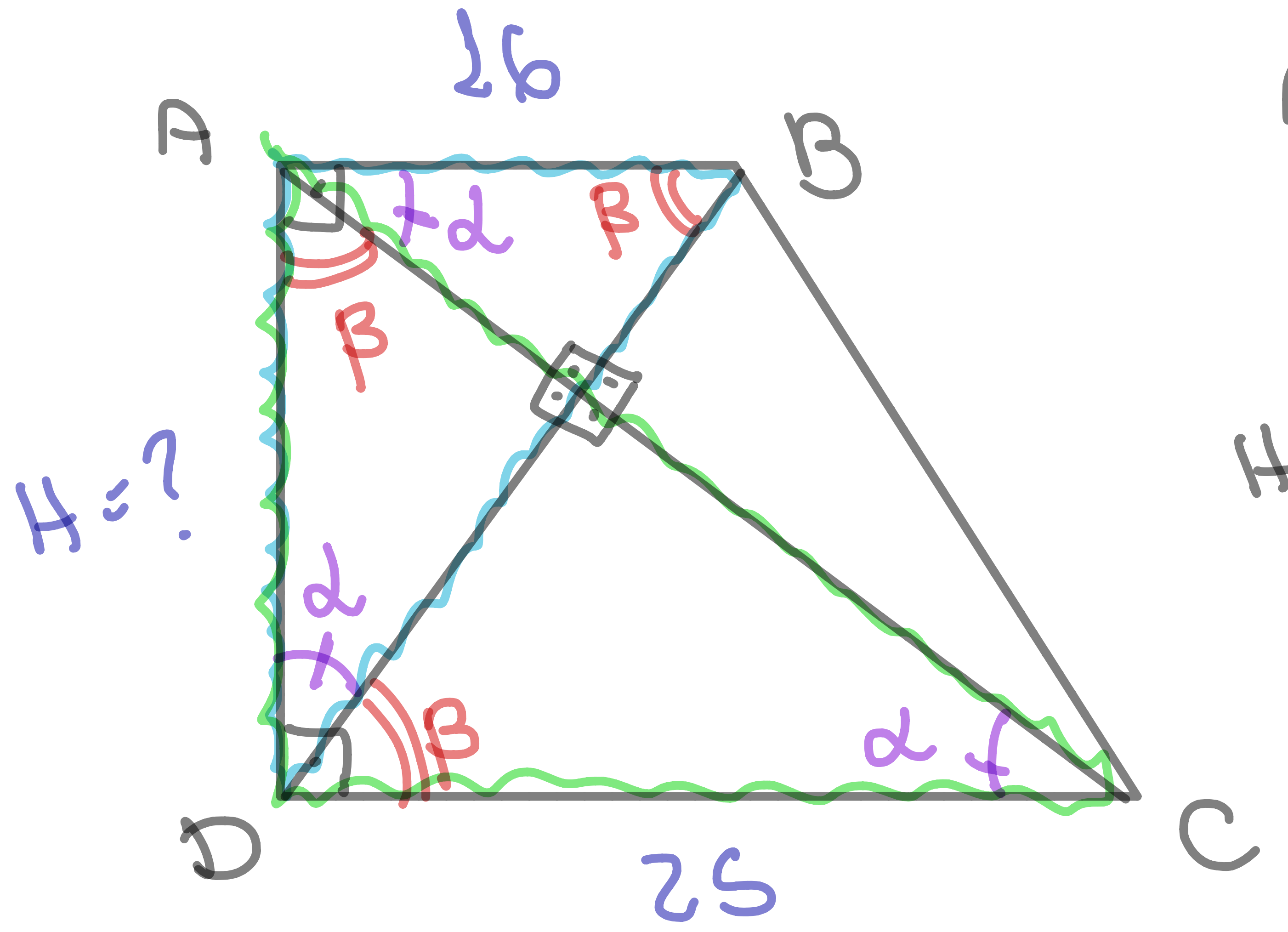
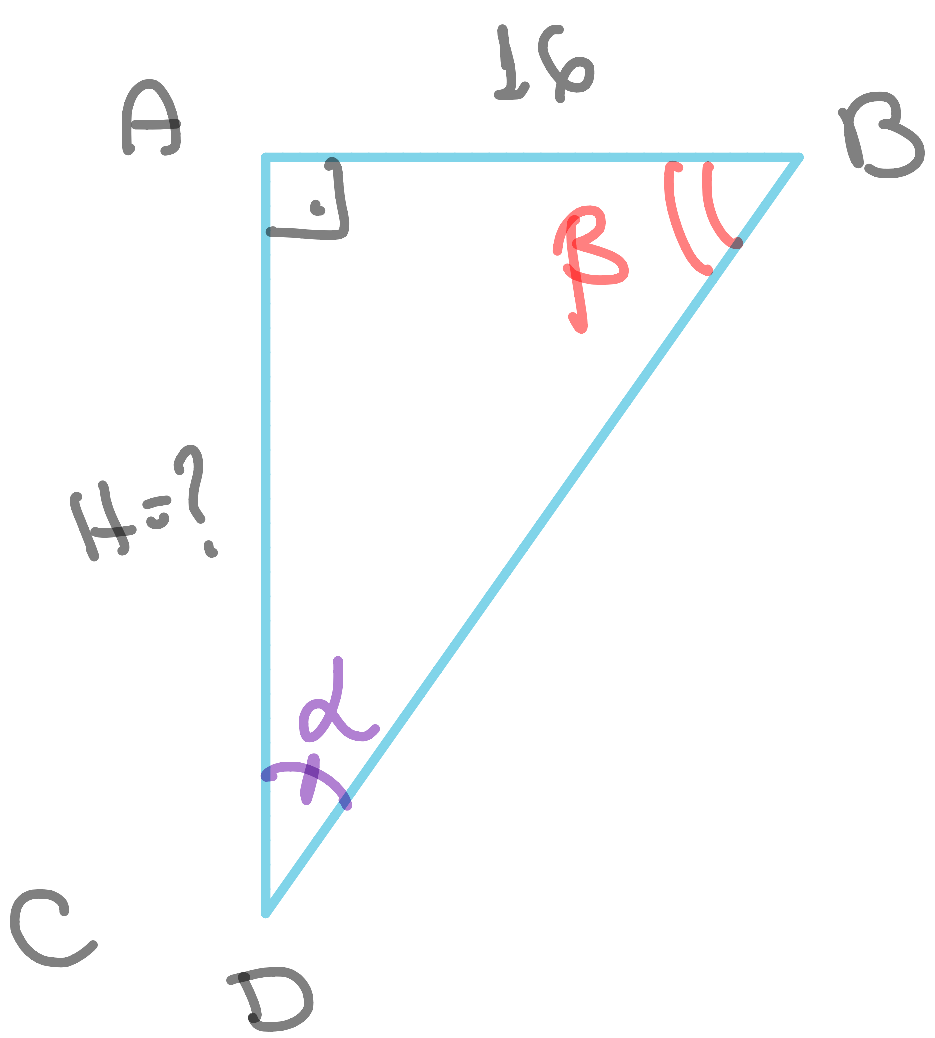
Exemplo 10

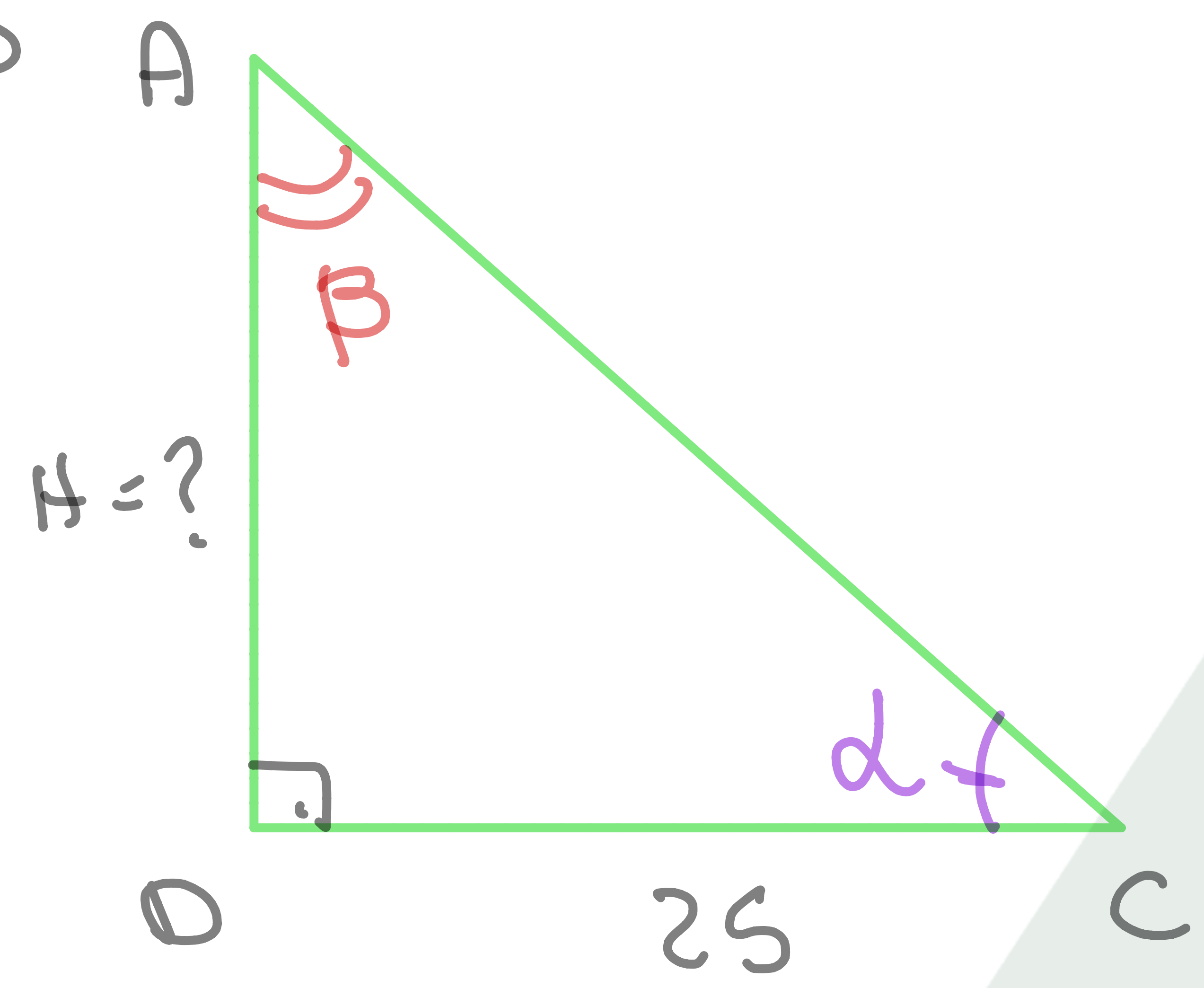
(Desafio!)

Determine a área de um trapézio retângulo de bases iguais a 16 cm e 25 cm cujas diagonais são perpendiculares entre si.

$$A = \frac{(b+B)\cdot H}{2}$$







$\Delta DAB \sim \Delta CDA$

$$\frac{16}{H} = \frac{H}{25} \Rightarrow H^2 = 16\cdot 25$$

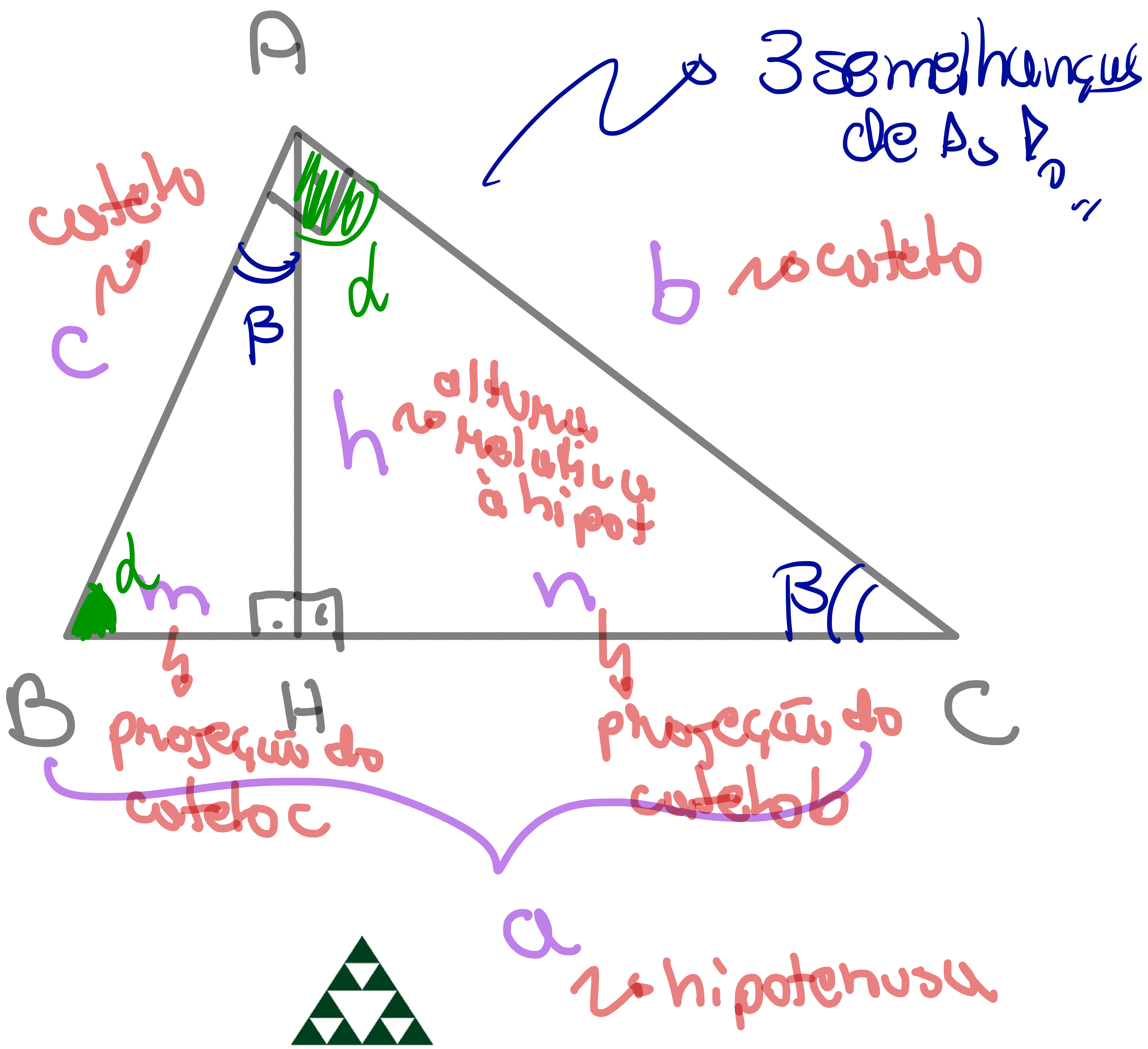
$$H^2 = 400$$

$$H = 20\,cm$$

$$A = \frac{\overbrace{(16+25)}^{41}\cdot \cancel{20}^{10}}{\cancel{2}_1}$$

$$A = 410\,cm^2$$

Relações métricas no Δ retângulo



"acordei hoje bem cedo!!"

"hum maionese!"

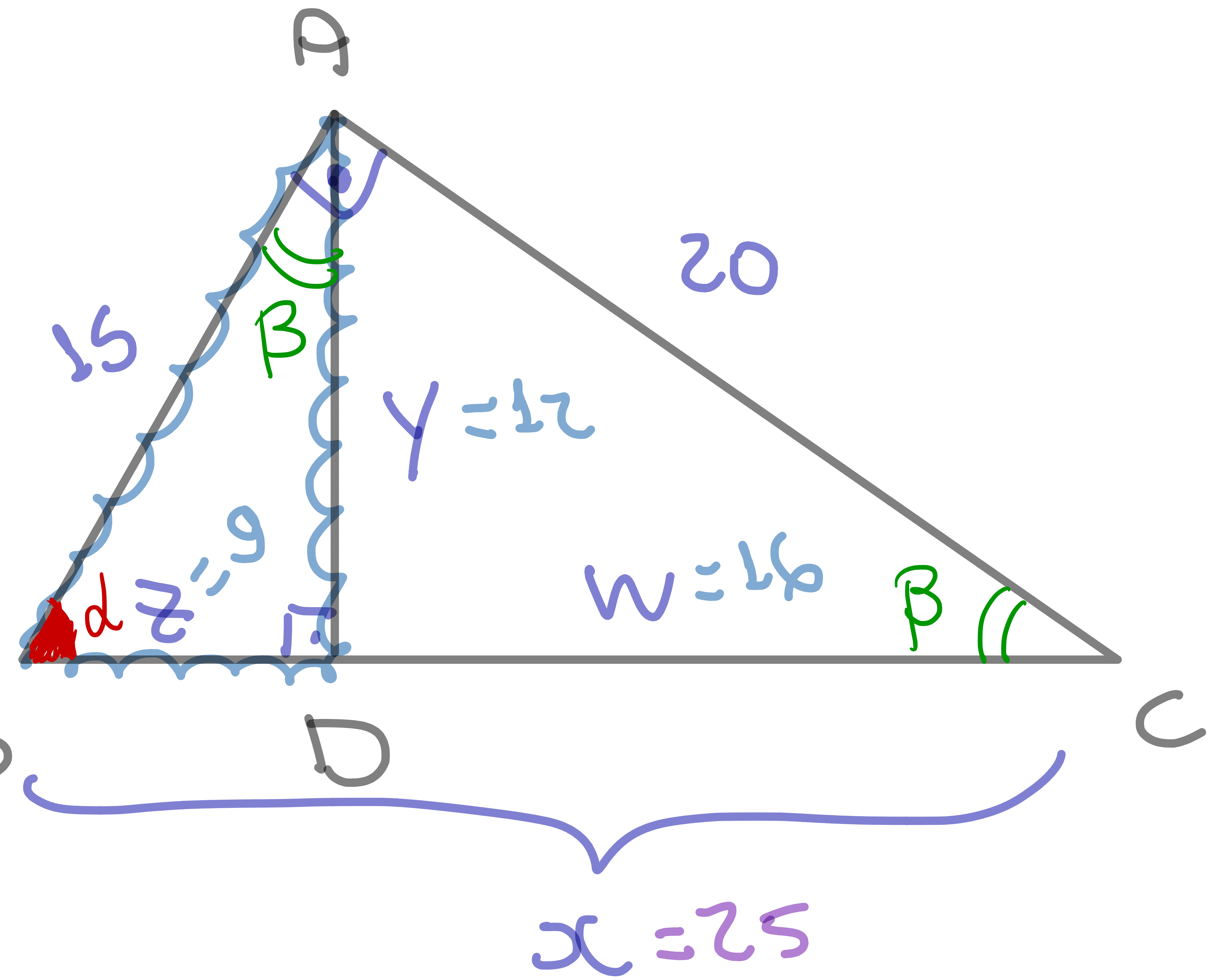
$a.h = b.c$	$h^2 = m.n$
$a^2 = b^2 + c^2$ (Pit)	
$b^2 = a.n$	$c^2 = a.m$

"bebê acabou de nascer!"

"corno ao quadrado a ma mejera!"

Exemplo 1 Determine os valores de x, y, z e w nos Δs abaixo:

a)



1º método Fórmulas!

$\boxed{a^2=b^2+c^2}$ $\quad$ $\boxed{a.h=b.c}$ $\quad$ $\boxed{c^2=a.m}$

$x^2=15^2+20^2$

$x^2=225+400$

$x^2=625$

$x=25$

$25\cdot y=15\cdot 20$

$25y=300$

$y=12$

$15^2=25\cdot z$

$225=25\cdot z$

$z=9$

2º método Semelhança de Δs!

$\Delta BDA \sim \Delta BAC$

$$\frac{y}{20}=\frac{15}{25}=\frac{z}{15}$$

$25y=15\cdot 20$

$y=12$ //

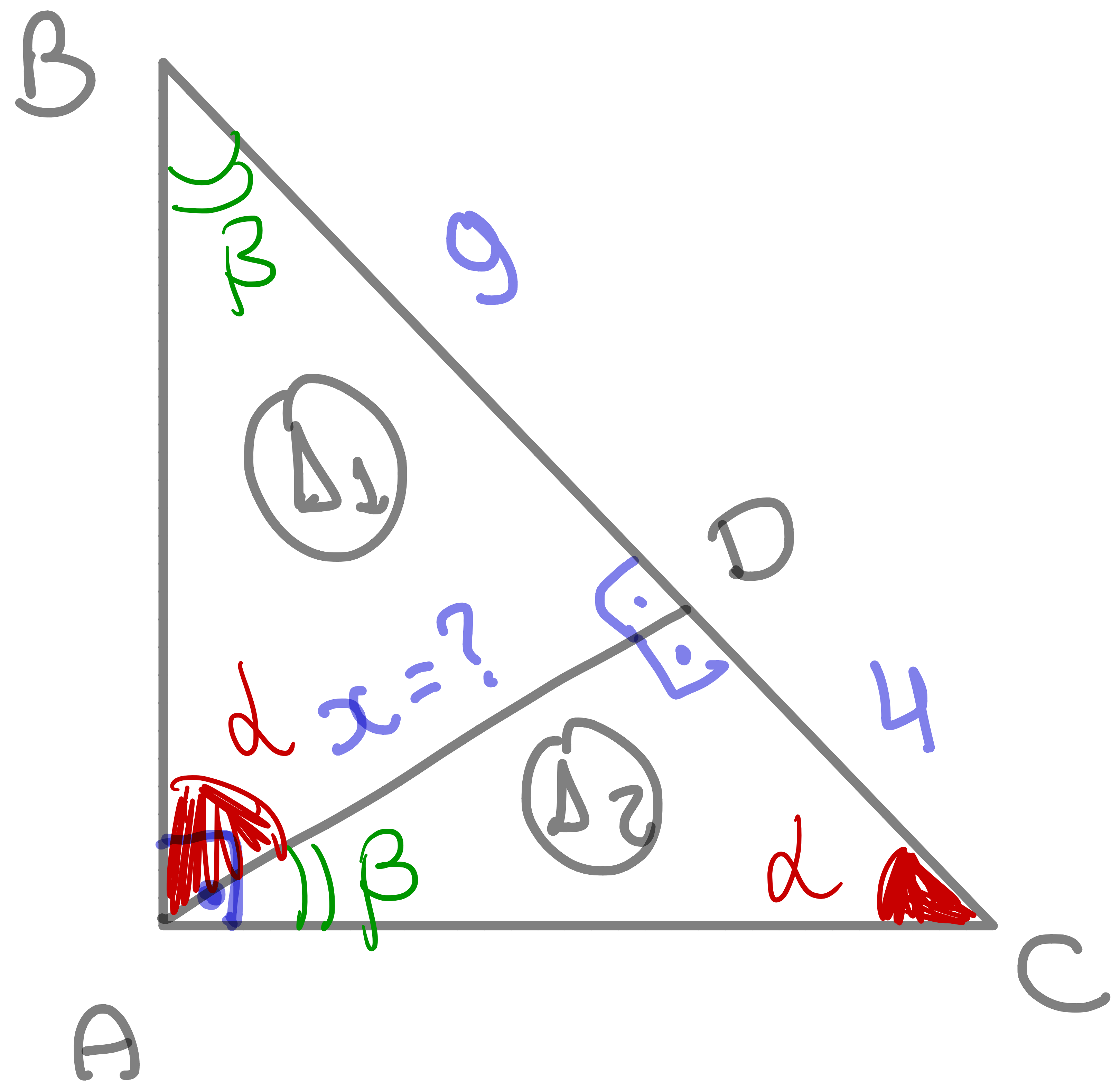
$25z=15^2$

$z=\frac{225}{25}$

$z=9$ //

MESTRES DA MATEMÁTICA

b)



$\Delta_1 \sim \Delta_2$

$\Downarrow$

$\frac{x}{4} = \frac{9}{x} \Rightarrow x^2 = 36$

$\boxed{x = 6}$

$h^2 = m \cdot n$

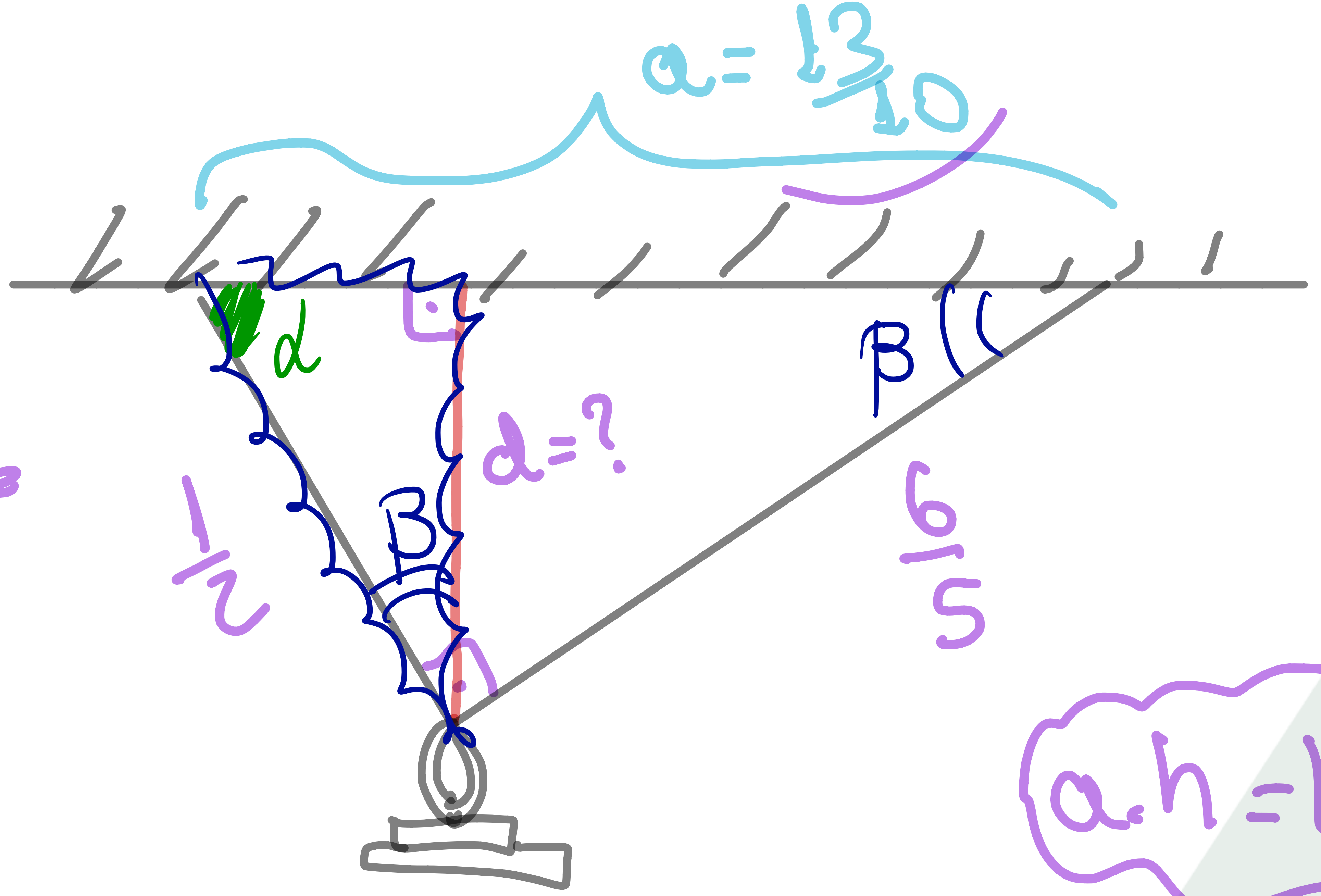
$x^2 = 9 \cdot 4$

$x^2 = 36$

$\boxed{x = 6}$

Exemplo 2 (FUVEST)

O lampião abaixo está suspenso por duas cordas perpendiculares entre si, presas ao teto, e cujas medidas são iguais a $\frac{1}{2}$ m e $\frac{6}{5}$ m. Assim sendo, calcule a distância do lampião ao teto.



Δ pequeno ~ Δ grande

$$\frac{d}{\frac{6}{5}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{13}{10}}$$

$$\frac{13}{\cancel{10}}\, d = \frac{6}{\cancel{5}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$

$$d = \frac{6}{13}\ \text{m}$$

(Pit.)

$$a^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

$$a^2 = \frac{1}{4} + \frac{36}{25}$$

$$a^2 = \frac{25 + 144}{100}$$

$$a^2 = \frac{169}{100}$$

$$a = \sqrt{\frac{169}{100}} \Rightarrow a = \frac{13}{10}$$

$$\boxed{a \cdot h = b \cdot c}$$

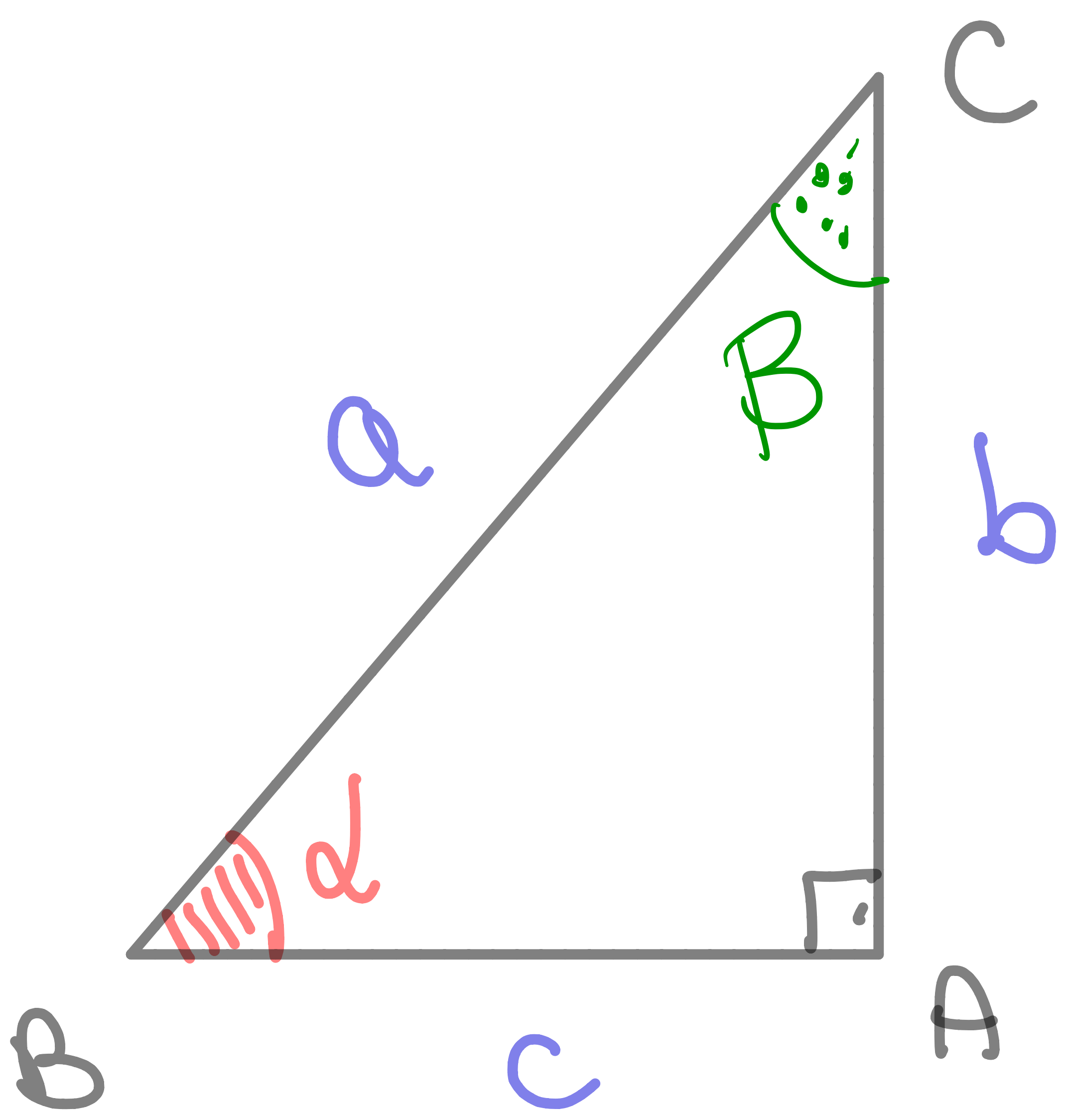
$$\frac{13}{10} \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5}$$

$$\frac{13d}{\cancel{10}} = \frac{6}{\cancel{10}}$$

$$d = \frac{6}{13}\ \text{m}$$

Razões Trigonométricas no Δ retângulo

SOH CAH TOA



$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{b}{a} = \cos\beta$

$\cos\alpha = \dfrac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{c}{a} = \text{sen}\,\beta$

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \dfrac{b}{c} = \dfrac{1}{\text{tg}\,\beta} = \text{cotg}\,\beta$

OBS 1: Dados dois ângulos complementares α e β temos:

$$\boxed{\begin{aligned} \text{sen}\,\alpha &= \cos\beta \\ \cos\alpha &= \text{sen}\,\beta \end{aligned}}$$

$\text{sen}\,40° = \cos 50°$

$\cos 60° = \text{sen}\,30°$

$$\text{sen}\,\theta = \cos(90° - \theta)$$

OBS 2º: $\boxed{\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$ (Relação Fundamental da trigonometria)

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1$$

$$\frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{\overbrace{b^2+c^2}^{a^2}}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{\cancel{a^2}}{\cancel{a^2}} = 1$$

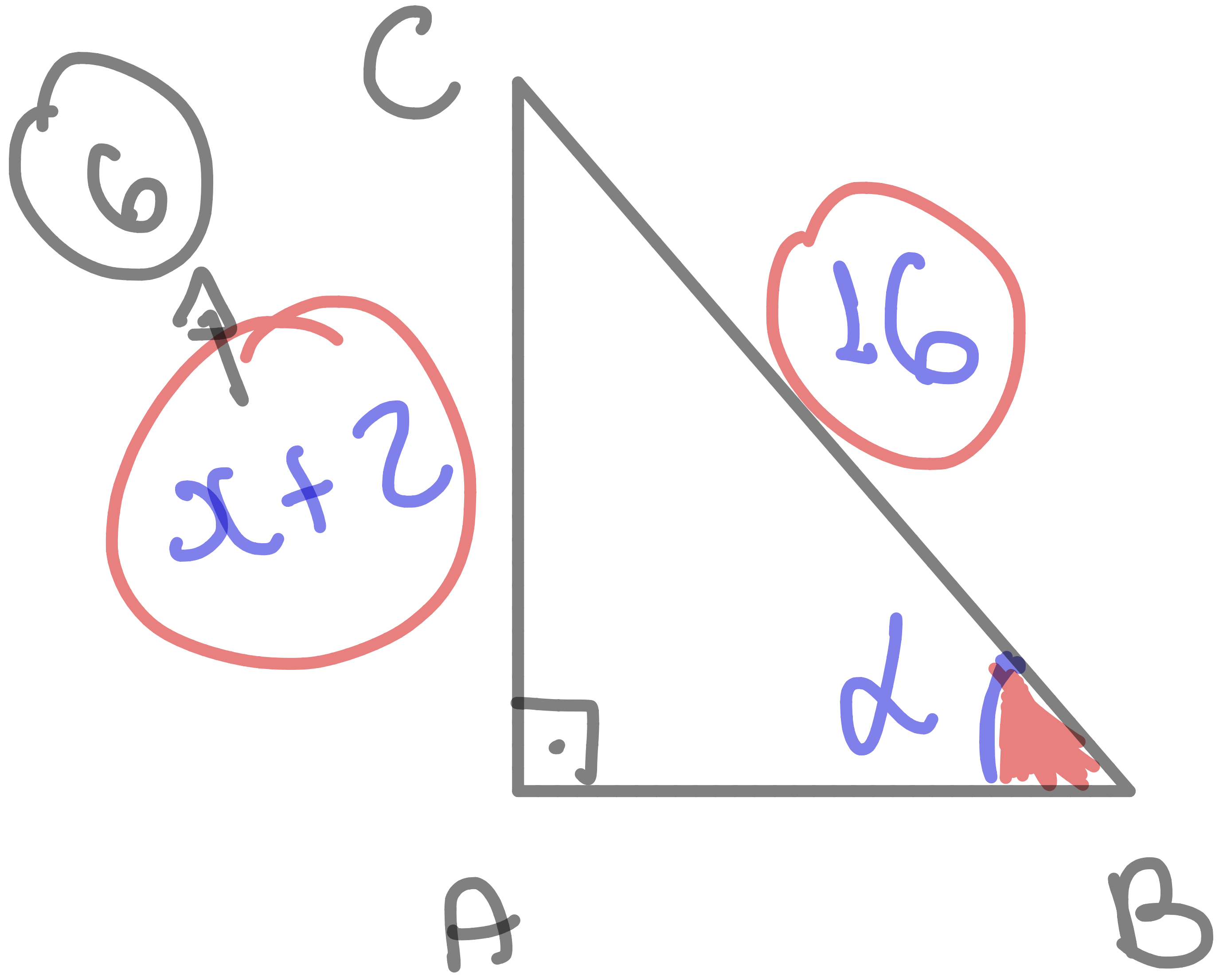
$$1 = 1$$

(c.q.d) ///

Exemplo 1

Determine os valores de x e y nos Δs abaixo:

a) $\boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{8}}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{x+2}{\cancel{16}_{\,2}} = \dfrac{3}{\cancel{8}_{\,1}}$

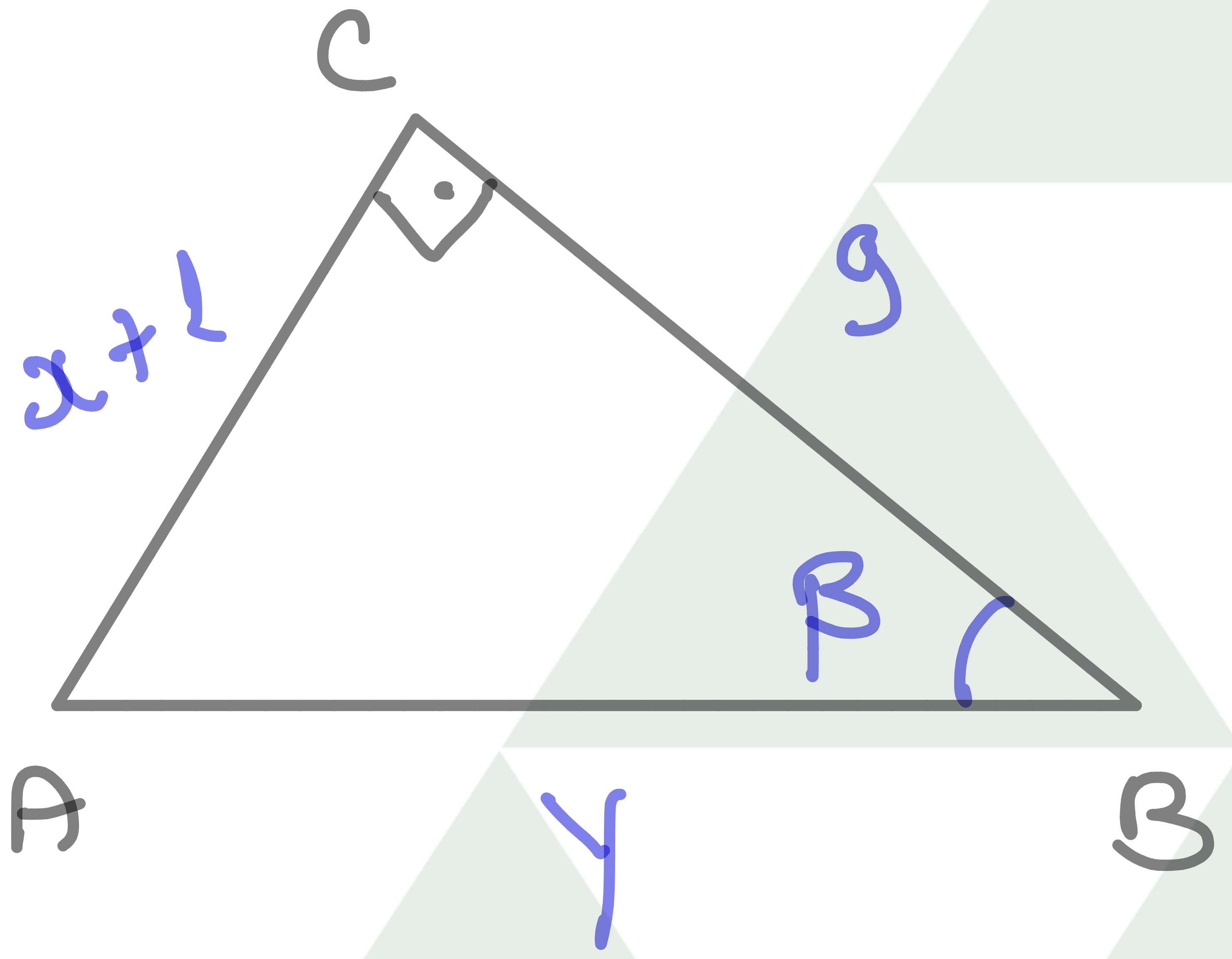


$x+2 = 6$

$x = 4$

$\dfrac{\cancel{6}}{\cancel{16}} = \dfrac{3}{8}$ // 1

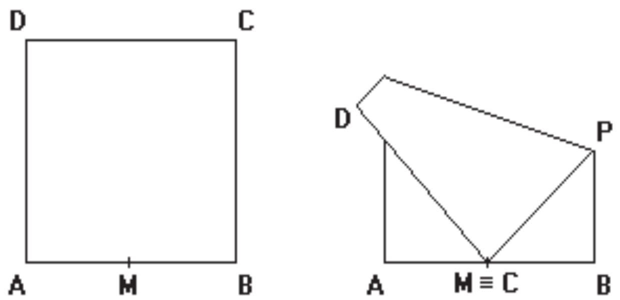
b) $\boxed{tg\,\beta = \frac{1}{3}}$



15) Uma folha quadrada de papel ABCD é dobrada de modo que o vértice C coincide com o ponto M médio de AB.

Se o lado de ABCD é 1, o comprimento BP é:

a) 0,300
b) 0,325
c) 0,375
d) 0,450
e) 0,500



16) (MACK) A folha de papel retangular da figura 1 é dobrada como mostra a figura 2.
Assim o valor do segmento DP é

a) $12\sqrt{5}$
b) $10\sqrt{5}$
c) $8\sqrt{5}$
d) 21
e) 25

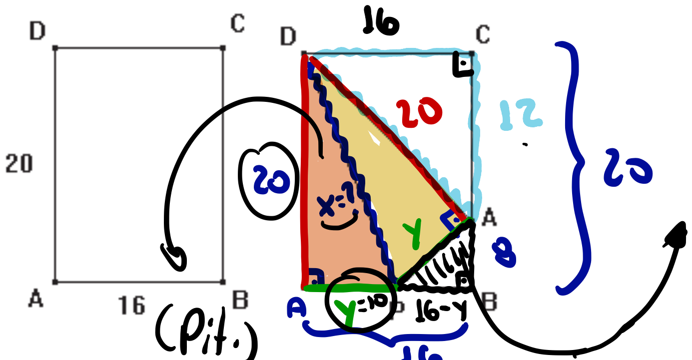


FIGURA 1 FIGURA 2

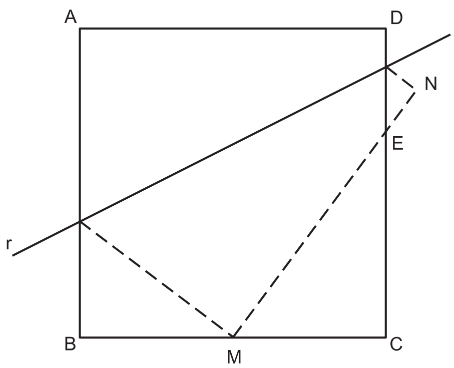
(Pit.)
$$x^2 = 20^2 + 10^2$$
$$x^2 = 400 + 100$$
$$x^2 = 500 \Rightarrow x = \sqrt{500} \Rightarrow x = 10\sqrt{5}$$

(Pit.)
$$y^2 = (16-y)^2 + 8^2$$
$$\cancel{y^2} = 256 - 32y + \cancel{y^2} + 64$$
$$32y = 320$$
$$\boxed{y = 10}$$

17) (UFMG) Uma folha de papel quadrada, ABCD, que mede 12 cm de lado, é dobrada na reta r, como mostrado nesta figura.

Feita essa dobra, o ponto D sobrepõe-se ao ponto N, e o ponto A, ao ponto médio M, do lado BC. É correto afirmar que, nessas condições, o segmento CE mede:

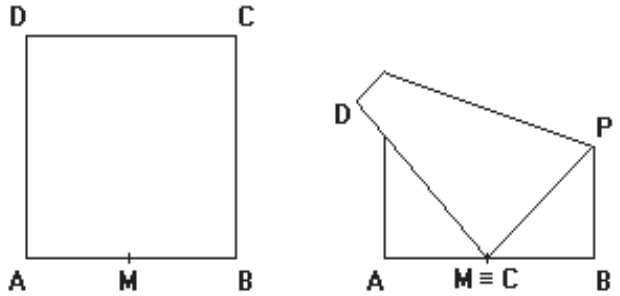
a) 7,2 cm
b) 7,5 cm
c) 8,0 cm
d) 9,0 cm
e) 9,5 cm



15) Uma folha quadrada de papel ABCD é dobrada de modo que o vértice C coincide com o ponto M médio de AB.

Se o lado de ABCD é 1, o comprimento BP é:

a) 0,300
b) 0,325
c) 0,375
d) 0,450
e) 0,500



16) (MACK) A folha de papel retangular da figura 1 é dobrada como mostra a figura 2. Assim o valor do segmento DP é

a) $12\sqrt{5}$
b) $10\sqrt{5}$
c) $8\sqrt{5}$
d) 21
e) 25

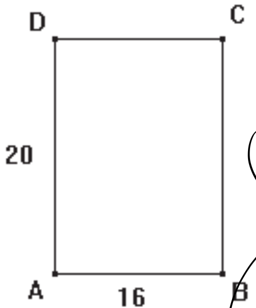


FIGURA 1

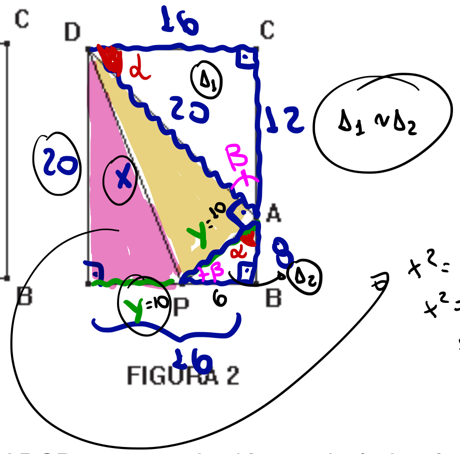


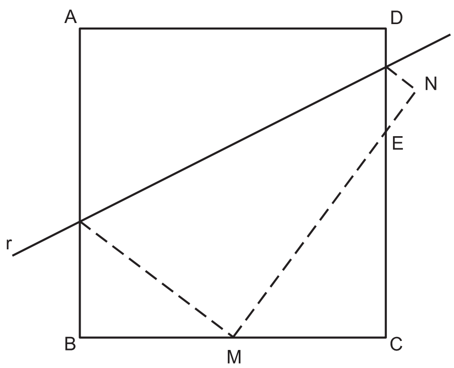
FIGURA 2

$x^2 = 20^2 + 10^2$
$x^2 = 400 + 100$
$x^2 = 500$
$x = 10\sqrt{5}$

17) (UFMG) Uma folha de papel quadrada, ABCD, que mede 12 cm de lado, é dobrada na reta r, como mostrado nesta figura.

Feita essa dobra, o ponto D sobrepõe-se ao ponto N, e o ponto A, ao ponto médio M, do lado BC. É correto afirmar que, nessas condições, o segmento CE mede:

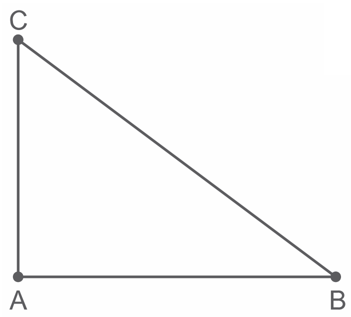
a) 7,2 cm
b) 7,5 cm
c) 8,0 cm
d) 9,0 cm
e) 9,5 cm



18) Observe o esquema a seguir, que representa certo trecho do Oceano Atlântico na costa brasileira. Um navio de pesquisas, situado inicialmente no ponto B, deve seguir rumo ao ponto C, em linha reta. Sabe-se que a distância BC é igual a 10 km.

No ponto A encontra-se uma ilha e o navio deve parar, na sua trajetória, em um ponto o mais próximo possível dessa ilha, para que uma equipe de biólogos siga em um barco auxiliar a fim de coletar algumas espécies de plantas nativas para análise.

Considere que a região limitada por AB, AC e BC seja plana e que o ângulo BAC meça 90º.



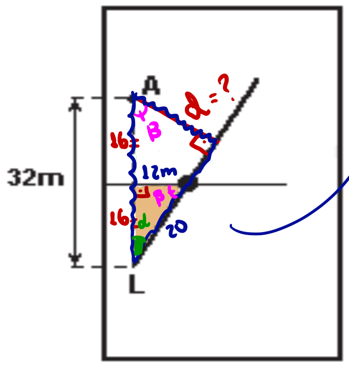
Se a distância do navio à ilha, ao iniciar sua trajetória em B, era de 8 km, podemos afirmar que, nesse percurso, a menor distância do navio à ilha será igual a

a) 5,2 km
b) 5,0 km
c) 4,8 km
d) 3,6 km
e) 2, 4 km

19) (FUVEST) Um lateral L faz um lançamento para um atacante A, situado 32 m à sua frente em uma linha paralela à lateral do campo de futebol. A bola, entretanto, segue uma trajetória retilínea, mas não paralela à lateral e quando passa pela linha de meio do campo está a uma distância de 12 m da linha que une o lateral ao atacante.

Sabendo-se que a linha de meio do campo está à mesma distância dos dois jogadores, a distância mínima que o atacante terá que percorrer para encontrar a trajetória da bola será de:

a) 18,8 m
~~b)~~ 19,2 m
c) 19,6 m
d) 20,0 m
e) 20,4 m



$\Delta peq \sim \Delta grande$

$\dfrac{12}{d} = \dfrac{\cancel{20}^{10}}{\cancel{32}^{16}}$

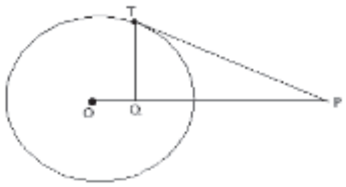
$10d = 192$

$d = \dfrac{192}{10}$

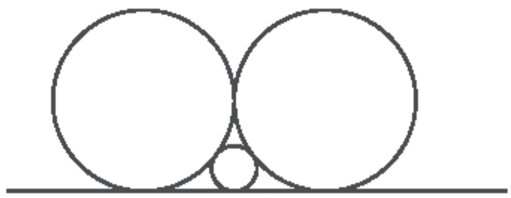
$d = 19{,}2m$

22) (UFMG) Nessa figura, o círculo tem centro O e raio 6 e OP = 16. A reta PT é tangente ao círculo em T e o segmento TQ é perpendicular à reta OP. Assim sendo, o comprimento do segmento QP é:

a) 13,75
b) 13,85
c) 14,25
d) 14,50
e) 15,00



23) (UFMG) Nesta figura, estão representadas três circunferências, tangentes duas a duas, e uma reta tangente às três circunferências:



Sabe-se que o raio de cada uma das duas circunferências maiores mede 1 cm. Então a medida do raio da circunferência menor é igual a:

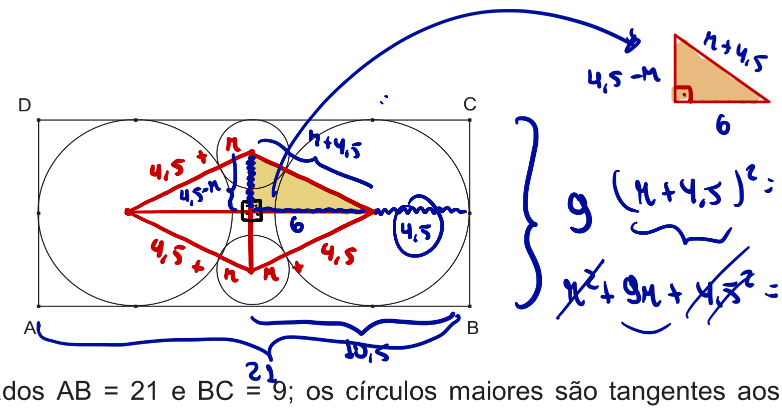
a) $\frac{1}{3}$ cm

b) $\frac{1}{4}$ cm

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

d) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm

24) Observe a figura.



$(r+4,5)^2 = (4,5-r)^2 + 6^2$

$\cancel{r^2} + 9r + \cancel{4,5^2} = \cancel{4,5^2} - 9r + \cancel{r^2} + 36$

Nela ABCD é um retângulo de lados AB = 21 e BC = 9; os círculos maiores são tangentes aos lados do retângulo e os círculos menores são idênticos e tangentes aos lados do retângulo e aos círculos maiores. Assim sendo determine o valor do raio dos círculos menores.

$18r = 36$

$r = 2$ //

a) 1,0
b) 2,0
c) 2,5
d) 3,0
e) 3,5