

SUPER APOSTILA

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3} \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!} \quad \log_b a^m = m \cdot \log_b a$$

$$i = \sqrt{-1} \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{cat. adj.}}{\text{hip.}}$$

$$y = ax + b \quad A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}(\hat{C})}{2}$$

$$M = J + C \quad i^2 = -1$$

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$



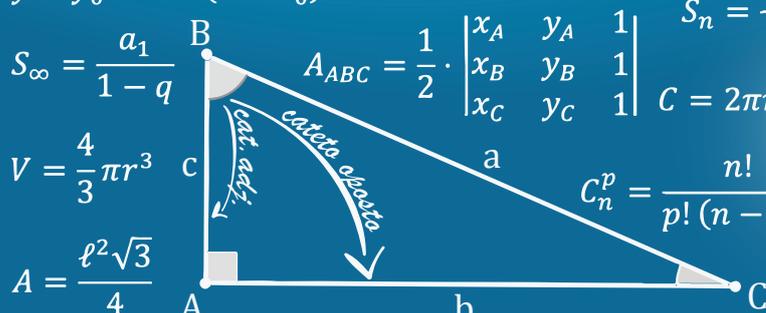
$$V + F = A + 2 \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$r \parallel s \rightarrow m_r = m_s \quad (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

$$\pi = 3,14 \dots \quad P_n^{\alpha, \beta, \theta, \dots} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \theta! \dots} \quad A = \frac{(B+b) \cdot h}{2} \quad \text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cat. op.}}{\text{hip.}}$$

$$y - y_0 = m \cdot (x - x_0) \quad \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1 \quad S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2} \quad \frac{1}{9} = 0,111 \dots \quad R_1 + R_2 = -\frac{b}{a}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} \quad A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \quad C = 2\pi r \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$



Extensivo enem 2021

Aulas Teóricas de Matemática

$$A_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad \sqrt[n]{a^b} = a^{\frac{b}{n}} \quad \log_{(b^m)} a = \frac{1}{m} \cdot \log_b a$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad \frac{a}{\text{sen}(\hat{A})} = \frac{b}{\text{sen}(\hat{B})} = \frac{c}{\text{sen}(\hat{C})} = 2R \quad M = C \cdot (1+i)^t \quad r \perp s \rightarrow m_r \cdot m_s = -1$$

$$y = a \cdot (x - R_1) \cdot (x - R_2) \quad P_n = n! \quad \log_b b = 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\hat{A}) \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad d_{A,B} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \quad \log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$$



PROF. CAJU

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES SEGUINTE:

- Muito zelo e técnica foram empregados nesta obra. Mesmo assim, ela pode conter erros de digitação ou outros. **Correções/elogios/críticas/sugestões:** <http://ttb.me/faleconosco>
- Todos módulos apresentados nessa apostila possuem **QR code/link** apontando para a página correspondente na plataforma. Se você não estiver logado na plataforma, será pedido seu email/senha. Caso não esteja cadastrado, faça seu cadastro para receber informações de futuras promoções e novidades sobre o curso.

Versão: #0001
 Apostila atualizada constantemente!
 Verifique a última versão na plataforma

CONTEÚDO



1. MATEMÁTICA BÁSICA B1

1.1 Conjuntos Numéricos	3
1.2 Intervalos Numéricos	6
1.3 Adição	8
1.4 Subtração	9
1.5 Multiplicação	10
1.6 Divisão	12
1.7 Potenciação	14
1.8 Potências de Base 10	16
1.9 Sistema de Numeração Decimal	18

1. MATEMÁTICA BÁSICA B1



1.1 Conjuntos Numéricos

<http://ttb.me/EXTConjuntosNumericos>

Conjunto = coleção de coisas.

Exemplos:

- $A = \{\text{pedra, papel, tesoura}\}$
- $C = \{4, 1, 87, 21, -5, \sqrt{2}\}$
- $H = \{1; 3; 5; 7; 9; \dots\}$
- $I = \{0; 2; 4; \dots; 12; 14\}$
- $M = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, \dots\}$

1.1.1 Números Naturais

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
- $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

RETA NUMÉRICA

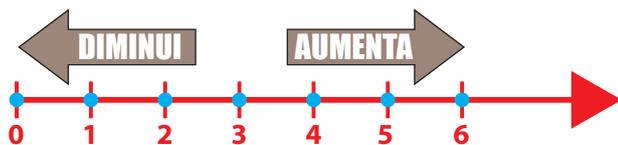


DIAGRAMA DE VENN



Obs.: Zeros à esquerda em um número natural não valem nada!

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2017 PPLQ. 158-Mod.) As empresas que possuem Serviço de Atendimento ao Cliente (SAC), em geral, informam ao cliente que utiliza o serviço um número de protocolo de atendimento. Esse número resguarda o cliente para eventuais reclamações e é gerado, consecutivamente, de acordo com os atendimentos executados. Ao término do mês de janeiro de 2012, uma empresa registrou como último número de protocolo do SAC o 467. Em fevereiro foram abertos 4 novos números de protocolos. Qual o último número de protocolo de atendimento registrado em fevereiro de 2012 pela empresa?

1.1.2 Números Inteiros

- $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- $\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

E o **Zero**? Ele é positivo ou negativo?

- $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0\}$
- $\mathbb{Z}_-^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$

RETA NUMÉRICA

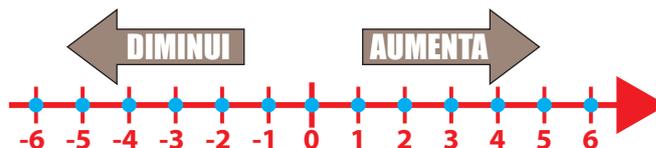
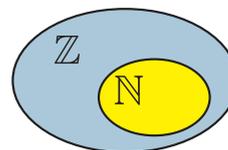


DIAGRAMA DE VENN (\mathbb{N})



COMPARAÇÃO DE NÚMEROS EM \mathbb{Z}

$6 \square 3$	$-6 \square -3$	$0 \square 13$
$-6 \square 3$	$1 \square -5$	$0 \square -25$
$6 \square -3$	$-1 \square -5$	

Módulo = distância do número até a origem.
Também chamado de valor absoluto.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- Quantos inteiros existem entre -3 e 4 ?
- Quantos inteiros existem de 8 até 14 ?
- Quantos inteiros não negativos entre -4 e 5 ?
- Os *tickets* de um show são numerados sequencialmente a partir de 0 . O último *ticket* impresso tinha o número sequencial 0012 . Quantos *tickets* foram impressos no total?
- Quantos inteiros positivos maiores do que 8 existem de 5 a 10 ?
- Colocando 1 palito de fósforo entre cada 2 números inteiros positivos da reta numérica até o número 1234 , quantos palitos gastaremos?
- Quantos números inteiros possuem valor absoluto menor do que 3 ?

1.1.3 Números Racionais (\mathbb{Q})

Definição: São todos números que podem ser escritos como uma razão entre 2 inteiros (*).

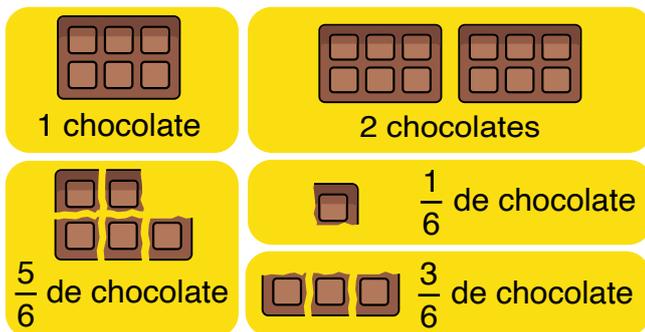
Frações: representam quantidade de partes de um todo.

***Não existe divisão por ZERO.**

Ex.: $\left\{ \frac{1}{2}; -\frac{4}{5}; \frac{20}{10}; 2, 8; 64; 1, 666\dots; -17 \right\}$

Numerador

Denominador



EXERCÍCIOS

(a) (ENEM 2018 LED Q.146 - Mod.) Os compositores Pedro, Ricardo e Carlos gravaram um disco com 18 músicas inéditas. Pedro compôs seis músicas, Ricardo compôs oito músicas e Carlos compôs o restante. O número racional que expressa a participação de Carlos na composição das músicas desse disco é:

(b) Um aluno com incontinência urinária vai ao banheiro a cada quarto de hora. Ao final de 1 hora, quantas vezes ele foi ao banheiro?.

Número decimal: são numerais que possuem vírgula para indicar as casas decimais. Os números decimais podem ter uma quantidade finita ou infinita de casas decimais Exemplos:

- 34,43287 tem 5 casas decimais.
- -0,007 tem 3 casas decimais.
- 3,1415... infinitas casas decimais **sem** repetição
- 3,444... tem infinitas casas decimais **com** repetição (dízima periódica).

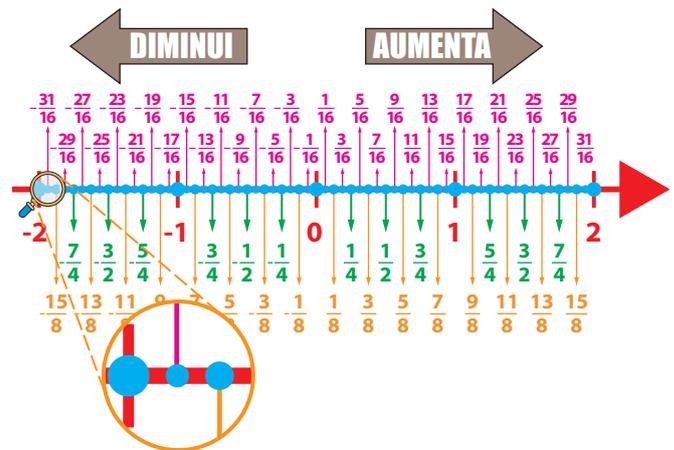
Apenas decimais infinitos com repetição e decimais finitos são **Números Racionais**.

Obs.: Zero à esquerda na parte inteira e zero à direita na parte decimal não valem nada!

Dízimas periódicas: número decimal com um grupo de algarismos se repetindo infinitamente após a vírgula. Exemplos:

- $0,1\bar{1} = 0,111\dots = \frac{1}{9}$
- $0,3\overline{45} = 0,345345345\dots = \frac{115}{333}$
- $24,5\bar{6} = 24,5666\dots = \frac{737}{30}$
- $-3,000\overline{23} = -3,000232323\dots = -\frac{297023}{99000}$

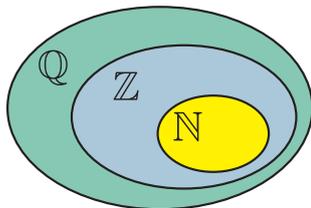
RETA NUMÉRICA



COMPARAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

- 4,5 8,32
- 2,44 0,63
- 1,8 0,389
- 2,5 -2,3
- 4,56 4,8
- 2,456 2,51
- 0,2 -0,3
- 0,13 -0,7
- 1,71 1,71
- 2,6 -2,6

Diagrama de Venn (Q)



EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

(a) Coloque em ordem crescente os números $1,\bar{6}$; $1,6$; $1,0\bar{7}$ e $1,07$.

(b) Quantos números inteiros existem entre $-1,06$ e $2,32$?

(c) Escreva um número maior que $1,623$ e menor que $1,63$

(d) Quantos números racionais existem com valor absoluto menor do que 3 ?

1.1.4 Números Irracionais

Definição: São todos números que não são capazes de serem escritos como fração entre 2 inteiros (decimais infinitos não periódicos).

Exemplos:

- $\pi = 3,14159\dots$
- $e = 2,7182\dots$
- $\varphi = 1,6180\dots$
- $\sqrt{2} = 1,41421\dots$

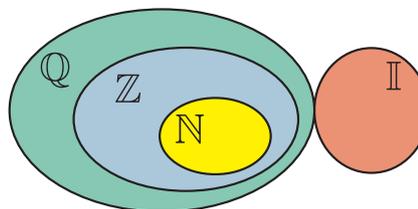
RAÍZES EXATAS

$\sqrt{1} = 1$	$\rightarrow 1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$\rightarrow 2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$\rightarrow 3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$\rightarrow 4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$\rightarrow 5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$\rightarrow 6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$\rightarrow 7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$\rightarrow 8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$\rightarrow 9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$\rightarrow 10^2 = 100$
$\sqrt{144} = 12$	$\rightarrow 12^2 = 144$
$\sqrt{225} = 15$	$\rightarrow 15^2 = 225$
$\sqrt{625} = 25$	$\rightarrow 25^2 = 625$

COMPARAÇÃO COM IRRACIONAIS

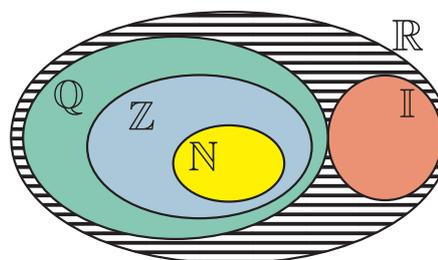
$\pi \square 3,14$	$9 \square \sqrt{85}$
$\pi \square 3,1\bar{4}$	$-2 \square -\sqrt{6}$
$\pi \square 3,\bar{14}$	$-7 \square -\sqrt{44}$
$\sqrt{35} \square 6$	$-15 \square -\sqrt{230}$

DIAGRAMA DE VENN

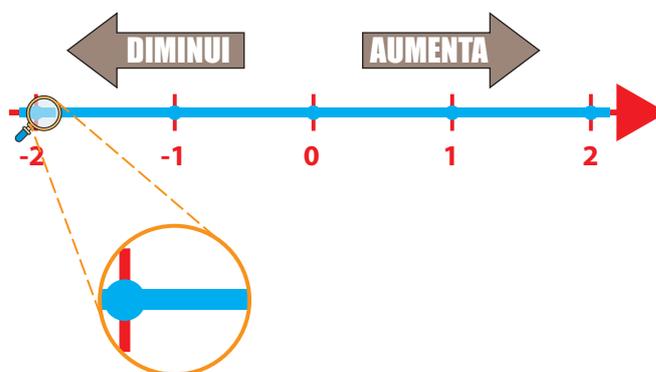


1.1.5 Números Reais

Diagrama de Venn

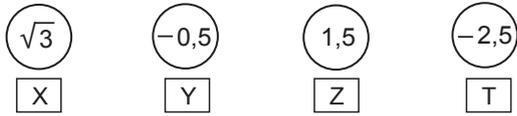


RETA NUMÉRICA

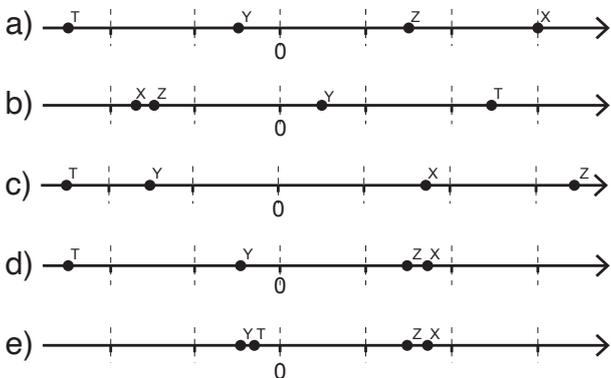


EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2013 PPL Q. 162 Mod.) Em um jogo educativo, o tabuleiro é uma representação da reta numérica e o jogador deve posicionar as fichas contendo números reais corretamente no tabuleiro, cujas linhas pontilhadas equivalem a 1 (uma) unidade de medida. Cada acerto vale 10 pontos. Na sua vez de jogar, Clara recebe as seguintes fichas:

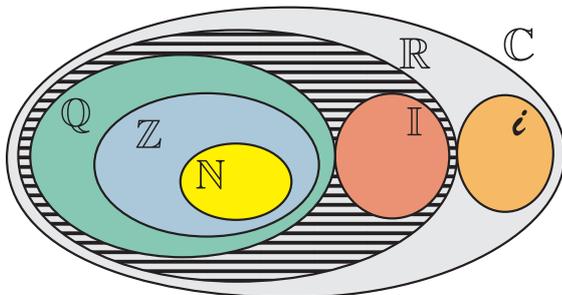


Para que Clara atinja 40 pontos nessa rodada, a figura que representa seu jogo, após a colocação das fichas no tabuleiro, é:



1.1.6 Números Complexos

Diagrama de Venn



1.2 Intervalos Numéricos

<http://ttb.me/EXTIntervalosNumericos>

1.2.1 Definição

É um conjunto que contém **todos** números reais entre 2 extremos (com ou sem os extremos).

Extremos do intervalo: são os valores de início e fim do intervalo.

Extremo fechado: intervalo contém esse extremo fechado. É representado por colchetes abraçando o número ou pelos sinais \leq e \geq .

- Ex.: $[4, 10]$ ou $4 \leq \text{sapatos} \leq 10$

Extremo aberto: intervalo não contém esse extremo aberto. É representado por parênteses, colchetes invertidos ou pelos sinais $<$ e $>$.

- Ex.: $]4, 10[$ ou $(4, 10)$ ou $4 < \text{sapatos} < 10$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

- Ele toma de 1 a 5 litros de água por dia;

- Eu meço entre 1,80 m e 2,10 m;

- Cobro mais de R\$ 100 e no máximo R\$ 450;

- Ela tem 5 sapatos ou mais, mas menos de 10;

- Ele sempre ganha com mais de 20 tiros;

- Eu tinha uma dívida maior do que R\$ 1000;

- O consumo de sal não deve ultrapassar 6 g;

- A folha deve ser de, pelo menos, 0,2 cm;

- A média para aprovação é de, no mínimo, 6;

Intervalo aberto: os 2 extremos são abertos.

Intervalo fechado: os 2 extremos são fechados.

Intervalo semi-fechado (ou semi-aberto): um dos extremos é aberto e o outro é fechado.

Intervalo Infinito: Um dos extremos (ou ambos) é ∞ ou $-\infty$.

EXERCÍCIOS

(a) (ENEM 2019 Q. 154 Mod) O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu m \cdot Hz$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

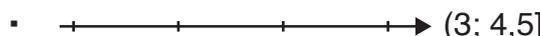
Qual a descrição de um terremoto com $M_s = 5,9$?

(b) (ENEM 2019 Q.146 Mod) Um alerta deverá ser emitido sempre que a previsão do tempo estimar que a temperatura deve variar entre $35^\circ C$ e $40^\circ C$. O alarme será soado com uma temperatura igual a $40^\circ C$?

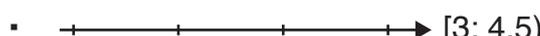
1.2.2 União de Intervalos (U)

Definição: A união de 2 intervalos corresponde a um novo intervalo que contenha todos os valores dos 2 intervalos iniciais.

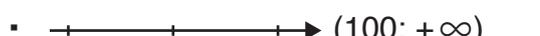
■ Exemplo 1:

-  $(3; 4,5]$
-  $[4; 6]$
-  $(3; 4,5] \cup [4; 6]$

■ Exemplo 2:

-  $[3; 4,5]$
-  $[5; 6]$
-  $[3; 4,5] \cup [5; 6]$

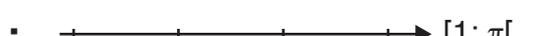
■ Exemplo 3:

-  $(100; +\infty)$
-  $(25; 450]$
-  $(100; +\infty) \cup (25; 450]$

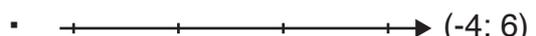
1.2.3 Interseção de Intervalos (\cap)

Definição: A interseção de 2 intervalos corresponde a um novo intervalo que contenha todos os valores existentes, ao mesmo tempo, nos 2 intervalos iniciais.

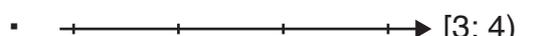
■ Exemplo 1

-  $]2,5; 6]$
-  $[1; \pi[$
-  $]2,5; 6] \cap [1; \pi[$

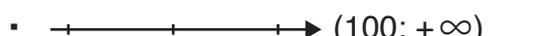
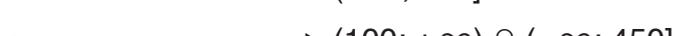
■ Exemplo 2:

-  $(-4; 6)$
-  $(-1; 5]$
-  $(-4; 6) \cap (-1; 5]$

■ Exemplo 3:

-  $[3; 4)$
-  $(4; 6]$
-  $[3; 4) \cap (4; 6]$

■ Exemplo 4:

-  $(100; +\infty)$
-  $(-\infty; 450]$
-  $(100; +\infty) \cap (-\infty; 450]$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2018 Q.172 Mod.) Uma empresa de comunicação tem a tarefa de elaborar um material publicitário de um estaleiro para divulgar um novo navio, equipado com um guindaste de 15 m de altura e uma esteira de 90 m de comprimento. No desenho desse navio, a representação do guindaste deverá ser feito em uma escala $1:X$. Sabendo que X deve ser um número menor do que 2250 e também deve estar entre 1500 e 3000, marque a alternativa que representa o intervalo de X :

- $X > 1500$
- $X < 3000$
- $1500 < X < 2250$
- $1500 < X < 3000$
- $2250 < X < 3000$.

1.2.4 Diferença de Intervalos

Definição: A diferença entre dois intervalos corresponde a um novo intervalo que contenha todos os valores do primeiro que não estão no segundo intervalo.

Exemplo 1

- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[0; 4]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[3; 5]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[0; 4] - [3; 5]$

Exemplo 2:

- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[-1; 4]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[4; 6]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[-1; 4] - [4; 6]$

Exemplo 3:

- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[-4; 6]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $(-1; 5]$
- $\begin{array}{c} | & | & | & | & | \\ \hline \rightarrow & & & & \end{array}$ $[-4; 6] - (-1; 5]$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2019 PPL Q. 144 Mod) Um jardineiro cultiva plantas ornamentais e as coloca à venda quando estas atingem 30 centímetros de altura. Esse jardineiro estudou o crescimento de suas plantas, em função do tempo, e deduziu que demora 63 dias para a planta ser colocada à venda e 255 dias para a planta atingir a altura máxima. A partir do momento em que uma dessas plantas é colocada à venda, em quanto tempo, em dia, ela alcançará sua altura máxima?



1.3 Adição

<http://ttb.me/EXTAdicao>

1.3.1 Adição de Inteiros

$$\begin{array}{r} \begin{array}{l} \leftarrow \text{parcelas} \rightarrow \\ 4321 \\ + 256 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{soma ou} \\ \text{total ou} \\ \text{resultado} \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{r} 58 \\ + 1755 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9807 \\ + 95 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9857 \\ + 525 \\ + 247 \\ \hline \end{array}$$

Obs.: ZERO é o elemento neutro da adição

EXERCÍCIO

(ENEM 2016 PPL Q.151 Mod.)

$$\begin{array}{r} 691 \\ + \quad \quad \quad \\ \hline 1120 \end{array}$$

(ENEM 2019 Q.147 Mod.)

$$\begin{array}{r} 1256 \\ + 972 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1600 \\ + 628 \\ \hline \end{array}$$

(ENEM 2019 Q. 172 Mod.)

$$\begin{array}{r} 700 \\ + 2500 \\ + 2500 \\ + 2800 \\ + 2700 \\ \hline \end{array}$$

(ENEM 2018 PPL Q. 140 Mod.)

$$\begin{array}{r} 720 \\ + 600 \\ + 710 \\ + 940 \\ + 350 \\ + 1080 \\ \hline \end{array}$$

1.3.2 Adição de Decimais

$$\begin{array}{r} 25,35 \\ + 2,78 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 58,258 \\ + 4,7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 345 \\ + 124,83 \\ \hline \end{array}$$



1.4.1 Subtração de Inteiros

<p>→ minuendo subtraendo ←</p>	$\begin{array}{r} 72554 \\ -10849 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 27058 \\ -17487 \\ \hline \end{array}$	<p>(ENEM 2017 Libras Q.172 Mod.)</p> $\begin{array}{r} 54000 \\ - 5400 \\ \hline \end{array}$
<p>diferença ou resto</p>			

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2016 PPL Q. 145) Ano após ano, muitos brasileiros são vítimas de homicídio no Brasil. O gráfico apresenta a quantidade de homicídios registrados no Brasil, entre os anos 2000 e 2009.



Se o maior crescimento anual absoluto observado nessa série se repetisse de 2009 para 2010, então o número de homicídios no Brasil ao final desse período seria igual a

- a) 48 839
- b) 52 755
- c) 53 840
- d) 54 017
- e) 54 103

(a) (ENEM 2010 PPL Q.174) Para dificultar o trabalho de falsificadores, foi lançada uma nova família de cédulas do real. Com tamanho variável - quanto maior o valor, maior a nota - o dinheiro novo terá vários elementos de segurança. A estreia será entre abril e maio, quando começam a circular as notas de R\$ 50,00 e R\$ 100,00. As cédulas atuais têm 14 cm de comprimento e 6,5 cm de largura. A maior cédula será a de R\$ 100,00, com 1,6 cm a mais no comprimento e 0,5 cm maior na largura.

Quais serão as dimensões da nova nota de R\$ 100,00?

- a) 15,6 cm de comprimento e 6 cm de largura
- b) 15,6 cm de comprimento e 6,5 cm de largura
- c) 15,6 cm de comprimento e 7 cm de largura
- d) 15,9 cm de comprimento e 6,5 cm de largura
- e) 15,9 cm de comprimento e 7 cm de largura.

(b) (ENEM 2017 LIB Q. 162 Mod.)

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ + 0,125 \\ + 0,25 \\ \hline \end{array}$$

(c) (ENEM 2016 PPL Q. 160 Mod.)

$$\begin{array}{r} 48 \\ + 5,25 \\ + 5,25 \\ \hline \end{array}$$

1.4.2 Regra de Sinais na Subtração

Em uma **subtração entre 2 numerais**, o sinal do resultado final será igual ao sinal do número de maior valor absoluto envolvido na continha:

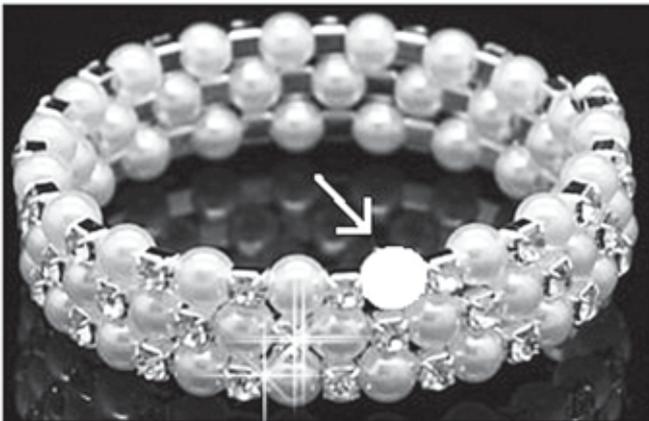
- $3 - 7 =$
- $25 - 12 =$
- $1227 - 4285 =$

1.4.3 Subtração de Decimais

(ENEM 2017 LIB 180 Mod.)	(ENEM 2018 Q.151 Mod.)	(ENEM 2019 Q.160 Mod.)
$\begin{array}{r} 4,47 \\ - 3,07 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 829 \\ - 687,5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,8 \\ - 0,01 \\ \hline \end{array}$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2017 Q. 157) Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.



Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025 mm; 4,100 mm; 3,970 mm; 4,080 mm e 3,099 mm. O joalheiro então colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais. A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a

- a) 3,099.
- b) 3,970.
- c) 4,025.
- d) 4,080.
- e) 4,100.



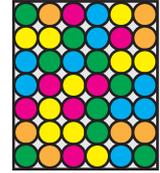
1.5 Multiplicação

<http://ttb.me/EXTMultiplicacao>

1.5.1 Definição e Nomenclatura

- $12 \times 4 =$ ↑ fatores ↑ produto
- $13 \times 2 =$
- (ENEM 2014 3ap Q.162 Mod.) $30 \times 8 =$

Quantas latinhas?



1.5.2 Tabuada

$1 \times 0 = 0$ $1 \times 1 = 1$ $1 \times 2 = 2$ $1 \times 3 = 3$ $1 \times 4 = 4$ $1 \times 5 = 5$ $1 \times 6 = 6$ $1 \times 7 = 7$ $1 \times 8 = 8$ $1 \times 9 = 9$ $1 \times 10 = 10$	$2 \times 0 = 0$ $2 \times 1 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 4 = 8$ $2 \times 5 = 10$ $2 \times 6 = 12$ $2 \times 7 = 14$ $2 \times 8 = 16$ $2 \times 9 = 18$ $2 \times 10 = 20$	$3 \times 0 = 0$ $3 \times 1 = 3$ $3 \times 2 = 6$ $3 \times 3 = 9$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 5 = 15$ $3 \times 6 = 18$ $3 \times 7 = 21$ $3 \times 8 = 24$ $3 \times 9 = 27$ $3 \times 10 = 30$
$4 \times 0 = 0$ $4 \times 1 = 4$ $4 \times 2 = 8$ $4 \times 3 = 12$ $4 \times 4 = 16$ $4 \times 5 = 20$ $4 \times 6 = 24$ $4 \times 7 = 28$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 9 = 36$ $4 \times 10 = 40$	$5 \times 0 = 0$ $5 \times 1 = 5$ $5 \times 2 = 10$ $5 \times 3 = 15$ $5 \times 4 = 20$ $5 \times 5 = 25$ $5 \times 6 = 30$ $5 \times 7 = 35$ $5 \times 8 = 40$ $5 \times 9 = 45$ $5 \times 10 = 50$	$6 \times 0 = 0$ $6 \times 1 = 6$ $6 \times 2 = 12$ $6 \times 3 = 18$ $6 \times 4 = 24$ $6 \times 5 = 30$ $6 \times 6 = 36$ $6 \times 7 = 42$ $6 \times 8 = 48$ $6 \times 9 = 54$ $6 \times 10 = 60$
$7 \times 0 = 0$ $7 \times 1 = 7$ $7 \times 2 = 14$ $7 \times 3 = 21$ $7 \times 4 = 28$ $7 \times 5 = 35$ $7 \times 6 = 42$ $7 \times 7 = 49$ $7 \times 8 = 56$ $7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$	$8 \times 0 = 0$ $8 \times 1 = 8$ $8 \times 2 = 16$ $8 \times 3 = 24$ $8 \times 4 = 32$ $8 \times 5 = 40$ $8 \times 6 = 48$ $8 \times 7 = 56$ $8 \times 8 = 64$ $8 \times 9 = 72$ $8 \times 10 = 80$	$9 \times 0 = 0$ $9 \times 1 = 9$ $9 \times 2 = 18$ $9 \times 3 = 27$ $9 \times 4 = 36$ $9 \times 5 = 45$ $9 \times 6 = 54$ $9 \times 7 = 63$ $9 \times 8 = 72$ $9 \times 9 = 81$ $9 \times 10 = 90$
$10 \times 0 = 0$ $10 \times 1 = 10$ $10 \times 2 = 20$ $10 \times 3 = 30$	$10 \times 4 = 40$ $10 \times 5 = 50$ $10 \times 6 = 60$ $10 \times 7 = 70$	$10 \times 8 = 80$ $10 \times 9 = 90$ $10 \times 10 = 100$

EXERCÍCIO

(a) Para a festa de final de ano da turma, foram compradas diversas cervejas. Na geladeira do restaurante da festa, cabiam apenas fileiras com 8 cervejas cada. Sabendo que havia 7 fileiras de cerveja, qual o total de cerveja da festa?

1.5.3 Multiplicação entre Inteiros

(ENEM 2018 PPL
Q. 158 Mod.)

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 15 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 145 \\ \times 19 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \\ \times 150 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 751 \\ \times 221 \\ \hline \end{array}$$

EXERCÍCIOS

(a) Cada metro de tecido custa R\$ 5,00. Maria trabalha em uma estofaria e irá comprar 235 m desse tecido para a empresa. Qual o custo total que Maria terá?

(b) Um carro consome 1 L de combustível para cada 12 km rodados. Sabendo que o seu consumo foi de 76 L, quantos km esse carro rodou no total?

(c) <http://ttb.me/ENEM2018Reg162>

(d) <http://ttb.me/ENEM2018Reg166>

1.5.4 Multiplicação com Decimais

(ENEM 2019
Q.153 Mod.)

$$\begin{array}{r} 1375 \\ \times 1,072 \\ \hline \end{array}$$

(ENEM 2017 LIB
Q.169 Mod.)

$$\begin{array}{r} 0,97 \\ \times 97 \\ \hline \end{array}$$

EXERCÍCIOS

(a) No posto Alfa, o litro de combustível custa R\$ 4,53 e no posto Bravo custa R\$ 4,50. Preciso colocar 93 L de combustível no meu carro. Quantos reais estarei economizando se eu abastecer no posto Bravo?

(b) O meu plano de celular cobra um valor fixo mensal de R\$ 35 mais R\$ 0,34 por cada minuto de ligações utilizados no mês. Sabendo que eu utilizei 80 minutos nesse, qual o valor da conta?

(c) O meu plano de celular cobra um valor fixo mensal de R\$ 49 e me dá 10GB de dados para uso da internet. Sabendo que cada GB excedente no mês é cobrado R\$ 2,53, e que eu consumi um total de 23 GB, qual o valor da minha conta nesse mês?

(d) Ataxa de câmbio do dólar em um determinado dia é R\$ 5,11. Nesse dia, uma pessoa gastou um total de 237 dólares. Quanto essa pessoa gastou em reais?

(e) <http://ttb.me/ENEM2019Reg180>

1.5.5 Regra de Sinais na Multiplicação

O produto entre dois números será:

- **Positivo:** se os dois sinais forem iguais.
- **Negativo:** se os dois sinais forem diferentes.

Atenção: essa regra é diferente da regra para soma/subtração

$\oplus \cdot \oplus = \oplus$	▪ $4 \cdot 3 = 12$
$\ominus \cdot \ominus = \oplus$	▪ $(-4) \cdot (-3) = 12$
$\oplus \cdot \ominus = \ominus$	▪ $4 \cdot (-3) = -12$
$\ominus \cdot \oplus = \ominus$	▪ $(-4) \cdot 3 = -12$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

(a) $16,37 \cdot (-2,65) =$

(b) $(-12) \cdot (-3) \cdot (-5) =$

(c) $(-7) \cdot (-13) \cdot 4 =$

(d) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$

(e) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$

(d) (ENEM 2019 Q.155) Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor. Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação: 1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor. Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados. O 2015º item cadastrado foi um(a)

- a) rolamento. d) pastilha de freio.
b) catalisador. e) caixa de direção.
c) amortecedor.

(e) <http://ttb.me/ENEM2014PPL140>

(f) (CAJU) Sacramento ganhou 234 chocolates em uma rifa de sua escola. Seu irmão mais novo, Nhônho, sabendo que seu irmão era diabético e não comeria nenhum desses chocolates, pediu, encarecidamente, algumas barrinhas para seu querido irmão. Mas, Sacramento lhe respondeu que já havia dado todos os chocolates, igualmente, para seus 12 colegas de aula.

Nhônho, sendo muito esperto, fez os cálculos necessários para a situação e concluiu que seu irmão estava mentindo: se ele havia dado uma quantidade igual a cada um dos amigos, isso significava que seu irmão ainda possuía, no mínimo, quantas barrinhas?

- a) 4 b) 6 c) 10 d) 14 e) 16

1.6.2 Quociente Decimal

$$2830 \overline{)250} \quad 17501 \overline{)25}$$



EXERCÍCIO

(g) O CEO de uma empresa X tem um salário de R\$ 36000,00. O gerente dessa empresa possui um salário de R\$ 11 250,00. Quantas vezes mais o CEO ganha em comparação com gerente?

1.6.3 Divisão entre Decimais

Regra nº1: Igualar as quantidades de casas decimais dos dois números (zeros à direita) e dividir normalmente.

$$9,6 \overline{)3} \quad 2,24 \overline{)0,032} \quad \text{(ENEM 2019 Q. 148 Mod.)} \quad 240 \overline{)2,7}$$

1.6.4 Divisão por 2

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| (a) $1 \div 2 =$ | (j) $40 \div 2 =$ |
| (b) $2 \div 2 =$ | (k) $90 \div 2 =$ |
| (c) $3 \div 2 =$ | (l) $105 \div 2 =$ |
| (d) $4 \div 2 =$ | (m) $240 \div 2 =$ |
| (e) $5 \div 2 =$ | (n) $370 \div 2 =$ |
| (f) $6 \div 2 =$ | (o) $1220 \div 2 =$ |
| (g) $7 \div 2 =$ | (p) $2140 \div 2 =$ |
| (h) $8 \div 2 =$ | (q) $4009 \div 2 =$ |
| (i) $9 \div 2 =$ | (r) $8442 \div 2 =$ |



1.7 Potenciação

<http://ttb.me/EXTPotenciacao>

1.7.1 Introdução e Definição

Potenciação é uma multiplicação repetida com “n” fatores iguais à base.



- $5^2 = 5 \cdot 5 =$
- $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- $1^6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
- $1,8^4 = 1,8 \cdot 1,8 \cdot 1,8 \cdot 1,8 = 10,4976$

EXERCÍCIOS

(a) (ENEM 2014 PPL Q. 163 Mod.) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.

Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora.

Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de

- a) $2^{-2} \cdot 10^5$.
- b) $2^{-1} \cdot 10^5$.
- c) $2^2 \cdot 10^5$.
- d) $2^3 \cdot 10^5$.
- e) $2^4 \cdot 10^5$.

(b) (ENEM 2016 PPL Q. 155 Mod.) $1,2^6 =$

1.7.2 Base negativa

- $(-3)^2 =$
- $(-3)^3 =$
- $(-2)^6 =$
- $(-2)^{10} =$

Base negativa com expoente par = positivo
 Base negativa com expoente ímpar = negativo

- $(-1)^2 =$
- $(-1)^3 =$
- $(-1)^{108} =$
- $-1^{1024} =$
- $(-5)^2 =$
- $-5^2 =$
- $(-5)^2 =$
- $-(-5)^2 =$
- $(-5^2) =$
- $(-2)^4 =$
- $-2^4 =$
- $-(2)^4 =$
- $-(-2)^4 =$
- $-(-2^4) =$

$$a^1 = a$$

- $1725^1 =$
- $(-2,34)^1 =$
- $0^1 =$
- $\pi^1 =$

$$a^0 = 1, \text{ quando } a \neq 0$$

- $234^0 =$
- $(-\pi)^0 =$
- $-45,3^0 =$
- $\left(\frac{2x^2+6x+5}{1725832}\right)^0 =$

1.7.3 Potência de Base 2

- $2^1 =$
- $2^2 =$
- $2^3 =$
- $2^4 =$
- $2^5 =$
- $2^6 =$
- $2^7 =$
- $2^8 =$
- $2^9 =$
- $2^{10} =$

1.7.4 Multiplicação de Potências

POTÊNCIAS DE MESMA BASE

$$X^a \cdot X^b = X^{a+b}$$

Conserva a base e soma os expoentes!

- $5^2 \cdot 5^3 = (5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$
- $27^{12} \cdot 27^{14} =$
- $2 \cdot 2^{10} =$
- $(-2)^6 \cdot (-2)^9 =$
- $\pi^{2,3} \cdot \pi^{1,7} \cdot \pi =$
- $a^{25} \cdot a^{-6} =$
- $b^2 \cdot b^2 \cdot b^2 \cdot b^2 \cdot b^2 =$
- $8 \cdot 2^{24} =$

POTÊNCIAS DE MESMO EXPOENTE

$$x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a$$

Conserva o expoente e multiplica as bases!

- $3^3 \cdot 5^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = (3 \cdot 5)^3$
- $2,3^{345} \cdot 4^{345} =$
- $1,7^\pi \cdot 2^\pi =$
- $(-9)^6 \cdot 9^3 =$
- $(7 \cdot 4)^8 =$
- $2^3 \cdot (2 \cdot 3)^8 \cdot 3^3 =$
- $(3x)^3 =$

1.7.5 Divisão de Potências

POTÊNCIAS DE MESMA BASE

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

- $\frac{2^5}{2^3} =$
- $\frac{4, 1^8}{4, 1^6} =$
- $\frac{8^4 \cdot 8^7}{8^6} =$
- $\frac{\pi^3 \cdot \pi^9}{\pi^5 \cdot \pi^7} =$

POTÊNCIAS DE MESMO EXPOENTE

$$\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$$

- $\frac{2^3}{9^3} =$
- $\frac{2, 4^{32}}{2^{32}} =$
- $\frac{5, 8^{51}}{2, 9^{51}} \cdot \frac{2, 8^{-50}}{1, 4^{-50}} =$
- $\frac{2^5}{7^5} \cdot \frac{2^9}{7^9} =$

1.7.6 Expoentes Negativos

Um expoente negativo indica que a **base** está no “andar” errado da fração (se está no denominador, deveria estar no numerador e vice versa).

- $\frac{1}{9^{-3}} =$
- $7^{-2} =$
- $\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} =$
- $\frac{3}{5^{-2}} =$
- $2 \cdot 3^{-1} =$

1.7.7 Potência de Potência

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

- $(4^2)^3 =$
- $(2,5^4)^3 =$
- $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-7}\right]^{-3} =$
- $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^4}{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\right]^2} =$

1.7.8 Comparação de Potências (bases =)

base > 1: quanto maior o expoente, **maior** o resultado.

$$2 \square 2^6 \qquad 1,2^{2,3} \square 1,2^{2,34}$$
$$2,4^3 \square 2,4^6 \qquad 7^{0,4} \square 7^{-2,1}$$

0 < base < 1: quanto maior o expoente, **menor** o resultado.

$$0,3^3 \square 0,3^6 \qquad 0,21^{-3} \square 0,21^{-6}$$

base < 0: tem que verificar o sinal do resultado e aplicar as regras necessárias.

$$(-0,3)^3 \square (-0,3)^6$$
$$(-9)^{21} \square (-9)^{13}$$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2019 Q. 163 Mod.) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X , o segundo $X^{0,5}$, o terceiro $X^{0,33...}$, o quarto X^2 e o último X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- a) O primeiro.
- b) O segundo.
- c) O terceiro.
- d) O quarto.
- e) O quinto.

1.7.9 Comparação de Potências (exp =)

Bases positivas e expoentes iguais, comparamos as bases com expoentes positivos:

$$4^{1000} \square 3^{1000}$$

$$2^{-35} \square 7^{-35}$$

$$0,2^{25} \square 0,22^{25}$$

$$0,21^{68} \square 5^{-68}$$

EXERCÍCIOS

(a) (PROFMAT) Sejam $a = 2^{7000}$, $b = 5^{3000}$ e $c = 13^{2000}$. Assinale a alternativa correta.

- a) $b < a < c$
- b) $c < b < a$
- c) $b < c < a$
- d) $a < c < b$
- e) $b < c < a$

(b) (OBM) Qual dos números a seguir é o maior?

- a) 3^{45}
- b) 9^{20}
- c) 27^{14}
- d) 243^9
- e) 81^{12}



1.8 Potências de Base 10

<http://ttb.me/EXTPotenciaBase10>

1.8.1 Introdução

A base 10 é algo bastante comum pra todos nós. Ela aparece muito em diversas ciências e, no ENEM, pode aparecer em Matemática e em Ciências da Naturezas.

POTÊNCIAS POSITIVAS DE BASE 10

$$10^n = \overbrace{1000\dots000}^{\text{total } n+1 \text{ algarismos}}$$

$\xrightarrow{\text{ } n \text{ dígitos } 0}$

- $10^0 = 1$
- $10^1 = 10$
- $10^2 = 100$
- $10^3 = 1000$
- $10^4 = 10000$
- $10^5 = 100000$
- $10^6 = 1000000$
- ...

Exemplos de utilização da base 10:

- $98000 = 98 \times 1000 = 98 \times 10^3$
- $25000000 =$
- $580000000000 =$

POTÊNCIAS NEGATIVAS DE BASE 10

- $10^{-1} = 0,1$
- $10^{-2} = 0,01$
- $10^{-3} = 0,001$
- $10^{-4} = 0,0001$
- $10^{-5} = 0,00001$
- $10^{-6} = 0,000001$
- $10^{-7} = 0,0000001$
- $10^{-8} = 0,00000001$
- $10^{-9} = 0,000000001$
- ...

$$10^{-n} = \overbrace{0,000\dots01}^{n \text{ casas decimais}}$$

$\xrightarrow{\text{ } n \text{ dígitos } 0}$

Exemplos:

- $0,00012 = 0,00001 \times 12 = 12 \times 10^{-5}$
- $0,00000569 = 0,00000001 \times 569 = 569 \times 10^{-8}$
- $0,00000000011100 =$
- $0,00000203 =$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2013 PPL Q. 168) O matemático americano Eduardo Kasner pediu ao filho que desse um nome a um número muito grande, que consistia do algarismo 1 seguido de 100 zeros. Seu filho batizou o número de *gugol*. Mais tarde, o mesmo matemático criou um número que apelidou de *gugolplex*, que consistia em 10 elevado a um *gugol*.

Quantos algarismos tem um *gugolplex*?

- a) 100.
- b) 101.
- c) 10^{100} .
- d) $10^{100} + 1$.
- e) $10^{1000} + 1$.

1.8.2 Notação Científica

A notação científica é utilizada para **representar** números gigantes de forma mais simplificada:

$$m \times 10^n$$

↘ mantissa ↗ ordem de grandeza

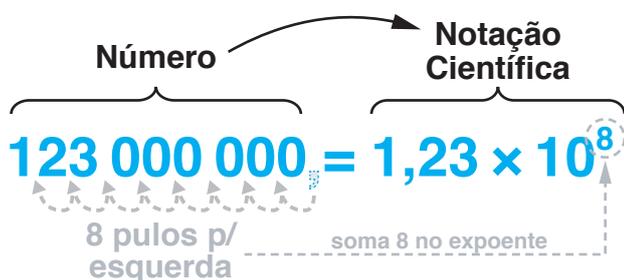
Mantissa: $1 \leq |m| < 10$

Ordem de Grandeza: é um inteiro ($n \in \mathbb{Z}$)

NOTAÇÃO DECIMAL PARA CIENTÍFICA

Movimentação da vírgula:

P/ Esquerda = SOMA P/ Direita = DIMINUI



- $43\,000\,000\,000 =$
- $0,0000000000001809 =$
- $-3567 \times 10^{-5} =$
- $0,045 \times 10^{-5} =$

EXERCÍCIOS

(a) (ENEM 2017 LIB Q. 158) Uma das principais provas de velocidade do atletismo é a prova dos 400 metros rasos. No Campeonato Mundial de Sevilha, em 1999, o atleta Michael Johnson venceu essa prova, com a marca de 43,18 segundos.

Esse tempo, em segundo, escrito em notação científica é

- a) $0,4318 \times 10^2$.
- b) $4,318 \times 10^1$.
- c) $43,18 \times 10^0$.
- d) $431,8 \times 10^{-1}$.
- e) 4318×10^{-2} .

1.8.3 Multiplicação em Notação Científica

Multiplica-se as mantissas e soma-se as ordens de grandeza.

- $(2,3 \times 10^8) \cdot (2 \times 10^9) =$
- $(6,1 \times 10^3) \cdot (4 \times 10^{-3}) =$
- $(5,0 \times 10^{-5}) \cdot (1,32 \times 10^{-8}) =$

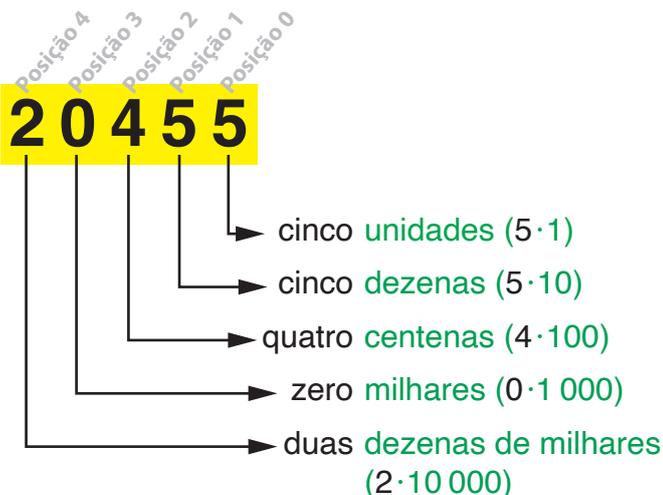
EXERCÍCIOS

(a) (ENEM 2016 PPL Q. 141 Mod.) A volemia (V) de um indivíduo é a quantidade total de sangue em seu sistema circulatório (coração, artérias, veias e capilares). Ela é útil quando se pretende estimar o número total (N) de hemácias de uma pessoa, a qual é obtida multiplicando-se a volemia (V) pela concentração (C) de hemácias no sangue, isto é, $N = V \times C$. Num adulto normal essa concentração é de $5,2 \times 10^6$ hemácias por mL de sangue, conduzindo a grandes valores de N . Uma maneira adequada de informar essas grandes quantidades é utilizar a notação científica. Considere um adulto normal, com volemia de 5×10^3 mL.

Qual a quantidade total de hemácias desse adulto, em notação científica?

- a) $2,6 \times 10^{-10}$.
- b) $2,6 \times 10^{-9}$.
- c) $2,6 \times 10^9$.
- d) $2,6 \times 10^{10}$.
- e) $2,6 \times 10^{11}$.

Cada **símbolo** tem um valor segundo a sua **posição**.



$$20455 = 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^4$$

BASE

A base de um sistema de numeração indica quantos **símbolos** diferentes são usados para representar os números nesse sistema:

- **Base 10 (Decimal):** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;
- **Base 2 (Binária):** 0, 1;
- **Base 16 (Hexadecimal):** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F;

1.9.2 Classes e Ordens

	Posição 8			Posição 7			Posição 6			Posição 5			Posição 4			Posição 3			Posição 2			Posição 1			Posição 0		
Classes	MILHÕES						MILHARES						UNIDADES														
Ordens	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES	CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	10 ⁸	10 ⁷	10 ⁶	10 ⁵	10 ⁴	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁰																		

- Demais classes:
- | | | | |
|-----------------------------|------------------|------------------|------------------|
| | C | D | U |
| ▪ Bilhões: | 10 ¹¹ | 10 ¹⁰ | 10 ⁹ |
| ▪ Trilhões: | 10 ¹⁴ | 10 ¹³ | 10 ¹² |
| ▪ Quatrilhão: | 10 ¹⁷ | 10 ¹⁶ | 10 ¹⁵ |
| ▪ Quintilhões: | 10 ²⁰ | 10 ¹⁹ | 10 ¹⁸ |
| ▪ Sextilhões: | 10 ²³ | 10 ²² | 10 ²¹ |
- **Septilhões, Octilhões, Nonilhões, Decilhões, ...**

(a) (ENEM 2012 Q. 161) João decidiu contratar os serviços de uma empresa por telefone através do SAC (Serviço de Atendimento ao Consumidor). O atendente ditou para João o número de protocolo de atendimento da ligação e pediu que ele anotasse. Entretanto, João não entendeu um dos algarismos ditados pelo atendente e anotou o número 1 3 _ 9 8 2 0 7, sendo que o espaço vazio é o do algarismo que João não entendeu.

De acordo com essas informações, a posição ocupada pelo algarismo que falta no número de protocolo é a de

- a) centena.
- b) dezena de milhar.
- c) centena de milhar.
- d) milhão.
- e) centena de milhão.

(b) (ENEM 2019 PPL Q. 145) Um asteroide batizado de 2013-TV135 passou a aproximadamente $6,7 \times 10^6$ quilômetros da Terra. A presença do objeto espacial nas proximidades da Terra foi detectada por astrônomos ucranianos, que alertaram para uma possível volta do asteroide em 2032.

O valor posicional do algarismo 7, presente na notação científica da distância, em quilômetro, entre o asteroide e a Terra, corresponde a

- a) 7 décimos de quilômetro.
- b) 7 centenas de quilômetros.
- c) 7 dezenas de milhar de quilômetros.
- d) 7 centenas de milhar de quilômetros.
- e) 7 unidades de milhão de quilômetros.

(c) Represente em notação científica o número 3 milhões.

(d) Represente em notação científica o número 7 quatrilhões.

(e) (ENEM 2009 PPL Q. 164 Mod.) Represente em notação decimal e notação científica o número 1,134 quatrilhão.

(f) (ENEM 2017 LIB Q. 170 Mod.) O número $1,496 \cdot 10^2$ milhões, em notação científica, é:

Corresponde aos dígitos que aparecem à direita da vírgula.

(g) (ENEM 2015 PPL Q. 156) Os maias desenvolveram um sistema de numeração vigesimal que podia representar qualquer número inteiro, não negativo, com apenas três símbolos. Uma concha representava o zero, um ponto representava o número 1 e uma barrinha horizontal, o número 5. Até o número 19, os maias representavam os números como mostra a Figura 1:

Números superiores a 19 são escritos na vertical, seguindo potências de 20 em notação posicional, como mostra a Figura 2.	0	1	2	3	4
		•	••	•••	••••
	5	6	7	8	9
	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19

Figura 1

Ou seja, o número que se encontra na primeira posição é multiplicado por $20^0 = 1$, o número que se encontra na segunda posição é multiplicado por $20^1 = 20$ e assim por diante. Os resultados obtidos em cada posição são somados para obter o número no sistema decimal.

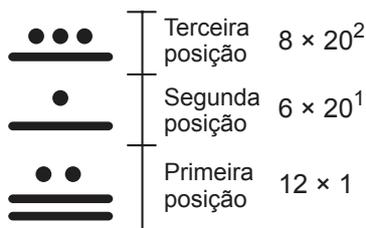


Figura 2

Um arqueólogo achou o hieróglifo da Figura 3 em um sítio arqueológico:

O número, no sistema decimal, que o hieróglifo da Figura 3 representa é igual a

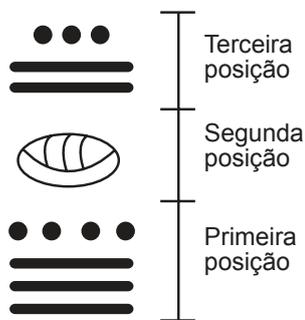
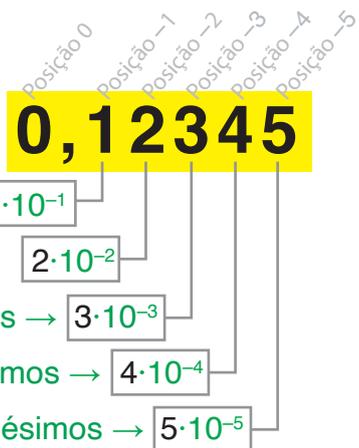


Figura 3

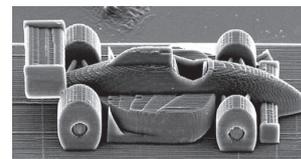
- a) 279.
- b) 539.
- c) 2619.
- d) 5219.
- e) 7613.



- **Milionésimo** 10^{-6}
- *Décimos de milionésimos* 10^{-7}
- *Centésimos de milionésimos* 10^{-8}
- **Bilionésimo** 10^{-9}
- **Trilionésimo** 10^{-12}
- **Quatrilionésimo** 10^{-15}
- **Quintilionésimo** 10^{-18}
- ...

EXERCÍCIO

Pesquisadores da Universidade de Tecnologia de Viena, na Áustria, produziram miniaturas de objetos em impressoras 3D de alta precisão. Ao serem ativadas, tais impressoras lançam feixes de laser sobre um tipo de resina, esculpindo o objeto desejado. O produto final da impressão é uma escultura microscópica de três dimensões, como visto na imagem ampliada.



A escultura apresentada é uma miniatura de um carro de Fórmula 1, com 100 micrômetros de comprimento. Um micrômetro é a milionésima parte de um metro.

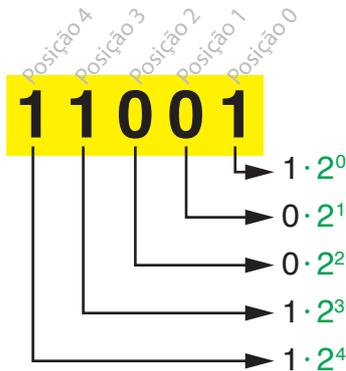
Usando notação científica, qual é a representação do comprimento dessa miniatura, em metro?

- a) $1,0 \times 10^{-1}$
- b) $1,0 \times 10^{-3}$
- c) $1,0 \times 10^{-4}$
- d) $1,0 \times 10^{-6}$
- e) $1,0 \times 10^{-7}$

1.9.3 Sistema de Numeração Binária

SISTEMA BINÁRIO

Sistema posicional de **base 2** (símbolos 0 e 1).



$$(11001)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4$$

$$(11001)_2 = 1 + 0 + 0 + 8 + 16$$

$$(11001)_2 = (25)_{10}$$

- $(110)_2 =$
- $(10011)_2 =$

EXERCÍCIO

(a) (ENEM 2020 LED Q. 136) O sistema de numeração decimal é o mais utilizado no dia a dia. Nesse sistema, cada número natural é escrito como uma soma de potências de dez, cada uma multiplicada por um número de 0 a 9. Por exemplo, o número

$$3256 = 3 \cdot (10^3) + 2 \cdot (10^2) + 5 \cdot 10 + 6 \cdot (10^0)$$

Os computadores, por sua vez, processam seus dados usando o sistema de numeração binário, que segue uma lógica similar à do decimal: cada natural é escrito como soma de potências de 2, em que cada uma delas é multiplicada por 0 ou por 1. A tabela mostra como são denotados os números naturais de 1 até 10 no sistema binário.

Um usuário de computador, ao se conectar à rede de internet do seu trabalho, recebe um protocolo de conexão, dado pelo número binário 101010. Para fazer uma solicitação de manutenção na sua rede, a equipe competente pede que o número do protocolo seja informado no sistema decimal.

O número do protocolo a ser informado pelo usuário é

1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

- a) 18. b) 42. c) 84. d) 102. e) 222.

1.9.4 Números Romanos

É um sistema não posicional.

O uso moderno dos números romanos emprega os seguintes símbolos:

Romano	I	V	X	L	C	D	M
Decimal	1	5	10	50	100	500	1000

Para representar os numerais, coloca-se um símbolo ao lado do outro, somando seus valores individuais.

	Milhares	Centenas	Dezenas	Unidades
1	M	C	X	I
2	MM	CC	XX	II
3	MMM	CCC	XXX	III
4	×	CD	XL	IV
5	×	D	L	V
6	×	DC	LX	VI
7	×	DCC	LXX	VII
8	×	DCCC	LXXX	VIII
9	×	CM	XC	IX

Atenção para os numerais 4, 9, 40, 90, 400 e 900, que possuem um símbolo de menor valor à esquerda de um de maior valor, indicando uma subtração.

Exemplos:

- **25** = 20 + 5
XX V XXV
- **752** = 700 + 50 + 2
DCC L II DCCLII
- **1800** = 1000 + 800
M DCCC MDCCC
- **1994** = 1000 + 900 + 90 + 4
M CM XC IV MCMXCIV
- **2021** = 2000 + 20 + 1
MM XX I MMXXI
- **3999** = 3000 + 900 + 90 + 9
MMM CM XC IX MMMCMXCIX

EXERCÍCIO

(b) (ENEM 2012 PPL Q. 150) O sistema de numeração romana, hoje em desuso, já foi o principal sistema de numeração da Europa. Nos dias atuais, a numeração romana é usada no nosso cotidiano essencialmente para designar os séculos, mas já foi necessário fazer contas e descrever números bastante grandes nesse sistema de numeração. Para isto, os romanos colocavam um traço sobre o número para representar que esse número deveria ser multiplicado por 1 000. Por exemplo, o número \overline{X} representa o número $10 \times 1\,000$, ou seja, 10 000.

De acordo com essas informações, os números \overline{MCCV} e \overline{XLIII} são, respectivamente, iguais a:

- a) 1 205 000 e 43 000.
- b) 1 205 000 e 63 000.
- c) 1 205 000 e 493 000.
- d) 1 250 000 e 43 000.
- e) 1 250 000 e 63 000.