Resolução – Matemática Básica
S05.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Propriedades Operações sobre a Potenciação

Revisão de Conceitos:

Bom, os conceitos abordados nessa questão são os relacionados à parte de propriedades das operações sobre potências de mesma base.

Então, antes de passarmos aos casos das alternativas, vamos relembrar quais essas propriedades de forma simples.

- Produto de potências: somam-se os expoentes

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4}$$

$$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$$

- Divisão de potências: subtraem-se os expoentes

$$\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3}$$

$$\frac{2^4}{2^3} = 2^1$$

- Potência de potência: multiplicam-se os expoentes

$$(2^3)^4 = 2^{3\cdot 4}$$

$$(2^3)^4 = 2^{12}$$

- Expoente de expoente: elevam-se os expoentes

$$2^{3^2} = 2^9$$

Bom, legal, agora vocês têm tudo que vocês precisam saber para fazer o exercício.

Vamo combinar assim, então.

Agora, vocês tentam fazer de novo aí da letra a até a letra e.

Depois, se quiserem, vai estar aqui abaixo a Resolução dessas alternativas.

Resolução:

a) Bom, isso vai entrar no nosso caso de multiplicação de potências.

Portanto, eu falei que nós iríamos fazer o que?

Somar os expoentes.

Então, vamos lá:

$$2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+7}$$

$$2^3 \cdot 2^7 = 2^{10}$$

$$2^3 \cdot 2^7 = 1024$$

Resposta: 1024

b) Esse já vai entrar no nosso caso de potência de potência.

E, eu havia dito que teremos de multiplicar os expoentes, lembram?

Então, ao trabalho:

$$(2^3)^2 = 2^{3\cdot 2}$$

$$(2^3)^2 = 2^6$$

$$(2^3)^2 = 64$$

Resposta: 64

c) Agora, temos um caso de divisão de potências.

Então, vamos lá subtrair esses expoentes.

$$\frac{2^{100}}{2^{97}} = 2^{100-97}$$

$$\frac{2^{100}}{2^{97}} = 2^3$$

$$\frac{2^{100}}{2^{97}} = 8$$

Resposta: 8

d) Temos agora nosso último exemplo da Revisão de Conceitos, um expoente de expoente.

E, na verdade, apesar de a questão parecer assustadora, tem algo que vai nos ajudar demais.

Então, vamos lá que essa é interessante.

Nós temos a seguinte representação:

$$2^{2^{3^{1^x}}}$$

Em que, estamos chamando todos aqueles expoentes acima do 1 de x, na seguinte forma:

$$9^{8^{7^6}} = x$$

E, lembrando que temos a propriedade da potenciação do 1, de que 1 elevado a qualquer coisa dá 1.

Portanto, temos que:

$$1^x = 1$$

E, reescrevendo então nosso valor, temos:

$$2^{2^{3^1}}$$

$$2^{2^3}$$

Que é algo bem tranquilo de resolver aplicando nossa propriedade do expoente do expoente mostrada na Revisão de Conceitos.

Vejam:

$2^{2^3} = 2^8$

$2^{2^3} = 256$

Resposta: 256

e) Mais uma Divisão de Potências

Bom, como vimos na alternativa c e na Revisão de Conceitos, basta subtrair os expoentes.

$\frac{2^{100}}{2^1} = 2^{100-1}$

$\frac{2^{100}}{2} = 2^{99}$

Resposta: 2^{99}

Exercício 02 ===================================

Propriedades da Potenciação:

Comentários Iniciais:

Bom, o ponto principal desta Revisão de Conceitos é que ela é igual à anterior.

Mas, aí você poderia perguntar: “ué, mas aqui você não deveria revisar as propriedades de radiciação?”.

E, aqui vai a explicação.

Desde o início de nossa escolaridade, ao invés de aprendermos construtivamente, as escolas preferem, tradicionalmente, ensinar simplesmente um monte de decoreba.

É didático fazer o que elas fazem, no início, mas, se depois não corrigem seus atalhos, fica um espaço matemático perdido.

Quando a gente aprende os números no Ensino Fundamental, quais números nos são apresentados?

Evidentemente, são números naturais, tipo 1, 2, 3 até 10. Aprendemos isso contando objetos do dia a dia.

Então, aprendemos a somar. E, como aprendemos a somar utilizando apenas números naturais, só sabemos somar números positivos.

Então, a escola agora vem nos ensinar a subtrair, pois só temos o conceito de número positivo.

Então, aprendemos o seguinte:

5 girafas – 2 girafas = 3 girafas

Aí, desde sempre nós consideramos adição e subtração coisas diferentes. Afinal, nós passamos meses aprendendo cada propriedade de cada uma delas.

E, essas propriedades são as mesmas!

A verdade, é que subtração pode ser vista como a mesma coisa que a adição. Mas, se temos o conceito de números negativos, podemos entender que fazer:

$5 - 3$

é a mesma coisa que fazer:

$5 + (-3)$

E, assim, fica óbvio que podemos tratar como adição.

Ok, e qual a vantagem de ser tratada como adição? Bom, a primeira delas é que não precisamos ficar decorando coisas novas que já sabemos, “propriedades da subtração”.

Enfim, agora, seguindo para a próxima parte da nossa vida que somos empurrados mais decorebas prejudiciais.

Na multiplicação. A primeira multiplicação que aprendemos é com números inteiros, então é algo do tipo:

$2 \cdot 3 = 6$

E, como sabemos os números inteiros, é nos mostrada a tal da divisão, que seria, totalmente diferente da multiplicação:

$\frac{6}{3} = 2$

Mas, na verdade, elas são a mesma coisa, também.

As mesmas propriedades se aplicam a ambas, não precisamos ficar decorando 2 vezes as propriedades comutativas, associativas e decorando qual serve para quê.

Bastaria escrever a multiplicação como:

$6 \cdot \frac{1}{3} = 2$

Ou, outro exemplo:

$4 \cdot (0,5) = 2$

$4 \cdot \frac{1}{2} = 2$

E, como também aprendemos na escola que não se pode dividir por 0 quando estamos falando de números fracionários, percebemos que essa é a única “diferença” entre uma multiplicação e uma divisão.

Enfim, por que estou falando isso tudo?

Porque agora chegamos em mais uma parte da vida em que tentam nos passar decorebas inúteis.

Vamos ver isso na Revisão de Conceitos.

Resolução – Matemática Básica
S05.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Revisão de Conceitos:

Então, não deixem ninguém falar pra vocês que Radiciação é diferente de Potenciação, pois não é!

As "propriedades" que eu poderia revisar aqui de radiciação, são as mesmas que a da potenciação.

Vamos ver por quê?

Bom, fazer o seguinte:

$\sqrt{16} = 4$

É a mesma coisa que fazer:

$16^{1/2} = 4$

Ou, vejam outros exemplos:

$\sqrt{9} = 9^{1/2} = 3$

$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3} = 2$

$\sqrt[4]{81} = 81^{1/4} = 3$

Enfim, portanto, essa Revisão de Conceitos é justamente a que vimos anteriormente, com uma diferença:

Como sabemos que não podemos dividir por 0, não podemos ter uma raiz de fator 0, da forma como possuímos potências elevadas a 0.

Ou seja, isso é permitido:

$2^0 = 1$

Mas isso não é:

$2^{1/0} = \text{não pode}$

Então, pra finalizar essa Revisão, <u>o que eu quero que vocês saibam</u>: vocês não precisam decorar mais um monte de propriedades para Radiciação, pois as mesmas se aplicam. Basta lembrar dessa exceção relacionada à fração e saber como transformar em formato de potência de número fracionário.

Resolução:

a) Multiplicação de potências de mesma base e raiz quadrada

$\sqrt{2^3 \cdot 2^7} = \sqrt{2^{3+7}}$

$\sqrt{2^3 \cdot 2^7} = \sqrt{2^{10}}$

$\sqrt{2^3 \cdot 2^7} = (2^{10})^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{2^3 \cdot 2^7} = 2^{\frac{10}{2}}$

$\sqrt{2^3 \cdot 2^7} = 2^5$

Resposta: 32

b) Multiplicação de potências de base diferente e raiz quadrada

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = (2^2 \cdot 3^6)^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = (2^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (3^6)^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = 2^{\left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)} \cdot 3^{\left(6 \cdot \frac{1}{2}\right)}$

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = 2^1 \cdot 3^3$

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = 2 \cdot 27$

$\sqrt{2^2 \cdot 3^6} = 54$

Resposta: 54

c) Raiz sexta

$\sqrt[6]{2^{48}} = (2^{48})^{\frac{1}{6}}$

$\sqrt[6]{2^{48}} = 2^{48 \cdot \frac{1}{6}}$

$\sqrt[6]{2^{48}} = 2^{\frac{48}{6}}$

$\sqrt[6]{2^{48}} = 2^8$

$\sqrt[6]{2^{48}} = 256$

Resposta: 256

d) Potência de potência

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = \sqrt[3]{(2^{15})^{\frac{1}{2}}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = \sqrt[3]{2^{\frac{15}{2}}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = (2^{\frac{15}{2}})^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = 2^{\frac{15}{2 \cdot 3}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = 2^{\frac{5}{2}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = 2^{\frac{4}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = 2^2 \cdot \sqrt{2}$

$\sqrt[3]{\sqrt{2^{15}}} = 4 \cdot \sqrt{2}$

Resposta: $4.\sqrt{2}$

e) Potência de potência

$$\left(\sqrt{3^{\frac{1}{5}}}\right)^{20} = \left(3^{\frac{1}{5\cdot 2}}\right)^{20}$$

$$\left(\sqrt{3^{\frac{1}{5}}}\right)^{20} = \left(3^{\frac{1}{10}}\right)^{20}$$

$$\left(\sqrt{3^{\frac{1}{5}}}\right)^{20} = 3^{\frac{20}{10}}$$

$$\left(\sqrt{3^{\frac{1}{5}}}\right)^{20} = 3^2$$

$$\left(\sqrt{3^{\frac{1}{5}}}\right)^{20} = 9$$

Resposta: 9

Exercício 03 ===================================

Potências de números positivos

Revisão de conceitos:

Se temos números positivos, vale a seguinte propriedade:

- Se a < b:

  $a^2 < b^2$

- Se a > b:

  $a^2 > b^2$

Resolução:

i) Elevando os números ao quadrado:

- X

  $X^2 = 4 \cdot 5 = 20$

- Y

  $Y^2 = 9 \cdot 2 = 18$

- Z

  $Z^2 = 25 \cdot 3 = 75$

ii) Comparando os números

$Y^2 < X^2 < Z^2$

E, como mostramos na Revisão de Conceitos, como os valores eram positivos, podemos afirmar o seguinte:

$Y < X < Z$

Resposta: Letra C

Observação:

Isso só vale para números positivos, pois: $-3 < 2$

E, se elevarmos ao quadrado: $9 > 4$

Aí a análise deve ser diferenciada, levando em conta valores negativos separadamente dos positivos.

Exercício 04 ===================================

Função linear

Resolução:

i) Primeiro, passando a altura da vela para milímetros

28 cm = 280 mm

ii) Calculando quantos minutos leva para a vela se consumir

Taxa de consumo: 1,4 mm / min

E, sabemos que a taxa de consumo se dá por:

$$\text{Taxa} = \frac{\text{altura}}{\text{tempo}}$$

Então, podemos falar que o tempo é:

$$\text{tempo} = \frac{\text{altura}}{\text{taxa}}$$

E, portanto, podemos fazer, chamando tempo de T:

$$T = \frac{280\,\text{mm}}{1{,}4\,\text{mm}/\text{min}} = \frac{280\,\text{mm}\cdot\text{min}}{1{,}4\,\text{mm}}$$

$$T = \frac{280\,\text{min}}{1{,}4} = \frac{2800}{14}\text{min}$$

$$T = 200\,\text{min}$$

iii) Passando o tempo em minutos para horas

Como a hora tem 60 min, podemos fazer:

$$\frac{200}{60} = \frac{180}{60} + \frac{20}{60}$$

$$\frac{200}{60} = 3 + \frac{20}{60}$$

O que nos deixa com 3 horas completas e 20 minutos sobrando.

Resposta: Letra A

Resolução – Matemática Básica
S05.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 05 ====================================

Conversão de unidades, ordens de grandeza e multiplicação de potências de mesma base

Resolução:

i) Escrevendo essa notação astronômica de forma matemática

Sabendo que 1 milhão $= 10^6$

Bom, trocando “milhões de quilômetros” pela forma matemática correspondente:

$$1UA = 1,496 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$1UA = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

ii) Fazendo a conversão de km para m

$$1UA = 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$$

$$1UA = 1,496 \cdot 10^8 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$1UA = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Resposta: Letra E

Exercício 06 ====================================

Primeiro, Smoot tinha 5 pés e 7 polegadas, o que convertendo para centímetros teremos:

$$5 \times 30,5 + 7 \times 2,5$$
$$152,5 + 17,5 = 170\text{cm}$$

Nosso caríssimo Smoot tina 170 cm, ou 1,70 m, e a ponte tinha 364,4 Smoot de comprimento, portanto nossa resposta será:

$$1,7 \times 364,4 = 619,48\text{m}$$

E ficamos com a **Letra B.**

Exercício 07 ====================================

Tem um macete bem legal pra essa questão. Vamos calcular quanto vai ser cada fração resultante dentro dos parênteses:

$$\sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)} =$$
$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{99}{100}\right)}$$

E olha só que legal, cada denominador de uma fração é igual ao numerador da seguinte, então vai sair cortando tudo. Só não vamos cancelar o primeiro 1 e o último 100:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\cdot\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\frac{\cancel{99}}{100}\right)} =$$
$$\sqrt{\frac{1}{100}} =$$
$$\frac{1}{10}$$

E ficamos com a **Letra A.**

Exercício 08 ====================================

Primeiro, o custo que a questão nos deu está em litro, e um litro é um decímetro cúbico, portanto nosso primeiro passo vai ser converter todas as medidas do reservatório pra decímetro:

$$1,2\text{dam} = 120\text{dm}$$
$$125\text{cm} = 12,5\text{dm}$$
$$0,08\text{hm} = 80\text{dm}$$

Agora, se multiplicarmos todas as medidas vamos encontrar o volume em dm^3, que é a mesma coisa que litros.

$$120 \times 12,5 \times 80 =$$
$$120 \times 1000 =$$
$$120.000\text{dm}^3 = 120.000\text{L}$$

Agora, se cada litro custa R$ 0,32; o preço total para encher o reservatório será:

$$120.000\text{L} \times 0,32\frac{\text{R\$}}{\text{L}}$$
$$1.200 \times 32\text{R\$}$$
$$38.400\text{R\$}$$

E ficamos com a **Letra C.**

Exercício 09 ====================================

Não, seus olhos não está te enganando, realmente é isso que está escrito na questão. Não tem dica melhor pra resolver esse trambolho de conta do que ir com bastante calma, e fazer passo a passo.

$$\left(\frac{\sqrt{1^{1256}} + 8943^0 + \frac{3125}{5^5} + \sqrt[7]{1}}{1,5 - 2^{-1} + (-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Primeiro, 1 elevado a qualquer número é sempre 1, então já podemos melhorar um pouco a expressão:

$$\left(\frac{\sqrt{1} + 8943^0 + \frac{3125}{5^5} + \sqrt[7]{1}}{1,5 - 2^{-1} + (-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Além disso, raiz de 1 sempre é 1, independente do índice dela, então:

$$\sqrt{1} = 1$$
$$\sqrt[7]{1} = 1$$

E nossa expressão fica:

$$\left(\frac{1+8943^0+\frac{3125}{5^5}+1}{1{,}5-2^{-1}+(-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Além disso, qualquer número elevado a 0 é igual a 1, portanto $8943^0 = 1$:

$$\left(\frac{1+1+\frac{3125}{5^5}+1}{1{,}5-2^{-1}+(-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Agora, temos a fração 3125 sobre 5^5, mas tem um segredo pra ela também. Na verdade, ela também vai dar 1, é só você ficar dividindo a fração em cima e embaixo por 5, simplificando, que vai acontecer o seguinte:

$$\frac{3125}{5^5} = \frac{625}{5^4} = \frac{125}{5^3} = \frac{25}{5^2} = \frac{5}{5} = 1$$

E a expressão vai ficar:

$$\left(\frac{1+1+1+1}{1{,}5-2^{-1}+(-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Vamos agora pro denominador da fração. Vamos ter que:

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

E substituindo na expressão:

$$\left(\frac{1+1+1+1}{1{,}5-0{,}5+(-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}} = \left(\frac{1+1+1+1}{1+(-1)^{2058}}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Quanto ao -1 elevado a 2058, basta a gente saber que se elevarmos -1 a um número par, o resultado é positivo, e se elevarmos a um número ímpar, fica positivo. Portanto:

$$(-1)^{2058} = 1$$

E a expressão vai ficar:

$$\left(\frac{1+1+1+1}{1+1}\right)^{\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}}$$

Falta agora a gente resolver aquele expoente:

$$\sqrt[7]{\frac{3^{21}+3^{23}}{10}}$$

Primeiro, vamos fatorar por fator comum em evidência essas potências de 3 do numerador:

$$\sqrt[7]{\frac{3^{21}\cdot\left(1+3^2\right)}{10}} = \sqrt[7]{\frac{3^{21}\cdot(1+9)}{10}} = \sqrt[7]{\frac{3^{21}\cdot\cancel{10}}{\cancel{10}}} = \sqrt[7]{3^{21}}$$

E passando o 7 da raiz pro expoente invertido:

$$\sqrt[7]{3^{21}} = 3^{\frac{21}{7}} = 3^3 = 27$$

Portanto, aquele expoente inteiro é igual a 21, e nossa expressão fica:

$$\left(\frac{1+1+1+1}{1+1}\right)^{27} = \left(\frac{4}{2}\right)^{27} = 2^{27}$$

E ficamos com a **Letra E.**

Exercício 10 ===================================

A própria questão nos diz que o total recebido pela 10ª casa será 1024, e a explicação é porque 1024 é a décima potência de 2:

$$2^{10} = 1024$$

Portanto, na 20ª casa ser]ao entregues 2^{20} grãos, o que equivale a:

$$2^{20} = 2^{10\times 2} = \left(2^{10}\right)^2 = 1024^2$$

Agora pra fechar a questão, um raciocínio bem bonito. A gente sabe que:

$$1.000 = 10^3$$

E que

$$1.000^2 = 10^6 = 1.000.000$$

Ou seja, 1.000 elevado ao quadrado é igual a um milhão, e 1.024 é um número um pouco maior que 1.000, logo, em vez de calcular na mão quando dá 1.024^2, a gente pode só saber que vai resultar num número um pouco maior que um milhão e marcar a **Letra D.**

Se você ainda fica inseguro de marcar a resposta, não vai ser uma perda de tempo tão grande assim calcular:

$$1.024^2 = 1.024 \times 1.024 = 1.048.576$$

E confirmamos nossa resposta, **Letra D.**

Exercício 11 ===================================

A partir da tabela dada na questão podemos rescrever X como:

$$X = \frac{\left(12.500\cdot 10^9\,Gg\right)\cdot\left(0,0006\,ng\right)}{0,000012\,Tg}$$

$$X = \frac{\left(12.500\cdot 10^9\,Gg\right)\cdot\left(6\cdot 10^{-4}\,ng\right)}{12\cdot 10^{-6}\,Tg}$$

$$X = \frac{\left(12.500\cdot 10^9\cdot 10^9\,g\right)\cdot\left(6\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-9} g\right)}{12\cdot 10^{-6}\cdot 10^{12}\,g}$$

$$X = \frac{12.500\cdot 10^9\cdot 10^9\cdot 6\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-9}}{12\cdot 10^{-6}\cdot 10^{12}}\,g$$

Desenvolvendo a expressão que dá o valor de X, obtemos:

$$X = \frac{12.500\cdot 10^9\cdot 10^9\cdot 6\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-9}}{12\cdot 10^{-6}\cdot 10^{12}}\,g$$

$$X = \frac{12.500\cdot 6\cdot 10^{-4}\cdot 10^9}{2\cdot 6\cdot 10^6}\,g \rightarrow X = \frac{12.500\cdot 10^5}{2\cdot 10^6}\,g$$

$$X = \frac{6.250\cdot 10^5}{10^6}\,g \rightarrow X = 6.250\cdot 10^5\cdot 10^{-6}\,g$$

$$X = 6.250\cdot 10^{-1}\,g \rightarrow X = 625\,g$$

Assim, temos que X 625 gramas, ou seja, $500 < X < 1.000$.

Resposta: Letra B.

Exercício 12 ===================================

Para resolvermos essa questão devemos usar conceitos de potenciação e radiciação para resolvermos a expressão dada na questão. Desenvolvendo-a obtemos:

$$\sqrt[3]{11^{29}\cdot\sqrt[4]{11^{28}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\left(11^{29}\right)^4\cdot 11^{28}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{11^{29\cdot 4}\cdot 11^{28}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{11^{116}\cdot 11^{28}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{11^{144}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\left(11^{144}\right)^5\cdot 11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{11^{720}\cdot 11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{11^{747}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{\left(11^{747}\right)^6\cdot 11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{11^{4.482}\cdot 11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{11^{4.508}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{\sqrt[7]{\left(11^{4.508}\right)^7\cdot 11^{25}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{\sqrt[7]{11^{31.556}\cdot 11^{25}}}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{\sqrt[7]{11^{31.581}}}}}}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{\sqrt[6]{11^{31.581/7}}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{11^{31.581/6\cdot 7}}}} \rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[4]{11^{31.581/7\cdot 6\cdot 5}}}$$

$$\sqrt[3]{11^{31.581/7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}} \rightarrow 11^{31.581/7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3}$$

Por fim, simplificando a expressão acima temos:

$$11^{31.581/7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3} \rightarrow 11^{10.527\cdot 3/7\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3} \rightarrow 11^{3.509\cdot 3/7\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 4}$$

$$11^{3.509/7\cdot 2\cdot 5\cdot 4} \rightarrow 11^{3.509/7\cdot 4\cdot 10} \rightarrow 11^{3.509/280}$$

Resposta: Letra A.

Observação: os cálculos dessa questão são bem chatinhos mesmo e é necessária muita atenção, pois qualquer deslize você erra a questão inteira.

Resolvendo de outra forma:

Uma outra forma de resolvermos é lembrando que $\sqrt[y]{x} = x^{1/y}$. Assim, aplicando esse conceito na expressão da questão obtemos:

Resolução – Matemática Básica
S05.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

$$\sqrt[3]{11^{29}\cdot\sqrt[4]{11^{28}\cdot\sqrt[5]{11^{27}\cdot\sqrt[6]{11^{26}\cdot\sqrt[7]{11^{25}}}}}}$$

$$11^{\frac{29}{3}}+11^{\frac{28}{3\cdot4}}+11^{\frac{27}{3\cdot4\cdot5}}+11^{\frac{26}{3\cdot4\cdot5\cdot6}}+11^{\frac{25}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}}$$

$$11^{\frac{29}{3}}+11^{\frac{7}{3}}+11^{\frac{27}{3\cdot4\cdot5}}+11^{\frac{26}{3\cdot4\cdot5\cdot6}}+11^{\frac{25}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}}$$

$$11^{\frac{36}{3}}+11^{\frac{27}{3\cdot4\cdot5}}+11^{\frac{26}{3\cdot4\cdot5\cdot6}}+11^{\frac{25}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}}$$

$$11^{12}+11^{\frac{27}{3\cdot4\cdot5}}+11^{\frac{26}{3\cdot4\cdot5\cdot6}}+11^{\frac{25}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}}$$

Observando as potencias de 11 percebamos a parte que está sob a forma de fração é menor que 1 maior que 0. Portanto, comparando com as alternativas devemos optar por alguma que seja bem próximo a 12 como expoente. Calculando o expoente de cada alternativa temos:

Expoente alternativa a)

$$\frac{3509}{280}=\frac{2800}{280}+\frac{560}{280}+\frac{149}{280}\rightarrow\frac{3509}{280}=12+\frac{149}{280}$$

Expoente alternativa b)

$$\frac{1131}{56}=\frac{560}{56}+\frac{560}{56}+\frac{11}{56}\rightarrow\frac{1131}{56}=20+\frac{11}{56}$$

Expoente alternativa c)

$$\frac{504}{125}=\frac{500}{125}+\frac{4}{125}\rightarrow\frac{504}{125}=4+\frac{4}{125}$$

Expoente alternativa d)

$$\frac{27}{5}=\frac{25}{5}+\frac{2}{5}\rightarrow\frac{27}{5}=5+\frac{2}{5}$$

Expoente alternativa e)

$$\frac{3}{56}=0+\frac{3}{56}$$

Assim, a resposta correta é $11^{3509/280}$.

Resposta: Letra B.

Observação: percebam que resolvendo dessa outra forma pode parecer até um pouco mais longa, mas na verdade não é e ainda tem contas bem mais fáceis de resolvermos.

Exercício 13 ====================================

Para resolvermos essa questão primeiro é importante entender o que os termos um bilionésimo é o mesmo que $\frac{1}{10^9}$ e um milionésimo é o mesmo que $\frac{1}{10^6}$. Assim, temos que um atossegundo e um femtossegundo são:

$$1atossegundo=\frac{1}{10^9}\cdot\frac{1}{10^9}\rightarrow 1atossegundo=\frac{1}{10^{18}}$$
$$1atossegundo=10^{-18}\ segundos$$
$$1femtossegundo=\frac{1}{10^6}\cdot\frac{1}{10^9}\rightarrow 1femtossegundo=\frac{1}{10^{15}}$$
$$1femtossegundo=10^{-15}\ segundos$$

Agora, calculando o tempo em que a luz interage com os pigmentos da retina, ou seja 200 femtossegundos, em atossegundo, obtemos:

$$\frac{10^{-18}\ segundos}{1atossegundo}=\frac{200\cdot fentosegundos}{x}$$
$$\frac{10^{-18}\ segundos}{1atossegundo}=\frac{200\cdot10^{-15}\ segundos}{x}$$
$$x=\frac{200\cdot10^{-15}\ segundos\cdot1atossegundo}{10^{-18}\ segundos}$$
$$x=200\cdot10^{-15}\cdot10^{18}\ atossegundos$$
$$x=200\cdot10^{3} atossegundos$$
$$x=200.000\ atossegundos$$

Resposta: Letra C.

Exercício 14 ====================================

Para resolvermos essa questão é importante seguirmos a regra de prioridade na matemática de efetuarmos primeiro as contas entre parênteses, depois entre colchetes e por fim entre chaves, além de entendermos bem o operador matemático #.

Primeiro, vamos calcular o valor de x, obtendo:

$$x=\{5\#[6\#(7\#8)]\}^{2\#11}$$
$$resolvendo:(7\#8)\Rightarrow(7+8=15)e\sqrt{16}=4$$
$$x=\{5\#[6\#4]\}^{2\#11}$$
$$resolvendo:[6\#4]\Rightarrow[6+4=10]e\sqrt{16}=4$$
$$x=\{5\#4\}^{2\#11}$$
$$resolvendo:\{5\#4\}\Rightarrow\{5+4=9\}\ e\ \sqrt{16}=4$$
$$resolvendo:2\#11\Rightarrow 2+11=13\ e\sqrt{16}=4$$
$$x=4^4\rightarrow x=\left(2^2\right)^4\rightarrow x=2^8\rightarrow x=256$$

Agora calculando o valor de y, temos:

$$y=\left\{\left[(5\#6)\#7\right]\#8\right\}^{3\#5}$$
$$resolvendo:(5\#6)\Rightarrow(5+6=11)\,e\,\sqrt{16}=4$$
$$y=\left\{\left[4\#7\right]\#8\right\}^{3\#5}$$
$$resolvendo:\left[4\#7\right]\Rightarrow\left[4+7=11\right]e\,\sqrt{16}=4$$
$$y=\left\{4\#8\right\}^{3\#5}$$
$$resolvendo:\left\{4\#8\right\}\Rightarrow\left\{4+8=12\right\}e\,\sqrt{16}=4$$
$$resolvendo:3\#5\Rightarrow 3+5=8\,e\,\sqrt{9}=3$$
$$y=4^3\rightarrow y=\left(2^2\right)^3\rightarrow y=2^6\rightarrow y=2^6$$

Por fim, o valor da operação $x\#y$ é:

$$x\#y=256\#64$$
$$como\,(256+64=320)\,e\,\sqrt{324}=18$$
$$x\#y=18$$

Resposta: Letra E.

Exercício 15 ===================================

Primeiro vamos perceber que os conjuntos A e B são conjuntos formados por números em PA de razão 18, enquanto os conjuntos C e D são conjuntos formados por números em PA de razão 6. Como temos que P_A, P_B, P_C e P_D são a multiplicação entre todos os termos desses conjuntos, podemos reescrever $P_A\cdot P_B$ e $P_C\cdot P_D$, da seguinte forma:

$P_A\cdot P_B$:

$$P_A\cdot P_B=(9\cdot27\cdot45\cdot...\cdot423\cdot441)\cdot(18\cdot36\cdot54\cdot...\cdot432\cdot450)$$
$$P_A\cdot P_B=(9\cdot18\cdot27\cdot36\cdot45\cdot54\cdot...\cdot423\cdot432\cdot441\cdot450)$$
$$P_A\cdot P_B=9^{50}\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot...\cdot47\cdot48\cdot49\cdot50)$$
$$P_A\cdot P_B=9^{50}\cdot50!\rightarrow P_A\cdot P_B=\left(3^2\right)^{50}\cdot50!$$
$$P_A\cdot P_B=3^{100}\cdot50!$$

$P_C\cdot P_D$:

$$P_C\cdot P_D=(3\cdot9\cdot15\cdot...\cdot141\cdot147)\cdot(6\cdot12\cdot18\cdot...\cdot144\cdot150)$$
$$P_C\cdot P_D=(3\cdot6\cdot9\cdot12\cdot15\cdot18\cdot...\cdot141\cdot144\cdot147\cdot150)$$
$$P_C\cdot P_D=3^{50}\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot...\cdot47\cdot48\cdot49\cdot50)$$
$$P_C\cdot P_D=3^{50}\cdot50!$$

Agora, calculando o valor da expressão $\frac{P_A\cdot P_B}{P_C\cdot P_D}\cdot243^{-10}$ temos:

$$\frac{P_A\cdot P_B}{P_C\cdot P_D}\cdot243^{-10}=\frac{3^{100}\cdot50!}{3^{50}\cdot50!}\cdot\frac{1}{243^{10}}$$
$$\frac{P_A\cdot P_B}{P_C\cdot P_D}\cdot243^{-10}=\frac{3^{50}\cdot3^{50}\cdot50!}{3^{50}\cdot50!}\cdot\frac{1}{\left(3^5\right)^{10}}$$
$$\frac{P_A\cdot P_B}{P_C\cdot P_D}\cdot243^{-10}=\frac{3^{50}}{1}\cdot\frac{1}{3^{50}}$$
$$\frac{P_A\cdot P_B}{P_C\cdot P_D}\cdot243^{-10}=1$$

Resposta: Letra E.

Resolvendo de outra forma:

Uma forma um pouco mais simples de resolvermos é primeiro sabermos quantos elementos tem em cada conjunto, uma vez que cada conjunto é uma PA e depois simplificarmos vários desses termos, mais especificamente entre P_A e P_C e ainda entre P_B e P_D. Primeiro calculando quantos elementos tem cada conjunto obtemos:

- Número de elementos conjunto A:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$
$$441=9+(n-1)\cdot18\rightarrow441=9+18\cdot n-18$$
$$441=-9+18\cdot n\rightarrow450=18\cdot n$$
$$n=\frac{450}{18}\rightarrow n=\frac{450}{18}\cdot\frac{4}{4}\rightarrow n=\frac{1.800}{18\cdot4}$$
$$n=\frac{100}{4}\rightarrow n=25$$

- Número de elementos conjunto B:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$
$$450=18+(n-1)\cdot18\rightarrow441=18+18\cdot n-18$$
$$450=18\cdot n\rightarrow n=\frac{450}{18}\rightarrow n=\frac{450}{18}\cdot\frac{4}{4}\rightarrow n=\frac{1.800}{18\cdot4}$$
$$n=\frac{100}{4}\rightarrow n=25$$

- Número de elementos conjunto C:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$
$$147=3+(n-1)\cdot6\rightarrow147=3+6\cdot n-6$$
$$147=-3+6\cdot n\rightarrow147+3=6\cdot n\rightarrow150=6\cdot n$$
$$n=\frac{150}{6}\rightarrow n=\frac{3\cdot50}{3\cdot2}\rightarrow n=25$$

- Número de elementos conjunto D:

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$
$$150=6+(n-1)\cdot6\rightarrow150=6+6\cdot n-6$$
$$150=6\cdot n\rightarrow n=\frac{150}{6}\rightarrow n=\frac{3\cdot50}{3\cdot2}\rightarrow n=25$$

Agora aplicando as simplificações já que todos os conjuntos têm 25 elementos, temos:

- Simplificando $\frac{P_A}{P_C}$:

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{(9 \cdot 27 \cdot 45 \cdot ... \cdot 423 \cdot 441)}{(3 \cdot 9 \cdot 15 \cdot ... \cdot 141 \cdot 147)}$$

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{9}{3} \cdot \frac{27}{9} \cdot \frac{45}{15} \cdot ... \cdot \frac{423}{141} \cdot \frac{441}{147}$$

$$\frac{P_A}{P_C} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3 \cdot 3$$

$$\frac{P_A}{P_C} = 3^{25}$$

- Simplificando $\frac{P_B}{P_D}$:

$$\frac{P_B}{P_D} = \frac{(18 \cdot 36 \cdot 54 \cdot ... \cdot 432 \cdot 450)}{(6 \cdot 12 \cdot 18 \cdot ... \cdot 144 \cdot 150)}$$

$$\frac{P_B}{P_D} = \frac{18}{6} \cdot \frac{36}{12} \cdot \frac{54}{18} \cdot ... \cdot \frac{432}{144} \cdot \frac{450}{150}$$

$$\frac{P_B}{P_D} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot ... \cdot 3 \cdot 3$$

$$\frac{P_B}{P_D} = 3^{25}$$

Por fim, resolvendo a expressão $\frac{P_A \cdot P_B}{P_C \cdot P_D} \cdot 243^{-10}$, temos que seu valor é:

$$\frac{P_A \cdot P_B}{P_C \cdot P_D} \cdot 243^{-10} = \frac{P_A}{P_C} \cdot \frac{P_B}{P_D} \cdot \frac{1}{243^{10}}$$

$$\frac{P_A \cdot P_B}{P_C \cdot P_D} \cdot 243^{-10} = 3^{25} \cdot 3^{25} \cdot \frac{1}{\left(3^5\right)^{10}}$$

$$\frac{P_A \cdot P_B}{P_C \cdot P_D} \cdot 243^{-10} = \frac{3^{50}}{1} \cdot \frac{1}{3^{50}}$$

$$\frac{P_A \cdot P_B}{P_C \cdot P_D} \cdot 243^{-10} = 1$$

Resposta: Letra E.