

AULA 07 – Equação 2º Grau

Sumário

| | |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 – Introdução | 2 |
| 2 – Equação do 2º grau | 3 |
| 1 - <i>Conceito.....</i> | 3 |
| 2 – <i>Condição de Existência da Equação do 2º grau</i> | 3 |
| 3 – <i>Equação do 2º Grau Incompletas.....</i> | 4 |
| 4 – <i>Resolução da Equação do 2º Grau</i> | 10 |
| 5 – <i>Discussão da Equação do 2º Grau.....</i> | 13 |
| 6 – <i>Relação entre Coeficientes e Raízes</i> | 15 |
| 7 – <i>Determinação das Raízes a partir da Soma ou Produto</i> | 18 |
| 8 – <i>Forma fatorada da Equação do 2º Grau Completa.....</i> | 20 |
| 3 – Lista de Questões | 53 |
| 4 - Gabarito..... | 69 |





1 – INTRODUÇÃO

Chegamos a um ponto muito importante para a sua prova. Não que os outros já estudados não sejam, mas este está presente em quase todas as questões, por se tratar de um desdobramento natural nas resoluções.

Desta forma, solicito que leiam com muita atenção, bem como façam as questões como bastante afinho.

Na sua prova, praticamente em todos os anos, caiu ao menos uma questão que verse sobre esta aula. Já dá para perceber o tamanho da importância de aprender de fato este tema.

O primeiro dos assuntos é: **EQUAÇÃO DO 2º GRAU**. Tema muito importante para qualquer concurso militar, ainda mais o seu. Desta forma, peço que preste bastante atenção na teoria, além de praticar bastante cada propriedade. Este tópico irá ajudar lá na frente. Não dê mole. Foco total.

Vamos nessa?



2 – EQUAÇÃO DO 2º GRAU

1 - CONCEITO

É uma espécie de trinômio do 2º grau, em que sua expressão é igual a zero, ou seja, é apresentada da forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Cabe ressaltar algumas nomenclaturas importantes:

a → Coeficiente do termo dominante (do 2º grau)

b → Coeficiente do termo do 1º grau

c → Termo independente

x → Incógnita ou variável a ser procurada na equação

2 – CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Para que uma expressão algébrica seja uma equação do 2º grau, são necessárias algumas condições, quais sejam:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \in \mathbb{R} \\ c \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Perceba que, se o "a" não for diferente de zero, não estaremos diante de uma equação do 2º grau, mas sim, de uma equação do 1º grau.

Observe, abaixo, alguns exemplos de equação do 2º grau:



✓ $2x^2 + 3x - 1 = 0$

✓ $-7x^2 - 4x + 10 = 0$

✓ $4x^2 - 1 = 0$

✓ $x^2 + 3x = 0$

3 – EQUAÇÃO DO 2º GRAU INCOMPLETAS

Você pode perceber que, nos dois últimos exemplos, não estamos diante de equações do 2º grau completas, isto se faz verdade pelo fato de "b" ou "c" assumir o valor nulo, ou seja, zero.

Assim, temos que:

$$\begin{array}{l} \text{I) } ax^2 + bx = 0 \\ \text{II) } ax^2 + c = 0 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Equações do 2º grau incompletas} \end{array} \right.$$

Observe que, na equação I - $ax^2 + bx$ - temos como zero o termo independente, ou seja, o "c".

Por outro lado, na equação II - $ax^2 + c$ - temos como zero o coeficiente do termo do 1º grau, ou seja, o "b".

Cabe ressaltar que, essas formas de representação implicam diretamente na resolução das equações. Vejamos alguns exemplos:

$$x^2 - 3x = 0$$

1º passo: Colocar o elemento em comum em evidência. Assim:

$$x(x - 3) = 0$$

2º passo: Para um produto de dois termos dar zero, ao menos um deles deverá ser zero. Assim:

$$x(x - 3) = 0$$



$$x = 0$$

ou

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

Desta forma, temos como raízes da equação do 2º grau

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3$$



TOME NOTA!

Raiz de uma equação é toda a variável que, ao ser substituída na equação original, retorna um valor igual a ZERO. Perceba no exemplo abaixo:

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow (0)^2 - 3 \cdot (0) = 0 - 0 = 0$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow (3)^2 - 3 \cdot (3) = 9 - 9 = 0$$

Logo, 0 e 3 são raízes.

$$4x^2 - 1 = 0$$

1º passo: Isolar o termo dominante x^2

$$4x^2 - 1 = 0$$

$$4x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

2º passo: Extrair a raiz quadrada do termo da direita da igualdade

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$





TOME NOTA!

Ao extrair a raiz quadrada de qualquer termo positivo, o resultado sempre será da forma

+ ou -

Exemplo:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm\sqrt{4} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$$

$$x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}$$

Observe que precisamos ter sempre uma incógnita elevado ao expoente par.

Pensando numa outra forma de demonstrar a resolução de uma equação incompleta, na qual o "c" é zero, porém de forma genérica, podemos dizer que:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } ax + b = 0$$

$$ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Assim, o conjunto solução é $S = \{0; -\frac{b}{a}\}$

Exemplos:

a) $2x^2 - 9x = 0$

Comentário:

$$2x^2 - 9x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{(-9)}{2} = \frac{9}{2}$$

Logo: $S = \{0; \frac{9}{2}\}$



b) $-x^2 + 4x = 0$

Comentário:

$$-x^2 + 4x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{(-4)}{-1} = 4$$

Logo: $S = \{0; 4\}$

c) $x^2 - 7x = 0$

Comentário:

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{(-7)}{1} = 7$$

Logo: $S = \{0; 7\}$



Nas equações acima, podemos perceber que, sempre que "c" for igual a ZERO, umas das raízes da equação será também **ZERO**.

Também de forma algébrica, podemos dizer que, nas equações incompletas:



$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Assim, o conjunto solução é $S = \left\{ -\sqrt{-\frac{c}{a}}; +\sqrt{-\frac{c}{a}} \right\}$

Exemplos:

a) $x^2 - 9 = 0$

Comentário:

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x_1 = -\sqrt{\frac{9}{1}} = -\sqrt{9} = -3$$

$$x_2 = +\sqrt{\frac{9}{1}} = +\sqrt{9} = +3$$

Logo: $S = \{-3; 3\}$

b) $x^2 - 7 = 0$

Comentário:

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow -\sqrt{-\frac{(-7)}{1}} = -\sqrt{7}$$

$$x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow +\sqrt{-\frac{(-7)}{1}} = +\sqrt{7}$$

Logo: $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$





PRESTE MAIS
ATENÇÃO!!

As equações do 2º grau desse tipo ($ax^2 + c = 0$) só terão raízes reais se, somente se, o termo, após ser isolado à direita da igualdade, for positivo, ou seja:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}} \Rightarrow -\frac{c}{a} > 0$$

Exemplo:

$$x^2 + 3 = 0$$

Perceba que:

$-\frac{c}{a} \Rightarrow -\frac{(3)}{1} = -3$, que não é maior que zero, logo, podemos afirmar que a equação

$(x^2 + 3 = 0)$ não possui raízes reais.



TOME NOTA!

Dizer que uma equação não possui raízes reais é diferente de dizer que tal equação não possui raízes, ok? Não confunda!



PRESTE MAIS
ATENÇÃO!!

Podemos ter ainda uma equação do 2º grau incompleta da forma:

$$ax^2 = 0$$



Neste caso, os coeficientes **b** e **c** valem zero. Ressalto ainda que isso implica em raízes duplas (iguais) a zero.

Assim:

$$2x^2 = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$S = \{0\}$$

4 – RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Toda e qualquer equação do 2º grau, pode ser resolvida, ou seja, encontrada as raízes pela fórmula geral de Báskara:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Ressalto que o valor de Δ (**delta**) pode ser chamado também de discriminante. Mais a frente veremos a análise de sinal do discriminante, que nos ajuda a saber quantas raízes reais determinada raiz possui!

Vejamos alguns exemplos de resolução da equação do 2º grau por meio de báskara.

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Comentário:



$$a = 1$$

$$b = -5$$

$$c = 6$$

Utilizando a fórmula, temos:

$$\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (6)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow \frac{5 \pm 1}{2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{5+1}{2} = 3$$

Logo:

$$S = \{2, 3\}$$

$$b) x^2 + 7x + 12 = 0$$

Comentário:

$$a = 1$$

$$b = 7$$

$$c = 12$$

Utilizando Báskara, temos:



$$\frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4.(1).(12)}}{2.(1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4.12}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2} \Rightarrow \frac{-7 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-7 - 1}{2} = -4$$

$$x_2 = \frac{-7 + 1}{2} = -3$$

$$S = \{-4, -3\}$$



TOME NOTA!

Perceba que, resolver uma equação do 2º grau, nada mais é que achar as raízes, ou seja, encontrar os valores de “x” para os quais a equação resulta zero. Assim, fica fácil perceber que ao substituir cada solução na equação original, encontramos a igualdade $0 = 0$

Exemplo:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow S = \{2; 3\}$$

Logo :

$$x = 2 \Rightarrow (2)^2 - 5.(2) + 6 = 0$$

$$4 - 10 + 6 = 0$$

$$10 - 10 = 0$$

$$0 = 0$$



5 – DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Pelo simples fato do discriminante estar dentro de uma raiz quadrada, já nos obriga a pensar no seguinte quadro:

| Valor de Δ | Número de raízes reais |
|-------------------|-----------------------------------------------------------|
| $\Delta > 0$ | Duas raízes reais e distintas |
| $\Delta = 0$ | Duas raízes reais iguais raiz /raiz dupla/raiz identidade |
| $\Delta < 0$ | Nenhuma raiz real (ou duas raízes não reais) |

Exemplo:

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

Calculando o Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12$$

$$\Delta = 49 - 48$$

$$\Delta = 1$$

Logo:

$$\Delta > 0$$

Assim:

$$x^2 + 7x + 12 = 0 \Rightarrow 2 \text{ raízes reais e distintas}$$

b) $9x^2 + 12x + 4 = 0$

Calculando o Δ :



$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (12)^2 - 4.(9).4$$

$$\Delta = 144 - 144$$

$$\Delta = 0$$

Assim,

$9x^2 + 12x + 4 \Rightarrow$ duas raízes iguais

c) $2x^2 + 5x + 9 = 0$

Calculando o Δ , temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (5)^2 - 4.(2).9$$

$$\Delta = 25 - 72$$

$$\Delta = -47$$

Logo :

$$\Delta < 0$$

Assim, $2x^2 + 5x + 9 = 0 \Rightarrow$ duas raízes não reais ou nenhuma raiz real

d) $x^2 + 8x + m = 0$

Calculando o Δ , temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (8)^2 - 4.(1).m$$

$$\Delta = 64 - 4m$$

Assim,

$$\Delta > 0 \Rightarrow 64 - 4m > 0 \Rightarrow 40 < 64 \Rightarrow m < 16$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4m = 0 \Rightarrow 4m = 64 \Rightarrow m = 16$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow 64 - 4m < 0 \Rightarrow 4m > 64 \Rightarrow m > 16$$



Podemos concluir que, para que $x^2 + 8x + m = 0$ tenha:

2 raízes reais distintas $\Rightarrow m < 16$

2 raízes reais iguais $\Rightarrow m = 16$

2 raízes não reais $\Rightarrow m > 16$

6 – RELAÇÃO ENTRE COEFICIENTES E RAÍZES

Existem algumas relações entre raízes que podem ser achadas utilizando os coeficientes da equação do 2º grau. Este tema cai muito em sua prova, então, **DECORE!!!**

Dada a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, temos que:

✓ **Soma das raízes** ($x_1 + x_2$)

$$S = \frac{-b}{a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como soma de raízes:

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow -\frac{-5}{1} = 5$$

Logo:

$$x_1 + x_2 = 5$$

✓ **Produto das raízes** ($x_1 \cdot x_2$)

$$P = \frac{c}{a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como produto das raízes:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{6}{1} = 6$$



Logo:

$$x_1 \cdot x_2 = 6$$

✓ **Diferença das raízes** ($x_1 - x_2$)

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

O resultado estando em módulo significa que a diferença é sempre positiva, ou seja, da maior raiz para a menor raiz.

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como diferença entre as raízes:

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (6)}}{1} \right| \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{25 - 24}}{1} \right| \Rightarrow \frac{1}{1} = 1$$

Logo: $|x_1 - x_2| = 1$

✓ **Média aritmética das raízes** $\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)$

$$M_A = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como média das raízes:

$$M_A = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(-5)}{2 \cdot (1)} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2,5$$

Logo:

$$M_A = 2,5$$



✓ **Média geométrica das raízes** ($\sqrt{x_1 \cdot x_2}$)

$$M_G = \sqrt{x_1 \cdot x_2} \Rightarrow \sqrt{P}, \text{ sendo "P" o produto das raízes, ou seja, } P = \frac{c}{a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como média geométrica das raízes:

$$M_G = \sqrt{P} \Rightarrow \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{6}{1}} = \sqrt{6}$$

Logo:

$$M_G = \sqrt{6}$$

✓ **Soma dos inversos das raízes** $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)$

$$S_i = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} \Rightarrow \frac{S}{P}$$

Onde:

"S" é a soma e "P" é produto das raízes

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como soma dos inversos das raízes:

$$S_i = \frac{S}{P} \Rightarrow \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a} \cdot \frac{a}{c} = \frac{-b}{c} = \frac{-(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

Logo:

$$S_i = \frac{5}{6}$$





PRESTE MAIS
ATENÇÃO!!

Soma dos inversos é DIFERENTE do inverso das somas, pois:

Inverso da soma:

$$\frac{1}{x_1 + x_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{-b}{a}} \Rightarrow \frac{-a}{b}$$

Desta forma, temos como exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como inverso da soma:

$$I_s = \frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{-a}{b} = \frac{-(1)}{-5} = \frac{1}{5}$$



TOME NOTA!

É impossível descrever todas as possibilidades de cobrança de prova, no entanto, para quaisquer outras você já poderá intuitivamente encontrar a fórmula, a partir das operações soma / subtração / produto, combinadas com produtos notáveis e fatoração.

7 – DETERMINAÇÃO DAS RAÍZES A PARTIR DA SOMA OU PRODUTO

É possível, conhecidas as raízes, fazer a composição de uma equação do 2º grau. Esta determinação é obtida por meio de uma fórmula resolvente, conhecida como Equação de Stiven.

Segue abaixo a equação:



$$x^2 - Sx + P = 0$$

Onde:

$$S = x_1 + x_2 \rightarrow \text{Soma das Raízes}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Produto das Raízes}$$

Exemplo 1:

Qual a equação do 2º grau completa cuja soma e produto valem, respectivamente, 5 e 6?

Comentário:

$$S = 5$$

$$P = 6$$

Logo:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - (5)x + (6) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Exemplo 2:

Qual a equação do 2º grau completa cujas raízes são 2 e -3?

Comentário:

$$S = 2 + (-3) \Rightarrow S = -1$$

$$P = 2 \cdot (-3) \Rightarrow P = -6$$

Logo:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

$$x^2 - (-1)x + (-6) = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$





TOME NOTA!

Para utilizar a Equação de Stiven, faz-se necessário o coeficiente do termo dominante. ("a") ser igual a 1. Caso não seja, não será possível o cálculo da equação por soma e produto.

8 – FORMA FATORADA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COMPLETA

Toda equação completa do 2º grau pode ser escrita sob a forma fatorada, dada por:

$$a \cdot (x - x_1)(x - x_2) = 0 \quad a \neq 0$$

Com:

a → coeficiente do termo dominante

x → variável real

x_1 → raiz

x_2 → raiz

Exemplo:

Encontre a equação do 2º grau na sua forma fatorada, sabendo-se que $a = 6$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = \frac{1}{6}$

Comentário:

$$a \cdot (x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$6 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{6}\right) = 0$$

A equação acima está na forma fatorada. Esta equação produz a seguinte equação após o devido processo de distributiva



$$6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{x}{6} - \frac{x}{2} + \frac{1}{12}\right) = 0$$

$$6\left(x^2 - \frac{4x}{6} + \frac{1}{12}\right) = 0$$

$$6x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0$$



01. (EAM - 2004) A soma das raízes reais da equação $\sqrt{2}x^2 - (2\sqrt{2} + 2)x + 4 = 0$ é:

- a) 0
- b) $2 - \sqrt{2}$
- c) $\sqrt{2}$
- d) $2 + \sqrt{2}$
- e) $4\sqrt{2}$

Comentário:

Soma das raízes: $ax^2 + bx + c$

$$S = \frac{-b}{a}$$

Logo:

$$S = \frac{-[-(2\sqrt{2} + 2)]}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}}, \text{ racionalizando temos:}$$

$$\frac{(2\sqrt{2} + 2) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{4} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{4}} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \frac{4+2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{2.(2+\sqrt{2})}{2} = 2+\sqrt{2}$$

Gabarito: D

02. (EAM – 2006) Qual o valor de $m+n$ para que $(x^2 + mx).(x^2 - x) + nx^2$ seja igual a $x^4 - 3x^3 + 7x^2$?
(Lembre-se, coeficientes de termos com o mesmo grau são iguais)

- a) 5
- b) 3
- c) 2
- d) -3
- e) -7

Comentário:

Fazendo a distributiva:

$$\begin{aligned}(x^2 + mx).(x^2 - x) + nx^2 &\Rightarrow \\ \Rightarrow x^2.x^2 - x^2.x + mx.x^2 - mx.x + nx^2 &\Rightarrow \\ x^4 - x^3 + mx^3 - mx^2 + nx^2 &\Rightarrow x^4 - x^3(1-m) + x^2(n-m)\end{aligned}$$

Assim:

$$x^4 - (1-m)x^3 + (n-m)x^2 = x^4 - 3x^3 + 7x^2, \text{ temos}$$

$$\begin{cases} 1-m=3 \Rightarrow m=-2 \\ n-m=7 \Rightarrow n-(-2)=7 \Rightarrow n+2=7 \Rightarrow n=7-2=5 \\ m+n=-2+5=3 \end{cases}$$

Gabarito: B

03. (EAM – 2006) Assinale a opção que representa a equação que possui raízes reais distintas.

- a) $2x^2 + 6x = 20$
- b) $3x^2 - 12x = -12$



c) $-x^2 + 5x = 10$

d) $-2x^2 - 12x = 18$

e) $x^2 + 4 = 0$

Comentário:

Raízes reais distintas: $\Delta > 0$

Logo: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$

a)

$$2x^2 + 6x - 20 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\Delta = (3)^2 - 4.(1).(-10)$$

$$\Delta = 9 + 40$$

$$\Delta = 49 > 0$$

Resolver por sinal de a e c (contrários)

Gabarito: A

04. (EAM – 2007) A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10 = 0$ representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

a) 20

b) 25

c) 30

d) 36

e) 225

Comentário:

Vamos achar as raízes utilizando “Báskara”:

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$



$$\frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (-10)}}{2 \cdot 3}$$

$$\frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{6} \Rightarrow \frac{13 \pm \sqrt{289}}{6} \Rightarrow \frac{13 \pm 17}{6}$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{13 + 17}{6}$$

$$x_2 = \frac{13 - 17}{6}$$

$$x_1 = \frac{30}{6} = 5$$

$$x_2 = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \text{ (não convém)}$$

Logo, o quadrado possui lado 5 e área 25.

Gabarito: B

05. (EAM – 2008) O triplo da raiz quadrada de um número real positivo x , diminuído de duas unidades, é igual ao próprio número x . A soma das raízes dessa equação é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6



Comentário:

$$3\sqrt{x} - 2 = x$$

$$3\sqrt{x} = x + 2 \text{ (elevando ao quadrado)}$$

$$(3\sqrt{x})^2 = (x + 2)^2$$

$$9x = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 4x - 9x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\text{Soma} = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-(-5)}{1} = 5$$

Gabarito: D

06. (EAM – 2009) O valor de K na equação $(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0$, de modo que a soma de suas raízes seja 8, é:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

Comentário:

Já sabemos que a soma das raízes é dada por $\frac{-b}{a}$. Logo:

$$(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0$$

$$S = \frac{-[-(k+6)]}{k-1} = 8 \Rightarrow \frac{k+6}{k-1} = 8 \Rightarrow k+6 = 8(k-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k+6 = 8k-8 \Rightarrow 8k-k = 6+8 \Rightarrow 7k = 14$$

$$k = 2$$



Gabarito: E

07. (EAM – 2010) Sejam “S” e “P” a soma e o produto, respectivamente, das raízes da equação $x^2 - 5x + 6$. O valor do produto “S P” é:

- a) 30
- b) 40
- c) 50
- d) 60
- e) 70

Comentário:

Já sabem que:

$$S = \frac{-b}{a}$$

$$P = \frac{c}{a}$$

Logo:

$$S.P = \frac{-b}{a} \cdot \frac{c}{a} = \frac{-b.c}{a^2}$$

Dada a equação: $x^2 - 5x + 6$, temos:

$$S.P = \frac{-(-5).6}{1.1} \Rightarrow S.P = 30$$

Gabarito: A

08. (EAM – 2010) Se o produto $(x-3).(x+1)$ tem o mesmo resultado de $5x-13$, então o valor de x é sempre:

- a) par
- b) primo



- c) múltiplo de 5
- d) múltiplo de 13
- e) ímpar

Comentário:

Temos que:

$$(x-3).(x+1) = 5x-13$$

$$x^2 + x - 3x - 3 = 5x - 13$$

$$x^2 - 2x - 5x - 3 + 13 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Resolvendo a equação por soma e produto, temos:

Soma: 7

Produto: 10

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 5$$

Podemos afirmar que x é sempre primo.

Gabarito: B

09. (EAM – 2012) Sendo a e b raízes reais da equação $x^2 - 4x + 2 = 0$, o valor numérico de $(ab^2 + a^2b)$ é:

- a) 1
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 8



Comentário:

Temos que:

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

Sabemos que:

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-(-4)}{1} = 4$$

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{2}{1} = 2$$

Temos ainda que, após a evidenciação:

$$(ab^2 + a^2b) \rightarrow ab(b+a) \rightarrow ab(a+b)$$

Assim:

$$a \cdot b = P$$

$$(a+b) = S$$

$$P \cdot S = 2 \cdot 4 = 8$$

Gabarito: E

10. (EAM – 2012) A solução da equação irracional $\sqrt{1+4x} + x - 1 = 0$ é:

- a) {0}
- b) {6}
- c) {0,4}
- d) {0,5}
- e) {0,6}

Comentário:

Isolando o radical e elevando ao quadrado, temos que:



$$\sqrt{1+4x} + x - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{1+4x} = 1 - x$$

$$(\sqrt{1+4x})^2 = (1-x)^2 \Rightarrow 1+4x = 1 - 2x + x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 - 4x$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

Produto de dois números dando zero, logo um deles será zero.

$$x = 0$$

$$x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

Por fim, temos que testar as raízes encontradas na equação original.

$$\sqrt{1+4x} + x - 1 = 0; \text{ para } x = 0$$

$$\sqrt{1+4 \cdot (0)} + 0 - 1 = 0$$

$$\sqrt{1+0} + 0 - 1 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 = 0 \text{ (} x = 0 \text{ é raiz)}$$

$$\sqrt{1+4x} + x - 1 = 0; \text{ para } x = 6$$

$$\sqrt{1+4 \cdot (6)} + 6 - 1 = 0$$

$$\sqrt{1+24} + 6 - 1 = 0$$

$$\sqrt{25} + 5 = 0$$

$$5 + 5 = 10$$

$$10 \neq 0 \text{ (} x = 6 \text{ não é raiz)}$$

Gabarito: A

11. (EAM – 2012) O valor de $k > 0$ na equação $x^2 + 2kx + 16 = 0$, de modo que a diferença entre as suas raízes seja 6, é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 7



Comentário:

Sabemos que a diferença das raízes é dada por:

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

Logo:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (2k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16$$

$$\Delta = 4k^2 - 64$$

Temos então:

$$\frac{\sqrt{4k^2 - 64}}{1} = 6$$

$$\sqrt{4k^2 - 64} = 6$$

$$4k^2 - 64 = 36 \text{ (dividindo por 4)}$$

$$k^2 - 16 = 9$$

$$k^2 = 25$$

$$k = \pm 5$$

Como $k > 0$, temos que $k = 5$

Gabarito: D

12. (EAM – 2013) Qual é o valor de k , para que a equação $3x^2 - 2x + k = 0$ possua raízes reais e iguais?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 3

d) $-\frac{1}{3}$

e) -3



Comentário:

Para termos raízes reais e iguais, $\Delta = 0$

Assim:

$$3x^2 - 2x + k = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot k$$

$$\Delta = 4 - 12k = 0$$

$$12k = 4$$

$$k = \frac{4}{12}$$

$$k = \frac{1}{3}$$

Gabarito: A

13. (EAM – 2014) Assinale a opção que corresponde ao maior número que é solução da equação

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

Comentário:

Achando a solução, temos:

$x^2 - 3x + 2 = 0$, fazendo por soma e produto, temos:

Soma: 3

Produto: 2

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 2$$



Logo a maior raiz é 2.

Gabarito: D

14. (EAM – 2015) A soma das raízes da equação $4x^2 - 11x + 6 = 0$ é:

- a) $\frac{11}{4}$
- b) 11
- c) 6
- d) $\frac{3}{2}$
- e) 4

Comentário:

Sabemos que a soma das raízes é $\frac{-b}{a}$

Assim:

$$4x^2 - 11x + 6 = 0$$
$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-11)}{4} = \frac{11}{4}$$

Gabarito: A

15. (EAM – 2016) A média das raízes da equação $2x^2 - 22x + 56 = 0$ é:

- a) 1,5
- b) 2,5
- c) 3,5
- d) 4,5
- e) 5,5



Comentário:

Média aritmética é igual a metade da soma.

Logo:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{S}{2} = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

Assim:

$$2x^2 - 22x + 56 = 0$$

$$MA = \frac{-(-22)}{2 \cdot (2)} = \frac{22}{4} = \frac{11}{2}$$

Gabarito: E

16. (EAM – 2017) Considerando $n(P)$ como notação que determina o número de elementos de um conjunto P , $A \times B$ como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda que $n(A) = 2x - 3$; $n(B) = x - 5$; $n(AB) = x^2 + 10x - 27$, é correto afirmar que o valor numérico de X é:

- a) um número primo
- b) um múltiplo de 5
- c) um múltiplo de 7
- d) um múltiplo de 11
- e) um múltiplo de 13

Comentário:

Sabemos da Teoria dos Conjuntos que:

$n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$, logo:



$$\begin{aligned}(2x-3)(x-5) &= x^2 + 10x - 27 \\ 2x^2 - 10x - 3x + 15 &= x^2 + 10x - 27 \\ 2x^2 - x^2 - 10x - 3x - 10x + 15 + 27 &= 0 \\ x^2 - 23x + 42 &= 0\end{aligned}$$

Fazendo soma e produto, temos:

$$x^2 - 23x + 42 = 0$$

Soma: 23

Produto: 42

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 21$$

É fácil notar que $x \neq 2$, pois, se assim não for o conjunto B, por exemplo, terá uma quantidade de elementos negativo.

Assim, $x = 21$, que é múltiplo de 7.

Gabarito: C

17. (FN – 2008) A soma dos possíveis valores de x que verificam a igualdade $x^2 = 5x$ é um:

- a) número par
- b) divisor de 8
- c) número primo
- d) múltiplo de 8
- e) número negativo

Comentário:

$$x^2 = 5x \text{ (equação incompleta)}$$

$$x^2 - 5x = 0 \text{ (colocando x em evidência)}$$



$$x(x-5) = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$x = 5$$

Assim:

$$0 + 5 = 5$$

Número primo

Gabarito: C

18. (FN – 2012) Determine o valor real de x para que se tenha $\sqrt{x+\sqrt{x-1}} = \sqrt{2x-3}$

a) 10

b) (2, 5)

c) 5

d) 7, 5)

e) 1

Comentário:

Elevando ao quadrado a expressão, temos:

$$(\sqrt{x+\sqrt{x-1}})^2 = (\sqrt{2x-3})^2$$

$$x+\sqrt{x-1} = 2x-3$$

$$(\sqrt{x-1})^2 = (x-3)^2 \text{ (elevando ao quadrado)}$$

$$x-1 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x - x + 9 + 1 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Soma: 7

Produto: 10



$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 5$$

Gabarito: B

19. (FN – 2013) Calcule, em \mathbf{R} , o valor de x que satisfaz a equação $\frac{10}{x^2 - 9} + \frac{x+4}{x+3} = \frac{x+2}{x-3}$

a) -2

b) $5\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{2}$

d) 2

e) 5

Comentário:

Abrindo o denominador da primeira fração:

$$\frac{10}{(x-3)(x+3)} + \frac{x+4}{x+3} = \frac{x+2}{x-3} \quad (\text{tirando o mmc})$$

$$10 + (x+4)(x-3) = (x+2)(x+3)$$

$$10 + x^2 - 3x + 4x - 12 = x^2 + 3x + 2x + 6$$

$$-2 + x = 5x + 6$$

$$5x - x = -2 - 6$$

$$4x = -8$$

$$x = -2$$

Gabarito: A

20. (FN – 2015) Indique qual da equação abaixo tem 2 e -3 como raízes.

a) $y^2 - 5y + 6 = 0$

b) $x^2 + x - 5 = 0$



c) $x^2 + x - 6 = 0$

d) $x^2 + x - 7 = 0$

e) $m^2 + 2m - 12 = 0$

Comentário:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -3$$

Soma = -1

Produto = -6

Logo:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Gabarito: C

21. (FN – 2017) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2 - 10x + 16 = 0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 2cm

b) 8cm

c) $8\sqrt{17}$ cm

d) $6\sqrt{8}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

Comentário:

Fazendo por soma e produto

Soma = 10

Produto = 16



$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 8$$

Logo:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$h^2 = 2^2 + 8^2$$

$$h^2 = 4 + 64$$

$$h^2 = 68$$

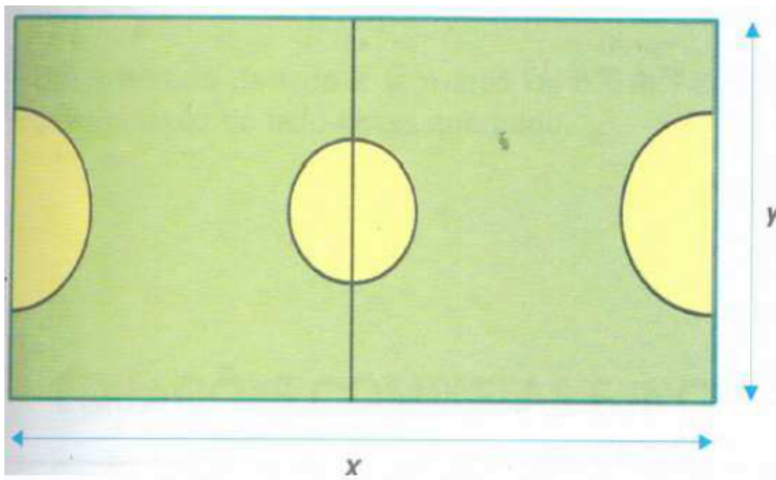
$$h = \sqrt{68}$$

$$h = \sqrt{4 \cdot 17}$$

$$h = 2\sqrt{17}$$

Gabarito: E

22. (FN – 2017) Paulo descobriu que a quadra do salão de seu colégio tem área de 384 m^2 e perímetro 80 m.



X = comprimento da quadra

Y = largura da quadra

Com base nas informações acima, qual a equação que determina as dimensões dessa quadra?

a) $y^2 + 40y - 384 = 0$

b) $y^2 - 35y + 397 = 4$

c) $y^2 + 47y - 574 = 66$



d) $y^2 - 40y + 384 = 0$

e) $y^2 + 50y - 277 = 0$

Comentário:

Temos que:

Perímetro = $x + x + y + y = 80 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x + y) = 80 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x + y) = 40$

Área = $xy = 384$

Assim:

$y^2 - Sy + P = 0$, sendo S (soma) e P (produto)

Então:

$y^2 - 40y + 384 = 0$

Gabarito: D

23. (FN – 2018) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2 - 8x + 12 = 0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

a) 20 cm

b) 40 cm

c) $2\sqrt{10}$ cm

d) $5\sqrt{4}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

Comentário:

Fazendo por soma e produto, temos:

Soma: 8



Produto: 12

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 6$$

Assim:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$h^2 = 2^2 + 6^2$$

$$h^2 = 4 + 36$$

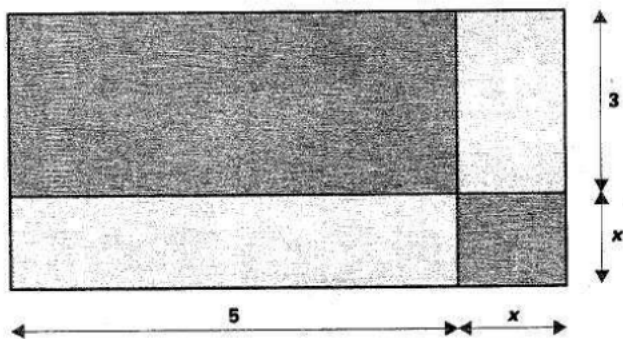
$$h^2 = 40$$

$$h = \sqrt{40}$$

$$h = 2\sqrt{10}$$

Gabarito: C

24. (FN – 2018) Determine a função quadrática que expressa a área y do triângulo em função de x .



- a) $x^2 + 8x + 15 = 0$
- b) $x^2 + 8x + 8 = 0$
- c) $x^2 + 5x + 3 = 0$
- d) $5x^2 - 5x + 8 = 0$
- e) $x^2 - 8x + 12 = 0$



Comentário:

Área do retângulo: base x altura

Temos que:

Base: $x+5$

Altura: $x+3$

Assim:

$$(x+5).(x+3) = \text{Área}$$

Área:

$$x^2 + 5x + 5x + 15$$

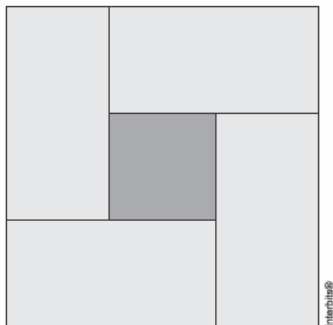
$$x^2 + 8x + 15$$

Logo:

$$x^2 + 8x + 15$$

Gabarito: A

25. (cp2 2019) Nas salas de aula do Colégio Pedro II serão colocados pisos conforme a figura a seguir:



Cada piso é formado por quatro retângulos iguais de lados 10 cm e $(x+10)$ cm, respectivamente, e um quadrado de lado igual a x cm.

Sabendo-se que a área de cada piso equivale a 900 cm^2 , o valor de x , em centímetros, é

a) 10.

b) 23.



- c) 24.
d) 50.

Comentário:

Calculando:

$$4 \cdot 10 \cdot (x + 10) + x^2 = 900 \Rightarrow 40x + 400 + x^2 = 900 \Rightarrow x^2 + 40x - 500 = 0$$

$$\Delta = 40^2 - 4 \cdot 1 \cdot -500 = 3600$$

$$x = \frac{-40 \pm \sqrt{3600}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = -50 \text{ (não convém)} \\ \text{ou} \\ x = 10 \end{cases}$$

Gabarito: A

26. (ifal 2018) Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2 - x - 12 = 0$, o resultado da soma $x_1 + x_2$ é

- a) 1.
b) 3.
c) 4.
d) 7.
e) 12.

Comentário:

Utilizando a técnica de soma e produto, temos que a soma das raízes deve ser

$$\frac{-b}{a} = \frac{x_1 + x_2}{1} = \frac{-(-1)}{1} = 1$$

Gabarito: A

27. (epcar (Cpcar) 2018) Numa doceria comprei dois tipos de doce. Do primeiro tipo, 6 unidades de determinado valor unitário. Do segundo tipo, cujo valor unitário é 3 reais mais caro que o primeiro tipo, comprei uma quantidade que equivale ao dobro do valor unitário do primeiro tipo. Entreguei seis notas de 50 reais para pagar tal compra e recebi 30 reais de troco.



Dos dois tipos de doce que comprei, gastei com o mais caro, em reais, um total de

- a) 216
- b) 198
- c) 162
- d) 146

Comentário:

Calculando:

x = valor tipo 1

$x + 3$ = valor tipo 2

y = quantidade comprada tipo 2 = $2x$

$$6x + 2x \cdot (x + 3) = 6 \cdot 50 - 30$$

$$6x + 2x^2 + 6x = 270 \Rightarrow 2x^2 + 12x - 270 = 0 \Rightarrow x^2 + 6x - 135 = 0$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-135) = 576$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{576}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ \text{ou} \\ x = -15 \text{ (não convém)} \end{cases}$$

Doce tipo 1 = 9 reais/unidade \Rightarrow total gasto = $6 \cdot 9 = 54$ reais

Doce tipo 2 = 12 reais/unidade \Rightarrow total gasto = $18 \cdot 12 = 216$ reais

Gabarito: A

28. (ifsul 2016) Os valores da soma e do produto das raízes da função quadrática $f(x) = -x^2 + 9x - 18$ são, respectivamente,

- a) -1 e 3
- b) 3 e 6
- c) -3 e -6
- d) 9 e 18

Comentário:

Pelas Relações de Girard:



$$f(x) = -x^2 + 9x - 18$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{9}{-1} = 9$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-18}{-1} = 18$$

Gabarito: D

28. (Ipsul 2016) Problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam em textos escritos pelos babilônios, nas tábuas cuneiformes. Observe a equação abaixo:

$$x^2 - 12x + p = 0.$$

Determine o valor de p , para que uma das raízes seja o dobro da outra.

- a) 25
- b) 30
- c) 32
- d) 35

Comentário:

Pelas Relações de Girard, pode-se escrever:

$$x^2 - 12x + p = 0$$

$$x' = x$$

$$x'' = 2x$$

$$x' + x'' = 3x = 12 \rightarrow x = 4$$

$$p = x' \cdot x'' = x \cdot 2x = 2x^2 = 2 \cdot 4^2 \rightarrow p = 32$$

Gabarito: C

29. (utfpr 2016) A equação $3x^2 - 5x + c = 0$ admite o número 2 como raiz, então o valor de c é igual a:

- a) 26.
- b) -22.



- c) -2.
- d) 6.
- e) 1.

Comentário:

Substituindo o valor da raiz dada na equação, tem-se:

$$3x^2 - 5x + c = 0$$

$$3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + c = 0 \rightarrow 12 - 10 + c \rightarrow c = -2$$

Gabarito: C

30. (utfpr 2016) Bárbara tem 6 anos e Ligia tem 5. Assinale daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 42.

- a) 1.
- b) 2.
- c) 10.
- d) 12.
- e) 30.

Comentário:

Os algarismos que podem resultar em produto igual a 42 são 6 e 7 (ou 21 e 2, por exemplo - porém a diferença de idades entre as irmãs teria que ser de 19 anos, o que não ocorre). Portanto, daqui a 1 ano o produto de suas idades será igual a 42. Ou ainda:

$$(6 + x) \cdot (5 + x) = 42 \rightarrow 30 + 6x + 5x + x^2 = 42$$

$$x^2 + 11x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \text{ou} \\ x = -12 \text{ (não convém)} \end{cases}$$



Gabarito: A

31. (Espm 2014) Se as raízes da equação $2x^2 - 5x - 4 = 0$ são m e n , o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

- a) $-\frac{5}{4}$
- b) $-\frac{3}{2}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{7}{4}$
- e) $\frac{5}{2}$

Comentário:

Sendo $a = 2$, $b = -5$ e $c = -4$, das relações entre coeficientes e raízes, vem

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{n+m}{mn} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c} = -\frac{(-5)}{-4} = -\frac{5}{4}.$$

Gabarito: A

32. (Unifor 2014) Uma indústria de cimento contrata uma transportadora de caminhões para fazer a entrega de 60 toneladas de cimento por dia em Fortaleza. Devido a problemas operacionais diversos, em certo dia, cada caminhão foi carregado com 500 kg a menos que o usual, fazendo com que a transportadora nesse dia contratasse mais 4 caminhões para cumprir o contrato. Baseado nos dados acima se pode afirmar que o número de caminhões usado naquele dia foi:

- a) 24



- b) 25
- c) 26
- d) 27
- e) 28

Comentário:

Sejam n e q , respectivamente, o número de caminhões utilizados e a capacidade de cada caminhão.

Tem-se que

$$n \cdot q = (n + 4) \cdot (q - 500) \Leftrightarrow q = 125 \cdot n + 500.$$

Desse modo, vem

$$\begin{aligned} n \cdot q = 60000 &\Leftrightarrow n \cdot (125 \cdot n + 500) = 60000 \\ &\Leftrightarrow n^2 + 4n - 480 = 0 \\ &\Rightarrow n = 20. \end{aligned}$$

Portanto, o resultado pedido é $20 + 4 = 24$.

Gabarito: A

33. (cftmg 2013) As raízes da equação $x^2 + mx + n = 0$ são reais e simétricas. Nessas condições, m e n são números reais de modo que

- a) $m = 0$ e $n > 0$.
- b) $m = 0$ e $n < 0$.
- c) $m < 0$ e $n > 0$.
- d) $m > 0$ e $n > 0$.



Comentário:

Se as raízes são simétricas, então sua soma é igual a zero, isto é, $-\frac{m}{1} = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Além disso, como as raízes são reais, deve-se ter $-4 \cdot 1 \cdot n > 0 \Leftrightarrow n < 0$.

Gabarito: B

34. (cftmg 2013) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

- a) 32.
- b) 34.
- c) 36.
- d) 38.

Comentário:

Sejam n e $n+2$ dois números naturais pares consecutivos cujo produto é 360. É fácil ver que $n = 18$. Logo, a soma pedida é $2n + 2 = 38$.

Gabarito: D

35. (ifsc 2011) Quanto à equação $x^2 - 4x + 3 = 0$ é correto afirmar que:

- a) a soma de suas raízes é igual a -4 .
- b) tem duas raízes reais e iguais.
- c) tem duas raízes reais e distintas.
- d) não tem raízes reais.
- e) o produto de suas raízes é nulo.



Comentário:

Resolvendo a equação $x^2 - 4x + 3 = 0$, obtemos as raízes $x = 3$ ou $x = 1$.

Portanto, possui duas raízes reais e distintas.

Observação: Originalmente a questão possuía duas alternativas corretas, [A] e [C]. Porém, para que haja somente uma resposta, a alternativa [A] foi adaptada de “a soma de suas raízes é igual a 4” para “a soma de suas raízes é igual a -4”.

Gabarito: C

36. (ifsp 2011) Considere a equação do 2º grau, em x , dada por $2x^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = 2$ e $r_2 = -3$, então a diferença $b - c$ é igual a

- a) 8.
- b) 14.
- c) 19.
- d) 23.
- e) 27.

Comentário:

$$\begin{aligned} 2x^2 + bx + c &= 2 \cdot [x^2 - (r_1 + r_2)x + r_1 r_2] \\ &= 2 \cdot [x^2 - (2 - 3)x + 2 \cdot (-3)] \\ &= 2 \cdot (x^2 + x - 6) \\ &= 2x^2 + 2x - 12. \end{aligned}$$

Portanto,

$$b = 2 \text{ e } c = -12 \Rightarrow b - c = 2 - (-12) = 14.$$





Gabarito: B

37. (Ueg 2011) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R\$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R\$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de:

- a) R\$ 6,00
- b) R\$ 5,00
- c) R\$ 3,00
- d) R\$ 2,00

Comentário:

Sejam n e p , respectivamente, o número de sanduíches comprados inicialmente e o preço de custo unitário.

Logo, segue que:

$$\begin{cases} n \cdot p = 180 \\ (n-6) \cdot (p+2) = (n+30) \cdot p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \cdot p = 180 \\ n = 18p + 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3p^2 + p - 30 = 0 \\ \Rightarrow p = 3.$$

Portanto, o preço de custo de cada sanduíche foi de R\$ 3,00.

Gabarito: C

38. (Unicamp 2011) Quarenta pessoas em excursão pernoitam em um hotel.

Somados, os homens despendem R\$ 2.400,00. O grupo de mulheres gasta a mesma quantia, embora cada uma tenha pago R\$ 64,00 a menos que cada homem.

Denotando por x o número de homens do grupo, uma expressão que modela esse problema e permite encontrar tal valor é



- a) $2400x = (2400 + 64x)(40 - x)$.
b) $2400(40 - x) = (2400 - 64x)x$.
c) $2400x = (2400 - 64x)(40 - x)$.
d) $2400(40 - x) = (2400 + 64x)x$.

Comentário:

Se o número de homens no grupo é x , então o número de mulheres é $40 - x$. Além disso, o valor pago por cada homem é $\frac{2400}{x}$ reais. Como cada mulher pagou R\$ 64,00 a menos que cada homem, temos que cada uma pagou $\frac{2400}{x} - 64$ reais. Portanto, sabendo que a despesa das mulheres também foi de R\$ 2.400,00, segue que:

$$(40 - x)\left(\frac{2400}{x} - 64\right) = 2400 \Rightarrow (40 - x)\left(\frac{2400 - 64x}{x}\right) = 2400$$
$$\Rightarrow (40 - x)(2400 - 64x) = 2400x.$$

Gabarito: C

39. (Pucrj 2010) Se A e B são as raízes de $x^2 + 3x - 10 = 0$, então $\frac{1}{(A - B)^2}$ vale:

- a) $-\frac{1}{10}$
b) $-\frac{1}{49}$
c) $\frac{1}{49}$
d) $\frac{1}{10}$
e) $\frac{1}{7}$



Comentário:

Resolvendo a equação $x^2 + 3x - 10 = 0$, temos $x = 2$ ou $x = -5$, logo:

$$\frac{1}{(A-B)^2} = \frac{1}{(2-(-5))^2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

Gabarito: C

40. (G1 1996) A equação de 2º grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

- a) 1
- b) 2
- c) -1
- d) -2
- e) 0

Comentário:

Consideremos $x_1 = 4$ e x_2 as raízes da equação, temos:

$$a \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 16 = 0 \Rightarrow 16a - 16 - 16 = 0 \Rightarrow 16a = 32 \Rightarrow a = 2$$

A soma das raízes de uma equação de segundo grau é dada por:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \text{ considerando que } b = -4, \text{ temos:}$$

$$4 + x_2 = -\frac{(-4)}{2} \Rightarrow x_2 = -2$$



Portanto a opção correta é a da letra [D].

Gabarito: D

3 – LISTA DE QUESTÕES

01. (EAM - 2004) A soma das raízes reais da equação $\sqrt{2}x^2 - (2\sqrt{2} + 2)x + 4 = 0$ é:

- a) 0
 - b) $2 - \sqrt{2}$
 - c) $\sqrt{2}$
 - d) $2 + \sqrt{2}$
 - e) $4\sqrt{2}$
-

02. (EAM – 2006) Qual o valor de $m+n$ para que $(x^2 + mx).(x^2 - x) + nx^2$ seja igual a $x^4 - 3x^3 + 7x^2$?
(Lembre-se, coeficientes de termos com o mesmo grau são iguais)

- a) 5
 - b) 3
 - c) 2
 - d) -3
 - e) -7
-

03. (EAM – 2006) Assinale a opção que representa a equação que possui raízes reais distintas.

- a) $2x^2 + 6x = 20$
- b) $3x^2 - 12x = -12$
- c) $-x^2 + 5x = 10$



d) $-2x^2 - 12x = 18$

e) $x^2 + 4 = 0$

04. (EAM – 2007) A raiz da equação $3x^2 - 13x - 10 = 0$ representa a medida em centímetros do lado de um quadrado. Quanto mede, em centímetros quadrados, a área desse quadrado?

a) 20

b) 25

c) 30

d) 36

e) 225

05. (EAM – 2008) O triplo da raiz quadrada de um número real positivo x , diminuído de duas unidades, é igual ao próprio número x . A soma das raízes dessa equação é:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

06. (EAM – 2009) O valor de K na equação $(k-1)x^2 - (k+6)x + 7 = 0$, de modo que a soma de suas raízes seja 8, é:

a) -2

b) -1

c) 0



d) 1

e) 2

07. (EAM – 2010) Sejam “S” e “P” a soma e o produto, respectivamente, das raízes da equação $x^2 - 5x + 6$. O valor do produto “S P” é:

a) 30

b) 40

c) 50

d) 60

e) 70

08. (EAM – 2010) Se o produto $(x-3).(x+1)$ tem o mesmo resultado de $5x-13$, então o valor de x é sempre:

a) par

b) primo

c) múltiplo de 5

d) múltiplo de 13

e) ímpar

09. (EAM – 2012) Sendo a e b raízes reais da equação $x^2 - 4x + 2 = 0$, o valor numérico de $(ab^2 + a^2b)$ é:

a) 1

b) 4

c) 5



- d) 6
 - e) 8
-

10. (EAM – 2012) A solução da equação irracional $\sqrt{1+4x} + x - 1 = 0$ é:

- a) {0}
 - b) {6}
 - c) {0,4}
 - d) {0,5}
 - e) {0,6}
-

11. (EAM – 2012) O valor de $k > 0$ na equação $x^2 + 2kx + 16 = 0$, de modo que a diferença entre as suas raízes seja 6, é:

- a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 7
-

12. (EAM – 2013) Qual é o valor de k , para que a equação $3x^2 - 2x + k = 0$ possua raízes reais e iguais?

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) 3



d) $-\frac{1}{3}$

e) -3

13. (EAM – 2014) Assinale a opção que corresponde ao maior número que é solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

e) 1

14. (EAM – 2015) A soma das raízes da equação $4x^2 - 11x + 6 = 0$ é:

a) $\frac{11}{4}$

b) 11

c) 6

d) $\frac{3}{2}$

e) 4

15. (EAM – 2016) A média das raízes da equação $2x^2 - 22x + 56 = 0$ é:

a) 1,5

b) 2,5

c) 3,5



- d) 4,5
- e) 5,5

16. (EAM – 2017) Considerando $n(P)$ como notação que determina o número de elementos de um conjunto P , $A \times B$ como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda que $n(A) = 2x - 3$; $n(B) = x - 5$; $n(AB) = x^2 + 10x - 27$, é correto afirmar que o valor numérico de X é:

- a) um número primo
- b) um múltiplo de 5
- c) um múltiplo de 7
- d) um múltiplo de 11
- e) um múltiplo de 13

17. (FN – 2008) A soma dos possíveis valores de x que verificam a igualdade $x^2 = 5x$ é um:

- a) número par
- b) divisor de 8
- c) número primo
- d) múltiplo de 8
- e) número negativo

18. (FN – 2012) Determine o valor real de x para que se tenha $\sqrt{x + \sqrt{x - 1}} = \sqrt{2x - 3}$

- a) 10
- b) (2, 5)
- c) 5



- d) 7, 5)
 - e) 1
-

19. (FN – 2013) Calcule, em \mathbf{R} , o valor de \mathbf{x} que satisfaz a equação $\frac{10}{x^2 - 9} + \frac{x+4}{x+3} = \frac{x+2}{x-3}$

- a) - 2
 - b) $5\sqrt{2}$
 - c) $3\sqrt{2}$
 - d) 2
 - e) 5
-

20. (FN – 2015) Indique qual da equação abaixo tem 2 e -3 como raízes.

- a) $y^2 - 5y + 6 = 0$
 - b) $x^2 + x - 5 = 0$
 - c) $x^2 + x - 6 = 0$
 - d) $x^2 + x - 7 = 0$
 - e) $m^2 + 2m - 12 = 0$
-

21. (FN – 2017) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2 - 10x + 16 = 0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.

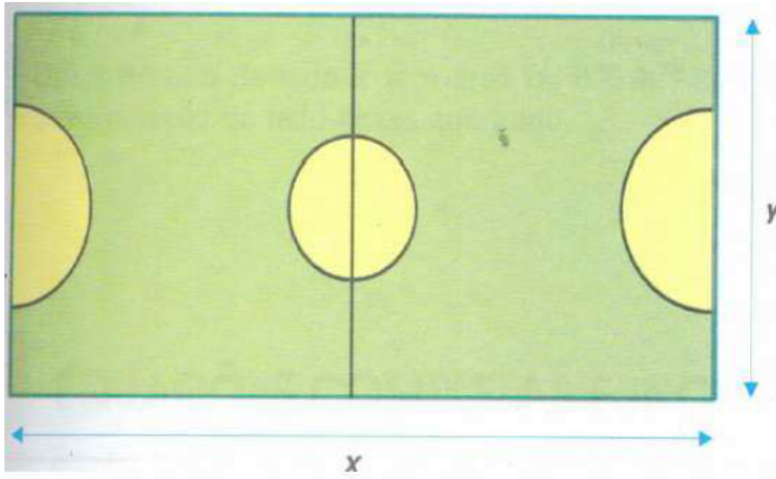
- a) 2cm
- b) 8cm
- c) $8\sqrt{17}$ cm



d) $6\sqrt{8}$ cm

e) $2\sqrt{17}$ cm

22. (FN – 2017) Paulo descobriu que a quadra do salão de seu colégio tem área de 384 m^2 e perímetro 80 m.



X = comprimento da quadra

Y = largura da quadra

Com base nas informações acima, qual a equação que determina as dimensões dessa quadra?

a) $y^2 + 40y - 384 = 0$

b) $y^2 - 35y + 397 = 4$

c) $y^2 + 47y - 574 = 66$

d) $y^2 - 40y + 384 = 0$

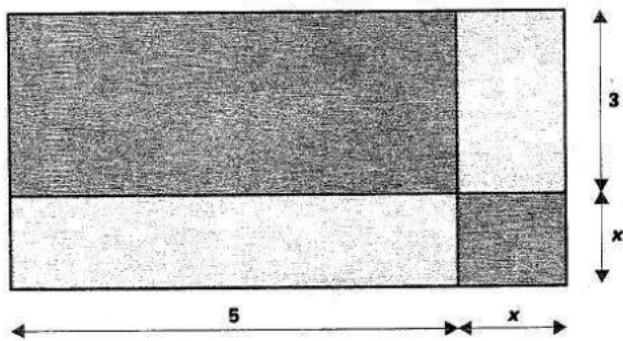
e) $y^2 + 50y - 277 = 0$

23. (FN – 2018) Em um triângulo retângulo, as medidas dos catetos são expressas, em centímetros, pelas raízes da equação $x^2 - 8x + 12 = 0$. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa.



- a) 20 cm
- b) 40 cm
- c) $2\sqrt{10}$ cm
- d) $5\sqrt{4}$ cm
- e) $2\sqrt{17}$ cm

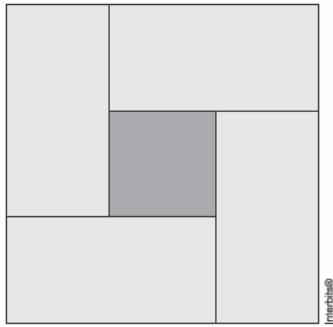
24. (FN – 2018) Determine a função quadrática que expressa a área y do triângulo em função de x .



- a) $x^2 + 8x + 15 = 0$
- b) $x^2 + 8x + 8 = 0$
- c) $x^2 + 5x + 3 = 0$
- d) $5x^2 - 5x + 8 = 0$
- e) $x^2 - 8x + 12 = 0$

25. (cp2 2019) Nas salas de aula do Colégio Pedro II serão colocados pisos conforme a figura a seguir:





Cada piso é formado por quatro retângulos iguais de lados 10 cm e $(x + 10)$ cm, respectivamente, e um quadrado de lado igual a x cm.

Sabendo-se que a área de cada piso equivale a 900 cm^2 , o valor de x , em centímetros, é

- a) 10.
- b) 23.
- c) 24.
- d) 50.

26. (ifal 2018) Sendo x_1 e x_2 as raízes da equação $x^2 - x - 12 = 0$, o resultado da soma $x_1 + x_2$ é

- a) 1.
- b) 3.
- c) 4.
- d) 7.
- e) 12.

27. (epcar (Cpcar) 2018) Numa doceria comprei dois tipos de doce. Do primeiro tipo, 6 unidades de determinado valor unitário. Do segundo tipo, cujo valor unitário é 3 reais mais caro que o primeiro



tipo, comprei uma quantidade que equivale ao dobro do valor unitário do primeiro tipo. Entreguei seis notas de 50 reais para pagar tal compra e recebi 30 reais de troco.

Dos dois tipos de doce que comprei, gastei com o mais caro, em reais, um total de

- a) 216
- b) 198
- c) 162
- d) 146

28. (ifsul 2016) Os valores da soma e do produto das raízes da função quadrática $f(x) = -x^2 + 9x - 18$ são, respectivamente,

- a) -1 e 3
- b) 3 e 6
- c) -3 e -6
- d) 9 e 18

28. (Ifsul 2016) Problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam em textos escritos pelos babilônios, nas tábuas cuneiformes. Observe a equação abaixo:

$$x^2 - 12x + p = 0.$$

Determine o valor de p , para que uma das raízes seja o dobro da outra.

- a) 25
- b) 30
- c) 32
- d) 35



29. (utfpr 2016) A equação $3x^2 - 5x + c = 0$ admite o número 2 como raiz, então o valor de c é igual a:

- a) 26.
- b) -22.
- c) -2.
- d) 6.
- e) 1.

30. (utfpr 2016) Bárbara tem 6 anos e Ligia tem 5. Assinale daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 42.

- a) 1.
- b) 2.
- c) 10.
- d) 12.
- e) 30.

31. (Espm 2014) Se as raízes da equação $2x^2 - 5x - 4 = 0$ são m e n , o valor de $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ é igual a:

- a) $-\frac{5}{4}$
- b) $-\frac{3}{2}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{7}{4}$



e) $\frac{5}{2}$

32. (Unifor 2014) Uma indústria de cimento contrata uma transportadora de caminhões para fazer a entrega de 60 toneladas de cimento por dia em Fortaleza. Devido a problemas operacionais diversos, em certo dia, cada caminhão foi carregado com 500 kg a menos que o usual, fazendo com que a transportadora nesse dia contratasse mais 4 caminhões para cumprir o contrato. Baseado nos dados acima se pode afirmar que o número de caminhões usado naquele dia foi:

- a) 24
- b) 25
- c) 26
- d) 27
- e) 28

33. (cftmg 2013) As raízes da equação $x^2 + mx + n = 0$ são reais e simétricas. Nessas condições, m e n são números reais de modo que

- a) $m = 0$ e $n > 0$.
- b) $m = 0$ e $n < 0$.
- c) $m < 0$ e $n > 0$.
- d) $m > 0$ e $n > 0$.

34. (cftmg 2013) Se o produto de dois números naturais pares consecutivos é igual a 360, então a soma deles é

- a) 32.
- b) 34.



- c) 36.
- d) 38.

35. (ifsc 2011) Quanto à equação $x^2 - 4x + 3 = 0$ é correto afirmar que:

- a) a soma de suas raízes é igual a -4 .
- b) tem duas raízes reais e iguais.
- c) tem duas raízes reais e distintas.
- d) não tem raízes reais.
- e) o produto de suas raízes é nulo.

36. (ifsp 2011) Considere a equação do 2º grau, em x , dada por $2x^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = 2$ e $r_2 = -3$, então a diferença $b - c$ é igual a

- a) 8.
- b) 14.
- c) 19.
- d) 23.
- e) 27.

37. (Ueg 2011) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R\$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R\$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de:

- a) R\$ 6,00
- b) R\$ 5,00



- c) R\$ 3,00
- d) R\$ 2,00

38. (Unicamp 2011) Quarenta pessoas em excursão pernoitam em um hotel.

Somados, os homens despendem R\$ 2.400,00. O grupo de mulheres gasta a mesma quantia, embora cada uma tenha pago R\$ 64,00 a menos que cada homem.

Denotando por x o número de homens do grupo, uma expressão que modela esse problema e permite encontrar tal valor é

- a) $2400x = (2400 + 64x)(40 - x)$.
- b) $2400(40 - x) = (2400 - 64x)x$.
- c) $2400x = (2400 - 64x)(40 - x)$.
- d) $2400(40 - x) = (2400 + 64x)x$.

39. (Pucrj 2010) Se A e B são as raízes de $x^2 + 3x - 10 = 0$, então $\frac{1}{(A-B)^2}$ vale:

- a) $-\frac{1}{10}$
- b) $-\frac{1}{49}$
- c) $\frac{1}{49}$
- d) $\frac{1}{10}$
- e) $\frac{1}{7}$



40. (G1 1996) A equação de 2º grau $ax^2 - 4x - 16 = 0$ tem uma raiz cujo valor é 4. A outra raiz é:

- a) 1
 - b) 2
 - c) -1
 - d) -2
 - e) 0
-



4 - GABARITO



GABARITO

-
- | | |
|-------|-------|
| 1. D | 21. E |
| 2. B | 22. D |
| 3. A | 23. C |
| 4. B | 24. A |
| 5. D | 25. A |
| 6. E | 26. A |
| 7. A | 27. A |
| 8. B | 28. D |
| 9. E | 29. C |
| 10. A | 30. A |
| 11. D | 31. A |
| 12. A | 32. A |
| 13. D | 33. B |
| 14. A | 34. D |
| 15. E | 35. C |
| 16. C | 36. B |
| 17. C | 37. C |
| 18. B | 38. C |
| 19. A | 39. C |
| 20. C | 40. D |

