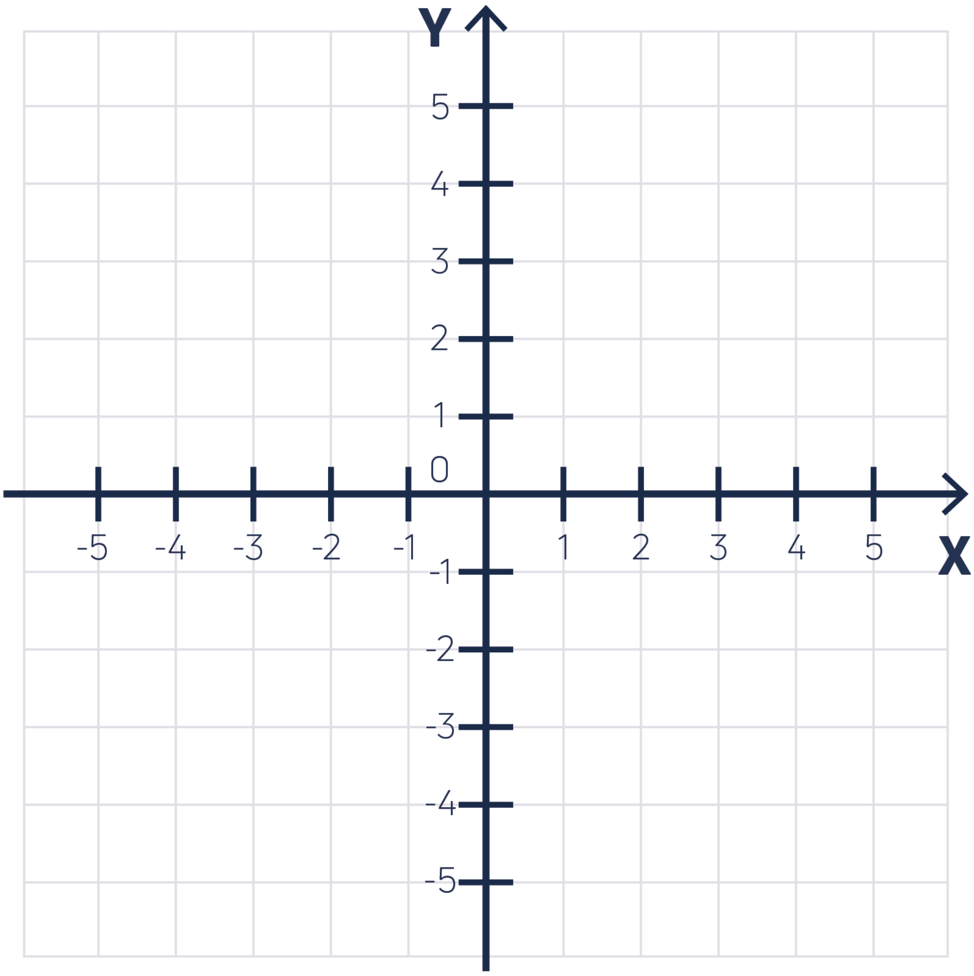
LIVRO 3

RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

SUMÁRIO

CAPÍTULO 13.	**FUNÇÃO AFIM**	**5**
	Caracterização da Função Afim	8
	Raiz ou Zero da Função	10
	Gráfico da Função Afim	11
	Estudo do Sinal	13
	Função Linear	15
	Função Afim x Progressão Aritmética	16
	Função Afim x Juros Simples	17
CAPÍTULO 14.	**FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU**	**37**
	Coeficiente dominante	41
	Raízes da Função Quadrática	42
	Relações de Girard	44
	Forma Fatorada	44
	Gráfico da Função Quadrática	45
	Forma Canônica	47
CAPÍTULO 15.	**FUNÇÃO EXPONENCIAL**	**69**
	Potenciação	71
	Notação Científica	72
	Ordem de Grandeza	74
	Radiciação	75
	Função Exponencial	76
	Gráfico da Função Exponencial	77
	Caracterização da Função Exponencial	78
	Mais Aplicações	79
	Equações Exponenciais	81
	Inequações Exponenciais	82
CAPÍTULO 16.	**FUNÇÃO LOGARÍTMICA**	**103**
	Logaritmo	105
	Logaritmo Decimal	107
	Função Logarítmica	108
	Equações e Inequações Logarítmicas	109
CAPÍTULO 17.	**TRIÂNGULO RETÂNGULO**	**125**
	Teorema de Pitágoras	127
	Aplicações do Teorema de Pitágoras	128
	Trigonometria no Triângulo Retângulo	130
	Arcos Notáveis	131
CAPÍTULO 18.	**TRIGONOMETRIA**	**147**
	Medidas de Arcos e Ângulos	149
	Ciclo Trigonométrico	150
CAPÍTULO 19.	**FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS**	**161**
	Função Seno	163
	Função Cosseno	164
	Função Tangente	166
	Relações Trigonométricas	167
	Interferência dos Parâmetros	167
CAPÍTULO 20.	**RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS QUAISQUER**	**187**
	Lei dos Cossenos	189
	Lei dos Senos	190
CAPÍTULO 21.	**GEOMETRIA ANALÍTICA**	**201**
	Estudo do Ponto	203
	Estudo da Reta	216

FUNÇÃO AFIM



RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

FUNÇÃO AFIM

Uma grande caixa d'água continha, inicialmente, 120 litros de água quando começou a ser cheia por uma torneira cuja vazão era de 15 litros por minuto. A tabela a seguir mostra alguns valores que descrevem o volume V de combustível no tanque, em litro, em função do tempo t, em minuto, a partir do instante em que ela começou a ser cheia (t=0) até sua conclusão.

	Tempo (min) t	Volume de água na caixa (L) V	
	0	120	
+1	1	$120 + \mathbf{1} \cdot 15 = 135$	+15
+1	2	$120 + \mathbf{2} \cdot 15 = 150$	+15
+1	3	$120 + \mathbf{3} \cdot 15 = 165$	+15
+1	4	$120 + \mathbf{4} \cdot 15 = 180$	+15
+1	5	$120 + \mathbf{5} \cdot 15 = 195$	+15
	⋮	⋮	
	10	$120 + \mathbf{10} \cdot 15 = 270$	
+5	15	$120 + \mathbf{15} \cdot 15 = 345$	+75
+5	20	$120 + \mathbf{20} \cdot 15 = 420$	+75
	⋮	⋮	

Como a quantidade inicial de água na caixa d'água era 120 L e a cada minuto foram acrescentados 15L, deduzimos que a lei que associa o volume (*V*) de água na caixa e o tempo (*t*) é dada por

$$\boldsymbol{V} = \mathbf{120} + \underbrace{\mathbf{15} + \mathbf{15} + \mathbf{15} + \mathbf{15} + \cdots + \mathbf{15}}_{\boldsymbol{t\ vezes}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{V} = \mathbf{120} + \mathbf{15} \cdot \boldsymbol{t}\,.$$

Observe que acréscimos iguais dados ao tempo proporcionam acréscimos iguais no volume da caixa d'água. Por exemplo, a cada minuto transcorrido, o volume da caixa d'água aumenta 15L, ou mesmo, a cada 5 minutos transcorridos, o volume aumenta 75L e assim por diante.

Agora consideremos uma corrida de táxi. É fato que o valor a ser pago pela corrida depende da distância percorrida, mas de que forma essas duas grandezas se relacionam?

Vamos admitir que, para o cálculo do valor a ser pago por uma corrida de táxi, o cliente tenha que desembolsar um valor inicial de R$ 4,00, chamado bandeirada, e, além disso, uma taxa de R$ 2,00 por quilômetro rodado. Assim, podemos observar que:

	Distância (Km) x	Valor da Corrida (R$) V	
	0	4	
+1	1	$4 + \mathbf{1} \cdot 2 = 06$	+2
+1	2	$4 + \mathbf{2} \cdot 2 = 08$	+2
+1	3	$4 + \mathbf{3} \cdot 2 = 10$	+2
+7	10	$4 + \mathbf{10} \cdot 2 = 24$	+14
+10	20	$4 + \mathbf{20} \cdot 2 = 44$	+20
+10	30	$4 + \mathbf{30} \cdot 2 = 64$	+20
+30	60	$4 + \mathbf{60} \cdot 2 = 124$	+60

Note que, como o cliente já começa devendo R$ 4,00 e, a cada quilômetro rodado são acrescidos ao valor R$ 2,00, temos que a lei que associa o valor a ser pago pela corrida (em reais) e a distância percorrida (em Km) é dada por

$$\boldsymbol{V} = \mathbf{4} + \underbrace{\mathbf{2} + \mathbf{2} + \mathbf{2} + \mathbf{2} + \cdots + \mathbf{2}}_{\boldsymbol{x\ vezes}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{V} = \mathbf{4} + \mathbf{2}\boldsymbol{x}\,.$$

Observe que, acréscimos iguais à distância percorrida proporcionam acréscimos iguais ao valor a ser pago, por exemplo, sempre que aumentamos 1Km, são acrescidos R$ 2,00 no valor da corrida, ou ainda, sempre que acrescentamos 10Km são acrescidos R$ 20,00 no valor a ser pago. Mais ainda, as variações sofridas pelo valor da corrida são proporcionais às variações sofridas na distância percorrida.

Para ambos os casos, como as funções são definidas por um polinômio do 1º grau, elas serão denominadas Função Polinomial do 1º Grau.

Definição: Toda função do tipo $\boldsymbol{f(x) = ax + b}$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 1º grau ou *função afim*.

Quando nos referimos a uma função afim, isto é, uma função do tipo $f(x) = ax + b$, o valor de b é pode ser entendido como valor inicial ou valor fixo (dependendo do contexto), termo independente ou mesmo coeficiente linear, enquanto o valor de *a* é chamado de *taxa de variação* ou *coeficiente angular*.

$f(x) = a \cdot x + b$

- **a**
  - Taxa de Variação Absoluta
  - Coeficiente Angular
- **b**
  - Valor Inicial
  - Valor Fixo
  - Termo independente
  - Coeficiente Linear

No caso do primeiro exemplo, na função $V = 120 + 15 \cdot t$, temos que $a = 15$ e $b = 120$, enquanto que no segundo exemplo, na função $V = 4 + 2x$, temos que $a = 2$ e $b = 4$.

Vejamos mais exemplos:

- $f(x) = 3x + 7 \longrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases}$
- $g(x) = 5x - 4 \longrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -4 \end{cases}$
- $h(x) = -7x \longrightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = 0 \end{cases}$

Obs.: Se numa função afim $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, tiver seu coeficiente linear igual a zero ($\boldsymbol{b = 0}$), então ela será dita uma **função linear**. Note assim, que uma função linear é do tipo $y = ax$ e, portanto, define uma proporção direta entre y e x.

O termo independente da função afim coincide sempre com o valor da função no zero, isto é, $f(0) = a \cdot 0 + b = b$. Dessa forma, se você estiver trabalhando com uma tabela de valores, basta levar o *x* da tabela ao zero e observar o valor obtido para y, ele será o valor de b. Note que no instante t = 0 o volume de água na caixa era 120 L e o valor inicial da corrida de táxi, mesmo tendo percorrido zero quilômetros, era R$ 4,00, ambos os valores correspondem ao "b" das respectivas funções.

Perceba também que a taxa de variação $\boldsymbol{a}$ da função afim $f(x) = ax + b$ pode ser interpretada como a variação em $f(x)$ causada por cada aumento de uma unidade em x. Assim, no caso do enchimento da caixa d'água para cada 1 minuto que aumentamos no tempo, o volume aumenta 15 litros, já na corrida de táxi, para cada quilômetro que percorremos a mais, o custo da corrida aumenta R$ 2,00.

Assim, podemos caracterizar uma função afim $y = ax + b$ pelo seguinte fato: **"acréscimos iguais dados a $\boldsymbol{x}$ produzem acréscimos iguais em $\boldsymbol{y}$"**.

Então muito cuidado, quando nos depararmos com uma situação modelada por uma função afim, não necessariamente as grandezas envolvidas serão proporcionais. Mas como a *taxa de variação absoluta* é **constante**, isso significa dizer que **"acréscimos sofridos por $\boldsymbol{f(x)}$ são proporcionais aos acréscimos dados a $\boldsymbol{x}$"**.

Tais fatos podem ser comprovados pela cadeia de igualdades a seguir:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 + b - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a \cdot (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

Portanto, para calcularmos o valor de a, basta calcular a razão entre a variação que o y sofre para uma dada variação de x, ou seja,

$$\boldsymbol{a = \frac{\Delta y}{\Delta x}},$$

e por isso dizemos que, em toda função afim $y = ax + b$, os valores de x e y *variam linearmente*.

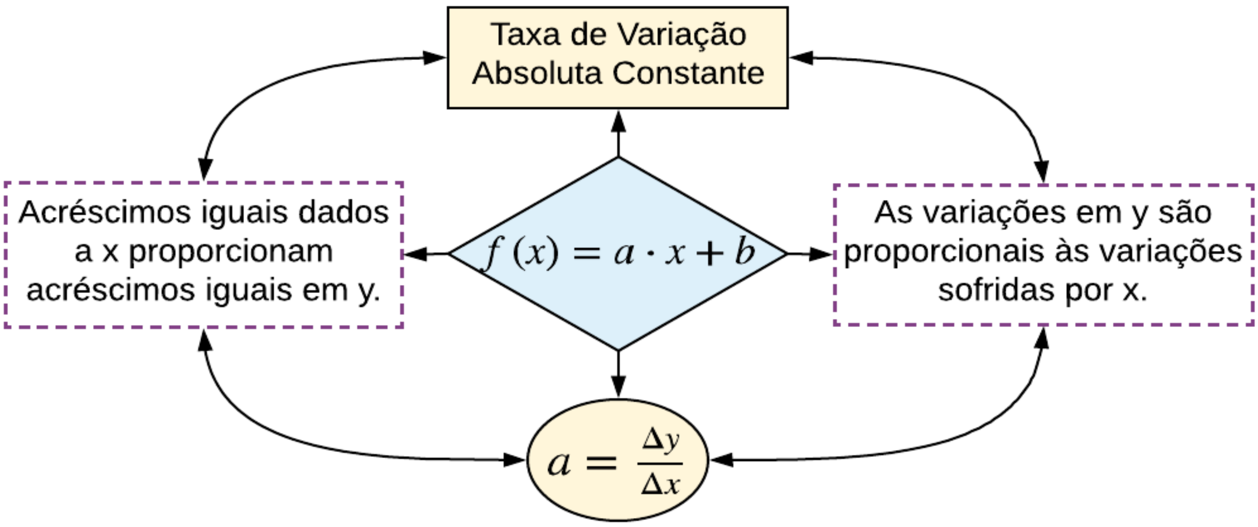
Caracterização da Função Afim

Para toda função afim, valem as seguintes caracterizações:

- Acréscimos iguais dados a x proporcionam acréscimos iguais em y;
- A variação em y é proporcional a variação em x;
- A *taxa de variação absoluta* é constante.

Além disso, se uma função real satisfaz alguma das características supracitadas, então ela é uma função afim.

Mapa Mental



Diante do exposto, nos perguntamos: Como saber se, numa determinada situação, o modelo matemático a ser adotado é o de uma função afim?

No caso da tarifa do taxi não há problema. Tem-se $f(x) = ax + b$ onde x é a distância percorrida, f(x) é o preço a pagar, b é a bandeirada e a é a taxa por quilômetro rodado. Mas nem todo problema é assim tão explicito.

Vejamos um caso diferente:

Alberto observou, numa sapataria, que o vendedor determinava o número do sapato do cliente medindo seu pé com uma escala na qual, em vez de centímetros, estavam marcados os números ... 36, 37, 38, ...

O fato mais importante que ele percebeu foi que esses números estavam igualmente espaçados, isto é, a distância de cada um deles para o seguinte era constante. Isto queria dizer que a acréscimos iguais no tamanho do pé corresponderiam acréscimos iguais ao número do sapato. Dito de outro modo: se certo pé precisa crescer h centímetros para passar de tamanho 33 para 34, precisará crescer os mesmos h centímetros para passar de 38 para 39.

Isto lhe deu certeza de que a função que faz corresponder a cada comprimento x de um pé o número f(x) do sapato adequado é uma função afim, ou seja, $f(x) = ax + b$.

Alberto sabia que, para determinar os coeficientes a e b da função afim, bastava conhecer $y_1 = f(x_1)$ e $y_2 = f(x_2)$ para dois valores diferentes quaisquer x_1 e x_2.

Ele tomou uma régua, escolheu dois valores $x_1 \neq x_2$ tais que os números de sapato correspondentes, $y_1 = f(x_1)$ e $y_2 = f(x_2)$, assinalados na escala, fossem inteiros.

Tomou $x_1 = 20\ cm$ e $x_2 = 28\ cm$ e viu que $f(20) = 32$ e $f(28) = 42$. A partir daí calculou o coeficiente

$$a = \frac{42 - 32}{28 - 20} = \frac{5}{4}$$

e utilizando o resultado encontrado, calculou o coeficiente *b* com o auxílio de uma das correspondências, por exemplo

$$f(20) = 32 \Longrightarrow 20 \cdot \frac{5}{4} + b = 32 \quad \Longrightarrow \quad b = 7.$$

Chegando à expressão

$$f(x) = \frac{5}{4} \cdot x + 7\,,$$

que fornece o número do sapato de uma pessoa em função do comprimento do seu pé em centímetros.

Do exposto, uma função afim $f(x) = ax + b$ fica inteiramente determinada quando conhecemos dois de seus valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ para quaisquer x_1 e x_2 reais, com $x_1 \neq x_2$. Ou seja, com esses dados determinamos os valores de *a* e de *b*.

Problema 01: Seja $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função afim tal que $f(2) = 6$ e $f(5) = -3$. Determine a lei de formação de *f*.

Solução:

Se *f* é uma função afim, então ela é do tipo:

$$f(x) = ax + b.$$

Assim, como $f(2) = 6$ e $f(5) = -3$, temos:

$$\begin{aligned} f(2) = 6 &\implies 2a + b = 6 \\ f(5) = -3 &\implies 5a + b = -3 \end{aligned}$$

Daí,

$$\begin{cases} 2a + b = 6 & (I) \\ 5a + b = -3 & (II) \end{cases}$$

Fazendo a equação (II) – (I), temos:

$$3a = -9 \implies a = -3$$

Da equação (I), temos:

$$2 \cdot (-3) + b = 6 \implies b = 12.$$

Sendo assim, a lei de formação da função afim em questão é $f(x) = -3x + 12$.

Claro que essa é uma maneira de determinarmos a lei de formação, mas seria muito mais simples se determinássemos o valor de *a* a partir da taxa de variação, para depois determinar o valor de b. Veja:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3 - 6}{5 - 2} = -3.$$

Problema 02: Um proprietário de uma fábrica de bolsas verificou que, quando se produziam 600 bolsas por mês, o custo total de produção da empresa era de R$ 14.000,00 e, quando se produziam 900 bolsas, o custo mensal era de R$ 15.800,00. Dado que a variação no custo mensal da empresa é proporcional à variação do número de bolsas produzidas por mês, determine a relação que determina o valor do custo mensal (C) dessa empresa em função do número *x* de bolsas produzidas mensalmente.

Solução:

Pela caracterização apresentada no texto, temos que o custo mensal C e o número de bolsas x produzidas mensalmente se relacionam através de uma função afim, isto é,

$$C = ax + b.$$

x	C
600	14000
900	15800

Para determinarmos o valor de a, basta fazer:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15800 - 14000}{900 - 600} = \frac{1800}{300} = 6.$$

Observe que a cada 300 unidades que se varia no x, o custo varia 1800, assim, para encontrarmos o valor de b, basta “regredirmos” nossa tabela até que tenhamos $x = 0$, daí:

x	C
0	10400
300	12200
600	14000
900	15800

Logo, temos que $b = 10400$ e

$$C(x) = 6x + 10400.$$

Raiz ou Zero da Função

A raiz da função afim é o valor de x que anula a função, ou seja, é o valor de x que torna $f(x) = 0$, logo

$$f(x) = 0 \implies ax + b = 0 \implies x = \frac{-b}{a},$$

Onde $x = \frac{-b}{a}$ é a raiz da função afim.

Problema 03: Determine a raiz da função real dada por $f(x) = 4x - 12$.

Solução:

Queremos o valor de x para o qual $f(x) = 0$, assim

$$4x - 12 = 0 \iff x = 3.$$

Assim, 3 é a raiz dessa função, isto é, $f(3) = 0$.

Problema 04: Um comerciante gastou R$ 500,00 na compra de um lote de peras. Dado que cada Pêra será vendida por R$ 2,50, quantas Pêras deverão ser vendidas para que ele não tenha lucro, mas também não tenha prejuízo?

Solução:

A princípio devemos construir a função que define o lucro desse vendedor. Para tanto, precisamos saber a receita (R) e o custo (C).

O custo foi de R$ 500,00, isto é, $C = 500$. Já a receita é dada por $R = 2{,}5 \cdot x$, onde x representa a quantidade de Pêras. Assim, o lucro será dado por:

$$L = R - C$$

$$L(x) = 2{,}5x - 500.$$

Como queremos que o comerciante não tenha lucro nem prejuízo, temos que

$$L(x) = 0 \implies 2{,}5x - 500 = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x = 200,$$

logo, o comerciante deverá vender 200 pêras.

Problema 05: Um ciclista percorre uma estrada movimentando-se de acordo com a equação horária

$$\boldsymbol{s(t) = -120 + 30t},$$

em que s(t) representa sua posição (em Km) e t representa o tempo (em h). Depois de quanto tempo o ciclista passa pelo marco quilômetro zero (Km 0)?

Solução:

Queremos o valor de t de modo que $s(t) = 0$, assim:

$$-120 + 30t = 0 \implies t = 4.$$

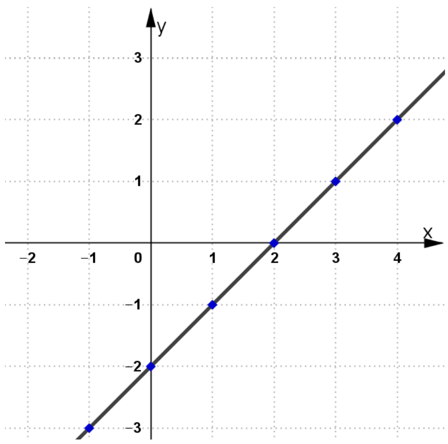
Logo, depois de 4h o ciclista passará pelo marco Km 0.

Gráfico da Função Afim

Como a variação de y em função de x é linear, temos que o gráfico da função afim é sempre uma reta.

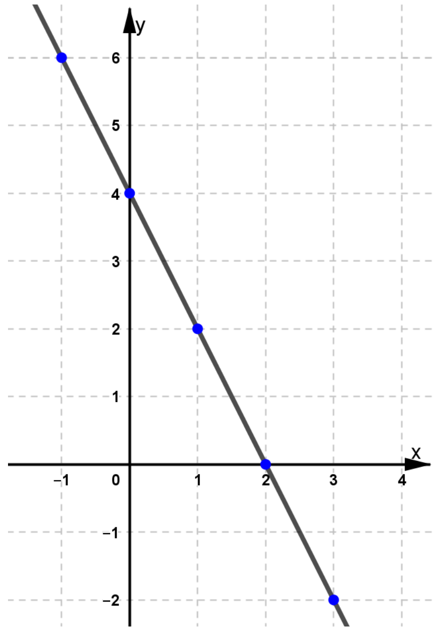
Vejamos como fica o gráfico da função real dada por $\boldsymbol{y = x - 2}$. Para tanto, vamos construir uma tabela atribuindo valores arbitrários a x e encontrar suas respectivas imagens.

x	y
$\mathbf{-1}$	-3
$\mathbf{0}$	-2
$\mathbf{1}$	-1
$\mathbf{2}$	0
$\mathbf{3}$	1
$\mathbf{4}$	2



Vejamos agora como fica o gráfico da função real dada por $y = -2x + 4$, para tanto, vamos construir uma tabela atribuindo valores arbitrários a x e encontro suas respectivas imagens.

x	y
$\mathbf{-1}$	6
$\mathbf{0}$	4
$\mathbf{1}$	2
$\mathbf{2}$	0
$\mathbf{3}$	-2



É claro que, pelo gráfico se tratar de uma reta, para determiná-lo, precisaríamos apenas de dois pontos. Dentre os pontos do gráfico, chamo a atenção para dois especiais, que correspondem às intersecções da reta com os eixos coordenados:

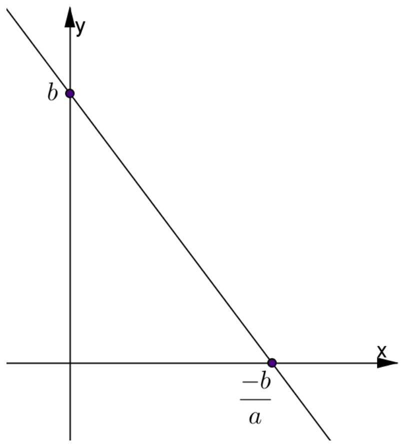
- Intersecção com o eixo $\overrightarrow{Oy}$: o ponto tem abscissa igual a zero, logo:

$$f(0) = b \implies (0, b)$$

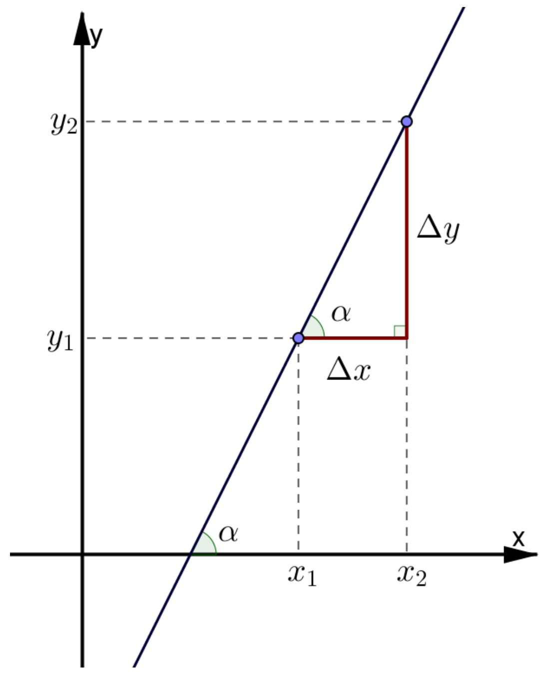
- Intersecção com o eixo $\overrightarrow{Ox}$: o ponto tem ordenada igual a zero, logo:

$$f(x) = 0 \implies ax + b = 0 \implies x = \frac{-b}{a}$$

$$\left(\frac{-b}{a}, 0\right)$$

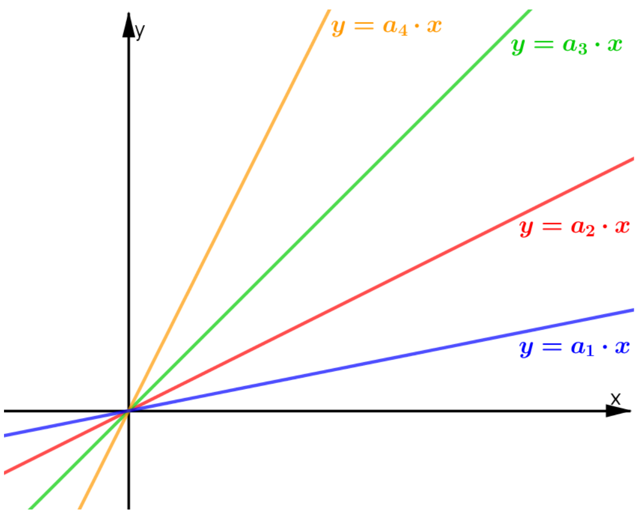


Ainda no que diz respeito ao gráfico da função afim, podemos perceber uma estreita relação entre a taxa de variação da função e a inclinação da reta, observe:



Percebemos que, como o valor da taxa de variação é $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, temos que $a = tg\alpha$, isto é, o valor de a é igual a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo $\overrightarrow{Ox}$, por isso que o coeficiente *a* também é chamado de *coeficiente angular da reta*.

Note que quanto maior o valor absoluto de *a*, mais inclinada estará a reta. Para facilitar a visualização, consideremos funções afins do tipo $y = ax$, com $b = 0$.



Do exposto, temos que

$$a_1 < a_2 < a_3 < a_4.$$

Problema 06: Determine a equação da reta cujo ângulo que ela forma com o eixo $\overrightarrow{Ox}$ é 45º e que passa pelo ponto (0,5).

Solução:

Como se trata de uma reta, temos que sua equação é do tipo $y = ax + b$.

Sendo o ângulo que a reta forma com o eixo $\overrightarrow{Ox}$ igual a 45º, temos que

$$a = tg45^o = 1.$$

Além disso, como o ponto (0,5) da reta também pertence ao eixo $\overrightarrow{Oy}$, temos que $b = 5$.

Daí, a equação da referida reta será

$$y = x + 5.$$

Problema 07: Determine a equação da reta cuja declividade é 3 e que passa pelo ponto (1,7).

Solução:

Como se trata de uma reta, temos que sua equação é do tipo $y = ax + b$.

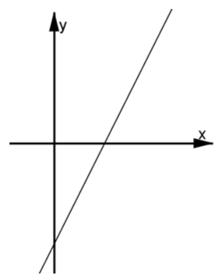
Temos que $a = 3$ e, como o ponto $(1,7)$ pertence a reta, temos:

$$3 \cdot 1 + b = 7 \implies b = 4.$$

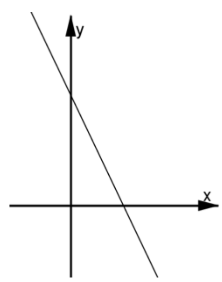
Assim, a equação da reta é dada por $y = 3x + 4$.

Do exposto, podemos tirar as seguintes conclusões quanto ao crescimento da função afim:

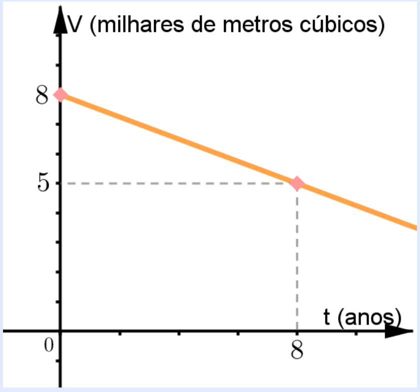
☞ $a > 0 \iff A\ função\ é\ crescente$



☞ $a < 0 \iff A\ função\ é\ decrescente$



Problema 08 (Vunesp): Ao ser inaugurada, uma represa possuía 8 mil m^3 de água. A quantidade de água na represa vem diminuindo anualmente. O gráfico mostra que a quantidade de água na represa 8 anos após a inauguração é de 5 mil m^3.

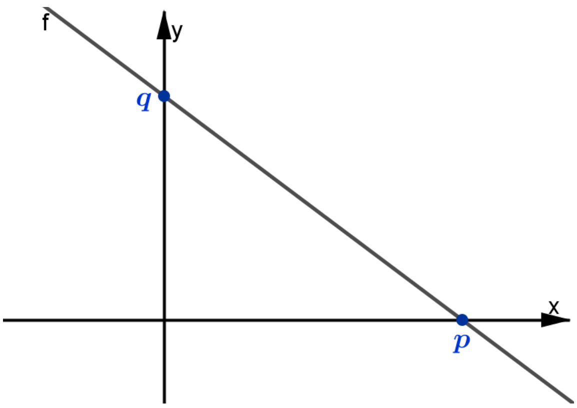


Se for mantida essa relação de linearidade entre o tempo e a quantidade de água em m^3, determine em quantos anos, após a inauguração, a represa terá 2 mil m^3.

Solução:

Do gráfico, observamos que a cada 8 anos o volume cai 3 mil metros cúbicos. Assim, a partir do momento t = 8, quando se passarem mais 8 anos, o volume diminuirá 3 mil metros cúbicos, passando de 5 mil m^3 para 2 mil m^3. Ou seja, depois de 16 anos, após a inauguração, o volume da represa será de 2 mil m^3.

#FicaaDica

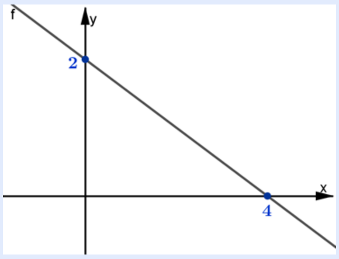


Se conhecermos as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico da função afim com os eixos coordenados, podemos determinar rapidamente a lei de formação da função isolando o *y* a partir da equação:

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1,$$

onde p é abscissa do ponto onde a reta intercepta o eixo $\overrightarrow{Ox}$ e q é a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo $\overrightarrow{Oy}$, isto é, os pontos $(p, 0)$ e $(0, q)$ pertencem à reta que representa o gráfico da função.

Problema 09: Determine a lei de formação da função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada pelo gráfico a seguir:



Solução:

A partir dos pontos de intersecção da reta com os eixos coordenados, temos que a equação dessa reta será

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1.$$

Multiplicando ambos os membros da equação por 4, temos:

$$x+2y=4 \quad \Longrightarrow y=-0{,}5x+2.$$

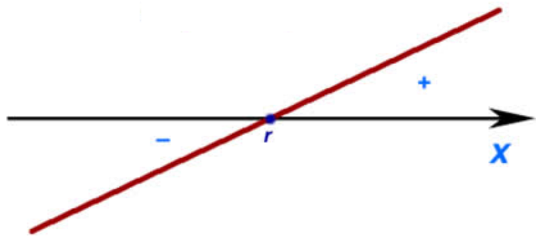
Daí a lei de formação da função afim correspondente será $f(x)=-0{,}5x+2$.

Estudo do Sinal

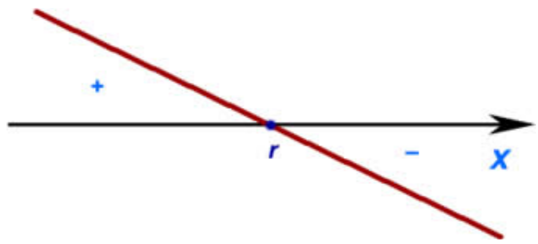
É importante lembrar que estudar a variação do sinal de uma função $y=f(x)$ significa determinar os valores de x para os quais *f* se anula, *f* é positiva ou *f* é negativa. Esse estudo pode ser feito de duas maneiras: graficamente ou algebricamente.

Observe que, sendo r a raiz da função afim, isto é, $f(r)=0$, temos as seguintes situações:

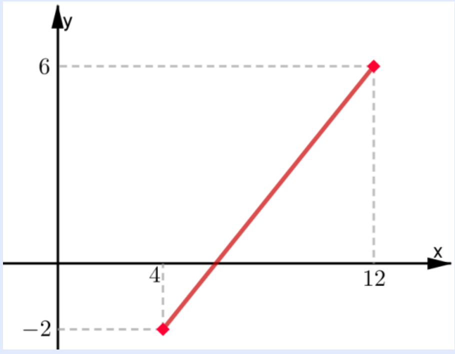
☞ $a>0$



☞ $a<0$



Problema 10 (Ronaebson): Em um dia de inverno, a temperatura y da cidade de Bariloche na Argentina, em graus Celsius, em função do horário x, no período das 4h às 12h, pôde ser descrita pelo gráfico:



a) Em que horário desse período a temperatura atingiu 0º C?
b) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve negativa?
c) Durante quanto tempo desse período a temperatura esteve positiva?

Solução:

a) O gráfico é um segmento de reta contido na reta que passa pelos pontos (4, -2) e (12, 6); logo, y é uma função afim de x, isto é, $y = ax + b$.
Como (4, -2) e (12, 6) pertencem a essa reta, temos que

$$a = \frac{6-(-2)}{12-4} = \frac{8}{8} = 1$$

e

$$6 = 1 \cdot 12 + b \Rightarrow b = -6.$$

Portanto, o segmento de reta representado corresponde à função afim $y = x - 6$, com $4 \leq x \leq 12$.

Assim, para determinar o instante em que a temperatura atingiu 0 ºC, basta fazer $y = 0$:

$$x - 6 = 0 \implies x = 6,$$

o que significa dizer que a temperatura 0 ºC ocorreu às 6h.

b) Pelo item anterior, sabemos que o gráfico cruza o eixo $\overrightarrow{Ox}$ no ponto de abscissa 6. Daí, a simples leitura do gráfico nos permite concluir que, durante o referido período, a temperatura esteve negativa para $4 \leq x < 6$, ou seja, durante duas horas.

c) Da mesma forma, a leitura do gráfico permite concluir que, durante esse período, a temperatura esteve positiva para $6 < x < 12$, ou seja, durante 6 horas.

Problema 11 (Ronaebson): Uma determinada empresa que trabalha com a fabricação de chinelos tem gastos fixos de R$ 40.000,00 mais um custo fixo de R$ 3,00 por chinelo produzido. Sabendo que cada unidade produzida será vendida por R$ 11,00, quantos chinelos deverão ser produzidos (e vendidos) para que o valor arrecadado não seja inferior aos gastos?

Solução:

x: Quantidade de chinelos produzidos (vendidos);
A: Valor arrecadado;
C: Custo da produção;

As funções de Arrecadação e Custo são dadas em função de x por:

$$A(x) = 11x$$
$$C(x) = 3x + 40000$$

Queremos que $A(x) \geq C(x)$, daí:

$$11x \geq 3x + 40000 \implies 8x \geq 40000$$
$$x \geq 5000,$$

ou seja, é necessário que sejam vendidos no mínimo 500 chinelos para que o valor arrecadado não seja inferior aos gastos.

Problema 12 (Ronaebson): Beto tem duas vezes a idade que Cíntia terá daqui a dez anos, entretanto a idade de Beto não supera o quádruplo da idade de Cíntia.
Identifique como Verdadeiro (V) ou Falso (F) as afirmações a seguir:

( ) A idade de Beto é menor que a idade de Cíntia.
( ) Cíntia tem no máximo 10 anos.
( ) Beto tem no mínimo 40 anos.
( ) Beto pode ter 25 anos.
( ) Cíntia tem pelo menos 10 anos.

Solução:

Seja b a idade de Beto e c a idade de Cíntia.

$$b = 2 \cdot (c + 10) \implies b = 2c + 20$$
$$b \leq 4c$$

Daí,

$$2c + 20 \leq 4c \implies c \geq 10.$$

Assim, Cíntia tem, no mínimo, 10 anos.

Logo:

$$b = 2c + 20 \geq 2 \cdot 10 + 20 = 40,$$

ou seja, Beto tem, no mínimo 40 anos.

Temos então a sequência FFVFV.

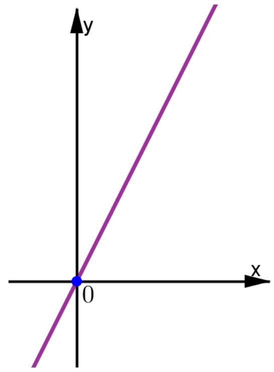
ANOTAÇÕES:

FUNÇÃO LINEAR

Toda função da forma $\boldsymbol{y = ax}$, com $a \in \mathbb{R}^*$, é chamada de ***função linear***. Note então que a função linear é uma função afim $y = ax + b$, em que $b = 0$.

Por exemplo, a função real dada por $y = 5x$ é linear, com $a = 5$.

Observe que para $x = 0$, temos que $y = a \cdot 0 = 0$, ou seja, o ponto $(0,0)$ pertence ao gráfico da função linear, o que nos leva a concluir que o gráfico da função linear é sempre uma reta que passa pela origem.

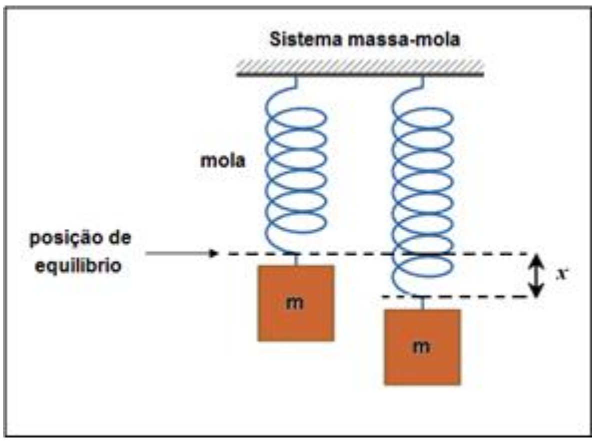


Além disso, em toda função linear $y = ax$, os valores de y são diretamente proporcionais aos valores de x, pois a divisão entre essas grandezas é constante e igual a *a*, veja:

$$y = ax \implies \frac{y}{x} = a.$$

Vejamos agora algumas situações modeladas por funções lineares:

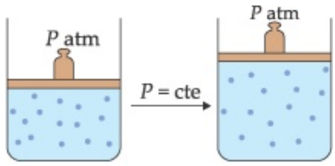
- Em um regime de deformação elástica, a intensidade F da força aplicada a uma mola é diretamente proporcional à deformação x da mola. Essa lei, conhecida como “Lei de Hooke”, pode ser expressa pela função linear $\boldsymbol{F = kx}$, em que k é uma constante de proporcionalidade chamada constante elástica da mola.



- Num sistema hermeticamente fechado, ao aquecermos ou resfriarmos um gás, mantendo-se a pressão constante, estaremos realizando uma transformação isobárica nesse gás, de modo que o volume será diretamente proporcional a temperatura do gás no interior do sistema, assim:

$$\frac{V}{T} = k \implies \boldsymbol{V = kT},$$

onde T é a temperatura absoluta (em Kelvin) do gás e *k* é a constante de proporcionalidade.

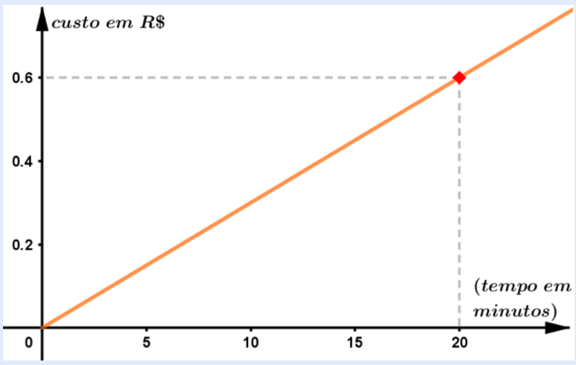


- Se um litro de gasolina custa R$ 4,00, então *x* litros de gasolina custarão $y = 4x$ reais. Note que 1ℓ custa R$ 4,00, 2ℓ custam R$ 8,00, 3ℓ custam 12,00 e assim por diante. De modo que, duplicando a quantidade litros de gasolina, duplicamos o preço, triplicando a quantidade de litros triplica o preço, ou seja, o preço a pagar é diretamente proporcional a quantidade de litros de gasolina comprados.

Desse último exemplo, percebemos que a função linear, por se tratar de uma relação de proporcionalidade direta, é uma função real tal que, para quaisquer números reais k e x, tem-se que

$$f(k \cdot x) = k \cdot f(x).$$

Problema 13 (Ronaebson): O quilowatt-hora (kWh) é uma unidade de energia definida como o trabalho executado por um sistema que fornece 1 quilowatt de potência durante uma hora. Essa unidade é muito utilizada na comercialização de energia elétrica, como você já deve ter observado na conta de luz de sua casa.
O gráfico a seguir mostra o valor a ser pago, em real, à certa companhia de energia elétrica por um banho de chuveiro em função do tempo, em minuto.



Se o custo do kWh é R$ 0,45, determine a potência desse chuveiro?

Solução:

Observe no gráfico que o custo (em reais) é diretamente proporcional ao tempo de uso (em minutos), uma vez que a função que os relaciona tem por gráfico uma reta que passa pela origem, ou seja, é uma função linear.

Assim, se em 20 minutos o custo foi de $R\$\ 0{,}60$, temos que em 60 minutos (1 hora), o custo será $3 \times R\$\ 0{,}60 = R\$\ 1{,}80$. Como o valor do kWh é de $R\$\ 0{,}45$, o número de kW em 1h é de $\frac{1{,}80}{0{,}45} = 4$. Isto é, a potência desse chuveiro é de 4 kW.

Função Afim x Progressão Aritmética

Uma progressão aritmética é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é sempre igual ao termo anterior adicionado de um valor fixo, chamado de razão da P.A.

Por exemplo, a sequência

$$(1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, \dots)$$

é uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 1 e razão 4.

Consideremos, portanto, a função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 3x + 2$. Agora veja:

x	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	5	8	11	14	17	20	23

Note que a sequência de valores

$$(f(1), f(2), f(3), f(4), f(5), f(6), f(7), \dots)$$

formam uma progressão aritmética de razão 3.

Mais ainda, se considerarmos os valores de x como sendo os termos da P.A.

$$(1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, \dots)$$

teremos:

x	1	5	9	13	17	21	25
f(x)	5	17	29	41	53	65	77

Observe agora que a sequência de valores

$$(f(1), f(5), f(9), f(13), f(17), f(21), f(25), \dots)$$

formam uma progressão aritmética de razão 12.

Do exposto, percebemos, de maneira genérica, que se $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ é uma função afim dada por $f(x) = ax + b$ e $(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots)$ é uma progressão aritmética de razão $\boldsymbol{r}$, então a sequência $(f(x_1), f(x_2), f(x_3), f(x_4), \dots)$ também é uma progressão aritmética e sua razão é $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{r}$. E, reciprocamente, se uma função crescente ou decrescente, $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, transforma qualquer progressão aritmética $(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots)$ em outra progressão aritmética $(f(x_1), f(x_2), f(x_3), f(x_4), \dots)$, então f é uma função afim.

Problema 14 (Ronaebson): O número de novos empregos formais que surgiram na Paraíba registrou alta. Comparando as quantidades de empregos formais no mês de fevereiro com as do mês de janeiro deste ano, houve um acréscimo de 250 vagas, totalizando, 20150 vagas.
Suponha que, mês a mês, o acréscimo de novos empregos formais seja sempre o mesmo ao longo do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de empregos formais e os meses, com x = 1 representando janeiro, x = 2 representando fevereiro, e assim por diante.
Qual a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses?

Solução:

Do exposto, temos:

x	y
1	19100
2	20150

Como y e x se relaciona através de uma função afim, temos que o valor de a é dado por:

$$a = \frac{250}{1} = 250.$$

Para obtermos rapidamente o valor de b, basta levarmos o x da tabela para o zero e a imagem resultante será o b. Assim:

x	y
0	19650
1	19900
2	20150

Daí, a relação que procuramos é dada por

$$y = 250x + 19650.$$

Veja que se pensarmos a sequência de números de vagas, temos uma PA de razão 250 e primeiro termo igual a 19900 (vagas no mês de janeiro), daí teríamos para fórmula posicional:

$$a_n = 19900 + (n-1) \cdot 250$$
$$\Downarrow$$
$$a_n = 250n + 19650.$$

Note que a_0 se comporta como o b da função e a razão da PA é o a (taxa de variação) da função.

Anotações:

FUNÇÃO AFIM X JUROS SIMPLES

No regime de juros simples o capital é atualizado de acordo com um sistema de capitalização linear. De modo que nesse regime o percentual de juros incide apenas sobre o capital inicial, ou seja, não incidirão novos juros sobre os juros gerados a cada período. Dessa forma, a parcela de juros gerada a cada período é sempre a mesma e é calculada pelo produto do capital pela taxa.

Problema 15 (Ronaebson): Um capital de R$ 20.000,00 é aplicado a juros simples durante determinado período à taxa de 10% ao mês. Qual a expressão que fornece o montante acumulado ao final de t meses?

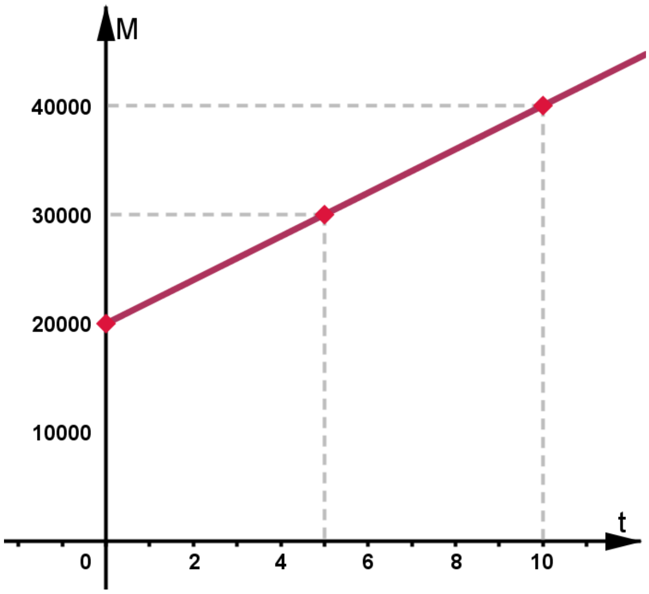
Solução:

Em todos os meses esse capital rentabiliza 10% de R$ 20.000,00, isto é, $0{,}1 \cdot 20000 = R\$\, 2.000{,}00$. Assim, ao final de t meses ele irá ter gerado $t \cdot 2000$ reais de juros. Logo, o montante acumulado será dado pela expressão

$$M(t) = 20000 + 2000 \cdot t.$$

Observe que o montante no regime de juros simples é dado, em função do tempo, por uma função afim.

Dessa forma, o gráfico do montante acumulado (em R$) em função do tempo t (em meses) é dado por uma semirreta.



UMA PROPRIEDADE IMPORTANTE

A imagem da média aritmética de dois números pela função afim é a média aritmética das imagens desses números.

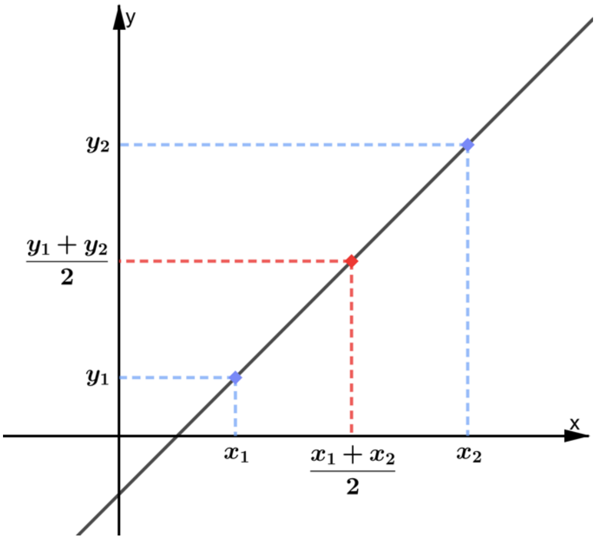
Vejamos:
Considere a função real dada por $f(x) = ax + b$, com $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$.

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = a \cdot \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) + b = \frac{a \cdot x_1}{2} + \frac{a \cdot x_2}{2} + \frac{b}{2} + \frac{b}{2}$$

$$= \frac{a \cdot x_1 + b}{2} + \frac{a \cdot x_2 + b}{2} = \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Logo:

$$\boxed{f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \frac{y_1 + y_2}{2}.}$$



ANOTAÇÕES:

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

O valor cobrado por uma empresa, em milhões de reais, para construir uma estrada, varia de acordo com o número x de quilômetros de estrada construídos. O modelo matemático para determinar esse valor é uma função polinomial do primeiro grau, cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos de coordenadas (x, y) dadas abaixo.

x	y
0	4
p	5
15	7
30	*k*

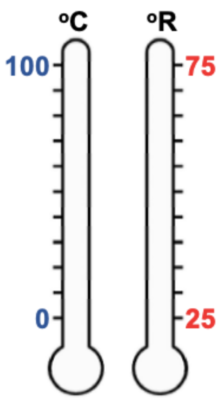
Qual o valor de $p + k$?

- **A** 1/5
- **B** 5
- **C** 8
- **D** 10
- **E** 15

Questão 02

(Ronaebson)

Um professor de física propôs um de seus alunos que criasse uma nova escala termométrica. O aluno criou uma escala chamada *RON*, onde a ebulição da água ocorre a 75^oR e a temperatura de fusão é de 25^oR e uma relação dela com a escala Celsius de temperatura é vista na imagem a seguir.



Seja R a temperatura na escala *RON* e C a temperatura na escala *Celsius*, tem-se

- **A** $R = 2C.$
- **B** $R = 2C + 25.$
- **C** $R = 0{,}5C + 25.$
- **D** $R = 0{,}5C - 25.$
- **E** $R = 0{,}5C + 75.$

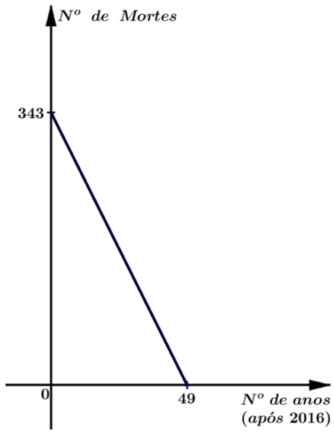
Questão 03

(Ronaebson)

"Brasil amarga o preço da intolerância e lidera o ranking de violência contra homossexuais. O país registra uma morte a cada 25 horas. Só no ano de 2016, 343 gays, lésbicas, transexuais, transgêneros e simpatizantes foram mortos, a maioria com requintes de crueldade."

http://www.em.com.br/app/noticia/nacional/2014/09/22/interna_nacional,571621/brasil-amarga-o-preco-da-intolerancia-e-lidera-ranking-de-violencia-contra-homossexuais.shtml
Acesso em 21/05/2017

O governo federal esta fazendo uma campanha para combater a homofobia no Brasil e estima-se que as mortes de homossexuais decaiam linearmente e serão erradicadas em 2065.
Observe o gráfico a seguir, em que se considera a origem como o ano de 2016.



De acordo com as informações fornecidas, estima-se que o número de mortes de homossexuais em 2051 ainda seja igual a

- **A** 14
- **B** 84
- **C** 98.
- **D** 245.
- **E** 308.

Questão 04

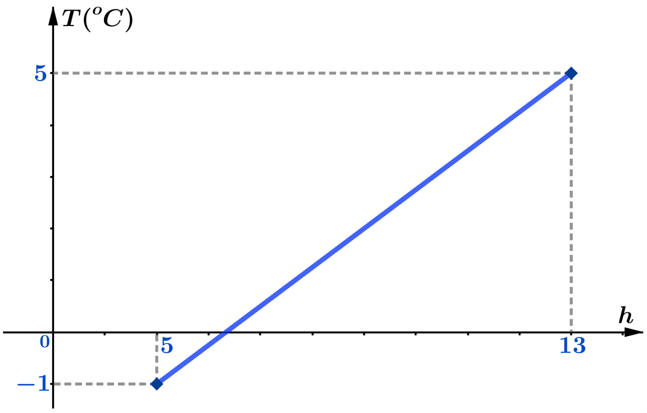
Um tanque com capacidade de armazenar um volume de até 3 m^3 de água está, inicialmente, com apenas 30% de sua capacidade ocupada, quando alguém abre uma torneira para enchê-lo. Se a torneira tem vazão constante de 30 litros de água por minuto, a expressão que determina a quantidade y de água (em litros) em função do número x de minutos após a abertura da torneira é

- **A** $y = 30x + 900$
- **B** $y = 3x + 3000$
- **C** $y = 0{,}3x + 3000$
- **D** $y = 30x + 3000$
- **E** $y = 3x + 900$

Questão 05

(Ronaebson)

No final de um dos dias de sua viagem à Europa, a jovem Ketlyn obteve, num aplicativo do smartphone, que a temperatura no dia seguinte, na cidade onde ela se encontrava, iria variar de forma linear, no período das 5h às 13h, conforme o gráfico a seguir.



Às 9h da manhã do dia seguinte, a temperatura prevista na referida cidade seria igual a

A $1^o\ C$.
B $2^o\ C$.
C $2{,}5^o\ C$.
D $3^o\ C$.
E $3{,}5^o\ C$.

Questão 06

Alexandre observava atentamente um termômetro calibrado nas escalas Rankine e Celsius. Lendo o bulbo desse termômetro, o rapaz descobriu as seguintes correspondências entre as temperaturas:

Celsius	Rankine
34,0	552,6
35,0	554,4
36,0	556,2
37,0	558,0
38,0	559,8
39,0	561,6
40,0	563,4
41,0	565,2
42,0	567,0
43,0	568,8

Com isso, Alexandre ficou curioso para saber a temperatura do dia na escala Rankine. Considerando que, nesse dia, o termômetro marca 21ºC, após alguns cálculos, ele descobriu que a temperatura em Rankine era

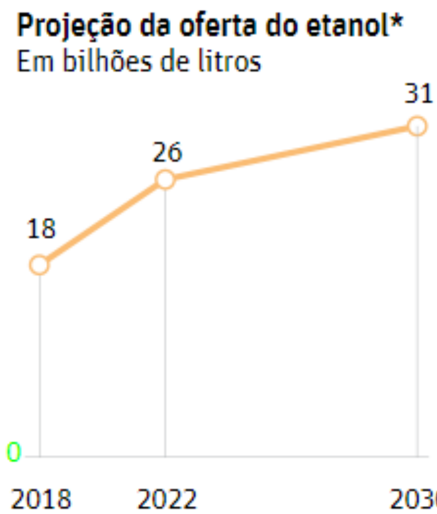
A 264,6
B 283,5
C 294,0
D 529,2
E 539,6

Questão 07

(Ronaebson)

“Assinala-se que as projeções da oferta de biocombustíveis elaboradas nesse ciclo de estudos já refletem os sinais positivos advindos do RenovaBio, iniciativa lançada pelo Ministério de Minas e Energia, que visa expandir a produção de biocombustíveis no Brasil.”

Disponível em http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-40/topico-74/Cap8_Texto.pdf
Acesso em 28/05/2018.



*considera apenas a produção local de álcool anidro, usado na gasolina, sem importações
Fonte: Ministério de Minas e Energia, consultorias
Disponível em https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2018/03/decreto-pode-elevar-para-ate-40-percentual-de-etanol-na-gasolina.shtml
Acesso em 28/05/2018.

Considerando que as variações em cada um dos períodos citados no gráfico sejam lineares, estima-se que em 2026 a oferta do etanol será de

A 24,5 bilhões de litros.
B 27,6 bilhões de litros.
C 28,0 bilhões de litros.
D 28,5 bilhões de litros.
E 29,0 bilhões de litros.

Questão 08

(Ronaebson)

Uma pessoa deseja contratar uma empresa de eventos para organizar uma festa de aniversário de 50 anos. A empresa Happy oferece um pacote de serviços com valor fixo de R$ 4000,00 acrescidos de R$ 60,00 por cada convidado. Já a empresa Party oferece seu pacote de serviços ao custo fixo de R$ 3000,00 acrescidos de R$ 85,00 por convidado.

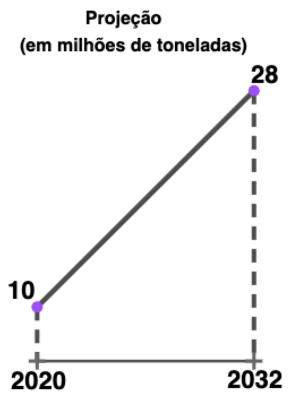
Considerando o custo total pelo serviço de cada uma das empresas, é mais econômico contratar a empresa Happy se o número de convidados da festa for

A igual a 40.
B maior do que 40.
C menor do que 40.
D maior do que 25.
E menor do que 25.

Questão 09

(Ronaebson)

A produção brasileira de papel em 2020 foi de 10 milhões de toneladas, além disso, estima-se que essa produção evolua linearmente ao longo dos anos, de modo que, em 2032 a quantidade de papel produzida naquele ano seja 28 milhões de toneladas de papel, conforme o gráfico a seguir.



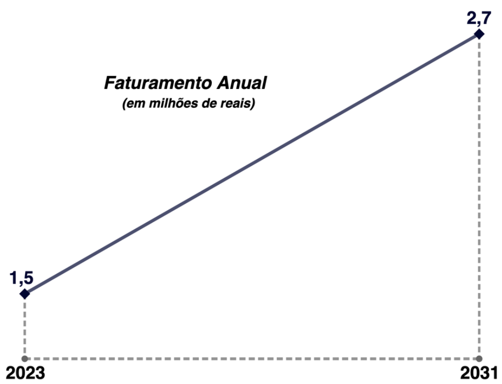
Segundo essa projeção linear, a produção brasileira de papel para o ano de 2030 está estimada em

Ⓐ $1{,}5 \cdot 10^7$ toneladas.
Ⓑ $1{,}9 \cdot 10^7$ toneladas.
Ⓒ $2{,}5 \cdot 10^7$ toneladas.
Ⓓ $3{,}0 \cdot 10^7$ toneladas.
Ⓔ $3{,}8 \cdot 10^7$ toneladas.

Questão 10

(Ronaebson)

Três amigos pretendem abrir uma empresa e fizeram uma projeção de faturamento que, a partir de 2023, cresce, ano após ano, de forma linear de acordo com o gráfico a seguir.



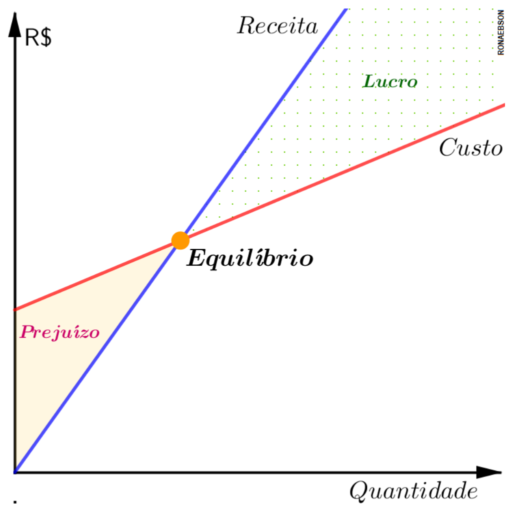
Segundo essa projeção, a expectativa é que em 2027 a empresa esteja faturando

Ⓐ R$ 1.800.000,00.
Ⓑ R$ 2.100.000,00.
Ⓒ R$ 2.250.000,00.
Ⓓ R$ 2.500.000,00.
Ⓔ R$ 4.200.000,00.

Questão 11

(Ronaebson)

O Ponto de Equilíbrio Contábil de um produto é a quantidade de produtos que uma empresa deve vender para que não tenha lucro nem prejuízo. A determinação desse ponto está intimamente ligada a três elementos administrativos: *custo*, *receita* e *lucro*. O gráfico a seguir mostra o ponto de equilíbrio, onde podemos observar que o valor da receita e o valor dos custos são iguais.



Um fabricante de pneus tem um custo fixo de R$ 40000,00 além de R$ 240,00 por unidade produzida. Esse fabricante vende cada pneu por R$ 320,00.
Quantos pneus devem ser fabricados e vendidos mensalmente para que seja atingido o ponto de equilíbrio contábil?

Ⓐ 80
Ⓑ 125
Ⓒ 500
Ⓓ 1250
Ⓔ 1667

Questão 12

(Ronaebson)

No parque de diversões Zezo Carneiro World, existem várias atrações, como por exemplo, roda gigante, carrossel, carrinho de bate-bate, barraca de tiro ao alvo, sala do terror, sala dos espelhos, montanha-russa, entre outras. Para ter acesso ao parque, a pessoa deve adquirir um bilhete de entrada que custa *R$ 20,00* e, para cada atração que queira utilizar, deve adquirir um bilhete adicional que custa *R$ 2,50*, qualquer que seja a atração.

Numa visita a esse parque, o pequeno Leumas gastou um total de R$ 50,00, pois ele brincou em

Ⓐ 12 das atrações.
Ⓑ 20 das atrações.
Ⓒ 25 das atrações.
Ⓓ 30 das atrações.
Ⓔ 50 das atrações.

Questão 13

(Ronaebson)

Para estimular a produção de etanol e reduzir índices de carbono no ambiente, Temer sancionou uma lei que prevê aumento escalonado da mistura de álcool anidro na gasolina.

A medida pode vir com a regulamentação do programa de biocombustíveis (RenovaBio). Sancionada no fim de 2017, a nova política para o setor prevê a redução de poluentes em derivados de petróleo (como a gasolina) e o aumento da participação de combustíveis menos nocivos ao ambiente, como o etanol.

Hoje (2018), cada litro já tem 27% de álcool anidro. Com o decreto, o índice de mistura subirá escalonadamente até 40%, em 2030, se Temer mantiver os números aprovados pelo Congresso.

Adaptado de https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2018/03/decreto-pode-elevar-para-ate-40-percentual-de-etanol-na-gasolina.shtml
Acesso em 29/05/2018.

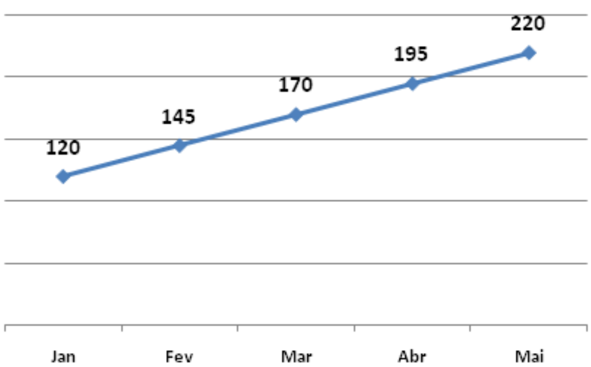
Assumindo que esse aumento escalonado no índice de mistura ocorra linearmente no período considerado, estima-se que em 2021 o percentual de álcool anidro na gasolina seja de

Ⓐ 28,08%
Ⓑ 29,75%
Ⓒ 30,25%
Ⓓ 33,50%
Ⓔ 36,75%

Questão 14

(Ronaebson)

O gráfico a seguir mostra o número de tênis vendidos por uma loja entre os meses de janeiro e maio de 2017.



Na hipótese de um crescimento linear dessas vendas até o final do referido ano, o número de tênis vendidos que se espera em dezembro de 2017 é igual a

Ⓐ 245.
Ⓑ 275.
Ⓒ 295.
Ⓓ 370.
Ⓔ 395.

Questão 15

(Ronaebson)

Em 1817 o cientista francês Jacques Charles (1746-1823) observou que os gases se dilatavam quando aquecidos e se contraiam quando resfriados. Isso pode ser verificado experimentalmente inflando-se um balão de borracha (bexiga) e pondo-a no congelador de um refrigerados Depois de algum tempo, nota-se uma diminuição do volume do balão. Em seus experimentos, Charles relacionou os valores da temperatura e do volume de um certo gás, que descreveu por meio da função do 1º grau

$$V = \frac{5}{3}T + 455,$$

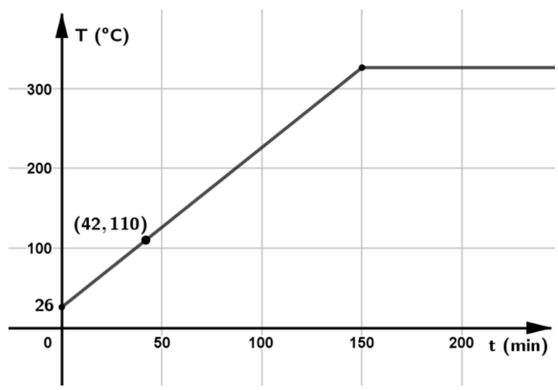
onde V é o volume ocupado pelo gás em cm^3 e T é a temperatura em graus Celsius (ºC).
Com base nos dados qual deverá ser a temperatura de um determinado gás para que o volume do mesmo seja 480 cm^3 ?

Ⓐ 15 ºC
Ⓑ 20 ºC
Ⓒ 30 ºC
Ⓓ 35 ºC
Ⓔ 105 ºC

Questão 16

(Ronaebson)

A temperatura no interior de um forno industrial, a partir do momento em que ele foi ligado, varia linearmente nos primeiros 150 minutos até se estabilizar, permanecendo constante a partir de então. O gráfico a seguir mostra esse comportamento, onde T representa a temperatura em graus Celsius e t o tempo em minutos.



A temperatura do forno após 150 minutos é de

Ⓐ 216ºC.
Ⓑ 218ºC.
Ⓒ 308ºC.
Ⓓ 316ºC.
Ⓔ 326ºC.

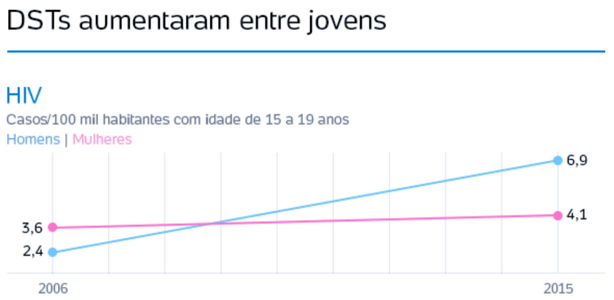
Questão 17

(Ronaebson)

“No início da epidemia de Aids, ao descobrir um soro positivo você praticamente anunciava a morte. O sofrimento era enorme, marcou a população, mas 30 anos depois esse medo se esfarelou.”

Adele Benzakem, diretora do Ministério da Saúde

“(...) Além disso, também houve certa banalização quanto ao tratamento da doença, a euforia com um remédio que controla os riscos passou uma mensagem de que tudo bem se infectar. (...)
É preciso deixar claro que o impacto da Aids mudou, ficou menos assustador, mas o vírus HIV é o mesmo e continua grave apesar das quedas de mortalidade, de acordo com Artur Kalichman, coordenador adjunto do Programa DST/Aids de São Paulo.”



“No caso do HIV, o boletim epidemiológico 2016 mostra que as taxas de detecção do vírus naqueles de 15 a 19 anos aumentaram. De 2006 para 2015 o número entre os homens mais que triplicou, de 2,4 foi para 6,9 casos por 100 mil habitantes.
Entre as mulheres também há preocupação. Os dados mostram que a taxa de detecção aumentou nas adolescentes com a mesma faixa etária, no mesmo período.”

Disponível em https://noticias.uol.com.br/saude/ultimas-noticias/redacao/2017/02/13/por-que-os-jovens-nao-usam-camisinha.htm Acesso em 10/09/2017.

Considerando os dados apresentados e que o aumento do número de casos por ano se mantenha constante no referido período e para a próxima década, ou seja, que crescimento desse número seja linear, estima-se que em 2024, o número de jovens infectados, entre homens e mulheres, a cada 1 milhão de habitantes com idade de 15 a 19 anos seja igual a

A) 46.
B) 60.
C) 110.
D) 114.
E) 160.

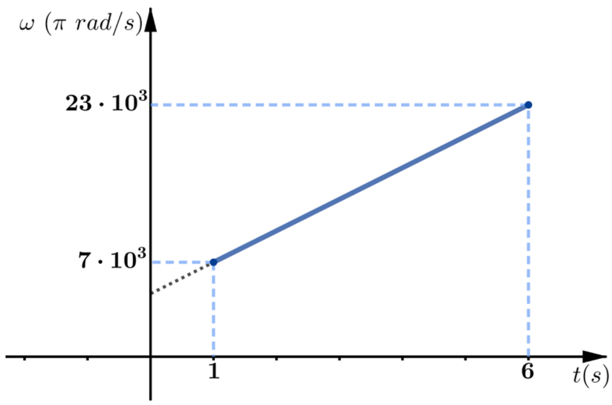
Questão 18

(Ronaebson)

Os aceleradores de partículas estão entre os maiores instrumentos científicos já construídos. O maior deles, o Large Hadron Collider (LHC), situado entre Suíça e França, tem 27 km de circunferência e atinge a energia de um próton em repouso 14 mil vezes. Nos laboratórios e centros de pesquisa ao redor do mundo, os aceleradores são utilizados no estudo das partículas e das forças fundamentais que constituem o universo, mas a importância deles não está restrita só à pesquisa acadêmica. Há também aplicações na medicina, na inspeção de cargas, na indústria eletrônica e de materiais, além de arte e arqueologia. A professora doutora Meirielen Caetano de Sousa, pós-doutoranda do Instituto de Física (IF) da USP, falou sobre as aplicações dos aceleradores.

Disponível em https://jornal.usp.br/atualidades/aceleradores-de-particulas-sao-usados-no-tratamento-do-cancer/ Acesso em 12/09/2019.

O gráfico a seguir representa a velocidade angular de um próton, em função do tempo, ao ser acelerado no LHC. A verificação foi feita durante um intervalo de 5 segundos, contados depois de 1 s que a partícula começou a ser acelerada.



A velocidade angular da partícula no instante $t = 3{,}5\ s$ é igual a

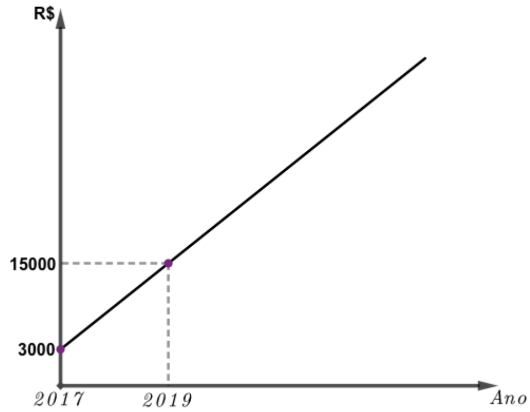
A) $9600\pi\ rad/s$.
B) $15000\ rad/s$.
C) $15000\pi\ rad/s$.
D) $16000\ rad/s$.
E) $16000\pi\ rad/s$.

ANOTAÇÕES:

Questão 19

(Ronaebson)

Depois que começou o estágio remunerado durante o curso de graduação no ano de 2017, Giordano decidiu fazer alguns investimentos e economias e com o passar do tempo viu seu patrimônio líquido evoluir de maneira linear como descrito no gráfico a seguir.



Supondo que ele se mantenha no estágio até o final do seu curso e que seu patrimônio líquido continue evoluindo como descrito anteriormente, estima-se que seu patrimônio líquido no ano 2022 será de

- Ⓐ R$ 12.000,00.
- Ⓑ R$ 18.000,00.
- Ⓒ R$ 27.000,00.
- Ⓓ R$ 30.000,00.
- Ⓔ R$ 33.000,00.

Questão 20

(Ronaebson)

Um artesão produz bolsas de choche. Ele tem um custo fixo de R$ 400 com a produção dessas bolsas além de um custo de R$ 15,00 por cada bolsa produzida. Diante disso, ele vende cada uma das bolsas por R$ 40,00.

Sabendo que o artesão deve pagar 10% de imposto sobre toda a receita do mês, a função que representa o lucro líquido mensal com a venda de x dessas bolsas é dada por

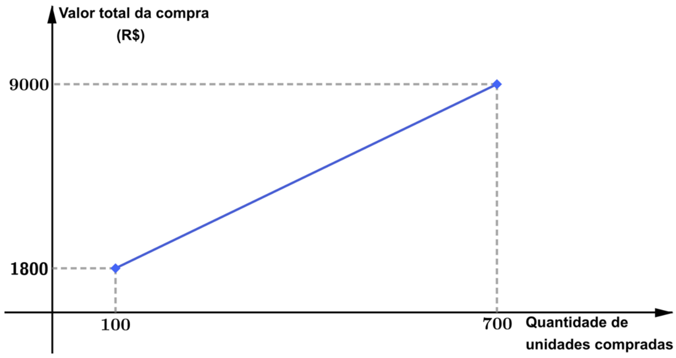
- Ⓐ $L(x) = 21x - 400$.
- Ⓑ $L(x) = 35x - 400$.
- Ⓒ $L(x) = 36x - 400$.
- Ⓓ $L(x) = 21x - 440$.
- Ⓔ $L(x) = 35x + 440$.

Questão 21

(Ronaebson)

A empresa Criativity Confecções está fazendo uma promoção na venda de estojos escolares de modo que o preço cada estojo varia conforme a quantidade solicitada.

Sabe-se que a promoção só é válida a partir de 100 estojos comprados e que a capacidade máxima de produção de estojos para um único pedido é de 700 unidades, além disso, o gráfico a seguir representa o valor total da compra em função da quantidade de estojos pedidos.



Se a empresa receber um pedido de 400 estojos, o preço unitário do estojo será

- Ⓐ 12,85.
- Ⓑ 13,00.
- Ⓒ 13,50.
- Ⓓ 15,00.
- Ⓔ 18,00.

Questão 22

(Ronaebson)

Seu Expedito tem um sítio na cidade de Cajazeiras-PB e possui máquinas de arar a terra. Essas máquinas depreciam seu valor linearmente com o tempo. Numa pesquisa feita usando valores aproximados que buscou num site de vendas na internet, ele concluiu que o valor da máquina daqui a dois anos será de R$ 12.800,00 e, daqui a cinco anos e meio o valor será de R$ 8.600,00.

A taxa de depreciação da máquina anual dessa máquina é de

- Ⓐ R$ 600,00.
- Ⓑ R$ 1000,00.
- Ⓒ R$ 1200,00.
- Ⓓ R$ 2400,00.
- Ⓔ R$ 4200,00.

Questão 23

(Ronaebson)

A leucocitose é uma condição na qual o número de leucócitos, ou seja, os glóbulos brancos do sangue, estão num valor acima do normal, que no adulto é de até 11.000 por mm³.

Uma vez que a função destas células é combater infecções e ajudar no trabalho do sistema imune, o seu aumento geralmente indica que existe um problema que o corpo está tentando combater e, por isso, pode ser um primeiro sinal de infecção, por exemplo.

Disponível em https://www.tuasaude.com/leucocitose/
Acesso em 13/11/2021

Certo paciente internado com uma pneumonia faz hemogramas diários para acompanhar a resposta ao antibiótico e tem os seguintes resultados:

Dia 1: 15.000 leucócitos
Dia 2: 15.900 leucócitos
Dia 3: 16.800 leucócitos
Dia 4: 17.700 leucócitos

Sabe-se ainda que ao chegar a 24.000 leucócitos o antibiótico não está com a resposta adequada, sendo necessário trocá-lo.

Dado a tendência de crescimento linear dos resultados do hemograma, qual dia será necessário trocar o antibiótico?

Ⓐ 9
Ⓑ 10
Ⓒ 11
Ⓓ 12
Ⓔ 13

Questão 24

(Ronaebson)

Uma padaria produz diariamente x pães e consegue vender 90% deles a um preço de R$ 0,30 a unidade. O restante é cortado, torrado e embalado em 25 saquinhos que são vendidos por R$ 2,00 cada. O custo para produzir x pães é de R$ 0,05 a unidade mais um custo diário fixo de R$ 100,00. Sabendo que toda mercadoria produzida é vendida ao longo do dia, a função $L(x)$ que representa o lucro diário obtido é

Ⓐ $L(x) = 50 - 0{,}25x.$
Ⓑ $L(x) = 0{,}22x - 50.$
Ⓒ $L(x) = 0{,}25x - 50.$
Ⓓ $L(x) = 0{,}25x - 100.$
Ⓔ $L(x) = 0{,}22x - 100.$

Questão 25

(Ronaebson)

Geloucos eram bichinhos de plástico que tinham a forma de objetos do nosso dia a dia, tinham também os geloucos roqueiros e os gelocos cósmicos.

Rael pegou a coleção de *geloucos* do seu tio Rona (todos com mesmo volume) e começou a fazer um experimento com eles, colocando-os em um recipiente cilíndrico que continha um líquido até um certo nível. Ele observou que o nível do líquido estava em função do número de geloucos que são colocados dentro do recipiente.

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado

Número de *geloucos* (g)	**Nível da líquido** (N)
4	5,24
8	5,48
12	5,72
16	5,96

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível do líquido (N) em função do número de geloucos (g)?

Ⓐ $N = 5{,}00 + 0{,}24g$
Ⓑ $N = 5{,}24 + 0{,}06g$
Ⓒ $N = 5{,}24 + 0{,}24g$
Ⓓ $N = 5{,}00 + 0{,}06g$
Ⓔ $N = 5{,}06 + 0{,}04g$

Questão 26

(Ronaebson)

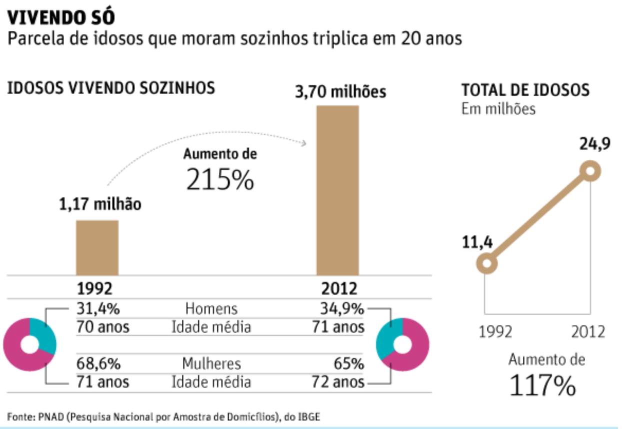
Uma marca de camisas pretende lançar um novo modelo para o verão. Sabe-se que os custos de produção são dados, em função do número x de camisas produzidas, por $C(x) = 10200 + 21x$. Cada uma dessas camisas será vendida para o varejo por R$ 45,00 a unidade e a alíquota de imposto cobrado sobre o valor do faturamento é de 8%.

Considerando que a empresa venderá todas as camisas produzidas e, sabendo que a produção é feita, exclusivamente, em tiragens de 60 em 60 camisas, qual a quantidade mínima de camisas que deverão ser produzidas (e vendidas) para que não haja prejuízo?

Ⓐ 425
Ⓑ 480
Ⓒ 500
Ⓓ 540
Ⓔ 560

Questão 27

(Ronaebson)



Entre 1992 e 2012, o número deles triplicou, passando de 1,1 milhão para 3,7 milhões –um aumento de 215%, segundo as PNADs (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílio), do IBGE.
No mesmo período, a população de idosos acima de 60 anos passou de 11,4 milhões para 24,9 milhões, um crescimento de 117%.

Disponível em https://www.ufjf.br/ladem/2013/12/26/numero-de-idosos-que-moram-sozinhos-triplica-em-20-anos/
Acesso em 26/05/2019

Considere que o total de idosos continue a crescer linearmente a mesma taxa de variação absoluta do período de 1992 a 2012 e que, em 2032, a estimativa é de que 20% dos idosos estejam vivendo sozinhos. Assim, o número de idosos que estarão vivendo sozinhos no ano de 2032 será de aproximadamente

A 2,70 milhões.
B 7,68 milhões.
C 13,5 milhões.
D 30,7 milhões.
E 38,4 milhões.

Questão 28

Em determinada Fábrica, o custo de produção de x unidades de certo produto pode ser expresso por uma função de x e ser indicado por $C(x)$. A função que relaciona o preço de venda V em função do custo C é dada pela lei de formação $V(C) = 1{,}4C$. A função composta $V(C(x))$ permite calcular o valor correspondente à venda de x unidades produzidas.

Se $V(C(x))$ é definida por $V(C(x)) = 252 + 4{,}2x$, a lei de formação de C(x) é dada por

A $C(x) = \frac{x}{1{,}4}$
B $C(x) = 180 + 3x$
C $C(x) = 180 + 4{,}2x$
D $C(x) = 252 + 3x$
E $C(x) = 252 + 4{,}2x$

Questão 29

(ENCCEJA_2020)

Uma pessoa pretende encher um recipiente cúbico com água. O recipiente, que já tem inicialmente um volume de água igual a V_0 litros em seu interior, é posicionado debaixo de uma torneira com vazão de 4 litros por minuto. No instante em que a torneira é aberta, uma pequena abertura na parte inferior do recipiente também é aberta, liberando água numa vazão de 3 litros por minuto. A figura representa a situação descrita logo após a torneira ter sido aberta.

Qual a expressão matemática que representa o volume V de água, em litro, presente no recipiente, em função do tempo t, em minuto, contado do instante em que a torneira é aberta até o instante em que o recipiente fique cheio?

A $V(t) = V_o + t$
B $V(t) = V_o + 4t$
C $V(t) = 4V_o - 3t$
D $V(t) = V_o - t$

Questão 30

O salário de um vendedor de geladeiras varia de acordo com a quantidade de unidades vendidas do referido produto. O modelo matemático para determinar esse valor indica que a variação no salário do vendedor é proporcional a variação da quantidade de geladeiras vendidas. Além disso, ele anotou numa tabela os dados referentes às suas vendas e seus respectivos salários em dois meses consecutivos.

Quantidade de Geladeiras	Salário (R$)
5	5000
15	7000

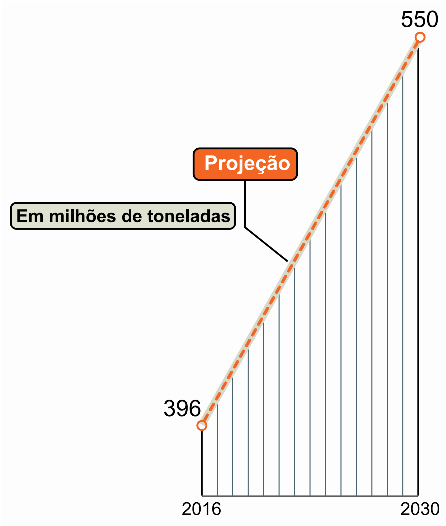
A função que relaciona o salário (S) do vendedor, em reais, com a quantidade (x) de geladeiras por ele vendidas é

A $S(x) = 200x + 4000.$
B $S(x) = 200x + 5000.$
C $S(x) = 200x + 7000.$
D $S(x) = 400x + 2000.$
E $S(x) = 4000x + 200.$

Questão 31

(FMJ)

A produção global de plásticos pode chegar a 550 milhões de toneladas em 2030. A ilustração a seguir apresenta uma projeção linear dessa produção.



(https://revistapesquisa.fapesp.br. Adaptado.)

Segundo essa projeção linear, a produção global de plásticos para o ano 2020 deverá ser, em milhões de toneladas, igual a

Ⓐ 437.
Ⓑ 473.
Ⓒ 440.
Ⓓ 425.
Ⓔ 443.

Questão 31

(Ronaebson)

Ingride, apaixonada por livros, tem o número acumulado de páginas lidas, a partir do primeiro dia do ano de 2022 (*dia 1*), dado por $\eta(x)$, onde x representa o número de dias transcorridos naquele ano.

Sabe-se que o número acumulado $\eta(x)$ de páginas lidas evolui de forma linear dia após dia, que até o 10º dia do ano ela leu 245 páginas e até o 21º dia de janeiro ela leu 520 páginas.

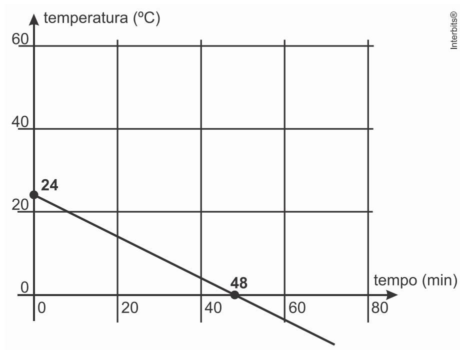
Mantendo esse ritmo, até o 100º dia do ano ela terá lido um total de

Ⓐ 2500
Ⓑ 2495
Ⓒ 2000
Ⓓ 1995
Ⓔ 1545

Questão 33

Para que haja sucesso em uma inseminação artificial, uma das coisas mais importantes é o perfeito acondicionamento do sêmen doado. O material genético deve ser colocado em uma câmara frigorífica e deve ser conservado a uma temperatura de -18º C.

O gráfico abaixo mostra a variação da temperatura no interior de uma câmara frigorífica desde o instante em que foi ligada. Considere que essa variação seja linear nas primeiras 2 horas.



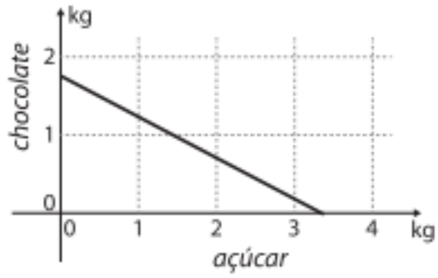
O tempo necessário para que a temperatura atinja o ideal para conservar o esperma doado é de

Ⓐ 92 min.
Ⓑ 90 min.
Ⓒ 88 min.
Ⓓ 84 min .
Ⓔ 78 min.

Questão 34

(OBMEP)

Iara gastou R$ 10,00 para comprar açúcar e chocolate. A relação entre as quantidades desses ingredientes que podem ser compradas com essa quantia é dada pelo gráfico.

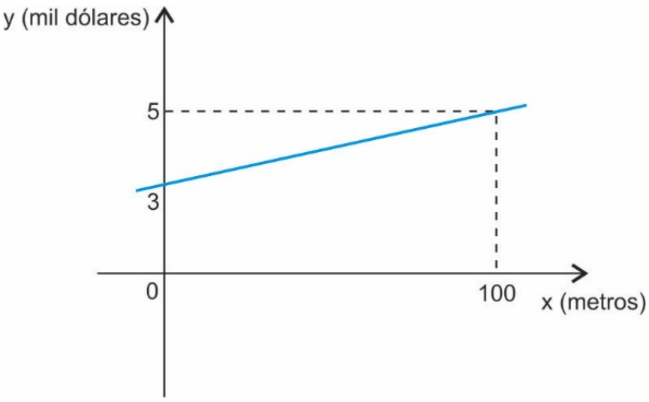


Qual das seguintes afirmativas é verdadeira, independentemente das quantidades compradas?

Ⓐ Iara comprou mais açúcar do que chocolate.
Ⓑ Iara comprou quantidades diferentes de açúcar e chocolate.
Ⓒ Iara gastou mais em chocolate do que em açúcar.
Ⓓ O preço de um quilo de chocolate é maior que o preço de um quilo de açúcar.
Ⓔ Iara comprou duas vezes mais chocolate do que de açúcar.

Questão 35

(UNIG-RJ)



O rompimento de barragem em Brumadinho em 25 de janeiro de 2019 foi o maior acidente de trabalho no Brasil em perda de vidas humanas e o segundo maior desastre industrial do século. Foi um dos maiores desastres ambientais da mineração do país, depois do rompimento de barragem em Mariana.
Independentes dos acidentes, as hidrelétricas causam grandes problemas ambientais, pois grandes áreas são desmatadas e alagadas para dar lugar às barragens. Uma empresa, para construir uma barragem, cobra uma taxa fixa, mais uma outra que varia de acordo com o número de metros da barragem construída.
Sabendo-se que o gráfico descreve o custo da obra, em mil dólares, em função do metro construído, é correto afirmar que, se a barragem tem 0,45 km, então o custo, em dólares, da obra está estimado em

Ⓐ 50000.
Ⓑ 30000.
Ⓒ 20000.
Ⓓ 12000.
Ⓔ 10000.

Questão 36

(UECE_2022)

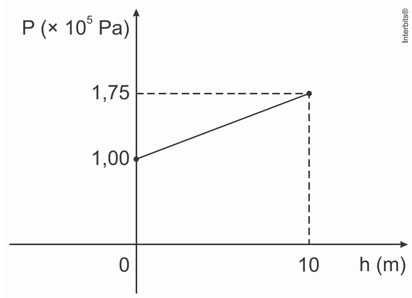
Uma caixa d'água, cuja capacidade é 5000 litros, tem uma torneira no fundo que, quando aberta, escoa água a uma vazão constante. Se a caixa está cheia e a torneira é aberta, depois de t horas o volume de água na caixa é dado por $V(t) = 5000 - kt$, k constante. Certo dia, estando a caixa cheia, a torneira foi aberta às 10 horas. Às 18 horas do mesmo dia, observou-se que a caixa continha 2000 litros de água. Assim, pode-se afirmar corretamente que o volume de água na caixa era 2750 litros, exatamente, às

Ⓐ 15h.
Ⓑ 15h40.
Ⓒ 16h.
Ⓓ 16h40.

Questão 37

(FATEC_2019)

O Teorema de Stevin relaciona a pressão atmosférica e a pressão nos líquidos. Para um líquido homogêneo, em equilíbrio, cuja superfície está sob ação da pressão atmosférica, a pressão (P) exercida em um ponto submerso qualquer do líquido em relação à altura da coluna de líquido (h) é dada por uma função polinomial do 1º grau.
O gráfico apresenta a variação da pressão (P) em função da altura da coluna de líquido (h) em um tanque de combustível.



Nessas condições, a pressão (P) exercida em um ponto desse líquido que se encontra a 4m de profundidade é, em Pa,

Ⓐ $1{,}3 \times 10^0$.
Ⓑ $1{,}6 \times 10^0$.
Ⓒ $1{,}3 \times 10^3$.
Ⓓ $1{,}3 \times 10^5$.
Ⓔ $1{,}6 \times 10^5$.

Questão 38

(ENCCEJA_2020

Uma empresa realiza o transporte de mudanças intermunicipais. Para facilitar o trabalho dos funcionários na elaboração de orçamentos, disponibiliza um quadro que relaciona o preço a ser cobrado com a distância percorrida entre a coleta e a entrega dos objetos. O preço total a pagar (P) é composto por um valor proporcional à quantidade de quilômetros percorridos (d), acrescido de um valor fixo de R$ 400,00, referente ao carregamento e à descarga dos objetos.

Representação parcial do quadro disponível na empresa				
Distância percorrida (km)	10	20	30	...
Preço total a pagar (R$)	430	460	490	...

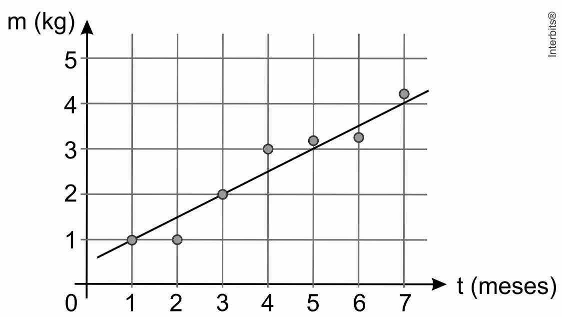
De acordo com as informações apresentadas no quadro, a expressão algébrica que relaciona o preço total a pagar (P) em função da quantidade de quilômetros percorridos, d, é

Ⓐ $P = 400 + 3d$
Ⓑ $P = 400 + 10d$
Ⓒ $P = 400d + 3$
Ⓓ $P = 400 + 3d$
Ⓔ $P = 3d + 10$

Questão 39

(Famerp_2018)

Um animal, submetido à ação de uma droga experimental, teve sua massa corporal registrada nos sete primeiros meses de vida. Os sete pontos destacados no gráfico mostram esses registros e a reta indica a tendência de evolução da massa corporal em animais que não tenham sido submetidos à ação da droga experimental. Sabe-se que houve correlação perfeita entre os registros coletados no experimento e a reta apenas no 1º e no 3º mês.



Se a massa registrada no 6º mês do experimento foi 210 gramas inferior à tendência de evolução da massa em animais não submetidos à droga experimental, o valor dessa massa registrada é igual a

Ⓐ 3,47 kg.
Ⓑ 3,27 kg.
Ⓒ 3,31 kg.
Ⓓ 3,35 kg.
Ⓔ 3,29 kg.

Questão 40

(ENCCEJA_2020)

Dois amigos, A e B, fizeram uma brincadeira: a cada número x, dito pelo amigo A, o amigo B respondia com um valor y, que seguia uma regra criada por ele. O objetivo da brincadeira era o amigo A descobrir a regra criada pelo amigo B.
Os valores observados em cada rodada dessa brincadeira estão representados no quadro.

x	–1	2	3	5
y	–4	5	8	14

A expressão que representa a regra criada pelo amigo B, a partir do número x, é igual a

Ⓐ $x + 3$
Ⓑ $3x - 1$
Ⓒ $x - 3$
Ⓓ $3x + 1$

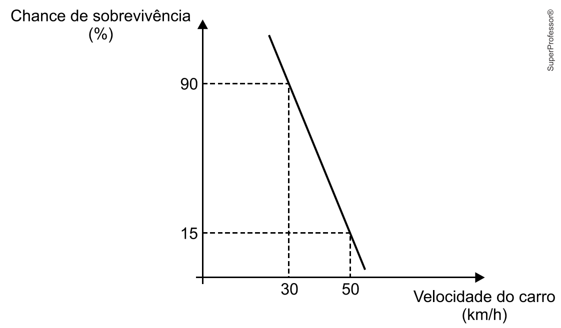
Questão 41

(UNIG-RJ)

Reduzir velocidades é uma das formas mais efetivas de se evitar mortes no trânsito e de diminuir a severidade dos traumas das vítimas. Um movimento positivo de segurança viária avançou em vários lugares da Europa: a implementação do limite padrão de 30 km/h em vias urbanas, na esteira da assinatura da Declaração de Estocolmo.
A velocidade é um dos principais fatores de risco no trânsito, tanto para a ocorrência de uma colisão quanto para a gravidade dos danos quando a colisão ocorre. Um pedestre ou ciclista atingido por um carro a 50 km/h tem 15% de chance de sobreviver – se o carro estiver a 30 km/h, a chance sobe para 90%.

Disponível em: https://wribrasil.org.br/

O gráfico foi produzido a partir das informações do texto *Redução de limites de velocidade avança pelo mundo e pode salvar vidas também no Brasil.*



Supondo que a relação entre a chance de sobrevivência do pedestre ou ciclista e a velocidade do carro seja representada pela reta no gráfico, se o carro estiver a 40 km/h, a chance de sobreviver é de

Ⓐ 52,5%.
Ⓑ 51,0%.
Ⓒ 48,5%.
Ⓓ 54,0%.
Ⓔ 56,5%.

Questão 42

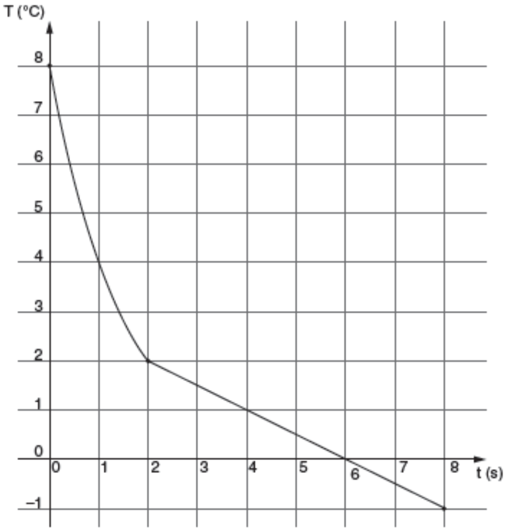
(Prof Mat)

Você pretende matricular-se em uma academia de ginástica e está entre duas opções. A academia X cobra uma taxa de matrícula de R$ 130,00 e uma mensalidade de R$ 70,00. A academia Y cobra uma taxa de matrícula de R$ 90,00 e uma mensalidade de R$ 80,00. Qual é o período de tempo que você deve permanecer na academia para que os custos das duas academias sejam equivalentes?

Ⓐ 4 meses
Ⓑ 6 meses
Ⓒ 8 meses
Ⓓ 10 meses
Ⓔ 12 meses

Questão 43

Uma substância foi submetida a um processo de resfriamento em laboratório durante 8 segundos. O gráfico a seguir ilustra a temperatura (T) dessa substância, em graus Celsius, em função do tempo (t), em segundos.

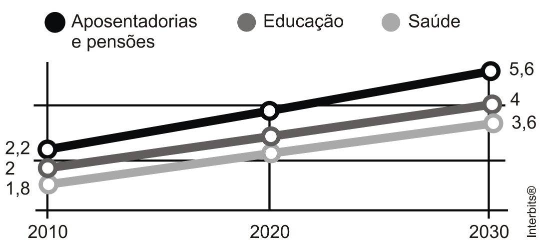


A fórmula que expressa T em função de t durante os seis segundos finais é dada por:

Ⓐ $T = -0{,}5t + 8$.
Ⓑ $T = -0{,}5t + 3$.
Ⓒ $T = -0{,}5t + 2$.
Ⓓ $T = -2t + 3$.
Ⓔ $T = -3t + 8$.

Questão 44

Uma pesquisa mostra como a transformação demográfica do país, com o aumento da expectativa de vida, vai aumentar o gasto público na área social em centenas de bilhões de reais. Considere que os gráficos dos aumentos com aposentadoria e pensões, educação e saúde sejam, aproximadamente, linhas retas de 2010 a 2050.

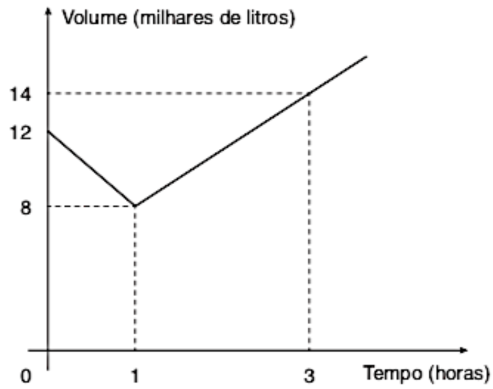


Considerando y o gasto com aposentadoria e pensões e x o ano, a partir de 2010, com $x = 0$ sendo 2010, $x = 1$ sendo 2011, $x = 2$ sendo 2012 e assim por diante. A expressão que relaciona y com x é

Ⓐ $y = 1{,}7x + 2{,}2$
Ⓑ $y = 0{,}17x + 2{,}2$
Ⓒ $y = 0{,}1x + 2$
Ⓓ $y = 0{,}09x + 1{,}8$
Ⓔ $y = x + 2$

Questão 45

Um reservatório de água com capacidade de 50 mil litros tem 12 mil litros de água em certo instante t = 0, quando a torneira que é a única via de escoamento de água é aberta, fazendo com que a água saia do reservatório com razão constante. Após uma hora, uma segunda torneira, que é a única via de entrada de água no reservatório, é aberta, permitindo que a água entre com vazão constante. O gráfico a seguir apresenta o volume de água no reservatório em função do tempo.



Considerando que V(t) é a expressão algébrica que indica o volume de água no reservatório, em milhares de litros, no instante t, em hora, com t variando de 1 até 15, a expressão algébrica para $V(t)$ é

Ⓐ $V(t) = -4t + 12$
Ⓑ $V(t) = \frac{t+23}{3}$
Ⓒ $V(t) = \frac{2t+36}{3}$
Ⓓ $V(t) = 7t + 8$
Ⓔ $V(t) = 3t + 5$

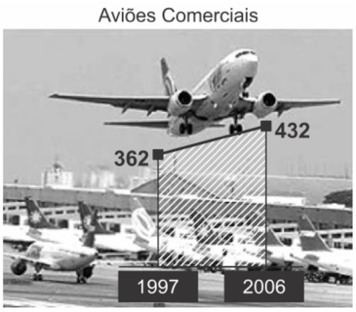
Questão 46

Os jogadores de certo clube de futebol profissional tiveram seus contratos reformulados antes do início de um campeonato. Para os centroavantes, o contrato assinado estabelece que eles receberão a cada oito partidas, mesmo que estejam na reserva, e que o salário será composto de um valor fixo somado a um bônus de R$ 3000,00 por gol marcado durante esses oito jogos. Os centroavantes Alberto e Bernardo receberam, pelas oito primeiras partidas do campeonato, R$ 20000,00 e R$ 28 000,00, respectivamente. Sabe-se que o jogador Bernardo marcou dois gols a mais que o jogador Alberto. Sendo assim, a diferença entre os salários fixos desses dois jogadores é de

Ⓐ R$ 1200,00.
Ⓑ R$ 1600,00.
Ⓒ R$ 1800,00.
Ⓓ R$ 2000,00.
Ⓔ R$ 2200,00.

Questão 47

O aumento na quantidade de aeronaves comerciais e a falta de logística têm posto o setor de aviação em crise, ao invés de reduzir o tempo de voo, a falta coordenação e de estrutura nos aeroportos têm feito os aviões ficarem no ar por mais tempo esperando o momento correto de pousar, provocando o efeito contrário ao desejado.



	Antes da crise	Hoje
Ponte aérea entre o Rio de Janeiro e São Paulo	45 minutos	1h30
Trajeto entre São Paulo e Brasília	1h40	3h40
Trajeto entre São Paulo e Salvador	2h15	3h45

Fonte: *Anac*

Se a tendência de crescimento linear se mantiver para os próximos anos, sabendo que os valores para 1997 e 2006 foram obtidos no início do ano, a quantidade de aeronaves comerciais esperada para a metade de 2019 é

Ⓐ 502.
Ⓑ 515.
Ⓒ 537.
Ⓓ 568.
Ⓔ 572.

Questão 48

(UEG_2018)

No centro de uma cidade, há três estacionamentos que cobram da seguinte maneira:

Estacionamento A	Estacionamento B	Estacionamento C
R$ 5,00 pela primeira hora R$ 3,00 por cada hora subsequente	R$ 4,00 por hora	R$ 6,00 pela primeira hora R$ 2,00 por cada hora subsequente

Será mais vantajoso, financeiramente, parar

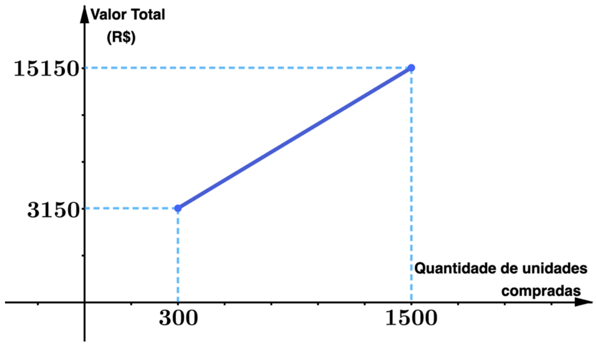
Ⓐ no estacionamento A, desde que o automóvel fique estacionado por quatro horas.
Ⓑ no estacionamento B, desde que o automóvel fique estacionado por três horas.
Ⓒ em qualquer um, desde que o automóvel fique estacionado por uma hora.
Ⓓ em qualquer um, desde que o automóvel fique estacionado por duas horas.
Ⓔ no estacionamento C, desde que o automóvel fique estacionado por uma hora.

Questão 49

(Ronaebson)

Durante a pandemia do corona vírus, a empresa HalkinGel fez uma promoção na venda de Álcool a 70% de modo que o preço de cada frasco de 200 ml varia conforme a quantidade solicitada.

Sabe-se que a promoção só é válida a partir de 300 frascos comprados e que a capacidade máxima de produção desses frascos contendo Álcool 70 para um único pedido é de 1500 unidades, além disso, o gráfico a seguir representa o valor total da compra em função da quantidade de unidades pedidas.



A função que relaciona o preço unitário p de cada frasco de Álcool 70 em função da quantidade de unidades vendidas x, com $300 \leq x \leq 1500$, é dada por

Ⓐ $p(x) = 10x + 150.$
Ⓑ $p(x) = 10x + 3150.$
Ⓒ $p(x) = \frac{150}{x} + 10.$
Ⓓ $p(x) = \frac{3150}{x} + 10.$
Ⓔ $p(x) = 10x^2 + 150x.$

Questão 50

Um dos grandes problemas ambientais está associado ao aumento da temperatura, que gera várias consequências. Uma delas é o risco de derretimento das geleiras e, consequentemente, a elevação do nível das marés e cobertura de uma grande área da Terra por água. Estudiosos consideram que a razão entre o aumento da temperatura nas geleiras e a temperatura global é constante e que cada 0,8℃ a mais no planeta gera um aumento de 2℃ nos blocos de gelo.

Imagine que uma pesquisa recente sobre esse fenômeno constatou que a temperatura no globo aumentou 2℃.

A temperatura nas geleiras deve ter aumentado, em graus Celsius, em cerca de

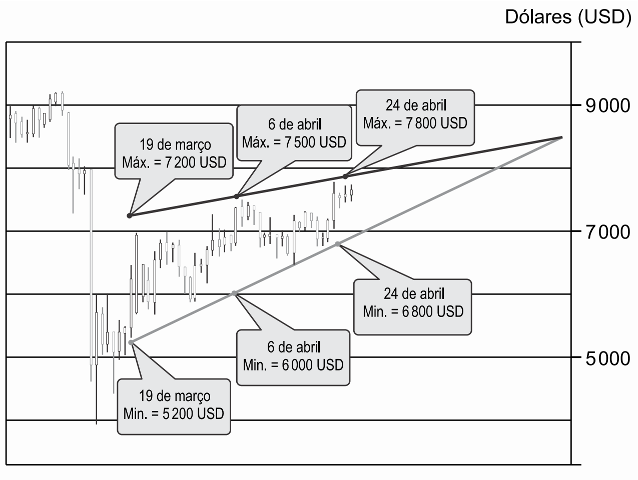
Ⓐ 2,5
Ⓑ 3
Ⓒ 3,5
Ⓓ 4
Ⓔ 5

Questão 51

(UNESP_2021)

A análise gráfica é um dos principais modos de ler o mercado para negociar ativos financeiros. Um dos modelos para análise da tendência do valor do ativo prevê que as cotações fiquem compreendidas no interior de um triângulo. Nesse cenário, supõe-se que as cotações do ativo ficarão delimitadas por duas linhas (lados do triângulo) que convergirão para o ápice do valor (vértice do triângulo).

A seguir, tem-se um exemplo desse caso, com valores simplificados presentes em uma simulação da venda de ativos em dólares (USD).



(https://br.tradingview.com. Adaptado.)

Na simulação apresentada, iniciada em 19 de março, o ápice está previsto para quantos dias após seu início e para qual valor em USD?

A) 90 dias, com o valor de 8.700 USD.
B) 54 dias, com o valor de 8.700 USD.
C) 54 dias, com o valor de 8.400 USD.
D) 72 dias, com o valor de 8.400 USD.
E) 72 dias, com o valor de 8.700 USD.

Questão 52

Certo termômetro clínico, comumente usado para verificar se um paciente está com febre, é composto de álcool isopropílico em vez de mercúrio. Ao utilizar esse termômetro, verifica-se que, para cada aumento de 20ºC, a altura da coluna de álcool aumenta 2 cm e que uma coluna de 1 cm corresponde a uma temperatura de 12ºC. Sabe-se que a temperatura T, em ºC, pode ser expressa em função da altura H da coluna, em cm, como uma função do primeiro grau.

Desse modo, a expressão que representa corretamente essa função é

A) $T = 8H + 4$
B) $T = 0{,}1H + 11{,}9$
C) $T = 22H - 10$
D) $T = 10H + 12$
E) $T = 10H + 2$

Questão 53

(UNIPÊ)

A determinação da dosagem de medicamentos para uso infantil, em função da dosagem estabelecida para adultos, pode ser feita pelo padrão conhecido como regra de Cowling, que relaciona a idade da criança a uma porcentagem da dosagem adulta, como reproduzido na tabela.

IDADE DA CRIANÇA	PORCENTAGEM DA DOSE DO ADULTO
2	12,5%
5	25%
8	37,5%
11	50%

De acordo com o texto, é possível observar-se que a regra de Cowling segue um determinado padrão matemático.

(MELLO, 2005, p. 10).

Ao se aplicar a regra de Cowling, para descobrir a porcentagem da dosagem de adulto que deve ser administrada para uma criança de nove anos e meio de idade, encontrar-se-á um valor igual a

A) 42,25%.
B) 42,75%.
C) 43,25%.
D) 43,75%.
E) 44,25%.

Questão 54

(UNIPÊ)

João, ao perceber que seu carro apresentara um defeito, optou por alugar um veículo para cumprir seus compromissos de trabalho. A locadora, então, lhe apresentou duas propostas:

- plano A, no qual é cobrado um valor fixo de R$ 50,00 e mais R$ 1,60 por quilômetro rodado.
- plano B, no qual é cobrado um valor fixo de R$ 64,00 mais R$ 1,20 por quilômetro rodado.

João observou que, para certo deslocamento que totalizava k quilômetros, era indiferente optar pelo plano A ou pelo plano B, pois o valor final a ser pago seria o mesmo.

É correto afirmar que k é um número racional entre

A) 14,5 e 20
B) 20 e 25,5
C) 25,5 e 31
D) 31 e 36,5

Questão 55

(IFPE_2017)

Os alunos do curso de mecânica e química do *Campus* Recife estão juntos desenvolvendo um novo combustível. Matheus ficou encarregado de observar o consumo no uso de um motor. Para isso, ele registrou a seguinte tabela:

Rotações do motor por minuto	2000	3000	4000	5000	6000
Quantidade de combustível consumida (mL)	30	35	40	45	50

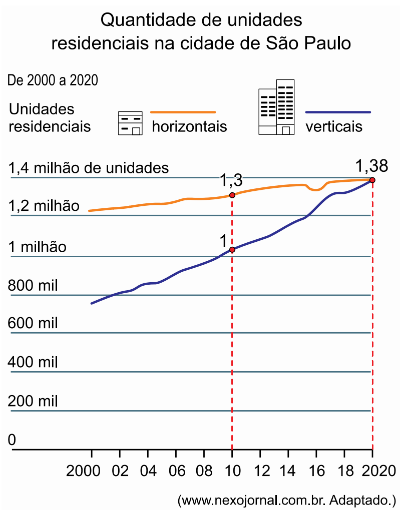
A expressão algébrica que representa a quantidade Q de combustível consumido para um número R de rotações por minuto é

Ⓐ $Q = 0{,}005R + 20$
Ⓑ $Q = 0{,}001R + 30$
Ⓒ $Q = 30R + 2000$
Ⓓ $Q = R + 1970$
Ⓔ $Q = 0{,}5R + 20$

Questão 56

(UNESP_2022)

De acordo com modelos de projeções lineares de crescimento, estima-se que, em 2021, o número de unidades residenciais verticais já supere o de unidades residenciais horizontais na cidade de São Paulo, como mostra o gráfico.



Usando esses mesmos modelos e os dados em destaque no gráfico, a estimativa para 2022 é de que o total de unidades residenciais verticais supere o de unidades residenciais horizontais na cidade de São Paulo em

Ⓐ 16 mil.
Ⓑ 40 mil.
Ⓒ 160 mil.
Ⓓ 6 mil.
Ⓔ 60 mil.

Questão 57

(FATEC_2023)

Os aplicativos de entrega modificaram o consumo e os hábitos de trabalho. Por exemplo, no que se refere aos valores recebidos pelos entregadores, um aplicativo paga, na cidade de São Paulo, R$ 3,20 para cada retirada de alimento, R$ 1,40 por entrega realizada e, para cada quilômetro rodado, o entregador ganha R$ 1,10.

<https://tinyurl.com/yx68dbl2> Acesso em: 28.10.2022. Adaptado.

De acordo com o texto, a função que relaciona a quantidade de quilômetros percorridos (x) com o valor em reais (y) pago pelo aplicativo a um entregador que executou um único processo completo, descrito no texto, é

Ⓐ y = 0,70 x.
Ⓑ y = 4,60 + 1,10 x.
Ⓒ y = 4,30 + 1,40 x.
Ⓓ y = 2,50 + 3,20 x.
Ⓔ y = 5,70 x.

Questão 58

Uma distribuidora de gasolina possui dois tanques com capacidade de 40000 litros cada, um deles completamente vazio e o outro completamente cheio. No mesmo instante, o primeiro começa a ser cheio a uma taxa constante, de forma a estar completamente preenchido em quatro horas, e o segundo começa a ser esvaziado, também a uma taxa constante, de forma a estar completamente vazio em 2h. Em quanto tempo, após o começo do processo, os tanques possuirão exatamente a mesma quantidade de gasolina?

Ⓐ 1 hora
Ⓑ 1 hora e 20 minutos
Ⓒ 1 hora e 30 minutos
Ⓓ 1 hora e 40 minutos
Ⓔ 2 horas

Questão 59

(ENCCEJA_2020)

Um entregador utiliza em seu trabalho um caminhão com um tanque de combustível com capacidade para 100 litros e que percorre, em média, 7 km com 1 litro de óleo diesel. Em seu trajeto diário de entregas, ele percorre 84 km. Estando o tanque de combustível inicialmente cheio, a quantidade q de litros de óleo diesel que restam no tanque de combustível do caminhão depende da quantidade d de dias trabalhados.

A representação algébrica que descreve a quantidade q de óleo diesel restante no tanque, em função da quantidade d de dias trabalhados, é

Ⓐ $q = 100 - 7d$
Ⓑ $q = 100 - 12d$
Ⓒ $q = 100 - 84d$
Ⓓ $q = 100 - 91d$

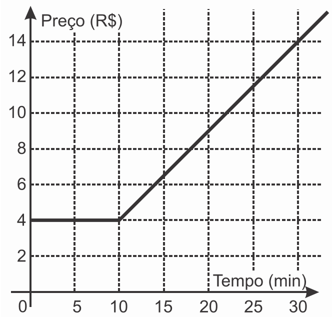
Questão 60

(ENCCEJA_2020)

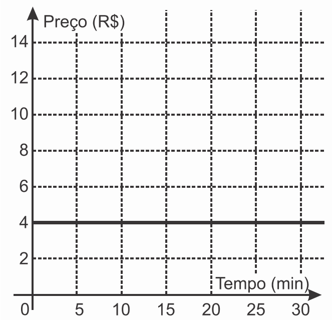
Os moradores de uma cidade terão uma nova opção sustentável para se deslocar: os patinetes elétricos compartilhados. A empresa que está implantando o serviço fixou em R$ 4,00 o preço para desbloquear e utilizar o equipamento por até dez minutos. Para cada minuto adicional será cobrado um valor de R$ 0,50.

Qual gráfico representa a relação entre o valor total a ser pago por um usuário do patinete em função do tempo de utilização?

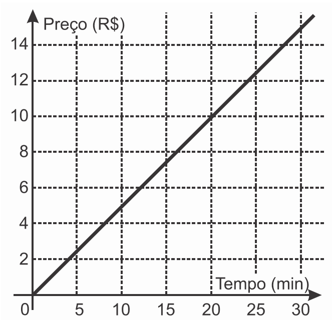
A



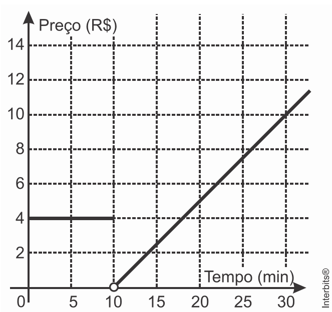
B



C



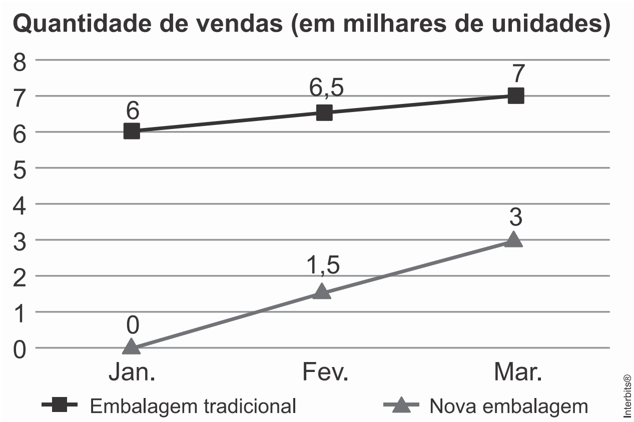
D



Questão 61

(ENCCEJA_2020)

Uma empresa relançou no mercado, no mês de janeiro, um produto que já fabrica, mas que agora é oferecido em uma nova embalagem. Futuramente esse produto deverá ser oferecido somente nessa nova embalagem.
O gráfico apresenta a evolução das vendas do produto nas duas embalagens, nos três primeiros meses do ano.



Uma análise do mercado mostrou que a tendência de crescimento nas vendas do produto, em ambas as embalagens, se manterá constante durante o ano. A diretoria da empresa decidiu que suspenderá a comercialização do produto na embalagem tradicional no mês em que as previsões das vendas desse produto na nova embalagem superarem em mil unidades às das vendas na embalagem tradicional.

O mês previsto para suspender a comercialização desse produto na embalagem tradicional é

- **A** junho.
- **B** julho.
- **C** agosto.
- **D** setembro.

Questão 62

(UECE_2022)

Uma caixa d'água, cuja capacidade é 5000 litros, tem uma torneira no fundo que, quando aberta, escoa água a uma vazão constante. Se a caixa está cheia e a torneira é aberta, depois de t horas o volume de água na caixa é dado por $V(t) = 5000 - kt$, k constante. Certo dia, estando a caixa cheia, a torneira foi aberta às 10 horas. Às 18 horas do mesmo dia, observou-se que a caixa continha 2000 litros de água. Assim, pode-se afirmar corretamente que o volume de água na caixa era 2750 litros, exatamente, às

- **A** 15h.
- **B** 15h40.
- **C** 16h.
- **D** 16h40.

Questão 63

(FATEC_2023)

Os aplicativos de entrega modificaram o consumo e os hábitos de trabalho. Por exemplo, no que se refere aos valores recebidos pelos entregadores, um aplicativo paga, na cidade de São Paulo, R$ 3,20 para cada retirada de alimento, R$ 1,40 por entrega realizada e, para cada quilômetro rodado, o entregador ganha R$ 1,10.

<https://tinyurl.com/yx68dbl2> Acesso em: 28.10.2022. Adaptado.

De acordo com o texto, a função que relaciona a quantidade de quilômetros percorridos (x) com o valor em reais (y) pago pelo aplicativo a um entregador que executou um único processo completo, descrito no texto, é

Ⓐ y = 0,70 x.
Ⓑ y = 4,60 + 1,10 x.
Ⓒ y = 4,30 + 1,40 x.
Ⓓ y = 2,50 + 3,20 x.
Ⓔ y = 5,70 x.

Questão 64

(ESPCEX)

As empresas Águia, Leão e Pantera apresentaram suas propostas para impressão das provas de um concurso público. Cada uma dessas empresas cobra um valor por prova mais um valor fixo, conforme a tabela a seguir:

EMPRESA	Valor fixo (R$)	Valor por prova (R$)
Águia	600.000,00	15,00
Leão	500.000,00	20,00
Pantera	400.000,00	30,00

De acordo com as informações acima, assinale a alternativa correta.

Ⓐ Se o número de provas for igual a 10.000, Águia e Leão cobrarão, cada uma, um valor total inferior ao que Pantera cobraria.
Ⓑ Se o número de provas for igual a 10.000, Águia e Leão cobrarão, cada uma, um valor total superior ao que Pantera cobraria.
Ⓒ Se o número de provas for igual a 20.000, Leão e Pantera cobrarão, cada uma, um valor total inferior ao que Águia cobraria.
Ⓓ Se o número de provas for igual a 20.000, Águia e Leão cobrarão, cada uma, um valor total superior ao que Pantera cobraria.
Ⓔ Se o número de provas for igual a 20.000, Águia e Leão cobrarão, cada uma, um valor total inferior ao que Pantera cobraria.

Questão 65

(EPCAR_2023)

Uma determinada loja pratica seus preços em reais (R$), para a venda do quilograma (Kg) de aço de acordo com a seguinte tabela:

Faixa	Quantidade de aço (em quilograma)	Preço (em reais)
1	Até 200 Kg	R$ 12,00 por Kg
2	De 200 a 500 Kg	R$ 11,00 por Kg excedente
3	De 500 a 1000 Kg	R$ 10,00 por Kg excedente
4	Acima de 1000 Kg	R$ 8,00 por Kg excedente

Observe que, à medida em que a quantidade de aço, em quilograma, aumenta, o valor, em reais, por quilograma, que excede a faixa anterior fica mais barato.
Ou seja, um cliente que comprar 600 Kg de aço pagará o seguinte valor:

$$V = 200 \cdot 12 + 300 \cdot 11 + 100 \cdot 10 = \text{R\$ } 6700{,}00$$

A lei da função que associa o valor total de uma compra (V), em reais, com a quantidade comprada (Q) para compras acima de 1000 Kg é

Ⓐ V(Q) = 8Q + 1000
Ⓑ V(Q) = 8Q + 2300
Ⓒ V(Q) = 8Q + 2700
Ⓓ V(Q) = 8Q + 8000

Questão 66

(UNEMAT_2023)

Ao comprar um tênis, João observou que no solado do calçado havia duas numerações de tamanho, uma para o Brasil e outra diferente para Portugal. Isso ocorre porque o Brasil adota uma fórmula de numeração de calçados diferente de Portugal.

O número S de um calçado no Brasil é determinado pela fórmula $S = (5P + 28)/4$, enquanto para Portugal, o mesmo calçado é numerado usando a fórmula $S = (5P + 32)/4$, em que P, nas duas fórmulas, é o tamanho do pé em centímetros.

O tênis que João comprou tem numeração 38 para o Brasil. Assinale a alternativa correta que corresponde ao tamanho que esse mesmo tênis traz indicado para Portugal.

Ⓐ 41.
Ⓑ 40.
Ⓒ 36.
Ⓓ 37.
Ⓔ 39.

Questão 67

(UECE_2023)

Uma caixa d'água, cuja capacidade é 5000 litros, tem uma torneira no fundo que, quando aberta, escoa água a uma vazão constante. Se a caixa está cheia e a torneira é aberta, depois de t horas o volume de água na caixa é dado por $V(t) = 5000 - kt$, k constante. Certo dia, estando a caixa cheia, a torneira foi aberta às 10 horas. Às 18 horas do mesmo dia, observou-se que a caixa continha 2000 litros de água. Assim, pode-se afirmar corretamente que o volume de água na caixa era 2750 litros, exatamente, às

- **A** 15h.
- **B** 15h40.
- **C** 16h.
- **D** 16h40.

Questão 68

(ESA_2022)

O valor de uma viatura militar decresce linearmente com o tempo. Se hoje ela custa 50 mil dólares e daqui a 5 anos vale apenas 10 mil dólares, qual seria o valor da viatura daqui a três anos?

- **A** 26 mil
- **B** 30 mil
- **C** 24 mil
- **D** 32 mil
- **E** 34 mil

Questão 69

(UNICAMP_2022)

Uma empresa que instala cercas de arame em terrenos trabalha com os seguintes preços: R$ 160,00 de custo inicial mais R$ 15,00 por metro de arame utilizado. A função que nos fornece o custo de cercamento de um terreno com x metros de perímetro, passando duas voltas de arame ao redor do referido terreno, é:

- **A** $f(x) = 120 + 15x$
- **B** $f(x) = 160 + 15x$
- **C** $f(x) = 120 + 30x$
- **D** $f(x) = 160 + 30x$

Questão 70

Como é de conhecimento geral, o controle efetivo do consumo é fundamental para o equilíbrio financeiro de qualquer família, comunidade ou instituição. Dentre as várias teorias que tratam do tema, uma das mais simples é a teoria *keynesiana*, que afirma que, em média, os indivíduos tendem a aumentar seu consumo quando sua renda aumenta, mas, via de regra, não o faz na mesma proporção. A teoria propõe uma função consumo da forma C = a + br, onde a e b são constantes, a > 0 e 0 < b < 1, C é o consumo real e r é a renda real, já deduzidos todos os impostos.

Claudia Bueno Rocha e Joilson Dias.
A Economia em Revista. v. 15. n.1, jul. 2007, p. 47. (Adapt.).

Se definirmos a função poupança P como sendo a diferença entre a renda real e o consumo, isto é, P = r – C, então, para a função consumo considerada no texto, a função poupança é dada por

- **A** $P = -a + (b + 1)r.$
- **B** $P = -b + ar.$
- **C** $P = (1 - a) + br.$
- **D** $P = -a + (1 - b)r.$
- **E** $P = -a + br.$

Questão 71

(Ronaebson)

Numa empresa de representação comercial os prepostos fazem viagens de carro para realizarem suas vendas. Essa empresa utiliza a seguinte política de reembolso para essas viagens:

- para viagens de até 100 km, são pagos R$ 24 mais uma taxa de R$ 0,50 por quilômetro rodado;
- para viagens de mais de 100 km, é pago o valor correspondente a viagem de exatos 100 km mais R$ 0,75 por cada quilômetro que excede os 100 km.

Sendo $R(x)$ o valor a ser reembolsado para uma viagem de x km, tem-se que a expressão que representa esse valor é dada por

- **A** $R(x) = \begin{cases} 0{,}5x + 24, & para\ x \le 100 \\ 0{,}75x - 1, & para\ x > 100 \end{cases}.$
- **B** $R(x) = \begin{cases} 0{,}5x + 24, & para\ x \le 100 \\ 0{,}75x + 74, & para\ x > 100 \end{cases}.$
- **C** $R(x) = \begin{cases} 24x + 50, & para\ x \le 100 \\ 0{,}75x + 74, & para\ x > 100 \end{cases}.$
- **D** $R(x) = \begin{cases} 0{,}5x - 24, & para\ x \le 100 \\ 0{,}75x + 24, & para\ x > 100 \end{cases}.$
- **E** $R(x) = \begin{cases} 24x + 50, & para\ x \le 100 \\ 75x + 74, & para\ x > 100 \end{cases}.$

Questão 72

(Ronaebson)

Um comando muito importante na computação que é utilizado em muitas situações, inclusive em programação e planilhas de cálculo como o EXCEL, é o comando *SE*, que possui a seguinte estrutura:

"SE(p; a; b)"

Essa estrutura, também chamada de sintaxe, tem o seguinte significado: "Se p, então a, caso contrário b." Assim, o comando: "SE(amarelo; banana; cenoura)", por exemplo, segnifica: "Se amarelo, então banana, caso contrário cenoura."
Sendo assim, uma função do tipo:

$$y = \begin{cases} 0, se\ x \leq 100 \\ 2x - 5, se\ 100 < x < 500, \\ 5x - 9, se\ x \geq 500 \end{cases}$$

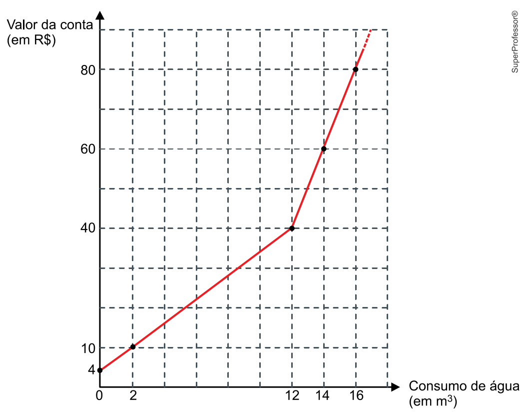
Pode ser descrita, numa planilha de cálculo, usando-se o comando:

- Ⓐ SE(x>100; SE(x<500; y=2x-5; y=5x-9); y=0)
- Ⓑ SE(x>100; SE(x<500; y=5x-9; y=2x-5); y=0)
- Ⓒ SE(x>100; SE(x<500; y=2x-5; y=0); y=5x-9)
- Ⓓ SE(x<100; SE(x>500; y=2x-5; y=5x-9); y=0)
- Ⓔ SE(x<100; SE(x<500; y=0; y=2x-5); y=5x-9)

Questão 73

(UNESP_2023)

Em um município, a conta de água residencial é composta por um valor fixo de R$ 4,00 somado a um valor variável, de acordo com o consumo de água da residência. O valor variável é composto da seguinte forma: M reais por m^3 de água até o consumo de 12 m^3 e N reais por m^3 de água que exceda 12 m^3. O gráfico descreve a composição do valor da conta de água residencial nesse município.

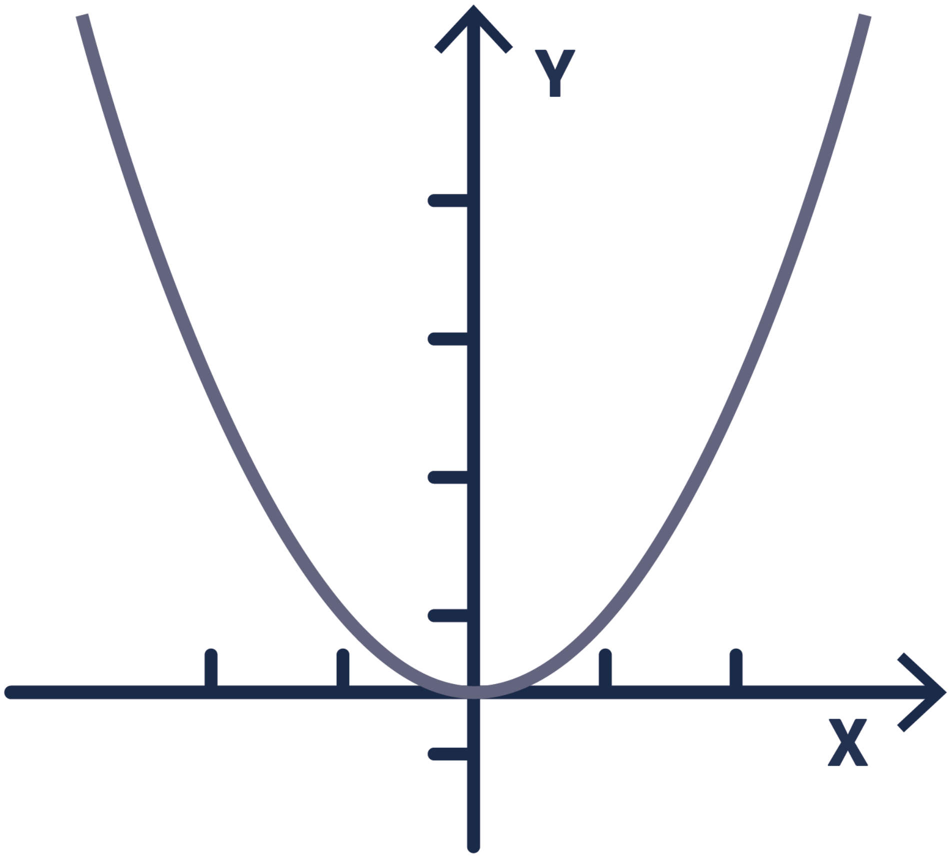


A análise dessas informações permite concluir que os valores, em reais, de M e N são, respectivamente,

- Ⓐ 2 e 10.
- Ⓑ 3 e 9.
- Ⓒ 3 e 8.
- Ⓓ 2 e 8.
- Ⓔ 3 e 10.

Gabarito _ Função Afim			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	E	38	A
02	C	39	E
03	C	40	B
04	A	41	A
05	B	42	A
06	D	43	B
07	D	44	B
08	B	45	E
09	C	46	D
10	B	47	C
11	C	48	D
12	A	49	C
13	C	50	E
14	E	51	D
15	A	52	E
16	E	53	D
17	E	54	D
18	C	55	A
19	E	56	E
20	A	57	B
21	C	58	B
22	C	59	B
23	C	60	A
24	B	61	C
25	D	62	C
26	D	63	B
27	B	64	E
28	B	65	C
29	A	66	E
30	A	67	C
31	C	68	A
32	B	69	D
33	D	70	D
34	D	71	A
35	D	72	A
36	C	73	E
37	D		

FUNÇÃO QUADRÁTICA



FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Situação 01:
Considere que o número acumulado de litros de cerveja artesanal produzidos por uma pessoa até determinado dia, a partir do dia $x = 1$, seja dado pela função

$$f(x) = 2x^2.$$

Veja que no primeiro dia $(x = 1)$ foram produzidos $f(1) = 2\,l$ de cerveja. No 2º dia, o total de litros de cerveja produzidos até então foi $f(2) = 8\,l$. Já no 3º dia, o número de litros fabricados até então era $f(3) = 18\,l$. Observe que no 10º dia, o total de litros produzidos até então era igual a $f(10) = 200\,l$, enquanto que o número de litros produzidos apenas no décimo dia foi

$$f(10) - f(9) = 200 - 162 = 38\,l.$$

Compilando, dia a dia, o número de litros de cerveja artesanal acumulados por uma pessoa temos:

	Número de Dias x	Volume Acumulado y		
+1	1	2	+06	+4
+1	2	8	+10	+4
+1	3	18	+14	+4
+1	4	32	+18	
	5	50		

Observe que o valor acrescido diariamente não é constante, ou seja, a taxa de variação absoluta do valor acumulado não é constante, entretanto, se observamos com cuidado, perceberemos que essa variação diária cresce num ritmo constante, isto é, a taxa da taxa de variação absoluta é constante.

De outro modo, podemos perceber que o valor produzido a cada dia cresce de acordo com uma *Progressão Aritmética de 1ª Ordem*, enquanto que o volume acumulado a cada dia evolui segundo uma *Progressão Aritmética de 2ª Ordem.*

Situação 02:
Quando estudamos Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, um movimento de aceleração constante, a equação horária da posição é dada por

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

onde

t: tempo em horas
s_0: posição inicial
$s(t)$: posição do automóvel no instante t
v_0: velocidade inicial do automóvel
a: aceleração do automóvel

Vamos agora analisar a evolução da posição de um ciclista em função do tempo que se move com uma aceleração constante de $8\frac{km}{h^2}$ e partiu do Km-10 com uma velocidade de $12\frac{km}{h}$.

Nesse caso, a posição do ciclista em função do tempo é dada por:

$$s(t) = 10 + 12t + \frac{8t^2}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$s(t) = 10 + 12t + 4t^2$$

Assim, as posições do veículo nas primeiras horas eram:

$$s(0) = 10 + 12 \cdot 0 + 4 \cdot 0^2 = 10$$

$$s(1) = 10 + 12 \cdot 1 + 4 \cdot 1^2 = 26$$

$$s(2) = 10 + 12 \cdot 2 + 4 \cdot 2^2 = 50$$

$$s(3) = 10 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2 = 82$$

$$s(4) = 10 + 12 \cdot 4 + 4 \cdot 4^2 = 122$$

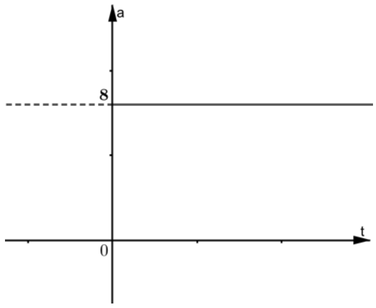
Compilando esses dados numa tabela, temos:

	Tempo *t (h)*	Posição *s (km)*		
+1	0	10	+16	+8
+1	1	26	+24	+8
+1	2	50	+32	+8
+1	3	82	+40	
	4	122		

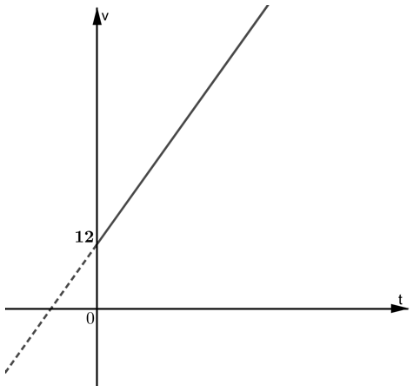
É importante lembrar que a taxa de variação da posição em relação ao tempo é a velocidade, ou seja, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Além disso, nesse caso, essa taxa não é constante. Mas quando observamos a taxa da taxa, isto é, a taxa de variação da velocidade em função do tempo, percebemos que ela é constante, no caso, é a aceleração do ciclista.

Fazendo uma análise gráfica da situação, temos:

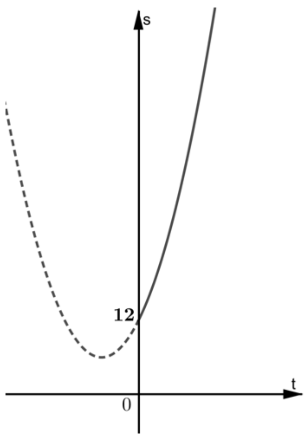
A aceleração é constante, portanto, o gráfico é uma reta horizontal.



Como a aceleração é constante, a taxa de variação absoluta da velocidade é constante, sendo assim, a relação que modela a velocidade em função do tempo é uma função afim, logo seu gráfico é uma reta.



Como a taxa da taxa de variação da posição em função do tempo é constante, temos que a função que relaciona a posição em função tempo é uma função polinomial do segundo grau e seu gráfico é uma parábola.



Definição: Toda função do tipo $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 2º grau ou *função quadrática*.

Nessa função, o a é dito coeficiente dominante e o c é chamado de termo independente.

Vejamos alguns exemplos:

- $f(x) = x^2 + 3x - 7 \longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -7 \end{cases}$
- $g(x) = 3x^2 - 2x + 4 \longrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = 4 \end{cases}$
- $h(x) = -5x^2 + 3x \longrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 3 \\ c = 0 \end{cases}$
- $i(x) = -2x^2 + 8 \longrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \\ c = 8 \end{cases}$
- $j(x) = \frac{3}{2}x^2 \longrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$
- $k(x) = 5 + 4x - x^2 \longrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 5 \end{cases}$

Por mais simples que pareça, é fundamentalmente importante que o aluno saiba identificar com clareza os coeficientes da função quadrática. Pois, muitas fórmulas, que surgirão a seguir, dependerão desses coeficientes.

Problema 01: (Ronaebson) O saldo S, em milhares de reais, da conta de Fred num dado ano é dado ao final de cada mês $\boldsymbol{n}$ pela função

$$\boldsymbol{S(n) = 2n^2 - 4n + 31},$$

onde $\boldsymbol{n = 1}$ representa o mês de janeiro, $\boldsymbol{n = 2}$ representa o mês de fevereiro, $\boldsymbol{n = 3}$ representa o mês de março e a assim por diante.

a) Qual o saldo de Fred no mês de junho do referido ano?
b) Qual o saldo de Fred no mês de julho do referido ano?
c) Qual o valor depositado por Fred ao longo do mês de julho?

Solução:

a) Basta calcular

$$S(6) = 2 \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 + 31 = 79$$

O saldo da conta de Fred no mês de junho era igual a R$ 79.000,00.

b) Basta calcular

$$S(7) = 2 \cdot 7^2 - 4 \cdot 7 + 31 = 101$$

O saldo da conta de Fred no mês de julho era igual a R$ 101.000,00.

c) Para determinarmos o valor depositado por Fred durante o mês de julho, basta calcularmos a diferença dos saldos ao final de julho $s(7)$ e ao final de junho $s(6)$, assim:

$$s(7) - s(6) = 101 - 79 = 22$$

ou seja, R$ 22.000,00

Problema 02: (Ronaebson) Fake News (notícias falsas são um tipo de imprensa marrom que consiste na distribuição deliberada de desinformação ou boatos via televisão, rádio, jornal impresso ou on-line e nas mídias sócias. Elas são escritas e publicadas com a intenção de enganar, a fim de obter ganhos financeiros ou políticos, muitas vezes com manchetes sensacionalistas, exageradas ou falsas para chamar a atenção.

Uma fake news, em geral, tem um público alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que tomaram conhecimento da falsa notícia e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não a conhecem.

Considere $\boldsymbol{v}$ a rapidez de propagação de uma fake news, $\boldsymbol{x}$ o número de pessoas que tomaram conhecimento dela e $\boldsymbol{\mu}$ a constante de proporcionalidade que é característica da referida notícia falsa. Assim, supondo que essa fake news tenha um público alvo de 80000 pessoas, a expressão que melhor descreve $\boldsymbol{v}$ como uma função de $\boldsymbol{x}$ é dada por

Ⓐ $v = -\mu \cdot x^2 + 80000\mu \cdot x$
Ⓑ $v = \mu \cdot x^2 - 80000\mu \cdot x$
Ⓒ $v = -\mu \cdot x^2 + 80000 \cdot x$
Ⓓ $v = -\mu \cdot x^2 + 80000\mu \cdot x + 80000$
Ⓔ $v = -\frac{1}{\mu} \cdot x^2 + 80000\mu \cdot x$

Solução:

x : Número de pessoas que tomaram conhecimento

$80000 - x$: Número de pessoas que ainda não tomaram conhecimento
v é diretamente proporcional a x;
v é diretamente proporcional a $(80000 - x)$.

Temos então que:

$$\frac{v}{x \cdot (80000 - x)} = \mu \implies v = \mu \cdot x \cdot (80000 - x)$$

$$v = -\mu \cdot x^2 + 80000\mu \cdot x.$$

Resposta: [A]

Coeficiente Dominante

Retomando a análise feita no início do capítulo sobre a taxa da taxa de variação, podemos estabelecer uma associação com o " $\boldsymbol{a}$ " (coeficiente dominante) da função quadrática. Sendo,

- $\boldsymbol{T_t}$: Taxa da taxa de variação;
- $\boldsymbol{\Delta x}$: Representa as variações iguais que o x sofre;

essa associação pode ser feita pela fórmula:

$$\boldsymbol{a = \frac{T_t}{2 \cdot (\Delta x)^2}}$$

Vejamos os seguintes exemplos.

A) $y = \mathbf{1} \cdot x^2 + 3$

	x	y		
+1	0	3	+1	+2
+1	1	4	+3	+2
+1	2	7	+5	+2
+1	3	12	+7	
	4	19		

$$a = \frac{+2}{2 \cdot 1^2}$$

$$\boldsymbol{a = 1}$$

B) $y = \mathbf{0,5} \cdot x^2$

	x	y		
+4	0	0	+8	+16
+4	4	8	+24	+16
+4	8	32	+40	+16
+4	12	72	+56	
	16	128		

$$a = \frac{+16}{2 \cdot 4^2}$$

$$\boldsymbol{a = 0,5}$$

C) $y = \mathbf{-2} \cdot x^2 + 10x$

	x	y		
+5	0	0	+0	−100
+5	5	0	−100	−100
+5	10	−100	−200	−100
+5	15	−300	−300	
	20	−600		

$$a = \frac{-100}{2 \cdot 5^2}$$

$$\boldsymbol{a = -2}$$

Raízes da Função Quadrática

As raízes da função quadrática são os valores de x que anulam a função, ou seja, são os valores de x para os quais $f(x) = 0$. Logo, o nosso problema consiste em resolver uma equação do segundo grau do tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Para aprendermos a resolver equações desse tipo, vamos dividir em casos:

1° **Caso:** *Equação do 2º Grau incompleta em c*

$$(b = 0)$$

a) $x^2 - 4 = 0 \implies x^2 = 4 \implies x = \pm\sqrt{4}$

$$x = -2 \ \ ou \ \ x = 2$$

b) $2x^2 - 18 = 0 \implies 2x^2 = 18 \implies x^2 = 9$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = -3 \ \ ou \ \ x = 3$$

c) $3x^2 - 21 = 0 \implies 3x^2 = 21 \implies x^2 = 7$

$$x = \pm\sqrt{7}$$

$$x = -\sqrt{7} \ \ ou \ \ x = \sqrt{7}$$

d) $5x^2 + 80 = 0 \implies 5x^2 = -80 \implies x^2 = -16$

A equação não tem raiz real, pois qualquer número real quando elevado ao quadrado resulta sempre num valor maior do que ou igual a zero.

2° **Caso:** *Equação do 2º Grau incompleta em b*

$$(c = 0)$$

a) $x^2 - 5x = 0 \underbrace{\implies}_{\substack{Colocando\ x \\ em\ evidência}} x \cdot (x - 5) = 0$

Se um produto é igual a zero é porque ao menos um de seus fatores é igual a zero, assim:

$$x = 0 \ \ ou \ \ x - 5 = 0$$

logo

$$x = 0 \ \ ou \ \ x = 5$$

b) $4x^2 + 36x = 0 \underbrace{\implies}_{\substack{Colocando\ x \\ em\ evidência}} x \cdot (4x + 36) = 0$

Se um produto é igual a zero é porque ao menos um de seus fatores é igual a zero, assim:

$$x = 0 \ \ ou \ \ 4x + 36 = 0$$

logo

$$x = 0 \ \ ou \ \ x = -9$$

Para a equação completa, isto é, aquela que apresenta todos os coeficientes não nulos, precisaremos retomar alguns elementos.

Produtos Notáveis:

$$(x + a)^2 = x^2 + \underbrace{2a}_{:2\ \downarrow\ a}x + a^2$$

$$(x - a)^2 = x^2 - \underbrace{2a}_{:2\ \downarrow\ a}x + a^2$$

Apenas note que, para o quadrado da soma ou da diferença de dois termos, quando dividimos por 2 o coeficiente do segundo termo do desenvolvimento e em seguida elevamos o resultado ao quadrado, obtemos o terceiro termo do desenvolvimento.

3° **Caso:** *Equação do 2º Grau Completa*

a) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$x^2 - 6x + \_\_ = -8 + \_\_$$

$$x^2 - 6x + \underline{3^2} = -8 + \underline{3^2}$$

$$\substack{Observe\ que\ a\ equação\ não\ foi\ alterada, \\ pois\ somamos\ a\ mesma\ quantia\ em\ ambos\ os\ membros}$$

$$\Downarrow$$

$$(x - 3)^2 = 1$$

$$x - 3 = \pm 1$$

$$x = 3 \pm 1$$

$$x = 2 \ \ ou \ \ x = 4$$

b) $x^2 + 10x - 39 = 0$

$$x^2 + 10x + \_\_ = 39 + \_\_$$

$$x^2 + 10x + \underline{5^2} = 39 + \underline{5^2}$$

$$(x + 5)^2 = 64$$

$$x + 5 = \pm 8$$

$$x = -5 \pm 8$$

$$x = -13 \ \ ou \ \ x = 3$$

c) $x^2 - 8x + 20 = 0$

$$x^2 - 8x + \_\_ = -20 + \_\_$$

$$x^2 - 8x + \underline{4^2} = -20 + \underline{4^2}$$

$$(x - 4)^2 = -4$$

A equação não tem solução real.

Generalizando, vamos resolver a equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\underset{\Downarrow}{\textit{Dividindo ambos os membros por } a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \_\_ = -\frac{c}{a} + \_\_$$

$$\underset{\Downarrow}{\textit{Completando o quadrado}}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \underline{\left(\frac{b}{2a}\right)^2} = -\frac{c}{a} + \underline{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Fazendo $\boldsymbol{\Delta = b^2 - 4ac}$, temos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$$

$$\Downarrow$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$$

$$\underset{\Downarrow}{\textit{Assumindo } a > 0, \textit{sem perda de generalidade}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}}$$

A fórmula que acabamos de deduzir é dita *Fórmula de Bháskara*. Ela nos fornece as raízes de uma equação do 2º grau completa, a saber:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad ou \quad x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

d) $2x^2 - 4x - 2{,}5 = 0$

Da equação temos: $\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = -2{,}5 \end{cases}$, assim:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2{,}5)$$

$$\Delta = 36$$

Daí, pela Fórmula de Bháskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm 6}{4}$$

$$x' = -\frac{1}{2} \quad ou \quad x'' = \frac{5}{2}$$

Problema 03: O número de atendimentos $\boldsymbol{N(d)}$ num pronto-socorro, num dia $\boldsymbol{d}$ do mês, é dado pela função $\boldsymbol{N(d) = -2d^2 + 16d - 14}$, em quais dias do mês não houve qualquer atendimento?

Solução:

Queremos que $\boldsymbol{N(d)} = 0$, assim:

$$\boldsymbol{-2d^2 + 16d - 14} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$d^2 - 8d + 7 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7$$

$$\Delta = 36$$

$$d = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 6}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$d = 1 \quad ou \quad d = 7$$

Nos dias 1 e 7 do referido mês não houve atendimento.

Problema 04: Considere o movimento de um corpo atirado ou jogado verticalmente para cima, sendo modelado de acordo com a equação

$$\boldsymbol{y = -20x^2 + 50x},$$

em que $\boldsymbol{y}$ representa a altura, em metros, alcançada por esse corpo em $\boldsymbol{x}$ segundos depois de ser arremessado.

Dessa forma, por quanto tempo o corpo permanece no ar?

Solução:

Para determinarmos o tempo que o corpo passou no ar, basta determinarmos os dois momentos em que a altura é igual a zero $(y = 0)$, nesse intervalo de tempo, o corpo estava acima do chão.

$$-20x^2 + 50x = 0 \implies x \cdot (-20x + 50) = 0$$

$$x = 0 \quad ou \quad -20x + 50 = 0$$

$$x = 0 \quad ou \quad x = 2{,}5\ s$$

Assim, a bola passou $2{,}5 - 0 = 2{,}5\ segundos$ no ar.

Relações de Girard

- *Soma das Raízes*

$$x' + x'' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{2b}{2a}$$

$$\boxed{\boldsymbol{x' + x'' = -\frac{b}{a}}}$$

- *Produto das Raízes*

$$x' \cdot x'' = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$$

$$x' \cdot x'' = \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{2a \cdot 2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4aa}$$

$$\boxed{\boldsymbol{x' \cdot x'' = \frac{c}{a}}}$$

Forma Fatorada

Considere a função real dada por

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

cujas raízes são $x' e\ x''$.

Vamos agora mostrar uma nova forma de reescrever a expressão que modela a função quadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \implies f(x) = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

Sendo

$$S = x' + x'' = -\frac{b}{a}$$

e

$$P = x' \cdot x'' = \frac{c}{a},$$

a última expressão para $f(x)$ pode ser reescrita como

$$f(x) = a \cdot (x^2 - S \cdot x + P),$$

uma maneira interessante e prática de determinar a função quadrática quando se conhece o coeficiente dominante, a soma e o produto das raízes.

Além disso, ainda podemos manipular a última expressão de $f(x)$, vejamos:

$$f(x) = a \cdot (x^2 - (x' + x'') \cdot x + x' \cdot x'')$$
$$\Downarrow$$
$$f(x) = a \cdot (x^2 - x' \cdot x - x'' \cdot x + x' \cdot x'')$$
$$\Downarrow$$
$$f(x) = a \cdot \left(x \cdot (x - x') - x'' \cdot (x - x')\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = a \cdot (x - x') \cdot (x - x'')}}$$

Problema 05: (Ronaebson) O gerente de uma casa de festas percebeu que, colocando o valor da entrada a R$ 20,00 sempre contava com 400 pessoas a cada evento, faturando um total de R$ 8000,00 com a venda dos ingressos. Entretanto, notou também que, a partir de R$ 20,00, a cada aumento R$ 1,00 no valor da entrada, recebia para os eventos 20 pessoas a menos. Nessas condições, considerando *p* o preço de cada ingresso num determinado dia e *F* o faturamento com a venda de ingressos, a expressão que relaciona o faturamento em função do preço de cada ingresso é dada por

Ⓐ $\boldsymbol{F(p) = -10p^2 + 200p + 8000}$.
Ⓑ $\boldsymbol{F(p) = 600p - 10p^2}$.
Ⓒ $\boldsymbol{F(p) = 200p - 10p^2}$.
Ⓓ $\boldsymbol{F(p) = 8000 + 600p - 10p^2}$.
Ⓔ $\boldsymbol{F(p) = 800p - 20p^2}$.

Solução:

Considere:

x: o número de acréscimos de R$ 1,00 dados no valor do ingresso.
$p(x)$: o valor do ingresso
$n(x)$: o número de pessoas no evento

$$p(x) = 20 + x$$
$$n(x) = 400 - 20x$$

Assim, o faturamento F dessa casa de festas é dado por:

$$F(x) = p(x) \cdot n(x)$$

$$\underbrace{F(x) = (20 + x) \cdot (400 - 20x)}_{\text{Forma fatorada de } F \text{ em função de } x}$$

Entretanto, o problema pediu F em função de p, assim, basta colocar x em função de p, vejamos:

$$p = 20 + x \implies x = p - 20.$$

Assim:

$$F = p \cdot [400 - 20 \cdot (p - 20)]$$

$$\underbrace{F = p \cdot (800 - 20p)}_{\text{Forma fatorada de } F \text{ em função de } p}$$

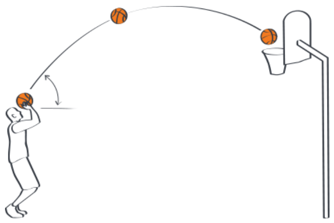
$$F(p) = 800p - 20p^2$$

Resposta: [E]

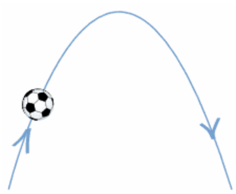
GRÁFICO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

O gráfico da função polinomial do 2º grau, como já introduzido no início desse capítulo, é sempre uma parábola.

De acordo com o Dicionário Etimológico, na língua portuguesa, o termo *"palavra"* se originou do latim vulgar *paraula*, que, por sua vez, tem origens no latim clássico *parabola*, que significa fala ou discurso. Além disso, de acordo com esse dicionário, a raiz etimológica do latim *parabola* está no termo *parabole*, que, ao ser traduzido, pode ser entendido como comparação, ou seja, esse termo é composto a partir da união de *para*, que significa ao lado, e *ballein*, que quer dizer atirar ou jogar. Parábola seria, então, jogar para o lado, lançar.

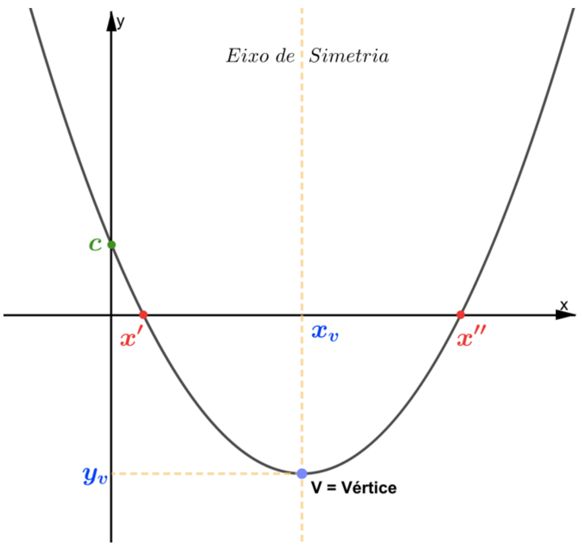


Na matemática, o estudo da parábola foi divulgado pelo matemático Pierre de Fermat (1601-1655), o qual estabeleceu que a equação do segundo grau representa uma parábola quando seus pontos são aplicados em um plano cartesiano.



Uma das principais características da parábola é que ela possui um *eixo de simetria*, de modo que tudo que há de um dos lados do eixo também há do outro lado, como se esse eixo se comportasse como um espelho.

Veja:



O eixo de simetria da parábola passa por seu ponto mais extremo que é o Vértice $V(x_v, y_v)$.

Além disso, percebemos no gráfico que os pontos em que a parábola intercepta o eixo das abscissas nos fornecem as raízes da função $(x' e\ x'')$, de fato, pois quando um ponto pertence ao eixo $\overrightarrow{Ox}$ sua ordenada é $y = 0$.

Percebemos também que o ponto onde a parábola intercepta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ tem ordenada igual a c, pois quando um ponto está no eixo das ordenadas, sua abscissa é igual a zero, assim:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c.$$

Da análise do gráfico e da simetria nele presente, também conseguimos outra informação valorosa, que são as coordenadas do vértice da parábola. Observe que como o eixo de simetria da parábola é uma reta vertical que passa pelo seu vértice, temos que a abscissa do vértice está exatamente no meio das raízes, assim, podemos afirmar que o x_v é a média aritmética entre as raízes:

$$x_v = \frac{x' + x''}{2}$$

Daí,

$$x_v = \frac{-\frac{b}{a}}{2} \quad \Rightarrow \quad x_v = -\frac{b}{2a}$$

Consequentemente, para obtermos o y_v, basta calcularmos a imagem do x_v, ou seja,

$$y_v = f(x_v) = a \cdot x_v^2 + b \cdot x_v + c$$

$$y_v = a \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$

$$y_v = a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Assim, as coordenadas do vértice da parábola são:

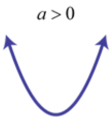
$$\boxed{\boldsymbol{x_v = \frac{-b}{2a}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{y_v = \frac{-\Delta}{4a}}}$$

ou seja,

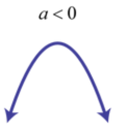
$$\boldsymbol{V = (x_v, y_v) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)}.$$

Outro ponto que ainda podemos observar no gráfico é a concavidade da parábola, de sorte que:

- $a > 0 \implies$ A concavidade da parábola está voltada para cima



- $a < 0 \implies$ A concavidade da parábola está voltada para baixo



Além disso, quando maior o valor absoluto de a, mais fechada estará a parábola, e quanto menor o valor de a, mais aberta estará a parábola.

Vale destacar também que a parábola tem dois ramos, um ramo crescente e um ramo decrescente. Se o ramo da parábola que corta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ for crescente, então $b > 0$; se o ramo da parábola que corta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ for decrescente, então $b < 0$. Se o eixo $\overrightarrow{Oy}$ intercepta a parábola no seu vértice, ou seja, se o eixo das ordenadas for o eixo de simetria da parábola, então $b = 0$.

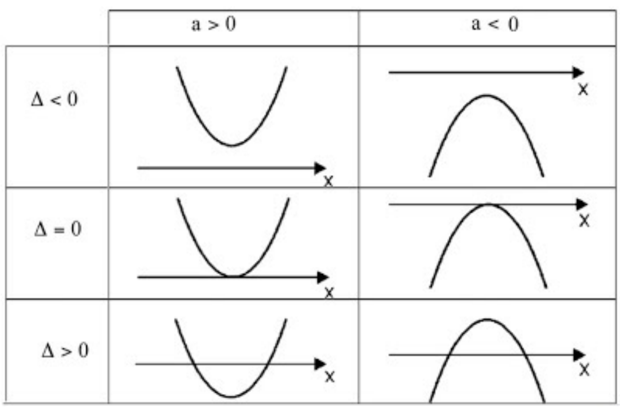
A análise do discriminante (Δ) é também muito importante para entendermos como a parábola se comporta em relação às intersecções com o eixo das abscissas, vejamos:

- $\Delta > 0 \implies$ A função tem duas raízes reais distintas, logo, a parábola toca em dois pontos distintos o eixo $\overrightarrow{Ox}$.

- $\Delta = 0 \implies$ A função tem uma única raiz real, isto é, $x' = x''$, logo, a parábola toca em um único ponto o eixo $\overrightarrow{Ox}$.

- $\Delta < 0 \implies$ A função não tem raiz real, logo, a parábola não intercepta o eixo $\overrightarrow{Ox}$.

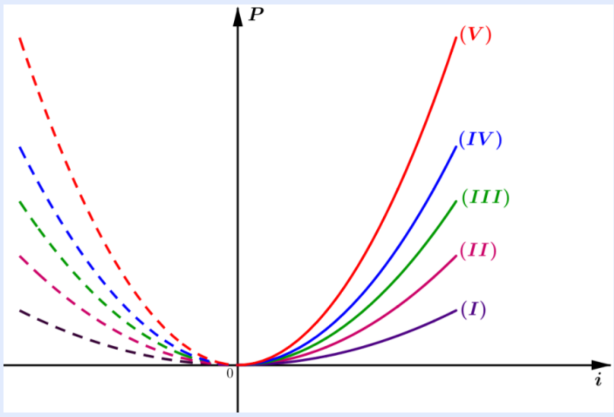
Veja o quadro resumo a seguir:



Problema 06: (Ronaebson) O efeito Joule é o aquecimento que surge quando um condutor não ideal é percorrido por corrente elétrica. No caso dos resistores, toda a potência elétrica por ele consumida é convertida em calor pelo efeito Joule.
Existem aparelhos elétricos que convertem energia elétrica em térmica com diferentes resistências. Sabendo que a potência dissipada P de um desses aparelhos é dada pelo produto entre sua resistência elétrica *R* e o quadrado da corrente elétrica *i* que por ele circula, isto é,

$$\boldsymbol{P = R \cdot i^2}\ ,$$

foram feitos testes em cinco desses aparelhos, a saber I, II, III, IV e V, e construiu-se um gráfico que relaciona a potência dissipada *P* e a corrente elétrica *i* para cada um desses aparelhos.



Com base no exposto, o aparelho que tem maior resistência elétrica é o

Ⓐ I.
Ⓑ II.
Ⓒ III.
Ⓓ IV.
Ⓔ V.

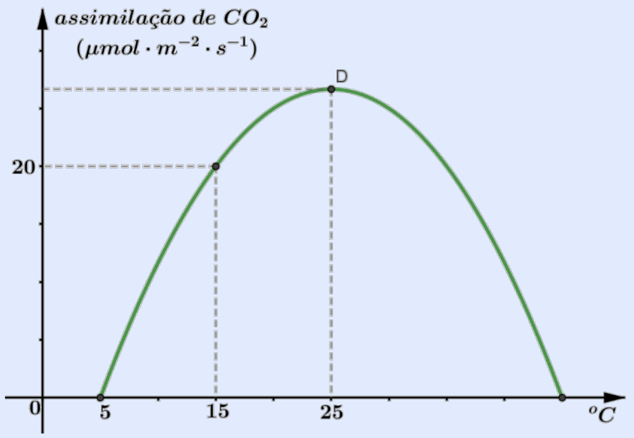
Solução:

Observe que $\boldsymbol{P}$ é uma função quadrática de i, isto é, $P = R \cdot i^2$, e o R assume o valor do coeficiente dominante a da função. Assim, quanto maior o valor da resistência R, mais fechada estará a parábola e quanto menor o valor da resistência R, mais aberta estará a parábola.

Daí, o aparelho que apresenta a maior resistência é o V.

Resposta: [E]

Problema 07: (Ronaebson) As plantas apresentam diferentes tipos de metabolismo fotossintético, de acordo com o ambiente em que se desenvolvem. Uma característica importante no estudo desse metabolismo é a assimilação de CO_2, a qual sofre variação de acordo com a temperatura do ambiente.
Para estudar esse comportamento, um biólogo submeteu a condições experimentais uma determinada espécie de vegetal, nas quais mediu a assimilação (A) de CO_2 (em $\boldsymbol{\mu mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}$) pelas folhas em função da temperatura (t) (em ºC) e assim percebeu que essas grandezas se relacionam pela função $\boldsymbol{A(t) = at^2 + bt + c}$, com $\boldsymbol{a, b, c} \in \mathbb{R}$ e $\boldsymbol{a \neq 0}$. Notou também que quando a temperatura era igual a 5ºC a assimilação de CO_2 era zero, para uma temperatura de 15ºC a assimilação era igual a $\boldsymbol{20\ \mu mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}$ de CO2 e quando a temperatura alcançou 25ºC, essa planta atingiu sua maior capacidade de assimilação de gás carbônico.

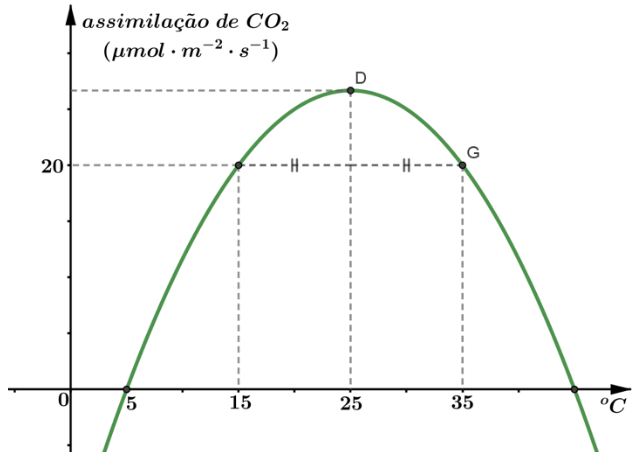


Nessas condições, de quanto a temperatura deverá aumentar depois que a planta atingiu sua capacidade máxima de assimilação de gás carbônico para que essa capacidade volte a ser de $\boldsymbol{20\ \mu mol \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}}$ de CO_2 ?

Ⓐ 45ºC.
Ⓑ 35ºC.
Ⓒ 25ºC.
Ⓓ 15ºC.
Ⓔ 10ºC.

Solução:

Como a função atingiu o seu máximo para uma temperatura igual a 25ºC, temos que o eixo de simetria da parábola é a reta x = 25, assim, se a temperatura precisou aumentar 25 – 15 = 10º para a assimilação saísse de 20 para o valor máximo, então, para que ela saia do valor máximo para 20 novamente, a temperatura precisará reduzir 10ºC a partir de 25ºC.



Resposta: [E]

Forma Canônica

Considere a função real dada por

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \_\_\right) + c - a \cdot \_\_$$

$$f(x) = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \underline{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}\right) + c - a \cdot \underline{\left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

$$f(x) = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a^2}$$

$$f(x) = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}}$$

Ainda podemos escrever essa expressão da seguinte maneira:

$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v}}$$

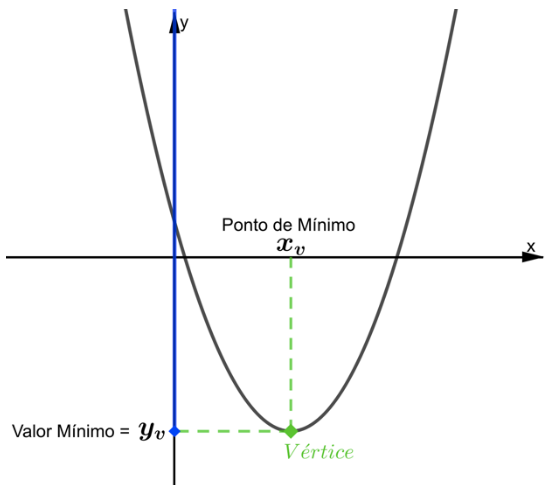
onde (x_v, y_v) é o vértice da parábola que representa o gráfico da função quadrática.

Assim, uma boa oportunidade para se usar a forma canônica será quando você conhecer o vértice da parábola e algum outro dado (com ele você encontra o a da função).

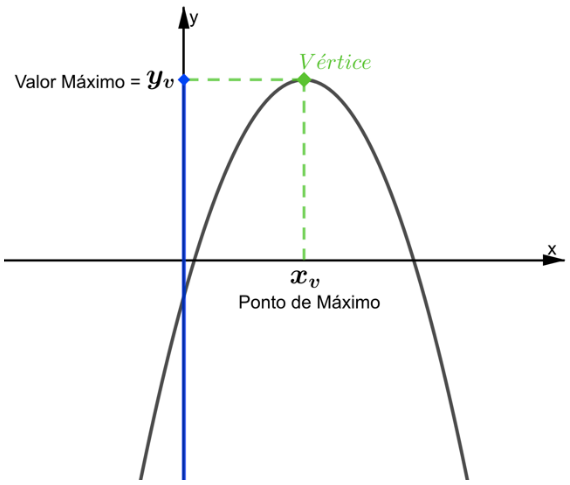
Tento como referência a forma canônica e observando o formato parabólico do gráfico da função, podemos determinar se a função terá valor máximo ou mínimo, quais são eles e quando eles acontecem.

Sendo assim, como $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$, qualquer que seja o valor de x, temos que:

- Se $a > 0$, então a função terá um valor mínimo igual a $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ que ocorrerá em $x_v = \frac{-b}{2a}$.



- Se $a < 0$, então a função terá um valor máximo igual a $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ que ocorrerá em $x_v = \frac{-b}{2a}$.



De maneira prática, para saber se o problema quer que você calcule o x_v ou y_v, bastar você identificar o tido de pergunta (ou comando), vejamos:

Qual o valor mínimo?

Resposta: y_v

Qual o valor máximo?

Resposta: y_v

Qual o valor dessa grandeza para que aquela atinja o valor mínimo?

Resposta: x_v

Qual o valor dessa grandeza para que aquela atinja o valor máximo?

Resposta: x_v

Claro que se tratam de perguntas generalistas, visando apenas dar uma condução prática ao processo, mas o aluno deve continuar atento aos pormenores da situação-problema.

Problema 08: (Ronaebson) Pessoas que investem em ações de empresas sabem que seus valores variam ao longo de todo o dia. Em determinado dia do ano, as ações da empresa Vale Criativo atingiram seu valor máximo às 12h. Sabe-se também que os valores dessas ações variaram, em função da hora *t* do dia, de acordo com a lei

$$\boldsymbol{V(t) = -t^2 + kt - 108},$$

onde $\boldsymbol{V(t)}$ é dado em reais e $\boldsymbol{7 < t < 17}$.

O valor máximo das ações da empresa Vale Criativo no referido dia foi

Ⓐ R$ 12,00.
Ⓑ R$ 18,00.
Ⓒ R$ 24,00.
Ⓓ R$ 36,00.
Ⓔ R$ 48,00.

Solução:

O valor das ações é dado pela função

$$V(t) = -t^2 + kt - 108,$$

onde $V(t)$ é dado em reais e $7 < t < 17$.

Como o valor máximo das ações se deu às 12h, temos

$$x_v = 12 \Longrightarrow -\frac{b}{2a} = 12 \Longrightarrow -\frac{k}{2\cdot(-1)} = 12 \Longrightarrow k = 24.$$

Logo, o valor máximo das ações da referida empresa será

$$V(12) = -12^2 + 24 \cdot 12 - 108 = R\$\, 36{,}00.$$

O aluno também poderia aplicar a fórmula

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}.$$

Resposta: [D]

ANOTAÇÕES:

Problema 09: (Ronaebson) "Quem disse que se preocupar com a vaidade não é coisa de homem? A procura masculina por um ambiente descontraído e que supre as expectativas em relação a sua apresentação pessoal está cada vez maior. [...]
Quem investe nesse ramo está se dando muito bem. Contrário ao mercado da beleza que caiu 8%, o setor de barba, cabelo e bigode se fortaleceu após o resgate do estilo "barbudão". A volta do hábito de frequentar barbearias, procurando ajuda profissional para se cuidar, só comprova o quanto o homem moderno passou a enxergar a barba como seu cartão de visitas."
Disponível em http://www.confrariadabarba.com.br/vaidade-masculina-aumenta-e-impulsiona-barbearias/
Acesso em 26/05/2018.

A *Oficial Barber Club* é uma barbearia especializada que funciona no centro de Campina Grande-PB. Ela cobra R$ 48,00 pelo *trio* "barba, cabelo e bigode" e atende 180 clientes por mês. Pensando em fazer um reajuste no preço do referido serviço, fez um estudo e concluiu que a cada R$ 4,00 cobrados a mais, acarretaria uma diminuição de 6 clientes que faz *trio* por mês.

Assim, para que a renda dessa barbearia seja máxima com *trio*, o valor que ela deve cobrar pelo referido serviço é de

Ⓐ R$ 9,00.
Ⓑ R$ 36,00.
Ⓒ R$ 42,00.
Ⓓ R$ 84,00.
Ⓔ R$ 126,00.

Solução:

Seja x o número de reajustes de R$ 4,00 feitos no preço original do *trio*. Assim, o preço *p* do trio e o número *n* de clientes da barbearia podem ser expressos por:

- $p(x) = 48 + 4x$ e
- $n(x) = 180 - 6x$.

Sendo assim, a renda dessa barbearia com trio é dada por:

$$R(x) = p(x) \cdot n(x) \iff R(x) = (48 + 4x) \cdot (180 - 6x)$$

Note que as raízes de *R(x)* são $x = -12$ e $x = 30$. Temos então que

$$x_v = \frac{-12 + 30}{2} = 9$$

é o número de aumentos de R$ 4,00 que devem ser dados de modo que a renda *R* da barbearia com o *trio* seja máxima, logo o preço do *trio* para que isso ocorra é $p(4) = 48 + 4 \cdot 9 = R\$\ 84{,}00$.

Resposta: [D]

Problema 10: (Ronaebson) Ao fazer um levantamento das vendas diárias de sorvete, a gerente percebeu que quando o preço da bola de sorvete é R$ 5,00, a sorveteria vende 200 bolas por dia e que, a cada diminuição de R$ 0,10 no preço da bola, o número de bolas vendidas diariamente aumentava de 5 unidades.
Qual deve ser o preço da bola de sorvete para que a sorveteria arrecade o maior valor possível com a venda diária de sorvetes?

Ⓐ R$ 4,00
Ⓑ R$ 4,10
Ⓒ R$ 4,25
Ⓓ R$ 4,50
Ⓔ R$ 4,90

Solução:

Número de descontos de R$ 0,10	Preço unitário		Número de bolas vendidas
0	5	$\cdot$	200
1	$5 - 1 \cdot 0{,}10$	$\cdot$	$200 + 5 \cdot 1$
2	$5 - 2 \cdot 0{,}10$	$\cdot$	$200 + 5 \cdot 2$
3	$5 - 3 \cdot 0{,}10$	$\cdot$	$200 + 5 \cdot 3$
	$\vdots$		$\vdots$
x	$5 - x \cdot 0{,}10$	$\cdot$	$200 + 5 \cdot x$

A função que relaciona a arrecadação (A) e o número de descontos (x) de R$ 0,10 é dada pelo produto do número de bolas vendidas pelo preço de cada bola, ou seja, é dado por

$$A(x) = (200 + 5x) \cdot (5 - 0{,}10x)$$

$$A(x) = -0{,}5x^2 + 5x + 1000$$

O número de descontos de R$ 0,10 que devem ser dados para que a arrecadação seja máxima é

$$x_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{5}{2 \cdot (-0{,}5)} = 5.$$

Logo, o preço da bola de sorvete para que a sorveteria arrecade o maior valor possível com a venda diária de sorvetes é

$$5 - 0{,}10 \cdot 5 = R\$\ 4{,}50.$$

Resposta: [D]

Anotações:

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

Uma assessoria de estudos modelou matematicamente o número total médio de questões feitas por seus alunos até a enésima hora de estudo num determinado dia e obteve a seguinte função

$$Q(n) = -3 \cdot (n-6)^2 + 108,$$

em que n representa o número de horas de estudos a partir do momento que ele iniciou seus estudos naquele dia.

Qual o número médio de questões feitas por um aluno dessa assessoria durante a quinta hora de estudos?

A 9
B 12
C 18
D 96
E 105

Questão 02

(Ronaebson)

Um jovem físico está estudando como a temperatura varia numa barra de aço sob dadas condições. Ele percebe que a temperatura em cada ponto P dessa barra é dada por uma função quadrática

$$T(x) = -x^2 + x,$$

onde x é a distância, em metro, do ponto P ao ponto O (extremidade da barra), como ilustra a figura.

Além do ponto pertencente a extremidade O, o outro ponto da barra em que a temperatura é igual a zero está a

A 0,25 m de O.
B 0,50 m de O.
C 0,75 m de O.
D 1,00 m de O.
E 2,00 m de O.

Questão 03

A energia Cinética E_C, em Joules, de um corpo de massa m, em kg, em movimento é uma função da sua velocidade V, em m/s. Sua expressão algébrica é dada por $E_C = \frac{mv^2}{2}$.

Se a massa do corpo é igual a 4 kg e sua velocidade em função do tempo t, em segundos, é dada por $v = 2 - 3t$, a energia cinética do corpo em função do tempo é dada por

A $E_c = 4 - 6t$
B $E_c = 8 - 18t^2$
C $E_c = 4 - 12t + 9t^2$
D $E_c = 8 - 6t + 18t^2$
E $E_c = 8 - 24t + 18t^2$

Questão 04

(Ronaebson)

O engenheiro de alimentos responsável pelo Engenho Criativo, verificou que a quantidade de melaço produzida, e litro, nas t primeiras horas diárias de funcionamento do engenho é dado por

$$Q(t) = 11 \cdot (t^2 + 3t), \qquad com\ 0 \leq t \leq 12.$$

Assim, a quantidade de melaço, em litro, produzida durante a 9ª hora de funcionamento do engenho em determinado dia é igual a

A 220.
B 242.
C 343.
D 968.
E 1188.

Questão 05

(UFSM)

A água é essencial para a vida e está presente na constituição de todos os alimentos. Em regiões com escassez de água, é comum a utilização de cisternas para a captação e armazenamento da água da chuva. Ao esvaziar um tanque contendo água da chuva, a expressão

$$V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$$

representa o volume (em m^3) de água presente no tanque no instante t (em minutos).

Qual é o tempo, em horas, necessário para que o tanque seja esvaziado?

A 360
B 180
C 120
D 6
E 3

Questão 06

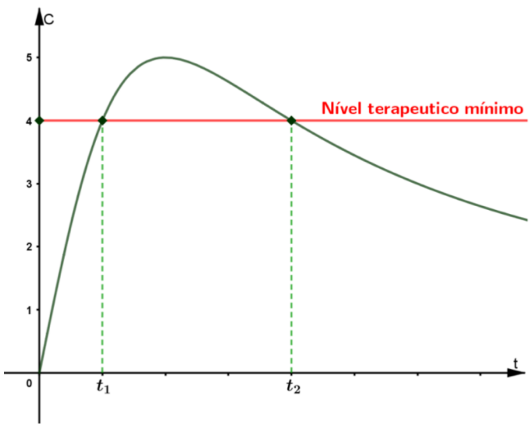
(Ronaebson)

Para que um remédio produza efeito desejado, sua concentração na corrente sanguínea deve estar igual ou acima de certo valor, o *nível terapêutico mínimo*. Suponha que a concentração de um medicamento t horas após ele ser ingerido seja dada pela relação

$$C = \frac{20t}{t^2 + 4},$$

onde C é dado em mg/L.

Para esse medicamento, o nível terapêutico mínimo é de 4 mg/L e a sua concentração t horas depois que o medicamento foi tomado é modelada pelo gráfico a seguir, onde o intervalo $[t_1, t_2]$ indica que o nível terapêutico mínimo foi atingido ou mesmo excedido.



Sabendo que esse medicamento foi tomado às 9h da manhã, seu efeito desejado ocorreu, naquele dia, no período das

- Ⓐ 9h às 12h.
- Ⓑ 10h às 13h.
- Ⓒ 12h às 15h.
- Ⓓ 13h às 16h.
- Ⓔ 14h às 19h.

Questão 07

(UTFPR_2023)

Uma pequena empresa de desenvolvimento de software cria, testa e corrige diferentes tipos de sistemas, fornecendo soluções para indivíduos e organizações. O lucro da empresa é representado pela função $L(x) = -x^2 + 400x - 30.000$, onde x é o número de clientes atendidos.

Qual é o intervalo de valores de x para os quais a empresa é lucrativa?

- Ⓐ (0,100)
- Ⓑ (50,250)
- Ⓒ (100,300)
- Ⓓ (150,350)
- Ⓔ (200,400)

Questão 08

(Ronaebson)

A distância que um automóvel percorre até parar, após ter os freios acionados, depende de inúmeros fatores. Essa distância, em metros, pode ser calculada aproximadamente pela expressão

$$D = \frac{V^2}{250\mu},$$

onde V é a velocidade em km/h no momento inicial da frenagem e μ é um coeficiente adimensional e depende das características dos pneus, das pastilhas de freio e do asfalto.

Considerando que o tempo de reação de um condutor é de um segundo, do instante em que vê o obstáculo até acionar os freios e que o coeficiente $\mu = 0{,}8$, qual é a distância aproximada percorrida por um automóvel do instante em que o condutor vê o obstáculo até parar completamente, se estiver trafegando a uma velocidade constante de 90 km/h?

- Ⓐ 25,0 m
- Ⓑ 40,5 m
- Ⓒ 65,5 m
- Ⓓ 72,0 m
- Ⓔ 105,5 m

Questão 09

(Ronaebson)

Uma das avaliações trimestrais de uma escola, em virtude do grau de dificuldade, precisou ter suas notas parametrizadas por uma função quadrática do tipo

$$N_P = an^2 + bn + c,$$

onde N_P é a nota parametrizada que substitui a nota real n.

Sabe que nesse processo de parametrização, temos as seguintes correspondências de notas:

n	N_P
0	0
2,5	4
5	7
7,5	9
10	10

A lei de formação da função é dada por

- Ⓐ $N_P = -0{,}08n^2 + 1{,}8n.$
- Ⓑ $N_P = 0{,}08n^2 - 1{,}8n.$
- Ⓒ $N_P = -n^2 + 1{,}8n.$
- Ⓓ $N_P = -12{,}5n^2 + 0{,}18n.$
- Ⓔ $N_P = -0{,}8n^2 + 1{,}8n + 10.$

Questão 10

Em um jogo eletrônico de corridas, o usuário pode realizar melhoramentos nas peças do carro mediante pagamento de créditos virtuais. À medida que são realizadas mais trocas, o valor a ser pago aumenta. A tabela a seguir mostra o custo das cinco primeiras trocas.

Troca	Valor em créditos
1ª	200
2ª	260
3ª	340
4ª	440
5ª	560

Analisando o padrão dos aumentos nos valores das trocas, conclui-se que o custo das trocas está relacionado com a quantidade de trocas por uma função

Ⓐ do primeiro grau.
Ⓑ do segundo grau.
Ⓒ exponencial.
Ⓓ logarítmica.
Ⓔ trigonométrica.

Questão 11

(Ronaebson)

Uma fábrica de cosméticos produz mensalmente x litros de um dado hidratante. Sabe-se que o custo para a produção desses x litros é dado de acordo com a função do tipo $C(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Após a análise de alguns relatórios, percebeu-se as seguintes relações:

x	$C(x)$
1000	1600
2000	1900
3000	2400
4000	3100

O custo para a produção de 5000 litros desse amaciante é igual a

Ⓐ R$ 3500,00.
Ⓑ R$ 3700,00.
Ⓒ R$ 3900,00.
Ⓓ R$ 4000,00.
Ⓔ R$ 4100,00.

Questão 12

(Ronaebson)

Nas testagens feitas com o motor de uma furadeira, percebeu-se que o número de rotações por minuto evolui com o tempo t (em segundos) de acordo com uma função quadrática $R(t) = at^2 + bt + c$, desde o instante em que ela é ligada até o instante $t = 4\,s$ quando o motor atinge a quantidade máxima de rotações e estabiliza. Veja a tabela com alguns dos dados coletados:

t (s)	R (rpm)
1	1000
2	2000
3	2800

O número máximo de rotações por minuto que essa furadeira pode atingir é

Ⓐ 2200.
Ⓑ 3200.
Ⓒ 3400.
Ⓓ 3600.
Ⓔ 4000.

Questão 13

(UEG_2017)

A temperatura, em graus Celsius, de um objeto armazenado em um determinado local é modelada pela função $f(x) = {-x^2}/{12} + 2x + 10$, com x dado em horas.

A temperatura máxima atingida por esse objeto nesse local de armazenamento é de

Ⓐ 0 °C
Ⓑ 10 °C
Ⓒ 12 °C
Ⓓ 22 °C
Ⓔ 24 °C

Questão 14

(IFAL_2017)

Em uma partida de futebol, um dos jogadores lança a bola e sua trajetória passa a obedecer à função

$$h(t) = 8t - 2t^2,$$

onde h é a altura da bola em relação ao solo, medida em metros e t é o intervalo de tempo, em segundos, decorrido desde o instante em que o jogador chuta a bola.

Nessas condições, podemos dizer que a altura máxima atingida pela bola é

Ⓐ 2 m.
Ⓑ 4 m.
Ⓒ 6 m.
Ⓓ 8 m.
Ⓔ 10 m.

Questão 15

(Ronaebson)

No pomar de seu Expedito existem trinta limoeiros produzindo, cada um deles, 600 limões por ano. Um agrônomo que veio na região dando orientações aos agricultores, informou a seu Expedito que, plantando n novos limoeiros nesse pomar, cada limoeiro (tanto os antigos quanto os novos) passaria a produzir dez limões a menos por ano, para cada novo limoeiro ali plantado.

Diante das condições iniciais e do exposto pelo agrônomo, estima-se que o número de novos limoeiros que devem ser plantados nesse pomar a fim de que a produção anual de limões seja máxima é igual a

(A) 15.
(B) 18.
(C) 30.
(D) 45.
(E) 60.

Questão 16

(Ronaebson)

"Identificado pela primeira vez no Brasil em abril de 2015, o vírus da zika tem um poder de disseminação muito maior que o vírus da dengue, segundo o vice-presidente da Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), Rodrigo Stabile."

http://g1.globo.com/sp/ribeirao-preto-franca/noticia/2016/02/virus-da-zika-tem-disseminacao-mais-rapida-que-o-da-dengue-diz-fiocruz.html
Acesso em 23/05/2017

Um vírus se espalha em uma cidade com determinada velocidade. Em geral, essa velocidade é diretamente proporcional ao número de pessoas infectadas e, também, ao número de pessoas não infectadas.
Em outras palavras, sendo v a velocidade de propagação do vírus, P a população da cidade e x o número de pessoas infectadas, tem-se

$$\frac{v}{x \cdot (P - x)} = k,$$

onde k é uma constante positiva característica do vírus e das condições de propagação na cidade.

Considerando o modelo acima descrito, considerando uma cidade de população igual a 72000 pessoas, então a máxima velocidade de propagação ocorrerá quando o número de pessoas infectadas for igual a

(A) 12000.
(B) 18000.
(C) 27000.
(D) 36000.
(E) 48000.

Questão 17

(Ronaebson)

Ao fazer um levantamento das vendas diárias de sorvete, a gerente percebeu que quando o preço da bola de sorvete é R$ 5,00, a sorveteria vende 200 bolas por dia e que, a cada diminuição de R$ 0,10 no preço da bola, o número de bolas vendidas diariamente aumentava de 5 unidades.

Qual deve ser o preço da bola de sorvete para que a sorveteria arrecade o maior valor possível com a venda diária de sorvetes?

(A) R$ 4,00
(B) R$ 4,10
(C) R$ 4,25
(D) R$ 4,50
(E) R$ 4,90

Questão 18

(Ronaebson)

Um estúdio de gravações cobra R$ 320,00 por hora alugada e, para esse preço, ele consegue alugar um total de 180 horas por mês. O gestor do estúdio percebeu que para cada R$ 20,00 de aumento que ele dava na hora estúdio, havia uma diminuição de 6 horas no total de horas alugadas por mês.

Qual deve ser o preço por hora que o gestor deve cobrar para que o estúdio proporcione o faturamento máximo?

(A) R$ 140,00
(B) R$ 320,00
(C) R$ 360,00
(D) R$ 460,00
(E) R$ 920,00

Questão 19

(Ronaebson)

Um grande show será realizado para divulgar a música *Juntos e Shallow Now*. Inicialmente, o valor dos ingressos para os homens será R$ 50,00 e, como a gravadora pretende emplacar o sucesso entre as mulheres, elas terão entrada gratuita. Entretanto, para cada mulher presente no show, o preço do ingresso para os homens aumentará R$ 0,01.

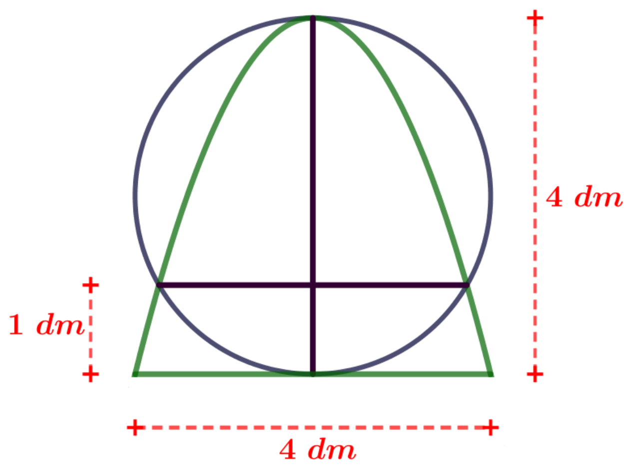
Sabendo que 10000 pessoas estarão presentes nesse evento, qual deverá ser o preço cobrado de cada homem para que a arrecadação seja máxima?

(A) R$ 25,00
(B) R$ 50,00
(C) R$ 55,00
(D) R$ 62,50
(E) R$ 75,00

Questão 20

(Ronaebson)

Numa de suas viagens pelo mundo mágico, o bruxo Perry Hotter encontrou o contador de histórias, o Sr. Good Luck. Ele contou-lhes a história dos três irmãos e as três relíquias da sorte e apresentou-lhes um quadro com o desenho do símbolo que as representava. A primeira relíquia era a *Pedra Neandertal*, representada no quadro por uma circunferência, a segunda era a *Capa da Invencibilidade*, representada pela parábola e sua base e a terceira era *Varinha+Varinha*, representada por uma cruz invertida, sendo uma varinha colocada na posição vertical e outra na horizontal.



Admitindo que o desenho preservou o comprimento real das varinhas, depois de alguns cálculos, Perry Hotter concluiu que a varinha horizontal tinha comprimento aproximadamente igual a

A) $17{,}3\ cm.$
B) $20{,}0\ cm.$
C) $25{,}7\ cm.$
D) $34{,}6\ cm.$
E) $40{,}0\ cm.$

Questão 21

(Ronaebson)

A boleria @*liriobolosjp* produz mensalmente 400 kg de bolo e os vende a R$ 60,00 o quilograma. A proprietária Ana Cecília percebeu que a cada R$ 2,00 de desconto dado no preço do quilograma de bolo, ela vendia 20 kg a mais por mês.

O preço que Ana Celília deve cobrar no quilograma de bolo para que se tenha a receita máxima é

A) R$ 40,00.
B) R$ 48,00.
C) R$ 50,00.
D) R$ 52,00.
E) R$ 55,00.

Questão 22

(Ronaebson)

Certo fabricante, segundo levantamentos estatísticos, percebe que seus clientes não têm comprado mais de 10 de seus produtos por compras. Para incentivar as compras em maior quantidade, ele estabelece um preço unitário **p** por produto dado pela função $p(x) = 400 - x$, onde **x** é a quantidade de produtos comprados, considerando uma compra de, no máximo, 300 produtos.

Sabendo-se que a receita de uma empresa é o valor arrecadado com a venda de uma certa quantidade de produtos, qual a receita máxima que essa empresa pode ter quando fechar uma venda com um determinado cliente, na moeda corrente no Brasil?

A) R$ 200,00.
B) R$ 400,00.
C) R$ 20.000,00.
D) R$ 40.000,00
E) R$ 80.000,00.

Questão 23

(Ronaebson)

A resposta do corpo a uma dose de um medicamento às vezes é representada por uma equação da forma

$$R = m^2 \cdot \left(\frac{C}{2} - \frac{m}{3}\right),$$

em que C é uma constante positiva e m a quantidade de medicamento absorvida no sangue. Se a resposta esperada for uma variação na pressão sanguínea, então R deve ser medido em milímetros de mercúrio; se a resposta for uma variação de temperatura, R será medido em graus Celsius e assim por diante.

A sensibilidade do corpo ao medicamento é expressa pela função

$$F(m) = mC - m^2$$

e indica a taxa de variação de R em relação a m.

Para que valor de m a sensibilidade do corpo ao medicamento é máxima?

A) $M = C$
B) $M = C/2$
C) $M = C/4$
D) $M = C/8$
E) $M = 0$

Questão 24

O triptofano é um aminoácido que contribui para o crescimento normal e a síntese proteica ao estimular a secreção de insulina e o hormônio do crescimento. Estudos apontam que o uso do triptofano na ração de frangos de corte, entre o 1º e o 21º dia de vida, contribui para a conversão alimentar da ração consumida de acordo com a função

$$y = 40x^2 - 15x + 3.$$

Nessa função, x representa a porcentagem de triptofano na ração consumida, ou seja, quando x=0,5, por exemplo, significa que há 0,5% de triptofano na ração consumida. Por sua vez, y representa o índice de conversão alimentar, que é igual ao quociente entre a massa de ração consumida pelo animal em um período de tempo e o ganho de massa durante tal período. Assim, y=1,8 indica, por exemplo, que, para cada quilograma de massa ganho pelo animal, este precisa consumir 1,8 kg de ração.

De acordo com as informações fornecidas, a menor porcentagem de triptofano que a ração de um frango de corte (entre o 1º e o 21º dia de vida) deve conter para que ele ganhe 625 g consumindo 1 kg dessa ração é

Ⓐ 0,175%.
Ⓑ 0,18%.
Ⓒ 0,2%.
Ⓓ 0,225%.
Ⓔ 0,25%.

Questão 25

(IFPE)

Em um laboratório do IFPE, alunos do curso subsequente em Zootecnia observaram que a concentração C de certa medicação, em mg/L, no sangue de animais de uma certa espécie, varia de acordo com a função

$$C = 6t - \frac{1}{4}t^2,$$

em que *t* é o tempo decorrido, em horas, após a ingestão da medicação, durante um período de observação de 24 horas. Determine o tempo necessário, após o início do experimento, para que o medicamento atinja nível máximo de concentração no sangue desses animais.

Ⓐ 4 horas.
Ⓑ 16 horas.
Ⓒ 6 horas.
Ⓓ 12 horas.
Ⓔ 2 horas.

Questão 26

(Ronaebson)

Duda mora 10 km a oeste de Welik. Num dia eles saem de casa ao mesmo tempo, andando em linha reta, sendo que Duda vai para leste a uma velocidade de 6 km/h e Welik foi na direção sul a 3 km/h.

A menor distância possível entre ele é:

Ⓐ $2\sqrt{5}\ km.$
Ⓑ $4\sqrt{3}\ km.$
Ⓒ $4/3\ km.$
Ⓓ $3\ km.$
Ⓔ $2\ km$

Questão 27

(Ronaebson)

No restaurante da *Tia Gó* o custo para preparar cada refeição é de R$ 8,00. Se Tia Gó cobrar R$ 12,00 por refeição ela terá 200 clientes diários. Além disso, ela também percebeu que a cada R$ 1,00 de aumento no preço da refeição, a quantidade de clientes diários diminui em 10 pessoas.

Qual deve ser o preço que Tia Gó deve cobrar por refeição para que o lucro seja o maior possível?

Ⓐ R$ 12,00
Ⓑ R$ 16,00
Ⓒ R$ 20,00
Ⓓ R$ 24,00
Ⓔ R$ 32,00

Questão 28

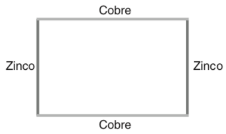
(UFJF_2023)

Na produção de um determinado gênero alimentício, utiliza-se um processo de conservação que envolve o resfriamento intenso do alimento seguido de um aquecimento até que o mesmo volte à temperatura que tinha antes do início do resfriamento. O processo de conservação é descrito pela função $f(t) = t^2 - 13t + 22$, em que t é o tempo decorrido em minutos desde o início do processo de conservação e f(t) é a temperatura do é a temperatura do alimento em graus Celsius. Nesse processo de conservação, por quantos minutos o alimento é mantido sob temperatura não-positiva?

Ⓐ 2 minutos
Ⓑ 9 minutos
Ⓒ 11 minutos
Ⓓ 13 minutos
Ⓔ 22 minutos

Questão 29

Para a fabricação de uma peça metálica de formato retangular, serão usadas hastes de zinco e cobre, sendo que os lados paralelos serão compostos do mesmo material, conforme representado na figura a seguir:



Em um dado fornecedor, o preço das hastes de zinco e das de cobre a serem usadas para a fabricação da peça é, respectivamente, R$ 3,00 e R$ 8,00 o metro.

Limitando o custo do material utilizado na fabricação de cada peça a R$ 24,00, a máxima área possível de uma peça fabricada com hastes compradas nesse fornecedor, em m^2, será de

Ⓐ $\frac{1}{2}$
Ⓑ $\frac{2}{3}$
Ⓒ 1
Ⓓ $\frac{3}{2}$
Ⓔ 2

Questão 30

(FGV_2017)

Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio.

Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é:

Ⓐ 430 m^2.
Ⓑ 440 m^2.
Ⓒ 460 m^2.
Ⓓ 470 m^2.
Ⓔ 450 m^2.

Questão 31

(ACAFE_2017)

Utilizando-se exatamente 1200 metros de arame, deseja-se cercar um terreno retangular de modo que a parte do fundo não seja cercada, pois ele faz divisa com um rio, e que a cerca tenha 4 fios paralelos de arame.

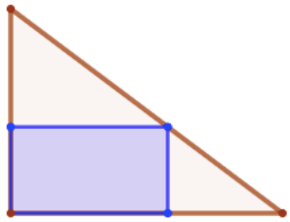
Nessas condições, para cercar a maior área possível do terreno com o arame disponível, os valores de x e y (em metros), respectivamente, são:

Ⓐ 100 e 100.
Ⓑ 50 e 200.
Ⓒ 125 e 50.
Ⓓ 75 e 150.

Questão 32

(Ronaebson)

Numa vidraçaria, há um pedaço de espelho com a forma de um triângulo retângulo, cujos catetos medem 30cm e 40cm. Quer-se, a partir dele, recortar um espelho retangular com a maior área possível. A fim de economizar corte, dois dos lados do retângulo estarão sobre os catetos do triângulo.



O perímetro do retângulo de área máxima é igual a

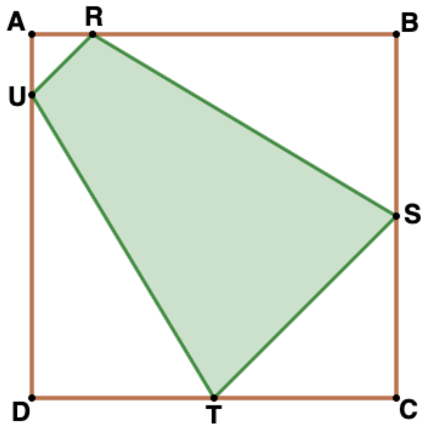
Ⓐ 35 cm.
Ⓑ 50 cm.
Ⓒ 60 cm.
Ⓓ 70 cm.
Ⓔ 300 cm.

Questão 33

(Ronaebson)

Dona Izabel tem um terreno quadrado ABCD de 20m de lado em frente a sua casa e pretende fazer um gramado na forma de um trapézio RSTU, com R, S, T e U pertencentes aos lados AB, BC, CD e DA, respectivamente, de modo que

$$CS = CT = 3AR = 3AU.$$



O valor máximo da área do gramado RSTU é de

Ⓐ 100 m^2.
Ⓑ 150 m^2.
Ⓒ 160 m^2.
Ⓓ 200 m^2.
Ⓔ 400 m^2.

Questão 34

(EPCAR_2021)

Considere todos os trapézios que podem ser formados com as medidas de base maior, base menor e altura iguais a 4c, 4 e (–2c+40), respectivamente, em uma mesma unidade de medida, sendo c um número real, de modo que o trapézio exista.
As áreas dos trapézios estão em função de c. De todos os trapézios que podem ser formados, apenas um tem a maior área A.

O valor de A, em unidade de área, é igual a

Ⓐ 441
Ⓑ 220,5
Ⓒ 110,25
Ⓓ 882

Questão 35

(IFSC_2017)

Pedro é pecuarista e, com o aumento da criação, ele terá que fazer um novo cercado para acomodar seus animais.

Sabendo-se que ele terá que utilizar 5 voltas de arame farpado e que o cercado tem forma retangular cujas dimensões são as raízes da equação $x^2 - 45x + 500 = 0$, qual a quantidade mínima de arame que Pedro terá que comprar para fazer esse cercado?

Ⓐ 545 m.
Ⓑ 225 m.
Ⓒ 200 m.
Ⓓ 500 m.
Ⓔ 450 m.

Questão 36

A concentração C, em partes por milhão (ppm) de certo medicamento na corrente sanguínea após t horas da sua ingestão é dada pela função polinomial $C(t) = -0{,}05t^2 + 2t + 25$. Nessa função, considera-se $t = 0$ o instante em que o paciente ingere a primeira dose do medicamento.

Álvaro é um paciente que está sendo tratado com esse medicamento e tomou a primeira dose às 11 horas da manhã de uma segunda-feira.

Se o médico deseja prescrever a segunda dose quando a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingir seu máximo valor, para que dia da semana e horário ele deverá prescrever a segunda dose?

Ⓐ 20h da segunda-feira
Ⓑ 23h da segunda-feira
Ⓒ 3h da terça-feira
Ⓓ 7h da terça-feira
Ⓔ 8h da quarta-feira

Questão 37

(UNUSINOS)

Os alunos de uma escola irão fretar um ônibus com 50 lugares para um passeio ao jardim zoológico. Cada aluno deverá pagar R$ 40,00, mais R$ 2,00 para cada lugar vago.
Para que quantidade de passageiros a empresa terá receita máxima?

Ⓐ 35.
Ⓑ 37.
Ⓒ 39.
Ⓓ 43.
Ⓔ 45.

Questão 38

(EFOMM)

De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L=R – C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu x peças e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 - 500x + 100$ e a receita representada por $R(x) = 2000x - x^2$.
Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.

Ⓐ 625
Ⓑ 781150
Ⓒ 1000
Ⓓ 250
Ⓔ 375

Questão 39

(Ronaebson)

Durante a pandemia no ano de 2020, uma escola de idiomas fez uma parceria com o governo do estado para promover um curso de inglês online acessível. A mensalidade do curso será de R$ 12,00 para alunos de escolas privadas e, entendendo as múltiplas dificuldades enfrentadas pelos alunos de escola pública naquele ano, o curso para esses alunos seria gratuito. Entretanto, para cada aluno de escola pública matriculado, o preço da mensalidade para alunos de instituições privadas aumentaria R$ 0,05.

Sabendo que foram ofertadas 1000 vagas, qual o número de alunos de escolas públicas deve se matricular para que a arrecadação seja máxima?

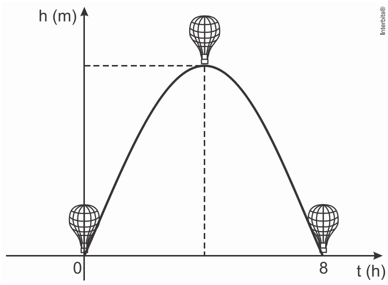
Ⓐ 0
Ⓑ 31
Ⓒ 380
Ⓓ 500
Ⓔ 620

Questão 40

(IFPE)

Um balão de ar quente sai do solo às 9h da manhã (origem do sistema cartesiano) e retorna ao solo 8 horas após sua saída, conforme demonstrado a seguir. A altura h, em metros, do balão, está em função do tempo t, em horas, através da fórmula

$$h(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 6t.$$



SILVA, Marcos Noé Pedro da. *Exercícios sobre gráfico da função de 2º grau*. Uol notícias. Disponível em: <https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-grafico-funcao-2-o-grau.htm>. Acesso: 03 out. 2018 (adaptado).

A altura máxima atingida pelo balão é de

- **A** 21m
- **B** 36 m
- **C** 8 m
- **D** 4 m
- **E** 12 m

Questão 41

(Ronaebson)

A Cafeína, uma cafeteria gourmet em João Pessoa, lançou o Condensado Gelado e já virou sensação para esse verão.

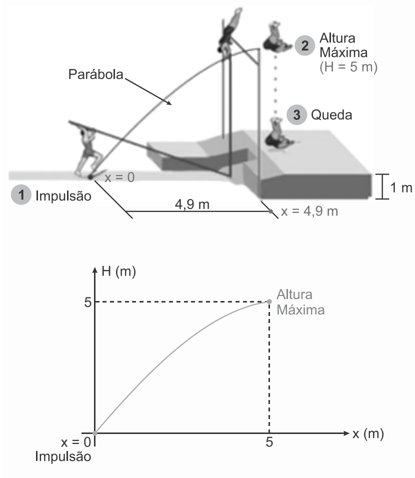
Os administradores fizeram um estudo de mercado e perceberam que vendendo a R$ 18,00 a unidade, eles conseguiam vender 120 desses produtos por semana. Além disso, também notaram que a cada R$ 0,60 de aumento, a cafeteria vendia 3 unidades a menos por semana.

Diante da análise feita, considerando apenas a venda do Condensado Gelado, receita máxima será

- **A** R$ 2205,00.
- **B** R$ 2197,80
- **C** R$ 2176,20.
- **D** R$ 2160,00.
- **E** R$ 2000,00.

Questão 42

No salto com vara, o atleta deve ultrapassar o sarrafo, colocado em determinada altura, tomando impulso suficiente e se elevando com a utilização de uma vara flexível.



(Adaptado do disponível em: <http://www.terra.com.br/esportes/infograficos>. Acesso em: 8 set. 2016)

Desde o momento da impulsão até o momento de altura máxima, o atleta desenvolve um deslocamento vertical *H* e horizontal *x* em forma de parábola:

$$H = ax^2 + bx + c.$$

O ponto x = 0 corresponde ao momento da impulsão; após atingir a altura máxima, o atleta cai verticalmente. O sarrafo está a 4,9 metros de altura; a altura máxima atingida pelo atleta é de 5 metros (*H = 5* é o ponto máximo da parábola) e está horizontalmente a 5 metros do ponto de impulsão.

Sabendo que a altura *H* foi medida considerando a parte mais baixa do corpo do atleta, a expressão que relaciona *H* com *x* é

- **A** $H = -0{,}2x^2 + 2x$
- **B** $H = -0{,}2x^2 + x + 5$
- **C** $H = -0{,}4x^2 + 3x$
- **D** $H = 0{,}2x^2 + x - 5$
- **E** $H = 0{,}4x^2 - 5$

Questão 43

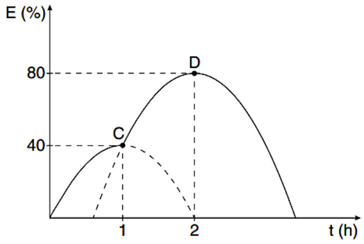
Considerando que, para um grupo fechado de 30 integrantes, um guia cobra R$ 12,00 por pessoa acrescidos de R$ 2,00 por cada desistência.

O número de integrantes que o grupo deve possuir para que o guia obtenha a receita máxima é

- **A** 12
- **B** 15
- **C** 18
- **D** 20
- **E** 30

Questão 44

Considere um determinado remédio A comumente usado no tratamento de cefaleia e de febre leve a moderada. Um jovem foi instruído por seu médico a tomar um determinado remédio B, com efeito similar ao do remédio A, em duas doses seguidas. A segunda dose deve ser aplicada com o intuito de reforçar a primeira. Para isso, ela deve ser aplicada no instante em que a primeira estiver com a sua eficiência máxima, antes que esta eficiência comece a ser reduzida. As curvas de eficiência das duas doses estão representadas pelas parábolas no gráfico a seguir, em que o eixo E representa a eficiência do remédio, em porcentagem, e o eixo t representa o tempo, em horas, decorrido desde a ingestão da primeira dose.



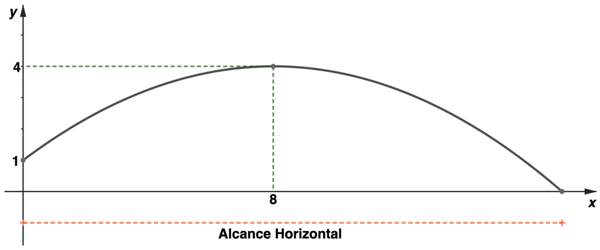
Sabendo que os pontos C e D são os vértices de cada parábola, a função do segundo grau que representa a parábola da segunda dose é

A) $E(t) = -40t^2 + 80t$
B) $E(t) = -80t^2 + 320t - 160$
C) $E(t) = -40t^2 + 160t - 80$
D) $E(t) = -40t^2 + 80t + 80$
E) $E(t) = -80t^2 + 120$

Questão 45

(Ronaebson)

Uma pedra é lançada a partir de uma altura de um metro em relação ao chão e descreve uma trajetória parabólica como descrita no gráfico a seguir.



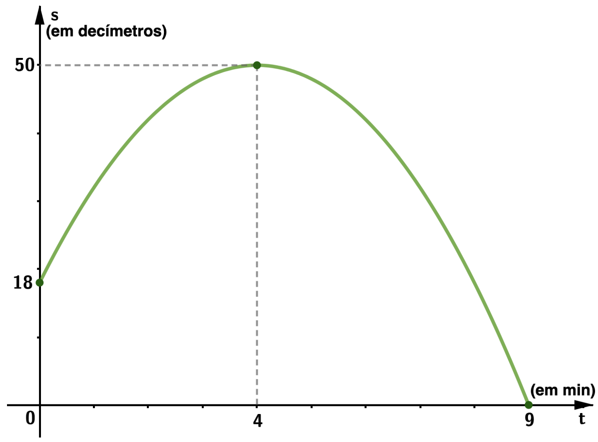
Dado que os eixos coordenados estão graduados em metro, temos que o alcance horizontal desse lançamento foi

A) $\frac{24+16\sqrt{3}}{3}$.
B) $\frac{24-16\sqrt{3}}{3}$.
C) $\frac{21+14\sqrt{3}}{3}$.
D) $\frac{8+16\sqrt{3}}{3}$.
E) $\frac{24+8\sqrt{3}}{3}$.

Questão 46

(Ronaebson)

Uma partícula descreve uma trajetória retilínea de modo que sua posição, em função do tempo t, em minutos, é dada pela parábola descrita no sistema cartesiano a seguir:



A distância total percorrida por essa partícula nos primeiros 8 minutos é igual a

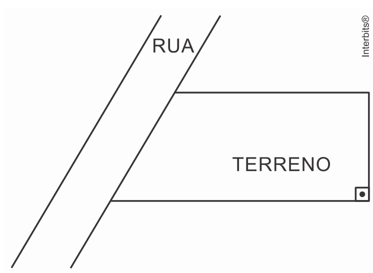
A) 18 dm.
B) 32 dm.
C) 36 dm.
D) 50 dm.
E) 64 dm.

Questão 47

(PUC)

Um terreno tem a forma de um trapezoidal retangular, como mostra a figura abaixo. Sabendo que a altura desse trapézio mede x e que as bases medem 20 m e 44 – 4x.

O valor de x, para que esse terreno tenha área máxima, é:



A) 4 m.
B) 5 m.
C) 6 m.
D) 7 m.
E) 8 m.

Questão 48

(FCMSCSP_2022)

O programa de sócio torcedor de uma agremiação esportiva cobra mensalidade de R$ 50,00 dos sócios. Atualmente, o programa conta com 600 sócios e a agremiação estima que a cada R$ 5,00 de aumento na mensalidade irá perder 8 sócios. Considerando apenas aumentos mensais de R$ 5,00, o maior faturamento mensal que esse programa de sócio torcedor pode gerar para a agremiação é de

Ⓐ R$ 72.240,00.
Ⓑ R$ 78.250,00.
Ⓒ R$ 80.420,00.
Ⓓ R$ 82.280,00.
Ⓔ R$ 86.420,00.

Questão 49

(PUC_2022)

A água esguichada de um bocal localizado a 4 metros de altura do chão descreve um arco de parábola, cujo vértice é o bocal. A corrente de água desce exatamente 1 metro verticalmente nos primeiros 10 metros de movimento horizontal.

Consideradas as condições descritas nesta questão, marque a única alternativa correta que indica a que distância horizontal a água atingirá o solo:

Ⓐ 19 metros.
Ⓑ 20 metros.
Ⓒ 21 metros.
Ⓓ 22 metros.

Questão 50

(UNISC_2022)

Os gafanhotos são conhecidos por serem capazes de ocasionar danos às plantações. O desmatamento promove uma redução do número de predadores naturais, permitindo o aumento de indivíduos, além das mudanças climáticas que provocam um aumento da temperatura, o que favorece a proliferação de insetos. Um gafanhoto, cuja característica marcante é a presença do último par de pernas alongado e adaptado para saltos, salta para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $h(x) = -3x^2 + 30x$, em que h(x) é a altura em centímetros e x é a distância horizontal alcançada, também em centímetros.

A altura máxima (em cm) atingida pelo gafanhoto no salto é

Ⓐ 55.
Ⓑ 25.
Ⓒ 100.
Ⓓ 75.
Ⓔ 50.

Questão 51

(FGV_2017)

O índice de Angstrom (IA), usado para alertas de risco de incêndio, é uma função da umidade relativa do ar (U), em porcentagem, e da temperatura do ar (T), em ºC. O índice é calculado pela fórmula

$$I_A = \frac{U}{20} + \frac{27 - T}{10},$$

e sua interpretação feita por meio da tabela a seguir.

	CONDIÇÃO DE OCORRÊNCIA DE INCÊNDIO
$I_A > 4$	*improvável*
$2{,}5 < I_A \leq 4$	*desfavorável*
$2 < I_A \leq 2{,}5$	*favorável*
$1 < I_A \leq 2$	*provável*
$I_A \leq 1$	*muito provável*

Tabela adaptada de www.daff.gov.za.

A temperatura T, em ºC, ao longo das 24 horas de um dia, variou de acordo com a função $T(x) = -0{,}2x^2 + 4{,}8x$, sendo x a hora do dia $(0 \leq x \leq 24)$. No horário da temperatura máxima desse dia, a umidade relativa do ar era de 35% (U=35).

De acordo com a interpretação do índice de Angstrom, nesse horário, a condição de ocorrência de incêndio era

Ⓐ improvável.
Ⓑ desfavorável.
Ⓒ favorável.
Ⓓ provável.
Ⓔ muito provável.

Questão 52

(IFBA_2017)

Durante as competições Olímpicas, um jogador de basquete lançou a bola para o alto em direção à cesta. A trajetória descrita pela bola pode ser representada por uma curva chamada parábola, que pode ser representada pela expressão:

$$h = -2x^2 + 8x$$

(onde “h” é a altura da bola e “x” é a distância percorrida pela bola, ambas em metros)

A partir dessas informações, encontre o valor da altura máxima alcançada pela bola:

Ⓐ 4 m.
Ⓑ 6 m.
Ⓒ 8 m.
Ⓓ 10 m.
Ⓔ 12 m.

Questão 53

(IFAL_2017)

A quantidade x de pessoas que assistem a um espetáculo teatral varia de acordo com o preço p, em reais, cobrado na entrada, conforme a expressão 100 – x.

Nessas condições, qual preço deve-se cobrar no espetáculo para que a renda seja máxima?

Ⓐ 30.
Ⓑ 40.
Ⓒ 50.
Ⓓ 60.
Ⓔ 70.

Questão 54

(UEMG)

O lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática L = R – C, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto.

Uma fábrica de tratores produziu n unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(n) = n^2 - 1000n$ e a receita representada por $R(n) = 5000n - 2n^2$.

Com base nas informações acima, a quantidade n de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo corresponde a um número do intervalo

Ⓐ 580 < n < 720.
Ⓑ 860 < n < 840.
Ⓒ 980 < n < 1300.
Ⓓ 1350 < n < 1800.

Questão 55

(ALBERT EINSTEIN_2022)

Com a aquisição de novas tecnologias, o lucro, L(x), de uma empresa, em milhões de reais, em função da quantidade x de equipamentos produzidos e vendidos, em milhares de unidades, passou de $L(x) = -x^2 + x + 4$ para $L^*(x) = -4x^2 + 4x + 4$. Se essa empresa sempre opera com produção e venda de equipamentos em níveis do maior lucro possível, então, as novas tecnologias adquiridas implicaram aumento no lucro de

Ⓐ R$ 450.000,00.
Ⓑ R$ 750.000,00.
Ⓒ R$ 500.000,00.
Ⓓ R$ 600.000,00.
Ⓔ R$ 700.000,00.

Questão 56

(CP2)

Uma empresa de turismo vende pacotes para cruzeiros marítimos ao preço de 2000,00. Em dezembro de 2014 foram vendidos 50 pacotes. Após análise, o gerente da empresa estimou que a cada R$ 100,00 de desconto no preço, conseguiria vender 10 pacotes a mais. Daí decidiu, a partir de janeiro, que o preço do pacote diminuiria R$ 100,00 a cada mês. Abaixo, uma tabela com a evolução do preço do pacote e do número de pacotes vendidos, em função do número de meses:

Número de meses	Preço do pacote	Número de pacotes
1	$2000 - 100 \cdot 1$	$50 + 10 \cdot 1$
2	$2000 - 100 \cdot 2$	$50 + 10 \cdot 2$
3	$2000 - 100 \cdot 3$	$50 + 10 \cdot 3$
...	...	...
x		

Sabe-se que em um determinado mês ‘x’, após a aplicação do desconto, o faturamento foi de R$ 136.000,00. Assinale a alternativa que apresenta uma equação do 2º grau que nos permite determinar em que mês ‘x’ esse faturamento ocorreu:

Ⓐ $x^2 + 10x - 50 = 136.$
Ⓑ $x^2 + 20x + 50 = 136.$
Ⓒ $-x^2 + 20x + 10 = 136.$
Ⓓ $-x^2 + 15x + 100 = 136.$

Questão 57

(UNIFOR_2023)

A contabilidade para empresas é um fator primordial para controlar o patrimônio, coletar dados para serem transformados estrategicamente em procedimentos e ações que direcionam a tomada de decisão do negócio, além de ser extremamente importante o fator de análise do lucro e prejuízo da empresa. Considere que, para fazer a contabilidade das empresas de seus clientes, o faturamento mensal de um contador era igual a R$ 16.000,00. Considere, ainda, que o valor cobrado pelo contador seja o mesmo para cada cliente; que esse contador tenha adquirido, após campanha de divulgação de seus serviços, 10 novos clientes e, dessa forma, mesmo dando um desconto de R$ 50,00 para cada cliente antigo e novo, o faturamento mensal tenha subido para R$ 18.900,00. Com base na situação descrita acima, é correto afirmar que, antes da referida campanha, o valor cobrado de cada cliente antigo era de

Ⓐ R$ 300.00.
Ⓑ R$ 450,00.
Ⓒ R$ 500,00.
Ⓓ R$ 560,00.
Ⓔ R$ 600,00.

Questão 58

(PUC)

Para abastecer seu estoque, um comerciante comprou um lote de camisetas ao custo de 16 reais a unidade. Sabe-se que em um mês, no qual vendeu (40 – x) unidades dessas camisetas ao preço unitário de x reais, o seu lucro foi máximo.

Assim sendo, pela venda de tais camisetas nesse mês, o percentual de aumento repassado aos clientes, calculado sobre o preço unitário que o comerciante pagou na compra do lote, foi de:

Ⓐ 80%.
Ⓑ 75%.
Ⓒ 60%.
Ⓓ 45%.

Questão 59

(UEG)

Um processo de produção é modelado pela seguinte função $f(t) = -\alpha t^2 + 160\alpha t$, em que t é a temperatura do processo em graus Celsius e α é uma constante positiva.

Para que se atinja o máximo da produção, a temperatura deve ser

Ⓐ – 40 ºC.
Ⓑ – 80 ºC.
Ⓒ 0 ºC.
Ⓓ 40 ºC.
Ⓔ 80 ºC.

Questão 60

(FAEM)

Suponha que, em janeiro de 2016, um economista tenha afirmado que o valor da dívida externa do Brasil era de 30 bilhões de reais. Nessa ocasião, ele também previu que, a partir de então, o valor da dívida poderia ser estimado pela lei $D(x) = -\frac{9}{2}x^2 + 18x + 30$ em que x é o número de anos contados a partir de janeiro de 2016 (x = 0).

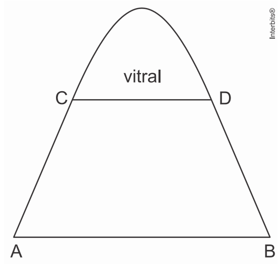
Se sua previsão for correta, o maior valor que a dívida atingirá, em bilhões de reais, e o ano em que isso ocorrerá, são, respectivamente,

Ⓐ 52 e 2020.
Ⓑ 52 e 2018.
Ⓒ 48 e 2020.
Ⓓ 48 e 2018.

Questão 61

(EXPCEX)

Um portal de igreja tem a forma de um arco de parábola, conforme figura abaixo. A medida da sua base AB é 4 m e da sua altura é 5 m. Um vitral foi colocado 3,2 m acima da base.



desenho ilustrativo - fora de escala

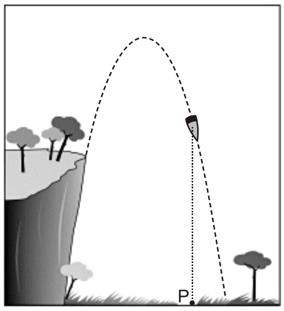
Qual a medida CD da base, em metros?

Ⓐ 1,44
Ⓑ 1,80
Ⓒ 2,40
Ⓓ 3,00
Ⓔ 3,10

Questão 62

(Fuvest)

A trajetória de um projétil, lançado da beira de um penhasco sobre um terreno plano e horizontal, é parte de uma parábola com eixo de simetria vertical, como ilustrado na figura abaixo.



O ponto P sobre o terreno, pé da perpendicular traçada a partir do ponto ocupado pelo projétil, percorre 30 m desde o instante do lançamento até o instante em que o projétil atinge o solo. A altura máxima do projétil, de 200 m acima do terreno, é atingida no instante em que a distância percorrida por P, a partir do instante do lançamento, é de 10m.

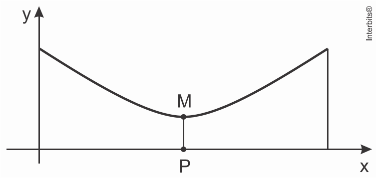
Quantos metros acima do terreno estava o projétil quando foi lançado?

Ⓐ 60
Ⓑ 90
Ⓒ 120
Ⓓ 150
Ⓔ 180

Questão 63

(PUC-MG)

Quando presa a duas paredes paralelas, certa rede toma a forma do gráfico da função $Y = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$, conforme indicado na figura.



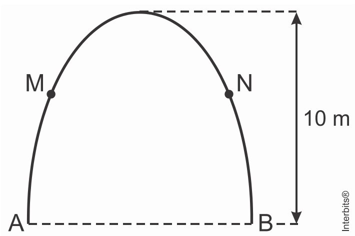
Considerando-se que o eixo x está no solo, é CORRETO afirmar que a distância entre o ponto mais baixo dessa rede e o solo (distância entre os pontos M e P, em unidades de comprimento, é igual a:

A) 1
B) $\sqrt{3}$
C) 2
D) $\sqrt{5}$

Questão 64

(ACAFE)

A figura abaixo representa um portal de entrada de uma cidade cuja forma e um arco de parábola.



A largura da base (AB) do portal e 8 metros e sua altura é de 10 metros. A largura MN, em metros, de um vitral colocado a 6,4 metros acima da base é:

A) 5,2.
B) 3,6.
C) 6,0.
D) 4,8.

Questão 65

(IFBA)

Jaime planta tomates em uma área de sua fazenda, e resolveu diminuir a quantidade Q (em mil litros) de agrotóxicos em suas plantações, usando a lei $Q(t) = 7 + t^2 - 5t$, onde t representa o tempo, em meses, contado a partir de t = 0.
Deste modo, é correto afirmar que a quantidade mínima de agrotóxicos usada foi atingida em:

A) 15 dias.
B) 1 mês e 15 dias.
C) 2 meses e 10 dias.
D) 2 meses e 15 dias.
E) 3 meses e 12 dias.

Questão 66

(IFPE)

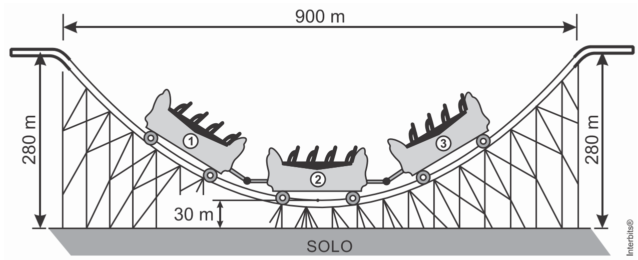
Estima-se que o número de clientes C(h) presentes em um supermercado, durante um domingo, das 6:00 até as 22:00, num horário h, é dado pela função $C(h) = -3h^2 + 84h - 132$ (Considere $6 \le h \le 22$. Determine o maior número de clientes presentes no supermercado.

A) 192
B) 64
C) 456
D) 132
E) 84

Questão 67

(EPCAR)

Uma das curvas radicais de uma montanha russa será construída de modo que, quando observada, perceba-se a forma de uma parábola como mostra a figura.
Será possível alcançar a maior altura, 280 m do solo, em dois pontos dessa curva, distantes 900 m um do outro, e a descida atingirá o ponto mais baixo da curva a 30 metros do solo, como se vê na figura.



A distância horizontal entre o centro da roda dianteira do carrinho 1 e o centro da roda traseira do carrinho 3 quando esses centros estiverem a 70m do solo, são

A) 200.
B) 250.
C) 360.
D) 400.

Questão 68

(PUC-MG)

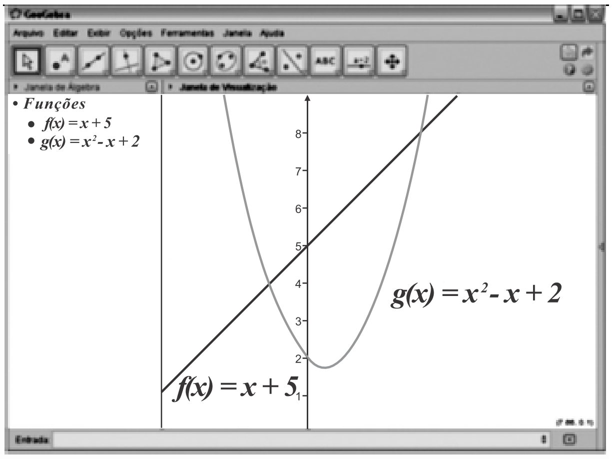
O transporte aéreo de pessoas entre as cidades de Belo Horizonte e Campinas é feito por uma única companhia em um único vôo diário. O avião utilizado tem 180 lugares, e o preço da passagem p relaciona-se com o número x de passageiros por dia pela equação $p(x) = 285 - 0{,}95x$.

Nessas condições, o número de passageiros que torna a receita máxima possível por viagem é:

A) 150.
B) 160.
C) 170.
D) 180.

Questão 69

(UEPA)



Construção dos gráficos das funções no Geogebra

A utilização de computadores como ferramentas auxiliares na produção de conhecimento escolar tem sido uma realidade em muitas escolas brasileiras. O **GeoGebra** é um software educacional utilizado no ensino de Matemática (geometria dinâmica). Na ilustração acima se tem a representação dos gráficos de duas funções reais a valores reais, definidas por

$$g(x) = x^2 - x + 2 \ \ e \ \ f(x) = x + 5.$$

Fonte: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula-53900

Nestas condições, a soma das ordenadas dos pontos de interseção dos gráficos que representam as duas funções polinomiais acima ilustradas é:

Ⓐ 2
Ⓑ 5
Ⓒ 7
Ⓓ 11
Ⓔ 12

Questão 70

(EXPCEX)

Um fabricante de poltronas pode produzir cada peça ao custo de R$ 300,00. Se cada uma for vendida por x reais, este fabricante venderá por mês (600 – x) unidades, em que $0 \le x \le 600$.

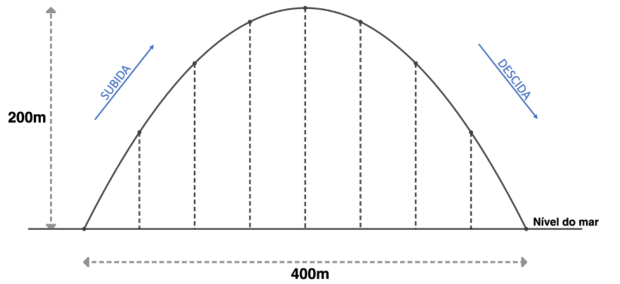
Assinale a alternativa que representa o número de unidades vendidas mensalmente que corresponde ao lucro máximo.

Ⓐ 150
Ⓑ 250
Ⓒ 350
Ⓓ 450
Ⓔ 550

Questão 71

(Ronaebson)

Dois alpinistas iniciantes irão escalar uma montanha em que o trajeto indicado para subida e descida tem a forma de um arco de parábola, como descrito na figura a seguir.



Sabe-se que a largura total da montanha é de 400m e que altura máxima a ser atingida pelo alpinista quando ele chegar ao topo da montanha é de 200m.

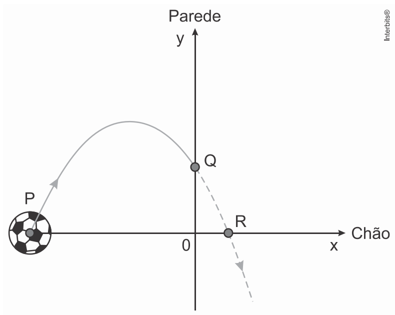
Em dado momento da escalada, os dois alpinistas estão a 150m de altitude, sendo que um deles está subindo e o outro está descendo. Qual a distância (horizontal) entre estes dois alpinistas nesse momento?

Ⓐ 87,5m
Ⓑ 100m
Ⓒ 150m
Ⓓ 187,5m
Ⓔ 200m

Questão 72

(FAMEMA)

A figura representa, no plano cartesiano, a trajetória de uma bola que foi chutada a partir do ponto P(-5, 0), localizado no chão, e seguiu em trajetória parabólica até bater na parede, no ponto Q(0, 2). Se não houvesse parede, a bola seguiria sua trajetória até o ponto R(1, 0), no chão.



Admitindo-se que a trajetória descrita pela bola é modelada pela função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, então $a + b + c$ é igual a

Ⓐ 0.
Ⓑ 1.
Ⓒ 0,5.
Ⓓ 1,5.
Ⓔ –0,5.

Questão 73

(Ronaebson)

Uma startup de educação lançou um novo produto digital no mercado que atende a demanda de municípios e estados. Ao lançar sua tabela de preços para prefeitos, governadores e secretários de educação, instituiu que para 500 assinaturas compradas o valor de cada assinatura seria de R$ 240,00 e, para cada novas 25 assinaturas, seria descontado R$ 5,00 do valor de cada assinatura. Além disso, esse pacote de preços só seria válido para no máximo 1250 alunos.

O valor máximo que um pedido desse produto digital dentro desse pacote pode atingir é

Ⓐ R$ 120.000,00.
Ⓑ R$ 140.000,00.
Ⓒ R$ 144.500,00.
Ⓓ R$ 150.000,00.
Ⓔ R$ 152.600,00.

Questão 74

(UNIFOR_2023)

Um professor de Matemática que planejou uma viagem para participar de um Congresso Internacional de Matemáticos numa determinada cidade, onde há um hotel com acomodações A e B. Ele pagou antecipadamente x reais pelas diárias na acomodação A, que cobrava R$ 110,00 por dia. Ao chegar no hotel, ele optou pela acomodação B, que cobrava R$ 100,00 pela diária, pois percebeu que, assim, ele poderia ficar mais 2 dias hospedados neste hotel. Sabendo que, além dos x reais já pagos, ele ainda gastou R$ 150,00 por dia com alimentação e que não houve outras despesas, a quantia que esse professor gastou nesse hotel é um número compreendido entre

Ⓐ 2.100 e 2.400.
Ⓑ 2.400 e 3.900.
Ⓒ 3.900 e 4.500.
Ⓓ 4.500 e 5.300.
Ⓔ 5.300 e 5.900.

Questão 75

(PUCRS_2022)

Uma indústria que produz um tipo de lâmpada tem lucro mensal, em milhares de reais, dado por $L(x) = -x^2 + Dx + E$, em que x é a quantidade vendida desse tipo de lâmpada em milhares de unidades. Sabendo que a indústria tem lucro apenas quando vende entre 4 mil e 10 mil unidades, e prejuízo na venda de outras quantidades, qual é o lucro máximo mensal?

Ⓐ 5.000,00
Ⓑ 6.500,00
Ⓒ 7.000,00
Ⓓ 9.000,00

Questão 76

(FUVEST_2022)

Os funcionários de um salão de beleza compraram um presente no valor de R$ 200,00 para a recepcionista do estabelecimento. No momento da divisão igualitária do valor, dois deles desistiram de participar e, por causa disso, cada pessoa que ficou no grupo precisou pagar R$ 5,00 a mais que a quantia originalmente prevista. O valor pago por pessoa que permaneceu na divisão do custo do presente foi:

Ⓐ R$ 10,00
Ⓑ R$ 15,00
Ⓒ R$ 20,00
Ⓓ R$ 25,00
Ⓔ R$ 40,00

Questão 77

(UECE)

Um objeto é lançado verticalmente, para cima, de forma que a altura alcançada h, medida em metros, e o tempo decorrido após o lançamento t, medido em segundos, estão relacionados pela equação $h - 120t + 5t^2 = 0$.

Considerando h = 0 e t = 0 no instante do lançamento, então o tempo decorrido desde o lançamento até alcançar a altura máxima, e a altura máxima atingida são respectivamente

Ⓐ 10 seg e 700m.
Ⓑ 12 seg e 720m.
Ⓒ 12 seg e 800m.
Ⓓ 10 seg e 820m.

Questão 78

(UFJF_2021)

A glicemia de um paciente (concentração de glicose no sangue), medida em mg/dL, varia de acordo com a função

$$G(t) = \begin{cases} f(t), \text{ caso } 0 \le t < 3 \\ h(t), \text{ caso } 3 \le t \le 6 \end{cases}$$

onde $f(t) = 126 - 10 \cdot (t-2)^2$, $h(t) = 106 + 10 \cdot (t-4)^2$ e t é o tempo transcorrido em dias, imediatamente após a suspensão do uso de um medicamento até o final do sexto dia. Os valores de glicemia considerados normais estão entre 70 e 99mg/dL. Valores superiores a 125 mg/dL são diagnosticados como diabetes.

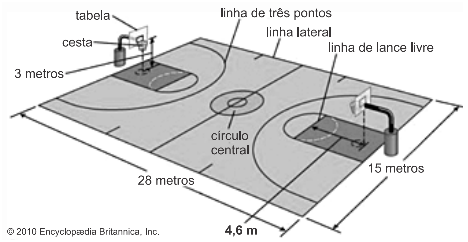
Considerando o período de tempo supracitado, quantas vezes a glicemia foi igual a 120 mg/dL?

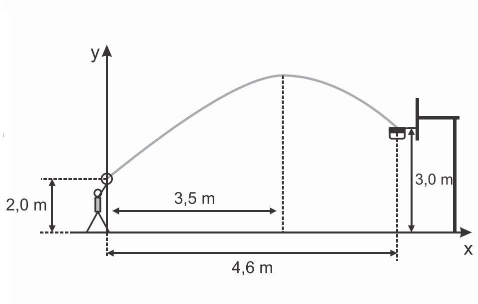
Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 4
Ⓔ 5

Questão 79

(IFSUL)

No lançamento de uma bola de basquete, a trajetória é parabólica. Considere o arremesso de um lance livre, conforme figuras abaixo:





Qual a função que descreve a trajetória da bola?

Ⓐ $y = \dfrac{-x^2}{11{,}04} + \dfrac{7x}{11{,}04} + 2$

Ⓑ $y = \dfrac{-x^2}{10{,}02} + \dfrac{4x}{10{,}02} + 2$

Ⓒ $y = \dfrac{-x^2}{6{,}25} + \dfrac{2x}{6{,}25}$

Ⓓ $y = \dfrac{-x^2}{3} + \dfrac{4x}{3} + 2$

Questão 80

(FGV)

O número de turistas x que comparecem diariamente para um passeio de barco, relaciona-se com o preço p em reais cobrado por pessoa através da relação

$$p = 300 - 2x.$$

Se o barco tiver 100 lugares, qual a receita máxima que pode ser obtida por dia?

Ⓐ R$ 10.000,00
Ⓑ R$ 11.500,00
Ⓒ R$ 10.750,00
Ⓓ R$ 11.000,00
Ⓔ R$ 11.250,00

Questão 81

(IFPE_2020)

Na tentativa de incentivar os alunos da Educação de Jovens e Adultos do Ensino Fundamental II, a Coordenação criou uma gincana em que os estudantes respondiam a perguntas sobre vários assuntos. Numa dessas rodadas da gincana, o professor de Matemática propôs a seguinte pergunta:

"Ao quadrado de um número x, você adiciona 7 e obtém sete vezes o número x, menos 3. Quais são as raízes dessa equação?"

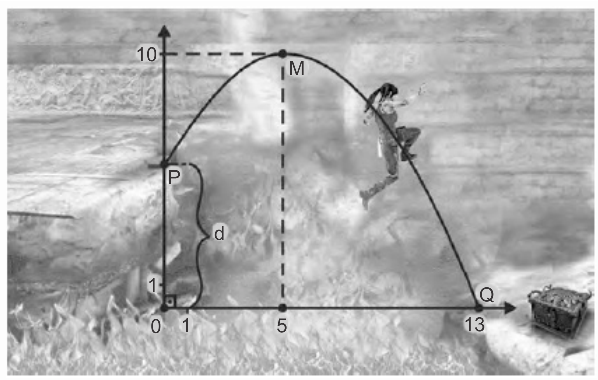
A resposta CORRETA desse problema é

Ⓐ 2 e -5
Ⓑ -2 e -5
Ⓒ -2 e 5
Ⓓ 2 e 5
Ⓔ a equação não tem raiz real

Questão 82

(UEL_2022)

Lara Croft – a famosa personagem feminina da indústria dos *games* – é uma arqueóloga que explora tumbas, templos e campos. Em uma de suas missões, para abrir a Caixa de Pandora, realiza um salto entre dois rochedos, com desnível d, separados por um poço em chamas. Ao chegar do outro lado, observa que a Caixa de Pandora está protegida por um encantamento que somente cessa ao se conhecer o valor de d. Para ajudá-la, saiba que o salto coincide com um trecho de parábola, no plano cartesiano, que passa por três pontos: $P = (0, d)$, $M = (5, 10)$ e $Q = (13, 0)$, onde P marca o início do salto, M é o vértice da parábola, e Q delimita o final do trecho, conforme a figura.



Com base no texto e na figura, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor do desnível d.

Ⓐ 191/32
Ⓑ 192/32
Ⓒ 193/32
Ⓓ 194/32
Ⓔ 195/32

Questão 83

(UECE_2023)

No sistema usual de coordenadas cartesianas, o gráfico da função quadrática f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas. Se o valor máximo que f assume é igual a 16 e se a distância entre os pontos de cruzamento do gráfico de f com o eixo das abscissas é igual a 8, então a expressão algébrica da função f é

A) $f(x) = -x^2 + 4x + 16$.
B) $f(x) = -2x^2 + 2x + 16$.
C) $f(x) = -x^2 + 16$.
D) $f(x) = -2x^2 + 16$.

Questão 84

(FEMPAR_2023)

Uma confecção produz calças jeans e conclui que a quantidade Q de unidades vendidas mensalmente depende do preço p cobrado por unidade conforme a função $Q(p) = 200 - p$.
O custo de produção mensal dessas calças é composto por um valor fixo de R$ 400 acrescido de R$ 25 por unidade produzida, ou seja:

$$C(p) = 400 + 25 \cdot Q(p)$$

Para calcular o valor A arrecadado no mês com as vendas, multiplica-se o preço unitário p pela quantidade Q de unidades vendidas no período.
O lucro mensal L apurado no mês é dado pela diferença entre a arrecadação A e o custo C.

Em um mês em que forem vendidas 150 unidades, o lucro será de

A) R$ 3000,00.
B) R$ 3050,00.
C) R$ 3150,00.
D) R$ 3250,00.
E) R$ 3350,00.

Questão 85

(UECE_2022)

A comissão de Formatura do Curso de Matemática contratou junto à empresa AIR.BR um avião para transportar um grupo de concludentes, nos seguintes termos:

I. O avião disponibiliza 90 assentos;
II. para cada assento ocupado, a empresa recebe R$ 900,00 fixos mais um valor variável v;
III. o valor variável v é igual a $n \cdot$ R$50,00, onde n é o número de assentos desocupados

Nessas condições, a maior receita que a empresa poderá obter está entre

A) R$ 140.000,00 e R$ 150.000,00.
B) R$ 170.000,00 e R$ 180.000,00.
C) R$ 150.000,00 e R$ 160.000,00.
D) R$ 160.000,00 e R$ 170.000,00.

Questão 86

(UECE_2022)

A trajetória, em um plano, de um projétil lançado do solo fazendo um ângulo α, $0 < \alpha < 90^o$, com a direção horizontal é uma parábola. Se a trajetória de um determinado projétil pode ser descrita matematicamente pela equação $y = 0{,}2x - 0{,}000625x^2$, na qual y indica a altura, em unidades de comprimento (u.c.), alcançada pelo projétil desde seu lançamento até o ponto de retorno ao solo, pode-se afirmar corretamente que a altura máxima atingida pelo projétil, em u.c., é igual a

A) 16.
B) 32.
C) 22.
D) 28.

Questão 87

(UNISC_2022)

Os gafanhotos são conhecidos por serem capazes de ocasionar danos às plantações. O desmatamento promove uma redução do número de predadores naturais, permitindo o aumento de indivíduos, além das mudanças climáticas que provocam um aumento da temperatura, o que favorece a proliferação de insetos. Um gafanhoto, cuja característica marcante é a presença do último par de pernas alongado e adaptado para saltos, salta para o alto, percorrendo uma trajetória descrita por $h(x) = -3x^2 + 30x$, em que h(x) é a altura em centímetros e x é a distância horizontal alcançada, também em centímetros. A altura máxima (em cm) atingida pelo gafanhoto no salto é:

A) 55
B) 25
C) 100
D) 75
E) 50

Questão 88

(FGV_2022)

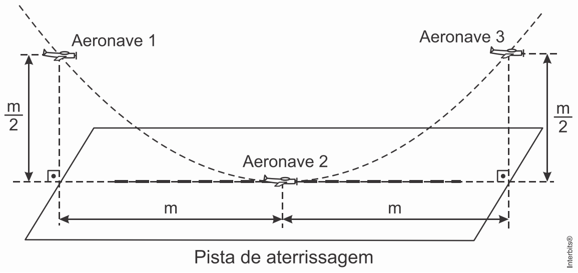
Um novo produto será lançado e uma campanha de telemarketing será contratada por 30 dias com a meta de vender 100 unidades desse produto no primeiro dia e a cada dia seguinte vender 8 unidades a mais do que no dia anterior. Foi definido pela campanha que o preço unitário em reais desse produto no dia d, com $1 \leq d \leq 30$, será calculado pela função $p(d) = \dfrac{d \cdot n(d)}{400} + 50$, em que n(d) é o número de produtos que se espera vender no dia d, de acordo com a meta. O total arrecadado pela campanha no dia em que o preço desse produto teve o menor valor foi

A) R$ 5.000,00.
B) R$ 5.025,00.
C) R$ 5.075,00.
D) R$ 5.125,00.
E) R$ 5.150,00.

Questão 89

(EPCAR_2022)

Em um exercício de aperfeiçoamento de Cadetes da Força Aérea Brasileira, três aeronaves estão posicionadas como indicado na figura a seguir.



Em certo momento, as aeronaves 1, 2 e 3 são vistas de um determinado ponto, seguindo uma trajetória de voo sobre a curva de uma parábola, sendo dadas suas distâncias de referência como a da figura.

Considere um plano cartesiano em que:

- as aeronaves 1, 2 e 3 estão sobre a trajetória de uma única parábola;
- a pista de aterrissagem está no eixo das abscissas;
- a posição de cada aeronave é um ponto (x, y) desse plano, onde $y = f(x)$ é a altura atingida pela aeronave, em km, em relação ao chão; e
- o eixo das ordenadas passa pela aeronave 1.

A lei da função f que satisfaz as condições estabelecidas na figura é

Ⓐ $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x-m)^2$
Ⓑ $f(x) = \left(\frac{1}{m}\right)(x+m)^2$
Ⓒ $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)(x-2m)^2$
Ⓓ $f(x) = \left(\frac{1}{2m}\right)x^2$

Questão 90

(Ronaebson)

Pequenos chiqueiros são construídos numa fazenda para criação de porcos. Esses chiqueiros têm formato de prismas reto-retangulares cujas paredes são de madeira, conforme ilustração a seguir.

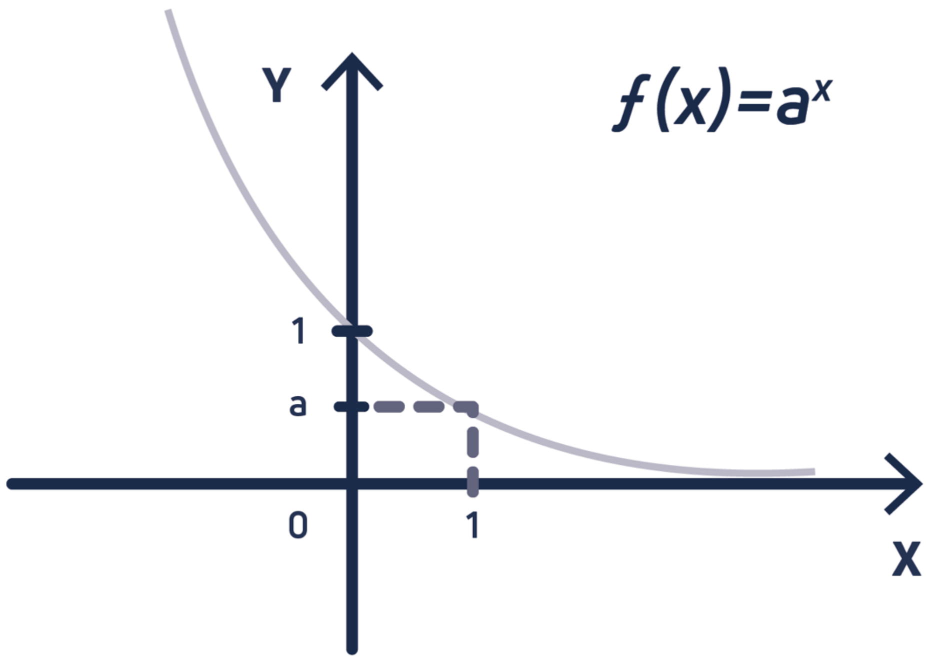
Sabe-se que cada chiqueiro construído deve ter 80 metros lineares de perímetro.

Quais devem ser as dimensões, largura e comprimento, respectivamente, em metro, desse chiqueiro para que ele tenha a área máxima?

Ⓐ 10 e 10
Ⓑ 15 e 25
Ⓒ 16 e 24
Ⓓ 20 e 20
Ⓔ 40 e 40

Gabarito _ Função Quadrática			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	A	46	E
02	D	47	E
03	E	48	A
04	A	49	B
05	D	50	D
06	B	51	D
07	C	52	C
08	C	53	C
09	A	54	C
10	B	55	B
11	D	56	D
12	C	57	C
13	D	58	B
14	D	59	E
15	A	60	D
16	D	61	C
17	D	62	D
18	D	63	A
19	E	64	D
20	D	65	D
21	C	66	C
22	D	67	C
23	B	68	A
24	A	69	E
25	D	70	A
26	A	71	E
27	C	72	A
28	B	73	C
29	D	74	E
30	E	75	D
31	D	76	D
32	D	77	B
33	D	78	C
34	A	79	A
35	E	80	E
36	D	81	D
37	A	82	E
38	A	83	C
39	C	84	E
40	E	85	A
41	A	86	A
42	A	87	D
43	C	88	B
44	C	89	A
45	A	90	D

FUNÇÃO EXPONENCIAL



RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

Potenciação

Dados um número real a e um número natural n, chama-se ***potência de base a*** e ***expoente n*** o número $\boldsymbol{a^n}$, que é igual ao produto de n fatores iguais a a.

$$\boldsymbol{a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ fatores}}$$

Vejamos alguns exemplos:

a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
b) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$
c) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$
d) $-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$

Observe que quando temos base negativa elevada a um expoente par, o resultado é positivo, entretanto, se o expoente for ímpar, o resultado da potência será negativo.

Problema 01: Numa estrada, encontrei sete mulheres.
Cada mulher tinha sete sacos,
cada saco tinha sete gatos,
Cada gato tinha sete gatinhos.
Quantos gatinhos encontrei na estrada?

Solução:

O número de gatinhos é

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401.$$

É importante lembrar que para o cálculo de algumas potências, o processo se torna muito mais simples com o auxílio de algumas propriedades, desse modo, dados os números reais a e b, os inteiros m e n e obedecidas as condições para que existam as potências, temos:

i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

iv) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

v) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

vi) $a^0 = 1, com\ a \neq 0$

vii) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

viii) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

ix) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Potências de 10

Uma potência de dez é qualquer número escrito na forma 10^n, com n inteiro.

$$\underbrace{10}_{base\ 10}{}^{\overbrace{n}^{expoente}}$$

Para $n=0$ temos:

$$10^0 = 1$$

Para n positivo temos:

$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$
$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$
$$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$$

$$10^5 = 1\overbrace{00000}^{cinco\ zeros}$$

Observe que o expoente indica a quantidade de zeros.

Para n negativo temos:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$
$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$$

$$10^{-5} = 0{,}\overbrace{00001}^{cinco\ casas}$$

Observe que o expoente indica a quantidade de casas a direita da vírgula, incluindo o 1.

Problema 02: Calebe está em busca de uma calculadora para determinar o valor do número N dado por $\boldsymbol{N = 3 \cdot 8^8 \cdot 5^{20}}$. Dessa forma, qual deve ser a capacidade mínima de dígitos do visor para que possa visualizar todos os algarismos do número N após efetuar as operações indicadas?

Solução:

$$N = 3 \cdot 8^8 \cdot 5^{20} = 3 \cdot (2^3)^8 \cdot 5^{20} = 3 \cdot 2^{24} \cdot 5^{20}$$

$$N = 3 \cdot 2^4 \cdot 2^{20} \cdot 5^{20} = 3 \cdot 2^4 \cdot (2 \cdot 5)^{20}$$
$$N = 48 \cdot 10^{20} = 48\,\underbrace{000 \ldots 000}_{20\ zeros}$$

Assim, a capacidade mínima de dígitos que o visor da calculadora deve ter para que possa visualizar todos os dígitos de N é 22.

Nome	Símbolo	Fator pelo qual a unidade é multiplicada
tera	T	$10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$
giga	G	$10^{9} = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^{6} = 1\,000\,000$
quilo	k	$10^{3} = 1\,000$
hecto	h	$10^{2} = 100$
deca	da	$10 = 10$
deci	d	$10^{-1} = 0{,}1$
centi	c	$10^{-2} = 0{,}01$
mili	m	$10^{-3} = 0{,}001$
micro	µ	$10^{-6} = 0{,}000\,001$
nano	η	$10^{-9} = 0{,}000\,000\,001$
pico	ρ	$10^{-12} = 0{,}000\,000\,000\,001$

Google

O Google surgiu no ano de 1998, como uma empresa privada, e com a missão de organizar a informação mundial e torná-la universalmente acessível e útil.
O termo Google tem origem na matemática, google vem de googol (gugol) em 1938, quando o matemático norte-americano Eduardo Kasner, pediu ao seu sobrinho que desse um nome a um número muito grande, que consistia do algarismo 1 seguido de 100 zeros, ou seja, que é o número 10^{100}. Mais tarde, o mesmo matemático criou um número que apelidou de gugolplex, que consistia em 10 elevado a um gugol. O googol (gugol) não tem qualquer utilidade, a não ser para explicar a diferença entre um número imenso e o infinito, e devido à sua magnitude, os fundadores da empresa Google resolveram adaptar o termo para dar o nome a sua empresa.

Adaptado disponível em http://www.significados.com.br/google/ Acesso em 20 fev 2015.

Notação Científica

De modo geral, os números que fazem parte do nosso dia a dia expressam grandezas como custo de uma feira, duração de um seriado, preço de um produto, temperatura corporal, etc. Esses números, por serem representados com poucos algarismos, não apresentam grande dificuldade de compreensão. Entretanto, no universo científico, quando passeamos desde o mundo subatômico aos superaglomerados de galáxias, encontramos números "minúsculos" ou "gigantescos" em relação aos que estamos acostumados.

Por exemplo:

- Massa aproximada de um elétron:

  0,000000000000000000000000000911 g
- Massa aproximada da Terra

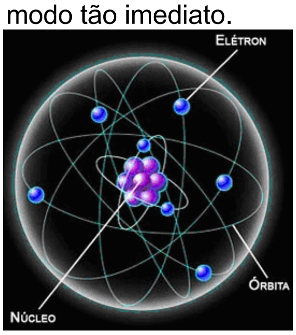
  5970000000000000000000000 kg
- 1 mol de átomos

  602000000000000000000000 átomos
- Raio médio de um átomo de hidrogênio

  0,00000005 mm
- Velocidade da luz

  300000 km/s

A dificuldade em trabalhar com esses números, seja para escrever ou até mesmo compreendê-los, levou os cientistas a estabelecer uma notação simplificada para representá-los, a *notação científica*. Ela nos permite escrever números usando potências de base 10, sendo sua principal utilidade a de fornecer, em um relance, a ideia da ordem de grandeza de um número que, se fosse escrito por extenso, não daria essa informação de modo tão imediato.



Um número real está expresso em notação científica quando ele for escrito como um produto de dois números reais: sendo um número real pertencente ao intervalo [1, 10[e uma potência de 10, ou seja, quando ele for representado na forma

$$\boldsymbol{\alpha \cdot 10^n}$$

em que $1 \leq \alpha < 10$ e n é um número inteiro.

Assim, se quisermos escrever a distância do Sol a Júpiter, que é de 778 300 000 km, em notação científica, temos

$$778\,300\,000\ km = 7{,}783 \cdot 10^8\ km.$$

Já se quisermos a massa de um átomo de oxigênio em notação científica, teremos

$$0{,}0000000000000000000000027\ g = 2{,}7 \cdot 10^{-23} g$$

Agora volte aos dados dos exemplos citados anteriormente e converta-os para a forma de notação científica.

Por exemplo:

- ☞ Massa aproximada de um elétron:

  ____

- ☞ Massa aproximada da Terra:

  ____

- ☞ 1 mol de átomos:

  ____

- ☞ Raio médio de um átomo de hidrogênio:

  ____

- ☞ Velocidade da luz:

  ____

Problema 03: Um ano-luz expressa a distância percorrida pela luz em um ano, o que equivale a

$$\mathbf{9\,600\,000\,000\,000}\ \boldsymbol{km}.$$

Represente essa distância (em *km*) em notação científica.

Solução:

$$\mathbf{9\,600\,000\,000\,000} = 9{,}6 \cdot 10^{12}$$

Problema 04: O coração de um ser humano adulto em repouso bombeia, em média, $\mathbf{5 \cdot 10^3}$ mL de sangue por minuto. Supondo uma pessoa adulta em repouso, determinar o volume médio de sangue, em mililitro, bombeado por seu coração em 30 dias.

Solução:

O volume médio de sangue bombeado pelo coração da pessoa em 30 dias será

$$30 \times 24 \times 60 \times 5000 = 216\,000\,000$$
$$2{,}16 \cdot 10^8\ militros.$$

Problema 05: Em muitas situações, ao realizarmos contagens, contamos unidades em agrupamentos que têm denominações especiais. Por exemplo, em vez de dizer 12 ovos, dizemos 1 dúzia de ovos; em vez de dizer 100 anos, dizemos 1 século; em vez de dizer 1000 metros, dizemos 1 quilômetro etc. Do mesmo modo, na contagem de átomos, elétrons, moléculas, entre outros elementos, é comum usarmos um agrupamento de $\mathbf{6,02 \cdot 10^{23}}$ unidades como uma grandeza denominada mol. Assim:

- $\mathbf{6,02 \cdot 10^{23}}$ átomos = 1 mol de átomos;
- $\mathbf{6,02 \cdot 10^{23}}$ elétrons = 1 mol de elétrons;
- $\mathbf{6,02 \cdot 10^{23}}$ moléculas = 1 mol de moléculas.

[Nota: O número $\mathbf{6,02 \cdot 10^{23}}$ é dito constante de Avogadro, em homenagem ao físico Lorenzo Romano Amedeo Carlos Avogadro (1776-1856)].

Tendo por base esse conceito, resolva o problema a seguir.

Um cubo maciço de alumínio com *x* cm de aresta é formado por $\mathbf{4,816 \cdot 10^{24}}$ átomos. Quantos moles de átomos formam um cubo maciço de alumínio com *2x* cm de aresta?

Solução:

Dado que $x\ cm$ é aresta do cubo, seu volume é $x^3\ cm^3$ e, para esse volume, o número de átomos $4{,}816 \cdot 10^{24}$.

Se o cubo tem aresta $2x\ cm$, então seu volume é $(2x)^3 = 8x^3\ cm^3$, logo, o número de átomos será 8 vezes maior que o número de átomos presentes no primeiro cubo. Assim, esse número é

$$8 \times 4{,}816 \cdot 10^{24}.$$

Portanto, o número de moles de átomos que formam um cubo maciço de alumínio de aresta $2x\ cm$ é

$$\frac{8 \times 4{,}816 \cdot 10^{24}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 64.$$

Problema 06 (UFPI): A nossa galáxia, a Via Láctea, contém cerca de 400 bilhões de estrelas. Suponha que 0,05% dessas estrelas possuam um sistema planetário onde exista um planeta semelhante à Terra. Qual o número de planetas semelhantes à Terra na Via Láctea? (Represente esse valor em notação científica.)

Solução:

O número de planetas semelhantes à Terra na Via Láctea é

$$\frac{0{,}05}{100} \times 400\,000\,000\,000 = 200\,000\,000,$$

ou seja, 200 mil planetas, que, em notação científica, representamos por $2 \cdot 10^8$.

Ordem de Grandeza

Em nosso cotidiano é muito comum não conhecermos o valor exato de certa grandeza. Considere os seguintes exemplos:
1) É possível conhecer exatamente qual é a população do Brasil neste momento?
2) Uma pessoa resolve construir uma casa. É possível, no início da construção, saber exatamente quanto vai custar a obra?
Os dois exemplos acima mostram que, em nossa vida diária, frequentemente é impossível conhecer o valor exato de uma grandeza. Porém, é importante ter uma estimativa do seu valor. Este é o objetivo do estudo deste assunto. Não esqueça, quando nos deparamos com um problema envolvendo ordem de grandeza faça sempre cálculos (ou avaliações) aproximados.

No sistema de numeração decimal, as ordens são potências de 10.

Na parte inteira de um número, temos a *ordem* das:

- unidades: $10^0 = 1$
- dezenas: $10^1 = 10$
- centenas: $10^2 = 100$
- unidades de milhar: $10^3 = 1000$
- dezenas de milhar: $10^4 = 10000$

...

Na parte decimal de um número, temos a *ordem* dos:

- décimos: $10^{-1} = 0{,}1$
- centésimos: $10^{-2} = 0{,}01$
- milésimos: $10^{-3} = 0{,}001$
- décimos de milésimos: $10^{-4} = 0{,}0001$

...

Dessa forma, chamamos de ordem de grandeza de uma medida à ordem do sistema decimal (potência de 10) mais próxima dessa medida.

Assim, a ordem de grandeza do número 15 é 10 elevado a um, porque 15 está mais próximo de 10 elevado a um do que 10 elevado a dois. A ordem de grandeza do número 89 é 10 elevado a dois, porque 89 está mais próximo de 10 elevado a dois do que 10 elevado a um. A ordem de grandeza do número 2 é 10 elevado a zero, porque 2 está mais próximo de 10 elevado a zero do que 10 elevado a um.
Vejamos mais alguns exemplos:

1203 ⇝ ordem de grandeza = 10^3.
96 ⇝ ordem de grandeza = 10^2.
$0{,}002$ ⇝ ordem de grandeza = 10^{-3}.
$8{,}3 \cdot 10^4$ ⇝ ordem de grandeza = 10^5.
$2{,}3 \cdot 10^6$ ⇝ ordem de grandeza = 10^6.
$7{,}2 \cdot 10^{-3}$ ⇝ ordem de grandeza = 10^{-2}.
$1{,}4 \cdot 10^{-7}$ ⇝ ordem de grandeza = 10^{-7}.

Vamos agora estabelecer uma regra para o cálculo de uma ordem de grandeza de um número.

1° Passo: Escreva o número em notação científica, isto é, na forma

$$\boldsymbol{\alpha \cdot 10^n}.$$

2° Passo: Uma vez escrito na forma de notação científica, temos duas possibilidades para a ordem de grandeza dele.

- Se $1 \le \alpha < \sqrt{10} \approx 3{,}16$, a ordem de grandeza será 10^n.
- Se $3{,}16 \approx \sqrt{10} \le \alpha < 10$, a ordem de grandeza será 10^{n+1}.

Problema 07: Se um ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano, qual é a ordem de grandeza da distância, em metros, percorrida pela luz em 5 anos, considerando um ano de 365 dias e a velocidade da luz igual a 300000 km/s?

Solução:

A distância percorrida pela luz, em metros, em 5 anos é dada por

$$5 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 300\,000\,000\ m$$

$$47304 \times 10^{12} = 4{,}7304 \times 10^{16}\ m.$$

Assim, a ordem de grandeza referente a essa distância é 10^{17}.

Problema 08: Estima-se que o número de moléculas que compõem $\boldsymbol{1\ cm^3}$ de ar atmosférico seja algo em torno de 27 000 000 000 000 000 000.

(a) Represente esse número em notação científica.

(b) Qual a ordem de grandeza desse número?

Solução:

a) Representação em Notação Científica:

$$27\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 2{,}7 \cdot 10^{19}$$

b) A ordem de grandeza desse número é

$$10^{19}.$$

Radiciação

Seja a um número real positivo. Definimos a raiz n-ésima do número a como sendo o número real que elevado a n-ésima potência é igual a a.

$$\sqrt[n]{a} = x \implies x^n = a$$

a: radicando
n: índice

Exemplos:

- $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.
- $\sqrt[4]{81} = 3$, pois $3^4 = 81$.
- $\sqrt{25} = 5$, pois $5^2 = 25$.

Uma propriedade muito útil da radiação é o fato de podermos transformar um radical numa potência de expoente fracionário. De modo que

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

Outras propriedades também podem nos ser bastante úteis:

$$i) \quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$ii) \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$iii) \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Racionalização de Denominadores

Racionalização de denominadores de uma fração é um processo que consiste em encontrar uma fração equivalente, mas com denominador racional, eliminando todos os radicais que existam no denominador sem alterar o seu valor. Para facilitar nosso estudo, vamos dividir este procedimento em alguns casos a serem analisados:

1° Caso: Para racionalizar denominadores de frações do tipo $\frac{c}{b\sqrt{a}}$ basta multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt{a}$.

Exemplos:

$$a) \ \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b) \ \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3^2}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

2° Caso: Para racionalizar denominadores de frações do tipo $\frac{c}{b\sqrt[n]{a}}$ basta multiplicar o numerador e o denominador por $\sqrt[n]{a^{n-p}}$.

Exemplos:

$$a) \ \frac{1}{\sqrt[3]{5}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{25}}{5}$$

$$b) \ \frac{3}{7\sqrt[5]{2}} = \frac{3}{7\sqrt[5]{2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[5]{2^4}} = \frac{3\sqrt[5]{16}}{7\sqrt[5]{2^5}} = \frac{3\sqrt[5]{16}}{7 \cdot 2} = \frac{3\sqrt[5]{16}}{14}$$

3° Caso: Para racionalizar denominadores de frações do tipo $\frac{c}{x+y\sqrt{a}}$ basta multiplicar o numerador e o denominador por $x - y\sqrt{a}$.

Exemplos:

$$a) \ \frac{1}{\sqrt{5}-2} = \frac{1}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 2^2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4}$$
$$= \sqrt{5}+2$$

$$b) \ \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}$$
$$= \frac{2 \cdot \left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)}{7-3} = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$$

De modo geral, para racionalizar denominadores de frações do tipo $\frac{c}{x\sqrt{a}+y\sqrt{b}}$, em que c, x, y, a e b são números racionais, basta multiplicar o numerador e o denominador por $\boldsymbol{x\sqrt{a} - y\sqrt{b}}$.

"Note que multiplicar o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número não altera o valor da mesma, pois na verdade estamos multiplicando esta fração por 1."

"O número usado para multiplicar o numerador e o denominador da fração neste processo é dito fator racionalizante."

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bactérias em um recipiente e calcular a quantidade dessas bactérias após certo tempo.

Como resultado do experimento, concluiu-se que o número de bactérias varia, em função do tempo, de modo a dobrar a cada hora.

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

Tempo transcorrido após o início da experiência (em horas)	Número de Bactérias
0	100
1	200
2	400
3	800
4	1600

Denotando por $N(t)$ o número de bactérias existentes após t horas do início da experiência, temos:

$N(0) = 100$
$N(1) = 100 \cdot 2 = 200$
$N(2) = 100 \cdot 2 \cdot 2 = 400$
$N(3) = 100 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 800$
$N(4) = 100 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1600$

Assim, de maneira indutiva, o número de bactérias existentes após t horas do início da experiência será dado por

$$\boldsymbol{N(t) = 100 \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2}_{t\ vezes}},$$

ou seja,

$$\boldsymbol{N(t) = 100 \cdot 2^t}.$$

Agora considere que, hoje, a população de uma determinada cidade seja de 20000 habitantes e tenha uma expectativa de crescimento de 10% a cada 8 anos.

O quadro a seguir mostra uma projeção da população ao longo de alguns anos.

Tempo transcorrido a partir de hoje (em anos)	Número de Habitantes
0	20000
8	22000
16	24200
24	26620
32	29282

Lembrando que dar um aumento de 10% é o mesmo que multiplicar por 1,1 e denotando o número de habitantes depois de *t* anos por $P(t)$, temos:

$P(0) = 20000$
$P(8) = 20000 \cdot 1{,}1 = 22000$
$P(16) = 20000 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 24200$
$P(24) = 20000 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 26620$
$P(32) = 20000 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 = 29282$

Assim, de maneira indutiva, a população da cidade daqui a t anos será dado por

$$\boldsymbol{P(t) = 20000 \cdot \underbrace{1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot \ldots \cdot 1{,}1}_{\frac{t}{8}\ vezes}},$$

ou seja,

$$\boldsymbol{P(t) = 20000 \cdot (1{,}1)^{\frac{t}{8}}}.$$

Observe que, como o aumento de 10% é dado a cada 8 anos, em *t* anos a população não sofrerá t aumentos e sim $\frac{t}{8}$ aumentos.

As funções que acabamos de encontrar para descrever as situações anteriores são ditas funções exponenciais.

Definição: Toda função real do tipo $f(x) = a^x$, com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$, é denominada função exponencial.

Exemplos:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = \left({}^1/_5\right)^x$

c) $h(x) = 3^x$

É claro que esse é o formato mais simples para uma função exponencial, ela também pode ser apresentada da seguinte forma $f(x) = b \cdot a^x$, com $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$.

Gráfico da Função Exponencial

A partir da lei $y = a^x$ $(a > 0\ e\ a \neq 1)$ e considerando que *a* pode pertencer aos intervalos $0 < a < 1$ ou $a > 1$, verifica-se que o gráfico da função exponencial assume aspectos distintos em cada um desses intervalos. Vamos observar esses aspectos construindo os gráficos de $y = 2^x$ $(a > 1)$ e de $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ $(0 < a < 1)$.

Gráfico de $y = 2^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	${}^1/_8$	${}^1/_4$	${}^1/_2$	1	2	4	8

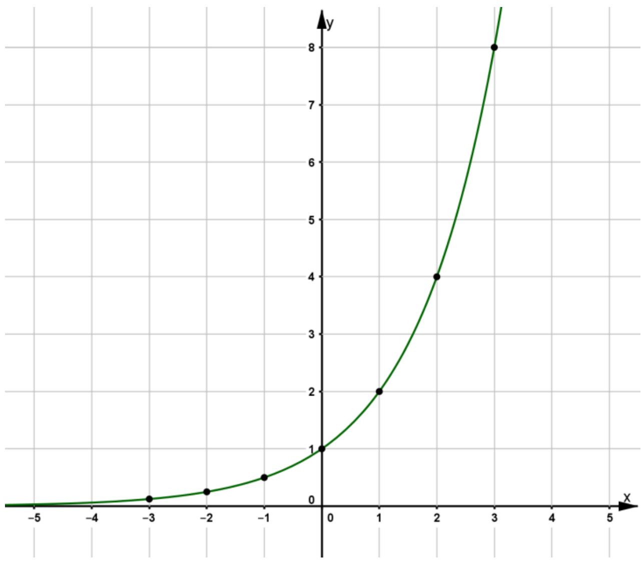
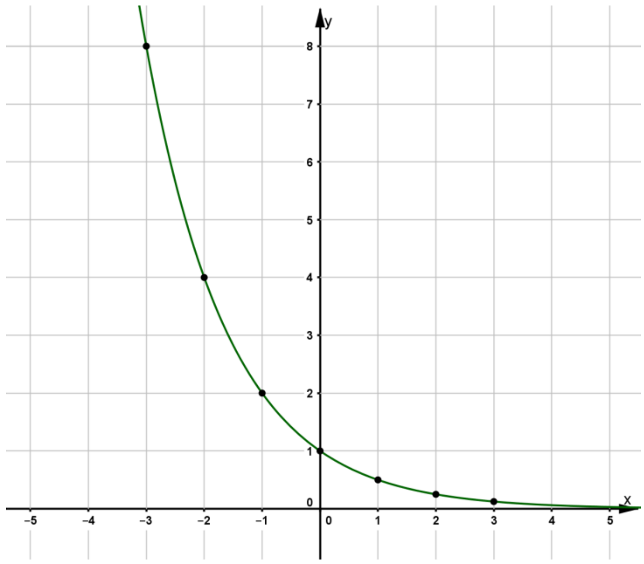


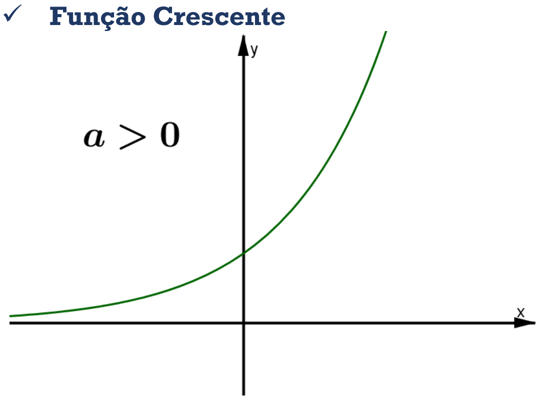
Gráfico de $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = 2^x$	8	4	2	1	${}^1/_8$	${}^1/_4$	${}^1/_2$

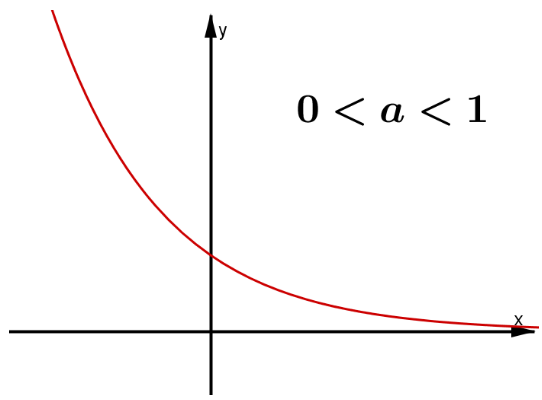


A partir dos exemplos, percebemos que, para $y = a^x$, quando $a > 1$, quanto maior o expoente, maior a potência, ou seja a função é crescente, entretanto, quando $0 < a < 1$, quanto maior o expoente, menor o resultado da potência, ou seja a função é decrescente.

✓ **Função Crescente**



✓ **Função Decrescente**



Observe que para ambos os casos temos uma função de domínio real e conjunto imagem sendo o intervalo $(0, +\infty)$.

Perceba também que se $a > 1$, então à medida que percorremos o gráfico de $y = a^x$ da esquerda para direita, os valores de a^x crescem sem parar, enquanto percorrendo o gráfico da direita para esquerda os valores de a^x decrescem em direção ao zero, sem nunca atingí-lo e assim a curva se aproximará do eixo das abscissas tanto quanto se queira, mas nunca vai tocá-lo, o que caracteriza o eixo $\overrightarrow{Ox}$ como uma assíntota horizontal do o gráfico de $y = a^x$.

Analogamente, se $0 < a < 1$, à medida que percorremos o gráfico de $y = a^x$ direita para esquerda os valores de a^x decrescem em direção ao zero, sem nunca atingí-lo e assim a curva se aproximará do eixo das abscissas tanto quanto se queira, mas nunca vai tocá-lo, o que caracteriza o eixo $\overrightarrow{Ox}$ como uma assíntota horizontal do o gráfico de $y = a^x$.

Caracterização da Função Exponencial

Enquanto a função afim tem como característica uma taxa de variação absoluta constante, a função exponencial tem sua ***taxa de variação relativa constante***, isto significa dizer que *acréscimos iguais dados a x fazem com que y fique multiplicado sempre por uma mesma constante.*

Considerando a função $f(x) = b \cdot a^x$, temos:

$$f(x_0) = b \cdot a^{x_0}$$
$$f(x_0 + h) = b \cdot a^{x_0+h} = b \cdot a^{x_0} \cdot a^h = a^h \cdot f(x_0)$$
$$f(x_0 + 2h) = b \cdot a^{x_0+2h} = b \cdot a^{x_0+h} \cdot a^h \cdot a^h = a^h \cdot f(x_0 + h)$$
$$f(x_0 + 3h) = b \cdot a^{x_0+3h} = b \cdot a^{x_0} \cdot a^{2h} \cdot a^h = a^h \cdot f(x_0 + 2h)$$

Uma forma menos simples de se caracterizar a função exponencial do tipo $y = b \cdot a^x$ é que a variação sofrida por y num determinado intervalo é proporcional ao valor de y no início do intervalo, ou mesmo que a taxa de variação é proporcional ao valor de y no início do intervalo considerado. Vejamos:

$$\frac{y(t_2) - y(t_1)}{y(t_1)} = \frac{b \cdot a^{t_2} - b \cdot a^{t_1}}{b \cdot a^{t_1}} = a^{(t_2 - t_1)} - 1$$

Anotações:

Observe que a constante de proporcionalidade depende apenas da variação em x (ou em t como se vê).

Em geral, boa parte dos problemas envolvendo função exponencial podem ser tratados a partir do que se segue:

"Se uma grandeza de valor inicial V_0 cresce ou decresce a uma taxa percentual (relativa) constante i, por unidade de tempo, então o valor V dessa grandeza, após t dessas unidades de tempo, é dada por

$$\boldsymbol{V(t) = V_0 \cdot (1 + i)^t}.$$

No caso das situações propostas inicialmente, podemos observar claramente o formato

$$\boxed{\boldsymbol{V(t) = V_0 \cdot (f_m)^{\frac{t}{p}}}}$$

onde,

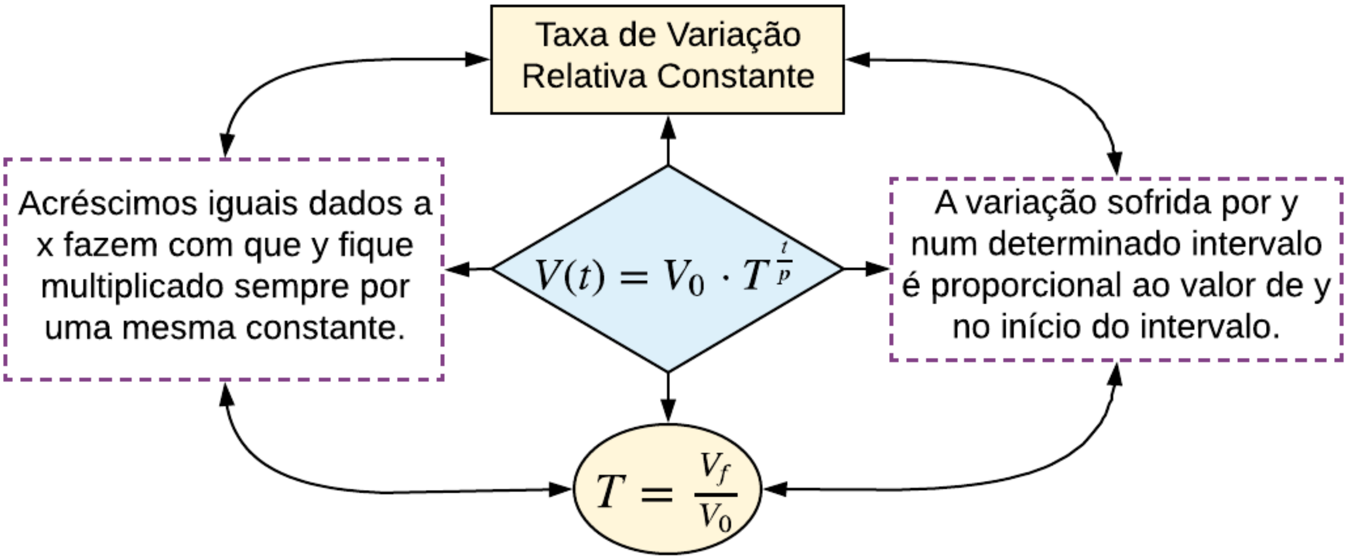
- V_0 é o valor inicial (para x = 0)
- f_m é o fator multiplicativo associado a taxa de crescimento relativo
- p é o intervalo para que a taxa seja aplicada
- t/p é o número de vezes em que a taxa foi aplicada.

Resumindo, para toda função exponencial do tipo $y = a \cdot b^x$, valem as seguintes caracterizações:

- Acréscimos iguais dados a x fazem com que o y fique multiplicado sempre por uma mesma constante;
- A variação sofrida por y num determinado intervalo é proporcional ao valor de y no início do intervalo;
- A taxa de variação relativa é constante.

Além disso, se uma função real satisfaz alguma das características supracitadas, então ela é uma função exponencial.

Mapa Mental



Mais Aplicações

Na Química temos uma situação que também é modelada de modo muito semelhante às descritas anteriormente que é a *Desintegração Radioativa*.

A radioatividade é um fenômeno que ocorre em núcleos de átomos instáveis por emitirem partículas e radiações. Núcleos instáveis, em geral, são grandes, e, por isso, emitem partículas e radiação para tornarem-se estáveis. A medida de tempo na qual metade da quantidade do material se desintegra é denominada meia-vida ou período de semidesintegração e esse valor é sempre constante para o mesmo elemento químico radioativo. Dessa forma, a cada período de tempo correspondente à meia-vida do referido elemento químico, a quantidade de material radioativo reduz-se à metade da quantidade anterior.

Assim, se a massa inicial de um determinado material radioativo é m_0 e o tempo de meia-vida do referido elemento é P, então a quantidade de massa do material radioativo num determinado instante t é expressa por

$$\boldsymbol{m(t) = m_0 \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{2}}_{\frac{t}{P}\, vezes}.}$$

ou seja,

$$\boldsymbol{m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{P}}.}$$

Uma aplicação muito interessante é a datação por carbono-14. O carbono-14 é um isótopo raro do carbono presente em todos os seres vivos. Com a morte o nível de C14 no corpo começa a decair. Como é um isótopo radioativo de meia-vida de 5730 anos, e como é relativamente fácil saber o nível original de C14 no corpo dos seres vivos, a medição da atividade de C14 em um fóssil é uma técnica muito utilizada para datações arqueológicas. Dessa forma, a atividade radioativa do carbono 14 decai com o tempo pós-morte segundo a função exponencial

$$\boldsymbol{A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}},$$

em que A_0 é a atividade natural de carbono 14 no organismo vivo e t é o tempo decorrido em anos após a morte.
Assim, a tabela a seguir mostra o percentual da atividade radioativa do C14 em relação à atividade natural no organismo vivo.

	Tempo transcorrido após a morte (em anos)	Percentual da atividade original	
	0	100%	
+5730	5730	50%	$\times\frac{1}{2}$
+5730	11460	25%	$\times\frac{1}{2}$
+5730	17190	12,5%	$\times\frac{1}{2}$
+5730	22920	6,25%	$\times\frac{1}{2}$

Na Matemática Financeira temos o regime de capitalização composta, onde o montante acumulado ao longo do tempo também é modelado de modo análogo aos exemplos tratados anteriormente.

Considere um capital de R$ 40000,00 aplicados a uma taxa de 20% ao semestre.
O quadro a seguir mostra o montante acumulado com o tempo.

Tempo transcorrido desde o início da aplicação (em meses)	Montante (R$)
0	40000
6	48000
12	57600
18	69120
24	82944

Observando que um aumento de 20% corresponde a um fator multiplicativo igual a 1,2 e denotando por $M(t)$ o montante ao final de *t* meses, temos:

$M(0) = 40000$
$M(6) = 40000 \cdot 1{,}2 = 48000$
$M(12) = 40000 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 57600$
$M(18) = 40000 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 69120$
$M(24) = 40000 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 82944$

Assim, de maneira indutiva, o montante acumulado ao final de t meses será dado por

$$\boldsymbol{M(t) = 40000 \cdot \underbrace{1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot \ldots \cdot 1{,}2}_{\frac{t}{6}\, vezes}},$$

ou seja,

$$\boldsymbol{M(t) = 40000 \cdot (1{,}2)^{\frac{t}{6}}}.$$

Anotações:

Uma propriedade interessante

Considerando uma função exponencial do tipo

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

se $f(x_1) = y_1$ e $f(x_2) = y_2$, então a imagem da média aritmética de x_1 e x_2 por *f* será a média geométrica entre y_1 e y_2, isto é,

$$\boxed{\boldsymbol{f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = \sqrt{y_1 \cdot y_2}}}\,.$$

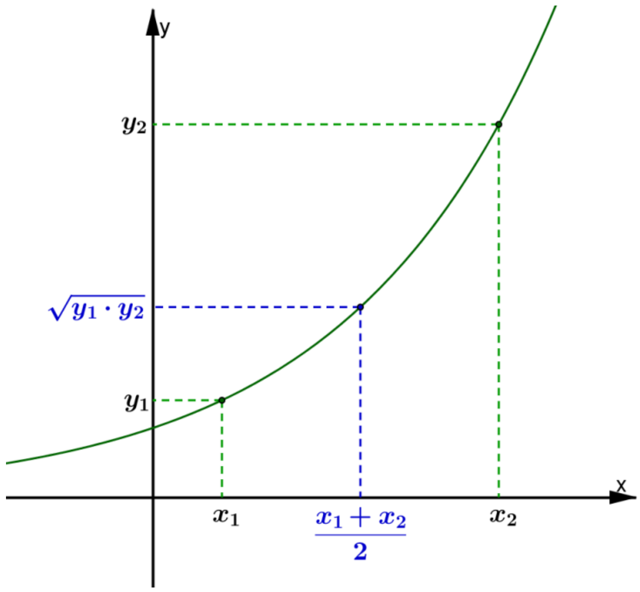
De fato,

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = b \cdot a^{\frac{x_1+x_2}{2}} = \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a^{x_1} \cdot a^{x_2}}$$
$$= \sqrt{b \cdot a^{x_1} \cdot b \cdot a^{x_2}} = \sqrt{f(x_1) \cdot f(x_2)}$$
$$= \sqrt{y_1 \cdot y_2}\,.$$

Observando na tabela, temos:

x	$f(x)$
x_1	y_1
$\frac{x_1 + x_2}{2}$	$\sqrt{y_1 \cdot y_2}$
x_2	y_2

Já se observarmos o gráfico, teremos:



O uso dessa propriedade pode nos fazer ganhar algum tempo na resolução de questões.

Uma desigualdade muito interessante e que por vezes pode nos ser muito útil é o fato de que a média aritmética entre dois números reais não negativos é sempre maior do que ou igual à média geométrica.

$$\boxed{\frac{y_1 + y_2}{2} \geq \sqrt{y_1 \cdot y_2}}$$

De fato, tomemos como referência a verdade a seguir para os números $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+^*$:

$$\left(\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}\right)^2 \geq 0$$

(O quadrado de um número real é sempre positivo)

$$\Updownarrow$$

$$\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} + \left(\sqrt{\beta}\right)^2 \geq 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\alpha - 2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \beta} + \beta \geq 0$$

$$\Updownarrow$$

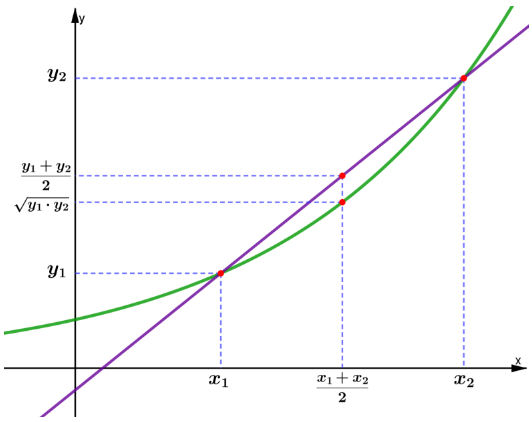
$$\alpha + \beta \geq 2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot \beta}$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} \geq \sqrt{\alpha \cdot \beta}$$

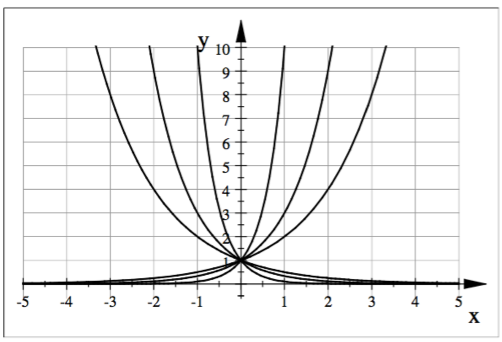
■

Veja esse fato ilustrado graficamente:



Mais sobre gráficos

Os gráficos de algumas funções exponenciais aparecem na figura a seguir. Da esquerda para a direita, temos, nessa ordem, os gráficos de
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$, $y = 10^x$, $y = 3^x$, $y = 2^x$.



Essa figura mostra que o gráfico de $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$, é a reflexão do gráfico de $y = b^x$ em relação ao eixo y. A figura também dá a entender que, quanto maior a base b>1, mais rapidamente a função $y = b^x$ cresce para x>0.

Equações Exponenciais

Uma equação é chamada exponencial quando a incógnita aparece no expoente.

Para resolver uma equação exponencial, você deve reduzir ambos os membros da igualdade a uma mesma base. Então, basta igualar os expoentes para recair numa equação comum.
Essencialmente, o que estamos dizendo é que, se $a > 0$, temos

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y\,.$$

Há equações exponenciais em que não é possível reduzir de imediato os dois membros à mesma base, então, para resolvê-las, devemos recorrer as propriedades da potenciação para reduzir ambos os membros da igualdade a uma mesma base.

Veremos a seguir os três tipos de equações exponenciais, cuja resolução é feita através das propriedades da potenciação.

1° tipo: São as equações exponenciais onde se igualam potencias de mesma base.

Problema 09: Resolva, nos reais, as equações a seguir:

a) $5^x = 125$

b) $7^x = 1$

c) $3^x = \sqrt{27}$

Solução:

a) $5^x = 125 \implies 5^x = 5^3 \implies x = 3.$

b) $7^x = 1 \implies 7^x = 7^0 \implies x = 0.$

c) $3^x = \sqrt{27} \implies 3^x = \sqrt{3^3} \implies 3^x = 3^{\frac{3}{2}} \implies x = \frac{3}{2}.$

2º tipo: São as equações exponenciais que recaem em equações do 2º grau.

Problema 10: Resolva, nos reais, a equação
$$\mathbf{9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0.}$$

Solução:

$$9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \implies (3^2)^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

$$(3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$$

Fazendo $3^x = v$, temos:

$$v^2 - 4 \cdot v + 3 = 0$$

As raízes dessa equação polinomial do 2º grau são $v = 1$ ou $v = 3$, assim:

$3^x = 1 \implies x = 0$ ou $3^x = 3 \implies x = 1$

3º tipo: São as equações exponenciais onde figuram soma ou subtração no expoente.

Problema 11: Resolva a equação $\mathbf{2^{x+1} + 2^{x-2} = 9}$.

Solução:

$$2^{x+1} + 2^{x-2} = 9 \implies 2^x \cdot 2^1 + \frac{2^x}{2^2} = 9$$

$$2^x \cdot \left(2 + \frac{1}{4}\right) = 9 \implies 2^x \cdot \frac{9}{4} = 9 \implies 2^x = 4$$

$$2^x = 2^2 \implies x = 2$$

Inequações Exponenciais

Uma inequação é chamada exponencial quando a incógnita aparece no expoente.

De modo geral, para resolver uma inequação exponencial, basta reduzir ambos os membros da desigualdade à uma mesma base, para então comparar os expoentes, ficando atento aos seguintes casos:

1º Caso: $a > 1$
$$a^x > a^y \implies x > y$$

2º Caso: $0 < a < 1$
$$a^x > a^y \implies x < y$$

Problema 12: Resolva, nos reais, a inequação
$$\mathbf{5^{x+1} + 5^{x-2} < 630.}$$

Solução:

$$5^{x+1} + 5^{x-2} < 630 \implies 5^x \cdot 5 + \frac{5^x}{5^2} < 630$$

$$5^x \cdot \left(5 + \frac{1}{5^2}\right) < 630 \implies 5^x \cdot \frac{126}{25} < 630$$

$$5^x < 125 \implies 5^x < 5^3 \implies x < 3$$

Problema 13: Resolva a inequação
$$\mathbf{(0.2)^{x-3} < \frac{1}{25}.}$$

Solução:

$$(0.2)^{x-3} < \frac{1}{25} \implies \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} < \left(\frac{1}{5}\right)^2 \implies x - 3 > 2$$

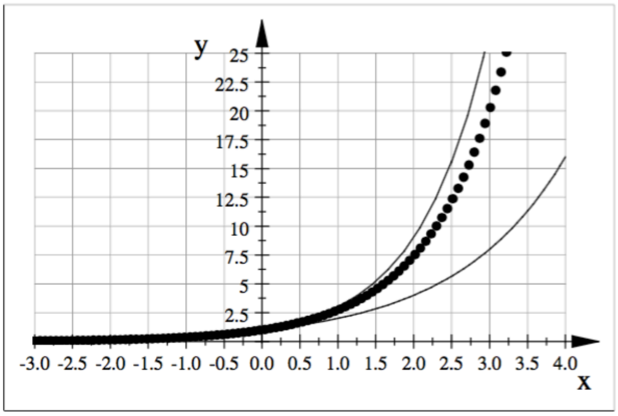
$$x > 5$$

Função Exponencial Natural

Dentre todas as bases possíveis para as funções exponenciais, há uma em particular que desempenha papel especial no Cálculo. Essa base, denotada pela letra *e*, é um número irracional cujo valor até a sexta casa decimal é

$$e \approx 2{,}718282.$$

O número *e* também é chamado de número de Neper. A função $f(x) = e^x$ é denominada *função exponencial natural*. Como o número *e* está entre 2 e 3, o gráfico de $y = e^x$ se encaixa entre os gráficos de $y = 2^x$ e $y = 3^x$.



$f(x) = e^x$

Assim como para as demais funções estudadas, os gráficos de funções obtidas pela composição de funções exponenciais podem ser construídos com base nesses que construímos até o momento.

Para mais detalhes sobre o número e, leia o artigo “Um número importante” disponível na plataforma.

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

Giullian tem uma criação de galinhas na cidade de Coremas-PB. Hoje ele tem cerca de 30 desses animais. Sabe-se ainda que a cada 10 meses a população dessas galinhas dobra, já considerando eventuais mortes.

Uma expressão que fornece o número G de galinhas daqui a *t* meses, é dada por

A $G(t) = 30 \cdot 2^{\frac{t}{10}}$.
B $G(t) = 30 \cdot 2^{10t}$.
C $G(t) = 30 \cdot 4^{\frac{t}{10}}$.
D $G(t) = 10 \cdot 2^{\frac{t}{30}}$.
E $G(t) = 15 \cdot 2^{\frac{t}{20}}$.

Questão 02

(Ronaebson)

Durante uma grande estiagem numa determinada área do nordeste brasileiro, um dos principais açudes teve redução no seu nível da água (η) a uma taxa de 6% a cada trimestre.

Dado que o nível inicial era η_o, a expressão que representa o nível da água em função do tempo t, em ano, pode ser representada por

A $\eta(t) = \eta_o \cdot (0{,}94)^{\frac{t}{3}}$.
B $\eta(t) = \eta_o \cdot (0{,}94)^{0{,}25t}$.
C $\eta(t) = \eta_o \cdot (0{,}94)^{4t}$.
D $\eta(t) = \eta_o \cdot (0{,}06)^{\frac{t}{3}}$.
E $\eta(t) = \eta_o \cdot (1{,}06)^{\frac{t}{4}}$.

Questão 03

A fim de preparar a tinta para cobrir uma superfície, um pintor adicionou 1.000 mL de corante a 19 L de tinta branca. No entanto, a cor ficou muito forte, e, para amenizá-la, ele retirou 1/4 do volume de tinta colorida do recipiente que a continha, repondo-o com tinta branca, em processos sucessivos, até que se chegasse ao tom desejado.

A quantidade Q (em mL) de corante contido no recipiente, após n retiradas e reposições, pode ser obtida por

A $Q = 1000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
B $Q = 1000 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$.
C $Q = 2000 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$.
D $Q = 10000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$.
E $Q = 2000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

Questão 04

(Ronaebson)

“Enquanto o varejo convencional amargou retração no ano passado, o comércio virtual surfou no caminho contrário. E em Minas Gerais não foi diferente. O varejo eletrônico faturou R$ 44,4 bilhões no país, em 2016. O estado movimentou R$ 4,8 bilhões, o que representou 10,8% do total nacional e 19,05% do registrado pela Região Sudeste. O crescimento no Brasil, frente ao registrado em 2015, foi de 7,4%.”

http://www.em.com.br/app/noticia/economia/2017/02/17/internas_economia,848196/compras-pela-internet-crescem-7-4-e-faturam-r-44-4-bilhoes.shtml
Acesso em 21/05/2017.

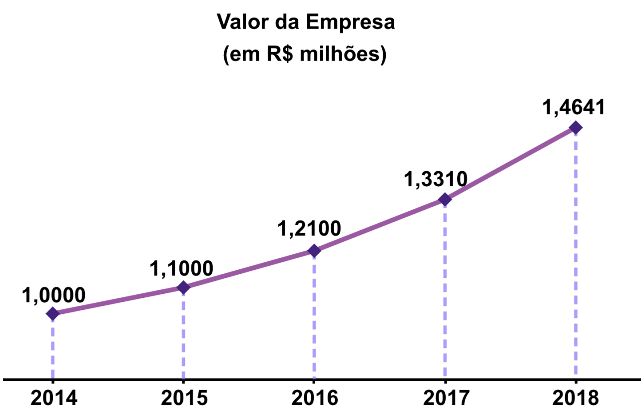
Admitindo que a previsão de faturamento do comércio virtual para 2017 seja de R$ 50 bilhões e que, a partir daí haja um crescimento de 21% a cada 4 anos, a função que fornece o faturamento *F(t)* do varejo eletrônico, em bilhões de reais, onde t representa o número de anos após 2017 é

A $F(t) = 50 \cdot (1{,}1)^{0{,}5\,t}$.
B $F(t) = 50 \cdot (1{,}1)^{2t}$.
C $F(t) = 50 \cdot (1{,}11)^{2t}$.
D $F(t) = 50 \cdot (1{,}21)^{0{,}5\,t}$.
E $F(t) = 50 \cdot (1{,}21)^{4t}$.

Questão 05

(Ronaebson)

A empresa de publicidade *Improvement Criativity* tem seu valor de mercado crescendo ano a ano a uma taxa de variação relativa constante de acordo com o gráfico:



O valor de mercado *V* dessa empresa, em reais, t anos após 2014 pode ser descrito pela expressão

A $V(t) = 1000000 \cdot (1{,}1)^t$.
B $V(t) = 1{,}0000 \cdot (1{,}1)^t$.
C $V(t) = 1000000 + 100000t$.
D $V(t) = 10000 \cdot (1{,}21)^{2t}$.
E $V(t) = 1{,}0000 \cdot (10\%)^t$.

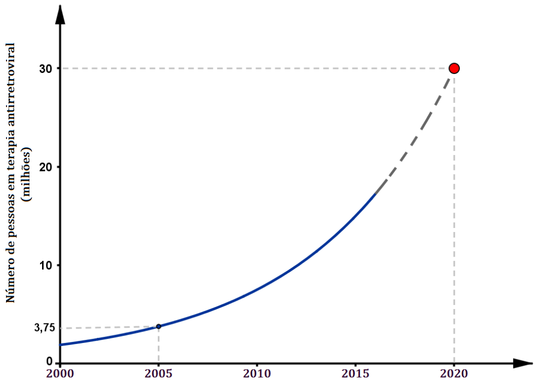
Questão 06

(Ronaebson)

O relatório do UNAIDS *Acabando com a AIDS: progresso rumo às metas 90–90–90* mostra que, pela primeira vez, o jogo virou: mais da metade de todas as pessoas que vivem com HIV no mundo (53%) agora têm acesso ao tratamento do HIV. Além disso, as mortes relacionadas à AIDS caíram quase pela metade desde 2005.

Disponível em http://unaids.org.br/estatisticas/
Acesso em 10/09/2017.

O gráfico a seguir mostra o número de pessoas com HIV em terapia antirretroviral.



Admitindo que o número de pessoas com HIV em terapia antirretroviral, a partir do ano 2000 até atingir a meta do acordo de 30 milhões em 2020, tenha taxa de variação relativa constante, a função que fornece o número *N* (em milhões) dessas pessoas x anos após o ano 2000 é expressa por

A $N(x) = 1{,}75x - 5$.
B $N(x) = 0{,}07x^2 + 2$.
C $N(x) = 1{,}875 \cdot 2^{\frac{t}{5}}$.
D $N(x) = 1{,}875 \cdot 2^{t}$.
E $N(x) = 3{,}75 \cdot 2^{\frac{t}{5}}$.

Questão 07

Um pequeno número da bactéria *E.Coli*, no intestino grosso de uma pessoa, pode desencadear uma séria infecção em poucas horas, pois cada uma delas se reproduz exponencialmente, dividindo-se em 4, a cada meia hora.

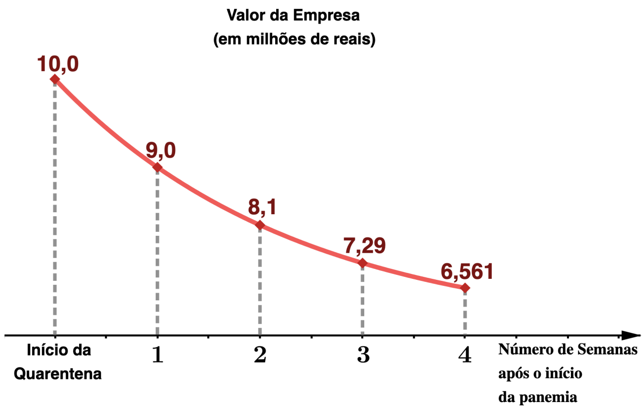
Admitindo-se que uma infecção se inicie com 500 dessas bactérias e que nenhuma bactéria morre em um intervalo de k minutos, então o tamanho da população *P(t)* de *E. Coli*, *t* minutos após o início da infecção, $0 \leq t \leq k$, pode ser determinado através da expressão matemática

A $P(t) = 500 \cdot 2^{\frac{t}{15}}$.
B $P(t) = 500 \cdot 4^{2t}$.
C $P(t) = 500 \cdot 2^{-\frac{t}{30}}$.
D $P(t) = 500 \cdot 4^{\frac{t}{15}}$.
E $P(t) = 500 \cdot 2^{-\frac{2t}{15}}$.

Questão 08

(Ronaebson)

Em virtude da pandemia do coronavírus, uma determinada empresa tem seu valor de mercado decrescendo, semana a semana, desde o início da pandemia, a uma taxa de variação relativa constante de acordo com o gráfico.



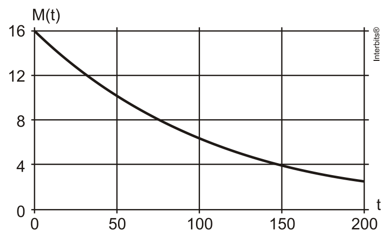
O valor de mercado V dessa empresa, em reais, t dias após o início da pandemia, pode ser descrito pela expressão

A $V(t) = 10 \cdot (0{,}9)^{t}$.
B $V(t) = 10 \cdot (0{,}9)^{\frac{t}{7}}$.
C $V(t) = 10 \cdot (1{,}1)^{\frac{t}{7}}$.
D $V(t) = 10.000.000 \cdot (0{,}9)^{t}$.
E $V(t) = 10.000.000 \cdot (0{,}9)^{\frac{t}{7}}$.

Questão 09

(UNICAMP)

Em uma xícara que já contém certa quantidade de açúcar, despeja-se café. A curva a seguir representa a função exponencial $M(t)$, que fornece a quantidade de açúcar não dissolvido (em gramas), t minutos após o café ser despejado.



Pelo gráfico, podemos concluir que

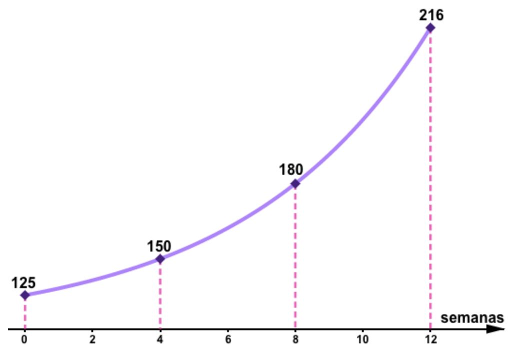
A $M(t) = 2^{4-\frac{t}{75}}$
B $M(t) = 2^{4-\frac{t}{50}}$
C $M(t) = 2^{5-\frac{t}{50}}$
D $M(t) = 2^{5-\frac{t}{150}}$

Questão 10

(Ronaebson)

Além da rotina de estudos e várias dicas, resumos escolares, comparativos, formulários, mapas mentais de diversos assuntos são compartilhados no Intagram em perfis conhecidos como studygrams, palavra em inglês que une study (estudo) e Instagram. Uma busca pela #studygram mostra mais de 4,9 milhões de publicações.

Uma aluna da cidade de Campina Grande criou o studygram *@rotina10* com o objetivo de compartilhar sua rotina de estudos, além de trazer posts relacionados às disciplinas e também mensagens de motivação para todos aqueles que estão na mesma jornada que ela. Em virtude da excelente qualidade do seu material publicado, o perfil teve uma taxa de crescimento bastante significativa, de modo que a administradora percebeu que o número de seguidores crescia exponencialmente, em função do número de semanas a partir no início da contabilidade, de acordo com o gráfico a seguir.



Supondo que a taxa de crescimento continue a mesma pelas próximas semanas, a função que modela o número N de seguidores, em função do número s de semanas contadas desde o início das observações (semana 0), é dada por

Ⓐ $N(s) = 125 \cdot (1{,}2)^{0{,}25s}$
Ⓑ $N(s) = 125 \cdot (0{,}25)^{1{,}2s}$
Ⓒ $N(s) = 125 \cdot (1{,}25)^{0{,}2s}$
Ⓓ $N(s) = 125 \cdot (1{,}44)^{0{,}5s}$
Ⓔ $N(s) = 150 \cdot (1{,}2)^{0{,}5s}$

Questão 11

(IMED)

Em um experimento no laboratório de pesquisa, observou-se que o número de bactérias de uma determinada cultura, sob certas condições, evolui conforme a função $B(t) = 10 \cdot 3^{t-1}$, em que B(t) expressa a quantidade de bactérias e t representa o tempo em horas.

Para atingir uma cultura de 810 bactérias, após o início do experimento, o tempo decorrido, em horas, corresponde a:

Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 3 Ⓓ 4 Ⓔ 5

Questão 12

(UNIOESTE)

O *Saccharomyces cerevisiae* é um fungo com bastante importância econômica. É utilizado como fermento para a massa de pão, produzindo dióxido de carbono e fazendo a massa crescer. É também utilizado na produção de bebidas alcoólicas fermentadas, pois converte o açúcar em álcool etílico. Sob certas condições de cultura, este fungo cresce exponencialmente de forma que a quantidade presente em um instante t dobra a cada 1,5 horas.

Nestas condições, se colocarmos uma quantidade q_0 deste fungo em um meio de cultura, a quantidade q(t) existente do fungo, decorridas t horas com $t \in [0, \infty)$ pode ser calculada pela função

Ⓐ $q(t) = q_0 4^{3t}$
Ⓑ $q(t) = q_0 4^{3t}$
Ⓒ $q(t) = (\frac{3}{2}\, q_0)^2$
Ⓓ $q(t) = q_0\, (\frac{3}{2})^{2t}$
Ⓔ $q(t) = \sqrt[3]{4^t}\, q_0$

Questão 13

(Ronaebson)

A taxa média de crescimento de uma população de coelhos pode variar dependendo de vários fatores, como mencionado anteriormente. No entanto, estudos e observações sugerem que os coelhos têm potencial para crescer rapidamente.

Em condições ideais, sem restrições significativas, a taxa média de crescimento populacional dos coelhos é de aproximadamente 11% ao mês. Essa taxa de crescimento é influenciada pela alta taxa de reprodução dos coelhos, onde as fêmeas podem ter várias ninhadas por ano, com cada ninhada geralmente contendo vários filhotes.

Considerando uma população atual de 300 coelhos, a função que permite calcular o número de coelhos daqui a *t* meses é

Ⓐ $P(t) = 300 \cdot 0{,}11^t$
Ⓑ $P(t) = 300 \cdot 1{,}11^t$
Ⓒ $P(t) = 300 \cdot 1{,}1^t$
Ⓓ $P(t) = 300 \cdot 1{,}11^{\frac{t}{12}}$
Ⓔ $P(t) = 300 \cdot 1{,}11^{\frac{t}{30}}$

Questão 14

(Ronaebson)

Artmi, um aluno do ensino médio decidiu analisar como a intensidade sonora (I), em W/m^2, se comportava em função do nível de ruído sonoro (N), em dB, e percebeu que, a partir de um valor de referência I_0 correspondente a intensidade mínima audível, a intensidade sonora aumentava 10 vezes a cada 10 dB.

A função que associa essas duas grandezas é expressa por

Ⓐ $I = I_0 \cdot 10^{0,1N}$
Ⓑ $I = I_0 \cdot 10^{10N}$
Ⓒ $I = I_0 \cdot 10^{N}$
Ⓓ $I = I_0 + 10^{0,1N}$
Ⓔ $I = I_0 \cdot 10^{0,01N}$

Questão 15

(Ronaebson)

Em um dia de verão, cuja temperatura era de 32ºC, Maju retirou a carne do frízer e colocou-a sobre a pia para descongelar. A parti desse momento, a diferença entre a temperatura ambiente e a da carne, começou a diminuir, de modo que o valor absoluto dessa diferença é dado em função do tempo, em minutos pela lei $\Delta T = A \cdot e^{-kt}$, sendo e e A constantes reais não nulas.

Sabendo que a temperatura inicial da carne no momento em que ela foi retirada do refrigerador era de 0ºC e que 30 minutos depois a temperatura da carne era de 16ºC, qual será a temperatura da carne depois de 1h30min?

Ⓐ 4ºC.
Ⓑ 8ºC.
Ⓒ 16ºC.
Ⓓ 22ºC.
Ⓔ 28ºC.

Questão 16

(Ronaebson)

Num dia ensolarado, cuja temperatura era de 31ºC, Fernanda retirou a carne do freezer e colocou-a sobre a pia para descongelar. Desse momento em diante, a temperatura *T* da carne, em graus Celsius, em função do tempo, em minuto, passou a ser dada pela lei

$$T(t) = 31 - 32 \cdot 2^{\frac{-t}{30}}.$$

Qual será a temperatura da carne depois de 2h que ela foi retirada do congelador?

Ⓐ – 1ºC.
Ⓑ 15ºC.
Ⓒ 23ºC.
Ⓓ 27ºC.
Ⓔ 29ºC.

Questão 17

(UFPB)

Considere a vibração de uma corda elástica sob a resistência de uma força de atrito. O decaimento da energia total é descrito pela função $E(t) = E_0 \cdot e^{-at}$, onde t é o tempo, medido em segundos, a partir do instante inicial $t_0 = 0$, $a > 0$ é uma constante real e E_0 é a energia inicial da corda. Considerando que em 7 segundos, a partir de t_0, a energia da corda cai pela metade e que $e^{0,7} = 2$, o tempo necessário para que a energia seja reduzida a 25% de E_0 é

Ⓐ 7 s.
Ⓑ 10 s.
Ⓒ 14 s.
Ⓓ 20 s.
Ⓔ 21 s.

Questão 18

(Ronaebson)

Os *caprinos* foram introduzidos no Brasil durante o período de colonização. Devido ao porte, eram facilmente transportados nos navios. Da mesma forma, devido à grande adaptabilidade a muitos ambientes, podiam ser criados nos territórios recém-colonizados, sem maiores problemas para subsistência.

https://www.cpt.com.br/cursos-cabras/artigos/caprinos-categorias-animais-e-ciclo-de-producao
Acesso em 24/05/2017.

A criação de caprinos de P. Dália em Juripiranga-PB foi iniciada há exatamente 6 anos, durante esse período, o número de caprinos duplicou a cada 1 ano e meio. Hoje, parte dessa criação deverá ser vendida para se ficar com o quádruplo da quantidade inicial de caprinos. Para que isso ocorra a porcentagem da produção atual dessa criação a ser vendida é

Ⓐ 25%.
Ⓑ 33%.
Ⓒ 50%.
Ⓓ 75%.
Ⓔ 80%.

Questão 19

(UNIRIO)

Numa população de bactérias, há $P(t) = 10^9 \cdot 4^{3t}$ bactérias no instante t medido em horas (ou fração da hora).

Sabendo-se que inicialmente existem 10^9 bactérias, quantos minutos são necessários para que se tenha o dobro da população inicial?

Ⓐ 20
Ⓑ 12
Ⓒ 30
Ⓓ 15
Ⓔ 10

Questão 20

(UEL)

O crescimento de uma colônia de bactérias é descrito por $P(t) = \alpha 4^{xt}$ onde t ≥ 0 é o tempo, dado em horas, e P(t) é a população de bactérias no instante t.

Se, após 4 horas, a população inicial da colônia triplicou, após 8 horas o número de bactérias da colônia será:

Ⓐ 6 α
Ⓑ 8 α
Ⓒ 9 α
Ⓓ 8 α - 4
Ⓔ $\alpha + 8$

Questão 21

(Ronaebson)

No processo de resfriamento de um determinado corpo, a diferença ΔT, em graus Celsius, entre a temperatura do corpo e a temperatura do meio é descrita em função do tempo t, dado em minutos, por

$$\boldsymbol{\Delta T(t) = \alpha \cdot 5^{\beta t}},$$

sendo α e β constantes reais.

Sabendo que inicialmente a diferença de temperatura entre o corpo e o meio era de 54ºC e após 90 minutos essa diferença caiu para 18ºC, depois de quanto tempo, após o início do processo, essa diferença será de 2ºC?

Ⓐ 3h.
Ⓑ 3h 30min.
Ⓒ 4h.
Ⓓ 4h 30min.
Ⓔ 5h.

Questão 22

(Ronaebson)

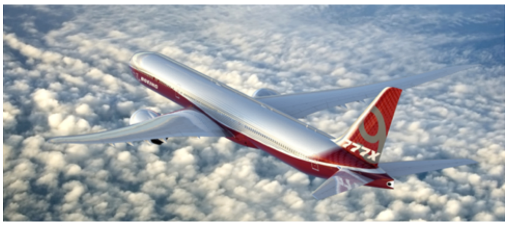
Weshilley querendo realizar um investimento com suas muitas economias, analisou a taxa de determinado fundo de ações do mercado financeiro. Inicialmente, essa taxa era de 50%, mas, devido a problemas macroeconômicos, após uma semana, o valor passou a ser 25%. Sabe-se que a taxa cai, exponencialmente, segundo a lei $T(s) = A \cdot B^s$, na qual s é o tempo em semanas.

Considerando que o cenário econômico não se altere nos próximos meses, após quantas semanas, a partir da análise inicial, a taxa estará em 6,25%?

Ⓐ 2
Ⓑ 3
Ⓒ 4
Ⓓ 5
Ⓔ 6

Questão 23

Europa investirá US$ 1,1 trilhão em 7.500 novas aeronaves até 2035, diz Boeing



Até lá, a família B777-9X já terá mais de uma década de sucesso

A Boeing parece bem otimista com relação ao futuro do mercado europeu de aviação comercial. De acordo com as suas previsões divulgadas nesta quarta-feira (19), o Velho Continente gastará cerca de US$ 1,1 trilhão em novas aeronaves nos próximos 20 anos, muito por conta do “boom” no transporte aéreo, que vem se tornando uma opção cada vez mais comum entre os viajantes, e do crescimento exponencial das companhias low-cost.

O crescimento só é exponencial desta maneira porque a Boeing acredita que o tráfego vai crescer 10% ao semestre até 2035.

http://www.mercadoeeventos.com.br/noticias/aviacao/europa-investira-us-11-trilhao-em-7-500-novas-aeronaves-ate-2035-diz-boeing/

Levando em consideração que o tráfego atual é T_0, a expressão que relaciona o tráfego T com o tempo t, em anos, contados a partir de hoje, é, até 2035,

Ⓐ $T = T_0 \cdot (1{,}10)^{\frac{t}{2}}$
Ⓑ $T = T_0 \cdot (1{,}10)^{t}$
Ⓒ $T = T_0 \cdot (1{,}21)^{t}$
Ⓓ $T = T_0 \cdot (1{,}21)^{2t}$
Ⓔ $T = T_0 \cdot (1{,}01)^{2t}$

Questão 24

Um dos fatores que deve ser levado em conta em muitas empresas é a depreciação de seus bens, que consiste na perda de seu valor e que pode ocorrer por desgaste físico, por ação da natureza, pelo próprio uso ou, ainda, por obsolescência. Uma análise das condições de uso e de valor de mercado de uma máquina levou uma empresa a estabelecer um modelo matemático para a depreciação desse equipamento.

Se a cada ano o valor da máquina decresce 20% e hoje seu valor é R$ 10.000,00, daqui a 4 anos, a desvalorização da máquina será de

Ⓐ R$ 2000,00.
Ⓑ R$ 2048,00.
Ⓒ R$ 4096,00.
Ⓓ R$ 5904,00.
Ⓔ R$ 6000,00.

Questão 25

(Ronaebson)

Uma caneca de chá, a uma temperatura de 80ºC, é colocada num freezer, a 0ºC. Pela Lei de Resfriamento de Corpos, a temperatura do chá decresce exponencialmente e registrou-se depois de seis minutos que a temperatura era de 40ºC.

Qual será a temperatura do chá depois de 24 minutos?

Ⓐ 20^oC.
Ⓑ 15^oC.
Ⓒ 10^oC.
Ⓓ 8^oC.
Ⓔ 5^oC.

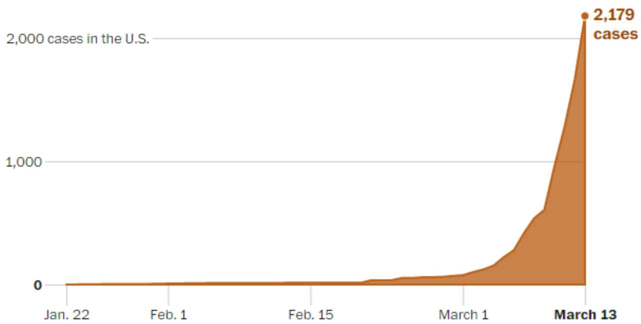
Questão 26

(Ronaebson)

Coronavírus é uma família de vírus que causam infecções respiratórias. O novo agente do coronavírus foi descoberto em 31/12/19 após casos registrados na China. Provoca a doença chamada de COVID-19.

Disponível em: https://coronavirus.saude.gov.br/
Acesso em 26/09/2021.

Após o primeiro caso do COVID-19, depois de algum tempo acompanhando a evolução do número de casos, os dados foram compilados e estão retratados no gráfico abaixo.



Disponível em: https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/

Os especialistas indicaram que no referido período o número de casos estava dobrando a cada três dias. De acordo com o texto e o gráfico, a função que melhor se assemelha a curva acima é a

Ⓐ linear.
Ⓑ quadrática.
Ⓒ logarítmica.
Ⓓ exponencial.
Ⓔ modular.

Questão 27

(UFMS_2022)

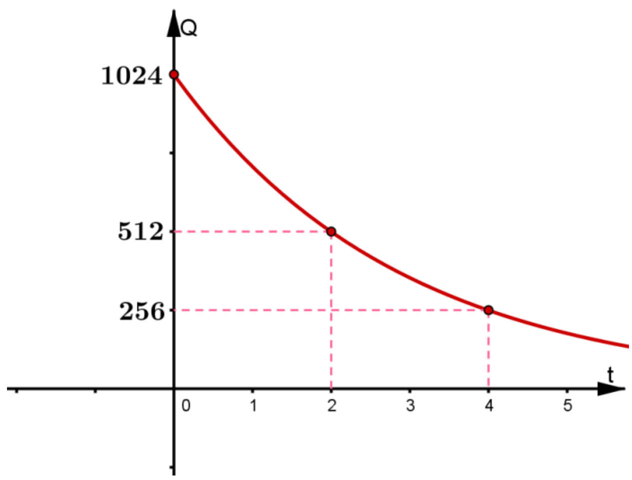
A depreciação de um carro ocorre segundo a expressão $y = V \cdot a^x$, em que *y* é o valor do bem e *x* é o tempo que passou em anos, com V e *a* constantes. Se hoje o valor do carro é R$ 200.000,00, daqui a quatro anos o valor será a metade. Logo, o seu valor daqui a oito anos será:

Ⓐ R$ 100.000,00.
Ⓑ R$ 75.000,00.
Ⓒ R$ 50.000,00.
Ⓓ R$ 25.000,00.
Ⓔ R$ 12.500,00.

Questão 28

(Ronaebson)

A radioatividade é um fenômeno que ocorre em núcleos de átomos instáveis por emitirem partículas e radiações. Núcleos instáveis, em geral, são grandes, e, por isso, emitem partículas e radiação para tornarem-se estáveis. A medida de tempo na qual metade da quantidade do material se desintegra é denominada meia-vida ou período de semidesintegração e esse valor é sempre constante para o mesmo elemento químico radioativo. Dessa forma, a cada período de tempo correspondente à meia-vida do referido elemento químico, a quantidade de material radioativo reduz-se à metade da quantidade anterior.
Uma substância sofre uma desintegração radioativa e sua quantidade Q de massa (em gramas) é dada em função do tempo (em horas) pelo gráfico a seguir.



Considerando os dados desse processo de decomposição mostrado no gráfico, a quantidade de massa que restará após 5 horas será, aproximadamente,

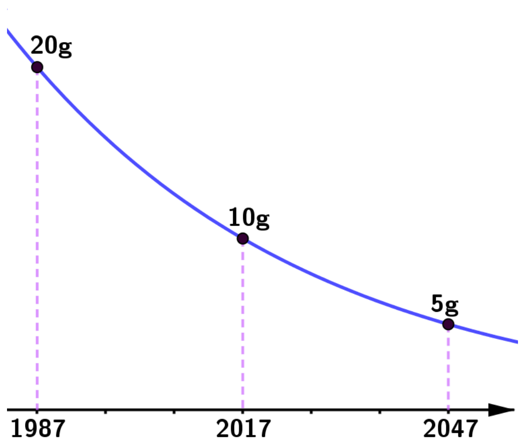
Ⓐ 256g.
Ⓑ 192g.
Ⓒ 181g.
Ⓓ 128g.
Ⓔ 64g.

Questão 29

(Ronaebson)

Um dos maiores acidentes com o isótopo Césio-137 teve início no dia 13 de setembro de 1987, em Goiânia, Goiás. O desastre fez centenas de vítimas, todas contaminadas por meio de radiações emitidas por uma única cápsula que continha *césio-137*. No âmbito radioativo, o Césio 137 só não foi maior que o acidente na usina nuclear de Chernobyl, em 1986, na Ucrânia, segundo a Comissão Nacional de Energia Nuclear (Cnen). O incidente teve início depois que dois jovens catadores de papel encontraram e abriram um aparelho contendo o elemento radioativo. A peça foi achada em um prédio abandonado, onde funcionava uma clínica desativada.

A meia-vida do Césio-137, o tempo necessário para que sua atividade radioativa caia pela metade, é de trinta anos e, conforme se desintegra pela emissão radiativa, forma o Bario-137. Assim, uma cápsula com cerca de 20g de Césio-137 que foi encontrada por um dos moradores de Goiânia em 1987, tem sua quantidade de massa ainda radioativa dada em função do tempo pelo gráfico a seguir.



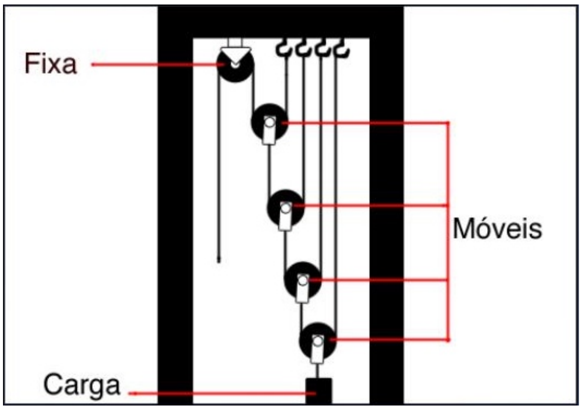
Considerando esse processo de desintegração radioativa exposto pelo gráfico, a quantidade de massa de Césio-137 que ainda restará no ano 2032 será de aproximadamente

- Ⓐ 5,0 g.
- Ⓑ 7,0 g.
- Ⓒ 7,5 g.
- Ⓓ 7,9 g.
- Ⓔ 9,1 g.

Questão 30

(Ronaebson)

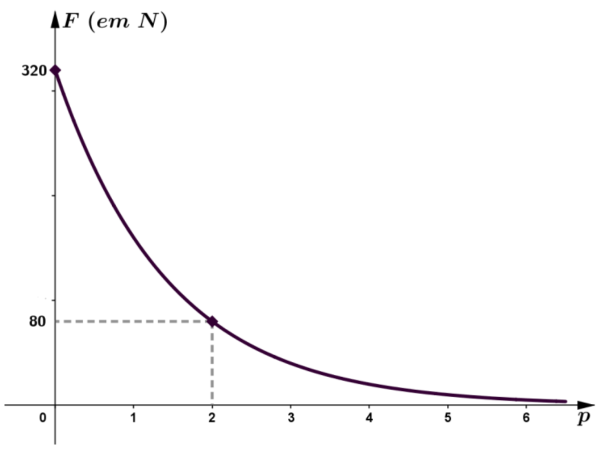
Talha Exponencial é uma das mais antigas ferramentas usadas pelo homem, sendo um sistema composto de uma polia fixa e determinado número de polias móveis, utilizado para facilitar a sustentação de um objeto e a movimentação de um peso.



Supondo que o módulo da força $\vec{F}$ necessária para suspender uma carga de peso 320 N seja dado, em função do número *p* de polias móveis do sistema, pela expressão

$$F = k \cdot a^p.$$

O gráfico dessa relação está representado a seguir.



Qual é o número mínimo de polias móveis necessárias para que a força $\vec{F}$ necessária para suspender a carga tenha módulo no máximo igual a 12,5% do peso da carga?

- Ⓐ 1
- Ⓑ 2
- Ⓒ 3
- Ⓓ 4
- Ⓔ 5

Questão 31

(PUC-RS_2021)

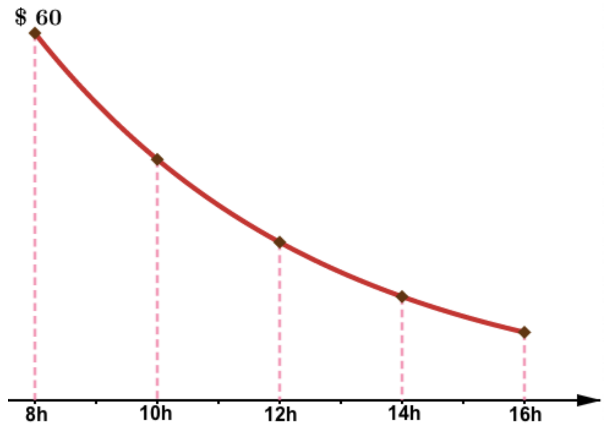
Em novembro de 2019, foi diagnosticado, na China, o primeiro caso da infecção conhecida por COVID-19. No Brasil, os primeiros casos surgiram no final da segunda quinzena de fevereiro de 2020. No dia 23/03/2020, foram diagnosticados, no Brasil, 1.960 casos. Supondo que a evolução prevista para o número de pessoas infectadas pelo novo coronavírus é dada por $P = 1.960 \cdot 2^{t/5}$, em que t é o número de dias corridos, a partir do dia 23/03/2020, e P o total de pessoas infectadas, quantos dias são previstos para que o número de pessoas infectadas seja 15.680?

Ⓐ 25
Ⓑ 20
Ⓒ 15
Ⓓ 5

Questão 32

(Ronaebson)

Depois de uma notícia emitida por um jornal de grande circulação do país, as ações de uma determinada empresa caíram, naquele dia, a uma taxa de 19% a cada duas horas, como descrito no gráfico a seguir.



Sabe-se que o valor de uma ação dessa empresa no início do pregão às 8h da manhã, assim que começaram as atividades, era de $ 60.

Uma pessoa que tinha um lote de 250 ações dessa empresa, ao perceber que o valor das ações começou a cair, vendeu todas elas exatamente às 9h da manhã.

Sabendo que essa pessoa tinha comprado esse lote de ações a alguns dias por $ 10.000,00, desconsiderando os impostos e taxas administrativas, o lucro que ela ainda obteve com a venda do lote foi

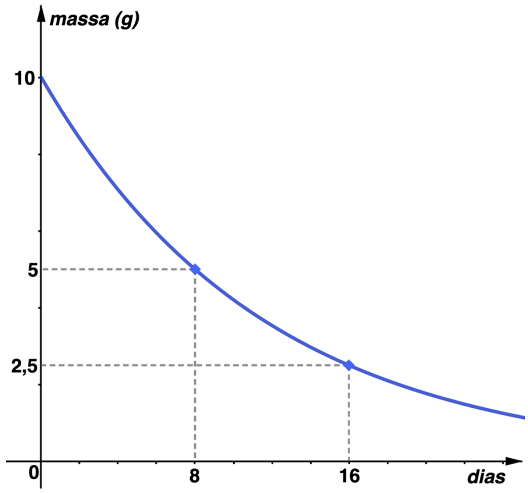
Ⓐ $ 3.500,00.
Ⓑ $ 5.000,00.
Ⓒ $ 5.400,00.
Ⓓ $ 12.150,00.
Ⓔ $ 13.500,00.

Questão 33

(Ronaebson)

Na Medicina Nuclear existem duas modalidades: o diagnóstico e o tratamento. A terapia com iodo-131 radioativo é um tratamento para a atividade excessiva da glândula tireóide, uma condição chamada hipertireoidismo.
O iodo (I-131) é um isótopo que emite radiação e é utilizado para fins médicos. Quando ingerido uma pequena dose de I-131, é absorvido pela corrente sanguínea do trato gastrointestinal e será difundido do sangue para a glândula tireóide, onde começa a destruir suas células. Além disso, o I-131 também pode ser usado para tratar câncer de tireóide.

O gráfico a seguir, representa a curva de decaimento radioativo de uma amostra de 10g de Iodo-131.



A quantidade de iodo remanescente depois de 20 dias será

Ⓐ 1,250 g
Ⓑ 1,767 g
Ⓒ 1,875 g
Ⓓ 1,965 g
Ⓔ 2,500 g

Questão 34

(UPE-SSA_2022)

A meia-vida é o tempo necessário para que a massa de uma amostra radioativa caia pela metade. Num instante inicial, duas amostras radioativas A e B possuem a mesma massa, 100 gramas. As meias-vidas de A e B são, respectivamente, 20 horas e 15 horas.

Passados 5 dias, qual a razão entre as massas da amostra radioativa A e da amostra radioativa B?

Ⓐ 32
Ⓑ 16
Ⓒ 8
Ⓓ 4
Ⓔ 2

Questão 35

(Ronaebson)

Um pequeno número de bactérias no trato respiratório de uma pessoa pode desencadear uma séria infecção em pouco tempo, pois cada uma delas se reproduz de modo que o número delas aumenta cinco vezes a cada seis horas.

Sabendo que essa infecção se iniciou com 10 dessas bactérias e que nenhuma bactéria morreu no primeiro dia, então o número dessas bactérias depois de 15h é de aproximadamente

A 250.
B 560.
C 750.
D 920.
E 1250.

Questão 36

(UPE_2015)

Os biólogos observaram que, em condições ideais, o número de bactérias *Q(t)* em uma cultura cresce exponencialmente com o tempo t, de acordo com a lei $Q(t) = Q_0 \cdot e^{kt}$ sendo $k > 0$ uma constante que depende da natureza das bactérias; o número irracional *e* vale aproximadamente 2,718 e Q_0 é a quantidade inicial de bactérias.

Se uma cultura tem inicialmente 6.000 bactérias e, 20 minutos depois, aumentou para 12.000 quantas bactérias estarão presentes depois de 1 hora?

A $1{,}8x10^4$
B $2{,}4x10^4$
C $3{,}0x10^4$
D $3{,}6x10^4$
E $4{,}8x10^4$

Questão 37

(IFPE)

Em uma pesquisa feita por alguns alunos do curso de Zootecnia, na disciplina de Avicultura, ofertada pelo IFPE campus Vitória de Santo Antão, observou-se que, para o ano de 2015, o comportamento das variáveis das condições de ofertas de insumos e produção avícola na Região Sul foi baseado em equações de regressão exponencial. Considere $A(t) = 5 \cdot e^{0{,}04t}$ a equação de regressão aproximada, com A sendo a área plantada, em (ha), e t o tempo, em anos. Admitindo o ano de 2015 como t=0, a área em 2020 será de

(considere $e^{0{,}2} \cong 1{,}2$)

A 6 hectares.
B 10,4 hectares.
C 10 hectares.
D 8,6 hectares.
E 8 hectares.

Questão 38

(Ronaebson)

A transmissão de informações via ondas eletromagnéticas em telefonia celular pode ser afetada por perdas crescentes à medida que a distância entre as antenas transmissora e receptora aumentam. É preciso estar atento a essa realidade e aplicar soluções técnicas adequadas para garantir uma transmissão de dados confiável e eficiente.

Uma relação existente entre a perda L (em dB) do sinal em função da distância d (em metros) entre as referidas antenas, no espaço livre de obstáculos, é dada por

$$d = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot 10^{\frac{L}{20}},$$

em que λ é (em m) o comprimento de onda do sinal.

Um sinal tem comprimento de onda de 0,12m. Utilizando $\pi \cong 3$, tem-se que para uma perda de sinal de 60 dB, a distância entre a antena transmissora e antena receptora é de

A $10\ m.$
B $12\ m.$
C $60\ m.$
D $100\ m.$
E $1000\ m.$

Questão 39

(Ronaebson)

Gheraldy começou uma criação de perus no dia 01 de janeiro de 2020. Já contando com os perus que são abatidos, vendidos ou que morrem por ocasião de alguma doença ou fatalidade, Gheraldy percebeu que o número de perus na sua criação triplicava a cada quatro meses.

Quando comparado com a quantidade de perus que ele tinha inicialmente, o número de perus que sua criação possuirá depois de um ano será

A 3 vezes maior.
B 4 vezes maior.
C 9 vezes maior.
D 12 vezes maior.
E 27 vezes maior.

Questão 40

(UFPR_2016)

A análise de uma aplicação financeira ao longo do tempo mostrou que a expressão $V(t) = 1000 \cdot 2^{0{,}0625 \cdot t}$ fornece uma boa aproximação do valor V (em reais) em função do tempo t (em anos), desde o início da aplicação.

Depois de quantos anos o valor inicialmente investido dobrará?

A 8 B 12 C 16 D 24 E 32

Questão 41

(Ronaebson)

Um grupo de microbiologistas acompanhou em laboratório o crescimento de uma cultura de bactérias e concluíram que esta população crescia com o tempo $t \geq 0$ ao dia, conforme a lei $P(t) = P_0 \cdot 3^{\lambda t}$ onde P_0, é a população inicial da cultura (t = 0) e λ é uma constante real positiva.

Se, após dois dias, o número inicial de bactérias duplica, então, após seis dias, esse número é:

Ⓐ $16P_0$
Ⓑ $12P_0$
Ⓒ $10P_0$
Ⓓ $8P_0$
Ⓔ $6P_0$

Questão 42

(Ronaebson)

O peixe-voador é bastante original porque parece voar acima da água em vez de nadar. Diferentemente das aves, que voam batendo asas, ele é um peixe que salta para fora da água e usa as nadadeiras para planar. Em geral, o peixe-voador tem menos de 45 centímetros de comprimento, o dorso e as laterais são de tonalidade azul-escura, e a parte inferior é prateada. O corpo longo e estreito tem nadadeiras laterais grandes, parecidas com asas. Algumas espécies também têm nadadeiras no ventre.

Disponível em https://escola.britannica.com.br/artigo/peixe-voador/481297
Acesso em 22/08/2021.

A altura de um salto de um peixe voador, do instante em que saiu da água (t=0) até o instante em que mergulhou (t=T), foi descrita por um observador aproximadamente pelo modelo matemático

$$h(t) = 8t - t \cdot 2^{0,2t},$$

com t em segundo, h(t) em decímetro e $0 \leq t \leq T$.

O tempo em que esse peixe voador esteve fora da água durante esse "voo" foi de

Ⓐ 5 s.
Ⓑ 6 s.
Ⓒ 10 s.
Ⓓ 12 s.
Ⓔ 15 s.

Questão 43

(UFPR)

Uma pizza a 185°C foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir 65°C será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar. Suponha que a temperatura T da pizza, em graus Celsius, possa ser descrita em função do tempo t, em minutos, pela expressão

$$T = 160 \cdot 2^{-0,8 \cdot t} + 25.$$

Qual o tempo necessário para que se possa segurar um pedaço dessa pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

Ⓐ 0,25 minutos.
Ⓑ 0,68 minutos.
Ⓒ 2,5 minutos.
Ⓓ 6,63 minutos.
Ⓔ 10,0 minutos.

Questão 44

(FGV)

A posição de um objeto A num eixo numerado é descrita pela lei $\frac{1}{8} - \frac{7}{8} \cdot 2^{-0,5t}$,onde t é o tempo em segundos. No mesmo eixo, move-se o objeto B, de acordo com a lei 2^{-t}. Os objetos A e B se encontrarão num certo instante t_{AB}.

O valor de t_{AB}, em segundos, é um divisor de

Ⓐ 28.
Ⓑ 26.
Ⓒ 24.
Ⓓ 22.
Ⓔ 20.

Questão 45

(PUCGO_2023

A quantidade de um líquido num recipiente varia de acordo com a equação $Q(x) = K \cdot 2^{-0,1x}$, em que x representa o tempo em meses.

Nessas condições, marque a única alternativa que apresenta corretamente o tempo necessário para que o volume desse líquido se reduza à metade:

Ⓐ 9 meses.
Ⓑ 8 meses.
Ⓒ 7 meses.
Ⓓ 10 meses.

Questão 46

(UPE-SSA_2022)

Um experimento consiste em estudar um fenômeno que cresce exponencialmente. Para uma melhor análise da curva de crescimento, a equipe responsável utilizou um software para representá-la geometricamente. A equação dessa curva é dada por $f(x) = k \cdot 4^{x+p}$, onde k e p são constantes positivas. A partir do software, observaram que f(5) = 15, resultado que divergia em muito da realidade. Após uma análise cuidadosa, perceberam que o gráfico estava posicionado incorretamente e, após alguns cálculos, verificaram que, para corrigir esse erro, seria necessário adicionar 3 unidades ao parâmetro p. Depois de fazer isso, todos os resultados tornaram-se compatíveis.

Após o deslocamento que corrigiu a posição da curva, qual o real valor de f (5) obtido pelo software?

Ⓐ 3375
Ⓑ 960
Ⓒ 750
Ⓓ 35
Ⓔ 18

Questão 47

(UFJF)

Em um experimento, dois microrganismos A e B são colocados em um mesmo ambiente. As colônias destes microrganismos crescem até o momento em que suas populações se igualam e inicia-se um processo de competição entre elas. O número de indivíduos das populações de A e de B, em milhares, do início do experimento (tempo t = 0) até o momento em que as populações se igualam, são descritos por $A(t) = 3^{2t} + 7$ e $B(t) = 18 \cdot 3^{t-2} + 10$, respectivamente. Qual é a população (em milhares) do microrganismo A quando se inicia a competição?

Ⓐ 8
Ⓑ 12
Ⓒ 13
Ⓓ 16
Ⓔ 18

Questão 48

(Ronaebson)

A quantidade de cafeína no sangue decai exponencialmente com o tempo *t* de acordo com a função $x(t) = x_o \cdot e^{kt/2}$.

Se a quantidade inicial x_o se reduz à metade em 4 horas, em 10 horas existirá no sangue

(Considere $\sqrt{2} = 1{,}41$)

Ⓐ 12,5% de x_o.
Ⓑ 17,7% de x_o.
Ⓒ 25,0% de x_o.
Ⓓ 27,5% de x_o.
Ⓔ 30,0% de x_o.

Questão 49

(UEMG_2023)

Muitos vírus e bactérias têm crescimento exponencial, isso é uma das causas que os torna tão perigosos. Supondo o surgimento de um novo vírus com um crescimento exponencial de acordo com a seguinte lei de formação $Q(t) = 25 \cdot 3^{2t-7}$, na qual Q é a quantidade de vírus e t é o tempo em dias. Analisando uma cultura desse vírus, quanto tempo demora para que ele alcance a quantidade de 54.675?

Ⓐ 6 dias.
Ⓑ 7 dias.
Ⓒ 8 dias.
Ⓓ 9 dias.

Questão 50

(UNIFOR_2023)

O dono de um antiquário restaurou uma de suas obras e estimou que o valor da peça t anos após a restauração é v(t) = 2500 $(1{,}03)^t$, onde $0 \le t \le 3$. A expressão que corresponde ao valor da peça m meses após a restauração, onde $0 \le m \le 36$,

Ⓐ $v(m) = 2500(1{,}03)^{m/36}$

Ⓑ $v(m) = 2500(1{,}03)^{(m/3)}$

Ⓒ $v(m) = 2500(1{,}03/36)^{3m}$

Ⓓ $v(m) = 2500(1{,}03)^{12m}$

Ⓔ $v(m) = 2500(1{,}03)^{m/12}$

Questão 51

(UERJ_2022)

Um teste de material foi realizado com placas de vidro homogêneo. Considere I_0 a intensidade de luz que incide no vidro e I a quantidade de luz que o atravessa. Observe a equação que relaciona I_0 e I, a partir da constante e, sendo x a espessura do vidro, em milímetros, e k a constante do material com que foi fabricado:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-kx}$$

Considere a tabela a seguir, que apresenta valores aproximados para e^{-w}:

w	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24
e^{-w}	0,819	0,811	0,802	0,794	0,787

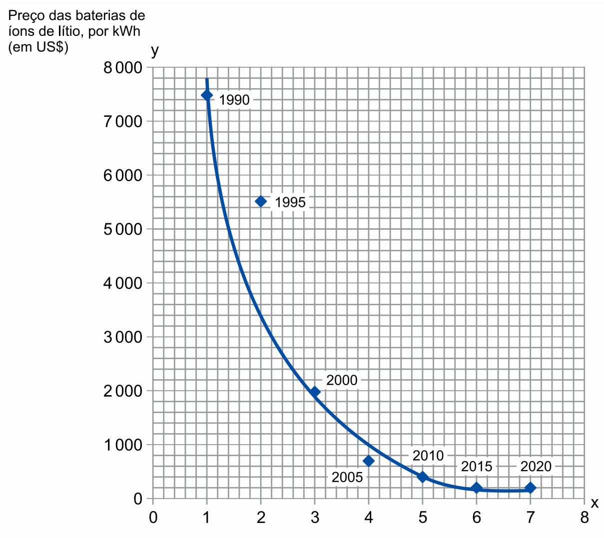
Para k = 0,046 e x = 5 mm, a porcentagem da intensidade da luz incidente que atravessa o vidro é:

Ⓐ 78,7%
Ⓑ 79,4%
Ⓒ 80,2%
Ⓓ 81,1%

Questão 52

(UNESP_2022)

A expansão global da internet tem sido possível em virtude do barateamento dos eletrônicos portáteis e das baterias de alta capacidade que os alimentam. O gráfico indica a vertiginosa queda no preço médio das baterias de íons de lítio desde sua introdução, nos anos 90, até 2020. O modelo exponencial $y = 15649 \cdot e^{-0,687x}$, com valores de x e y indicados nos eixos do gráfico, prevê razoavelmente bem a relação entre essas variáveis.



(Micah S. Ziegler e Jessika E.Trancik "Re-examining rates of lithium-ion battery technology improvement and cost decline". https://pubs.rsc.org. Adaptado.)

Adotando nos cálculos $e^{5,053} = 156,49$ e $e^{0,443} = 1,56$, o modelo exponencial utilizado prevê que, em 2025, o preço por kWh das baterias de íons de lítio será de, aproximadamente,

- **A** US$ 82.
- **B** US$ 64.
- **C** US$ 98.
- **D** US$ 56.
- **E** US$ 48.

Questão 53

(UFAM_2022)

O número de refeições servidas ao mês por determinado restaurante, em certo ano, pode ser descrito aproximadamente pela função f(x)=3000.$(1,2)^{x-2}$, em que x representa o mês do ano (para janeiro, por exemplo, x = 1). A quantidade de refeições, aproximadamente, que foram servidas por esse restaurante em abril, foi de:

- **A** 2840 refeições.
- **B** 3280 refeições.
- **C** 4320 refeições.
- **D** 5430 refeições.
- **E** 6360 refeições.

Questão 54

(UNESP_2022)

Cada vez que clicamos com o mouse em um mapa mostrado na tela de um computador, a representação das distâncias no mapa dobram, como ilustra a figura.

(Google Maps, 2021.)

Após clicar certo número de vezes no mouse desse computador, um quadrado, que no primeiro mapa correspondia na realidade a um quadrado de área igual a 8 km^2, passa a ser um quadrado com área real correspondente a 32.768 km^2. Nessa situação, o número de cliques feitos no mouse do computador foi igual a

- **A** 12.
- **B** 6.
- **C** 15.
- **D** 13.
- **E** 7.

Questão 55

(PUCAMP)

Pesquisadores da Fundação Osvaldo Cruz desenvolveram um sensor a laser capaz de detectar bactérias no ar em até 5 horas, ou seja, 14 vezes mais rápido do que o método tradicional. O equipamento, que aponta a presença de microorganismos por meio de uma ficha ótica, pode se tornar um grande aliado no combate às infecções hospitalares.

(Adaptado de Karine Rodrigues. http:www.estadão.com.br/ciência/notícias/2004/julho/15)

Suponha que o crescimento de uma cultura de bactérias obedece à lei $N(t) = m \cdot 2^{\frac{t}{2}}$, na qual N representa o número de bactérias no momento t, medido em horas.

Se, no momento inicial, essa cultura tinha 200 bactérias, ao fim de 8 horas o número delas era

- **A** 3 600
- **B** 3 200
- **C** 3 000
- **D** 2 700
- **E** 1 800

Questão 56

(Ronaebson)

"O modelo previdenciário brasileiro segue o princípio de um grande bolão. As pessoas contribuem enquanto estão no mercado de trabalho, sustentando quem já saiu e poupando para quando ela mesma receber quando sair. Hoje quase 40% das despesas primárias do governo federal – algo como R$ 450 bilhões – são pensões e aposentadorias do INSS. O gasto total com Previdência, incluindo INSS e servidores da União, Estados e municípios, está em R$ 700 bilhões."

http://economia.estadao.com.br/noticias/geral,gasto-com-previdencia-vai-a-r-700-bilhoes,1871572
Acesso em 24/05/2017

Com base no texto, o gasto total com Previdência, incluindo INSS e servidores da União, Estados e municípios tem ordem de grandeza igual a

A 10^9.
B 10^{10}.
C 10^{11}.
D 10^{12}.
E 10^{13}.

Questão 57

(Ronaebson)

"Os benefícios da reciclagem do papel incluem a redução no consumo de água e energia utilizadas na produção. Mas é fato que, com a reciclagem de papel, deixa-se de cortar árvores: calcula-se que, para cada 1 tonelada de papel reciclado, salvam-se de 15 a 20 árvores."

Adaptado de <http://www.infoescola.com/ecologia/reciclagem-de-papel/>
Acesso em 24/05/2017

"Em 2015, 46,3% do papel produzido e comercializado no Brasil foi reciclado e voltou para a cadeia produtiva."

Adaptado de <http://www.suapesquisa.com/reciclagem/reciclagem_de_papel.htm>
Acesso em 24/05/2017

No Brasil, em 2015, considerando uma produção e comercialização total de 10 milhões de toneladas de papel, de acordo com os dados dos trechos, podem-se salvar até N árvores. O valor de N é

A $2{,}315 \cdot 10^4$.
B $2{,}315 \cdot 10^5$.
C $9{,}260 \cdot 10^6$.
D $9{,}260 \cdot 10^7$.
E $9{,}260 \cdot 10^8$.

Questão 58

(Ronaebson)

Estima-se que os 1% mais ricos do mundo detinham, ao final de 2021, quase 46% de toda fortuna global. Para se ter uma ideia, existiam 62,5 milhões de pessoas no mundo com mais de US$ 1 milhão.

Os dados demonstram que a riqueza global, como um todo, cresceu 12,7% em 2021, chegando a US$ 463,6 trilhões. Esse é o maior crescimento anual já registrado na série histórica.

Relatório de Banco Credit Suisse
20/09/2022

O valor que representa a riqueza global em 2021, em dólares, é na ordem de

A 10^{12}.
B 10^{13}.
C 10^{14}.
D 10^{15}.
E 10^{16}.

Questão 59

(Ronaebson)

A Apple atingiu nesta quinta-feira (2) a marca de US$ 1 trilhão em valor de mercado - o valor somado de todas as suas ações - na bolsa de Nova York. É a primeira vez que uma empresa privada alcança tal feito. A marca foi atingida por volta das 13h, após a ação da Apple superar US$ 207,04 na Nasdaq.
A ação da Apple fechou com alta de 2,92%, a US$ 207,39, o que dá para a companhia um valor de mercado de US$ 1,001 trilhão. Como comparação, esse valor supera mais da metade do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro do ano passado. Além disso, se a companhia fosse um país, seria a 17ª maior economia do mundo.

Matéria de Agosto de 2018.
Disponível em https://g1.globo.com/economia/noticia/2018/08/02/apple-atinge-marca-de-us-1-trilhao-em-valor-de-mercado.ghtml
Acesso em 31/03/2019.

Considerando os dados e, sabendo que a cotação do dólar em agosto de 2018 era de R$ 4,07, o valor de mercado da Apple, em reais, é na ordem de

A 10^{10}.
B 10^{11}.
C 10^{12}.
D 10^{13}.
E 10^{14}.

Questão 60

(Ronaebson)

A Petrobras informou nesta quinta-feira (28) que registrou lucro de R$ 31,142 bilhões no terceiro trimestre deste ano. Com o resultado, a estatal reverteu o prejuízo de R$ 1,5 bilhão apurado no mesmo período do ano passado.

Disponível em https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/10/28/petrobras-tem-lucro-de-r-311-bilhoes-no-terceiro-trimestre.ghtml
Acesso em 28/10/2021

O lucro que a Petrobras obteve no terceiro trimestre deste ano foi na ordem de

A 10^9.
B 10^{10}.
C 10^{11}.
D 10^{12}.
E 10^{13}.

Questão 61

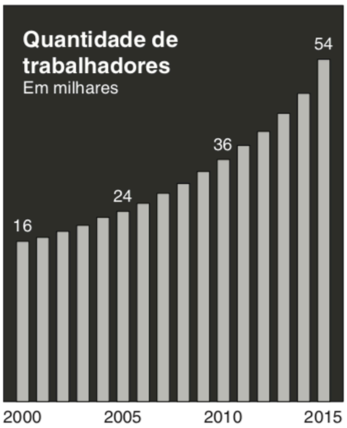
(UFRGS)

A concentração de alguns medicamentos no organismo está relacionada com a meia-vida, ou seja, o tempo necessário para que a quantidade inicial do medicamento no organismo seja reduzida pela metade.
Considere que a meia-vida de determinado medicamento é de 6 horas. Sabendo que um paciente ingeriu 120 mg desse medicamento às 10 horas, assinale a alternativa que representa a melhor aproximação para a concentração desse medicamento, no organismo desse paciente, às 16 horas do dia seguinte.

- Ⓐ 2,75 mg.
- Ⓑ 3 mg.
- Ⓒ 3,75 mg.
- Ⓓ 4 mg.
- Ⓔ 4,25 mg.

Questão 62

Em um determinado país, um programa de emprego instaurado no ano 2000 promoveu uma significativa baixa no índice de desemprego. O histograma a seguir ilustra a eficiência dessa medida apresentando o número aproximado de trabalhadores empregados desde o ano da instauração do programa até 2015.



Uma análise dos resultados desse programa verificou que o número y, o qual representa os trabalhadores empregados nesse país, cresce segundo uma função exponencial do tipo $y = 16.000 \cdot b^{\frac{x}{5}}$, em que b é um parâmetro real e positivo e x é o número de anos decorridos a partir da instauração do programa de emprego.

Dessa forma, pode-se estimar que, em 2020, obedecida a mesma curva de crescimento, o número de trabalhadores empregados alcance a marca de

- Ⓐ 64 milhares.
- Ⓑ 68 milhares.
- Ⓒ 81 milhares.
- Ⓓ 85 milhares.
- Ⓔ 89 milhares.

Questão 63

Autoridades ambientais especialistas no estudo de uma determinada espécie, representada aqui genericamente por A, estão preocupadas com o crescimento de certa espécie predadora, representada genericamente por B. Esta espécie predadora tem praticamente triplicado de população a cada 10 anos, conforme os dados coletados por um instituto de meio ambiente. Tendo isso em vista, considere os dados a seguir:

Ano	População aproximada (em milhares)
1990	1
2000	3
2010	9

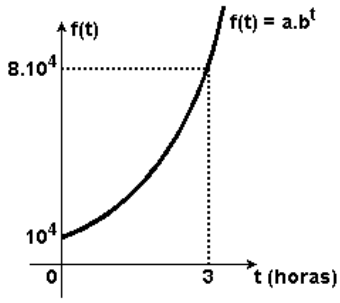
Considere que, em virtude dos efeitos no ecossistema que são causados pelo crescimento exagerado do predador, o instituto, em 2030, liberará a caça da espécie B, fazendo com que, a partir desse ano, o crescimento populacional passe a duplicar a cada 30 anos. Assim, em 2390, espera-se que a população da espécie predadora seja, em milhares, de

- Ⓐ $648 \cdot 2^6$
- Ⓑ $648 \cdot 2^7$
- Ⓒ $648 \cdot 2^8$
- Ⓓ $648 \cdot 2^9$
- Ⓔ $648 \cdot 2^{10}$

Questão 64

(MACKENZIE)

O gráfico mostra, em função do tempo, a evolução do número de bactérias em certa cultura.



Dentre as alternativas a seguir, decorridos 30 minutos do início das observações, o valor mais próximo desse número é:

- Ⓐ 18.000
- Ⓑ 20.000
- Ⓒ 32.000
- Ⓓ 14.000
- Ⓔ 40.000

Questão 65

(UECE_2022)

O rádio é uma substância radioativa que se desintegra espontaneamente ao longo do tempo. Sua desintegração pode ser descrita matematicamente pela expressão $Q(t) = K\left(\frac{3}{2}\right)^{-0,001 \cdot t}$, onde K é a quantidade inicial de rádio e Q(t) é a quantidade ainda presente após t anos. Observa–se que, após transcorridos 1000 anos, ocorre uma redução porcentual, relativa à quantidade inicial, de aproximadamente 33,33%.

Quando decorridos 2000 anos, a redução porcentual (relativa à quantidade inicial) aproximada será de

- **A** 55,55%.
- **B** 88,88%.
- **C** 66,66%.
- **D** 77,77%.

Questão 66

(IFSUL)

Antibióticos são medicamentos capazes de combater infecções causadas por microrganismos. Dentre esses antibióticos, a Amoxicilina é especializada no tratamento das infecções bacterianas suscetíveis a ela. Tal Medicamento possui uma meia-vida biológica de cerca de 1 hora, significando que metade da substância presente no organismo será eliminada a cada hora após a sua ingestão. Dessa forma, a quantidade da droga, após a sua ingestão, pode ser expressa como uma função do tempo t, medido em horas,

$$Q(t) = Q_0\left(\frac{1}{2}\right)^t,$$

Onde Q(t) representa a quantidade de Amoxicilina presente no organismo t horas, após a sua ingestão, e Q_0 é a quantidade da droga presente no organismo assim que administrada.

Disponível em: <http://www.anvisa.gov.br/datavisa/fila_bula/frmVisualizarBula.asp?pNuTransacao=10319142015&pIdAnexo=2966060>. Acesso em: 19 ago. 2019.

Supondo que uma dose de 512mg de Amoxicilina tenha sido ingerida, pela primeira vez, às 8 horas da manhã, o horário no qual apenas 64mg da substância estará presente no organismo é

- **A** 9 horas.
- **B** 10 horas.
- **C** 11 horas.
- **D** 12 horas.
- **E** 13 horas

Questão 67

No estudo da Geologia, um dos principais indicadores do nível de hematita no solo é o IAV (Índice de Avermelhamento), que pode ser facilmente obtido por meio de um aparelho chamado colorímetro. O IAV depende, principalmente, do teor de hematita encontrado na amostra do solo analisada.
A relação $Y = 0{,}95 \cdot (1{,}02)^x$ tem a variável Y representando o IAV do solo e a variável X representando a concentração de hematita no solo em gramas por quilogramas $[g \cdot kg^{-1}]$.

Assim, se foi verificado, em uma amostra de 6 kg de solo, um IAV igual a 0,969, significa que essa amostra deve conter

- **A** 1 g de hematita.
- **B** 2 g de hematita.
- **C** 4 g de hematita.
- **D** 5 g de hematita.
- **E** 6 g de hematita.

Questão 68

(FATEC)

"O número de deslocamentos de pessoas entre cidades paulistas dobrou em uma década, enquanto o crescimento populacional foi de 1% ao ano. A pesquisa obtida pelo **Estado** considera viagens feitas por maiores de 15 anos na macrometrópole paulista – 173 municípios entre a Baixada Santista e o Vale do Paraíba, passando por São Paulo, Campinas e São José dos Campos."

(Tiago Dantas. *Estado de São Paulo*, 27.02.2013. Adaptado)

A notícia revela um fenômeno social chamado migração pendular, que ocorre quando pessoas se deslocam entre diferentes cidades diariamente para trabalhar ou estudar.
Suponha que, nos próximos anos, o número de deslocamentos de pessoas entre cidades paulistas continue dobrando a cada década e que o crescimento populacional continue aumentando à taxa de 1% ao ano.

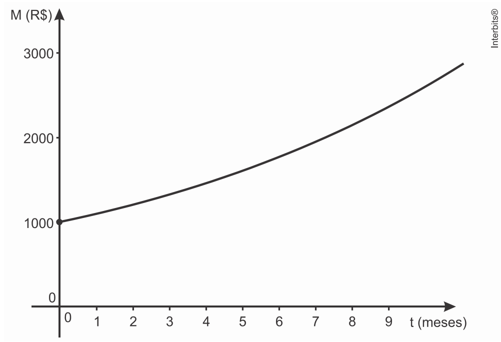
Com base nessas suposições, podemos afirmar corretamente que

- **A** o crescimento dos deslocamentos será linear, enquanto que o crescimento populacional será exponencial.
- **B** o crescimento dos deslocamentos será logarítmico, enquanto que o crescimento populacional será linear.
- **C** o crescimento dos deslocamentos será exponencial, enquanto que o crescimento populacional será linear.
- **D** tanto o crescimento dos deslocamentos quanto o crescimento populacional serão exponenciais.
- **E** tanto o crescimento dos deslocamentos quanto o crescimento populacional serão lineares.

Questão 69

(IFSUL)

Uma aplicação bancária é representada graficamente conforme figura a seguir.



M é o montante obtido através da função exponencial $M = C \cdot (1{,}1)^t$, C é o capital inicial e t é o tempo da aplicação. Ao final de 04 meses o montante obtido será de

Ⓐ 121,00
Ⓑ 146,41
Ⓒ 1.210,00
Ⓓ 1.464,10

Questão 70

(ULBRA)

Em um experimento de laboratório, 400 indivíduos de uma espécie animal foram submetidos a testes de radiação, para verificar o tempo de sobrevivência da espécie. Verificou-se que o modelo matemático que determinava o número de indivíduos sobreviventes, em função do tempo era $N(t) = C \cdot A^t$ com o tempo t dado em dias e A e C dependiam do tipo de radiação. Três dias após o início do experimento, havia 50 indivíduos.

Quantos indivíduos vivos existiam no quarto dia após o início do experimento?

Ⓐ 40
Ⓑ 30
Ⓒ 25
Ⓓ 20
Ⓔ 10

Questão 71

(ESCOLA NAVAL)

O elemento químico Califórnio, Cf^{251}, emite partículas alfa, transformando-se no elemento Cúrio, Cm^{247}. Essa desintegração obedece à função exponencial $N(t) = N_0 e^{-\alpha t}$, onde N(t) é quantidade de partículas de Cf^{251} no instante t em determinada amostra; N_0 é a quantidade de partículas no instante inicial; e α é uma constante, chamada constante de desintegração.

Sabendo que em 898 anos a concentração de Cf^{251} é reduzida à metade, pode-se afirmar que o tempo necessário para que a quantidade de Cf^{251} seja apenas 25% da quantidade inicial está entre

Ⓐ 500 e 1000 anos
Ⓑ 1000 e 1500 anos
Ⓒ 1500 e 2000 anos
Ⓓ 2000 e 2500 anos
Ⓔ 2500 e 3000 anos

Questão 72

(UEPA)

Os dados estatísticos sobre violência no trânsito nos mostram que é a segunda maior causa de mortes no Brasil, sendo que 98% dos acidentes de trânsito são causados por erro ou negligência humana e a principal falha cometida pelos brasileiros nas ruas e estradas é usar o celular ao volante. Considere que em 2012 foram registrados 60.000 mortes decorrentes de acidentes de trânsito e destes, 40% das vítimas estavam em motos.

Texto Adaptado: *Revista Veja*, 19/08/2013.

A função $N(t) = N_0(1{,}2)^t$ fornece o número de vítimas que estavam de moto a partir de 2012, sendo t o número de anos e N_0 o número de vítimas que estavam em moto em 2012.

Nessas condições, o número previsto de vítimas em moto para 2015 será de:

Ⓐ 41.472.
Ⓑ 51.840.
Ⓒ 62.208.
Ⓓ 82.944.
Ⓔ 103.680.

Questão 73

(INSPER)

A partir do momento em que é ativado, um vírus de computador atua da seguinte forma:

- ao longo do primeiro minuto, ele destrói 40% da memória do computador infectado;
- ao longo do segundo minuto, ele destrói 40% do que havia restado da memória após o primeiro minuto;
- e assim sucessivamente: a cada minuto, ele destrói 40% do que havia restado da memória no minuto anterior.

Dessa forma, um dia após sua ativação, esse vírus terá destruído aproximadamente

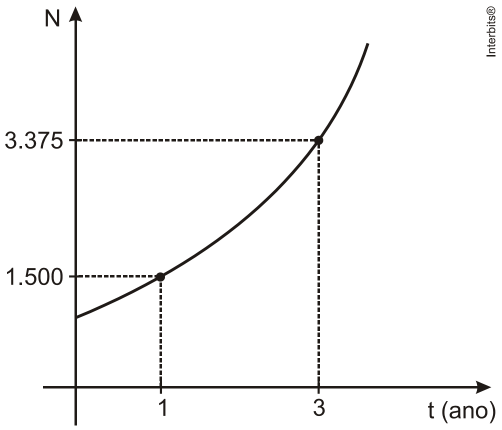
Ⓐ 50% da memória do computador infectado.
Ⓑ 60% da memória do computador infectado.
Ⓒ 80% da memória do computador infectado.
Ⓓ 90% da memória do computador infectado.
Ⓔ 100% da memória do computador infectado.

Questão 74

(UFSM)

As matas ciliares desempenham importante papel na manutenção das nascentes e estabilidade dos solos nas áreas marginais. Com o desenvolvimento do agronegócio e o crescimento das cidades, as matas ciliares vêm sendo destruídas. Um dos métodos usados para a sua recuperação é o plantio de mudas.

O gráfico mostra o número de mudas $N(t) = ba^t$ $(0 < a \neq 1$ e $b > 0)$ a serem plantadas no tempo t (em anos), numa determinada região.



De acordo com os dados, o número de mudas a serem plantadas, quando t=2 anos é igual a

- **A** 2.137.
- **B** 2.150.
- **C** 2.250.
- **D** 2.437.
- **E** 2.500.

Questão 75

(FCMCSSP_2023)

O decaimento radioativo de uma substância se dá de acordo com a fórmula $r(t) = C \cdot 3^{-6t}$, com C sendo uma constante diferente de zero e r(t) a quantidade de radioatividade presente na substância após t segundos desde o início do decaimento. O valor de t, em segundos, para que a substância fique com a terça parte da radioatividade que tinha inicialmente é igual a

- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** $\frac{1}{3}$
- **D** $\frac{1}{6}$
- **E** $\frac{2}{5}$

Questão 76

(UNESP)

A revista *Pesquisa Fapesp*, na edição de novembro de 2012, publicou o artigo intitulado *Conhecimento Livre*, que trata dos repositórios de artigos científicos disponibilizados gratuitamente aos interessados, por meio eletrônico. Nesse artigo, há um gráfico que mostra o crescimento do número dos repositórios institucionais no mundo, entre os anos de 1991 e 2011.

Observando o gráfico, pode-se afirmar que, no período analisado, o crescimento do número de repositórios institucionais no mundo foi, aproximadamente,

- **A** exponencial.
- **B** linear.
- **C** logarítmico.
- **D** senoidal.
- **E** nulo.

Questão 77

(FCMSCSP_2023)

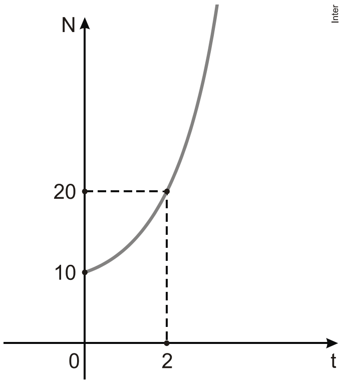
O decaimento radioativo de uma substância se dá de acordo com a fórmula $r(t) = C \cdot 3^{-6t}$, com C sendo uma constante diferente de zero e r(t) a quantidade de radioatividade presente na substância após t segundos desde o início do decaimento. O valor de t, em segundos, para que a substância fique com a terça parte da radioatividade que tinha inicialmente é igual a

- **A** $\frac{1}{4}$
- **B** $\frac{1}{5}$
- **C** $\frac{1}{3}$
- **D** $\frac{1}{6}$
- **E** $\frac{2}{5}$

Questão 78

(UFRN)

A pedido do seu orientador, um bolsista de um laboratório de biologia construiu o gráfico a seguir a partir dos dados obtidos no monitoramento do crescimento de uma cultura de micro-organismos.



Analisando o gráfico, o bolsista informou ao orientador que a cultura crescia segundo o modelo matemático, $N = k \cdot 2^{at}$ com t em horas e N em milhares de micro-organismos.
Para constatar que o modelo matemático apresentado pelo bolsista estava correto, o orientador coletou novos dados com t = 4 horas e t = 8 horas.

Para que o modelo construído pelo bolsista esteja correto, nesse período, o orientador deve ter obtido um aumento na quantidade de micro-organismos de

- **A** 80.000.
- **B** 160.000.
- **C** 40.000.
- **D** 120.000.

Questão 79

(ACAFE)

Um dos perigos da alimentação humana são os microrganismos, que podem causar diversas doenças e até levar a óbito. Entre eles, podemos destacar a *Salmonella*. Atitudes simples como lavar as mãos, armazenar os alimentos em locais apropriados, ajudam a prevenir a contaminação pelos mesmos.

Sabendo que certo microrganismo se prolifera rapidamente, dobrando sua população a cada 20 minutos, pode-se concluir que o tempo que a população de 100 microrganismos passará a ser composta de 3.200 indivíduos é:

- **A** 1 h e 35 min.
- **B** 1 h e 40 min.
- **C** 1 h e 50 min.
- **D** 1 h e 55 min.

Questão 80

(ESPCEX)

Na pesquisa e desenvolvimento de uma nova linha de defensivos agrícolas, constatou-se que a ação do produto sobre a população de insetos em uma lavoura pode ser descrita pela expressão $N(t) = N_0 \cdot 2^{kt}$, sendo N_0 a população no início do tratamento, N(t), a população após t dias de tratamento e k uma constante, que descreve a eficácia do produto.

Dados de campo mostraram que, após dez dias de aplicação, a população havia sido reduzida à quarta parte da população inicial.

Com estes dados, podemos afirmar que o valor da constante de eficácia deste produto é igual a

- **A** 5^{-1}
- **B** -5^{-1}
- **C** 10
- **D** 10^{-1}
- **E** -10^{-1}

Questão 81

(PUCRS)

A desintegração de uma substância radioativa é um fenômeno químico modelado pela fórmula $q = 10 \cdot 2^{k \cdot t}$ onde **q** representa a quantidade de substância radioativa (em gramas) existente no instante **t** (em horas).

Quando o tempo **t** é igual a 3,3 horas, a quantidade existente **q** vale 5. Então, o valor da constante **k** é

- **A** $-35/5$
- **B** $-33/10$
- **C** $-5/33$
- **D** $-10/33$
- **E** $-100/33$

Questão 82

(PUCMG)

O valor de certo equipamento, comprado por R$60.000,00, é reduzido à metade a cada 15 meses. Assim, a equação $V(t) = 60.000 \cdot 2^{-\frac{t}{15}}$, onde t é o tempo de uso em meses e V(t) é o valor em reais, representa a variação do valor desse equipamento.

Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que o valor do equipamento após 45 meses de uso será igual a:

- **A** R$ 3.750,00
- **B** R$ 7.500,00
- **C** R$10.000,00
- **D** R$20.000,00

Questão 83

(CFTMG)

Uma emissora de TV vende seu horário comercial da seguinte maneira: o cliente escolhe quantas pessoas no mínimo devem ver seu produto e a emissora calcula quantos dias a propaganda deve ser veiculada. Para isso, ela usa a relação entre o número "**P**" de pessoas que conheceram o produto após "**n**" dias consecutivos de propaganda expressa por

$$P = 6 + 6 \cdot (36)^n .$$

O valor de **n**, para que 7.782 pessoas conheçam esse produto, deve ser igual a

Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 4

Questão 84

(UNESP)

Cássia aplicou o capital de R$ 15.000,00 a juros compostos, pelo período de 10 meses e à taxa de 2% a.m. (ao mês).

Considerando a aproximação $(1{,}02)^5 = 1{,}1$, Cássia computou o valor aproximado do montante a ser recebido ao final da aplicação, Esse valor é:

Ⓐ R$ 18.750,00.
Ⓑ R$ 18.150,00.
Ⓒ R$ 17.250,00.
Ⓓ R$ 17.150,00.
Ⓔ R$ 16.500,00.

Questão 85

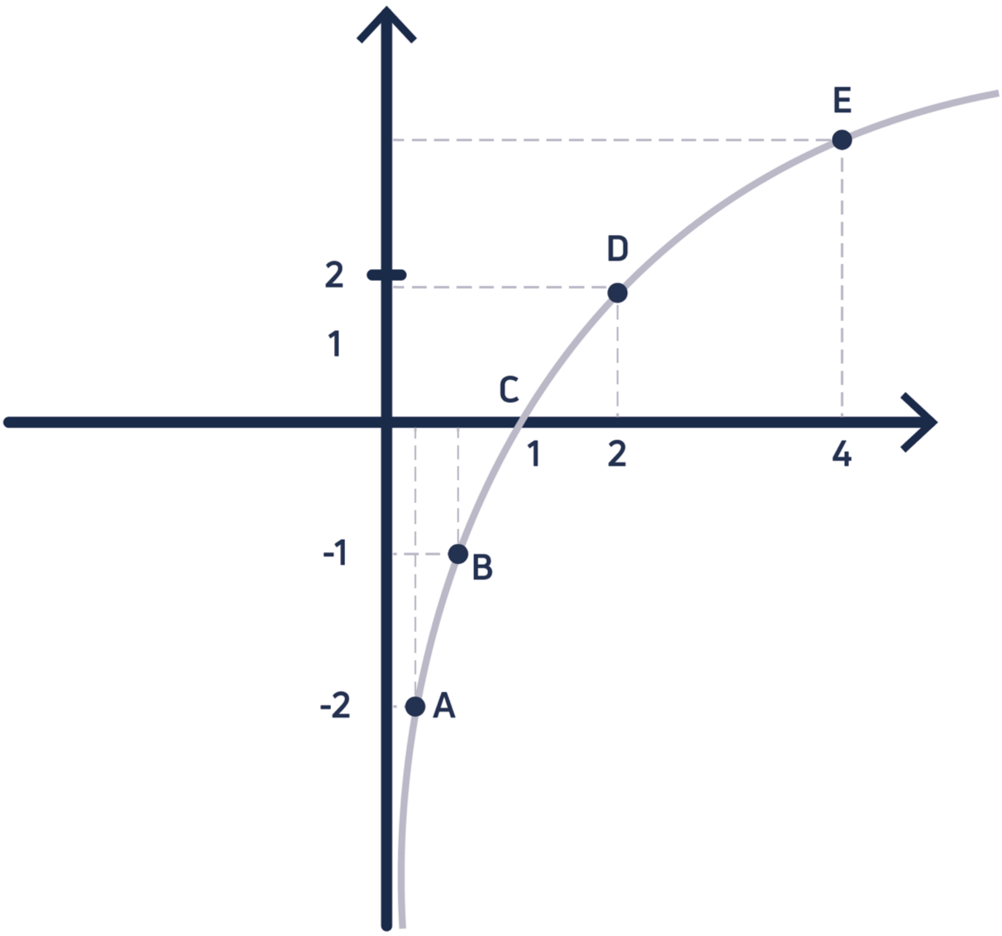
(PUCRS)

Uma substância que se desintegra ao longo do tempo tem sua quantidade existente, após "t" anos, dada por $M(t) = M_0(1{,}4)^{\frac{-t}{1000}}$, onde M_0 representa a quantidade inicial. A porcentagem da quantidade existente após 1000 anos em relação à quantidade inicial M_0 é, aproximadamente,

Ⓐ 14%
Ⓑ 28%
Ⓒ 40%
Ⓓ 56%
Ⓔ 71%

Gabarito _ Função Exponencial			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	C	44	C
02	C	45	D
03	A	46	B
04	A	47	D
05	A	48	B
06	C	49	B
07	A	50	E
08	E	51	B
09	A	52	B
10	A	53	C
11	E	54	B
12	E	55	B
13	B	56	D
14	A	57	D
15	E	58	D
16	E	59	D
17	C	60	B
18	D	61	C
19	E	62	C
20	C	63	D
21	D	64	D
22	B	65	A
23	C	66	C
24	D	67	E
25	C	68	D
26	D	69	D
27	C	70	C
28	C	71	C
29	B	72	A
30	C	73	E
31	C	74	C
32	A	75	D
33	B	76	A
34	D	77	D
35	B	78	D
36	E	79	B
37	A	80	B
38	A	81	D
39	E	82	B
40	C	83	B
41	D	84	B
42	E	85	E
43	C		

FUNÇÃO LOGARÍTMICA



RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

LOGARITMO

Sejam a e b números reais positivos e $b \neq 1$. Chama-se logaritmo de *a* na base *b*, o expoente *x* tal que $b^x = a$.

$$\log_b a = x \quad \Leftrightarrow \quad b^x = a$$

Assim, o logaritmo nada mais é do que um expoente.

Na sentença $\log_b a = x$:

- b é a base do logaritmo;
- a é o logaritmando;
- x é o logaritmo.

Se olharmos para a forma exponencial $b^x = a$:

- b é a base do da potência;
- a é o resultado da potência;
- x é o expoente.

Vejamos alguns exemplos:

- $\log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$.
  (em outras palavras, encontrar o $\log_2 8$ é o mesmo que encontrar o expoente para a base 2 de modo que o resultado da potência seja 8.)

- $\log_5 25 = 2$, pois $5^2 = 25$.
  (em outras palavras, encontrar o $\log_5 25$ é o mesmo que encontrar o expoente para a base 5 de modo que o resultado da potência seja 25.)

- $\log_3 \frac{1}{81} = -4$, pois $3^{-4} = \frac{1}{81}$.
  (em outras palavras, encontrar o $\log_3 \frac{1}{81}$ é o mesmo que encontrar o expoente para a base 3 de modo que o resultado da potência seja 1/81.)

Os exemplos supracitados são relativamente fáceis de serem verificados, mas imaginemos agora que queremos calcular o $\log_4 \sqrt{32}$. Provavelmente, você não saiba de cabeça que expoente é esse que estamos procurando para a base 4 que resulte na potência $\sqrt{32}$. Nesse caso, vamos proceder da seguinte maneira:

$$\log_4 \sqrt{32} = x \implies 4^x = \sqrt{32} \implies (2^2)^x = \sqrt{2^5}$$

$$2^{2x} = 2^{\frac{5}{2}} \implies 2x = \frac{5}{2} \implies x = \frac{5}{4}$$

Assim,

$$\log_4 \sqrt{32} = \frac{5}{4}.$$

É importe observar que a existência e a unicidade do $\log_b a$ é garantida pelas condições impostas inicialmente: $a > 0,\ \ 0 < b \neq 1$. De modo que, se algumas dessas condições não for satisfeita, não estará garantida a existência ou a unicidade do logaritmo.

CONSEQUÊNCIAS DA DEFINIÇÃO

- $\log_a a = 1$, pois $a^1 = a$
- $\log_a 1 = 0$, pois $a^0 = 1$
- $\log_a a^n = n$, pois $a^n = a^n$
- $b^{\log_b a} = a$

PROPRIEDADES OPERATÓRIAS

P1. $\boldsymbol{\log_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c}$

Demonstração:

$$\log_b a = x \implies b^x = a$$
$$\log_b c = w \implies b^w = c$$

$$\log_b (a \cdot c) = z \implies b^z = a \cdot c \implies b^z = b^x \cdot b^w$$

$$b^z = b^{x+w} \implies z = x + w \ \blacksquare$$

Exemplo:

$$\log_3 (9 \cdot 3) = \log_3 9 + \log_3 3 = 2 + 1 = 3$$

Fato que pode ser facilmente observado, pois $\log_3 (9 \cdot 3) = \log_3 27 = 3$.

P2. $\boldsymbol{\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c}$

Demonstração:

$$\log_b a = x \implies b^x = a$$
$$\log_b c = w \implies b^w = c$$

$$\log_b \left(\frac{a}{c}\right) = z \implies b^z = \frac{a}{c} \implies b^z = \frac{b^x}{b^w}$$

$$b^z = b^{x-w} \implies z = x - w \ \blacksquare$$

Exemplo:

$$\log_2 \left(\frac{32}{4}\right) = \log_2 32 - \log_2 4 = 5 - 2 = 3$$

Fato que pode ser facilmente observado, pois $\log_2 \left(\frac{32}{4}\right) = \log_2 8 = 3$.

P3. $\boldsymbol{\log_b a^n = n \cdot \log_b a}$

Demonstração:

$$\log_b a = x \implies b^x = a$$

$$\log_b a^n = z \implies b^z = a^n \implies b^z = (b^x)^n$$

$$b^z = b^{n \cdot x} \implies z = n \cdot x \ \blacksquare$$

Exemplo:
Dado que $\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$, temos:

$$\log_{\sqrt{2}} 64 = \log_{\sqrt{2}} 8^2 = 2 \cdot \log_{\sqrt{2}} 8 = 2 \cdot 6 = 12$$

Fato que pode ser facilmente observado, pois $\left(\sqrt{2}\right)^{12} = 64$.

P4. $\boldsymbol{\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \cdot \log_b a}$

Demonstração:

$$\log_b a = x \implies b^x = a$$

$$\log_{b^n} a = z \implies (b^n)^z = a^n \implies b^{n \cdot z} = b^x$$

$$b^{n \cdot z} = b^x \implies n \cdot z = x \implies z = \frac{1}{n} \cdot x \quad \blacksquare$$

Exemplo:

$$\log_9 27 = \log_{3^2} 27 = \frac{1}{2} \cdot \log_3 27 = \frac{3}{2}$$

P5. $\boldsymbol{\log_{b^q} a^p = \frac{p}{q} \cdot \log_b a}$

Demonstração:
Observe que **P5** trata-se de uma "fusão" das propriedades **P3** e **P4**. Assim, a demonstração é feita de maneira análoga às anteriores.

Exemplo:

$$\log_{0,2} 625 = \log_{\frac{1}{5}} 625 = \log_{5^{-1}} 5^4 = \frac{4}{-1} \cdot \log_5 5 = -4$$

❖ Teorema da Mudança de Base

P6. $\boldsymbol{\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}}$

Demonstração:

$$\log_c a = x \implies c^x = a$$
$$\log_c b = w \implies c^w = b$$

$$\log_b a = z \implies b^z = a \implies (c^w)^z = c^x$$

$$c^{w \cdot z} = c^x \implies w \cdot z = x \implies z = \frac{x}{w} \quad \blacksquare$$

Exemplo:
Considere as aproximações:

$$\log_{10} 2 = 0{,}3 \quad e \quad \log_{10} 3 = 0{,}48.$$

Temos assim que:

$$\log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{0{,}48}{0{,}3} = 1{,}6.$$

Mergulhando na Essência

O princípio básico dos logaritmos é o de transformar uma multiplicação numa adição e uma divisão numa subtração, pois adicionar ou subtrair números é, normalmente, algo mais prático que multiplicá-los ou dividi-los. Esse processo viria simplificar muito alguns cálculos matemáticos associados a astronomia e, depois, a muitas outras áreas.

Foi apenas no século XVII que o escocês John Napier, também conhecido como Neper, sistematizou de maneira prática e eficaz aquilo que hoje chamamos de logaritmo.

O termo *logarithmus* é advindo da junção das palavras gregas *logos*, que significa "razão" ou "cálculo", e *arithmós*, que significa "número". E Neper usou esse nome para substituir a palavra expoente. Assim, como já vimos, procurar um logaritmo é procurar um expoente.

A ideia de Neper era relativamente simples: representar os números positivos como potências de um mesmo número. Veja o exemplo a seguir em que na primeira linha se tem os expoentes das potências de 2 presentes na segunda linha:

n	2^n
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024
11	2048
12	4096

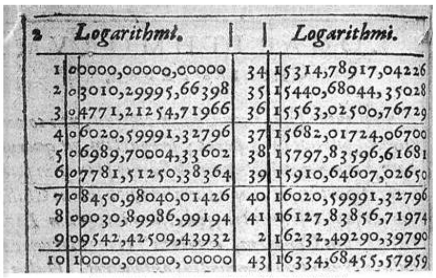
$\mathbf{4 + 7 = 11}$

$\mathbf{16 \cdot 128 = 2048}$

Observe que

$$16 \cdot 128 = 2^4 \cdot 2^7 = 2^{4+7} = 2^{11} = 2048$$

Em 1615, Henry Briggs recebeu de Neper a tarefa de construir uma tabela de logaritmos de base 10. Briggs dedicou alguns anos a essa tarefa, publicando, em 1624, uma tabela dos logaritmos decimais de 3000 números, tendo cada logaritmo a aproximação de quatorze casas decimais.



2	Logarithmi.		Logarithmi.
1	00000,00000,00000	34	15314,78917,04226
2	03010,29995,66398	35	15440,68044,35028
3	04771,21254,71966	36	15563,02500,76729
4	06020,59991,32796	37	15682,01724,06700
5	06989,70004,33602	38	15797,83596,61681
6	07781,51250,38364	39	15910,64607,02650
7	08450,98040,01426	40	16020,59991,32796
8	09030,89986,99194	41	16127,83856,71974
9	09542,42509,43932	2	16232,49290,39790
10	10000,00000,00000	43	16334,68455,57959

Observe da tabela que a aproximação para o $\log_{10} 2$ é 0,30102999566398.

Obviamente, que para efeito dos nossos cálculos usaremos aproximações com uma ou duas casas decimais. Claro que se o problema exigir que seja com mais casas, assim o faremos.

LOGARITMO DECIMAL

O logaritmo decimal é o logaritmo na base 10 e usaremos as seguintes notações para o logaritmo decimal de x:

$$\log_{10} x = \log x$$

Para facilitar os cálculos, adotaremos, para boa parte dos nossos problemas as seguintes aproximações extraídas da tábua dos logaritmos:

$$\log 2 = 0{,}3 \quad \Leftrightarrow \quad 10^{0,3} = 2$$

$$\log 3 = 0{,}48 \quad \Leftrightarrow \quad 10^{0,48} = 3$$

Observe que, a partir das aproximações acima, podemos encontrar várias outras aproximações para logaritmos decimais, vejamos:

Exemplo 01:

$$6 = 2 \cdot 3 = 10^{0,3} \cdot 10^{0,48} = 10^{0,3+0,48} = 10^{0,78}$$

Em outras palavras, $\log 6 = 0{,}78$.

Veja que poderíamos ter feito esse cálculo usando a propriedade operatória **P1**.

$$\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 + \log 3 = 0{,}3 + 0{,}48 = 0{,}78$$

Exemplo 02:

$$4 = 2^2 = (10^{0,3})^2 = 10^{0,6}$$

Em outras palavras, $\log 4 = 0{,}6$.

Veja que poderíamos ter feito esse cálculo usando a propriedade operatória **P3**.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \cdot \log 2 = 2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6.$$

Exemplo 03:

$$5 = \frac{10}{2} = \frac{10}{10^{0,3}} = 10^{1-0,3} = 10^{0,7}$$

Em outras palavras, $\log 5 = 0{,}7$.

Veja que poderíamos ter feito esse cálculo usando a propriedade operatória **P2**.

$$\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0{,}3 = 0{,}7.$$

Exemplo 04: Como poderíamos escrever 3 como uma potência de 2? Em outras palavras, qual o valor de $\log_2 3$?

Queremos encontrar o valor de x, tal que:

$$\log_2 3 = x \quad \Leftrightarrow \quad 2^x = 3$$

$$2^x = 3 \quad \Leftrightarrow (10^{0,3})^x = 10^{0,48} \quad \Leftrightarrow 10^{0,3x} = 10^{0,48}$$

$$0{,}3x = 0{,}48 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{0{,}48}{0{,}3} \quad \Leftrightarrow \quad x = 1{,}6$$

Em outras palavras, $\log_2 3 = 1{,}6$.

Veja que poderíamos ter feito esse cálculo usando a propriedade operatória **P6**.

$$\log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0{,}48}{0{,}3} = 1{,}6.$$

Problema 01: Um capital é aplicado num fundo de investimentos cuja rentabilidade é de 20% ao semestre. Em quanto tempo esse capital triplicará?

Solução:

O montante depois de *t* meses é dado pela expressão:

$$M(t) = C \cdot (1{,}2)^{\frac{t}{6}}$$

Queremos que $M(t) = 3C$, assim:

$$C \cdot (1{,}2)^{\frac{t}{6}} = 3C \quad \Rightarrow \quad (1{,}2)^{\frac{t}{6}} = 3$$

Observe que caímos numa equação exponencial e, normalmente, em situações como essa queremos reduzir ambos os membros a uma mesma base. No caso, não conseguiremos transformar de maneira prática como fazíamos no capítulo anterior para a base 3, por exemplo, mas, utilizando a tábua de logaritmos de Henry Briggs, podemos reduzir ambos os membros a base 10. Vejamos:

$$(1{,}2)^{\frac{t}{6}} = 3 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{10}\right)^{\frac{t}{6}} = 3$$

Usando as aproximações $10^{0,3} = 2$ e $10^{0,48} = 3$, temos:

$$\left(\frac{10^{0,3} \cdot 10^{0,3} \cdot 10^{0,48}}{10}\right)^{\frac{t}{6}} = 10^{0,48}$$

$$(10^{0,08})^{\frac{t}{6}} = 10^{0,48} \quad \Rightarrow \quad 10^{\frac{0,08t}{6}} = 10^{0,48}$$

$$\frac{0{,}08t}{6} = 0{,}48 \quad \Rightarrow \quad t = 36\, meses.$$

Logo, o capital inicial triplicará após 36 meses.

Função Logarítmica

Considere a função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \log_a x$$

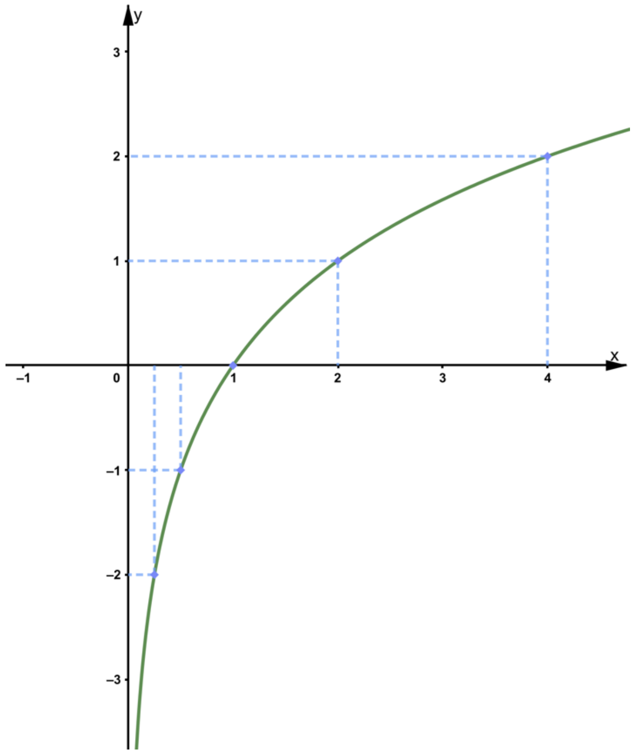
com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$.

Esse é um modelo simplificado da função logarítmica e nele, a variável encontra-se no logaritmando.

Vejamos os exemplos:

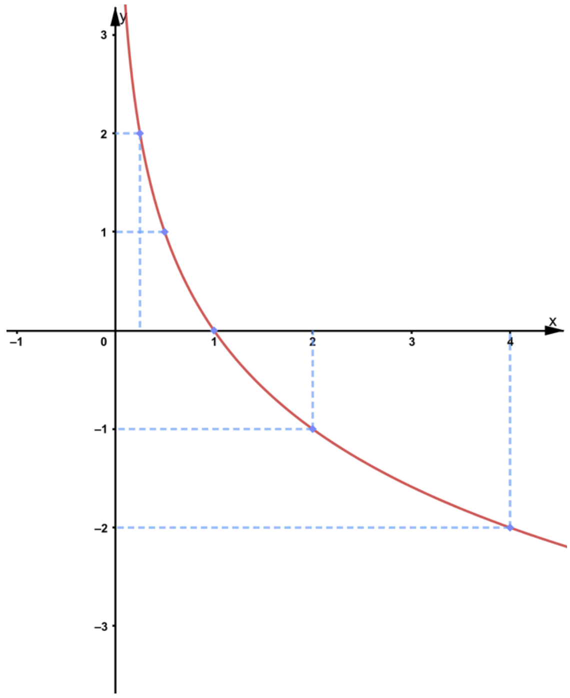
A) $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ **e** $f(x) = \log_2 x$

x	$y = \log_2 x$
¼	-2
½	-1
1	0
2	1
4	2



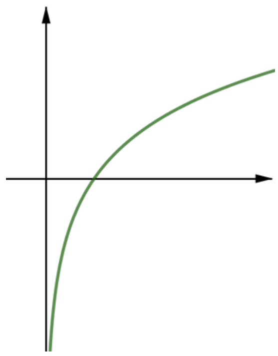
B) $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ **e** $f(x) = \log_{1/2} x$

x	$y = \log_2 x$
¼	2
½	1
1	0
2	-1
4	-2

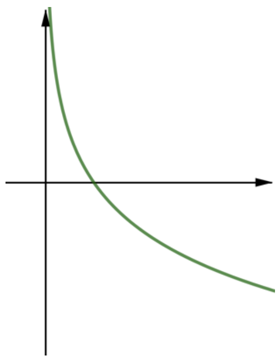


Genericamente, considerando a função $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \log_a x$, temos que:

☞ se $a > 1 \implies f$ é *crescente*;



☞ se $0 < a < 1 \implies f$ é *decrescente*;



Além disso, para ambos os gráficos, temos que o eixo das ordenadas é uma assíntota vertical, ou seja, o gráfico tende a tocar no eixo $\overrightarrow{Oy}$, mas nunca toca, ou seja, vai se aproximar tanto quanto se queira, mas nunca irá interceptá-lo.

Potencial Hidrogeniônico

Na química, os ácidos e as bases são dois tipos de substâncias corrosivas, porém eles são considerados opostos químicos.
Uma das maiores diferenças entre os ácidos e bases é que as bases, em contato com solução aquosa, liberam íons negativos, as hidroxilas (OH^-). Já os ácidos, em contato com água liberam íons positivos de hidrogênio (H^+).

Essa definição, criada pelo cientista sueco Svante Arrhenius, é a mais utilizada para classificar os ácidos e bases, porém, existem outras definições.

Assim, o grau de acidez ou basicidade de uma solução está associado a concentração dos íons H^+, de modo que quanto maior for $[H^+]$, mais ácida é solução e, quanto menor for $[H^+]$, mais básica (menos ácida) é a solução.

Considere então três soluções diferentes I, II e III, cujas concentrações de H^+ são dadas por:

$$[H^+]_{\text{I}} = 0{,}0001\, mol/L.$$

$$[H^+]_{\text{II}} = 0{,}000002\, mol/L.$$

$$[H^+]_{\text{III}} = 0{,}000000003\, mol/L.$$

Naturalmente, a de maior concentração de H^+ é a solução I, portanto a que apresenta maior acidez. O problema é que trabalhar com os números nesse formato pode gerar uma certa dificuldade de manipulação com o tempo, além do mais, precisamos de uma referência para definir acidez e basicidade.

Daí, a necessidade de criar uma escala que fosse mais compreensível e prática, assim, cada uma das concentrações foram escritas como uma potência de 10, em *mol/L*, vejamos:

$$[H^+]_{\text{I}} = 10^{-4}.$$

$$[H^+]_{\text{II}} = 2 \cdot 10^{-6} = 10^{0,3} \cdot 10^{-6} = 10^{-5,7}$$

$$[H^+]_{\text{III}} = 3 \cdot 10^{-9} = 10^{0,48} \cdot 10^{-9} = 10^{-8,52}$$

Dessa forma, a nova escala criada consiste em tomar como referência o oposto do expoente da concentração de H^+ quanto escrita na base 10 e a esse valor damos o nome de **pH** *(Potencial Hidrogeniônico)*, algebricamente falando:

$$\boldsymbol{pH = -\log\,[H^+]}.$$

Ou seja, o pH das soluções I, II e III são respectivamente:

$$pH_{\text{I}} = 4 \qquad pH_{\text{II}} = 5{,}7 \qquad pH_{\text{III}} = 8{,}52$$

A escala pH, (0-14), é o conjunto completo de números de pH que indicam a concentração dos íons H^+ e OH^- numa solução aquosa. Observe a escala abaixo, onde pH = 7 representa a água pura, que é neutra:

Logo, as substâncias I e II são ácidas e a substância III é básica.

Equações e Inequações Logarítmicas

Equação logarítmica é toda equação que apresenta a incógnita no logaritmando ou na base de um logaritmo.

P7. $\boldsymbol{\log_b x = \log_b y \implies x = y}$
com $x, y, b \in \mathbb{R}_+^*$ e $b \neq 1$.

Inequação logarítmica é toda inequação que apresenta a incógnita no logaritmando ou na base de um logaritmo.

Sejam $x, y, b \in \mathbb{R}_+^*$ com $b \neq 1$, temos:
P8. Se $\boldsymbol{b > 1}$**, então** $\boldsymbol{\log_b x > \log_b y \implies x > y}$
P9. Se $\boldsymbol{0 < b < 1}$**, então** $\boldsymbol{\log_b x > \log_b y \implies x < y}$

Problema 02: (Unicamp-SP) As populações de duas cidades, A e B, são dadas em milhares de habitantes pelas funções
$$\boldsymbol{A(t) = \log_8 (1+t)^6 \quad e \quad B(t) = \log_2 (4t+4)},$$
em que a variável $\boldsymbol{t}$ representa o tempo em anos.

a) Qual a população de cada uma das cidades nos instantes $\boldsymbol{t = 1}$ e $\boldsymbol{t = 7}$?

b) Após certo instante t, a população de uma das cidades é sempre maior que a da outra. Determinar esse instante t e especificar a cidade cuja população é maior após esse instante.

Solução:

a) Para calcular as populações das cidades A e B nos instantes t = 1 e t = 7, basta fazer:
$$A(1) = \log_8 (1+1)^6 = \log_8 64 = 2$$
$$A(7) = \log_8 (1+7)^6 = \log_8 8^6 = 6$$
$$B(1) = \log_2 (4 \cdot 1 + 4) = \log_2 8 = 3$$
$$B(7) = \log_2 (4 \cdot 7 + 4) = \log_2 32 = 5$$
Assim, nos instantes t = 1 e t = 7, a população da cidade A era, respectivamente, 2 mil e 6 mil habitantes, enquanto que a população da cidade B, era, respectivamente, 3 mil e 5 mil habitantes.

b) Nas funções que representam as populações de A e B, os logaritmandos são crescentes e, como as bases dos logaritmos são maiores que 1, ambas as funções são crescentes. Como vimos no item (a), $A(1) < B(1)$ e $A(7) > B(7)$; isso significa dizer que em algum momento com $1 < t < 7$, $B(t) = A(t)$ e, a partir desse instante, a população da cidade A será sempre maior que a da cidade B. Assim, para determinar esse instante t, basta resolver a equação:

$$B(t) = A(t) \Leftrightarrow \log_2(4t+4) = \log_8(1+t)^6$$

$$\log_2(4t+4) = \log_{2^3}(1+t)^6$$

$$\log_2(4t+4) = \frac{6}{3} \cdot \log_2(1+t)$$

$$\log_2(4t+4) = 2 \cdot \log_2(1+t)$$

$$\log_2(4t+4) = \log_2(1+t)^2$$

$$4t+4 = (1+t)^2$$

$$4 \cdot (1+t) = (1+t)^2$$

$$4 = 1+t \quad \Longrightarrow \quad t = 3.$$

Portanto, no instante t = 3 anos, as populações das duas cidades eram iguais e, a partir desse momento, a população de A foi sempre maior do que a população de B.

Problema 03: (Ronaebson) A massa média *m*, em quilograma, de um indivíduo de certa espécie animal, até atingir a idade adulta, é dada em função do tempo, em ano, aproximadamente pela função

$$\boldsymbol{m(t) = 0,6 + \log(2t+1)}.$$

Em quantos quilogramas a massa média desse animal aumentou durante o primeiro ano de vida?

Solução:

Para calcularmos o quanto a massa média do animal aumentou durante o primeiro ano de vida, basta calcularmos a diferença

$$m(1) - m(0) = [0{,}6 + \log(2 \cdot 1 + 1)] - [0{,}6 + \log(2 \cdot 0 + 1)]$$

$$m(1) - m(0) = \log 3 - \log 1 = 0{,}48\ kg$$

Logo, a massa média desse animal aumentou durante o primeiro ano de vida cerca de 048 kg.

Logaritmo Natural

O número neperiano está presente em todas as situações em que se deseja calcular a variação instantânea de uma grandeza que cresce ou decresce através do produto por uma taxa constante, o que equivale a dizer que, a cada unidade de tempo previamente estabelecida, o valor da grandeza é multiplicado por uma taxa que não varia, resultando no valor da grandeza na próxima unidade de tempo.

No século XVII, o matemático suíço Jacques Bernoulli trabalhou com o número e em alguns de seus trabalhos, mas vale salientar que cerca de 40 anos dele, John Neper já aplicava uma aproximação para o número e^{-1} na teoria dos logaritmos e por esse motiva credita-se a Neper a "descoberta" do número e.

O símbolo e para indicar a constante de Neper foi adotada por Leonhard Euler em 1739 e, por isso, essa constante também é conhecida como *número de Euler*.

$$e = 2{,}718281828\ldots$$

Denotaremos por logaritmo natural de *x* como sendo o logaritmo de *x* na base e, vejamos:

$$\ln x = \log_e x.$$

Problema 04: A corrente elétrica que atravessa um circuito é dada por $\boldsymbol{i = i_0 \cdot e^{-0,03 \cdot t}}$, em que $\boldsymbol{i_0}$ é o valor da corrente no instante $\boldsymbol{t = 0}$ e $\boldsymbol{i}$ é o valor da corrente decorridos $\boldsymbol{t}$ segundos.

Quantos segundos são necessários para que a corrente atinja 5% do seu valor inicial?

(Dado: $\boldsymbol{\ln 0,05 \cong -3}$)

Solução:

Queremos que a corrente atinja 5% do valor inicial, assim:

$$i_0 \cdot e^{-0{,}03 \cdot t} = \frac{5}{100} \cdot i_0 \quad \Longrightarrow \quad e^{-0{,}03 \cdot t} = 0{,}05$$

Aplicamos o logaritmo natural em ambos os membros, temos:

$$\ln e^{-0{,}03 \cdot t} = \ln 0{,}05 \quad \Longrightarrow \quad -0{,}03 \cdot t \cdot \ln e = -3$$

$$-0{,}03 \cdot t = -3 \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{3}{0{,}03}$$

$$t = 100s$$

A corrente elétrica leva 100 segundos para atingir 5% do seu valor inicial.

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

A prefeitura de uma cidade está realizando um projeto de reflorestamento em uma área devastada. A quantidade de árvores plantadas ao longo dos anos é representada pela função logarítmica:

$$N(t) = 300 \cdot \log_2(t+2),$$

onde $N(t)$ é o número de árvores plantadas e t é o número de anos desde o início do projeto.

Quantos anos se passaram desde o início do projeto para que a quantidade de árvores plantadas atinja 900?

- **A** 4 anos
- **B** 5 anos
- **C** 6 anos
- **D** 7 anos
- **E** 8 anos

Questão 02

(Ronaebson)

Uma grande fábrica de roupas personalizadas tem a sua produção modelada mensalmente de tal modo que o número de peças produzidas é proporcional ao logaritmo decimal do número de costureiras trabalhando naquele mês.

No mês de setembro havia 100 costureiras trabalhando e o número de peças produzidas foi igual a 180.

Dado que $\log 2 = 0{,}3$, se para o mês de outubro foram contratadas mais 100 costureiras, o acréscimo na produção em relação ao mês de setembro foi de

- **A** 23 peças.
- **B** 27 peças.
- **C** 47 peças.
- **D** 180 peças.
- **E** 207 peças.

Questão 03

(Ronaebson)

Os estudantes do laboratório do curso de farmácia da UFPB desenvolveram um novo medicamento para combater a febre infantil. Após algumas análises laboratoriais, percebeu-se que a medicação age reduzindo a febre de acordo com a quantidade de *n* meses de vida que a criança possui, essa redução é feita segundo a função

$$T(n) = 5 + \log\left(\frac{n}{3}\right),$$

em que T representa o tempo necessário para a redução da temperatura corporal (diminuição da febre).

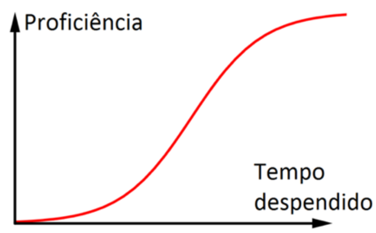
Dado que $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$, para uma criança de dois anos de idade, o tempo necessário para a redução da febre é de, aproximadamente,

- **A** 4h 49min.
- **B** 5h 09min.
- **C** 5h 54min.
- **D** 6h 02min.
- **E** 06 28min.

Questão 04

(Ronaebson)

Curva de aprendizagem é uma representação do nível médio cognitivo de aprendizagem para uma determinada atividade ou ferramenta. Normalmente, o aumento na retenção de informações é mais agudo após as tentativas iniciais, e então gradualmente se equilibra, o que significa que cada vez menos informação nova é retida após cada repetição.



A curva de aprendizagem de uma determinada atividade é tal que, o tempo t, em dia, quando expresso em função da proficiência P, em ponto percentual) pela expressão

$$t = 3 - 0{,}5 \cdot \ln\left(\frac{100}{P} - 1\right).$$

O tempo necessário para que a proficiência de uma pessoa nessa atividade seja de 50% é

- **A** 2 dias.
- **B** 3 dias.
- **C** 4 dias.
- **D** 5 dias.
- **E** 6 dias.

Questão 05

(Ronaebson)

O som que ouvimos são ondas sonoras produzidas por vibrações de partículas do meio. A classificação do som relacionada como forte ou fraco está relacionada à intensidade sonora, medida em W/m^2. A intensidade sonora mínima audível é $I_o = 10^{-12}\ W/m^2$. O nível sonoro N_S de um ambiente, dado em decibel (dB), pode ser calculado em função de sua intensidade I do ambiente considerado por meio da seguinte fórmula

$$N_S = 120 + 10 \cdot \log I.$$

Dado que $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$, e considerando a intensidade sonora de um ambiente é $6 \cdot 10^{-7}\ W/m^2$, temos que o nível sonoro registrado por um decibelímetro nesse ambiente é igual

Ⓐ 53,0 dB.
Ⓑ 57,8 dB.
Ⓒ 60,3 dB.
Ⓓ 74,8 dB.
Ⓔ 77,8 dB.

Questão 06

(Ronaebson)

Pressão atmosférica é a pressão exercida pela atmosfera sobre a superfície. A pressão é a força exercida por unidade de área, neste caso a força exercida pelo ar em um determinado ponto da superfície. Se a força exercida pelo ar aumenta em um determinado ponto, consequentemente a pressão também aumentará. A pressão atmosférica é medida por meio de um equipamento conhecido como barômetro e suas principais unidades de medida são o milímetro de mercúrio (mmHg), o Pascal (Pa), atmosfera (atm) e o milibar (mbar).

Uma equação que relaciona a pressão atmosférica P, dada em mmHg, com a altura h, em metros, em relação ao nível do mar, é expressa por:

$$P = 760 \cdot 10^{\frac{-h}{18400}}.$$

Sendo assim, a expressão que nos dá a altura h, em metros, em função da pressão P, em mmHg, é dada por:

Ⓐ $h = 18400 \cdot \log\left(\frac{760}{P}\right)$.

Ⓑ $h = 18400 \cdot \log\left(\frac{P}{760}\right)$.

Ⓒ $h = 18400 \cdot \log(760P)$.

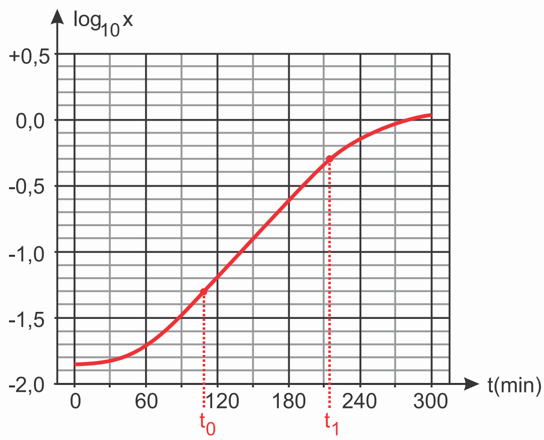
Ⓓ $h = 760 \cdot \log\left(\frac{18400}{P}\right)$.

Ⓔ $h = 760 \cdot \log\left(\frac{P}{18400}\right)$.

Questão 07

(FUVEST_2022)

A quantidade de bactérias em um líquido é diretamente proporcional à medida da turbidez desse líquido. O gráfico mostra, em escala logarítmica, o crescimento da turbidez x de um líquido ao longo do tempo t (medido em minutos), isto é, mostra $\log_{10} x$ em função de t. Os dados foram coletados de 30 em 30 minutos, e uma curva de interpolação foi obtida para inferir valores intermediários.



Disponível em https://fankhauserblog.wordpress.com/.

Com base no gráfico, em quantas vezes a população de bactérias aumentou, do instante t_0 para o instante t_1?

Ⓐ 2
Ⓑ 4
Ⓒ 5
Ⓓ 10
Ⓔ 100

Questão 08

(Ronaebson)

Uma grande fábrica de roupas personalizadas tem a sua produção modelada mensalmente de tal modo que o número de peças produzidas é proporcional ao logaritmo decimal do número de costureiras trabalhando naquele mês.

No mês de setembro havia 100 costureiras trabalhando e o número de peças produzidas foi igual a 180.

Dado que $\log 2 = 0{,}3$, se para o mês de outubro foram contratadas mais 100 costureiras, o acréscimo na produção em relação ao mês de setembro foi de

Ⓐ 23 peças.
Ⓑ 27 peças.
Ⓒ 47 peças.
Ⓓ 180 peças.
Ⓔ 207 peças.

Questão 09

(Ronaebson)

Um químico industrial acompanha uma reação que representa a formação da amônia, dada por:

$$N_2 + 3H_2 \longrightarrow 2NH_3.$$

Nessa reação, o N_2 e H_2 são reagentes, enquanto o NH_3 é o produto. Essa reação evolui ao longo do tempo t em segundos com uma velocidade de formação do NH_3 dada, em $mol \cdot L^{-1} \cdot \min^{-1}$, por

$$v(t) = 2 + \log_{10}(t+4).$$

O químico sabe que determinado inibidor deve ser inserido na reação quando a velocidade de reação atingir a velocidade de $5\, mol \cdot L^{-1} \cdot \min^{-1}$. Assim, o inibidor deverá ser posto na reação depois de

A 16min 00s.
B 16min 36s.
C 18min 16s.
D 20min 40s.
E 24min 36s.

Questão 10

(Ronaebson)

A macaúba (ou macaíba) é uma espécie de palmeira apresenta uma relação que interliga seu tamanho (altura) com seu tempo de plantio, dada por

$$h(t) = 15 + 2 \cdot \log_3 t,$$

em que *h(t)* é a altura dada em metros, e *t* indica o tempo em anos.

Nesse caso, qual é o tempo necessário (em anos) para que a macaúba atinja a altura de 21 m?

A 3.
B 6.
C 9.
D 18.
E 27.

Questão 11

(UNISC_2022)

Determinada espécie de eucalipto apresenta uma relação que interliga seu tamanho (altura) com seu tempo de plantio, dada por $h(t) = 26 + \log_3(1{,}5t)$, em que h(t) é a altura dada em metros, e t indica o tempo em anos.

Nesse caso, qual é o tempo necessário (em anos) para que a árvore de eucalipto atinja a altura de 28 m?

A 4
B 7
C 2
D 5
E 6

Questão 12

(Ronaebson)

Quando se fala de investimento e formação de capital de uma empresa, se $I(t)$ representa a taxa de investimento líquido por um período de tempo, então o montante do capital acumulado por essa empresa no período $a \le t \le b$ corresponde à área abaixo da curva $I(t)$ e acima do eixo das abscissas no intervalo de tempo considerado.
Assim, se $I(t) = t \cdot ln(t)$ definida para $t \ge 1$, representa a taxa de investimento líquido, em milhares de reais, de uma empresa de medicamentos, tem-se que o montante do capital acumulado, também em milhares de reais, por essa empresa no período $\mathbf{1 \le t \le x}$ é dado pela função

$$\boldsymbol{M(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \left[ln(x) - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{4}}$$

Utilizando $ln(3) \cong 1{,}1$, o valor do montante acumulado pela referida empresa de medicamentos no período $\mathbf{1 \le t \le 3}$ é igual a

A R$ 2700,00.
B R$ 2950,00.
C R$ 3125,00.
D R$ 3750,00.
E R$ 4625,00.

Questão 13

(Ronaebson)

Um tremor de 5,8 de magnitude na escala Richter foi registrado neste domingo (04 de agosto de 2019) no Oceano Atlântico, às 21h40, pelo Laboratório Sismológico da Universidade Federal do Rio Grande do Norte e outras redes sismográficas mundiais.
O terremoto teve seu epicentro a 740 km de distância de Fernando de Noronha, 1100 km de distância do litoral Potiguar e 100 km a Leste do Arquipélago de São Pedro e São Paulo.

Disponível em https://odia.ig.com.br/brasil/2019/08/5669744-terremoto-de-5-8-de-magnitude-e-registrado-na-costa-do-brasil--tsunami-e-descartado.html
Acesso em 13/08/2019

A intensidade de um terremoto, medida na escala Richter, é dada pela fórmula

$$I = \frac{2}{3} \cdot \log\left(\frac{E}{0{,}007}\right),$$

em que E é a energia liberada pelo terremoto em kWh.

Considerando $\log 2 = 0{,}3$, a partir dos dados, temos que a energia liberada pelo terremoto ocorrido no oceano atlântico no dia 04 de agosto de 2019 foi

A $3{,}5 \cdot 10^5\ kWh.$
B $7{,}0 \cdot 10^5\ kWh.$
C $1{,}4 \cdot 10^6\ kWh.$
D $3{,}5 \cdot 10^6\ kWh.$
E $7{,}0 \cdot 10^6\ kWh.$

Questão 14

(UFU_2017)

Um indivíduo com uma grave doença teve a temperatura do corpo medida em intervalos curtos e igualmente espaçados de tempo, levando a equipe médica a deduzir que a temperatura corporal T do paciente, em cada instante t, é bem aproximada pela função

$$T = 36 \cdot 10^{\frac{t}{100}},$$

em que t é medido em horas, e T em graus Celsius. Quando a temperatura corporal deste paciente atingir os 40º C, a equipe médica fará uma intervenção, administrando um remédio para baixar a temperatura.

Nestas condições, quantas horas se passarão desde o instante $t = 0$ até a administração do remédio?

Utilize $log\,9 = 0{,}95$

Ⓐ 4
Ⓑ 5
Ⓒ 6
Ⓓ 7
Ⓔ 8

Questão 15

(UFF)

A classificação do som como forte ou fraco está relacionada ao nível de intensidade sonora, que pode ser medida em watt/m². A menor intensidade sonora audível, ou limiar de audibilidade, possui intensidade $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$. A relação entre as intensidades sonoras permite calcular o nível sonoro do ambiente, que é dado usualmente em decibéis (dB). Em virtude dos valores das intensidades serem muito pequenos ou muito grandes, utilizam-se as noções de logaritmos na seguinte fórmula capaz de calcular níveis sonoros:

$$N_S = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

onde:
N_S = Nível sonoro;
I = Intensidade do som considerado;
I_0 = Limiar de audição humana.

Disponível em: <www.mundoeducacao.com/matematica/medindointensidade-dos-sons.htm>.

Durante um concerto musical, uma peça apresentada é composta de um solo seguido de um coro com cem integrantes. Durante a primeira parte, o solista canta sozinho, e um espectador registra na plateia um nível sonoro de 60 dB. Em seguida, todos os integrantes do coro cantam, cada um emitindo um som em fase e de mesma intensidade que o solista emitia. Nessa segunda parte, o espectador pôde registrar um nível sonoro de

Ⓐ 60 dB.
Ⓑ 70 dB.
Ⓒ 80 dB.
Ⓓ 120 dB.
Ⓔ 600 dB.

Questão 16

(Ronaebson)

Absorbância, também chamada de absorvância, é a capacidade intrínseca dos materiais em absorver radiações em frequência específica.
Usualmente, tal propriedade é empregada na análise de soluções em química analítica.
Em espectroscopia, a absorbância ***A*** é definida como

$$\boldsymbol{A_\lambda = -\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

onde $\boldsymbol{I}$ é a intensidade da luz com um comprimento de onda específico λ e que é passada por uma amostra (intensidade da luz transmitida) e $\boldsymbol{I_0}$ é a intensidade da luz antes que entre na amostra (intensidade da luz incidente). As medidas de absorbância são frequentemente usadas em química analítica, já que a absorbância é proporcional à espessura de uma amostra e a concentração da substância nesta.

Com o auxilio de um espectrofotômetro, uma estudante de química conclui que 90% da luz que incide num dado material está sendo atenuada, ou seja, que a intensidade da luz transmitida corresponde a 10% da intensidade da luz incidente, o que a levou a concluir que a absorbância do material em questão é igual a

Ⓐ 0.
Ⓑ 0,1.
Ⓒ 0,9.
Ⓓ 1.
Ⓔ 2.

Questão 17

(Ronaebson)

Um piloto de avião experiente sabe que a pressão atmosférica P, em atm, se relaciona com a altitude H, em km, do avião de acordo com a função

$$P = 10^{\frac{-H}{30}}.$$

No avião tem um altímetro que marca sua pressão, em atm, assim, o piloto decidiu reescrever a função acima de modo a colocar a altitude em função da pressão, pois assim, o valor da altitude sairia de imediato após a aplicação do valor da pressão.

Uma possível expressão encontrada por ele pode ser dada por

Ⓐ $H = 30 \cdot \log_{10}(P)$
Ⓑ $H = -30 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{P}\right)$
Ⓒ $H = 10 \cdot \log_{30}\left(\frac{1}{P}\right)$
Ⓓ $H = 30 \cdot \log_{P}(10)$
Ⓔ $H = 30 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{P}\right)$

Questão 18

(Ronaebson)

Durante um estudo de caso, tricologistas, profissionais que se concentram no estudo dos cabelos e do couro cabeludo, acompanharam um homem que tinha 25 anos e possuía 120 mil fios de cabelo na cabeça. Ao longo desse estudo, foi possível observar que, para esse homem, a taxa média de queda de cabelo foi de 10% a cada dois anos.

Dado que $\log 3 = 0{,}48$, com que idade, aproximadamente, esse homem terá o número de fios de cabelo reduzido a terça parte dos fios de cabelo que tinha aos 25 anos?

A) 30 anos.
B) 49 anos.
C) 55 anos.
D) 60 anos.
E) 75 anos.

Questão 19

(Ronaebson)

A **magnitude aparente** (***m***) de um corpo celeste é um número que mede o seu brilho como visto por um observador na Terra. Quanto mais brilhante um objeto parece, menor é o valor de sua magnitude (relação inversa). O Sol, com magnitude aparente de –26,74, é o objeto mais brilhante do céu. O valor da magnitude é ajustado para o valor que teria na ausência de atmosfera. A escala da magnitude é logarítmica: a diferença de uma unidade na magnitude corresponde a uma mudança no brilho por um fator de $\sqrt[5]{100}$, ou aproximadamente 2,512 (Razão de Pogson).

De acordo com a escala logarítmica moderna, dois objetos cuja intensidade (brilho) medida a partir da Terra em unidades de energia por unidade de área (como $watts/cm^2$) são I_1 e I_2 terão sua magnitudes aparentes relacionadas através da expressão

$$\boldsymbol{m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_2}\right)}.$$

Dado que a lua cheia tem sua magnitude aparente de –12,74 e $\log 2 = 0{,}3$, temos que o sol é mais brilhante que a lua cheia cerca de

A) 4000 vezes.
B) 40000 vezes.
C) 100000 vezes.
D) 400000 vezes.
E) 1000000 vezes.

Questão 20

(Ronaebson)

Tamanho dos grãos refere-se às dimensões físicas das partículas de uma rocha ou de um outro sólido e podem variar de extremamente pequeno (partículas coloidais), até maiores como argila, silte, areia, cascalho, matacão e rochas.
A nomenclatura para a descrição dos tamanhos dos grãos é um fato importante para os geologistas, porque o tamanho do grão define a maioria das propriedades básicas dos sedimentos.
Tradicionalmente os geologistas costumam dividir os sedimentos em quatro classificações que incluem o grânulo, a areia, o silte e a argila e a classificação destes sedimentos é baseada em relações das várias proporções da fração.

Disponível em https://pt.wikipedia.org/wiki/Tamanho_dos_grãos
Acesso em 14/09/2019.

A Escala de Krumbein, criada por W.C. Krumbein, é tal que

$$\varphi = -\log_2\left(\frac{D}{D_0}\right)$$

onde:

- D é o diâmetro da partícula em metros;
- D_0 é o diâmetro de referência igual a $0{,}001\ m$;
- φ é o valor da Escala de Krumbein.

Um grão é classificado como *areia fina* se seu diâmetro varia de $125\ \mu m$ a $250\ \mu m$, assim, o maior valor na escala de Krumbein para φ que um grão pode ter para que ele ainda seja classificado como *areia fina* é

A) 0.
B) 1.
C) 2.
D) 3.
E) 4.

Questão 21

(Ronaebson)

Um aluno que nada sabe dos assuntos presentes na prova do ENEM, fez sua inscrição e nos dois dias de prova decidiu “chutar” as 180 questões do exame, questões que possuem 5 alternativas, onde apenas uma é correta.

Dado que $\log 2 = 0{,}3$, a probabilidade de esse aluno responder corretamente todas as questões é de aproximadamente

A) 10^{-181}.
B) 10^{-180}.
C) 10^{-126}.
D) 10^{-30}.
E) 10^{-70}.

Questão 22

Uma instituição financeira empresta dinheiro a seus clientes mais antigos com juros de 1% ao mês, em regime de juros compostos. Um cliente resolveu pedir certa quantia emprestada e pagar em uma única parcela depois de determinado prazo, mas percebeu que teria que pagar por ela um total de juros igual à quantia emprestada.

Assim, considerando as aproximações $log2 = 0{,}301$ e $log101 = 2{,}0043$, sabe-se que o empréstimo desse cliente foi realizado em um prazo de

- **A** 35 meses.
- **B** 48 meses.
- **C** 64 meses.
- **D** 70 meses.
- **E** 72 meses.

Questão 23

Há diversas formas de analisar a intensidade de um terremoto. Uma delas é a Escala Richter, que utiliza a fórmula $R = \frac{2}{3} \cdot log\left(\frac{E}{E_o}\right)$, em que R é a magnitude do terremoto na escala Richter e E é a energia liberada pelo terremoto na unidade kWh, sendo $E_o = 7 \cdot 10^{-3} kWh$.

Considerando log7=0,85, se um terremoto atingir a magnitude 7,5 na escala Richter, a energia liberada por ele, em kWh, será igual a

- **A** $10^{2{,}85}$
- **B** $10^{9{,}1}$
- **C** $10^{13{,}4}$
- **D** $10^{15{,}1}$
- **E** $10^{24{,}1875}$

Questão 24

(Ronaebson)

Para tratar determinada patologia, um novo medicamento está sendo testado em laboratório. A posologia desse remédio é de 500 mg e, ao tomar o remédio, a concentração na corrente sanguínea, após tomar a primeira dose, diminui com o tempo, de modo que o tempo, em hora, se relaciona com essa concentração, em mg/L, através da expressão:

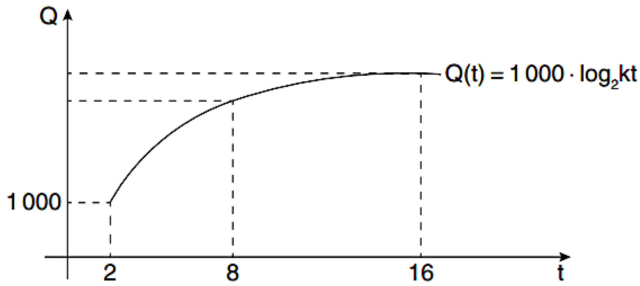
$$t = -8 \cdot \log\left(\frac{C}{500}\right)$$

A segunda dose deve ser tomada quando a concentração atingir 50 mg/L. Depois de quanto tempo o paciente deve tomar o segundo comprimido?

A 4h **B** 6h **C** 8h **D** 10h **E** 16h

Questão 25

Em um laboratório, foi desenvolvido um estudo que tratava da cultura de bactérias em um determinado experimento. Essa cultura é representada segundo o modelo matemático $Q(t) = 1000 \cdot \log_2 kt$, em que Q representa a quantidade de bactérias (em milhares), k é uma constante inteira e t o tempo (em horas), a partir do começo do experimento. Sabe-se que de 0 até 2 h não havia bactérias e que, a partir de 2 h, o número de bactérias começou a crescer, conforme o gráfico a seguir:



Com base no gráfico cartesiano dessa função, o aumento do número de bactérias entre 8 h e 16 h, em milhares de bactérias, é dado por

- **A** 1000.
- **B** 2000.
- **C** 3000.
- **D** 4000.
- **E** 5000.

Questão 26

(UNESP)

Leia a matéria publicada em junho de 2016.

Energia eólica deverá alcançar 10GW nos próximos dias

O dia mundial do vento, 15 de junho, terá um marco simbólico este ano. Antes do final do mês, a fonte de energia que começou a se tornar realidade no país há seis anos alcançará 10 GW, sendo que o potencial brasileiro é de 500 GW. A perspectiva é a de que, em metade deste tempo, o Brasil duplique os 10 GW.

www.portalabeeolica.org.br. Adaptado.

Considerando que a perspectiva de crescimento continue dobrando a cada três anos, qual o ano aproximado em que o Brasil atingirá 100% da utilização do seu potencial eólico?

- **A** 2017
- **B** 2020
- **C** 2031
- **D** 2033
- **E** 2042

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:

Psicólogos educacionais podem utilizar modelos matemáticos para investigar questões relacionadas à memória e retenção da informação. Suponha que um indivíduo tenha feito um teste e que, depois de t meses e sem rever o assunto do teste, ele tenha feito um novo teste, equivalente ao que havia feito anteriormente. O modelo matemático que descreve situação de normalidade na memória do indivíduo é dado por $y = 82 - 12\log(t+1)$, sendo y a quantidade de pontos feitos por ele no instante t.

Questão 27

(INSPER_2018)

Considere agora que, após t meses da aplicação do teste inicial, a pontuação do indivíduo tenha caído 18 pontos na nova aplicação do teste. Adotando $\sqrt{10} \cong 3{,}16,$ t é igual a

A) 25,1.
B) 30,6.
C) 32,3.
D) 32,4.
E) 28,8.

Questão 28

(INSPER_2018)

Após t meses da aplicação do teste inicial, a pontuação de um indivíduo no novo teste caiu para 70 pontos. Assim, é correto concluir que esse novo teste ocorreu t meses após o primeiro teste, com t igual a

A) 11.
B) 8.
C) 15.
D) 12.
E) 9.

Questão 29

(UERJ_2017)

Uma calculadora tem duas teclas especiais, A e B. Quando a tecla A é digitada, o número que está no visor é substituído pelo logaritmo decimal desse número. Quando a tecla B é digitada, o número do visor é multiplicado por 5.
Considere que uma pessoa digitou as teclas BAB, nesta ordem, e obteve no visor o número 10.
Nesse caso, o visor da calculadora mostrava inicialmente o seguinte número:

A) 20
B) 30
C) 40
D) 50

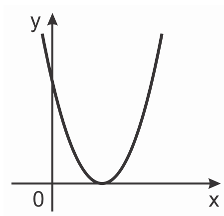
Questão 30

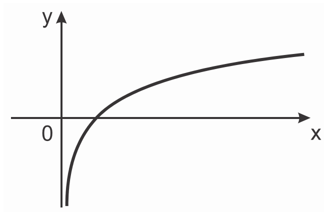
(UEL)

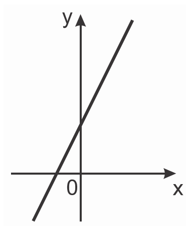
Um dos principais impactos das mudanças ambientais globais é o aumento da frequência e da intensidade de fenômenos extremos, que quando atingem áreas ou regiões habitadas pelo homem, causam danos. Responsáveis por perdas significativas de caráter social, econômico e ambiental, os desastres naturais são geralmente associados a terremotos, tsunamis, erupções vulcânicas, furacões, tornados, temporais, estiagens severas, ondas de calor etc.

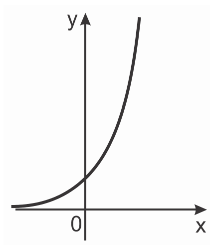
(Disponível em: <www.inpe.br>. Acesso em: 20 maio 2015.)

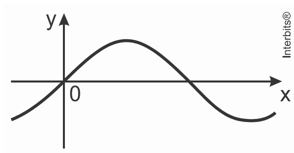
Em relação aos tremores de terra, a escala Richter atribui um número para quantificar sua magnitude. Por exemplo, o terremoto no Nepal, em 12 de maio de 2015, teve magnitude 7,1 graus nessa escala. Sabendo-se que a magnitude y de um terremoto pode ser descrita por uma função logarítmica, na qual x representa a energia liberada pelo terremoto, em quilowatts-hora, assinale a alternativa que indica, corretamente, o gráfico dessa função.

A)


B)


C)


D)


E)


Questão 31

(Ronaebson)

No Brasil, as instalações solares vêm aumentando ao longo dos últimos anos e continuam a crescer rapidamente. Com o uso de painéis solares, o consumidor passa a utilizar energia limpa – ou seja, contribui para a preservação ambiental. Ao mesmo tempo, reduz a conta de energia elétrica em um percentual que pode chegar a 95%.

Pesquisas indicam que um painel fotovoltaico pode ter uma degradação natural, o que pode comprometer, no máximo, 1% de sua eficiência por ano.

Dado que $\log_{0,99} 0{,}81 = 20$ e que $\log_{1,01} 1{,}22 = 20$, estima-se que, em relação a eficiência inicial, após 40 anos a eficiência do sistema fique reduzida a

A) 19,00%.
B) 22,00%.
C) 34,39%.
D) 38,00%.
E) 65,61%.

Questão 32

(UFRGS)

Leia o texto abaixo, sobre terremotos.

Magnitude é uma medida quantitativa do tamanho do terremoto. Ela está relacionada com a energia sísmica liberada no foco e também com a amplitude das ondas registradas pelos sismógrafos. Para cobrir todos os tamanhos de terremotos, desde os microtremores de magnitudes negativas até os grandes terremotos com magnitudes superiores a 8.0, foi idealizada uma escala logarítmica, sem limites. No entanto, a própria natureza impõe um limite superior a esta escala, já que ela está condicionada ao próprio limite de resistência das rochas da crosta terrestre. Magnitude e energia podem ser relacionadas pela fórmula descrita por Gutenberg e Richter em 1935: $\log(E) = 11{,}8 + 1{,}5\,M$ onde: E=energia liberada em Erg; M=magnitude do terremoto.

Disponível em: <http://www.iag.usp.br/siae98/terremoto/terremotos.htm>. Acesso em: 20 set. 2017.

Sabendo que o terremoto que atingiu o México em setembro de 2017 teve magnitude 8,2, a melhor aproximação para a energia liberada por esse terremoto, em Erg, é

A) 13,3.
B) 20.
C) 24.
D) 10^{24}.
E) 10^{28}.

Questão 33

(FGV)

Um investimento de R$ 100.000,00 à taxa de juros compostos de x% ao mês será resgatado quando atingir R$ 120.000,00. Se n é o número mínimo de meses necessários para que o resgate possa ser feito, então n é o menor inteiro maior ou igual a

A) $\dfrac{1}{\log_{1,2}\left(\dfrac{100+x}{100}\right)}$
B) $\log_{1,2}\left(\dfrac{100+x}{100}\right)$
C) $\log_{1,2}\left(\dfrac{x}{100}\right)$
D) $\log_{x}\left(\dfrac{x}{120}\right)$
E) $\log_{x}\left(\dfrac{x}{1{,}2}\right)$

Questão 34

(UERJ)

Ao se aposentar aos 65 anos, um trabalhador recebeu seu Fundo de Garantia por Tempo de Serviço (FGTS) no valor de R$ 50.000,00 e resolveu deixá-lo em uma aplicação bancária, rendendo juros compostos de 4% ao ano, até obter um saldo de R$ 100.000,00. Se esse rendimento de 4% ao ano não mudar ao longo de todos os anos, o trabalhador atingirá seu objetivo após x anos.

Considerando $\log(1{,}04) = 0{,}017$ e $log2 = 0{,}301$, o valor mais próximo de x é:

A) 10
B) 14
C) 18
D) 22

Questão 35

(FUVEST)

Um aplicativo de videoconferências estabelece, para cada reunião, um código de 10 letras, usando um alfabeto completo de 26 letras. A quantidade de códigos distintos possíveis está entre

Note e adote:

$\log_{10} 13 \cong 1{,}114$

$1\text{ bilhão} = 10^9$

A) 10 bilhões e 100 bilhões.
B) 100 bilhões e 1 trilhão.
C) 1 trilhão e 10 trilhões.
D) 10 trilhões e 100 trilhões.
E) 100 trilhões e 1 quatrilhão.

Questão 36

(IFPE_2018)

Os alunos do curso de Meio Ambiente do campus Cabo de Santo Agostinho observaram que o número de flores em uma árvore X segue o modelo matemático $F(h) = 16 - \log_2(3h + 1)$, onde $F(h)$ é a quantidade de flores após h horas de observação. Após quanto tempo de observação esta árvore estará com apenas 10 flores?

- A) 6 horas.
- B) 25 horas.
- C) 20 horas.
- D) 21 horas.
- E) 64 horas.

Questão 37

(UNESP)

O brilho de uma estrela percebido pelo olho humano, na Terra, é chamado de magnitude aparente da estrela. Já a magnitude absoluta da estrela é a magnitude aparente que a estrela teria se fosse observada a uma distância padrão de 10 parsecs (1 parsec é aproximadamente 3×10^{13} km). As magnitudes aparente e absoluta de uma estrela são muito úteis para se determinar sua distância ao planeta Terra. Sendo m a magnitude aparente e M a magnitude absoluta de uma estrela, a relação entre m e M é dada aproximadamente pela fórmula

$$M = m + 5\,.\,log3\,(3\,.\,d^{-0,48})$$

onde d é a distância da estrela em parsecs. A estrela Rigel tem aproximadamente magnitude aparente 0,2 e magnitude absoluta –6,8. A distância, em quilômetros, de Rigel ao planeta Terra é

- A) $7{,}29 \cdot 10^{14}$
- B) $7{,}29 \cdot 10^{15}$
- C) $1{,}458 \cdot 10^{16}$
- D) $1{,}458 \cdot 10^{17}$
- E) $2{,}31 \cdot 10^{15}$

Questão 38

(IFAL_2017)

O potencial de hidrogênio (pH) das soluções é dado pela função: $pH = -\log[H^+]$, onde $[H^+]$ é a concentração do cátion H^+ ou H_3O^+ na solução. Se, em uma solução, a concentração de H^+ é $2 \cdot 10^{-8}$, qual o pH dessa solução? Adote: $\log 2 = 0{,}3$.

- A) 2,4.
- B) 3,8.
- C) 6,7.
- D) 7,7.
- E) 11.

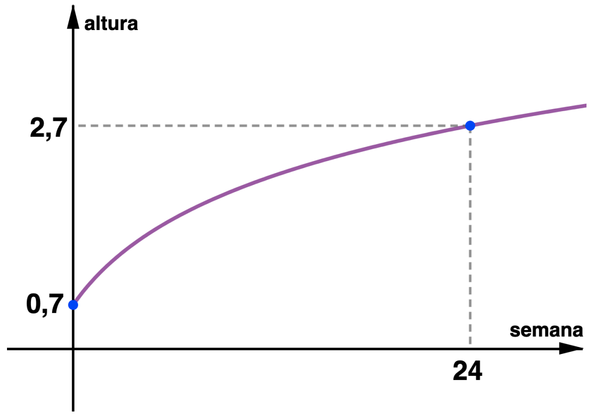
Questão 39

(Ronaebson)

Um biólogo modelou o crescimento de uma determinada espécie de árvore semana a semana e percebeu que relacionando a altura h (em metro) da árvore em função do tempo s (em semana) os pontos (s, h) pertenciam ao gráfico de uma função logarítmica do tipo

$$h(s) = a + \log_5(s + b),$$

com $a, b \in \mathbb{R}$.
O gráfico por ele encontrado está representado a seguir, sendo $s = 0$ o momento em que a árvore foi plantada e iniciou-se o estudo de seu crescimento.



A altura dessa árvore depois de 124 semanas será

- A) 3,0 m.
- B) 3,4 m.
- C) 3,7 m.
- D) 4,7 m.
- E) 5,4 m.

Questão 40

(Ronaebson)

Uma fisiculturista voltou a treinar os músculos inferiores depois de uma lesão. Num dado treino para a musculatura das pernas ele começou, na primeira semana, pegando uma carga de 40 kg e decidiu que a cada semana subsequente levantaria 20% a mais de peso do que na semana anterior.

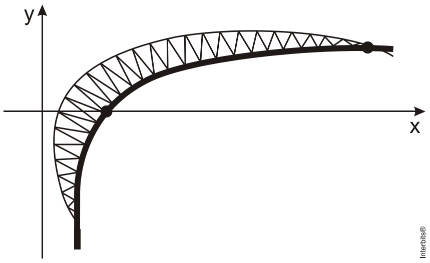
Considerado $\log 2 = 0{,}3$ e $\log 3 = 0{,}48$, o número de semanas transcorridas, a contar da primeira, para que a fisiculturista consiga levantar 120 kg nesse exercício é

- A) 6.
- B) 7.
- C) 8.
- D) 9.
- E) 10.

Questão 41

(PUCRS)

O modelo da cobertura que está sendo colocada no Estádio Beira-Rio está representado na figura abaixo.



Colocada devidamente em um plano cartesiano, é possível afirmar que, na forma em que está, a linha em destaque pode ser considerada uma restrição da representação da função dada por

Ⓐ $y = \log x$
Ⓑ $y = x^2$
Ⓒ $y = |x|$
Ⓓ $y = \sqrt{-x}$
Ⓔ $y = 10^x$

Questão 42

(ESPM

Em 1997 iniciou-se a ocupação de uma fazenda improdutiva no interior do país, dando origem a uma pequena cidade. Estima-se que a população dessa cidade tenha crescido segundo a função $P = 0{,}1 + log_2(x - 1996)$, onde P é a população no ano x, em milhares de habitantes. Considerando $\sqrt{2} \cong 1{,}4$, podemos concluir que a população dessa cidade atingiu a marca dos 3600 habitantes em meados do ano:

Ⓐ 2005.
Ⓑ 2002.
Ⓒ 2011.
Ⓓ 2007.
Ⓔ 2004.

Questão 43

(PUCMG)

De acordo com pesquisa feita na última década do século XX, a expectativa de vida em certa região é dada, em anos, pela função

$$E(t) = 12 \cdot (150 \, log \, t - 491),$$

sendo t o ano de nascimento da pessoa. Considerando-se $log \, 2000 = 3{,}32$, uma pessoa dessa região, que tenha nascido no ano 2000, tem expectativa de viver:

Ⓐ 68 anos
Ⓑ 76 anos
Ⓒ 84 anos
Ⓓ 92 anos

Questão 44

(IFAL_2017)

Nas análises químicas de soluções, o pH é muito utilizado e, através dele, o químico pode avaliar a acidez da solução. O pH de uma solução, na verdade, é uma função logarítmica dada por:

$$pH = -\log[H^+]$$

Onde: $[H^+]$ é a concentração de H^+ na solução (concentração hidrogeniônica). Tendo em vista essas informações, se uma solução apresentou pH 5, podemos dizer que a concentração hidrogeniônica vale

Ⓐ 10^{-3}.
Ⓑ 10^{-5}.
Ⓒ 10^{-7}.
Ⓓ 10^{-9}.
Ⓔ 10^{-11}.

Questão 45

(UEL)

A escala Richter atribui um número M para quantificar a magnitude de um tremor, ou seja, $M(A) = \log_{10} A - \log_{10} A_0$, onde $A > 0$ é a amplitude máxima das ondas sísmicas medidas a 100 km do epicentro do sismo e $A_0 > 0$ é uma amplitude de referência. Por exemplo, em 1945, no Japão, o tremor gerado pela bomba atômica teve magnitude aproximada de 4,9 na escala Richter, enquanto que o tremor ocorrido naquele país, em março de 2011, teve magnitude de 8,9.
Com base nessas informações, considere as afirmativas a seguir.

I. A amplitude máxima das ondas sísmicas do tremor de 2011 foi 10.000 vezes maior do que a amplitude máxima das ondas sísmicas geradas pela bomba de Hiroshima.
II. A diferença de magnitude de dois tremores, em relação às respectivas amplitudes máximas das ondas sísmicas, é uma função quadrática.
III. Um tremor de magnitude 8,0 na escala Richter tem ondas sísmicas com amplitude máxima 10 vezes maior do que a amplitude máxima em um tremor de magnitude 7,0.
IV. Se a amplitude máxima das ondas sísmicas de um tremor for menor que a amplitude de referência A_0, tem-se que a magnitude deste tremor é positiva.

Assinale a alternativa correta:

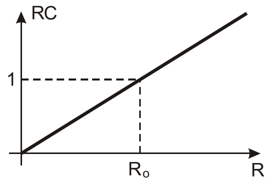
Ⓐ Somente as afirmativas I e II são corretas.
Ⓑ Somente as afirmativas I e III são corretas.
Ⓒ Somente as afirmativas III e IV são corretas.
Ⓓ Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.
Ⓔ Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

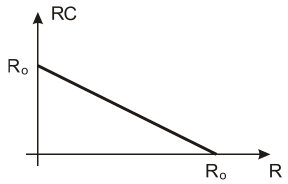
Questão 46

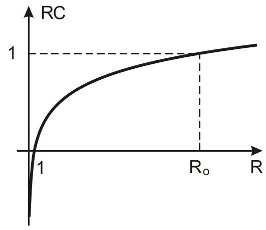
(INSPER)

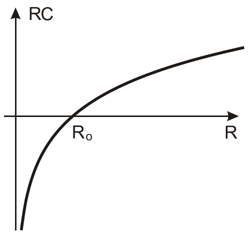
Escalas logarítmicas são usadas para facilitar a representação e a compreensão de grandezas que apresentam intervalos de variação excessivamente grandes. O pH, por exemplo, mede a acidez de uma solução numa escala que vai de 0 a 14; caso fosse utilizada diretamente a concentração do íon H^+ para fazer essa medida, teríamos uma escala bem pouco prática, variando de 0,00000000000001 a 1. Suponha que um economista, pensando nisso, tenha criado uma medida da renda dos habitantes de um país chamada Renda Comparativa (RC), definida por $RC = \log\left(\frac{R}{R_0}\right)$, em que R é a renda, em dólares, de um habitante desse país e R_0 é o salário mínimo, em dólares, praticado no país. (Considere que a notação log indica logaritmo na base 10.)

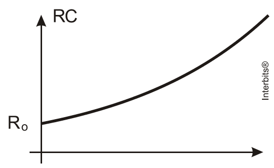
Dentre os gráficos abaixo, aquele que melhor representa a Renda Comparativa de um habitante desse país em função de sua renda, em dólares, é

A


B


C


D


E


Questão 47

(FUVEST)

Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão

$$S = \frac{1}{2 \cdot \log_2 2016} + \frac{1}{5 \cdot \log_3 2016} + \frac{1}{10 \cdot \log_7 2016}$$

O valor de S é

A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{1}{3}$
C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{1}{7}$
E) $\frac{1}{10}$

Questão 48

(UFPB)

Sabe-se que a pressão atmosférica varia com a altitude do lugar. Em Fortaleza, ao nível do mar, a pressão é 760 milímetros de mercúrio (760 mmHg). Em São Paulo, a 820 metros de altitude, ela cai um pouco. Já em La Paz, capital da Bolívia, a 3.600 metros de altitude, a pressão cai para, aproximadamente, 500 mmHg. Nessa cidade, o ar é mais rarefeito do que em São Paulo, ou seja, a quantidade de oxigênio no ar, em La Paz, é menor que em São Paulo.

(Adaptado de: <www.searadaciencia.ufc.br>. Acesso em: 02 ago. 2006).

Esses dados podem ser obtidos a partir da equação $h = 18400 \log_{10}\left(\frac{760}{P}\right)$, que relaciona a pressão atmosférica P, dada em mmHg, com a altura h, em metros, em relação ao nível do mar. Com base nessa equação, considere as seguintes afirmações:

I. Quando h = 1840 m, a pressão será P = 76 mmHg.
II. Quando P = 7,6 mmHg, a altura será h = 36800 m.
III. A pressão P é dada em função da altura h pela expressão $P = 760 \cdot 10^{-\frac{h}{18400}}$

De acordo com as informações dadas, está(ão) correta(s) apenas:

A) I B) II C) III D) I e II E) II e III

Questão 49

(UFMG)

Em uma danceteria, há um aparelho com várias caixas de som iguais. Quando uma dessas caixas é ligada no volume máximo, o nível R de ruído contínuo é de 95 dB.
Sabe-se que

- $R = 120 + 10.\log_{10} I_S$, em que I_S é a intensidade sonora, dada em watt/m²; e
- a intensidade sonora I_S é proporcional ao número de caixas ligadas.

Seja N o maior número dessas caixas de som que podem ser ligadas, simultaneamente, sem que se atinja o nível de 115 dB, que é o máximo suportável pelo ouvido humano.

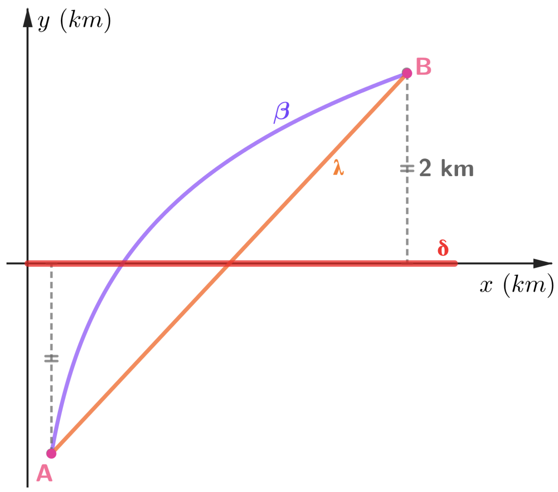
Então, é correto afirmar que N é

A menor ou igual a 25.
B maior que 25 e menor ou igual a 50.
C maior que 50 e menor ou igual a 75.
D maior que 75 e menor ou igual a 100.

Questão 50

(Ronaebson)

Um engenheiro pegou o projeto da malha viária de uma determinada região verificou-se a existência de três estradas plotadas sobre um sistema de coordenadas cartesianas, sendo uma delas a estrada δ retilínea com pouco mais de 100 km partindo da origem do sistema cartesiano na direção positiva do eixo $\overrightarrow{Ox}$. As outras duas estradas β e λ ligam duas cidades A e B dessa região, com ambas as cidades a 2 km da estrada δ e, além disso, a estrada β tem sua trajetória sobre a curva $y = \log x$ e a estrada λ é retilínea, conforme descrito no gráfico a seguir.



A distância do cruzamento das estradas β e δ para o cruzamento das estradas λ e δ é igual a

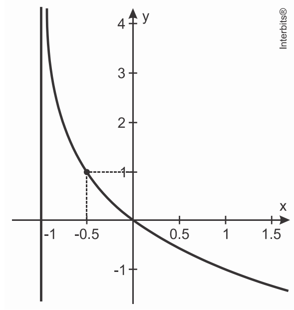
A 49005 m.
B 50000 m.
C 50005 m.
D 100000 m.
E 100010 m.

Questão 51

(UEG_2018)

O gráfico a seguir é a representação da função

$$f(x) = \log_2\left(\frac{1}{ax+b}\right)$$



O valor de $f^{-1}(-1)$

A -1
B 0
C -2
D 2
E 1

Questão 52

(UERJ)

O número, em centenas de indivíduos, de um determinado grupo de animais, x dias após a liberação de um predador no seu ambiente, é expresso pela seguinte função:

$$f(x) = \log_{5\sqrt[3]{5}} x^4$$

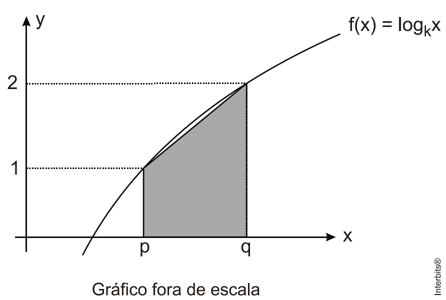
Após cinco dias da liberação do predador, o número de indivíduos desse grupo presentes no ambiente será igual a:

A 3
B 4
C 300
D 400

Questão 53

(ESPCEX)

Na figura abaixo, dois vértices do trapézio sombreado estão no eixo x e os outros dois vértices estão sobre o gráfico da função real $f(x) = \log_k x$, com $k > 0$ e $k \neq 1$. Sabe-se que o trapézio sombreado tem 30 unidades de área; assim, o valor de k + p – q é



A –20. **B** –15. **C** 10. **D** 15. **E** 20.

Questão 54

(UNESP)

Numa plantação de certa espécie de árvore, as medidas aproximadas da altura e do diâmetro do tronco, desde o instante em que as árvores são plantadas até completarem 10 anos, são dadas respectivamente pelas funções:

Altura: $H(t) = 1 + 0{,}8 \cdot \log_2(t+1)$
Diâmetro do tronco: $D(t) = 0{,}1 \cdot 2^{\frac{t}{7}}$

com H(t) e D(t) em metros e t em anos.

a) Determine as medidas aproximadas da altura, em metros, e do diâmetro do tronco, em centímetros, das árvores no momento em que são plantadas.
b) A altura de uma árvore é 3,4 m. Determine o diâmetro aproximado do tronco dessa árvore, em centímetros.

Questão 55

(UFF)

A Escala de Palermo foi desenvolvida para ajudar especialistas a classificar e estudar riscos de impactos de asteroides, cometas e grandes meteoritos com a Terra.
O valor de P da Escala de Palermo em função do risco relativo R é definido por

$$P = \log_{10} R.$$

Por sua vez, R é definido por

$$R = \frac{\sigma}{f \cdot \Delta T},$$

sendoσ a probabilidade de o impacto ocorrer, ΔT o tempo (medido em anos) que resta para que o impacto ocorra e

$$f = 0{,}03 \cdot E^{-\frac{4}{5}}$$

a frequência anual de impactos com energia E (medido em megatoneladas de TNT) maior do que ou igual à energia do impacto em questão.

Assim, de acordo com as definições supracitadas, P pode ser reescrito como

Ⓐ $P = \log\sigma + 2 - \log 3 + \frac{4}{5}\log E + \log\Delta T$
Ⓑ $P = \log\sigma + 2 - \log 3 - \frac{4}{5}\log E + \log\Delta T$
Ⓒ $P = \log\sigma + 2 - \log 3 + \frac{4}{5}\log E - \log\Delta T$
Ⓓ $P = \log\sigma + 2\log 3 + \frac{4}{5}\log E - \log\Delta T$
Ⓔ $P = \log\sigma - 2\log 3 + \frac{4}{5}\log E - \log\Delta T$

Questão 56

(UEL_2020)

No Brasil, a preservação natural de um cadáver é rara devido ao clima tropical e ao solo ácido, que aceleram a sua decomposição. Por isso, a múmia encontrada em Goianá, Minas Gerais, no século XIX é tão incomum.

Adaptado de: www.museunacional.ufrj.br

Uma múmia encontrada em território brasileiro. Museu Nacional do Rio de Janeiro

Passados t anos após a morte deste ser humano, suponha que a massa m(t) de seu cadáver, medida em quilogramas, seja dada por $m(t) = 40e^{-C \cdot t}$, onde e > 1 é uma constante e C é um parâmetro relacionado às características morfoclimáticas da região onde originalmente se encontrava. Admitindo que passados t = 600 anos a múmia possuía exatos 4 kg.

Assim, valor do parâmetro C é dado por

Ⓐ $C = \frac{1}{200}\log_e 50$
Ⓑ $C = \frac{1}{300}\log_e 20$
Ⓒ $C = \frac{1}{400}\log_e 30$
Ⓓ $C = \frac{1}{500}\log_e 40$
Ⓔ $C = \frac{1}{600}\log_e 10$

Questão 57

(PUCGO_2023)

Uma escala muito conhecida para medir a intensidade de um terremoto é a escala Richter. Essa escala é definida pela função logarítmica R = a + log (I), em que a é uma constante, R é a intensidade do terremoto em graus Richter e I é a energia liberada pelo terremoto.

Marque a alternativa que descreve corretamente a razão da energia liberada por um terremoto de 4 graus Richter pela de um terremoto de 2 graus Richter:

Ⓐ 100.
Ⓑ 90.
Ⓒ 70.
Ⓓ 80.

Questão 58

(UNISC_2022)

Determinada espécie de eucalipto apresenta uma relação que interliga seu tamanho (altura) com seu tempo de plantio, dada por $h(t) = 26 + \log_3(1{,}5t)$, em que h(t) é a altura dada em metros, e t indica o tempo em anos.

Nesse caso, qual é o tempo necessário (em anos) para que a árvore de eucalipto atinja a altura de 28 m?

Ⓐ 4
Ⓑ 7
Ⓒ 2
Ⓓ 5
Ⓔ 6

Questão 59

(UEL_2017)

Precisamos de um nome para o novo replicador, um substantivo que comunique a ideia de unidade de transmissão cultural. "Mimeme" vem do grego "aquilo que é replicado", mas eu quero um monossílabo que se pareça com gene. Eu espero que meus amigos clássicos me perdoem por abreviar mimeme para meme. Se uma ideia se alastra, é dita que se propaga sozinha.

Adaptado de: DAWKINS, R. *O gene egoísta*. Trad. Geraldo H. M. Florsheim. Belo Horizonte: Itatiaia, 2001. p. 214.

Diversos segmentos têm utilizado serviços de marketing para criação e difusão de *memes* de seu interesse. Um partido político com $P_0 = 20$ filiados encomendou um anúncio que se tornou um *meme* em uma rede social, sendo que 5% dos $K = 2 \cdot 10^9$ usuários ativos visualizaram o anúncio no instante $t = 1$. Sejam $e > 1$, $r > 0$ constantes e suponha que a função $P(t)$ dada por

$$P(t) = \frac{K \cdot P_0 \cdot e^{r \cdot t}}{K + P_0(e^{r \cdot t} - 1)}$$

representa a quantidade de usuários da rede social que visualizaram o *meme* no instante t.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor da constante r para essa rede social.

Ⓐ $\log_e\left(\frac{10^8 - 1}{19}\right)$
Ⓑ $\log_e\left(\frac{10^9 - 1}{19}\right)$
Ⓒ $\log_e\left(\frac{10^9 - 1}{20}\right)$
Ⓓ $\sqrt{\frac{10^8 - 1}{19}}$
Ⓔ $\sqrt{\frac{10^9 - 1}{20}}$

Questão 60

(UNICHRISTUS_2023)

Um cliente tem uma dívida de R$ 2.000,00 em um banco, com vencimento incluídos para daqui a 2 anos e juros compostos de 2% ao mês inclusos nesse valor. Sabendo-se que a gerente do banco informou ao cliente que ele poderia antecipar o pagamento em qualquer período até o vencimento e, nesse caso, terá direito a um desconto referente aos juros do período antecipado.

Como o cliente deseja ter um desconto de, pelo menos, R$ 400,00, conclui-se que a antecipação do pagamento, para essas condições, deverá ser em, pelo menos,

Dados: log 1,02 = 0,0086 e log 2 = 0,3

Ⓐ 12 meses.
Ⓑ 9 meses.
Ⓒ 10 meses.
Ⓓ 13 meses.
Ⓔ 11 meses.

Gabarito _ Função Logarítmica			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	C	31	E
02	B	32	D
03	C	33	A
04	B	34	C
05	B	35	E
06	A	36	D
07	D	37	B
08	B	38	D
09	B	39	C
10	E	40	B
11	E	41	A
12	B	42	D
13	D	43	C
14	B	44	B
15	C	45	B
16	D	46	D
17	E	47	E
18	B	48	E
19	D	49	D
20	D	50	A
21	C	51	E
22	D	52	C
23	B	53	B
24	C	54	a) Altura=1m e Diâmetro=10cm b) 20cm
25	A	55	C
26	D	56	E
27	B	57	A
28	E	58	E
29	A	59	A
30	B	60	A

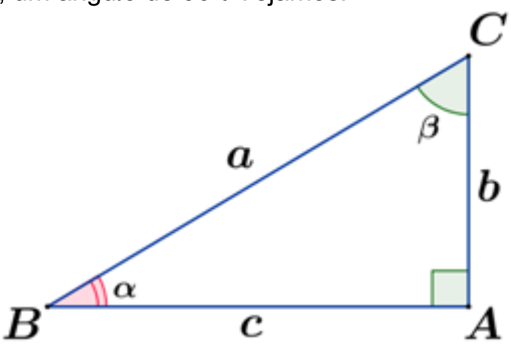
TRIÂNGULO RETÂNGULO

TEOREMA DE PITÁGORAS

Por volta de 580 a.c., a cerca de 50 quilômetros de Mileto, na ilha jônia de Samos, nasceu um dos matemáticos mais importantes da história, o homem que emprestou seu nome ao mais famoso dentre todos os teoremas da Matemática: ***Pitágoras***. Embora Tales de Mileto tenha sido o primeiro a declarar que as verdades matemáticas devem ser provadas pelo raciocínio, acredita-se que foram os pitagóricos os primeiros a produzir demonstrações razoavelmente rigorosas. Assim, a partir das ideias desses dois grandes personagens foi que a Matemática se iniciou como ciência e pôde desenvolver-se de maneira grandiosa nos séculos seguintes.

Apesar de já conhecida há séculos pelos babilônios e chineses, fontes históricas afirmam que Pitágoras foi o primeiro grego a demonstrar a propriedade geral dos triângulos retângulos, outras dizem que foi um de seus discípulos.

Antes de enunciarmos o Teorema de Pitágoras, é importante lembrar que um triângulo é um polígono que possui três lados e que o mesmo é dito triângulo retângulo quando possuir um ângulo reto, isto é, um ângulo de 90º. Vejamos:

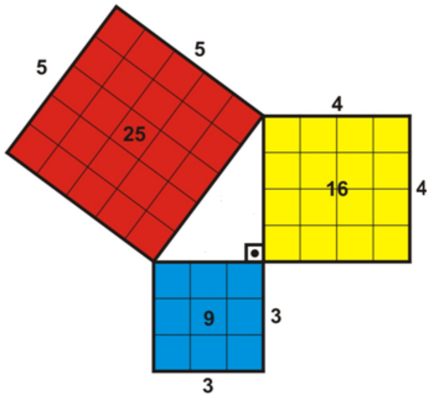


Observe que A, B e C são os vértices do triângulo, $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \beta$ e $B\hat{A}C = 90^{\circ}$ são os seus ângulos internos, mais ainda, α e β são ângulos complementares, isto é, $\alpha + \beta = 90^{o}$, e AB = c, AC = b e BC =a são seus lados, onde o maior lado (*a*) é chamado de hipotenusa do triângulo (sempre oposta ao ângulo reto) e os outros dois lados são chamados de catetos.

As percepções iniciais a cerca do Teorema de Pitágoras foram enunciadas da seguinte forma:

"Em qualquer triângulo retângulo, a área do quadrado cujo lado é hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados que têm como lados cada um dos catetos."

Para ficar mais claro, vejamos o exemplo a seguir:

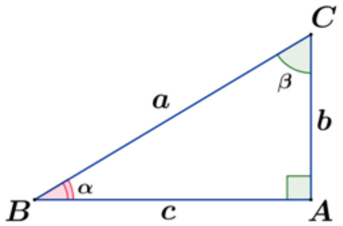


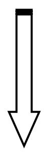
Note que 25 = 16 + 9, de outro modo,

$$5^2 = 4^2 + 3^2.$$

TEOREMA DE PITÁGORAS

"Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é sempre igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos".

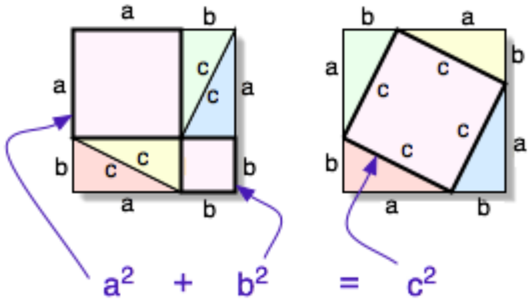




$$a^2 = b^2 + c^2$$

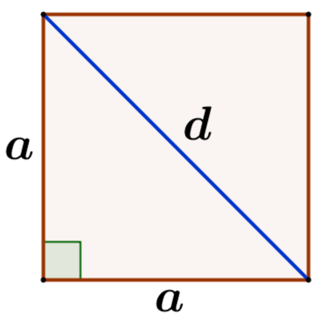
Existem centenas de demonstrações para o Teorema de Pitágoras, segundo os historiadores, a demonstração original deve ter sido uma demonstração geométrica comparando áreas, semelhante a que segue.

Note que as duas regiões quadradas têm lados (a+b), logo têm a mesma área. Retirando de ambas as quatro regiões triangulares congruentes, o que sobra na primeira ($a^2 + b^2$) é igual ao que sobra na segunda (c^2).



APLICAÇÕES DO TEOREMA DE PITÁGORAS

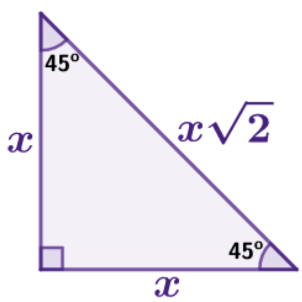
Considerando um quadrado de lado a, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras para determinar a medida de sua diagonal. Observe que ao traçarmos uma das diagonais, o quadrado fica dividido em dois triângulos retângulos isósceles congruentes, assim, pelo Teorema de Pitágoras, temos:



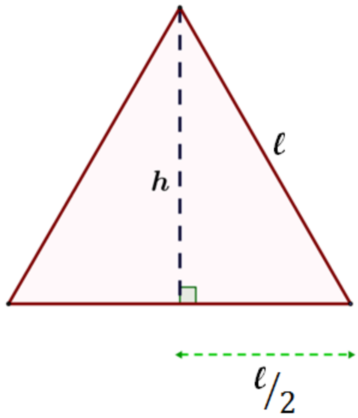
$$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2 \cdot a^2$$

$$\boxed{d = a\sqrt{2}}$$

De maneira prática, toda vez que você tiver um triângulo retângulo isósceles, ou seja, um triângulo $(45^o, 45^o, 90^o)$, *os catetos são iguais e a hipotenusa é igual ao cateto multiplicado pela* $\sqrt{2}$.



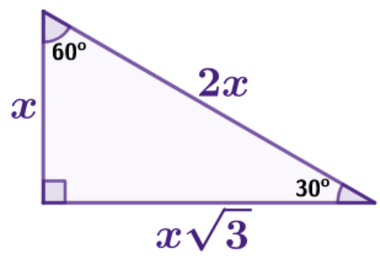
Considerando agora um triângulo equilátero de lado ℓ (triângulo que possui todos os lados congruentes), também podemos determinar a medida de sua altura a partir do Teorema do Pitágoras. Observe que ao traçarmos a altura, dividimos o triângulo em dois outros triângulos retângulos congruentes cujos catetos medem h e $\ell/2$ e a hipotenusa mede ℓ. Assim:



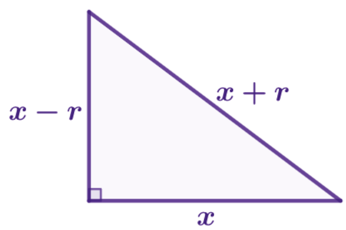
$$\ell^2 = h^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3\ell^2}{4}$$

$$\boxed{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$$

De maneira prática, toda vez que você tiver um triângulo retângulo $(30^o, 60^o, 90^o)$, *o cateto oposto a 30º é igual a metade da hipotenusa e o cateto adjacente a 30º é igual a metade da hipotenusa vezes a* $\sqrt{3}$.



Um caso particular, mas que pode ser muito útil em várias questões é o do triângulo retângulo cujos lados estão em Progressão Aritmética. Assim, sendo x o lado intermediário e $r > 0$ a razão da PA, temos:



Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$x^2 + (x - r)^2 = (x + r)^2$$
$$\Downarrow$$
$$x^2 + x^2 - 2xr + r^2 = x^2 + 2xr + r^2 \implies x^2 - 4xr = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x \cdot (x - 4r) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x = 0\ (não\ convém)\ ou\ \boldsymbol{x = 4r}$$

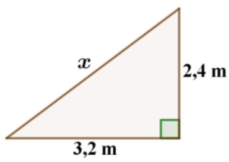
Assim, os lados do triângulo são $(3r, 4r, 5r)$, em outras palavras, sempre que os lados de um triângulo retângulo estiverem em PA, esse triângulo será proporcional ao triângulo $(3, 4, 5)$ e a constante de proporcionalidade será a razão da P.A.

Problema 01: (Ronaebson) Depois de uma forte tempestade na costa leste americana, um coqueiro tombou e ficou com o topo de seu tronco apoiado no alto de um muro de 2,4 m de altura. Após a queda, o pé do tronco do coqueiro ficou a 3,2 m do muro.

Supondo que, mesma com a forte tempestade, o muro ainda tenha permanecido perpendicular ao solo, qual o comprimento do tronco desse coqueiro?

Ⓐ 4,0 m
Ⓑ 4,8 m
Ⓒ 5,6 m
Ⓓ 6,0 m
Ⓔ 6,4 m

Solução:



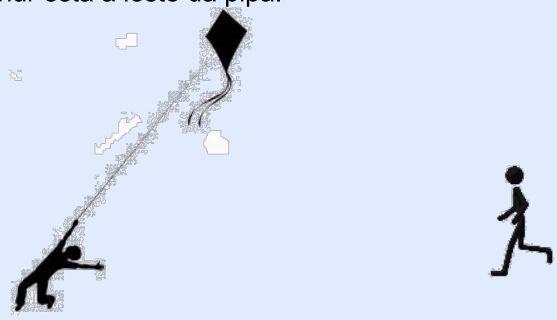
Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$$x^2 = 2{,}4^2 + 3{,}2^2$$
$$x = 4{,}0\ m$$

Doutro modo, poderíamos perceber a proporção com o triângulo (3, 4, 5).
Logo, o comprimento do tronco do coqueiro é 4 m.

Resposta: [A]

Problema 02: (Ronaebson) Caio está empinando uma pipa e Arthur está olhando, ambos num mesmo terreno plano. Sabe-se que Caio está ao sul da pipa e Arthur está a leste da pipa.

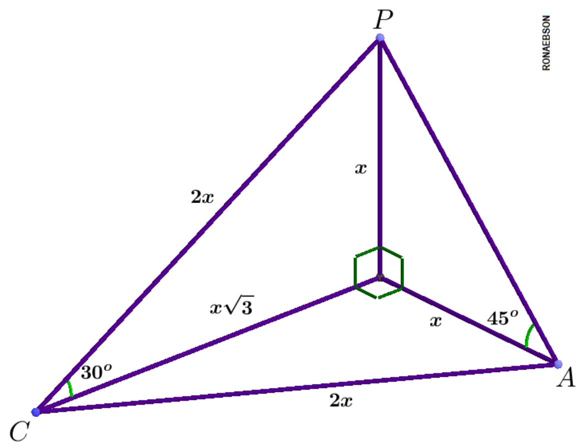


Caio enxerga a pipa sob um ângulo de 30º com a horizontal, enquanto Arthur enxerga a pipa sob um ângulo de 45º. Sabendo que a distância entre as duas crianças é de 100 metros, estima-se que o comprimento da linha que está esticada, da mão de Caio até a pipa, é de aproximadamente

Ⓐ 50 m.
Ⓑ 85 m.
Ⓒ 100 m.
Ⓓ 125 m.
Ⓔ 250 m.

Solução:

Seja P o ponto que representa a pipa, C o ponto que representa Caio e A o ponto que representa Arthur. Considerando a altura da pipa como sendo x, do texto e das condições dos triângulos $(30^o - 60^o - 90^o)$ e $(45^o - 45^o - 90^o)$, temos:



Assim, o comprimento da linha da pipa representado pelo segmento CP é igual a distância entre os meninos, representada por CA, logo o comprimento da linha é de 100m.

Resposta: [C]

TRIGONOMETRIA

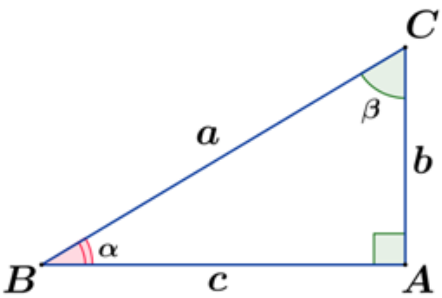
A trigonometria é uma ferramenta matemática bastante utilizada no cálculo de distâncias envolvendo triângulos retângulos.

Na antiguidade, matemáticos utilizavam o conhecimento adquirido em trigonometria para realizar cálculos ligados à astronomia, determinando a distância, quase que precisa, entre a Terra e os demais astros do sistema solar.

Atualmente a trigonometria também é bastante utilizada e para compreender o seu uso é necessário assimilar alguns conceitos.

TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Observe a figura abaixo que representa um triângulo retângulo.



Lembre-se que o maior lado é denominado de hipotenusa e os outros dois lados de catetos. A hipotenusa é o lado que fica oposto ao ângulo reto (ângulo de 90º). Além do ângulo reto, há dois ângulos agudos, α e β, observe também que estes ângulos são complementares, isto é, $\alpha + \beta = 90^o$.

A trigonometria estabelece relações entre os ângulos agudos do triângulo retângulo e as medidas de seus lados. Vejamos quais são essas relações.

O seno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.

$$seno = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa}$$

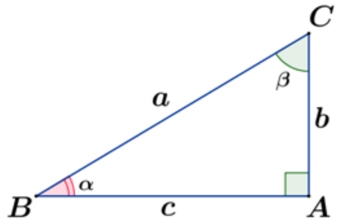
O cosseno de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

$$cosseno = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

A tangente de um ângulo no triângulo retângulo é a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

$$tangente = \frac{cateto\ oposto}{cateto\ adjacente}$$

Definidas as razões trigonométricas, obtemos as seguintes igualdades para o triângulo retângulo abaixo:



$sen\alpha = \frac{b}{a}$	$sen\beta = \frac{c}{a}$
$cos\alpha = \frac{c}{a}$	$cos\beta = \frac{b}{a}$
$tg\alpha = \frac{b}{c}$	$tg\beta = \frac{c}{b}$

Do exposto, temos algumas relações:

i. O seno de um ângulo é sempre igual ao cosseno do seu complementar e o cosseno de um ângulo é igual ao seno do seu complementar.

$$\boldsymbol{\alpha + \beta = 90^o \Longrightarrow \begin{cases} sen\alpha = cos\beta \\ cos\alpha = sen\beta \end{cases}}$$

De outro modo, temos:

$$senx = \cos(90^o - x)$$
$$cosx = sen(90^0 - x)$$

ii. A tangente de um ângulo agudo é sempre igual ao inverso da tangente do seu complementar.

$$\boldsymbol{\alpha + \beta = 90^o \Longrightarrow tg\alpha = \frac{1}{tg\beta}}$$

De outro modo, podemos dizer que o produto das tangentes de dois ângulos complementares é igual a 1.

$$\boldsymbol{tg\alpha \cdot tg\beta = 1}$$

iii. A tangente de um ângulo agudo é igual ao seno dividido pelo cosseno do mesmo ângulo.

$$\boldsymbol{tg\alpha = \frac{sen\alpha}{cos\alpha}}$$

iv. *Relação Fundamental da Trigonometria*
O seno ao quadrado de um ângulo mais o cosseno ao quadrado do mesmo ângulo é sempre igual a 1. De fato,

$$b^2 + c^2 = a^2 \quad : (a^2)$$

$$\frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2}$$

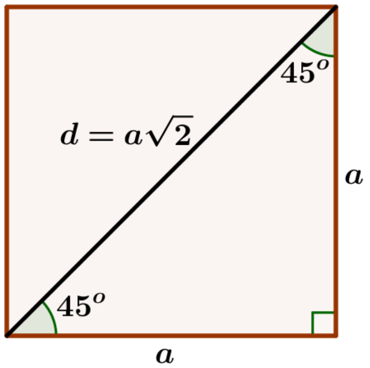
$$\boldsymbol{sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$

Obs.: Essa relação nos é muito útil quando temos o seno de um ângulo e queremos encontrar o seu cosseno, ou vice-versa.

Arcos Notáveis

Agora vamos descobrir o valor do seno, do cosseno e da tangente dos arcos 30º, 45º e 60º, para tanto, utilizaremos o quadrado e o triângulo equilátero.

Já calculamos a diagonal de um quadrado de lado ***a*** e sabemos que sabemos que seu valor é $d = a\sqrt{2}$, além disso, sabemos que essa diagonal divide os ângulos de 90º em dois outros de 45º, assim o quadrado fica dividido em dois triângulos retângulos isósceles como mostra a figura.

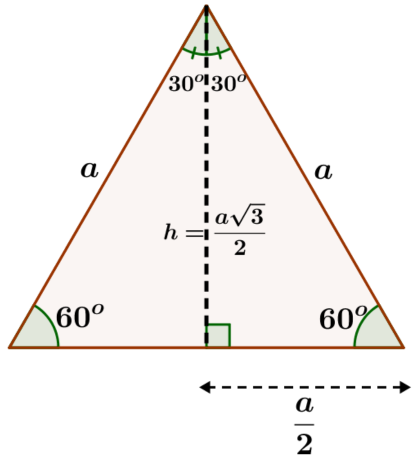


$$sen45^o = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Longrightarrow \quad sen45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$cos45^o = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Longrightarrow \quad cos45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg45^o = \frac{a}{a} = 1 \quad \Longrightarrow \quad tg45^o = 1$$

Agora, vamos considerar um triângulo equilátero de lado ***a***. Já vimos que sua altura é $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, sabemos também que seus ângulos internos são todos iguais a 60º, além disso, a altura relativa à base divide o ângulo em dois outros ângulos iguais a 30º e divide a base ao meio. Assim, o triângulo equilátero fica dividido em dois outros triângulos iguais, triângulos cujos ângulos são 30º, 60º e 90º.



$$sen30^o = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad sen30^o = \frac{1}{2}$$

$$cos30^o = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Longrightarrow \quad cos30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg30^o = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \Longrightarrow \quad tg30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$sen60^o = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Longrightarrow \quad sen60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos60^o = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow \quad cos60^o = \frac{1}{2}$$

$$tg60^o = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \quad \Longrightarrow \quad tg60^o = \sqrt{3}$$

Agora podemos compilar todos esses dados numa tabela. Vejamos:

	30º	45º	60º
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

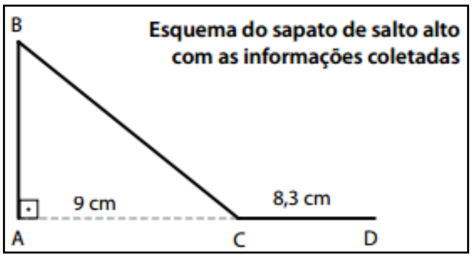
Hora de Praticar

Questão 01

(Vestibulinho_ETEC)

Em um filme policial, ao investigar um furto, a polícia técnica encontrou uma pegada de sapato de salto alto, conforme mostra a figura.

Para solucionar o caso, no laboratório, os peritos fizeram um esquema a partir da pegada do sapato.



No esquema, temos que

- as retas $\overleftrightarrow{AB}$ e $\overleftrightarrow{AD}$ são perpendiculares;
- o ponto C pertence à reta $\overleftrightarrow{AD}$;
- o segmento $\overline{AB}$ representa o salto alto do sapato;
- o segmento $\overline{CD}$ representa a parte do sapato onde o antepé se apoia;
- a medida do segmento $\overline{AC}$ é 9 cm, e
- a medida do segmento $\overline{CD}$ é 8,3 cm.

Admita que sapatos com as medidas encontradas possuem, em geral, salto com 12 cm e considere a tabela que apresenta a relação entre o comprimento do pé, em centímetros, e o número do sapato.

Comprimento do pé (em cm)	Número do sapato
23,3	35
24,0	36
24,5	37
25,3	38
26,0	39

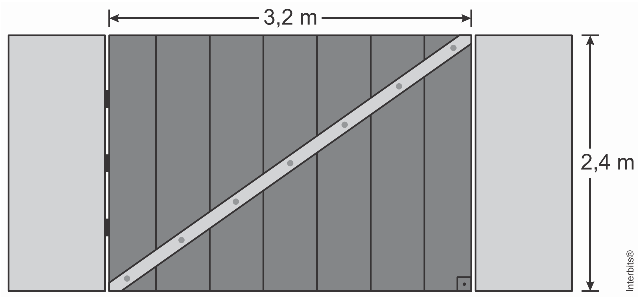
Nessas condições, os peritos concluíram que a suspeita usava um sapato de número

Ⓐ 35.
Ⓑ 36.
Ⓒ 37.
Ⓓ 38.
Ⓔ 39.

Questão 02

(IFSUL_2020)

Após uma tempestade com ventos muito fortes, um marceneiro foi chamado para consertar o portão de entrada de uma casa. Para resolver o problema, decidiu colocar uma trave de madeira, fixada na diagonal do portão retangular, conforme indicado na figura abaixo.



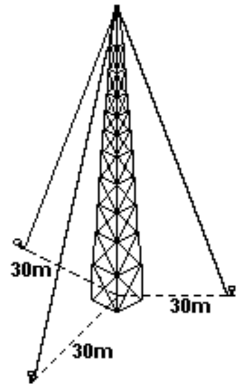
Com base nas informações, qual é o comprimento da trave colocada pelo marceneiro?

Ⓐ 5,6 m
Ⓑ 4,8 m
Ⓒ 4,0 m
Ⓓ 3,2 m

Questão 03

(FAAP_Adaptada)

A figura a seguir mostra uma antena retransmissora de rádio de 72m de altura. Ela é sustentada por 3 cabos de aços que ligam o topo da antena ao solo, em pontos que estão a 30m do pé da antena. A quantidade (em metros) aproximada de cabo que será gasta para sustentar a antena é:



Ⓐ 78
Ⓑ 102
Ⓒ 234
Ⓓ 306
Ⓔ 402

Questão 04

(IFPE_2018)

Um famoso rei, de um reino bem, bem distante, decide colocar um tampo circular para servir de mesa no salão de reunião. A porta de entrada do salão tem 1 metro de largura por 2,4 metros de altura.

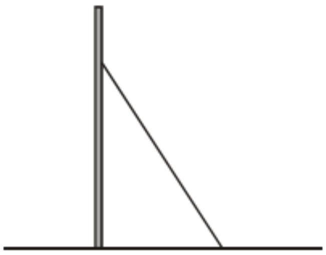
Qual o maior diâmetro que pode ter o tampo circular da mesa para passar pela porta do salão? (Dica: o círculo pode passar inclinado).

Ⓐ 2,5 m.
Ⓑ 2,8 m.
Ⓒ 3,0 m.
Ⓓ 2,6 m.
Ⓔ 2,4 m.

Questão 05

(MEC)

Observe esta figura que representa uma escada apoiada em uma parede. O topo da escada está a 7 m de altura, e seu pé está afastado da parede 2m.



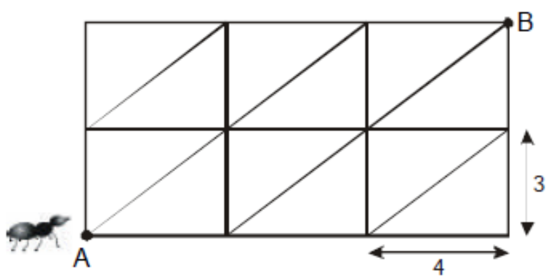
A escada mede, aproximadamente,

Ⓐ 5 m.
Ⓑ 6,7 m.
Ⓒ 7,3 m.
Ⓓ 9 m.

Questão 06

(OBMEP)

Uma formiga está no ponto *A* da malha mostrada na figura. A malha é formada por retângulos de 3 cm de largura por 4 cm de comprimento. A formiga só pode caminhar sobre os lados ou sobre as diagonais dos retângulos. Qual é a menor distância que a formiga deve percorrer para ir de *A* até *B*?



Ⓐ 14 cm
Ⓑ 15 cm
Ⓒ 17 cm
Ⓓ 18 cm

Questão 07

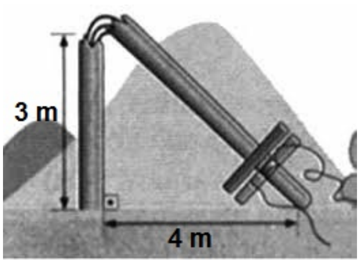
Na aviação, a altitude dos aviões geralmente é medida em pés. Um pé corresponde a 30,48 cm. Sabendo disso, considere a seguinte situação: um avião decolou do aeroporto perfazendo uma distância em linha reta de 15 km a partir da cabeceira da pista. A distância terrestre da cabeceira da pista até o ponto no solo imediatamente abaixo do avião é de 12 km, como mostra a figura a seguir.

A sua altitude nesse momento, em pés, era de aproximadamente

Ⓐ 29528 pés
Ⓑ 30000 pés
Ⓒ 31542 pés
Ⓓ 32056 pés

Questão 08

Durante uma grande tempestade, um poste perpendicular ao solo quebrou-se, assumindo a forma mostrada na figura. Sua extremidade mais alta passou a tocar o solo a 4 m de sua base e a parte que ainda ficou de pé do poste tinha uma altura de 3 m.



Qual o tamanho original do poste?

Ⓐ 5 m
Ⓑ 7 m
Ⓒ 8 m
Ⓓ 9 m

Questão 09

(FUVEST)

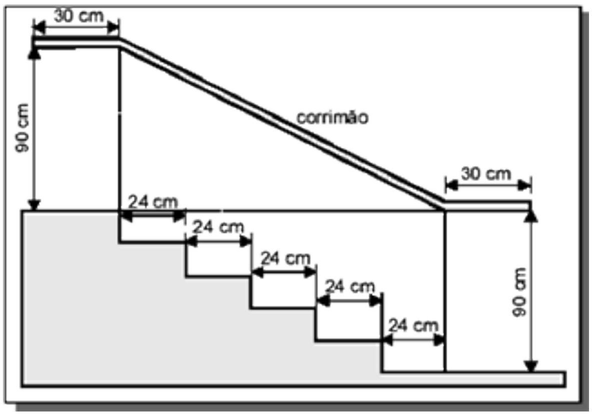
Queremos desenhar, no interior de um retângulo ABCD, um losango AICJ com vértice I sobre o lado AB do retângulo e vértice J sobre o lado CD. Se as dimensões dos lados do retângulo são AB = 25 cm e BC = 15 cm, então a medida do lado do losango é:

Ⓐ 13 cm
Ⓑ 15 cm
Ⓒ 17 cm
Ⓓ 18 cm
Ⓔ $15\sqrt{2}$ cm

Questão 10

(ENEM)

Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

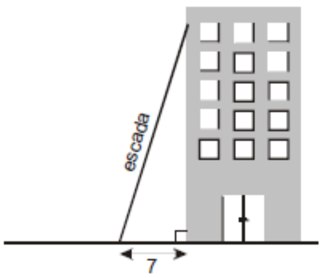


🅐 1,8 m
🅑 1,9 m
🅒 2,0 m
🅓 2,1 m

Questão 11

(OBMEP)

O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?



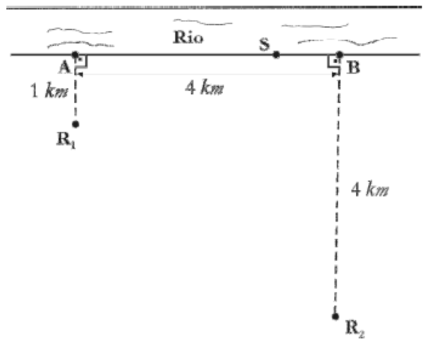
🅐 4 m
🅑 8 m
🅒 9 m
🅓 13 m
🅔 15 m

Questão 12

(UFPB)

Duas vilas da zona rural de um município localizam-se na mesma margem de um trecho retilíneo de um rio. Devido a problemas de abastecimento de água, os moradores fizeram varias reivindicações a prefeitura, solicitando a construção de uma estação de bombeamento de água para sanar esses problemas. Um desenho do projeto, proposto pela prefeitura para a construção da estação, está mostrado na figura a seguir. No projeto, estão destacados:

- Os pontos R1 e R2, representando os reservatórios de água de cada vila, e as distâncias desses reservatórios ao rio.
- Os pontos A e B, localizados na margem do rio, respectivamente, mais próximos dos reservatórios R1 e R2.
- O ponto S, localizado na margem do rio, entre os pontos A e B, onde devera ser construída a estação de bombeamento.



Com base nesses dados, para que a estação de bombeamento fique a uma mesma distância dos dois reservatórios de água das vilas, a distância entre os pontos A e S devera ser de:

🅐 3.775 m
🅑 3.825 m
🅒 3.875 m
🅓 3.925 m
🅔 3.975 m

Questão 13

(Ronaebson)

Pedro encostou uma escada de 8 m de comprimento na parede do armazém onde trabalha para fazer a manutenção da calha, ficando o topo da escada na altura desejada. Quando começou a subir os degraus, o “pé” da escada escorregou $\sqrt{3}\,m$ para trás, parando ao encostar num muro paralelo à parede.

Um colega que olhava toda a situação percebeu que, após deslizar, a escada passou a fazer um ângulo de 30º com a horizontal.

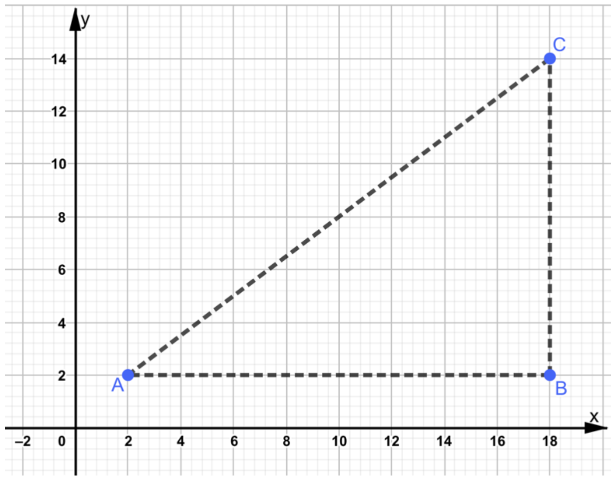
Nessas condições, a altura que o topo da escada estava inicialmente antes que Pedro começasse a subi-la era

🅐 $3\sqrt{3}\,m.$
🅑 $6\,m.$
🅒 $\sqrt{37}\,m.$
🅓 $4\sqrt{3}\,m.$
🅔 $8\,m.$

Questão 14

(Ronaebson)

Todos os dias, Rute sai de casa e vai direto para o ponto de ônibus esperar a condução que a leva ao serviço. Certo dia, ela resolveu passar na padaria para comprar seu lanche e depois foi para o ponto esperar a condução.
Os pontos correspondentes a casa, a padaria e ao ponto de ônibus estão representados no plano cartesiano a seguir por C, B e A, respectivamente.



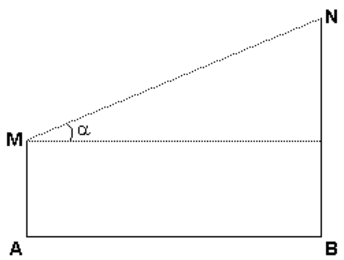
Nesse caso, quantos metros ela caminhou a mais em relação aos dias em que sai de casa direto para o ponto de ônibus?

Ⓐ 28 m
Ⓑ 20 m
Ⓒ 16 m
Ⓓ 12 m
Ⓔ 8 m

Questão 15

(PUC)

Do alto de sua casa, uma pessoa avista o topo de um edifício sob um ângulo α. Sabendo-se que a distância entre a casa e o edifício é AB = 8,4m, que sen α = 4/5 e que a altura dessa casa é AM = 4,8m, pode-se estimar que a altura BN do edifício, em metros, é:

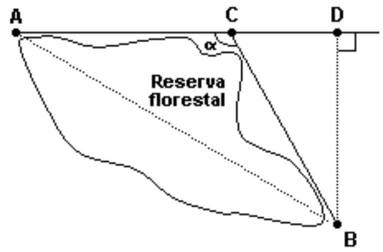


Ⓐ 12
Ⓑ 16
Ⓒ 20
Ⓓ 24
Ⓔ 25

Questão 16

(UFG)

Uma empresa de engenharia deseja construir uma estrada ligando os pontos A e B, que estão situados em lados opostos de uma reserva florestal, como mostra a figura a seguir.



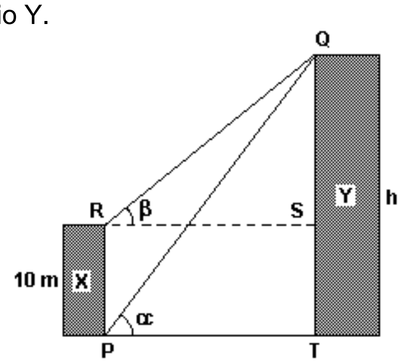
A empresa optou por construir dois trechos retilíneos, denotados pelos segmentos AC e CB, ambos com o mesmo comprimento. Considerando que a distância de A até B, em linha reta, é igual ao dobro da distância de B a D, o ângulo α, formado pelos dois trechos retilíneos da estrada, mede

Ⓐ 110°.
Ⓑ 120°.
Ⓒ 130°.
Ⓓ 140°.
Ⓔ 150°.

Questão 17

(UNESP)

Dois edifícios, X e Y, estão um em frente ao outro, num terreno plano. Um observador, no pé do edifício X (ponto P), mede um ângulo α em relação ao topo do edifício Y (ponto Q). Depois disso, no topo do edifício X, num ponto R, de forma que RPTS formem um retângulo e QT seja perpendicular a PT, esse observador mede um ângulo β em relação ao ponto Q no edifício Y.



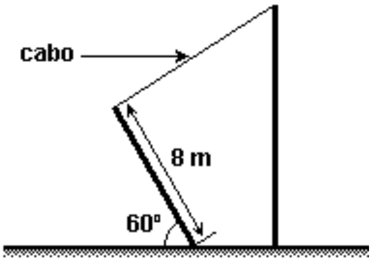
Sabendo que a altura do edifício X é 10m e que $3tg\alpha = 4tg\beta$, a altura h do edifício Y, em metros, é

Ⓐ 40/3.
Ⓑ 50/4.
Ⓒ 30.
Ⓓ 40.
Ⓔ 50.

Questão 18

(UFG)

Para dar sustentação a um poste telefônico, utilizou-se um outro poste com 8 m de comprimento, fixado ao solo a 4 m de distância do poste telefônico, inclinado sob um ângulo de 60°, conforme a figura a seguir

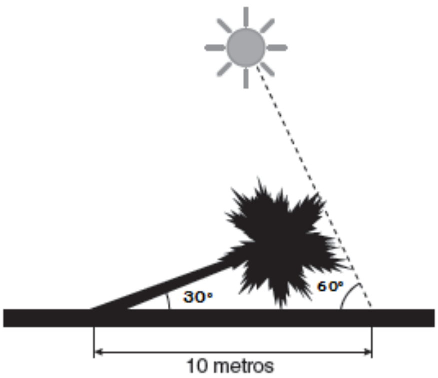


Considerando-se que foram utilizados 10 m de cabo para ligar os dois postes, qual a altura do poste telefônico em relação ao solo?

Ⓐ $6 + 4\sqrt{3}\,m$
Ⓑ $6 + 2\sqrt{3}\,m$
Ⓒ $5 + \sqrt{3}\,m$
Ⓓ $6 - 2\sqrt{3}\,m$
Ⓔ $4 + 6\sqrt{3}\,m$

Questão 19

Devido a um temporal, uma palmeira foi arrancada parcialmente do solo, projetando-se sobre ele a um ângulo de 30º com a horizontal, conforme mostrado na figura a seguir. Para saber o tipo de caminhão necessário para sua remoção, a equipe responsável precisava determinar a altura da palmeira.

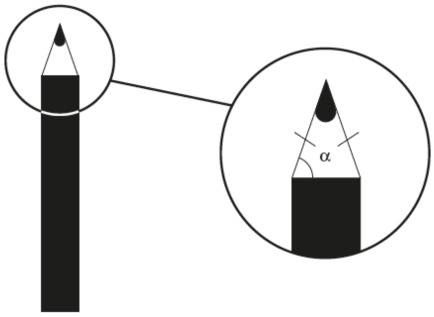


O engenheiro responsável teve então uma ideia: mediu a sombra projetada pela palmeira no solo, obtendo o valor de 10 metros, e calculou o ângulo de incidência dos raios solares com a horizontal, que era de 60º. Considerando $\sqrt{3} = 1{,}7$, os cálculos do engenheiro o levaram a concluir que a palmeira tinha uma altura de

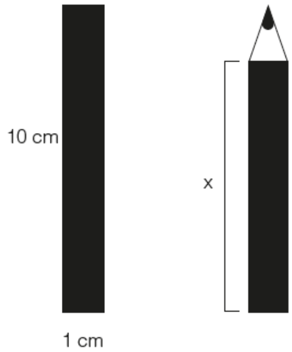
Ⓐ 5,0m
Ⓑ 5,8m.
Ⓒ 6,7m.
Ⓓ 8,5m.
Ⓔ 9,0m.

Questão 20

Vitor é desenhista profissional e muito cuidadoso com seus instrumentos de trabalho. Sempre que necessário, ele próprio aponta seus lápis usando um estilete. Para determinadas ocasiões, ele gosta de apontar o lápis de modo que o ângulo α, mostrado na figura a seguir, seja maior do que ou igual a 60º.



Vitor resolve, então, apontar um lápis novo, em formato cilíndrico, de 1 cm de diâmetro da base e 10 cm de comprimento.



Considerando que, depois de apontado, o comprimento do lápis, da base ate o extremo da ponta, não tenha se alterado, o valor máximo de *x* para que o lápis seja apontado como descrito anteriormente deve ser

(Use $\sqrt{2} = 1{,}4$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$.)

Ⓐ 9,15 cm.
Ⓑ 9,00 cm.
Ⓒ 8,75 cm.
Ⓓ 8,50 cm.
Ⓔ 8,30 cm.

Questão 21

(Ronaebson)

Dois coqueiros na vertical têm 4m e 5m de altura, respectivamente, e, suas bases, apoiadas em um chão perfeitamente plano e horizontal, distam 10m entre si.

Se um ponto do segmento que une as bases dos coqueiros está à mesma distância dos topos dos coqueiros, a distância, em metro, desse ponto à base do coqueiro mais alto é

Ⓐ 4,00 m.
Ⓑ 4,55 m.
Ⓒ 5,00 m.
Ⓓ 5,45 m.
Ⓔ 6,76 m.

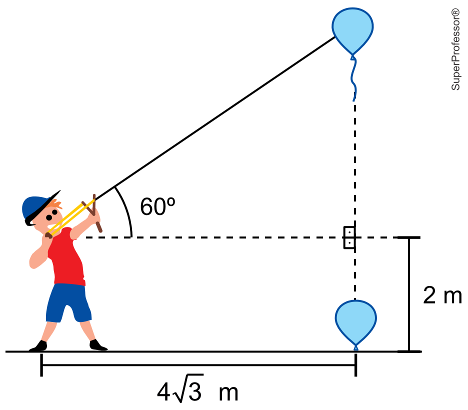
Questão 22

(FAMEMA_2023)

Um balão partirá perpendicularmente do chão, em trajetória retilínea, deslocando-se constantemente 2 metros a cada segundo.

Sabendo disso, Fábio, que está a $4\sqrt{3}\,m$ do ponto de onde o balão partirá, posicionou seu estilingue a uma altura de 2 metros do chão e o armou, apontando uma pedra a ser disparada pelo estilingue, a 60°, no mesmo plano que contém a trajetória do balão, como indica a figura. Admita que:

- as dimensões do balão são desprezíveis;
- para acertar o balão, Fábio deverá apenas aguardar o tempo t que o balão leva do chão até atingir a mira do seu estilingue para dispará-lo.



Na situação descrita, t é igual a

A 7,5 s.
B 7 s.
C 6,5 s.
D 5,5 s.
E 6 s.

Questão 23

(EFOMM_2022)

O mestre de obras John e seu ajudante Johny precisam calcular a altura de um navio ancorado no porto. Para tal utilizaram a trigonometria no cálculo da altura de objetos inacessíveis. O mestre se posiciona em um ponto A de tal modo que observa o topo do navio por um ângulo de 30°. Em linha reta, seu ajudante está 20 metros mais próximo do navio e observa o topo do navio por um ângulo de 60°.

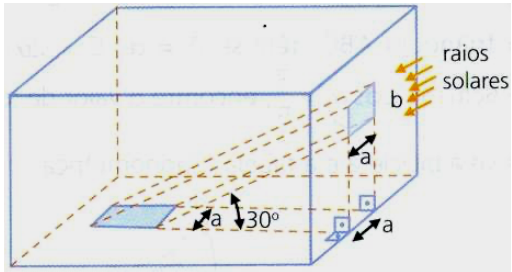
A altura do navio, em metros, é igual a

A 10
B $10\sqrt{2}$
C $10\sqrt{3}$
D 20
E $20\sqrt{3}$

Questão 24

(Ronaebson)

O arquiteto da casa de Camila decidiu colocar numa parede vertical uma janela retangular de vidro, de lados a = 1,5m e b = 1,0m, conforme a figura, onde a é paralelo ao piso plano e horizontal. Sabe-se que a luz solar, às 14:00, incide perpendicularmente ao lado a, com inclinação de 60º em relação a parede, nesse sentido, o arquiteto deseja por um tapete que preencha totalmente a imagem da janela projetada no piso no determinado momento. Sabendo que o metro quadrado do tapete que Camila deseja comprar custa R$ 100,00, pode-se afirmar que o mesmo custará (Considere $\sqrt{3} = 1{,}7$)

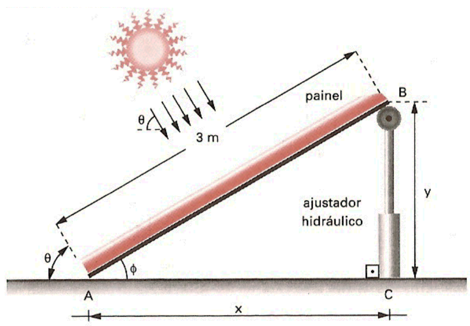


A R$ 200,00.
B R$ 255,00.
C R$ 170,00.
D R$ 150,00.
E R$ 271,00.

Questão 25

(FAAP_SP)

A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



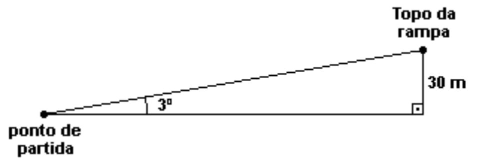
O valor de y (em metros) em função de θ é:

A $y = 3 \cdot sen\theta$
B $y = 3 \cdot sen\theta + 3$
C $y = 3 \cdot tg\theta$
D $y = 3 \cdot cos\theta$

Questão 26

(UFPB)

Um ciclista sobe, em linha reta, uma rampa com inclinação de 3 graus a uma velocidade constante de 4 metros por segundo. A altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida é 30 m



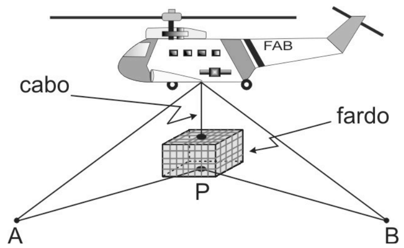
Use a aproximação $sen3° = 0{,}05$ e responda. O tempo, em minutos, que o ciclista levou para percorrer completamente a rampa é

A 2,5
B 7,5
C 10
D 15
E 30

Questão 27

(EPCAR_ADAPTADA)

Um fardo de alimentos será entregue para alguns habitantes de uma região de difícil acesso na Floresta Amazônica por um helicóptero, conforme a figura abaixo.



No momento em que o fardo atinge o ponto P no solo, o cabo que sai do helicóptero e sustenta o fardo está esticado e perpendicular ao plano que contém os pontos A, P e B. Sabe-se que o helicóptero está a uma altura h do solo e é avistado do ponto A sob um ângulo de 30º e do ponto B sob um ângulo de 45º
Sabe-se, também, que a medida de $A\hat{P}B = 90°$ e que a distância entre A e B é 100 metros.

O número que expressa a medida de h, em metros,

A $25\,m.$
B $40\,m.$
C $50\,m.$
D $64\,m.$
E $85\,m.$

Questão 28

(FEI)

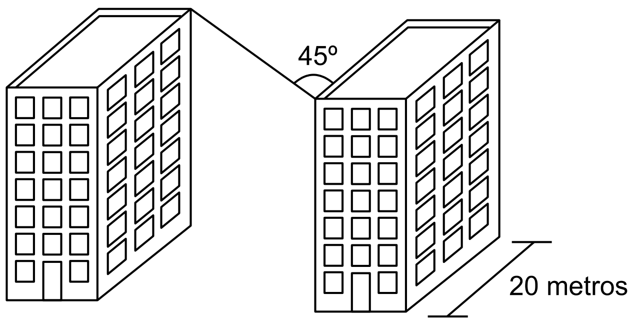
No momento em que a incidência dos raios solares ocorre segundo um ângulo de 30º, a partir da linha do horizonte, a sombra projetada no solo (horizontal) por um poste tem comprimento x. No momento em que a incidência ocorre segundo um ângulo de 60º o comprimento da sombra é y. Se $x - y = 2\,m$, então a altura do poste mede:

A $2\,m$
B $2\sqrt{3}\,m$
C $4\,m.$
D $\sqrt{3}\,m$
E $3\sqrt{3}\,m$

Questão 29

(UEG_2023)

Dois prédios idênticos e com formato de paralelepípedo retângulo foram ligados por um cabo, conforme a figura a seguir. Sabendo-se que o cabo faz um ângulo de 45° com a lateral de ambos os prédios e a largura deles é de 20 metros, verifica-se que distância entre os prédios é de



A 10 metros
B 15 metros
C 20 metros
D 25 metros
E 30 metros

Questão 30

(Ronaebson)

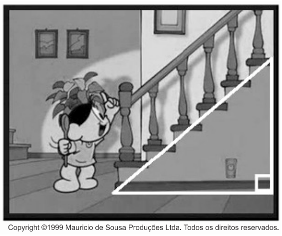
Um observador A situado ao sul de um edifício, vê o seu topo sob um ângulo de 60º, outro observador B situado a leste, vê o seu topo sob um ângulo de 30º. Sabendo que a altura do edifício é de $15\sqrt{3}$ metros, a distância entre os dois observadores é igual a

A $15\,m.$
B $15\sqrt{3}\,m.$
C $15\sqrt{10}\,m.$
D $50\,m.$
E $50\sqrt{2}\,m.$

Questão 31

(UEMG)

Observe a figura:



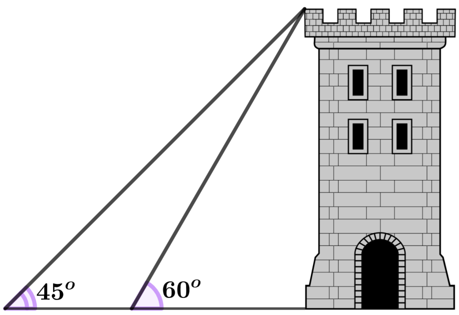
Tendo como vista lateral da escada com 6 degraus, um triângulo retângulo isósceles de hipotenusa $\sqrt{10}$ metros, Magali observa que todos os degraus da escada têm a mesma altura.
A medida em cm, de cada degrau, corresponde aproximadamente a:

- Ⓐ 37
- Ⓑ 60
- Ⓒ 75
- Ⓓ 83

Questão 32

(Ronaebson)

Emanuel deseja medir a altura de uma torre, para isso, ele se posiciona num ponto a oeste da torre de modo a observá-la sob um ângulo de 60º com a horizontal, depois anda 20 metros em direção na direção oeste e passa a avistá-la sob um ângulo de 45º, conforme indica a figura.



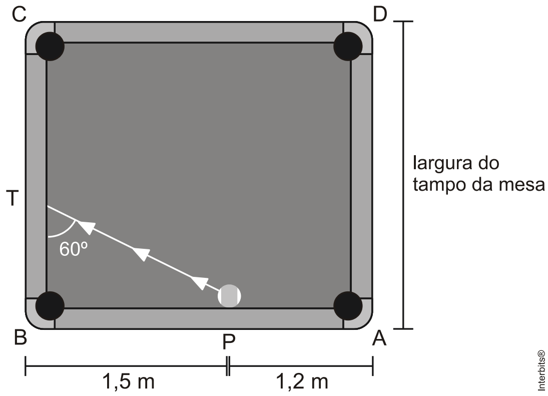
Considerando que $\sqrt{3} \cong 1{,}7$ e desprezando a altura de Emanuel, temos que a altura da torre é aproximadamente igual a

- Ⓐ 27 m.
- Ⓑ 47 m.
- Ⓒ 50 m.
- Ⓓ 53 m.
- Ⓔ 64 m.

Questão 33

(UNESP)

A figura representa a vista superior do tampo plano e horizontal de uma mesa de bilhar retangular ABCD, com caçapas em A, B, C e D. O ponto P, localizado em AB, representa a posição de uma bola de bilhar, sendo $\overline{PB} = 1{,}5m$ e $\overline{PA} = 1{,}2m$.
Após uma tacada na bola, ela se desloca em linha reta colidindo com BC no ponto T, sendo a medida do ângulo $P\hat{T}B$ igual 60º. Após essa colisão, a bola segue, em trajetória reta, diretamente até a caçapa D.



Nas condições descritas e adotando $\sqrt{3} \cong 1{,}73$, a largura do tampo da mesa, em metros, é próxima de

- Ⓐ 2,42.
- Ⓑ 2,08.
- Ⓒ 2,28.
- Ⓓ 2,00.
- Ⓔ 2,56.

Questão 34

(Ronaebson)

Uma grande rede de lojas tem em alguns de seus estacionamentos uma réplica da estátua da liberdade. Dois irmãos, Guilherme e Letícia, foram juntos a uma dessas lojas cuja estátua tinha 57 m de altura.

Os irmãos se posicionaram em pontos diferentes em torno da estátua, de modo que um deles, ao sul da etátua, enxerga seu topo sob um ângulo de 45º com a horizontal, enquanto o outro, à leste da estátua, consegue vê o seu topo sob um ângulo de 30º, também com a horizontal.

Nesse momento, a distância entre os dois irmãos é igual a

- Ⓐ 33 m.
- Ⓑ 57 m.
- Ⓒ 97 m.
- Ⓓ 114 m.
- Ⓔ 160 m.

Questão 35

Para proteger sua horta de galinhas, um fazendeiro decidiu construir um cercado em formato triangular. Ele possuía 36 m de arame e usou todo esse comprimento, sem perdas, para a construção do cercado. Partindo de um mesmo local, o homem construiu duas cercas retas, cada uma para uma direção diferente, sendo uma com 3 m e outra com 4 m de comprimento. Por fim, ele construiu a última cerca, ligando o final de cada uma das outras duas.

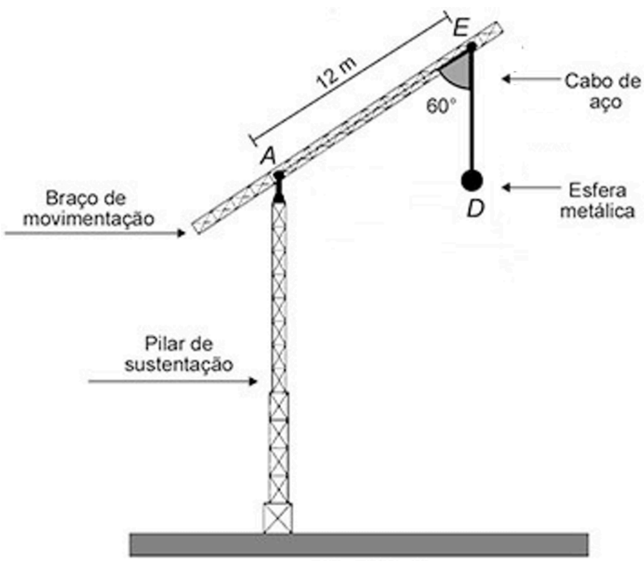
Sabendo que cada metro de cerca gasta 4 m de arame, o cosseno do menor ângulo formado entre as duas primeiras cercas construídas é

Ⓐ 7/8
Ⓑ 4/5
Ⓒ 11/16
Ⓓ 0
Ⓔ – 1/4

Questão 36

(Ronaebson)

Um guindaste tem seu pilar de sustentação com $6\sqrt{3}\,m$ de altura e seu braço de movimentação foi elevado de modo a forma 60º com o cabo de aço que suspende uma esfera metálica.



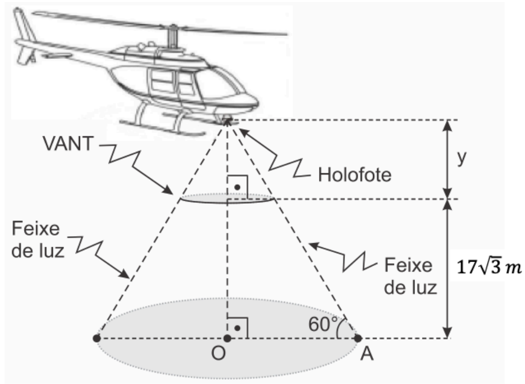
Dado que a esfera metálica está na mesma altura que o topo do pilar de sustentação, a distância dessa esfera ao pé do pilar de sustentação é

Ⓐ $6\sqrt{6}\,m.$
Ⓑ $6\sqrt{3}\,m.$
Ⓒ $6\sqrt{2}\,m.$
Ⓓ $3\sqrt{6}\,m.$
Ⓔ $8\sqrt{6}\,m.$

Questão 37

(EPCAR)

À noite, um helicóptero da Força Aérea Brasileira sobrevoa uma região plana e avista um VANT (Veículo Aéreo Não Tripulado) de forma circular e altura desprezível, com raio de 3m, estacionado paralelamente ao solo a $17\sqrt{3}\,m$ de altura.
O VANT está a uma distância y metros de um holofote que foi instalado no helicóptero.
O feixe de luz do holofote que ultrapassa o VANT incide sobre a região plana e produz uma sombra circular de centro O e raio R.
O raio R da circunferência da sombra forma um ângulo de 60º com o feixe de luz, conforme se vê na figura seguinte.



Nesse momento, uma pessoa que se encontra num ponto A da circunferência da sombra corre para o ponto O, pé da perpendicular traçada do holofote à região plana.

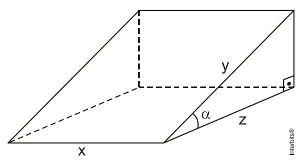
A distância, em metros, que essa pessoa percorre de A até O é igual a

Ⓐ 17 m.
Ⓑ 18 m.
Ⓒ 19 m.
Ⓓ 20 m.
Ⓔ 21 m.

Questão 38

(UNIFOR)

Uma rampa retangular, medindo $10m^2$, faz um ângulo de 25º em relação ao piso horizontal.
Exatamente embaixo dessa rampa, foi delimitada uma área retangular A para um jardim, conforme figura.



Considerando que $cos25^o \cong 0{,}9$, a área A tem aproximadamente:

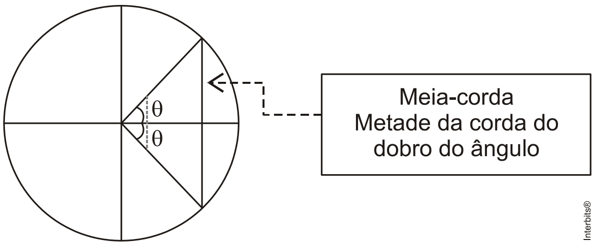
Ⓐ 3 m².
Ⓑ 4 m².
Ⓒ 6 m².
Ⓓ 8 m².
Ⓔ 9 m².

Questão 39

(UEPA)

Num dos trabalhos escritos no começo do século V d.C. na Índia, encontramos uma tabela "meias-cordas", representado na figura abaixo. Essas "meias-cordas" representam os nossos atuais senos.
Os indianos pensavam na meia-corda como o real segmento em um círculo com raio particular, como, por exemplo, ocorre no livro *Almagest* de Claudius Ptolomeu (85 – 165), que utilizou um círculo de raio 60.

Texto adaptado do livro *A Matemática através dos tempos*, Editora Edgard Blücher, 2008.



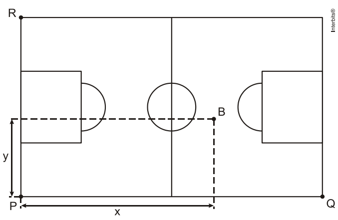
Utilizando o mesmo raio considerado por Ptolomeu, o valor da meia corda indicado na figura para um ângulo de $\theta = 45^o$ é:

- **A** $30\sqrt{2}$.
- **B** $15\sqrt{2}$.
- **C** $\frac{15\sqrt{2}}{2}$
- **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- **E** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Questão 40

(INSPER)

Um empreendedor está desenvolvendo um sistema para auxiliar o julgamento de lances duvidosos em partidas de futebol.
Seu projeto consiste de um *chip* instalado na bola e um sensor posicionado em um dos cantos do campo (ponto P).



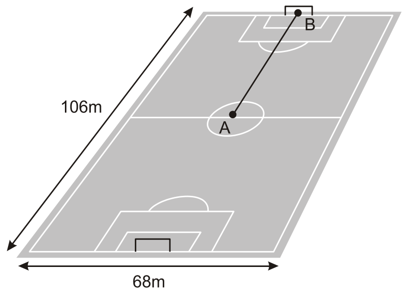
O sensor detecta a distância *r* entre os pontos P e B (bola) e a medida α do ângulo $B\hat{P}Q$. Em seguida, transforma essas informações nas distâncias x e y indicadas na figura.
Isso pode ser feito por meio das expressões

- **A** $x = \frac{1}{r} \cdot sen\alpha \;\; e \;\; y = \frac{1}{r} \cdot cos\alpha.$
- **B** $x = r^2 \cdot cos\alpha \;\; e \;\; y = r^2 \cdot sen\alpha.$
- **C** $x = r \cdot sen2\alpha \;\; e \;\; y = r \cdot cos2\alpha.$
- **D** $x = r \cdot cos\alpha \;\; e \;\; y = r \cdot sen\alpha.$
- **E** $x = \frac{1}{r} sen2\alpha \;\; e \;\; y = \frac{1}{r} cos2\alpha.$

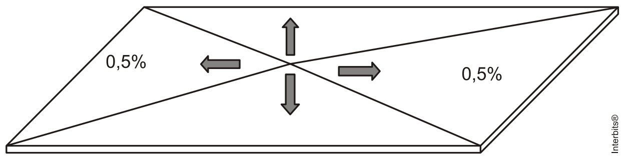
Questão 41

(UPE)

A figura a seguir representa o campo de jogo da Arena Pernambuco. O ponto A situa-se exatamente no meio do campo, e o ponto B, exatamente no meio da linha do gol.



Nivelada a partir de medições a laser, a fundação tem inclinações muito suaves que evitam o acúmulo de água nas zonas centrais, conforme o esquema a seguir:



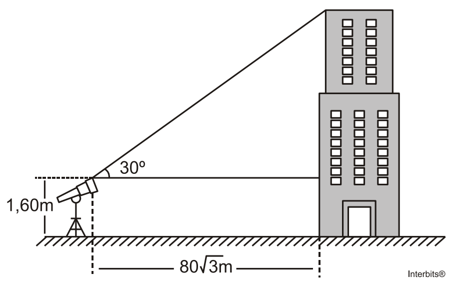
Considerando essas inclinações do campo, qual a diferença de altura entre os pontos A e B, representados no desenho do campo?

- **A** 15,90 cm
- **B** 26,50 cm
- **C** 29,00 cm
- **D** 34,00 cm
- **E** 53,00 cm

Questão 42

(UNIFOR)

Uma pessoa está a $80\sqrt{3}\,m$ de um prédio e vê o topo do prédio sob um ângulo de 30º, como mostra a figura abaixo.



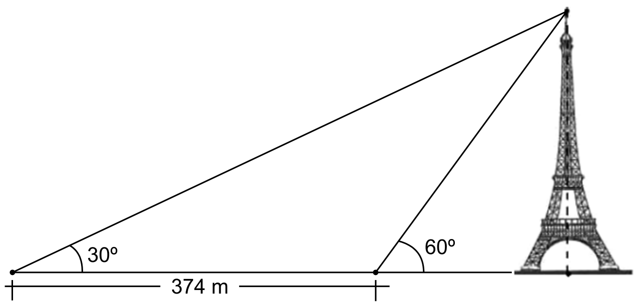
Se o aparelho que mede o ângulo está a 1,6 m de distância do solo, então podemos afirmar que a altura do prédio em metros é

- **A** 80,2.
- **B** 81,6.
- **C** 82,0.
- **D** 82,5.
- **E** 83,2.

Questão 43

(Integrado Medicina_2022)

A Torre Eiffel foi construída para o evento “Exibição Universal” (*Exposition Universelle*) que ocorreu em 1889 em Paris. O evento foi realizado no centenário da Revolução Francesa (1789).
Em estilo Art Nouveau, ela foi feita em ferro e inaugurada em 31 de março de 1889.



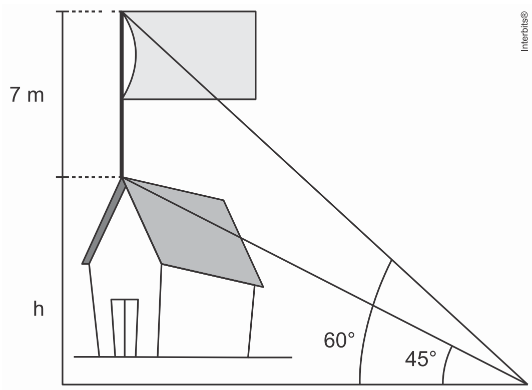
Com as informações obtidas a partir da ilustração, e usando $\sqrt{3} = 1{,}7$, qual é a altura da Torre Eiffel, em Paris?

Ⓐ 266,4 m
Ⓑ 291,3 m
Ⓒ 317,9 m
Ⓓ 350,5 m
Ⓔ 374,2 m

Questão 44

A haste de 7m de comprimento de uma bandeira está apoiada, verticalmente, sobre o telhado de uma escola. De um ponto do plano horizontal onde a escola se situa, avistam-se a ponta superior e a base dessa haste, em ângulos de 60º e 45º, respectivamente, conforme mostra a figura:

Considere: $\sqrt{3} \cong 1{,}7$



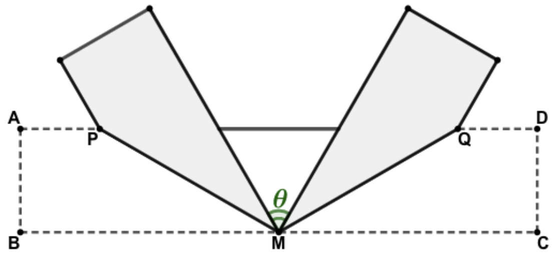
A altura aproximada da escola, em metros, é

Ⓐ 4,5.
Ⓑ 7,0.
Ⓒ 9,5.
Ⓓ 12,0.
Ⓔ 17,3.

Questão 45

(Ronaebson)

Uma folha de papel retangular de dimensões 10cm x 50cm foi dobrada em dois lugares a partir do ponto médio de um dos lados, como descrito na figura a seguir.



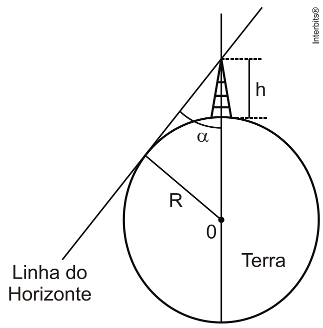
Sabendo que os segmentos correspondentes aos locais onde foram realizadas as dobraduras medem 20cm cada um, ou seja, $MP = MQ = 20\ cm$, temos que o ângulo θ destacado tem medida igual a

Ⓐ 30º.
Ⓑ 45º.
Ⓒ 60º.
Ⓓ 75º.

Questão 46

(EXPECEX)

Em uma das primeiras tentativas de determinar a medida do raio da Terra, os matemáticos da antiguidade observavam, do alto de uma torre ou montanha de altura conhecida, o ângulo sob o qual se avistava o horizonte, tangente à Terra, considerada esférica, conforme mostra a figura. Segundo esse raciocínio, o raio terrestre em função do ângulo α é dado por:



Ⓐ $R = \frac{sen(\alpha h)}{1 - sen\alpha}$

Ⓑ $R = \frac{h \cdot sen\alpha}{1 - sen\alpha}$

Ⓒ $R = \frac{h \cdot sen\alpha}{sen\alpha - 1}$

Ⓓ $R = \frac{1 + sen\alpha}{h \cdot sen\alpha}$

Ⓔ $R = \frac{1 + sen\alpha}{h \cdot sen\alpha}$

Questão 47

(Ronaebson)

A Torre Eiffel é uma torre treliça de ferro do século XIX localizada no Champ de Mars, em Paris, que se tornou um ícone mundial da França. A Torre Eiffel, que é o edifício mais alto de Paris, é o monumento pago mais visitado do mundo, com milhões de pessoas subindo à torre a cada ano. Nomeada em homenagem ao seu projetista, o engenheiro Gustave Eiffel, foi construída como o arco de entrada da Exposição Universal de 1889.
A torre possui 324 metros de altura e fica cerca de 15 centímetros mais alta no verão, devido à dilatação térmica do ferro.

Numa de suas visitas à Paris, o casal Sr. e a Sra. Smith, se posicionam em pontos diferentes em torno da torne, de modo que um deles, ao sul da torre, enxerga seu topo sob um ângulo de 45º com a horizontal, enquanto o outro, à leste da torre, consegue vê o seu topo sob um ângulo de 30º, também com a horizontal. Nesse momento, a distância entre o casal é

- **A** duas vezes maior que a altura da torre independentemente da época do ano.
- **B** três vezes maior que a altura da torre independentemente da época do ano.
- **C** cerca de 1,7 vezes a altura da torre se a visita ocorreu no verão.
- **D** de 648 metros, se isso ocorreu no verão.
- **E** de 678 metros, se a visita foi feita no inverno.

Questão 48

(UFRN)

Numa escola, o acesso entre dois pisos desnivelados é feito por uma escada que tem quatro degraus, cada um medindo 24 cm de comprimento por 12 cm de altura. Para atender à política de acessibilidade do Governo Federal, foi construída uma rampa, ao lado da escada, com mesma inclinação, conforme mostra a foto a seguir.

Com o objetivo de verificar se a inclinação está de acordo com as normas recomendadas, um fiscal da Prefeitura fez a medição do ângulo que a rampa faz com o solo. O valor encontrado pelo fiscal

- **A** estava entre 30º e 45º.
- **B** era menor que 30º
- **C** foi exatamente 45º.
- **D** era maior que 45º.

Questão 49

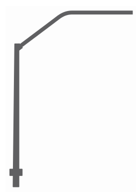
(UNEB)

A tirolesa é uma técnica utilizada para o transporte de carga de um ponto a outro. Nessa técnica, a carga é presa a uma roldana que desliza por um cabo, cujas extremidades geralmente estão em alturas diferentes. A tirolesa também é utilizada como prática esportiva, sendo considerado um esporte radical.
Em certo eco parque, aproveitando a geografia do local, a estrutura para a prática da tirolesa foi montada de maneira que as alturas das extremidades do cabo por onde os participantes deslizam estão a cerca de 52m e 8m, cada uma, em relação ao nível do solo, e o ângulo de descida formado com a vertical é de 80°.
Nessas condições, considerando-se o cabo esticado e que tg10° = 0,176, pode-se afirmar que a distância horizontal percorrida, em metros, ao final do percurso, é aproximadamente igual a

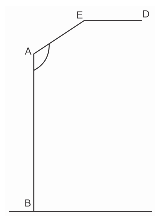
- **A** 250
- **B** 252
- **C** 254
- **D** 256
- **E** 258

Questão 50

A figura abaixo representa a imagem de um poste que pode ser visto nas ruas de algumas cidades brasileiras.



Este poste pode ser dividido em 3 partes: uma haste AB, vertical e fixada no chão plano (horizontal), medindo 3 metros; uma haste AE medindo 1 metro, tal que BÂE = 120º; e uma haste ED, paralela ao chão plano (horizontal).



Uma lâmpada será instalada no ponto D. A altura, em relação ao chão plano, em que esta lâmpada será instalada, em metros, é

- **A** 3,0
- **B** 3,2
- **C** 3,5
- **D** 3,8
- **E** 4,0

Questão 51

(FUVEST_2024)

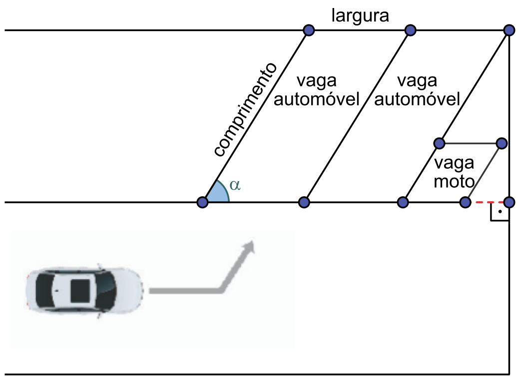
No Código de Obras e Edificações da Prefeitura de São Paulo, encontra-se a regulamentação para vagas de estacionamento em um edifício para diferentes tipos de veículos. De acordo com o código, as dimensões de uma vaga de estacionamento são estabelecidas de acordo com o tipo de veículo, conforme a seguinte tabela:

Tabela: Dimensões das vagas de estacionamento em função do tipo de veículo (medidas em metros).

Tipos de veículos	**Vagas para estacionamento**	
	Largura	**Comprimento**
Automóvel	2,20	4,50
Carro para pessoa com deficiência	3,70	5,00
Moto	1,00	2,00
Utilitário	2,50	5,50
Caminhão leve	3,10	8,00

Código de Obras e Edificações da Prefeitura de São Paulo. Adaptado.

Na figura a seguir, é apresentada parte de um projeto de garagem para um edifício. Foram projetadas vagas para automóveis e uma vaga para moto, no formato de paralelogramo, com ângulo α de medida 60°.



Observação: A imagem não está em escala.

Após a vaga da moto, restou um espaço na garagem. Os responsáveis pela obra estão avaliando a possibilidade de colocar algum objeto que possa ser utilizado pelos condôminos do edifício. Qual a medida do segmento destacado (tracejado) nesse espaço?

Note e adote:

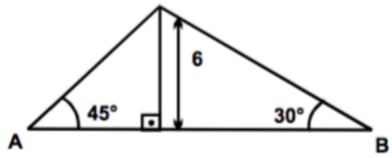
cos (60°) = 0,5; $\text{sen}(60°) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓐ 0,75 m
Ⓑ 1,15 m
Ⓒ 1,25 m
Ⓓ 2,20 m
Ⓔ 2,25 m

Questão 52

(UNIFOR)

Um coqueiro tem 6m de altura e seu topo é visto dos pontos A e B, sob um ângulo de $45°$ e $30°$, como representa a figura a seguir:



Se esses pontos estão alinhados com a base do coqueiro, quantos metros, aproximadamente, A dista de B?

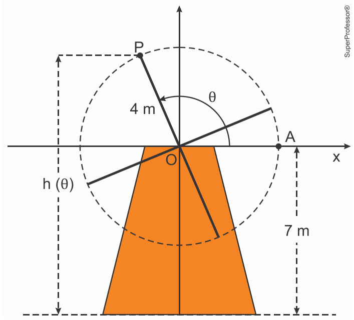
Use $\sqrt{2} = 1{,}4$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$

Ⓐ 9,5
Ⓑ 9,6
Ⓒ 12,7
Ⓓ 16,2
Ⓔ 18,9

Questão 53

(UERJ_2024)

As imagens a seguir mostram a ilustração de um moinho de vento e seu esquema plano. Considere que a parte inferior do moinho é representada por um tronco de cone circular reto de bases paralelas e que suas quatro pás se movem no sentido anti-horário.



Admita as seguintes informações:

- o tronco possui altura de 7 m;
- cada pá mede 4 m de comprimento, sendo uma delas OP;
- a trajetória do movimento de rotação da extremidade P é a circunferência de centro O e raio de 4 m;
- o ângulo $A\hat{O}P = \theta$ é medido no sentido anti-horário a partir do eixo horizontal x;
- a altura $h = (\theta)$ do ponto P é relativa ao plano horizontal que contém a base maior do tronco.

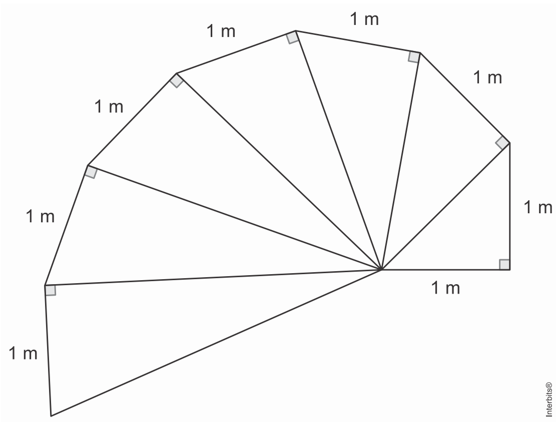
Considerando que $\sqrt{3} = 1{,}7$, a altura h do ponto P quando θ é igual a 120° é igual a

Ⓐ 3,4 m.
Ⓑ 4,0 m.
Ⓒ 7,4 m.
Ⓓ 8,7 m.
Ⓔ 10,4 m.

Questão 54

(CFTRJ_2020)

Um artista plástico decidiu criar uma peça para sua próxima exposição, intitulada Espiral de Teodoro, em homenagem ao filósofo pitagórico Teodoro de Cirene. A peça será composta por hastes metálicas retilíneas formando triângulos retângulos, como mostra a figura abaixo.



O artista compra as hastes de uma ferraria, que as produz em qualquer tamanho até o limite máximo de 4 metros. Uma vez produzidas, duas hastes não podem ser soldadas para se formar uma nova haste.

Desse modo, a *Espiral de Teodoro* criada por esse artista terá um número máximo de triângulos igual a:

Ⓐ 14
Ⓑ 15
Ⓒ 16
Ⓓ 17

Questão 55

(UECE_2022)

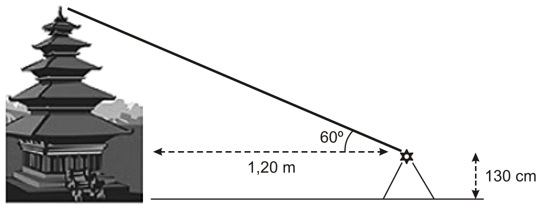
Um cabo de aço, medindo c metros de comprimento, é estendido em linha reta fixado em três pontos, a saber: P e Q em seus extremos e M em um ponto intermediário. O ponto P está localizado no solo plano horizontal e os pontos M e Q estão localizados nos altos de duas torres erguidas verticalmente no mesmo solo. As medidas, em metros, das alturas das torres e a distância entre elas são respectivamente h, H e d. Se x é a medida em graus do ângulo que o cabo estendido faz com o solo, então, é correto dizer que a medida, em metros, da diferença entre a altura da torre maior e altura da torre menor é igual a

Ⓐ $c \cdot \mathrm{tg}(x)$.
Ⓑ $d \cdot \mathrm{tg}(x)$.
Ⓒ $\frac{c \cdot h}{H}\mathrm{tg}(x)$.
Ⓓ $\frac{d \cdot h}{H}\mathrm{tg}(x)$.

Questão 56

(UEMG)

Em uma de suas viagens para o exterior, Luís Alves e Guiomar observaram um monumento de arquitetura asiática. Guiomar, interessada em aplicar seus conhecimentos matemáticos, colocou um teodolito distante 1,20 m da obra e obteve um ângulo de 60°, conforme mostra a figura:



Sabendo-se que a altura do teodolito corresponde a 130 cm, a altura do monumento, em metros, é aproximadamente

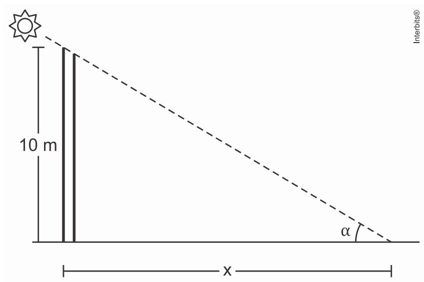
Ⓐ 6,86.
Ⓑ 6,10.
Ⓒ 5,24.
Ⓓ 3,34.

Questão 57

(IFPE_2022)

André estava esperando a condução escolar quando percebeu que, pela posição do sol, um poste projetava uma sombra de comprimento "x", conforme a figura. Pesquisando na internet, ele descobriu que aquele tipo de poste tinha 10 metros de altura. Como ele estava estudando Trigonometria na escola, tentou descobrir o comprimento da sombra (representado pela letra "x"), o qual é de, aproximadamente,

(Dados: $\mathrm{Tg}\alpha = 0{,}75$)



Ⓐ 17 metros.
Ⓑ 16 metros.
Ⓒ 13 metros.
Ⓓ 14 metros.
Ⓔ 15 metros.

Questão 58

(OBM

No pátio de uma escola, a professora Maria Pitágoras chamou seus alunos para um novo jogo.
— "Fiquem em volta desta coluna P": "Vamos ver quem corre mais: cada um de vocês irá partir desta coluna, irá correr até qualquer ponto da parede I", "fazer uma marca com um giz e depois correr para a coluna C ali no outro lado".
— "Vou marcar o tempo de cada um com meu cronômetro".
O vencedor da prova foi o pequeno Euclides.
Sabe-se que:

i) todos os alunos correram com a mesma velocidade, em linha reta e todos levaram o mesmo tempo para fazer a marca na parede.

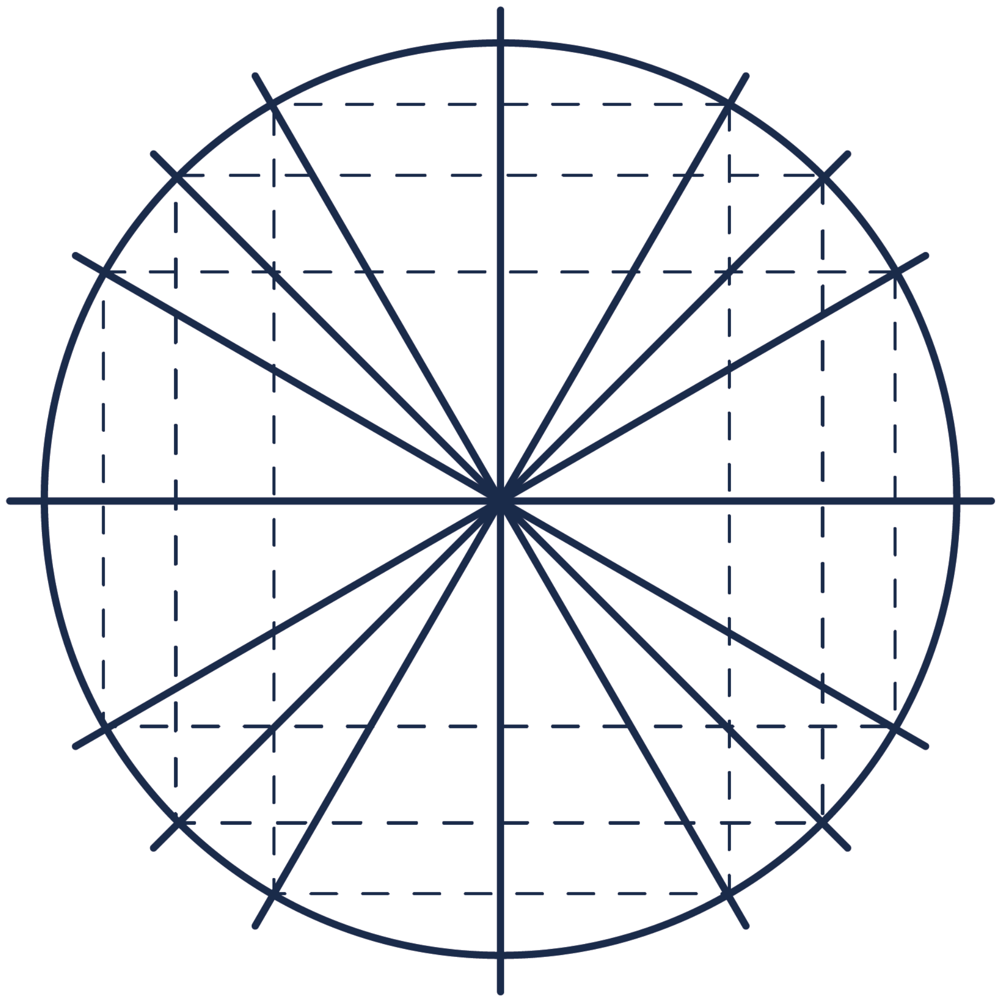
ii) a parede tem direção Norte-Sul; a coluna P está $7\,m$ a leste da parede; a coluna C está a $10\sqrt{2}\,m$ da coluna P na direção Nordeste.

Sabendo que Euclides percorreu o menor caminho, a distância que ele percorreu foi de:

A 10 m
B 14 m
C 17 m
D 24 m
E 26 m

Gabarito _ Triângulo Retângulo			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	A	30	C
02	C	31	A
03	C	32	B
04	D	33	A
05	C	34	D
06	A	35	A
07	A	36	A
08	C	37	D
09	C	38	E
10	D	39	A
11	B	40	D
12	C	41	B
13	C	42	B
14	E	43	C
15	B	44	C
16	B	45	C
17	D	46	B
18	A	47	A
19	D	48	B
20	A	49	A
21	B	50	C
22	B	51	C
23	C	52	D
24	B	53	E
25	D	54	B
26	A	55	B
27	C	56	D
28	D	57	C
29	C	58	E

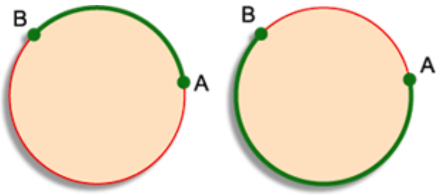
TRIGONOMETRIA



RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

MEDIDAS DE ARCOS E ÂNGULOS

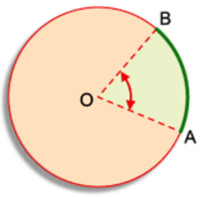
Seja uma circunferência em que são tomados dois pontos, **A** e **B**. A circunferência ficará dividida em duas partes chamadas **arcos**. Os pontos **A** e **B** são as extremidades desses arcos.



Representação: $\widehat{AB}$

Se **A** e **B** coincidem, esses arcos são chamados:
- arco **nulo** (de medida **0°**);
- arco de **uma volta** (de medida **360°**).

A medida de um arco corresponde à medida do ângulo central que o determina.



$$\boldsymbol{med(\widehat{AB}) = med(A\hat{O}B)}$$

No estudo da geometria é usual a utilização do **grau** como unidade de medida de arco circular e de ângulo, de modo que

$$\boldsymbol{1^o = {}^1\!/_{360}\ da\ circunfer\hat{e}ncia}$$

Isso significa dizer que uma volta completa na circunferência corresponde a um arco de *360º*.

Como submúltiplos do grau, temos os minutos (') e os segundos (''). Vejamos:

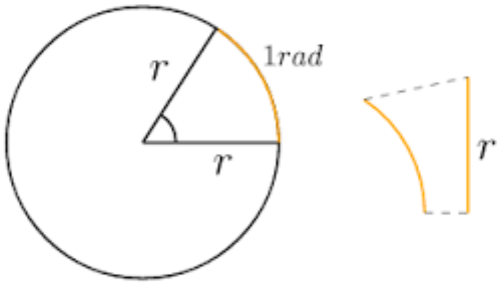
$$1' = {}^1\!/_{60}\ de\ um\ grau$$
$$\Updownarrow$$
$$1^o = 60'$$

e ainda

$$1'' = {}^1\!/_{60}\ de\ um\ minuto$$
$$\Updownarrow$$
$$1' = 60''$$

Na trigonometria, utilizaremos, além do grau, a unidade de medida chamada **radiano**.

Assim, definimos *1 radiano* como a medida do arco cujo comprimento é igual ao raio da circunferência que o contém.



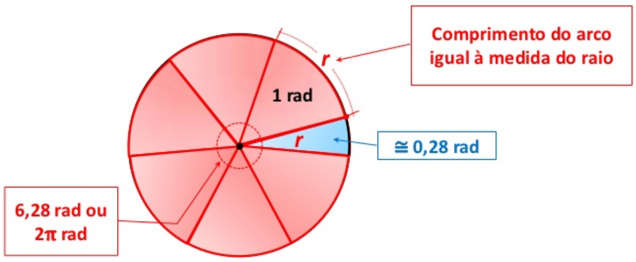
Como o comprimento de toda a circunferência é igual a $2\pi r$, temos que toda ela corresponde a um arco de $2\pi\, rad$, de fato, pois basta resolver a regra de três a seguir

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{1\ rad} & \longrightarrow & \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{x} & \longrightarrow & \boldsymbol{2\pi r} \end{array}$$

Logo

$$x = \frac{2\pi r}{r}\, rad = 2\pi\, rad.$$

Dessa forma, como $\pi \cong 3{,}14$, podemos dizer que o raio da circunferência cabe, aproximadamente, 6,28 vezes no comprimento da circunferência.



Logo:

$$\begin{array}{ccc} \boldsymbol{360^o} & \longrightarrow & \boldsymbol{2\pi\ rad} \\ \boldsymbol{180^o} & \longrightarrow & \boldsymbol{\pi\ rad} \end{array}$$

Assim, para transformar de graus para radianos ou de radianos para graus, basta fazer uma regra de três simples com uma das relações acima.

A medida de um arco, em radianos, é um número real, portanto é costume omitir-se o símbolo **rad**. Se, por exemplo, escrevermos que um arco mede **2**, fica subentendido que sua medida é de **2 radianos**.

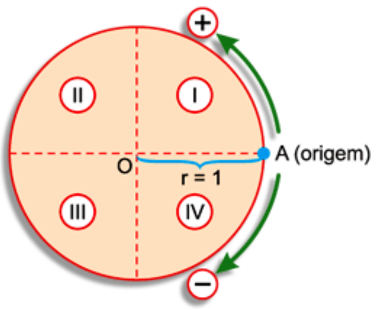
✧ **Ex. 01:** Transforme 210º para radianos.

✧ **Ex. 02:** Transforme $\frac{3\pi}{4}$ radianos para graus.

Ciclo Trigonométrico

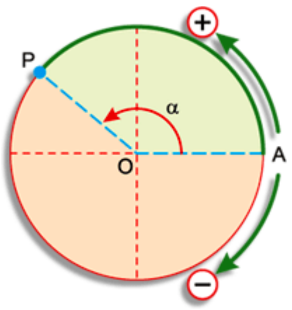
O **ciclo trigonométrico** é uma circunferência de raio unitário e centrada na origem, sobre a qual fixamos um ponto (**A**) como origem dos arcos e adotamos um sentido (o anti-horário) como sendo o positivo.

O ciclo trigonométrico é dividido em 4 partes, denominadas **quadrantes**.



Chama-se **arco trigonométrico** $\widehat{AP}$ ao conjunto dos **infinitos arcos** que são obtidos partindo-se da origem **A** até a extremidade **P**, girando no sentido positivo (ou negativo), seja na primeira passagem ou após várias voltas completas no ciclo trigonométrico.

O **ângulo trigonométrico** AÔP é o conjunto dos **infinitos ângulos** centrais associados ao arco trigonométrico $\widehat{AP}$.



Se, por exemplo, escrevemos que um arco trigonométrico mede 1120°, significa que, partindo da origem, no sentido +, foram dadas 3 voltas completas $(3 \cdot 360° = 1080°)$ e ainda percorremos mais $40°$ $(1120° = 3 \cdot 360° + 40°)$ no ciclo trigonométrico.

Dessa forma, todas as funções trigonométricas do arco de **1120°** são **iguais** às correspondentes funções do arco de **40°**.

A **determinação** de um arco $\widehat{AP}$ é a medida desse arco precedida de um sinal de **+** ou **–**, conforme o sentido de percurso de **A** para **P** seja o anti-horário ou o horário, respectivamente.

Ao **arco trigonométrico** $\widehat{AP}$ associamos **infinitas** determinações, que são obtidas adicionando-se e subtraindo-se múltiplos de 360° (ou 2π) à **1.ª determinação** a (positiva ou negativa), e que vão constituir o **conjunto** das determinações:

α é a 1.ª determinação (**+** ou **–**)

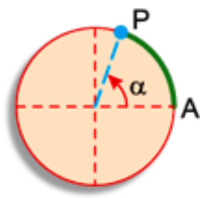
$$\begin{gathered} \alpha + 360° \\ \alpha - 360° \\ \alpha + 2 \cdot 360° \\ \alpha - 2 \cdot 360° \\ \alpha + 3 \cdot 360° \\ \alpha - 3 \cdot 360° \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha + n \cdot 360^o}, \text{ com } n \in \mathbb{Z} \end{gathered}$$

O conjunto das determinações, em radianos, é $\boldsymbol{\alpha + n \cdot 2\pi}$, com $n \in \mathbb{Z}$.

Como a medida do arco trigonométrico $\widehat{AP}$ (em graus ou radianos) é igual à medida do ângulo trigonométrico AÔP, conclui-se que ambos têm o mesmo conjunto das determinações. Além disso, o conjunto das determinações de um arco também é chamado do conjunto dos *arcos côngruos* a esse arco.

Na trigonometria, os casos mais comuns são os apresentados a seguir:

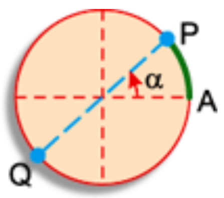
I)



Conjunto das determinações:

$\boldsymbol{\alpha + n \cdot 2\pi}$ $\boldsymbol{\alpha + n \cdot 360^o}$	$n \in \mathbb{Z}$

II)

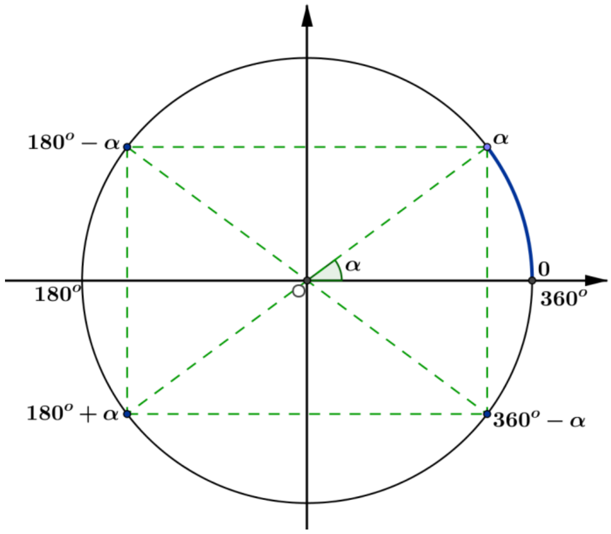


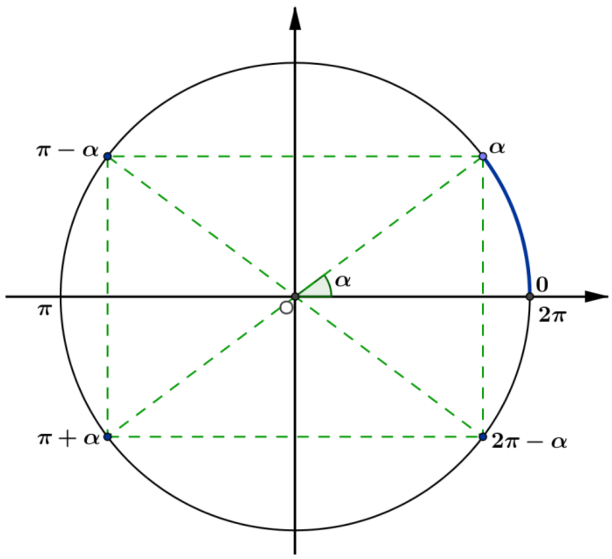
Conjunto das determinações:

$\boldsymbol{\alpha + n \cdot \pi}$ $\boldsymbol{\alpha + n \cdot 180^o}$	$n \in \mathbb{Z}$

SIMETRIAS NO CICLO TRIGONOMÉTRICO

No ciclo trigonométrico trabalhamos três tipos de simetria: em relação ao eixo vertical (seno), eixo horizontal (cosseno) e em relação ao centro.



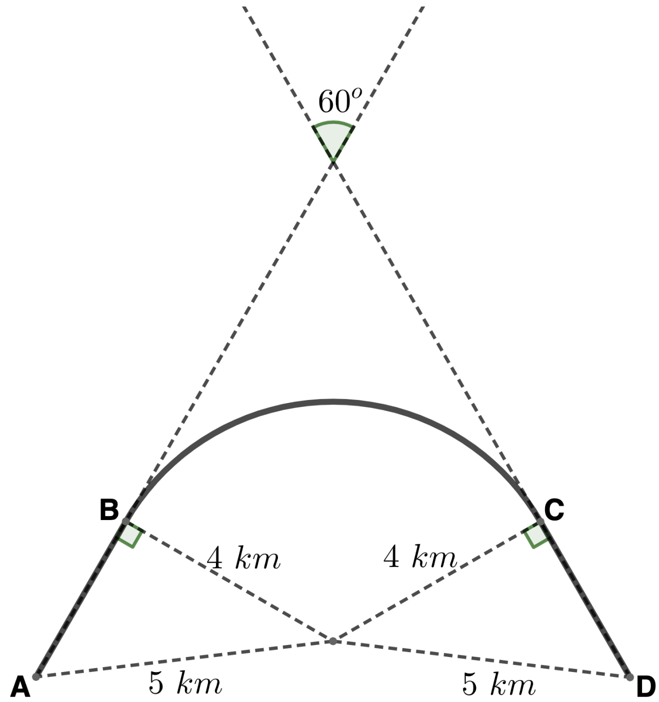


Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

Uma estrada deverá ligar as cidades A e D sendo composta por três trechos, os trechos retilíneos AB e CD, ambos de mesmo comprimento, e o trecho curvilíneo BC que corresponde a um arco de circunferência de raio 4 km, como descreve a figura. Além disso, as semirretas que contém os segmentos AB e CD, respectivamente, formam um ângulo de 60º.



Considerando $\pi = 3$, o comprimento total dessa estrada (de A até D) é de, aproximadamente,

- **A** 10 km.
- **B** 12 km.
- **C** 14 km.
- **D** 24 km.
- **E** 30 km.

Questão 02

(UECE_2023)

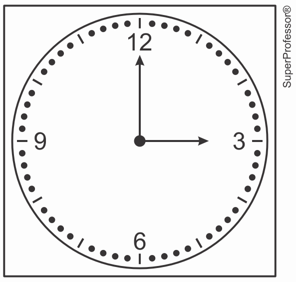
Em um relógio analógico circular usual, quando a hora observada é 6h20min, a medida em graus do menor ângulo entre o ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos é

- **A** 68.
- **B** 62.
- **C** 65.
- **D** 70.

Questão 03

(UNICHRISTUS_2022)

Um lava a jato, visando a aumentar o número de clientes, propõe lavagem completa de automóvel em menos de 50 minutos. Um cliente deixou o carro às 15 horas, portanto esse veículo deve ser limpo antes das 15h50min. No momento da entrega do carro já limpo, o ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos formavam um ângulo exato de 130° em um relógio. Sabendo disso, em que horário o cliente recebeu o carro?



Início da lavagem

- **A** 15h36min
- **B** 15h40min
- **C** 15h26min
- **D** 15h30min
- **E** 15h34min

Questão 04

(IFPE_2019)

O relógio abaixo está marcando 2 horas em ponto. O ponteiro dos minutos começa a se locomover e anda 240°.

Disponível em: <https://escolakids.uol.com.br/quantas-horas-por-favor.htm>. Acesso em: 23 set. 2018.

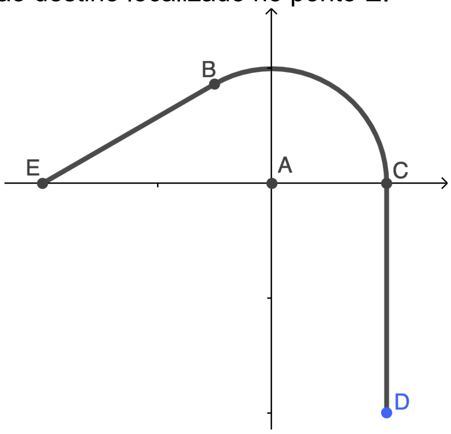
Após esses 240° percorridos pelo ponteiro dos minutos, que horas o relógio estará marcando?

- **A** 2h 45
- **B** 2h 20
- **C** 2h 30
- **D** 2h 40
- **E** 2h 24

Questão 05

(Ronaebson)

Um piloto de um avião de pequeno porte saiu do ponto D e voou por 40 km na direção norte. Nesse momento percebeu que sua trajetória estava errada e começou a fazer a volta descrevendo um arco de 120º de raio 20 km tomado no sentido anti-horário, depois seguiu em linha reta numa trajetória que saiu pela tangente ao arco descrito por mais uma certa distância até chegar ao destino localizado no ponto E.



Ao pousar, fez uma análise do mapa da trajetória descrita por ele durante o voo no plano cartesiano e, considerando $\pi = 3$, $\sqrt{13} = 3{,}6$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$, percebeu então que, se tivesse saído em linha reta do ponto D ao ponto E, teria percorrido a menos cerca

- **A** 42 m.
- **B** 52 m.
- **C** 72 m.
- **D** 74 m.
- **E** 114 m.

Questão 06

(UEG)

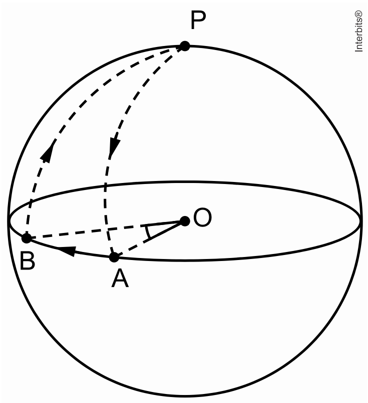
Na competição de *skate* a rampa em forma de U tem o nome de *vert*, onde os atletas fazem diversas manobras radicais. Cada uma dessas manobras recebe um nome distinto de acordo com o total de giros realizados pelo skatista e pelo *skate*, uma delas é a “180 *allie frontside*”, que consiste num giro de meia volta. Sabendo-se que 540° e 900° são côngruos a 180°, um atleta que faz as manobras 540 *Mc Tuist* e 900 realizou giros completos de

- **A** 1,5 e 2,5 voltas respectivamente.
- **B** 0,5 e 2,5 voltas respectivamente.
- **C** 1,5 e 3,0 voltas respectivamente.
- **D** 3,0 e 5,0 voltas respectivamente.
- **E** 1,5 e 4,0 voltas respectivamente.

Questão 07

(FUVEST_2021)

Suponha, para simplificar, que a Terra é perfeitamente esférica e que a linha do Equador mede 40.000 km. O trajeto que sai do Polo Norte, segue até a linha do Equador pelo meridiano de Greenwich, depois se desloca ao longo da linha do Equador até o meridiano 45ºL e então retorna ao Polo Norte por esse meridiano tem comprimento total de



Ⓐ 15.000 km.
Ⓑ 20.000 km.
Ⓒ 25.000 km.
Ⓓ 30.000 km.
Ⓔ 35.000 km.

Questão 08

(UPE)

Um relógio quebrou e está marcando a hora representada a seguir:

Felizmente os ponteiros ainda giram na mesma direção, mas a velocidade do ponteiro menor equivale a 9/8 da velocidade do ponteiro maior.

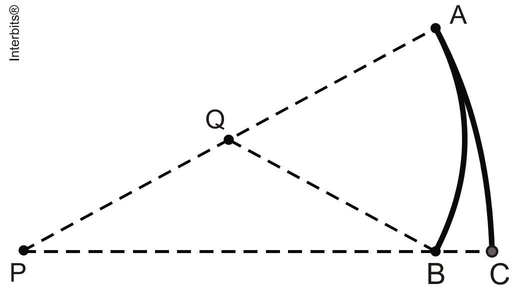
Quantas voltas o ponteiro pequeno deve dar até encontrar o ponteiro grande pela primeira vez?

Ⓐ 3,0
Ⓑ 4,0
Ⓒ 4,5
Ⓓ 6,5
Ⓔ 9,5

Questão 09

(CFRJ)

Na figura abaixo, temos dois arcos de duas circunferências com centros O e P: o primeiro possui extremidades A e B e o segundo possui extremidades A e C, respectivamente. Sabe-se ainda que O é ponto médio do segmento e PA, B é um ponto do segmento PC e que o primeiro arco tem 3,2 cm de comprimento.



Qual o comprimento, em cm, do segundo arco?

Ⓐ 1,6 cm.
Ⓑ 3,2 cm.
Ⓒ 4,0 cm.
Ⓓ 4,8 cm.
Ⓔ 6,4 cm.

Questão 10

(UNESP)

A figura mostra um relógio de parede, com 40 cm de diâmetro externo, marcando 1 hora e 54 minutos.

(www.euroferragens.com.br)

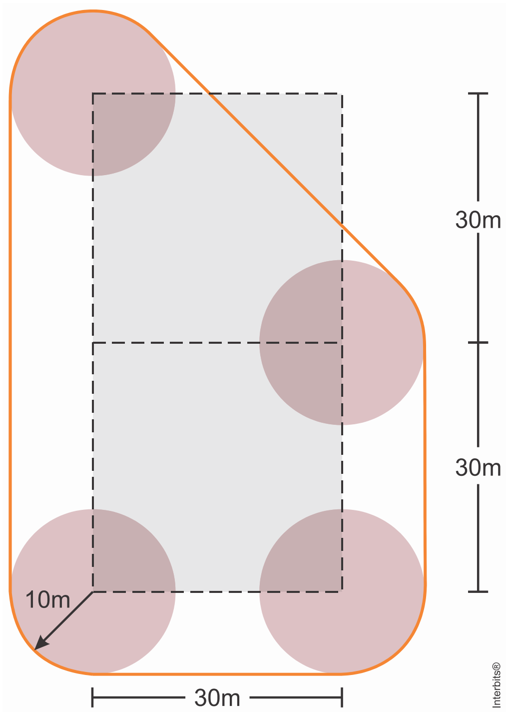
Usando a aproximação $\pi = 3$, a medida, em cm, do arco externo do relógio determinado pelo ângulo central agudo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos, no horário mostrado, vale aproximadamente

Ⓐ 22.
Ⓑ 31.
Ⓒ 34.
Ⓓ 29.
Ⓔ 20.

Questão 11

(FUVEST_2022)

Quatro tanques cilíndricos são vistos de cima (em planta baixa) conforme a figura. Todos têm 10 m de raio e seus centros se posicionam em vértices dos dois quadrados tracejados adjacentes, ambos com 30 m de lado. Uma fita de isolamento, esticada e paralela ao solo, envolve os 4 tanques, dando uma volta completa (linha em laranja na figura).



O comprimento da fita, em metros, é:

A $20\pi + 30(3 + \sqrt{2})$
B $20\pi + 30(4 + \sqrt{2})$
C $25\pi + 15(4 + \sqrt{2})$
D $25\pi + 30(4 + \sqrt{2})$
E $25\pi + 30(4 + 2\sqrt{2})$

Questão 12

(PUCPR_2023)

Exatamente às 14 horas e t minutos faltam menos de 10 minutos para as 15 h. Em um relógio analógico, nesse exato instante, o ponteiro das horas forma com o dos minutos um ângulo que mede 101 graus. A soma dos algarismos do número t é igual a:

A 9
B 13
C 11
D 7
E 12

Questão 13

(IFPE)

Considere um relógio analógico de doze horas. O ângulo obtuso formado entre os ponteiros que indicam a hora e o minuto, quando o relógio marca exatamente 5 horas e 20 minutos, é

A 330°.
B 320°.
C 310°.
D 300°.
E 290°.

Questão 14

(UEL)

Uma família viaja para Belém (PA) em seu automóvel. Em um dado instante, o GPS do veículo indica que ele se localiza nas seguintes coordenadas: latitude 21°20'Sul e longitude 48°30'Oeste. O motorista solicita a um dos passageiros que acesse a Internet em seu celular e obtenha o raio médio da Terra, que é de 6730 km, e as coordenadas geográficas de Belém, que são latitude 1°20'Sul e longitude 48°30'Oeste. A partir desses dados, supondo que a superfície da Terra é esférica, o motorista calcula a distância D, do veículo a Belém, sobre o meridiano 48°30' Oeste.

Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor da distância D, em km.

A $D = \frac{\pi}{9}6730$
B $D = \frac{\pi}{18}(6730)^2$
C $D = \frac{\pi}{9}\sqrt{6730}$
D $D = \frac{\pi}{36}6730$
E $D = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 6730$

Questão 15

(UFG)

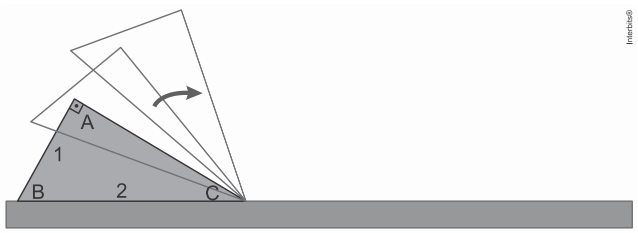
As cidades de Goiânia e Curitiba têm, aproximadamente, a mesma longitude. Goiânia fica a uma latitude de 16°40', enquanto a latitude de Curitiba é de 25°25'.
Considerando-se que a Terra seja aproximadamente esférica, com a linha do equador medindo, aproximadamente, 40000 km, a distância entre as duas cidades, em quilômetros, ao longo de um meridiano,

A é menor que 700.
B fica entre 700 e 800.
C fica entre 800 e 900.
D fica entre 900 e 1000.
E é maior que 1000.

Questão 16

(FUVEST_2019)

Um triângulo retângulo com vértices denominados A, B e C apoia-se sobre uma linha horizontal, que corresponde ao solo, e gira sem escorregar no sentido horário. Isto é, se a posição inicial é aquela mostrada na figura, o movimento começa com uma rotação em torno do vértice C até o vértice A tocar o solo, após o que passa a ser uma rotação em torno de A, até o vértice B tocar o solo, e assim por diante.



Usando as dimensões indicadas na figura $(AB = 1$ e $BC = 2)$, qual é o comprimento da trajetória percorrida pelo vértice B, desde a posição mostrada, até a aresta BC apoiar-se no solo novamente?

A $\frac{3}{2}\pi$
B $\frac{3+\sqrt{3}}{3}\pi$
C $\frac{13}{6}\pi$
D $\frac{3+\sqrt{3}}{2}\pi$
E $\frac{8+2\sqrt{3}}{3}\pi$

Questão 17

(UEG_2022)

Dois pontos percorrem uma circunferência de raio unitário em sentidos contrários, partindo do mesmo ponto no mesmo instante. Um percorre a distância de $\frac{14\pi}{3} rad$ no sentido anti-horário e para, enquanto o outro percorre $\frac{43\pi}{6} rad$ no sentido horário e também para. Quando os dois pontos terminam o percurso, a distância entre eles é

A $\frac{\pi}{6} rad$
B $\frac{\pi}{3} rad$
C $\frac{\pi}{4} rad$
D $\frac{\pi}{2} rad$
E $\frac{2\pi}{3} rad$

Questão 18

(UDESC)

O relógio *Tower Clock*, localizado em Londres, Inglaterra, é muito conhecido pela sua precisão e tamanho. O ângulo interno formado entre os ponteiros das horas e dos minutos deste relógio, desprezando suas larguras, às 15 horas e 20 minutos é:

A $\frac{\pi}{12}$
B $\frac{\pi}{36}$
C $\frac{\pi}{6}$
D $\frac{\pi}{18}$
E $\frac{\pi}{9}$

Questão 19

(UEG)

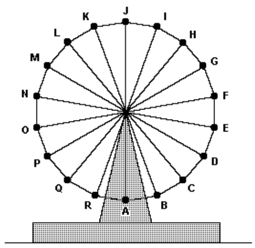
Considerando 1º como a distância média entre dois meridianos, e que na linha do equador corresponde a uma distância média de 111,322 km, e tomando-se esses valores como referência, pode-se inferir que o comprimento do círculo da Terra, na linha do equador, é de, aproximadamente,

A 52.035 km
B 48.028 km
C 44.195 km
D 40.076 km

Questão 20

(CPS)

A roda-gigante de um parque de diversões tem dezoito cadeiras, igualmente espaçadas ao longo do seu perímetro e move-se no sentido anti-horário, isto é, no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.



Na figura, as letras A, B, C, ... e R indicam as posições em que as cadeiras ficam cada vez que a roda gigante para. Com a roda gigante parada, Bruna senta-se na cadeira que está na posição A, posição mais baixa da roda gigante.

A roda gigante move-se 5/6 de uma volta e para. Nesse momento, a letra relativa à posição da cadeira ocupada por Bruna é

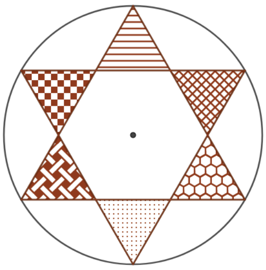
A D. **B** I. **C** K. **D** P. **E** R.

Questão 21

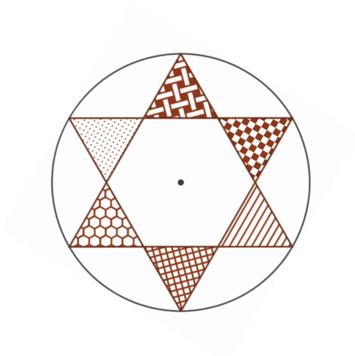
(Ronaebson)

Joseilton utiliza um aplicativo de edição de imagens no qual é possível alterar o tamanho e a posição da figura de várias maneiras, rotacionando em torno do seu centro, refletindo-a em torno de um ponto ou mesmo de um eixo, ampliando, reduzindo, entre outras possibilidades.

Ele estava trabalhando com a imagem em torno do seu centro.



Após a edição, a figura manteve seu tamanho original, mas se apresentou da seguinte maneira:



Uma opção possível para o comando utilizado por Joseilton para transformar a figura original na figura editada é

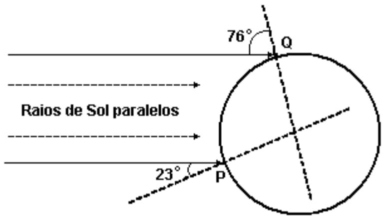
A girar a imagem 120º no sentido anti-horário em torno do seu centro.
B girar a imagem 120º no sentido horário em torno do seu centro.
C girar a imagem 60º no sentido anti-horário em torno do seu centro.
D refletir a figura em torno da reta vertical que passa pelo seu centro.
E refletir a figura em torno da reta horizontal que passa pelo seu centro.

Questão 22

(FUVEST)

Considere que:
- Os raios de Sol incidem paralelamente sobre a Terra.
- O planeta Terra é uma esfera cuja linha do Equador tem 40.000 km de perímetro.

Na figura a seguir são representados os raios solares incidindo nos pontos P e Q da linha do Equador do planeta Terra e são indicadas as medidas dos ângulos que esses raios formam com as normais à superfície terrestre nesses pontos.



O comprimento do arco PQ, que corresponde à menor distância de P a Q, em km, é igual a

A 11.000
B 10880
C 10666
D 10444
E 9000

Questão 23

(UEL

Os primeiros relógios baseavam-se no aparente movimento do Sol na abóboda celeste e no deslocamento da sombra projetada sobre a superfície de um corpo iluminado pelo astro.
Considere que: a Terra é esférica e seu período de rotação é de 24 horas no sentido oeste-leste; o tempo gasto a cada 15° de rotação é de 1 hora; o triângulo Brasília/Centro da Terra/Luzaka (Zâmbia) forma, em seu vértice central, um ângulo de 75°.

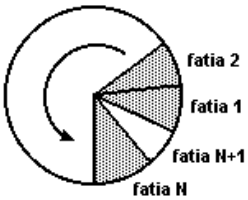
A hora marcada em Luzaka, num relógio solar, quando o sol está a pino em Brasília é:

A 5 horas.
B 9 horas.
C 12 horas.
D 17 horas.
E 21 horas.

Questão 24

(UFSCAR)

Uma pizza circular será fatiada, a partir do seu centro, em setores circulares. Se o arco de cada setor medir 0,8 radiano, obtém-se um número máximo N de fatias idênticas, sobrando, no final, uma fatia menor, que é indicada na figura por fatia N+1.



Considerando $\pi = 3{,}14$, o arco da fatia N+1, em radiano, é

- **A** 0,74.
- **B** 0,72.
- **C** 0,68.
- **D** 0,56.
- **E** 0,34.

Questão 25

(UERJ)

A Terra pode ser representada por uma esfera cujo raio mede 6.400 km.

Na representação a seguir, está indicado o trajeto de um navio do ponto A ao ponto C, passando por B.

Qualquer ponto da superfície da Terra tem coordenadas (x ; y), em que x representa a longitude e y, a latitude. As coordenadas dos pontos A, B e C estão indicadas na tabela a seguir.

Pontos	Coordenadas	
	x	y
A	135°	0°
B	135°	60°
C	90°	60°

Considerando π igual a 3, a distância mínima, em km, a ser percorrida pelo navio no trajeto ABC é igual a:

- **A** 11.200
- **B** 10.800
- **C** 8.800
- **D** 5.600

Questão 26

(PUCCAMP)

Ao descrever o tipo de salto de uma ginasta, um entendido a ele referiu: "Era como se seus dedos dos pés descrevessem no espaço um arco de circunferência de 124 cm de comprimento."

Considerando que cada perna dessa ginasta, juntamente com seu pé esticado, esteja em linha reta e perfazem 60 cm, o cosseno do ângulo de abertura de suas pernas era

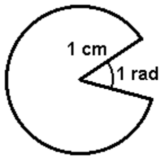
(Use: π = 3,1)

- **A** -1
- **B** 0
- **C** 1
- **D** -1/2
- **E** 1/2

Questão 27

(UNESP)

Em um jogo eletrônico, o "monstro" tem a forma de um setor circular de raio 1 cm, como mostra a figura.



A parte que falta no círculo é a boca do "monstro", e o ângulo de abertura mede 1 radiano. O perímetro do "monstro", em cm, é:

- **A** $\pi - 1$.
- **B** $\pi + 1$.
- **C** $2\pi - 1$.
- **D** 2π.
- **E** $2\pi + 1$.

Questão 28

(MACKENZIE)

Um veículo percorre uma pista circular de raio 300 m, com velocidade constante de 10 m/s, durante um minuto. Dentre os valores abaixo, o mais próximo da medida, em graus, do arco percorrido é:

- **A** 90
- **B** 115
- **C** 145
- **D** 75
- **E** 170

Questão 29

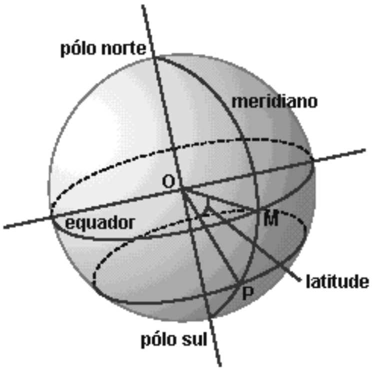
(UFF)

A localização de um ponto qualquer na superfície da Terra (considerada como uma esfera) é feita, em geral, a partir de duas coordenadas, sendo uma delas a latitude - que é o ângulo (em grau) entre o plano que contém a linha do equador e o segmento que une o centro da esfera ao ponto em questão.

Sabe-se que as cidades de Porto Alegre e de Macapá se situam, praticamente, no mesmo meridiano.

Considere que a cidade de Macapá (ponto M) localiza-se bem próximo da linha do equador (latitude = 0°02'20" ao norte); que a latitude de Porto Alegre (ponto P) é de 30°01'59" ao sul e que o valor do diâmetro da Terra é de 12750km.

Veja figura a seguir:



Tendo em vista tais considerações, pode-se afirmar que a distância, em quilômetro, entre as duas cidades é de aproximadamente:

Ⓐ 2300
Ⓑ 3300
Ⓒ 4600
Ⓓ 6600
Ⓔ 9000

Questão 30

(UFRN)

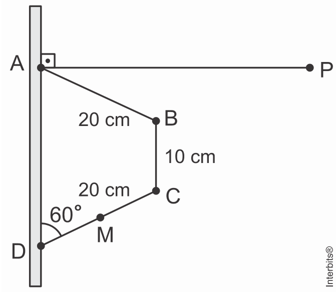
No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme figura abaixo, a roda maior tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio. O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes é

Ⓐ 5 voltas.
Ⓑ 7 voltas.
Ⓒ 9 voltas.
Ⓓ 11 voltas.

Questão 31

(FGV)

Na figura, ABCD representa uma placa em forma de trapézio isósceles de ângulo da base medindo 60º. A placa está fixada em uma parede por $\overline{AD}$, e $\overline{PA}$ representa uma corda perfeitamente esticada, inicialmente perpendicular à parede.



Nesse dispositivo, o ponto P será girado em sentido horário, mantendo-se no plano da placa, e de forma que a corda fique sempre esticada ao máximo. O giro termina quando P atinge M, que é o ponto médio de $\overline{CD}$.

Nas condições descritas, o percurso total realizado por P, em cm, será igual a

Ⓐ $\frac{50\pi}{3}$.
Ⓑ $\frac{40\pi}{3}$.
Ⓒ 15π.
Ⓓ 10π.
Ⓔ 9π.

Questão 32

(UNESP_2019)

Os pontos P e Q sobre a superfície da Terra possuem as seguintes coordenadas geográficas:

	Latitude	Longitude
P	30° N	45° L
Q	30° N	15° O

Considerando a Terra uma esfera de raio 6.300 km, a medida do menor arco PQ sobre a linha do paralelo $30°N$ é igual a

Ⓐ $1.150\pi\sqrt{3}\ km$
Ⓑ $1.250\pi\sqrt{3}\ km$
Ⓒ $1.050\pi\sqrt{3}\ km$
Ⓓ $1.320\pi\sqrt{3}\ km$
Ⓔ $1.350\pi\sqrt{3}\ km$

Questão 33

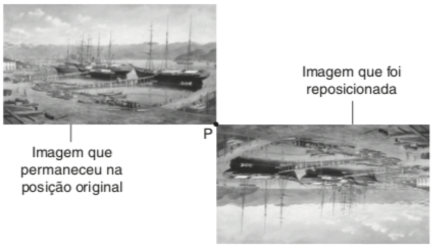
Para fazer um trabalho, Fábio decidiu editar a seguinte imagem no computador:

Figura 1

Calixto, BENEDITO. **Praia do Consulado, Porto de Santos,** 1882. Óleo sobre tela. Coleção Pinacoteca Benedito Calixto, Santos, Brasil.

A ideia do estudante era, a partir de duas imagens idênticas à figura 1, uma sobreposta à outra, reposicionar uma delas utilizando comandos do aplicativo de edição de imagens, de modo que esta ficasse simétrica a outra em relação ao ponto P, conforme mostrado a seguir:

Figura 2



Contudo, o aplicativo não possuía um comando que realizasse diretamente a simetria; as únicas funções disponíveis no software para cumprir essa tarefa eram girar 90° para a direita, girar 90° para a esquerda, girar 180°, inverter verticalmente e inverter horizontalmente. Todos os comandos de giro movem a imagem em torno de seu vértice inferior direito, ao passo que os comandos de inversão invertem o sentido da imagem em relação aos seus eixos centrais vertical ou horizontal.

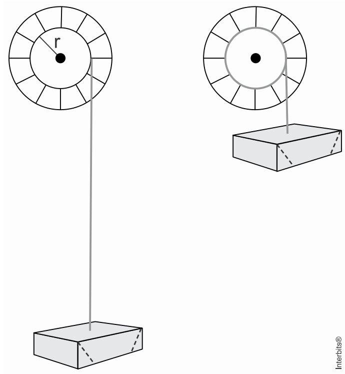
Desse modo, para que a imagem a ser reposicionada ficasse disposta conforme aparece na figura 2, seria necessário

- **A** girar 90° para a direita, aplicando-se esse comando uma única vez.
- **B** girar 90° para a esquerda, aplicando-se esse comando uma única vez.
- **C** inverter verticalmente, aplicando esse comando exatamente duas vezes.
- **D** inverter horizontalmente, aplicando esse comando exatamente uma vez.
- **E** girar 180° uma única vez.

Questão 34

(Fac. Albert Einstein_2021)

A imagem descreve o içamento de uma caixa por meio de uma corda fixada a ela e a uma roda circular de raio r 30 cm.



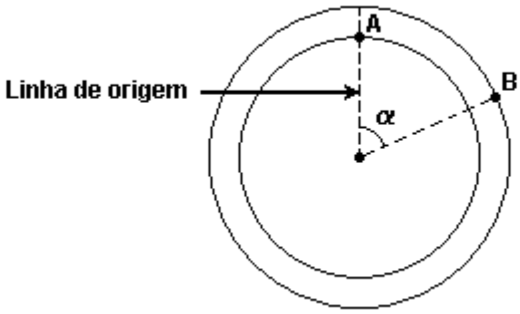
Considerando desprezível a espessura da corda durante todo o içamento, que foi concluído após um giro de $\frac{12\pi}{5}$ radianos da roda, o deslocamento vertical da caixa foi de, aproximadamente,

- **A** 7,85 m.
- **B** 7,54 m.
- **C** 2,26 m.
- **D** 3,77 m.
- **E** 2,51 m.

Questão 35

(UFG)

Deseja-se marcar nas trajetórias circulares concêntricas, representadas na figura a seguir, os pontos A e B, de modo que dois móveis partindo, respectivamente, dos pontos A e B, no sentido horário, mantendo-se na mesma trajetória, percorram distâncias iguais até a linha de origem.



Considerando que o ponto A deverá ser marcado sobre a linha de origem a 8 m do centro e o ponto B a 10 m do centro, o valor do ângulo á, em graus, será igual a

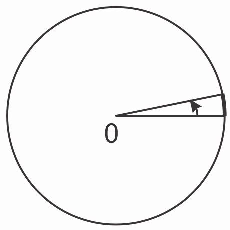
- **A** 30
- **B** 36
- **C** 45
- **D** 60
- **E** 72

Questão 36

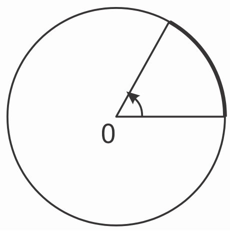
(UFRGS

Dentre os desenhos abaixo, aquele que representa o ângulo que tem medida mais próxima de 1 radiano é

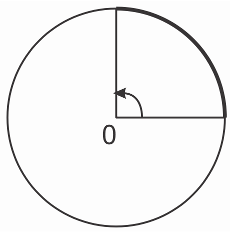
A



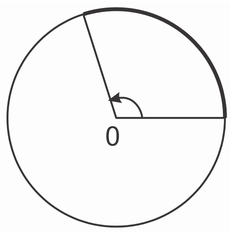
B



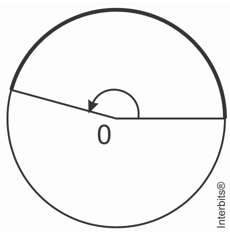
C



D

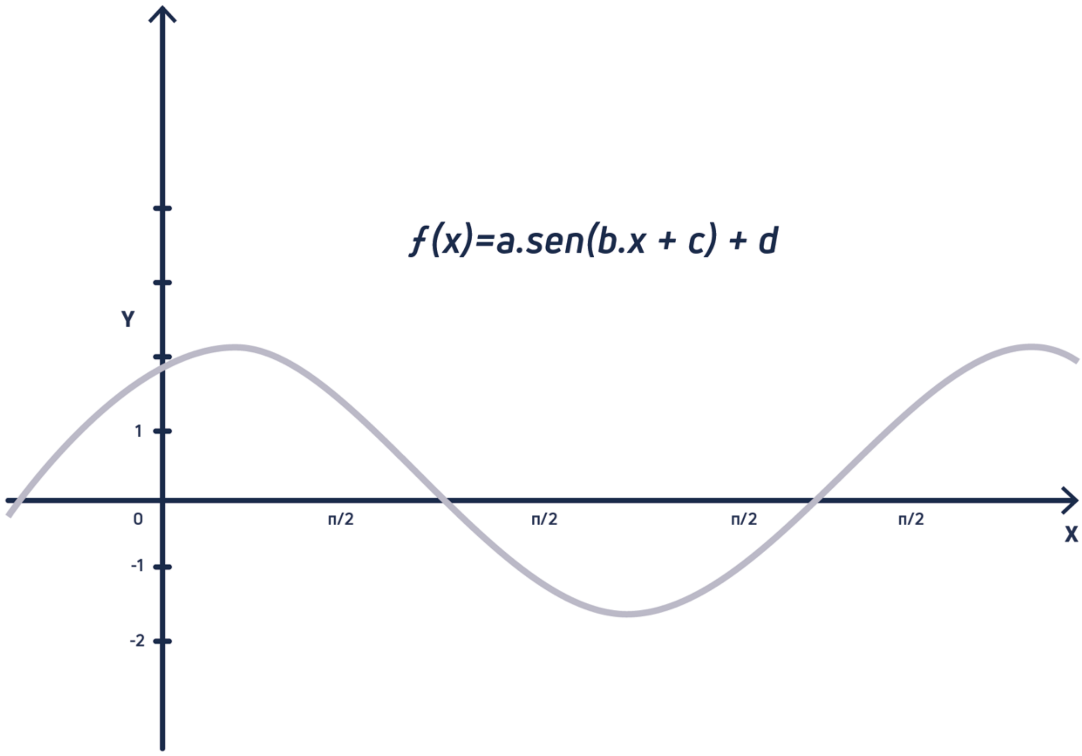


E



Gabarito_Trigonometria	
Hora de Praticar	
Questão	Resposta
01	C
02	D
03	B
04	D
05	A
06	A
07	C
08	B
09	B
10	B
11	B
12	B
13	B
14	A
15	D
16	C
17	A
18	E
19	D
20	D
21	B
22	A
23	D
24	C
25	C
26	D
27	E
28	B
29	B
30	B
31	A
32	C
33	E
34	C
35	E
36	B

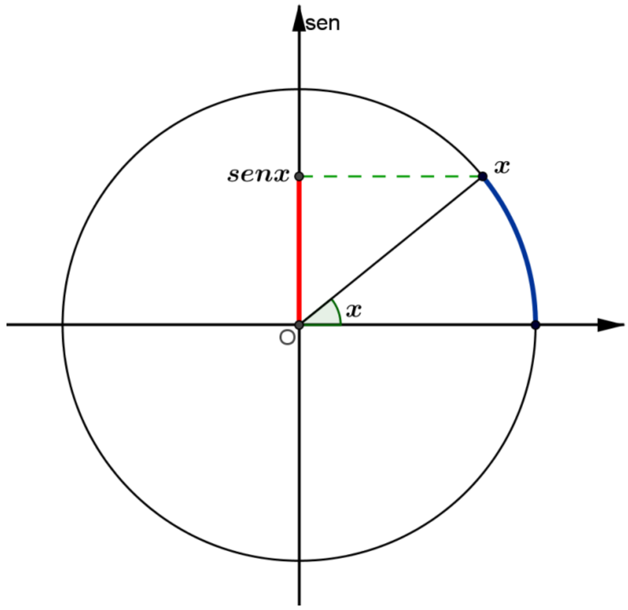
FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS



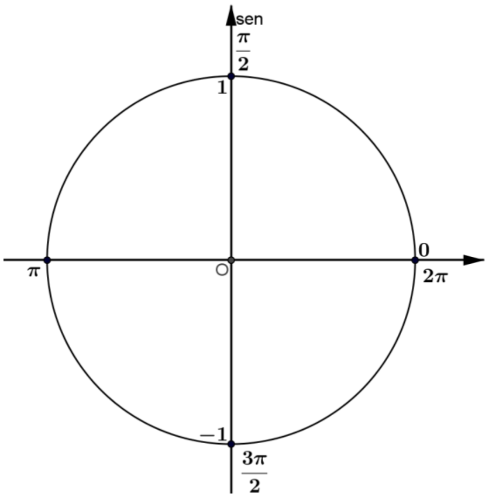
RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

Função Seno

Primeiramente, o eixo vertical será definido como eixo dos senos. Assim, o seno de um arco no ciclo trigonométrico é definido como sendo a projeção da extremidade do arco no eixo vertical, ou seja, o seno de um arco é a ordenada da extremidade desse arco.

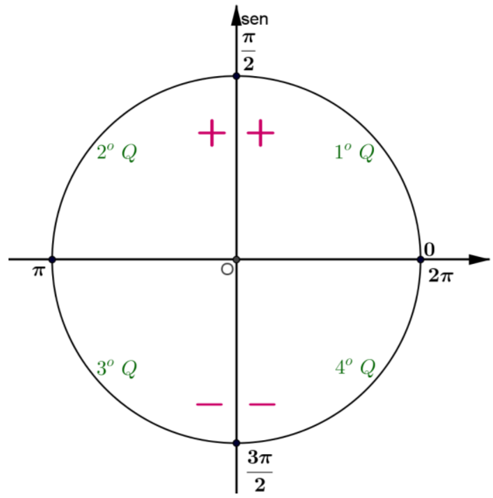


Agora vejamos o seno de alguns arcos notáveis no ciclo trigonométrico:



Arco	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sen	0	1	0	-1	0

Vimos que o seno de um arco é a ordenada da extremidade desse arco. Como os pontos de ordenada positivas são os do 1º e os do 2º quadrantes, e os pontos de ordenadas negativas são os do 3º e os do 4º quadrantes, temos o seguinte esquema de sinais para o seno:



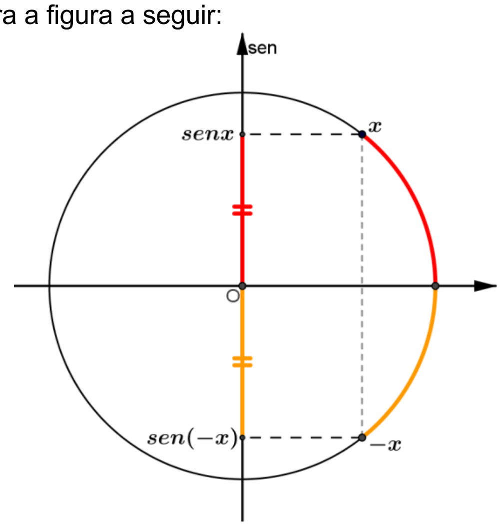
Observe agora que no 1º e no 4º quadrantes, quanto maior o arco, maior será o seno dele, ou seja, o seno é crescente nesses quadrantes. Já no 2º e no 3º quadrantes, quanto maior o arco menor o seno, isto é, o seno é decrescente nesses quadrantes.

1^oQ	2^oQ	3^oQ	4^oQ
C	D	D	C

Agora note que como o raio da circunferência trigonométrica é unitário (*r* = *1*), observamos que qualquer ponto P dessa circunferência tem ordenada no intervalo $[-1,\ 1]$ e, portanto, qualquer arco trigonométrico de medida ***x*** é tal que

$$-1 \leq senx \leq 1.$$

Arcos de medidas opostas, x e $-x$, tem extremidades simétricas em relação ao eixo das abscissas como mostra a figura a seguir:

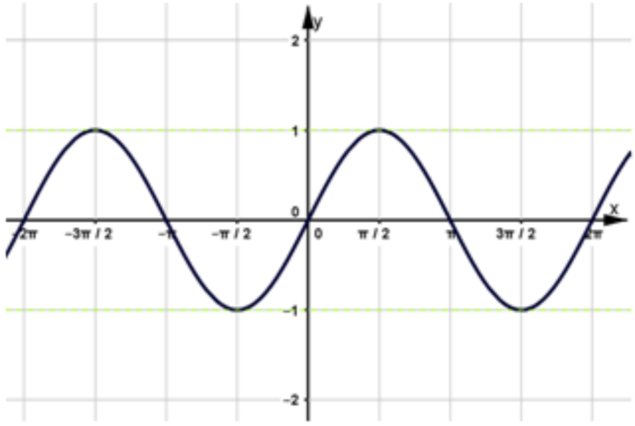


Dessa simetria, temos que

$$sen(-x) = -senx.$$

De posse de dessas informações podemos analisar como se comporta a função seno, isto é, a função real dada por

$$f(x) = senx.$$



A curva que representa o gráfico da função seno é dita senóide. Note que o gráfico se repete a cada 2π, isto é, o gráfico é formado pela repetição da curva obtida quando x assume todos os valores de uma volta completa da circunferência trigonométrica, por isso dizemos que a função seno é uma ***função periódica*** e, nesse caso, de período $\boldsymbol{2\pi}$.

Além disso, como $sen(-x) = -senx$, dizemos que a função seno é uma função ímpar.

Se nos depararmos com uma função real do tipo

$$f(x) = a + b \cdot sen(c \cdot x + d)$$

temos que os valores extremos dessa função são $a - b$ e $a + b$, sendo o maior deles o máximo e o menor deles o mínimo, além disso, o período dela é

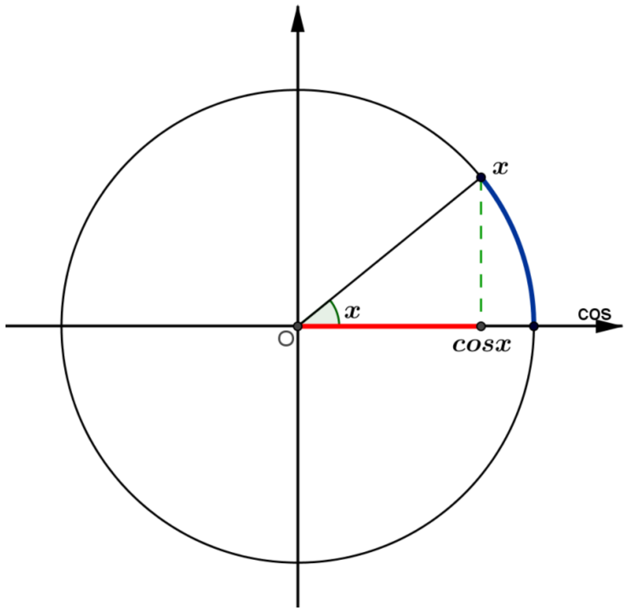
$$p = \frac{2\pi}{c}.$$

Vale destacar ainda que:

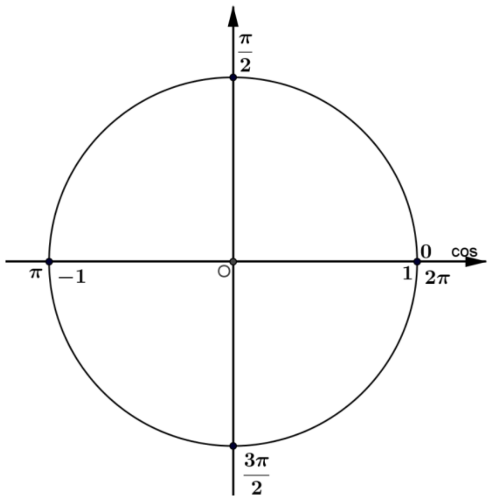
- o valor de a corresponde ao centro de oscilação do gráfico da função;
- O valor absoluto de b corresponde à amplitude do gráfico da função, isto é, o quando a onda sobe ou desce em relação ao centro de oscilação;
- O valor de d está associado a fase inicial.

Função Cosseno

Primeiramente, o eixo horizontal será definido como eixo dos cossenos. Assim, o cosseno de um arco no ciclo trigonométrico é definido como sendo a projeção da extremidade do arco no eixo horizontal, ou seja, o cosseno de um arco é a abscissa da extremidade desse arco.

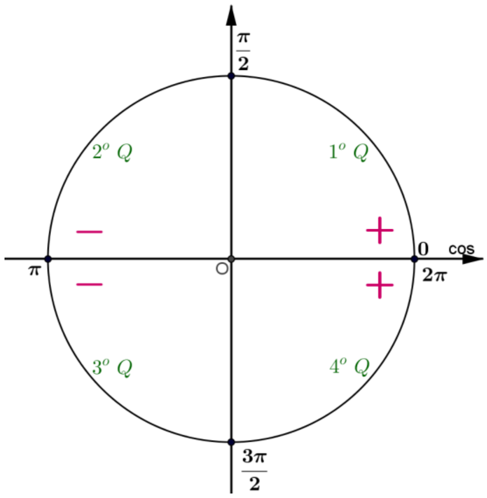


Agora vejamos o cosseno de alguns arcos notáveis no ciclo trigonométrico:



Arco	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos	1	0	-1	0	1

Vimos que o cosseno de um arco é a abscissa da extremidade desse arco. Como os pontos de abscissas positivas são os do 1º e os do 4º quadrantes, e os pontos de abscissas negativas são os do 2º e os do 3º quadrantes, temos o seguinte esquema de sinais para o cosseno:



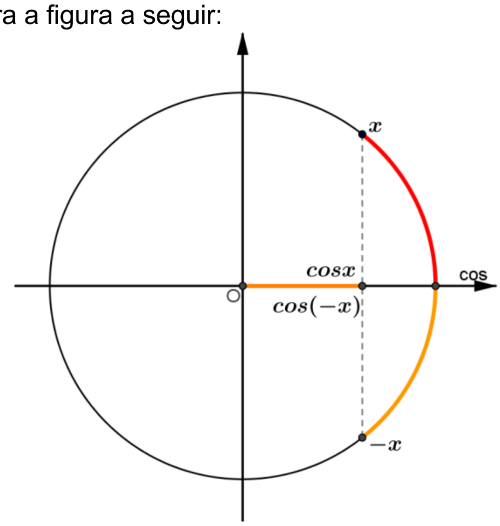
Observe agora que no 1º e no 2º quadrantes, quanto maior o arco, menor será o cosseno dele, ou seja, o cosseno é decrescente nesses quadrantes. Já nos 3º e 4º quadrantes, quanto maior o arco maior o cosseno, isto é, o cosseno é decrescente nesses quadrantes.

1^oQ	2^oQ	3^oQ	4^oQ
D	D	C	C

Agora note que como o raio da circunferência trigonométrica é unitário (*r* = *1*), observamos que qualquer ponto P dessa circunferência tem abscissa no intervalo $[-1, 1]$ e, portanto, qualquer arco trigonométrico de medida ***x*** é tal que

$$-1 \leq cosx \leq 1.$$

Arcos de medidas opostas, x e $-x$, tem extremidades simétricas em relação ao eixo das abscissas como mostra a figura a seguir:

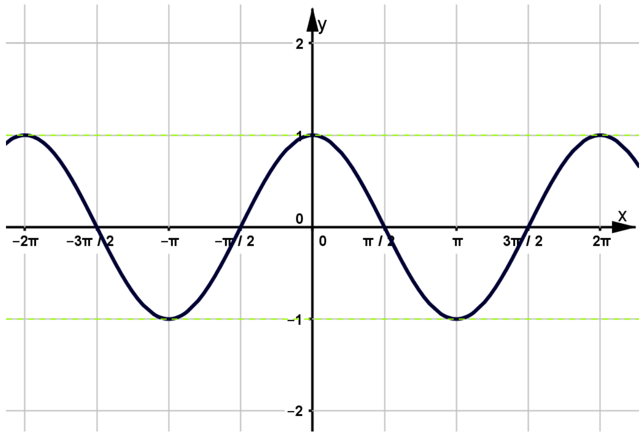


Dessa simetria, temos que

$$cos(-x) = cosx.$$

De posse de dessas informações podemos analisar como se comporta a função cosseno, isto é, a função real dada por

$$f(x) = cosx.$$



A curva que representa o gráfico da função cosseno é dita cossenóide. Note que o gráfico se repete a cada 2π, isto é, o gráfico é formado pela repetição da curva obtida quando x assume todos os valores de uma volta completa da circunferência trigonométrica, por isso dizemos que a função seno é uma ***função periódica*** e, nesse caso, de período 2π.

Além disso, como $cos(-x) = cosx$, dizemos que a função cosseno é uma função par.

Se nos depararmos com uma função real do tipo

$$f(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$$

temos que os valores extremos dessa função são $a - b$ e $a + b$, sendo o maior deles o máximo e o menor deles o mínimo, além disso, o período dela é

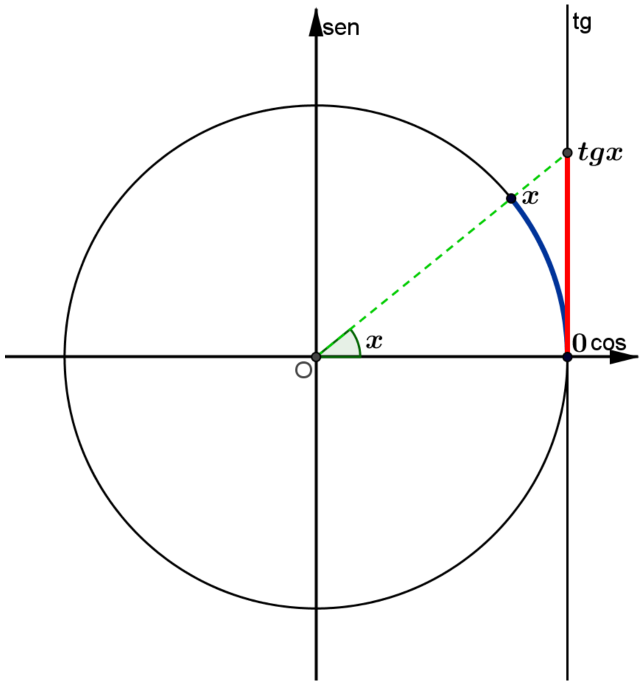
$$p = \frac{2\pi}{c}.$$

Vale destacar ainda que:

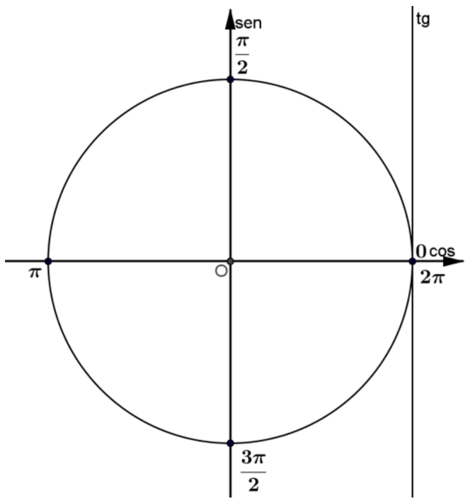
- o valor de a corresponde ao centro de oscilação do gráfico da função;
- O valor absoluto de b corresponde à amplitude do gráfico da função, isto é, o quando a onda sobe ou desce em relação ao centro de oscilação;
- O valor de d está associado a fase inicial.

Função Tangente

Primeiramente, o eixo da tangente será a reta vertical que passa pelo ponto (1,0). Assim, a tangente de um arco no ciclo trigonométrico é definida como sendo a ordenada do ponto de intersecção do eixo da tangente com a reta que passa pela extremidade do arco e pelo centro do ciclo.

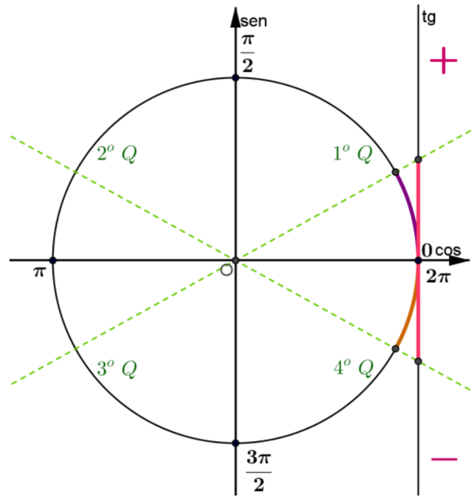


Agora vejamos a tangente de alguns arcos notáveis no ciclo trigonométrico:



Arco	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
tg	0	$\nexists$	0	$\nexists$	0

Vimos que a tangente de um arco no ciclo trigonométrico é definida como sendo a ordenada do ponto de intersecção do eixo da tangente com a reta que passa pela extremidade do arco e pelo centro do ciclo. Assim, os arcos do 1º e 3º quadrantes terão tangente positiva e os arcos do 2º e 4º quadrantes terão tangente negativa. Veja o seguinte esquema de sinais para a tangente:



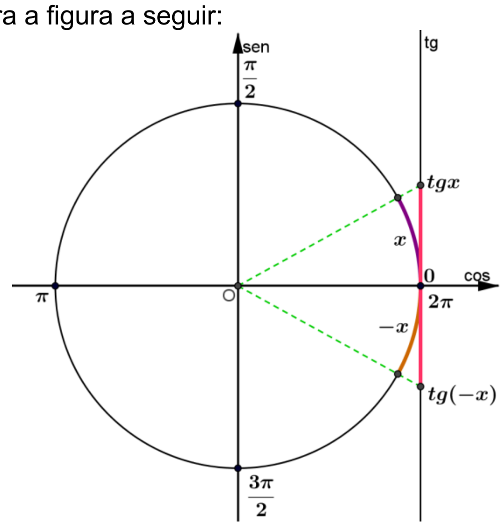
Observe agora que em cada um dos quadrantes, quanto maior o arco, maior será a tangente dele, ou seja, a tangente é crescente em todos os quadrantes.

1^oQ	2^oQ	3^oQ	4^oQ
C	C	C	C

Agora note que a tangente de um arco assume qualquer valor real, portanto, qualquer arco trigonométrico de medida ***x***, com $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ e $k \in \mathbb{Z}$, é tal que

$$-\infty \leq \boldsymbol{tgx} \leq +\infty.$$

Arcos de medidas opostas, x e $-x$, tem extremidades simétricas em relação ao eixo das abscissas como mostra a figura a seguir:

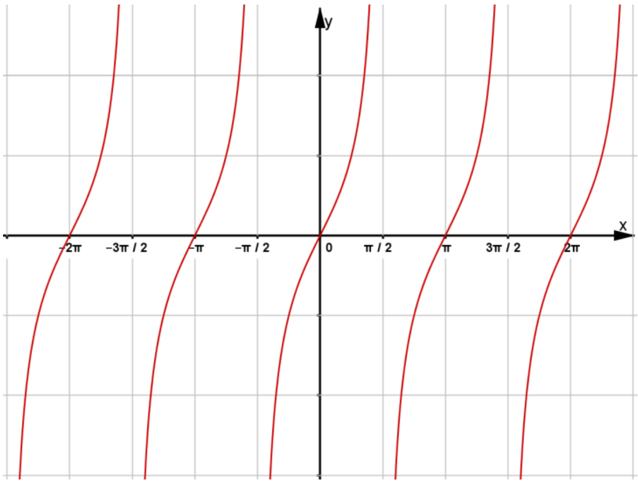


Dessa simetria, temos que

$$\boldsymbol{tg(-x) = -tgx}.$$

De posse de dessas informações podemos analisar como se comporta a função tangente, isto é, a função real dada por

$$\boldsymbol{f(x) = tgx}.$$



A curva que representa o gráfico da função tangente é dita tangentóide. Note que o gráfico se repete a cada π radianos, isto é, o gráfico é formado pela repetição da curva obtida quando x assume todos os valores de meia volta da circunferência trigonométrica, por isso dizemos que a função tangente é uma ***função periódica*** e, nesse caso, de período $\boldsymbol{\pi}$.

Além disso, como $tg(-x) = -tgx$, dizemos que a função cosseno é uma função ímpar.

Se nos depararmos com uma função real do tipo

$$\boldsymbol{f(x) = \ a + b \cdot tg(c \cdot x + d)}$$

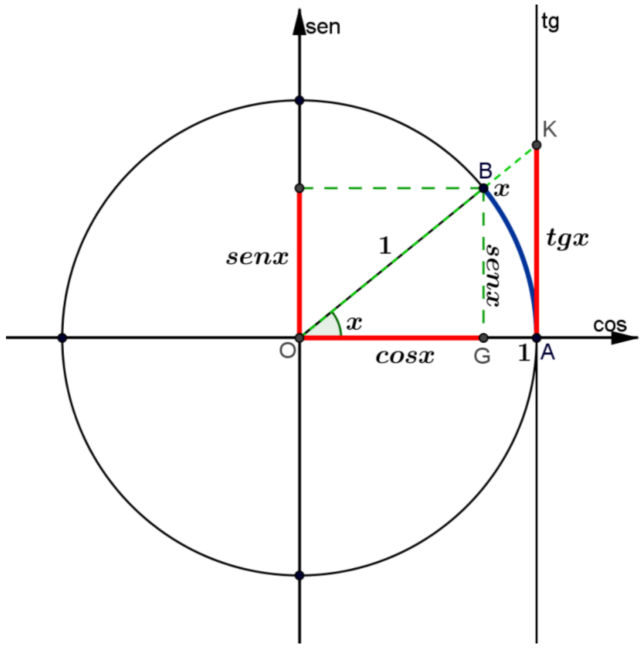
temos que o período dela é

$$p = \frac{\pi}{c}.$$

Anotações:

Relações Trigonométricas

Consideremos um arco *x* no ciclo trigonométrico e definamos suas funções trigonométricas seno, cosseno e tangente.



Observe que os triângulos ΔOGB e ΔOAK são semelhantes, daí

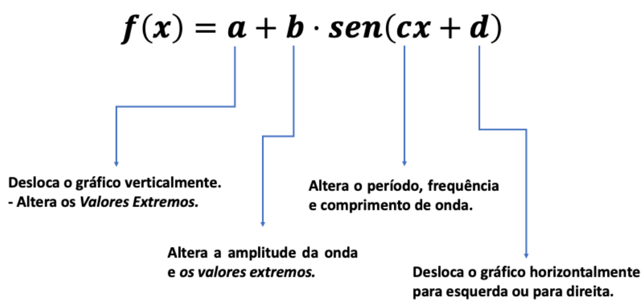
$$\frac{senx}{tgx} = \frac{cosx}{1} \Rightarrow \boldsymbol{tgx = \frac{senx}{cosx}}.$$

Além disso, como o triângulo ΔOGB é retângulo, pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$\boldsymbol{sen^2 x + \cos^2 x = 1}.$$

Essas duas relações nos mostram que a partir de uma das funções, seno, cosseno ou tangente de um arco e, é claro, do quadrante ao qual ele pertence, podemos encontrar as demais funções do mesmo.

Interferência dos Parâmetros



Problema 01: A London Eye, também conhecida como Millennium Wheel (Roda do Milênio), é uma das maiores rodas-gigantes do mundo. Podemos descrever seu movimento de giro por meio de uma função trigonométrica. Por exemplo, considerando um extremo A de um diâmetro horizontal, podemos descrever o movimento desse ponto através da função

$$\boldsymbol{f(t) = 71 + 64 \cdot sen\left(\frac{\pi t}{5}\right)},$$

em que $\boldsymbol{f(t)}$ é a altura, em metro, do ponto A em relação ao terreno no instante *t*, em minuto, a partir do início da medição do tempo (t=0).

a) Qual a altura máxima atingida pelo ponto A?

b) Em quantos minutos a roda dá uma volta completa?

Solução:

a) Como $-1 \leq sen\left(\frac{\pi t}{5}\right) \leq 1$, temos que $f(t)$ será máximo quando $sen\left(\frac{\pi t}{5}\right) = 1$, ou seja:

$$f(t)_{Máximo} = 71 + 64 \cdot 1 = 135\ m.$$

b) O tempo necessário para que a roda dê uma volta completa corresponde ao período da função, isto é,

$$p = \frac{2\pi}{c} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}} = 10\ minutos.$$

Problema 02: Um satélite artificial gira em torno da Terra descrevendo uma circunferência cujo centro O coincide com o centro da Terra.
Ao plano da órbita desse satélite é associado um sistema cartesiano ortogonal de origem O, em que a unidade adotada nos eixos é o quilômetro. Em relação a esse sistema, o satélite gira no sentido anti-horário e a função

$$\boldsymbol{f(t) = 7200 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)}$$

expressa a abscissa da posição do satélite no instante t, em hora, em que t = 0 representa o início da medição do tempo.

a) Qual é a medida, em quilômetros, do raio da órbita do satélite?

b) Em quanto tempo o satélite completa uma volta ao redor da Terra?

Solução:

a) A medida do raio da orbita do satélite corresponde ao valor máximo que a abscissa da posição do satélite pode assumir.
Como $-1 \leq cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) \leq 1$, temos que $f(t)$ será máximo quando $cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) = 1$, isto é:

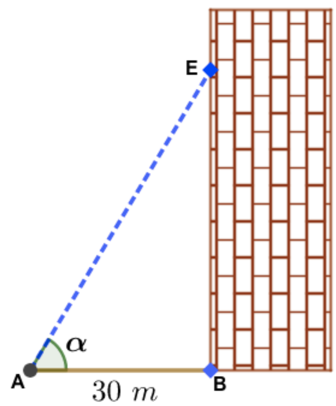
$$r = f(t)_{Máximo} = 7200 \cdot 1 = 7200\ km$$

b) O tempo necessário para que o satélite complete uma volta ao redor da terra corresponde ao período da função, ou seja:

$$p = \frac{2\pi}{c} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 24\ h.$$

Problema 03: O elevador panorâmico C de um edifício percorre um vão vertical, partindo de um ponto B pertencente ao terreno plano e horizontal da base do prédio. Em um ponto A desse terreno, com AB = 30 m, há um canhão de luz que ilumina o elevador C. O movimento do canhão de luz é controlado eletronicamente pelo movimento do elevador, de modo que, em qualquer posição que estiver, o elevador estará sempre iluminado. Sendo $\boldsymbol{\alpha}$ a medida do ângulo agudo que o feixe de luz forma com o terreno em determinado instante, determine a altura *h* do elevador em relação ao solo em função de $\boldsymbol{\alpha}$.

Solução:



Considerando o ponto E como a posição do elevador para o ângulo α, temos:

$$tg\ \alpha = \frac{h}{30} \implies h = 30 \cdot tg\ \alpha.$$

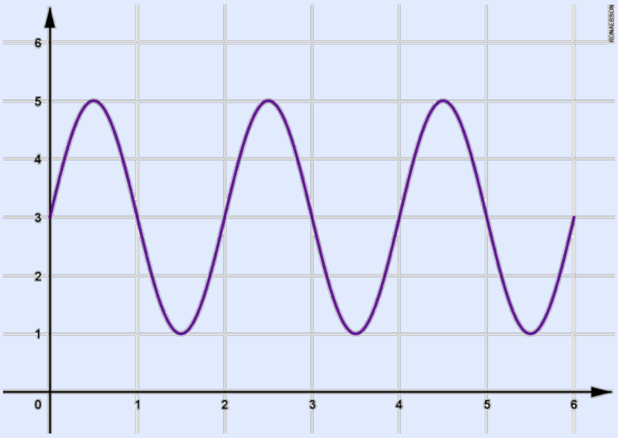
Problema 04: (Ronaebson) O osciloscópio é um equipamento que traça em um plano bidimensional uma ou mais diferenças de potencial elétrico. O eixo vertical do ecrã (monitor) representa a intensidade do sinal (tensão) e o eixo horizontal representa o tempo, tornando o instrumento útil para mostrar sinais periódicos.

Sabe-se que determinado componente eletrônico sempre emite ondas do tipo

$$\boldsymbol{y = A + B \cdot sen(Cx)},$$

com A, B e C constantes reais positivas.

Um desses componentes eletrônicos apresentou, na tela do osciloscópio, a onda representada no gráfico a seguir.



Para a referida onda, o valor de $\boldsymbol{A \cdot B \cdot C}$ é

- **A** $\mathbf{6}$.
- **B** $\boldsymbol{5 + \pi}$.
- **C** $\mathbf{10}$.
- **D** $\boldsymbol{5\pi}$.
- **E** $\boldsymbol{6\pi}$.

Solução:

$$y = A + B \cdot sen(Cx)$$

Observando o gráfico, temos que o centro de oscilação é $y = 3$, logo $A = 3$, além disso a amplitude da onda é 2, assim $B = 2$. Por fim, o período da onda é igual a 2, daí,

$$p = 2 \Longrightarrow \frac{2\pi}{C} = 2 \Longrightarrow C = \pi.$$

Logo,

$$A \cdot B \cdot C = 3 \cdot 2 \cdot \pi = 6\pi.$$

Resposta: [E]

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

Em função do dinamismo do mercado, uma grande empresa tem o valor de suas ações, em real, variando ao longo do tempo t, em mês, de acordo com a função

$$V(t) = 12 + 5 \cdot sen\left(\frac{\pi t}{12}\right).$$

Os valores máximo e mínimo, em reais, que essa função assume ao longo dos meses e o período dessa função, em meses, são, respectivamente

- **A** 17, 7 e 24.
- **B** 17, 7 e 12.
- **C** 17, 12 e 12.
- **D** 12, 7 e 24.
- **E** 12, 5 e 12.

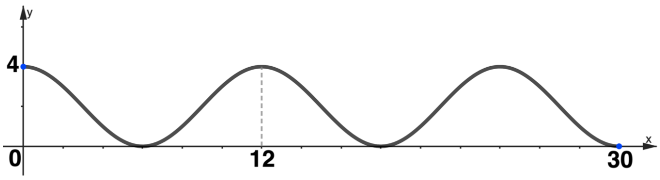
Questão 02

(Ronaebson)

Um parque de diversões tem uma mini montanha russa cuja trajetória corresponde a um trecho do gráfico de uma função trigonométrica do tipo

$$y = A + Bcos(Cx),$$

com A, B e C parâmetros reais positivos, y a altura do ponto da montanha russa em relação ao solo e x a distância horizontal percorrida em ralação à reta vertical que contém o ponto de partida. O gráfico a seguir ilustra essa trajetória.



O produto $A \times B \times C$ é igual a

- **A** $^{4\pi}/_{3}$
- **B** $^{5\pi}/_{6}$
- **C** $^{2\pi}/_{5}$
- **D** $^{2\pi}/_{3}$
- **E** $^{\pi}/_{6}$

Questão 03

(Ronaebson)

A amplitude das marés é a diferença entre os níveis da maré alta e da maré baixa. Ela varia de acordo com a posição da Lua. Numa dada região, em determinado dia, a amplitude das marés é 1,8m e o intervalo de tempo entre duas marés baixas consecutivas (ou entre duas marés altas consecutivas) é de 12h. Além disso,

Sabendo que o movimento das marés é descrito por uma função trigonométrica e que uma maré baixa ocorre às 6h da manhã, a maré estará alta pela primeira vez após o referido horário às

Ⓐ 9h.
Ⓑ 12h.
Ⓒ 15h.
Ⓓ 18h.
Ⓔ 21h.

Questão 04

(Ronaebson)

Numa região do semiárido, um tipo particular de vegetação é abundante em determinadas épocas do ano e escassa em outras. A área S, em quilômetro quadrado, ocupada por essa vegetação nessa região, ao logo do ano, é expressa por meio da função:

$$S(t) = 80 + 70 \cdot cos\left(\frac{\pi t}{6}\right),$$

em que t = 0, t = 1, t = 2, ..., t = 11, representam o início dos meses de janeiro, fevereiro, março, ... e dezembro, respectivamente.

A área ocupada por essa vegetação no início do mês de julho é igual a

Ⓐ $10\ km^2$.
Ⓑ $45\ km^2$.
Ⓒ $80\ km^2$.
Ⓓ $130\ km^2$.
Ⓔ $150\ km^2$.

Questão 05

(Fuvest)

Uma quantidade fixa de um gás ideal é mantida a temperatura constante, e seu volume varia com o tempo de acordo com a seguinte fórmula:

$$V(t) = \log_2\big(5 + 2 \cdot sen(\pi t)\big), 0 \leq t \leq 2.$$

Em que t é medido em horas e $V(t)$ é medido em m^3. A pressão máxima do gás no intervalo de tempo $[0,2]$ ocorre no instante

Ⓐ 0,4.
Ⓑ 0,5.
Ⓒ 1.
Ⓓ 1,5.
Ⓔ 2.

Questão 06

(Ronaebson)

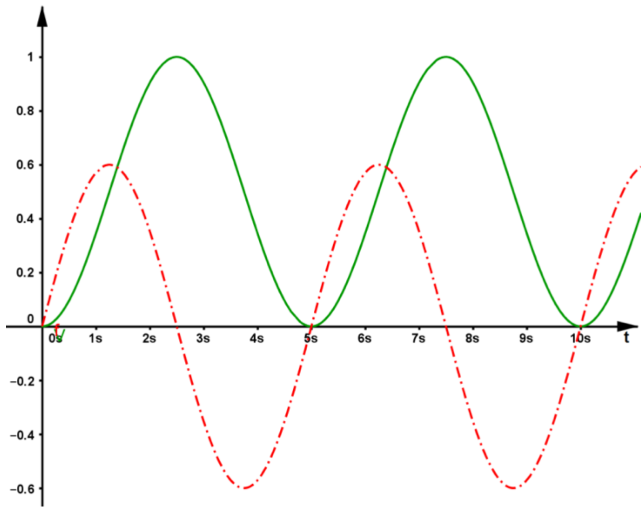
O ciclo respiratório engloba a inspiração e a expiração, assim, a frequência respiratória é o número de vezes que o indivíduo respira por minuto, ou seja, é o número de ciclos completos (inspiração e expiração) realizados em 60 segundos. A maioria das pessoas executa 12 a 20 ciclos respiratórios por minuto.
Durante a respiração, o volume total (V) de ar, em litros, contido nos dois pulmões de um adulto em condições físicas normais e em repouso pode ser descrito como função do tempo t, em segundos, por

$$V(t) = 0{,}5 \cdot [1 - \cos(0{,}4\pi t)],$$

já o fluxo (F) de ar nos pulmões, em litros por segundo, também em função do tempo, é expresso por

$$F(t) = 0{,}6 \cdot sen(0{,}4\pi t).$$

Os gráficos dessas duas funções são expressos a seguir:



Dada a relação existente entre o fluxo de ar e o volume total de ar nos pulmões, a partir do exposto, tem-se que o fluxo de ar nos pulmões é

Ⓐ negativo quando o volume cresce.
Ⓑ mínimo quando o volume é mínimo.
Ⓒ zero quando o volume é máximo ou mínimo.
Ⓓ máximo quando o volume é zero.
Ⓔ positivo quando o volume é decresce.

Questão 07

(Ronaebson)

A quantidade de peixes de certa espécie, medida em toneladas, presente num trecho do Rio Sanhauá foi modelada pela equação

$$Q(t) = \frac{700}{7 + 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot t}{6}\right)},$$

onde t representa o número de meses transcorridos após o início da análise.

A quantidade máxima de peixes observados durante esse estudo foi

Ⓐ 70 000 kg.
Ⓑ 100 000 kg.
Ⓒ 175 000 kg.
Ⓓ 233 000 kg.
Ⓔ 700 000 kg.

Questão 08

(UPE-SSA_2022)

Um veículo percorre, com velocidade constante, uma estrada retilínea. Em uma de suas rodas, com 50 cm de diâmetro, prende-se um chiclete. No instante t = 0 em que ocorre o primeiro contato do chiclete com a roda, a altura h do chiclete em relação ao nível da estrada é igual a 0. À medida que a roda gira, a altura h do chiclete em relação ao nível da estrada, em centímetros, varia periodicamente em função do tempo t decorrido após o primeiro contato do chiclete com a roda, em segundos. Sabendo-se que a roda dá uma volta completa a cada 0,5 segundo, qual das seguintes funções melhor descreve a altura h em função de t?

Ⓐ $h(t) = 25 + 25 \cdot \text{sen}(4\pi t + 3\pi/2)$
Ⓑ $h(t) = 25 + 25 \cdot \text{sen}(4\pi t)$
Ⓒ $h(t) = 25 + 25 \cdot \text{sen}(0{,}5\pi t)$
Ⓓ $h(t) = 25 - 25 \cdot \text{sen}(0{,}5\pi t + 3\pi/2)$
Ⓔ $h(t) = 25 - 25 \cdot \text{sen}(\pi t)$

Questão 09

(EEAR_2023)

Qual o valor da elongação, em metros, no instante t=5s no MHS descrito abaixo pela equação?

Observação: a equação está expressa em unidades do Sistema Internacional de Unidades.

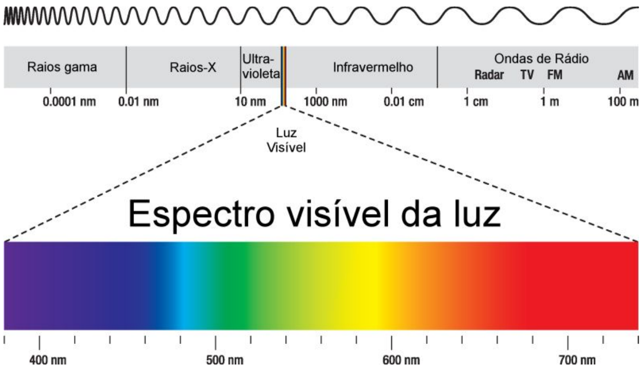
$$x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ⓐ 2,5
Ⓑ –2,5
Ⓒ 5
Ⓓ –5

Questão 10

(Ronaebson)

"Maxwell mostrou que a luz é uma componente do **espectro eletromagnético**.



Todas as ondas têm a mesma velocidade no vácuo, $v = \frac{3x10^8\ m}{s}$, diferenciando entre si apenas pelo comprimento de onda, consequentemente também pela frequência, o que significa serem diferentes as fontes que lhes dão origem e os instrumentos de medida mais apropriados para identificá-las.
As regiões indicadas na figura acima representam intervalos de frequência, dentro dos quais existe um conjunto comum de técnicas para identificá-las, todas as zonas se superpõem. Assim, por exemplo, podem-se produzir radiações de comprimento de onda de $10^{-3}\ m$, tanto por técnicas de microndas, quanto por técnicas de radiação infravermelha."

Disponível em http://www.infoescola.com/fisica/espectro-eletromagnetico/
Acesso em 13/09/2017.

Um estudante de física usa um simulador computacional para produzir ondas a partir de uma equação do tipo

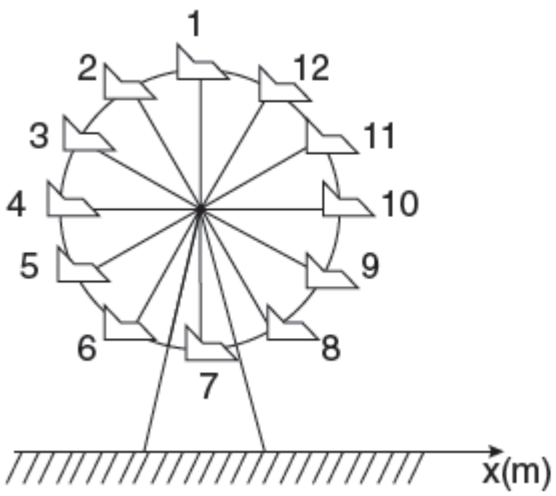
$$\boldsymbol{y = A + B \cdot sen(C \cdot x + D)},$$

onde os parâmetros $A, B, C\ e\ D \in \mathbb{R}$ são ajustáveis de acordo com seus objetivos.
Desejando produzir ondas que diferem apenas pela frequência, o(s) parâmetro(s) que o estudante deve alterar a fim de alcançar seu propósito é(são) o(s) parâmetro(s)

Ⓐ A.
Ⓑ B.
Ⓒ C.
Ⓓ A e D.
Ⓔ A e B.

Questão 11

Uma roda-gigante é composta de 12 cadeirinhas igualmente espaçadas.



Tomando-se como linha de base a reta que passa pelas cadeirinhas 4 e 10, a cadeirinha 11 está na posição 30°, a cadeirinha 12 está na posição 60°, e assim sucessivamente. Projetando-se as posições de cada cadeirinha no eixo x (que representa o solo), a cadeirinha 4 está na posição x = –2 m, a cadeirinha 10 está na posição x = 2 m e as cadeirinhas 1 e 7 estão na posição x = 0 m. Se, a partir desse instante, a roda girar uniformemente, no sentido anti-horário, realizando uma volta a cada minuto, a posição da cadeirinha 5 no eixo x daqui a 35 s será

- **A** 0 m.
- **B** 0,5 m.
- **C** –0,5 m.
- **D** 1 m.
- **E** –1 m.

Questão 12

(IFSUL_2020)

Em um repositório de trabalhos de conclusão de cursos de pós-graduação, encontrou-se uma pesquisa sobre a altura das ondas que chegam à costa brasileira. Suponha que nessa investigação os estudantes tenham encontrado a fórmula que mais se aproxima desse fenômeno $h(t) = 15 - 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, com t > 0, onde t é o tempo em minutos e t. é a profundidade da água, em metros, no instante t.

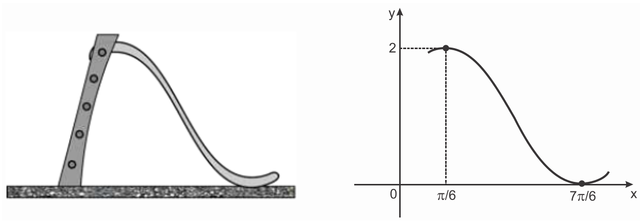
O instante em que, após o início das observações, ocorre o primeiro pico de maior altura é

- **A** 18 minutos.
- **B** 6 minutos.
- **C** 3 minutos.
- **D** 1 minuto.

Questão 13

(UFU_2020)

As imagens abaixo ilustram o projeto de um escorregador infantil (à esquerda) e sua representação sobre o sistema de coordenadas cartesianas (à direita), dada pelo gráfico da função $f(x) = a + \cos(x + b)$, em que a e b são constantes reais, com $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$.



Se as alturas máxima e mínima desse escorregador ocorrem nos pontos de coordenadas $(\pi/6, 2)$ e $(7\pi/6, 0)$, respectivamente, então $a + b$ é igual a

- **A** $1 - \pi/6$.
- **B** $2 - \pi/6$.
- **C** $2 + \pi/6$.
- **D** $1 + \pi/6$.

Questão 14

(Ronaebson)

Num determinado dia de inverno, em Gramado-RS, a temperatura T, em grau Celsius, variou ao longo do dia em função do tempo t, em hora, de acordo com a função

$$T(t) = -1 + 2cos\left(\frac{\pi t}{6}\right),$$

em que t=0 corresponde a zero hora desse dia.

O número de vezes em que a temperatura foi igual a zero grau Celsius nesse dia foi

- **A** 4.
- **B** 3.
- **C** 2.
- **D** 1.
- **E** 0.

Questão 15

Uma criança está brincando com seu pato de borracha em uma banheira. No início, a água esta completamente parada, e o patinho não se move. Considere, nesse instante, que a altura do pato e h = 0.
A criança, então, começa a simular uma tempestade, batendo na água em intervalos constantes, formando ondulações iguais. A altura em centímetros do patinho, que não se move no eixo horizontal, passa a variar com o tempo t de acordo com a função $h(t) = 2sen\,(\pi \cdot t)$.

O tempo necessário para que o patinho percorra um período completo e a amplitude do movimento são, respectivamente,

- **A** 1 segundo e 1 centímetro.
- **B** 1 segundo e 2 centímetros.
- **C** 2 segundos e 1 centímetro.
- **D** 2 segundos e 2 centímetros.
- **E** 2 segundos e 4 centímetros.

Questão 16

(Ronaebson)

A conta de luz de certa residência, ao longo do ano de 2015, variou segundo a função

$$V(t) = 180 + 65 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

em que $V(t)$ é o valor pago na fatura e t é o mês do ano, com $t = 1$ correspondendo a janeiro, e assim sucessivamente.

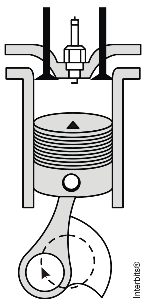
Analisando a expressão fornecida, o valor máximo registrado na fatura foi de

- **A** R$ 115,00
- **B** R$ 180,00
- **C** R$ 245,00
- **D** R$ 270,00
- **E** R$ 305,00

Questão 17

(UFPR-Adaptada)

O pistão de um motor se movimenta para cima e para baixo dentro de um cilindro, como ilustra a figura.



Suponha que em um instante t, em segundos, a altura $h(t)$ do pistão, em centímetros, possa ser descrita pela expressão:

$$h(t) = 4 + 4 \cdot sen\left(\frac{2\pi t}{0{,}05}\right)$$

As alturas máxima e mínima que o pistão atinge e a quantidade de ciclos completos que esse pistão realiza, funcionando durante um minuto são, respectivamente

- **A** $h_{máx}$ = 8 cm, h_{min} = 0 cm e 120 ciclos.
- **B** $h_{máx}$ = 8 cm, h_{min} = 0 cm e 1200 ciclos.
- **C** $h_{máx}$ = 4 cm, h_{min} = 0 cm e 20 ciclos.
- **D** $h_{máx}$ = 4 cm, h_{min} = - 4 cm e 120 ciclos.
- **E** $h_{máx}$ = 1 cm, h_{min} = - 1 cm e 0,05 ciclos.

Questão 18

(UFMT)

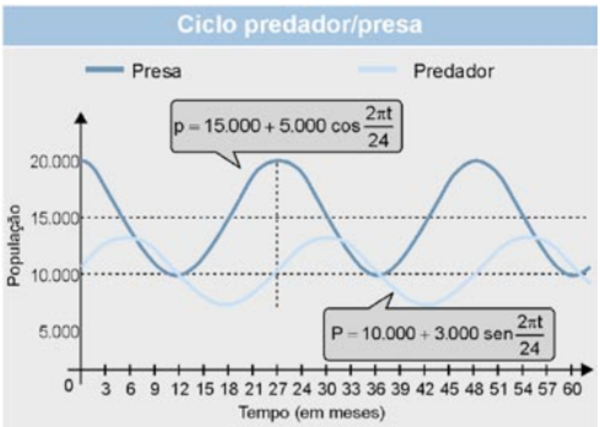
Em um determinado ciclo predador–presa, a população P de um predador no instante t (em meses) tem como modelo:

$$P = 10000 + 3000 \cdot sen\left(\frac{2\pi t}{24}\right),$$

e a população p de sua fonte básica de alimento (sua presa) admite o modelo:

$$p = 15000 + 5000 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{24}\right).$$

O gráfico a seguir representa ambos os modelos no mesmo sistema de eixos cartesianos.



Em relação ao ciclo predador-presa acima, assinale a alternativa incorreta.

- **A** Em t = 48 meses, a população de predadores e igual a de presas.
- **B** Os modelos P e p têm o mesmo período, de 24 meses.
- **C** A maior população de predadores, nesse ciclo, é 13000.
- **D** A média aritmética entre os valores da menor população de presas e a menor de predadores, nesse ciclo, é 8500.
- **E** No início do ciclo predador-presa (t=0), existem 10000 predadores e 20000 presas.

Questão 19

(Ronaebson)

Paulo, o cardiologista de dona Vitória, analisou a pressão arterial de sua paciente durante uma leve caminhada na esteira e a modelou matematicamente utilizando uma função do tipo

$$P(t) = A + Bcos(kt),$$

em que A, B e k são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo.

Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas. Paulo também obteve os seguintes dados:

Pressão mínima	84
Pressão máxima	132
Frequência cardíaca (em bpm)	120

A função P(t) obtida, por este cardiologista, ao analisar a situação de dona Vitória é dada por

Ⓐ $P(t) = 108 + 24\cos(4\pi t)$
Ⓑ $P(t) = 108 + 48\cos(2\pi t)$
Ⓒ $P(t) = 132 + 24\cos(4\pi t)$
Ⓓ $P(t) = 84 + 48\cos(t)$
Ⓔ $P(t) = 4 + 24\cos(t)$

Questão 20

(Ronaebson)

Um professor de matemática utiliza o geogebra, um aplicativo de computador que descreve o desenho da onda sonora correspondente a um som escolhido e também toca esse som. A equação da onda é dada, num sistema de coordenadas cartesianas, por

$$y = a + b \cdot sen(cx + d)$$

em que os parâmetros a, b, c e d são positivos. O geogebra permite ao usuário provocar mudanças no som, ao fazer alterações nos valores desses parâmetros. A pessoa deseja tornar o som mais agudo e, para isso, deve aumentar a frequência da onda sonora.

O(s) único(s) parâmetro(s) que necessita(m) ser alterado(s) é(são)

Ⓐ a.
Ⓑ b.
Ⓒ c.
Ⓓ b e c.
Ⓔ c e d.

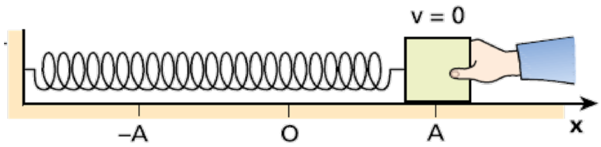
Questão 21

(Ronaebson)

Quando um corpo oscila periodicamente em torno de uma posição de equilíbrio, descrevendo uma trajetória retilínea, pode-se dizer que este corpo efetua um movimento harmônico simples linear e este ocorre em razão da ação de uma força restauradora.

A posição de um corpo preso a uma mola submetido exclusivamente a força elástica, depois que ele é solto do a partir do ponto $x = A$, é dada em função do tempo t, em segundos, pela expressão

$$\boldsymbol{x(t) = A \cdot \cos(\omega t)}.$$



Sabendo que a frequência desse movimento é de doze ciclos por minuto e que a força restauradora atinge seu valor absoluto máximo nas posições $x = 10\ cm$ e $x = -10\ cm$, temos que

Ⓐ $x(t) = 10 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$
Ⓑ $x(t) = -10 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$
Ⓒ $x(t) = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{5}\right)$
Ⓓ $x(t) = 20 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{5}\right)$
Ⓔ $x(t) = 5 \cdot \cos(12t)$

Questão 22

(Ronaebson)

O valor da conta de água de certa residência variou ao longo do ano de 2020 de acordo com o modelo matemático a seguir

$$V(t) = 150 + 65 \cdot sen\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

em que $V(t)$ é o valor pago na fatura e t é o mês do ano, com t=0 correspondendo a janeiro, t=1 corresponde ao mês de fevereiro e assim sucessivamente.

Analisando a expressão fornecida, os valores máximo e mínimo registrados nas faturas foram, respectivamente, de

Ⓐ R$ 150,00 e R$ 65,00.
Ⓑ R$ 150,00 e R$ 85,00.
Ⓒ R$ 215,00 e R$ 65,00.
Ⓓ R$ 215,00 e R$ 85,00.
Ⓔ R$ 215,00 e R$ 150,00.

Questão 23

(Ronaebson)

A partir das cinco horas da manhã de cada dia, a pressão interna P, em bar, no interior de uma caldeira é controlada automaticamente, variando como o tempo t, em que t representa o tempo em horas transcorrido depois das 5h, de acordo com a função

$$P(t) = 290 + 210 \cdot sen\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

Os horários do dia em que a pressão é máxima são

Ⓐ 3h e 15h.
Ⓑ 8h e 20h.
Ⓒ 9h e 21h.
Ⓓ 14h e 24h.
Ⓔ 01h e 13h.

Questão 24

Um ponto A, que se movimenta sobre uma circunferência, tem sua posição $p(t)$, considerada na vertical, no instante t, descrita pela relação

$$p(t) = 100 - 20sen(t), \text{ para } t \geq 0.$$

Nesse caso, a medida do diâmetro dessa circunferência é

Ⓐ 30.
Ⓑ 40.
Ⓒ 50.
Ⓓ 80.
Ⓔ 120.

Questão 25

Uma das várias aplicações possíveis para a função seno é a representação de ondas sonoras provocadas por sinais elétricos. Um som "puro", obtido de um sinal elétrico que excita um alto-falante, pode ser representado por uma função senoidal do tipo

$$V(t) = V_0 \cdot sen(\omega t),$$

em que $V(t)$ é uma tensão alternada, em volts, em função do tempo t, em milissegundos, e V_0 e ω são constantes.
Se uma onda desse tipo é representada pela função

$$V(t) = 0{,}5 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}t\right),$$

o período e a amplitude dessa onda são, respectivamente,

Ⓐ $0{,}5\ ms$ e $\frac{\pi}{2}\ V$.
Ⓑ $\frac{\pi}{2}\ ms$ e $0{,}5\ V$.
Ⓒ $4\ ms$ e $0{,}5\ V$.
Ⓓ $0{,}5\ ms$ e $4\ V$.
Ⓔ $\pi\ ms$ e $0{,}5\ V$.

Questão 26

(Ronaebson)

Os construtores da tubulação Trans-Alaska utilizaram placas isolantes para evitar que o calor da tubulação derretesse o solo permanentemente congelado abaixo dela. Ao se desenvolver as placas, foi necessário levar em conta a variação da temperatura externa ao longo do ano. A temperatura, em graus Fahrenheit, pode ser representa por uma função cossenóide da forma

$$F(x) = 25 + 7 \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{365} \cdot (x - 101)\right]$$

em que x representa o número de dias contados a partir do início do ano.

A maior temperatura externa registrada no decorrer do ano foi

Ⓐ 18ºF.
Ⓑ 22ºF.
Ⓒ 25ºF.
Ⓓ 32ºF.
Ⓔ 37ºF.

Questão 27

(Ronaebson)

Produtos sazonais são itens cuja disponibilidade, consumo e preços variam conforme ciclos naturais anuais. Essas oscilações são resultado direto das condições climáticas e do período de colheita. Em determinadas épocas, esses produtos podem ser escassos nos mercados, resultando em preços mais elevados. No entanto, durante o auge da safra, a oferta aumenta, levando a preços mais acessíveis. Essa dinâmica sazonal não apenas influencia o acesso dos consumidores a determinados produtos, mas também desempenha um papel crucial na economia agrícola e nas estratégias de compra.

Um comerciante observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função

$$P(x) = 20 + 12 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right),$$

onde x representa o mês do ano, sendo x=1 associado ao mês de janeiro, x=2 ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até x=12 associado ao mês de dezembro.

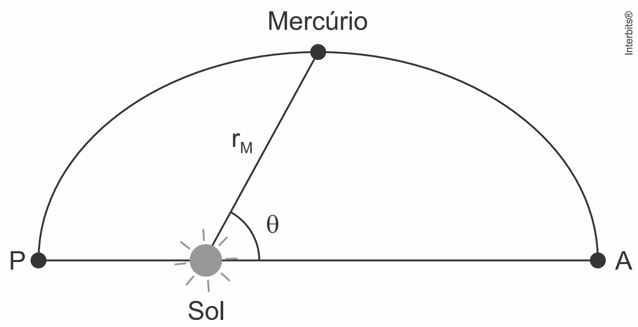
Na safra, o mês de produção mínima desse produto é

Ⓐ janeiro.
Ⓑ abril.
Ⓒ junho.
Ⓓ outubro.
Ⓔ dezembro.

Questão 28

(UERJ_2019_Adaptada)

Considere a representação abaixo, de metade da órbita do planeta Mercúrio em torno do Sol. A distância r_M entre o Sol e Mercúrio varia em função do ângulo θ, sendo $0^o \leq \theta \leq 180^o$.



Para o cálculo aproximado de r_M, em milhões de quilômetros, emprega-se a seguinte fórmula:

$$r_M = \frac{555}{10 - 2 \times \cos\theta}$$

Calcule a distância PA, em milhões de quilômetros é igual a

- **A** 46,250
- **B** 69,375
- **C** 101,750
- **D** 115,625
- **E** 124,875

Questão 29

(Ronaebson)

Um engenheiro de energias renováveis, ao estudar determinada região, constatou que a quantidade de energia solar média semanal Q que atinge a região (em $kcal/cm^2$) pode ser expressa em função do tempo t, em semanas, sendo $t = 0$ o início do experimento, através da função:

$$Q(t) = 380 + 220 \cdot sen\left[2\pi\left(\frac{t-17}{52}\right)\right]$$

A menor quantidade de energia solar gerada, em $kcal/cm^2$, é igual a

- **A** 160 e ocorrerá pela primeira vez na 4ª semana.
- **B** 160 e ocorrerá pela primeira vez na 39ª semana.
- **C** 160 e ocorrerá pela primeira vez na 56ª semana.
- **D** 220 e ocorrerá pela primeira vez na 26ª semana.
- **E** 380 e ocorrerá pela primeira vez na 17ª semana.

Questão 30

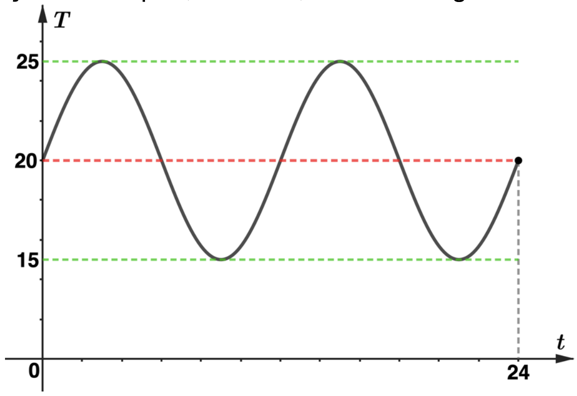
(Ronaebson)

Um gás é mantido a uma pressão constante e tem sua temperatura regulada ao longo de um dia de experimentação de acordo com a função

$$T(t) = a + b \cdot sen(c \cdot t),$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$.

Sabe-se que o gráfico da temperatura T do gás em função do tempo t, em hora, é dado a seguir.



Dado que quando a temperatura do gás marcou 25º o volume do gás era de 50 litros, infere-se que a expressão que modela o volume do gás (em litro) em função do tempo t (em hora) é dada por

- **A** $V(t) = 20 + 5sen\left(\frac{\pi t}{6}\right)$.
- **B** $V(t) = 40 + 10sen\left(\frac{\pi t}{6}\right)$.
- **C** $V(t) = 40 + 10sen\left(\frac{\pi t}{3}\right)$.
- **D** $V(t) = 30 + 10sen\left(\frac{\pi t}{6}\right)$.
- **E** $V(t) = 50 + 10sen\left(\frac{\pi t}{3}\right)$.

Questão 31

(Ronaebson)

Samuel, a partir do solo, observa Ana Júlia numa roda gigante e percebe que a altura H, em metros, de Ana Júlia em relação ao solo, é dada pela função

$$H(t) = 10{,}4 + 6{,}6 \cdot sen\left[\frac{\pi}{24} \cdot (t - 18)\right],$$

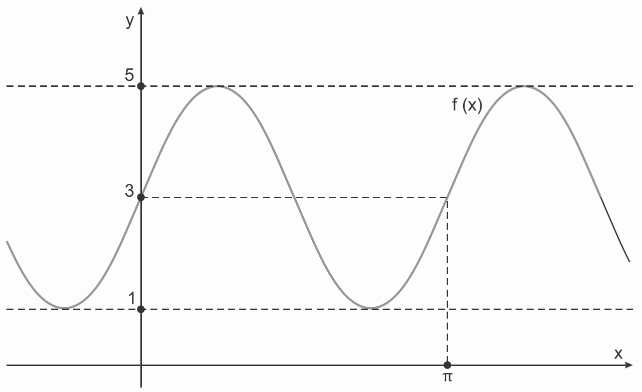
onde o tempo (t) é dado em segundos e a medida angular em radianos.

Assim sendo, a altura máxima e mínima e o tempo gasto para uma volta completa, observados por Samuel, são, respectivamente:

- **A** 10,4 metros; 6,6 metros e 24 segundos.
- **B** 10,4 metros; 6,6 metros e 48 segundos.
- **C** 13,7 metros; 7,1 metros e 48 segundos.
- **D** 17,0 metros; 3,8 metros e 24 segundos.
- **E** 17,0 metros; 3,8 metros e 48 segundos.

Questão 32

Uma onda viajante foi detectada e um esboço de seu comportamento foi registrado em computador, como pode ser visto na figura abaixo.



A onda da figura acima pode ser modelada por uma função real dada por $f(x) = a + b \cdot sen(cx)$, com a, b e c sendo parâmetros reais positivos.

O valor de $a + b + c$ é igual a

Ⓐ 2.
Ⓑ 3.
Ⓒ 4.
Ⓓ 5.
Ⓔ 7.

Questão 33

A atração gravitacional que existe entre a Terra e a Lua provoca, entre outros fenômenos, o da chamada maré astronômica, que se caracteriza pelo periódico aumento e diminuição do nível do mar. Medindo e tabulando essas variações, os estudiosos do assunto podem descrever matematicamente o comportamento do nível do mar em determinado local por meio de uma função. A fórmula a seguir corresponde a medições feitas na cidade de Boston, no dia 10 de fevereiro de 1990.

$$h(t) = 1{,}5 + 1{,}4 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$$

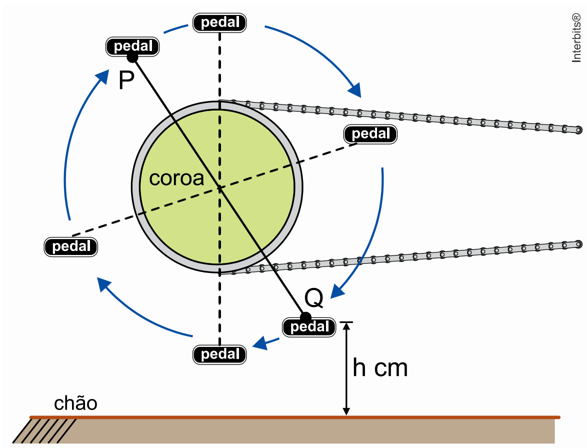
Nessa função, $h(t)$ (em metros) corresponde à altura do nível do mar, e t, ao tempo transcorrido desde a meia-noite (em horas). Com base nessas informações, quantas horas se passaram desde o início da medição até que o nível do mar tenha atingido 2,2 metros pela primeira vez?

Ⓐ 2 horas
Ⓑ 3 horas
Ⓒ 4 horas
Ⓓ 5 horas
Ⓔ 6 horas

Questão 34

(UNESP_2022)

Na figura, $\overline{PQ}$ representa o eixo dos pedais de uma bicicleta. A altura do ponto Q ao chão, em centímetros, é $h = 20 + 10\cos(\pi t)$, em que t é o tempo, em segundos, contado a partir do momento que o ponto Q está no ponto mais distante do chão.



O comprimento do eixo $\overline{PQ}$ é de

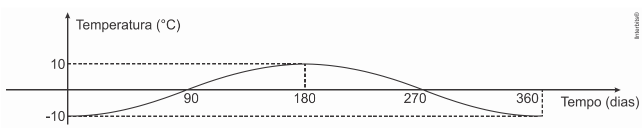
Ⓐ 21 cm.
Ⓑ 18 cm.
Ⓒ 20 cm.
Ⓓ 15 cm.
Ⓔ 12 cm.

Questão 35

Em regiões muito frias, construtores de tubulações utilizam placas isolantes para evitar transferência de calor da tubulação para o solo. No desenvolvimento desse tipo de placa, leva-se em conta a variação da temperatura da região ao longo do ano (360 dias). A variação da temperatura é modelada pela função

$$T(t) = a + b \cdot \cos(ct),$$

sendo t o número de dias e a, b e c são constantes reais e $c > 0$.



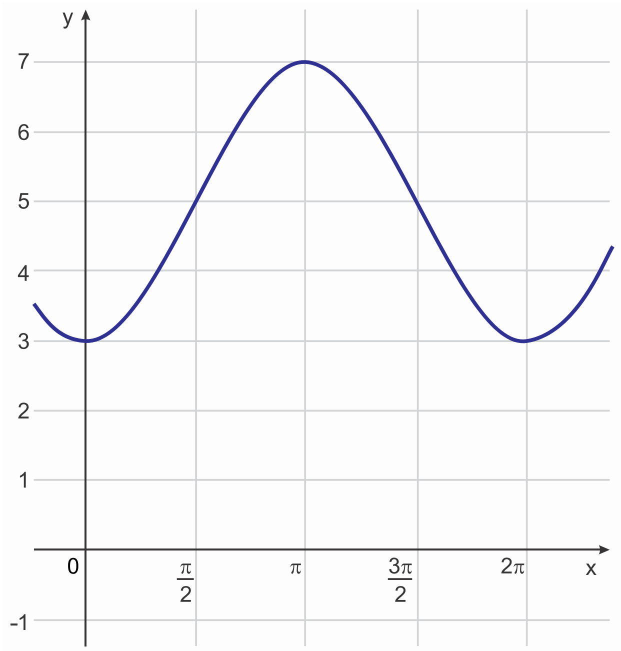
Diante do exposto, a função que que modela a temperatura pode ser representada por

Ⓐ $T(t) = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{180}\right)$.
Ⓑ $T(t) = -10 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{180}\right)$.
Ⓒ $T(t) = 10 + \cos\left(\frac{\pi t}{360}\right)$.
Ⓓ $T(t) = 10 - \cos\left(\frac{\pi t}{180}\right)$.
Ⓔ $T(t) = -10 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{360}\right)$.

Questão 36

(UEA_2024)

Considere o gráfico da função trigonométrica $f(x) = a \cdot \cos x + b$, em que a e b são constantes reais.



O valor de a + b é igual a

- A 3.
- B 4.
- C 5.
- D 7.
- E 10.

Questão 37

(PUC-SP)

Suponha que uma revista publicou um artigo no qual era estimado que, no ano de 2015 + x, com $x \in \{0, 1, 2, \ldots, 9, 10\}$, o valor arrecadado dos impostos incidentes sobre as exportações de certo país, em milhões de dólares, poderia ser obtido pela função

$$f(x) = 250 + 12 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right).$$

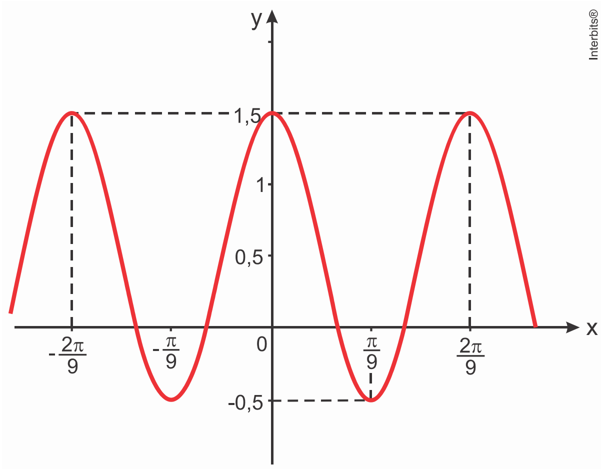
Caso essa previsão se confirme, então, relativamente ao total arrecadado a cada ano considerado, é correto afirmar que:

- A o valor máximo ocorrerá apenas em 2021.
- B atingirá o valor mínimo somente em duas ocasiões.
- C poderá superar 300 milhões de dólares.
- D nunca será inferior a 250 milhões de dólares.

Questão 38

(UPF_2021)

Na figura está representada parte do gráfico da uma função periódica. O período positivo mínimo e a amplitude desta função, respectivamente, são:



- A $\frac{2\pi}{9}$ e 1,5
- B $\frac{2\pi}{9}$ e 2
- C $\frac{\pi}{9}$ e 1
- D $\frac{2\pi}{9}$ e 1
- E $\frac{\pi}{9}$ e 1,5

Questão 39

(UERN)

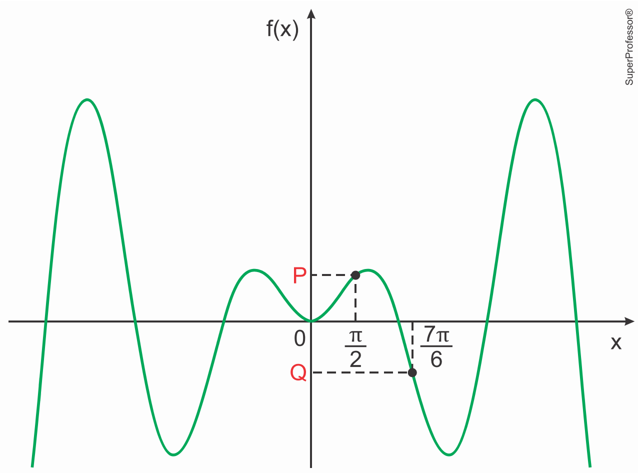
Um determinado inseto no período de reprodução emite sons cuja intensidade sonora oscila entre o valor mínimo de 20 decibéis até o máximo de 40 decibéis, sendo t a variável tempo em segundos. Entre as funções a seguir, aquela que melhor representa a variação da intensidade sonora com o tempo I(t) é

- A $50 - 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$.
- B $30 + 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$.
- C $40 + 20\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$.
- D $60 - 20\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$.

Questão 40

(FCMSCSP_2023)

A figura indica o gráfico da função $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x \cdot sen(x)$, e a abscissa de dois dos seus pontos, cujas ordenadas são P e Q.



Nas condições descritas, P + Q é igual a

Ⓐ $-\frac{\pi}{12}$
Ⓑ $\frac{\pi}{18}$
Ⓒ $-\frac{\pi}{3}$
Ⓓ $-\frac{\pi}{6}$
Ⓔ $-\frac{\pi}{18}$

Questão 41

Há milhares de anos, os homens sabem que a Lua tem alguma relação com as marés. Antes do ano 100 a.C., o naturalista romano Plínio escreveu sobre a influência da Lua nas marés. Mas as leis físicas desse fenômeno não foram estudadas até que o cientista inglês Isaac Newton descobriu a lei da gravitação no século XVII.
As marés são movimentos de fluxo e refluxo das águas dos mares provocados pela atração que a Lua e secundariamente o Sol exercem sobre os oceanos. Qualquer massa de água, grande ou pequena, está sujeita às forças causadoras de maré provindas do Sol e da Lua. Porém é somente no ponto em que se encontram os oceanos e os continentes que as marés têm grandeza suficiente para serem percebidas. As águas dos rios e lagos apresentam subida e descida tão insignificante que a diferença é inteiramente disfarçada por mudanças de nível devidas ao vento e ao estado do tempo.

Extraído de: http://planetario.ufsc.br/mares/ em 26/08/2016.

Sendo a maré representada por uma função periódica, e supondo que a função que descreve melhor o movimento da maré em Salvador - BA é dada pela expressão:

$$A(t) = 1{,}8 + 1{,}2 \cdot sen(0{,}5\pi t + 0{,}8\pi),$$

t é o tempo em horas e $0 \leq t \leq 24$.

Sendo assim, as alturas máxima e mínima da maré descrita pela função $A(t)$ são, respectivamente:

Ⓐ 3,0m e 0,6m.
Ⓑ 3,0m e 0,8m.
Ⓒ 2,5m e 0,6m.
Ⓓ 2,5m e 0,8m.
Ⓔ 2,8m e 0,6m.

Questão 42

(IFPE)

Na cidade de Recife, mesmo que muito discretamente, devido à pequena latitude em que nos encontramos, percebemos que, no verão, o dia se estende um pouco mais em relação à noite e, no inverno, esse fenômeno se inverte.

Já em outros lugares do nosso planeta, devido a grandes latitudes, essa variação se dá de forma muito mais acentuada.
É o caso de Ancara, na Turquia, onde a duração de luz solar L, *em horas,* no dia d do ano, após 21 de março, é dada pela função:

$$L(d) = 12 + 2{,}8 \cdot sen\left[\frac{2\pi}{360} \cdot (d - 80)\right]$$

Determine, em horas, respectivamente, a máxima e a mínima duração de luz solar durante um dia em Ancara.

Ⓐ 12,8 e 12
Ⓑ 14,8 e 9,2
Ⓒ 12,8 e 9,2
Ⓓ 12 e 12
Ⓔ 14,8 e 12

Questão 43

(ESPCEX-AMAN)

A população de peixes em uma lagoa varia conforme o regime de chuvas da região. Ela cresce no período chuvoso e decresce no período de estiagem.
Esta população é descrita pela expressão

$$P(t) = 10^3\left\{\cos\left[\left(\frac{t-2}{6}\right) \cdot \pi\right] + 5\right\}$$

em que o tempo t é medido em meses.
É correto afirmar que

Ⓐ o período chuvoso corresponde a dois trimestres do ano.
Ⓑ a população atinge seu máximo em t=6.
Ⓒ o período de seca corresponde a 4 meses do ano.
Ⓓ a população média anual é de 6.000 animais.
Ⓔ a população atinge seu mínimo em t=4 com 6.000 animais.

Questão 44

(UFSM)

Cerca de 24,3% da população brasileira é hipertensa, quadro que pode ser agravado pelo consumo excessivo de sal. A variação da pressão sanguínea P (em mmHg) de um certo indivíduo é expressa em função do tempo por

$$P(t) = 100 - 20\cos\left(\frac{8\pi}{3}\cdot t\right)$$

onde t é dado em segundos. Cada período dessa função representa um batimento cardíaco.
Analise as afirmativas:

I. A frequência cardíaca desse indivíduo é de 80 batimentos por minuto.
II. A pressão em t=2 segundos é de 110 mmHg.
III. A amplitude da função P(t) é de 30 mmHg,

Está(ão) correta(s)

Ⓐ apenas I.
Ⓑ apenas I e II.
Ⓒ apenas III.
Ⓓ apenas II e III.
Ⓔ I, II e III.

Questão 45

(UCS)

Suponha que, em determinado lugar, a temperatura média diária T, em °C, possa ser expressa, em função do tempo t, em dias decorridos desde o início do ano, por:

$$T(t) = 14 + 12\cdot sen\left[\frac{2\pi(t-105)}{364}\right]$$

Segundo esse modelo matemático, a temperatura média máxima nesse lugar, ocorre, no mês de

Ⓐ julho.
Ⓑ setembro.
Ⓒ junho.
Ⓓ dezembro.
Ⓔ março.

Questão 46

(ACAFE)

Com o objetivo de auxiliar os maricultores a aumentar a produção de ostras e mexilhões, um engenheiro de aquicultura fez um estudo sobre a temperatura da água na região do sul da ilha, em Florianópolis.
Para isso, efetuou medições durante três dias consecutivos, em intervalos de 1 hora. As medições iniciaram às 5 horas da manhã do primeiro dia (t=0) e os dados foram representados pela função periódica

$$T(t) = 24 + 3\cdot\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right),$$

em que t indica o tempo (em horas) decorrido após o início da medição e T(t) a temperatura (em °C) no instante t.

O período da função, o valor da temperatura máxima e o horário em que ocorreu essa temperatura no primeiro dia de observação valem, respectivamente:

Ⓐ 6h, 25,5 °C e 10h.
Ⓑ 12h, 27 °C e 10h.
Ⓒ 12h, 27°C e 15h.
Ⓓ 6h, 25,5°C e 15h.

Questão 47

(UNIOESTE)

Uma loja do ramo de som vende instrumentos musicais e renova todo mês seu estoque de violas em 60 unidades.
A função que aproxima o estoque de violas da loja ao longo do mês é

$$f(x) = 30\left[\cos\left(\frac{\pi x}{30}\right) + 1\right],$$

sendo que *x* é o dia do mês (considerando o mês comercial de 30 dias) e f(x) é o estoque ao final do dia *x*.
Nos termos apresentados, é correto afirmar que

Ⓐ ao final do mês, metade do estoque ainda não foi vendido.
Ⓑ a loja vende metade do seu estoque até o dia 10 de cada mês.
Ⓒ no dia 15 de cada mês, metade do estoque do mês foi vendido.
Ⓓ ao fim do mês, a loja ainda não vendeu todo o estoque de violas.
Ⓔ o estoque em um determinado dia do mês é exatamente metade do estoque do dia anterior.

Questão 48

(UFSM)

Em muitas cidades, os poluentes emitidos em excesso pelos veículos causam graves problemas a toda população. Durante o inverno, a poluição demora mais para se dissipar na atmosfera, favorecendo o surgimento de doenças respiratórias. Suponha que a função $N(x) = 180 - 54\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-1)\right)$ represente o número de pessoas com doenças respiratórias registrado num Centro de Saúde, com x = 1 correspondendo ao mês de janeiro, x = 2, ao mês de fevereiro e assim por diante.
A soma do número de pessoas com doenças respiratórias registrado nos meses de janeiro, março, maio e julho é igual a

Ⓐ 693.
Ⓑ 720.
Ⓒ 747.
Ⓓ 774.
Ⓔ 936.

Questão 49

(INSPER)

Num restaurante localizado numa cidade do Nordeste brasileiro são servidos diversos tipos de sobremesas, dentre os quais sorvetes. O dono do restaurante registrou numa tabela as temperaturas médias mensais na cidade para o horário do jantar e a média diária de bolas de sorvete servidas como sobremesa no período noturno.

mês	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
temperatura média mensal (graus Celsius)	29	30	28	27	25	24	23	24	24	28	30	29
bolas de sorvete	980	1000	960	940	900	880	860	880	880	960	1000	980

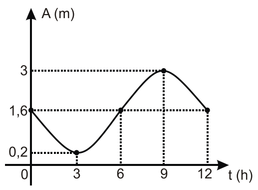
O dono do restaurante percebeu que a temperatura média mensal afeta não apenas a venda de sorvetes, mas o movimento de seu restaurante como um todo. Ele contratou os serviços de uma consultoria especializada em metereologia, que lhe forneceu uma série de fórmulas para prever as temperaturas, dentre elas uma expressão do tipo $T(x) = A + f(Bx + C)$, em que A, B e C são coeficientes que devem ser atualizados no início de cada ano. Abaixo dessa fórmula, havia uma observação, informando que a função *f* deveria modelar as subidas e descidas periódicas da temperatura ao longo do ano.
Das funções a seguir, a única que poderia representar f de modo a conferir-lhe essa propriedade é

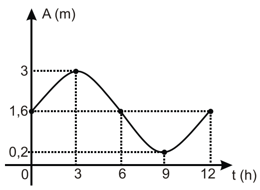
Ⓐ $sen\ (x)$.
Ⓑ $\log(x)$.
Ⓒ x^2.
Ⓓ $\sqrt{x}$.
Ⓔ 2^x.

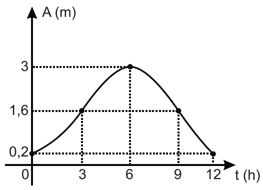
Questão 50

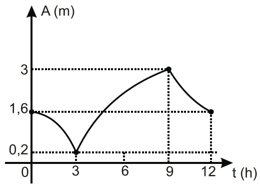
(UFPB)

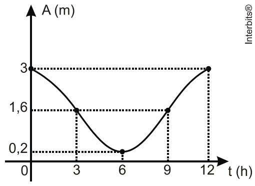
Um especialista, ao estudar a influência da variação da altura das marés na vida de várias espécies em certo manguezal, concluiu que a altura *A* das marés, dada em metros, em um espaço de tempo não muito grande, poderia ser modelada de acordo com a função: $A(t) = 1{,}6 - 1{,}4\ sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$. Nessa função, a variável *t* representa o tempo decorrido, em horas, a partir da meia-noite de certo dia.
Nesse contexto, conclui-se que a função *A*, no intervalo [0,12], está representada pelo gráfico:

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


Ⓔ


Questão 51

(UCS)

Suponha que o deslocamento de uma partícula sobre uma corda vibrante seja dado pela equação

$$s(t) = 10 + \frac{1}{4} sen(10\pi t),$$

em que t é o tempo, em segundos, após iniciado o movimento, e s, medido em centímetros, indica a posição.
Meio segundo após iniciado o movimento da corda, qual é, em cm, o afastamento da partícula da posição de repouso?

Ⓐ 0
Ⓑ 0,125
Ⓒ 0,25
Ⓓ 10
Ⓔ 10,25

Questão 52

(UFSM)

Em determinada cidade, a concentração diária, em gramas, de partículas de fósforo na atmosfera é medida pela função

$$C(t) = 3 + 2sen\left(\frac{\pi t}{6}\right),$$

em que t é a quantidade de horas para fazer essa medição.

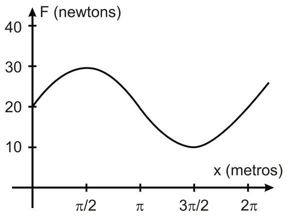
O tempo mínimo necessário para fazer uma medição que registrou 4 gramas de fósforo é de

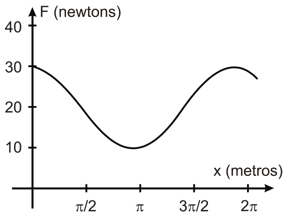
Ⓐ 1/2 hora.
Ⓑ 1 hora.
Ⓒ 2 horas.
Ⓓ 3 horas.
Ⓔ 4 horas.

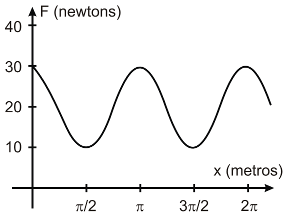
Questão 53

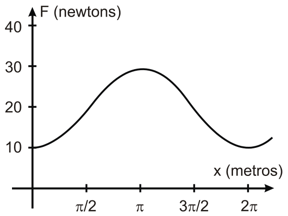
(UCS)

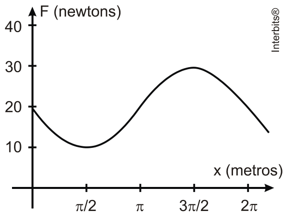
Para colocar um objeto em movimento e deslocá-lo sobre uma trajetória retilínea por x metros, é necessário aplicar uma força de $20 + 10 \cdot sen(x)$ newtons sobre ele.
Em qual dos gráficos abaixo, no intervalo [0, 3], está representada a relação entre a força aplicada e a distância, quando o objeto é deslocado até 3 metros?

A 

B 

C 

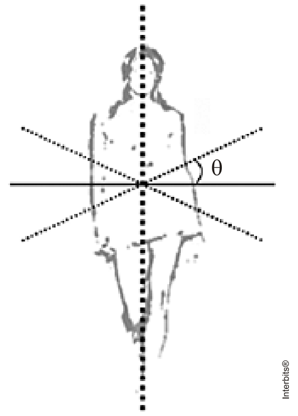
D 

E 

Questão 54

(UEPA)

Os desfiles de moda parecem impor implicitamente tanto o "vestir-se bem" quanto o "ser bela" definindo desse modo padrões de perfeição. Nesses desfiles de moda, a rotação pélvica do andar feminino é exagerada quando comparada ao marchar masculino, em passos de igual amplitude. Esse movimento oscilatório do andar feminino pode ser avaliado a partir da variação do ângulo θ conforme ilustrado na figura abaixo, ao caminhar uniformemente no decorrer do tempo (t).



(Fonte: http://www.google.com.br/search?hl=PT
Acesso em 9 de setembro de 2011 – Texto adaptado)

Um modelo matemático que pode representar esse movimento oscilatório do andar feminino é dado por:

$$\theta(t) = \frac{\pi}{10}\cos\left(\frac{4\pi}{3}t\right).$$

Nestas condições, o valor de $\theta\left(\frac{3}{2}\right)$ é:

A $\pi/8$
B $\pi/10$
C $\pi/12$
D $\pi/18$
E $\pi/20$

Questão 55

(FGV-RJ)

A previsão mensal da venda de sorvetes para 2012, em uma sorveteria, é dada por

$$P = 6000 + 50x + 2000\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right),$$

em que *P* é o número de unidades vendidas no mês *x* ; *x* = 0 representa janeiro de 2012, *x* = 1 representa fevereiro de 2012, *x* = 2 representa março de 2012 e assim por diante.

Se essas previsões se verificarem, em julho haverá uma queda na quantidade vendida, em relação a março, de aproximadamente:

A 39,5%
B 38,5%
C 37,5%
D 36,5%
E 35,5%

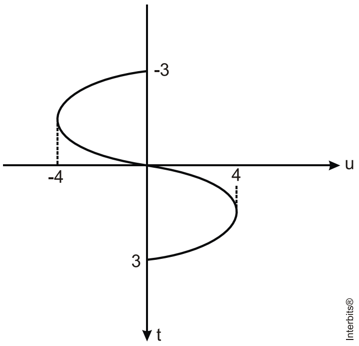
Questão 56

(UFSM)

O início da década de oitenta foi marcado por um estilo que ficou conhecido como *new wave*. Um grande sucesso dessa época foi a música *Safety Dance* do grupo canadense *Men Without Hats*. No videoclipe damúsica, ambientado num cenário medieval, um casal dança ao som da música e, no refrão "*Oh Well the safety dance, ah yes the safety dance*", forma com os braços a letra S, inicial de *Safety*.

Essa representação ficou sendo a marca registrada do sucesso alcançado. Alguns programas e séries da TV atual apresentaram a sua versão para o *Safety Dance*. Nas figuras a seguir, estão representadas a versão original, a versão da série animada *Uma família da pesada* e a versão da série *Glee*.

Considere que o programa de computador que gerou as imagens da série *Uma família da pesada* tenha utilizado o gráfico de uma senoide $u(t) = A\ sen\ (wt)$ para o posicionamento dos braços do personagem como mostra a figura a seguir.



Afirma-se, então:

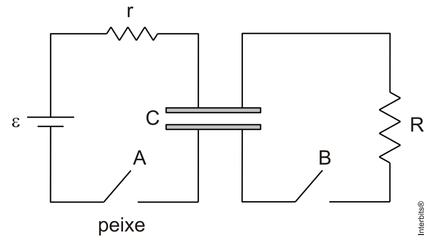
I. A amplitude é A = 4.
II. O período da função u(t) é 3.
III. A frequência angular é $\omega = \pi$.

Está(ão) correta(s)

A) apenas I.
B) apenas II.
C) apenas I e III.
D) apenas II e III.
E) I, II e III.

Questão 57

(UNB)



O circuito elétrico ilustrado acima permite modelar a descarga elétrica produzida por um peixe elétrico. Esse circuito é formado por uma *fem* ε, um capacitor de capacitância *C* e uma resistência interna *r*. A parte externa é representada pelo capacitor ligado a um resistor de resistência *R*, o qual representa um objeto que eventualmente sofre uma descarga do peixe elétrico. Quando a chave *A* é fechada, o capacitor carrega-se, se estiver descarregado. Nesse caso, a carga *q* armazenada no capacitor em função do tempo é dada por

$$q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{rC}}\right).$$

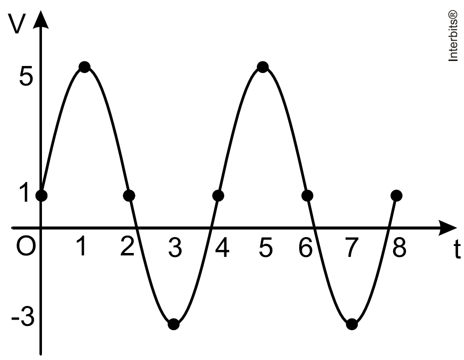
O capacitor, quando está completamente carregado, com a chave *A* aberta e a chave *B* fechada, descarrega-se. Nesse caso, a carga *q* armazenada no capacitor, em função do tempo, é expressa por

$$q(t) = C\varepsilon e^{-\frac{t}{rC}}.$$

Considere que a *fem* do circuito em questão seja dada pela função

$$V = V(t) = \alpha \cdot sen(\beta t) + \gamma,$$

$0 \le t \le 8$, cujo gráfico é ilustrado abaixo .



Nesse caso, o valor de $\alpha \times \beta \times \gamma$ é igual a

A) $\frac{\pi}{2}$.
B) π.
C) $\frac{3\pi}{2}$.
D) 2π.

Questão 58

(PUC-RS)

Arquimedes,candidato a um dos cursos da Faculdade de Engenharia, visitou a PUCRS para colher informações. Uma das constatações que fez foi a de que existe grande proximidade entre Engenharia e Matemática.

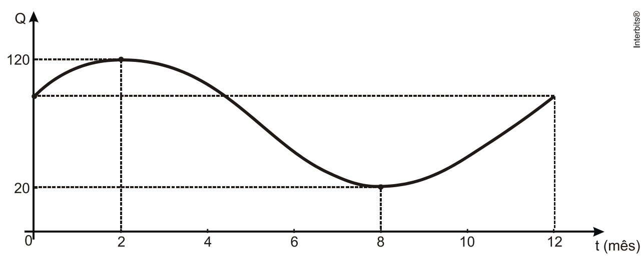
Os fenômenos gerados por movimentos oscilatórios são estudados nos cursos da Faculdade de Engenharia. Sob certas condições, a função $y = 10\cos(4t)$ descreve o movimento de uma mola, onde **y** (medido em cm) representa o deslocamento da massa a partir da posição de equilíbrio no instante **t** (em segundos).

Assim, o período e a amplitude desse movimento valem, respectivamente,

A) $\frac{\pi}{2}\ s\ e\ 10\ cm.$
B) $2\pi\ s\ e\ 20\ cm.$
C) $\frac{\pi}{4}\ s\ e\ 10\ cm.$
D) $\frac{\pi}{4}\ s\ e\ 20\ cm.$
E) $\frac{\pi}{2}\ s\ e\ 20\ cm.$

Questão 59

(UFSM)



O gráfico mostra a quantidade de animais que uma certa área de pastagem pode sustentar ao longo de 12 meses. Propõe-se a função

$$Q(t) = a \cdot sen\,(b + ct) + d$$

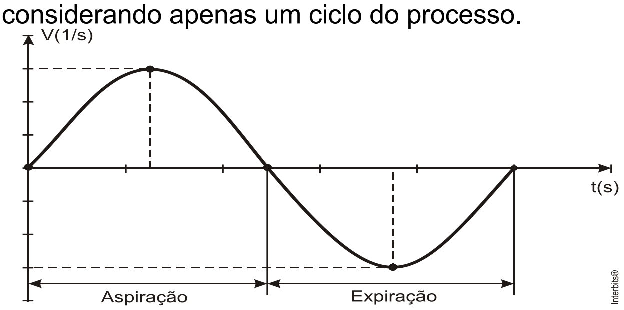
para descrever essa situação. De acordo com os dados, Q(0) é igual a

A) 100.
B) 97.
C) 95.
D) 92.
E) 90.

Questão 60

(UNESP)

Em situação normal, observa-se que os sucessivos períodos de aspiração e expiração de ar dos pulmões em um indivíduo são iguais em tempo, bem como na quantidade de ar inalada e expelida. A velocidade de aspiração e expiração de ar dos pulmões de um indivíduo está representada pela curva do gráfico, considerando apenas um ciclo do processo.



Sabendo-se que, em uma pessoa em estado de repouso, um ciclo de aspiração e expiração completo ocorre a cada 5 segundos e que a taxa máxima de inalação e exalação, em módulo, é 0,6 1/s, a expressão da função cujo gráfico mais se aproxima da curva representada na figura é:

A) $V(t) = \frac{2\pi}{5} sen\left(\frac{3}{5}t\right).$
B) $V(t) = \frac{3}{5} sen\left(\frac{5}{2\pi}t\right).$
C) $V(t) = 0{,}6\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right).$
D) $V(t) = 0{,}6\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{5}t\right).$
E) $V(t) = \frac{5}{2\pi}\cos(06 \cdot t).$

Questão 61

(PUC-RS)

Um terremoto de magnitude 8 graus da escala Richter atingiu, em setembro de 2009, a região de Samoa. O terremoto causou ondas de até 3 metros. A maré alta neste local ocorreu à meia-noite.

Suponha que o nível de água na maré alta era de 3 metros; mais tarde, na maré baixa, era de 3 cm.

Supondo que a próxima maré alta seja exatamente ao meio-dia e que a altura da água é dada por uma curva seno ou cosseno, qual das alternativas a seguir corresponde à fórmula para o nível da água na região em função do tempo?

A) $1{,}515 + 1{,}485.\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
B) $1{,}515 + 1{,}485.\,sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
C) $1{,}485.\,cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
D) $1{,}485.\,sen\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
E) $1{,}485 + 1{,}515.\cos(\pi t)$

Questão 62

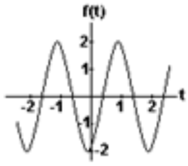
(UFF)

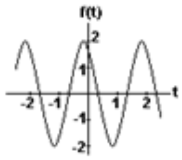
Nas comunicações, um sinal é transmitido por meio de ondas senoidais, denominadas ondas portadoras.

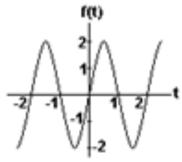
Considere a forma da onda portadora modelada pela função trigonométrica

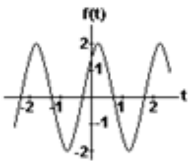
$$f(t) = 2 \cdot sen\left[3t - \frac{\pi}{3}\right], t \in \mathbb{R}$$

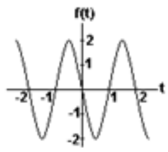
Pode-se afirmar que o gráfico que melhor representa f(t) é:

A 

B 

C 

D 

E 

Gabarito _ Funções Trigonométricas
Hora de Praticar
Funções Trigonométricas

Questão	Alternativa		Questão	Alternativa
01	A		32	E
02	D		33	A
03	B		34	C
04	A		35	B
05	D		36	A
06	C		37	B
07	C		38	D
08	A		39	B
09	D		40	A
10	C		41	A
11	D		42	B
12	B		43	A
13	A		44	B
14	A		45	A
15	D		46	C
16	C		47	C
17	B		48	B
18	A		49	A
19	A		50	A
20	C		51	A
21	A		52	B
22	D		53	A
23	B		54	B
24	B		55	A
25	C		56	A
26	D		57	D
27	B		58	A
28	D		59	C
29	A		60	D
30	B		61	A
31	E		62	A

RESOLUÇÃO DE TRIÂNGULOS QUAISQUER

RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

Resolução de Triângulos Quaisquer

Lei dos Cossenos

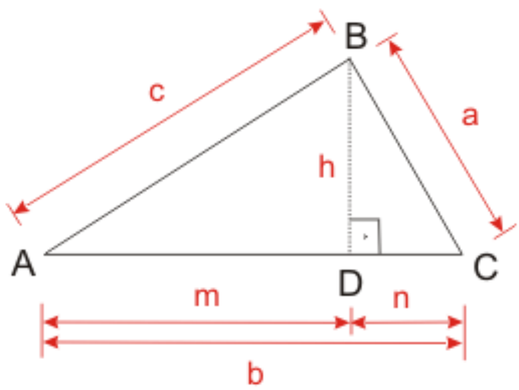
Em qualquer triângulo, o quadrado de um dos lados é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados, menos o dobro do produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo formado entre eles.

A saber:

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\hat{A}}$$
$$\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\hat{B}}$$
$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\hat{C}}$$

Demonstração

Considerando a figura, podemos observar três triângulos: ABC, BCD e BAD.



Destes, pode-se extrair as seguintes relações:

$$b = n + m$$
e
$$m = c \cdot \cos\hat{A}$$

Usando o Teorema de Pitágoras para obter uma relação entre os lados dos triângulos, temos:

- Para BCD: $a^2 = n^2 + h^2$
- Para BAD: $c^2 = m^2 + h^2$

Substituindo $n = b - m$ e $h^2 = c^2 - m^2$ em $a^2 = n^2 + h^2$, temos

$$a^2 = (b - m)^2 + c^2 - m^2$$

$$a^2 = b^2 - 2b \cdot m + m^2 + c^2 - m^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot m$$

Entretanto, pode-se substituir a relação $m = c \cdot \cos\hat{A}$, do triângulo BAD, na equação acima. Dessa maneira, encontra-se uma expressão geral da Lei dos cossenos:

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos\hat{A}}$$

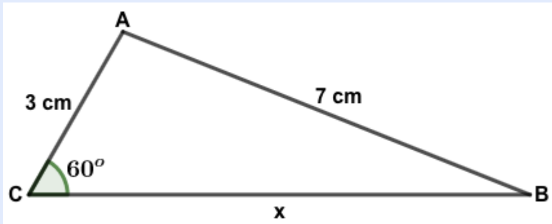
Da mesma forma, pode-se demonstrar as demais relações:

$$\boldsymbol{b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos\hat{B}}$$
$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos\hat{C}}$$

Aplicação

A Lei dos Cossenos permite calcular o comprimento de um lado de qualquer triângulo conhecendo o comprimento dos demais lados e a medida do ângulo oposto a esse. Ela também permite calcular todos os ângulos de um triângulo, desde que se saiba o comprimento de todos os lados.

Problema 01: Utilizando a lei dos cossenos, determine a medida do lado $\overline{BC}$ no triângulo a seguir:



Solução:

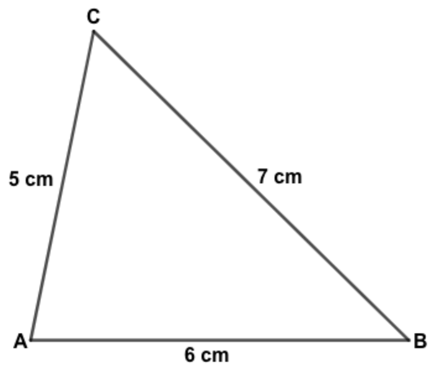
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\hat{A}$$
$$7^2 = x^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos 60^o = x^2 + 9 - 6 \cdot x \cdot 0{,}5$$
$$49 = x^2 + 9 - 3x$$
$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

Aplicando o método resolutivo da equação do 2º grau, temos: x' = 8 e x" = – 5, por se tratar de medidas, descartamos x" = –5 e utilizamos x' = 8.
Então o valor de x no triângulo é 8 cm.

Problema 02: Em um triângulo ABC, temos as seguintes medidas: AB = 6 cm, AC = 5 cm e BC = 7 cm.
Determine a medida do ângulo $\hat{A}$.

Solução:

Vamos construir o triângulo com as medidas fornecidas no exercício.

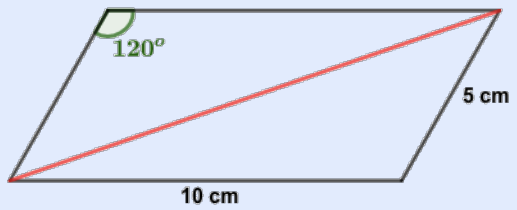


Aplicando a lei dos cossenos para $a = 7$, $b = 6$ e $c = 5$, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$
$$7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos \hat{A}$$
$$49 = 36 + 25 - 60 \cdot \cos \hat{A}$$
$$49 - 36 - 25 = -60 \cdot \cos \hat{A}$$
$$-12 = -60 \cdot \cos \hat{A}$$
$$12 = 60 \cdot \cos \hat{A}$$
$$\frac{12}{60} = \cos \hat{A}$$
$$\cos \hat{A} = 0{,}2$$

O ângulo que possui cosseno com valor aproximado de 0,2 mede 78º.

Problema 03: Calcule a medida da maior diagonal do paralelogramo da figura a seguir, utilizando a lei dos cossenos.



$$\cos 120^o = -\cos(180^o - 120^o) = -\cos 60^o = -0{,}5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$
$$x^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot (-\cos 60^o)$$
$$x^2 = 25 + 100 - 100 \cdot (-0{,}5)$$
$$x^2 = 125 + 50$$
$$x^2 = 175$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{175}$$
$$x = \sqrt{5^2 \cdot 7}$$
$$x = 5\sqrt{7}$$

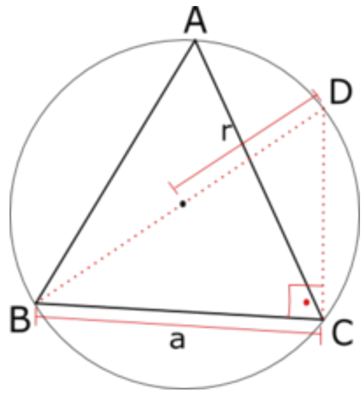
Lei dos Senos

Em qualquer triângulo, a medida de um lado é sempre proporcional ao seno do ângulo oposto a ele, além disso, a constante de proporcionalidade é igual ao diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo.

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} = 2r$$

Demonstração:

Para demonstrar a lei dos senos, tomamos um triângulo *ABC* qualquer inscrito em uma circunferência de raio *r*. A partir do ponto *B* pode-se encontrar um ponto diametralmente oposto *D*, e, ligando *D* a *C*, formamos um novo triângulo *BCD* retângulo em *C*.



Da figura, podemos perceber também que $\hat{A} = \hat{D}$, porque determinam na circunferência uma mesma corda $\overline{BC}$. Desta forma, podemos relacionar:

$$sen\hat{D} = \frac{a}{2r}$$

$$a = 2r \cdot sen\hat{A}$$

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = 2r$$

Fazendo todo este mesmo processo para os ângulos $\hat{B}$ e $\hat{C}$, teremos as relações:

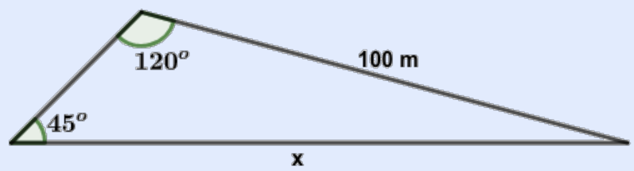
$$\frac{b}{sen\hat{B}} = 2r \quad e \quad \frac{c}{sen\hat{C}} = 2r$$

Em que *b* é a medida do lado *AC*, oposto a $\hat{B}$, *c* é a medida do lado *AB*, oposto a $\hat{C}$, e *2r* é uma constante.

Logo, podemos concluir que:

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}} = 2r$$

Problema 04: Determine o valor de x no triângulo a seguir.



Solução:

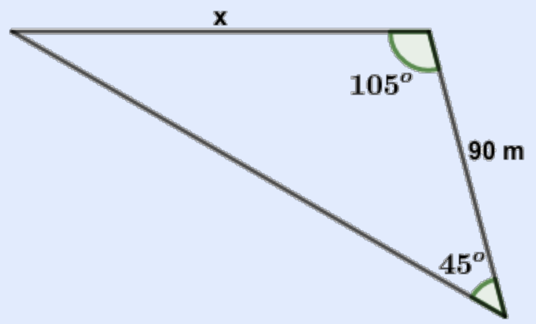
$$sen120^o = sen(180^o - 120^o) = sen60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$sen45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x}{sen60^o} = \frac{100}{sen45^o} \Longrightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{100}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Longrightarrow x = \frac{100\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$x = 50\sqrt{6}\,m$$

Problema 05: No triângulo a seguir temos dois ângulos, um medindo 45º, outro medindo 105º, e um dos lados medindo 90 metros. Com base nesses valores determine a medida de x.



Solução:

Para determinarmos a medida de x no triângulo devemos utilizar a lei dos senos, mas para isso precisamos descobrir o valor do terceiro ângulo do triângulo.

Para tal cálculo utilizamos a seguinte definição: a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º.

Portanto:

$$\alpha + 105^o + 45^o = 180^o$$
$$\alpha + 150^o = 180^o$$
$$\alpha = 180^o - 150^o$$
$$\alpha = 30^o$$

Aplicando a lei dos senos:

$$\frac{x}{sen45^o} = \frac{90}{sen30^o}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{90}{\frac{1}{2}} \implies x = 90\sqrt{2}$$

Síntese de Clairaut

Considere um triângulo de lados a, b e c, com a sendo o maior lado, da lei dos cossenos, temos:

- $a^2 < b^2 + c^2 \implies \Delta ABC$ é um Triângulo Acutângulo
- $a^2 = b^2 + c^2 \implies \Delta ABC$ é um Triângulo Retângulo
- $a^2 > b^2 + c^2 \implies \Delta ABC$ é um Triângulo Obtusângulo

Hora de Praticar

Questão 01

(Ronaebson)

Para aumentar a segurança da sala da diretoria, um alarme foi instalado de modo que um dos sensores ficará no ponto A (na quina superior da porta) e o outro sensor ficará no ponto B (na parte inferior do suporte da porta).

Sabe-se que a porta tem 1m de largura e 2m de altura e que o alarme dispara quando a distância entre os sensores igual ou superior a $\sqrt{5}\,m$.

O alarme irá disparar quando o ângulo de aberturar for no mínimo

Ⓐ 20º.
Ⓑ 30º.
Ⓒ 45º.
Ⓓ 60º.
Ⓔ 90º.

Questão 02

Uma vidraçaria coleta pedaços planos de vidro, tanto para reciclagem – no caso dos pedaços pequenos –, quanto para manufatura de vitrais – no caso dos pedaços maiores. Um dos pedaços coletados possui a forma de um triângulo que tem um dos ângulos internos com medida igual a 30° e as medidas dos lados adjacentes a esse ângulo com medidas iguais a 36 cm e 40 cm.

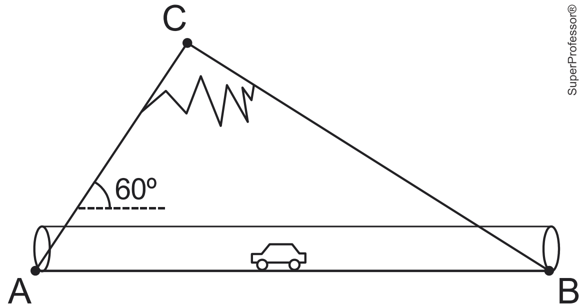
Assim, a superfície desse pedaço triangular de vidro possui área igual a

Ⓐ $240\sqrt{3}\,cm^2$
Ⓑ 360 cm²
Ⓒ $360\sqrt{3}\,cm^2$
Ⓓ 720 cm²
Ⓔ $720\sqrt{3}\,cm^2$

Questão 03

(UNIOESTE_2023)

Um túnel corta uma montanha em linha reta do ponto A até o ponto B medindo 8 km.
Um alpinista decidiu escalar essa montanha pelo lado mais inclinado, indo do ponto A até o cume no ponto C, conforme a figura. A subida tem uma inclinação de 60° e a distância percorrida foi de 3 km. Na descida ele fez o caminho de C até B. Supondo que os caminhos percorridos pelo alpinista foram em linha reta, é CORRETO afirmar que a distância entre C e B é:

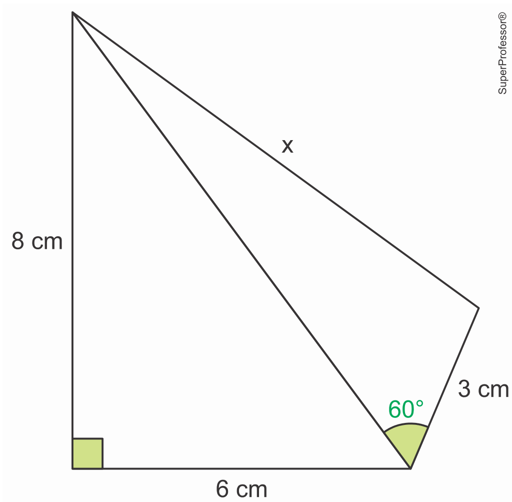


- **A** $11\ km$
- **B** $\sqrt{97}\ km$
- **C** $\sqrt{63}\ km$
- **D** $7\ km$
- **E** $5\ km$

Questão 04

(UEA-SIS_2023)

Um triângulo retângulo tem catetos de medidas 6 cm e 8 cm e sua hipotenusa é o lado de um triângulo em que os outros lados medem 3 cm e x, conforme mostra a figura.



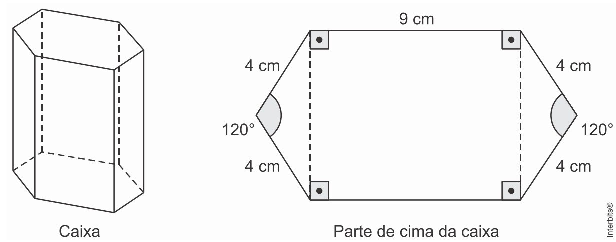
Dado que o cos 60° = 0,5, o valor de x é

- **A** $\sqrt{59}\ cm$
- **B** $\sqrt{79}\ cm$
- **C** $\sqrt{99}\ cm$
- **D** $\sqrt{109}\ cm$
- **E** $\sqrt{139}\ cm$

Questão 05

(CP2)

Certo fabricante vende biscoitos em forma de canudinhos recheados, de diversos sabores. A caixa em que esses biscoitos são vendidos tem a forma de um prisma hexagonal. A parte de cima dessa caixa tem a forma de um hexágono, com as medidas indicadas na figura:



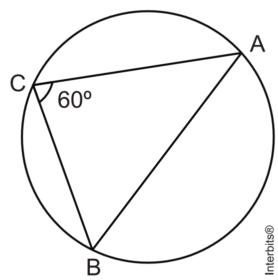
Considerando a aproximação racional 1,7 para o valor de $\sqrt{3}$, a área da parte de cima dessa caixa, em centímetros quadrados, mede

- **A** 49,6.
- **B** 63,2.
- **C** 74,8.
- **D** 87,4.

Questão 06

(UFJF)

Uma praça circular de raio *R* foi construída a partir da planta a seguir:



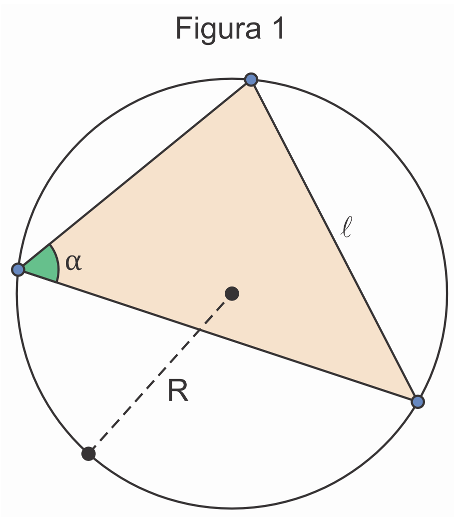
Os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$ simbolizam ciclovias construídas no interior da praça, sendo que $AB = 80m$. De acordo com a planta e as informações dadas, é CORRETO afirmar que a medida de *R* é igual a:

- **A** $\frac{160\sqrt{3}}{3}$
- **B** $\frac{80\sqrt{3}}{3}$
- **C** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$
- **D** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$
- **E** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

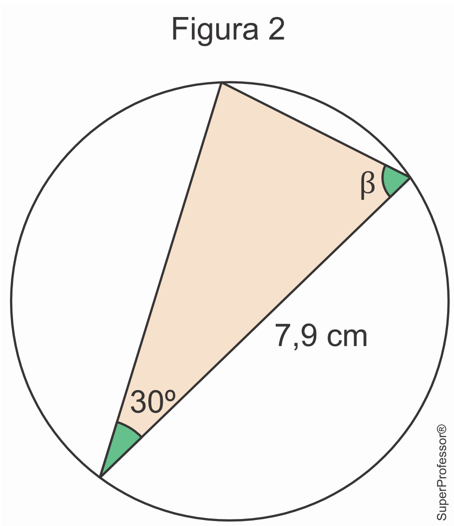
Questão 07

(UEA_2024)

Considere que em uma circunferência de raio R está inscrito um triângulo que tenha um ângulo de medida α oposto a um lado do triângulo de medida ℓ, conforme figura 1. A lei dos senos afirma que $\ell = 2R \cdot \text{sen}\,\alpha$.



Um triângulo que tem um lado de medida aproximadamente igual a 7,9 cm está inscrito em uma circunferência de raio 4 cm, conforme mostra a figura 2.



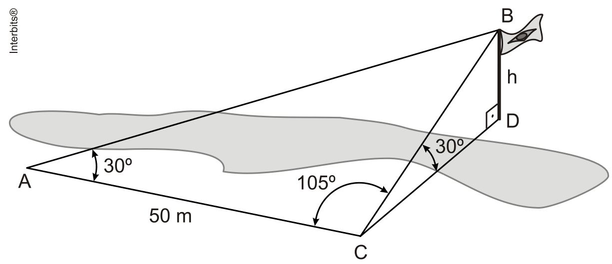
Sabendo que, $sen\ \beta = \frac{15}{16}$ o perímetro do triângulo da figura 2 é, aproximadamente,

- A 19 cm.
- B 19,4 cm.
- C 19,9 cm.
- D 20,5 cm.
- E 21 cm.

Questão 08

(UNESP)

Uma pessoa se encontra no ponto A de uma planície, às margens de um rio e vê, do outro lado do rio, o topo do mastro de uma bandeira, ponto B. Com o objetivo de determinar a altura h do mastro, ela anda, em linha reta, 50 m para a direita do ponto em que se encontrava e marca o ponto C. Sendo D o pé do mastro, avalia que os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{C}D$ valem 30°, e o $A\hat{C}B$ vale 105°, como mostra a figura:



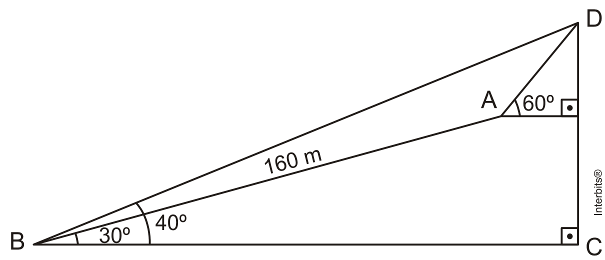
- A 12,5.
- B $12{,}5\sqrt{2}$.
- C 25,0.
- D $25{,}0\sqrt{2}$.
- E 35,0.

Questão 09

(CFTMG)

Um grupo de escoteiros pretende escalar uma montanha até o topo, representado na figura abaixo pelo ponto D, visto sob ângulos de 40° do acampamento B e de 60° do acampamento A.

Dado: $sen20^o = 0{,}342$



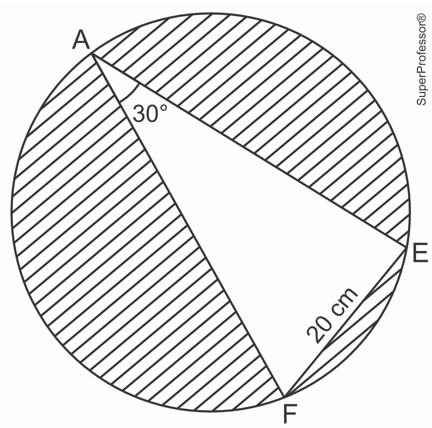
Considerando que o percurso de 160 m entre A e B e realizado segundo um angulo de 30° em relação a base da montanha, então, a distância entre B e D, em m, e de, aproximadamente,

- A 190.
- B 234.
- C 260.
- D 320.

Questão 10

(Fac. Einstein_2023)

FAE é um triângulo, de área 370 cm^2, que está inscrito em uma circunferência, com FE = 20 cm e ângulo $F\hat{A}E$ de medida igual a 30°, como mostra a figura.



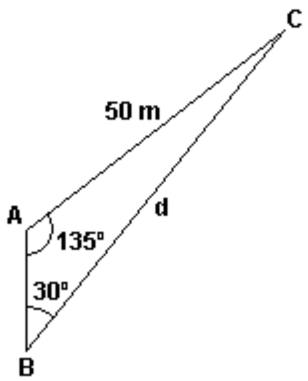
Considerando $\pi = 3{,}14$, a área da região hachurada da figura é igual a

- Ⓐ 886 cm^2.
- Ⓑ 4654 cm^2.
- Ⓒ 2658 cm^2.
- Ⓓ 1108 cm^2.
- Ⓔ 924 cm^2.

Questão 11

(UFSM)

Na instalação das lâmpadas de uma praça de alimentação, a equipe necessitou calcular corretamente a distância entre duas delas, colocadas nos vértices B e C do triângulo, segundo a figura.



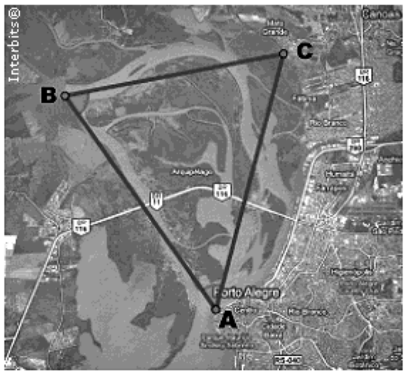
Assim, a distância "*d*" é

- Ⓐ $50\sqrt{2}\,m$
- Ⓑ $\frac{50\sqrt{6}}{3}\,m$
- Ⓒ $50\sqrt{3}\,m$
- Ⓓ $25\sqrt{6}\,m$
- Ⓔ $50\sqrt{6}\,m$

Questão 12

(UFSM)

A figura a seguir apresenta o delta do rio Jacuí, situado na região metropolitana de Porto Alegre. Nele se encontra o parque estadual Delta do Jacuí, importante parque de preservação ambiental. Sua proximidade com a região metropolitana torna-o suscetível aos impactos ambientais causados pela atividade humana.



http://maps.google.com.br

A distância do ponto B ao ponto C é de 8 km, o ângulo $\hat{A}$ mede 45° e o ângulo $\hat{C}$ mede 75°.

Uma maneira de estimar quanto do Delta do Jacuí está sob influência do meio urbano é dada pela distância do ponto A ao ponto C. Essa distância, em km, é

- Ⓐ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$
- Ⓑ $4\sqrt{6}$
- Ⓒ $8\sqrt{2} + \sqrt{3}$
- Ⓓ $8\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)$
- Ⓔ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

Questão 13

(UPE-SSA_2017)

João está procurando cercar um terreno triangular que ele comprou no campo. Ele sabe que dois lados desse terreno medem, respectivamente, 10 m e 6 m e formam entre si um ângulo de 120º. O terreno será cercado com três voltas de arame farpado. Se o preço do metro do arame custa R$ 5,00, qual será o valor gasto por João com a compra do arame?

- Ⓐ R$ 300,00
- Ⓑ R$ 420,00
- Ⓒ R$ 450,00
- Ⓓ R$ 500,00
- Ⓔ R$ 520,00

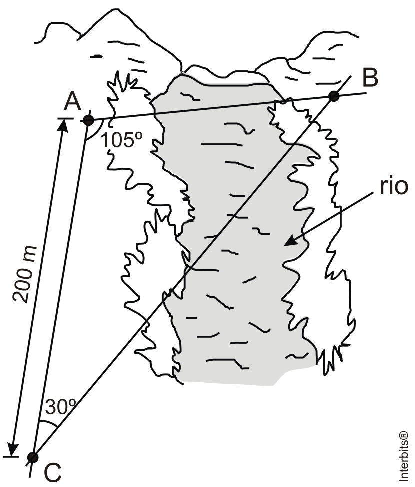
Questão 14

(UFPB)

A prefeitura de certa cidade vai construir, sobre um rio que corta essa cidade, uma ponte que deve ser reta e ligar dois pontos, A e B, localizados nas margens opostas do rio.

Para medir a distância entre esses pontos, um topógrafo localizou um terceiro ponto, C, distante 200*m* do ponto A e na mesma margem do rio onde se encontra o ponto A.

Usando um teodolito (instrumento de precisão para medir ângulos horizontais e ângulos verticais, muito empregado em trabalhos topográficos), o topógrafo observou que os ângulos $B\hat{C}A$ e $C\hat{A}B$ e mediam, respectivamente, 30º e 105º, conforme ilustrado na figura a seguir.



Com base nessas informações, é correto afirmar que a distância, em metros, do ponto A ao ponto B é de:

- **A** $200\sqrt{2}$
- **B** $180\sqrt{2}$
- **C** $150\sqrt{2}$
- **D** $100\sqrt{2}$
- **E** $50\sqrt{2}$

Questão 15

(UFPA)

Considere as seguintes informações:

- De dois pontos A e B, localizados na mesma margem de um rio, avista-se um ponto C, de difícil acesso, localizado na margem oposta;
- Sabe-se que B está distante 1000 metros de A;
- Com o auxílio de um teodolito (aparelho usado para medir ângulos) foram obtidas as seguintes medidas: $B\hat{A}C = 30^\circ$ e $A\hat{B}C = 80^\circ$.

Deseja-se construir uma ponte sobre o rio, unindo o ponto C a um ponto D entre A e B, de modo que seu comprimento seja mínimo. Podemos afirmar que o comprimento da ponte será de aproximadamente

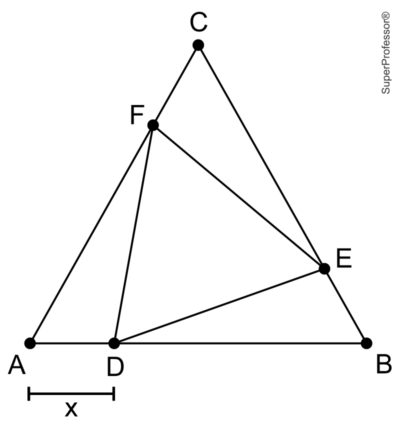
Considere:
sen 80° = 0,985;
sen 70° = 0,940;
cos 80° = 0,174 e
cos 70° = 0,340.

- **A** 524 metros
- **B** 532 metros
- **C** 1048 metros
- **D** 500 metros
- **E** 477 metros

Questão 16

(UFRGS_2023)

Na figura abaixo, o triângulo ABC é equilátero de lado 4. O ponto D pertence ao lado AB, o ponto E pertence ao lado BC, o ponto F pertence ao lado AC, e os segmentos AD, BE e CF têm medida x.



A função A(x) que expressa a área do triângulo equilátero DEF, para $0 \le x \le 4$, é

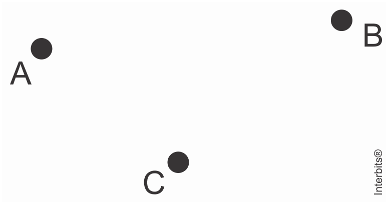
- **A** $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(3x^2 - 6x + 8).$
- **B** $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}(3x^2 + 12x + 16).$
- **C** $A(x) = -\frac{\sqrt{3}}{4}(3x^2 + 12x - 16).$
- **D** $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(3x^2 + 12x + 16).$
- **E** $A(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(3x^2 - 12x + 16).$

Questão 17

(IFSUL)

Em certa cidade, a igreja está localiza no ponto A, a prefeitura no ponto B, e a livraria no ponto C, como mostra os pontos a seguir.

Sabendo-se que a distância da igreja à prefeitura é de 10 metros, a distância da prefeitura à livraria corresponde a 15 metros, e que o ângulo formado por essas duas direções é 60º, a distância da livraria à igreja é

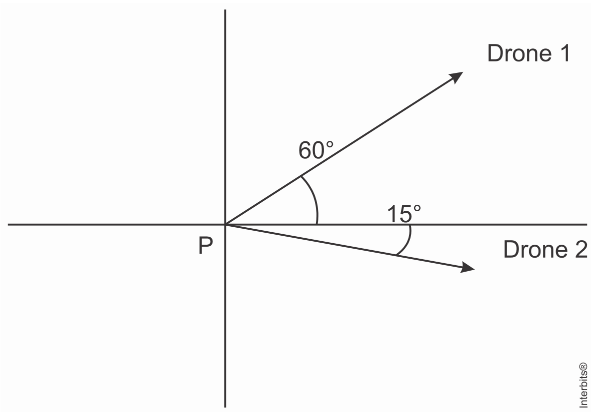


- **A** $17\sqrt{5}\,m$
- **B** $5\sqrt{7}\,m$
- **C** $25\sqrt{7}\,m$
- **D** $7\sqrt{5}\,m$

Questão 18

(UFJF)

Os drones 1 e 2 (veículos aéreos não tripulados) saem em missão de um mesmo ponto geográfico P às 20h. Conforme a figura abaixo, o drone 1 tem sua rota dada na direção 60º nordeste, enquanto o drone 2 tem sua rota dada na direção 15º sudeste. Após 1 minuto, o drone 1 percorreu 1,8 km e o drone 2 percorreu 1 km, ambos em linha reta.



A distância aproximada, considerando $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ aproximadamente 1,4 e 1,7, respectivamente, em quilômetros, entre os dois drones, após 1 minuto, é igual a:

- **A** 1,8 km.
- **B** 2,2 km.
- **C** 2,6 km.
- **D** 3,4 km.
- **E** 4,7 km.

Questão 19

(UFPR)

Dois navios deixam um porto ao mesmo tempo. O primeiro viaja a uma velocidade de 16 km/h em um curso de 45° em relação ao norte, no sentido horário. O segundo viaja a uma velocidade 6 km/h em um curso de 105° em relação ao norte, também no sentido horário.

Após uma hora de viagem, a que distância se encontrarão separados os navios, supondo que eles tenham mantido o mesmo curso e velocidade desde que deixaram o porto?

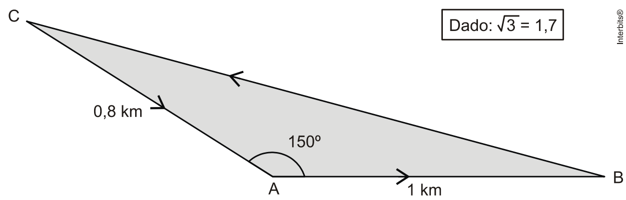
- **A** 10 km.
- **B** 14 km.
- **C** 15 km.
- **D** 17 km.
- **E** 22 km.

Questão 20

(UFSM)

A caminhada é uma das atividades físicas que, quando realizada com frequência, torna-se eficaz na prevenção de doenças crônicas e na melhora da qualidade de vida.

Para a prática de uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A, passa pelos pontos B e C e retorna ao ponto A, conforme trajeto indicado na figura.



Quantos quilômetros ela terá caminhado, se percorrer todo o trajeto?

- **A** 2,29.
- **B** 2,33.
- **C** 3,16.
- **D** 3,50.
- **E** 4,80.

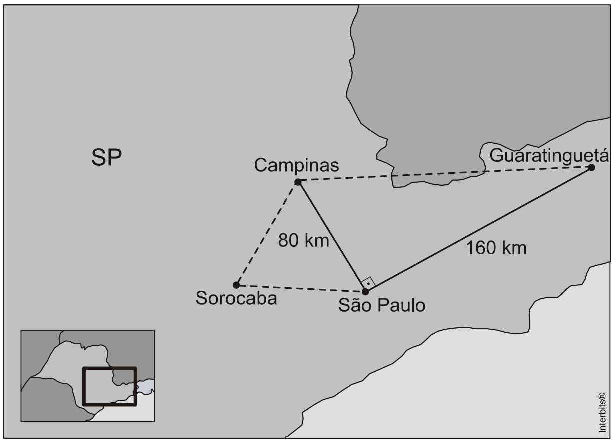
ANOTAÇÕES:

Questão 21

(UNESP)

Um professor de geografia forneceu a seus alunos um mapa do estado de São Paulo, que informava que as distâncias aproximadas em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Campinas e entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Guaratinguetá eram, respectivamente, 80 km e 160 km.
Um dos alunos observou, então, que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Campinas e Sorocaba formavam um triângulo equilátero.

Já um outro aluno notou que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Guaratinguetá e Campinas formavam um triângulo retângulo, conforme mostra o mapa.



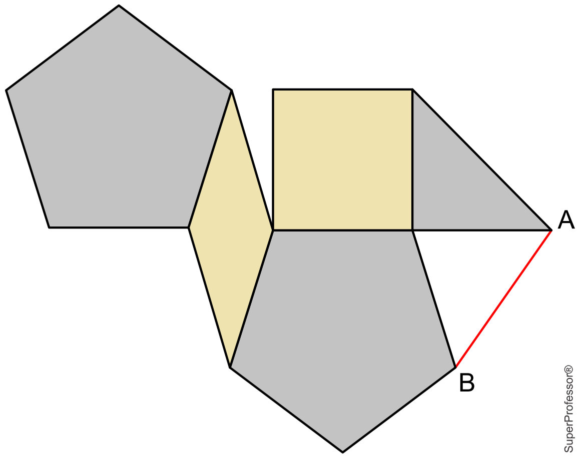
Com essas informações, os alunos determinaram que a distância em linha reta entre os pontos que representam as cidades de Guaratinguetá e Sorocaba, em km, é próxima de

- **A** $80 \cdot \sqrt{2 + 5 \cdot \sqrt{3}}$
- **B** $80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}}$
- **C** $80 \cdot \sqrt{6}$
- **D** $80 \cdot \sqrt{5 + 3 \cdot \sqrt{2}}$
- **E** $80 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{3}}$

Questão 22

(UFMS_2022)

Na figura a seguir, há dois pentágonos regulares, um losango, um quadrado e um triângulo isósceles.



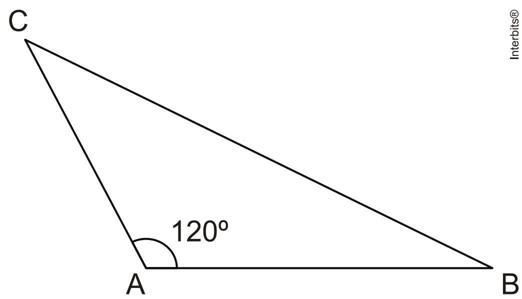
Se um dos lados do losango é 20cm, $\text{sen } 18° = 0{,}36$, o valor do segmento $\overline{AB}$ é:

- **A** $12cm.$
- **B** $16cm.$
- **C** $12\sqrt{2}cm.$
- **D** $16\sqrt{2}cm.$
- **E** $20cm.$

Questão 23

(UFMT)

Na figura estão posicionadas as cidades vizinhas A, B e C, que são ligadas por estradas em linha reta. Sabe-se que, seguindo por essas estradas, a distância entre A e C é de 24 km, e entre A e B é de 36 km.



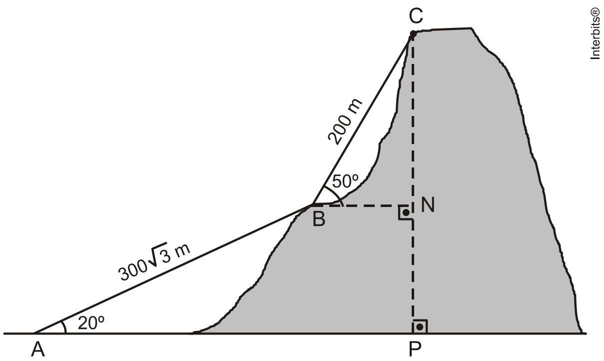
Nesse caso, pode-se concluir que a distância, em km, entre B e C é igual a

- **A** $8\sqrt{17}.$
- **B** $12\sqrt{19}.$
- **C** $12\sqrt{23}.$
- **D** $20\sqrt{15}.$
- **E** $20\sqrt{13}.$

Questão 24

(UFPB)

Para explorar o potencial turístico de uma cidade, conhecida por suas belas paisagens montanhosas, o governo pretende construir um teleférico, ligando o terminal de transportes coletivos ao pico de um morro, conforme a figura a seguir.



Para a construção do teleférico, há duas possibilidades:

- o ponto de partida ficar localizado no terminal de transportes coletivos (ponto A), com uma parada intermediária (ponto B), e o ponto de chegada localizado no pico do morro (ponto C);
- o ponto de partida ficar localizado no ponto A e o de chegada localizado no ponto C, sem parada intermediária.

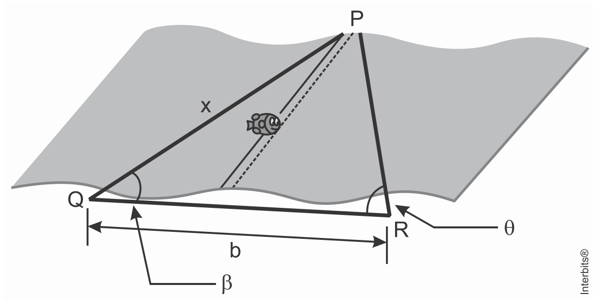
Supondo que $AB = 300\sqrt{3}\,m$, $BC = 200\,m$, $B\hat{A}P = 20^o$ e $C\hat{B}N = 50^o$, é correto afirmar que a distância entre os pontos A e C é de:

A) 700 m
B) 702 m
C) 704 m
D) 706 m
E) 708 m

Questão 25

(PUC_2017)

Um topógrafo deseja medir a distância x de um ponto Q na margem de um rio até um ponto inacessível P na outra margem, conforme a figura. Sabendo-se que ele visualiza o ponto P segundo um ângulo β e, em seguida, ele se desloca uma distância b até o ponto R e observa o ponto P segundo o ângulo θ, a expressão que calcula a distância x é



A) $x = \dfrac{b \operatorname{sen} \theta}{\cos(\beta+\theta)}$

B) $x = \dfrac{b \cos \theta}{\cos(\beta+\theta)}$

C) $x = \dfrac{b \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen}(\beta+\theta)}$

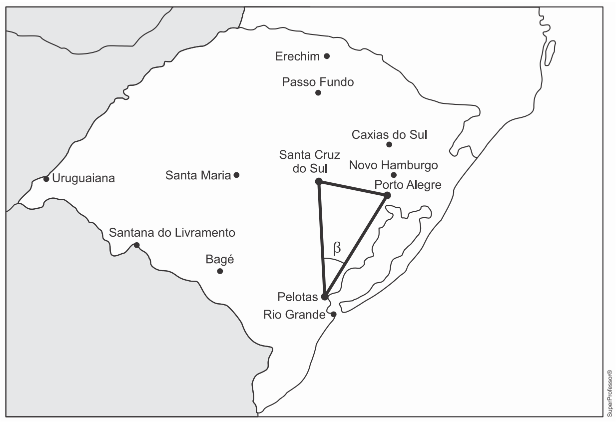
D) $x = \dfrac{b \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg}(\beta+\theta)}$

E) $x = \dfrac{b \operatorname{sen} \beta}{\operatorname{sen}(\beta+\theta)}$

Questão 26

(PUCRS_2021)

Uma empresa gaúcha possui três grandes centros de distribuição nas cidades de Pelotas, Porto Alegre e Santa Cruz do Sul. O transporte de suas cargas é feito por aeronave e o percurso entre as cidades é feito em linha reta, conforme a figura abaixo.



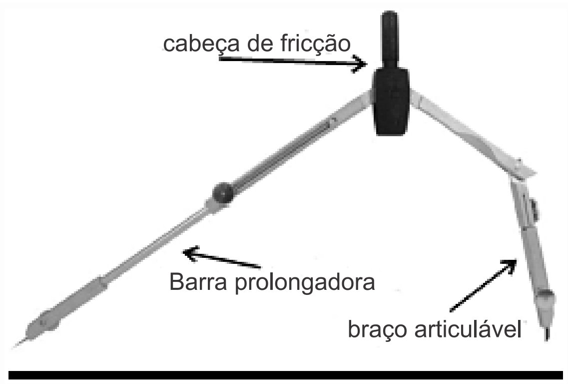
A distância, em linha reta, de Pelotas a Porto Alegre é de 200 km e a distância de Pelotas a Santa Cruz do Sul é de 250 km. Sabendo que a aeronave saiu de Porto Alegre e levou 30 minutos para chegar a Santa Cruz do Sul, qual foi a velocidade média da aeronave, em km/h? Considere $\cos\ \beta \cong 0{,}8$.

A) 100
B) 150
C) 300
D) 350

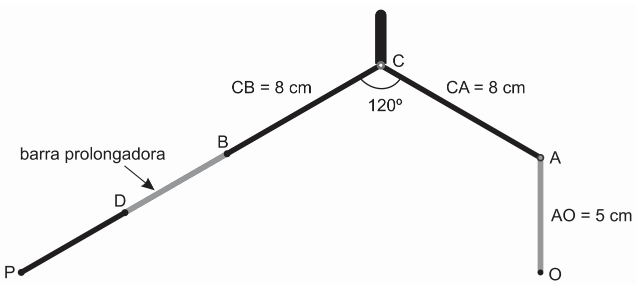
Questão 27

(UFU_2018)

O compasso é um instrumento usado no desenho artístico e no desenho técnico. Um exemplo de compasso especial é o ***compasso articulável***, que possui cabeça de fricção para ajuste preciso e suave do raio, um braço articulável e outro com barra prolongadora do braço, onde fica a ponta seca, conforme ilustra a figura abaixo.



O esquema abaixo mostra um compasso articulável ajustado de modo que o braço articulável $\overline{AO}$ é perpendicular a $\overline{AB}$ e $\overline{OP}$.



Para essa configuração, a medida, em cm, do raio da circunferência traçado com o compasso é

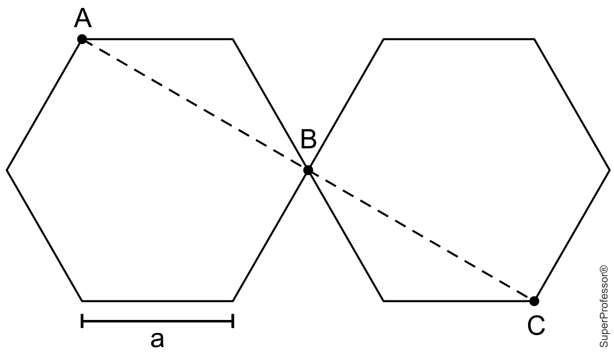
A) $5\sqrt{3}$.
B) $8\sqrt{3}$.
C) $9\sqrt{3}$.
D) $13\sqrt{3}$.

Questão 28

(UFRGS_2023)

Na figura abaixo, há dois hexágonos regulares de lado a com o vértice B em comum.

Os pontos A, B e C são colineares.



A distância entre os pontos A e C é

A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$a.
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$a.
C) $\sqrt{3}$ a.
D) $2\sqrt{3}$ a.
E) $3\sqrt{3}$ a.

Questão 29

(CMRJ_2021)

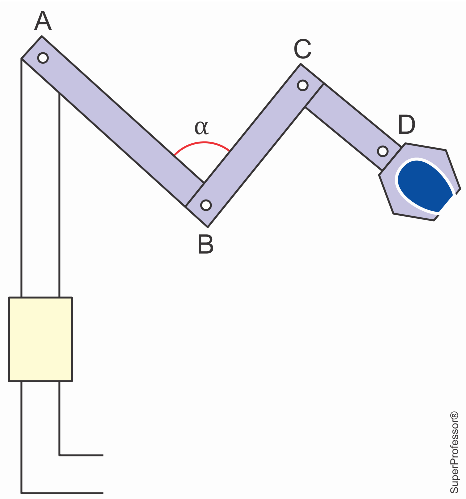
O ciclista Tiago, andando em linha reta, passou sucessivamente pelos pontos M, N e O. Quando ele estava em M, avistou outro ciclista parado no ponto P, de modo que o ângulo $P\hat{M}N$ media 45°. Após pedalar 100 m até o ponto N, avistou o mesmo ciclista em P, de modo que o ângulo $P\hat{N}O$ media 75°. Com base nessas informações, é carreto afirmar que a distância, em linha reta, que Tiago precisaria percorrer para ir do ponto N ao ponto P é igual a

A) $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m
B) 100 m
C) $100\sqrt{2}$ m
D) $100\sqrt{3}$ m
E) 200 m

Questão 30

(UNESP)

A figura indica o projeto de um braço mecânico em que $\overline{AB}$ assume função próxima de um bíceps humano, $\overline{BC}$ de um antebraço e $\overline{CD}$ de um punho. Sabe-se que a medida de $\overline{AB}$ supera a de $\overline{CD}$ em 11 cm e que a medida de $\overline{BC}$ é 8 cm.

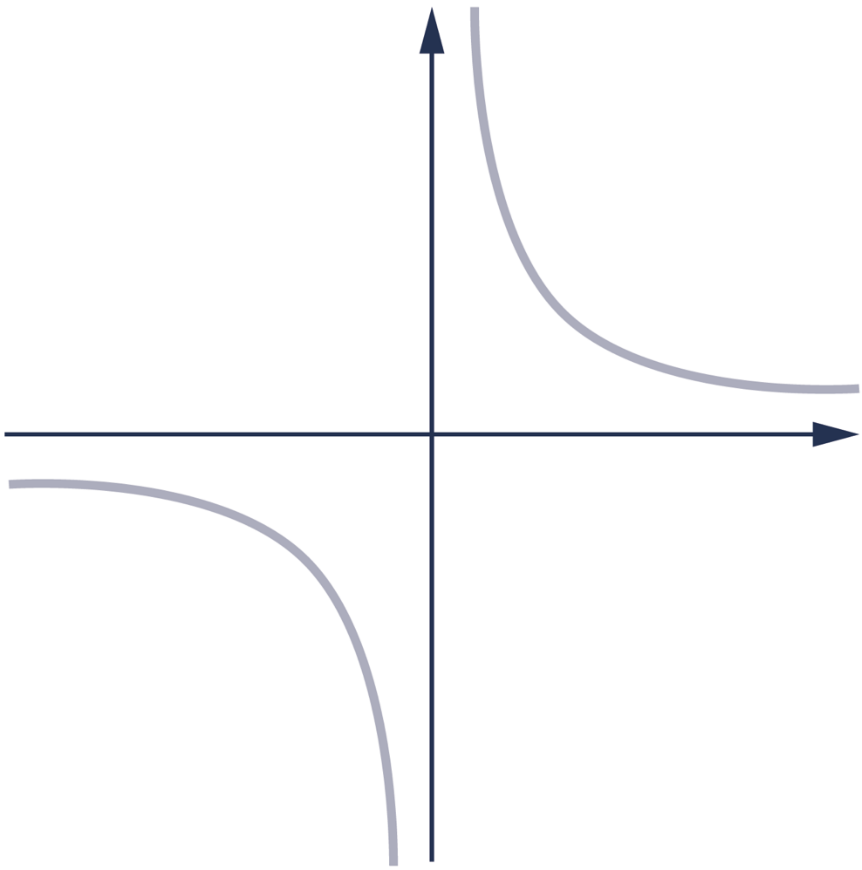


Se, para $\alpha = 60°$, a distância entre os pontos A e C do mecanismo é igual a $8\sqrt{3}\,\text{cm}$, a extensão máxima horizontal do braço mecânico, em cm, é igual a

- **A** 31.
- **B** 28.
- **C** 30.
- **D** 27.
- **E** 29.

Gabarito _ Resolução de Triângulos Quaisquer			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	D	16	E
02	B	17	B
03	D	18	A
04	B	19	B
05	C	20	D
06	B	21	B
07	B	22	D
08	B	23	B
09	B	24	A
10	A	25	C
11	A	26	C
12	B	27	D
13	C	28	D
14	D	29	C
15	A	30	E

GEOMETRIA ANALÍTICA



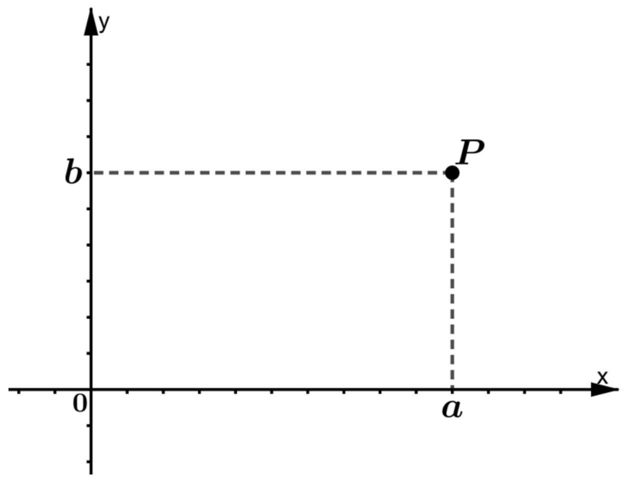
RONAEBSON
MATEMÁTICA CRIATIVA

GEOMETRIA ANALÍTICA

Geometria analítica, também conhecida por geometria de coordenadas teve como seu precursor René Descartes, por isso ela também é conhecida como geometria cartesiana, é o estudo da geometria por meio de um sistema de coordenadas e dos princípios da álgebra e da análise. É o campo da Matemática que relaciona álgebra e geometria estudando os resultados dessa relação, de modo a tentar representar determinados fatos algébricos, geometricamente e, da uma garantia algébrica para determinados fatos geométricos.

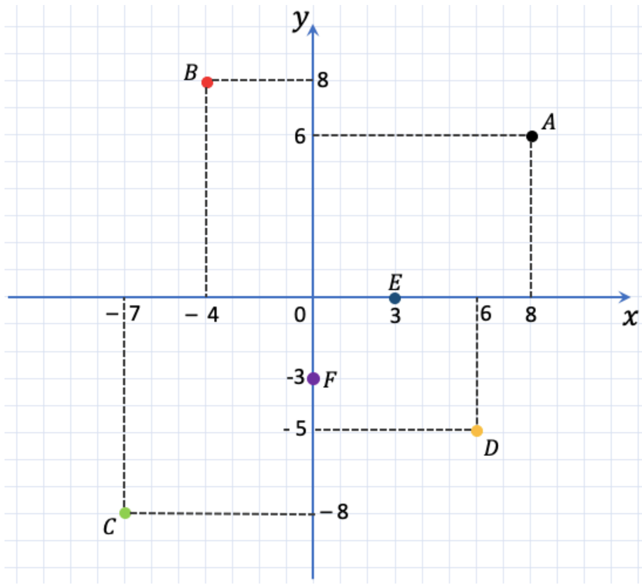
ESTUDO DO PONTO

O Plano Cartesiano foi criado por René Descartes, com o intuito de localizar pontos no espaço. Ao estudar o plano cartesiano verificamos que qualquer ponto possui coordenadas de localização. O sistema cartesiano ortogonal é formado por dois eixos perpendiculares entre si, chamados de eixos coordenados, onde o eixo horizontal $\overrightarrow{Ox}$ é o eixo das abscissas, e o eixo vertical $\overrightarrow{Oy}$ é o eixo das ordenadas. Tais eixos se interceptam no ponto (0,0), denominado origem do plano cartesiano.



Cada ponto P do plano cartesiano corresponde um par ordenado (a, b) de números reais e escrevemos $P(a, b)$ para indicar este ponto, onde a é a abscissa do ponto P e b é ordenada do ponto P. De modo que o valor de a indica o quanto o ponto se afasta para direita ou para esquerda em relação ao eixo $\overrightarrow{Oy}$ e b indica a profundidade ou altura do ponto em relação ao eixo $\overrightarrow{Ox}$.

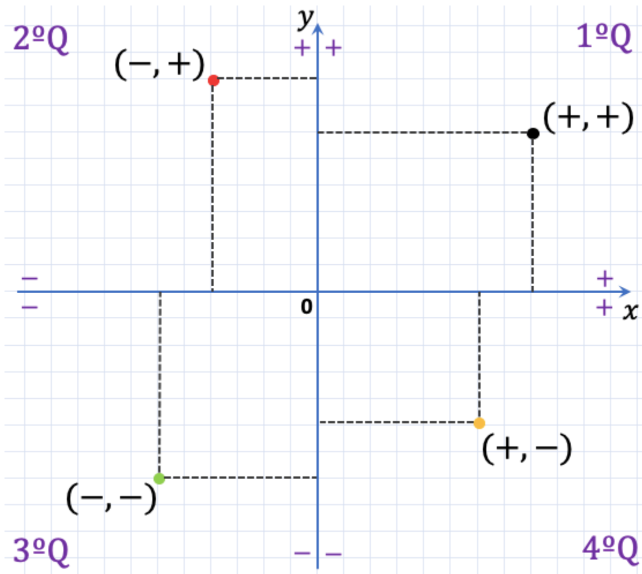
Observe agora o plano cartesiano a seguir com alguns pontos destacados:



Os pontos em destaque têm suas coordenadas dadas por:

$A(8,6)$	$D(6,-5)$
$B(-4,8)$	$E(3,0)$
$C(-7,-8)$	$F(0,-3)$

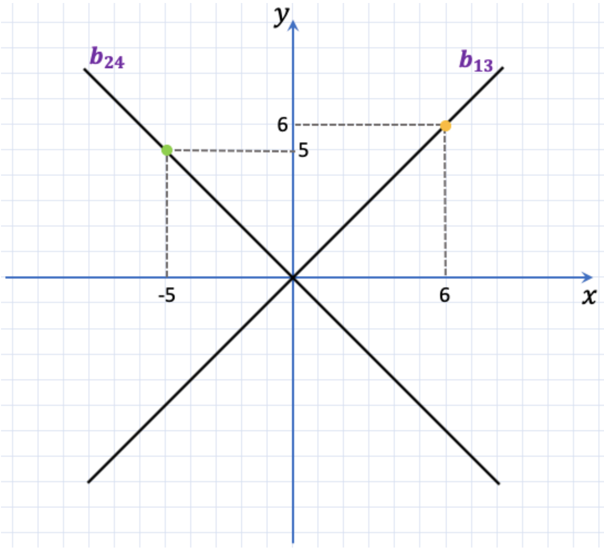
Os eixos orientados ($\overrightarrow{Ox}$ e $\overrightarrow{Oy}$) são dispostos ortogonalmente, dividindo o plano em quatro regiões, denominadas **quadrantes.** Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário.



- $P(a,b) \in 1^oQ \implies a > 0 \; e \; b > 0$
- $P(a,b) \in 2^oQ \implies a < 0 \; e \; b > 0$
- $P(a,b) \in 3^oQ \implies a < 0 \; e \; b < 0$
- $P(a,b) \in 4^oQ \implies a > 0 \; e \; b < 0$

- $P(a,b) \in \overrightarrow{Ox} \implies b = 0$
- $P(a,b) \in \overrightarrow{Oy} \implies a = 0$

A reta que divide ao meio os quadrantes ímpares é chamada de **bissetriz dos quadrantes ímpares** e a que divide os quadrantes pares é a **bissetriz dos quadrantes pares.**



$\boldsymbol{b_{13}}$**: Bissetriz dos Quadrantes** $\boldsymbol{\acute{I}mpares}$

$$P(x,y) \in b_{13} \implies y = x$$

Em outras palavras, se um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares, sua ordenada é igual à sua abscissa.

$\boldsymbol{b_{24}}$**: Bissetriz dos Quadrantes** $\boldsymbol{Pares}$

$$P(x,y) \in b_{24} \implies y = -x$$

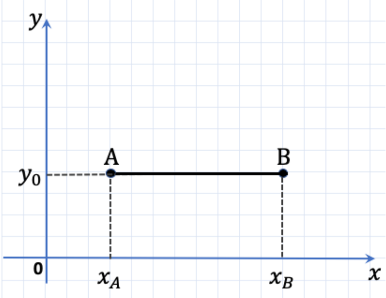
Em outras palavras, se um ponto pertence à bissetriz dos quadrantes pares, sua ordena é o oposto da sua ordenada.

DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

Considere dois pontos distintos do plano cartesiano. A distância entre eles é o comprimento do segmento de reta que tem os dois pontos por extremidade.

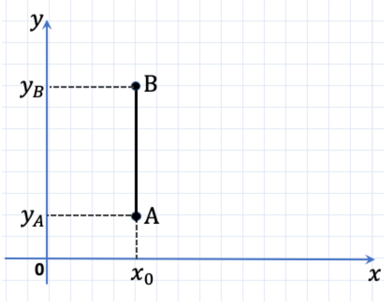
Os dois casos mais elementares são:

1º Caso: A e B numa mesma horizontal



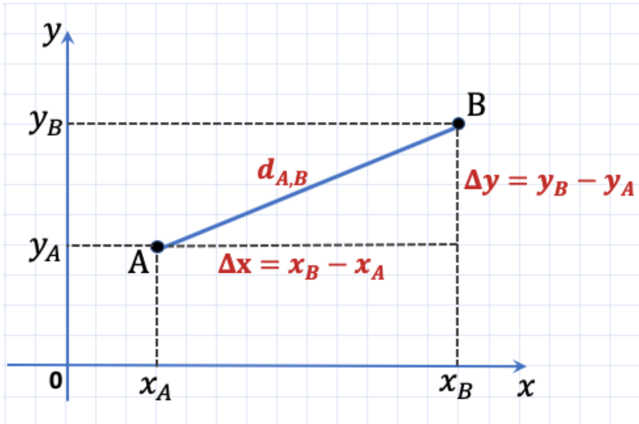
$$d_{A,B} = |x_B - x_A|$$

2º Caso: A e B numa mesma vertical



$$d_{A,B} = |y_B - y_A|$$

Considere agora o caso mais geral, ou seja, quando os pontos não estão sobre uma mesma horizontal ou sobre uma mesma vertical. Sejam os pontos $A(x_{A,}\ y_A)$ e $B\ (x_{B,}\ y_B)$ representados no plano cartesiano.



A distância entre A e B vai ser calculada por meio do *Teorema de Pitágoras*. Asssim:

$$\left(d_{A,B}\right)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

$$\left(d_{A,B}\right)^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\boxed{d_{A,B} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Exemplo: Obtenha a distância entre os pontos $A(1,2)$ e $B(3,5)$.

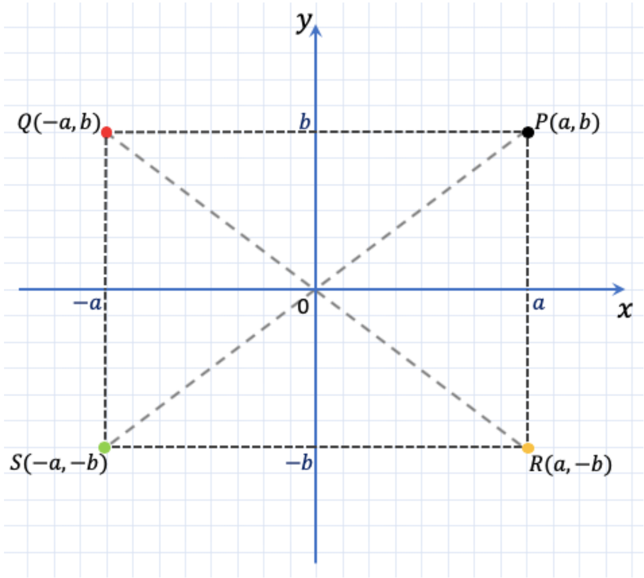
$$d_{A,B} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2}$$

$$d_{A,B} = \sqrt{2^2 + 3^2} \implies d_{A,B} = \sqrt{4+9}$$

$$d_{A,B} = \sqrt{13}$$

Claro que você poderia plotar os pontos no plano cartesiano e, convenientemente, aplicar o Teorema de Pitágoras.

SIMETRIAS



- O ponto $R(a, -b)$ é simétrico do ponto $P(a, b)$ em relação ao eixo das abscissas.
- O ponto $Q(-a, b)$ é simétrico do ponto $P(a, b)$ em relação ao eixo das ordenadas.
- O ponto $S(-a, -b)$ é simétrico do ponto $P(a, b)$ em relação à origem.

Exercícios de Fixação

F.1: Determine o comprimento do segmento $\overline{AB}$ em cada um dos casos:

a) $A(1,\ 4)$ e $B(5,\ 4)$.
b) $A(2,\ 1)$ e $B(2,\ 4)$.
c) $A(3,\ 4)$ e $B(8,\ 16)$.

F.2: Determine a distância entre os pontos A e B em cada um dos casos:

a) $A(-3,\ 5)$ e $B(6,\ 5)$.
b) $A(1,\ -1)$ e $B(1,\ 7)$.
c) $A(2,\ -4)$ e $B(5,\ 0)$.

F.3: Determine o diâmetro da circunferência de centro no ponto $C(4,\ 5)$ e que passa pelo ponto $Q(-1,\ 0)$.

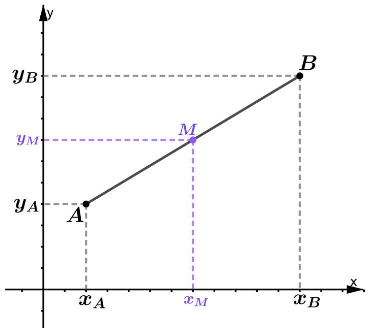
F.4: Determine as coordenadas dos pontos pertencentes ao eixo das abscissas que distam 10 unidades do ponto $A(2, 6)$.

F.5: Determine o simétrico do ponto $P(3, 5)$ em relação

a) ao eixo $\overrightarrow{Ox}$.
b) ao eixo $\overrightarrow{Oy}$.
c) à origem.

PONTO MÉDIO

Vamos determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento AB em função das coordenadas das extremidades A e B do segmento.



Seja $M(x_M, y_M)$ o ponto médio do segmento AB. Pelo Teorema de Tales, temos, imediatamente que

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ e } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Logo:

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Exemplo: Dados os pontos $A\ (5,2)\ e\ B\ (3, -1)$, calcule as coordenadas do ponto médio de AB.

Sabemos que:

$$x_m = \frac{5+3}{2} \rightarrow x_m = \frac{8}{2} \rightarrow x_m = 4$$

$$y_m = \frac{2+(-1)}{2} \rightarrow y_m = \frac{1}{2}$$

Logo:

$$M\left(4, \frac{1}{2}\right)$$

Exercícios de Fixação

F.6: Determine as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{AB}$, com $A(2,\ 7)$ e $B(6,\ 5)$.

F.7: Determine as coordenadas do ponto médio do segmento $\overline{CD}$, com $C(10,\ 6)$ e $D(4,\ 2)$.

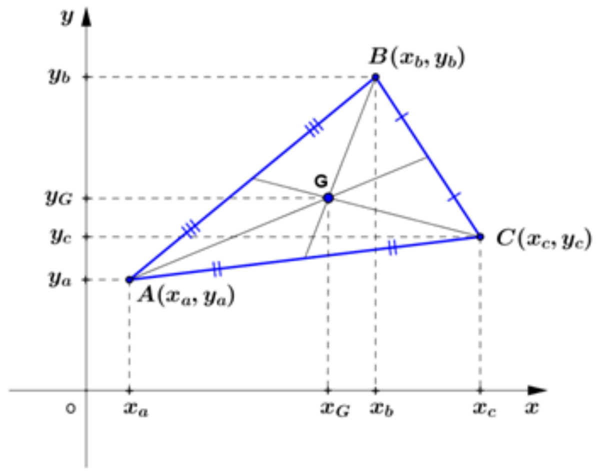
F.8: Obtenha o ponto simétrico do ponto $P(1,\ 5)$ em relação ao ponto $Q(3,\ 2)$.

F.9: Considere a circunferência de centro no ponto $C(3,\ 4)$ e que passa pelo ponto $P(0,\ 0)$. Determine o ponto dessa circunferência diametralmente oposto a P.

F.10: Considere um paralelogramo ABCD, com A(0,8), B(1, 7) e C(4, 16). Sabendo que as diagonais de um paralelogramo se cruzam em seus respectivos pontos médios, determine as coordenadas do vértice D.

Baricentro de um Triângulo

Baricentro (G) é o ponto de encontro das medianas de um triângulo. Sabe-se que o baricentro é um ponto interior do triângulo, também conhecido como "centro de massa" do triângulo. O **baricentro** separa cada mediana na razão 1:2, sendo a menor parte do segmento próximo ao lado que a motivou e a parte maior com ponto comum ao vértice que a motivou.



As coordenadas do baricentro são:

$$G = \left(\frac{x_a + x_b + x_c}{3}, \frac{y_a + y_b + y_c}{3}\right)$$

Para demonstrarmos a fórmula do baricentro, tomemos o ponto médio $M(x_m, y_m)$ do segmento $\overline{AC}$.

$$x_m = \frac{x_a + x_c}{2} \quad e \quad y_m = \frac{y_a + y_c}{2}.$$

Como o baricentro divide a mediana $\overline{BM}$ de modo que

$$\frac{GM}{BM} = \frac{1}{3}.$$

Daí:

$$\frac{x_g - x_m}{x_b - x_m} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3x_g - 3x_m = x_b - x_m$$

$$3x_g = x_b + 2x_m \Rightarrow x_g = \frac{x_a + x_b + x_c}{3}$$

Analogamente:

$$y_g = \frac{y_a + y_b + y_c}{3}.$$

Exemplo: Sabendo que o baricentro do triângulo ABC tem coordenadas G(12,10) e que A(5,7), B(12,15), determine as coordenadas do vértice C.

Solução:

$$x_g = \frac{x_a + x_b + x_c}{3} \quad e \quad y_g = \frac{y_a + y_b + y_c}{3}$$

$$12 = \frac{5 + 12 + x_c}{3} \quad e \quad 10 = \frac{7 + 15 + y_c}{3}$$

$$36 = 17 + x_c \quad e \quad 30 = 22 + y_c$$

$$x_c = 19 \quad e \quad y_c = 8$$

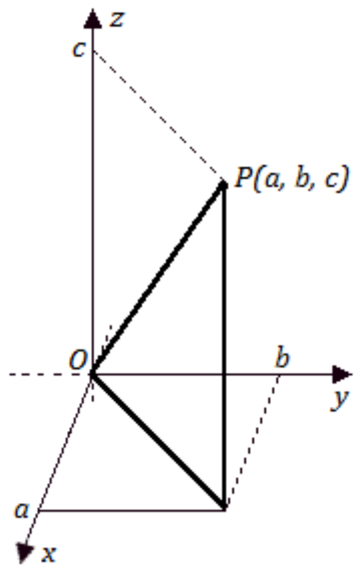
Exercícios de Fixação

F.11: Determine as coordenadas do baricentro do triângulo cujos vértices são os pontos $A(1,\ 6)$, $B(7,\ 2)$ e $C(10,\ -5)$.

F.12: Um triângulo ABC é tal que $A(7, 1)$, $B(1, 6)$ e o baricentro é o ponto $G(2, -4)$. Determine as coordenadas do vértice C.

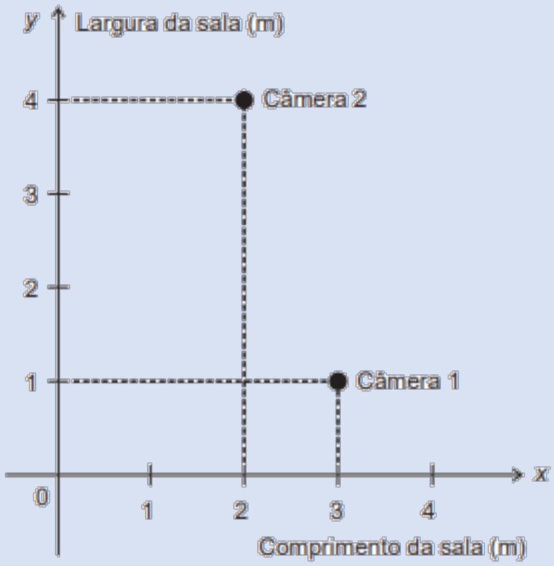
Tridimensional

A ideia de identificar pontos do plano com pares ordenados é naturalmente estendida para o espaço tridimensional. Acrescentando ao plano cartesiano um terceiro eixo orientado, $\overrightarrow{Oz}$, perpendicular aos eixos $\overrightarrow{Ox}$ e $\overrightarrow{Oy}$, podemos associar a cada ponto P do espaço um único terno ordenado (a, b, c), conforme a figura.



Problema: (Enem PPL 2019) Uma empresa, investindo na segurança, contrata uma firma para instalar mais uma câmera de segurança no teto de uma sala. Para iniciar o serviço, o representante da empresa informa ao instalador que nessa sala já estão instaladas duas câmeras e, a terceira, deverá ser colocada de maneira a ficar equidistante destas. Além disso, ele apresenta outras duas informações:

(i) um esboço em um sistema de coordenadas cartesianas, do teto da sala, onde estão inseridas as posições das câmeras 1 e 2, conforme a figura.



(ii) cinco relações entre as coordenadas $(x\,;\,y)$ da posição onde a câmera 3 deverá ser instalada.

R1: $y = x$
R2: $y = -3x + 5$
R3: $y = -3x + 10$
R4: $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$
R5: $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{10}$

O instalador, após analisar as informações e as cinco relações, faz a opção correta dentre as relações apresentadas para instalar a terceira câmera. A relação escolhida pelo instalador foi a

Ⓐ R1.
Ⓑ R2.
Ⓒ R3.
Ⓓ R4.
Ⓔ R5.

Solução:

Considere A e B, respectivamente, os pontos de localização das câmeras 1 e 2. Note que $A = (3,1)$ e $B = (2,4)$. Seja $P(x, y)$ um ponto no qual a terceira câmera pode ser instalada. Como P equidista de A e B, isto é, $d_{A,P} = d_{B,P}$, temos que

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2}.$$

Isso implica que

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = (x-2)^2 + (y-4)^2,$$

e, consequentemente,

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1$$
$$= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16.$$

Portanto,

$$-2y + 8y = -4x + 6x + 20 - 10,$$

o que nos dá

$$6y = 2x + 10.$$

Dividindo ambos os membros desta igualdade por 6 e realizando simplificações adequadas, obtemos

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}.$$

Logo, a opção escolhida pelo instalador foi a R4.

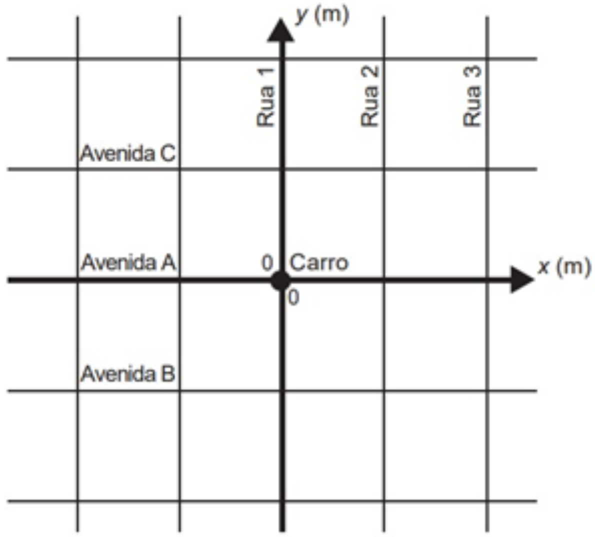
Resposta: [D]

Hora de Praticar

Questão 01

(ENEM_PPL_2021)

Uma moça estacionou seu carro na interseção da Rua 1 com a Avenida A. Ela está hospedada em um hotel na Rua 3, posicionado a exatos 40 metros de distância da Avenida A, contados a partir da Avenida A em direção à Avenida B.
No mapa está representado um plano cartesiano cujo eixo das abscissas coincide com a Avenida A e o das ordenadas, com a Rua 1, sendo a origem (0, 0) o local onde se encontra estacionado o veículo. Os quarteirões formados pelos cruzamentos dessas vias formam quadrados de lados medindo 100 m.



A ordenada do ponto que representa a localização do hotel é

Ⓐ -60.
Ⓑ -40.
Ⓒ 0.
Ⓓ 40.
Ⓔ 60.

Questão 02

(FGV)

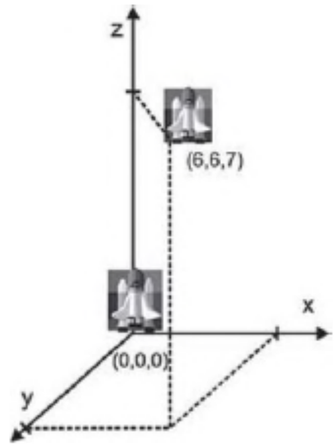
No plano cartesiano, o triângulo de vértices $A(1,-2)$, $B(m,4)$ e $C(0,6)$ é retângulo em A. O valor de m é igual a:

Ⓐ 47.
Ⓑ 48.
Ⓒ 49.
Ⓓ 50.
Ⓔ 51.

Questão 03

(ENEM_PPL_2010)

Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição (6, 6, 7) no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo-x, 3 km para trás na direção do eixo-y, e 11 km para frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição

Ⓐ (17, 3, 9).
Ⓑ (8, 3, 18).
Ⓒ (6, 18, 3).
Ⓓ (4, 9, -4).
Ⓔ (3, 8, 18).

Questão 04

(UERN)

Seja M o ponto médio do segmento de reta $\overline{AB}$, tal que $A(3,4)$ e $B(7,8)$ e N o ponto médio dos segmentos $\overline{OP}$ e $\overline{MB}$. Sendo $P(13,13)$, a distância entre os pontos A e O, em unidades, é:

Ⓐ 3.
Ⓑ 4.
Ⓒ 5.
Ⓓ 6.

Questão 05

(ITA)

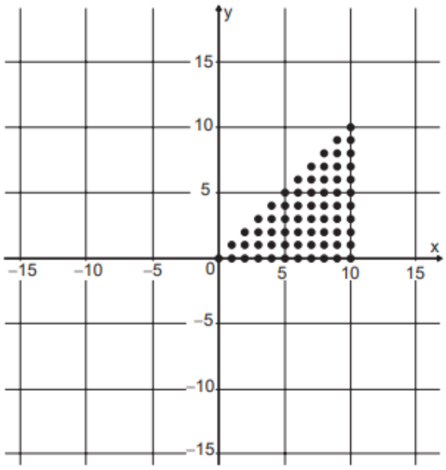
Sejam $A=(0,0)$, $B=(0,6)$ e $C=(4,3)$ vértices de um triângulo. A distância do baricentro deste triângulo ao vértice A, em unidades de distância, é igual a:

Ⓐ $\frac{5}{3}$
Ⓑ $\frac{\sqrt{97}}{3}$.
Ⓒ $\frac{\sqrt{109}}{3}$
Ⓓ $\frac{\sqrt{5}}{3}$.
Ⓔ $\frac{10}{3}$.

Questão 06

(ENEM_2018)

Para criar um logotipo, um profissional da área de design gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

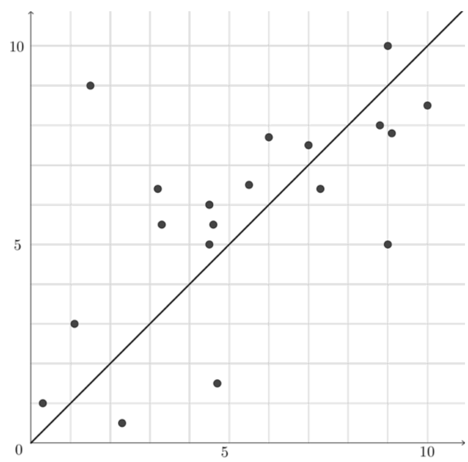
Esse conjunto é dado pelos pares ordenados $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tais que

Ⓐ $0 \leq x \leq y \leq 10$.
Ⓑ $0 \leq y \leq x \leq 10$.
Ⓒ $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 10$.
Ⓓ $0 \leq x + y \leq 10$.
Ⓔ $0 \leq x + y \leq 20$.

Questão 07

(Ronaebson)

O gráfico a seguir indica as notas dos alunos no ENEM 2020 nas provas de Matemática e Ciências da Natureza. No eixo horizontal estão as notas de Ciências da Natureza e no eixo vertical estão as notas de Matemática, ou seja, um par ordenado (n, m) representa as notas de um mesmo aluno que obteve nota n em Ciências da Natureza e m em Matemática.



Dentre os alunos que tiraram nota maior do que 6 em ambas as disciplinas, o número de alunos que tiraram nota maior em natureza quando comparado ao número de alunos que tiraram nota maior em matemática foi

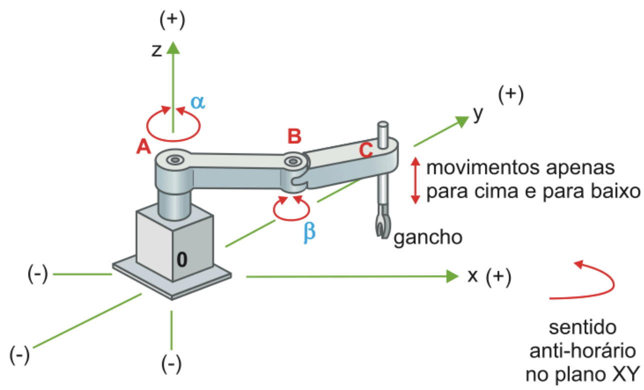
Ⓐ duas vezes menor.
Ⓑ duas vezes maior.
Ⓒ três vezes maior.
Ⓓ quatro vezes maior.
Ⓔ cinco vezes maior.

Questão 08

(INSPER)

A figura representa um braço mecânico articulado. Os cotovelos A e B possuem mobilidade de giro α e β graus em um mesmo plano, paralelo ao plano que contém os eixos x e y. C representa uma junta contendo um eixo de movimento vertical.

Dados: AB = 10 cm e BC = 8 cm.



Considere a posição inicial do braço como sendo aquela em que

- A, B e C estão alinhados sobre uma reta que é paralela ao eixo x e está contida no plano XZ, com x e z não negativos;
- O gancho está 2 cm abaixo do plano XY, ou seja, está em um ponto com z = – 2;
- $\alpha = \beta = 0$.

A partir da posição inicial, α gira 45º e β gira 60º, ambos em sentido anti-horário no plano XY. Em seguida, o ganho desloca-se 2 cm para cima. Nessas condições, a distância que o gancho estará da origem (0, 0, 0) do sistema XYZ, em centímetros, será igual a

Ⓐ $5\sqrt{3}$.
Ⓑ $8\sqrt{3}$.
Ⓒ $6\sqrt{3}$.
Ⓓ $2\sqrt{61}$.
Ⓔ $2\sqrt{41}$.

Questão 09

(Ronaebson)

"A Lei nº 12.305/10, que institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos (PNRS) é bastante atual e contém instrumentos importantes para permitir o avanço necessário ao País no enfrentamento dos principais problemas ambientais, sociais e econômicos decorrentes do manejo inadequado dos resíduos sólidos.
Prevê a prevenção e a redução na geração de resíduos, tendo como proposta a prática de hábitos de consumo sustentável e um conjunto de instrumentos para propiciar o aumento da reciclagem e da reutilização dos resíduos sólidos (aquilo que tem valor econômico e pode ser reciclado ou reaproveitado) e a destinação ambientalmente adequada dos rejeitos (aquilo que não pode ser reciclado ou reutilizado)."

http://www.mma.gov.br/política-de-ressíduos-sólidos
Acesso em 19/08/2018.

Como parte do plano de gestão integrada de resíduos sólidos dos municípios e com o intuito de implantar a coleta seletiva, os prefeitos de três cidades vizinhas decidiram fazer um projeto conjunto para a construção de um armazém para a separação de materiais recicláveis e que pudesse funcionar também como um ponto de entrega voluntária. Os prefeitos decidiram que o armazém deveria ser construído em um local equidistante dos centros das cidades, representados num plano cartesiano pelos pontos A(10, 10), B(10, 30) e C(50, 30), com as coordenadas dadas em *km*.

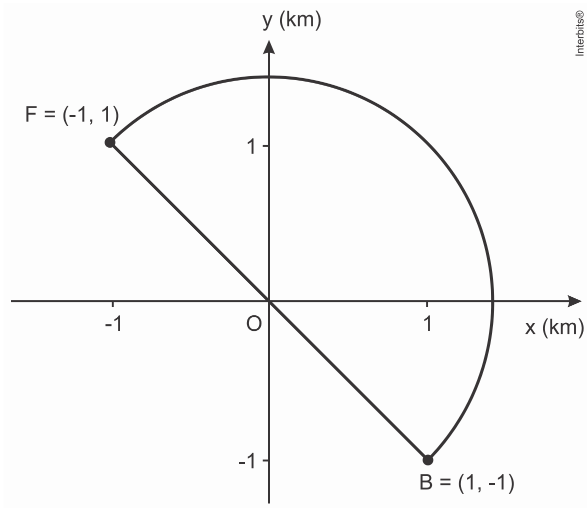
Nessas condições, o ponto escolhido para a construção do armazém será o ponto

- **A** $(30, 20)$, que corresponde ao circuncentro do triângulo ABC.
- **B** $(10, 30)$, que corresponde ao ortocentro do triângulo ABC.
- **C** $(17, 22)$, que corresponde ao incentro do triângulo ABC.
- **D** $(30, 30)$, que corresponde ao ponto médio do segmento $\overline{BC}$.
- **E** $(23, 23)$, que corresponde ao baricentro do triângulo ABC.

Questão 10

(ENEM_2016)

Em uma cidade será construída uma galeria subterrânea que receberá uma rede de canos para o transporte de água de uma fonte (F) até o reservatório de um novo bairro (B).
Após avaliações, foram apresentados dois projetos para o trajeto de construção da galeria: um segmento de reta que atravessaria outros bairros ou uma semicircunferência que contornaria esses bairros, conforme ilustrado no sistema de coordenadas xOy da figura, em que a unidade de medida nos eixos é o quilômetro.



Estudos de viabilidade técnica mostraram que, pelas características do solo, a construção de 1m de galeria via segmento de reta demora 1,0h, enquanto que 1m de construção de galeria via semicircunferência demora 0,6h. Há urgência em disponibilizar água para esse bairro.

Use 3 como aproximação para π e 1,4 como aproximação para $\sqrt{2}$.

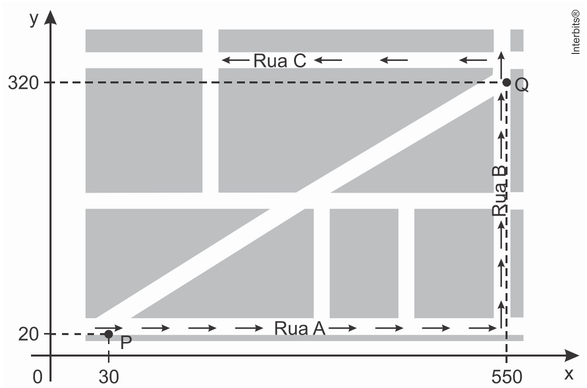
O menor tempo possível, em hora, para conclusão da construção da galeria, para atender às necessidades de água do bairro, é de

- **A** 1260.
- **B** 2520.
- **C** 2800.
- **D** 3600.
- **E** 4000.

Questão 11

(ENEM_2015)

Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

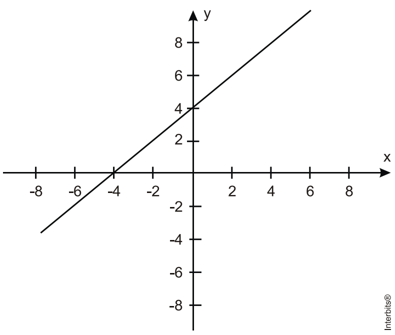
De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

- **A** (290; 20).
- **B** (410; 0).
- **C** (410; 20).
- **D** (440; 0).
- **E** (440; 20).

Questão 12

(ENEM_2011)

Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação $y = x + 4$ representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P=(-5,5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.

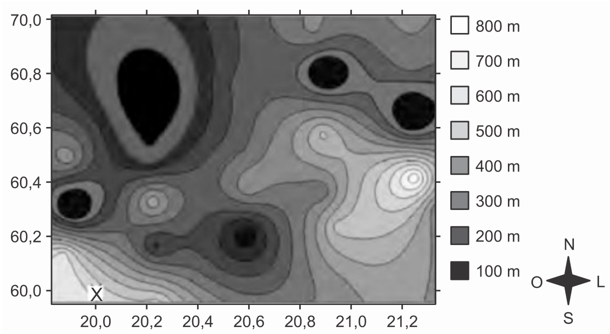
Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seja automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação no ponto

- **A** (-5,0).
- **B** (-3,1).
- **C** (-2,1).
- **D** (0,4).
- **E** (2,6).

Questão 13

(ENEM_2010)

A figura a seguir é a representação de uma região por meio de curvas de nível, que são curvas fechadas representando a altitude da região, com relação ao nível do mar. As coordenadas estão expressas em graus de acordo com a longitude, no eixo horizontal, e a latitude, no eixo vertical. A escala em tons de cinza desenhada à direita está associada à altitude da região.



Um pequeno helicóptero usado para reconhecimento sobrevoa a região a partir do ponto X=(20; 60). O helicóptero segue o percurso:

$$0{,}8°L \rightarrow 0{,}5°\,N \rightarrow 0{,}2°\,O \rightarrow 0{,}1°\,S \rightarrow 0{,}4°\,N \rightarrow 0{,}3°\,L$$

De acordo com as orientações, o helicóptero pousou em um local cuja altitude é

- **A** menor ou igual a 200m.
- **B** maior que 200m e menor ou igual a 400m.
- **C** maior que 400m e menor ou igual a 600m.
- **D** maior que 600m e menor ou igual a 800m.
- **E** maior que 800m.

Questão 14

(ENEM_Libras_2017)

Foi utilizado o plano cartesiano para a representação de um pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto A(1;2). No ponto médio entre a loja A e a loja B está o sanitário S, localizado no ponto S(5;10).

Determine as coordenadas do ponto de localização da loja B.

Ⓐ A (-3; -6).
Ⓑ B (-6; -3).
Ⓒ C (3; 6).
Ⓓ (9; 18).
Ⓔ (18; 9).

Questão 15

(ENEM_PPL_2016)

Observou-se que todas as formigas de um formigueiro trabalham de maneira ordeira e organizada. Foi feito um experimento com duas formigas e os resultados obtidos foram esboçados em um plano cartesiano no qual os eixos estão graduados em quilômetros. As duas formigas partiram juntas do ponto O, origem do plano cartesiana XOY. Uma delas caminhou horizontalmente para o lado direito, a uma velocidade de 4Km/h. A outra caminhou verticalmente para cima, à velocidade de 3Km/h.

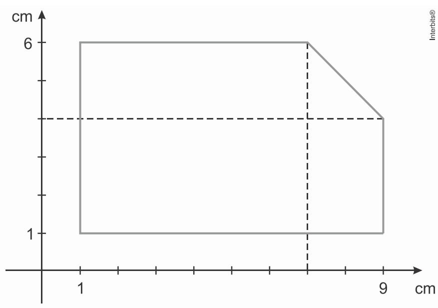
Após 2 horas de movimento, quais as coordenadas cartesianas das posições de cada formiga?

Ⓐ (8; 0) e (0; 6).
Ⓑ (4;0) e (0; 6).
Ⓒ (4; 0) e (0; 3).
Ⓓ (0; 8) e (6; 0).
Ⓔ (0; 4) e (3; 0).

Questão 16

(ENEM_PPL_2014)

Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1:500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$.

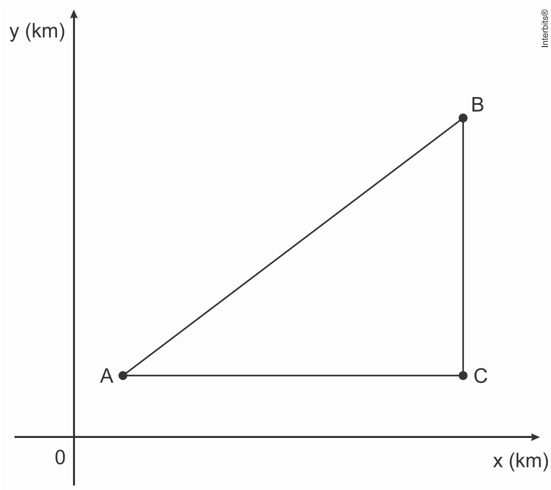


De acordo com essas informações, o perímetro do terreno, em metros, é

Ⓐ 110.
Ⓑ 120.
Ⓒ 124.
Ⓓ 130.
Ⓔ 144.

Questão 17

Um especialista, ao fazer um levantamento hidrográfico de uma região marítima, representou no plano cartesiano os dados obtidos. Ao terminar a sua tarefa observou que, em particular, as ilhas A, B e C formavam um triângulo conforme a figura.



Sabendo que as coordenadas dos pontos que representam as ilhas são A (2; 3), B (18; 15) e C(18; 3), pode-se concluir que a tangente do ângulo BAC é

Ⓐ $\frac{3}{5}$

Ⓑ $\frac{3}{4}$

Ⓒ $\frac{4}{5}$

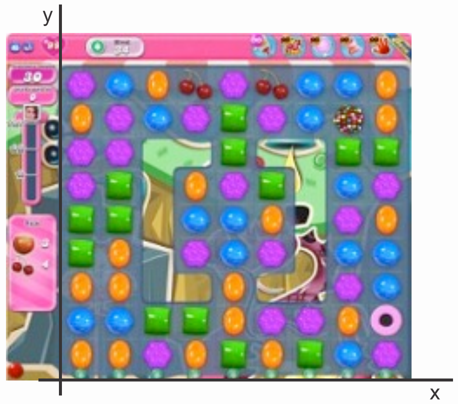
Ⓓ $\frac{5}{4}$

Ⓔ $\frac{4}{3}$

Questão 18

(IFPE_2017)

O *Candy Crush* é um dos jogos que virou febre nos últimos anos. Um joguinho no qual você precisa combinar doces simples e doces especiais que se encontram numa espécie de plano cartesiano. Há, na imagem abaixo, dois doces especiais: uma bomba colorida, que se encontra no ponto (8, 8); e uma rosquinha de coco, que se encontra no ponto (9,2). Tomou-se como referencial o plano cartesiano indicado na imagem. Baseados nessas informações, podemos afirmar que a distância entre a bomba colorida e a rosquinha de coco, no plano cartesiano abaixo, é



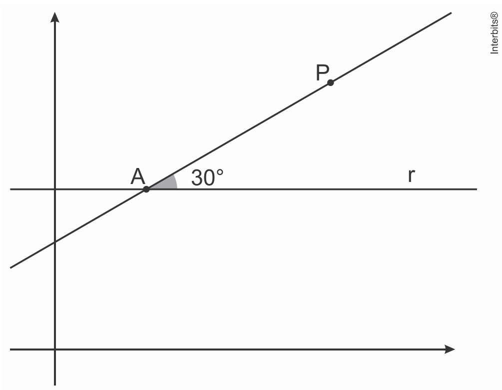
Disponível em:<https://www.dicascityville.com/wp-content/uploads/2013/02/vidas-infinitas-no-candy-crush-saga-dicas-cityville-tudo-sobre-jogos-sociais-300x258.jpg. Acesso em: 20 maio 2017.

- **A** $\sqrt{27}$
- **B** $\sqrt{35}$
- **C** $\sqrt{7}$
- **D** $\sqrt{37}$
- **E** 7

Questão 19

(UDESC_2017)

Seja r uma reta passando por um ponto A e seja P um ponto não pertencente à reta, de tal forma que a distância entre os pontos P e A seja de 4 unidades de comprimento e o ângulo formado entre a reta r e o segmento AP seja de 30 graus, conforme a figura abaixo.



Reta r e pontos

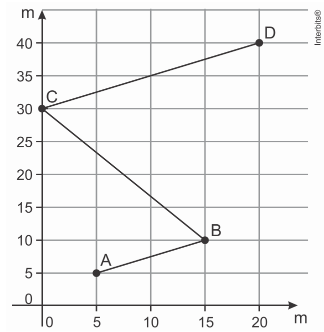
Sabendo-se que a equação da reta r é $y = 3$ e que a reta que passa pelos pontos A e P corta o eixo y no ponto (0,2), então a soma dos quadrados das coordenadas do ponto P é igual a:

- **A** 34
- **B** 12
- **C** 4
- **D** 52
- **E** 45

Questão 20

(IFSC_2016)

O plano cartesiano representado abaixo mostra o deslocamento de uma pessoa por 4 pontos diferentes, no interior do pavilhão da Oktoberfest. Considere que essa pessoa partiu do ponto A e formou, com seu trajeto, segmentos de reta entre os pontos consecutivos A, B, C e D, nessa ordem. Em uma escala em metros, é **CORRETO** afirmar que ela se deslocou

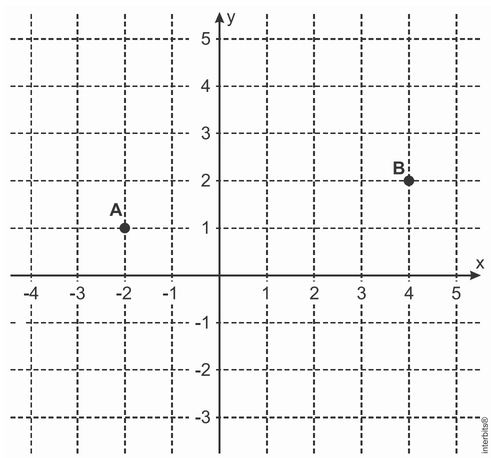


- **A** $5(3\sqrt{5}+5)$m
- **B** $3\sqrt{5}+5$m
- **C** $53\ m$
- **D** $2(3\sqrt{2}+7)$m
- **E** $4(3\sqrt{5}+5)$m

Questão 21

(FEEVALE_2016)

Na figura a seguir, o ponto A representa uma praça, e o ponto B, uma livraria.



Considerando quilômetro (km) como unidade de medida, a menor distância entre a praça e a livraria é de aproximadamente

A 4 Km.
B 5 Km.
C 6 Km.
D 7 Km.
E 8 Km.

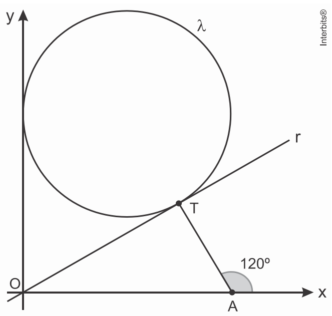
Questão 22

(INSPER_2016)

No plano cartesiano ortogonal de origem O(0,0) estão representadas:

- uma circunferência λ, tangente à reta r em T e ao eixo das ordenadas;
- o triângulo retângulo OAT, com A (6,0) e um ângulo externo de medida 120 graus.

Sabe-se, ainda, que r passa pela origem do plano.



Nas condições dadas, o raio de λ tem medida igual a

A $\frac{5}{2}$
B $2\sqrt{2}$
C 3
D $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
E $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

Questão 23

(PUC-MG_2015)

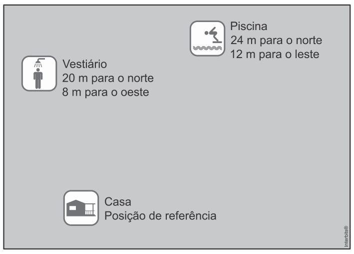
Quando representados no sistema de coordenadas XOY, o ponto B é o simétrico do ponto A (-3, 2) em relação à origem 0; por sua vez, o ponto C é o simétrico de B em relação ao eixo X. Com base nessas informações, é CORRETO afirmar que a medida da área do triângulo ABC é igual a:

A 8
B 9
C 10
D 12

Questão 24

(INSPER_2015)

O Sr. Antônio resolveu construir um poço em seu sítio. Ele passou ao engenheiro o esquema abaixo, indicando a posição da piscina e do vestiário em relação à localização da casa.



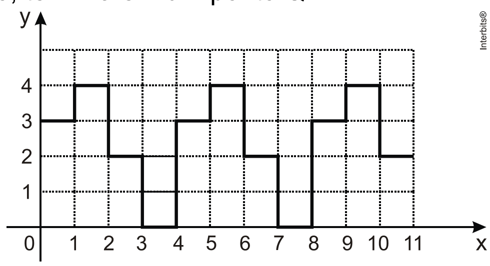
O Sr. Antônio disse ao engenheiro que queria o poço numa localização que estivesse à mesma distância da casa, da piscina e do vestiário. Para atendê-lo o engenheiro deve construir o poço na posição, em relação à casa, dada por, aproximadamente,

A 4,2m para o leste e 13,8 m para o norte.
B 3,8 m para o oeste e 13,1 m para o norte.
C 3,8 m para o leste e 13,1 m para o norte.
D 3,4 m para o oeste e 12,5 m para o norte.
E 3,4 m para o leste e 12,5 m para o norte.

Questão 25

(FATEC_2013)

No plano cartesiano da figura, considere que as escalas nos dois eixos coordenados são iguais e que a unidade de medida linear é 1 cm. Nele, está representada parte de uma linha poligonal que começa no ponto P(0; 3) e, mantendo-se o mesmo padrão, termina em um ponto Q.



Na figura, a linha poligonal é formada por segmentos de reta
- que são paralelos aos eixos coordenados e
- cujas extremidades têm coordenadas inteiras não negativas.

Sabendo que o comprimento da linha poligonal, do ponto P até o ponto Q, é igual a 94 cm, as coordenadas do ponto Q são

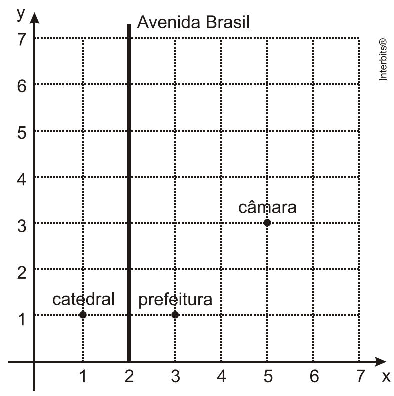
A (25; 2)
B (28; 1)
C (32; 1)
D (33; 1)
E (34; 2)

Questão 26

(UNICAMP_2011)

A figura a seguir apresenta parte do mapa de uma cidade, no qual estão identificadas a catedral, a prefeitura e a câmara de vereadores. Observe que o quadriculado não representa os quarteirões da cidade, servindo apenas para a localização dos pontos e retas no plano cartesiano.

Nessa cidade, a Avenida Brasil é formada pelos pontos equidistantes da catedral e da prefeitura, enquanto a Avenida Juscelino Kubitschek (não mostrada no mapa) é formada pelos pontos equidistantes da prefeitura e da câmara de vereadores.



Sabendo que a distância real entre a catedral e a prefeitura é de 500 m, podemos concluir que a distância real, em linha reta, entre a catedral e a câmara de vereadores é de

Ⓐ $1500\ m.$
Ⓑ $500\sqrt{5}\ m.$
Ⓒ $1000\sqrt{2}\ m.$
Ⓓ $500 + 500\sqrt{(2)}\ m.$

Questão 27

(UFF_2010)

A palavra “perímetro” vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, *perí*, significa “em torno de”, e o segundo, *metron*, significa “medida”.

O perímetro do trapézio cujos vértices têm coordenadas (−1, 0), (9, 0), (8, 5) e (1, 5)

Ⓐ $10 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$
Ⓑ $16 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$
Ⓒ $22 + \sqrt{26}$
Ⓓ $17 + 2\sqrt{26}$
Ⓔ $17 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$

Questão 28

Analisando a imagem do bairro onde mora, por meio da fotografia de um satélite, Peter inseriu sobre o mapa um eito horizontal e um vertical, formando um plano cartesiano cuja origem coincide com sua residência.

Ao localizar a padaria (Ponto P), o açougue (ponto A) e a farmácia (ponto F), Peter observou que a sua casa era o baricentro do triângulo APF.

No caso, se P(3,10) e A(-2,5), as coordenadas da farmácia são

Ⓐ (-2,-15)
Ⓑ (-1,13)
Ⓒ (-2,-13)
Ⓓ (1,-15)
Ⓔ (-1,-15)

Gabarito _ Exercícios de Fixação
Estudo do Ponto

Questão	Resposta
F.1	a) 4 b) 3 c) 13
F.2	a) 9 b) 8 c) 5
F.3	$10\sqrt{2}$
F.4	(10, 0) e (-6, 0)
F.5	a) (3, -5) b) (-3, 5) c) (-3, -5)
F.6	(4, 6)
F.7	(7, 4)
F.8	(5, -1)
F.9	(6, 8)
F.10	(3, 17)
F.11	(6, 1)
F.12	(-2, -19)

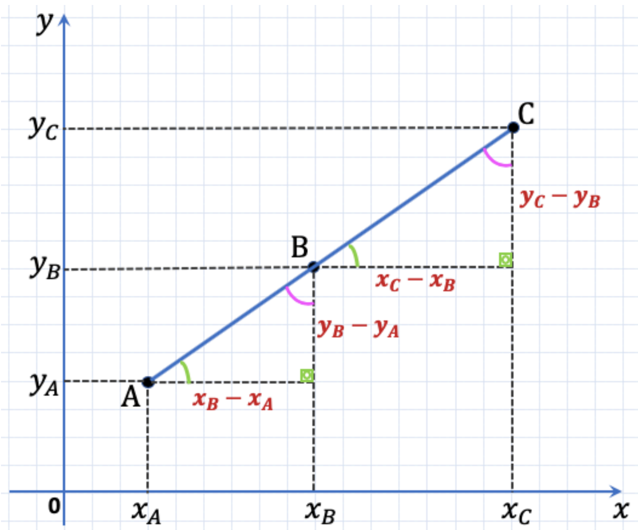
Gabarito _ Estudo do Ponto			
Hora de Praticar			
Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	B	15	A
02	C	16	C
03	B	17	B
04	C	18	D
05	B	19	D
06	B	20	A
07	B	21	C
08	D	22	C
09	A	23	D
10	B	24	C
11	E	25	C
12	B	26	B
13	A	27	E
14	D	28	E

ESTUDO DA RETA

CONDIÇÃO DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS

Sabe-se que por dois pontos distintos passa uma única reta, ou seja, dados dois pontos quaisquer eles estarão sempre alinhados. Mas se ao invés de dois pontos a dúvida fosse em relação a três pontos, quais condições deveriam ser satisfeitas para que eles estivessem alinhados?

Considere três pontos distintos do plano: A(x_A, y_A), B(x_B, y_B) e C(x_c, y_c). Suponhamos que esses pontos estejam alinhados. Assim, teremos a seguinte representação gráfica.



Verifique que os triângulos destacados são semelhantes. Assim, obtemos:

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$$

$$(x_B - x_A)\,.\,(y_C - y_B) = (x_C - x_B)\,.\,(y_B - y_A)$$

$$(x_B - x_A)\,.\,(y_C - y_B) - (x_C - x_B)\,.\,(y_B - y_A) = 0$$

$$(x_B y_C - x_B\,y_B - x_A\,y_C + x_A y_B) - (x_C y_B - x_C\,y_A - x_B\,y_B + x_B y_A) = 0$$

Reorganizando

$$x_A y_B + x_B\,y_C + x_C\,y_A + x_B y_B - x_B y_B - x_A\,y_C - x_C\,y_B - x_B y_A = 0$$

$$x_A y_B + x_B\,y_C + x_C\,y_A - x_A\,y_C - x_C\,y_B - x_B y_A = 0$$

$$(x_A y_B + x_B\,y_C + x_C\,y_A) - (x_A\,y_C + x_C\,y_B + x_B y_A) = 0$$

Ao observar percebemos que a expressão obtida é equivalente a:

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Exemplo: Verifique se os pontos A,B e C estão alinhados quando A(-2,6), B(4,8) e C (1,7).

Basta verificar se o determinante a seguir é igual a zero.

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 4 & 8 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

Calculando o determinante acima, temos:

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 & -2 & 6 \\ 4 & 8 & 1 & 4 & 8 \\ 1 & 7 & 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$$

$$(-16 + 6 + 28) - (24 - 14 + 8)$$
$$18 - 18 = 0$$

Como o determinante resultou em 0 dizemos que os pontos estão alinhados.

Considere, agora, o ponto $P(2{,}0)$ no lugar do ponto C. Uma vez que

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & 1 \\ 4 & 8 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-16 + 12 + 0) - (24 + 0 + 16)$$
$$= -4 - 40 = -44 \neq 0,$$

os pontos A, B e P **não são colineares**, sendo, portanto, vértices de um triângulo.

Os pontos A, B e C estarão alinhados se, e somente se :

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Caso o determinante obtido seja diferente de zero, implica que os pontos não estão alinhados, sendo, portanto, vértices de um triângulo.

Exercícios de Fixação

F.1: Verifique se os pontos A(1, 4), B(3, 7) e C(9, 16) estão alinhados.

F.2: Determine o valor de k de modo que os pontos A(2, 0), B(4, 5) e C(6, k) estejam alinhados.

F.3: Determine o valor de k de modo que os pontos A(-3, -5), B(0, 1) e C(3, k) estejam alinhados.

F.4: Uma partícula se movimenta num plano cartesiano de modo que sua posição P em cada instante $t \geq 0$, em minuto, é determinada por $P(t + 1, t^2)$. Quanto tempo depois de iniciado o movimento, a partícula cruzou a reta determinada pelos pontos R(0, 5) e S(1, 3)?

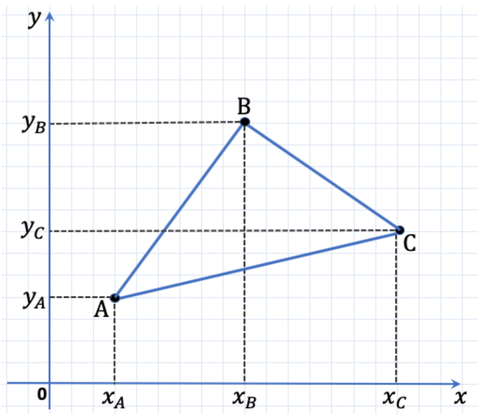
F.5: Verifique se os pontos $A(-1,3)$, $B(0,6)$ e $C(2,12)$ são colineares.

F.6: Determine o valor de k de modo que os pontos $A(0,2)$, $B(3,5)$ e $C(5,k)$ estejam alinhados.

F.7: Qual a condição sobre k para que os pontos $A(k,0)$, $B(1,-2)$ e $C(3,2)$ sejam vértices de um triângulo?

Área de um Triângulo

Seja ABC um triângulo qualquer no plano cartesiano.



Como os pontos A, B e C não são colineares, temos que o determinante, por eles formado, é diferente de zero.

Se S é a área do triângulo ABC, a expressão S pode ser dada por:

$$\boldsymbol{S = \frac{1}{2} \mid D \mid},$$

em que $D = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

Por exemplo, para calcularmos a área S do triângulo ABC cujos vértices são $A(1,2)$, $B(3,5)$ e $C(7,0)$, determinamos, primeiramente, o valor de D, dado, em unidades de área, por

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (5 + 14 + 0) - (6 + 35 + 0)$$
$$= 19 - 41 = -22.$$

Tendo esse valor em mãos, calculamos S utilizando a expressão apresentada:

$$S = \frac{1}{2} \cdot |D| = \frac{1}{2} \cdot |-22| = \frac{1}{2} \cdot 22 = 11.$$

O determinante D pode ser calculado, convenientemente, de uma maneira alternativa. Considerando os pontos $A(1,2)$, $B(3,5)$ e $C(7,0)$ do exemplo anterior, ao invés de calcularmos D como anteriormente, podemos fazer

$$\begin{array}{r} \\ -6 \\ -35 \\ 0 \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 7 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \\ 5 \\ 0 \\ 14 \end{array}$$

Veja que em cada linha são colocadas as coordenadas dos vértices do triângulo, sendo a abscissa na primeira coluna e a ordenada na segunda coluna, e para última linha repete-se a primeira. Depois, efetua-se cada uma das multiplicações indicadas pelas setas, mantendo-se o sinal nas setas indicadas para a direita e invertendo-se o sinal nas setas indicadas para esquerda. Por fim, realiza-se a soma algébrica desses produtos, obtendo-se

$$D = 5 + 0 + 14 - 6 - 35 - 0 = -22.$$

Área de um Polígono

Como todo polígono simples pode ser dividido em triângulos justapostos, ligando-se adequadamente seus vértices, a técnica que nos permite determinar a área de um triângulo a partir das coordenadas de seus vértices pode ser utilizada, de maneira estendida, para o cálculo da área de superfícies poligonais. De modo prático, se $V_1V_2 \dots V_n$ é um polígono simples de vértices $V_1(x_1,y_1)$, $V_2(x_2,y_2)$, ..., $V_n(x_n,y_n)$, formado pelos segmentos $\overline{V_1V_2}$, $\overline{V_2V_3}$, ..., $\overline{V_{n-1}V_n}$, $\overline{V_nV_1}$, então sua área S é dada por

$$S = \frac{1}{2} \cdot |D|,$$

onde

$$D = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}.$$

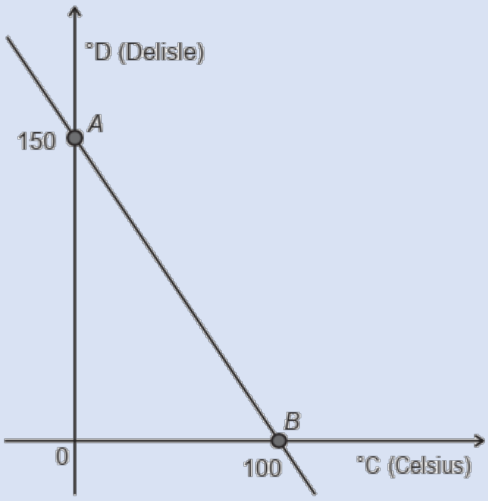
Por exemplo, para determinarmos a área do polígono de vértices $X(0,0)$, $Y(0,5)$, $Z(3,5)$ e $W(7,0)$, primeiramente, verificamos, localizando esses pontos no plano cartesiano, que tal figura plana é constituída pelos segmentos $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$, $\overline{ZW}$ e $\overline{WX}$, isto é, os vértices X, Y, Z e W aparecem ordenadamente (nesse caso, no sentido horário). Verificada essa condição, calculamos D da seguinte maneira:

$$D = \begin{vmatrix} x_X & y_X \\ x_Y & y_Y \\ x_Z & y_Z \\ x_W & y_W \\ x_X & y_X \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \\ 3 & 5 \\ 7 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$
$$= 0 + 0 + 0 + 0 - 0 - 15 - 35 - 0$$
$$= -50.$$

Por meio desse valor, podemos concluir que a área de $XYZW$ é dada, em unidades de área, por

$$S = \frac{1}{2} \cdot |D| = \frac{1}{2} \cdot |-50| = \frac{1}{2} \cdot 50 = 25.$$

Problema: (Enem PPL 2021) A escala de temperatura Delisle (°D), inventada no século XVIII pelo astrônomo francês Joseph-Nicholas Delisle, a partir da construção de um termômetro, foi utilizada na Rússia no século XIX. A relação entre as temperaturas na escala Celsius (°C) e na escala Delisle está representada no gráfico pela reta que passa pelos pontos A e B.



Disponível em: www.profibus.com.br. Acesso em: 22 mar. 2013.

Qual é a relação algébrica entre as temperaturas nessas duas escalas?

Ⓐ $2D + C = 100.$
Ⓑ $2D + 3C = 150.$
Ⓒ $3D + 2C = 300.$
Ⓓ $2D + 3C = 300.$
Ⓔ $3D + 2C = 450.$

Solução:

Seja $P(C, D)$ um ponto arbitrário pertencente à reta que representa graficamente a relação entre as temperaturas nas escalas Celsius e Delisle. Uma vez que tal reta passa pelos pontos $A(0{,}150)$ e $B(100{,}0)$, podemos inferir que P, A e B são colineares. Sendo assim, pela condição de alinhamento de três pontos, temos que

$$\begin{vmatrix} C & D \\ 0 & 150 \\ 100 & 0 \\ C & D \end{vmatrix} = 0.$$

Desse modo,

$$150C + 0 + 100D - 0 - 15000 - 0 = 0,$$

e, portanto,

$$100D + 150C = 15000.$$

Dividindo ambos os membros desta igualdade por 50, concluímos que a relação algébrica entre as temperaturas nas escalas Celsius e Delisle é

$$2D + 3C = 300.$$

Resposta: [D]

Exercícios de Fixação

F.8: Determine a área de um triângulo de vértices A(0, 2), B(3, 7) e C(6, 1).

F.9: (Ronaebson) Um agrimensor, para medir a área de uma região em forma de um quadrilátero plano e convexo ABCD, constatou que, saindo de um ponto O no interior da região, para chegar ao vértice

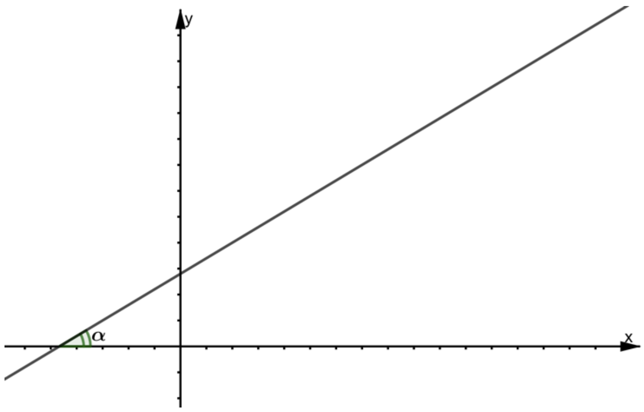
- A, ele deve andar 2 km a leste e depois 3 km ao norte;
- B, ele deve andar 2 km a oeste e depois 2 km ao norte;
- C, ele deve andar 1 km a oeste e depois 2 km ao sul;
- D, ele deve andar 4 km a leste.

Com esses dados, o agrimensor inferiu que a área da região era de

Ⓐ 10,5 km^2
Ⓑ 18,0 km^2
Ⓒ 21,0 km^2
Ⓓ 27,5 km^2
Ⓔ 36 km^2

Coeficiente angular da reta

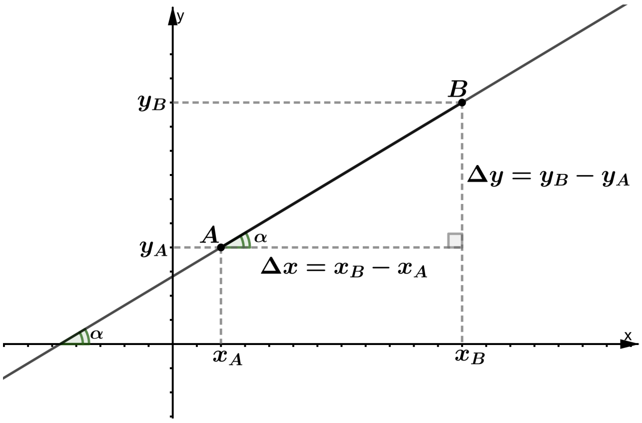
A medida do ângulo α expresso na figura a seguir é chamada de inclinação da reta.



Chama-se coeficiente angular de uma reta e indica-se por m o número que é a tangente do seu ângulo de inclinação da reta.

$$m = tg\ \alpha$$

O coeficiente angular também pode ser calculado a partir de dois pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, observe:



$$m = tg\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Exemplo:

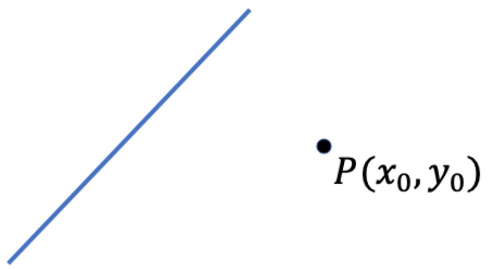
Dados os pontos A(3,1) e B (5, 2), determine o coeficiente angular da reta AB.

$$\Delta y = y_b - y_a = 2 - 1 = 1$$

$$\Delta x = x_b - x_a = 5 - 3 = 2$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$$

Equação Fundamental da Reta



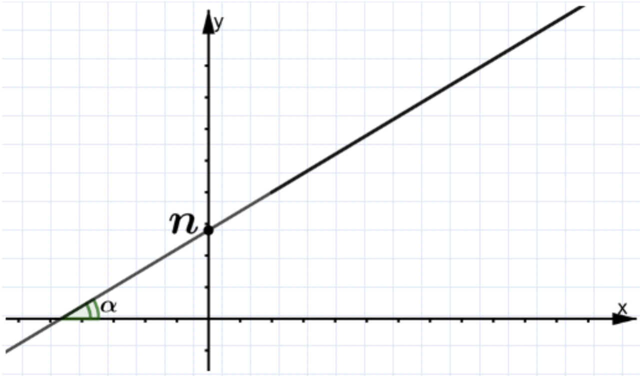
Considere uma reta r que passa por um ponto $P(x_o, y_o)$ e que tem coeficiente angular m. Partindo da compreensão da definição de coeficiente angular, é possível escrever um ponto $Q(x, y)$ qualquer dessa reta, então:

$$m = \frac{y - y_o}{x - x_o} \implies y - yo = m\,(x - x_o),$$

que é a equação fundamental da reta.

Equação Reduzida da Reta

Considere uma reta que passa pelo ponto $P(0, n)$ e tem coeficiente angular igual a m.



Partindo da equação fundamental

$$y - yo = m\,(x - xo),$$

temos que:

$$y - n = m(x - 0) \implies y - n = mx$$

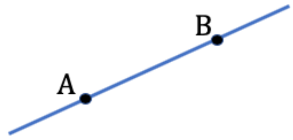
$$\boldsymbol{y = mx + n}$$

Sabe-se que $\boldsymbol{m}$ é o coeficiente angular da reta, o $\boldsymbol{n}$ é chamado de coeficiente linear que é a ordenada do ponto em que a reta toca o eixo y.

Partindo de uma equação qualquer da reta, para determinarmos a equação reduzida, basta **isolar o $\boldsymbol{y}$** na equação.

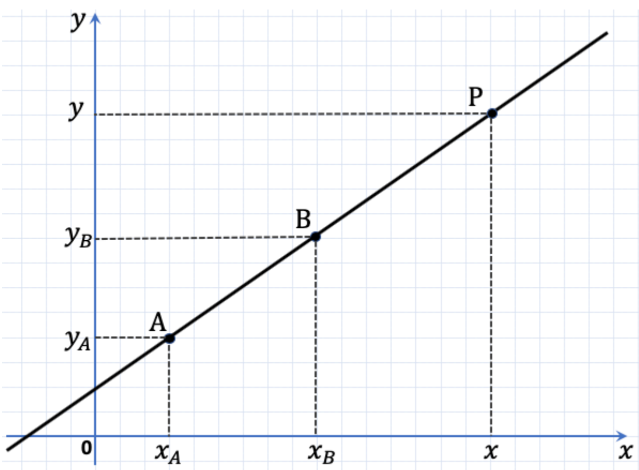
Equação Geral da Reta

Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que passa por eles.



Assim, a reta fica bem definida quando conhecemos dois de seus pontos.

Observe o gráfico a seguir:



De posse dos pontos $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$, consideremos um ponto genérico $P(x, y)$ que representará qualquer ponto da reta. Assim, como eles estão alinhados, temos:

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{y} & \mathbf{1} \\ \boldsymbol{x_A} & \boldsymbol{y_A} & \mathbf{1} \\ \boldsymbol{x_B} & \boldsymbol{y_B} & \mathbf{1} \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

Daí,

$$y_A x + x_B y + x_A y_B - x_B y_A - y_B x - x_A y = 0$$

$$(y_A - y_B) \cdot x + (x_B - x_A) y + x_A y_B - x_B y_A = 0$$

Como conhecemos x_A, y_A, x_B e y_B, temos:

$$\underbrace{(y_A - y_B)}_{a} \cdot x + \underbrace{(x_B - x_A)}_{b} \cdot y + \underbrace{x_A y_B - x_B y_A}_{c} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\boldsymbol{ax + by + c = 0}$$

com a, b e c coeficientes reais.

Esta última equação é dita Equação Geral da Reta.

Exemplo:

Obtenha a equação geral da reta que passa pelos pontos A(2,1) e B (3,-1).

Para encontrar a equação na sua forma geral consideramos um terceiro ponto $P(x, y)$.

Vamos calcular o seguinte determinante:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x + 3y + 2) - (2y - x + 3) = 0$$

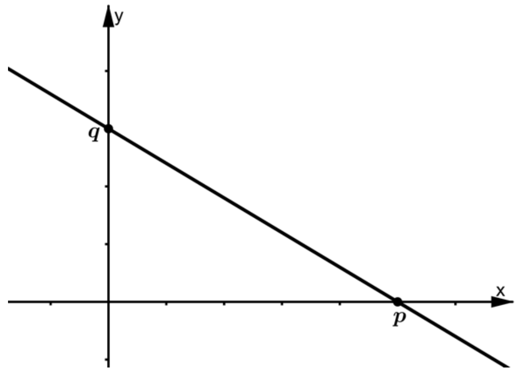
$$2x + y - 1 = 0$$

Observe que partindo da equação geral é possível obter a forma reduzida, basta isolar o y.

$$2x + y - 1 = 0 \implies y = -2x + 1$$

Equação Segmentária da Reta

Considere uma reta r que intercepta o eixo das abscissas no ponto $A(p, 0)$ e o eixo das ordenadas no ponto $B(0, q)$ conforme a figura a seguir:



Considerando um ponto genérico $P(x, y)$ que representará qualquer ponto da reta e aplicando a condição de alinhamento para os três pontos A, B e P, teremos que a *equação segmentária* da reta será dada por:

$$\frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{p}} + \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{q}} = \mathbf{1}$$

Equações Paramétricas da Reta

As equações paramétricas são formas de representar as retas através de um parâmetro, que é uma variável que liga as duas equações pertencentes a uma mesma reta.

Considere as equações $x = t + 2$ e $y = -t + 1$, paramétricas da reta r.

Para obter a equação geral da reta basta isolar o valor de t em uma das equações e substituir na outra equação.

Na primeira equação temos que:

$$x = t + 2 \rightarrow t = x - 2$$

Substituindo o valor de t na segunda equação, temos:

$$\begin{gathered} \boldsymbol{y = -t + 1} \\ \boldsymbol{y = -(x - 2) + 1} \\ \boldsymbol{y = -x + 3} \\ \boldsymbol{x + y - 3 = 0} \end{gathered}$$

$$\textit{Equação na forma geral: } x + y - 3 = 0$$
$$\textit{Equação na forma reduzida: } y = -x + 3$$

Exercícios de Fixação

F.10: Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(1, 5) e B(3, 7).

F.11: Determine o valor de k de modo que o ponto A(3, k+1) pertença a reta de equação $3x - y + 7 = 0$.

F.12: Determine a equação da reta que passa pelos pontos A(4, 0) e B(0, 3).

F.13: Determine a equação da reta que passa pelo ponto A(3, 5) e tem inclinação de 45^o.

F.14: Determine a equação da reta que passa pelo ponto A(0, 5) e tem inclinação de 60^o.

F.15: Determine a equação da reta que tem coeficiente angular igual a 3 e coeficiente linear igual a 12.

F.16: **(UFRGS)** Um ponto $P(x, y)$ descreve uma trajetória no plano cartesiano, tendo sua posição a cada instante $t \geq 0$ dada pelas equações:

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t - 2 \end{cases}.$$

A distância percorrida pelo ponto $P(x, y)$ para $0 \leq t \leq 3$ é

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ $\sqrt{13}$. Ⓓ $3\sqrt{13}$. Ⓔ $\sqrt{61}$.

Posições Relativas entre Retas

Considere duas retas

$$r : y = m_r x + n_r$$

e

$$s : y = m_s x + n_s.$$

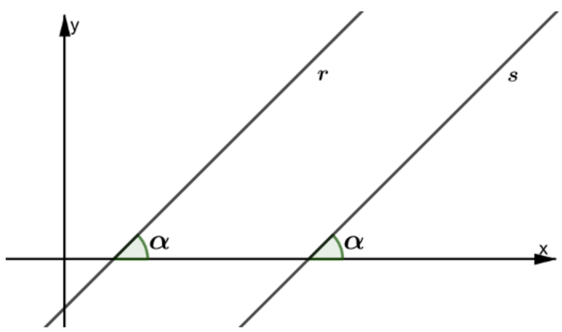
As retas citadas podem ser paralelas, coincidentes, concorrentes ou perpendiculares. Vejamos:

- ***Retas Coincidentes:***

$$m_r = m_s \ e \ n_r = n_s$$

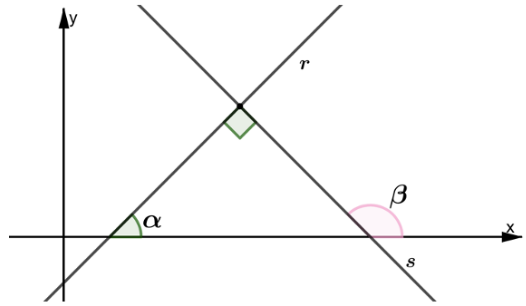
- ***Retas Paralelas:***

$$m_r = m_s \ e \ n_r \neq n_s$$



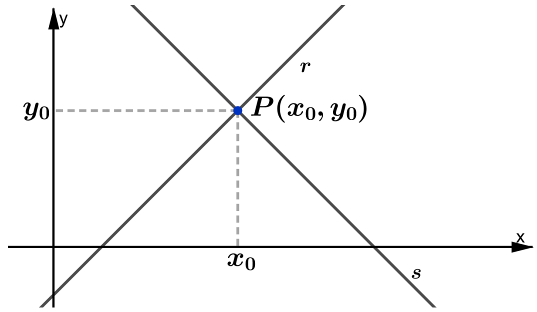
- ***Retas Perpendiculares:***

$$m_r = \frac{-1}{m_s}$$



- ***Retas Concorrentes***

$$m_r \neq m_s$$



Para encontrarmos o ponto de intersecção $P(x_0, y_0)$ entre as retas *r* e *s*, basta resolver o sistema formado pelas equações dessas retas.

$$\begin{cases} r: \ y = m_r x + n_r \\ s: \ y = m_s x + n_s. \end{cases}$$

A solução do sistema acima será o ponto de intersecção das duas retas concorrentes. Claro que, se o sistema for possível indeterminado, isto é, se ele possuir infinitas soluções, as retas são coincidentes, enquanto que, se o sistema for impossível, ou seja, não possuir solução, as retas são paralelas.

Exercícios de Fixação

F.17: Determine a equação da reta que passa pelo ponto A(1, 4) e é paralela à reta de equação $2x + y - 3 = 0$.

F.18: Determine a equação da reta que de coeficiente linear igual a 5 e é perpendicular à reta de equação $x + 3y - 9 = 0$.

F.19: Considere as retas concorrentes r e s de equações $2x - y + 3 = 0$ e $3x + y - 13 = 0$. Determine as coordenadas do ponto de intersecção dessas retas.

F.20: Qual a área do triângulo limitado pela reta $r: 4x + y - 8 = 0$ e pelos eixos coordenados?

F.21: As equações paramétricas de uma reta *r* são:

$$\begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = 3 - t \end{cases}$$

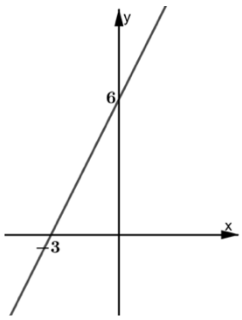
em que o parâmetro t assume todos os valores reais. Obtenha a equação reduzida de *r*.

F.22: Determine o ponto de intersecção das retas r e s dadas por:

$$r: 2x + 3y - 1 = 0$$
$$s: 3x + 4y + 2 = 0$$

F.23: Sendo *r* a reta de equação $3x - y + 2 = 0$ e os pontos $A(1, 1)$ e $B(5, 0)$, determine o ponto *P* pertencente a *r* e equidistante de A e B.

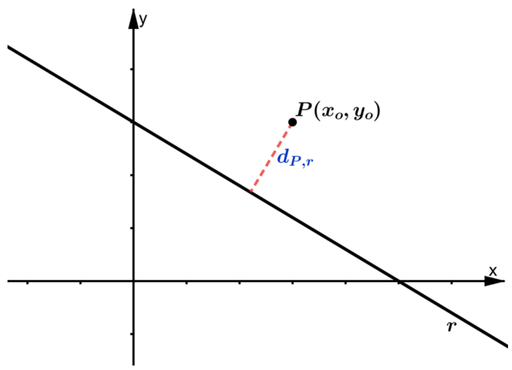
F.24: Determine a equação reduzida da reta expressa no gráfico a seguir.



F.25: Obtenha o ponto Q pertencente a bissetriz dos quadrantes pares tal que a distância de Q até o ponto $A(3, -5)$ seja o dobro da distância de Q ao ponto $B(0, -1)$.

Distância entre Ponto e Reta

Existe uma fórmula que nos possibilita calcular a distância de um ponto $P(x_o, y_o)$ a uma reta de *r* de equação $ax + by + c = 0$.



A distância de P até r pode ser calculada por:

$$d_{P,r} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Exemplo: Determine a distância entre o ponto $A(2,1)$ e a reta r, de equação $x + 2y - 14 = 0$.

$$d_{A,r} = \frac{|1.2 + 2.1 + (-14)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2 + 2 - 14)|}{\sqrt{5}}$$

$$d_{A,r} = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

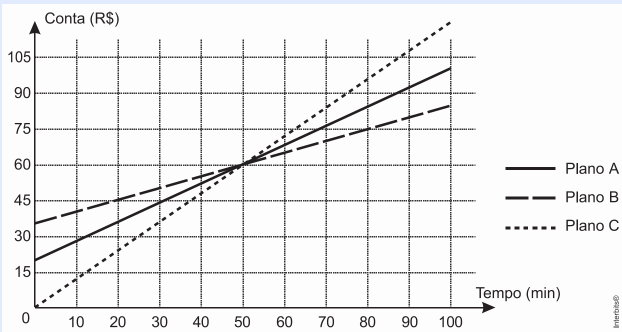
$$d_{A,r} = 2\sqrt{5}$$

Exercícios de Fixação

F.26: Determine a distância do ponto P(3, 7) à reta r de equação $3x + 4y + 8 = 0$.

F.27: (Ronaebson) O trecho de uma linha de trem está representado no plano cartesiano pela reta de equação $y = 2x - 3$, com $0 \leq x \leq 10$, em que a unidade dos eixos é o quilômetro. Uma casa será construída no ponto $Q(2, 3)$. Determine a distância da casa até à linha de trem.

Problema 01: Na intenção de ampliar suas fatias de mercado, as operadoras de telefonia apresentam diferentes planos e promoções. Uma operadora oferece três diferentes planos baseados na quantidade de minutos utilizados mensalmente, apresentados no gráfico. Um casal foi à loja dessa operadora para comprar dois celulares, um para a esposa e outro para o marido. Ela utiliza o telefone, em média, 30 minutos por mês, enquanto ele, em média, utiliza 90 minutos por mês.



Com base nas informações do gráfico, qual é o plano de menor custo mensal para cada um deles?

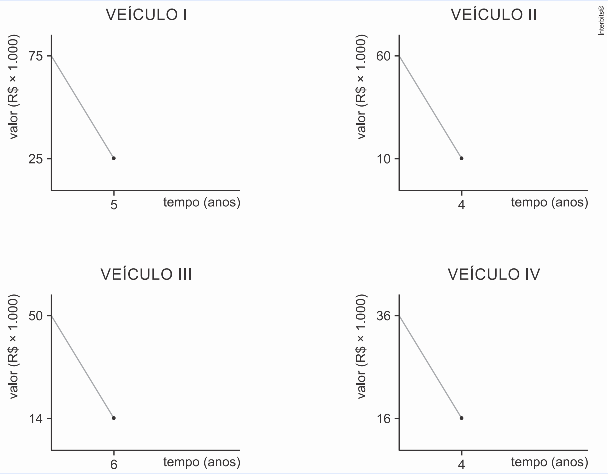
- **A** O plano A para ambos.
- **B** O plano B para ambos.
- **C** O plano C para ambos.
- **D** O plano B para a esposa e o plano C para o marido.
- **E** O plano C para a esposa e o plano B para o marido

Solução

O plano de menor custo mensal é o que permite falar o mesmo tempo pelo menor preço. Logo, para a esposa, o plano C é o melhor, e, para o marido, o plano B é o mais indicado.

Resposta: [E]

Problema 02: Os veículos para transporte de passageiros em determinado município têm vida útil que varia entre 4 e 6 anos, dependendo do tipo de veículo. Nos gráficos está representada a desvalorização de quatro desses veículos ao longo dos anos, a partir de sua compra na fábrica.



Com base nos gráficos, o veículo que mais desvalorizou por ano foi:

Ⓐ I
Ⓑ II
Ⓒ III
Ⓓ IV

Solução

A taxa de desvalorização vai ser calculada por meio do coeficiente angular $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$Carro\ I\ \frac{25-75}{5-0} = \frac{-50}{5} = -10$$

$$Carro\ II\ \frac{10-60}{4-0} = -\frac{50}{4} = -12{,}5$$

$$Carro\ III\ \frac{14-50}{6-0} = -\frac{36}{6} = -6$$

$$CarroIV\ \frac{16-36}{4-0} = -\frac{20}{4} = -5$$

Logo o carro que mais desvalorizou foi o II

Resposta: [B]

Hora de Praticar

Questão 01

(UFU_2023)

Um desenvolvedor de jogos virtuais está planejando um novo jogo. Nele, o personagem principal executará saltos ao longo de uma reta r até integralizar uma tarefa. Suponha que a reta r seja dada como gráfico da função polinomial $y = p(x) = ax + b$, cuja representação cartesiana é descrita a seguir, e que os pontos de coordenadas cartesianas $A_n = (n, p(n))$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots, 32$ representem as coordenadas da sequência das bases dos saltos executados.

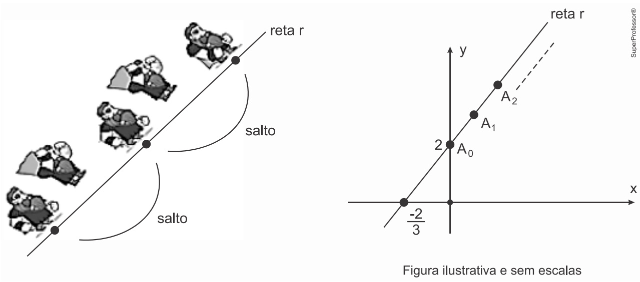


Figura ilustrativa e sem escalas

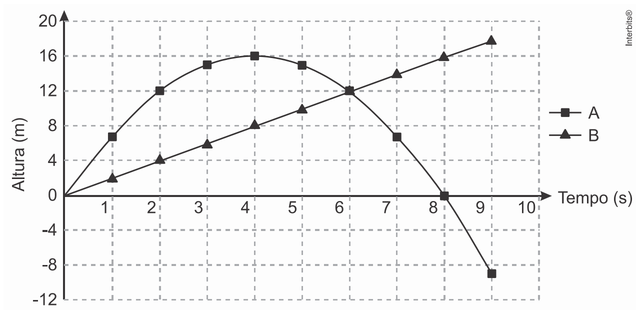
A soma de todas as ordenadas dos pontos $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_{32}$ é igual a

Ⓐ 1600
Ⓑ 1650
Ⓒ 825
Ⓓ 1155

Questão 02

(ENEM_2016)

Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

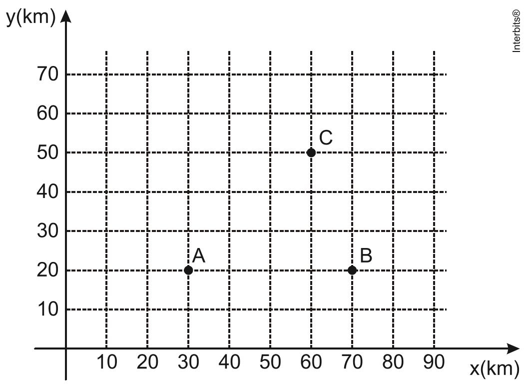
Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

Ⓐ A diminuir em 2 unidades.
Ⓑ B diminuir em 4 unidades.
Ⓒ C aumentar em 2 unidades.
Ⓓ D aumentar em 4 unidades.
Ⓔ E aumentar em 8 unidades.

Questão 03

(ENEM_2013)

Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução, em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão, que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:



A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

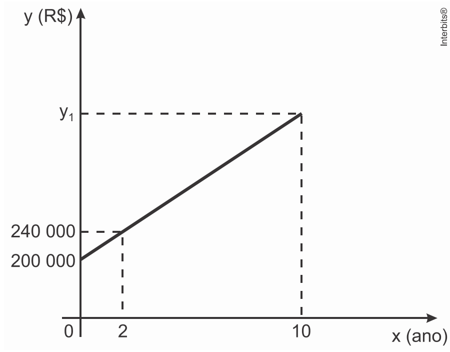
O local adequado para a construção dessa torre corresponde ao ponto de coordenadas

Ⓐ (65 ; 35).
Ⓑ (53 ; 30).
Ⓒ (45 ; 35).
Ⓓ (50 ; 20).
Ⓔ (50 ; 30).

Questão 04

(ENEM_Libras_2017)

Um sítio foi adquirido por R$ 200.000,00. O proprietário verificou que a valorização do imóvel, após sua aquisição, cresceu em função do tempo conforme o gráfico, e que sua tendência de valorização se manteve nos anos seguintes.



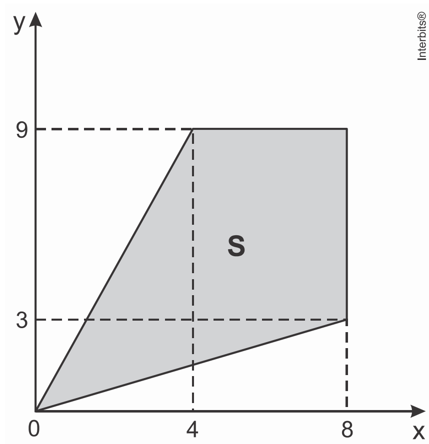
O valor desse sítio, no décimo ano após sua compra, em real, será de

Ⓐ 190.000
Ⓑ 232.000
Ⓒ 272.000
Ⓓ 400.000
Ⓔ 500.000

Questão 05

(ENEM_2ª Aplicação_2018)

Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área S) na figura.



Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, programador utilizará um software que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

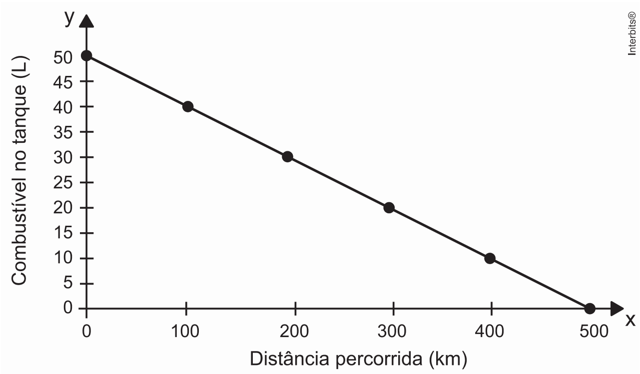
As desigualdades que devem ser utilizadas no referido software, para o desenho da região de isolamento, são

Ⓐ $3y - x \leq 0; 2y - x \geq 0; y \leq 8; x \leq 9$
Ⓑ $3y - x \leq 0; 2y - x \geq 0; y \leq 9; x \leq 8$
Ⓒ $3y - x \geq 0; 2y - x \leq 0; y \leq 9; x \leq 8$
Ⓓ $4y - 9x \leq 0; 8y - 3x \geq 0; y \leq 8; x \leq 9$
Ⓔ $4y - 9x \leq 0; 8y - 3x \geq 0; y \leq 9; x \leq 8$

Questão 06

(ENEM_PPL_2018)

Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo Y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo X (horizontal).



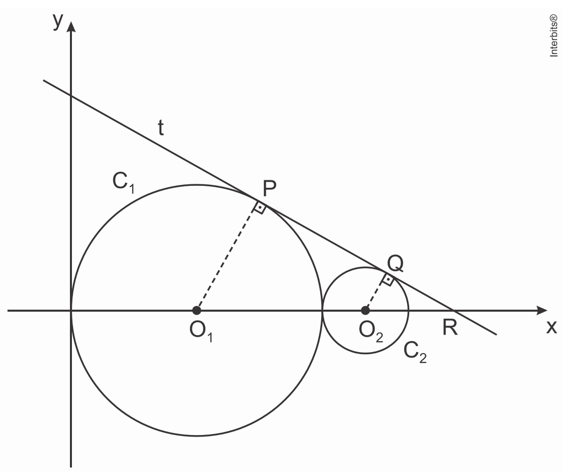
A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

A $y = -10x + 500$
B $y = -\frac{x}{10} + 50$
C $y = -\frac{x}{10} + 500$
D $y = \frac{x}{10} + 50$
E $y = \frac{x}{10} + 500$

Questão 07

(ENEM_PPL_2016)

Na figura estão representadas, em um plano cartesiano, duas circunferências: C_1 (de raio 3 e centro O_1) e C_2 (de raio 1 e centro O_2), tangentes entre si, e uma reta t tangente às duas circunferências nos pontos P e Q.



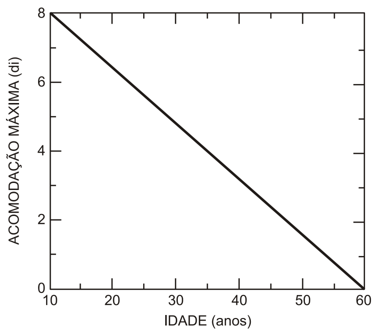
Nessas condições, a equação da reta t é

A $y = -\sqrt{3}\,x + 3\sqrt{3}$
B $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}\,x + 3\sqrt{3}$
C $y = -x + 4$
D $y = -\frac{2}{3}x + 4$
E $y = -\frac{4}{5}x + 4$

Questão 08

(ENEM_PPL_2012)

O cristalino, que é uma lente do olho humano, tem função de fazer ajuste fino na focalização, ao que se chame acomodação. À perda da capacidade de acomodação com a idade chamamos presbiopia. A acomodação pode ser determinada por meio da convergência do cristalino. Sabe-se que a convergência de uma lente, para pequena distância focal em metros, tem como unidade de medida a dioptria (di).
A presbiopia, representada por meio da relação entre convergência máxima $C_{máx}$ (em di) e a idade T (em anos), mostrada na figura seguinte.



COSTA, E. V.; FARIA LEITE, C. A. F. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 20, n. 3, set. 1998.

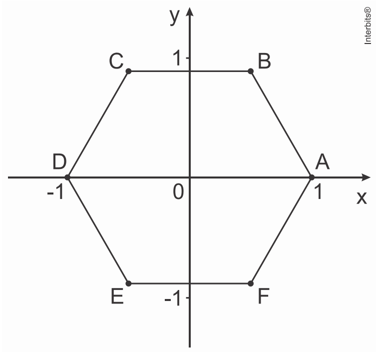
Considerando esse gráfico, as grandezas convergência máxima $C_{máx}$ e idade T estão relacionadas algebricamente pela expressão

A $C_{max} = 2^{-T}$
B $C_{max} = T^2 - 70T + 600$
C $C_{max} = log_2\,(T^2 - 70T + 600)$
D $C_{max} = 0{,}16T + 9{,}6$
E $C_{max} = -0{,}16\,T + 9{,}6$

Questão 09

(UFRGS_2017)

Os pontos A, B, C, D, E, e F determinam um hexágono regular ABCDEF de lado 1, tal que o ponto A tem coordenadas (1,0) e o ponto D tem coordenadas (-1,0), como na figura a seguir.



A equação da reta que passa pelos pontos B e D é

A $y = \sqrt{3}\,x$

B $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

C $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}$

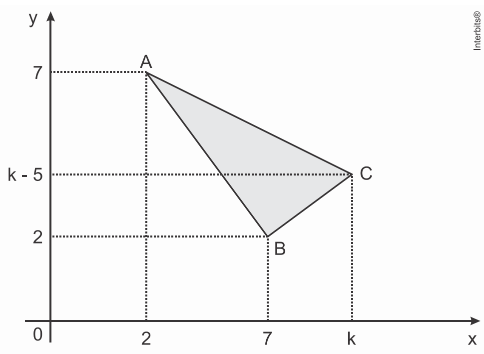
D $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

E $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}$

Questão 10

(PUC-SP_2017)

A figura mostra um triângulo retângulo ABC, de hipotenusa AC, com A (2,7); B (7,2); e C (K,K-5).



Fora de escala

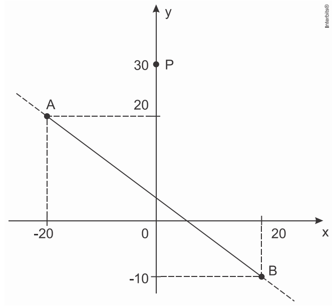
Sabendo que a área do triângulo ABC é $15cm^2$, o valor da abscissa do ponto C é

A 8
B 9
C 10
D 11

Questão 01

(Fac. Albert Einsten_2016)

A figura abaixo ilustra as localizações de um Posto de Saúde (P) e de um trecho retilíneo de uma rodovia (AB) em um plano cartesiano ortogonal, na escala 1:200.



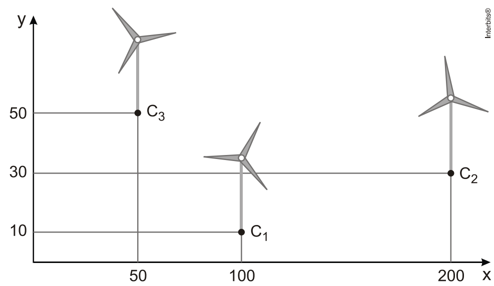
Pretende-se construir uma estrada ligando o Posto à rodovia, de modo que a distância entre eles seja a menor possível. Se a unidade de medida real é o metro, a distância entre o Posto e a rodovia deverá ser igual a:

A 600m.
B 800.
C 2 Km.
D 4 Km.

Questão 12

(UFSM_2013)

O uso de fontes de energias limpas e renováveis, como a energia eólica, geotérmica e hidráulica, é uma das ações relacionadas com a sustentabilidade que visa a diminuir o consumo de combustíveis fósseis, além de preservar os recursos minerais e diminuir a poluição do ar. Em uma estação de energia eólica, os cata-ventos C_1, C_2 e C_3 estão dispostos conforme o gráfico a seguir.



Para que um cata-vento de coordenadas (x,y) esteja alinhado com o cata-vento C_1 e com o ponto médio do segmento $\overline{C_2C_3}$, é necessário e suficiente que

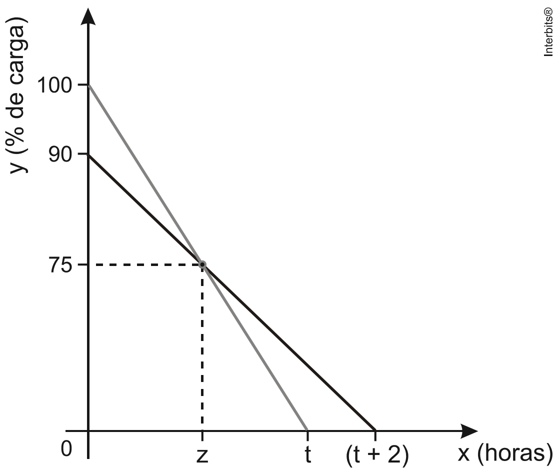
A $2x + 15y = 850$
B $5y - x + 50 = 0$
C $55y - 26x + 2050 = 0$
D $4x + 5y = 450$
E $5y - 6x + 550 = 0$

Questão 13

(UERJ_2015)

As baterias B_1 e B_2 de dois aparelhos celulares apresentam em determinado instante, respectivamente, 100% e 90% da carga total.
Considere as seguintes informações:
- as baterias descarregam linearmente ao longo do tempo;
- para descarregar por completo, B_1 leva t horas e B_2 leva duas horas a mais do que B_1;
- no instante z, as duas baterias possuem o mesmo percentual de carga igual a 75%.

Observe o gráfico:



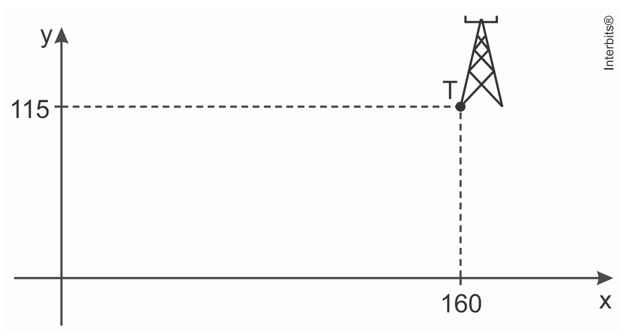
O valor de t, em horas, equivale a:

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

Questão 14

(UFSM_2015)

A figura mostra a localização no plano cartesiano de uma torre T de transmissão de energia.



Duas outras torres devem ser instaladas em posições diferentes sobre a reta $y = \frac{3}{4}x - 5$, de modo que a distância entre cada uma dessas torres e a torre T seja igual a 200 metros.

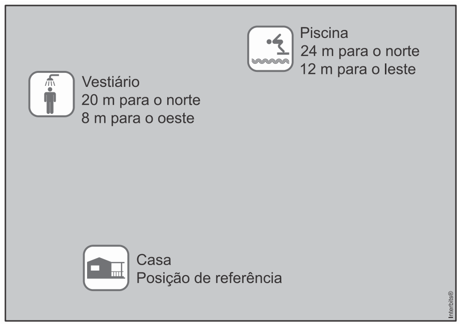
Os pontos de localização dessas torres são iguais a

A) (20,10) e (160,315).
B) (0,-5) e (320,235).
C) (0,-5) e (160,315).
D) (-40,115) e (320,235).
E) (-40,115) e (160,315).

Questão 15

(INSPER_2015)

O Sr. Antônio resolveu construir um poço em seu sítio. Ele passou ao engenheiro o esquema abaixo, indicando a posição da piscina e do vestiário em relação à localização da casa.



Aproveitando que iria iniciar uma obra, o Sr. Antônio decidiu construir uma quadra. Sua esposa, no entanto, exigiu as seguintes condições para que se definisse a localização da quadra, para que ninguém viesse suado para a casa:
- as localizações da quadra, do vestiário e da casa devem estar sobre uma mesma linha reta;
- o vestiário deve ser um ponto do segmento de reta que liga a casa à quadra.

O Sr. Antônio fez uma anotação adicional em seu esquema para o arquiteto. Das opções a seguir, a única que atende às exigências impostas pela esposa do Sr. Antônio é:

A) Quadra
50 m para o norte
20 m para o oeste

B) Quadra
50 m para o norte
20 m para o leste

C) Quadra
10 m para o norte
4 m para o oeste

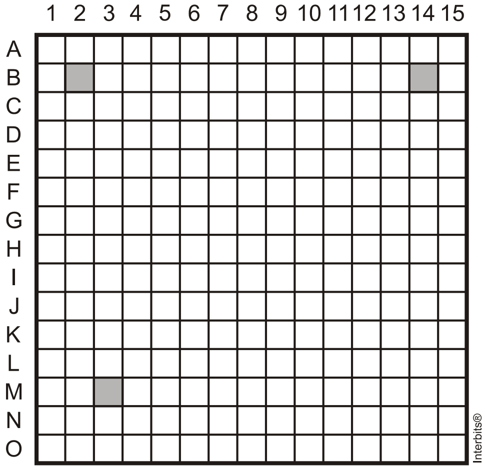
D) Quadra
20 m para o sul
8 m para o leste

E) Quadra
20 m para o sul
8 m para o oeste

Questão 16

(INSPER_2014)

A figura mostra um tabuleiro de um jogo Batalha Naval, em que André representou três navios nas posições dadas pelas coordenadas B2, B14 e M3. Cada navio está identificado por um quadrado sombreado.



André deseja instalar uma base em um quadrado do tabuleiro cujo centro fique equidistante dos centros dos três quadrados onde foram posicionados os navios. Para isso, a base deverá estar localizada no quadrado de coordenadas

- **A** G8.
- **B** G9.
- **C** H8.
- **D** H9.
- **E** H10.

Questão 17

(CFTMG_2014)

A tabela seguinte mostra o número de ovos postos, por semana, pelas galinhas de um sítio

SEMANA	NÚMERO DE GALINHAS (X)	NÚMERO DE OVOS (Y)
1ª	2	11
2ª	3	18
3ª	4	25
4ª	5	32

Considerando-se esses dados, é correto afirmar que os pares ordenados (x, y) satisfazem a relação

- **A** $y = 4x + 3$.
- **B** $y = 6x - 1$.
- **C** $y = 7x - 3$.
- **D** $y = 5x + 7$.

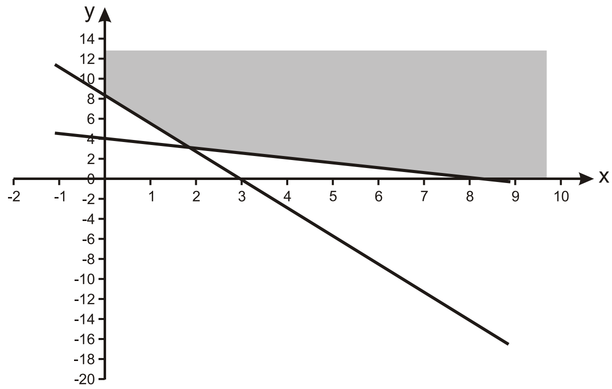
Questão 18

(UNESP_2010)

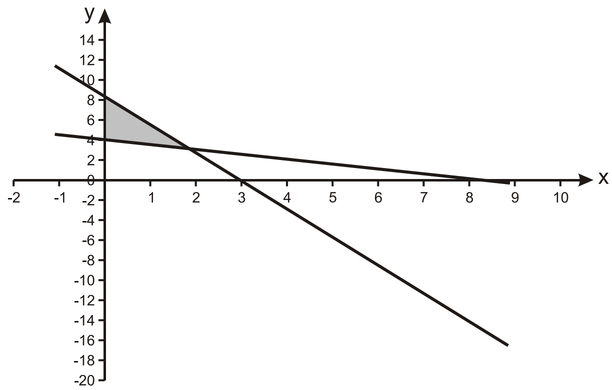
Uma fábrica utiliza dois tipos de processos, P_1 e P_2 para produzir dois tipos de chocolates, C_1 e C_2 Para produzir 1000 unidades de C_1 são exigidas 3 horas de trabalho no processo P_1 e 3 horas em P_2 Para produzir 1000 unidades de C_2 são necessárias 1 hora de trabalho no processo P_1 e 6 horas em P_2 Representando por x a quantidade diária de lotes de 1000 unidades de chocolates produzidas pelo processo P_1 e por y a quantidade diária de lotes de 1000 unidades de chocolates produzidas pelo processo P_2 sabe-se que o número de horas trabalhadas em um dia no processo P_1 é $3x + y$, e que o número de horas trabalhadas em um dia no processo P_2 é $3x + 6y$.

Dado que no processo P_1 pode-se trabalhar no máximo 9 horas por dia e no processo P_2. Pode-se trabalhar no máximo 24 horas por dia, a representação no plano cartesiano do conjunto dos pontos (x,y) que satisfazem, simultaneamente, às duas restrições de número de horas possíveis de serem trabalhadas nos processos P_1 *e* P_2, em um dia, é:

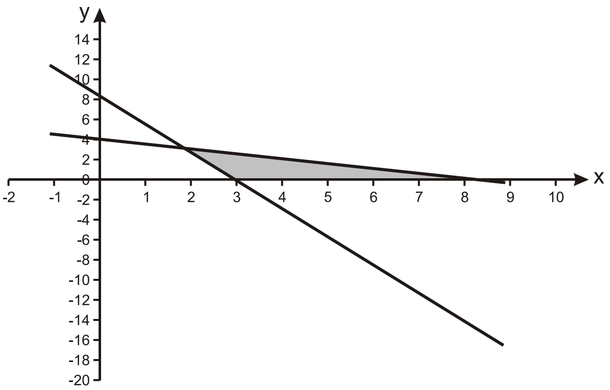
A



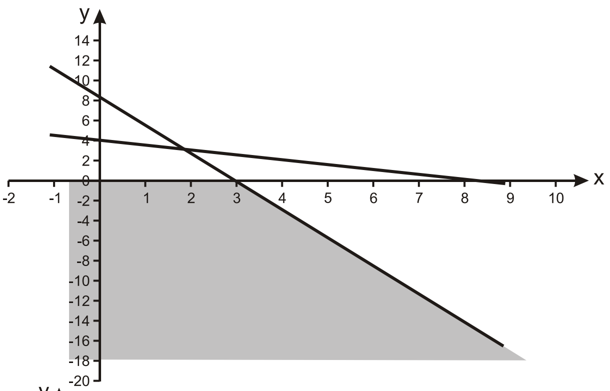
B

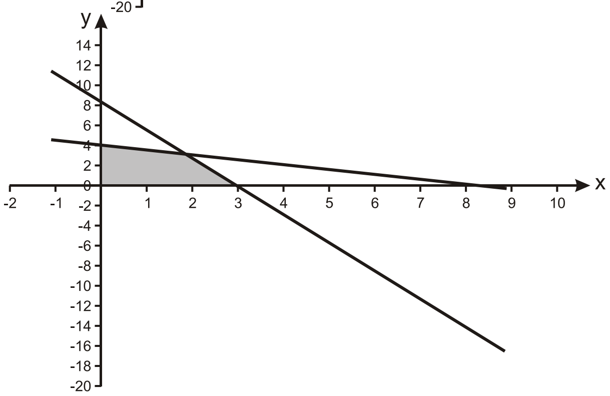


Ⓒ



Ⓓ





Questão 19

(UNESP_2010)

Dado que o lucro na venda de uma unidade do chocolate produzido pelo processo P_1 é de R\$0,50, enquanto que o lucro na venda de uma unidade do chocolate produzido pelo processo P_2 é de R\$0,80, e se forem vendidas todas as unidades produzidas em um dia nos dois processos, no número máximo possíveis de horas, o lucro obtido, em reais, será:

Ⓐ 3.400
Ⓑ 3.900
Ⓒ 4.700
Ⓓ 6.400
Ⓔ 11.200

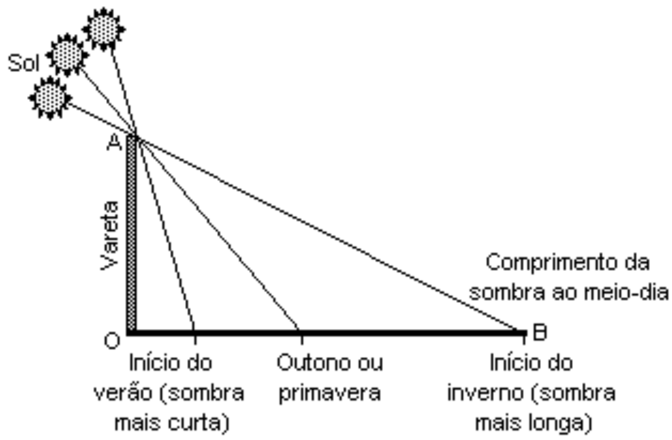
Questão 20

(UERJ_2022)

Sabedoria egípcia

Há mais de 5.000 anos os egípcios observaram que a sombra no chão provocada pela incidência dos raios solares de um gnômon (um tipo de vareta) variava de tamanho e de direção. Com medidas feitas sempre ao meio dia, notaram que a sombra, com o passar dos dias, aumentava de tamanho. Depois de chegar a um comprimento máximo, ela recuava até perto da vareta. As sombras mais longas coincidiam com dias frios. E as mais curtas, com dias quentes.

(Adaptado de Revista "Galileu", janeiro de 2001.)



Um estudante fez uma experiência semelhante à descrita no texto, utilizando uma vareta OA de 2 metros de comprimento. No início do inverno, mediu o comprimento da sombra OB, encontrando 8 metros.

Utilizou, para representar sua experiência, um sistema de coordenadas cartesianas, no qual o eixo das ordenadas (y) e o eixo das abscissas (x) continham, respectivamente, os segmentos de reta que representavam a vareta e a sombra que ela determinava no chão.

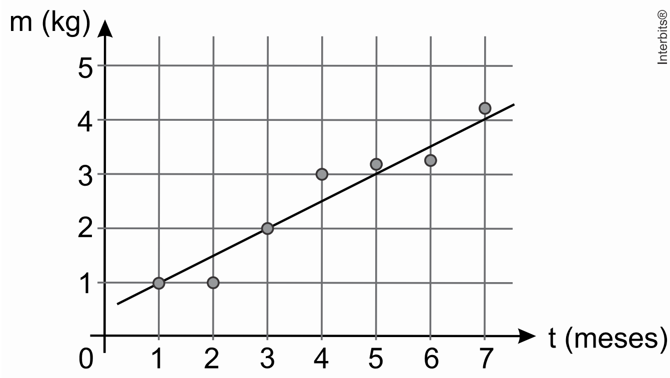
Esse estudante pôde, assim, escrever a seguinte equação da reta que contém o segmento AB:

Ⓐ $y = 8 - 4x$
Ⓑ $x = 6 - 3y$
Ⓒ $x = 8 - 4y$
Ⓓ $y = 6 - 3x$

Questão 21

(FAMERP_2018)

Um animal, submetido à ação de uma droga experimental, teve sua massa corporal registrada nos sete primeiros meses de vida. Os sete pontos destacados no gráfico mostram esses registros e a reta indica a tendência de evolução da massa corporal em animais que não tenham sido submetidos à ação da droga experimental. Sabe-se que houve correlação perfeita entre os registros coletados no experimento e a reta apenas no 1º e no 3º mês.



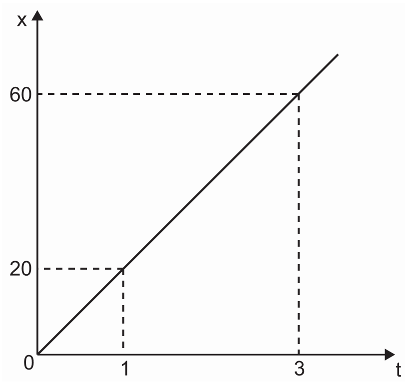
Se a massa registrada no 6º mês do experimento foi 210 gramas inferior à tendência de evolução da massa em animais não submetidos à droga experimental, o valor dessa massa registrada é igual a

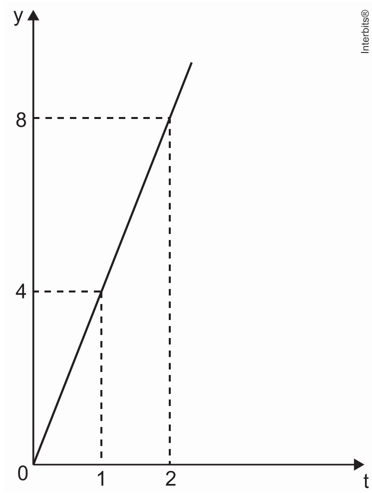
Ⓐ 3,47 kg
Ⓑ 3,27 kg
Ⓒ 3,31 kg
Ⓓ 3,35 kg
Ⓔ 3,29 kg

Questão 22

(ENEM_PPL_2018)

A quantidade x, de peças, em milhar, produzidas e o faturamento y, em milhar de real, de uma empresa estão representados nos gráficos, ambos em função do número t de horas trabalhadas por seus funcionários.





O número de peças que devem ser produzidas para se obter um faturamento de R$10.000,00 é

Ⓐ 2000.
Ⓑ 2500.
Ⓒ 40.000.
Ⓓ 50.000.
Ⓔ 200.000.

Questão 23

(CMRJ_2018)

"Para que seja possível medir a temperatura de um corpo, foi desenvolvido um aparelho chamado termômetro. O termômetro mais comum é o de mercúrio, que consiste em um vidro graduado com um bulbo de paredes finas, que é ligado a um tubo muito fino, chamado tubo capilar. Quando a temperatura do termômetro aumenta, as moléculas de mercúrio aumentam sua agitação, fazendo com que este se dilate, preenchendo o tubo capilar. Para cada altura atingida pelo mercúrio está associada uma temperatura."

http://www.sofisica.com.br/conteudos/Termologia/Termometria/escalas.php

As principais escalas termométricas são Kelvin (K), Celsius (°C) e Fahrenheit (°F). A escala Celsius é a mais utilizada e se relaciona com as outras através das funções:

$$F = \frac{9C}{5} + 32 \ \ e \ K = C + 273$$

Há uma temperatura na qual a soma dos valores numéricos que a representam, nas escalas Celsius e Kelvin, vale 317. Na escala Fahrenheit, essa temperatura é um valor situado no intervalo:

Ⓐ (70, 71].
Ⓑ (71, 72].
Ⓒ (72, 73].
Ⓓ (73, 74].
Ⓔ (74, 75].

Questão 24

(FMP_2021)

Os pontos colineares A, B e C estão, respectivamente, em Petrópolis, Teresópolis e Nova Friburgo como mostra o mapa a seguir. Sabe-se que a distância de B até C é o dobro da distância de A até B.

Em um certo sistema de coordenadas, cuja origem está no centro da cidade do Rio de Janeiro, esses pontos são dados por: A(0; 4), B(2,1; 4,7) e C(x; y).

Considerando esse contexto, o valor de $x + y$ é

A 12,4
B 13,2
C 14,0
D 12,8
E 13,6

Questão 25

(CMRJ_2018)

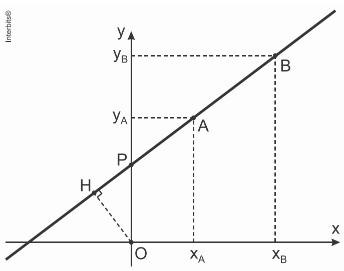
Dados os pontos A(2, 5) e B(4, 1), do plano cartesiano, o ponto de intersecção da mediatriz do segmento $\overline{AB}$ com a bissetriz dos quadrantes pares tem abscissa igual a:

A –2
B –1
C –1,5
D –3
E –2,5

Questão 26

(CMRJ_2018)

A imagem a seguir ilustra parte do gráfico da função real polinomial do primeiro grau y, de variável real x, além dos pontos H, P, A e B, pertencentes a esse gráfico, no plano cartesiano xOy.



A diferença entre as abscissas dos pontos A e B é 4, e a diferença entre as ordenadas desses mesmos pontos é 3.

Se o segmento $\overline{OH}$ mede 3, então o gráfico intersecta o eixo $\overrightarrow{Oy}$ no ponto P, cuja ordenada é

A 3,00
B 3,25
C 3,75
D 4,00
E 5,00

GABARITO _ EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO ESTUDO DA RETA

Questão	Resposta
F. 1	São colineares
F. 2	10
F. 3	7
F. 4	1
F. 5	São colineares
F. 6	7
F. 7	$k \neq 2$
F. 8	16,5
F. 9	B
F. 10	$x - y + 4 = 0$
F. 11	15
F. 12	$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$
F. 13	$y = x + 2$
F. 14	$y = \sqrt{3}x + 5$
F. 15	$y = 3x + 12$
F. 16	D
F. 17	$y = -2x + 6$
F. 18	$y = 3x + 5$
F. 19	$(2, 7)$
F. 20	8 u.a.
F. 21	$y = -\frac{x}{2} + \frac{1}{2}$
F. 22	$(-10, 7)$
F. 23	$\left(\frac{2}{2}, \frac{85}{2}\right)$
F. 24	$y = 2x + 6$
F. 25	$(-3, 3)\ e\ \left(\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\right)$
F. 26	9 u.c.
F. 27	$\frac{2\sqrt{5}}{5} km$

Gabarito _ Estudo do RETA
Hora de Praticar

Questão	Resposta	Questão	Resposta
01	B	14	B
02	C	15	A
03	E	16	A
04	D	17	C
05	E	18	E
06	B	19	A
07	B	20	C
08	E	21	E
09	B	22	D
10	C	23	B
11	D	24	A
12	E	25	B
13	D	26	C