



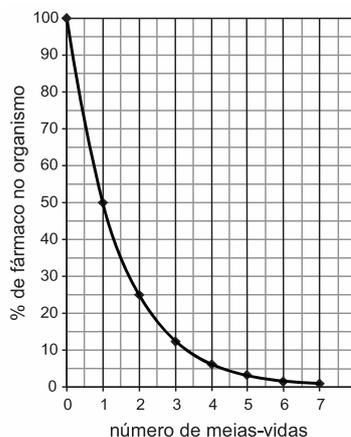
# MESTRES

DA MATEMÁTICA

## Exponencial e Logaritmo

Seção Enem

- 1) (Enem 2007) A duração do efeito de alguns fármacos está relacionada à sua meia-vida, tempo necessário para que a quantidade original do fármaco no organismo se reduza à metade. A cada intervalo de tempo correspondente a uma meia-vida, a quantidade de fármaco existente no organismo no final do intervalo é igual a 50% da quantidade no início desse intervalo.



O gráfico anterior representa, de forma genérica, o que acontece com a quantidade de fármaco no organismo humano ao longo do tempo. A meia-vida do antibiótico amoxicilina é de 1 hora. Assim, se uma dose desse antibiótico for injetada às 12 h em um paciente, o percentual dessa dose que restará em seu organismo às 13 horas e 30 minutos será aproximadamente de

- a) 10%
- b) 15%
- c) 25%
- d) 35%
- e) 50%

- 2) (Enem 2009) A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.

Suponha que o modelo exponencial  $y = 363 \cdot e^{0,03x}$ , em que  $x = 0$  corresponde ao ano 2000,  $x = 1$  corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que  $y$  é a população em milhões de habitantes no ano  $x$ , seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando  $e^{0,3} = 1,35$ , estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre

- a) 490 e 510 milhões
- b) 550 e 620 milhões
- c) 780 e 800 milhões
- d) 810 e 860 milhões
- e) 870 e 910 milhões.

- 3) (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como  $M_W$ ), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica.  $M_W$  e  $M_0$  se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10,7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10}(M_0).$$

Onde  $M_0$  é o momento sísmico (usualmente estimado a partir de registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude  $M_W = 7,3$ . Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico  $M_0$  do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

- a)  $10^{-5,10}$
- b)  $10^{-0,73}$
- c)  $10^{12,00}$
- d)  $10^{21,65}$
- e)  $10^{27,00}$

- 4) (Enem PPL 2013) Em um experimento, uma cultura de bactérias tem sua população reduzida pela metade a cada hora, devido à ação de um agente bactericida. Neste experimento, o número de bactérias em função do tempo pode ser modelado por uma função do tipo

- a) afim
- b) seno
- c) cosseno
- d) logarítmica crescente
- e) exponencial

- 5) (Enem 2013) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de césio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do césio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após  $t$  anos, é calculada pela expressão  $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$ , onde  $A$  é a massa inicial e  $k$  é uma constante negativa.

Considere 0,3 como aproximação para  $\log_{10} 2$ . Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do césio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

- a) 27
- b) 36
- c) 50
- d) 54
- e) 100

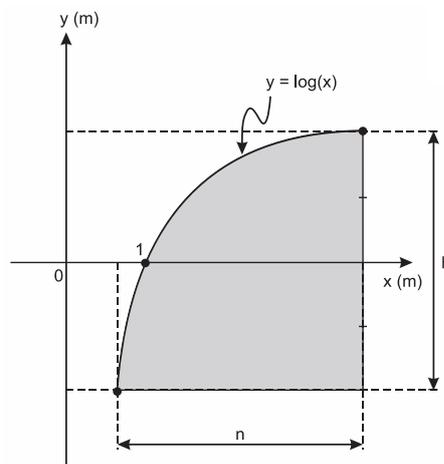


6) (Enem PPL 2015) O sindicato de trabalhadores de uma empresa sugere que o piso salarial da classe seja de R\$ 1.800,00 propondo um aumento percentual fixo por cada ano dedicado ao trabalho.

A expressão que corresponde à proposta salarial ( $s$ ) em função do tempo de serviço ( $t$ ) em anos, é  $s(t) = 1.800 \cdot (1,03)^t$ . De acordo com a proposta do sindicato, o salário de um profissional dessa empresa com 2 anos de tempo de serviço será, em reais,

- a) 7.416,00
- b) 3.819,24
- c) 3.709,62
- d) 3.708,00
- e) 1909,62

7) (Enem 2015) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação  $y = \log(x)$ , conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo  $x$  sempre divida ao meio a altura  $h$  do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo  $x$ . Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura  $h$  do vidro em função da medida  $n$  de sua base, em metros. A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

- a)  $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right) - \log\left(\frac{n - \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$
- b)  $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$
- c)  $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$
- d)  $\log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$
- e)  $2 \cdot \log\left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2}\right)$

8) (Enem PPL 2016) A volemia ( $V$ ) de um indivíduo é a quantidade total de sangue em seu sistema circulatório (coração, artérias, veias e capilares).

Ela é útil quando se pretende estimar o número total ( $N$ ) de hemácias de uma pessoa, a qual é obtida multiplicando-se a volemia ( $V$ ) pela concentração ( $C$ ) de hemácias no sangue, isto é,  $N = V \times C$ .

Num adulto normal essa concentração é de 5.200.000 hemácias por mL de sangue, conduzindo a grandes valores de  $N$ .

Uma maneira adequada de informar essas grandes quantidades é utilizar a notação científica, que consiste em expressar  $N$  na forma  $N = Q \cdot 10^n$  sendo  $1 \leq Q < 10$  e  $n$  um número inteiro.

Considere um adulto normal, com volemia de 5.000 mL.

Qual a quantidade total de hemácias desse adulto, em notação científica?

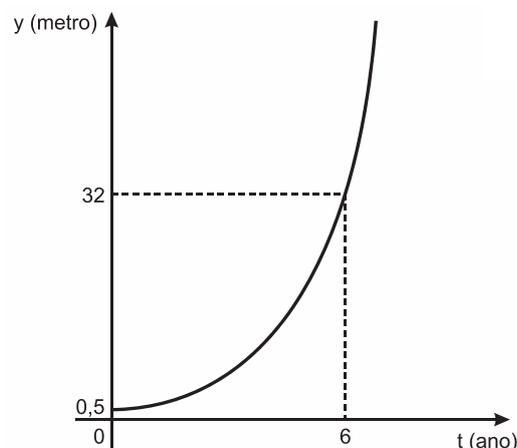
- a)  $2,6 \times 10^{-10}$
- b)  $2,6 \times 10^{-9}$
- c)  $2,6 \times 10^9$
- d)  $2,6 \times 10^{10}$
- e)  $2,6 \times 10^{11}$

9) (Enem PPL 2016) Admita que um tipo de eucalipto tenha expectativa de crescimento exponencial, nos primeiros anos após seu plantio, modelado pela função  $y(t) = a^{t-1}$  na qual  $y$  representa a altura da planta em metro,  $t$  é considerado em ano, e  $a$  é uma constante maior que 1.

O gráfico representa a função  $y$ . Admita ainda que  $y(0)$  fornece a altura da muda quando plantada, e deseja-se cortar os eucaliptos quando as mudas crescerem 7,5 m após o plantio.

O tempo entre a plantação e o corte, em ano, é igual a

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d)  $\log_2 7$
- e)  $\log_2 15$



10) (Enem 2016) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador *tsunami* no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada

por  $M = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{E_0}\right)$ , sendo  $E$  a energia, em kWh liberada pelo terremoto e  $E_0$  uma constante real

positiva. Considere que  $E_1$  e  $E_2$  representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente. Qual a relação entre  $E_1$  e  $E_2$ ?

- a)  $E_1 = E_2 + 2$
- b)  $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- c)  $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- d)  $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$
- e)  $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

11) (Enem 2016) O governo de uma cidade está preocupado com a possível epidemia de uma doença infectocontagiosa causada por bactéria. Para decidir que medidas tomar, deve calcular a velocidade de reprodução da bactéria. Em experiências laboratoriais de uma cultura bacteriana, inicialmente com 40 mil unidades, obteve-se a fórmula para a população:  $p(t) = 40 \cdot 2^{3t}$  em que  $t$  é o tempo, em hora, e  $p(t)$  é a população, em milhares de bactérias. Em relação à quantidade inicial de bactérias, após 20 min a população será

- a) reduzida a um terço
- b) reduzida à metade
- c) reduzida a dois terços
- d) duplicada
- e) triplicada

12) (Enem 2017) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação ( $P$ ) é calculado em função do número de prestações ( $n$ )

segundo a fórmula  $P = \frac{5000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$ .

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para  $\log 1,013$ ; 2,602 como aproximação para  $\log 400$ ; 2,525 como aproximação para  $\log 335$ . De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- a) 12
- b) 14
- c) 15
- d) 16
- e) 17

13) (Enem PPL 2017) Nas informações veiculadas nos órgãos de comunicação quando da ocorrência de um terremoto, faz-se referência à magnitude ( $M$ ) que se refere a quantos graus o fenômeno atingiu na escala Richter. Essa medida quantifica a energia liberada no epicentro do terremoto, e em seu cálculo utilizam-se como parâmetros as medidas da amplitude sísmica ( $A$ ) em micrômetro, e da frequência ( $f$ ) em hertz. Esses parâmetros são medidos por aparelhos especiais chamados sismógrafos, e relacionam-se segundo a função  $M = \log(A \times f) + 3,3$ . Pela magnitude do terremoto na escala Richter, pode-se estimar seus efeitos de acordo com o quadro, onde não estão considerados terremotos de magnitudes superiores a 7,9.

Magnitude (grau)	Efeitos do terremoto segundo a escala Richter
$M \leq 3,5$	Registrado (pelos aparelhos), mas não perceptível pelas pessoas.
$3,5 < M \leq 5,4$	Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
$5,4 < M \leq 6,0$	Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
$6,0 < M \leq 6,9$	Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
$6,9 < M \leq 7,9$	Destrutivo, retiraram os edifícios de suas fundações, causam fendas no solo e danificam as tubulações contidas no subsolo.

Um terremoto teve sua amplitude e frequências medidas e obteve-se  $A = 1000$  micrômetros e  $f = 0,2$  hertz. Use  $-0,7$  como aproximação para  $\log(0,2)$ . Considerando o quadro apresentado, e analisando o resultado da expressão que fornece a magnitude desse terremoto, conclui-se que ele foi

- a) registrado, mas não percebido pelas pessoas.
- b) percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
- c) destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
- d) destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
- e) destrutivo, com consequências nas fundações dos edifícios, fendas no solo e tubulações no subsolo.

14) (Enem 2018) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões. Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em  $0,25 \text{ cm}^2$  de área.

Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore). Considere  $0,30$  como aproximação para  $\log_{10} 2$

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- a) 1999
- b) 2002
- c) 2022
- d) 2026
- e) 2146



- 15) (Enem 2018) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura.

Um valor presente  $P$  submetido a juros compostos com taxa  $i$ , por um período de tempo  $n$ , produz um valor futuro  $V$  determinado pela fórmula  $V = P \cdot (1+i)^n$ .

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00 a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.

Utilize 0,2877 como aproximação para  $\ln\left(\frac{4}{3}\right)$  e 0,0131 como aproximação para  $\ln(1,0132)$ .

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30ª é a

- a) 56ª
- b) 55ª
- c) 52ª
- d) 51ª
- e) 45ª

**EXPONENCIAL E LOGARITMO**

<b>EXPONENCIAL E LOGARITMO</b>									
1) D	2) E	3) E	4) E	5) E	6) E	7) E	8) D	9) B	10) C
11) D	12) D	13) C	14) C	15) C					