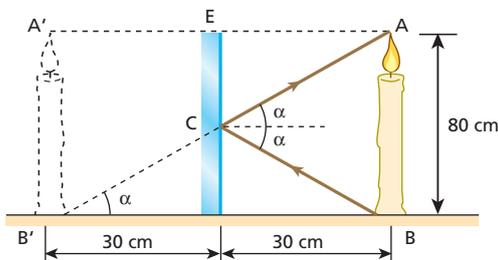
$$\frac{x}{2,0} = \frac{4,0}{8,0} \Rightarrow \boxed{x = 1,0 \text{ m}}$$

**Resposta:** 1,0 m

**26** (FEI-SP) Um objeto vertical AB, de altura  $\overline{AB} = 80 \text{ cm}$ , encontra-se diante de um espelho plano vertical **E**. Sabe-se que a imagem do ponto **B** se encontra a 30 cm do espelho. Um raio de luz, partindo do ponto **B**, encontra o espelho num ponto **C**, segundo um ângulo de incidência  $\alpha$ , e reflete-se passando pelo ponto **A**. Qual o valor de  $\text{sen } \alpha$ ?



**Resolução:**

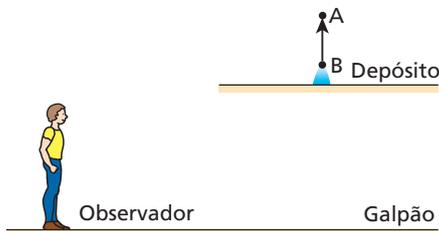


Teorema de Pitágoras  
 $(\overline{AB'})^2 = 80^2 + 60^2 \Rightarrow \overline{AB'} = 100 \text{ cm}$

$$\text{sen } \alpha = \frac{80}{100} \Rightarrow \boxed{\text{sen } \alpha = 0,80}$$

**Resposta:**  $\text{sen } \alpha = 0,80$

**27 E.R.** Numa fábrica, um galpão tem o teto parcialmente rebaixado, criando um compartimento superior que é utilizado como depósito. Para ter acesso visual a esse compartimento, constrói-se um sistema óptico simples, com dois espelhos planos  $E_1$  e  $E_2$ , de modo que um observador no andar de baixo possa ver as imagens dos objetos guardados no depósito (como o objeto AB, por exemplo).



São possíveis duas configurações. Na primeira, os espelhos são paralelos, ambos formando  $45^\circ$  com a horizontal, como mostra a figura 1:

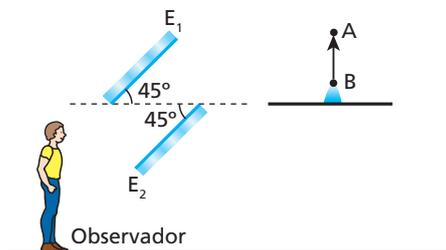


Figura 1

Na outra, os espelhos são perpendiculares entre si, ambos formando  $45^\circ$  com a horizontal, como mostra a figura 2:

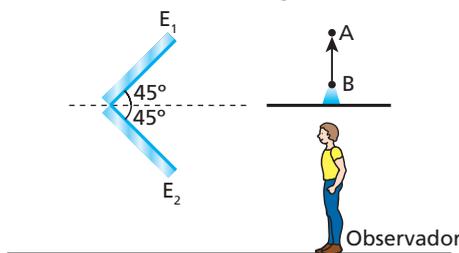


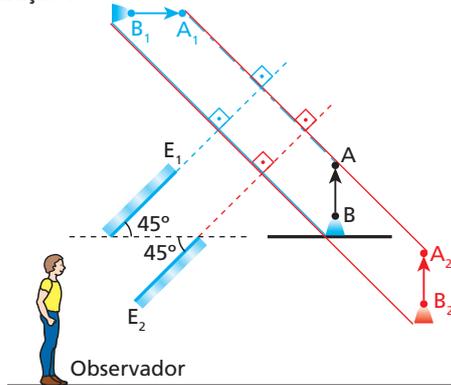
Figura 2

Posicione em cada configuração as imagens  $A_1B_1$  e  $A_2B_2$  fornecidas por  $E_1$  e  $E_2$ , respectivamente, e responda: as imagens visadas pelo observador são **direitas** ou **invertidas** em relação ao objeto AB?

**Resolução:**

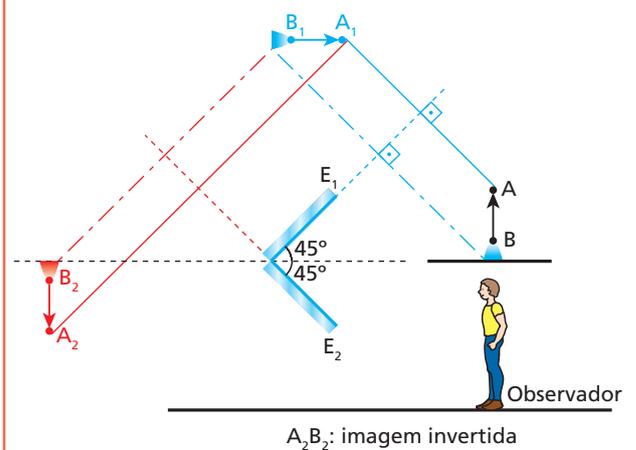
O posicionamento das imagens é feito observando-se a Propriedade Fundamental dos Espelhos Planos: a imagem é **simétrica** do objeto em relação à superfície refletora.

**Configuração 1:**



$A_2B_2$ : imagem direita

**Configuração 2:**

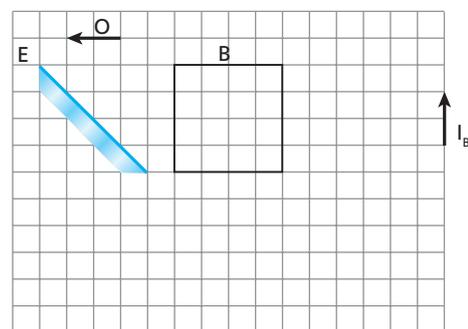
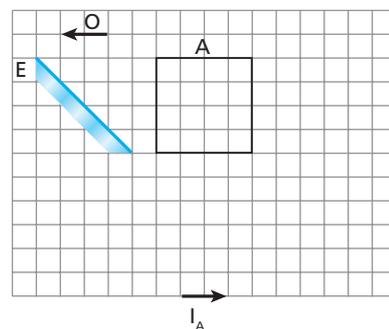


$A_2B_2$ : imagem invertida

**Nota:**

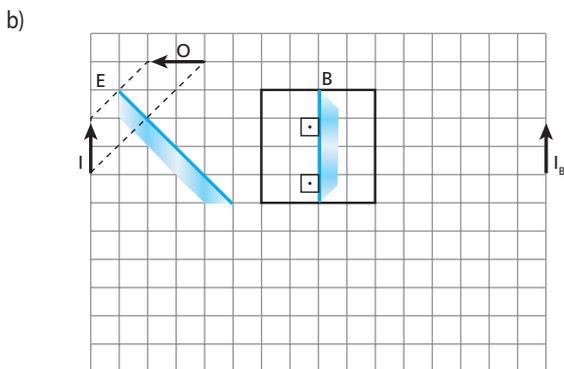
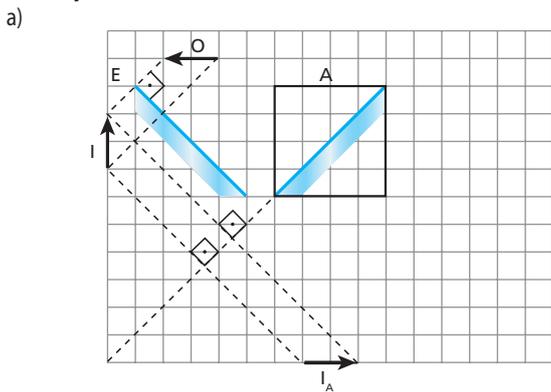
• Em ambas as configurações, a imagem  $A_1B_1$  fornecida pelo espelho  $E_1$  para o objeto AB funciona como **objeto** para o espelho  $E_2$ .

**28** (Vunesp-SP) As figuras a seguir mostram a posição de um objeto **O** em relação a um espelho plano **E** e duas regiões delimitadas pelos quadrados **A** e **B**. Dentro de cada uma dessas regiões deve-se colocar um outro espelho plano, de modo que se obtenham as imagens  $I_A$  e  $I_B$  indicadas nas figuras.

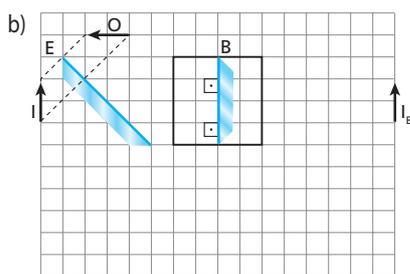
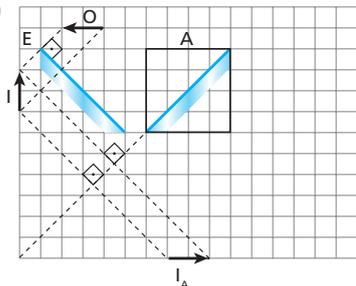


- Copie o quadrado **A** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem  $I_A$  indicada na primeira figura.
- Copie o quadrado **B** numa folha. Em seguida, posicione no interior do quadrado um espelho plano capaz de criar a imagem  $I_B$  indicada na segunda figura.

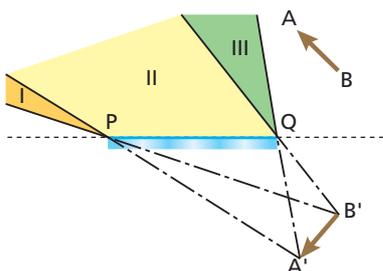
**Resolução:**



**Respostas:** a)



**29** No esquema seguinte, PQ é um espelho plano, AB é um objeto linear e A'B' é a imagem de AB conjugada pelo espelho:



Para que um observador de dimensões desprezíveis veja a imagem A'B' inteira, deve colocar-se:

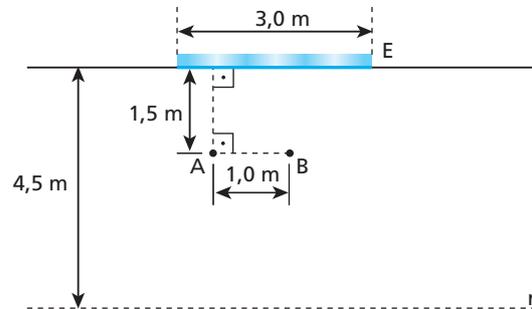
- a) nas regiões I, II ou III, indiferentemente;
- b) nas regiões I ou II, indiferentemente;
- c) exclusivamente na região I;
- d) exclusivamente na região II;
- e) exclusivamente na região III.

**Resolução:**

O observador deve colocar-se na região da intersecção dos campos do espelho correspondentes às extremidades A e B do objeto.

**Resposta:** d

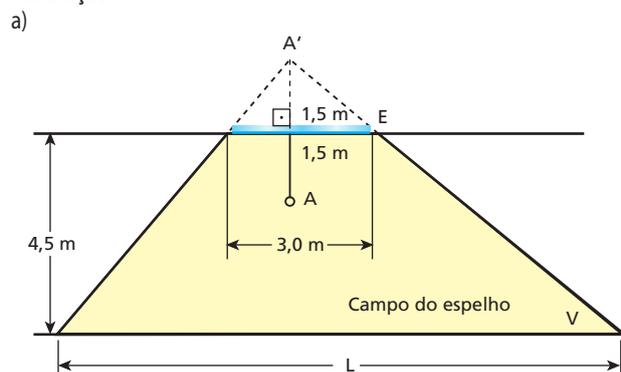
**30** Juliana está parada no ponto A, indicado na figura a seguir, contemplando sua imagem num espelho plano vertical E, de largura 3,0 m. Rodrigo, um colega de classe, vem caminhando ao longo da reta r, paralela à superfície refletora do espelho, com velocidade de intensidade 2,0 m/s.



Desprezando-se as dimensões de Juliana e de Rodrigo, responda:

- a) Por quanto tempo Juliana poderá observar a imagem de Rodrigo em E?
- b) Se Juliana estivesse na posição B, qual seria o tempo de observação da imagem de Rodrigo?

**Resolução:**



(I) Semelhança de triângulos:

$$\frac{L}{3,0 \text{ m}} = \frac{(4,5 + 1,5) \text{ m}}{1,5 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{L = 12 \text{ m}}$$

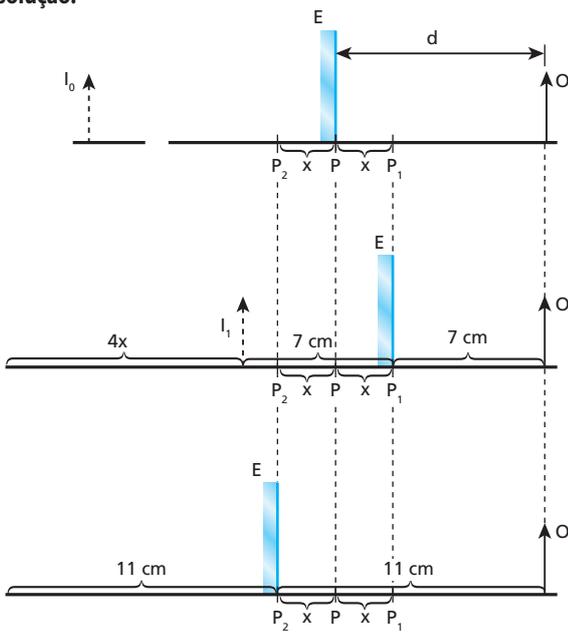
(II) Juliana poderá observar a imagem de Rodrigo em E, enquanto Rodrigo estiver no campo do espelho representado na figura anterior, isto é, enquanto ele estiver percorrendo o comprimento L.

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{V} \Rightarrow \Delta t = \frac{12 \text{ m}}{2 \text{ m/s}}$$

Donde:  $\boxed{\Delta t = 6,0 \text{ s}}$



**Resolução:**



(I)  $4x = 2 \cdot 11 - 2 \cdot 7 \text{ (cm)} \Rightarrow x = 2 \text{ m}$   
 (II)  $d = 7 + x$   
 $d = 7 + 2 \text{ (cm)}$   
 $d = 9 \text{ cm}$

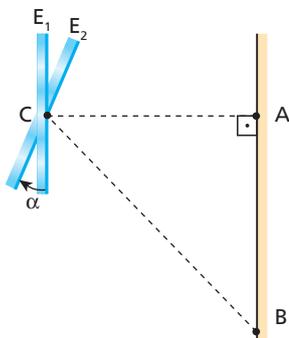
**Resposta:** b

**36** Um caminhão trafega em uma estrada retilínea com velocidade de 40 km/h. Olhando no espelho retrovisor plano, o motorista contempla a imagem de um poste vertical fixo na estrada.

- Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao solo?
- Qual a velocidade da imagem do poste em relação ao motorista do caminhão?

**Respostas:** a) 80 km/h; b) 40 km/h

**37** **E.R.** A figura a seguir representa um espelho plano que pode girar em torno de um eixo contendo seu centro **C**.

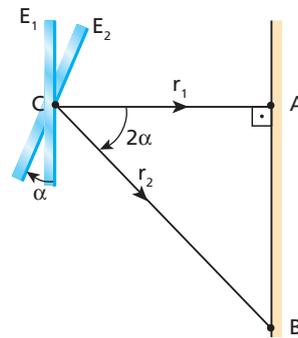


Estando na posição  $E_1$ , o espelho capta a luz proveniente de uma fonte pontual **A**, fixa no anteparo, refletindo-a de volta ao ponto de partida. O espelho sofre, então, uma rotação equivalente a um ângulo  $\alpha$ , passando para a posição  $E_2$ . Nesse caso, ao receber a luz emitida por **A**, reflete-a para o ponto **B**.

Sabendo que  $AB = \sqrt{3} AC$ , calcule o ângulo  $\alpha$ .

**Resolução:**

A figura a seguir representa os raios refletidos  $r_1$  e  $r_2$  que correspondem, respectivamente, às posições  $E_1$  e  $E_2$  do espelho:



No triângulo ABC, temos:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{AB}{AC}$$

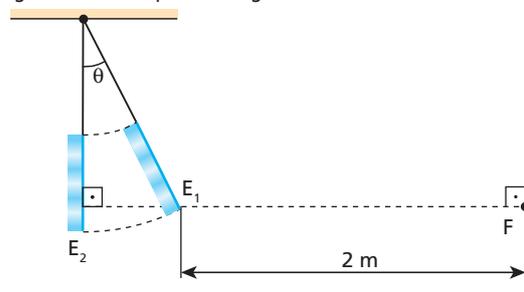
Mas, sendo  $AB = \sqrt{3} AC$ , vem:

$$\text{tg } 2\alpha = \frac{\sqrt{3} AC}{AC} \Rightarrow \text{tg } 2\alpha = \sqrt{3}$$

Portanto:

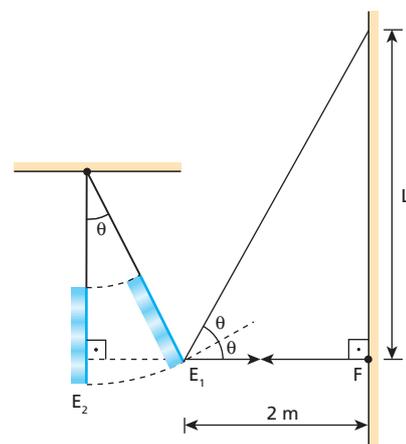
$$2\alpha = 60^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

**38** O esquema a seguir representa um pêndulo. Na extremidade do fio, está preso um espelho plano. Incrustada no anteparo há uma lâmpada pontual **F** que emite um pincel luminoso cilíndrico na direção horizontal para a esquerda. O pêndulo é posto a oscilar, fazendo com que o espelho passe pelas posições  $E_1$  e  $E_2$  e varra, de uma para a outra, um ângulo  $\theta = 30^\circ$  no plano da figura:



Calcule a extensão do anteparo percorrida pelo pincel luminoso proveniente de **F** e refletido pelo espelho, quando o espelho vai de  $E_1$  para  $E_2$ .

**Resolução:**



A rotação do raio refletido é o dobro da do espelho.

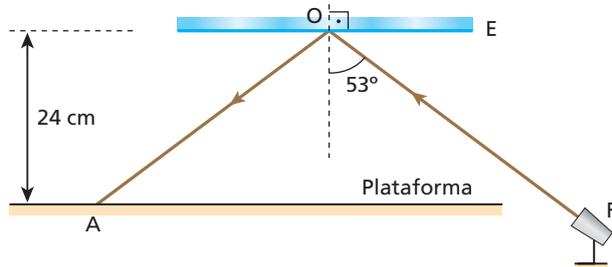
$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{L}{E_1 F} \Rightarrow \operatorname{tg} (2 \cdot 30^\circ) = \frac{L}{2}$$

$$L = 2 \operatorname{tg} 60^\circ \Rightarrow \boxed{L = 2\sqrt{3} \text{ m}}$$

**Resposta:**  $2\sqrt{3} \text{ m}$

**39** Na situação esquematizada a seguir, **F** é uma pequena lanterna fixa que emite um estreito feixe cilíndrico de luz e **E** é um espelho plano que pode girar em torno de um eixo **O** perpendicular ao plano desta página.

Inicialmente, a luz proveniente de **F** incide em **E** sob um ângulo de  $53^\circ$ , como indica a figura, produzindo um feixe refletido que ilumina o ponto **A** de uma plataforma também fixa.

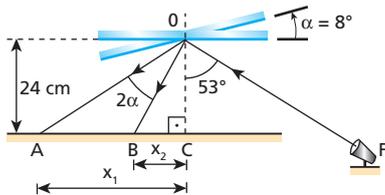


O espelho sofre, então, uma rotação de  $8^\circ$  no sentido anti-horário, fazendo com que o feixe refletido atinja um outro ponto **B** da mesma plataforma.

Sabendo-se que  $\operatorname{sen} 53^\circ = \operatorname{cos} 37^\circ = 0,80$  e  $\operatorname{cos} 53^\circ = \operatorname{sen} 37^\circ = 0,60$ , pode-se afirmar que a distância entre os pontos **A** e **B** vale:

- a) 32 cm;                      c) 18 cm;                      e) 12 cm.  
b) 24 cm;                      d) 14 cm;

**Resolução:**



(I) Triângulo OAC:  $\operatorname{tg} 53^\circ = \frac{x_1}{24}$

$$\frac{\operatorname{sen} 53^\circ}{\operatorname{cos} 53^\circ} = \frac{x_1}{24} \Rightarrow \frac{0,80}{0,60} = \frac{x_1}{24} \Rightarrow \boxed{x_1 = 32 \text{ cm}}$$

(II) Triângulo OBC:  $\operatorname{tg} (53^\circ - 2\alpha) = \frac{x_2}{24}$

$$\operatorname{tg} (53^\circ - 16^\circ) = \frac{x_2}{24} \Rightarrow \operatorname{tg} 37^\circ = \frac{x_2}{24} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} 37^\circ}{\operatorname{cos} 37^\circ} = \frac{x_2}{24}$$

$$\frac{0,60}{0,80} = \frac{x_2}{24}$$

Da qual:  $\boxed{x_2 = 18 \text{ cm}}$

(III)  $AB = x_1 - x_2 \Rightarrow AB = (32 - 18) \text{ cm}$

$$\boxed{AB = 14 \text{ cm}}$$

**Resposta:** d

**40** Um diretor de cinema registrou uma cena em que apareceram 24 bailarinas. Ele utilizou na filmagem apenas três atrizes, trajadas com a mesma roupa, colocadas diante de uma associação de dois espelhos planos verticais cujas superfícies refletoras formavam entre si um ângulo diedro  $\alpha$ . Qual o valor de  $\alpha$ ?

**Resolução:**

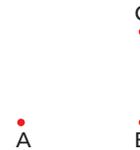
Das 24 "bailarinas" filmadas, 3 são pessoas (atrizes) e 21 são imagens. Assim, cada atriz determina, na associação de espelhos, um total de 7 imagens.

$$\text{Logo: } n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1 \Rightarrow 7 = \frac{360}{\alpha} - 1$$

$$8\alpha = 360 \Rightarrow \boxed{\alpha = 45^\circ}$$

**Resposta:**  $45^\circ$

**41** (Fuvest-SP) Tem-se um objeto **O** em frente a dois espelhos planos perpendiculares entre si. Os pontos **A**, **B** e **C** correspondem às imagens formadas do referido objeto. A distância **AB** é igual a 80 cm e a distância **BC**, igual a 60 cm.



- a) Qual a distância entre o objeto e a imagem **B**?  
b) Desenhe em uma folha de papel o esquema com os espelhos, o objeto e as imagens.

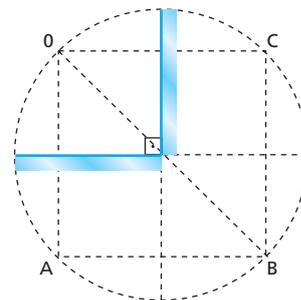
**Resolução:**

a) Teorema de Pitágoras

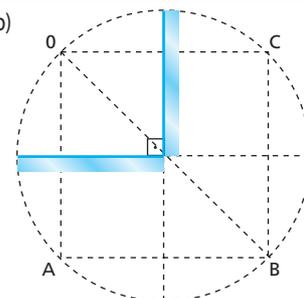
$$OB^2 = 80^2 + 60^2$$

Do qual:  $\boxed{OB = 100 \text{ cm}}$

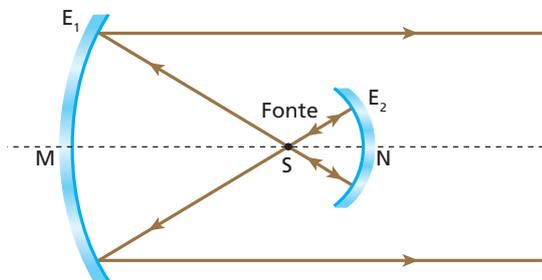
b)



**Respostas:** a) 100 cm; b)



**42** (Cesgranrio-RJ) Em um farol de automóvel, dois espelhos esféricos são utilizados para se obter um feixe de luz paralelo a partir de uma fonte aproximadamente pontual. O espelho principal  $E_1$  tem 16,0 cm de raio. O espelho auxiliar  $E_2$  tem 2,0 cm de raio. Para que o feixe produzido seja efetivamente paralelo, as distâncias da fonte  $S$  aos vértices  $M$  e  $N$  dos espelhos devem ser iguais, respectivamente, a:



- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| <b>Distância SM</b> | <b>Distância SN</b> |
| a) 8,0 cm.          | 1,0 cm.             |
| b) 16,0 cm.         | 2,0 cm.             |
| c) 16,0 cm.         | 1,0 cm.             |
| d) 8,0 cm.          | 2,0 cm.             |
| e) 8,0 cm.          | 4,0 cm.             |

**Resolução:**  
O ponto  $S$  em que a fonte de luz está colocada é o foco principal de  $E_1$  e também o centro de curvatura de  $E_2$ ; logo:

$$SM = f_1 = \frac{R_1}{2}$$

$$SM = \frac{16,0 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{SM = 8,0 \text{ cm}}$$

$$SN = R_2 \Rightarrow \boxed{SN = 2,0 \text{ cm}}$$

**Resposta:** d

**43** (Mack-SP) A imagem de um objeto que está a 40 cm de um espelho esférico côncavo tem a mesma altura do objeto. Colocando o objeto a grande distância do espelho, sua imagem estará a:

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a) 60 cm do espelho. | d) 30 cm do espelho. |
| b) 50 cm do espelho. | e) 20 cm do espelho. |
| c) 40 cm do espelho. |                      |

**Resolução:**  
(I) Este é o caso em que o objeto e a imagem estão posicionados na região do centro de curvatura do espelho. Assim:

$$\boxed{R = 40 \text{ cm}}$$

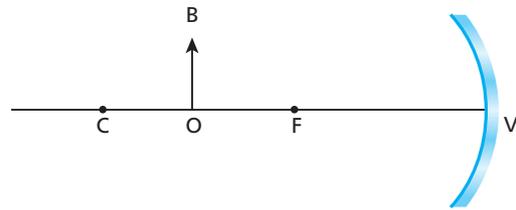
(II) Agora, o objeto deve ser considerado impróprio e sua imagem se forma em um dos focos do espelho.

$$d = f \Rightarrow d = \frac{R}{2}$$

$$d = \frac{40 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{d = 20 \text{ cm}}$$

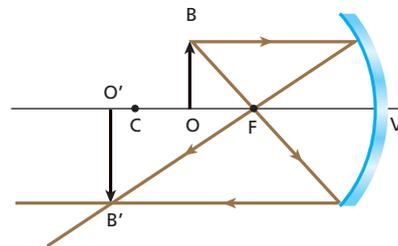
**Resposta:** e

**44** (PUC-SP) A figura mostra um espelho esférico côncavo, em que  $C$  é o centro,  $F$  é o foco e  $V$  é o vértice. Colocando-se um objeto  $OB$  entre  $C$  e  $F$ , sua imagem situa-se:



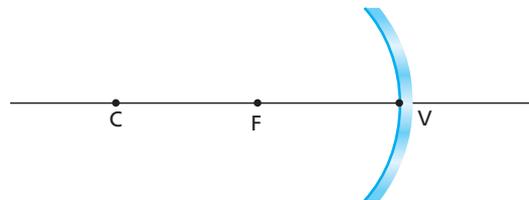
- |                          |                           |
|--------------------------|---------------------------|
| a) à direita de $V$ .    | d) entre o objeto e $C$ . |
| b) entre $F$ e $V$ .     | e) à esquerda de $C$ .    |
| c) entre $F$ e o objeto. |                           |

**Resolução:**  
Construção gráfica da imagem:



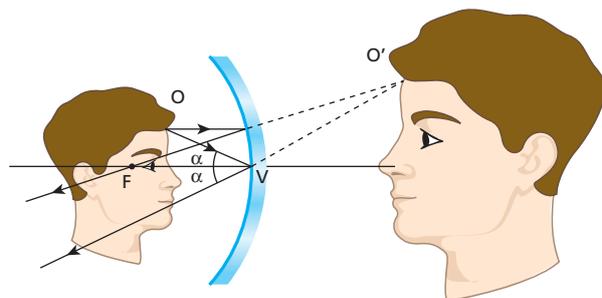
**Resposta:** e

**45** (USF-SP) Quando você se olha em um espelho esférico côncavo, sua imagem é vista direita e ampliada. Nessas condições, você deve estar:



- |                                       |
|---------------------------------------|
| a) além de $C$ , centro de curvatura. |
| b) em $C$ .                           |
| c) entre $C$ e $F$ , foco.            |
| d) em $F$ .                           |
| e) entre $F$ e $V$ , vértice.         |

**Resolução:**  
Construção gráfica da imagem:



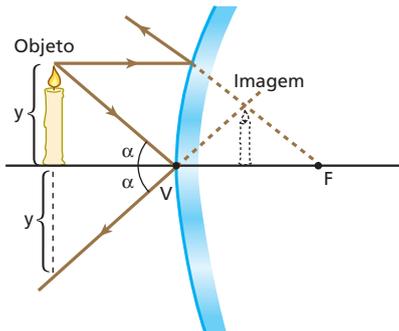
**Resposta:** e

**46** Diante de uma bola de Natal que tem a superfície externa espolhada, um observador dispõe um lápis, que é aproximado e afastado da superfície refletora. A respeito da imagem que a bola conjuga ao lápis, podemos afirmar que:

- a) é virtual, direita e reduzida, qualquer que seja a posição do lápis;
- b) pode ser real ou virtual, dependendo da posição do lápis;
- c) é real, invertida e aumentada, qualquer que seja a posição do lápis;
- d) é simétrica do lápis em relação à superfície refletora;
- e) nenhuma proposição anterior é correta.

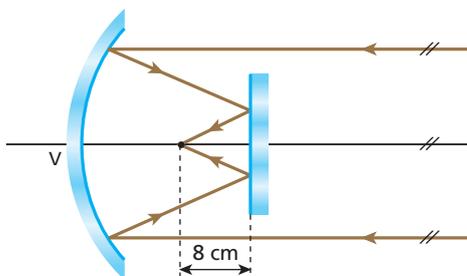
**Resolução:**

Construção gráfica da imagem:



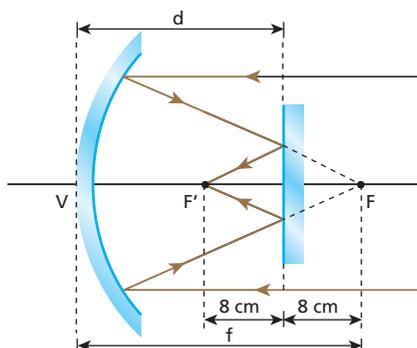
**Resposta:** a

**47** (UFRJ) Um espelho côncavo de raio de curvatura 50 cm e um pequeno espelho plano estão frente a frente. O espelho plano está disposto perpendicularmente ao eixo principal do côncavo. Raios luminosos paralelos ao eixo principal são refletidos pelo espelho côncavo; em seguida, refletem-se também no espelho plano e tornam-se convergentes num ponto do eixo principal distante 8 cm do espelho plano, como mostra a figura.



Calcule a distância do espelho plano ao vértice **V** do espelho côncavo.

**Resolução:**



$$f = \frac{R}{2} = \frac{50 \text{ cm}}{2} \Rightarrow f = 25 \text{ cm}$$

$$d + 8 = f$$

$$d = f - 8 \Rightarrow d = 25 - 8 \text{ (cm)} \Rightarrow \boxed{d = 17 \text{ cm}}$$

**Resposta:** 17 cm

**48** (Fatec-SP) Desloca-se uma pequena lâmpada acesa ao longo do eixo principal de um espelho esférico côncavo, até que a posição da imagem formada pelo espelho coincida com a posição do objeto. Nesse caso, a imagem é invertida e a distância da lâmpada ao espelho é de 24 cm. Qual a distância focal do espelho?

**Resolução:**

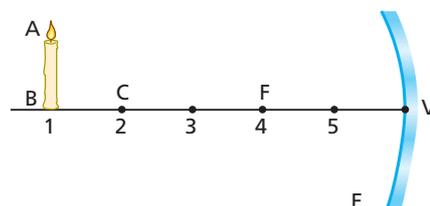
A lâmpada e sua imagem estão situadas no plano frontal que contém o centro de curvatura do espelho; logo:

$$f = \frac{R}{2} \Rightarrow f = \frac{24 \text{ cm}}{2}$$

$$\boxed{f = 12 \text{ cm}}$$

**Resposta:** 12 cm

**49** No esquema a seguir, **E** é um espelho esférico côncavo de centro de curvatura **C**, foco principal **F** e vértice **V**. **AB** é um objeto luminoso posicionado diante da superfície refletora. Levando em conta as condições de Gauss, construa graficamente, em seu caderno, a imagem de **AB** considerando as posições 1, 2, 3, 4 e 5. Em cada caso, dê a classificação da imagem obtida.



**Respostas:** Posição 1: real, invertida e menor; Posição 2: real, invertida e igual; Posição 3: real, invertida e maior; Posição 4: imprópria; Posição 5: virtual, direita e maior.

**50** (UFPE) A concha de aço inoxidável representada na figura pode ser usada para demonstrar propriedades dos espelhos esféricos. Uma dessas propriedades consta de uma das alternativas abaixo.



Indique:

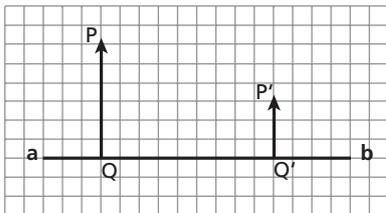
- a) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
- b) Para objetos colocados à esquerda, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são invertidas.
- c) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à esquerda.
- d) Para objetos colocados à direita, num afastamento inferior a um quarto do diâmetro, as imagens são direitas.
- e) Imagens virtuais só podem ser obtidas para objetos colocados à direita.

**Resolução:**

- a) Falsa.  
Nesse caso, a concha funciona como espelho esférico côncavo. Para distâncias menores que  $\frac{1}{4}$  do diâmetro ( $d < f$ ), as imagens são virtuais, direitas e maiores que o objeto.
- b) Falsa.  
Nesse caso, a concha funciona como espelho esférico convexo. As imagens obtidas são virtuais direitas e menores que o objeto.
- c) Falsa.  
Para objetos colocados à direita da concha em um afastamento inferior a  $\frac{1}{4}$  do diâmetro ( $d < f$ ), as imagens são virtuais.
- d) Verdadeira.
- e) Falsa.  
Para objetos colocados à esquerda da concha, as imagens obtidas são virtuais, direitas e menores que o objeto.

**Resposta:** d

**51 | E.R.** No esquema seguinte,  $ab$  é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano,  $PQ$  é um objeto luminoso contido em um plano frontal e  $P'Q'$  é a imagem que o espelho conjuga ao objeto considerado:



Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

**Resolução:**

**Posição do espelho:**

Inverte-se o objeto, obtendo-se seu simétrico  $QR$  em relação ao eixo principal. Liga-se  $R$  a  $P'$  (raio 1). Onde o segmento  $RP'$  intercepta o eixo principal, tem-se o vértice  $V$  do espelho.

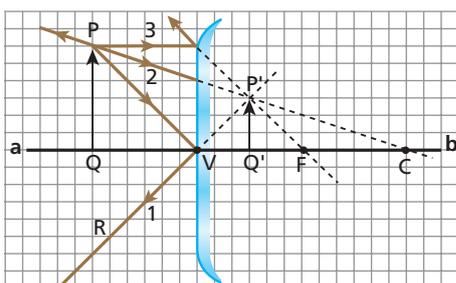
**Natureza do espelho:**

O espelho é convexo, pois a um objeto real está conjugando uma imagem virtual, direita e menor que o objeto.

**Posição do centro de curvatura:**

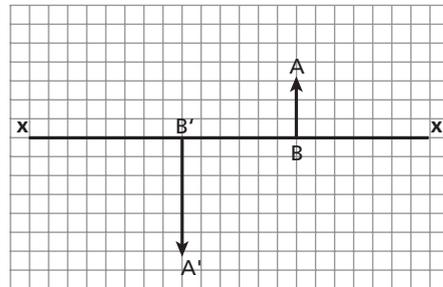
A partir de  $P$ , traça-se uma reta passando por  $P'$  (raio 2). Na intersecção dessa reta com o eixo principal, tem-se a posição do centro de curvatura.

**Posição do foco principal:**



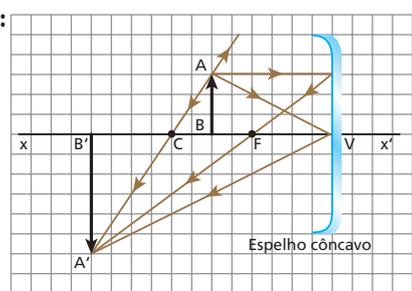
A partir de  $P$ , traça-se um segmento paralelo ao eixo principal (raio 3). Do ponto em que esse segmento toca o espelho, traça-se uma reta passando por  $P'$ . Ao cruzar o eixo principal, essa reta determina a posição do foco principal.

**52** No esquema,  $xx'$  é o eixo principal de um espelho esférico gaussiano que conjuga a imagem  $A'B'$  ao objeto real  $AB$ :



Reproduza essa figura no seu caderno e obtenha graficamente a posição e o tipo do espelho, bem como as posições de seu centro de curvatura e de seu foco principal.

**Resposta:**



**53 | E.R.** Um homem situado a 2,0 m do vértice de um espelho esférico visa sua imagem direita e ampliada três vezes. Determine:

- a) a distância focal do espelho;
- b) sua natureza (côncavo ou convexo).

**Resolução:**

a) O aumento linear transversal vale  $A = +3$  ( $A > 0$ , porque a imagem é direita).

Sendo a distância do objeto ao espelho  $p = 2,0$  m, calculemos  $p'$ , que é a distância da imagem ao espelho:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$3 = -\frac{p'}{2,0}$$

Donde:

$$p' = -6,0 \text{ m} \quad (\text{imagem virtual})$$

A distância focal  $f$  pode ser obtida pela função dos pontos conjugados (equação de Gauss):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2,0} - \frac{1}{6,0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3-1}{6,0} = \frac{2}{6,0}$$

$$f = 3,0 \text{ m}$$

b) Como  $f > 0$ , o foco é real e o espelho é **côncavo**.

**54** Considere um espelho côncavo de aumento, com distância focal  $f = 1,0$  m, usado para uma pessoa fazer a barba. Calcule a distância do rosto ao espelho para que a imagem dele esteja ampliada 2 vezes.

**Resolução:**

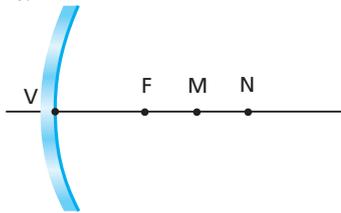
$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 2 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = -2p$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{1,0} = \frac{1}{p} - \frac{1}{2p}$$

Donde:  $p = 0,50 \text{ m} = 50 \text{ cm}$

**Resposta:** 50 cm

**55** (Ufal) Considere os pontos **M** e **N**, situados sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, respectivamente a 30 cm e 40 cm do vértice do espelho.



Esse espelho côncavo, que tem foco em **F** e distância focal de 20 cm, conjuga aos pontos **M** e **N**, respectivamente, as imagens **M'** e **N'**. Determine o valor absoluto da distância entre as imagens **M'** e **N'**.

**Resolução:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

**Ponto M:**  $\frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'_M} \Rightarrow p'_M = 60 \text{ cm}$

**Ponto N:**  $\frac{1}{20} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p'_N} \Rightarrow p'_N = 40 \text{ cm}$

$d = p'_M - p'_N \Rightarrow d = 60 - 40 \Rightarrow d = 20 \text{ cm}$

**Resposta:** 20 cm

**56** Diante de um espelho esférico, perpendicularmente ao seu eixo principal, é colocado um objeto luminoso a 15 cm do vértice. Deseja-se que a imagem correspondente seja projetada num anteparo e tenha quatro vezes o comprimento do objeto. Determine:

- se a imagem é real ou virtual, direita ou invertida;
- a distância do anteparo ao vértice do espelho para que a imagem seja nítida;
- a distância focal do espelho.

**Resolução:**

a) Se a imagem deve ser projetada em um anteparo, sua natureza é **real** e  $p' > 0$ .

Como  $p > 0$  e  $p' > 0 \Rightarrow A < 0$

e a imagem é **invertida**.

b)  $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p'}{15} \Rightarrow p' = 60 \text{ cm}$

c)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{15} + \frac{1}{60}$

Donde:  $f = 12 \text{ cm}$

**Respostas:** a) Real e invertida; b) 60 cm; c) 12 cm

**57** (Vunesp-SP) Um espelho esférico côncavo tem raio de curvatura igual a 80 cm. Um objeto retilíneo, de 2,0 cm de altura, é colocado perpendicularmente ao eixo principal do espelho, a 120 cm do vértice. Essa posição resulta em uma imagem:

- real e invertida de 1,0 cm de altura e a 60 cm do espelho.
- virtual e direita de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
- virtual e invertida de 1,0 cm de altura e a 10 cm do espelho.
- real e direita de 40 cm de altura e a 60 cm do espelho.
- virtual e direita de 40 cm de altura e a 10 cm do espelho.

**Resolução:**

$f = \frac{R}{2} = \frac{80 \text{ cm}}{2} \Rightarrow f = 40 \text{ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{40} = \frac{1}{120} + \frac{1}{p'}$

$p' = 60 \text{ cm}$   $p' > 0 \Rightarrow$  imagem real

$A = -\frac{p'}{p} = -\frac{60 \text{ cm}}{120 \text{ cm}} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$  ( $A < 0 \Rightarrow$  imagem invertida)

$\left| \frac{i}{o} \right| = |A| \Rightarrow \left| \frac{i}{2,0} \right| = \left| -\frac{1}{2} \right| \Rightarrow |i| = 1,0 \text{ cm}$

**Resposta:** a

**58** A distância entre um objeto luminoso e sua respectiva imagem conjugada por um espelho esférico gaussiano é de 1,8 m. Sabendo que a imagem tem altura quatro vezes a do objeto e que está projetada em um anteparo, responda:

- O espelho é côncavo ou convexo?
- Qual o seu raio de curvatura?

**Resolução:**

a) O objeto luminoso é real e sua imagem também é real, já que está projetada em um anteparo. Assim,  $p$  e  $p'$  são positivos, o que torna  $f$  também positivo, tendo em conta que  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$ . Logo, o espelho é **côncavo**.

b)  $p' - p = 180 \text{ cm} \Rightarrow p' = 180 + p$  (I)

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -4 = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p' = 4p$  (II)

Comparando (I) e (II):

$4p = 180 + p$

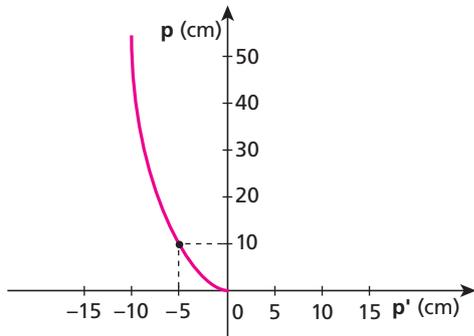
$p = 60 \text{ cm}$  e  $p' = 240 \text{ cm}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{60} + \frac{1}{240}$

Do qual:  $R = 96 \text{ cm}$

**Respostas:** a) Côncavo; b) 96 cm

**59 | E.R.** Um objeto é colocado sobre o eixo de um espelho convexo. O gráfico seguinte representa, respectivamente, as abscissas  $p$  e  $p'$  do objeto e de sua imagem, ambas em relação ao vértice do espelho:



Qual é a distância focal desse espelho em centímetros?

**Resolução:**

Conforme vimos, para os espelhos esféricos gaussianos aplica-se a função dos pontos conjugados. Assim:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Analisando o gráfico, observamos um ponto de coordenadas conhecidas. Vê-se, então, que:

para  $p = 10 \text{ cm}$ ,  $p' = -5 \text{ cm}$

Calculemos  $f$ , que é a distância focal do espelho:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{f = -10 \text{ cm}}$$

Observe que o resultado negativo deve ser atribuído ao fato de os espelhos esféricos convexos terem focos virtuais.

**60** Diante de um espelho convexo com 30 cm de raio de curvatura coloca-se um objeto luminoso a 10 cm do vértice. Determine:

- a) a abscissa focal do espelho;
- b) a distância da imagem ao espelho.

**Resolução:**

a)  $f = -\frac{R}{2} \Rightarrow f = -\frac{30 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f = -15 \text{ cm}}$

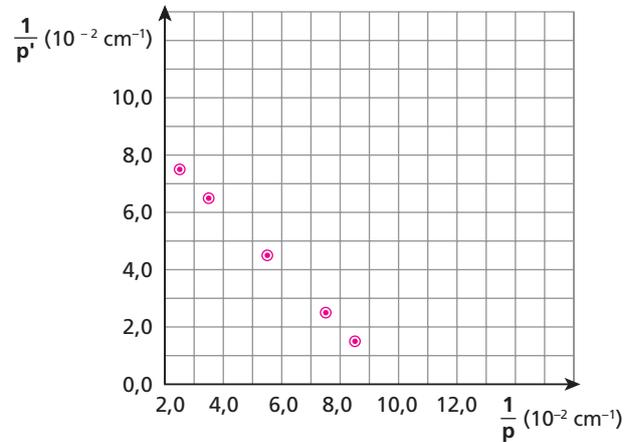
b)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{-15} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'}$

$p' = -6 \text{ cm}$  ( $p' < 0 \Rightarrow$  imagem virtual)

$d = |p'| = 6,0 \text{ cm}$

**Respostas:** a) -15 cm; b) 6,0 cm

**61** Em certo experimento, mediram-se a distância  $p$  entre um objeto e a superfície refletora de um espelho esférico côncavo que obedece às condições de Gauss e a distância  $p'$  entre esse espelho e a correspondente imagem real produzida, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico abaixo:



Examinando cuidadosamente o gráfico, determine a distância focal do espelho.

**Resolução:**

Equação de Gauss:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Do gráfico, para  $\frac{1}{p} \approx 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ , temos  $\frac{1}{p'} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ .

Substituindo os valores de  $\frac{1}{p}$  e  $\frac{1}{p'}$  na Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = 5,5 \cdot 10^{-2} + 4,5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow f = \frac{1}{10 \cdot 10^{-2}} \text{ (cm)}$$

Donde:  $\boxed{f = 10,0 \text{ cm}}$

**Resposta:** 10,0 cm

**62** (UFBA – mod.) O quadro abaixo apresenta características de três espelhos, I, II e III:

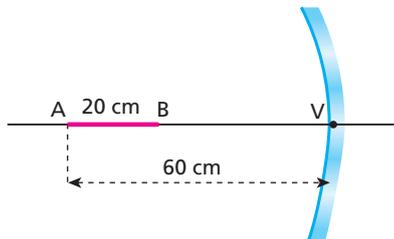
Espelho	Tipo	Abscissa focal (cm)	Abscissa da imagem (cm)	Abscissa do objeto (cm)	Aumento linear transversal	Natureza da imagem	Orientação da imagem
I		+20		+10			
II		-20	-4				
III				+10	+1		

Determine os dados que preenchem corretamente as lacunas da tabela referentes ao:

- a) espelho I;
- b) espelho II;
- c) espelho III.

**Respostas:** a) Côncavo; -20 cm; +2; virtual; direita; b) Convexo; +5 cm; 0,8; virtual; direita; c) Plano; infinita; -10 cm; virtual; direita

**63** Uma barra AB de 20 cm de comprimento está colocada sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo. A extremidade B encontra-se sobre o centro de curvatura do espelho, enquanto a extremidade A encontra-se a 60 cm do espelho, como representa a figura.



Determine:

- a distância focal do espelho;
- o comprimento da imagem da barra conjugada pelo espelho.

**Resolução:**

$$a) f = \frac{R}{2} = \frac{40 \text{ cm}}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20 \text{ cm}}$$

Em relação à extremidade A:

$$b) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 30 \text{ cm}}$$

A imagem da extremidade B coincide com esse ponto. Logo:

$$A'B' = 40 \text{ cm} - 30 \text{ cm}$$

$$\boxed{A'B' = 10 \text{ cm}}$$

**Respostas:** a) 20 cm; b) 10 cm

**64** (Mack-SP) Um objeto real se encontra diante de um espelho esférico côncavo, a 10 cm de seu vértice, sobre o eixo principal. O raio de curvatura desse espelho é de 40 cm. Se esse objeto se deslocar até o centro de curvatura do espelho, qual será a distância entre a imagem inicial e a imagem final?

**Resolução:**

$$f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow \boxed{f = 20 \text{ cm}}$$

**1ª posição do objeto:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{10} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \boxed{p_1' = -20 \text{ cm}}$$

$(p_1' < 0 \Rightarrow \text{imagem virtual})$

**2ª posição do objeto:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{40} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \boxed{p_2' = 40 \text{ cm}}$$

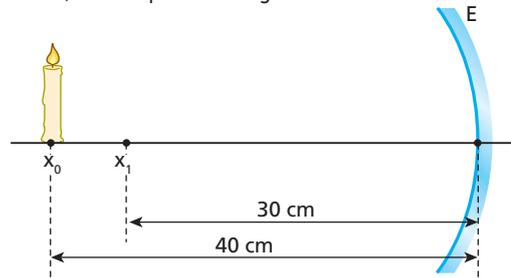
$(p_2' > 0 \Rightarrow \text{imagem real})$

$$d = |p_1'| + |p_2'| \Rightarrow d = 20 \text{ cm} + 40 \text{ cm}$$

$$\boxed{d = 60 \text{ cm}}$$

**Resposta:** 60 cm

**65** Num experimento de Óptica Geométrica dispuseram-se um toco de vela e um espelho côncavo gaussiano E, de distância focal igual a 20 cm, como representa a figura:



O toco de vela foi deslocado de  $x_0$  a  $x_1$ , com velocidade escalar de módulo 1,0 cm/s. Enquanto o toco de vela foi deslocado, qual foi o módulo da velocidade escalar média da imagem, expresso em centímetros por segundo?

**Resolução:**

**Vela em  $x_0$**  (centro de curvatura):  $p_0' = 40 \text{ cm}$

**Vela em  $x_1$ :**  $\frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = 60 \text{ cm}$

$$v_m = \frac{p_1' - p_0'}{\Delta t} = \frac{(p_1' - p_0')}{p_0 - p_1} v \Rightarrow v_m = \frac{20 \cdot 1,0}{10} \text{ (cm/s)}$$

$$\boxed{v_m = 2,0 \text{ cm/s}}$$

**Resposta:** 2,0 cm/s

**66 E.R.** Um pequeno objeto linear é colocado sobre o eixo principal, em frente da superfície refletora de um espelho esférico gaussiano. Sabendo que a abscissa focal do espelho vale  $f$  e que a abscissa do objeto vale  $p$ , expresse o aumento linear transversal  $A$  em função de  $f$  e de  $p$ .

**Resolução:**

O aumento linear transversal é tal que:

$$A = - \frac{p'}{p} \quad (I)$$

Da qual:  $p' = -A p$

(I)

Sabemos, da função dos pontos conjugados, que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{A p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{A - 1}{A p}$$

$$A f - f = A p$$

$$A(f - p) = f$$

Donde:

$$\boxed{A = \frac{f}{f - p}}$$

**Nota:**

- Essa expressão pode ser utilizada na resolução de exercícios, constituindo um instrumento simplificador de cálculos.

**67** (ITA-SP) Seja **E** um espelho côncavo cujo raio de curvatura é de 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de **E**?

**Resolução:**

$$f = \frac{R}{2} = \frac{60,0 \text{ cm}}{2} \Rightarrow f = 30,0 \text{ cm}$$

$$A = -\frac{f}{f-p} = -\frac{30,0}{30,0-20,0} \Rightarrow A = +3 \quad (A > 0 \Rightarrow \text{imagem direita})$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \text{Sendo } A > 0, p > 0 \text{ e tendo } p \text{ e } p' \text{ sinais opostos, tem-se } p < 0 \Rightarrow \text{imagem virtual}$$

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow 3 = \frac{i}{7,50} \Rightarrow i = 22,5 \text{ cm}$$

**Resposta:** A imagem é virtual, direita e com 22,5 cm de altura.

**68** Um toco de vela é colocado frontalmente a 12 cm do vértice de um espelho esférico que obedece às condições de Gauss, obtendo-se, nesse caso, uma imagem direita e de comprimento igual a um terço do comprimento da vela. Determine:

- o tipo do espelho utilizado (côncavo ou convexo), bem como seu raio de curvatura;
- a distância da imagem ao vértice do espelho.

**Resolução:**

$$\text{a) Imagem direita: } A > 0 \left( A = +\frac{1}{3} \right)$$

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{f}{f-12} \Rightarrow 3f = f - 12$$

$$f = -6,0 \text{ cm} \quad (f < 0 \Rightarrow \text{espelho convexo})$$

$$R = 2 |f| \Rightarrow R = 2 |-6,0| \Rightarrow R = 12 \text{ cm}$$

$$\text{b) } A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{3} = -\frac{p'}{12} \Rightarrow$$

$$\text{Donde: } p' = -4,0 \text{ cm} \quad (p' < 0 \Rightarrow \text{imagem virtual})$$

$$d = |p'| \Rightarrow d = 4,0 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) Convexo; 12 cm; b) 4,0 cm

**69** Em um espelho côncavo, a distância entre um objeto real e sua imagem é de 60 cm. Sabendo-se que a imagem é invertida e de comprimento igual à metade do comprimento do objeto, qual o raio de curvatura do espelho?

**Resolução:**

$$p - p' = 60 \Rightarrow p = 60 + p' \quad (\text{I})$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 2p' \quad (\text{II})$$

Comparando (I) e (II), vem:

$$2p' = 60 + p' \Rightarrow p' = 60 \text{ cm} \quad \text{e} \quad p = 120 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{60}$$

$$\text{Da qual: } R = 80 \text{ cm}$$

**Resposta:** 80 cm

**70** (UFSC) A distância entre a imagem e um objeto colocado em frente a um espelho côncavo é de 16 cm. Sabendo que a imagem é direita e 3 vezes maior, determine o raio de curvatura do espelho, em centímetros.

**Resolução:**

$$p + |p'| = 16 \text{ cm} \Rightarrow |p'| = 16 - p \Rightarrow p' = -(16 - p) \quad (\text{I})$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 3 = -\frac{p'}{p} = p' = -3p \quad (\text{II})$$

Comparando (I) e (II), vem:

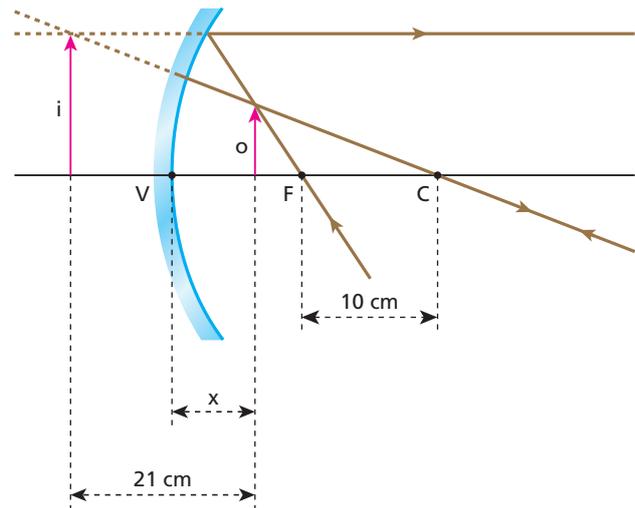
$$-3p = -(16 - p) \Rightarrow p = 4 \text{ cm} \quad \text{e} \quad p' = -12 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{12}$$

$$\text{Da qual: } R = 12 \text{ cm}$$

**Resposta:** 12 cm

**71** (Mack-SP) Um objeto real **O** encontra-se diante de um espelho esférico côncavo, que obedece às condições de Gauss, conforme o esquema abaixo.



Sendo **C** o centro da curvatura do espelho e **F** seu foco principal, a distância **x** entre o objeto e o vértice **V** do espelho é:

- 6,0 cm.
- 9,0 cm.
- 10,5 cm.
- 11,0 cm.
- 35,0 cm.

**Resolução:**

Do desenho, temos:

$$p = +x \text{ cm}$$

$$p' = -(21 - x) \text{ cm}$$

$$f = +10 \text{ cm}$$

Logo, a imagem é virtual.

Aplicando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{21-x} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{21-x-x}{x(21-x)} = \frac{1}{10}$$

$$210 - 20x = 21x - x^2 \Rightarrow x^2 - 41x + 210 = 0$$

Resolvendo a equação, temos:

$$x = \frac{41 \pm \sqrt{(-41)^2 - 4 \cdot 210}}{2} \Rightarrow x = \frac{41 \pm \sqrt{1681 - 840}}{2} \Rightarrow x = \frac{41 \pm 29}{2}$$

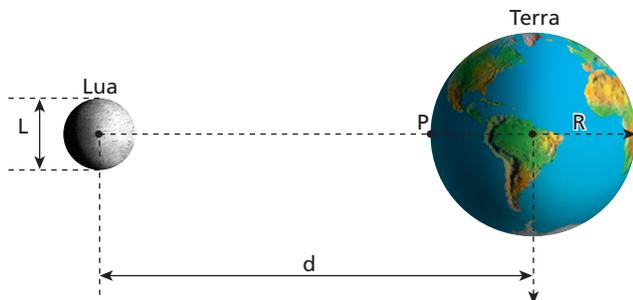
$$\text{Da qual: } x_1 = 35 \text{ cm} \quad \text{e} \quad x_2 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Como } x < f = 10 \text{ cm, conclui-se que: } x = 6,0 \text{ cm}$$

**Resposta:** a

**72 Lua cheia sobre o Pacífico**

Considere a situação esquematizada a seguir, fora de escala e em cores-fantasia, em que os centros da Lua e da Terra estão separados por uma distância  $d$ . Admita que o raio da Terra seja igual a  $R$  e que o Oceano Pacífico, refletindo a luz da lua cheia, comporte-se como um espelho esférico gaussiano.



Sendo  $L$  o diâmetro da Lua, determine em função de  $d$ ,  $R$  e  $L$ :

- a) a distância entre a imagem da Lua e o ponto  $P$ ;
- b) o diâmetro da imagem da Lua.

**Resolução:**

a) Considerando  $p = d - R$  e  $f = -\frac{R}{2}$ , calculamos  $p'$  pela Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{-\frac{R}{2}} = \frac{1}{d-R} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = -\frac{2}{R} - \frac{1}{d-R} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{-2(d-R) - R}{R(d-R)}$$

Da qual:  $p' = \frac{R(d-R)}{R-2d}$

Observe que, como a imagem é virtual,  $p'$  é um número negativo. Sendo  $x$  a distância entre a imagem da Lua e o ponto  $P$ , temos:

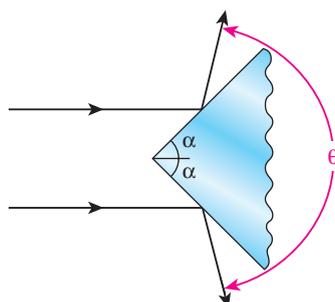
$$x = -p' \Rightarrow x = \frac{R(d-R)}{2d-R}$$

b)  $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{L} = -\frac{\frac{R(d-R)}{R-2d}}{d-R}$

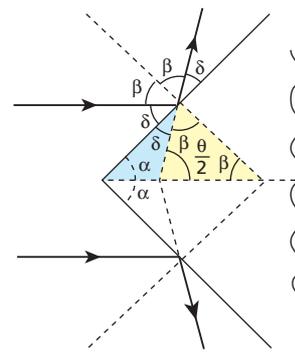
Donde:  $i = \frac{LR}{2d-R}$

**Respostas:** a)  $\frac{R(d-R)}{2d-R}$ ; b)  $\frac{LR}{2d-R}$

**73** (UFPE – mod.) A figura representa um feixe paralelo de luz incidente em um prisma que tem suas superfícies externas refletoras. Parte do feixe é refletida por uma face e parte por outra. Se o ângulo entre cada face do prisma e a direção do feixe é  $\alpha$ , determine o ângulo  $\theta$  entre as direções dos feixes refletidos.



**Resolução:**



$2\beta + 2\delta = 180^\circ \Rightarrow \beta + \delta = 90^\circ$  (I)

Triângulo destacado à direita:  $2\beta + \frac{\theta}{2} = 180^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \frac{\theta}{4}$  (II)

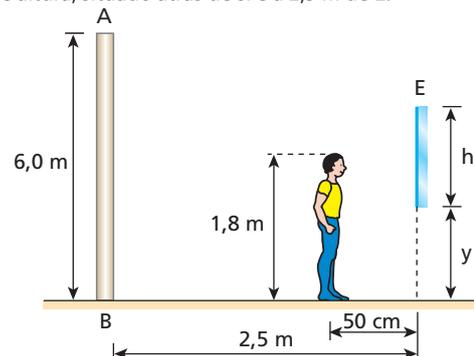
(II) em (I):  $90^\circ - \frac{\theta}{4} + \delta = 90^\circ \Rightarrow \delta = \frac{\theta}{4}$  (III)

Triângulo destacado à esquerda:  $\alpha + \delta = \frac{\theta}{2}$  (IV)

(III) em (IV):  $\alpha + \frac{\theta}{4} = \frac{\theta}{2} \Rightarrow \theta = 4\alpha$

**Resposta:**  $\theta = 4\alpha$

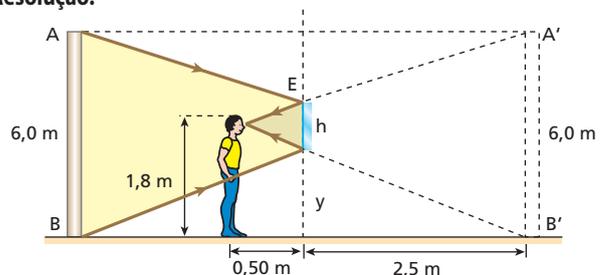
**74** Uma pessoa cujos olhos se encontram a 1,8 m do chão está em repouso diante de um espelho plano vertical  $E$ , a 50 cm dele. A pessoa visualiza, por reflexão em  $E$ , a imagem de um poste  $AB$ , de 6,0 m de altura, situado atrás de si e a 2,5 m de  $E$ .



Determine:

- a) a mínima dimensão vertical  $h$  que deve ter o espelho para que a pessoa possa ver inteiramente a imagem do poste.
- b) a distância  $y$  da borda inferior do espelho ao chão nas condições do item anterior.

**Resolução:**

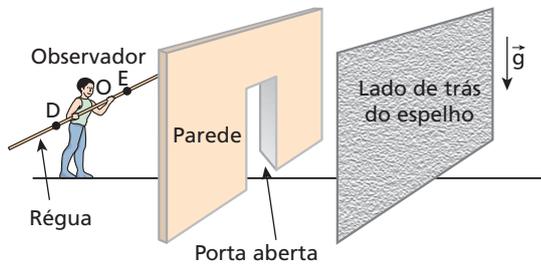


a)  $\frac{h}{6,0} = \frac{0,50}{2,5 + 0,5} \Rightarrow h = 1,0 \text{ m}$

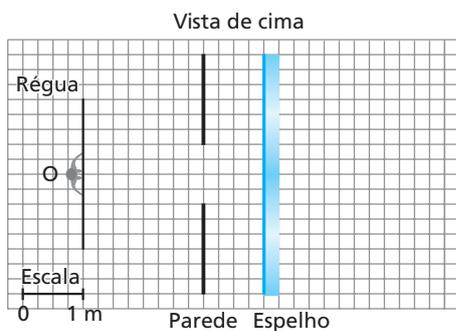
b)  $\frac{y}{2,5} = \frac{1,8}{2,5 + 0,50} \Rightarrow y = 1,5 \text{ m}$

**Respostas:** a)  $h = 1,0 \text{ m}$ ; b)  $y = 1,5 \text{ m}$

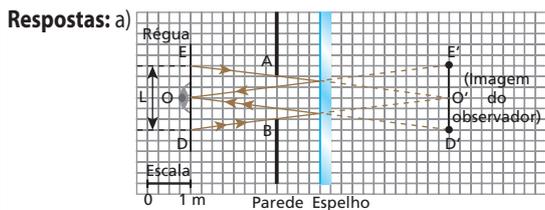
**75** (Fuvest-SP – mod.) Um observador **O** olha-se em um espelho plano vertical pela abertura de uma porta com 1 m de largura, paralela ao espelho, conforme a figura e o esquema a seguir. Segurando uma régua longa, ele a mantém na posição horizontal, paralela ao espelho e na altura dos ombros, para avaliar os limites da região que consegue enxergar através do espelho (limite **D**, à sua direita, e limite **E**, à sua esquerda).



a) Copie a figura e trace os raios que, partindo dos limites **D** e **E** da região visível da régua, atingem os olhos do observador **O**. Construa a solução, utilizando linhas cheias para indicar esses raios e linhas tracejadas para prolongamentos de raios ou outras linhas auxiliares. Indique, com uma flecha, o sentido do percurso da luz.

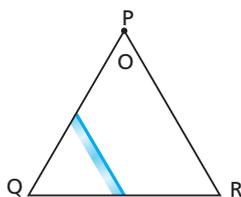


b) Copie o esquema e identifique **D** e **E**, estimando, em metros, a distância **L** entre esses dois pontos da régua.



b)  $L = 1,5 \text{ m}$

**76** (Vunesp-SP) Um observador **O** encontra-se no vértice **P** de uma sala, cuja planta é um triângulo equilátero de lado igual a 6,0 m. Em um dos cantos da sala, existe um espelho vertical de 3,0 m de largura ligando os pontos médios das paredes **PQ** e **QR**.

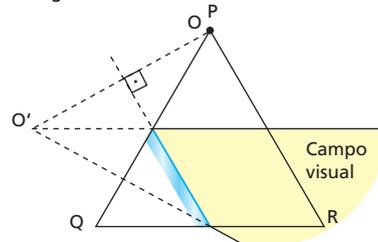


Nessas condições, olhando através do espelho, o observador vê (no plano horizontal que passa pelos seus olhos):

- metade de cada parede da sala.
- um terço de **PR** e metade de **QR**.
- um terço de **PR** e um terço de **PQ**.
- metade de **QR** e metade de **PR**.
- PR** inteira e metade de **QR**.

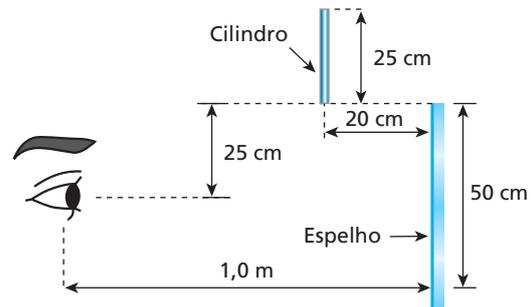
**Resolução:**

O campo visual do espelho para a posição do observador (ponto **O**) está esboçado na figura:



**Resposta: d**

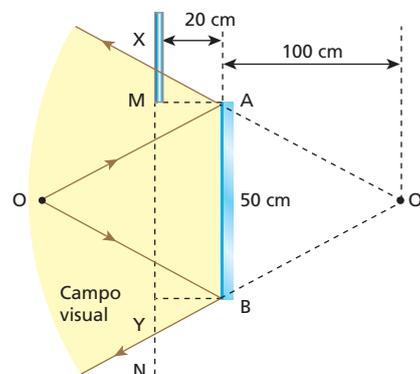
**77** (Faap-SP) Um cilindro de 25 cm de altura e de diâmetro desprezível foi abandonado de uma posição tal que sua base inferior estava alinhada com a extremidade superior de um espelho plano de 50 cm de altura e a 20 cm deste. Durante sua queda, ele é visto, assim como sua imagem, por um observador, que se encontra a 1 m do espelho e a meia altura deste (ver figura).



Calcule por quanto tempo o observador ainda vê a imagem do cilindro (total ou parcial), que permanece vertical durante a queda. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**Resolução:**

No esquema seguinte, delimitamos o campo visual do espelho plano em relação ao observador **O**:



Da semelhança de triângulos  $O'AB$  e  $O'XY$ , obtemos:  $XY = 60 \text{ cm}$ . Devido à simetria, concluímos que:  $XM = 5,0 \text{ cm} \Rightarrow MY = 55 \text{ cm}$ , mas  $YN = 25 \text{ cm} \Rightarrow MN = 80 \text{ cm}$ .

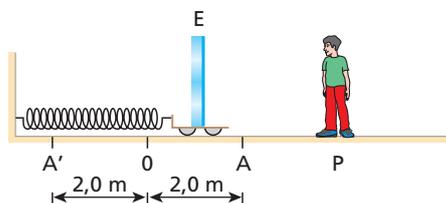
O observador contempla a imagem do cilindro desde sua posição inicial (extremidade inferior em **M**) até sua saída do campo visual do espelho (extremidade superior em **Y**).

O intervalo de tempo pedido é calculado por:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow MN = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow 0,80 = \frac{10}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = 0,40 \text{ s}}$$

**Resposta:** 0,40 s

**78** Na situação esquematizada, um espelho plano vertical **E**, instalado sobre um carrinho, realiza movimento harmônico simples (**MHS**) entre os pontos **A** e **A'** do solo plano e horizontal, com sua superfície refletora voltada para um garoto em repouso na posição **P**. A mola que está ligado o carrinho tem massa desprezível e sua constante elástica é  $K = 180 \text{ N/m}$ .



Sabendo que a massa do conjunto carrinho-espelho vale  $m = 20 \text{ kg}$  e que  $\pi \approx 3$ , aponte a alternativa em que estão relacionados corretamente o período **T** de oscilação do sistema e a intensidade máxima **v** da velocidade da imagem do garoto, dada por **E**, em relação ao solo:

- a)  $T = 1,0 \text{ s}$ ;  $v = 6,0 \text{ m/s}$ ;
- b)  $T = 2,0 \text{ s}$ ;  $v = 12 \text{ m/s}$ ;
- c)  $T = 2,0 \text{ s}$ ;  $v = 6,0 \text{ m/s}$ ;
- d)  $T = 1,0 \text{ s}$ ;  $v = 12 \text{ m/s}$ ;
- e)  $T = 1,5 \text{ s}$ ;  $v = 9,0 \text{ m/s}$ .

**Resolução:**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{20}{180}} \text{ (s)} \Rightarrow \boxed{T = 2,0 \text{ s}}$$

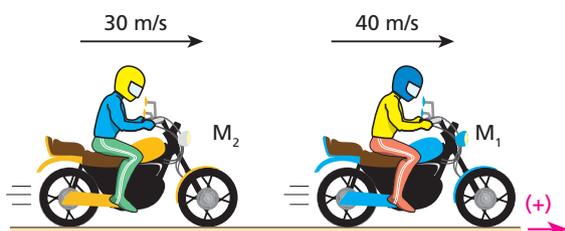
**Para o espelho:**  $v_{\text{máx}_E} = A\omega = A \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v_{\text{máx}_E} = 2,0 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2,0} \text{ (m/s)}$

Donde:  $v_{\text{máx}_E} = 6,0 \text{ m/s}$

**Para a imagem:**  $v_{\text{máx}_i} = 2v_{\text{máx}_E} = 2 \cdot 6,0 \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{v_{\text{máx}_i} = 12 \text{ m/s}}$

**Resposta:** b

**79** A ilustração a seguir representa as motos  $M_1$  e  $M_2$  em movimento uniforme num trecho retilíneo de uma estrada. Suas velocidades escalares, dadas de acordo com a orientação da trajetória, estão indicadas na figura:

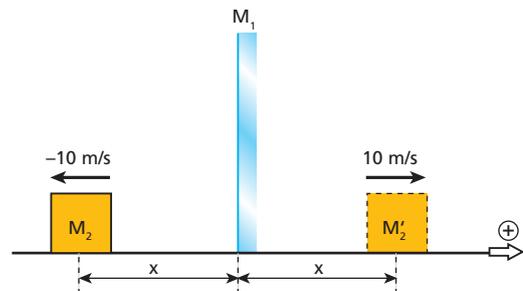


Sabendo que a moto  $M_1$  é equipada com um espelho retrovisor plano, calcule para a imagem de  $M_2$  conjugada pelo referido espelho:

- a) a velocidade escalar em relação ao espelho;
- b) a velocidade escalar em relação a  $M_2$ ;
- c) a velocidade escalar em relação à estrada.

**Resolução:**

a) Considerando  $M_1$  "parada", teremos  $M_2$  em movimento de afastamento com velocidade escalar relativa de  $-10 \text{ m/s}$ .

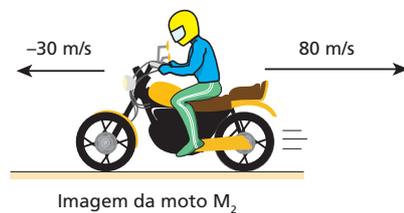


Devido à simetria, deveremos ter:  $v_{i,e} = 10 \text{ m/s}$

b) A velocidade escalar relativa  $v_{i,M_2}$  é dada por:

$$v_{i,M_2} = 10 \text{ m/s} + 10 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v_{i,M_2} = 20 \text{ m/s}}$$

c) Devido exclusivamente ao movimento de  $M_2$ , a imagem de  $M_2$  tem, em relação à Terra, velocidade escalar de  $-30 \text{ m/s}$ . Devido exclusivamente ao movimento do espelho, a imagem de  $M_2$  tem, em relação à Terra, velocidade de  $80 \text{ m/s}$ .

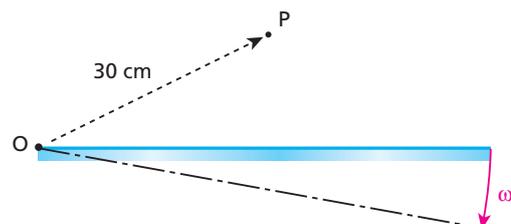


Fazendo a superposição dos efeitos, isto é, dos movimentos parciais da imagem da moto  $M_2$ , teremos, para  $v_{i,T}$ , o valor seguinte:

$$v_{i,T} = -30 \text{ m/s} + 80 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v_{i,T} = 50 \text{ m/s}}$$

**Respostas:** a) 10 m/s; b) 20 m/s; c) 50 m/s

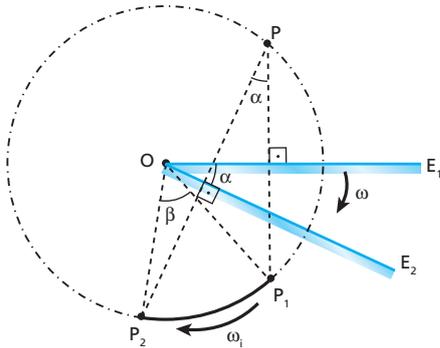
**80** Um objeto pontual **P** está diante da superfície refletora de um espelho plano, conforme a figura:



Se o espelho girar em torno do eixo **O** (perpendicular à página) com velocidade escalar angular  $\omega = 5,0 \text{ rad/s}$ , qual será a velocidade escalar linear da imagem de **P**?

**Resolução:**

A situação proposta pode ser esquematizada conforme segue:

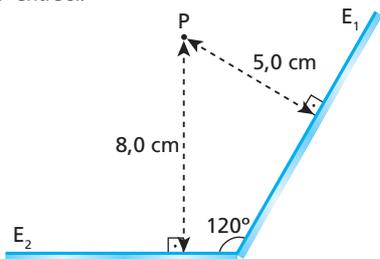


$$\beta = 2\alpha \Rightarrow \omega_i = 2\omega = 2 \cdot 5,0 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_i = 10 \text{ rad/s}$$

$$v_i = \omega_i R = 10 \cdot 0,30 \text{ (m/s)} \Rightarrow v_i = 3,0 \text{ m/s}$$

**Resposta:** 3,0 m/s

**81** Considere dois espelhos planos  $E_1$  e  $E_2$ , associados conforme representa a figura a seguir, com suas superfícies refletoras formando um ângulo de  $120^\circ$  entre si.

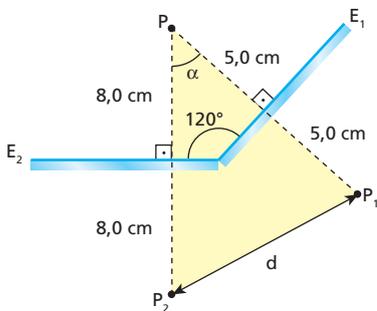


Se um objeto luminoso  $P$  for fixado diante dos dois espelhos, a 5,0 cm de  $E_1$  e a 8,0 cm de  $E_2$ , conforme está ilustrado, pode-se afirmar que a distância entre as duas imagens de  $P$ , obtidas por simples reflexão da luz nos espelhos, será igual a:

- a) 12,0 cm;
- b) 14,0 cm;
- c) 16,0 cm;
- d) 18,0 cm;
- e) 26,0 cm.

**Resolução:**

O ângulo  $\alpha$  no triângulo destacado vale  $60^\circ$ . Logo, aplicando a Lei dos cossenos, calculamos a distância  $d$ .

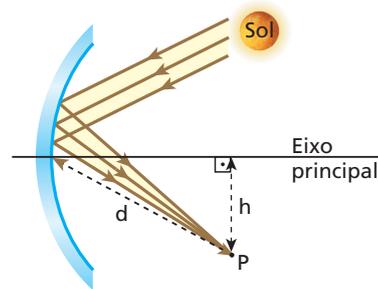


$$d^2 = (10,0)^2 + (16,0)^2 - 2 \cdot 10,0 \cdot 16,0 \cdot \cos 60^\circ$$

Da qual:  $d = 14,0 \text{ m}$

**Resposta:** b

**82** No século III a.C., Arquimedes teria liderado guerreiros da Sicília – na época pertencente à Magna Grécia – na defesa da cidade de Siracusa, vítima constante de ataques marítimos de frotas romanas. Conta-se que ele instalava na região costeira da ilha espelhos ustórios (ou incendiários), que consistiam em enormes calotas esféricas, polidas na parte interna (côncava), que “concentravam” os raios solares, produzindo fogo nas galeras inimigas. O esquema a seguir representa um desses espelhos, em operação de acordo com as condições de Gauss, e a trajetória seguida pela luz até um ponto fatal  $P$ , de alta concentração energética.



Supondo-se conhecidos os comprimentos  $d$  e  $h$ , o raio de curvatura do espelho fica determinado por:

- a)  $(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$ ;
- b)  $2(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$ ;
- c)  $(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$ ;
- d)  $2(d^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}$ ;
- e)  $(h^2 - d^2)^{\frac{1}{2}}$ .

**Resolução:**

O ponto  $P$  é um foco secundário do espelho. A distância focal  $f$  fica, então, determinada pelo Teorema de Pitágoras.

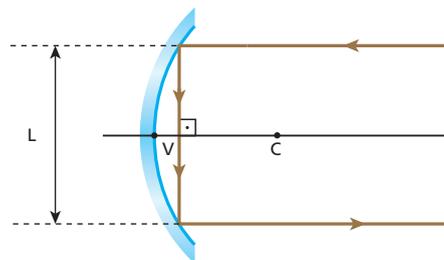
$$d^2 = f^2 + h^2 \Rightarrow f = (d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$$

Mas  $R = 2f$ . Logo:

$$R = 2(d^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$$

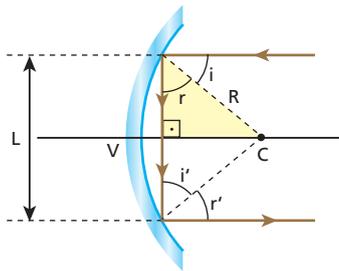
**Resposta:** b

**83** A figura representa um espelho esférico côncavo de centro de curvatura  $C$  e vértice  $V$ . Um raio de luz, ao incidir paralelamente ao eixo  $CV$ , reflete-se duas vezes, deixando o espelho também paralelamente ao eixo  $CV$ .



Sabendo que o raio de curvatura do espelho vale  $\sqrt{2} \text{ m}$ , calcule o comprimento  $L$ .

**Resolução:**



$$r = i = 45^\circ; r' = i' = 45^\circ$$

$$\cos 45^\circ = \frac{L}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{L}{R} \Rightarrow L = 2,0 \text{ m}$$

**Resposta:** 2,0 m

**84** (Cesgranrio-RJ) A distância mínima entre seu olho e um objeto, para que você o veja nitidamente, é de 24 cm. Tendo um espelho côncavo de distância focal igual a 16 cm, e querendo se olhar nele, a que distância mínima do espelho deverá ficar seu olho para que você o veja ampliado?

**Resolução:**

$$p + |p'| = 24 \text{ cm} \Rightarrow |p'| = 24 - p \Rightarrow p' = -(24 - p)$$

Equação de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{p} - \frac{1}{24 - p}$$

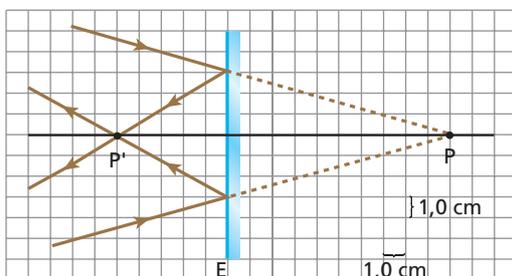
$$\frac{1}{16} = \frac{24 - p - p}{p(24 - p)} \Rightarrow 24p - p^2 = 384 - 32p$$

$$p^2 - 56p + 384 = 0 \begin{cases} p_1 = 8,0 \text{ cm} \\ p_2 = 48 \text{ cm} \end{cases}$$

$$p_{\min} = 8,0 \text{ cm}$$

**Resposta:** 8,0 cm

**85** No esquema seguinte, **E** representa um espelho esférico que obedece às condições de aproximação de Gauss:



Considerando os elementos do esquema, podemos afirmar que:

- a) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
- b) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 7,5 cm;
- c) o espelho é côncavo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm;
- d) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 10 cm;
- e) o espelho é convexo e sua distância focal tem módulo 5,0 cm.

**Resolução:**

Da figura:  $p = -10 \text{ cm}$  e  $p' = 5,0 \text{ cm}$

Equação de Gauss

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = -\frac{1}{10} + \frac{1}{5,0}$$

Da qual:  $f = 10 \text{ cm}$  ( $f > 0 \Rightarrow$  espelho côncavo)

**Resposta:** a

**86** Um objeto linear é colocado diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo, de raio de curvatura igual a 120 cm e que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem tem tamanho quatro vezes o tamanho do objeto, calcule a distância do objeto ao espelho.

**Resolução:**

**1ª solução:**

Objeto situado entre o foco e o vértice.

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow +4 = \frac{60}{60 - p} \Rightarrow p = 45 \text{ cm}$$

**2ª solução:**

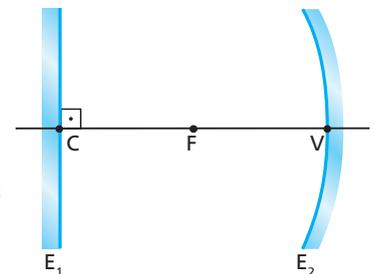
Objeto situado entre o centro de curvatura e o foco.

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -4 = \frac{60}{60 - p} \Rightarrow p = 75 \text{ cm}$$

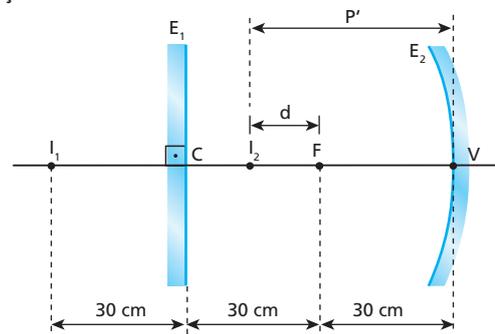
**Resposta:** 45 cm ou 75 cm

**87** No esquema a seguir,  $E_1$  é um espelho plano e  $E_2$  é um espelho esférico côncavo de raio de curvatura  $R = 60 \text{ cm}$ .

**C, F e V** são, respectivamente, em relação a  $E_2$ , o centro de curvatura, o foco e o vértice. Em **F**, é colocada uma fonte pontual de luz. Determine a distância da fonte à sua imagem, considerando que a luz sofre dupla reflexão, primeiro em  $E_1$  e posteriormente em  $E_2$ .



**Resolução:**



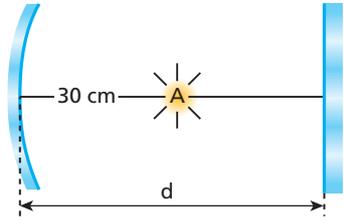
$$(I) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{90} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 45 \text{ cm}$$

$$(II) d = p' - f \Rightarrow d = 45 - 30 \text{ (cm)} \Rightarrow d = 15 \text{ cm}$$

**Resposta:** 15 cm

**88** (ITA-SP) Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa pontual **A**, colocada sobre o eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente nos dois espelhos e formam, sobre a própria fonte **A**, uma imagem real desta. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte **A** até o vértice do espelho esférico é de 30 cm. A distância **d** do espelho plano até o vértice do espelho côncavo é, então:



- a) 20 cm.                      c) 40 cm.                      e) 50 cm.  
 b) 30 cm.                      d) 45 cm.

**Resolução:**

Determinemos, inicialmente, a posição da imagem conjugada pelo espelho côncavo em relação a este espelho.

Equação de Gauss:  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$

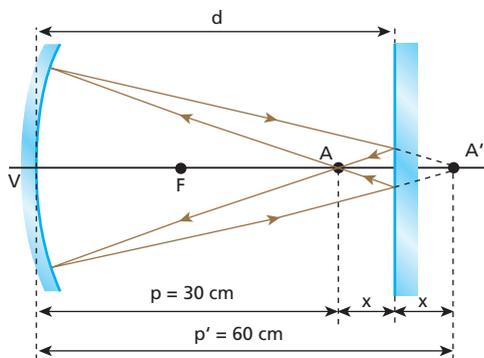
Seja  $f = \frac{R}{2} = \frac{40}{2} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$  e  $p = 30 \text{ cm}$ , calculemos  $p'$ :

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{3-2}{60}$$

Da qual:  $p' = 60 \text{ cm}$

Para que a imagem final, formada sobre o objeto **A**, seja de natureza real, a imagem fornecida pelo espelho côncavo deve comportar-se como objeto virtual em relação ao espelho plano.

A trajetória dos raios de luz pode ser observada no esquema a seguir:



Lembrando que no espelho plano a imagem é simétrica do objeto em relação à superfície refletora, temos:

$$2x = p' - p \Rightarrow 2x = 60 - 30 \Rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

A distância **d** pedida fica, então, determinada por:

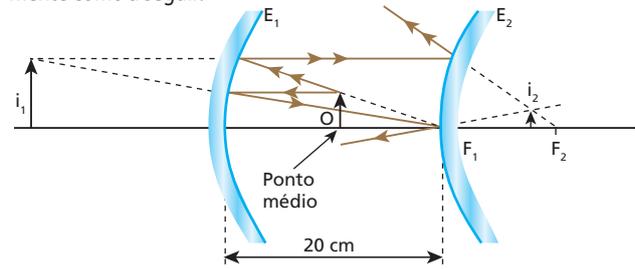
$$d = p + x \Rightarrow d = 30 + 15 \text{ (cm)} \Rightarrow x = 45 \text{ cm}$$

**Resposta:** d

**89** Um espelho convexo cuja distância focal tem módulo igual a 10 cm está situado a 20 cm de um espelho côncavo de distância focal 20 cm. Os espelhos estão montados coaxialmente e as superfícies refletoras se defrontam. Coloca-se um objeto luminoso no ponto médio do segmento que une os vértices dos dois espelhos. Localize a imagem fornecida pelo espelho convexo ao receber os raios luminosos que partem do objeto e são refletidos pelo espelho côncavo.

**Resolução:**

A imagem fornecida pelo espelho convexo pode ser obtida graficamente como a seguir:



Equação de Gauss:  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{20} \Rightarrow p_1' = -20 \text{ cm}$

A imagem virtual  $i_1$  produzida por  $E_1$  comporta-se como objeto real em relação ao espelho convexo  $E_2$ .

Equação de Gauss:  $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{(20+20)} + \frac{1}{p_2'} = \frac{1}{-10}$

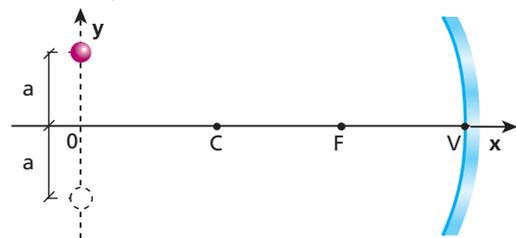
Da qual:  $p_2' = -8,0 \text{ cm}$

**Resposta:** A imagem é de natureza virtual e está a 8,0 cm do vértice do espelho convexo.

**90** Uma partícula pontual realiza, na vertical, um movimento harmônico simples (MHS) cuja elongação **y** é dada em função do tempo **t** por:

$$y = a \cos(\omega t)$$

O plano de oscilação da partícula é perpendicular ao eixo principal (eixo **Ox**) de um espelho esférico côncavo gaussiano e está a uma distância do vértice igual a três vezes a distância focal do espelho.



Determine:

- a frequência angular de oscilação da imagem da partícula;
- a amplitude de oscilação da imagem;
- a diferença de fase  $\Delta\phi$  entre o movimento de oscilação da partícula e o da sua imagem.

**Resolução:**

a) Enquanto a partícula realiza uma oscilação completa, o mesmo ocorre com sua imagem (períodos iguais). Logo:

$$\omega_i = \omega$$

Observar que  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

b)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{3f} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{3f} \Rightarrow p' = \frac{3}{2}f$

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{a} = -\frac{\frac{3}{2}f}{3f} \Rightarrow i = -\frac{a}{2}$$

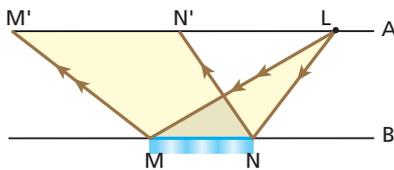
Donde:  $a_i = |i| = \frac{a}{2}$

c) A partícula e sua imagem oscilam em **oposição de fase**, o que fica evidenciado pela oposição dos sinais de  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{o}$ . Assim, a diferença de fase pedida é:

$$\Delta\phi = \pi \text{ rad}$$

**Respostas:** a)  $\omega$ ; b)  $\frac{a}{2}$ ; c)  $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$

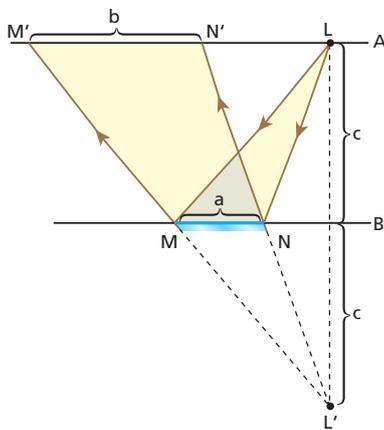
**91** Considere um corredor delimitado por duas paredes planas, verticais e paralelas entre si. Numa das paredes (**A**) está incrustada uma lâmpada puntiforme (**L**) acesa. Na outra parede (**B**) está fixado um espelho plano (MN), que reflete luz proveniente de **L**, iluminando a região  $M'N'$  da parede **A**.



Admitindo-se que a parede **A** passe a se aproximar da parede **B** com velocidade constante de módulo  $V$ , permanecendo, porém, paralela a **B**, pode-se afirmar que a velocidade de  $M'$  em relação a  $N'$  terá:

- a) módulo nulo;
- b) módulo  $V/2$ ;
- c) módulo  $V$ ;
- d) módulo  $2V$ ;
- e) um outro valor.

**Resolução:**



$$\frac{b}{a} = \frac{2c}{c}$$

Logo:  $b = 2a$

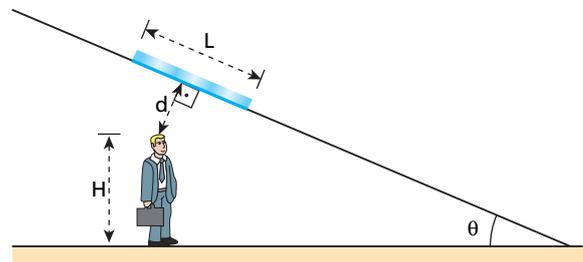
A distância  $b$  entre  $M'$  e  $N'$  permanece constante, independentemente da distância  $c$  entre as paredes.

Observe que  $b$  só depende do comprimento  $a$  do espelho. Assim, a velocidade de  $M'$  em relação a  $N'$  terá módulo nulo.

Observe também que a região iluminada na parede **A** não se desloca em relação a essa parede à medida que ela se aproxima da parede **B**.

**Resposta:** a

**92** (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) A figura a seguir ilustra uma pessoa de altura  $H$  posicionada diante de um espelho plano fixado em uma parede inclinada de um ângulo  $\theta$  em relação ao solo.

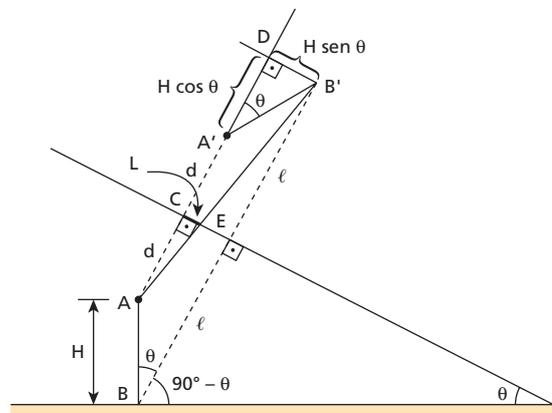


Supondo-se conhecida a distância  $d$  entre o topo da cabeça da pessoa e o espelho e desprezando-se a distância entre seus olhos e o topo de sua cabeça, pede-se determinar:

- a) o comprimento mínimo  $L$  do espelho para que a pessoa possa se ver de corpo inteiro;
- b) o valor de  $L$  para o caso particular em que  $\theta = 90^\circ$ ;
- c) a distância  $Y$  entre a borda inferior do espelho e o solo na situação do item **b**.

**Resolução:**

- a) Na figura a seguir, a pessoa está se vendo de corpo inteiro no espelho plano considerado. É importante notar a simetria entre o objeto e sua imagem em relação ao espelho.



Os triângulos ACE e ADB' são semelhantes. Logo:

$$\frac{L}{d} = \frac{H \text{ sen } \theta}{2d + H \text{ cos } \theta} \Rightarrow L = \frac{d H \text{ sen } \theta}{2d + H \text{ cos } \theta}$$

b) Fazendo-se:

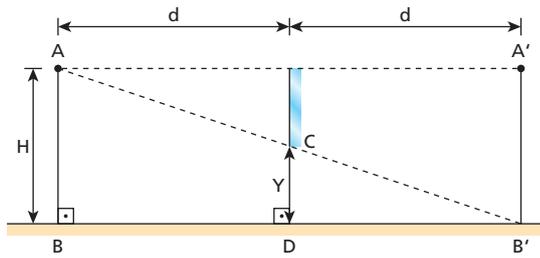
$\theta = 90^\circ$  (parede perpendicular ao solo), vem:

$$L = \frac{d H \text{ sen } 90^\circ}{2d + H \text{ cos } 90^\circ} \Rightarrow L = \frac{d H}{2d}$$

Portanto:  $L = \frac{H}{2}$

**Nota:** Nesse caso particular,  $L$  independe de  $d$ .

c)

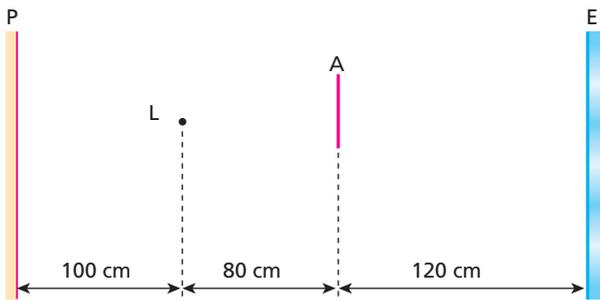


Os triângulos  $CDB'$  e  $ABB'$  são semelhantes. Logo:

$$\frac{Y}{H} = \frac{d}{2d} \Rightarrow Y = \frac{H}{2}$$

**Respostas:** a)  $L = \frac{d H \sin \theta}{2d + H \cos \theta}$ ; b)  $L = \frac{H}{2}$ ; c)  $Y = \frac{H}{2}$

**93** No esquema, **P** é uma parede vertical de cor clara, **L** é uma lâmpada pontual capaz de emitir luz branca exclusivamente para a direita, **A** é um anteparo quadrado, opaco e fixo, com lado de comprimento igual a 40 cm, e **E** é um espelho plano também fixo. Admita que **P** e **E** tenham grandes dimensões e que **A** e **E** sejam paralelos a **P**.



Se a partir de determinado instante **L** começar a se movimentar verticalmente para baixo, poderá ser observada em **P**:

- a) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para cima;
- b) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para baixo;
- c) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante igual a 2,5 m, movimentando-se para cima;
- d) uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento crescente a partir de 2,0 m, movimentando-se para baixo;
- e) uma área de sombra, a princípio quadrada e depois retangular, movimentando-se para cima.

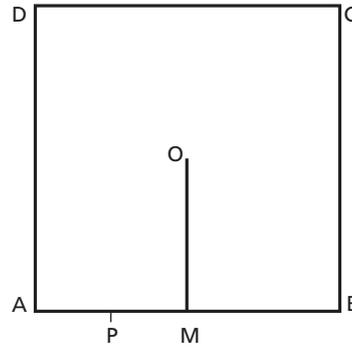
**Resolução:**

Se **L** deslocar-se verticalmente para baixo, isto é, ao longo de uma trajetória paralela aos planos de **P** e **E**, a relação de semelhança entre os triângulos envolvidos no processo se manterá, permitindo concluir que será projetada em **P** uma área quadrada de sombra, com lado de comprimento constante **x**, movimentando-se para cima.

Cálculo de **x**:  $\frac{x}{500} = \frac{40}{80} \Rightarrow x = 250 \text{ cm} = 2,5 \text{ m}$

**Resposta:** c

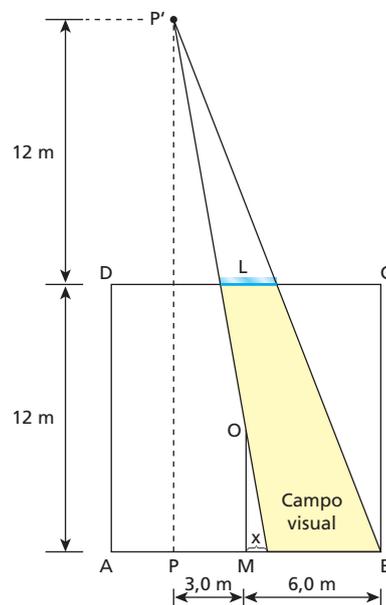
**94** A figura mostra a planta baixa de uma sala quadrada ABCD, de lado 12,0 m, com uma parede de comprimento 6,0 m, que vai do ponto **M** (médio de AB) até o ponto **O** (centro geométrico da sala). Um espelho plano será fixado na parede DC, cobrindo do solo até o teto, de modo que uma pessoa situada no ponto **P** (médio de AM) consiga enxergar por reflexão a maior extensão possível da parede MB.



A largura mínima do espelho que satisfaz essa condição é:

- a) 2,5 m;
- b) 3,0 m;
- c) 4,5 m;
- d) 6,0 m;
- e) 7,5 m.

**Resolução:**

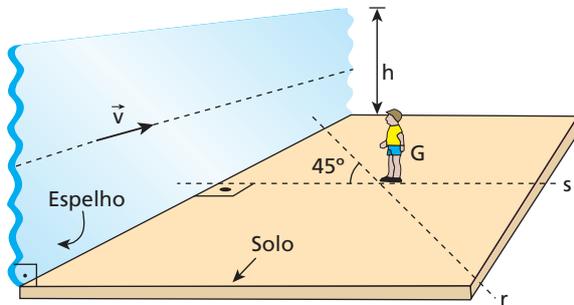


(I)  $\frac{x}{3,0+x} = \frac{6,0}{24} \Rightarrow 4,0x = 3,0+x \Rightarrow x = 1,0 \text{ m}$

(II)  $\frac{L}{6,0-x} = \frac{12}{24} \Rightarrow \frac{L}{6,0-1,0} = \frac{1}{2} \Rightarrow L = 2,5 \text{ m}$

**Resposta:** a

**95** Considere um espelho plano retangular, disposto perpendicularmente ao solo, considerado plano e horizontal. O espelho tem altura  $h$  desprezível em comparação com o comprimento de sua base. Admita que esse espelho esteja em movimento na direção do seu eixo longitudinal, com velocidade  $\vec{v}$  de módulo 1,0 m/s, conforme ilustra o esquema a seguir, que também mostra um garoto  $G$  que pode caminhar sobre o solo.



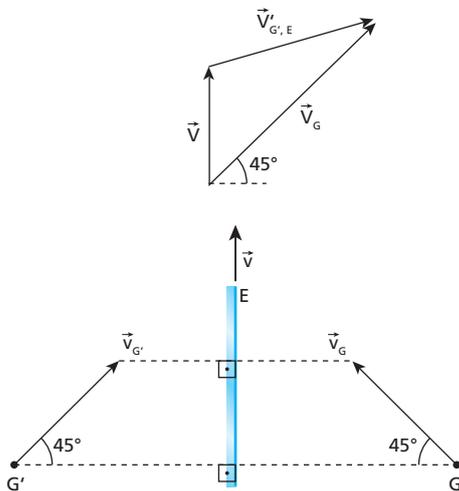
- Supondo  $G$  em repouso em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de  $G$  em relação ao espelho?
- Supondo que  $G$  se aproxime do espelho, percorrendo a reta  $r$  coplanar à reta  $s$  com velocidade de módulo  $4,0\sqrt{2}$  m/s em relação ao solo, qual o módulo da velocidade da imagem de  $G$  em relação ao espelho?

**Resolução:**

- Com  $G$  em repouso em relação ao solo, sua imagem  $G'$  também se apresenta em repouso em relação ao solo. Como o espelho tem velocidade  $\vec{v}$  em relação ao solo,  $G'$  tem velocidade  $\vec{v}_{G'} = -\vec{v}$  em relação ao espelho (propriedade simétrica). Logo:

$$|\vec{v}_{G'}| = |\vec{v}| = 1,0 \text{ m/s}$$

- 



A velocidade da imagem  $G'$  em relação ao espelho  $E$  é  $\vec{v}_{G',E}$ , dada pela seguinte expressão vetorial:

$$\vec{v}_{G',E} = \vec{v}_{G'} - \vec{v}$$

O módulo de  $\vec{v}_{G',E}$  é obtido aplicando-se a Lei dos Cossenos.

$$|\vec{v}_{G',E}|^2 = (4,0\sqrt{2})^2 + (1,0)^2 - 2 \cdot 4,0\sqrt{2} \cdot 1,0 \cos 45^\circ$$

Da qual:  $|\vec{v}_{G',E}| = 5,0 \text{ m/s}$

**Respostas:** a) 1,0 m/s; b) 5,0 m/s

**96** Dois espelhos  $E_1$  e  $E_2$  são alinhados de modo que tenham eixo óptico comum e a permaneçam com suas faces refletoras voltadas entre si, separadas por 32 cm. Um objeto pontual é colocado sobre o eixo do sistema, a meia distância entre os dois espelhos. Observa-se, então, que a imagem final desse objeto, após múltiplas reflexões da luz, situa-se também sempre a meia distância entre os dois espelhos. O espelho  $E_1$  é esférico côncavo e tem raio de curvatura igual a 24 cm.

- Determine a posição da imagem do objeto formada apenas pelo espelho  $E_1$ .
- Identifique o tipo do espelho  $E_2$ .

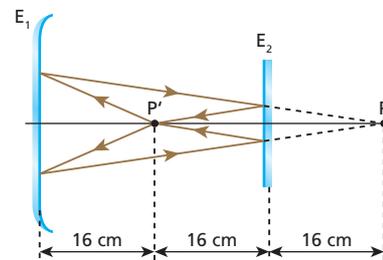
**Resolução:**

Equação de Gauss:

$$a) \frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{16} - \frac{1}{p'_1}$$

$$\frac{1}{p'_1} = \frac{1}{12} - \frac{1}{16} \Rightarrow p'_1 = 48 \text{ cm}$$

( $p'_1 > 0 \Rightarrow$  imagem real)



Observe que a imagem real fornecida por  $E_1$  funciona como objeto virtual para  $E_2$ .

- Observando no esquema a **simetria** entre o objeto  $P$  e a correspondente imagem  $P'$ , concluímos que  $E_2$  é um espelho plano.

**Respostas:** a) 48 cm de  $E_1$ ; b)  $E_2$  é um espelho plano

**97** Um automóvel cujo velocímetro não funciona está se deslocando em movimento uniforme ao longo de uma avenida retilínea em que a velocidade máxima permitida é de 50 km/h. Esse veículo possui um espelho retrovisor esférico (convexo) de raio de curvatura igual a 2,0 m. Ao passar diante de uma estaca vertical de altura 1,8 m, o motorista põe em marcha um cronômetro, verificando que transcorreram 14 s desde o instante em que foi acionado o instrumento até o instante em que a altura da imagem da estaca dada pelo espelho é de 10 mm. Considerando válidas as condições de Gauss no funcionamento do espelho retrovisor, determine se o automóvel trafega ou não dentro do limite de velocidade da avenida.

**Resolução:**

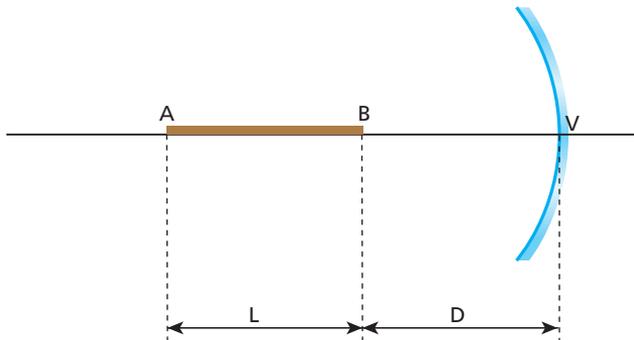
$$(I) A = \frac{i}{o} = \frac{10 \text{ mm}}{1800 \text{ mm}} \Rightarrow A = \frac{1}{180} \quad (A > 0 \Rightarrow \text{imagem direita})$$

$$(II) A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{1}{180} = \frac{-1,0}{-1,0-p} \Rightarrow -1,0-p = -180 \Rightarrow p = 179 \text{ m}$$

$$(III) v = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{179 \text{ m}}{14 \text{ s}} = \frac{179}{14} \cdot 3,6 \text{ km/h} \Rightarrow v \approx 46 \text{ km/h}$$

**Resposta:** O automóvel trafega dentro do limite de velocidade da avenida, já que sua velocidade é de 46 km/h, aproximadamente.

**98** (Olimpíada Brasileira de Física – mod.) Uma haste retilínea AB de comprimento  $L$  é colocada diante da superfície refletora de um espelho esférico côncavo  $E$ , que obedece às condições de Gauss, sobre o eixo principal do espelho, conforme representa a figura.



A distância focal do espelho é igual a  $f$  e a extremidade  $B$  da haste encontra-se a uma distância  $D$  ( $D > f$ ) do vértice  $V$ .

- Calcule em função de  $f$ ,  $L$  e  $D$  o comprimento  $C$  da imagem da haste produzida por  $E$ .
- Determine a relação entre  $L$  e  $f$  para o caso particular de a imagem de  $B$  se formar sobre esse mesmo ponto, com  $C = \frac{L}{2}$ .

**Resolução:**

a) Equação de Gauss:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Posição da imagem  $B$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{p'_B} \Rightarrow \frac{1}{p'_B} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D} \Rightarrow \frac{1}{p'_B} = \frac{D-f}{Df} \Rightarrow p'_B = \frac{Df}{D-f}$$

Posição da imagem  $A$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D+L} + \frac{1}{p'_A} \Rightarrow \frac{1}{p'_A} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D+L} \Rightarrow \frac{1}{p'_A} = \frac{D+L-f}{f(D+L)}$$

Da qual:  $p'_A = \frac{f(D+L)}{D+L-f}$

Cálculo de  $C$ :

$$C = p'_B - p'_A \Rightarrow C = \frac{Df}{D-f} - \frac{f(D+L)}{D+L-f}$$

$$C = \frac{Df(D+L-f) - (Df+Lf)(D-f)}{(D-f)(D+L-f)}$$

$$C = \frac{D^2f + DfL - Df^2 - (D^2f - Df^2 + DfL - Lf^2)}{(D-f)(D+L-f)}$$

Donde:  $C = \frac{Lf^2}{(D-f)(D+L-f)}$

- b) Se  $p'_B = D$  (a imagem do ponto  $B$  forma-se sobre esse mesmo ponto), vem:

$$D = \frac{Df}{D-f} \Rightarrow D-f = f \Rightarrow D = 2f$$

Levando em conta a condição de  $C = \frac{L}{2}$ , temos:

$$\frac{L}{2} = \frac{Lf^2}{(2f-f)(2f+L-f)} \Rightarrow f(f+L) = 2f^2 \Rightarrow f+L = 2f \Rightarrow L = f$$

Portanto:  $\frac{L}{f} = 1$

**Respostas:** a)  $C = \frac{Lf^2}{(D-f)(D+L-f)}$ ; b)  $\frac{L}{f} = 1$

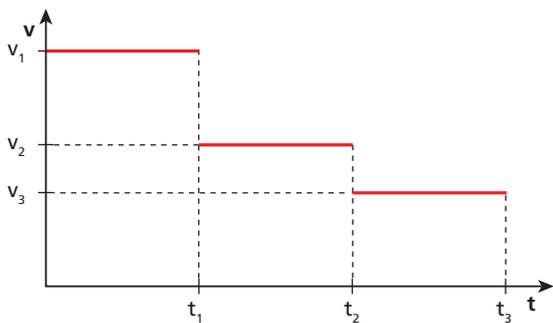
# Tópico 3

**1** Numa folha de papel branco, está escrito “terra” com tinta vermelha e “prometida” com tinta verde. Tomam-se duas lâminas transparentes de vidro, uma vermelha e outra verde. Através de que lâmina deve-se olhar para o papel de modo que a palavra “terra” seja enxergada com bastante contraste?

**Resolução:**  
Usando-se a lâmina vermelha, nossos olhos recebem a luz vermelha proveniente da palavra “terra” e a componente vermelha da luz branca proveniente do papel, o que dificulta a leitura da palavra “terra”.

**Resposta:** Lâmina verde

**2** (PUC-SP) Um raio de luz monocromática passa do meio 1 para o meio 2 e deste para o meio 3. Sua velocidade de propagação relativa aos meios citados é  $v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$ , respectivamente. O gráfico representa a variação da velocidade de propagação da luz em função do tempo ao atravessar os meios mencionados, considerados homogêneos:



Sabendo-se que os índices de refração do diamante, do vidro e do ar obedecem à desigualdade  $n_{\text{diam}} > n_{\text{vidro}} > n_{\text{ar}}$ , podemos afirmar que os meios 1, 2 e 3 são, respectivamente:

- a) diamante, vidro, ar.
- b) diamante, ar, vidro.
- c) ar, diamante, vidro.
- d) ar, vidro, diamante.
- e) vidro, diamante, ar.

**Resolução:**  
Como  $v$  e  $n$  são inversamente proporcionais ( $n = \frac{c}{v}$ ):

$$\left. \begin{aligned} v_3 < v_2 < v_1 &\Rightarrow n_3 > n_2 > n_1 \\ n_{\text{diam}} > n_{\text{vidro}} > n_{\text{ar}} &\Rightarrow \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Meio 1: ar;} \\ &\text{Meio 2: vidro;} \\ &\text{Meio 3: diamante.} \end{aligned}$$

**Resposta:** d

**3** Para a luz amarela emitida pelo sódio, os índices de refração de certo vidro e do diamante são iguais a 1,5 e 2,4, respectivamente. Sendo de 300 000 km/s a velocidade da luz no ar, calcule, para a luz amarela citada:

- a) sua velocidade no vidro;
- b) sua velocidade no diamante;
- c) o índice de refração do diamante em relação ao vidro.

**Resolução:**

a)  $n_v = \frac{c}{v_v} \Rightarrow v_v = \frac{300\,000}{1,5} \Rightarrow v_v = 200\,000 \text{ km/s}$

b)  $n_v = \frac{c}{v_d} \Rightarrow v_d = \frac{300\,000}{2,4} \Rightarrow v_d = 125\,000 \text{ km/s}$

c)  $n_{d,v} = \frac{n_d}{n_v} = \frac{2,4}{1,5} \Rightarrow n_{d,v} = 1,6$

**Respostas:** a) 200 000 km/s; b) 125 000 km/s; c) 1,6.

**4** Determinada luz monocromática percorre um segmento de reta de comprimento 30 cm no interior de um bloco maciço de um cristal durante  $2,0 \cdot 10^{-9}$  s. Sabendo que a velocidade da luz no vácuo é igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, calcule o índice de refração desse cristal.

**Resolução:**

$v_c = \frac{30 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}} \Rightarrow v_c = 1,5 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$n_c = \frac{c}{v_c} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} \Rightarrow n_c = 2,0$

**Resposta:** 2,0

**5 E.R.** Um raio de luz monocromática propaga-se no ar (meio 1) e atinge a superfície plana da água (meio 2) sob ângulo de incidência  $\theta_1$  igual a  $45^\circ$ . Admitindo que o índice de refração da água vale  $\sqrt{2}$  para aquela luz, determine:

- a) o ângulo de refração;
- b) o desvio experimentado pelo raio ao se refratar;
- c) uma figura em que estejam representados o raio incidente, o raio refletido e o raio refratado.

**Resolução:**

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

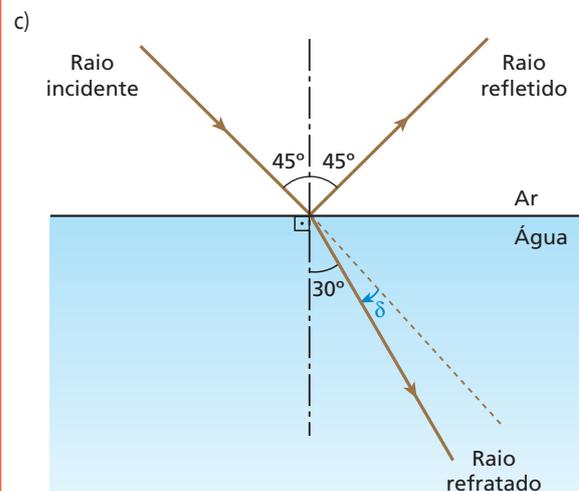
Sendo  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = \sqrt{2}$ ,  $\sin \theta_1 = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , temos:

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2}$$

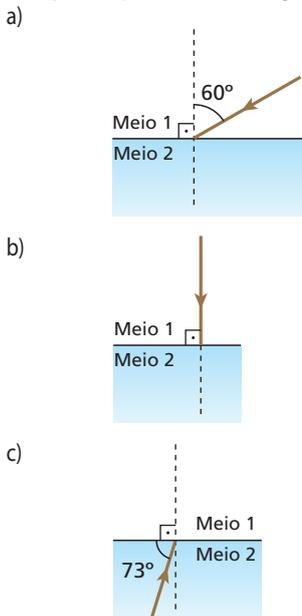
Então:  $\theta_2 = 30^\circ$

b) O desvio experimentado pelo raio ao se refratar é:

$$\delta = \theta_1 - \theta_2 \Rightarrow \delta = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow \delta = 15^\circ$$



**6** Um raio de luz monocromática incide na fronteira entre dois meios transparentes 1 e 2, de índices de refração  $n_1 = 1$  e  $n_2 = \sqrt{3}$  nas situações esquematizadas a seguir:



Em cada situação, calcule o ângulo de refração.

**Dado:**  $\sin 17^\circ \approx \frac{\sqrt{3}}{6}$

**Resolução:**

a)  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\theta_2 = 30^\circ$

b)  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 0 = \sqrt{3} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = 0 \Rightarrow \theta_2 = 0^\circ$

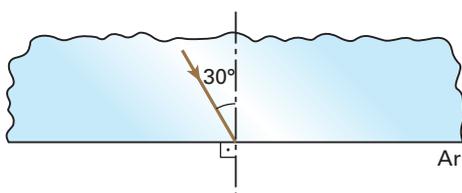
c)  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin \theta_1 = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\theta_1 = 30^\circ$

**Respostas:** a)  $30^\circ$ ; b)  $0^\circ$ ; c)  $30^\circ$

**7** Na figura a seguir, um pincel cilíndrico de luz monocromática propaga-se em um bloco sólido transparente e incide na fronteira plana entre o bloco e o ar, sob ângulo de incidência igual a  $30^\circ$ . Sabendo que o índice de refração do bloco para a radiação considerada vale  $\sqrt{3}$ , determine:

- a) o ângulo de refração;
- b) o desvio experimentado pela luz ao se refratar;
- c) a representação esquemática dos raios incidente, refletido e refratado.

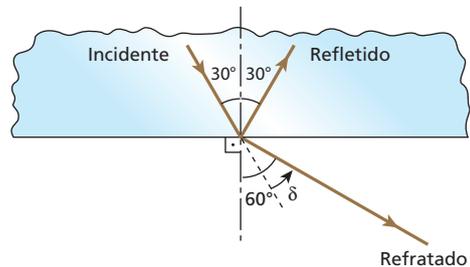


**Resolução:**

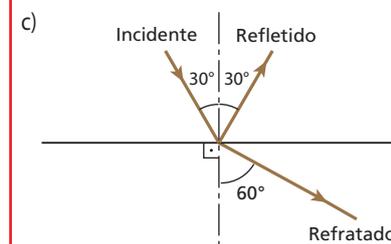
a)  $n_b \sin 30^\circ = n_{ar} \sin r \Rightarrow \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 1 \sin r \Rightarrow r = 60^\circ$

b)  $\delta_i = 60^\circ - 30^\circ \Rightarrow \delta = 30^\circ$

c)



**Respostas:** a)  $60^\circ$ ; b)  $30^\circ$ ;



**8** Julgue falsa ou verdadeira cada uma das afirmações a seguir.

- (01) Numa noite enluarada, os animais que habitam o interior de um lago de águas calmas podem enxergar a Lua. Uma pessoa, à beira do lago, quando olha para a superfície da água, também pode ver a Lua. Podemos então concluir que a luz proveniente da Lua, ao incidir na água, não somente se refrata, mas também se reflete parcialmente.
- (02) Refração da luz é o desvio da luz ao atravessar a fronteira entre dois meios transparentes.
- (04) Refração da luz é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo sempre uma alteração de sua velocidade de propagação.
- (08) Na refração da luz, o raio refratado pode não apresentar desvio em relação ao raio incidente.
- (16) A cor da luz (frequência) não se altera na refração.
- (32) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio menos refringente para o mais refringente, ele se aproxima da normal.
- (64) Quando um raio incidente oblíquo passa do meio mais refringente para o menos refringente, ele se afasta da normal.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações verdadeiras.

**Resolução:**

- (01) Verdadeira.
- (02) Falsa. Refração é a passagem da luz de um meio transparente para outro, ocorrendo variação da velocidade de propagação, mas nem sempre desvio.
- (04) Verdadeira.
- (08) Verdadeira. É o que ocorre na incidência normal.
- (16) Verdadeira.
- (32) Verdadeira.
- (64) Verdadeira.

**Resposta:** 125

**9** Um feixe cilíndrico de luz incide perpendicularmente na superfície plana de separação de dois meios ordinários opticamente diferentes. Pode-se afirmar que:

- a) o feixe refrata-se, desviando-se fortemente;
- b) o feixe não sofre refração;
- c) o feixe não sofre reflexão;
- d) ocorre reflexão, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação;
- e) ocorre refração, com a consequente alteração do módulo da velocidade de propagação.

**Resolução:**

- a) A refração ocorre, porém, sem desvio (falsa).
- b) Falsa.
- c) Falsa. Ocorre reflexão parcial.
- d) Falsa. O módulo da velocidade não se altera na reflexão.
- e) Verdadeira.

**Resposta:** e

**10** Quando um raio de luz passa de um meio mais refringente para outro menos refringente:

- a) afasta-se da normal;
- b) aproxima-se da normal;
- c) a frequência da luz aumenta;
- d) não ocorre desvio;
- e) a velocidade de propagação da luz aumenta.

**Resolução:**

Quando o raio passa para um meio menos refringente ( $n$  menor), sua velocidade de propagação aumenta ( $v = \frac{c}{n}$ ).

**Resposta:** e

**11** (Vunesp-SP) Analise a tabela e responda.

Substância	Índice de refração em relação ao ar
Água	1,33
Álcool etílico	1,63
Glicerina	1,47
Quartzo cristalino	1,54
Vidro comum	1,50

Para um mesmo ângulo de incidência diferente de zero, o maior desvio na direção de um raio de luz que se propaga no ar ocorrerá quando penetrar:

- a) na água.
- b) no álcool etílico.
- c) na glicerina.
- d) no quartzo cristalino.
- e) no vidro comum.

**Resolução:**

O maior desvio ocorrerá quando o raio penetrar no meio de maior índice de refração.

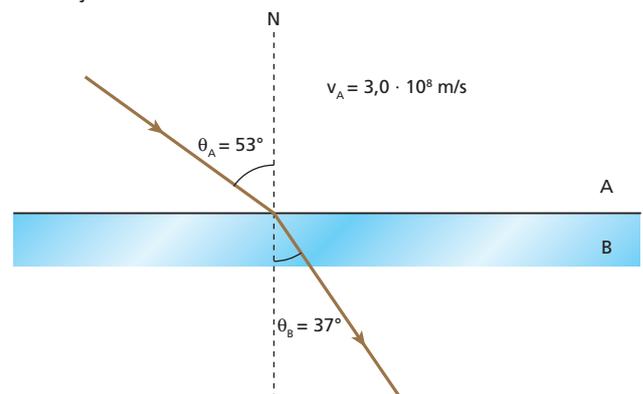
**Resposta:** b

**12** (Unifor-CE) Um raio de luz monocromática, propagando-se num meio **A** com velocidade  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, incide na superfície de separação com outro meio transparente **B**, formando  $53^\circ$  com a normal à superfície. O raio refratado forma ângulo de  $37^\circ$  com a normal no meio **B**, onde a velocidade  $V_B$  vale, em m/s:

**Dados:**  $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0,600$ ;  
 $\cos 37^\circ = \sin 53^\circ = 0,800$ .

- a)  $1,20 \cdot 10^8$ .
- b)  $1,60 \cdot 10^8$ .
- c)  $2,10 \cdot 10^8$ .
- d)  $2,25 \cdot 10^8$ .
- e)  $2,40 \cdot 10^8$ .

**Resolução:**



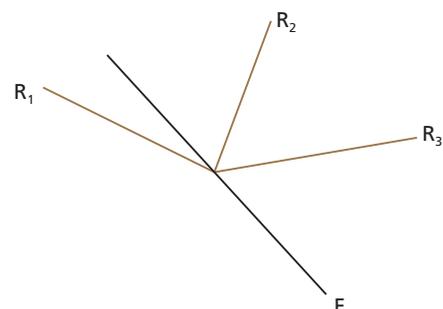
Lei de Snell:

$$\frac{\sin \theta_A}{\sin \theta_B} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{v_A}{v_B} \Rightarrow \frac{0,800}{0,600} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_B} \Rightarrow$$

$$v_B = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

**Resposta:** d

**13** Um raio de luz monocromática incide na fronteira **F** entre dois meios transparentes, dando origem a um raio refletido e a um raio refratado, como representa a figura:



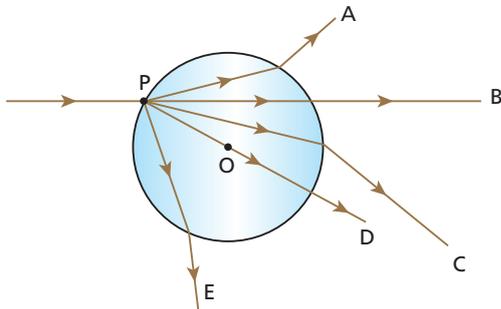
Dos raios de luz  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , identifique o incidente, o refletido e o refratado.

**Resolução:**

- Os raios incidente e refletido têm de estar no mesmo meio. Portanto, um deles é  $R_2$  e o outro,  $R_3$ .
- Para  $R_1$  ser o raio refratado,  $R_3$  é, necessariamente, o raio incidente.

**Respostas:**  $R_1$ : raio refratado;  $R_2$ : raio refletido;  $R_3$ : raio incidente

**14** Um raio de luz monocromática proveniente do ar incide no ponto **P** de uma esfera de vidro de centro **O**, como representa a figura:



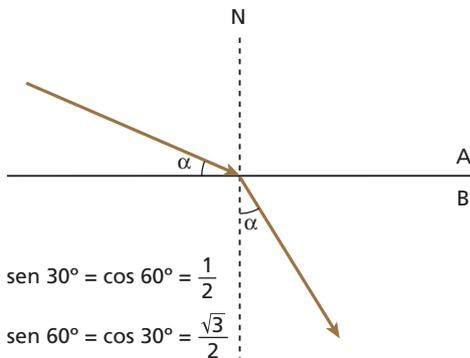
Dos trajetos indicados (**A**, **B**, **C**, **D** e **E**), qual é possível?

**Resolução:**

Ao penetrar no vidro (meio mais refringente), o raio aproxima-se da normal (reta que passa pelos pontos **P** e **O**). Ao emergir do vidro para o ar (meio menos refringente), o raio afasta-se da normal.

**Resposta:** C

**15** (UFPEL-RS) A figura abaixo representa um raio luminoso propagando-se do meio **A** para o meio **B**. Sabendo-se que a velocidade da luz, no meio **A**, é 240 000 km/s e que o ângulo  $\alpha$  vale  $30^\circ$ , calcule:



- a) o índice de refração relativo do meio **A** em relação ao meio **B**;
- b) a velocidade de propagação da luz no meio **B**.

**Resolução:**

a)  $n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$ , em que  $\theta_A = 90^\circ - \alpha = 60^\circ$  e  $\theta_B = \alpha = 30^\circ$   
 $n_A \text{ sen } 60^\circ = n_B \text{ sen } 30^\circ$

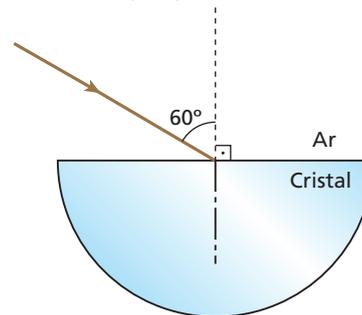
$$n_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n_B \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{n_A}{n_B} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

b)  $\frac{v_B}{v_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{v_B}{240000} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\boxed{v_B = 80000 \sqrt{3} \text{ km/s}}$$

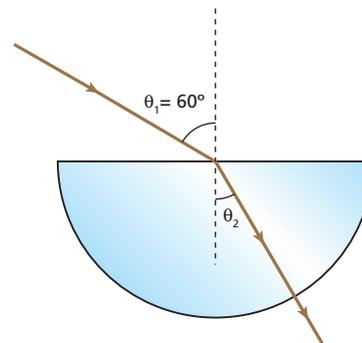
**Respostas:** a)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ; b)  $80000 \sqrt{3} \text{ km/s}$

**16** Um raio de luz monocromática incide no centro da face circular de uma peça hemisférica de cristal transparente. A figura representa a seção da peça determinada pelo plano de incidência do raio:



Se  $\sqrt{3}$  o índice de refração do cristal para a referida radiação, determine a trajetória do raio refratado até emergir para o ar, indicando os ângulos envolvidos.

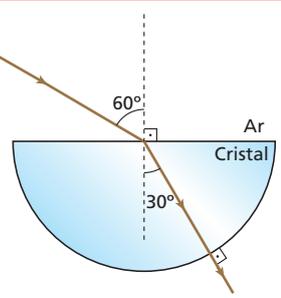
**Resolução:**



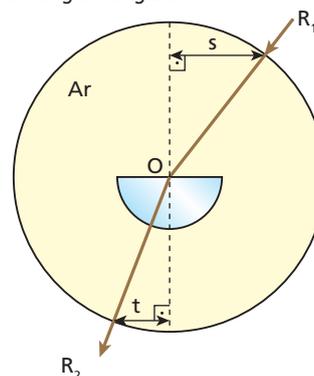
$$n_{Ar} \text{ sen } \theta_1 = n_c \text{ sen } \theta_2$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \boxed{\theta_2 = 30^\circ}$$

**Resposta:**



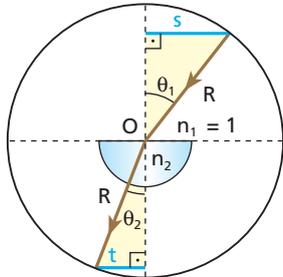
**17 E.R.** Para determinar o índice de refração de um material, uma peça semicilíndrica polida desse material foi colocada sobre um disco de centro **O**, como sugere a figura.



Um raio de luz monocromática  $R_1$ , emitido rente ao disco, incide na peça, obtendo-se o raio refratado  $R_2$ . As distâncias  $s$  e  $t$  foram medidas, encontrando-se  $s = 8,0$  cm e  $t = 5,0$  cm. Calcule o índice de refração do material da peça.

**Resolução:**

Sendo  $R$  o raio do disco, temos:



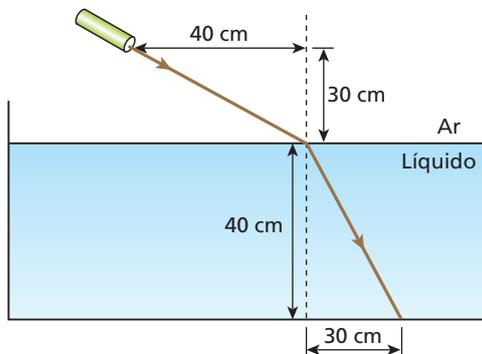
Usando a Lei de Snell:

$$n_1 \sen \theta_1 = n_2 \sen \theta_2$$

$$1 \cdot \frac{s}{R} = n_2 \cdot \frac{t}{R} \Rightarrow n_2 \cdot \frac{s}{t} = \frac{8,0}{5,0}$$

Então:  $n_2 = 1,6$

**18** (UFSE) O raio de luz monocromática representado no esquema abaixo se propaga do ar para um líquido:



Pode-se afirmar que o índice de refração do líquido em relação ao ar é:

- a) 1,25.
- b) 1,33.
- c) 1,50.
- d) 1,67.
- e) 1,80.

**Resolução:**

Na figura dada, temos dois triângulos retângulos cujos catetos medem 30 cm e 40 cm.

Portanto, a hipotenusa de cada um deles mede 50 cm:

$$n_{ar} \sen \theta_1 = n_L \sen \theta_2 \Rightarrow \frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{\frac{40}{50}}{\frac{30}{50}} \Rightarrow \frac{n_L}{n_{ar}} = \frac{4}{3} \cong 1,33$$

**Resposta:** b

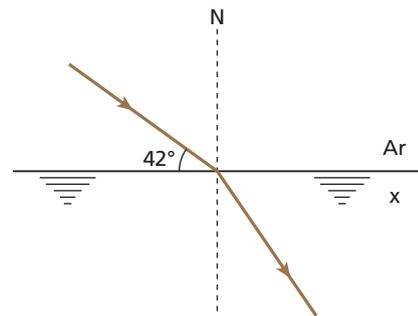
**19** (Ufal) Um raio de luz monocromática passa do ar para um outro meio  $x$ , cujo índice de refração em relação ao ar é 1,48.

- a) Faça, em seu caderno, um esboço da situação descrita acima, considerando que o ângulo entre a superfície de separação dos dois meios e o raio de luz incidente seja igual a  $42^\circ$ .
- b) Calcule a medida do ângulo formado entre a linha da superfície de separação dos dois meios e o raio de luz propagando-se no meio  $x$ .

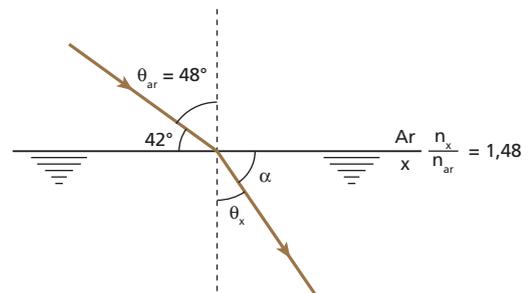
**Dados:**  $\sen 42^\circ = 0,67$ ;  
 $\cos 42^\circ = 0,74$ .

**Resolução:**

a)



b)



$$n_{ar} \sen \theta_{ar} = n_x \sen \theta_x \Rightarrow n_{ar} \sen 48^\circ = n_x \sen \theta_x$$

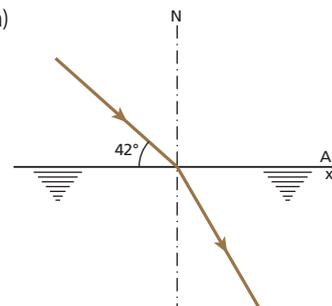
$$\sen \theta_x = \frac{n_{ar}}{n_x} \cos 42^\circ$$

$$\sen \theta_x = \frac{1}{1,48} \cdot 0,74 \Rightarrow \sen \theta_x = \frac{1}{2}$$

$\theta_x = 30^\circ$

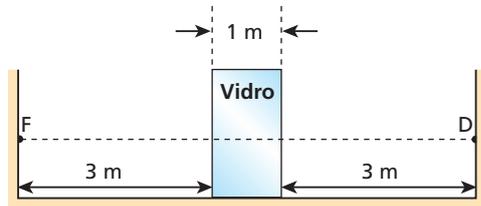
$$\alpha + \theta_x = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - 30^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

**Respostas:** a)



b)  $60^\circ$

**20** (Fuvest-SP) No esquema abaixo, temos uma fonte luminosa **F** em ar, defronte de um bloco de vidro, após o qual se localiza um detector **D**. Observe as distâncias e dimensões indicadas no desenho:



São dados: índice de refração do ar = 1,0; índice de refração do vidro em relação ao ar = 1,5; velocidade da luz no ar = 300 000 km/s.

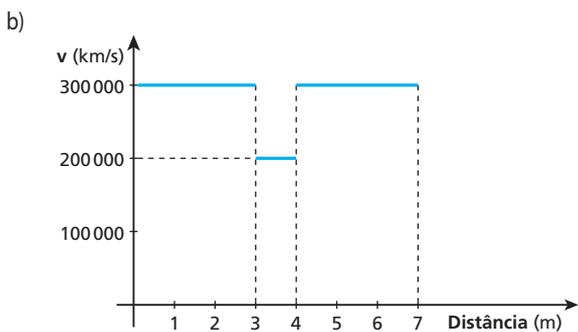
- a) Qual o intervalo de tempo para a luz se propagar de **F** a **D**?
- b) Construa, em seu caderno, um gráfico da velocidade da luz em função da distância, a contar da fonte **F**.

**Resolução:**

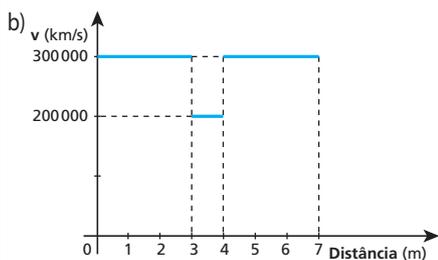
$$a) \frac{n_v}{n_{ar}} = \frac{v_{ar}}{v_v} \Rightarrow 1,5 = \frac{3,0 \cdot 10^8}{v_v} \Rightarrow v_v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta s_1}{v_{ar}} + \frac{\Delta s_2}{v_v} + \frac{\Delta s_3}{v_{ar}} \Rightarrow \Delta t = \frac{3}{3,0 \cdot 10^8} + \frac{1}{2,0 \cdot 10^8} + \frac{3}{3,0 \cdot 10^8}$$

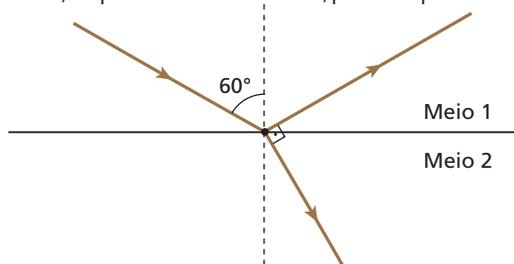
$$\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$



**Respostas:** a)  $2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$



**21** A figura seguinte representa um pincel cilíndrico de luz monocromática que, propagando-se num meio 1, incide na fronteira separadora deste com um meio 2. Uma parcela da luz incidente é refletida, retornando ao meio 1, enquanto a outra é refratada, passando para o meio 2.



Sabendo que os pincéis refletido e refratado são perpendiculares entre si, obtenha:

- a) os ângulos de reflexão e de refração;
- b) o índice de refração do meio 2 em relação ao meio 1.

**Resolução:**

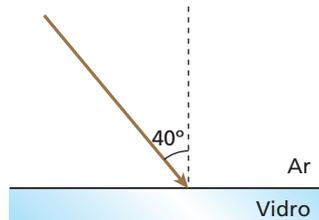
a) O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência:  $60^\circ$ . Como o raio refratado é perpendicular ao refletido, temos que o ângulo de reflexão e o ângulo de refração são complementares. Assim, o ângulo de refração mede  $30^\circ$ .

$$b) n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow n_{2,1} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$n_{2,1} = \sqrt{3}$$

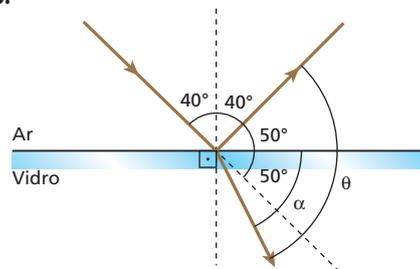
**Respostas:** a) Ângulo de reflexão:  $60^\circ$ ; ângulo de refração:  $30^\circ$ ; b)  $\sqrt{3}$

**22** (UFPI) Um raio de luz, inicialmente propagando-se no ar, incide sobre uma superfície plana de vidro, conforme a figura abaixo. Parte da luz é refletida e parte é refratada. O ângulo entre o raio refletido e o raio refratado é:



- a) menor do que  $40^\circ$ .
- b) entre  $40^\circ$  e  $50^\circ$ .
- c) entre  $50^\circ$  e  $100^\circ$ .
- d) entre  $100^\circ$  e  $140^\circ$ .
- e) maior do que  $140^\circ$ .

**Resolução:**

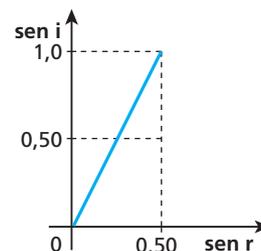


Da figura:  $\theta = \alpha + 50^\circ$

Como  $\alpha$  é maior que  $50^\circ$  e menor que  $90^\circ$ ,  $\theta$  é maior que  $100^\circ$  e menor que  $140^\circ$ .

**Resposta:** d

**23** Uma mesma luz monocromática passa do vácuo para o interior de uma substância, com diversos ângulos de incidência. Os senos do ângulo de incidência ( $i$ ) e do ângulo de refração ( $r$ ) são dados no gráfico seguinte:



Calcule o índice de refração absoluto dessa substância.

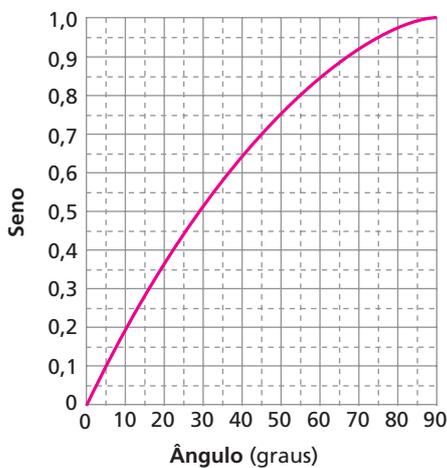
**Resolução:**

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_8}{n_0} \Rightarrow \frac{1,0}{0,50} = \frac{n_8}{1,0} \Rightarrow n_8 = 2,0$$

**Resposta:** 2,0

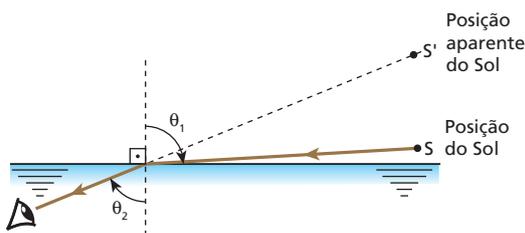
**24** (Unicamp-SP) Um mergulhador, dentro do mar, vê a imagem do Sol nascendo numa direção que forma um ângulo agudo (ou seja, menor que 90°) com a vertical.

- Em uma folha de papel, faça um desenho esquemático mostrando um raio de luz vindo do Sol ao nascer e o raio refratado. Represente também a posição aparente do Sol para o mergulhador.
- Seendo  $n = 1,33 \approx \frac{4}{3}$  o índice de refração da água do mar, use o gráfico a seguir para calcular aproximadamente o ângulo entre o raio refratado e a vertical:



**Resolução:**

a)

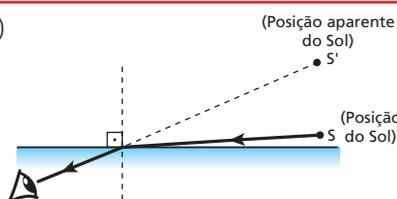


b)  $\theta_1 \approx 90^\circ$

$$n_{\text{ar}} \sin \theta_1 = n_{\text{água}} \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot 1 \approx \frac{4}{3} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 \approx 0,75 \Rightarrow$$

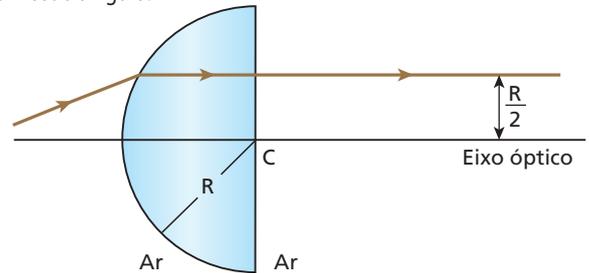
$$\theta_2 \approx 50^\circ$$

**Respostas:** a)



b) 50°

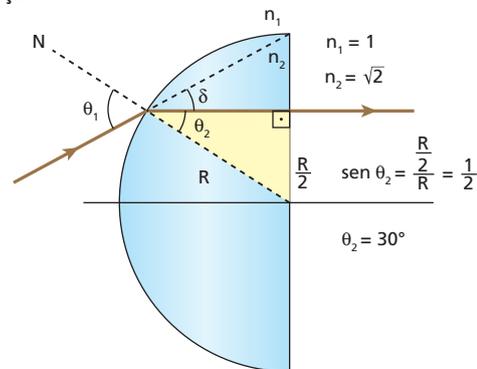
**25** (UFRJ) Um raio de luz monocromática, propagando-se no ar, incide sobre a face esférica de um hemisfério maciço de raio  $R$  e emerge perpendicularmente à face plana, a uma distância  $\frac{R}{2}$  do eixo óptico, como mostra a figura:



O índice de refração do material do hemisfério, para esse raio de luz, é  $n = \sqrt{2}$ .

Calcule o desvio angular sofrido pelo raio ao atravessar o hemisfério.

**Resolução:**



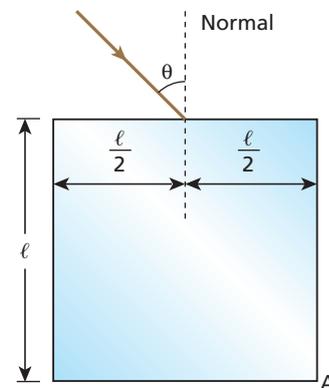
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow$$

$$1 \sin \theta_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$$

$$\delta = \theta_1 - \theta_2 = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow \delta = 15^\circ$$

**Resposta:** 15°

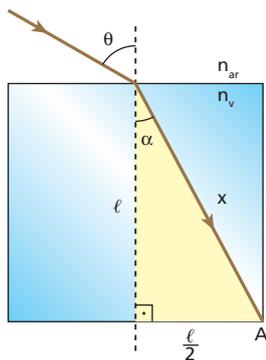
**26** (Unifor-CE) Um raio de luz no ar incide num bloco retangular de vidro polido, cujo índice de refração em relação ao ar é  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , conforme o esquema.



Para que o raio de luz refratado atinja a aresta **A** indicada, o seno do ângulo de incidência  $\theta$  deve ser:

- $\frac{1}{5}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{3}{5}$

**Resolução:**



$$x^2 = l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{l\sqrt{5}}{2}$$

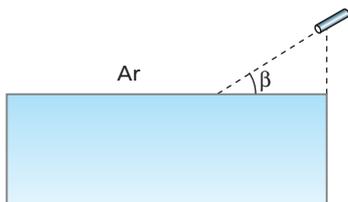
$$\text{sen } \alpha = \frac{\frac{l}{2}}{x} = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{l\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$n_{\text{ar}} \text{sen } \theta = n_v \text{sen } \alpha \Rightarrow 1 \text{sen } \theta = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{1}{2}$$

**Resposta:** c

**27** (Unicamp-SP) Um tanque de 40 cm de profundidade está completamente cheio de um líquido transparente, de índice de refração  $n = 1,64$ . Um raio *laser* incide na superfície do líquido, formando com ela um ângulo  $\beta = 35^\circ$ .

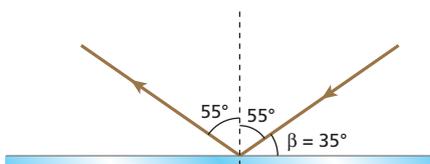


$\theta$	30	35	40	45	50	55	60	65
$\text{sen } \theta$	0,50	0,57	0,64	0,71	0,77	0,82	0,87	0,91
$\text{tg } \theta$	0,58	0,70	0,84	1,0	1,19	1,43	1,73	2,14

- a) Que ângulo o raio refletido forma com a normal à superfície?
- b) Se a fonte do *laser* situa-se 14 cm acima da superfície do líquido, localize o ponto iluminado pelo *laser* no fundo do tanque.

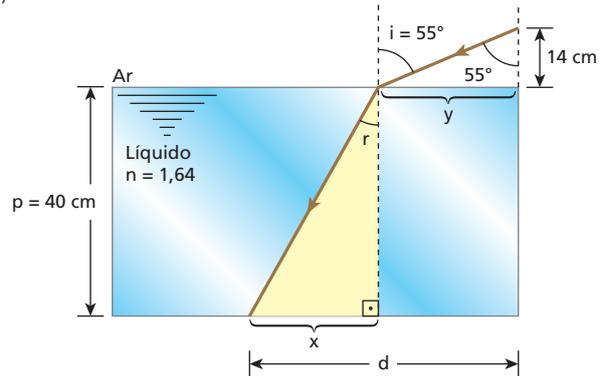
**Resolução:**

a)



O ângulo que o raio refletido forma com a normal é  $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ .

b)



$$n_{\text{ar}} \text{sen } i = n_{\text{liq}} \text{sen } r \Rightarrow 1,0 \cdot 0,82 = 1,64 \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = 0,5 \Rightarrow r = 30^\circ$$

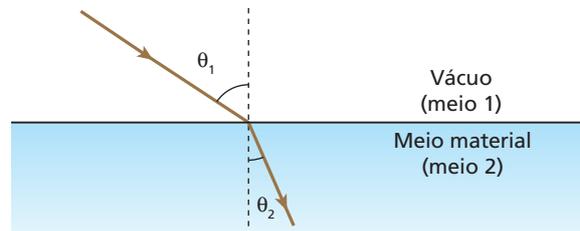
$$\text{tg } r = \frac{x}{p} \Rightarrow x = 40 \cdot 0,58 \Rightarrow x = 23,2 \text{ cm}$$

$$\text{tg } 55^\circ = \frac{y}{14} \Rightarrow y = 14 \cdot 1,43 \Rightarrow y = 20,0 \text{ cm}$$

$$\text{Então: } d = x + y \Rightarrow d = 23,2 + 20,0 \Rightarrow \boxed{d \approx 43 \text{ cm}}$$

**Respostas:** a)  $55^\circ$ ; b) A 43 cm da parede lateral direita.

**28 E.R.** Um raio de luz de frequência igual a  $6,0 \cdot 10^{14}$  Hz passa do vácuo para um meio material transparente, como ilustra a figura:



Sabendo que  $\text{sen } \theta_1 = 0,8$ ,  $\text{sen } \theta_2 = 0,6$  e que a velocidade da luz no vácuo é  $v_1 = 300\,000$  km/s, determine:

- a) a velocidade da luz no meio material ( $v_2$ );
- b) o índice de refração absoluto do meio material;
- c) o comprimento de onda dessa luz no vácuo ( $\lambda_1$ ) e no meio material ( $\lambda_2$ ).

**Resolução:**

a) Pela Lei de Snell, temos:

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{0,8}{0,6} = \frac{300\,000}{v_2}$$

$$\boxed{v_2 = 225\,000 \text{ km/s}}$$

b) Temos:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{300\,000}{225\,000} \Rightarrow \boxed{n_2 = 1,33}$$

c) Como  $v = \lambda f$ , temos, no vácuo (meio 1):

$$v_1 = \lambda_1 f_1 \Rightarrow 300\,000 = \lambda_1 \cdot 6,0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_1 = 5,0 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\boxed{\lambda_1 = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ m}}$$

Lembrando que a frequência não se altera na refração, temos, no meio material (meio 2):

$$v_2 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow 225\,000 = \lambda_2 \cdot 6,0 \cdot 10^{14}$$

$$\lambda_2 = 3,8 \cdot 10^{-10} \text{ km}$$

$$\lambda_2 = 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

**29** Qual o comprimento de onda de uma luz de frequência igual a  $4 \cdot 10^{14}$  Hz propagando-se em um meio de índice de refração igual a 1,5?

**Dado:**  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s

**Resolução:**

$$f = 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow 1,5 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow v = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{14}} \Rightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

**Resposta:**  $5 \cdot 10^{-7}$  m

**30** (PUC-SP) É dada a tabela:

Material	Índice de refração absoluto
Gelo	1,309
Quartzo	1,544
Diamante	2,417
Rutilo	2,903

É possível observar reflexão total com luz incidindo do:

- a) gelo para o quartzo.
- b) gelo para o diamante.
- c) quartzo para o rutilo.
- d) rutilo para o quartzo.
- e) gelo para o rutilo.

**Resolução:**

A reflexão total é possível quando a luz se dirige do meio de índice de refração **maior** para o de índice de refração **menor**.

**Resposta:** d

**31** Quando um feixe de luz, propagando-se no vidro, atinge a fronteira do vidro com o ar, podemos assegurar que ocorre refração? E reflexão?

**Resolução:**

Como a luz se propaga do meio de índice de refração maior (vidro) para o de menor (ar), **não podemos assegurar que ocorre refração**, pois pode ocorrer a reflexão total.

Entretanto, **podemos assegurar que ocorre reflexão**. Mesmo que ocorra refração, parte da luz incidente na fronteira será refletida.

**Resposta:** Refração não; reflexão sim.

**32** Quando um raio de luz dirige-se de um meio **A** (índice de refração  $n_A$ ) para um meio **B** (índice de refração  $n_B$ ):

- a) se  $n_A > n_B$ , o raio certamente sofre reflexão total;
- b) se  $n_A < n_B$ , o raio pode sofrer reflexão total;
- c) se  $n_A < n_B$ , o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
- d) se  $n_A > n_B$ , o raio certamente sofre refração e reflexão parcial;
- e) se  $n_A = n_B$ , o raio aproxima-se da normal.

**Resolução:**

- a) Falsa: a reflexão total só vai ocorrer se o ângulo de incidência for maior que o ângulo-limite ou igual a ele.
- b) Falsa.
- c) Verdadeira.
- d) Falsa, pois pode ocorrer reflexão total.
- e) Falsa. Nesse caso (continuidade óptica), o raio sempre atravessa a fronteira entre os meios, sem sofrer desvio.

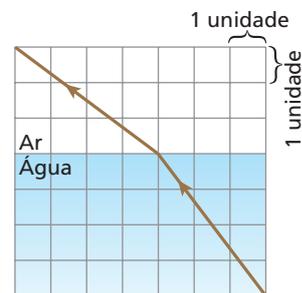
**Resposta:** c

**33** (UEL-PR) As fibras ópticas são largamente utilizadas nas telecomunicações para a transmissão de dados. Nesses materiais, os sinais são transmitidos de um ponto ao outro por meio de feixes de luz que se propagam no interior da fibra, acompanhando sua curvatura. A razão pela qual a luz pode seguir uma trajetória não-retilínea na fibra óptica é consequência do fenômeno que ocorre quando da passagem de um raio de luz de um meio, de índice de refração maior, para outro meio, de índice de refração menor. Com base no texto e nos conhecimentos sobre o tema, indique a alternativa que apresenta os conceitos ópticos necessários para o entendimento da propagação "não-retilínea" da luz em fibras ópticas.

- a) Difração e foco.
- b) Reflexão total e ângulo-limite.
- c) Interferência e difração.
- d) Polarização e plano focal.
- e) Imagem virtual e foco.

**Resposta:** b

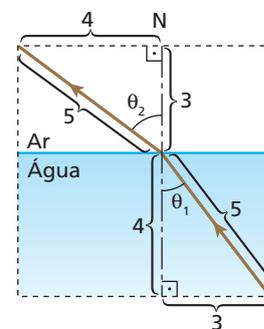
**34 E.R.** O esquema a seguir representa a refração da luz da água para o ar:



A partir das informações contidas no esquema, determine o seno do ângulo limite do dioptra água-ar para a luz em questão.

**Resolução:**

Contando as divisões do quadriculado, obtemos:



Usando a Lei de Snell:

$$n_{\text{água}} \sin \theta_1 = n_{\text{ar}} \sin \theta_2$$

$$n_{\text{água}} \cdot \frac{3}{5} = n_{\text{ar}} \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} = \frac{3}{4}$$

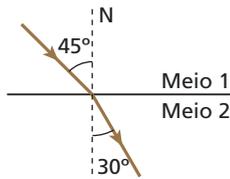
O seno do ângulo limite é dado por:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

Então, como  $n_{\text{ar}}$  é menor que  $n_{\text{água}}$ :

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \boxed{\text{sen } L = 0,75}$$

**35** (UEL-PR) Um raio de luz se propaga do meio 1, cujo índice de refração vale  $\sqrt{2}$ , para o meio 2, seguindo a trajetória indicada na figura abaixo:



**Dados:**  $\text{sen } 30^\circ = \frac{1}{2}$ ;  $\text{sen } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

O ângulo-limite para esse par de meios vale:

- a)  $90^\circ$ .      c)  $45^\circ$ .      e) zero.  
b)  $60^\circ$ .      d)  $30^\circ$ .

**Resolução:**

Resolução: •  $n_1$  é menor que  $n_2$ .

$$\bullet n_1 \text{ sen } 45^\circ = n_2 \text{ sen } 30^\circ \Rightarrow n_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\bullet \text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{L = 45^\circ}$$

**Resposta:** c

**36** E.R. Um raio de luz monocromática propaga-se em um vidro de índice de refração igual a  $\sqrt{2}$  e incide na fronteira plana entre o vidro e o ar sob ângulo de incidência igual a  $60^\circ$ . Descreva o fenômeno que ocorre com o raio nessa fronteira.

**Resolução:**

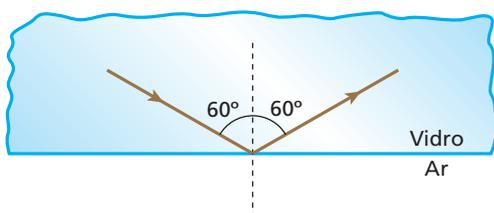
Observe que o raio incidente dirige-se do meio mais refringente (vidro) para o menos refringente (ar). Por isso, é possível que ocorra reflexão total.

Calculando o ângulo-limite na fronteira:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45^\circ$$

Como o ângulo de incidência ( $60^\circ$ ) é maior que o ângulo-limite ( $45^\circ$ ), concluímos que:

O raio de luz sofre reflexão total na fronteira.



**Nota:**

• A ocorrência da reflexão total pode também ser constatada pela Lei de Snell, uma vez que sua aplicação nos leva a um absurdo. Aplicando essa lei, temos:

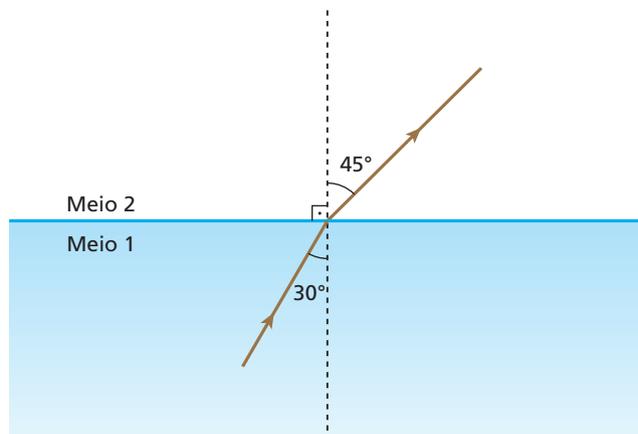
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$\sqrt{2} \text{ sen } 60^\circ = 1 \text{ sen } \theta_2$$

$$\text{sen } \theta_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1, \text{ o que é um absurdo.}$$

A aplicação da Lei de Snell pressupõe a ocorrência do fenômeno da refração. Quando ela nos leva a um absurdo, devemos entender que o fenômeno que se supõe ocorrer (refração) na realidade não ocorre. A luz sofre, portanto, reflexão total.

**37** Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira entre os meios 1 e 2, como representa a figura a seguir:



Determine o que ocorreria se o ângulo de incidência, em vez de  $30^\circ$ , fosse igual a  $45^\circ$ .

**Resolução:**

$$\bullet n_1 \text{ sen } 30^\circ = n_2 \text{ sen } 45^\circ \Rightarrow n_1 \cdot \frac{1}{2} = n_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\bullet \text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45^\circ$$

• Se o ângulo de incidência fosse igual a  $45^\circ$ , ou seja, igual a **L**, ocorreria **reflexão total**.

**Resposta:** Reflexão total.

**38** Considere dois blocos, um de vidro e outro de diamante, de mesmo formato e igualmente lapidados, imersos no ar. Sabe-se que o índice de refração do diamante é maior que o do vidro. Sendo igualmente iluminados:

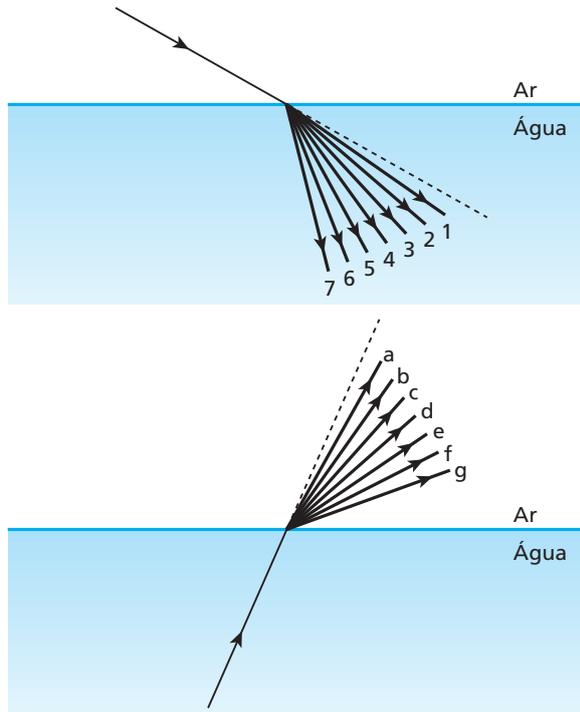
- o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar, o que favorece a reflexão da luz internamente no diamante;
- o diamante brilha mais, porque o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é maior que na fronteira vidro-ar;
- o diamante brilha mais, porque a luz se propaga em seu interior com velocidade maior que no interior do vidro;
- o vidro brilha mais, porque ele é mais refringente que o diamante;
- o vidro e o diamante brilham igualmente.

**Resolução:**

Como o índice de refração do diamante é maior que o do vidro, o ângulo-limite na fronteira diamante-ar é menor que na fronteira vidro-ar. Assim, raios de luz propagando-se do diamante para o ar tem maior probabilidade de sofrerem reflexão total na fronteira, o que faz o diamante brilhar mais que o vidro.

**Resposta:** a

**39** As figuras seguintes mostram um pincel cilíndrico de luz branca solar passando do ar para a água e da água para o ar, decompondo-se nas sete cores básicas:



Identifique:

- a) os raios de luz vermelha;
- b) os raios de luz violeta;
- c) os raios de luz verde.

**Respostas:** a) 1 e a; b) 7 e g; c) 4 e d

**40** (UFRGS-RS) A tabela apresenta os valores do índice de refração do vidro *flint*, em relação ao ar, para diversas cores da luz visível:

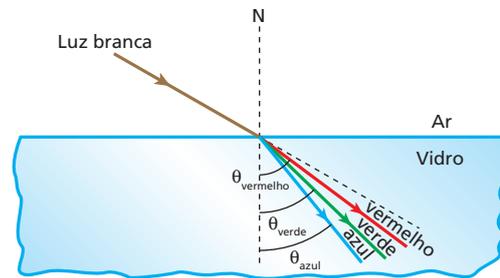
Violeta	Azul	Verde	Amarelo	Vermelho
1,607	1,594	1,581	1,575	1,569

Um feixe de luz branca, proveniente do ar, atinge obliquamente uma lâmina desse vidro, com um ângulo de incidência bem determinado. O feixe sofre dispersão ao ser refratado nessa lâmina, separando-se nas diversas cores que o compõem. Qual das alternativas estabelece uma relação correta para os correspondentes ângulos de refração das cores vermelho, verde e azul, respectivamente?

- a)  $\theta_{\text{vermelho}} > \theta_{\text{verde}} > \theta_{\text{azul}}$
- b)  $\theta_{\text{vermelho}} > \theta_{\text{verde}} = \theta_{\text{azul}}$
- c)  $\theta_{\text{vermelho}} = \theta_{\text{verde}} < \theta_{\text{azul}}$
- d)  $\theta_{\text{vermelho}} < \theta_{\text{verde}} < \theta_{\text{azul}}$
- e)  $\theta_{\text{vermelho}} < \theta_{\text{verde}} > \theta_{\text{azul}}$

**Resolução:**

O ângulo de refração será tanto maior quanto menor o índice de refração do vidro para a cor considerada:



$\Rightarrow \theta_{\text{vermelho}} > \theta_{\text{verde}} > \theta_{\text{azul}}$

**Resposta:** a

**41** Quais os fenômenos ópticos que determinam a ocorrência do arco-íris?

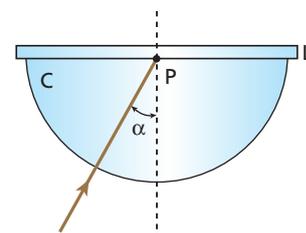
**Resposta:** Refração, acompanhada de dispersão, e reflexão.

**42** As estrelas cintilam porque:

- a) acendem e apagam alternadamente;
- b) o índice de refração da atmosfera cresce com a altitude;
- c) o índice de refração da atmosfera diminui com a altitude;
- d) ocorrem reflexões em seu interior, enquanto elas se movem;
- e) os valores dos índices de refração nos diversos pontos da atmosfera não são estáveis e a intensidade da luz que recebemos delas é muito pequena.

**Resposta:** e

**43** (ITA-SP) Para a determinação do índice de refração ( $n_1$ ) de uma lâmina de vidro (L), foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração  $n_2 = 1,80$ . Um feixe fino de luz monocromática incide no ponto P, sob um ângulo  $\alpha$ , no plano do papel.



Observa-se que, para  $\alpha \geq 45^\circ$ , o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de  $n_1$ ?

**Resolução:**

Sendo de  $45^\circ$  o ângulo-limite do dioptro C – L, temos:

$\text{sen } L = \frac{n_L}{n_C} \Rightarrow \text{sen } 45^\circ = \frac{n_1}{1,80} \Rightarrow n_1 = 1,27$

**Resposta:** 1,27

**44** Determinada luz monocromática apresenta velocidade de  $2,3 \cdot 10^8$  m/s na água e  $2,0 \cdot 10^8$  m/s em certo tipo de vidro. O que ocorre quando um raio dessa luz, propagando-se no vidro, incide na fronteira do vidro com a água sob ângulo de incidência de  $70^\circ$ ?

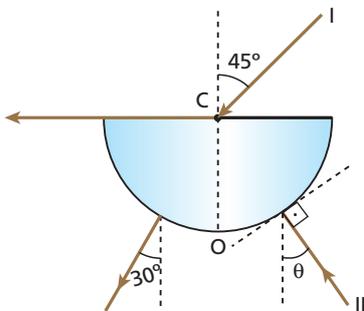
**Resolução:**

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{v_{\text{vidro}}}{v_{\text{água}}} = \frac{2,0 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 10^8} \Rightarrow \text{sen } L = 0,87 \Rightarrow L = 60^\circ$$

Como  $70^\circ > 60^\circ \Rightarrow$  Reflexão total

**Resposta:** Reflexão total.

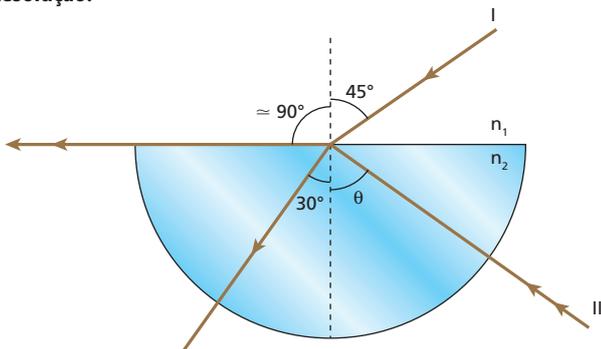
**45** (Fuvest-SP) Um raio de luz I, no plano da folha, incide no ponto C do eixo de um semicilindro de plástico transparente, segundo um ângulo de  $45^\circ$  com a normal OC à face plana. O raio emerge pela superfície cilíndrica segundo um ângulo de  $30^\circ$  com a direção de OC. Um raio II incide perpendicularmente à superfície cilíndrica formando um ângulo  $\theta$  com a direção OC e emerge com direção praticamente paralela à face plana.



Podemos concluir que:

- a)  $\theta = 0^\circ$ .
- b)  $\theta = 30^\circ$ .
- c)  $\theta = 45^\circ$ .
- d)  $\theta = 60^\circ$ .
- e) a situação proposta no enunciado não pode ocorrer.

**Resolução:**



**Para o raio I:**

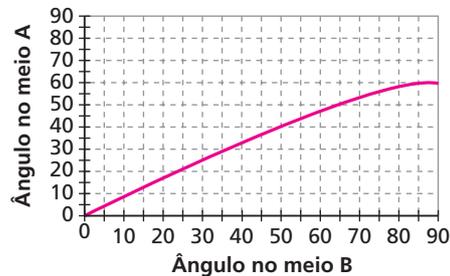
$$n_1 \text{ sen } 45^\circ = n_2 \text{ sen } 30^\circ \Rightarrow n_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = n_2 \frac{1}{2} \Rightarrow n_2 = n_1 \sqrt{2}$$

**Para o raio II:**

$$n_2 \text{ sen } \theta \approx n_1 \text{ sen } 90^\circ \Rightarrow n_1 \sqrt{2} \text{ sen } \theta \approx n_1 \cdot 1 \Rightarrow \text{sen } \theta \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta \approx 45^\circ$$

**Resposta:** c

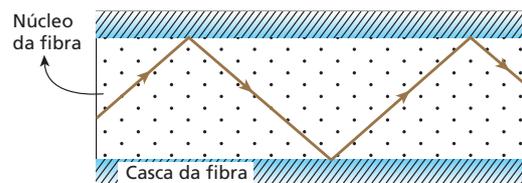
**46** (Unifesp-SP) O gráfico mostra a relação entre os ângulos de incidência e de refração entre dois materiais transparentes e homogêneos, quando um raio de luz incide sobre a superfície de separação entre esses meios, qualquer que seja o sentido do percurso. Se esses materiais fossem utilizados para produzir a casca e o núcleo de fibras ópticas, deveria compor o núcleo da fibra o meio:



- a) **A**, por ser o mais refringente.
- b) **B**, por ser o menos refringente.
- c) **A**, por permitir ângulos de incidência maiores.
- d) **B**, porque nele a luz sofre maior desvio.
- e) **A** ou **B**, indiferentemente, porque nas fibras ópticas não ocorre refração.

**Resolução:**

Um raio de luz propagando-se no núcleo da fibra deve sofrer reflexão total ao incidir na fronteira núcleo-casca:



Para isso, o material do núcleo precisa ser **mais refringente** que o da casca.

No gráfico dado, percebemos que, no caso de haver refração,  $\theta_B$  (ângulo do meio **B**) é sempre maior que  $\theta_A$  (ângulo no meio **A**):

$$n_A \text{ sen } \theta_A = n_B \text{ sen } \theta_B$$

$$\text{sen } \theta_B > \text{sen } \theta_A$$

Logo:  $n_A > n_B$

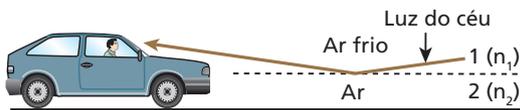
**Resposta:** a

**47** O índice de refração constitui um eficiente critério para a identificação de uma pedra preciosa e, conseqüentemente, para a apuração de sua autenticidade. O índice de refração pode ser determinado por aparelhos denominados refratômetros, mas também é possível determiná-lo pelo método de imersão, que consiste em mergulhar a pedra em um líquido de índice de refração conhecido e observá-la. Para isso são fabricados líquidos de índices de refração que variam de 1,5 até valores superiores a 2,0. As turmalinas, principalmente a variedade denominada rubelita, em geral possuem muitas fraturas internas, que são preenchidas de gás e provocam notáveis reflexões com a incidência da luz.

- a) Para determinar o índice de refração por imersão, procura-se o líquido no qual a pedra “desaparece”. O que se pode concluir sobre o índice de refração da pedra?
- b) Por que ocorrem intensas reflexões nas fraturas das turmalinas?

**Respostas:** a) É igual ou aproximadamente igual ao do líquido; b) Principalmente porque muitos raios de luz, dirigindo-se do cristal para o gás da fratura, sofrem reflexão total da fronteira cristal-gás.

**48** (Unicamp-SP – mod.) Um tipo de miragem muito comum nos leva a pensar que há água no chão de uma estrada. O que vemos é, na verdade, a reflexão da luz do céu por uma camada de ar quente próxima ao solo. Isso pode ser explicado por um modelo simplificado como o da figura abaixo, em que  $n$  representa o índice de refração. Numa camada próxima ao solo, o ar é aquecido e assim seu índice de refração  $n_2$  se reduz. Considere a situação na qual o ângulo de incidência é de  $84^\circ$ . Adote  $n_1 = 1,010$  e use a aproximação  $\text{sen } 84^\circ = 0,995$ .



- a) Qual deve ser o máximo valor de  $n_2$  para que a miragem seja vista? Dê a resposta com três casas decimais.
- b) Em qual das camadas (1 ou 2) a velocidade da luz é maior?

**Resolução:**

a) Sendo  $L$  o ângulo-limite e considerando que deva haver reflexão total, temos:

$$84^\circ \geq L \Rightarrow \text{sen } 84^\circ \geq \text{sen } L$$

$$\text{sen } 84^\circ \geq \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 \leq n_1 \cdot \text{sen } 84^\circ$$

$$n_2 \leq 1,010 \cdot 0,995 \Rightarrow \boxed{n_{2_{\text{máx}}} = 1,005}$$

b) O índice de refração  $n$  de um meio em que a luz se propaga com velocidade  $v$  é dado por:  $n = \frac{c}{v}$ .

Então, como  $n_2$  é menor que  $n_1$ , temos:  $\boxed{v_2 > v_1 \text{ (camada 2)}}$

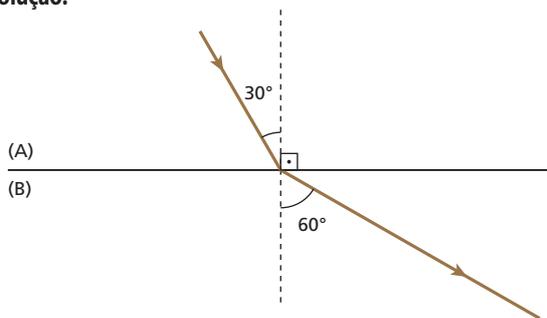
**Nota:** Não é necessário ocorrer reflexão total para que a miragem seja percebida. Como o poder refletor de uma superfície aumenta com o ângulo de incidência, podemos ver uma boa miragem antes que esse ângulo atinja o valor limite.

**Respostas:** a) 1,005; b) Na camada 2

**49** Um raio de luz monocromática atravessa a fronteira plana entre dois meios **A** e **B**, de **A** para **B**, com ângulo de incidência igual a  $30^\circ$  e ângulo de refração igual a  $60^\circ$ . Determine:

- a) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que se dirige de **A** para **B** com ângulo de incidência de  $60^\circ$ ;
- b) o comportamento de um raio de luz de mesma frequência, que forma no meio **B** um ângulo de  $30^\circ$  com a normal e dirige-se de **B** para **A**.

**Resolução:**



$$n_A \text{ sen } 30^\circ = n_B \text{ sen } 60^\circ \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \sqrt{3}$$

$$a) \frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen } \theta_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } \theta_B}{\text{sen } 60^\circ} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta_B = 1,5 \text{ (absurdo!)}$$

**Reflexão total**

$$b) \frac{\text{sen } \theta'_B}{\text{sen } \theta'_A} = \frac{n_A}{n_B} \Rightarrow \frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \theta'_A} = \sqrt{3} \Rightarrow \text{sen } \theta'_A = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

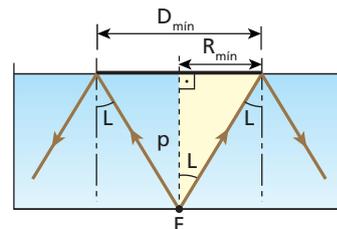
O raio refrata-se para o meio **A** aproximando-se da normal, formando com a citada reta um ângulo  $\theta'_A$ , dado por  $\theta'_A = \text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{6}$ . Devemos observar, entretanto, que parte da luz incidente é refletida, retornando ao meio **B**.

**Respostas:** a) Sofre reflexão total na fronteira entre **A** e **B**; b) Sofre refração com ângulo de refração de  $\text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{6}$ , além de reflexão parcial na fronteira entre **B** e **A**.

**50 E.R.** No fundo de um tanque de profundidade  $p$  igual a 2,0 m há uma fonte de luz **F**, considerada pontual. O tanque é, então, preenchido com um líquido de índice de refração absoluto  $\sqrt{2}$ , em cuja superfície é posto a flutuar um disco opaco, circular e de centro pertencente à vertical que passa por **F**. Calcule o mínimo diâmetro que o disco deve ter para que observadores situados no ar não consigam ver a fonte **F**. As paredes do tanque são opacas.

**Resolução:**

Os raios emitidos por **F**, e que incidem na fronteira líquido-ar sob ângulos de incidência maiores que o ângulo-limite  $L$  ou iguais a ele, sofrem reflexão total e, portanto, não emergem para o ar. Assim, apenas um cone de luz proveniente de **F** é capaz de emergir para o ar. Entretanto, esse cone não emergirá se a superfície do líquido for coberta por um material opaco. E a figura mostra o disco de diâmetro mínimo ( $D_{\text{min}}$ ) capaz de fazer isso:



Calculando o ângulo-limite  $L$ :

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{liquido}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = 45^\circ$$

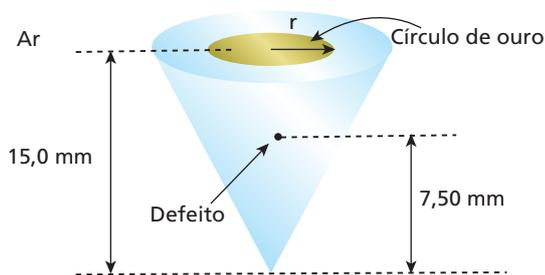
No triângulo retângulo destacado, temos:

$$\text{tg } L = \frac{R_{\text{min}}}{p} \Rightarrow \text{tg } 45^\circ = \frac{R_{\text{min}}}{2,0} \Rightarrow 1 = \frac{R_{\text{min}}}{2,0} \Rightarrow R_{\text{min}} = 2,0 \text{ m}$$

Portanto:  $\boxed{D_{\text{min}} = 4,0 \text{ m}}$

**51** (UFPE) Uma pedra preciosa cônica, de 15,0 mm de altura e índice de refração igual a 1,25, possui um pequeno ponto defeituoso sobre o eixo do cone a 7,50 mm de sua base. Para esconder esse ponto de quem olha de cima, um ourives deposita um pequeno círculo de ouro

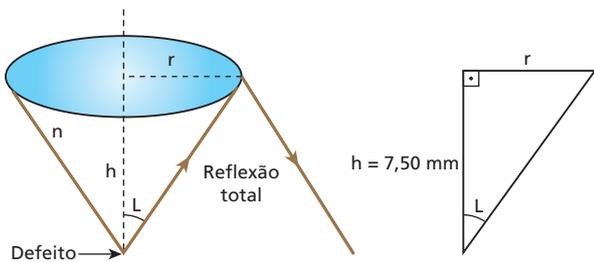
na superfície. A pedra preciosa está incrustada em uma joia de forma que sua área lateral não está visível. Qual deve ser o menor raio  $r$ , em mm, do círculo de ouro depositado pelo ourives?



**Resolução:**

Se  $L$  o ângulo-limite na fronteira pedra-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } L = \frac{1}{1,25} = \frac{4}{5}$$



No triângulo retângulo destacado:

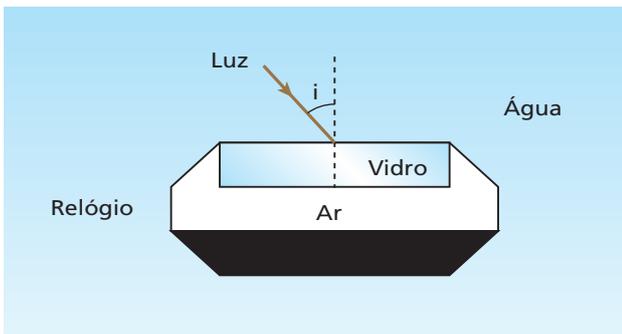
$$\text{tg } L = \frac{r}{h} \Rightarrow \frac{\text{sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{r}{h}$$

$$r = \frac{h \text{ sen } L}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 L}} = \frac{7,50 \cdot \frac{4}{5}}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{7,50 \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{6}{3} = 2$$

**r = 10 mm** (raio mínimo)

**Resposta: 10 mm**

**52** Alguns alunos contaram a um professor de Física que os mostradores de seus relógios pareciam belos espelhos quando observados de certas posições, durante um mergulho. Aberta a discussão para a análise do fenômeno, um aluno lembrou que sob o vidro do mostrador existe ar e que o fenômeno era devido à reflexão total na interface vidro-ar.



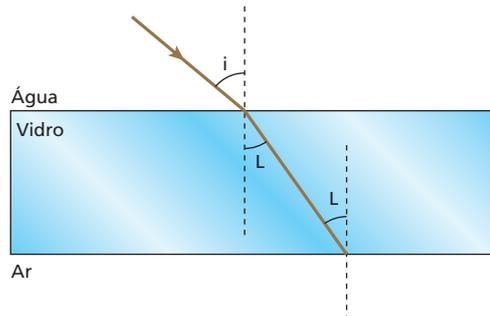
Determine para que valores do ângulo de incidência  $i$  ocorre o fenômeno descrito.

- Dados:** índice de refração do ar = 1,0;  
 índice de refração da água = 1,3;  
 índice de refração do vidro = 1,4;  
 $\text{sen } 45^\circ = 0,71$ ;  $\text{sen } 48^\circ = 0,74$ ;  
 $\text{sen } 46^\circ = 0,72$ ;  $\text{sen } 49^\circ = 0,75$ ;  
 $\text{sen } 47^\circ = 0,73$ ;  $\text{sen } 50^\circ = 0,77$ .

**Resolução:**

Ângulo-limite na fronteira vidro-ar:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{1,0}{1,4}$$



$$n_{\text{água}} \text{ sen } i = n_{\text{vidro}} \text{ sen } L$$

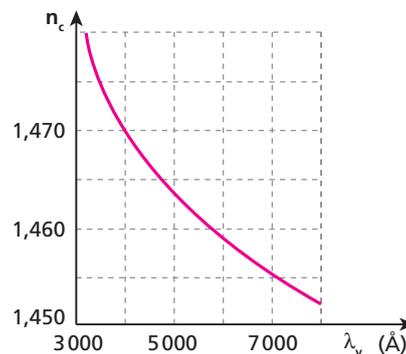
$$\text{sen } i = \frac{1,4 \cdot \frac{1,0}{1,4}}{1,3} = 0,77$$

**i ≈ 50°**

Então: **A reflexão total ocorre para  $i \geq 50^\circ$ .**

**Resposta:  $i \geq 50^\circ$**

**53** O gráfico abaixo fornece o índice de refração  $n_c$  de um cristal em função do comprimento de onda da luz,  $\lambda_v$ , medido no vácuo. Considere  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s a velocidade de propagação da luz no vácuo.



- Com que velocidade  $v_c$  a luz de comprimento de onda  $\lambda_v = 4\,000 \text{ \AA}$  se propaga no cristal?
- Determine o comprimento de onda  $\lambda_c$  da luz de comprimento de onda  $\lambda_v = 4\,000 \text{ \AA}$ , quando se propaga no cristal.
- Um estreito feixe cilíndrico de luz de comprimento de onda  $\lambda_v = 4\,000 \text{ \AA}$ , propagando-se no vácuo, incide na face plana de um bloco desse cristal, com ângulo de incidência  $\theta_v = 30^\circ$ . Determine o ângulo de refração correspondente ( $\theta_c$ ).

**Resolução:**

a)  $n_c = 1,470$

$$\frac{v_c}{v_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{c} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{v_c}{3,00 \cdot 10^8} = \frac{1,00}{1,470} \Rightarrow v_c \approx 2,04 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b)

$$\frac{\lambda_c}{\lambda_v} = \frac{n_v}{n_c} \Rightarrow \frac{\lambda_c}{4000} = \frac{1,00}{1,470} \Rightarrow \lambda_c \approx 2721 \text{ \AA}$$

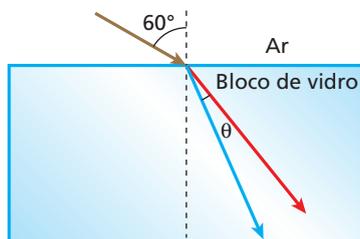
c)  $n_v \sin \theta_v = n_c \sin \theta_c \Rightarrow 1,00 \cdot \frac{1}{2} = 1,470 \sin \theta_c \Rightarrow \sin \theta_c \approx 0,34$

$$\theta_c \approx \text{arc sen } 0,34$$

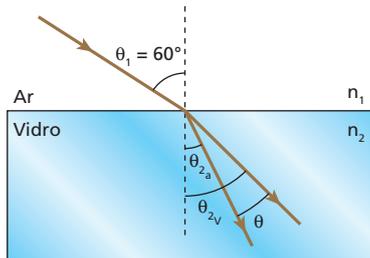
**Respostas:** a)  $v_c \approx 2,04 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; b)  $\lambda_c \approx 2721 \text{ \AA}$ ; c)  $\theta_c \approx \text{arc sen } 0,34$

**54** (UFPE) Um feixe de luz, ao incidir sobre uma superfície plana de um bloco de vidro, se abre num leque multicolor de luz cujo ângulo de abertura  $\theta$  é limitado pelas componentes azul e vermelha do feixe. Utilizando a tabela que dá os índices de refração do vidro em relação ao ar, para várias cores, calcule o valor de  $\theta$ , em graus ( $\text{sen } 60^\circ \approx 0,866$  e  $\text{sen } 45^\circ \approx 0,707$ ).

Cor	Índice de refração
Azul	1,732
Verde	1,643
Amarela	1,350
Vermelha	1,225



**Resolução:**



$$\bullet n_1 \sin \theta_1 = n_{2v} \sin \theta_{2v} \Rightarrow \sin \theta_{2v} = \frac{n_1 \sin \theta_1}{n_{2v}} \Rightarrow \sin \theta_{2v} = \frac{1,0 \cdot 0,866}{1,225}$$

$$\sin \theta_{2v} = 0,707 \Rightarrow \theta_{2v} = 45^\circ$$

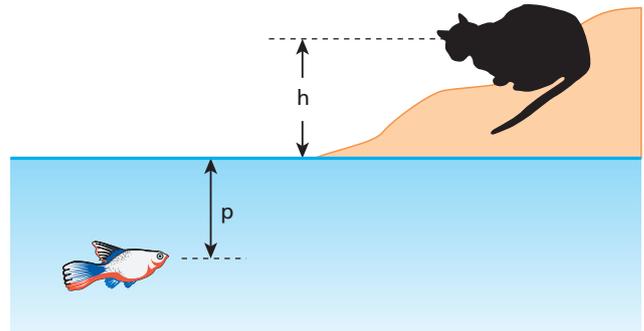
$$\bullet n_1 \sin \theta_1 = n_{2a} \sin \theta_{2a} \Rightarrow \sin \theta_{2a} = \frac{n_1 \sin \theta_1}{n_{2a}} \Rightarrow \sin \theta_{2a} = \frac{1,0 \cdot 0,866}{1,732}$$

$$\sin \theta_{2a} = 0,5 \Rightarrow \theta_{2a} = 30^\circ$$

$$\bullet \theta = \theta_{2v} - \theta_{2a} = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow \theta = 15^\circ$$

**Resposta:**  $15^\circ$

**55** Na figura a seguir, em relação à superfície da água:



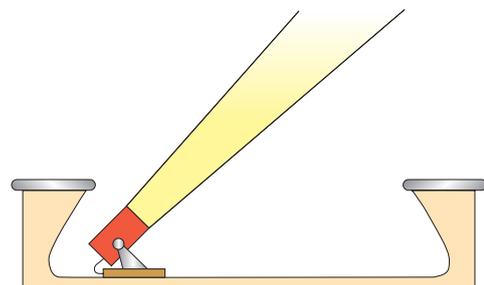
- a) o peixe vê o gato a uma altura maior ou menor que  $h$ ?  
 b) o gato vê o peixe a uma profundidade maior ou menor que  $p$ ?

**Resolução:**

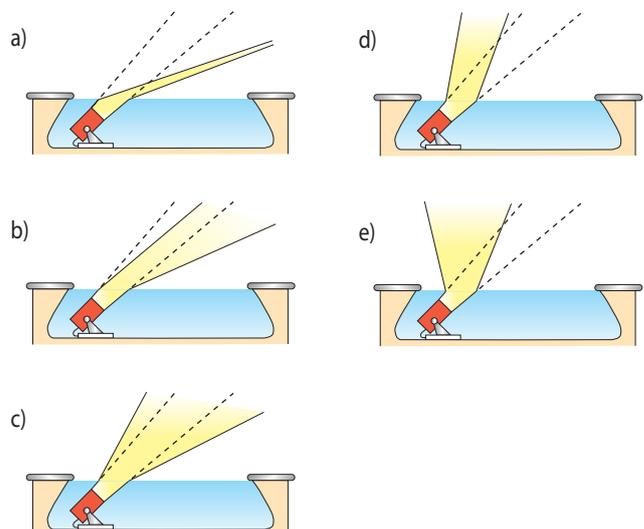
Nos dois casos, observa-se uma elevação aparente do objeto. Assim, o peixe vê o gato a uma altura maior que  $h$  e o gato vê o peixe a uma profundidade menor que  $p$ .

**Respostas:** a) Maior; b) Menor

**56** (UFSCar-SP) Um canhão de luz foi montado no fundo de um lago artificial. Quando o lago se encontra vazio, o feixe produzido corresponde ao representado na figura.

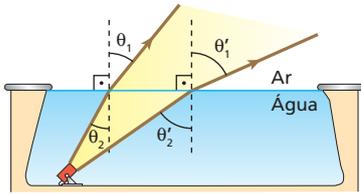


Quando cheio de água, uma vez que o índice de refração da luz na água é maior que no ar, o esquema que melhor representa o caminho a ser seguido pelo feixe de luz é:



**Resolução:**

• Os raios que incidem obliquamente na fronteira água-ar, sofrendo refração, afastam-se da normal porque o índice de refração do ar é menor que o da água:



$$\left. \begin{aligned} \frac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} &= \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} \\ \frac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1} &= \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\text{sen}\theta'_2}{\text{sen}\theta'_1} = \frac{\text{sen}\theta_2}{\text{sen}\theta_1}$$

Como  $\theta'_2$  é maior que  $\theta_2$ , concluímos que  $\theta'_1$  também é maior que  $\theta_1$ .

**Resposta:** b

**57** No fundo de uma piscina, há uma pedrinha a 2,0 m de profundidade. Considerando igual a  $\frac{4}{3}$  o índice de refração da água, qual a profundidade aparente dessa pedra para uma pessoa que se encontra fora da água, nas vizinhanças da vertical que passa pela pedra?

**Resolução:**

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}}$$

$$\frac{d'}{2,0} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{d' = 1,5 \text{ m}}$$

**Resposta:** 1,5 m

**58** Um mergulhador imerso nas águas de um lago observa um avião no instante em que ambos estão aproximadamente na mesma vertical. O avião está 300 m acima da superfície da água, cujo índice de refração é igual a  $\frac{4}{3}$ . A que altura da superfície da água o avião aparenta estar em relação ao mergulhador?

**Resolução:**

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} = \frac{n_{\text{água}}}{n_{\text{ar}}}$$

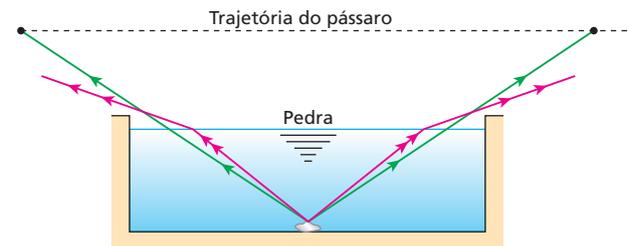
$$\frac{d'}{300} = \frac{\frac{4}{3}}{1,0} \Rightarrow \boxed{d' = 400 \text{ m}}$$

**Resposta:** 400 m

**59** (Fuvest-SP) Um pássaro sobrevoa em linha reta e a baixa altitude uma piscina em cujo fundo se encontra uma pedra. Podemos afirmar que:

- a) com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior do que se a piscina estivesse vazia.
- b) com a piscina cheia ou vazia, o pássaro poderá ver a pedra durante o mesmo intervalo de tempo.
- c) o pássaro somente poderá ver a pedra enquanto estiver voando sobre a superfície da água.
- d) o pássaro, ao passar sobre a piscina, verá a pedra numa posição mais profunda do que aquela em que ela realmente se encontra.
- e) o pássaro nunca poderá ver a pedra.

**Resolução:**



A figura mostra que, com a piscina cheia, o pássaro poderá ver a pedra durante um intervalo de tempo maior que o intervalo de tempo que a veria se a piscina estivesse vazia.

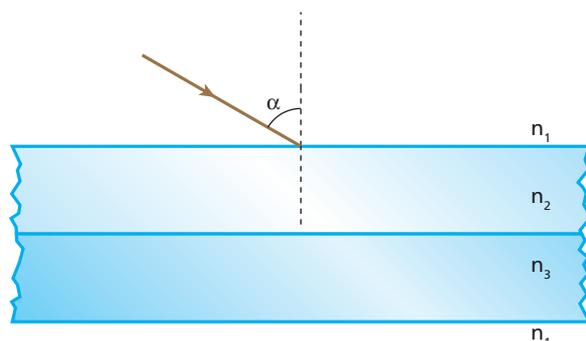
**Resposta:** a

**60** Um raio de luz monocromática propaga-se no ar e incide numa lâmina de vidro de faces paralelas, totalmente envolvida pelo ar. Pode-se afirmar que:

- a) o raio emergente tem direção diferente da direção do raio incidente;
- b) pode ocorrer reflexão total da luz na segunda incidência;
- c) o raio emergente sempre se apresenta lateralmente deslocado em relação ao raio incidente;
- d) o deslocamento lateral da luz pode ser maior que a espessura da lâmina;
- e) o deslocamento lateral da luz fica determinado pelo ângulo de incidência, pelo índice de refração e pela espessura da lâmina.

**Resposta:** e

**61** No arranjo representado na figura, temos duas lâminas de faces paralelas e sobrepostas. Os materiais de que são feitas as lâminas têm índices de refração  $n_2$  e  $n_3$ , enquanto o meio que envolve o sistema tem índice de refração  $n_1$ , tal que  $n_3 > n_2 > n_1$ .

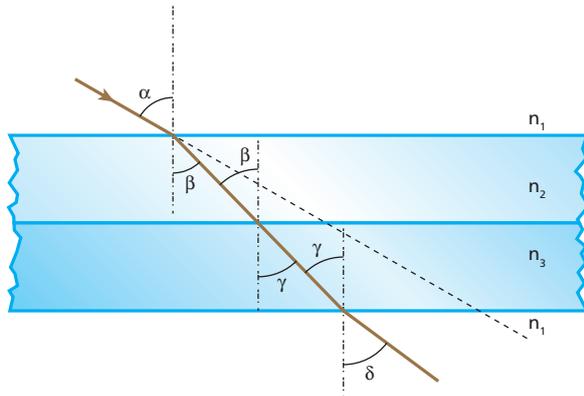


Um raio luminoso monocromático incide na lâmina superior com um ângulo  $\alpha$ . Determine:

- o ângulo de emergência da luz na lâmina inferior ao abandonar o conjunto de lâminas;
- se esse ângulo de emergência depende dos materiais das lâminas, respeitadas as condições do enunciado.

**Resolução:**

a)



1ª refração:  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$

2ª refração:  $n_2 \sin \beta = n_3 \sin \gamma$

3ª refração:  $n_3 \sin \gamma = n_1 \sin \delta$

$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta = n_3 \sin \gamma = n_1 \sin \delta$

$n_1 \sin \delta = n_1 \sin \alpha \Rightarrow \sin \delta = \sin \alpha$

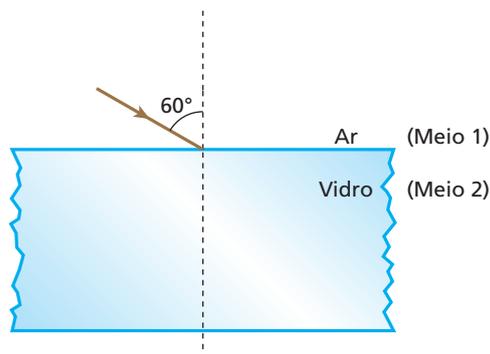
$\delta = \alpha$

A luz emerge sob um ângulo **a**.

- Respeitadas as condições do enunciado, temos que  $\delta = \alpha$ , independentemente dos materiais das lâminas.

**Respostas:** a)  $\alpha$ ; b) Não depende

**62 E.R.** Sobre uma lâmina de vidro de 4,0 cm de espessura e índice de refração  $\sqrt{3}$ , mergulhada no ar, incide um raio de luz monocromática, como ilustra a figura:



Calcule o deslocamento lateral do raio emergente em relação ao raio incidente.

**Resolução:**

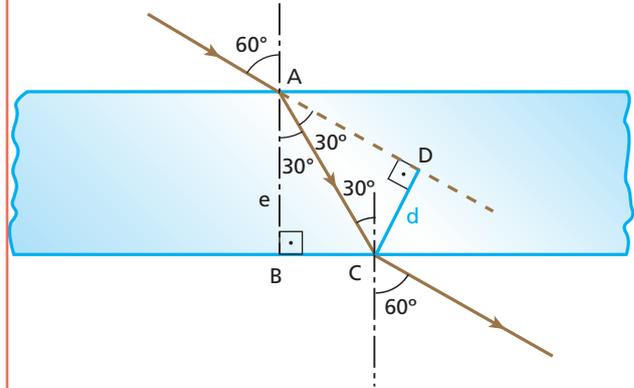
Pela Lei de Snell, calculamos o primeiro ângulo de refração:

$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

Se  $n_1 = 1$ ,  $\sin \theta_1 = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$  e  $n_2 = \sqrt{3}$ , temos:

$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$

Representemos, então, a trajetória do raio até que ele emerja da lâmina:



No triângulo ABC, temos  $e = 4,0$  cm e podemos escrever:

$\cos 30^\circ = \frac{e}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4,0}{AC} \Rightarrow AC = \frac{8,0}{\sqrt{3}}$  cm

No triângulo ADC, temos:

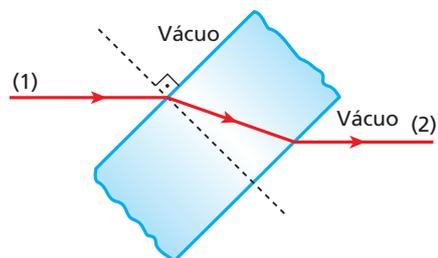
$\sin 30^\circ = \frac{d}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{d}{\frac{8,0}{\sqrt{3}}} \Rightarrow d = 2,3$  cm

**Nota:**

• Uma vez calculado  $\theta_2 = 30^\circ$ , poderíamos obter o deslocamento lateral pela aplicação direta da fórmula deduzida na teoria:

$d = \frac{e \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2} = \frac{4,0 \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\cos 30^\circ}$   
 $d = \frac{4,0 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow d = 2,3$  cm

**63** Na figura, temos uma lâmina de faces paralelas de quartzo fundido. O índice de refração do quartzo fundido é igual a 1,470 para a luz violeta e 1,455 para a luz vermelha. O raio 1, de luz monocromática vermelha proveniente do vácuo, incide na lâmina, emergindo dela segundo o raio 2:



Se o raio 1 fosse de luz monocromática violeta, o raio emergente da lâmina:

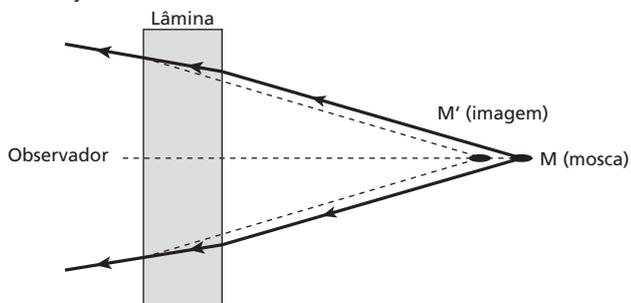
- estaria acima do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;
- estaria abaixo do raio 2 e continuaria paralelo ao raio 1;
- seria coincidente com o raio 2;
- não seria paralelo ao raio 1;
- talvez não existisse.

**Resposta:** b

**64** Quando observamos uma mosca através de uma vidraça com lâmina de faces paralelas, o que vemos, na realidade, é a imagem da mosca, conjugada pela lâmina.

- a) Essa imagem é real ou virtual?
- b) A distância entre nós e a imagem é maior ou menor que a distância entre nós e a mosca?

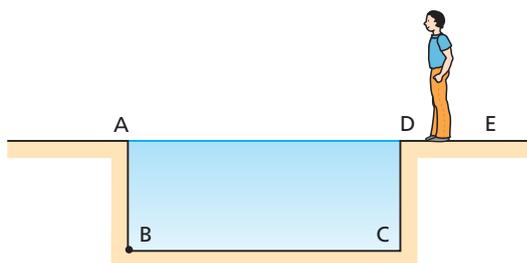
**Resolução:**



A imagem é virtual e está mais próxima do observador que a mosca.

**Respostas:** a) Virtual; b) Menor

**65** (PUC-SP) No esquema, ABCD representa uma seção transversal de um tanque de profundidade  $h$ , cheio de água. Um observador, inicialmente em **D**, começa a se afastar do tanque na direção **DE**.

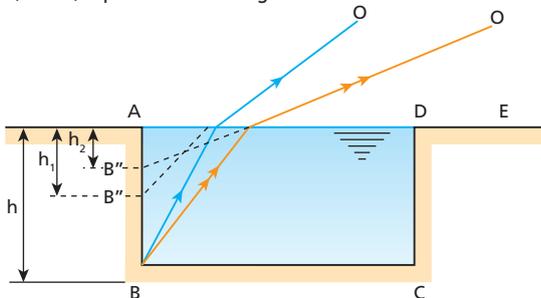


Chamando de  $h_1$  e de  $h_2$ , respectivamente, as profundidades aparentes do ponto **B**, para o observador em **D** e **E**, pode-se afirmar que:

- a)  $h_1 = h_2 > h$ .
- b)  $h_1 = h_2 < h$ .
- c)  $h_1 \neq h_2$ , com  $h_1 > h$  e  $h_2 > h$ .
- d)  $h_1 < h_2 < h$ .
- e)  $h_2 < h_1 < h$ .

**Resolução:**

Para o observador (**O**) em **D** e **E**, temos aproximadamente as imagens de **B** (**B'** e **B''**) representadas na figura:



$h_2 < h_1 < h$

**Resposta:** e

**66** (UFC-CE) Coloca-se água em um aquário de modo a ocupar 60 cm de sua altura. Quando visto verticalmente de cima para baixo, a água parece ocupar uma altura diferente,  $h$ . Supondo que a velocidade de propagação da luz no ar seja de 300 000 km/s e na água de 225 000 km/s, determine, em centímetros, a altura aparente  $h$ .

**Resolução:**

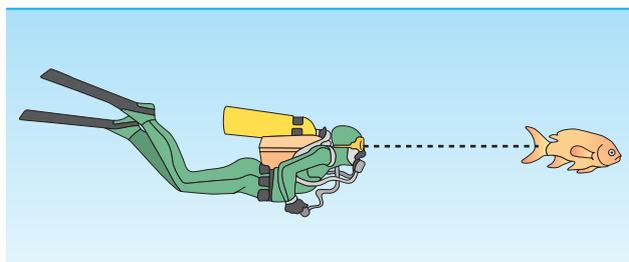
$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} = \frac{v_{\text{destino}}}{v_{\text{origem}}} = \frac{v_{\text{água}}}{v_{\text{ar}}}$$

$$\frac{d'}{60} = \frac{225\,000}{300\,000} \Rightarrow d' = 45 \text{ cm} = h$$

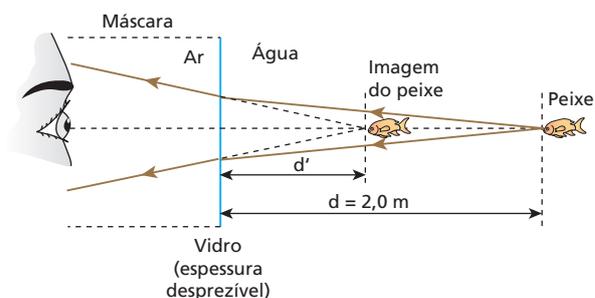
**Resposta:** 45 cm

**67** (UFRJ) Temos dificuldade em enxergar com nitidez debaixo da água porque os índices de refração da córnea e das demais estruturas do olho são muito próximos do índice de refração da água ( $n_{\text{água}} = \frac{4}{3}$ ).

Por isso, usamos máscaras de mergulho, o que interpõe uma pequena camada de ar ( $n_{\text{ar}} = 1$ ) entre a água e o olho. Um peixe está a uma distância de 2,0 m de um mergulhador. Suponha o vidro da máscara plano e de espessura desprezível. Calcule a que distância o mergulhador vê a imagem do peixe. Lembre-se de que para ângulos pequenos  $\text{tg}(\alpha) \approx \text{sen}(\alpha)$ .



**Resolução:**

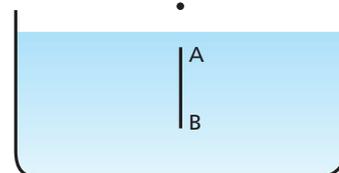


$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{água}}} \Rightarrow \frac{d'}{2,0} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow d' = 1,5 \text{ m}$$

**Resposta:** 1,5 m

**68** No esquema seguinte, um observador vê um bastão cilíndrico AB, de comprimento  $L = 20$  cm, totalmente imerso na água (índice de refração igual a  $\frac{4}{3}$ ). O

eixo longitudinal do bastão é perpendicular à superfície da água e o olho **O** do observador encontra-se nas vizinhanças desse eixo.



Admitindo que o meio externo ao recipiente seja o ar (índice de refração 1), calcule o comprimento aparente  $L'$  que o observador detecta para o comprimento do bastão. O comprimento aparente determinado para o bastão depende da distância entre sua extremidade superior e a superfície livre da água?

**Resolução:**

Sendo  $x$  a distância de **A** à superfície livre da água, temos:

$$\bullet \frac{d'_B}{d_B} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow d'_B = \frac{3}{A} (L + x)$$

$$\bullet \frac{d'_A}{d_A} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow d'_A = \frac{3}{A} x$$

$$\bullet L' = d'_B - d'_A = \frac{3}{4} (L + x - x) = \frac{3}{4} L$$

$$L' = \frac{3}{4} \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{L' = 15 \text{ cm}} \text{ (independe de } x\text{)}$$

Note que poderíamos ter feito:

$$\frac{L'}{L} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow L' = \frac{3}{4} L$$

**Resposta:** 15 cm; não depende

**69** (UFU-MG) A profundidade de uma piscina vazia é tal que sua parede, revestida com azulejos quadrados de 12 cm de lado, contém 12 azulejos justapostos verticalmente. Um banhista, na borda da piscina cheia de água (índice de refração igual a  $\frac{4}{3}$ ), olhando quase perpendicularmente, verá a parede da piscina formada por:

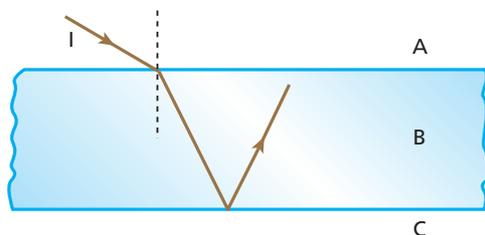
- a) 12 azulejos de 9 cm de lado vertical.
- b) 9 azulejos de 16 cm de lado vertical.
- c) 16 azulejos de 9 cm de lado vertical.
- d) 12 azulejos de 12 cm de lado vertical.
- e) 9 azulejos de 12 cm de lado vertical.

**Resolução:**

$$\frac{L'}{L} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow \frac{L'}{12} = \frac{1,0}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{L' = 9 \text{ cm}}$$

**Resposta:** a

**70** (Cesgranrio-RJ)



Dois meios **A** e **C** estão separados por uma lâmina de faces paralelas (**B**). Um raio luminoso **I**, propagando-se em **A**, penetra em **B** e sofre reflexão total na face que separa **B** de **C**, conforme indica a figura.

Sendo  $n_A$ ,  $n_B$  e  $n_C$  os índices de refração dos meios **A**, **B** e **C**, teremos, respectivamente:

- a)  $n_A > n_B > n_C$
- b)  $n_A > n_C > n_B$
- c)  $n_B > n_A > n_C$
- d)  $n_B > n_C > n_A$
- e)  $n_C > n_B > n_A$

**Resolução:**

- $n_B > n_A$ , porque o raio aproxima-se da normal ao passar de **A** para **B**.
- Se  $n_C$  fosse igual a  $n_A$ , haveria refração de **B** para **C**. Como não há, concluímos que  $n_C$  é menor que  $n_A$ .

$$\boxed{n_B > n_A > n_C}$$

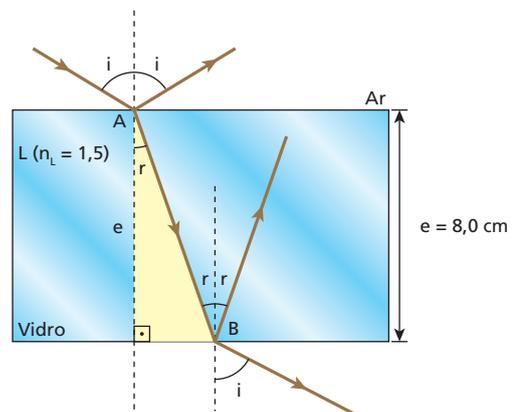
**Resposta:** c

**71** (Fuvest-SP) Um raio luminoso proveniente do ar atinge uma lâmina de vidro de faces paralelas com 8,0 cm de espessura e 1,5 de índice de refração. Esse raio sofre refração e reflexão ao atingir a primeira superfície; refração e reflexão ao atingir a segunda superfície (interna).

- a) Trace, em seu caderno, as trajetórias dos raios incidente, refratados e refletidos.
- b) Determine o tempo para o raio refratado atravessar a lâmina, sendo o seno do ângulo de incidência 0,9.

**Resolução:**

a)



$$b) n_{\text{ar}} \sin i = n_L \sin r \Rightarrow 1,0 \cdot 0,9 = 1,5 \sin r \Rightarrow \sin r = 0,6$$

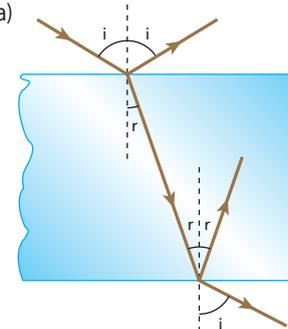
Logo,  $\cos r = 0,8$ .

$$\cos r = \frac{e}{AB} \Rightarrow 0,8 = \frac{8,0}{AB} \Rightarrow \overline{AB} = 10 \text{ cm}$$

$$v_L = \frac{c}{n_L} = \frac{3,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}}{1,5} \Rightarrow v_L = 2,0 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$$

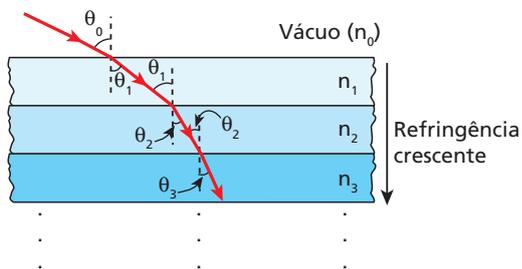
$$\Delta t = \frac{\overline{AB}}{v_L} = \frac{10}{2,0 \cdot 10^{10}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5 \cdot 10^{-10} \text{ s}}$$

**Respostas:** a)



b)  $5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

**72 | E.R.** A figura representa um raio de luz monocromática incidindo **obliquamente** em uma justaposição de uma quantidade finita de lâminas de faces paralelas, cujos índices de refração crescem da primeira até a última:



Prove que é impossível o raio tornar-se perpendicular às lâminas após uma quantidade qualquer de refrações.

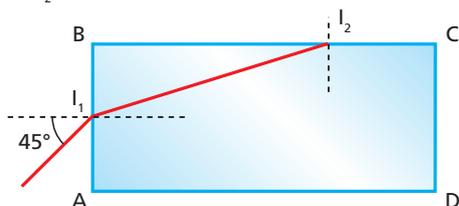
**Resolução:**

Consideremos a passagem do raio de uma lâmina de ordem  $k$  para a lâmina de ordem  $(k + 1)$ . Aplicando a Lei de Snell, temos:

$$n_k \cdot \sin \theta_k = n_{k+1} \cdot \sin \theta_{k+1} \quad (I)$$

Admitindo que nessa refração o raio refratado torne-se perpendicular às lâminas, temos  $\theta_{k+1} = 0$  e, conseqüentemente,  $\sin \theta_{k+1} = 0$ . Substituindo esse valor na expressão (I), concluímos que  $\theta_k$  também é igual a zero. Então, para que o raio refratado seja perpendicular às lâminas, o raio incidente também tem de ser. Continuando com esse raciocínio para as lâminas anteriores, até chegar à primeira, concluímos que  $\theta_0$  é igual a zero, o que contraria a hipótese de que a incidência é oblíqua.

**73** Tem-se um bloco de vidro transparente em forma de paralelepípedo reto imerso no ar. Sua seção transversal ABCD está representada na figura. Um raio de luz monocromática pertencente ao plano definido por ABCD incide em  $I_1$ , refratando-se para o interior do bloco e incidindo em  $I_2$ :



Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale  $\sqrt{2}$ :

- a) calcule o ângulo-limite para o dioptra vidro-ar;
- b) verifique o que ocorre com a luz logo após a incidência em  $I_2$ .

**Resolução:**

a)  $\sin L = \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow L = 45^\circ$

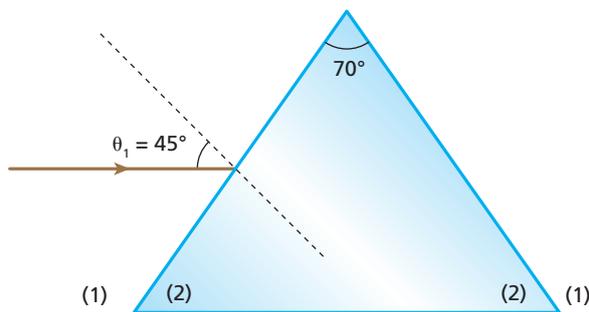
b) Refração em  $I_1$ :  $\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \sqrt{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$

No triângulo  $I_1BI_2$ :  $I_1\hat{I}_2B = 30^\circ$

Assim, o ângulo de incidência em  $I_2$  é de  $60^\circ$ . Pelo fato de esse ângulo superar o ângulo-limite do dioptra vidro-ar ( $60^\circ > 45^\circ$ ), ocorre **reflexão total** em  $I_2$ .

**Respostas:** a)  $45^\circ$ ; b) Reflexão total

**74 | E.R.** Um prisma de abertura  $A = 70^\circ$  e índice de refração  $\sqrt{2}$ , imerso no ar, recebe um estreito pincel cilíndrico de luz monocromática sob ângulo de incidência  $\theta_1$  igual a  $45^\circ$ , como representa a figura:



**Dados:**  $\sin 40^\circ = 0,64$ ;  $\sin 64^\circ = 0,90$ .

Determine:

- a) o desvio do pincel na primeira refração;
- b) o desvio do pincel na segunda refração;
- c) o desvio total.

**Resolução:**

a) Aplicando a Lei de Snell na primeira refração, temos:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

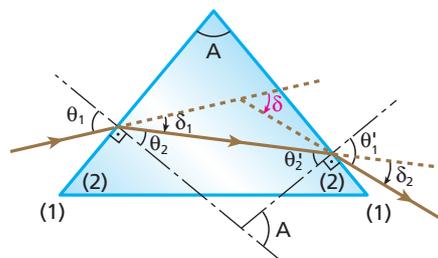
Sendo  $n_1 = 1$ ,  $\sin \theta_1 = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  e  $n_2 = \sqrt{2}$ , vamos calcular  $\theta_2$ :

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

O desvio na primeira refração é  $\delta_1$ , dado por:

$$\delta_1 = \theta_1 - \theta_2 = 45^\circ - 30^\circ \Rightarrow \delta_1 = 15^\circ$$

b) Veja a trajetória de um raio do pincel até emergir do prisma:



Vamos calcular  $\theta'_2$  lembrando que  $A = 70^\circ$  e  $\theta_2 = 30^\circ$ :

$$A = \theta_2 + \theta'_2 \Rightarrow 70^\circ = 30^\circ + \theta'_2 \Rightarrow \theta'_2 = 40^\circ$$

Aplicando a Lei de Snell na segunda refração, temos:

$$n_2 \cdot \sin \theta'_2 = n_1 \cdot \sin \theta'_1 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 0,64 = 1 \cdot \sin \theta'_1$$

$$\sin \theta'_1 = 0,90 \Rightarrow \theta'_1 = 64^\circ$$

O desvio na segunda refração é  $\delta_2$ , dado por:

$$\delta_2 = \theta'_1 - \theta'_2 = 64^\circ - 40^\circ \Rightarrow \delta_2 = 24^\circ$$

c) O desvio total é  $\delta$ , dado por:

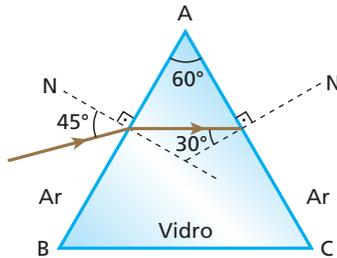
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 15^\circ + 24^\circ \Rightarrow \delta = 39^\circ$$

**Nota:**

- Só depois de calculado  $\theta'$ , o desvio total  $\delta$  poderia ser obtido pela fórmula deduzida na teoria:

$$\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A = 45^\circ + 64^\circ - 70^\circ \Rightarrow \delta = 39^\circ$$

**75** (Puccamp-SP) Um prisma de vidro, cujo ângulo de refração é  $60^\circ$ , está imerso no ar. Um raio de luz monocromática incide em uma das faces do prisma sob ângulo de  $45^\circ$  e, em seguida, na segunda face sob ângulo de  $30^\circ$ , como está representado no esquema:



- Dados:**  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ;  
 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  
 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Nessas condições, o índice de refração do vidro em relação ao ar, para essa luz monocromática, vale:

- a)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- b)  $\sqrt{3}$
- c)  $\sqrt{2}$
- d)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- e)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

**Resolução:**

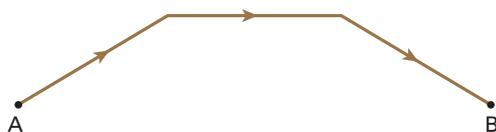
- $A = \theta_2 + \theta'_2$   
 $60^\circ = \theta_2 + 30^\circ \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$
- $n_{\text{ar}} \sin \theta_1 = n_{\text{v}} \sin \theta_2$

$$\frac{n_{\text{v}}}{n_{\text{ar}}} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$n_{\text{v,Ar}} = \sqrt{2}$$

**Resposta:** c

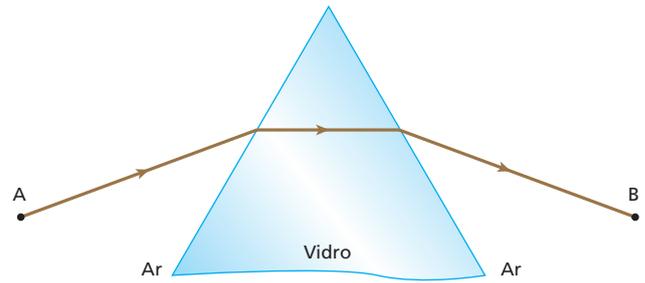
**76** Um raio de luz é emitido do ponto **A** e atravessa meios ordinários, atingindo o ponto **B** segundo a trajetória indicada na figura:



O que se pode afirmar a respeito da quantidade de meios diferentes entre **A** e **B**?

**Resolução:**

Que há no mínimo 2 meios. Por exemplo:



**Resposta:** Há, no mínimo, 2.

**77** (Fuvest-SP) Um raio monocromático de luz incide no ponto **A** de uma das faces de um prisma feito de vidro e imerso no ar. A figura 1 representa apenas o raio incidente **I** e o raio refratado **R** num plano normal às faces do prisma, cujas arestas são representadas pelos pontos **P**, **S** e **T**, formando um triângulo equilátero. Os pontos **A**, **B** e **C** também formam um triângulo equilátero e são, respectivamente, equidistantes de **P** e **S**, **S** e **T**, e **T** e **P**. Considere os raios  $E_1, E_2, E_3, E_4$  e  $E_5$ , que se afastam do prisma, representados na figura 2:

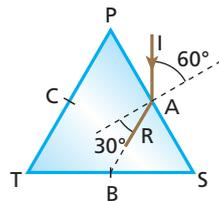


Figura 1

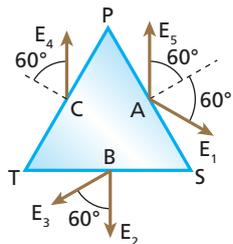


Figura 2

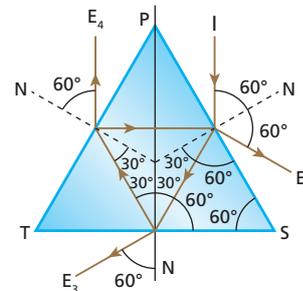
Podemos afirmar que os raios compatíveis com as reflexões e refrações sofridas pelo raio incidente **I**, no prisma, são:

- a) somente  $E_3$ .
- b) somente  $E_1$  e  $E_3$ .
- c) somente  $E_2$  e  $E_3$ .
- d) somente  $E_1, E_3$  e  $E_4$ .
- e) todos ( $E_1, E_2, E_3, E_4$  e  $E_5$ ).

**Resolução:**

Enquanto o raio incidente **I** percorre o interior do prisma, ocorrem os seguintes fenômenos:

- refração e reflexão parcial na face **PS**;
- refração e reflexão parcial na face **TS**;
- refração e reflexão parcial na face **TP**.

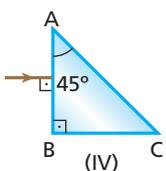
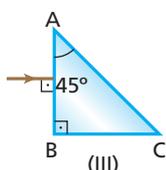
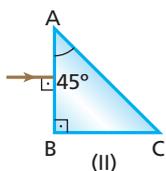
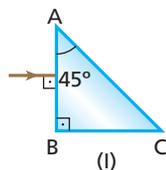


Note que o raio refletido na face **TP**, ao atingir a face **PS**, origina os raios já desenhados na figura.

**Resposta:** d

**78 | E.R.** A seguir, estão esquematizados quatro prismas de formas geométricas iguais, imersos no ar, sobre os quais incidem raios luminosos monocromáticos normais às faces AB. Os prismas são feitos de material óptico de índices de refração:

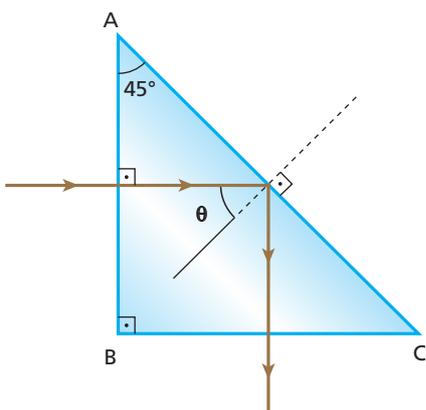
$$n_I = \frac{1,5}{\sqrt{2}}; n_{II} = \frac{1,8}{\sqrt{2}}; n_{III} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ e } n_{IV} = \frac{4}{\sqrt{2}}$$



Em quais dos prismas não ocorre emergência de luz pela face AC?

**Resolução:**

Para que não haja emergência de luz pela face AC, é preciso que a luz sofra reflexão total nessa face. Para isso, o ângulo de incidência na face AC ( $\theta$ ) deve ser maior que o ângulo-limite ( $L$ ) ou igual a ele:



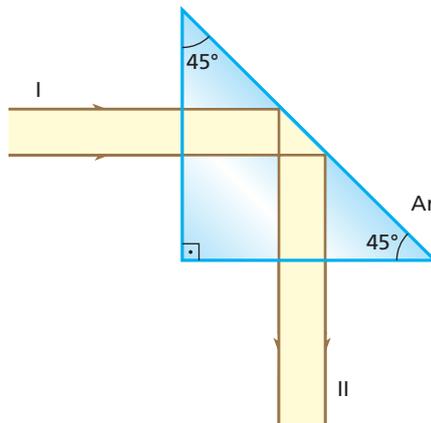
Da geometria da figura, temos que  $\theta$  é igual a  $45^\circ$  e devemos ter:

$$\theta \geq L \Rightarrow \sin \theta \geq \sin L \Rightarrow \sin \theta \geq \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{prisma}}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \geq \frac{1}{n_{\text{prisma}}} \Rightarrow n_{\text{prisma}} \geq \frac{2}{\sqrt{2}}$$

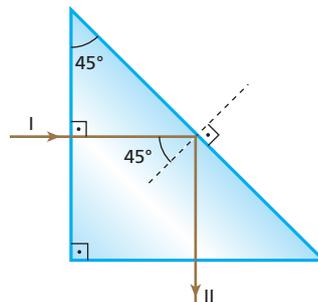
Essa condição é satisfeita pelos prismas III e IV.

**79** A seção transversal de um prisma de vidro é um triângulo retângulo isósceles.



Para que o pincel luminoso incidente I sofra um desvio de  $90^\circ$  emergindo por reflexão total segundo o pincel II, qual deve ser o mínimo valor do índice de refração do vidro? Dê a resposta aproximada, com duas casas decimais.

**Resolução:**



$$45^\circ \geq L$$

$$\sin 45^\circ \geq \frac{1}{n_p}$$

$$n_p \geq \sqrt{2} \Rightarrow n_{p_{\text{mín}}} = \sqrt{2}$$

$$n_{p_{\text{mín}}} \approx 1,41$$

**Resposta:** 1,41

**80** (UFMG) Um feixe de luz do Sol é decomposto ao passar por um prisma de vidro. O feixe de luz visível resultante é composto de ondas com:

- a) apenas sete frequências, que correspondem às cores vermelha, alaranjada, amarela, verde, azul, anil e violeta.
- b) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, amarela e azul.
- c) apenas três frequências, que correspondem às cores vermelha, verde e azul.
- d) uma infinidade de frequências, que correspondem a cores desde a vermelha até a violeta.

**Resposta:** d

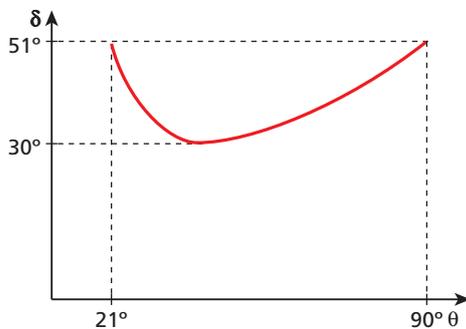
**81** Um prisma de ângulo de refração igual a  $60^\circ$  está imerso no ar. Determine o ângulo com que um raio de luz monocromática deve incidir nesse prisma para atravessá-lo sofrendo desvio mínimo. O índice de refração do prisma para essa luz é  $\sqrt{2}$ .

**Resolução:**

•  $\theta'_2 = \theta_2$   
 •  $A = \theta_2 + \theta'_2 \Rightarrow A = 2\theta_2 \Rightarrow 60^\circ = 2\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$   
 •  $n_{ar} \cdot \text{sen } \theta_1 = n_p \cdot \text{sen } \theta_2$   
 $1 \cdot \text{sen } \theta_1 = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$

**Resposta:**  $45^\circ$

**82** Variando-se o ângulo  $\theta$  com que um raio de luz incide em um prisma imerso no ar, seu desvio  $\delta$  varia conforme o gráfico a seguir:



Determine:

- a) o ângulo de abertura do prisma;
- b) o ângulo de incidência para que o desvio seja mínimo;
- c) o índice de refração do prisma.

**Resolução:**

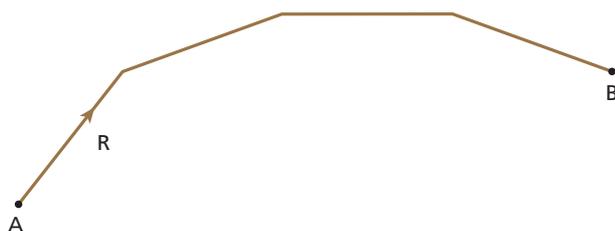
a)  $\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \Rightarrow 51^\circ = 21^\circ + 90^\circ - A \Rightarrow A = 60^\circ$

b)  $\delta_{\min} = 2\theta_1 - A \Rightarrow 30^\circ = 2\theta_1 - 60^\circ \Rightarrow \theta_1 = 45^\circ$

c)  $2\theta_2 = A \Rightarrow 2\theta_2 = 60^\circ \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$   
 $\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_p}{n_{ar}} \Rightarrow \frac{\text{sen } 45^\circ}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{n_p}{1} \Rightarrow n_p = \sqrt{2}$

**Respostas:** a)  $60^\circ$ ; b)  $45^\circ$ ; c)  $\sqrt{2}$

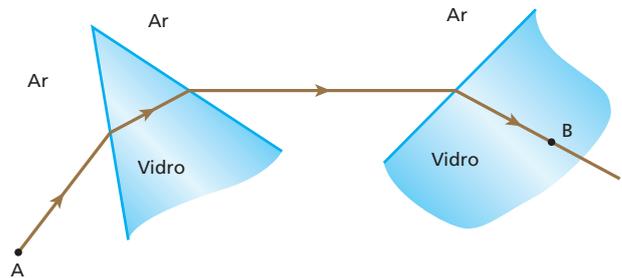
**83** (UFBA) Na figura está representado um raio (R) de luz monocromática que se propaga de A até B.



Entre A e B, qual a mínima quantidade de meios transparentes diferentes?

**Resolução:**

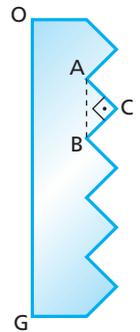
No mínimo dois meios. Por exemplo:



**Resposta:** Há no mínimo dois.

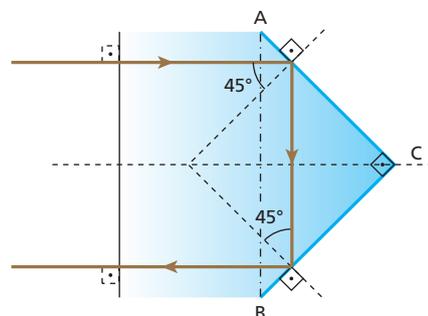
**84** (Unicamp-SP) Um tipo de sinalização utilizado em estradas e avenidas é o chamado olho-de-gato, o qual consiste na justaposição de vários prismas retos, feitos de plástico, que refletem a luz incidente dos faróis dos automóveis.

- a) Reproduza em seu caderno o prisma ABC indicado na figura ao lado e desenhe a trajetória de um raio de luz que incide perpendicularmente sobre a face OG e sofre reflexões totais nas superfícies AC e BC.
- b) Determine o mínimo valor do índice de refração do plástico, acima do qual o prisma funciona como um refletor perfeito (toda a luz que incide perpendicularmente à superfície OG é refletida). Considere o prisma no ar, onde o índice de refração vale 1,0.



**Resolução:**

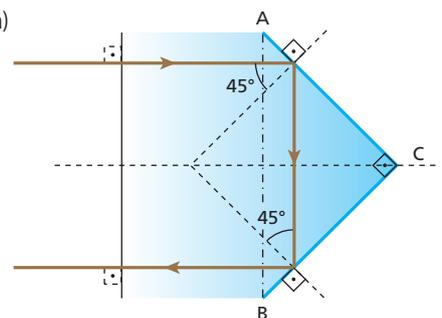
a)



b)  $45^\circ \geq L \Rightarrow \text{sen } 45^\circ \geq \text{sen } L \Rightarrow \text{sen } 45^\circ \geq \frac{n_{ar}}{n_p} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \geq \frac{1,0}{n_p}$   
 $n_p \geq \sqrt{2}$

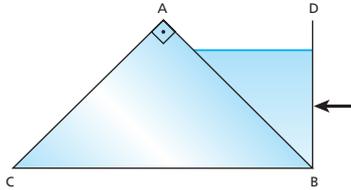
$n_{p_{\minimo}} = \sqrt{2}$

**Respostas:** a)



b)  $\sqrt{2}$

**85** (ITA-SP) Um prisma de vidro, de índice de refração  $n = \sqrt{2}$ , tem por seção normal um triângulo retângulo isósceles ABC no plano vertical. O volume de seção transversal ABD é mantido cheio de um líquido de índice de refração  $n' = \sqrt{3}$ . Um raio incide normalmente à face transparente da parede vertical BD e atravessa o líquido.



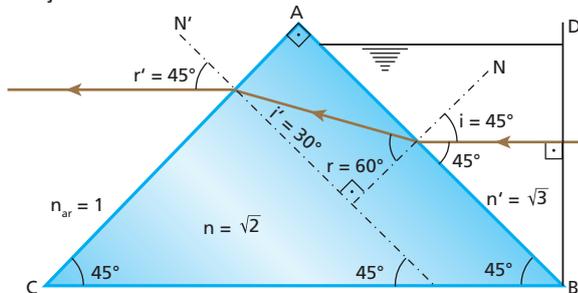
Considere as seguintes afirmações:

- I. O raio luminoso não penetrará no prisma.
- II. O ângulo de refração na face AB é de  $45^\circ$ .
- III. O raio emerge do prisma pela face AC com ângulo de refração de  $45^\circ$ .
- IV. O raio emergente definitivo é paralelo ao raio incidente em BD.

Das afirmativas mencionadas, é (são) correta(s):

- a) apenas I.                      c) apenas II e III.                      e) II, III e IV.
- b) apenas I e IV.                      d) apenas III e IV.

**Resolução:**



- I – Incorreta  
 $n' \sin i = n \sin r \Rightarrow \sqrt{3} \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = 60^\circ$
- II – Incorreta  
 $r = 60^\circ$
- III – Correta  
 $n \sin i' = n_{ar} \sin r' \Rightarrow \sqrt{2} \frac{1}{2} = 1 \sin r' \Rightarrow \sin r' = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow r' = 45^\circ$
- IV – Correta

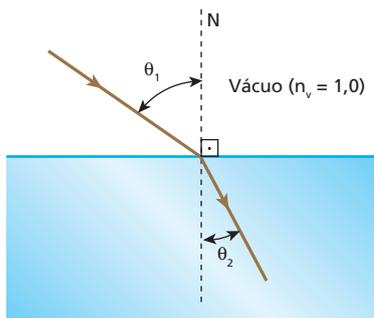
**Resposta: d**

**86** (UFC-CE) Um raio de luz monocromática passa do vácuo para um meio com índice de refração absoluto  $n = \sqrt{3}$ . Se o ângulo de incidência ( $\theta_1$ ) é o dobro do ângulo de refração ( $\theta_2$ ), determine:

- a) o valor de  $\theta_1$ ;
- b) o intervalo de valores de  $n$  que possibilita essa situação, isto é,  $\theta_1 = 2\theta_2$ .

**Resolução:**

a)



Lei de Snell:

$$n_v \sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \Rightarrow 1,0 \sin 2\theta_2 = \sqrt{3} \sin \theta_2 \Rightarrow$$

$$2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \sin \theta_2$$

$$2 \cos \theta_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \cos \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$$

$$\theta_1 = 60^\circ$$

b) Lei de Snell:

$$n_v \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

$$2 \sin \theta_2 \cos \theta_2 = n \sin \theta_2$$

$$2 \cos \theta_2 = n$$

$$\theta_1 \text{ pode variar dentro do intervalo: } 0^\circ < \theta_1 < 90^\circ$$

$$\text{Então: } 0^\circ < \theta_2 < 45^\circ$$

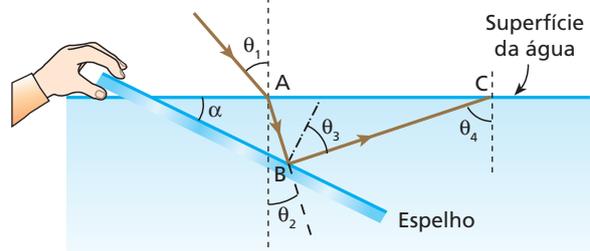
$$\cos 45^\circ < \cos \theta_2 < \cos 0^\circ \Rightarrow 2 \cos 45^\circ < 2 \cos \theta_2 < 2 \cos 0^\circ$$

$$2 \frac{\sqrt{2}}{2} < n < 2$$

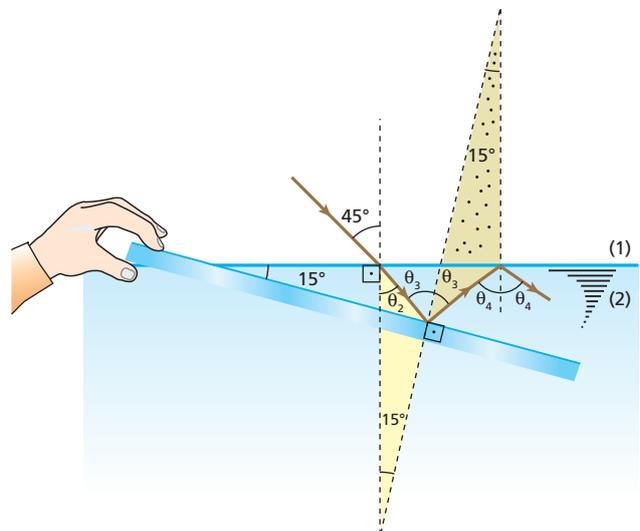
$$\sqrt{2} < n < 2$$

**Respostas:** a)  $60^\circ$ ; b)  $\sqrt{2} < n < 2$

**87** (FEI-SP) A figura mostra um espelho imerso na água, formando um ângulo  $\alpha = 15^\circ$  com a superfície da água. Um raio de luz incide em **A** sob um ângulo  $\theta_1 = 45^\circ$  com a normal à superfície. Depois de refratado, o raio de luz sofre reflexão em **B**, no espelho, voltando à superfície da água, em **C**. Copie a figura, complete o trajeto do raio de luz depois desse instante e calcule os valores dos ângulos do raio com as normais. Adote índice de refração da água em relação ao ambiente = 1,41.



**Resolução:**

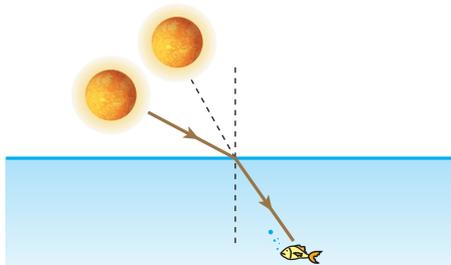


- $\frac{\sin 45^\circ}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin \theta_2} = 1,41 \Rightarrow \theta_2 = 30^\circ$
- $\theta_3$  é um ângulo externo ao triângulo sombreado:  
 $\theta_3 = \theta_2 + 15^\circ = 30^\circ + 15^\circ \Rightarrow \theta_3 = 45^\circ$
- $\theta_4$  é um ângulo externo ao triângulo pontilhado:  
 $\theta_4 = \theta_3 + 15^\circ = 45^\circ + 15^\circ \Rightarrow \theta_4 = 60^\circ$
- Ângulo-limite na fronteira água-ar:  
 $\sin L = \frac{1}{1,41} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow L = 45^\circ$

Como  $\theta_4$  é maior que  $L$ , ocorre reflexão total nessa fronteira.

**Resposta:**  $\theta_2 = 30^\circ$ ;  $\theta_3 = 45^\circ$ ;  $\theta_4 = 60^\circ$ ; No ponto C ocorre reflexão total.

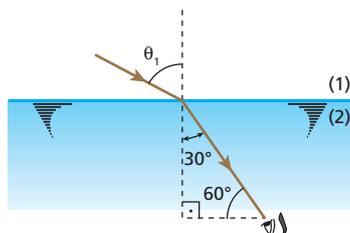
- 88** Um peixe, no rio Amazonas, viu o Sol, em certo instante,  $60^\circ$  acima do horizonte. Sabendo que o índice de refração da água vale  $\frac{4}{3}$  e que, no Amazonas, o Sol nasce às 6h e se põe às 18h, calcule que horas eram no instante em que o peixe viu o Sol:



- considerando que o peixe estava dando o seu passeio matinal;
- considerando que o peixe estava à procura de alimentos para a sua merenda vespertina.

**Dado:**  $\sin 42^\circ = 0,67$

**Resolução:**



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin 30^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \Rightarrow \sin \theta_1 = 0,67 \Rightarrow \theta_1 = 42^\circ$$

Concluimos, então, que o Sol, na realidade, encontra-se a  $48^\circ$  acima do horizonte.

- $180^\circ \rightarrow 12\text{h}$   
 $48^\circ \rightarrow x$   
 $x = 3\text{ h } 12\text{ min} \Rightarrow t = 6\text{ h} + 3\text{ h } 12\text{ min} = 9\text{ h } 12\text{ min}$

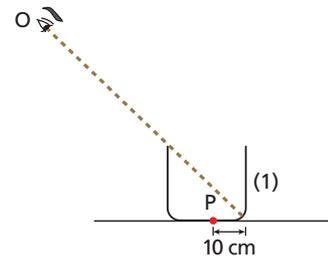
Eram, portanto, 9 h 12 min

- $18\text{ h} - 3\text{ h } 12\text{ min} = 14\text{ h } 48\text{ min}$

Eram, portanto, 14 h 48 min

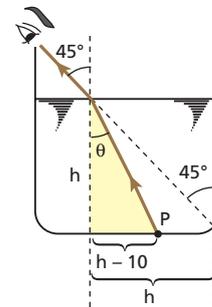
**Respostas:** a) 9 h 12 min; b) 14 h 48 min

- 89** A figura representa um recipiente cúbico de paredes opacas, vazio, de 40 cm de aresta:



Na posição em que se encontra, o observador  $O$  não vê o fundo do recipiente, mas vê completamente a parede (1). Calcule a espessura mínima da lâmina de água que se deve despejar no recipiente para que o observador passe a ver a partícula  $P$ . Adote o índice de refração da água em relação ao ar igual a  $\frac{4}{3}$ .

**Resolução:**

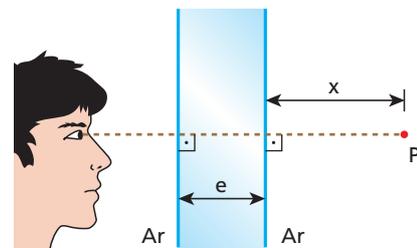


- $\frac{\sin \theta}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} = 0,53$
- $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = 0,85$
- $\text{tg } \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{0,53}{0,85}$
- $\text{tg } \theta = \frac{h-10}{h} \Rightarrow \frac{0,53}{0,85} = \frac{h-10}{h} \Rightarrow 0,32h = 8,5$

$h \approx 27\text{ cm}$

**Resposta:** Aproximadamente 27 cm

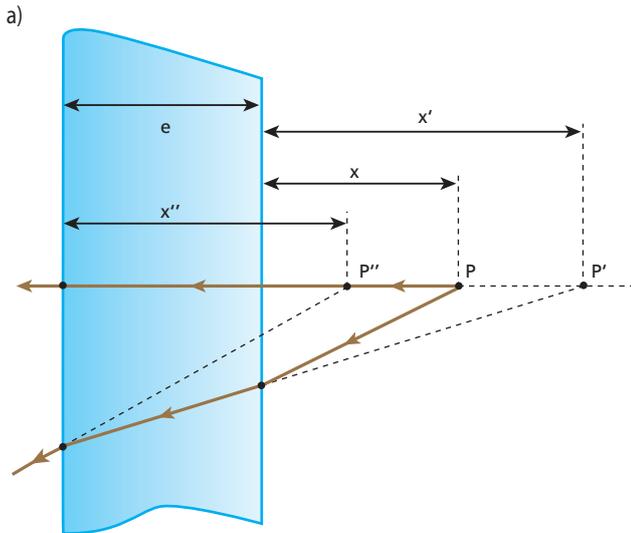
- 90** Um observador visa um ponto luminoso  $P$  através de uma lâmina de vidro de faces paralelas, que tem espessura  $e$  e índice absoluto de refração  $n$ . O ponto  $P$  está a uma distância  $x$  da lâmina, conforme representa a figura a seguir.



Supondo que o olho do observador esteja na mesma perpendicular às faces da lâmina que passa por  $P$ :

- calcule o deslocamento  $d$  da imagem final percebida pelo observador em relação ao ponto  $P$ ;
- determine se  $d$  depende ou não de  $x$ .

**Resolução:**



**1ª refração:**

$$x' = nx$$

**2ª refração:**

$$x'' = \frac{1}{n} (x' + e)$$

$$d = x + e - x'' \Rightarrow d = x + e - \frac{1}{n} (x' + e)$$

$$d = x + e - \frac{1}{n} (nx + e) \Rightarrow \boxed{d = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$$

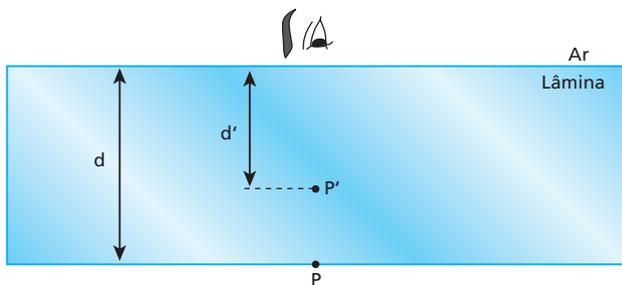
b) Da expressão anterior, decorre que **d** depende de **x**.

**Respostas:** a)  $d = e \left(1 - \frac{1}{n}\right)$ ; b) Não depende

**91** Uma lâmina de faces paralelas tem 5 mm de espessura. Levada a um microscópio, verifica-se que, para passar da focalização de um ponto da superfície superior para um ponto da face inferior da lâmina, deve-se deslocar o canhão do microscópio 3 mm. Qual é o índice de refração do material de que é feita a lâmina?

**Resolução:**

Do enunciado, deduz-se que a imagem da superfície inferior da lâmina conjugada pelo dióptro ar-superfície superior encontra-se 3 mm abaixo da superfície superior. Observemos que é essa imagem que o microscópio "vê" quando se focaliza um ponto da superfície inferior.



$$d = 5 \text{ mm e } d' = 3 \text{ mm}$$

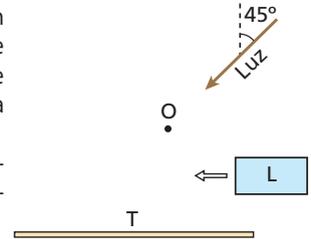
$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1}{n_{\text{lâmina}}} \Rightarrow \boxed{n_{\text{lâmina}} = \frac{5}{3}}$$

**Resposta:**  $\frac{5}{3}$

**92** (Unicamp-SP) A figura a seguir representa uma tela **T**, um pequeno objeto **O** e luz incidindo a 45° em relação à tela. Na situação da figura, o objeto **O** faz sombra sobre a tela. Colocando-se uma lâmina **L** de plástico plano, de 1,2 cm de espessura e índice de refração  $n = 1,18 \approx \frac{5\sqrt{2}}{6}$ , paralelamente entre a tela e o objeto, a sombra se desloca sobre a tela.

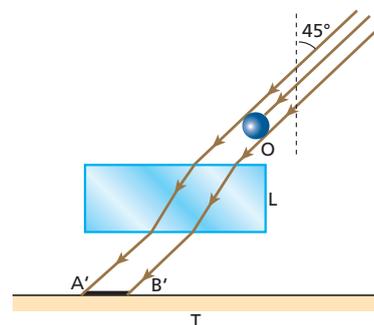
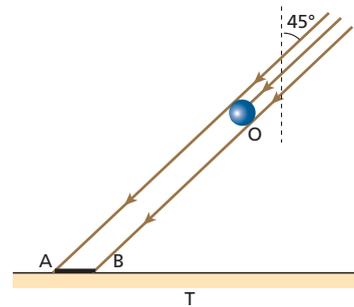
a) Em uma folha de papel, faça um esquema mostrando os raios de luz passando junto ao objeto e atingindo a tela, **com e sem** a lâmina de plástico.

b) Calcule o deslocamento da sombra na tela ao se introduzir a lâmina de plástico.

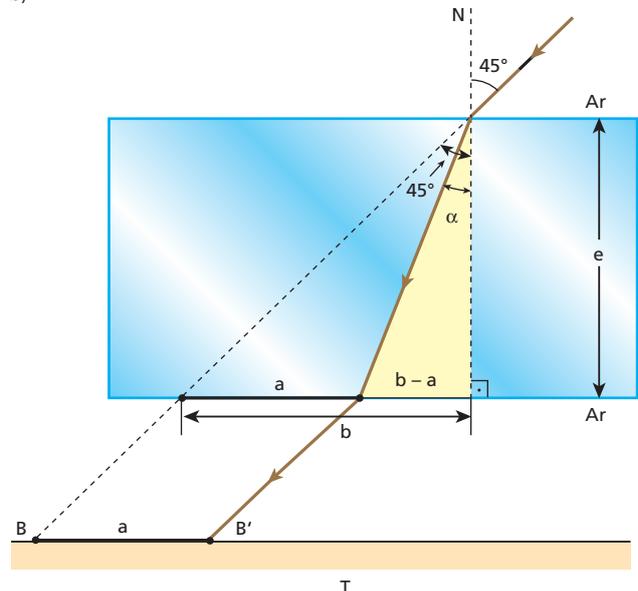


**Resolução:**

a)



b)



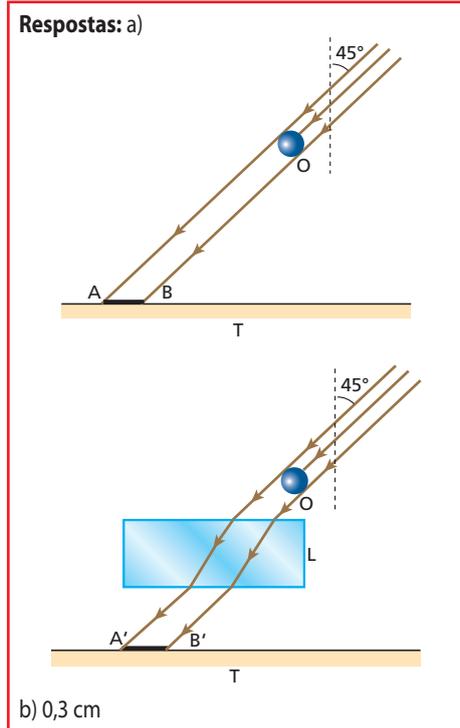
$$n_{\text{ar}} \sin 45^\circ = n_{\text{lâmina}} \sin \alpha \Rightarrow 1 \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{6} \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

Então,  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  e  $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$ .

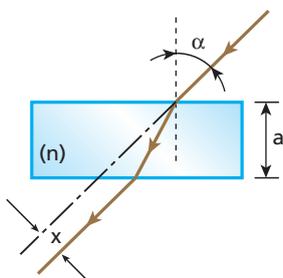
No triângulo destacado:  $\text{tg } \alpha = \frac{b-a}{e}$

Como  $b = e = 1,2 \text{ cm}$ :  $\frac{3}{4} = \frac{1,2-a}{1,2}$

**a = 0,3 cm**



**93** (ITA-SP) Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura **a** e índice de refração **n**. Calcule o desvio sofrido pelo raio luminoso ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, **α**, seja pequeno. (Utilize as aproximações:  $\sin \alpha \approx \alpha$  e  $\cos \alpha \approx 1$ .)



**Resolução:**

$$\theta_1 = \alpha \Rightarrow \cos \theta_1 \approx 1 \Rightarrow \cos \theta_2 \approx 1$$

$$d = \frac{e \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$$

$$x = \frac{a \sin(\alpha - \theta_2)}{1} \approx a(\alpha - \theta_2) \quad (I)$$

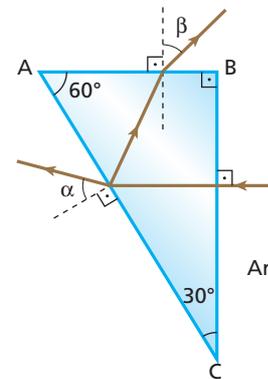
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \theta_2} = n \Rightarrow \theta_2 \approx \frac{\alpha}{n} \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I), vem:

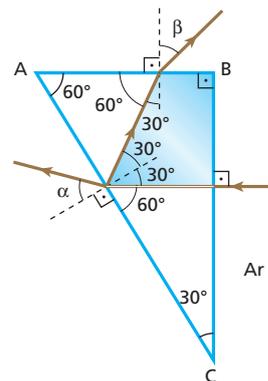
$$x \approx a \left( \alpha - \frac{\alpha}{n} \right) \Rightarrow x \approx a \alpha \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

**Resposta:  $x \approx a \alpha \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$**

**94** (UFPE) Um feixe de luz incide em um prisma imerso no ar, conforme indica a figura a seguir. Após sofrer reflexão parcial na face AC, um feixe de menor intensidade emerge através da face AB. Determine o valor dos ângulos **α** e **β**, em **graus**, se o índice de refração do prisma é  $n_p = \sqrt{2}$  para o comprimento de onda do feixe de luz incidente.



**Resolução:**



$$n_p \sin 30^\circ = n_{\text{ar}} \sin \alpha \Rightarrow \sqrt{2} \frac{1}{2} = 1 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**α = 45°**

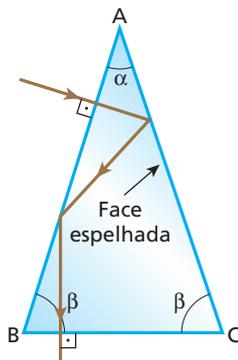
$$n_p \sin 30^\circ = n_{\text{ar}} \sin \beta \Rightarrow \sqrt{2} \frac{1}{2} = 1 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**β = 45°**

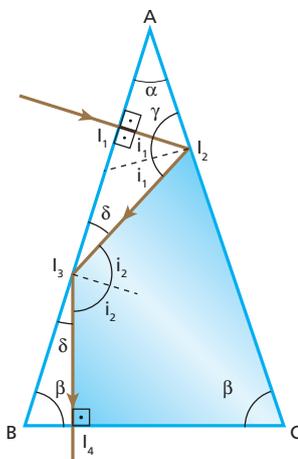
**Resposta: α = β = 45°**

**95** (Unama-AM) A figura abaixo representa a seção transversal de um prisma óptico imerso no ar, tendo dois lados iguais (AB e AC). Perpendicularmente à face AB, incide um raio luminoso monocromático que se propaga até a face espelhada AC, onde é refletido diretamente para a face AB. Ao atingir esta face, o raio luminoso sofre uma nova reflexão (reflexão total), de maneira que, ao se propagar, atinge perpendicularmente a face BC, de onde emerge para o ar. Com base nessas informações, podemos afirmar que o ângulo de refringência do prisma (ângulo  $\alpha$ , mostrado na figura) vale:

- a) 18°.
- b) 72°.
- c) 45°.
- d) 36°.
- e) 60°.



**Resolução:**



- Como  $\gamma = 90^\circ - \alpha$ , temos que  $i_1 = \alpha$ .
- No triângulo  $I_1I_2I_3$ :
  - $\delta = 90^\circ - i_2$
  - $90^\circ + 2i_1 + \delta = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ + 2\alpha + 90^\circ - i_2 = 180 \Rightarrow i_2 = 2\alpha$
- No triângulo  $I_3BI_4$ :
  - $90^\circ + \beta + \delta = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ + \beta + 90^\circ - 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \beta = 2\alpha$
- No triângulo ABC:
  - $\alpha + 2\beta = 180^\circ$
  - $\alpha + 4\alpha = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$

**Resposta:** d

**96** Prove que, num prisma de pequena abertura e para pequenos ângulos de incidência (inferiores a  $10^\circ$ ), o desvio  $\delta$  sofrido pelo raio que o atravessa é dado aproximadamente por:

$$\delta = A(n_{2,1} - 1)$$

$A$  é o ângulo de abertura e  $n_{2,1}$  é o índice de refração do prisma em relação ao meio que o envolve.

**Nota:**

- Para pequenos ângulos, o valor do seno e o valor do ângulo, em radianos, são aproximadamente iguais.

**Resolução:**

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} \approx n_{2,1}$$

$$\frac{\sin \theta'_1}{\sin \theta'_2} = n_{2,1} \Rightarrow \frac{\theta'_1}{\theta'_2} \approx n_{2,1}$$

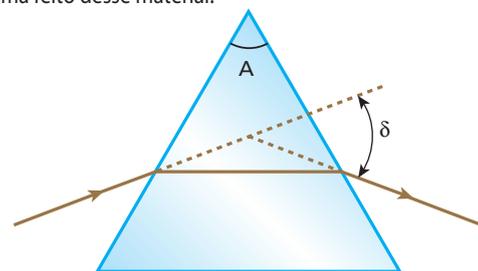
$$\delta = \theta_1 + \theta'_1 - A \approx n_{2,1}\theta_2 + n_{2,1}\theta'_2 - A$$

$$\delta = n_{2,1}(\theta_2 + \theta'_2) - A = n_{2,1}A - A$$

$$\delta = A(n_{2,1} - 1)$$

**Resposta:** Ver demonstração.

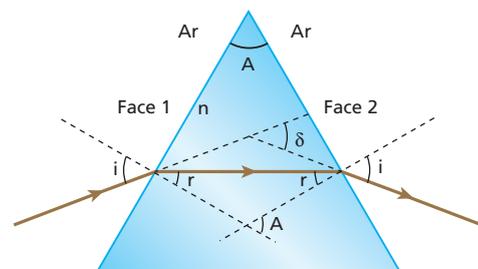
**97** (ITA-SP) O Método do Desvio Mínimo, para a medida do índice de refração,  $n$ , de um material transparente, em relação ao ar, consiste em medir o desvio mínimo  $\delta$  de um feixe estreito de luz que atravessa um prisma feito desse material.



Para que esse método possa ser aplicado (isto é, para que se tenha um feixe emergente), o ângulo  $A$  do prisma deve ser menor que:

- a)  $\arcsen(n)$ .
- b)  $2 \arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$ .
- c)  $0,5 \arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$ .
- d)  $\arcsen\left(\frac{1}{n}\right)$ .
- e) outra expressão.

**Resolução:**



Para que haja emergência na face 2, devemos ter:

$$r < L \Rightarrow \sin r < \sin L \Rightarrow \sin r < \frac{1}{n} \quad (I)$$

$$A = 2r \Rightarrow r = \frac{A}{2} \quad (II)$$

(II) em (I):

$$\text{sen}\left(\frac{A}{2}\right) < \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{A}{2} < \text{arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{n}\right)$$

Por exemplo, para  $n = 2$ , temos:

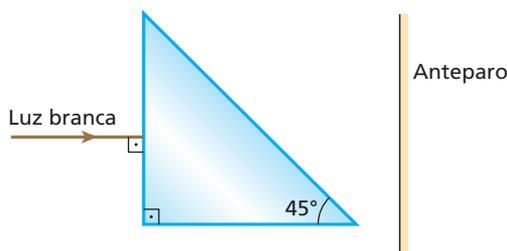
$$\text{sen } r < \frac{1}{n} \Rightarrow \text{sen } r < \frac{1}{2} \Rightarrow r < 30^\circ$$

$$\text{e } A < 2 \text{ arc sen}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$A < 2 \cdot 30^\circ \Rightarrow A < 60^\circ$$

**Resposta:** b

**98** Um pinel de luz branca incide perpendicularmente em uma das faces de um prisma, cuja seção principal está representada na figura:

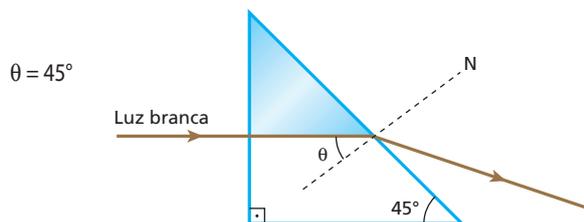


O prisma está imerso no ar e seus índices de refração para sete cores componentes do pinel de luz branca são dados a seguir:

Violeta	1,48
Anil	1,46
Azul	1,44
Verde	1,42
Amarela	1,40
Alaranjada	1,39
Vermelha	1,38

Determine quais dessas cores emergem do prisma, atingindo o anteparo.

**Resolução:**



Para uma cor emergir do prisma e atingir o anteparo, o ângulo  $\theta$  deve ser inferior ao ângulo-limite  $L$ .

$$\theta < L \Rightarrow \text{sen } \theta < \text{sen } L$$

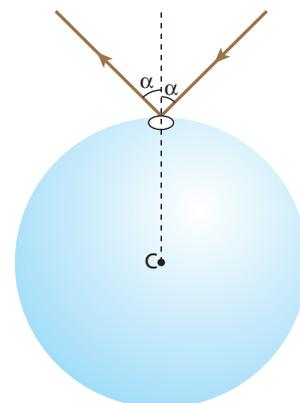
$$\text{sen } \theta < \frac{n_{\text{ar}}}{n_{\text{prisma}}} \Rightarrow \text{sen } 45^\circ < \frac{1}{n_{\text{prisma}}} \Rightarrow n_{\text{prisma}} < \sqrt{2} \Rightarrow n_{\text{prisma}} < 1,41$$

Essa condição é satisfeita pelas seguintes cores:

amarelo, alaranjado e vermelho.

**Resposta:** Amarelo, alaranjado e vermelho.

**99** Na figura a seguir está representada uma esfera maciça de cristal, de centro  $C$ , raio  $R = 10\sqrt{3}$  cm e índice de refração  $n = \sqrt{2}$ .



Mediante vaporização de alumínio, a superfície externa dessa esfera foi revestida com uma película desse metal. A face refletora especular da película ficou, então, voltada para o interior da esfera.

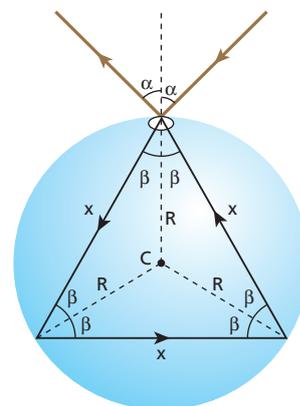
Apenas uma pequena região circular ficou sem revestimento. Fez-se incidir nessa região um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, que penetrou na esfera e, após sofrer duas reflexões em suas paredes, emergiu pelo mesmo local da penetração, simetricamente em relação ao feixe incidente (ver figura).

Sabendo-se que a esfera está no ar (índice de refração igual a 1,0) e que a velocidade de propagação da luz nesse meio é aproximadamente igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, pede-se:

- fazer um esboço da trajetória da luz no interior da esfera, indicando os valores dos ângulos relevantes à compreensão do esquema;
- determinar o ângulo  $\alpha$  que viabiliza a situação proposta;
- calcular, nas condições apresentadas, quanto tempo um pulso luminoso permanece "confinado" no interior da esfera.

**Resolução:**

a)



A trajetória da luz no interior da esfera é um triângulo equilátero e  $\beta = 30^\circ$ .

$$b) n_{\text{ar}} \text{ sen } \alpha = n \text{ sen } \beta \Rightarrow 1,0 \text{ sen } \alpha = \sqrt{2} \text{ sen } 30^\circ \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

c) Sendo  $v$  a velocidade de propagação da luz no interior da esfera, temos:

$$\frac{v}{v_{\text{ar}}} = \frac{n_{\text{ar}}}{n} \Rightarrow \frac{v}{3,0 \cdot 10^8} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow v \approx 2,1 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Da figura do item **a**, temos:

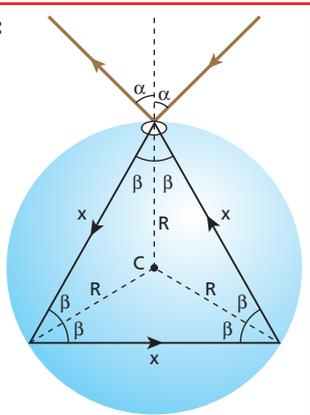
$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{x}{2}}{R} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{20\sqrt{3}} \Rightarrow x = 30 \text{ cm} \Rightarrow x = 0,30 \text{ m}$$

Sendo  $d$  a distância percorrida pela luz:

$$d = 3x = 3 \cdot 0,30 \Rightarrow d = 0,90 \text{ m}$$

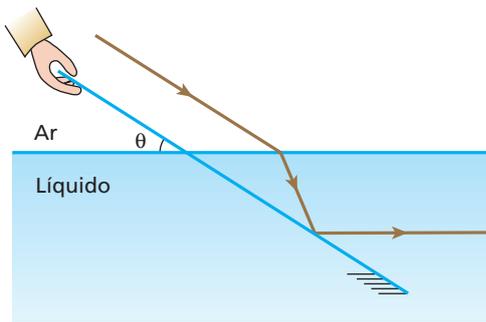
$$\Delta t = \frac{d}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{0,90}{2,1 \cdot 10^8} \Rightarrow \Delta t \approx 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 4,3 \text{ ns}$$

**Respostas:**



a)  $\beta = 30^\circ$ ; b)  $\alpha = 45^\circ$ ; c)  $\Delta t = 4,3 \text{ ns}$

**100** Considere um espelho plano parcialmente imerso em um líquido transparente de índice de refração absoluto igual a  $n_L$ . Um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática, propagando-se no ar paralelamente à superfície refletora do espelho, refrata-se para o interior do líquido e sofre reflexão na superfície espelhada, conforme representa a figura a seguir. O índice de refração absoluto do ar vale 1.



Admitindo-se que seja conhecido o ângulo  $\theta$  indicado e supondo-se que o feixe refletido pelo espelho seja paralelo à superfície líquida, é correto afirmar que:

a)  $n_L = \text{sen } \theta$

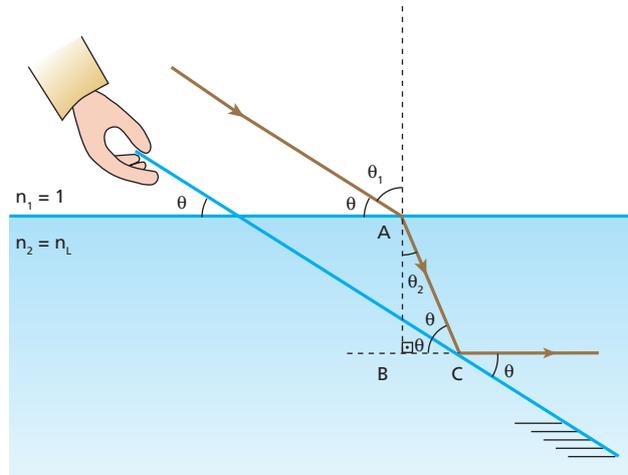
d)  $n_L = \frac{\text{sen } \theta}{\text{sen } 2\theta}$

b)  $n_L = \text{tg } \theta$

e)  $n_L = \frac{\text{cos } \theta}{\text{cos } 2\theta}$

c)  $n_L = \text{cotg } \theta$

**Resolução:**



$$\theta_1 = 90^\circ - \theta \Rightarrow \text{sen } \theta_1 = \text{cos } \theta$$

No triângulo ABC:

$$\theta_2 = 90^\circ - 2\theta \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \text{cos } 2\theta$$

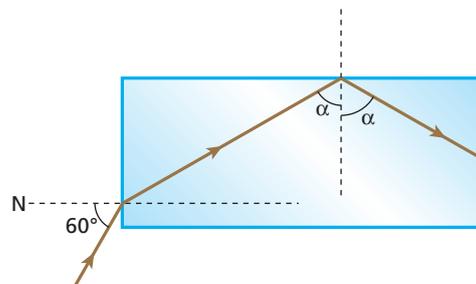
$$n_1 \text{ sen } \theta_1 = n_2 \text{ sen } \theta_2$$

$$1 \text{ cos } \theta = n_L \text{ cos } 2\theta \Rightarrow n_L = \frac{\text{cos } \theta}{\text{cos } 2\theta}$$

**Resposta: e**

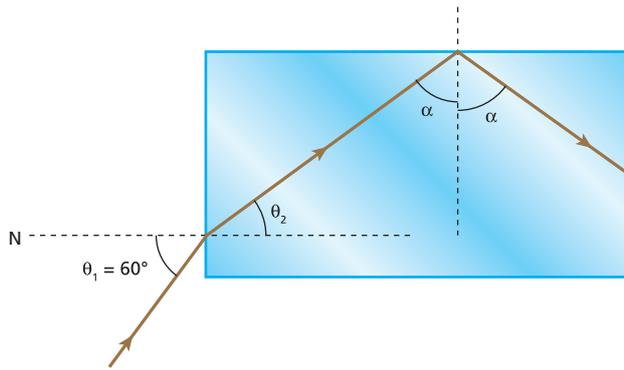
**101** Um fator que tem sido decisivo na melhoria das telecomunicações no Brasil é a transmissão de dados digitais através de redes de fibras ópticas. Por meio desses **infodutos** de plástico ou resina transparentes, baratos e confiáveis, que hoje se acham instalados ao longo das principais rodovias do país, é possível a troca de imensos arquivos entre computadores (banda larga), integração de sistemas de telefonia, transmissão de TV etc.

Dentro de uma fibra óptica, um sinal eletromagnético propaga-se com velocidades menores que a da luz no ar, sofrendo sucessivas reflexões totais. Considere a fibra óptica esquematizada a seguir, imersa no ar, na qual é introduzido um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática com ângulo de  $60^\circ$  em relação à reta normal  $N$  no ponto de incidência.



Para que valores do índice de refração absoluto  $n$  do material de que é feita a fibra as reflexões totais ocorrem?

**Resolução:**

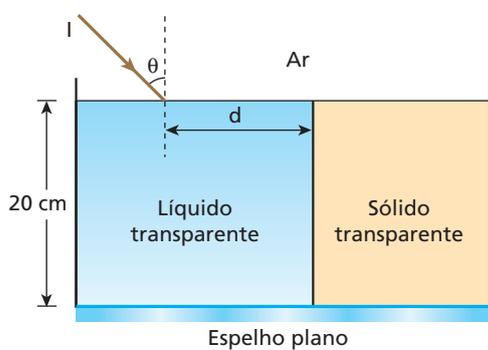


- $n_{ar} \cdot \sin \theta_1 = n \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = n \cdot \sin \theta_2$  (I)
- $\alpha \geq L \Rightarrow \sin \alpha \geq \sin L \Rightarrow \sin \alpha \geq \frac{1}{n}$   
Como  $\sin \alpha = \cos \theta_2$ :  $\cos \theta_2 \geq \frac{1}{n}$  (II)
- De (I):  $\sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2n}$   
 $\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{3}{4n^2}} = \frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n}$  (III)
- (III) em (II):  
 $\frac{\sqrt{4n^2 - 3}}{2n} \geq \frac{1}{n} \Rightarrow 4n^2 \geq 7$   
 $n \geq \frac{\sqrt{7}}{2}$

**Resposta:**  $n \geq \frac{\sqrt{7}}{2}$

**102** O fundo do recipiente representado na figura é um espelho plano. O raio **I**, incidente na fronteira ar-líquido, é monocromático. Após sofrer refração nessa fronteira, o raio reflete-se no espelho e, em seguida, sofre reflexão total na interface líquido-sólido, com ângulo de incidência limite.

**Dados:** velocidade da luz no ar =  $3,0 \cdot 10^8$  m/s; velocidade da luz no líquido =  $2,0 \cdot 10^8$  m/s;  $\sin \theta = 0,75$ .

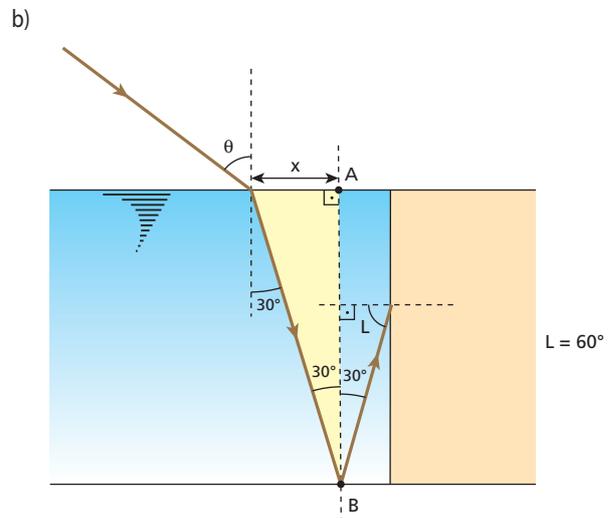


Determine:

- o ângulo de refração  $\theta'$  na interface ar-líquido;
- a velocidade da luz no sólido;
- o máximo valor da distância **d** indicada.

**Resolução:**

a)  $\frac{v_{ar}}{v_{liq}} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'} \Rightarrow \frac{3,0 \cdot 10^8}{2,0 \cdot 10^8} = \frac{0,75}{\sin \theta'} \Rightarrow \sin \theta' = 0,5 \Rightarrow \theta' = 30^\circ$



$\sin L = \frac{n_{sól}}{n_{liq}} = \frac{v_{liq}}{v_{sól}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2,0 \cdot 10^8}{v_{sól}} \Rightarrow$

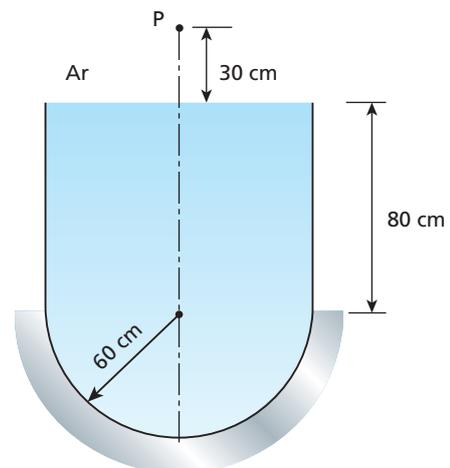
$v_{sól} = \frac{4,0\sqrt{3}}{3} \cdot 10^8 \text{ m/s} = 2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

c)  $\text{tg } 30^\circ = \frac{x}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

$d_{\text{máx}} = 2x \Rightarrow d_{\text{máx}} = \frac{40\sqrt{3}}{3} \text{ cm} = 23 \text{ cm}$

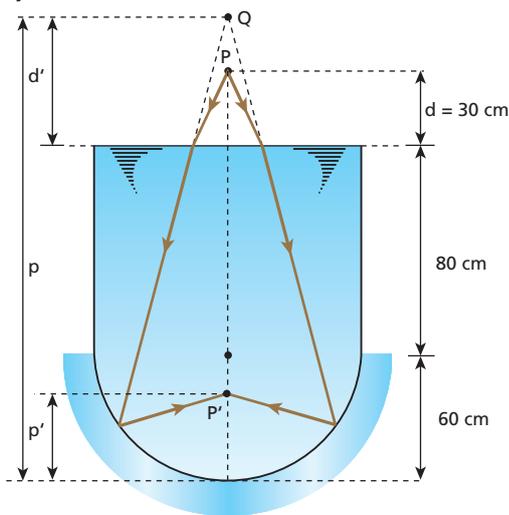
**Respostas:** a)  $30^\circ$ ; b)  $2,3 \cdot 10^8$  m/s; c) 23 cm

**103** Considere um recipiente de base hemisférica polida, cheio de água. A base está externamente recoberta de prata e seu raio vale 60 cm.



Admita que apenas raios paraxiais emitidos pela fonte **P** atravessem a fronteira ar-água e incidam na superfície hemisférica, que produz a imagem **P'**. Supondo o índice de refração da água igual a  $\frac{4}{3}$ , determine a posição de **P'** em relação à superfície livre da água.

**Resolução:**



No dióptro ar-água, temos:

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_{\text{destino}}}{n_{\text{origem}}} \Rightarrow \frac{d'}{30} = \frac{4}{1} \Rightarrow d' = 40 \text{ cm}$$

O ponto **Q** é imagem em relação ao dióptro ar-água. Esse ponto, porém, comporta-se como ponto objeto real em relação ao espelho côncavo correspondente à base.

Para o espelho, temos, então:

$$p = d' + 80 + 60 \Rightarrow p = 180 \text{ cm}$$

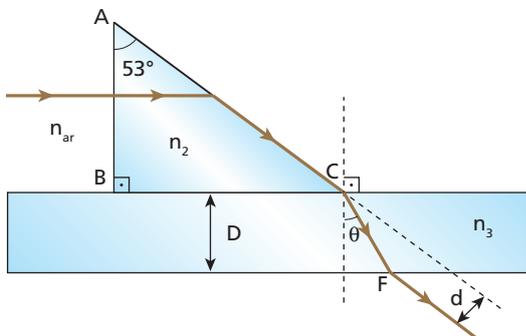
$$f = \frac{R}{2} = \frac{60}{2} \Rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{180} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{30} \Rightarrow p' = 36 \text{ cm}$$

Portanto, a imagem **P'** forma-se a 36 cm do vértice do espelho.

**Resposta:** A 104 cm da superfície livre da água.

**104** (Olimpíada Brasileira de Física) Um raio de luz monocromático, vindo do ar, incide na face AB do prisma representado na figura e emerge rasante, paralelo à face AC, até encontrar uma lâmina de faces paralelas, justaposta à face BC.



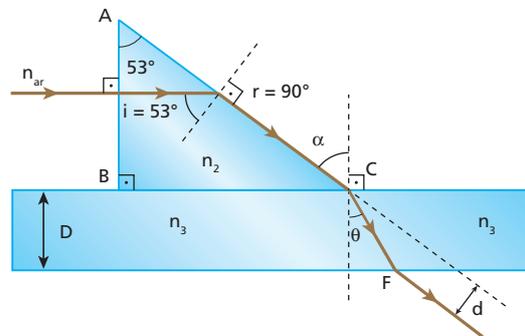
- Dados:**  $n_{\text{ar}} = 1,0$  (índice de refração do ar);  
 $n_3 = 1,6$  (índice de refração do material da lâmina de faces paralelas);  
 $D = 2,0$  cm (espessura da lâmina de faces paralelas);  
 $c = 3,0 \cdot 10^8$  m/s (velocidade da luz no ar);  
 $\text{sen } 53^\circ = 0,80$ ;  $\text{sen } 37^\circ = 0,60$ ;  
 $\text{sen } 23^\circ = 0,40$ ;  $\text{cos } 30^\circ = 0,87$ .

Determine:

- a velocidade da luz no interior do prisma;
- o ângulo de refração  $\theta$ ;
- o desvio lateral **d** sofrido pelo raio de luz.

**Resolução:**

a)



$$n_2 \text{ sen } i = n_{\text{ar}} \text{ sen } r \Rightarrow \frac{c}{v_2} \text{ sen } 53^\circ = 1 \text{ sen } 90^\circ$$

$$\frac{3,0 \cdot 10^8}{v_2} \cdot 0,80 = 1 \Rightarrow v_2 = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$n_3 \text{ sen } \theta = n_{\text{ar}} \text{ sen } \alpha \Rightarrow 1,6 \text{ sen } \theta = 1 \text{ sen } 53^\circ$$

$$1,6 \text{ sen } \theta = 0,80 \Rightarrow \text{sen } \theta = 0,50$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$c) \cdot \text{cos } \theta = \frac{D}{CF} \Rightarrow 0,87 = \frac{2,0}{CF}$$

$$CF \approx 2,3 \text{ cm}$$

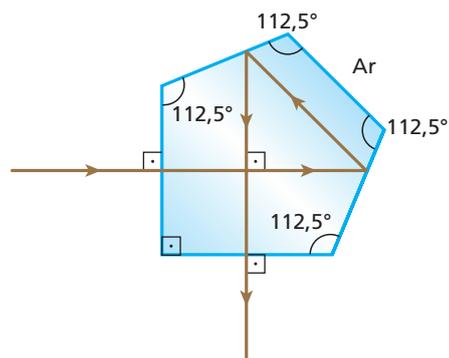
$$\cdot \text{sen } (\alpha - \theta) = \frac{d}{CF}$$

$$\text{sen } (53^\circ - 30^\circ) = \frac{d}{2,3} \Rightarrow \text{sen } 23^\circ = \frac{d}{2,3}$$

$$0,40 = \frac{d}{2,3} \Rightarrow d \approx 0,92 \text{ cm}$$

**Respostas:** a)  $2,4 \cdot 10^8$  m/s; b)  $30^\circ$ ; c)  $\approx 0,92$  cm

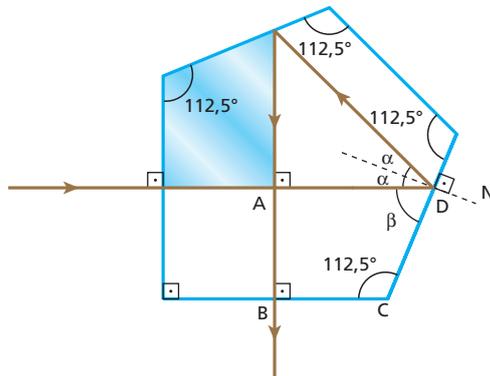
**105** A figura a seguir esquematiza a trajetória de um estreito feixe cilíndrico de luz monocromática que sofre um desvio de  $90^\circ$  ao atravessar um prisma pentagonal de Goulier, que é utilizado em alguns modelos de câmeras fotográficas. Nesse prisma, a luz incide normalmente em uma das faces, sofre duas reflexões totais e emerge também normalmente em outra face, perpendicular à face de entrada.



Ângulo (graus)	Sen
90,0	1,00
67,5	0,92
45,0	0,71
22,5	0,38

Sendo 1,00 o índice de refração do ar, determine o índice de refração do prisma ( $n_p$ ) para que a luz siga a trajetória indicada.

**Resolução:**



No quadrilátero ABCD, temos;

$$90^\circ + 90^\circ + 112,5^\circ + \beta = 360^\circ \Rightarrow \beta = 67,5^\circ$$

Como  $\alpha + \beta = 90^\circ$ :

$$\alpha + 67,5^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 22,5^\circ$$

Para a ocorrência da reflexão total, deveremos ter:  $\alpha \geq L$

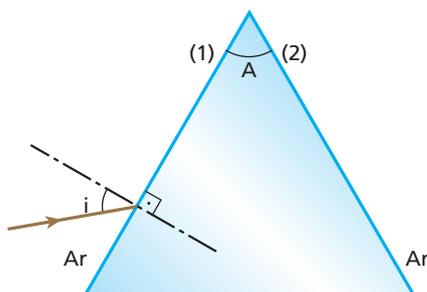
Então:

$$\text{sen } \alpha \geq \text{sen } L \Rightarrow \text{sen } \alpha \geq \frac{n_{\text{ar}}}{n_p} \Rightarrow \text{sen } 22,5^\circ \geq \frac{1,00}{n_p} \Rightarrow 0,38n_p \geq 1,00$$

$$n_p \geq \frac{1,00}{0,38} \Rightarrow \boxed{n_p \geq 2,63}$$

**Resposta:**  $n_p \geq 2,63$

**106** Um raio de luz monocromática incide na face (1) de um prisma de ângulo de refração  $A$  e índice de refração  $n$ , imerso no ar, como indica a figura:



Prove que, para ocorrer a emergência do raio pela face (2), devem ser satisfeitas as seguintes condições:

I.  $A < 2L$ , em que  $L$  é o ângulo-limite na fronteira prisma-ar;

II.  $\text{sen } i > \frac{\text{sen } (A - L)}{\text{sen } L}$ .

**Resolução:**

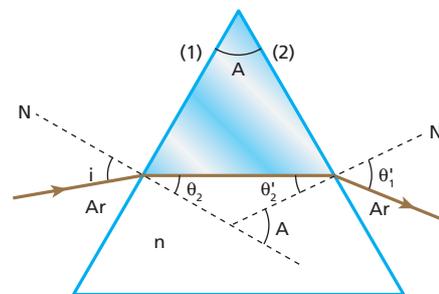
I.

- $\theta_2 + \theta'_2 = A$
- Sendo  $L$  o ângulo-limite:
  - na face (1):  $\theta_2 < L$
  - na face (2):  $\theta'_2 < L$

Portanto:

$$\theta_2 + \theta'_2 < 2L$$

$$\boxed{A < 2L}$$



II.

$$\theta'_2 < L \Rightarrow \theta_2 + \theta'_2 = A \Rightarrow \theta'_2 = A - \theta_2$$

Portanto:

$$A - \theta_2 < L \text{ e } \theta_2 > A - L$$

Como  $\theta_2 < 90^\circ$  e  $(A - L) < 90^\circ$ :

$$\text{sen } \theta_2 > \text{sen } (A - L) \tag{I}$$

$$\bullet \text{sen } L = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\text{sen } L} \tag{II}$$

$$\bullet n_{\text{ar}} \text{sen } i = n \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \text{sen } \theta_2 = \frac{\text{sen } i}{n} \tag{III}$$

(II) em (III):

$$\text{sen } \theta_2 = \text{sen } i \cdot \text{sen } L \tag{IV}$$

(IV) em (I):

$$\text{sen } i \cdot \text{sen } L > \text{sen } (A - L)$$

$$\boxed{\text{sen } i > \frac{\text{sen } (A - L)}{\text{sen } L}}$$

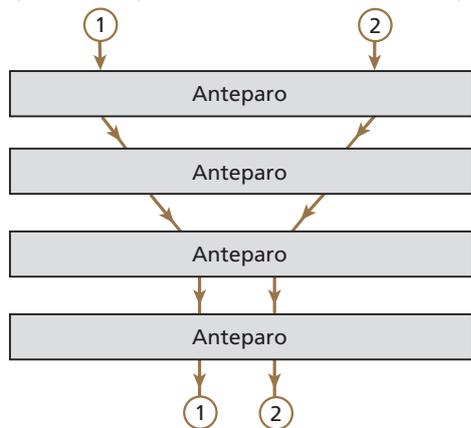
**Resposta:**  $\text{sen } i > \frac{\text{sen } (A - L)}{\text{sen } L}$

# Tópico 4

**1** (UFRN) Os raios de luz 1 e 2, representados na figura, atravessam elementos ópticos que estão escondidos pelos anteparos, numa região em que o ar atmosférico é homogêneo. Estes elementos podem ser:

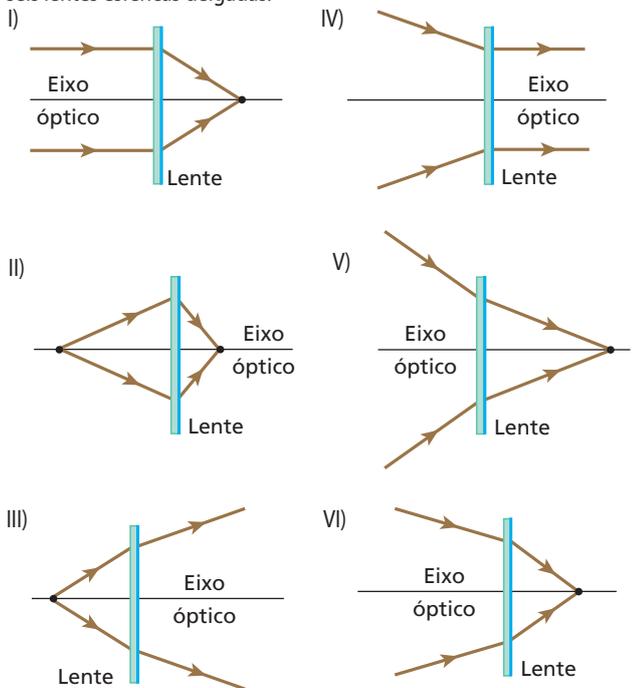
- I. uma lente delgada convergente;
- II. uma lente delgada divergente;
- III. uma lâmina de vidro de faces paralelas.

Acompanhando, de cima para baixo, as trajetórias dos dois raios, quais são, nessa ordem, os elementos ópticos escondidos pelos anteparos, sabendo que cada anteparo esconde um único elemento óptico?



**Resposta:** I; III; II e III.

**2** As figuras seguintes representam a refração da luz através de seis lentes esféricas delgadas:



Que lentes apresentam comportamento convergente?

**Resposta:** I; II; III e VI.

**3** (Fuvest-SP) Uma colher de plástico transparente, cheia de água e imersa no ar, pode funcionar como:

- a) lente convergente.
- b) lente divergente.
- c) espelho côncavo.
- d) microscópio composto.
- e) prisma.

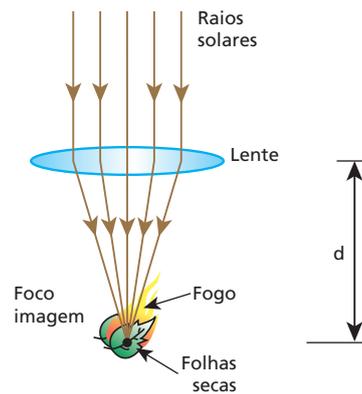
**Resposta:** a

**4** Um escoteiro, contrariando a orientação do chefe que recomendava o uso de gravetos rolantes para produzir fogo no momento da confecção do almoço do pelotão, utilizou uma lente esférica de distância focal  $f$  que “concentrou os raios solares” sobre um monte de folhas secas situado a uma distância  $d$  da lente.

- a) Diga que tipo de lente o escoteiro utilizou (convergente ou divergente).
- b) Faça, em seu caderno, um esquema representando os raios solares, a lente e o monte de folhas secas.
- c) Determine o valor de  $d$  em função de  $f$  para que o processo tenha eficiência máxima, isto é, o fogo seja produzido no menor intervalo de tempo possível.

**Resolução:**

- a) A lente deve ser convergente.
- b)



- c) As folhas secas devem ser posicionadas na região do foco imagem da lente. Logo:

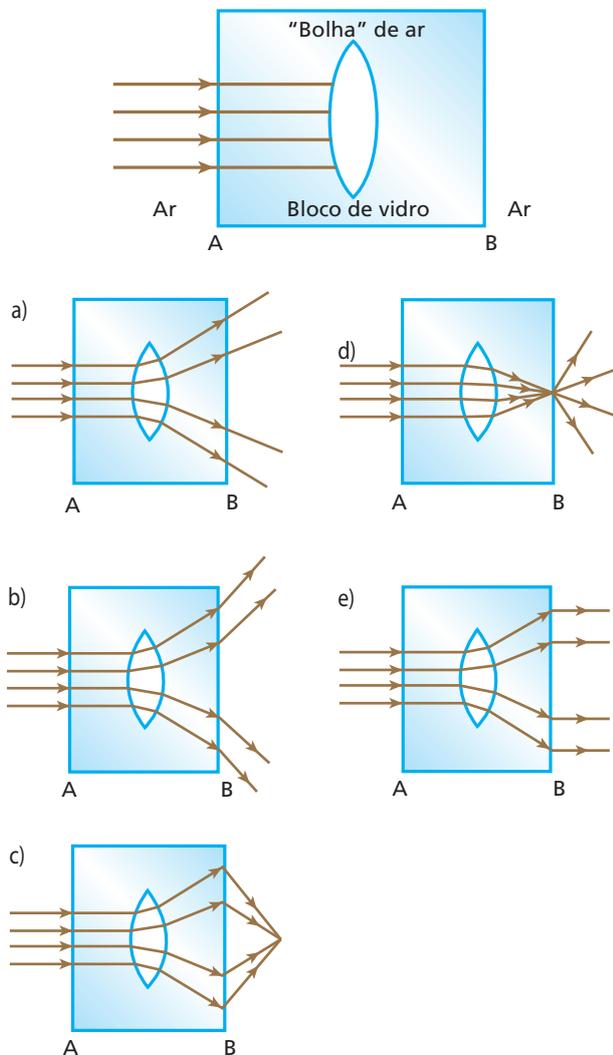
$d = f$

**Respostas:** a) Convergente

b)

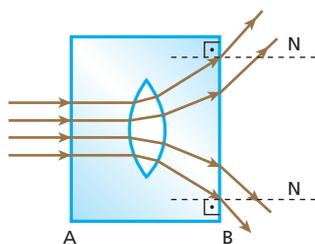
c)  $d = f$

**5** (Mack-SP) Na produção de um bloco de vidro *flint*, de índice de refração absoluto 1,7, ocorreu a formação de uma “bolha” de ar (índice de refração absoluto 1,0), com o formato de uma lente esférica biconvexa. Um feixe luminoso monocromático, paralelo, incide perpendicularmente à face **A** do bloco, conforme a figura a seguir, e, após passar pelo bloco e pela bolha, emerge pela face **B**. A figura que melhor representa o fenômeno é:



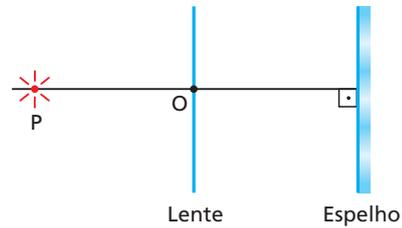
**Resolução:**

Como o índice de refração da lente (1,0) é menor que o do meio (1,7), a lente biconvexa terá comportamento divergente. Ao sair do bloco de vidro *flint*, os raios de luz irão passar para o ar (índice de refração menor), afastando-se da normal.



**Resposta:** b

**6** O arranjo experimental da figura é composto de uma lente esférica e um espelho plano. A montagem é feita no interior de uma sala de aula pelo professor de Óptica, que dispõe o espelho perpendicularmente ao eixo principal da lente:

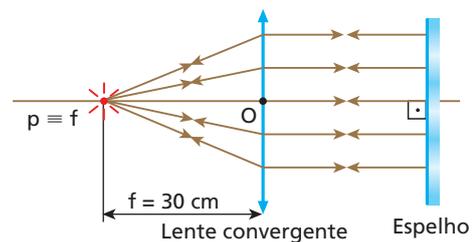


De um ponto **P**, situado sobre o eixo principal e distante 30 cm do centro óptico da lente, provém luz que se refrata através da lente, incide no espelho, reflete-se e volta a atravessar a lente, convergindo novamente para o ponto **P**, independentemente da distância entre a lente e o espelho.

- a) Classifique a lente como convergente ou divergente.
- b) Obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

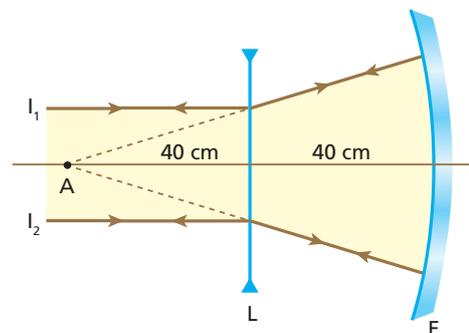
**Resolução:**

- a) A lente que viabiliza o experimento proposto deve ser **convergente**.
- b) Do enunciado, deduz-se que os raios luminosos emergentes da lente e incidentes no espelho são paralelos entre si e ao eixo óptico da lente. Por isso, pode-se concluir que o ponto luminoso **P** situa-se sobre o foco principal objeto da lente, que apresenta, portanto, distância focal 30 cm. O esquema a seguir ilustra o exposto.



**Respostas:** a) Convergente; b) 30 cm

**7** (Univest-SP) Um feixe de raios paralelos, representado por  $I_1$  e  $I_2$ , incide em uma lente biconcava (**L**) para, em seguida, incidir em um espelho côncavo (**E**), conforme ilustra a figura. Na reflexão, os raios retornam sobre si mesmos, convergindo para um ponto **A**, situado sobre o eixo principal comum.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, em valor absoluto, as abscissas focais de **L** e **E** valem, em centímetros, respectivamente:

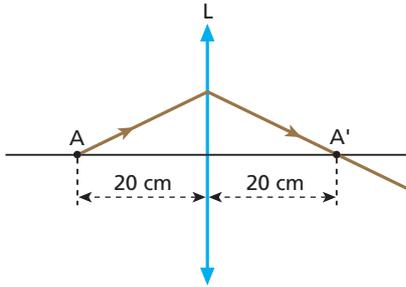
- a) 40 e 20. b) 40 e 40. c) 40 e 80. d) 80 e 80. e) 80 e 120.

**Resolução:**

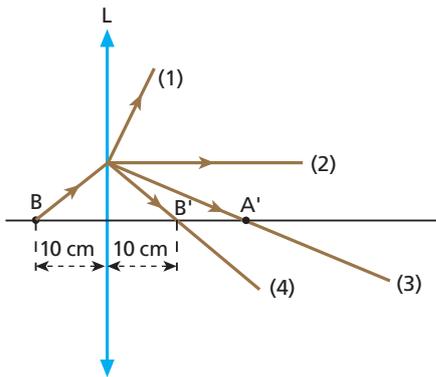
O ponto **A** é o centro de curvatura do espelho **E** e o foco principal imagem da lente **L**.

**Resposta: b**

**8** (Unip-SP) A figura representa um objeto luminoso **P** no eixo principal de uma lente convergente **L**. Quando o objeto **P** está na posição **A**, o raio de luz que parte de **P** passa, após refratar-se na lente, pelo ponto **A'**, simétrico de **A** em relação a **L**:



Em seguida, o objeto **P** se aproxima da lente, posicionando-se no ponto **B**, conforme a figura.



O raio de luz que parte do objeto **P**, posicionado em **B**, após refratar-se na lente, assume:

- a) a direção 1.
- b) a direção 2.
- c) a direção 3.
- d) a direção 4.
- e) uma direção diferente das indicadas.

**Resolução:**

Os pontos **A** e **A'** são, respectivamente, o ponto antiprincipal objeto e o ponto antiprincipal imagem. Em **B**, o objeto **P** encontra-se no foco principal objeto da lente, fazendo com que a luz refratada por esta assumira a direção 2.

**Resposta: b**

**9** (Fuvest-SP) Tem-se um objeto luminoso situado em um dos focos principais de uma lente convergente. O objeto afasta-se da lente, movimentando-se sobre seu eixo principal. Podemos afirmar que a imagem do objeto, à medida que ele se movimenta:

- a) cresce continuamente.
- b) passa de virtual para real.
- c) afasta-se cada vez mais da lente.
- d) aproxima-se do outro foco principal da lente.
- e) passa de real para virtual.

**Resposta: d**

**10** (Fuvest-SP) Uma pessoa segura uma lente delgada junto a um livro, mantendo seus olhos aproximadamente a 40 cm da página, obtendo a imagem indicada na figura.

**Soneto da Fidelidade**  
Vinicius de Moraes

De tudo, ao meu amor serei atento  
Antes, e com tal zelo, e sempre, e tanto  
Que mesmo em face do maior encanto  
Dele se encante mais meu pensamento.

Quero vivê-lo em cada vão momento  
E em seu louvor hei de espalhar meu canto  
E rir meu riso e derramar meu pranto  
Ao seu pesar ou seu contentamento.

E assim, quando mais tarde me procure  
Quem sabe a morte, angústia de quem vive  
Quem sabe a solidão, fim de quem ama  
Quem sabe a solidão, fim de quem ama

Eu possa (me) dizer do amor (que tive):  
Que não seja imortal, posto que é chama,  
Mas que seja infinito enquanto dure.

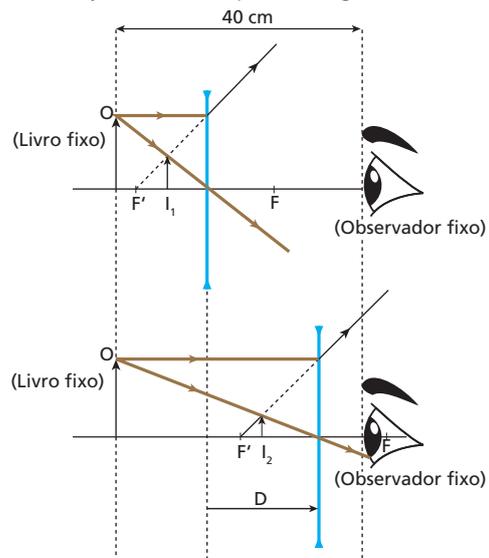
Em seguida, sem mover a cabeça ou o livro, vai aproximando a lente de seus olhos. A imagem, formada pela lente, passará a ser:

- a) sempre direita, cada vez menor.
- b) sempre direita, cada vez maior.
- c) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez menor.
- d) direita cada vez maior, passando a invertida e cada vez menor.
- e) direita cada vez menor, passando a invertida e cada vez maior.

**Resolução:**

Se a imagem observada é direita e menor, trata-se de uma lente divergente.

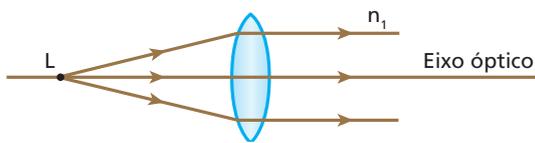
À medida que a lente se aproxima do olho do observador (fixo), a imagem do livro (fixo) torna-se cada vez menor, porém sempre virtual e direita, conforme justificam os esquemas a seguir.



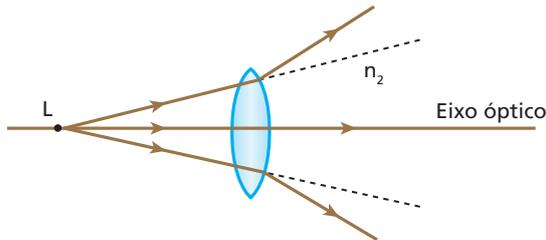
Devido ao deslocamento **D** sofrido pela lente, o comprimento de  $I_2$  é menor que o de  $I_1$ .

**Resposta: a**

**11** (Ufla-MG) Coloca-se uma pequena lâmpada **L** no foco principal de uma lente biconvexa de índice de refração  $n_L$  imersa em um líquido de índice de refração  $n_1$ . Essa situação está esquematizada abaixo.



Mantendo-se a posição da lâmpada em relação à lente e imergindo-se o conjunto em um outro líquido de índice de refração  $n_2$ , obteve-se o seguinte percurso para os raios luminosos:



É correto afirmar que:

- a)  $n_2 > n_1 > n_L$
- b)  $n_2 = n_L > n_1$
- c)  $n_L > n_2 > n_1$
- d)  $n_2 > n_L > n_1$
- e)  $n_L = n_1 > n_2$

**Resolução:**

Em operação imersa no líquido de índice de refração  $n_1$ , a lente apresenta comportamento **convergente**; logo:

$$n_L > n_1$$

Em operação imersa no líquido de índice de refração  $n_2$ , entretanto, a lente passa a apresentar comportamento **divergente**; logo:

$$n_2 > n_L$$

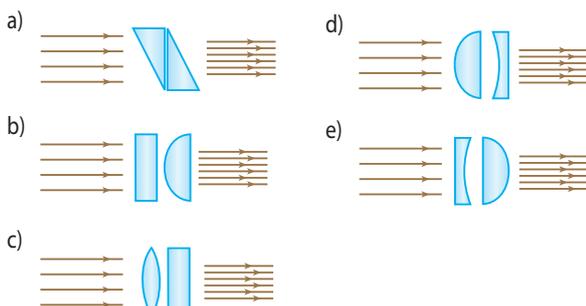
Assim,

$$n_2 > n_L > n_1$$

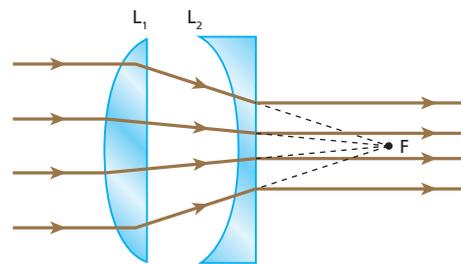
**Sugestão:** Para o aluno notar claramente os comportamentos convergente e divergente da lente, é recomendável inverter em ambos os casos o sentido de propagação da luz (reversibilidade luminosa).

**Resposta:** d

**12** (Unirio-RJ) Uma pessoa deseja construir um sistema óptico capaz de aumentar a intensidade de um feixe de raios de luz paralelos, tornando-os mais próximos, sem que modifique a direção original dos raios incidentes. Para isso, tem à sua disposição prismas, lentes convergentes, lentes divergentes e lâminas de faces paralelas. Tendo em vista que os elementos que constituirão o sistema óptico são feitos de vidro e estarão imersos no ar, qual das cinco composições a seguir poderá ser considerada como uma possível representação do sistema óptico desejado?



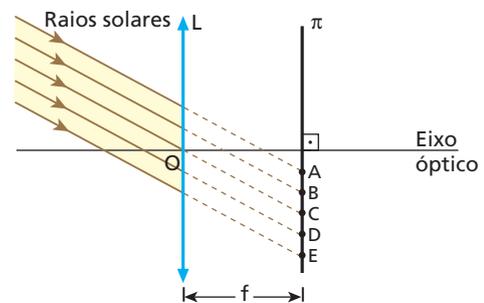
**Resolução:**



O ponto **F** é o foco imagem de  $L_1$  e o foco objeto de  $L_2$ .

**Resposta:** d

**13** Para acender um palito de fósforo com os raios solares (considerados paralelos), você vai utilizar uma lente convergente **L** de centro óptico **O** e distância focal **f**. Para tanto, a cabeça do palito será colocada em um dos cinco pontos, **A, B, C, D** ou **E**, indicados na figura a seguir.



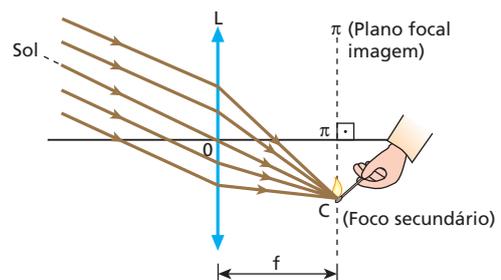
O plano  $\pi$  é perpendicular ao eixo óptico da lente e os pontos citados pertencem à intersecção desse plano com o plano do papel. O efeito desejado será produzido no mínimo intervalo de tempo se a cabeça do palito for colocada no ponto:

- a) A;
- b) B;
- c) C;
- d) D;
- e) E.

**Resolução:**

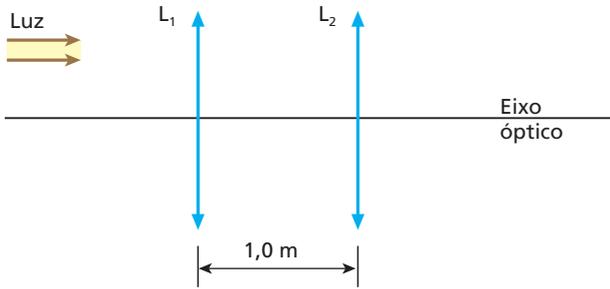
A cabeça do palito de fósforo deverá ser colocada em um dos focos imagem da lente, todos pertencentes ao plano  $\pi$  (plano focal imagem).

Lembrando que os raios que incidem no centro óptico atravessam a lente delgada sem sofrer qualquer desvio, determinamos na intersecção do raio que emerge de **O** com o plano  $\pi$  a posição do foco secundário (ponto **C**) para onde os raios solares devem convergir. Nesse ponto, é possível acender-se o palito de fósforo no mínimo intervalo de tempo.



**Resposta:** c

**14 | E.R.** Duas lentes convergentes  $L_1$  e  $L_2$  são associadas coaxialmente, conforme mostra o esquema a seguir:

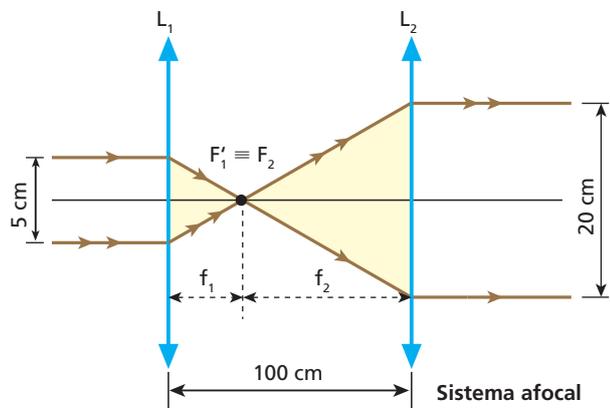


Fazendo-se incidir sobre  $L_1$  um pincel cilíndrico de luz monocromática de 5 cm de diâmetro e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, observa-se que de  $L_2$  emerge um pincel luminoso também cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, porém com 20 cm de diâmetro. Determine:

- a) o trajeto dos raios luminosos, ao atravessarem o sistema;
- b) as distâncias focais de  $L_1$  e de  $L_2$ .

**Resolução:**

a) Para que o pincel luminoso emergente de  $L_2$  seja cilíndrico e de eixo coincidente com o eixo óptico do sistema, o foco principal imagem de  $L_1$  deve coincidir com o foco principal objeto de  $L_2$ , conforme representa a figura:



b) Os triângulos destacados são semelhantes. Logo:

$$\frac{f_1}{5} = \frac{f_2}{20} \Rightarrow f_2 = 4f_1 \quad (I)$$

Mas:

$$f_1 + f_2 = 100 \quad (II)$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$f_1 + 4f_1 = 100 \Rightarrow f_1 = 20 \text{ cm} \quad \text{e}$$

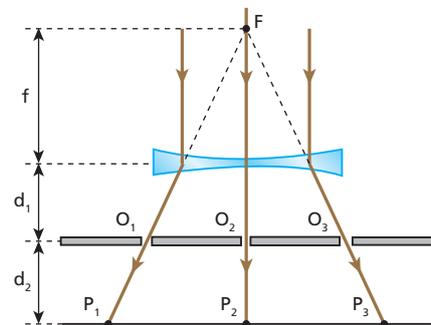
$$f_2 = 80 \text{ cm}$$

**15** (UFRGS) A figura a seguir ilustra um experimento realizado com o fim de determinar o módulo da distância focal de uma lente divergente. Um feixe de raios paralelos incide sobre a lente. Três deles, após atravessarem essa lente, passam pelos orifícios  $O_1$ ,  $O_2$  e  $O_3$  existentes em um anteparo fosco à sua frente, indo encontrar um segundo anteparo nos pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ :

**Dados:**  $O_1O_3 = 4,0$  cm;  $P_1P_3 = 6,0$  cm;  $d_1 = 15,0$  cm;  $d_2 = 15,0$  cm.

Quanto vale, em centímetros, o módulo da distância focal da lente em questão?

**Resolução:**



Os triângulos  $FP_1P_3$  e  $FO_1O_3$  são semelhantes. Logo:

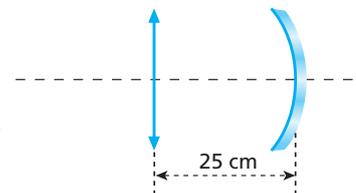
$$\frac{|f| + d_1}{|f| + d_1 + d_2} = \frac{O_1O_3}{P_1P_3}$$

$$\frac{|f| + 15}{|f| + 30} = \frac{4}{6} \Rightarrow |f| = 15,0 \text{ cm}$$

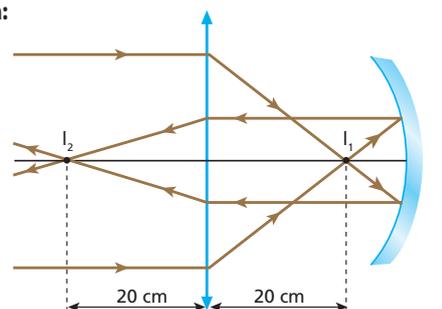
**Resposta:** 15,0 cm

**16** Uma lente convergente de distância focal  $f = 20$  cm e um espelho côncavo de raio  $R = 10$  cm são colocados ao longo do eixo comum e separados por uma distância de 25 cm um do outro. Observe a figura a seguir. Com esse dispositivo, é focalizado um objeto muito distante (considere-no infinito).

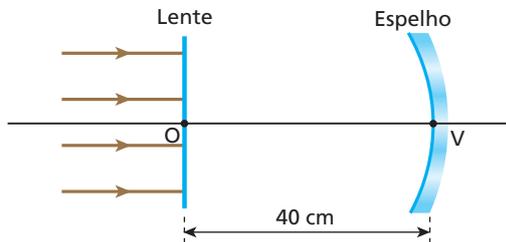
Copie a figura e esquematize a trajetória da luz no sistema, indicando a posição das duas imagens que o sistema conjuga ao objeto.



**Resposta:**



**17** A figura representa uma lente esférica simétrica de vidro, imersa no ar, diante da qual está a superfície refletora de um espelho esférico côncavo, cujo raio de curvatura vale 60 cm. O vértice do espelho dista 40 cm do centro óptico da lente.

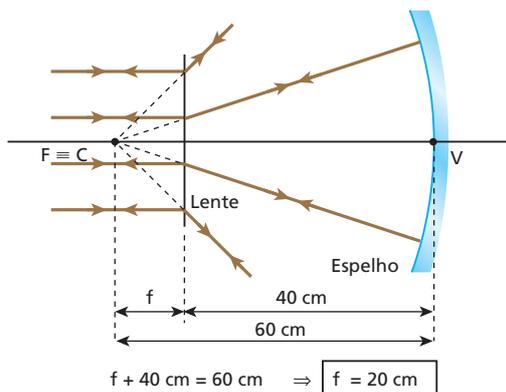


Raios luminosos paralelos entre si e ao eixo óptico comum à lente e ao espelho incidem no sistema. Sabendo que os raios emergentes do sistema sobrepõem-se aos incidentes:

- classifique a lente como biconvexa ou bicôncava;
- obtenha o valor absoluto de sua distância focal.

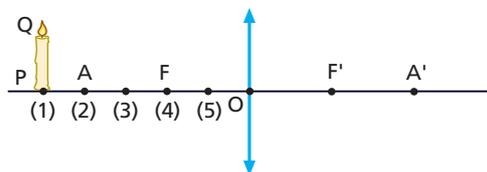
**Resolução:**

- Bicôncava.
- 



**Respostas:** a) Bicôncava; b) 20 cm

**18** Na figura, está esquematizada uma lente convergente de pontos antiprincipais **A** e **A'**, focos principais **F** e **F'** e centro óptico **O**. PQ é um objeto luminoso que será deslocado ao longo do eixo óptico da lente, passando pelas posições 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.

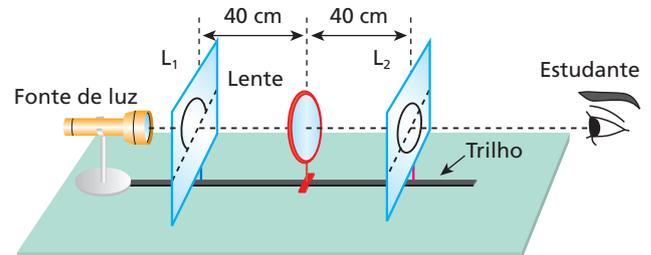


Para cada posição do objeto, obtenha graficamente, em seu caderno, a correspondente imagem, fornecendo suas características.

**Respostas:** Posição 1: real, invertida e menor; Posição 2: real, invertida e igual; Posição 3: real, invertida e maior; Posição 4: imprópria; Posição 5: virtual, direita e maior.

**19** Desejando determinar a distância focal de uma lente esférica convergente, um estudante realiza um experimento no qual são empregadas, além da lente, duas lâminas iguais de vidro fosco ( $L_1$  e  $L_2$ ), em que estão pintadas duas faixas semicirculares de raios iguais e de

concavidades voltadas para baixo. Movimentando as lâminas ao longo de um trilho instalado sobre uma mesa, o estudante consegue posicioná-las de modo que a imagem de  $L_1$ , projetada pela lente sobre  $L_2$ , feche uma circunferência, conforme ilustrado a seguir:



Nessas condições, que valor o estudante determinará para a distância focal da lente?

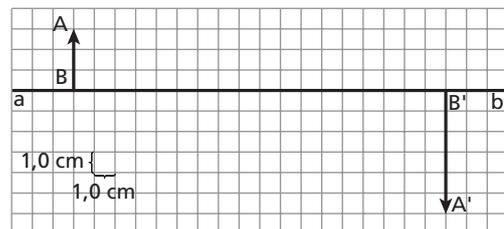
**Resolução:**

As lâminas  $L_1$  e  $L_2$  estão posicionadas nos pontos antiprincipais da lente. Logo:

$$f = \frac{40 \text{ cm}}{2} \Rightarrow f = 20 \text{ cm}$$

**Resposta:** 20 cm

**20 E.R.** No esquema seguinte, ab é o eixo principal de uma lente esférica delgada, AB é um objeto real e A'B' é a imagem de AB conjugada pela lente:

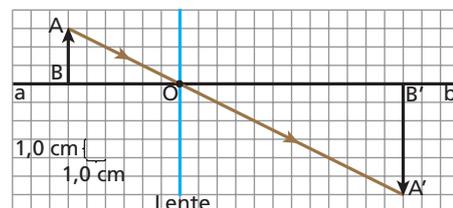


- Posicione o centro óptico da lente sobre o eixo ab, calculando sua distância em relação a AB e em relação a A'B'.
- Classifique a lente como convergente ou divergente.
- Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

**Resolução:**

a) I. **Posicionamento do centro óptico (O)**

Um raio luminoso que incide na lente a partir do ponto **A**, alinhado com o ponto **A'**, intercepta o eixo na posição correspondente ao centro óptico:



II. **Determinação das distâncias**

Sejam:

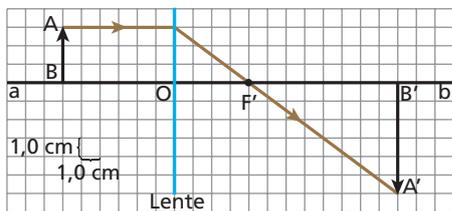
$$p = \text{distância da lente a AB}$$

$$p' = \text{distância da lente a A'B'}$$

Observando a figura, obtemos:

$$p = 6,0 \text{ cm e } p' = 12 \text{ cm}$$

- b) Um raio luminoso que incide na lente paralelamente ao eixo ab, a partir do ponto **A**, deve refratar-se alinhado com o ponto **A'**. Esse raio determina o comportamento da lente (convergente ou divergente) e intercepta o eixo ab no foco principal imagem (**F'**):

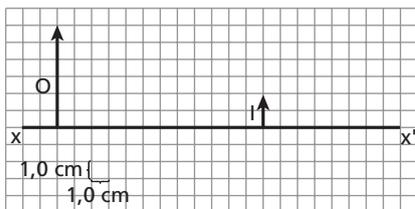


A lente é convergente.

- c) A distância focal (**f**) da lente corresponde ao comprimento **F'O**. Da figura, obtemos:

$$f = 4,0 \text{ cm}$$

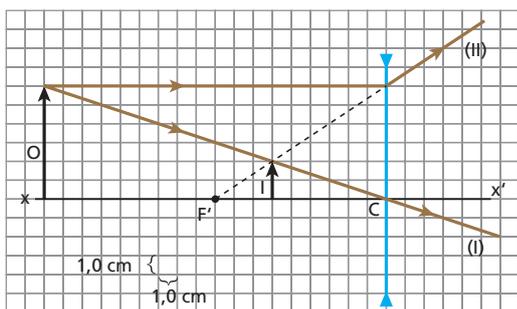
- 21** No esquema seguinte,  $xx'$  é o eixo principal de uma lente esférica delgada, **O** é um objeto luminoso e **I** é sua imagem conjugada pela lente:



- Copie a figura em escala no seu caderno e determine a posição do centro óptico da lente sobre o eixo  $xx'$ , calculando sua distância em relação a **O** e em relação a **I**.
- Classifique a lente como convergente ou divergente.
- Determine o valor absoluto de sua abscissa focal.

**Resolução:**

- a) O centro óptico da lente (ponto **C**) dista 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**.



- A lente é **divergente**.
- $|f| = 9,0 \text{ cm}$  (ver esquema).

**Respostas:** a) 18 cm de **O** e 6,0 cm de **I**; b) Divergente; c) 9,0 cm

- 22 E.R.** Uma lente esférica produz uma imagem real de um objeto situado a 30 cm da lente. Sabendo que o objeto se encontra a 50 cm de sua imagem, pede-se:

- classificar a lente em convergente ou divergente;
- calcular a distância focal da lente;
- representar por meio de um esquema a situação proposta.

**Resolução:**

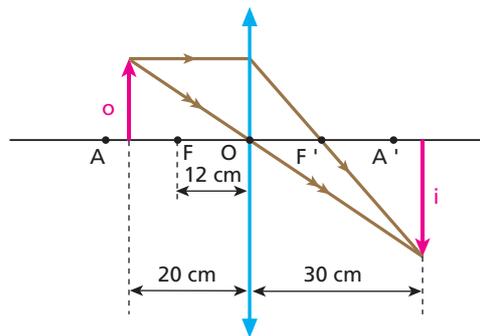
- Se a um objeto real é conjugada uma imagem real, a lente é **convergente**.
- Temos  $p' = 30 \text{ cm}$  e  $p + p' = 50 \text{ cm}$ . Obtemos, daí,  $p = 20 \text{ cm}$ . Aplicando a função dos pontos conjugados, calculemos **f**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{3+2}{60} \Rightarrow f = \frac{60}{5}$$

$$f = 12 \text{ cm}$$

- No caso, o objeto situa-se entre o ponto antiprincipal e o foco principal.



- 23** Um objeto luminoso está posicionado no eixo principal de uma lente esférica convergente, distante 20 cm do seu centro óptico. Sabendo que a distância focal da lente é de 10 cm, calcule a distância da imagem ao objeto, em centímetros.

**Resolução:**

(I) **Gauss:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} \Rightarrow p' = 20 \text{ cm}$$

(II)  $d = p + p' \Rightarrow d = 20 + 20 \text{ (cm)}$

$$d = 40 \text{ cm}$$

**Resposta:** 40 cm

- 24** (Unisa-SP) Observando-se uma estrela distante com uma lente convergente, verifica-se que a imagem obtida se situa a 10 cm da lente. Observando-se um objeto localizado a 30 cm da lente, a que distância desta se formará a nova imagem?

**Resolução:**

A estrela é um objeto impróprio e, por isso, sua imagem se forma no plano focal da lente.

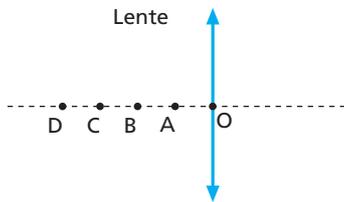
$$f = 10 \text{ cm}$$

(I) **Gauss:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} \Rightarrow p' = 15 \text{ cm}$$

**Resposta:** 15 cm

**25** (Unip-SP) Na figura, representamos uma lente delgada convergente cujo foco é o ponto **B**. Os pontos **O**, **A**, **B**, **C** e **D** são tais que  $OA = AB = BC = CD$ .



No instante  $t_0$ , um objeto pontual **P** está posicionado em **A** e no instante  $t_1$ , está posicionado em **D**. Seja **P'** a imagem de **P** fornecida pela lente. Sendo **f** a distância focal da lente, o deslocamento de **P'**, no intervalo de  $t_0$  a  $t_1$ , tem módulo igual a:

- a)  $2f$ .                      c)  $4f$ .                      e)  $6f$ .  
 b)  $3f$ .                      d)  $5f$ .

**Resolução:**

**Objeto em A:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f} + \frac{1}{p'_0} \Rightarrow p'_0 = -f$

**Objeto em D:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{2f} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = 2f$

$\Delta s = |p'_0| + p'_1 \Rightarrow \Delta s = f + 2f \Rightarrow \Delta s = 3f$

**Resposta:** b

**26** **E.R.** Pretende-se projetar em um anteparo a imagem nítida de um objeto real, ampliada 4 vezes. Para isso, utiliza-se uma lente esférica cuja abscissa focal tem módulo 20 cm. Determine:

- a) o tipo de lente que deve ser utilizado (convergente ou divergente);  
 b) a distância do objeto à lente;  
 c) a distância do anteparo à lente.

**Resolução:**

- a) Se a imagem será projetada em um anteparo, sua natureza é **real**. Assim, como o objeto e a imagem são reais, temos  $p > 0$  e  $p' > 0$  e, conseqüentemente,  $f > 0$ , indicando que a lente é **convergente**.  
 b) Com  $p > 0$  e  $p' > 0$ , obtém-se aumento linear transversal negativo (imagem invertida).

$A = -4$

Mas:  $A = \frac{f}{f-p}$

Logo:  $-4 = \frac{20}{20-p} \Rightarrow -20 + p = 5$

$p = 25 \text{ cm}$

- c) Observando que a imagem está no anteparo, temos:

$A = -\frac{p'}{p}$

$-4 = -\frac{p'}{25} \Rightarrow p' = 100 \text{ cm}$

**27** Utilizando-se uma lente esférica convergente, projeta-se em um anteparo difusor a imagem de um objeto luminoso, ampliada 5 vezes. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 12 cm, determine:

- a) a abscissa focal da lente;                      b) a distância do anteparo à lente.

**Resolução:**

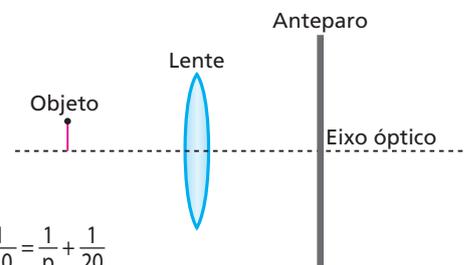
a)  $A = \frac{f}{f-p} - 5 = \frac{f}{f-12} \Rightarrow -5f + 60 = f$

$f = 10 \text{ cm}$

b)  $A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -5 = -\frac{p'}{12} \Rightarrow p' = 60 \text{ cm}$

**Respostas:** a) 10 cm; b) 60 cm

**28** (UFPI) A figura a seguir representa uma lente delgada convergente, um anteparo e um objeto luminoso. A lente tem distância focal igual a 4,0 cm e está separada do anteparo por uma distância fixa de 20 cm. O objeto, com altura de 3,0 cm, é deslocado ao longo do eixo óptico da lente até que se tenha sua imagem formada com nitidez sobre o anteparo. Nessa situação, qual a distância do objeto à lente e qual a altura de sua imagem?



**Resolução:**

Equação de Gauss:

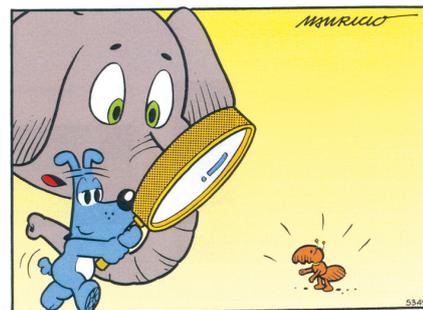
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{4,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{20}$

$\frac{1}{p} = \frac{1}{4,0} - \frac{1}{20} \Rightarrow p = 5,0 \text{ cm}$

$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{|i|}{3,0} = \frac{20}{5,0} \Rightarrow |i| = 12 \text{ cm}$

**Respostas:** 5 cm e 12 cm

**29** (PUC-SP) Leia com atenção a tira abaixo:



Suponha que Bidu, para resolver o problema da amiga, que só tem 6 mm de altura, tenha utilizado uma lente delgada convergente de distância focal 12 cm, colocada a 4 cm da formiguinha. Para o elefante, a altura da formiga, em cm, parecerá ser de:

- a) 0,6.    b) 0,9.    c) 1,2.    d) 1,5.    e) 1,8.

**Resolução:**

Usando a Equação do Aumento Linear, temos:

$$A = \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p}$$

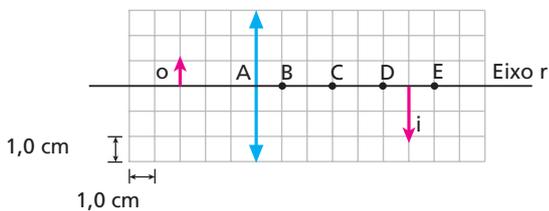
Assim:

$$\frac{i}{0,6} = \frac{12}{12-4}$$

$$i = 0,9 \text{ cm}$$

**Resposta: b**

**30** Na figura a seguir, estão representados um objeto *o* e sua respectiva imagem *i*, produzida em uma lente delgada convergente:



Mantendo-se fixo o objeto, desloca-se a lente na direção do eixo *r*, até que a nova imagem tenha a mesma altura que o objeto. Nessas condições, o centro óptico *O* da lente deve coincidir com o ponto:

- a) **A**;    b) **B**;    c) **C**;    d) **D**;    e) **E**.

**Resolução:**

**Situação inicial:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{3,0} + \frac{1}{6,0} \Rightarrow f = 2,0 \text{ cm}$$

**Situação final:**

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -1 = -\frac{p'}{p}$$

$$p' = p = x$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{2,0} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 4,0 \text{ cm}$$

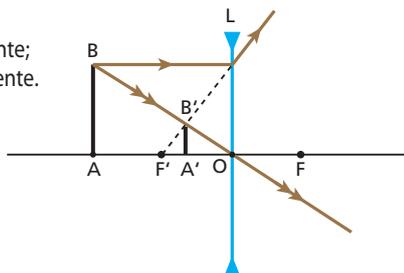
Lente no ponto **B**.

**Resposta: b**

**31** No esquema ao lado, *L* é uma lente divergente, *AB* é um bastão luminoso e *A'B'* é a imagem de *AB* conjugada por *L*:

Sabendo que  $A'B' = \frac{AB}{3}$  e que a lente tem distância focal de módulo 30 cm, calcule:

- a) a distância de *AB* à lente;  
b) a distância de *A'B'* à lente.



**Resolução:**

$$a) A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-30}{-30-p} \Rightarrow p = 60 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$$

$$p' = -20 \text{ cm}$$

$$d = |p'| = 20 \text{ cm}$$

**Respostas: a) 60 cm; b) 20 cm**

**32 E.R.** Um objeto linear de 12 cm de comprimento é colocado diante de uma lente convergente, cuja distância focal é de 15 cm. Sabendo que a distância do objeto à lente é de 60 cm, obtenha, analiticamente, todas as características da imagem.

**Resolução:**

Como o objeto é real, tem-se  $p > 0$ :  $p = +60 \text{ cm}$ .

Como a lente é convergente, tem-se  $f > 0$ :  $f = +15 \text{ cm}$ .

A partir da função dos pontos conjugados, calculamos  $p'$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{15} - \frac{1}{60} = \frac{4-1}{60} = \frac{3}{60}$$

$$p' = +20 \text{ cm}$$

Como  $p'$  resultou positiva, conclui-se que a imagem é real. Com  $p$  e  $p'$  conhecidas, calculamos o aumento linear transversal:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{20}{60} \Rightarrow A = -\frac{1}{3}$$

Como  $A$  resultou negativo, conclui-se que a imagem é invertida. E pelo fato de  $|A| < 1$ , a imagem é menor que o objeto. Lembrando que o comprimento do objeto  $|o|$  vale 12 cm, calculamos o comprimento da imagem  $|i|$ :

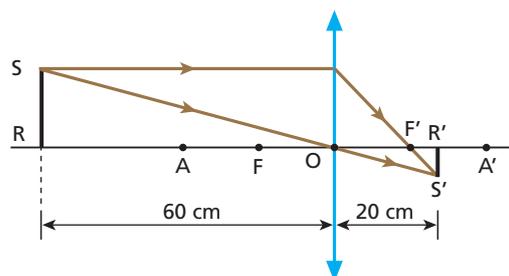
$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow |A| = \frac{|i|}{|o|} \Rightarrow |i| = |A| \cdot |o|$$

$$|i| = \frac{1}{3} \cdot 12 \text{ (cm)} \Rightarrow |i| = 4,0 \text{ cm}$$

Finalmente, podemos dizer que:

A imagem é real, invertida, menor que o objeto e tem 4,0 cm de comprimento.

Convém destacar ainda que, como  $15 \text{ cm} < p' < 30 \text{ cm}$  (observe-se que  $p' = 20 \text{ cm}$ ), a imagem situa-se entre o foco principal imagem e o ponto antiprincipal imagem. O esquema seguinte ilustra a situação:



**33** Uma pequena lâmpada fluorescente está acesa e posicionada perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada convergente. A imagem da lâmpada conjugada por essa lente tem metade do tamanho da lâmpada e se forma sobre um anteparo a 60 cm da lente. Nessas condições, qual a distância focal da lente expressa em centímetros?

**Resolução:**

$$(I) A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{2} = -\frac{60}{p}$$

$$p = 120 \text{ cm}$$

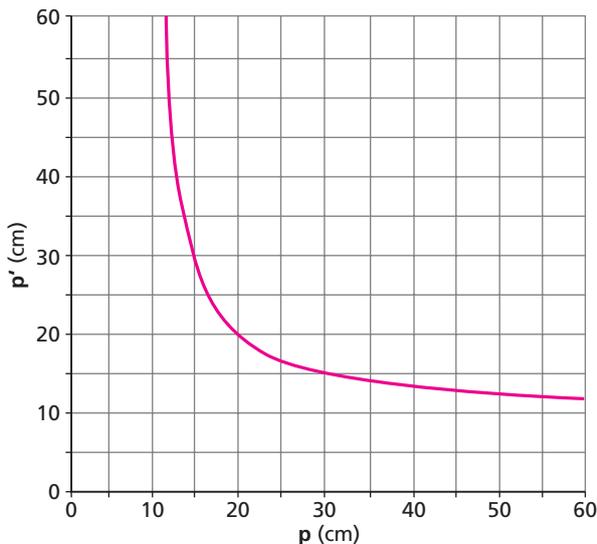
$$(II) \text{ Gauss: } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{120} + \frac{1}{60}$$

$$f = 40 \text{ cm}$$

**Resposta:** 40 cm

**34** Parte do gráfico da abscissa-imagem,  $p'$ , em função da abscissa-objeto,  $p$ , medidas ao longo do eixo óptico de uma lente esférica que obedece às condições de Gauss, está mostrada abaixo.



- Determine o comportamento óptico da lente (convergente ou divergente), bem como sua distância focal.
- Admitindo que a abscissa-objeto seja igual a 5,0 cm, calcule a correspondente abscissa-imagem e também o aumento linear transversal.

**Resolução:**

a) A lente tem comportamento **convergente**, já que, para valores positivos de  $p$ , correspondem valores positivos de  $p'$ .  
Do gráfico, para  $p = 20$  cm, tem-se  $p' = 20$  cm.

Aplicando-se a **Equação de Gauss**, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{20} \Rightarrow f = \frac{20}{2} \text{ (cm)}$$

Donde:  $f = 10 \text{ cm}$

b) Para  $p = 5,0$  cm, o correspondente valor de  $p'$  fica determinado pela **Equação de Gauss**.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{5,0} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{5,0} = \frac{1-2}{10}$$

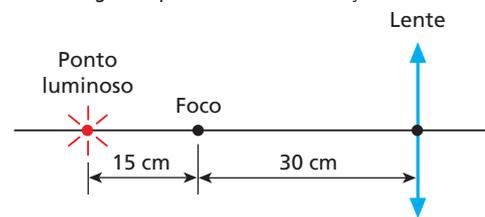
Donde:  $p' = -10 \text{ cm}$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{(-10)}{5,0}$$

$$A = 2$$

**Respostas:** a) Convergente, 10 cm; b) -10 cm, 2

**35** A figura representa um ponto luminoso sobre o eixo óptico de uma lente convergente que obedece às condições de Gauss:



- A que distância da lente está posicionada a imagem do ponto luminoso?
- Deslocando-se o ponto luminoso 3,0 cm numa direção perpendicular ao eixo óptico da lente, qual o deslocamento sofrido pela imagem?

**Resolução:**

Equação de Gauss:

$$a) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{45} + \frac{1}{p'}$$

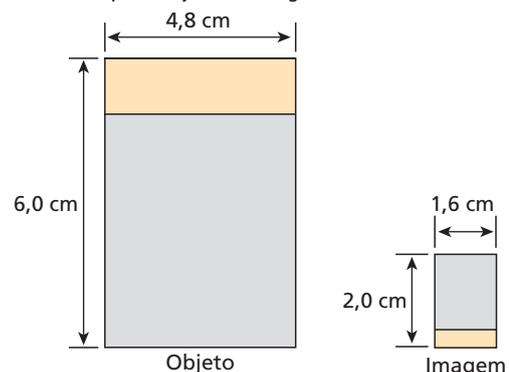
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{45} \Rightarrow p' = 90 \text{ cm}$$

$$b) \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{|i|}{3,0} = \frac{90}{45}$$

$$|i| = 6,0 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) 90 cm; b) 6,0 cm

**36** (Fuvest-SP) A figura abaixo mostra, numa mesma escala, o desenho de um objeto retangular e sua imagem, formada a 50 cm de uma lente convergente de distância focal  $f$ . O objeto e a imagem estão em planos perpendiculares ao eixo óptico da lente. Podemos afirmar que o objeto e a imagem:



- a) estão do mesmo lado da lente e que  $f = 150$  cm.  
 b) estão em lados opostos da lente e que  $f = 150$  cm.  
 c) estão do mesmo lado da lente e que  $f = 37,5$  cm.  
 d) estão em lados opostos da lente e que  $f = 37,5$  cm.  
 e) podem estar tanto do mesmo lado como em lados opostos da lente e que  $f = 37,5$  cm.

**Resolução:**

A imagem é invertida e menor que o objeto ( $A = -\frac{1}{3}$ ). Logo:

$$(I) A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{3} = -\frac{50}{p} \Rightarrow p = 150 \text{ cm}$$

$$(II) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{150} + \frac{1}{50}$$

Da qual:  $f = 37,5$  cm

Como  $p > 0$  e  $p' > 0$ , o objeto e a imagem estão de lados opostos da lente.

**Resposta:** d

- 37** Um objeto real é colocado a 60 cm de uma lente delgada convergente. Aproximando-se de 15 cm o objeto da lente, a nova imagem obtida fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Pode-se então afirmar que a distância focal da lente vale, em centímetros:
- a) 7,5 cm; b) 15,0 cm; c) 22,5 cm; d) 30,0 cm; e) 37,5 cm.

**Resolução:**

- 1) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a primeira posição do objeto ( $p_1 = 60$  cm), vem:

$$\frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - p_1} \Rightarrow \frac{i_1}{o} = \frac{f}{f - 60} \quad (I)$$

- 2) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal para a segunda posição do objeto ( $p_2 = 45$  cm), vem:

$$\frac{i_2}{o} = \frac{f}{f - p_2}$$

Mas  $i_2 = 3i_1$  e, portanto:  $\frac{3i_1}{o} = \frac{f}{f - 45} \quad (II)$

- 3) Dividindo-se I por II, temos:

$$\frac{1}{3} = \frac{f - 45}{f - 60} \Rightarrow 3f - 135 = f - 60 \Rightarrow 2f = 75 \Rightarrow f = 37,5 \text{ cm}$$

**Resposta:** e

- 38** Uma lente biconcava de vidro, imersa no ar, tem distância focal de módulo igual a 20 cm. Um objeto luminoso linear é disposto perpendicularmente ao eixo óptico, e sua imagem forma-se a 4,0 cm da lente.

- a) Determine a distância do objeto à lente.  
 b) Responda se a imagem obtida pode ser projetada em um anteparo. Justifique.

**Resolução:**

$$a) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow -\frac{1}{20} = \frac{1}{p} - \frac{1}{4,0}$$

$$\frac{1}{p} = -\frac{1}{20} + \frac{1}{4,0} \Rightarrow p = 5,0 \text{ cm}$$

- b) A imagem não pode ser projetada em um anteparo, pois sua natureza é **virtual**.

**Respostas:** a) 5,0 cm; b) Não, pois sua natureza é virtual.

- 39** A imagem que uma lente esférica divergente conjuga a um objeto linear colocado perpendicularmente ao seu eixo óptico tem um quarto do tamanho do objeto e está situada a 6,0 cm da lente. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:

- a) a distância do objeto à lente;  
 b) a abscissa focal da lente.

**Resolução:**

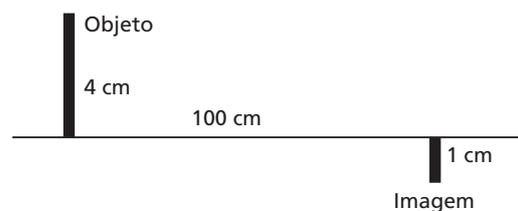
$$a) A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{1}{4} = -\frac{(-6,0)}{p} \Rightarrow p = 24 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{24} - \frac{1}{6,0}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1-4}{24} \Rightarrow f = -8,0 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) 24 cm; b) -8,0 cm

- 40** (Unicamp-SP) Um sistema de lentes produz a imagem real de um objeto, conforme a figura. Calcule a distância focal e localize a posição de uma lente delgada que produza o mesmo efeito.

**Resolução:**

$$p + p' = 100 \text{ cm} \Rightarrow p' = 100 - p \quad (I)$$

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = -\frac{1}{4} \quad (\text{imagem invertida})$$

$$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = -\frac{p'}{p} \quad (II)$$

$$(I) \text{ em } (II): -\frac{1}{4} = -\frac{(100 - p)}{p} \Rightarrow p = 80 \text{ cm}$$

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow -\frac{1}{4} = \frac{f}{f - 80} \Rightarrow f = 16 \text{ cm}$$

A lente deve situar-se entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

**Resposta:**  $f = 16$  cm; a lente deve ser colocada entre o objeto e a imagem, a 80 cm do objeto.

- 41** (Unesp-SP) Um estudante, utilizando uma lente, projeta a imagem da tela da sua televisão, que mede  $0,42 \text{ m} \times 0,55 \text{ m}$ , na parede oposta da sala. Ele obtém uma imagem plana e nítida com a lente localizada a 1,8 m da tela da televisão e a 0,36 m da parede.

- a) Quais as dimensões da tela projetada na parede? Qual a distância focal da lente?  
 b) Como a imagem aparece na tela projetada na parede: sem qualquer inversão? Invertida apenas na vertical (de cabeça para baixo)? Invertida na vertical e na horizontal (de cabeça para baixo e trocando o lado esquerdo pelo direito)? Justifique.

**Resolução:**

a) Do exposto no enunciado, temos:

$p = 1,8 \text{ m}$   
 $p' = 0,36 \text{ m}$   
 $o_v = 0,42 \text{ m}$  (dimensão vertical da tela da televisão)  
 $o_h = 0,55 \text{ m}$  (dimensão horizontal da tela da televisão)

I) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal para a dimensão vertical da tela, vem:

$$\frac{i_v}{o_v} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_v}{0,42} = -\frac{0,36}{1,8} \Rightarrow i_v = -0,084 \text{ m}$$

$|i_v| = 0,084 \text{ m}$

II) Utilizando-se a equação do Aumento Linear Transversal, para a dimensão horizontal da tela, vem:

$$\frac{i_h}{o_h} = -\frac{p'}{p}$$

$$\frac{i_h}{0,55} = -\frac{0,36}{1,8} \Rightarrow i_h = -0,11 \text{ m}$$

$|i_h| = 0,11 \text{ m}$

III) Portanto, as dimensões da imagem da tela, projetada na parede, são:  
 $0,084 \text{ m} \times 0,11 \text{ m}$

IV) A distância focal da lente (**f**) pode ser obtida pela **Equação de Gauss**:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{1,8} + \frac{1}{0,36} \Rightarrow f = 0,30 \text{ mm}$$

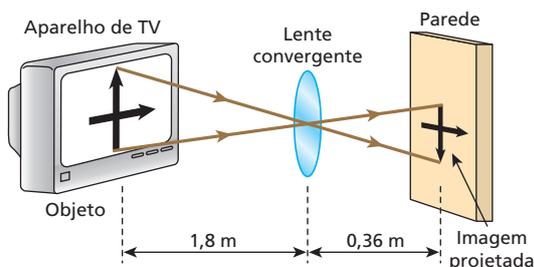
Com  $f > 0$ , a lente é convergente.

b) Do item anterior, temos:

$i_v = -0,084 \text{ m}$   
 $i_h = -0,11 \text{ m}$

Como  $i_v < 0$  e  $i_h < 0$ , concluímos que a imagem da tela, projetada na parede, é invertida na vertical (“de cabeça para baixo”) e também na horizontal (“trocando o lado esquerdo pelo direito”).

Esquematicamente, temos:



**Respostas:** a)  $0,084 \text{ m} \cdot 0,11 \text{ m}$ ,  $0,30 \text{ mm}$ ; b) Invertida na vertical e na horizontal.

**42** Um pequeno bastão luminoso é disposto paralelamente a uma parede, a  $338 \text{ cm}$  de distância. Entre o bastão e a parede é instalada uma lente esférica convergente, de distância focal igual a  $24 \text{ cm}$ , de modo que projete na parede uma imagem nítida e ampliada do bastão. Supondo válidas as condições de Gauss, determine:

- a) a distância entre a lente e a parede;  
 b) quantas vezes a imagem projetada é maior que o bastão.

**Resolução:**

a)  $p + p' = 338 \Rightarrow p = 338 - p'$  (I)

$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$  (II)

Substituindo-se (I) em (II):

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{338 - p'} + \frac{1}{p'}$$

Resolvendo, obtêm-se:  $p'_1 = 312 \text{ cm}$  e  $p'_2 = 26 \text{ cm}$ .

Se a imagem projetada é ampliada, a solução conveniente é:

$p' = 312 \text{ cm}$

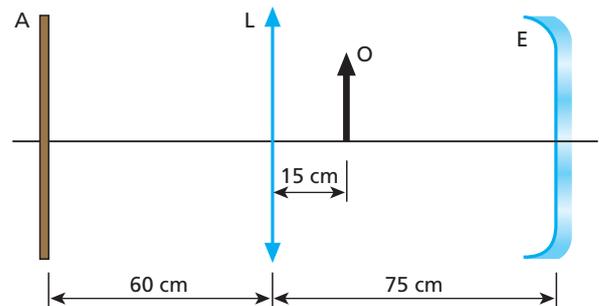
b) De (I):  $p = 338 - 312 \text{ (cm)} \Rightarrow p = 26 \text{ cm}$

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow A = -\frac{312}{26} \Rightarrow A = -12$

A imagem é **invertida** e de tamanho 12 vezes maior que o do objeto.

**Respostas:** a)  $312 \text{ cm}$ ; b) 12 vezes

**43** Uma lente esférica convergente **L** e um espelho esférico côncavo **E**, ambos em operação de acordo com as condições de aproximação de Gauss, são dispostos coaxialmente conforme representa o esquema. Um anteparo retangular **A** e um objeto linear **O** em forma de seta, ambos perpendiculares ao eixo do sistema, são posicionados nos locais indicados, iluminando-se o objeto por todos os lados.



Sendo de  $12 \text{ cm}$  e  $30 \text{ cm}$  as distâncias focais de **L** e **E**, respectivamente, a melhor representação para a figura projetada em **A** é:

- a) 
 c) 
 e)
- b) 
 d)

**Resolução:**

(I) **Lente:**  $\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L}$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{p'_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{15}$$

$$p'_L = 60 \text{ cm}$$

$$A_L = -\frac{p'_L}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{60}{15}$$

$$A_L = -4$$

(Imagem invertida e de tamanho 4 vezes maior que o de **O**.)

(II) **Espelho:**  $\frac{1}{f_E} = \frac{1}{p_E} + \frac{1}{p'_E}$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_E} \Rightarrow \frac{1}{p'_E} = \frac{1}{30} - \frac{1}{60} \Rightarrow p'_E = 60 \text{ cm}$$

$$A_E = -\frac{p'_E}{p_E} = -\frac{60}{60} \Rightarrow A_E = -1$$

A imagem produzida por **E** é real, invertida, do mesmo tamanho de **O** e situada na mesma posição de **O**.

Esta imagem, comporta-se como objeto real em relação a **L**, que projeta em **A** uma imagem invertida desse "objeto", do mesmo tamanho da imagem de **O** citada no item (I).

**Resposta:** a

**44 E.R.** Considere uma lente plano-convexa de vidro imersa no ar, em que o raio de curvatura da face convexa vale 25 cm. Se o índice de refração do vidro vale 1,5, calcule a distância focal e a vergência da lente.

**Resolução:**

Trata-se de uma aplicação direta da **Equação dos Fabricantes de Lentes**:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_L}{n_m} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

No caso,  $n_L = 1,5$ ,  $n_m = 1,0$  e  $R_1 = +25$  cm (na face convexa,  $R > 0$ ). O raio de curvatura  $R_2$  tende ao infinito, já que a face correspondente a ele é plana. Por isso, o termo  $\frac{1}{R_2}$  tende a zero, conduzindo-nos a:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{1,5}{1,0} - 1 \right) \left( \frac{1}{25} + 0 \right)$$

$$\frac{1}{f} = 0,50 \cdot \frac{1}{25} \Rightarrow f = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$$

A vergência é dada pelo inverso da distância focal.

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow V = \frac{1}{0,50} \text{ (di)} \Rightarrow V = 2,0 \text{ di}$$

A lente é convergente, já que  $f > 0$  e  $V > 0$ .

**45** Uma lente delgada biconvexa de raios de curvatura iguais a 50 cm, feita de material de índice de refração 1,5, está imersa no ar (índice de refração igual a 1,0). A que distância da lente deve-se colocar um objeto real para que sua imagem se forme no infinito?

**Resolução:**

Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_L}{n_m} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{1,5}{1,0} - 1 \right) \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{50} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{50} \Rightarrow f = 50 \text{ cm}$$

Para que a imagem se forme no infinito, o objeto deve ser colocado no foco da lente. Logo:

$$d = f = 50 \text{ cm}$$

**Resposta:** 50 cm

**46** Uma lente esférica de vidro ( $n_v = 1,5$ ) tem uma face plana e a outra côncava, com raio de curvatura de 1,0 m. Sabendo que a lente está imersa no ar ( $n_{ar} = 1,0$ ), determine:

- a abscissa focal da lente;
- sua vergência;
- seu comportamento óptico (convergente ou divergente).

**Resolução:**

$$a) \frac{1}{f} = (n_{v,1} - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

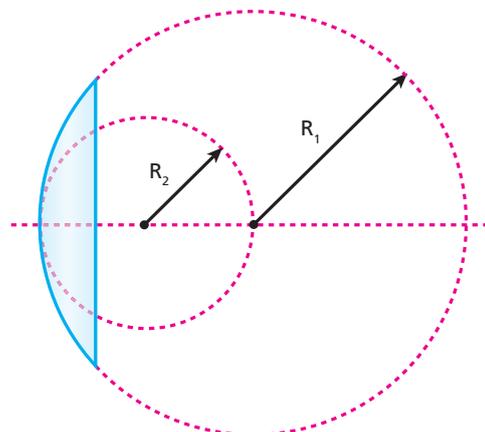
$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left( 0 + \frac{1}{1,0} \right) \Rightarrow f = -2,0 \text{ m}$$

$$b) V = \frac{1}{f} = -\frac{1}{2,0} \text{ di} \Rightarrow V = -0,50 \text{ di}$$

c) Como  $V < 0 \Rightarrow$  **Lente divergente**

**Respostas:** a) -2,0 m; b) -0,5 di; c) Divergente

**47** Uma lente plano-convexa de vidro em operação no ar apresenta distância focal  $f_1$  quando o raio de curvatura de sua face esférica tem medida  $R_1$ . Desgastando-se essa lente, faz-se com que o raio de curvatura da face esférica adquira a medida  $R_2$ , conforme indica a figura a seguir.



Sendo  $f_2$  a distância focal da lente depois do desgaste, é correto afirmar que:

- a)  $f_2 = \frac{1}{2} f_1$ ;
- b)  $f_2 = f_1$ ;
- c)  $f_2 = 2f_1$ ;
- d)  $f_2 = 3f_1$ ;
- e) o valor de  $f_2$  está indeterminado, já que não é conhecida a relação entre  $R_2$  e  $R_1$ .

**Resolução:**

Sendo  $R$  o raio de curvatura da face esférica de uma lente plano-convexa e  $n$  o índice de refração relativo entre seu material e o meio externo, a distância focal  $f$  fica determinada pela Equação dos Fabricantes de Lentes, dada abaixo:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \frac{1}{R}$$

Donde:  $f = \frac{R}{n - 1}$

É importante notar que, sendo  $n$  constante,  $f$  é diretamente proporcional a  $R$ .

Observando-se a figura, concluímos que o polimento da lente faz com que o raio de curvatura de sua face esférica seja reduzido à metade.

Assim, se  $R_2 = \frac{1}{2} R_1$ , decorre que:

$$f_2 = \frac{1}{2} f_1$$

**Resposta:** a

**48 E.R.** São justapostas três lentes delgadas **A**, **B** e **C** com vergências  $V_A = +4$  di,  $V_B = -3$  di e  $V_C = +1$  di.

- a) Qual é a vergência e qual a distância focal do sistema resultante?
- b) O comportamento óptico do sistema resultante é convergente ou divergente?

**Resolução:**

a) A vergência equivalente a uma associação delgada de lentes justapostas é calculada por:

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

No caso:

$$V = V_A + V_B + V_C$$

Substituindo os valores de  $V_A$ ,  $V_B$  e  $V_C$ , segue que:

$$V = +4 \text{ di} - 3 \text{ di} + 1 \text{ di} \Rightarrow V = +2 \text{ di}$$

Sendo  $V = \frac{1}{f}$ , calculamos  $f$ , que é a distância focal equivalente à associação:

$$V = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{1}{V} = \frac{1}{+2 \text{ di}} = 0,5 \text{ m}$$

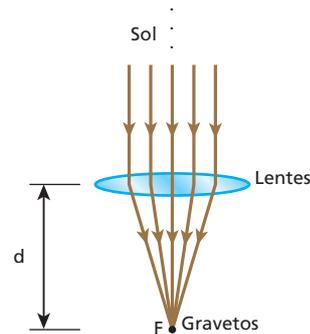
$$f = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

b) Como a vergência do sistema resultante é positiva ( $V = +2$  di), ele tem comportamento **convergente**.

**49** Admita que um náufrago tenha conseguido chegar a uma ilha deserta levando consigo apenas um conjunto de duas lentes justapostas, uma delas com vergência  $V_1 = +3,0$  di e a outra com vergência  $V_2 = -1,0$  di. Para acender uma fogueira concentrando raios solares, ele utilizará o Sol do meio-dia, dispondo as lentes paralelamente ao solo, onde fez um amontoado de gravetos e folhas secas. Para obter fogo no menor intervalo de tempo possível, o náufrago deverá colocar as lentes a uma distância dos gravetos e folhas secas igual a:

- a) 2,0 m;
- b) 1,5 m;
- c) 1,0 m;
- d) 0,50 m;
- e) 0,25 m.

**Resolução:**



$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = 3,0 - 1,0 \text{ (di)}$$

$$V = 2,0 \text{ di}$$

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{2,0} \text{ (m)}$$

$$f = 0,50 \text{ m}$$

$$d = f = 0,50 \text{ m}$$

**Resposta:** d

**50** Uma lente esférica de vidro, envolvida pelo ar, tem raios de curvatura iguais. Sabendo que o índice de refração do vidro em relação ao ar vale  $\frac{3}{2}$  e que a convergência da lente é de +5 di:

- a) calcule o raio de curvatura comum às faces da lente;
- b) classifique a lente como biconvexa ou bicôncava.

**Resolução:**

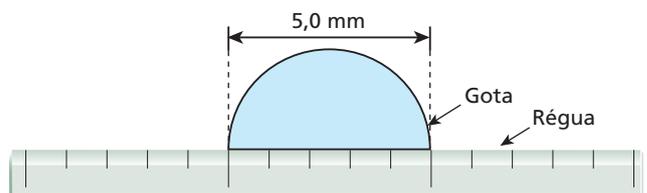
$$a) V = (n_{2,1} - 1) \frac{2}{R}$$

$$5 = \left(\frac{3}{2} - 1\right) \frac{2}{R} \Rightarrow R = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

b) A lente é convergente, pois  $V > 0$ , e **biconvexa**, pois  $(n_{2,1} > 1)$ .

**Respostas:** a) 20 cm; b) Biconvexa

**51** (Unifesp-SP) Um estudante observa uma gota de água em repouso sobre sua régua de acrílico, como ilustrado na figura.



Curioso, percebe que, ao olhar para o caderno de anotações através dessa gota, as letras aumentam ou diminuem de tamanho conforme afasta ou aproxima a régua do caderno. Fazendo alguns testes e algumas considerações, ele percebe que a gota de água pode ser utilizada como uma lente e que os efeitos ópticos do acrílico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 2,5 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar:

- a) Calcule a convergência **C** dessa lente.
- b) Suponha que o estudante queira obter um aumento de 50 vezes para uma imagem direita, utilizando essa gota. A que distância **d** da lente deve-se colocar o objeto?

**Resolução:**

a) Usando a Equação de Halley, temos:

$$C = \left( \frac{n_L}{n_M} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Sendo

$$R_1 = +2,5 \text{ mm} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m e}$$

$$R_2 \rightarrow \infty \text{ (face plana)} \Rightarrow \frac{1}{R_2} \rightarrow 0$$

Vem:

$$C = (1,35 - 1) \left( \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} - 0 \right) \text{ (di)}$$

$$C = 0,35 \cdot 400 \text{ (di)}$$

$$C = 1,4 \cdot 10^2 \text{ di}$$

b) O aumento provocado na imagem pode ser determinado por:

$$A = \frac{f}{f - p}$$

Sendo:

$$C = \frac{1}{f} = 140 \text{ di e } f = +\frac{1}{140} \text{ m,}$$

temos:

$$50 = \frac{\frac{1}{140}}{\frac{1}{140} - d} \Rightarrow \frac{50}{140} - 50d = \frac{1}{140}$$

$$50 - 7000d = 1$$

$$7000d = 49 \Rightarrow d = 7,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

**Respostas:** a)  $1,4 \cdot 10^2 \text{ di}$ ; b)  $7,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

**52** (UFC-CE) Uma lente esférica delgada, construída de um material de índice de refração **n**, está imersa no ar ( $n_{ar} = 1,00$ ). A lente tem distância focal **f** e suas superfícies esféricas têm raios de curvatura  $R_1$  e  $R_2$ . Esses parâmetros obedecem a uma relação, conhecida como “equação dos fabricantes”, expressa por

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

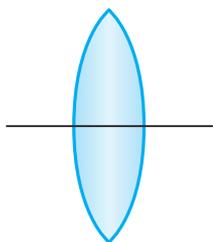


Figura I

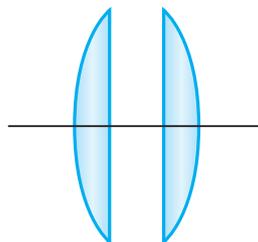


Figura II

Suponha uma lente biconvexa de raios de curvatura iguais ( $R_1 = R_2 = R$ ), distância focal  $f_0$  e índice de refração  $n = 1,8$  (figura I). Essa lente é partida ao meio, dando origem a duas lentes plano-convexas iguais (figura II). A distância focal de cada uma das novas lentes é:

- a)  $\frac{1}{2} f_0$ .
- b)  $\frac{4}{5} f_0$ .
- c)  $f_0$ .
- d)  $\frac{9}{5} f_0$ .
- e)  $2f_0$ .

**Resolução:**

Figura I:  $\frac{1}{f_0} = (1,8 - 1) \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) \Rightarrow \frac{1}{f_0} = \frac{1,6}{R}$

Assim:  $f_0 = \frac{R}{1,6}$  (I)

Figura II:  $\frac{1}{f} = (1,8 - 1) \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{0,8}{R}$   
tende a zero

Assim:  $f = \frac{R}{0,8}$  (II)

Comparando-se (I) e (II):  $f = 2f_0$

**Resposta:** e

**53** Um estudante possui uma lente côncavo-convexa de vidro ( $n_v = \frac{3}{2}$ ), cujas faces têm raios de curvatura 10 cm e 5,0 cm. Sabendo que a lente é utilizada no ar ( $n_{ar} = 1$ ) e posteriormente na água ( $n_a = \frac{4}{3}$ ), responda:

- a) Do ar para a água os planos focais aproximam-se ou afastam-se do centro óptico?
- b) Qual é a variação da distância focal da lente?

**Resolução:**

a) **No ar:**  $\frac{1}{f_1} = \left( \frac{3}{2} - 1 \right) \left( -\frac{1}{10} + \frac{1}{5,0} \right)$

$$f_1 = 20 \text{ cm}$$

**Na água:**  $\frac{1}{f_2} = \left( \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1 \right) \left( -\frac{1}{10} + \frac{1}{5,0} \right)$

$$f_2 = 80 \text{ cm}$$

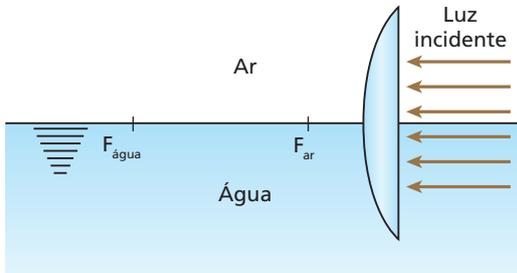
Como  $f_2 > f_1$ , tem-se que, do ar para a água, os planos focais **afastam-se** do centro óptico.

b)  $\Delta f = f_2 - f_1 \Rightarrow \Delta f = 80 \text{ cm} - 20 \text{ cm}$

$$\Delta f = 60 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) Afastam-se; b) 60 cm.

**54** (UFTM-MG) Em um laboratório, uma lente plano-convexa de raio de curvatura 0,5 m é parcialmente mergulhada em água, de modo que o eixo principal fique no mesmo plano da superfície de separação entre a água e o ar. Um feixe de luz, incidindo paralelamente a esse eixo, após passar pela lente, converge para dois focos distintos ( $F_{ar}$  e  $F_{água}$ ). Na região em que a lente está imersa no ar, a convergência é de 1 di.



Se o índice de refração do ar tem valor 1 e o índice de refração da água, valor  $\frac{4}{3}$ , a convergência da parte da lente mergulhada no líquido é, em di:

- a)  $\frac{1}{4}$                       c)  $\frac{2}{3}$                       e)  $\frac{4}{5}$   
 b)  $\frac{3}{5}$                       d)  $\frac{3}{4}$

**Resolução:**

Equação de Halley:  $V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_M} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

(I) Parte mergulhada no ar:

$$1 = \left(\frac{n_L}{1} - 1\right) \left(\frac{1}{0,5}\right) \Rightarrow \boxed{n_L = \frac{3}{2}}$$

(II) Parte mergulhada na água:

$$V_{água} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}} - 1\right) \left(\frac{1}{0,5}\right) \text{ (di)}$$

Donde:  $V_{água} = \frac{1}{4} \text{ di}$

**Resposta:** a

**55** (Vunesp-SP) Duas lentes delgadas, uma convergente e outra divergente, com distâncias focais respectivamente iguais a 1 m e -2 m, encontram-se justapostas. Um objeto é colocado a 3 m das lentes. Desprezando a espessura do sistema de lentes, determine a distância entre a imagem e esse sistema.

**Resolução:**

(I)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \Rightarrow f = 2 \text{ m}$

(II)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \boxed{p' = 6 \text{ m}}$

**Resposta:** 6 m

**56** Um objeto luminoso de altura igual a 15 cm é colocado perpendicularmente ao eixo óptico de uma lente esférica convergente que obedece às condições de Gauss. Sabendo que a imagem obtida tem altura igual a 3,0 cm e está a 30 cm do objeto, determine a vergência da lente.

**Resolução:**

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{3,0}{15} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow p = 5p' \quad \text{(I)}$$

$$p + p' = 30 \quad \text{(II)}$$

(I) em (II):

$$5p' + p' = 30 \Rightarrow p' = 5,0 \text{ cm}$$

Logo, de (II):  $p = 25 \text{ cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow V = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,050} \text{ (di)}$$

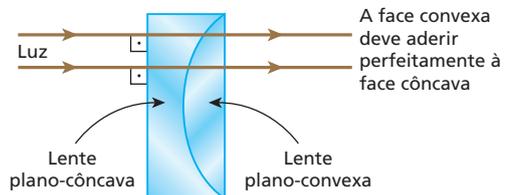
$$\boxed{V = 24 \text{ di}}$$

**Resposta:** 24 di

**57** (Vunesp-SP) Suponha que você tenha em mãos duas lentes de mesmo diâmetro e confeccionadas com o mesmo tipo de vidro, mas uma plano-convexa (convergente) e outra plano-côncava (divergente). Como proceder para verificar, sem auxílio de instrumentos de medição, se a convergência de uma é igual, em módulo, à divergência da outra?

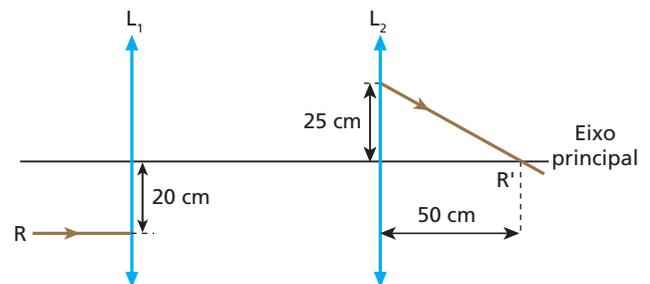
**Resolução:**

As lentes devem ser associadas conforme ilustra a figura, de modo que formem uma **lâmina de faces paralelas**.



**Resposta:** A face convexa deve aderir perfeitamente à face côncava.

**58** Um raio de luz monocromática  $R$  incide paralelamente ao eixo principal de um sistema óptico composto por duas lentes convergentes,  $L_1$  e  $L_2$ , produzindo um raio emergente  $R'$ , conforme ilustra a figura a seguir. A vergência da lente  $L_2$  é igual a 4,0 di.



Determine:

- a) a distância focal da lente  $L_1$ ;  
 b) a distância entre as lentes.

**Resolução:**

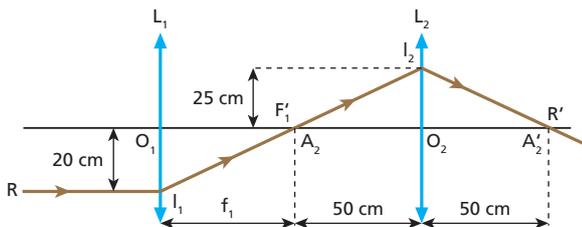
a) Da definição de vergência, temos:

$$V_2 = \frac{1}{f_2}$$

$$4,0 = \frac{1}{f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{1}{4,0} \text{ (m)}$$

$$f_2 = 0,25 \text{ m ou } 25 \text{ cm}$$

Pela figura, conclui-se que o raio emergente R' passa pelo ponto antiprincipal imagem de L<sub>2</sub> e, portanto, temos:



Como o raio incidente R é paralelo ao eixo principal, pode-se afirmar que o foco principal imagem de L<sub>1</sub> coincide com o ponto antiprincipal objeto de L<sub>2</sub>.

Da semelhança entre os triângulos A<sub>2</sub>I<sub>1</sub>O<sub>1</sub> e A<sub>2</sub>I<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, vem:

$$\frac{f_1}{20} = \frac{50}{25}$$

$$f_1 = 40 \text{ cm}$$

b) A distância entre as lentes é dada por:

$$D = f_1 + 2f_2$$

$$D = 40 + 50 \text{ (cm)}$$

$$D = 90 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) 40 cm; b) 90 cm

**59** (Unisa-SP) Um objeto luminoso é colocado a 60 cm de uma lente convergente de 20 cm de distância focal. Uma segunda lente convergente, de 30 cm de distância focal, é colocada a 80 cm da primeira lente, tendo seus eixos principais coincidentes. A que distância da segunda lente se forma a imagem final fornecida pelo sistema?

**Resolução:**

$$(I) \frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'_1}$$

Da qual:  $p'_1 = 30 \text{ cm}$

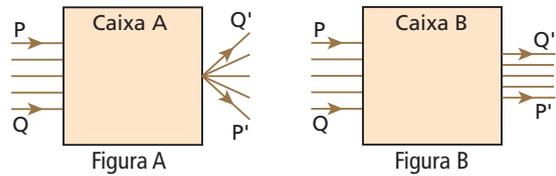
(II) A imagem real produzida pela primeira lente comporta-se como objeto real em relação à segunda.

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p'_2}$$

Da qual:  $p'_2 = 75 \text{ cm}$

**Resposta:** 75 cm

**60** (Vunesp-SP) As figuras representam feixes paralelos de luz monocromática incidindo, pela esquerda, nas caixas A e B, que dispõem de aberturas adequadas para a entrada e a saída dos feixes:



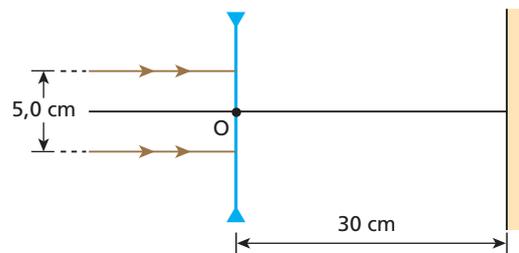
Para produzir esses efeitos, dispunha-se de um conjunto de lentes convergentes e divergentes de diversas distâncias focais.

- Copie a figura A e, em seguida, desenhe no interior da caixa uma lente que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique a posição do foco da lente.
- Copie a figura B e, em seguida, desenhe no interior da caixa um par de lentes que produza o efeito mostrado; complete a trajetória dos raios e indique as posições dos focos das lentes.

**Respostas:** a)

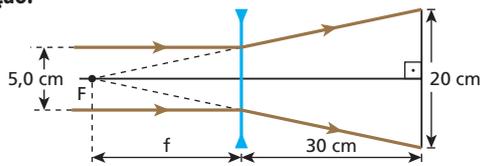
b)

**61** Monta-se um anteparo opaco perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada divergente, a 30 cm do centro óptico da lente:



Um feixe cilíndrico de luz monocromática, com 5,0 cm de diâmetro, incide na lente de modo que seus raios luminosos fiquem paralelos ao eixo principal. Sabendo que depois da refração na lente o feixe ilumina, no anteparo, uma região circular de 20 cm de diâmetro, calcule o valor absoluto da distância focal da lente.

**Resolução:**

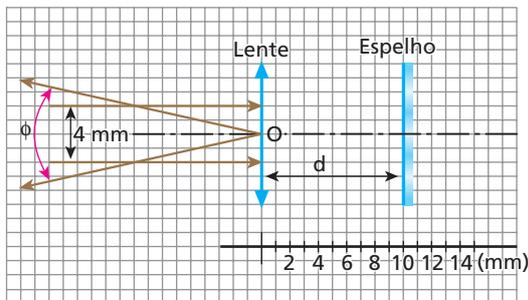


Tendo em conta a semelhança dos triângulos da figura, vem:

$$\frac{|f| + 30}{|f|} = \frac{20}{5,0} \Rightarrow |f| = 10 \text{ cm}$$

**Resposta:** 10 cm

**62** (Fuvest-SP) Um *laser* produz um feixe paralelo de luz, com 4 mm de diâmetro. Utilizando um espelho plano e uma lente delgada convergente, deseja-se converter o feixe paralelo em um feixe divergente propagando-se em sentido oposto. O feixe divergente deve ter abertura total  $\phi = 0,4$  radiano, passando pelo centro óptico **O** da lente. A figura abaixo mostra a configuração do sistema. Como  $\phi$  é pequeno, pode-se considerar  $\phi \approx \sin \phi \approx \text{tg } \phi$ .

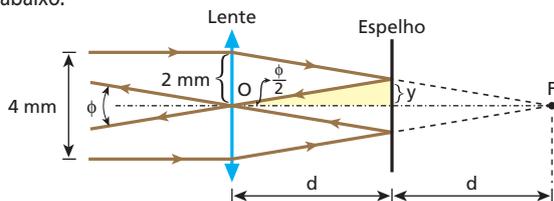


Para se obter o efeito desejado, a distância focal **f** da lente e a distância **d** da lente ao espelho devem valer:

- a)  $f = 10 \text{ mm}; d = 5 \text{ mm}.$
- b)  $f = 5 \text{ mm}; d = 10 \text{ mm}.$
- c)  $f = 20 \text{ mm}; d = 10 \text{ mm}.$
- d)  $f = 10 \text{ mm}; d = 20 \text{ mm}.$
- e)  $f = 5 \text{ mm}; d = 5 \text{ mm}.$

**Resolução:**

A situação proposta é viabilizada pelos raios de luz traçados no esquema abaixo:



Semelhança de triângulos:

$$\frac{y}{d} = \frac{2 \text{ mm}}{2d} \Rightarrow y = 1 \text{ mm}$$

No triângulo destacado:

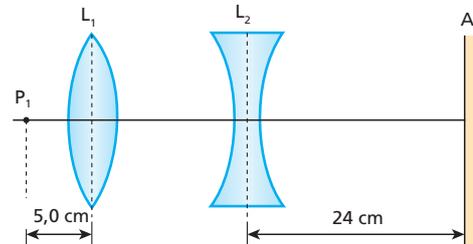
$$\text{tg } \frac{\phi}{2} = \frac{y}{d} \Rightarrow \frac{\phi}{2} \approx \frac{y}{d}$$

$$\frac{0,4}{2} \approx \frac{1}{d} \Rightarrow d = 5 \text{ mm}$$

$$f = 2d = 2 \cdot 5 \text{ mm} \Rightarrow f = 10 \text{ mm}$$

**Resposta:** a

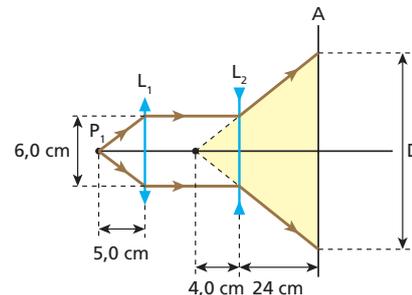
**63** (ITA-SP – mod.) Considere um sistema composto de duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro, dispostas coaxialmente, como indica a figura.  $L_1$  é uma lente convergente de distância focal de módulo igual a 5,0 cm e  $L_2$  é uma lente divergente de distância focal de módulo igual a 4,0 cm. No ponto  $P_1$ , à esquerda do sistema, é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de  $L_1$ . À direita de  $L_2$ , a uma distância  $d = 24$  cm, é colocado um anteparo **A**, perpendicular ao eixo do sistema.



Assim, temos que:

- a) sobre o anteparo **A** forma-se uma imagem real puntiforme de  $P_1$ .
- b) sobre o anteparo **A** aparece uma região iluminada circular com 12 cm de diâmetro.
- c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 6,0 cm de diâmetro.
- d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande.
- e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular com 42 cm de diâmetro.

**Resolução:**



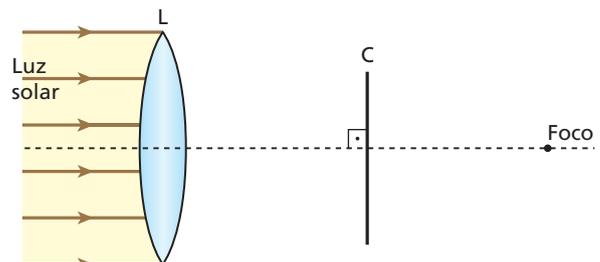
Os triângulos destacados são semelhantes.

Logo:

$$\frac{D}{6,0} = \frac{4,0 + 24}{4,0} \Rightarrow D = 42 \text{ cm}$$

**Resposta:** e

**64** (Fuvest-SP – mod.) Uma lente circular convergente **L**, de área  $20 \text{ cm}^2$  e distância focal 12 cm, é colocada perpendicularmente aos raios solares, que neste local têm uma intensidade de radiação de  $0,10 \text{ W/cm}^2$ . Admita que 20% da radiação incidente na lente seja absorvida por ela. Um coletor solar **C** é colocado entre a lente e seu foco, a 6 cm da lente, conforme representa o esquema a seguir.

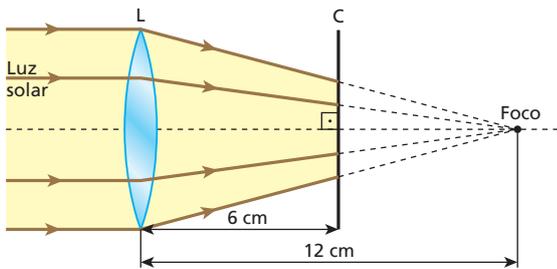


Suponha que toda energia incidente no coletor seja absorvida por ele e usada para aquecer 1 cm<sup>3</sup> de água, inicialmente a 20 °C. Adotando para a água calor específico sensível igual a 1 cal/g °C e densidade absoluta igual a 1 g/cm<sup>3</sup>, e considerando 1 cal = 4 J, responda:

- Qual a temperatura da água ao fim de 2 min do aquecimento?
- Qual a intensidade de radiação solar incidente no coletor?

**Resolução:**

a) A luz refratada pela lente atinge o coletor conforme representa a figura abaixo:



Seja  $I_L$  a intensidade de radiação transmitida pela lente, temos:

$$I_L = 80\% I_{\text{total}} = 0,80 \cdot 0,10 \text{ (W/cm}^2\text{)}$$

$$I_L = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ W/cm}^2$$

A potência  $P_L$  transmitida pela lente é dada por:

$$I_L = \frac{P_L}{A_L} \Rightarrow 8,0 \cdot 10^{-2} = \frac{P_L}{20}$$

$$P_L = 1,6 \text{ W}$$

Essa potência é totalmente absorvida pelo coletor e transformada em potência térmica que vai ser utilizada para aquecer a água.

$$Q = m c \Delta \theta \Rightarrow P_L \Delta t = \mu V c \Delta \theta$$

$$\frac{1,6 \cdot 2 \cdot 60}{4} = 1 \cdot 1 \cdot 1 (\theta - 20^\circ)$$

Donde:  $\theta = 68^\circ \text{C}$

- b) No coletor, projeta-se uma área iluminada circular  $A_C$  de diâmetro  $d_C$ , que pode ser relacionado com o diâmetro  $d_L$  da lente por semelhança de triângulos.

$$\frac{d_C}{6} = \frac{d_L}{12} \Rightarrow d_C = \frac{d_L}{2}$$

Como a área do círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro (ou do raio), determina-se o valor da área  $A_C$  iluminada no coletor.

Se  $d_C = \frac{d_L}{2}$ , então,  $A_C = \frac{A_L}{4} = \frac{20}{4} \text{ (cm}^2\text{)}$

$$A_C = 5 \text{ cm}^2$$

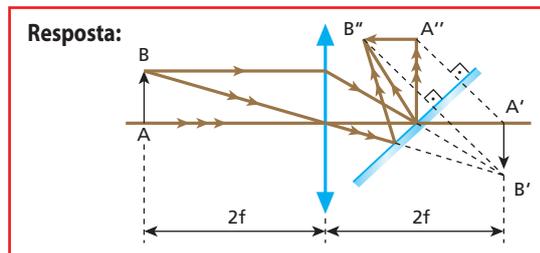
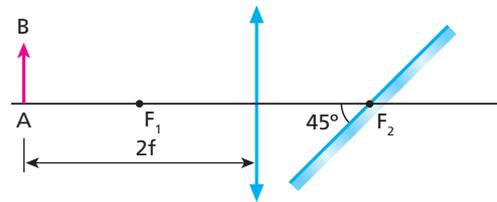
A intensidade de radiação solar incidente no coletor é obtida por:

$$I_C = \frac{P_L}{A_C} \Rightarrow I_C = \frac{1,6}{5} \text{ (W/cm}^2\text{)}$$

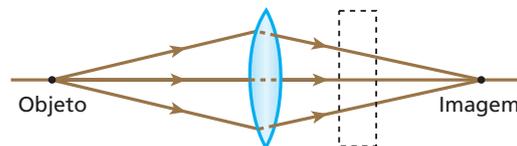
$$I_C = 0,32 \text{ W/cm}^2$$

**Respostas:** a) 68 °C; b) 0,32 W/cm<sup>2</sup>

**65** (Unicamp-SP) O sistema óptico esboçado na figura consiste em uma lente convergente de distância focal  $f$  e em um espelho plano que contém o foco  $F_2$  da lente. Um pequeno objeto AB encontra-se a uma distância  $2f$  da lente, como indica a figura. Os raios luminosos provenientes de AB e refletidos pelo espelho não atingem a lente novamente. Refaça a figura e construa a imagem de AB produzida pelo sistema óptico.



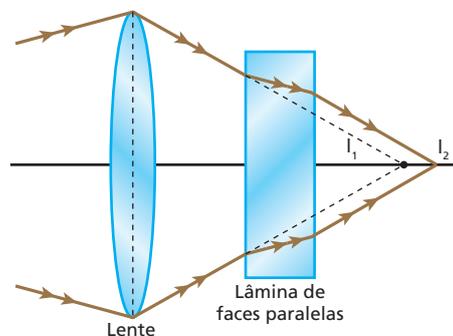
**66** (Vunesp-SP) Uma lâmina de vidro óptico de faces paralelas, cuja espessura é de aproximadamente 1 cm, será interposta perpendicularmente, entre uma lente convergente e a imagem real (que a lente produz) de um objeto iluminado com luz monocromática. Observe a figura:



Com a inserção da lâmina:

- a posição da imagem não se altera.
- a imagem se aproxima da lente.
- a imagem se afasta da lente.
- não se forma mais a imagem.
- formam-se duas imagens reais separadas por uma distância menor que 1 cm.

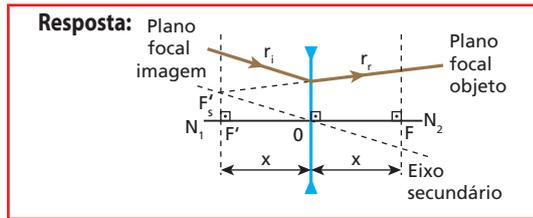
**Resolução:**



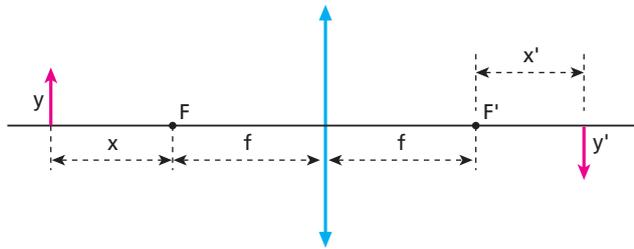
Com a inserção da lâmina de faces paralelas, a imagem se afasta da lente, passando de  $I_1$  para  $I_2$ .

**Resposta:** c

**67** (Unicamp-SP) Na figura abaixo,  $r_i$  é um raio de luz que incide em uma lente delgada cujo eixo óptico é  $N_1N_2$  e  $r_r$  é o correspondente raio refratado. Refaça a figura e mostre como se podem determinar graficamente os focos da lente.



**68** Um objeto real  $y$  é colocado a uma distância  $x$  do foco objeto principal de uma lente esférica convergente, perpendicularmente ao seu eixo principal. A imagem  $y'$  conjugada pela lente a esse objeto é real e situa-se a uma distância  $x'$  do foco imagem principal, conforme indica a figura.



Supondo-se válidas as condições de Gauss, pode-se afirmar que a distância focal da lente é dada por:

- a)  $x + x'$ ;
- b)  $x - x'$ ;
- c)  $x \cdot x'$ ;
- d)  $\sqrt{\frac{x}{x'}}$ ;
- e)  $\sqrt{x \cdot x'}$ .

**Resolução:**

Equação de Gauss:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+x} + \frac{1}{f+x'}$$

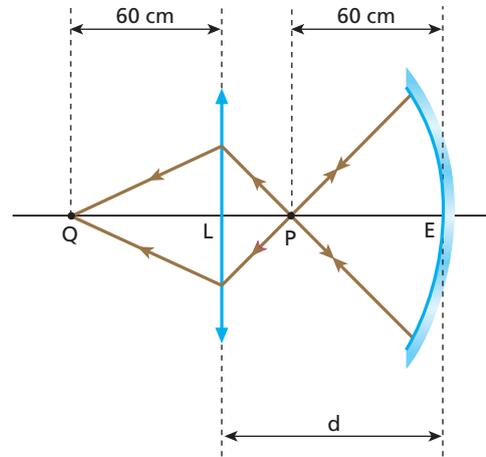
$$\frac{1}{f} = \frac{f+x' + f+x}{(f+x)(f+x')} \Rightarrow f^2 + fx' + fx = 2f^2 + fx' + fx$$

$$f^2 = xx' \Rightarrow f = \sqrt{xx'}$$

**Resposta: e**

**69** Um espelho esférico côncavo  $E$ , de distância focal  $f_E$ , e uma lente delgada convergente  $L$ , de distância focal  $f_L = 12$  cm, estão dispostos coaxialmente, com seus eixos ópticos coincidentes, conforme representa a figura. Admita que o espelho e a lente estejam sendo utilizados dentro das condições de Gauss. A distância entre o vértice do espelho e o centro óptico da lente é igual a  $d$ . Uma fonte pontual de grande

potência, capaz de emitir luz exclusivamente para a direita, é colocada no ponto  $P$ . Os raios luminosos provenientes da fonte seguem, então, as trajetórias indicadas, acendendo um palito de fósforo cuja extremidade se encontra no ponto  $Q$ .



Considerando as medidas do esquema, aponte a alternativa em que aparecem os valores corretos de  $f_E$  e  $d$ :

- a)  $f_E = 60$  cm;  $d = 120$  cm;
- b)  $f_E = 60$  cm;  $d = 75$  cm;
- c)  $f_E = 30$  cm;  $d = 120$  cm;
- d)  $f_E = 30$  cm;  $d = 75$  cm;
- e)  $f_E = 60$  cm;  $d = 72$  cm.

**Resolução:**

O ponto  $P$  está situado no centro de curvatura de  $E$ . Logo:

$$f_E = \frac{R_E}{2} = \frac{60 \text{ cm}}{2} \Rightarrow f_E = 30 \text{ cm}$$

Para  $L$ , tem-se:

$$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p'_L} \Rightarrow \frac{1}{12} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{60}$$

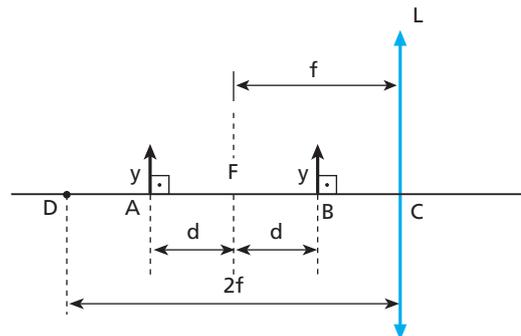
$$\frac{1}{p_L} = \frac{1}{12} - \frac{1}{60} \Rightarrow p_L = 15 \text{ cm}$$

Mas  $d = p_L + 60$ . Assim:

$$d = 15 + 60 \text{ (cm)} \Rightarrow d = 75 \text{ cm}$$

**Resposta: d**

**70** (Unip-SP) Considere a lente convergente  $L$  de distância focal  $f$ , representada na figura, em que  $F$  é o foco principal objeto e  $A$  e  $B$  são duas posições simétricas em relação a  $F$ . Admita, na formação de imagens, serem válidas as condições de aproximação de Gauss. Quando um objeto linear de tamanho  $y$  é colocado em  $A$ , a imagem formada pela lente tem tamanho  $y'$ .



Quando o mesmo objeto linear é colocado em **B**, a imagem formada passa a ter um tamanho  $y''$ , tal que:

- a)  $y'' = y'$ .
- b)  $y'' = \frac{1}{4}y'$ .
- c)  $y'' = \frac{1}{2}y'$ .
- d)  $y'' = 2y'$ .
- e)  $y'' = 4y'$ .

**Resolução:**

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow \frac{i}{o} = \frac{f}{f-p}$$

**Objeto em A:**

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{f-(f+d)}$$

Donde:  $y' = -\frac{f}{d}y$  (imagem invertida)

**Objeto em B:**

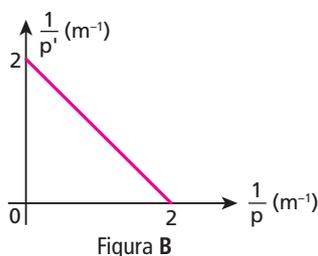
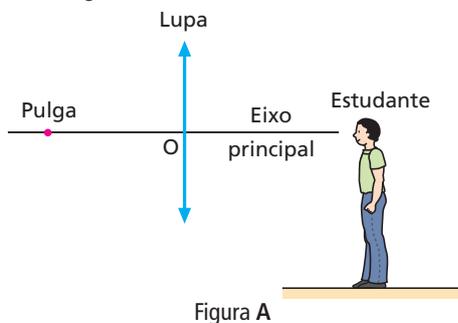
$$\frac{y''}{y} = \frac{f}{f-(f-d)}$$

Donde:  $y'' = \frac{f}{d}y$  (imagem direita)

Logo:  $|y''| = |y'|$

**Resposta: a**

**71** (UFU-MG – mod.) Um estudante de Física olha através de uma lupa uma pulga que foi condicionada a andar apenas sobre o eixo principal da lente, conforme representa a figura **A**. Ele mediu a distância  $p$  entre o inseto e a lupa e a distância  $p'$  entre a lupa e a imagem real da pulga, em vários pontos. O resultado dessas medições está apresentado no gráfico da figura **B**.



- a) Obtenha a distância focal da lente.
- b) A pulga, ao passar exatamente pelo ponto médio entre o foco principal objeto e o centro óptico da lente, resolve dar um pequeno salto vertical. Desprezando a resistência do ar, adotando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e admitindo como válidas as condições de Gauss, determine a intensidade da aceleração da imagem da pulga em relação ao estudante durante o salto.

**Resolução:**

a) Do gráfico, para  $\frac{1}{p} = 1 \text{ m}^{-1}$ , obtém-se  $\frac{1}{p'} = 1 \text{ m}^{-1}$ . Assim, aplicando-se a Equação de Gauss, pode-se calcular a distância focal de lente ( $f$ ).

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = 1 + 1$$

$$\frac{1}{f} = 2 \Rightarrow f = 0,50 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

b)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{f} + \frac{1}{p'}$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{2}{f} \Rightarrow p' = -f$$
 (imagem virtual)

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{i}{o} = -\frac{(-f)}{\frac{f}{2}}$$

Da qual:  $i = 2o$

A altura máxima alcançada pela imagem virtual da pulga será o **dobro** da altura máxima alcançada pelo objeto, durante o mesmo intervalo de tempo.

A pulga e sua imagem descreverão em relação ao estudante **movimentos uniformemente variados**, para os quais valem as expressões:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \text{ e } v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Donde:  $\frac{v_0 + v}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

**Objeto:**  $\frac{v_0 + 0}{2} = \frac{h}{\Delta t}$   
**Imagem:**  $\frac{v_1 + 0}{2} = \frac{2h}{\Delta t}$  }  $v_1 = 2v_0$

**Equação de Torricelli:**  $v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$

**Objeto:**  $0 = v_0^2 + 2\alpha_0 h$   
**Imagem:**  $0 = (2v_0)^2 + 2\alpha_1 2h$  }  $\alpha_1 = 2\alpha_0$

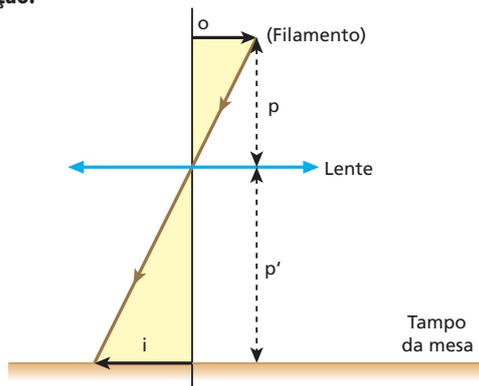
$$g_i = 2g_0 = 2 \cdot 10 \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow g_i = 20 \text{ m/s}^2$$

**Respostas: a) 50 cm; b) 20 m/s<sup>2</sup>**

**72** (UFSCar-SP) No quarto de um estudante, há uma lâmpada incandescente localizada no teto, sobre a sua mesa. Deslocando uma lente convergente ao longo da vertical que passa pelo filamento da lâmpada, do tampo da mesa para cima, o estudante observa que é possível obter a imagem nítida desse filamento, projetada sobre a mesa, em duas alturas distintas. Sabendo-se que a distância do filamento da lâmpada ao tampo da mesa é de 1,5 m, que a distância focal da lente é de 0,24 m e que o comprimento do filamento é de 12 mm, determine:

- a) as alturas da lente em relação à mesa, nas quais essas duas imagens nítidas são obtidas;
- b) os comprimentos e as características das imagens do filamento obtidas.

**Resolução:**



Seo 1,5 m a distância do filamento ao tampo da mesa, temos:

$$p + p' = 1,5 \quad (I)$$

$$\text{De: } \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\text{vem: } \frac{1}{0,24} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad (II)$$

$$\text{De (I): } p = 1,5 - p'$$

$$\text{Em (II): } \frac{1}{0,24} = \frac{1}{1,5 - p'} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{0,24} = \frac{1,5}{(1,5 - p')p'}$$

$$1,5 p' - p'^2 = 0,36$$

$$p_2' - 1,5 p' + 0,36 = 0$$

$$p_2' = \frac{1,5 \pm \sqrt{(1,5)^2 - 4 \cdot 0,36}}{2}$$

$$p' = \frac{1,5 \pm 0,9}{2}$$

Da qual:  $p_1' = 1,2 \text{ m}$  e  $p_2' = 0,3 \text{ m}$

b) De (I), temos:

$$p + p' = 1,5$$

$$\text{Para } p_1' = 1,2 \text{ m;}$$

$$p_1 + 1,2 = 1,5$$

$$p_1 = 0,3 \text{ m}$$

$$\text{De: } \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}, \text{ vem: } \frac{i_1}{12} = -\frac{1,2}{0,3} \Rightarrow i_1 = -48 \text{ mm}$$

Para  $p_2' = 0,3 \text{ m;}$

$$p_2 + 0,3 = 1,5$$

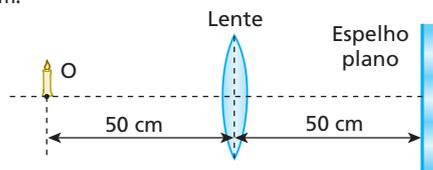
$$p_2 = 1,2 \text{ m}$$

$$\text{De: } \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}, \text{ vem: } \frac{i_2}{12} = -\frac{0,3}{1,2} \Rightarrow i_2 = -3 \text{ mm}$$

As imagens são reais, possuem comprimentos de 48 mm e 3 mm e são invertidas em relação ao objeto.

**Respostas:** a) 1,2 m; 0,3 m; b) 48 mm, 3 mm, imagens reais e invertidas

**73** Utilizando um banco óptico, um estudante monta no laboratório o arranjo representado a seguir, em que a abscissa focal da lente vale +30 cm:



A que distância do espelho forma-se a imagem final de O conjugada pelo sistema?

**Resolução:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{50} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = 75 \text{ cm}$$

A primeira imagem fornecida pela lente comporta-se como objeto virtual para o espelho plano, que conjuga a esse objeto uma imagem real 25 cm à direita da lente. Essa imagem comporta-se como objeto real para a lente, que lhe conjuga uma imagem virtual situada a uma distância  $p_2'$ , dada por:

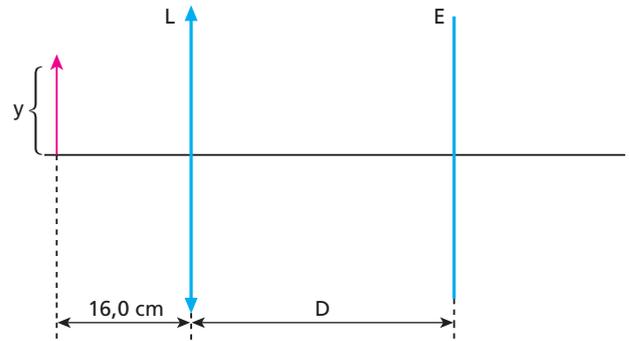
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{30} = \frac{1}{25} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2' = -150 \text{ cm}$$

Em relação ao espelho, a distância da imagem final fornecida pelo sistema é **d**, calculada por:

$$d = 150 - 50 = 100 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{d = 1,0 \text{ m}}$$

**Resposta:** 1,0 m

**74** Na figura, está representado um objeto luminoso de altura **y** posicionado a 16,0 cm de uma lente convergente **L**, cuja distância focal é de 8,0 cm. A lente está a uma distância **D** de um espelho esférico **E** de raio de curvatura 36,0 cm e eixo principal coincidente com o eixo óptico da lente.



Para que a imagem produzida pelo espelho tenha altura igual a 2y e orientação invertida em relação ao objeto, o tipo de espelho esférico utilizado e o valor de **D** são, respectivamente:

- a) côncavo e D = 16,0 cm;
- b) côncavo e D = 25,0 cm;
- c) côncavo e D = 43,0 cm;
- d) convexo e D = 16,0 cm;
- e) convexo e D = 25,0 cm.

**Resolução:**

(I) Em relação a **L**:

$$\frac{1}{f_L} = \frac{1}{p_L} + \frac{1}{p_L'}$$

$$\frac{1}{8,0} = \frac{1}{16,0} + \frac{1}{p_L'}$$

$$\frac{1}{p_L'} = \frac{1}{8,0} - \frac{1}{16,0}$$

$$\frac{1}{p_L'} = \frac{2,0 - 1,0}{16,0} \Rightarrow \boxed{p_L' = 16,0 \text{ cm}}$$

$$A_L = -\frac{p_L'}{p_L} \Rightarrow A_L = -\frac{16,0 \text{ cm}}{16,0 \text{ cm}}$$

$$\text{Donde: } \boxed{A_L = -1,0}$$

A imagem que a lente conjuga ao objeto é real, situa-se no ponto antiprincipal imagem de **L**, é invertida ( $A_L$  é negativo) e tem comprimento **y** igual ao do objeto. Essa imagem funciona como objeto real em relação ao espelho.

(II) Em relação a **E**:

Para que a imagem produzida pelo espelho tenha orientação invertida em relação ao objeto original, ela deve ter orientação direita em relação ao objeto que lhe dá origem. Logo,  $A_E$  é positivo e também:

$$A_E = \frac{i}{o} = \frac{2y}{y} = 2,0$$

Se **E** produz uma imagem direita e ampliada em relação ao objeto que lhe deu origem, trata-se de um espelho côncavo, de distância focal positiva, dada por:

$$F_E = \frac{R_E}{2} = \frac{36,0 \text{ cm}}{2} = 18,0 \text{ cm}$$

$$\text{Logo: } A_E = \frac{f_E}{f_E - p_E} \Rightarrow 2,0 = \frac{18,0}{18,0 - p_E}$$

$$18,0 - p_E = 9,0 \Rightarrow \boxed{p_E = 9,0 \text{ cm}}$$

(III)  $D = p'_L + p_E \Rightarrow D = 16,0 + 9,0 \text{ (cm)}$ 

$$\boxed{D = 25,0 \text{ cm}}$$

**Resposta:** b

**75** Duas lentes esféricas simétricas, de vidro e de pequena espessura – uma biconvexa ( $L_1$ ) e outra bicôncava ( $L_2$ ) – e um espelho esférico côncavo gaussiano (**E**) são testados no ar, onde se verifica que suas distâncias focais apresentam o mesmo valor absoluto:  $f$ . Esses sistemas ópticos são então mergulhados em água, onde se realiza um novo teste de verificação de distâncias focais. Nesse ensaio, obtêm-se para as distâncias focais de  $L_1$ ,  $L_2$  e **E** os valores absolutos  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_E$ , respectivamente. Se o vidro é mais refringente que a água e esta é mais refringente que o ar, é correto concluir que:

- a)  $f_1 > f$ ,  $f_2 > f$  e  $f_E = f$ ;                      d)  $f_1 < f$ ,  $f_2 < f$  e  $f_E < f$ ;  
 b)  $f_1 > f$ ,  $f_2 < f$  e  $f_E = f$ ;                      e)  $f_1 > f$ ,  $f_2 > f$  e  $f_E > f$ .  
 c)  $f_1 = f$ ,  $f_2 = f$  e  $f_E = f$ ;

**Resolução:**(I) Para  $L_1$  e  $L_2$ , o módulo da distância focal pode ser obtido pela Equação de Halley:

$$\frac{1}{f} = (n_{\text{rel}} - 1) \frac{2}{R} \Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{2(n_{\text{rel}} - 1)}}$$

Sendo **R** (raio de curvatura das faces da lente) constante e  $n_{\text{rel, água}} < n_{\text{rel, ar}}$ , conclui-se que  $f_1 > f$  e  $f_2 > f$ .

(II) A imersão do espelho esférico **E** na água não provoca variação em sua distância focal, já que, nos espelhos, a luz sofre reflexão. Logo:  $f_E = f$ .**Resposta:** a

**76** (ITA-SP) As duas faces de uma lente delgada biconvexa têm um raio de curvatura igual a 1,00 m. O índice de refração da lente para luz vermelha é 1,60 e, para luz violeta, 1,64. Sabendo que a lente está imersa no ar, cujo índice de refração é 1,00, calcule a distância entre os focos de luz vermelha e de luz violeta, em centímetros.

**Resolução:**

1) A Equação de Halley (Equação dos Fabricantes de Lentes) é dada por:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_l}{n_m} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

2) Do enunciado, temos:

$$R_1 = R_2 = +1,00 \text{ m (face convexa } \Rightarrow R > 0)$$

$$n_{\text{ar}} = 1,00$$

$$n_{L(\text{verm})} = 1,60$$

$$n_{L(\text{viol})} = 1,64$$

3) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática vermelha, vem:

$$\frac{1}{f_1} = \left( \frac{n_{L(\text{verm})}}{n_{\text{ar}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f_1} = \left( \frac{1,60}{1,00} - 1 \right) \left( \frac{1}{1,00} + \frac{1}{1,00} \right)$$

$$\boxed{f_1 = \frac{1}{1,20} \text{ m}}$$

4) Aplicando-se a Equação de Halley para a lente, quando exposta à luz monocromática violeta, vem:

$$\frac{1}{f_2} = \left( \frac{n_{L(\text{viol})}}{n_{\text{ar}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f_2} = \left( \frac{1,64}{1,00} - 1 \right) \left( \frac{1}{1,00} + \frac{1}{1,00} \right)$$

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{1,28} \text{ m}}$$

5) A distância entre os focos é dada por:

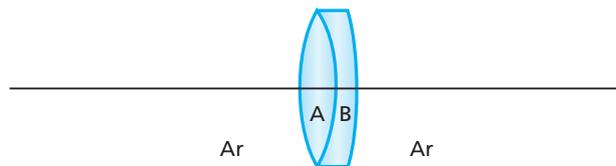
$$d = f_1 - f_2$$

$$d = \frac{1}{1,20} - \frac{1}{1,28} \text{ (m)}$$

$$\text{Donde: } \boxed{d \approx 0,052 \text{ m} = 5,2 \text{ cm}}$$

**Resposta:** 5,2 cm

**77** Para compor a objetiva de certo instrumento óptico, usa-se a associação de lentes acrílicas (de espessura desprezível) representada na figura a seguir.



A lente **A** é biconvexa e suas faces têm 25 cm de raio de curvatura. A lente **B** é convexo-côncava e sua face côncava adere perfeitamente à lente **A**. Os índices de refração do acrílico e do ar são conhecidos, valendo, respectivamente, 1,5 e 1,0. Sabendo que a vergência equivalente à associação é de +3,0 di, determine:

- a) a vergência da lente **A**;  
 b) a abscissa focal da lente **B**;  
 c) os raios de curvatura das faces da lente **B**.

**Resolução:**

$$\text{a) } V_A = (1,5 - 1) \frac{2}{0,25} \Rightarrow \boxed{V_A = +4,0 \text{ di}}$$

$$\text{b) } V = V_A + V_B \Rightarrow 3,0 \text{ di} = 4,0 \text{ di} + V_B$$

$$V_B = -1,0 \text{ di}$$

$$f_B = \frac{1}{V_B} = -\frac{1}{1,0} \Rightarrow \boxed{f_B = -1,0 \text{ m}}$$

c) **Face côncava:**  $R_1 = 25$  cm (aderência perfeita)

**Face convexa:**

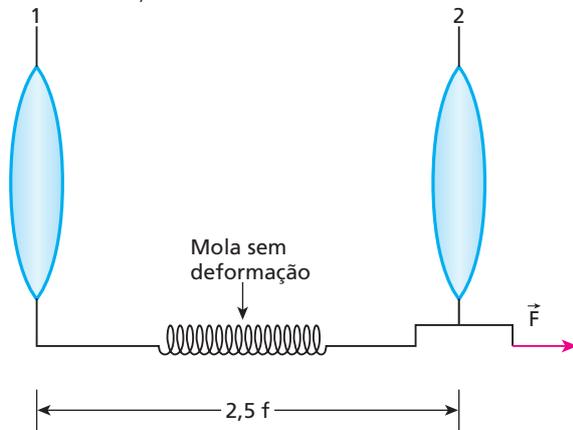
$$V = (n_{2,1} - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$3,0 = (1,5 - 1) \left( \frac{1}{0,25} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Da qual:  $R_2 = 0,50$  m = 50 cm

**Respostas:** a) +4,0 di; b) -1,0 m; c) Face côncava: 25 cm; Face convexa: 50 cm

**78** (IME-RJ) Um sistema óptico é constituído por duas lentes convergentes, 1 e 2, cujas distâncias focais são  $f$  e  $2f$ , respectivamente. A lente 1 é fixa; a lente 2 está presa à lente 1 por uma mola cuja constante elástica é  $k$ . Com a mola em repouso (sem deformação), a distância entre as lentes é  $2,5f$ .



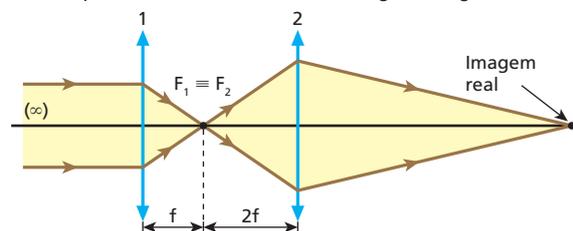
Determine o menor valor da força  $\vec{F}$  para que o sistema produza uma imagem real de um objeto distante, situado à esquerda da lente 1. Despreze as forças de atrito.

**Resolução:**

O objeto impróprio situado à esquerda da lente 1 produz uma imagem real situada no plano focal imagem dessa lente.

Essa imagem funciona como objeto real para a lente 2.

Para que a lente 2 produza uma imagem ainda real do citado objeto, este deve estar posicionado praticamente no seu plano focal (ligeiramente à esquerda dele), conforme ilustra a figura a seguir:



Essa é a situação em que o sistema fornece imagem real com mínima tração na mola. Nesse caso, a deformação da mola é  $x = 3f - 2,5f = 0,5f$ .

A intensidade  $F$  da força aplicada à mola fica determinada pela Lei de Hooke:

$$F = kx$$

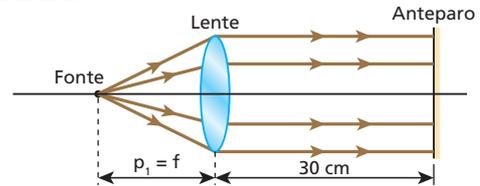
$$F = k \cdot 0,5f \Rightarrow F = \frac{kf}{2}$$

**Resposta:**  $F = \frac{kf}{2}$

**80** Uma lente delgada convergente de distância focal  $f = 10$  cm é disposta com o eixo principal normal a um anteparo situado à distância  $d = 30$  cm. Ao longo do eixo principal, desloca-se uma fonte puntiforme. Há duas posições da fonte para as quais a luz emergente da lente ilumina, no anteparo, um círculo do tamanho da lente. Para qualquer uma dessas posições, determine a distância da fonte à lente.

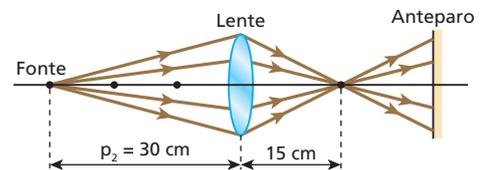
**Resolução:**

**1ª possibilidade:**



Fonte a 10 cm da lente.

**2ª possibilidade:**



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{15} \Rightarrow p_2 = 30 \text{ cm}$$

Fonte a 30 cm da lente.

**Resposta:** 1ª possibilidade: fonte a 10 cm da lente; 2ª possibilidade: fonte a 30 cm da lente.

**81** Um estudante dispõe de uma lupa (lente esférica convergente) de distância focal igual a 6,0 cm e com ela deseja obter imagens nítidas de uma pequena lâmpada situada sobre o eixo óptico, sempre distantes 25 cm em relação ao objeto. Determine as possíveis distâncias da lâmpada à lente para que o intento do estudante seja satisfeito.

**Resolução:**

Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{p-f}{fp}$$

$$p' = \frac{pf}{p-f} \Rightarrow p' = \frac{6,0p}{p-6,0} \quad (I)$$

**1º caso:** Imagens reais

$$p' + p = 25 \text{ cm} \quad (II)$$

$$(I) \text{ em } (II): \frac{6,0p}{p-6,0} + p = 25$$

$$6,0p + p^2 - 6,0p = 25p - 150$$

$$p^2 - 25p + 150 = 0 \Rightarrow p = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{25 \pm 5,0}{2}$$

$p_1 = 15$  cm e  $p_2 = 10$  cm

**2º caso: Imagem virtual**

$$|p'| - p = 25 \text{ cm} \quad (\text{III})$$

Nesse caso,  $p'$  é o número negativo e, ao operarmos com  $|p'|$ , devemos multiplicar a expressão (I) por  $-1$ .

$$\frac{-6,0 p}{p - 6,0} - p = 25 \Rightarrow -6,0 p - p^2 + 6,0 p = 25(p - 6,0)$$

$$p^2 + 25p - 150 = 0 \Rightarrow p = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 600}}{2}$$

$$p = \frac{-25 \pm 35}{2} \Rightarrow p_3 = 5,0 \text{ cm}$$

$$p_4 = -30 \text{ cm (não convém)}$$

**Respostas:** 15 cm, 10 cm e 5,0 cm

**82** Um objeto luminoso é colocado a uma distância  $d_0$  de uma lente convergente de distância focal  $f_0$ , sendo sua imagem projetada em um anteparo situado a uma distância  $L$  da lente. O objeto é então aproximado, ficando posicionado a uma distância  $\frac{d_0}{2}$  da lente, o que faz com que a imagem se apresente desfocada no anteparo. Desejando-se focalizar a imagem, substitui-se a primeira lente por uma outra, também convergente, mas de distância focal  $f_1$ . Sabendo que a segunda lente é instalada na mesma posição da primeira, determine:

- a) o valor de  $L$ ;                      b) o valor de  $f_1$ .

**Resolução:**

a) **1ª lente:**  $\frac{1}{f_0} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{L}$  (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{f_0} - \frac{1}{d_0} \Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim:  $L = \frac{f_0 d_0}{d_0 - f_0}$

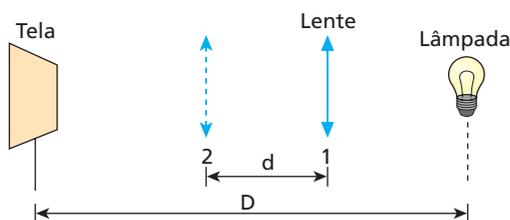
b) **2ª lente:**  $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{\frac{d_0}{2}} + \frac{1}{L}$  (Equação de Gauss)

$$\frac{1}{f_1} = \frac{2}{d_0} + \frac{(d_0 - f_0)}{f_0 d_0} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{2f_0 + d_0 - f_0}{f_0 d_0}$$

Assim:  $f_1 = \frac{f_0 d_0}{d_0 + f_0}$

**Respostas:** a)  $L = \frac{f_0 d_0}{d_0 - f_0}$ ; b)  $f_1 = \frac{f_0 d_0}{d_0 + f_0}$

**83** (Unirio-RJ)



Com o auxílio de uma lente convergente, na posição **1**, a imagem do filamento de uma lâmpada incandescente é projetada sobre uma tela, como mostra a figura acima. Mantendo-se fixas as posições da lâmpada e da tela, verifica-se experimentalmente que uma nova imagem do filamento sobre a tela é obtida quando a lente passa para a posição **2**. As posições **1** e **2** estão separadas pela distância  $d$ . Sendo  $D$  a distância entre a lâmpada e a tela, podemos afirmar que a distância focal da lente é igual a:

- a)  $\frac{(D^2 - d^2)}{4D}$ .                                      d)  $2D - d$ .  
 b)  $\frac{(D^2 - d^2)}{4d}$ .                                      e)  $d$ .  
 c)  $\frac{D^2}{2d}$ .

**Resolução:**

Equação de Gauss:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

**Lente na posição 1:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{D + p_1}$  (I)

**Lente na posição 2:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$  (II)

Comparando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{D - p_1} = \frac{1}{p_1 + d} + \frac{1}{D - (p_1 + d)}$$

$$\frac{D - p_1 + p_1}{p_1(D - p_1)} = \frac{D - (p_1 + d) + (p_1 + d)}{(p_1 + d)[D - (p_1 + d)]}$$

$$(p_1 + d)[D - (p_1 + d)] = p_1(D - p_1)$$

$$p_1 D - p_1(p_1 + d) + d D - d(p_1 + d) = p_1 D - p_1^2$$

$$-p_1^2 - p_1 d + d D - p_1 d - d^2 = -p_1^2$$

$$2p_1 d = d(D - d) \Rightarrow p_1 = \frac{D - d}{2} \quad (\text{III})$$

Substituindo-se (III) em (I), determina-se  $f$ :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{D - d}{2}} + \frac{1}{D - \frac{(D - d)}{2}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D - d} + \frac{2}{2D - D + d}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2(D + d) + 2(D - d)}{(D - d)(D + d)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2D + 2d + 2D - 2d}{D^2 - d^2}$$

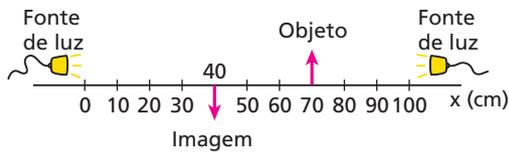
Donde:  $f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

**Nota:**

- O experimento descrito traduz o método de Bessel para a determinação da distância focal de uma lente convergente.

**Resposta:** a

**84** Considere um espelho esférico côncavo e uma lente esférica convergente que obedecem às condições de Gauss. As distâncias focais do espelho e da lente valem, respectivamente, 20 cm e 2,7 cm. Esses elementos serão instalados sucessivamente em um banco óptico, como o esquematizado abaixo, com a finalidade de conjugar a um objeto fixo na posição  $x_0 = 70$  cm uma imagem real que deverá situar-se na posição  $x_1 = 40$  cm.



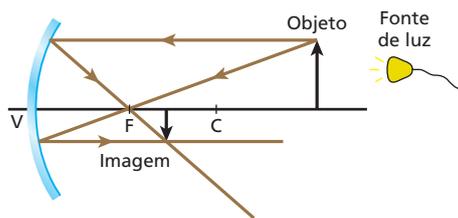
Na figura, os comprimentos do objeto e da imagem não estão representados em escala. Há duas fontes de luz que poderão ser utilizadas uma de cada vez.

Determine:

- a) as posições  $x_{E_1}$  e  $x_{E_2}$  ( $x_{E_1} < x_{E_2}$ ) em que poderá ser colocado o espelho;
- b) as posições  $x_{L_1}$  e  $x_{L_2}$  ( $x_{L_1} < x_{L_2}$ ) em que poderá ser colocada a lente.

**Resolução:**

a) Operando com a fonte da direita, temos:



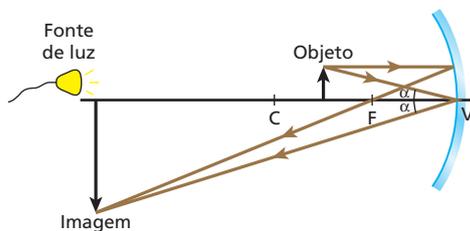
$$p - p' = 30 \text{ cm} \Rightarrow p' = p - 30$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p - 30}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{p - 30 + p}{p(p - 30)} \Rightarrow p^2 - 70p + 600 = 0$$

$$p = 60 \text{ cm} \Rightarrow x_{E_1} = 10 \text{ cm}$$

Operando com a fonte da esquerda, temos:

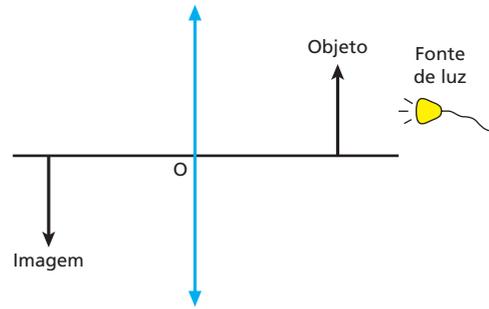


$$p' - p = 30 \Rightarrow p' = 30 + p$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30 + p} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{30 + p + p}{p(30 + p)}$$

$$p^2 - 10p - 600 = 0 \Rightarrow p = 30 \text{ cm} \Rightarrow x_{E_2} = 100 \text{ cm}$$

b) Operando necessariamente com a fonte da direita, temos:



$$p + p' = 30 \Rightarrow p' = 30 - p$$

$$\frac{1}{2,7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{2,7} = \frac{1}{p} + \frac{1}{30 - p}$$

$$\frac{1}{2,7} = \frac{30 - p + p}{p(30 - p)} \Rightarrow p^2 - 30p + 81 = 0$$

$$p_1 = 27 \text{ cm} \Rightarrow x_{L_1} = 43 \text{ cm}$$

$$p_2 = 3,0 \text{ cm} \Rightarrow x_{L_2} = 67 \text{ cm}$$

**Respostas:** a)  $x_{E_1} = 10$  cm e  $x_{E_2} = 100$  cm, operando-se com as fontes da direita e da esquerda respectivamente. b)  $x_{L_1} = 43$  cm e  $x_{L_2} = 67$  cm, operando-se com a fonte da direita.

**85** Um ponto luminoso **P** descreve movimento circular e uniforme num plano frontal distante 30 cm de uma lente delgada convergente, com velocidade escalar de módulo 5,0 cm/s. A circunferência descrita por **P** tem centro no eixo principal da lente e raio igual a 10 cm. Admitindo que a lente opera de acordo com as condições de Gauss e que sua distância focal vale 20 cm, determine:

- a) a relação entre o período de **P** e de sua imagem **P'** conjugada pela lente;
- b) as características da trajetória descrita por **P'**, bem como sua posição em relação à lente;
- c) o módulo da velocidade escalar de **P'**.

**Resolução:**

Enquanto **P** dá uma volta completa, o mesmo ocorre com **P'**.

Por isso:

$$\frac{T_P}{T_{P'}} = 1$$

$$b) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{30} + \frac{1}{p'}$$

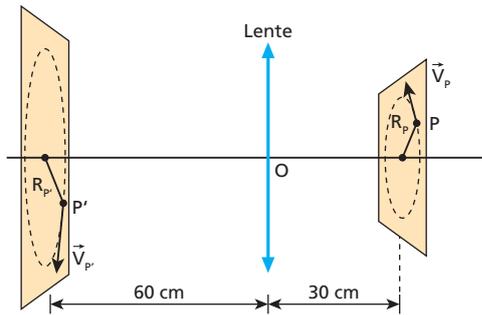
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30} \Rightarrow p' = 60 \text{ cm}$$

$$\frac{R_{P'}}{R_P} = \left| \frac{i}{o} \right| = \frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{R_{P'}}{10} = \frac{60}{30}$$

$$R_{P'} = 20 \text{ cm}$$

**P'** descreve uma circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela.

c)



$$\frac{V_{p'}}{V_p} = \frac{\frac{2\pi R_{p'}}{T_{p'}}}{\frac{2\pi R_p}{T_p}} \Rightarrow \frac{V_{p'}}{5,0} = \frac{20}{10}$$

Donde:  $V_{p'} = 10 \text{ cm/s}$

**Respostas:** a) 1; b) Circunferência de raio 20 cm, de centro pertencente ao eixo principal, contida em um plano frontal à lente, a 60 cm de distância em relação a ela. c) 10 cm/s

**86** Uma vela é colocada a 80 cm de uma lente esférica convergente, perpendicularmente a seu eixo principal. Aproximando-se em 20 cm a vela da lente, a nova imagem fica três vezes maior que a anterior, com a mesma orientação. Determine a vergência da lente.

**Resolução:**

$$\left. \begin{array}{l} \text{1º caso: } \frac{i}{o} = \frac{f}{f-80} \\ \text{2º caso: } \frac{3i}{o} = \frac{f}{f-60} \end{array} \right\} 3 = \frac{f}{f-60} \cdot \frac{(f-80)}{f}$$

$$f = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$$

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,50} \text{ di} \Rightarrow V = 2,0 \text{ di}$$

**Resposta:** 2,0 di

# Tópico 5

**1** (Unifei-MG) Um estudante construiu uma caixa retangular provida de uma lente biconvexa de distância focal  $f = 50,0$  mm e pretende usá-la como máquina fotográfica. A distância entre a lente e a parte posterior da caixa onde será registrada a imagem pelo filme é de 150 mm. A que distância à frente da lente deve se localizar um objeto para que sua foto fique perfeitamente focalizada?

**Resolução:**

**Gauss:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

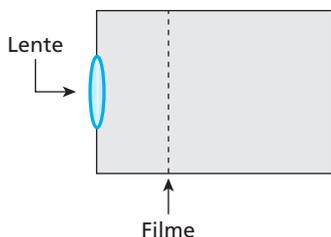
$$\frac{1}{50,0} = \frac{1}{p} + \frac{1}{150}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{50,0} - \frac{1}{150} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{3-1}{150} = \frac{2}{150}$$

$p = 75,0$  mm

**Resposta:** 75,0 mm

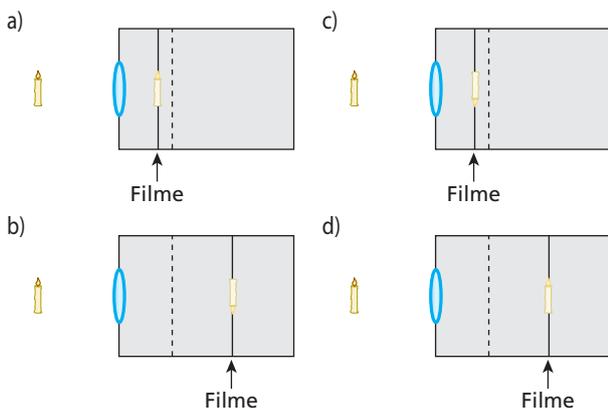
**2** (UFMG) Rafael, fotógrafo lambe-lambe, possui uma câmara fotográfica que consiste em uma caixa com um orifício, onde é colocada uma lente. Dentro da caixa, há um filme fotográfico, posicionado a uma distância ajustável em relação à lente. Essa câmara está representada, esquematicamente, nesta figura:



Para produzir a imagem nítida de um objeto muito distante, o filme deve ser colocado na posição indicada pela linha tracejada. No entanto, Rafael deseja fotografar uma vela que está próxima a essa câmara.

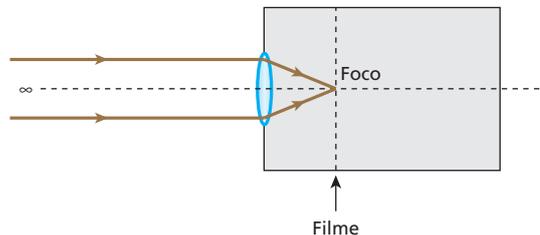
Para obter uma imagem nítida, ele, então, move o filme em relação à posição acima descrita.

Indique a alternativa cujo diagrama melhor representa a posição do filme e a imagem da vela que é projetada nele.

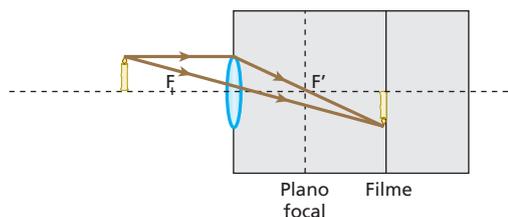


**Resolução:**

(I) **Objeto muito distante:** A imagem é formada no plano focal da lente.



(II) **Vela próxima à câmara:** A imagem projetada sobre o filme é real, invertida e está situada além do plano focal da lente.



**Resposta:** b

**3** A lente de um projetor de slides está a uma distância de 4,1 m da tela de projeção. Um slide de 35 mm de altura tem sua imagem projetada na tela com 1,4 m de altura. Qual a distância focal da lente do equipamento?

**Resolução:**

$$(I) \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

$$-\frac{1400}{35} = -\frac{4,1}{p}$$

$p = 0,1025$  m = 10,25 cm

$$(II) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10,25} + \frac{1}{410}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{410 + 10,25}{4202,5}$$

$$f = \frac{4202,5}{420,25} \text{ (cm)}$$

$f = 10$  cm

**Resposta:** 10 cm

**4** Deve-se projetar em uma tela a imagem de um slide que se encontra a 5,0 cm da lente do projetor. Sabendo que as alturas do slide e de sua imagem valem, respectivamente, 3,0 cm e 180 cm, calcule:

- a) a distância da tela à lente do projetor;
- b) a distância focal da lente do projetor.

**Resolução:**

a)  $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow -\frac{180}{3,0} = -\frac{p'}{5,0}$

$p' = 300 \text{ cm} = 3,0 \text{ m}$

b)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$\frac{1}{f} = \frac{1}{5,0} + \frac{1}{300} \Rightarrow f \approx 4,9 \text{ cm}$

**Respostas:** a) 3,0 m; b)  $\approx 4,9 \text{ cm}$

**5** Uma lupa com 5,0 cm de distância focal amplia cinco vezes o tamanho de um pequeno objeto luminoso. Nessas condições, determine a distância entre o objeto e sua imagem.

**Resolução:**

$A = \frac{f}{f - p}$

$5 = \frac{5,0}{5,0 - p} \Rightarrow p = 4,0 \text{ cm}$

$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 5 = -\frac{p'}{4,0}$

$p' = -20 \text{ cm}$

$d = |p'| - p = 20 - 4,0 \Rightarrow d = 16 \text{ cm}$

**Resposta:** 16 cm

**6** (Fatec-SP) Um colecionador examina um selo com uma lupa localizada a 2,0 cm do selo e observa uma imagem 5 vezes maior.

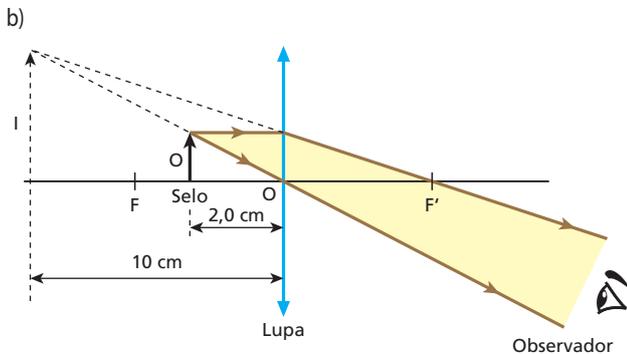
- a) Determine a distância focal da lupa.
- b) Faça, em seu caderno, um esquema gráfico dos raios de luz representando a lupa, o selo, a imagem do selo e o olho do colecionador.

**Resolução:**

a)  $A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow 5 = \frac{f}{f - 2,0}$

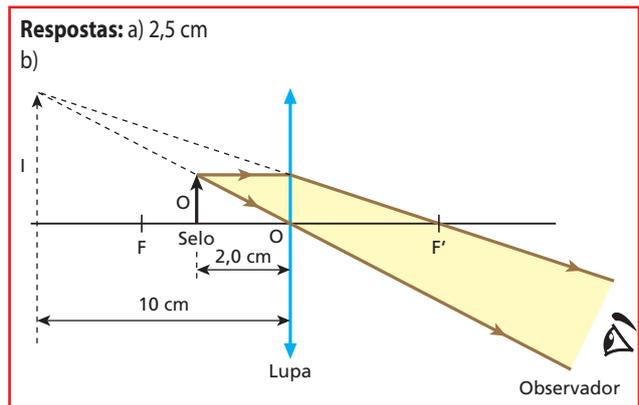
$5f - 10 = f \Rightarrow 4f = 10$

$f = 2,5 \text{ cm}$

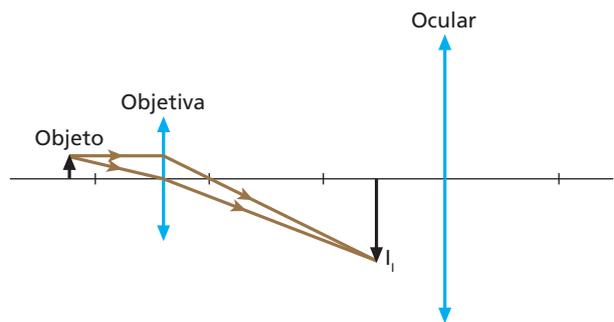


$A = -\frac{p'}{p} \Rightarrow 5 = -\frac{p'}{2,0}$

$p' = -10 \text{ cm}$



**7** (Unesp-SP) Em uma aula sobre óptica, o professor explica aos seus alunos o funcionamento básico de um microscópio óptico composto, que pode ser representado por duas lentes convergentes, a objetiva e a ocular. Quando o objeto a ser visualizado é colocado próximo à objetiva, uma imagem ampliada  $I_I$  é formada entre a ocular e o foco da ocular, como esquematizado na figura. Essa imagem é, então, ampliada pela ocular, gerando a imagem  $I_{II}$ , vista pelo observador.

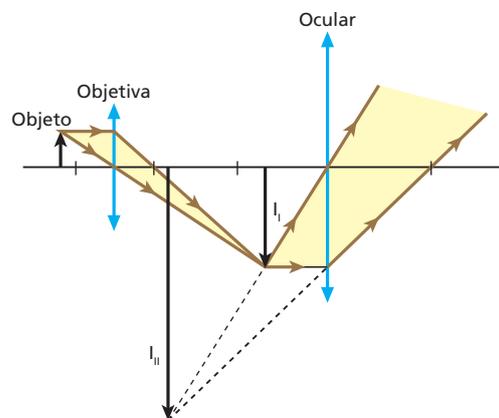


Sendo assim:

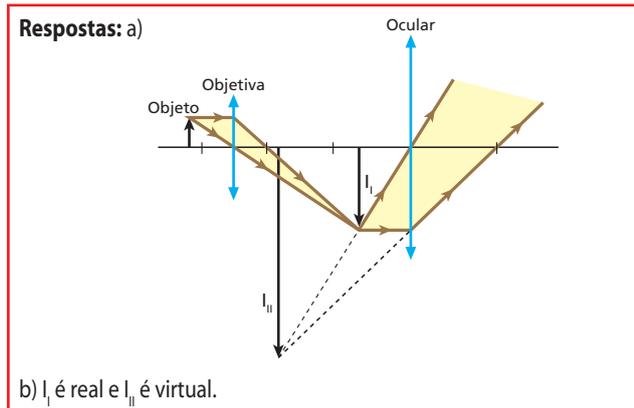
- a) copie a figura em seu caderno e complete-a com raios de luz que mostrem a formação da imagem  $I_{II}$  gerada pela ocular;
- b) classifique como real ou virtual as imagens  $I_I$  e  $I_{II}$ .

**Resolução:**

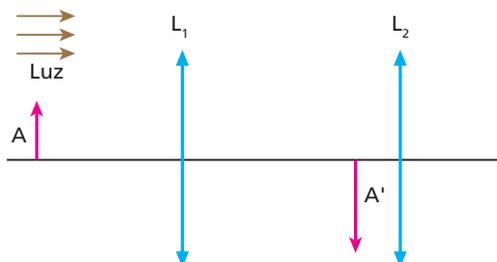
a) Completando a figura fornecida, temos:



- b) Classificação das imagens:
  - a) imagem  $I_I$  é **real** (formada por um feixe cônico convergente);
  - a) imagem  $I_{II}$  é **virtual** (formada por um feixe cônico divergente).



**8** Um objeto **A** está situado a 5 cm de uma lente convergente  $L_1$ , cuja distância focal é de 4 cm. Uma segunda lente convergente, idêntica à anterior, é colocada a 2 cm de distância da imagem  $A'$  conjugada por  $L_1$ . A figura ilustra a situação descrita:



- a) A que distância de  $L_1$  encontra-se  $L_2$ ?
- b) Qual a ampliação total do sistema  $L_1L_2$ ?

**Resolução:**

a) **Lente  $L_1$ :**

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = 20 \text{ cm}$$

$$L_1L_2 = p'_1 + 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm} + 2 \text{ cm}$$

$$L_1L_2 = 22 \text{ cm}$$

b)  $|A| = |A_1| \cdot |A_2|$

**Lente  $L_1$ :**

$$|A_1| = \frac{20 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow |A_1| = 4$$

**Lente  $L_2$ :**

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$$

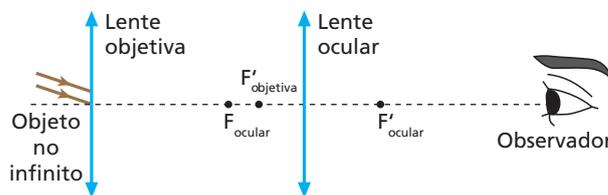
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow p'_2 = -4 \text{ cm}$$

$$|A_2| = \frac{4 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} \Rightarrow |A_2| = 2$$

$$\text{Assim: } |A| = 4 \cdot 2 \Rightarrow |A| = 8$$

**Respostas:** a) 22 cm; b) 8 vezes

**9** (UFF-RJ – mod.) A utilização da luneta astronômica de Galileu auxiliou na construção de uma nova visão do Universo. Esse instrumento óptico, composto por duas lentes – **objetiva** e **ocular** –, está representado no esquema a seguir.

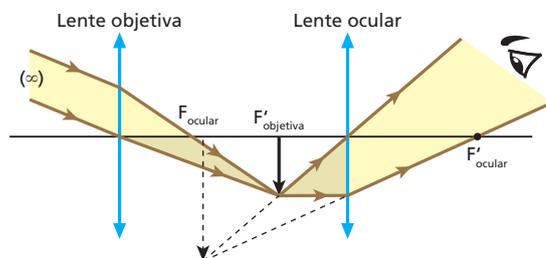


Considere a observação de um astro no “infinito” por meio da luneta astronômica de Galileu. Nesse caso, as imagens do objeto formadas pelas lentes objetiva e ocular são, respectivamente:

- a) real e direita em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.
- b) real e invertida em relação ao astro; virtual e invertida em relação à imagem da objetiva.
- c) virtual e invertida em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
- d) virtual e direita em relação ao astro; real e invertida em relação à imagem da objetiva.
- e) real e invertida em relação ao astro; virtual e direita em relação à imagem da objetiva.

**Resolução:**

A imagem real e invertida que a objetiva gera no seu plano focal ( $F'_{objetiva}$ ) funciona como objeto real para a ocular. Essa lente, por sua vez, opera como lupa, produzindo uma imagem virtual e direita (em relação ao objeto que lhe deu origem), que será contemplada pelo observador. O esquema abaixo ilustra o funcionamento da luneta.



**Resposta: e**

**10 E.R.** A objetiva de uma câmera fotográfica tem distância focal de 100 mm e é montada num mecanismo tipo fole, que permite seu avanço e retrocesso. A câmera é utilizada para tirar duas fotos: uma aérea e outra de um objeto distante 30 cm da objetiva.

- a) Qual o deslocamento da objetiva, de uma foto para a outra?
- b) Da foto aérea para a outra, a objetiva afasta-se ou aproxima-se do filme?

**Resolução:**

a) Na obtenção da foto aérea, o motivo da foto comporta-se como objeto impróprio. Por isso, sua imagem forma-se no plano focal da objetiva. Assim:

$$p'_1 \approx f$$

Logo:

$$p'_1 = 100 \text{ mm}$$

Para a outra foto, tem-se:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{300} + \frac{1}{p'_2}$$

$$p'_2 = 150 \text{ mm}$$

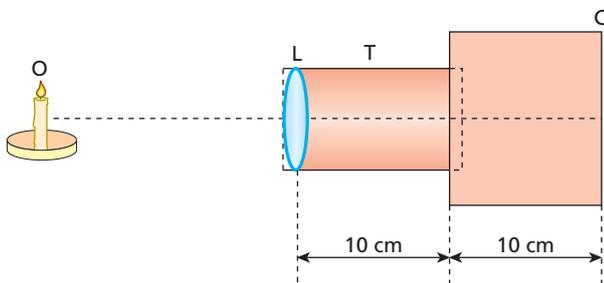
Seja  $d$  o deslocamento pedido. Então, é correto que:

$$d = p'_2 - p'_1 \Rightarrow d = 150 \text{ mm} - 100 \text{ mm}$$

$$d = 50 \text{ mm}$$

- b) Como  $p'_2 > p'_1$ , pode-se concluir que da foto aérea para a outra a objetiva afasta-se do filme.

- 11** Um fotógrafo amador criou um dispositivo capaz de projetar imagens no fundo de uma câmara. Tal dispositivo, esquematizado a seguir, é composto por uma lente esférica convergente (L), de distância focal 12 cm, um tubo móvel (T) e uma câmara escura (C).



Ao se formar uma imagem nítida no fundo da câmara, o objeto luminoso (O) encontra-se a 60 cm da lente.

- a) Calcule quanto foi necessário deslocar o tubo, em relação à posição inicial indicada na figura acima, para focalizar a imagem nítida no fundo da câmara.  
b) Dê as características dessa imagem.

**Resolução:**

- a) Do enunciado, temos:  $f = 12 \text{ cm}$  e  $p = 60 \text{ cm}$   
Utilizando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{60} + \frac{1}{p'}$$

$$p' = 15 \text{ cm}$$

Concluimos, portanto, que a distância da lente à imagem (fundo da câmara) é de 15 cm. Assim, para ajustar a posição da lente, devemos aprofundar o tubo 5 cm.

- b) Utilizando a equação do Aumento Linear Transversal, vem:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

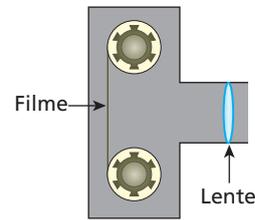
$$A = -\frac{15}{60}$$

$$A = -\frac{1}{4}$$

Assim, podemos afirmar que a imagem é real ( $p' > 0$ ), invertida ( $A < 0$ ) e quatro vezes menor que o objeto.

**Respostas:** a) 5 cm; b) Real, invertida e menor ( $A = -\frac{1}{4}$ )

- 12** (Unesp-SP) Uma câmara fotográfica rudimentar utiliza uma lente convergente de distância focal  $f = 50 \text{ mm}$  para focalizar e projetar a imagem de um objeto sobre o filme. A distância da lente ao filme é  $p' = 52 \text{ mm}$ . A figura mostra o esboço dessa câmara.

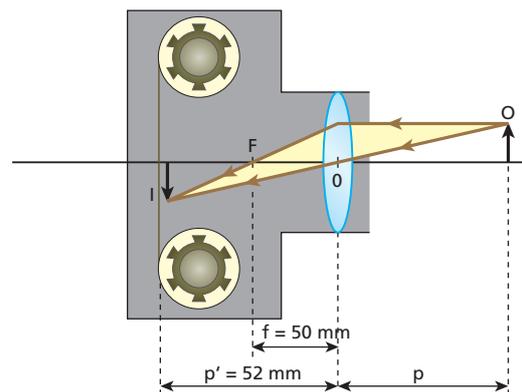


Para se obter uma boa foto, é necessário que a imagem do objeto seja formada exatamente sobre o filme e seu tamanho não deve exceder a área sensível do filme. Assim:

- a) Calcule a posição em que o objeto deve ficar em relação à lente.  
b) Sabendo que a altura máxima da imagem não pode exceder 36,0 mm, determine a altura máxima do objeto para que ele seja fotografado em toda a sua extensão.

**Resolução:**

A formação da imagem sobre o filme está esquematizada (fora de escala) abaixo.



- a) **Equação de Gauss:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{p} + \frac{1}{52} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{50} - \frac{1}{52}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{52 - 50}{50 \cdot 52} \Rightarrow p = \frac{50 \cdot 52}{2} \text{ (mm)}$$

$$p = 1300 \text{ mm} = 1,3 \text{ m}$$

- b)  $\frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p} \Rightarrow \frac{36,0}{y} = -\frac{52}{1300}$

$$y = -900 \text{ mm} \Rightarrow h = 900 \text{ mm} = 90 \text{ cm}$$

**Respostas:** a) 1,3 m; b) 90 cm

- 13** Deve ser projetada em uma tela a imagem de um *slide* que se encontra a 5 cm da lente do projetor. Sabendo que a altura do *slide* vale 3 cm e que a da imagem vale 180 cm, determine:

- a) a distância da tela à lente do projetor;  
b) a vergência da lente do projetor.

**Resolução:**

a)  $\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$   
 $\frac{180}{3} = -\frac{p'}{5}$   
 $p' = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$

b)  $V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$   
 $V = \frac{1}{0,05} = \frac{1}{3}$  (di)  
 $V \approx 20,3 \text{ di}$

**Respostas:** a) 3 m; b)  $\approx 20,3 \text{ di}$

**14** (Mack-SP) Um estudante de Física dispõe de uma lente biconvexa de índice de refração  $n = 1,6$  e faces com raios de curvatura iguais a 10 cm. Com essa lente, ele deseja construir um projetor de diapositivos de forma que a película fique a 10 cm dela. Adote  $n_{\text{ar}} = 1,0$ . A que distância da lente deve ser projetada a imagem da película?

**Resolução:**

**Halley:**

$$\frac{1}{f} = (n_{2,1} - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,6 - 1) \cdot \left( \frac{2}{10} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = 0,12 \text{ cm}^{-1}$$

**Gauss:**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow 0,12 = \frac{1}{10} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = 50 \text{ cm}$$

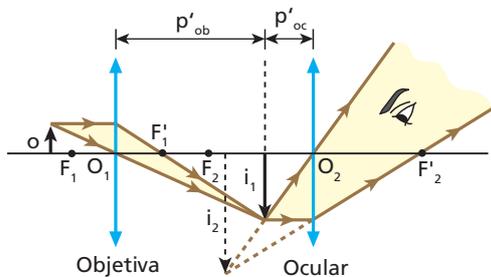
**Resposta:** 50 cm

**15 E.R.** Um microscópio composto é constituído de dois sistemas convergentes de lentes, associados coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 4 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 6 cm. De um objeto distante 5 mm da objetiva o microscópio fornece uma imagem virtual, afastada 78 cm da ocular. Determine:

- a) o aumento produzido pela objetiva;
- b) o aumento produzido pela ocular;
- c) a ampliação produzida pelo microscópio;
- d) a distância da objetiva à ocular.

**Resolução:**

O esquema seguinte representa a situação proposta:



a) Para a objetiva:

$$\frac{1}{f_{\text{ob}}} = \frac{1}{p_{\text{ob}}} + \frac{1}{p'_{\text{ob}}}$$

Com  $f_{\text{ob}} = 4 \text{ mm}$  e  $p_{\text{ob}} = 5 \text{ mm}$ , calculamos  $p'_{\text{ob}}$ :

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{p'_{\text{ob}}} \Rightarrow p'_{\text{ob}} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$$

Logo, o aumento produzido pela objetiva é calculado por:

$$A_{\text{ob}} = -\frac{p'_{\text{ob}}}{p_{\text{ob}}} = -\frac{20 \text{ mm}}{5 \text{ mm}}$$

$$A_{\text{ob}} = -4$$

b) Para a ocular:

$$\frac{1}{f_{\text{oc}}} = \frac{1}{p_{\text{oc}}} + \frac{1}{p'_{\text{oc}}}$$

Com  $f_{\text{oc}} = 6 \text{ cm}$  e  $p'_{\text{oc}} = -78 \text{ cm}$ , calculamos  $p_{\text{oc}}$ :

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{p_{\text{oc}}} - \frac{1}{78} \Rightarrow p_{\text{oc}} \approx 5,6 \text{ cm}$$

Logo, o aumento produzido pela ocular é calculado por:

$$A_{\text{oc}} = -\frac{p'_{\text{oc}}}{p_{\text{oc}}} = -\frac{(-78 \text{ cm})}{5,6 \text{ cm}} \Rightarrow A_{\text{oc}} = 14$$

c) Para o microscópio, a ampliação fica determinada por:

$$|A| = |A_{\text{ob}}| \cdot |A_{\text{oc}}|$$

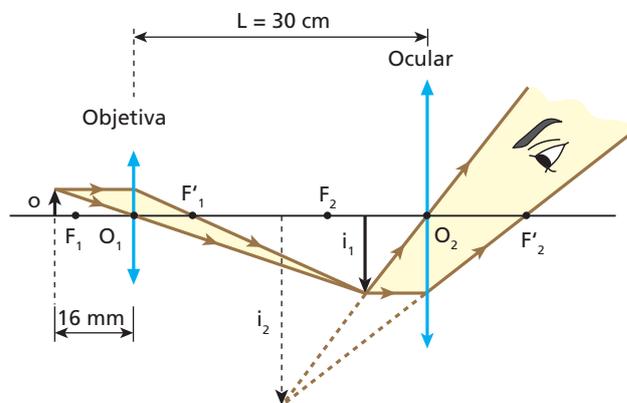
$$|A| = 4 \cdot 14 \Rightarrow |A| = 56$$

d) A distância da objetiva à ocular  $d$  é tal que:

$$d = p'_{\text{ob}} + p_{\text{oc}}$$

$$d = 2 \text{ cm} + 5,6 \text{ cm} \Rightarrow d = 7,6 \text{ cm}$$

**16** A figura a seguir representa esquematicamente um microscópio óptico constituído por dois sistemas convergentes de lentes, dispostos coaxialmente: um é a objetiva, com distância focal de 15 mm, e o outro é a ocular, com distância focal de 9,0 cm.



Sabendo que para o objeto  $o$  o microscópio fornece a imagem final  $i_2$ , calcule o módulo do aumento linear transversal produzido pelo instrumento.

**Resolução:**

O valor absoluto do aumento linear transversal fornecido pelo microscópio é dado por:

$$|A| = |A_{\text{ob}}| \cdot |A_{\text{oc}}|$$

1) Cálculo de  $|A_{\text{ob}}|$ :

$$\frac{1}{f_{\text{ob}}} = \frac{1}{p_{\text{ob}}} + \frac{1}{p'_{\text{ob}}} \Rightarrow \frac{1}{15} = \frac{1}{16} + \frac{1}{p'_{\text{ob}}}$$

$$p'_{\text{ob}} = 240 \text{ mm} = 24 \text{ cm}$$

$$A_{\text{ob}} = -\frac{p'_{\text{ob}}}{p_{\text{ob}}} \Rightarrow A_{\text{ob}} = -\frac{240 \text{ mm}}{16 \text{ mm}}$$

$$|A_{\text{ob}}| = 15$$

2) Cálculo de  $|A_{oc}|$ :

$$p'_{ob} + p_{oc} = L \Rightarrow 24 \text{ cm} + p_{oc} = 30 \text{ cm}$$

$$p_{oc} = 6,0 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{9,0} = \frac{1}{6,0} + \frac{1}{p'_{oc}}$$

$$p'_{oc} = -18 \text{ cm}$$

$$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} = -\frac{(-18 \text{ cm})}{6,0 \text{ cm}} \Rightarrow |A_{oc}| = 3$$

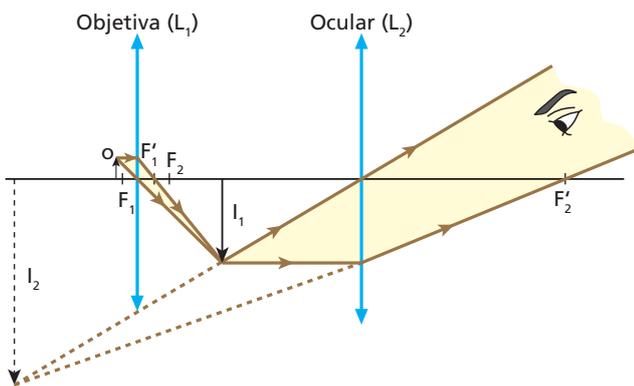
Com  $|A_{ob}|$  e  $|A_{oc}|$  calculados, vem:

$$|A| = 15 \cdot 3 \Rightarrow |A| = 45$$

O microscópio considerado fornece um aumento linear transversal de 45 vezes.

**Resposta:** 45 vezes

**17** A figura a seguir mostra um esquema da formação de imagem em um microscópio óptico composto, constituído por duas lentes convergentes, associadas coaxialmente: uma é a objetiva, com distância de 4 mm, e a outra é a ocular, com distância focal de 6 cm.



Sabendo-se que um pequeno objeto iluminado, colocado a uma distância igual a 5 mm da objetiva, fornece uma imagem final virtual ( $I_2$ ), afastada 72 cm da ocular, pede-se para calcular o módulo do aumento total fornecido pelo instrumento.

**Resolução:**

(I) Em relação à objetiva:

$$A_{ob} = \frac{f_{ob}}{f_{ob} - p_{ob}} \Rightarrow A_{ob} = \frac{4}{4 - 5}$$

Donde:  $A_{ob} = -4$

(II) Em relação à ocular:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{72}$$

$$\frac{1}{p_{oc}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{72} = \frac{12 + 1}{72}$$

Donde:  $p_{oc} = \frac{72}{13} \text{ cm}$

$$A_{oc} = -\frac{p'_{oc}}{p_{oc}} \Rightarrow A_{oc} = -\frac{(-72)}{\frac{72}{13}}$$

Logo:  $A_{oc} = 13$

(III) Em relação ao microscópio:

$$A = \frac{i_2}{o} = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1}$$

Donde:  $A = A_{ob} \cdot A_{oc}$

$$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}| \Rightarrow |A| = 4 \cdot 13$$

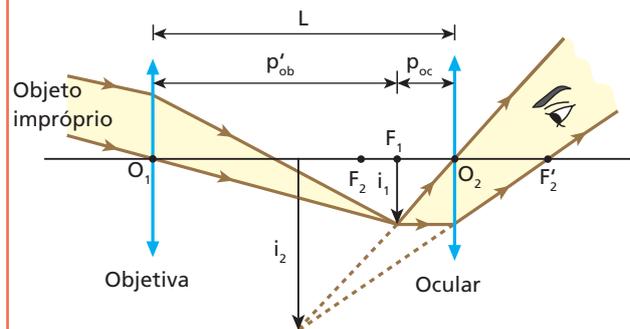
$$|A| = 52$$

**Resposta:** 52 vezes

**18 E.R.** Uma luneta é constituída de uma objetiva e uma ocular, associadas coaxialmente e acopladas a um tubo, cujo interior é fosco. Com o uso do referido instrumento, focaliza-se um corpo celeste e a imagem final visada pelo observador forma-se a 60 cm da ocular. Sabendo que a objetiva e a ocular têm distâncias focais de 80 cm e 20 cm, respectivamente, calcule o comprimento da luneta (distância entre a objetiva e a ocular).

**Resolução:**

O esquema seguinte ilustra a situação proposta:



O comprimento da luneta ( $L$ ) é tal que:

$$L = p'_{ob} + p_{oc}$$

O corpo celeste, estando muito afastado da luneta, comporta-se como objeto impróprio para a objetiva, que conjuga a ele uma imagem em seu plano focal. Assim, podemos escrever que:

$$p'_{ob} \approx f_{ob} = 80 \text{ cm}$$

A imagem produzida pela objetiva faz o papel de objeto real para a ocular, que dá a imagem final virtual visada pelo observador.

Em relação à ocular, tem-se que:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{60}$$

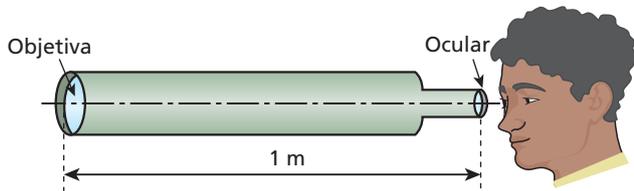
$$\frac{1}{p_{oc}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60} \Rightarrow p_{oc} = 15 \text{ cm}$$

Com  $p'_{ob} \approx 80 \text{ cm}$  e  $p_{oc} = 15 \text{ cm}$ , determinamos o comprimento da luneta:

$$L = p'_{ob} + p_{oc} = 80 \text{ cm} + 15 \text{ cm}$$

$$L = 95 \text{ cm}$$

**19** O esquema abaixo ilustra uma luneta rudimentar, em que tanto a objetiva como a ocular são sistemas refratores convergentes. O instrumento está focalizado para um astro muito afastado e sua objetiva dista 1 m da ocular, cuja abscissa focal vale 4 cm. Sabendo que a imagem final visada pelo observador se situa a 12 cm da ocular, calcule a abscissa focal da objetiva.



**Resolução:**

Em relação à ocular:

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{p_{oc}} - \frac{1}{12}$$

$$p_{oc} = 3 \text{ cm}$$

Em relação à objetiva:

$$L = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow 100 \text{ cm} = p'_{ob} + 3 \text{ cm}$$

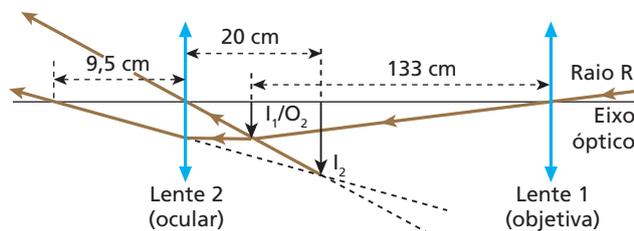
$$p'_{ob} = 97 \text{ cm}$$

O objeto visado é, para a objetiva, **impróprio**. Por isso:

$$f_{ob} \approx p'_{ob} = 97 \text{ cm}$$

**Resposta:** 97 cm

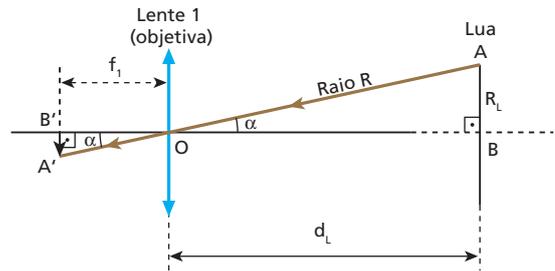
**20** (Unicamp-SP) Um dos telescópios usados por Galileu por volta do ano de 1610 era composto por duas lentes convergentes, uma objetiva (lente 1) e uma ocular (lente 2), de distâncias focais a 133 cm e 9,5 cm, respectivamente. Na observação de objetos celestes, a imagem ( $I_1$ ) formada pela objetiva situa-se praticamente no seu plano focal. Na figura (fora de escala), o raio  $R$  é proveniente da borda do disco lunar e o eixo óptico passa pelo centro da Lua.



- a) A Lua tem 1 750 km de raio e fica a aproximadamente 384 000 km da Terra. Qual é o raio da imagem da Lua ( $I_1$ ) formada pela objetiva do telescópio de Galileu?
- b) Uma segunda imagem ( $I_2$ ) é produzida pela ocular a partir daquela formada pela objetiva (a imagem da objetiva ( $I_1$ ) torna-se objeto ( $O_2$ ) para a ocular). Essa segunda imagem é virtual e situa-se a 20 cm da lente ocular. A que distância a ocular deve ficar da objetiva do telescópio para que isso ocorra?

**Resolução:**

a)

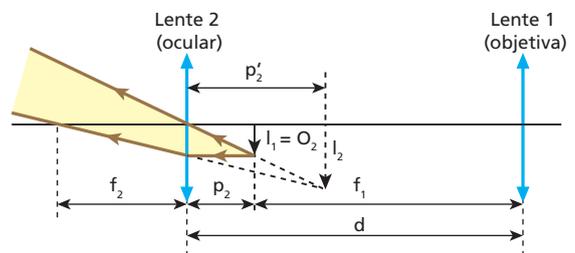


Da semelhança entre os triângulos ABO e A'B'O, vem:

$$\frac{R_{I_1}}{f_1} = \frac{R_L}{d_L} \Rightarrow \frac{R_{I_1}}{133} = \frac{1750}{384000}$$

$$R_{I_1} \approx 0,61 \text{ cm}$$

b)



1) Aplicando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$$

$$\frac{1}{9,5} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{(-20)}$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{9,5} + \frac{1}{p_2}$$

$$\frac{1}{p_2} = \frac{29,5}{190}$$

$$p_2 \approx 6,4 \text{ cm}$$

2) A distância entre as lentes é dada por:

$$d = p_2 = f_1$$

$$d = 6,4 + 133 \text{ (cm)}$$

$$d \approx 139,4 \text{ cm}$$

**Respostas:** a)  $R_{I_1} \approx 0,61 \text{ cm}$ ; b)  $d \approx 139,4 \text{ cm}$

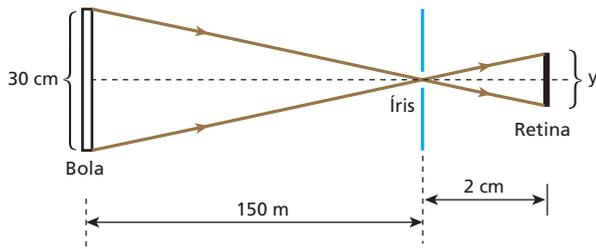
**21** (Uerj) Uma partida de futebol, jogada com uma bola de 30 cm de diâmetro, é observada por um torcedor. A distância da íris à retina desse torcedor é aproximadamente igual a 2 cm. O tamanho da imagem da bola, em micrômetros, que se forma na retina do torcedor, quando a bola está a 150 m de distância, vale, aproximadamente:

**Nota:** 1 micrômetro =  $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$

- a) 1.
- b) 40.
- c) 300.
- d) 800.
- e) 900.

**Resolução:**

Na figura abaixo, está esquematizada, fora de escala, a formação da imagem na retina do olho do torcedor.



Semelhança de triângulos:

$$\frac{30}{150 \cdot 10^2} = \frac{y}{2}$$

$$y = \frac{60}{15 \cdot 10^3} \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 \mu\text{m}$$

$$y = 40 \mu\text{m}$$

**Resposta:** b

**22** Um observador visa fixamente um objeto, que se aproxima do seu globo ocular com velocidade constante. Durante a aproximação do objeto, é **correto** afirmar que a distância focal do cristalino do olho do observador:

- a) aumenta.
- b) diminui.
- c) permanece constante.
- d) aumenta, para depois diminuir.
- e) diminui, para depois aumentar.

**Resolução:**

Utilizando-se a Equação de Gauss:

**Objeto distante:**  $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'}$

**Objeto próximo:**  $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'}$

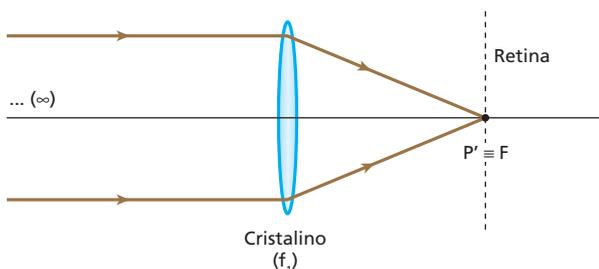
Sendo  $p'$  constante ("profundidade" do globo ocular), tem-se:

$$p_2 < p_1 \Rightarrow \frac{1}{p_2} > \frac{1}{p_1}$$

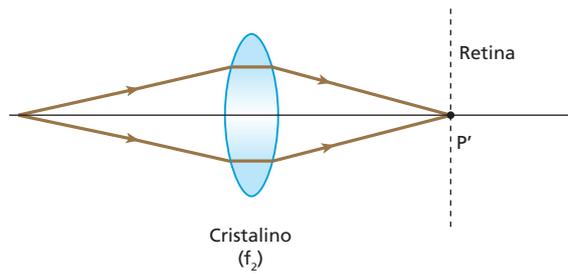
Logo:  $\frac{1}{f_2} > \frac{1}{f_1}$

Donde:  $f_2 < f_1$

(I) Olho acomodado para um objeto distante:



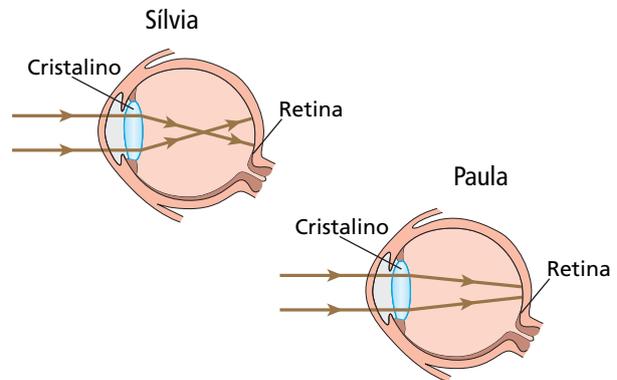
(II) Olho acomodado para um objeto próximo:



$$f_2 < f_1$$

**Resposta:** b

**23** (UFMG) Após examinar os olhos de Sílvia e de Paula, o oftalmologista apresenta suas conclusões a respeito da formação de imagens nos olhos de cada uma delas, na forma de diagramas esquemáticos, como mostrado nestas figuras:



Com base nas informações contidas nessas figuras, é correto afirmar que:

- a) apenas Sílvia precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes divergentes.
- b) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes convergentes e Paula, lentes divergentes.
- c) apenas Paula precisa corrigir a visão e, para isso, deve usar lentes convergentes.
- d) ambas precisam corrigir a visão e, para isso, Sílvia deve usar lentes divergentes e Paula, lentes convergentes.

**Resolução:**

Sílvia é míope e a correção da miopia se faz com lentes *divergentes*.

Paula é hipermetrope e a correção da hipermetropia se faz com lentes *convergentes*.

**Resposta:** d

**24** (Acafe-SC) O uso de óculos para corrigir defeitos da visão começou no final do século XIII e, como não se conheciam técnicas para o polimento do vidro, as lentes eram rústicas e forneciam imagens deformadas. No período da Renascença, as técnicas foram aperfeiçoadas e surgiu a profissão de fabricante de óculos. Para cada olho defeituoso, existe um tipo conveniente de lente que, associado a ele, corrige a anomalia. Considere a receita abaixo, fornecida por um médico oftalmologista a uma pessoa com dificuldades para enxergar nitidamente objetos afastados.

		Lentes esféricas	Lentes cilíndricas	Eixo	DP
Longe	OD	-2,0 di	—	105°	63 mm
	OE	-2,5 di	—	105°	63 mm
Perto	OD	—	—	—	—
	OE	—	—	—	—

DP – Distância entre os eixos dos olhos

OD – Olho direito

OE – Olho esquerdo

Em relação ao exposto, é **incorreta** a alternativa:

- a) A pessoa apresenta miopia.
- b) A distância focal da lente direita tem módulo igual a 50 cm.
- c) As lentes são divergentes.
- d) Essas lentes podem funcionar como lentes de aumento.
- e) As imagens fornecidas por essas lentes serão virtuais.

**Resolução:**

a) CORRETA.  
Lentes com vergência negativa são indicadas para a correção da miopia.

b) CORRETA.

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f_{od} = \frac{1}{(-2,0)} \text{ (m)} = -\frac{100}{2,0} \text{ (cm)}$$

$$f_{od} = -50 \text{ cm} \Rightarrow |f_{od}| = 50 \text{ cm}$$

c) CORRETA.  
Lentes “negativas”  $\Rightarrow$  Divergentes

d) INCORRETA.  
Para objetos reais, as imagens produzidas por lentes divergentes são sempre reduzidas (menores).

e) CORRETA.  
As lentes divergentes utilizadas na correção da miopia fornecem imagens virtuais.

**Resposta:** d

**25** Para o olho emetropo (ou normal), o ponto remoto é impróprio (localizado no “infinito”), enquanto o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho. Admitindo que a distância do cristalino à retina seja de 15 mm, determine:

- a) as distâncias focais do cristalino quando acomodado para o ponto remoto e para o ponto próximo;
- b) a variação da convergência do cristalino quando um objeto é deslocado do ponto remoto para o ponto próximo.

**Resolução:**

a) Com o olho acomodado para o ponto remoto, têm-se os seguintes dados:

$$p_f \rightarrow \infty \quad p'_1 = 15 \text{ mm} = 1,5 \text{ cm}$$

Calculemos  $f_1$ , que é a distância focal do cristalino para o caso:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{1,5} \Rightarrow f_1 = 15 \text{ mm}$$

tende a zero

Com o olho acomodado para o ponto próximo, têm-se os seguintes dados:  $p_2 = 25 \text{ cm}$  e  $p'_2 = 1,5 \text{ cm}$ . Calculemos  $f_2$ , que é a distância focal do cristalino para o caso:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{25} + \frac{1}{1,5} \Rightarrow f_2 \approx 14 \text{ mm}$$

b) A convergência do cristalino para o ponto remoto é  $V_1$ , tal que:

$$V_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

A convergência do cristalino para o ponto próximo é  $V_2$ , tal que:

$$V_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2} \text{ m}} + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

Do ponto remoto para o próximo, a variação da convergência do cristalino é  $\Delta V$ , que pode ser dada por:

$$\Delta V = V_2 - V_1$$

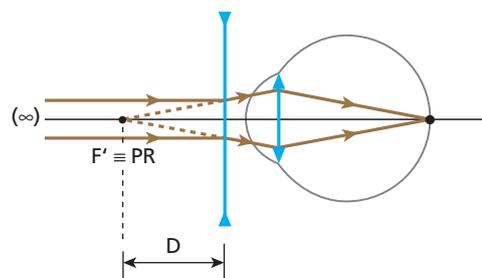
$$\Delta V = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2} \text{ m}} + \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} - \frac{1}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

Da qual:  $\Delta V = 4,0 \text{ m}^{-1} = 4,0 \text{ di}$

**Respostas:** a) 15 mm,  $\approx$  14 mm; b) 4,0 di

**26 E.R.** Considere um olho míope. Se seu ponto remoto está a 50 cm de distância, qual o tipo da lente corretiva a ser utilizada (convergente ou divergente) e qual sua vergência? (Considere desprezível a distância entre a lente e o olho.)

**Resolução:**



Para um objeto impróprio, a lente corretiva deve fornecer uma imagem virtual situada no ponto remoto do olho míope. Essa imagem funciona como objeto real para o olho.

A lente corretiva deve ser divergente e o módulo da sua vergência deve igualar-se ao inverso da distância máxima de visão distinta do olho míope:

$$|V| = \frac{1}{D}$$

$$|V| = \frac{1}{50 \text{ cm}} = \frac{1}{0,50 \text{ m}} \Rightarrow |V| = 2,0 \text{ di}$$

Portanto:

A lente corretiva deve ser divergente e sua vergência deve valer -2,0 di.

**27** (UFPR – mod.) No livro *O senhor das moscas*, de William Golding, um grupo de crianças está perdido em uma ilha. Segundo a narração, elas conseguiram fazer fogo usando as lentes dos óculos do personagem Porquinho, que tinha forte miopia.

- A técnica utilizada pelas crianças pode ser empregada na vida real?
- Supondo que Porquinho utilizasse lentes com vergência de módulo igual a 5,0 di, qual a distância máxima de visão distinta sem o auxílio de suas lentes?
- Nas condições do item anterior, determine a abscissa focal e o tipo de lente que deve ser justaposta à lente utilizada por Porquinho para que seja possível atear fogo em um fino graveto colocado perpendicularmente ao eixo principal da associação e a 60 cm dela.

**Resolução:**

a) Não, pois as lentes corretivas de **Porquinho** são divergentes e, para “concentrar” os raios solares, são necessárias lentes convergentes.

b)  $D = \frac{1}{|V|} \Rightarrow D = \frac{1}{5,0}$  (m)

$D = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}$

c)  $V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{1}{f} = V_1 + \frac{1}{f_2}$   
 $\frac{1}{0,60} = -5,0 + \frac{1}{f_2}$

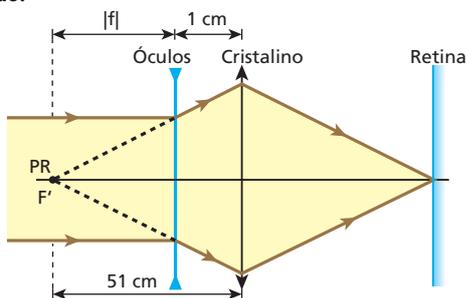
$f_2 = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$  ( $f_2 > 0 \Rightarrow$  lente convergente)

**Respostas:** a) Não, pois as lentes corretivas de Porquinho são divergentes e, para “concentrar” os raios solares, são necessárias lentes convergentes; b) 20 cm; c) 15 cm, convergente

**28** (Unitau-SP) O ponto remoto de um míope situa-se a 51 cm de seus olhos. Supondo que seja de 1,0 cm a distância entre seus olhos e as lentes dos óculos, podemos afirmar que, para a correção do defeito visual, podemos usar uma lente de vergência:

- 3,0 di.
- 3,0 di.
- 2,0 di.
- 2,0 di.
- 4,0 di.

**Resolução:**



$|f| + 1 = 51$

$|f| = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$

$f = -0,50 \text{ m}$

$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{(-0,50)}$  di

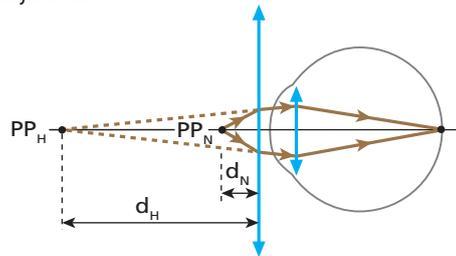
$V = -2,0 \text{ di}$

**Resposta:** c

**29 E.R.** Num olho hipermetrope, o ponto próximo situa-se a 50 cm de distância. Sabendo que no olho emetropo a distância mínima de visão distinta vale 25 cm, determine a vergência da lente corretiva para a hipermetropia considerada (despreze a distância da lente corretiva ao olho).

**Resolução:**

Para um objeto situado no ponto próximo emetropo (normal), a lente corretiva deve produzir uma imagem virtual, posicionada no ponto próximo hipermetrope. Essa imagem desempenha para o olho o papel de objeto real:



A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência é calculada conforme segue:

$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

Temos  $|p| = d_N = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$   
 $|p'| = d_H = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$ .

Lembrando que a imagem é virtual ( $p' < 0$ ), temos:

$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,50} \Rightarrow V = +2,0 \text{ di}$

Portanto:

A lente corretiva deve ser convergente e sua vergência deve valer +2,0 di.

**30** (UFC-CE) Foi convenionado que indivíduos com “visão normal” têm distância máxima de visão distinta infinitamente grande ( $D \rightarrow \infty$ ) e distância mínima de visão distinta igual a 25 cm. Considere uma pessoa que, sem usar lentes de correção, só consegue ver nitidamente objetos colocados em distâncias além de 40 cm de seus olhos. Para que a visão seja “normal”, qual deve ser a dioptria das lentes corretivas?

**Resolução:**

A pessoa é hipermetrope.

$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$

$V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H}$

$V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,40}$  (di)

Da qual:  $V = +1,5 \text{ di}$

**Resposta:** +1,5 di

**31** Um homem, ao consultar seu oculista, recebe a recomendação para usar lentes corretivas com vergência de +3,0 di. Sabe-se que na visão normal o ponto próximo situa-se a 25 cm do olho.

- O homem é míope ou hipermetrope?
- A que distância mínima dos olhos do homem deverá colocar um jornal, para que possa ler sem óculos?

**Resolução:**

a) O homem é **hipermetrope**, pois a vergência de suas lentes corretivas é positiva (+3,0 di).

$$b) V = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

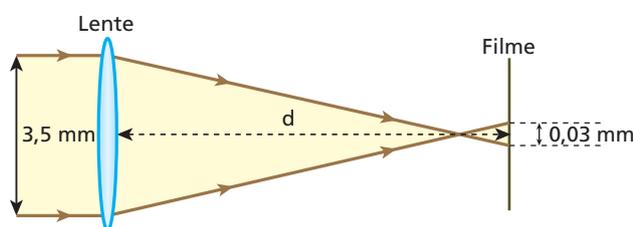
Como  $V = +3,0$  di e  $p = d_N = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$ , calculemos  $p'$ :

$$+3,0 = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = -1,0 \text{ m}$$

$$d_H = |p'| = 1,0 \text{ m}$$

**Respostas:** a) Hipermetrope; b) 1,0 m

**32** (Unicamp-SP) Em uma máquina fotográfica de foco fixo, a imagem de um ponto no infinito é formada **antes** do filme, conforme ilustra o esquema.

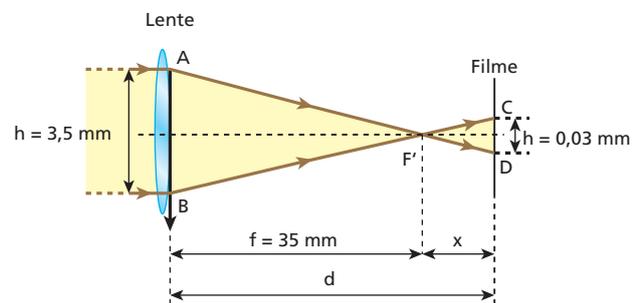


No filme, esse ponto está ligeiramente desfocado e sua imagem tem 0,03 mm de diâmetro. Mesmo assim, as cópias ampliadas ainda são nítidas para o olho humano. A abertura para a entrada de luz é de 3,5 mm de diâmetro e a distância focal da lente é de 35 mm.

- Calcule a distância  $d$  do filme à lente.
- A que distância da lente um objeto precisa estar para que sua imagem fique exatamente focalizada no filme?

**Resolução:**

a) 1) Como o objeto se encontra no infinito, os raios de luz dele provenientes incidem paralelamente ao eixo principal da lente (convergente) e conseqüentemente emergem desta em uma direção que passa pelo foco imagem principal ( $F'$ ). Esquemáticamente, temos:



2) Da semelhança entre os triângulos  $AF'B$  e  $DF'C$ , vem:

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{x}$$

$$\frac{3,5}{0,03} = \frac{35}{x}$$

$$x = 0,3 \text{ mm}$$

3) Da figura, temos:

$$d = f + x$$

$$d = 35 + 0,3 \text{ (mm)}$$

$$d = 35,3 \text{ mm}$$

b) Utilizando a Equação de Gauss, vem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{35} = \frac{1}{p} + \frac{1}{35,3}$$

$$\text{Da qual: } p \approx 4\,118 \text{ mm}$$

**Respostas:** a) 35,3 mm; b)  $\approx 4\,118$  mm

**33** Um projetor rudimentar fornece, para um *slide* quadrado de 5,0 cm de lado, uma imagem também quadrada, porém com 50 cm de lado. Sabendo que a objetiva do projetor é constituída pela justaposição de duas lentes com vergências de  $-1,0$  di e  $+6,0$  di, calcule:

- a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva;
- a distância da tela ao centro óptico da objetiva.

**Resolução:**

a) A ampliação linear transversal fornecida pelo sistema é negativa (imagem invertida) e calculada por:

$$A = \frac{i}{o} \Rightarrow A = -\frac{50 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow A = -10$$

A vergência da objetiva é dada conforme segue:

$$V = V_1 + V_2 = -1 \text{ di} + 6 \text{ di}$$

$$V = +5 \text{ di (sistema convergente)}$$

A distância focal da objetiva é dada por:

$$f = \frac{1}{V} \Rightarrow f = \frac{1}{5 \text{ di}} = 0,20 \text{ m}$$

$$f = 20 \text{ cm}$$

$$\text{É sabido que: } A = -\frac{f}{f-p}$$

Com  $A = -10$  e  $f = 20 \text{ cm}$ , calculemos  $p$ , que é a distância do *slide* ao centro óptico da objetiva:

$$-10 = \frac{20}{20-p} \Rightarrow p = 22 \text{ cm}$$

$$b) A = -\frac{p'}{p}$$

Com  $A = -10$  e  $p = 22 \text{ cm}$ , calculemos  $p'$ , que é a distância da tela ao centro óptico da objetiva:

$$-10 = -\frac{p'}{22 \text{ cm}} \Rightarrow p' = 220 \text{ cm} = 2,2 \text{ m}$$

**Respostas:** a) 22 cm; b) 2,2 m

**34** (Vunesp-SP) Dispondo-se de duas lentes convergentes de distâncias focais iguais a 1,00 cm, colocadas a uma distância  $d$  uma da outra e com seus eixos principais coincidentes, pretende-se obter uma imagem virtual 100 vezes ampliada de um pequeno objeto colocado a 2,00 cm da primeira lente. Qual deve ser a distância entre as lentes?

**Resolução:**

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{1,00} = \frac{1}{2,00} + \frac{1}{p'_{ob}}$$

$$p'_{ob} = 2,00 \text{ cm}$$

$$d = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow p_{oc} = d - 2,00 \quad (I)$$

$$|A| = |A_{ob}| \cdot |A_{oc}| \Rightarrow |A| = \frac{|p'_{ob}|}{|p_{ob}|} \cdot \frac{|p'_{oc}|}{|p_{oc}|}$$

$$100 = \frac{2,00}{2,00} \cdot \frac{|p'_{oc}|}{|p_{oc}|} \quad (II)$$

Substituindo-se (I) em (II):

$$100 = \frac{|p'_{oc}|}{d - 2,00} \Rightarrow p'_{oc} = -100 \cdot (d - 2,00) \quad (III)$$

**Nota:**  $p'_{oc} < 0$ , pois a imagem é virtual.

$$\frac{1}{f_{oc}} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \Rightarrow \frac{1}{1,00} = \frac{1}{p_{oc}} + \frac{1}{p'_{oc}} \quad (IV)$$

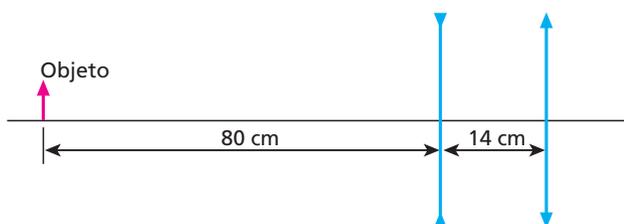
Substituindo-se (I) e (III) em (IV):

$$\frac{1}{1,00} = \frac{1}{d - 2,00} - \frac{1}{100(d - 2,00)}$$

Da qual:  $d = 2,99 \text{ cm}$

**Resposta:** 2,99 cm

**35** (ITA-SP) A figura mostra um instrumento óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal  $f_1 = -20 \text{ cm}$ , distante 14 cm de uma lente convergente, com distância focal  $f_2 = 20 \text{ cm}$ . Se um objeto linear é posicionado a 80 cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema:



- é real e o fator de ampliação linear do instrumento é  $-0,4$ .
- é virtual, menor e direita em relação ao objeto.
- é real, maior e invertida em relação ao objeto.
- é real e o fator de ampliação linear do instrumento é  $-0,2$ .
- é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

**Resolução:**

Seja  $L_1$  a lente divergente e  $L_2$  a lente convergente.

Em relação a  $L_1$ , temos:

$$\text{Equação de Gauss: } \frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1}$$

$$-\frac{1}{20} = \frac{1}{80} + \frac{1}{p'_1} \Rightarrow p'_1 = -16 \text{ cm}$$

A imagem produzida por  $L_1$  é virtual e está situada 16 cm à esquerda dessa lente. O aumento linear provocado por  $L_1$  fica determinado por:

$$A_1 = -\frac{p'_1}{p_1} \Rightarrow A_1 = -\frac{(-16)}{80} \Rightarrow A_1 = \frac{1}{5}$$

A imagem produzida por  $L_1$  é direita e menor que o objeto e funciona como objeto real para  $L_2$ .

Em relação a  $L_2$ , temos:

$$\text{Equação de Gauss: } \frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2}$$

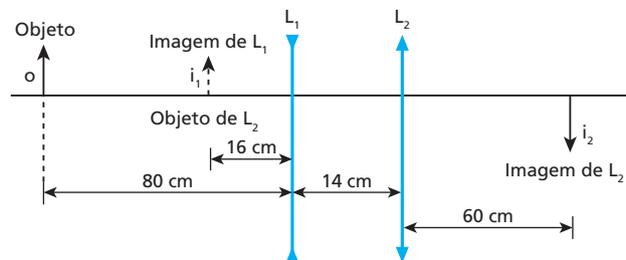
$$\frac{1}{20} = \frac{1}{16 + 14} + \frac{1}{p'_2} \Rightarrow p'_2 = 60 \text{ cm}$$

A imagem produzida por  $L_2$  é real e está situada a 60 cm à direita dessa lente. O aumento linear provocado por  $L_2$  fica determinado por:

$$A_2 = -\frac{p'_2}{p_2} \Rightarrow A_2 = -\frac{60}{30} \Rightarrow A_2 = -2$$

A imagem produzida por  $L_2$  é invertida e maior que o objeto que lhe deu origem.

O esquema abaixo ilustra a situação proposta:



O aumento linear transversal produzido pelo sistema é dado por:

$$A_{sist} = \frac{i_2}{o} = \frac{i_1}{o} \cdot \frac{i_2}{i_1}$$

$$A_{sist} = A_1 \cdot A_2 \Rightarrow A_{sist} = \frac{1}{5} \cdot (-2)$$

$$A_{sist} = -0,4$$

**Resposta:** a

**36** (UFC-CE) "O maior telescópio do mundo, o VLT (sigla em inglês para 'telescópio muito grande'), instalado em Cerro Paranal (Chile), começou a funcionar parcialmente na madrugada de ontem [...] Segundo o astrônomo João Steiner, quanto maior o espelho do telescópio, mais luz vinda do espaço ele coleta, numa proporção direta. O espelho do VLT tem um diâmetro de 16 m. O maior espelho em operação atualmente, instalado no telescópio Cech, no Havaí (EUA), tem diâmetro de 10 m." (*Folha de S.Paulo*, 27/5/1998.)

Supondo que a única diferença entre o VLT e o Ceck seja o diâmetro dos seus espelhos, podemos afirmar que a quantidade de luz coletada pelo VLT, no intervalo de 1 h, é, aproximadamente:

- a) igual a 0,25 vezes a quantidade de luz coletada pelo Ceck, nesse mesmo intervalo.
- b) igual à quantidade de luz coletada pelo Ceck, nesse mesmo intervalo.
- c) igual a 1,60 vezes a quantidade de luz coletada pelo Ceck, nesse mesmo intervalo.
- d) igual a 2,56 vezes a quantidade de luz coletada pelo Ceck, nesse mesmo intervalo.
- e) igual a 3,20 vezes a quantidade de luz coletada pelo Ceck, nesse mesmo intervalo.

**Resolução:**

Seja  $I$  a quantidade de luz coletada pelo espelho do telescópio durante 1 h. Conforme o enunciado,  $I$  é proporcional à área  $A$  do espelho.

$$I = KA \Rightarrow I = \frac{K\pi D^2}{4}$$

Assim:

$$\frac{I_{VLT}}{I_{Ceck}} = \frac{\frac{K\pi D_{VLT}^2}{4}}{\frac{K\pi D_{Ceck}^2}{4}} = \left(\frac{D_{VLT}}{D_{Ceck}}\right)^2$$

$$\frac{I_{VLT}}{I_{Ceck}} = \left(\frac{16}{10}\right)^2 \Rightarrow I_{VLT} = 2,56 I_{Ceck}$$

**Resposta: d**

**37** (PUC-SP) Uma luneta foi construída com duas lentes convergentes de distâncias focais respectivamente iguais a 100 cm e 10 cm. Uma pessoa de vista normal regula a luneta para observar a Lua e depois focaliza um objeto situado a 20 metros de distância. Para tanto, deve deslocar a ocular em aproximadamente:

- a) 10 cm, aproximando-a da objetiva.
- b) 10 cm, afastando-a da objetiva.
- c) 5 cm, aproximando-a da objetiva.
- d) 5 cm, afastando-a da objetiva.
- e) 1 cm, afastando-a da objetiva.

**Resolução:**

Em relação à observação da Lua, temos:

$$L_1 = f_{ob} + p_{oc} \Rightarrow L_1 = 100 + p_{oc} \quad (I)$$

Em relação à observação do objeto distante 20 m da objetiva, temos:

$$\frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{p_{ob}} + \frac{1}{p'_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{100} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{p'_{ob}}$$

Da qual:  $p'_{ob} \approx 105$  cm

$$L_2 = p'_{ob} + p_{oc} \Rightarrow L_2 = 105 + p_{oc} \quad (II)$$

Comparando (I) e (II), podemos concluir que, do primeiro para o segundo caso, o comprimento da luneta aumenta 5 cm, o que pode ser feito afastando-se a ocular da objetiva.

Observe que  $p_{oc}$  foi considerado o mesmo nos dois casos, pois a ocular (lupa) deve fornecer uma imagem final no ponto próximo do olho do observador, suposto em contato com a citada lente. Com isso, nas duas situações, o observador percebe máxima ampliação.

**Resposta: d**

**38** (Ufla-MG) O funcionamento de uma máquina fotográfica é semelhante ao olho humano. Quando o olho humano está fixado em um objeto distante, o músculo ciliar relaxa e o sistema córnea-cristalino atinge sua máxima distância focal, que corresponde à distância da córnea à retina. Quando o objeto está próximo ao olho humano, o músculo ciliar se contrai e aumenta a curvatura do cristalino, diminuindo, assim, a distância focal até que o objeto seja focalizado corretamente na retina, sendo esse processo chamado de acomodação. Considerando a máxima distância focal igual a 2,5 cm, pode-se afirmar que a variação da distância focal  $\Delta f$  do sistema córnea-cristalino do olho para manter em foco um objeto que é deslocado do infinito até um ponto próximo padrão de 25 cm é:

- a)  $+\frac{2,5}{11}$  cm.
- b) 2,27 cm.
- c)  $-\frac{2,5}{11}$  cm.
- d) -2,27 cm.
- e) 0.

**Resolução:**

(I) A distância focal  $f_R$  (máxima), com o olho acomodado para um objeto situado no ponto remoto ( $p_R \rightarrow \infty$ ), é a própria distância do cristalino à retina.

$$f_R = 2,5 \text{ cm}$$

(II) A distância focal  $f_p$  (mínima), com o olho acomodado para um objeto situado no ponto próximo ( $p_p = 25$  cm), fica determinada pela Equação de Gauss:

$$\frac{1}{f_p} = \frac{1}{p_p} + \frac{1}{p'_p} \Rightarrow \frac{1}{f_p} = \frac{1}{25} + \frac{1}{2,5}$$

$$\frac{1}{f_p} = \frac{1+10}{25} \Rightarrow f_p = \frac{25}{11} \text{ cm}$$

(III) A variação de distância focal  $\Delta f$  do sistema córnea-cristalino, quando o objeto é deslocado do infinito até o ponto próximo, fica dada por:

$$\Delta f = f_p - f_R$$

$$\Delta f = \frac{25}{11} - 2,5 \text{ (cm)} \Rightarrow \Delta f = \frac{25 - 27,5}{11} \text{ (cm)}$$

Donde:  $\Delta f = -\frac{2,5}{11} \text{ cm}$

**Resposta: c**

**39** Considere as duas pessoas representadas a seguir. Devido às suas lentes corretivas, a da figura 1 aparenta ter os olhos muito pequenos em relação ao tamanho do seu rosto, ocorrendo o oposto com a pessoa da figura 2:



Figura 1

Figura 2

É correto concluir que:

- a pessoa da figura 1 é míope e usa lentes convergentes.
- a pessoa da figura 1 é hipermetrope e usa lentes divergentes.
- a pessoa da figura 2 é míope e usa lentes divergentes.
- a pessoa da figura 2 é hipermetrope e usa lentes convergentes.
- as duas pessoas têm o mesmo defeito visual.

**Resposta: d**

**40** (Vunesp-Fameca-SP) Sabe-se que o olho humano tem uma amplitude de acomodação visual que nos permite enxergar, normalmente, entre o ponto próximo (cerca de 25 cm) até o ponto remoto (infinito). No entanto, por vários fatores, ocorrem algumas anomalias visuais em uma parcela significativa da população. Acerca dessas anomalias, pode-se afirmar que, para corrigir o ponto:

- remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente convergente de 2,0 di de vergência.
- remoto a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de -2,0 di de vergência.
- remoto a 50 cm de um olho míope, é preciso usar lente divergente de -2,0 di de vergência.
- próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente divergente de -2,0 di de vergência.
- próximo a 50 cm de um olho hipermetrope, é preciso usar lente convergente de 1,0 di de vergência.

**Resolução:**

(I) Correção da miopia: lente divergente com o ponto remoto a 50 cm do olho.

$$V = -\frac{1}{D} \Rightarrow V = -\frac{1}{0,50} \text{ (di)}$$

$$V = -2,0 \text{ di}$$

(II) Correção de hipermetropia: lente convergente com o ponto próximo a 50 cm do olho.

$$V = \frac{1}{d_N} - \frac{1}{d_H} \Rightarrow V = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,50} \text{ (di)}$$

$$V = 4,0 - 2,0 \text{ (di)} \Rightarrow V = 2,0 \text{ di}$$

**Resposta: c**

**41** (Unifesp-SP) As figuras mostram o Nicodemus, símbolo da Associação Atlética dos estudantes da Unifesp, ligeiramente modificado: foram acrescentados olhos na 1ª figura e óculos transparentes na 2ª.



Figura 1



Figura 2

- Supondo que ele esteja usando os óculos devido a um defeito de visão, compare as duas figuras e responda: Qual pode ser esse provável defeito? As lentes dos óculos são convergentes ou divergentes?
- Considerando que a imagem do olho do Nicodemus com os óculos seja 25% maior que o tamanho real do olho e que a distância do olho à lente dos óculos seja de 2 cm, determine a vergência das lentes usadas pelo Nicodemus, em dioptrias.

**Resolução:**

- De acordo com a figura, a imagem do olho é maior que o seu tamanho real, isto é, a imagem é ampliada e por isso a lente usada só pode ser convergente, pois as lentes divergentes, para um objeto real, fornecem imagens sempre virtuais, diretas e reduzidas.

O provável defeito de visão que é corrigido com lentes convergentes é a hipermetropia.

O defeito de visão chamado de presbiopia pode ser também corrigido com lentes convergentes.

- $A = 1,25$  e  $p = 2$  cm

Usando a Equação do Aumento Linear:

$$A = \frac{f}{f-p} \Rightarrow 1,25 = \frac{f}{f-2}$$

$$1,25f - 2,5 = f$$

$$0,25f = 2,5 \Rightarrow f = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

A vergência  $V$  é dada por:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,1} \text{ di} \Rightarrow V = 10 \text{ di}$$

**Respostas: a) Hipermetropia, convergente; b) 10 di**

**42** Uma lupa com 5,0 cm de distância focal é utilizada por um estudante para observar um inseto de 2,0 mm de comprimento, situado sobre uma superfície iluminada. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta do estudante vale 25 cm e que o inseto é colocado a 4,0 cm da lupa.

- A que distância da lupa o estudante deverá posicionar seu globo ocular para perceber a imagem do inseto com tamanho máximo?
- Qual o aumento linear transversal produzido pela lupa e qual o comprimento da imagem do inseto?

**Resolução:**

$$a) \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{5,0} = \frac{1}{4,0} + \frac{1}{p'}$$

$$p' = -20 \text{ cm}$$

A imagem será observada com tamanho máximo se o estudante a contemplar sob o maior ângulo visual possível. Para que isso ocorra:

$$|p'| + d = 25 \text{ cm} \Rightarrow 20 + d = 25$$

$$d = 5,0 \text{ cm}$$

$$b) A = -\frac{p'}{p} = -\frac{(-20)}{4,0} \Rightarrow A = 5,0$$

$$|A| = \frac{|i|}{o} \Rightarrow 5,0 = \frac{|i|}{2,0} \Rightarrow |i| = 10 \text{ mm}$$

**Respostas: a) 5,0 cm; b) 5 vezes, 10 mm**

**43** Um homem idoso que “sofre da vista” (presbiopia) tem os pontos próximo e remoto distantes de seus olhos 1,0 m e 2,0 m respectivamente. Sabe-se que a distância mínima de visão distinta normal é de 25 cm e que o homem possui dois óculos: **A** (para ver de longe) e **B** (para ver de perto).

- a) Qual a vergência das lentes dos óculos **A**?
- b) Qual a vergência das lentes dos óculos **B**?

**Resolução:**

a)  $|f| = D \Rightarrow |f| = 2,0 \text{ m}$

$$|V| = \frac{1}{|f|} = \frac{1}{2,0} \Rightarrow |V| = 0,50 \text{ di}$$

$$V = -0,50 \text{ di}$$

As lentes dos óculos **A** são divergentes.

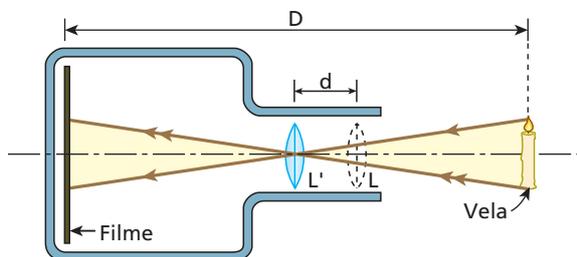
b)  $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_N} + \frac{1}{d_H} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{1,0}$

$$V = \frac{1}{f} = +3,0 \text{ di}$$

As lentes dos óculos **B** são convergentes.

**Respostas:** a)  $-0,50 \text{ di}$ ; b)  $+3,0 \text{ di}$

**44** Considere a situação esquematizada a seguir, em que uma pequena vela tem sua imagem nitidamente projetada no filme de uma câmera fotográfica para as duas posições **L** e **L'** da lente objetiva do equipamento:



Se **D** é a distância entre a vela e o filme, **d** a distância entre as posições **L** e **L'** e admitindo válidas as condições de Gauss, determine a distância focal **f** da lente.

**Resolução:**

**Lente na posição L:**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p}$  (I)

**Lente na posição L':**  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p+d} + \frac{1}{D-(p+d)}$  (II)

Comparando (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{p+d} + \frac{1}{D-(p+d)} = \frac{1}{p} + \frac{1}{D-p}$$

$$\frac{D-(p+d) + (p+d)}{(p+d)D-(p+d)^2} = \frac{D-p+p}{p(D-p)}$$

$$p(D-p) = (p+d)[D-(p+d)]$$

$$Dp - p^2 = D(p+d) - (p+d)^2$$

$$Dp - p^2 = Dp + Dd - p^2 - 2dp - d^2$$

$$2dp = Dd - d^2 \Rightarrow p = \frac{D-d}{2}$$
 (III)

Substituindo em (I), segue que:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{D-d}{2}} + \frac{1}{D - \frac{D-d}{2}}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D-d} + \frac{2}{D+d}$$

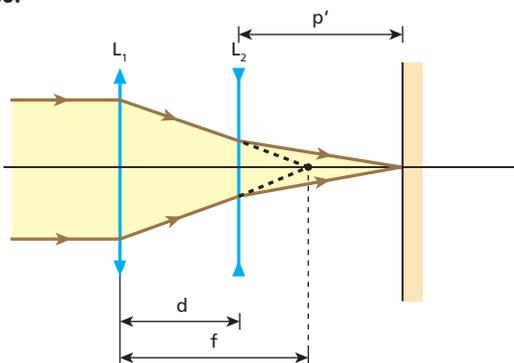
$$\frac{1}{f} = \frac{2 \cdot (D+d) + 2 \cdot (D-d)}{(D+d)(D-d)} \Rightarrow f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$

**Resposta:**  $f = \frac{D^2 - d^2}{4D}$

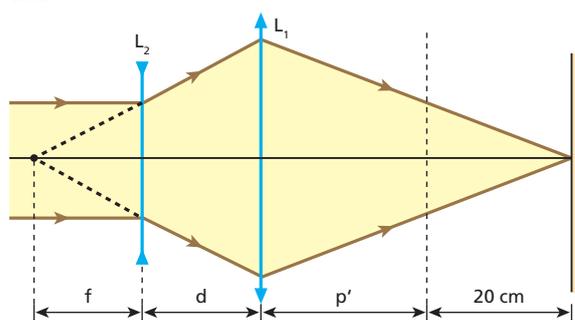
**45** (Olimpíada Paulista de Física) Um certo instrumento óptico consta de duas lentes com distâncias focais iguais em módulo. Uma das lentes é convergente e a outra é divergente. As lentes são montadas sobre um eixo comum, a uma determinada distância **d** uma da outra. Sabe-se que se trocarmos a ordem das lentes, mantendo a mesma distância entre elas, a imagem real da Lua, projetada pelo sistema, se desloca de 20 cm. Determine a distância focal de cada uma das lentes.

**Resolução:**

**1º caso:**



**2º caso:**



**1º caso:** Em relação à lente divergente  $L_2$ , temos:

$$-\frac{1}{f} = -\frac{1}{f-d} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{f-d} - \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{f-f+d}{f(f-d)} \Rightarrow p' = \frac{f(f-d)}{d}$$
 (I)

**2º caso:** Em relação à lente convergente  $L_1$ , temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f+d} + \frac{1}{p'+20} \Rightarrow \frac{1}{f} - \frac{1}{f+d} = \frac{1}{p'+20}$$

$$\frac{f+d-f}{f(f+d)} = \frac{1}{p'+20} \Rightarrow p'+20 = \frac{f(f+d)}{d}$$
 (II)

Substituindo (I) em (II), vem:

$$\frac{f(f-d)}{d} + 20 = \frac{f(f+d)}{d}$$

$$f^2 - fd + 20d = f^2 + fd \Rightarrow 2fd = 20d \Rightarrow f = 10 \text{ cm}$$

Assim:

• Lente  $L_1$  (convergente):  $f_1 = 10 \text{ cm}$

• Lente  $L_2$  (divergente):  $f_2 = -10 \text{ cm}$

**Resposta:** Lente convergente: 10 cm; Lente divergente: -10 cm

**46** Sabe-se que, para o olho emetropo, o ponto remoto situa-se no "infinito". Um garoto de vista normal coloca as lentes de contato de sua irmã, cuja convergência é de +2,0 di. Nessas condições, qual passa a ser sua distância máxima de visão distinta?

**Resolução:**

A distância máxima de visão distinta do garoto é calculada admitindo-se sua vista totalmente relaxada. Nesse caso, seu cristalino apresenta máxima distância focal.

A máxima distância focal do cristalino de um olho emetropo é dada por:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

Com  $p \rightarrow \infty$  e  $p' = d$  (distância do cristalino à retina), vem:

$$\frac{1}{f_{\text{olho}}} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{f_{\text{olho}}} = \frac{1}{d}$$

tende a zero

O cristalino do olho do garoto associado à lente de contato constitui um sistema de lentes justapostas, cuja distância focal equivalente ( $f_{\text{sistema}}$ ) é dada por:

$$\frac{1}{f_{\text{sistema}}} = \frac{1}{f_{\text{olho}}} + \frac{1}{f_{\text{lente}}}$$

Mas:  $\frac{1}{f_{\text{olho}}} = \frac{1}{d}$  e  $\frac{1}{f_{\text{lente}}} = 2 \text{ di} = \frac{1}{100} \text{ cm}^{-1}$

Portanto:  $\frac{1}{f_{\text{sistema}}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{50}$  (I)

A distância máxima de visão distinta ( $D$ ) pedida é calculada conforme segue:

$$\frac{1}{f_{\text{sistema}}} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$
 (II)

Comparando (I) e (II), vem:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{50} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}$$

Donde:  $D = 50 \text{ cm}$

**Resposta:** 50 cm