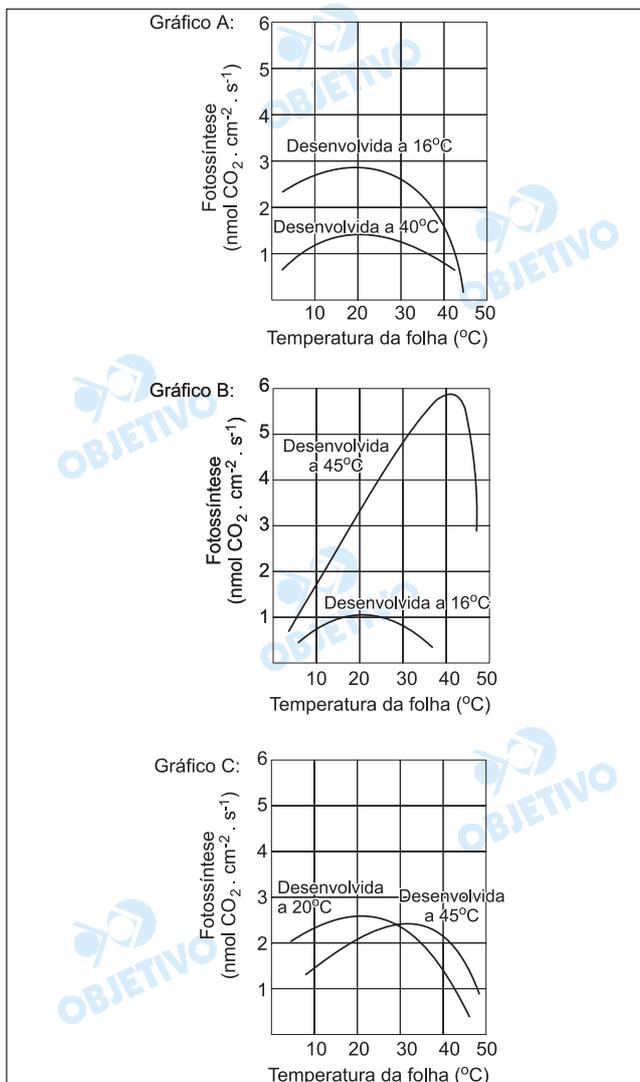


BIOLOGIA

1

Os gráficos A, B e C correspondem à taxa de fotossíntese de três plantas diferentes ocorrendo em três ambientes distintos.



Gráficos da taxa fotossintética em função da temperatura da folha em três espécies de plantas de três ambientes distintos.

(Modificado de Ricklefs, R. 1993. *A Economia da Natureza*.)

Considere os grandes biomas terrestres existentes no planeta e responda.

- Em quais biomas estão presentes as plantas representadas nos gráficos A, B e C?
- Cite pelo menos três características morfológicas que se espera encontrar nas folhas da planta representada no gráfico C.

Resolução

a) *Gráfico A: a planta desenvolve-se em ambiente temperado. Bioma: Floresta temperada caducifólia ou Floresta de conífera (Taiga).*

Gráfico B: a planta desenvolve-se em ambiente de altas temperaturas. Bioma: Deserto.

Gráfico C: a planta apresenta uma grande valência ecológica. Bioma: Savana (cerrado).

- b)
- Cutícula espessa, recoberta com cera.
 - Epiderme com pêlos.
 - Parênquima paliçádico desenvolvido.
 - Estômatos em criptas e situados na epiderme inferior.
 - Folhas com tamanhos e formas variados.

2

Cientistas criaram em laboratório um bacteriófago (fago) composto que possui a cápsula protéica de um fago T2 e o DNA de um fago T4. Após esse bacteriófago composto infectar uma bactéria, os fagos produzidos terão

- a) a cápsula protéica de qual dos fagos? E o DNA, será de qual deles?
b) Justifique sua resposta.

Resolução

- a) *Os fagos produzidos na bactéria infectada terão a cápsula protéica e o DNA do fago T4.*
b) *Durante a infecção, apenas o DNA do fago T4 penetra na bactéria hospedeira, passando a comandar a produção da nova linhagem viral.*

3

Em uma mulher, após a menopausa, ocorre a falência das funções ovarianas. Responda:

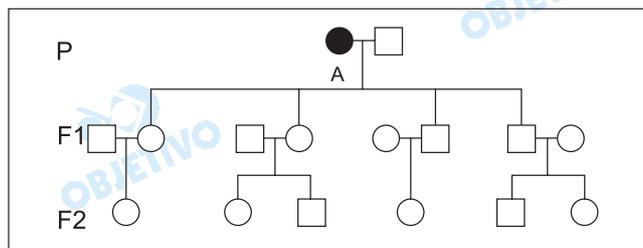
- a) Como estarão as concentrações dos hormônios estrogênio, progesterona, folículo-estimulante (FSH) e luteinizante (LH) em uma mulher, após a menopausa, caso não esteja sendo submetida a tratamento de reposição hormonal?
b) Explique o mecanismo que leva a essas concentrações.

Resolução

- a) *Ocorrendo a falência ovariana, após a menopausa, as taxas do estrogênio e da progesterona sofrem uma queda e, conseqüentemente, as taxas dos hormônios FSH e LH, secretados pela adenoipófise, serão elevadas.*
b) *A queda da taxa de progesterona, hormônio ovariano, estimula a secreção do FSH pela adenoipófise. Esse mecanismo de controle da secreção hormonal é denominado feed back ou retroalimentação.*

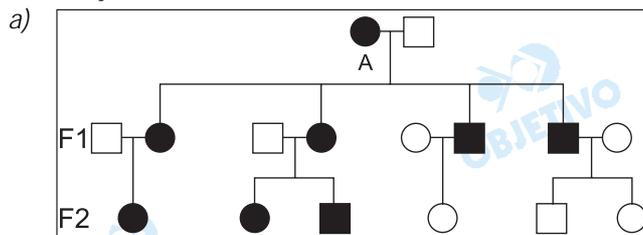
4

No heredograma seguinte, a pessoa A possui uma mutação no DNA de todas as suas mitocôndrias, que faz com que a produção de energia para os músculos seja deficiente, ocasionando dificuldades motoras para os portadores do problema. Essa pessoa casou-se com outra, aparentemente normal. O casal (P) teve filhos (F1) e estes, por sua vez, também tiveram filhos (F2).



- a) Copie o heredograma em seu caderno de respostas, pintando quais serão as pessoas afetadas pela doença em F1 e em F2.
 b) Justifique sua resposta.

Resolução



- b) O tipo de herança se justifica, pois apenas o DNA mitocondrial, presente no óvulo, é transmitido à descendência.

5

O jornal *Folha de S.Paulo* (23.09.2002) noticiou que um cientista espanhol afirmou ter encontrado proteínas no ovo fóssil de um dinossauro que poderiam ajudá-lo a reconstituir o DNA desses animais.

- a) Faça um esquema simples, formado por palavras e setas, demonstrando como, a partir de uma sequência de DNA, obtém-se uma proteína.
 b) A partir de uma proteína, é possível percorrer o caminho inverso e chegar à sequência de DNA que a gerou? Justifique.

Resolução

- a) $DNA \xrightarrow{\text{transcrição}} RNAm \xrightarrow{\text{tradução}} \text{Proteína}$.
 b) Não, porque a degeneração do código genético permitiria chegar a inúmeras seqüências possíveis no DNA.

6

Entre os vertebrados, a conquista da endotermia (homeotermia) representou, para os grupos que a possuem, um passo evolutivo decisivo para a conquista de ambientes antes restritivos para os demais grupos.

- a) Copie a tabela em seu caderno de respostas e a preencha com as características dos grupos apontados quanto ao número de câmaras (cavidades) do coração.

	Anfíbios (adultos)	Répteis não crocodilianos	Aves	Mamíferos
Número de câmaras do coração				

- b) Explique sucintamente como o número de câmaras do coração e a endotermia podem estar correlacionados.

Resolução

a)

	Anfíbios (adultos)	Répteis não crocodilianos	Aves	Mamíferos
Número de câmaras do coração	3 (2 átrios e 1 ventrículo)	3 (2 átrios e 1 ventrículo, parcialmente dividido pelo septo interventricular)	4 (2 átrios e 2 ventrículos)	4 (2 átrios e 2 ventrículos)

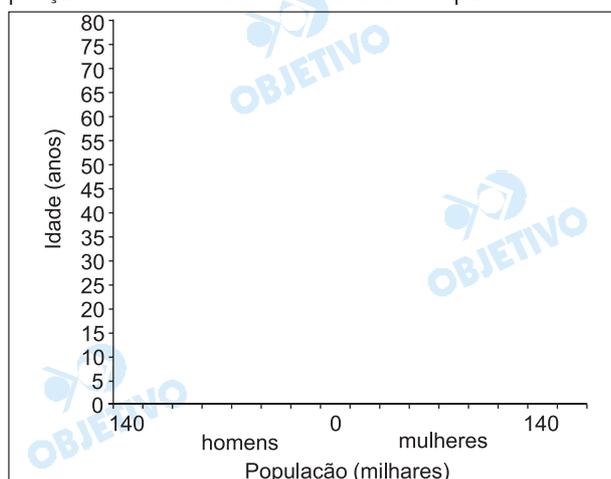
- b) *O aumento do número de cavidades cardíacas e a presença de circulação fechada, dupla e **completa**, em que o sangue venoso não se mistura ao arterial, permitiram um transporte mais eficiente de O₂ aos tecidos, fator fundamental na conquista da homeotermia.*

7

Segundo dados da ONU, Botsuana, na África, possui hoje quase 40% de sua população entre 20 e 30 anos de idade contaminada com o vírus da AIDS.

A idade em que os casais têm filhos nesse país corresponde à faixa dos 18 aos 30 anos e, em Botsuana, não existe o acesso da população a drogas de controle da progressão do vírus HIV (os chamados "coquetéis"). A previsão é de que a taxa de infecção e de mortalidade pela AIDS em Botsuana permaneça igual nos próximos 30 anos.

- a) Copie o gráfico em seu caderno de respostas e faça nele um esquema de como seria a pirâmide etária do país sem o vírus HIV, considerando igual a proporção entre homens e mulheres no país.

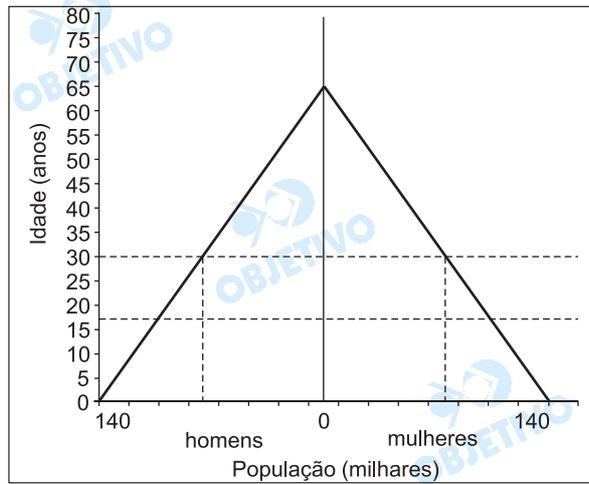


- b) Considerando as informações e as condições dadas,

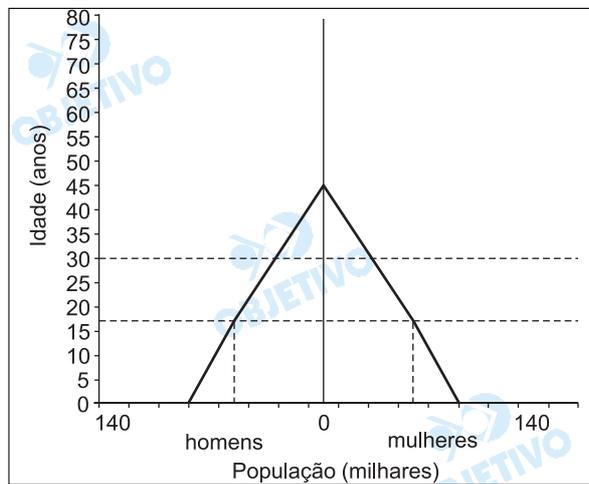
faça um segundo esquema da pirâmide etária de Botsuana no ano de 2020.

Resolução

a)



b)



QUÍMICA

8

A produção de ácido nítrico, pelo método de Ostwald, pode ser descrita como se ocorresse em 3 etapas seqüenciais.

- I. Oxidação catalítica da amônia gasosa pelo oxigênio, formando monóxido de nitrogênio.
- II. Oxidação do monóxido de nitrogênio pelo oxigênio, formando dióxido de nitrogênio.
- III. Reação do dióxido de nitrogênio com água, formando ácido nítrico e monóxido de nitrogênio, o qual é reciclado para a etapa II.
 - a) Sabendo-se que para oxidar completamente 1,70 g de amônia são necessários exatamente 4,00 g de oxigênio, deduza os coeficientes estequiométricos dos reagentes envolvidos na etapa I. Escreva a equação, corretamente balanceada, representativa dessa reação.
 - b) Escreva as equações representativas, corretamente balanceadas, das reações correspondentes às etapas II e III.

Resolução

- a) Vamos representar os coeficientes pelas letras x e y .
- $$x \text{ NH}_3 \text{ ----- } y \text{ O}_2$$
- $$x \cdot 17\text{g} \text{ ----- } y \cdot 32\text{g}$$
- $$1,70\text{g} \text{ ----- } 4,00\text{g}$$

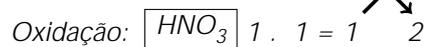
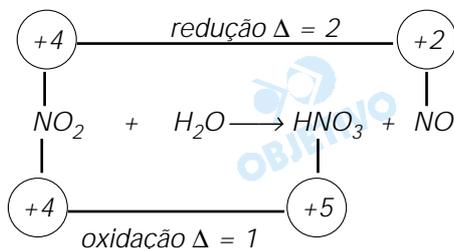
A proporção será igual:

$$\frac{x \cdot 17}{1,70} = \frac{y \cdot 32}{4,00}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{54,4}{68} = 0,8 = \frac{4}{5}$$



- b) $2\text{NO} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{NO}_2$



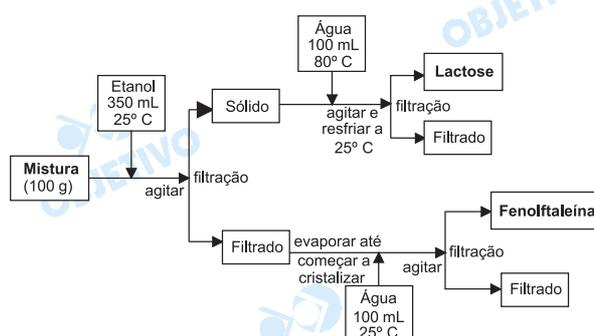
9

A fenolftaleína apresenta propriedades catárticas e por

isso era usada, em mistura com α -lactose monoidratada, na proporção de 1:4 em peso, na formulação de um certo laxante. Algumas das propriedades dessas substâncias são dadas na tabela.

Substância	Ponto de fusão (°C)	Solubilidade (g/100mL)	
		água	etanol
fenolftaleína	260 – 265	praticamente insolúvel	6,7 a 25°C
α -lactose. H ₂ O	201-202	25 a 25°C 95 a 80°C	praticamente insolúvel

Deseja-se separar e purificar essas duas substâncias, em uma amostra de 100 g da mistura. Com base nas informações da tabela, foi proposto o procedimento representado no fluxograma.



- Supondo que não ocorram perdas nas etapas, calcule a massa de lactose que deve cristalizar no procedimento adotado.
- Com relação à separação / purificação da fenolftaleína,
 - explique se o volume de etanol proposto é suficiente para dissolver toda a fenolftaleína contida na mistura.
 - usando seus conhecimentos sobre a solubilidade do etanol em água, explique por que a adição de água à solução alcoólica provoca a cristalização da fenolftaleína.

Resolução

a) Cálculo da massa da α -lactose

Para 5g da mistura, temos:

1g de fenolftaleína

4g de α -lactose

$$5g \text{ ----- } 4g$$

$$100g \text{ ----- } x$$

$$x = 80g$$

Essa quantidade é dissolvida em 100mL de água a 80°C. No entanto, a filtração é feita com a mistura resfriada a 25°C. Nesta temperatura permanecem 25g dissolvidos, enquanto cristalizam 55g (80g – 25g).

b) Temos 20g de fenolftaleína:

$$100\text{mL} \text{ ---dissolvem--- } 6,7\text{g}$$

dissolvem

350mL ----- x

$$x = 23,45g$$

O volume de etanol é suficiente para dissolver toda a fenolftaleína.

O álcool é solúvel em água devido à sua parte polar

($\begin{array}{c} | \\ -C - O - H \\ | \end{array}$), ocorrendo ponte de hidrogênio entre as duas espécies.

A parte apolar do etanol ($H_3C - CH_2 -$) é responsável pela dissolução da fenolftaleína por meio de forças de van der Waals entre as duas espécies. A adição de água (bastante polar) na solução de fenolftaleína em etanol deixa o meio mais polar, provocando a cristalização da fenolftaleína. Esta é insolúvel em solvente bastante polar.

10

Têm-se duas soluções aquosas de mesma concentração, uma de ácido fraco e outra de ácido forte, ambos monopróticos.

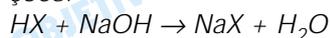
Duas experiências independentes, I e II, foram feitas com cada uma dessas soluções.

- I. Titulação de volumes iguais de cada uma das soluções com solução padrão de NaOH, usando-se indicadores adequados a cada caso.
- II. Determinação do calor de neutralização de cada uma das soluções, usando-se volumes iguais de cada um dos ácidos e volumes adequados de solução aquosa de NaOH.

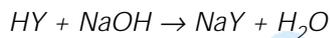
Explique, para cada caso, se os resultados obtidos permitem distinguir cada uma das soluções.

Resolução

- I) A titulação de volumes iguais de cada uma das soluções requer o mesmo volume de solução padrão de NaOH. Não se distingue cada uma das soluções.



fraco



forte

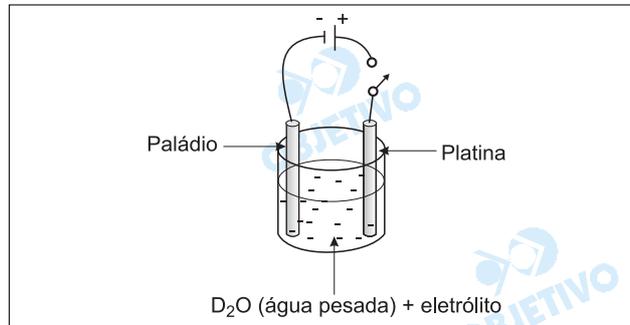
Nota: Estamos considerando que, independentemente do indicador utilizado, o volume de NaOH medido (que é o mesmo nos dois casos) é aquele quando o sistema muda de cor devido à presença do indicador.

- II) A reação de 1 mol de qualquer ácido forte (HY) com 1 mol de qualquer base forte (NaOH) libera sempre a mesma quantidade de calor (13,7 kcal). A reação de 1 mol de ácido fraco (HX) com 1 mol de base forte (NaOH) libera uma quantidade de calor menor que 13,7 kcal.

11

Mais de uma vez a imprensa noticiou a obtenção da

chamada fusão nuclear a frio, fato que não foi comprovado de forma inequívoca até o momento. Por exemplo, em 1989, Fleishman e Pons anunciaram ter obtido a fusão de dois átomos de deutério formando átomos de He, de número de massa 3, em condições ambientais. O esquema mostra, de forma simplificada e adaptada, a experiência feita pelos pesquisadores.



Uma fonte de tensão (por exemplo, uma bateria de carro) é ligada a um eletrodo de platina e a outro de paládio, colocados dentro de um recipiente com água pesada (D₂O) contendo um eletrólito (para facilitar a passagem da corrente elétrica). Ocorre eletrólise da água, gerando deutério (D₂) no eletrodo de paládio. O paládio, devido às suas propriedades especiais, provoca a dissociação do D₂ em átomos de deutério, os quais se fundem gerando ³He com emissão de energia.

a) Escreva a equação balanceada que representa a semi-reação que produz D₂ no eletrodo de paládio.

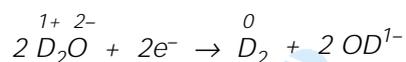
Explique a diferença existente entre os núcleos de H e D.

b) Escreva a equação balanceada que representa a reação de fusão nuclear descrita no texto e dê uma razão para a importância tecnológica de se conseguir a fusão a frio.

Resolução

a) Utilizando um sal que não sofre eletrólise em solução aquosa como eletrólito (por exemplo, NaNO₃):

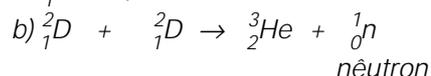
Cátodo (pólo negativo, paládio)



Os núcleos de H e D diferem no número de nêutrons e, portanto, no número de massa.

¹₁H – 1 próton, nenhum nêutron.

²₁D – 1 próton, 1 nêutron.



A fusão de núcleos positivos requer temperaturas elevadas (da ordem de 100 000 000°C). Ocorrendo a fusão, há liberação de grande quantidade de energia pela transformação de massa em energia ($E = m \cdot c^2$, de acordo com Einstein). A fusão a frio permitiria a produção de energia, sem a dificuldade tecnológica de obtenção de temperatura elevadís-

sima para iniciar a fusão.

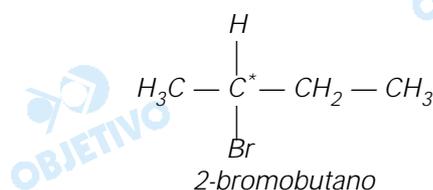
12

Um composto de fórmula molecular C_4H_9Br , que apresenta isomeria ótica, quando submetido a uma reação de eliminação (com KOH alcoólico a quente), forma como produto principal um composto que apresenta isomeria geométrica (cis e trans).

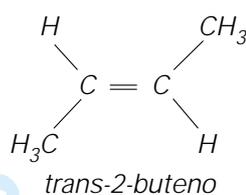
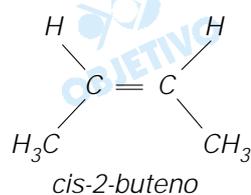
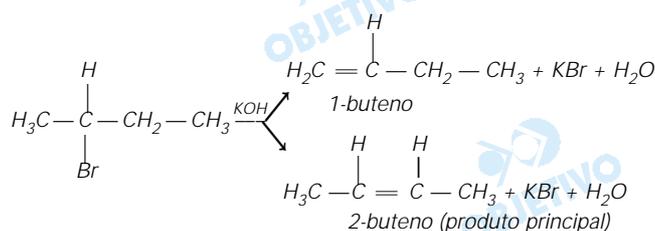
- Escreva as fórmulas estruturais dos compostos orgânicos envolvidos na reação.
- Que outros tipos de isomeria pode apresentar o composto de partida C_4H_9Br ? Escreva as fórmulas estruturais de dois dos isômeros.

Resolução

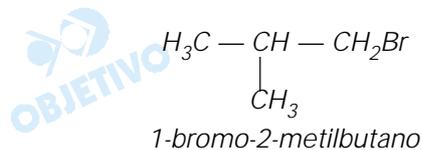
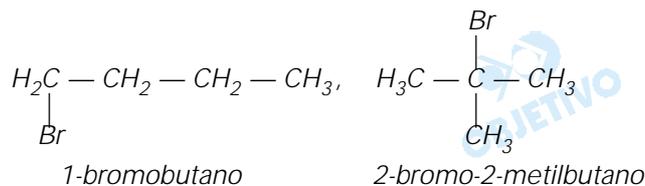
a) Se o composto apresenta isomeria óptica, provavelmente deve possuir carbono quiral na sua molécula.



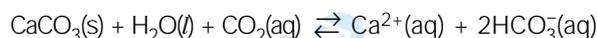
Podemos representar a equação química de eliminação da seguinte maneira:



b) Isomeria de posição e de cadeia.



A água de regiões calcáreas contém vários sais dissolvidos, principalmente sais de cálcio. Estes se formam pela ação da água da chuva, saturada de gás carbônico, sobre o calcáreo. O equilíbrio envolvido na dissolução pode ser representado por:

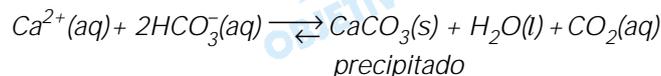


Essa água, chamada de dura, pode causar vários problemas industriais (como a formação de incrustações em caldeiras e tubulações com água quente) e domésticos (como a diminuição da ação dos sabões comuns).

- Com base nas informações dadas, explique o que podem ser essas incrustações e por que se formam em caldeiras e tubulações em contato com água aquecida.
- Escreva a fórmula estrutural geral de um sabão. Explique por que a ação de um sabão é prejudicada pela água dura.

Resolução

- As incrustações que aparecem correspondem à substância carbonato de cálcio (CaCO_3), que é insolúvel em água, formada pelo deslocamento do equilíbrio no sentido de sua formação.

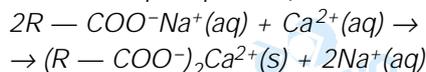


O aumento de temperatura favorece o desprendimento de $\text{CO}_2(\text{g})$ e de acordo com Le Chatelier, o equilíbrio é deslocado "para a direita".

- A fórmula geral de um sabão (sal de ácido carbônico de cadeia longa) é:



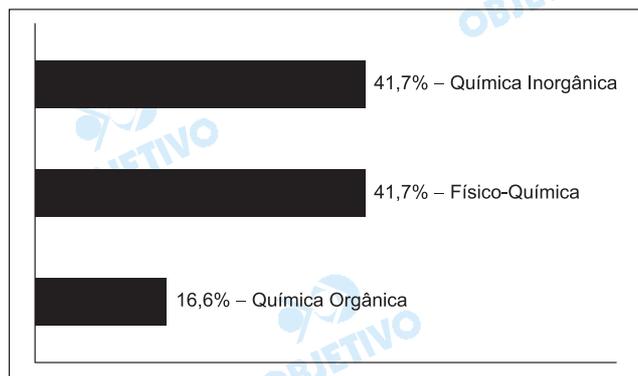
O sabão não forma espuma em contato com a água dura, porque reage com os íons de cálcio (Ca^{2+}) formando um precipitado (sal insolúvel):



Comentário de Química

A prova apresentou nível médio, com enunciados claros, envolvendo o conteúdo programático do Ensino Médio.

Houve predominância de questões de Físico-Química e Química Inorgânica. A banca examinadora deveria apresentar uma tabela periódica mais atualizada, pois os nomes oficiais dos elementos 104 e 105 não são mais respectivamente Kurchatóvio (Ku) e Hâhnio (Ha).



FÍSICA

14

Em um acidente de trânsito, uma testemunha deu o seguinte depoimento:

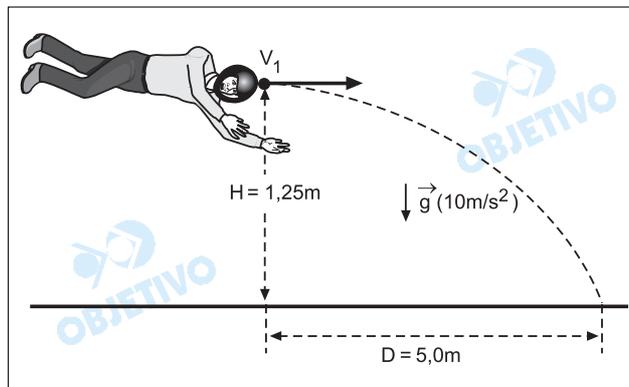
A moto vinha em alta velocidade, mas o semáforo estava vermelho para ela. O carro que vinha pela rua transversal parou quando viu a moto, mas já era tarde; a moto bateu violentamente na lateral do carro. A traseira da moto levantou e seu piloto foi lançado por cima do carro.

A perícia supôs, pelas características do choque, que o motociclista foi lançado horizontalmente de uma altura de 1,25 m e caiu no solo a 5,0 m do ponto de lançamento, medidos na horizontal. As marcas de pneu no asfalto plano e horizontal mostraram que o motociclista acionou bruscamente os freios da moto, travando as rodas, 12,5 m antes da batida. Após análise das informações coletadas, a perícia concluiu que a moto deveria ter atingido o carro a uma velocidade de 54 km/h (15 m/s).

Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$ e o coeficiente de atrito entre o asfalto e os pneus 0,7, determine:

- a) a velocidade de lançamento do motociclista, em m/s;
- b) a velocidade da moto antes de começar a frear.

Resolução



- a) 1) Cálculo do tempo de queda:

$$\Delta s_y = V_{0y} t + \frac{\gamma_y}{2} t^2 \text{ (MUV) } \downarrow \oplus$$

$$1,25 = 0 + \frac{10}{2} t_Q^2$$

$$t_Q^2 = 0,25 \Rightarrow t_Q = 0,50\text{s}$$

- 2) Cálculo da velocidade horizontal V_1 :

$$\Delta s_x = V_1 t$$

$$5,0 = V_1 \cdot 0,50 \Rightarrow V_1 = 10\text{m/s}$$

- b) A força de atrito é a força resultante utilizada na freada do carro.

Aplicando-se o teorema da energia cinética:

$$\tau_{at} = \Delta E_{cin}$$

$$\mu m g d \cos 180^\circ = \frac{mV_f^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

$$0,7 \cdot 10 \cdot 12,5 (-1) = \frac{(15)^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}$$

$$-87,5 = 112,5 - \frac{V_0^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{2} = 200$$

$$V_0^2 = 400 \Rightarrow V_0 = 20\text{m/s}$$

Respostas: a) 10m/s
b) 20m/s

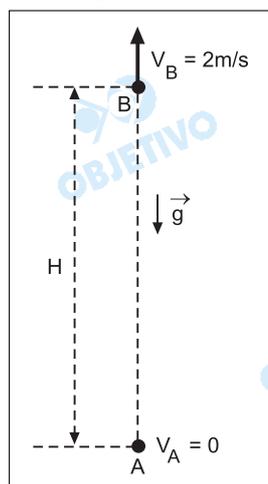
15

Com o auxílio de um estilingue, um garoto lança uma pedra de 150 g verticalmente para cima, a partir do repouso, tentando acertar uma fruta no alto de uma árvore. O experiente garoto estica os elásticos até que estes se deformem de 20cm e, então, solta a pedra, que atinge a fruta com velocidade de 2 m/s.

Considerando que os elásticos deformados armazenam energia potencial elástica de 30,3 J, que as forças de atrito são desprezíveis e que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a) a distância percorrida pela pedra, do ponto onde é solta até o ponto onde atinge a fruta;
b) o impulso da força elástica sobre a pedra.

Resolução



- a) Seja A o ponto onde a pedra é solta, a partir do repouso, com o elástico esticado. Seja B o ponto onde a pedra atinge a fruta.

Usando-se a conservação da energia mecânica entre as posições A e B, tomando-se A como referência, vem:

$$E_B = E_A$$

$$mgH + \frac{mV_B^2}{2} = E_{elástica}$$

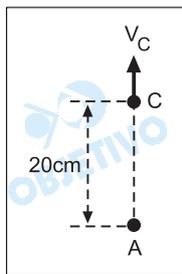
$$30,3 = 0,15 \cdot 10 \cdot H + \frac{0,15 \cdot (2)^2}{2}$$

$$1,5H + 0,3 = 30,3$$

$$1,5H = 30$$

$$H = 20\text{m}$$

b)



1) Seja C a posição em que a mola readquire seu tamanho natural, estando a pedra com velocidade de módulo V_C .

Para calcularmos V_C , usaremos a conservação da energia mecânica entre as posições A e C, tomando A como referência.

$$E_C = E_A$$

$$mgh_C + \frac{mV_C^2}{2} = E_{elástica}$$

$$0,15 \cdot 10 \cdot 0,20 + \frac{0,15 V_C^2}{2} = 30,3$$

$$0,3 + \frac{0,15 V_C^2}{2} = 30,3$$

$$V_C^2 = 400 \Rightarrow \boxed{V_C = 20\text{m/s}}$$

2) Aplicando-se o teorema do Impulso entre as posições A e C, vem:

$$I_R = \Delta Q$$

$$I_R = mV_C - mV_A$$

$$I_R = 0,15 \cdot 20 - 0 \text{ (SI)}$$

$$\boxed{I_R = 3,0 \text{ N} \cdot \text{s}}$$

Se desprezarmos o peso em comparação com a força elástica, podemos admitir que o impulso da força elástica tem módulo igual a $3,0 \text{ N} \cdot \text{s}$.

Como a força resultante entre A e C é variável, não há como calcularmos o tempo gasto entre A e C e o respectivo impulso do peso, com o ferramental matemático do ensino médio.

Respostas: a) 20m

b) $3,0 \text{ N} \cdot \text{s}$

16

Você já deve ter notado como é difícil abrir a porta de um freezer logo após tê-la fechado, sendo necessário aguardar alguns segundos para abri-la novamente. Considere um freezer vertical cuja porta tenha 0,60 m de largura por 1,0 m de altura, volume interno de 150L e que esteja a uma temperatura interna de -18°C , num dia em que a temperatura externa seja de 27°C e a pressão, $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.

a) Com base em conceitos físicos, explique a razão de ser difícil abrir a porta do freezer logo após tê-la fechado e por que é necessário aguardar alguns instantes para conseguir abri-la novamente.

b) Suponha que você tenha aberto a porta do freezer por tempo suficiente para que todo o ar frio do seu interior fosse substituído por ar a 27°C e que, fe-

chando a porta do freezer, quisesse abri-la novamente logo em seguida. Considere que, nesse curtíssimo intervalo de tempo, a temperatura média do ar no interior do freezer tenha atingido -3°C . Determine a intensidade da força resultante sobre a porta do freezer.

Resolução

a) Quando a porta do freezer é aberta entra ar mais quente em seu interior, fazendo a pressão interna igualar-se à pressão externa. A porta é fechada e o ar existente no interior do freezer é resfriado rapidamente, diminuindo sensivelmente a sua pressão. Como a pressão do ar externo é maior, existirá uma diferença de pressão que dificultará a sua abertura. Para conseguirmos abrir a porta será necessário aplicarmos uma força de intensidade maior do que aquela decorrente da diferença entre a pressão externa e a interna.

Se deixarmos passar um certo intervalo de tempo, notamos que a abertura da porta fica mais fácil. Isso ocorre porque a vedação da porta não é ideal, possibilitando a entrada de ar externo no interior do freezer. Esse ar será resfriado lentamente, mas aumentará o número de partículas de ar, o que aumentará a pressão do ar no interior do freezer. Quando essa pressão tornar-se igual à pressão externa, a massa de ar de dentro do freezer ficará praticamente constante e a resistência à abertura da porta será apenas devido aos imãs existentes na borracha de vedação que aderem ao metal do corpo do freezer.

b) Usando a Lei Geral dos Gases, podemos encontrar a pressão do ar na parte interna do freezer:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

$$\frac{1,0 \cdot 10^5 \cdot 150}{(27 + 273)} = \frac{p_1 \cdot 150}{(-3 + 273)}$$

$$\frac{1,0 \cdot 10^5}{300} = \frac{p_1}{270}$$

$$p_1 = 0,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

Portanto, usando a definição de pressão, temos:

$$\Delta p = \frac{F_R}{A} \Rightarrow F_R = \Delta p \cdot A$$

$$F_R = (1 \cdot 10^5 - 0,9 \cdot 10^5) \cdot (1,0 \cdot 0,6) \text{ (N)}$$

$$F_R = 6,0 \cdot 10^3 \text{ N}$$

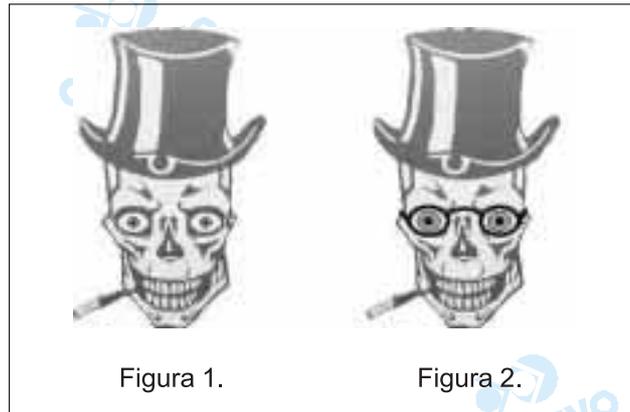
Respostas: a) Ver o item a da resolução

b) $6,0 \cdot 10^3 \text{ N}$

17

As figuras mostram o Nicodemus, símbolo da As-

sociação Atlética dos estudantes da Unifesp, ligeiramente modificado: foram acrescentados olhos, na 1ª figura e óculos transparentes, na 2ª.



- a) Supondo que ele esteja usando os óculos devido a um defeito de visão, compare as duas figuras e responda. Qual pode ser este provável defeito? As lentes dos óculos são convergentes ou divergentes?
- b) Considerando que a imagem do olho do Nicodemus com os óculos seja 25% maior que o tamanho real do olho e que a distância do olho à lente dos óculos seja de 2 cm, determine a vergência das lentes usadas pelo Nicodemus, em dioptrias.

Resolução

- a) De acordo com a figura, a imagem do olho é maior que o seu tamanho real, isto é, a imagem é ampliada e por isso a lente usada só pode ser **convergente**, pois as lentes divergentes, para um objeto real, fornecem imagens sempre virtuais, diretas e **reduzidas**.

O provável defeito de visão que é corrigido com lentes convergentes é a **hipermetropia**.

O defeito de visão chamado **presbiopia** pode ser também corrigido com lentes convergentes.

- b) $A = 1,25$ e $p = 2\text{cm}$

Usando-se a equação do aumento linear:

$$A = \frac{f}{f - p} \Rightarrow 1,25 = \frac{f}{f - 2}$$

$$1,25f - 2,5 = f$$

$$0,25f = 2,5 \Rightarrow f = 10\text{cm} = 0,1\text{m}$$

A vergência V é dada por:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,1} \text{ di} \Rightarrow V = 10 \text{ di}$$

Respostas: a) hipermetropia; convergente

b) 10 di

18

Um resistor para chuveiro elétrico apresenta as seguintes especificações:

Tensão elétrica: 220 V.

Resistência elétrica (posição I): $20,0 \Omega$.

Resistência elétrica (posição II): $11,0 \Omega$.

Potência máxima (posição II): $4\,400 \text{ W}$.

Uma pessoa gasta 20 minutos para tomar seu banho, com o chuveiro na posição II, e com a água saindo do chuveiro à temperatura de 40°C .

Considere que a água chega ao chuveiro à temperatura de 25°C e que toda a energia dissipada pelo resistor seja transferida para a água. Para o mesmo tempo de banho e a mesma variação de temperatura da água, determine a economia que essa pessoa faria, se utilizasse o chuveiro na posição I,

a) no consumo de energia elétrica, em kWh, em um mês (30 dias);

b) no consumo de água por banho, em litros, considerando que na posição I gastaria 48 litros de água.

Dados:

calor específico da água: $4\,000 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$.

densidade da água: 1 kg/L .

Resolução

a) 1) Cálculo da potência do chuveiro com a chave na posição I:

$$P_I = \frac{U^2}{R_1} = \frac{(220)^2}{20,0} (\text{W}) = 2420 \text{ W}$$

2) Cálculo da economia de energia elétrica

$$\Delta E = (P_{II} - P_I) \cdot \Delta t$$

Sendo:

$$P_{II} = 4400 \text{ W} = 4,40 \text{ kW}$$

$$P_I = 2420 \text{ W} = 2,42 \text{ kW}$$

$$\Delta t = 30 \cdot \frac{1}{3} (\text{h}) = 10 \text{ h (durante 1 mês)}$$

$$\text{Vem: } \Delta E = (4,40 - 2,42) \cdot 10 (\text{kWh})$$

$$\Delta E = 19,8 \text{ kWh}$$

b) 1) Cálculo da quantidade de água consumida no banho com o chave na posição II

$$E_{el} = Q$$

$$P_{II} \cdot \Delta t = m_{II} \cdot c \cdot \Delta \theta$$

$$m_{II} = \frac{P_{II} \cdot \Delta t}{c \cdot \Delta \theta}$$

$$m_{II} = \frac{4400 \cdot 20 \cdot 60}{4000 \cdot 15}$$

(kg)

$$m_{II} = 88 \text{ kg} \Rightarrow V_{II} = 88 \ell$$

2) Economia de água entre os dois banhos:

$$\Delta V = V_{II} - V_I = 88 \ell - 48 \ell$$

$$\Delta V = 40 \ell$$

b) Outra solução

$$P_I \cdot \Delta t = m_I \cdot c \cdot \Delta \theta$$

$$P_{II} \cdot \Delta t = m_{II} \cdot c \cdot \Delta \theta$$

$$\frac{m_{II}}{m_I} = \frac{P_{II}}{P_I}$$

$$\frac{m_{II}}{48} = \frac{4400}{2420} \Rightarrow m_{II} \cong 87,3 \text{ kg} \Rightarrow V_{II} \cong 87,3 \ell$$

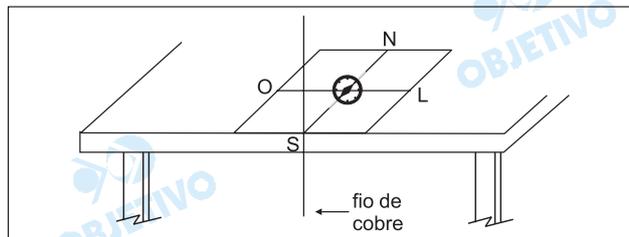
$$\Delta V = V_{II} - V_I = 87,3 \ell - 48 \ell \Rightarrow \Delta V = 39,3 \ell$$

A diferença encontrada mostra que os dados são superabundantes e não totalmente coerentes.

- Respostas:** a) 19,8 kWh
b) 40ℓ ou 39,3ℓ

19

Numa feira de ciências, um estudante montou uma experiência para determinar a intensidade do campo magnético da Terra. Para tanto, fixou um pedaço de fio de cobre na borda de uma mesa, na direção vertical. Numa folha de papel, desenhou dois segmentos de retas perpendiculares entre si e colocou uma bússola de maneira que a direção Norte-Sul coincidisse com uma das retas, e o centro da bússola coincidissem com o ponto de cruzamento das retas. O papel com a bússola foi colocado sobre a mesa de forma que a linha orientada na direção Norte-Sul encostasse no fio de cobre. O fio foi ligado a uma bateria e, em função disso, a agulha da bússola sofreu uma deflexão. A figura mostra parte do esquema da construção e a orientação das linhas no papel.



- a) Considerando que a resistência elétrica do fio é de $0,2 \Omega$, a tensão elétrica da bateria é de $6,0 \text{ V}$, a distância do fio ao centro da bússola é de $1,0 \times 10^{-1} \text{ m}$ e desprezando o atrito da agulha da bússola com o seu suporte, determine a intensidade do campo magnético gerado pela corrente elétrica que atravessa o fio no local onde está o centro da agulha da bússola.

Dado: $\mu = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$

- b) Considerando que, numa posição diferente da anterior, mas ao longo da mesma direção Norte-Sul, a agulha tenha sofrido uma deflexão de 60° para a direção Oeste, a partir da direção Norte, e que nesta posição a intensidade do campo magnético devido à corrente elétrica no fio é de $2\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ T}$, determine a intensidade do campo magnético da Terra no local do experimento.

Dados: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ e

$\text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$

Resolução

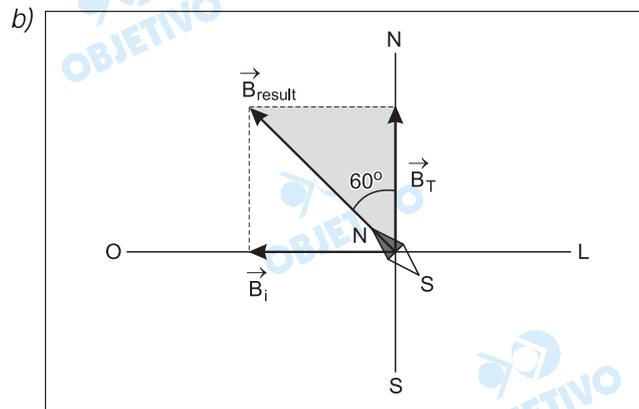
a) A intensidade da corrente elétrica que percorre o fio de cobre é calculada pela Lei de Ohm:

$$U = R \cdot i \Rightarrow 6,0 = 0,2 \cdot i \Rightarrow i = 30A$$

A intensidade do campo de indução magnética gerado pela corrente elétrica é dado por $B = \frac{\mu i}{2 \pi d}$.

Sendo $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$, $i = 30A$ e $d = 1,0 \cdot 10^{-1}m$,

vem: $B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2\pi \cdot 1,0 \cdot 10^{-1}} (T) \Rightarrow B = 6,0 \cdot 10^{-5}T$



A agulha magnética orienta-se na direção do campo magnético resultante (\vec{B}_{result}), tal que $\vec{B}_{result} = \vec{B}_T + \vec{B}_i$, em que \vec{B}_T é o campo magnético terrestre e \vec{B}_i o campo magnético da corrente elétrica.

No triângulo destacado na figura, temos:

$$\text{tg } 60^\circ = \frac{B_i}{B_T} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 10^{-5}}{B_T}$$

$B_T = 2,0 \cdot 10^{-5}T$

Respostas: a) $6,0 \cdot 10^{-5}T$

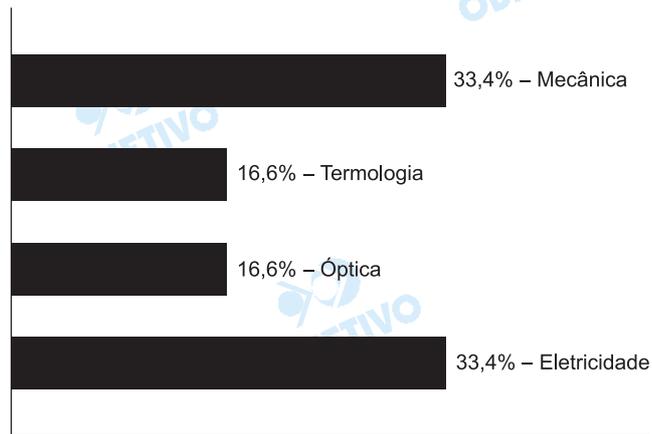
b) $2,0 \cdot 10^{-5}T$

Física

Uma prova com questões inéditas, de bom nível e bastante adequada ao vestibular.

Apenas fazemos restrição ao item b da questão 5, em que tivemos de desprezar o impulso do peso pela impossibilidade de calcularmos o tempo com recursos do ensino médio.

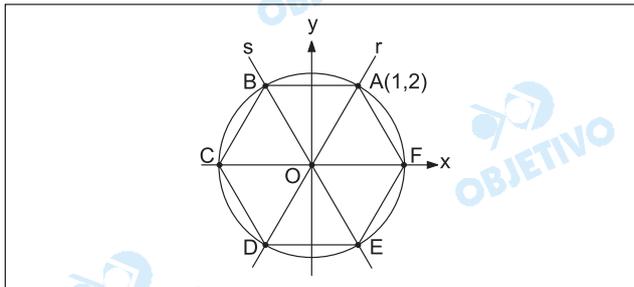
A questão 18 também apresentou um problema, com dados superabundantes que possibilitaram dois cálculos distintos com resultados diferentes.



MATEMÁTICA

20

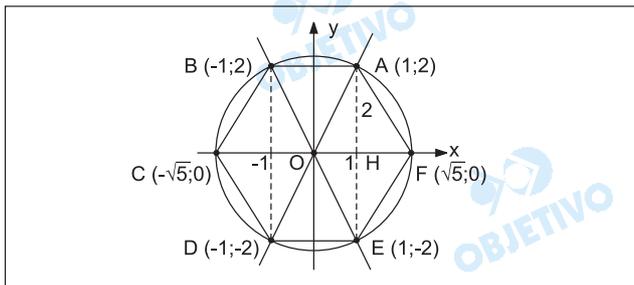
A figura representa, em um sistema ortogonal de coordenadas, duas retas, r e s , simétricas em relação ao eixo Oy , uma circunferência com centro na origem do sistema, e os pontos $A = (1, 2)$, B , C , D , E e F , correspondentes às interseções das retas e do eixo Ox com a circunferência.



Nestas condições, determine

- as coordenadas dos vértices B , C , D , E e F e a área do hexágono $ABCDEF$.
- o valor do cosseno do ângulo $A\hat{O}B$.

Resolução



- O ponto B é simétrico de A em relação ao eixo Oy . Os pontos D e E são, respectivamente, simétricos de A e B em relação à origem. Os pontos C e F pertencem à circunferência e ao eixo Ox .
- O raio $R = OA$, da circunferência, é tal que $R = OA = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5} = OF$
- Desta forma, os pontos B , C , D , E e F têm coordenadas, respectivamente, iguais a $(-1; 2)$, $(-\sqrt{5}; 0)$, $(-1; -2)$, $(1; -2)$ e $(\sqrt{5}; 0)$.
- Os triângulos OFA , OBC , OCD e OEF têm áreas

$$\text{iguais a } S_1 = \frac{OF \cdot AH}{2} = \frac{\sqrt{5} \cdot 2}{2} = \sqrt{5}$$

- Os triângulos OAB e OED têm áreas iguais a

$$S_2 = \frac{AB \cdot AH}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$$

6) A área do hexágono $ABCDEF$ é

$$S = 4S_1 + 2S_2 = 4 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot 2 = 4(\sqrt{5} + 1) \text{ u.a.}$$

$$7) AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos(\hat{AOB}) \Leftrightarrow$$

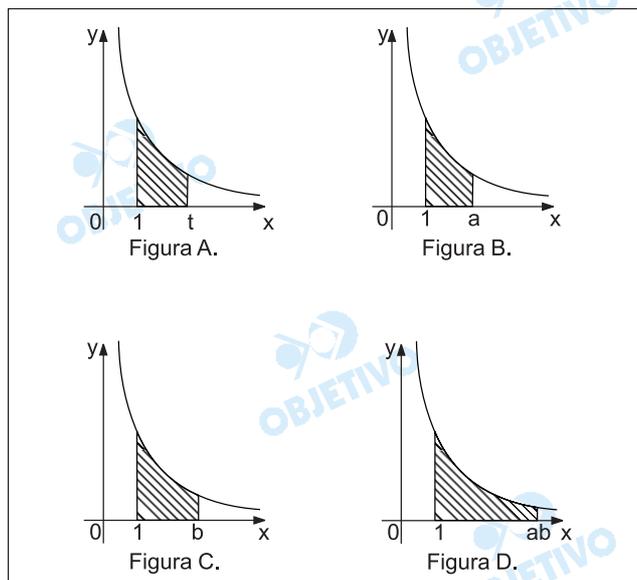
$$\Leftrightarrow 2^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot (\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5}) \cdot \cos(\hat{AOB}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10 \cos(\hat{AOB}) = 6 \Leftrightarrow \cos(\hat{AOB}) = 0,6$$

Respostas: a) $B(-1; 2)$, $C(-\sqrt{5}; 0)$, $D(-1; -2)$,
 $E(1; -2)$ e $F(\sqrt{5}; 0)$
 $S = 4(\sqrt{5} + 1) \text{ u.a.}$
 b) $\cos(\hat{AOB}) = 0,6$

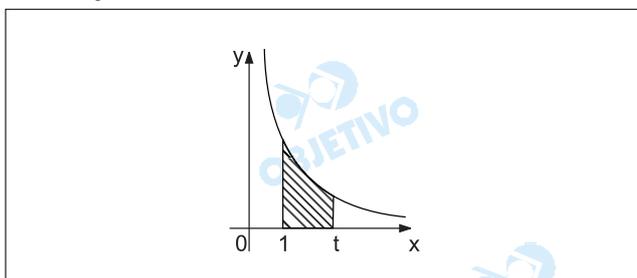
21

A área da região hachurada na figura A vale $\log_{10}t$, para $t > 1$.



- a) Encontre o valor de t para que a área seja 2.
 b) Demonstre que a soma das áreas das regiões hachuradas na figura B (onde $t = a$) e na figura C (onde $t = b$) é igual à área da região hachurada na figura D (onde $t = ab$).

Resolução



A área da região hachurada na figura A vale $\log_{10}t$, com $t > 1$

a) $\log_{10}t = 2 \Leftrightarrow t = 100$

b) Se S_B , S_C e S_D forem, respectivamente, as áreas hachuradas das figuras B, C e D, então:

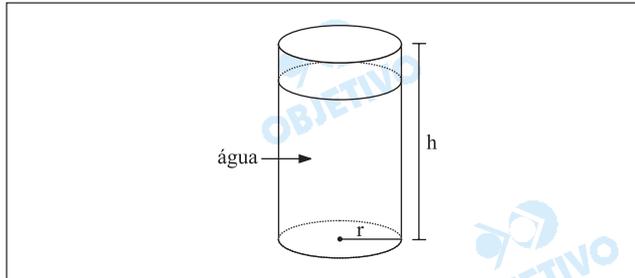
$$S_B + S_C = \log_{10}a + \log_{10}b = \log_{10}(a \cdot b) = S_D \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_B + S_C = S_D$$

Respostas: a) $t = 100$ b) Demonstração

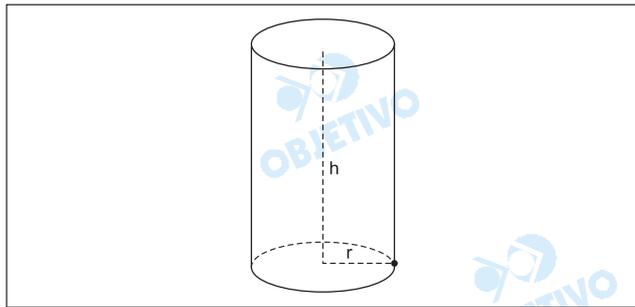
22

Um recipiente, contendo água, tem a forma de um cilindro circular reto de altura $h = 50$ cm e raio $r = 15$ cm. Este recipiente contém 1 litro de água a menos que sua capacidade total.



- a) Calcule o volume de água contido no cilindro (use $\pi = 3,14$).
- b) Qual deve ser o raio R de uma esfera de ferro que, introduzida no cilindro e totalmente submersa, faça transbordar exatamente 2 litros de água?

Resolução



O volume do cilindro de raio $r = 1,5$ dm e altura $h = 5$ dm é

$$\pi \cdot (1,5)^2 \cdot 5 \text{ dm}^3 = 35,325 \ell$$

- a) O volume de água contida no cilindro é $35,325 \ell - 1 \ell = 34,325 \ell$

- b) Para transbordar exatamente 2 litros de água, o volume da esfera de raio R deve ser 3 litros.

$$\text{Logo: } \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = 3 \Leftrightarrow R^3 = \frac{9}{4\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}$$

Respostas: a) $34,325 \ell$ b) $\sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}} \text{ dm}$

23

Um jovem e uma jovem iniciam sua caminhada diária, em uma pista circular, partindo simultaneamente de um ponto P dessa pista, percorrendo-a em sentidos opostos.

- a) Sabendo-se que ela completa uma volta em 18 minutos e ele em 12 minutos, quantas vezes o casal se encontra no ponto P, após a partida, numa caminhada de duas horas?

- b) Esboce o gráfico da função $f(x)$ que representa o número de encontros do casal no ponto P, após a partida, numa caminhada de duas horas, com ele mantendo a velocidade correspondente a 12 minutos por volta e ela de x minutos por volta. Assuma que x é um número natural e varia no intervalo $[18, 25]$.

Resolução

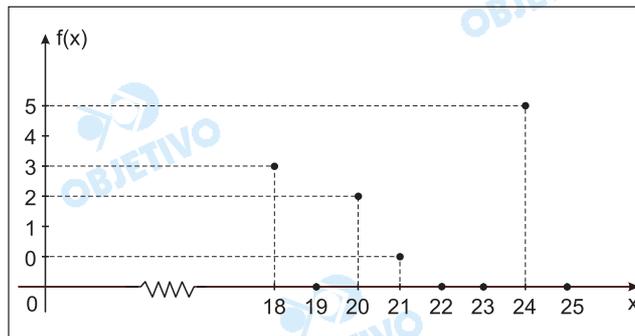
- a) O jovem localiza-se no ponto P nos instantes, em minutos, múltiplos de 12 e a jovem nos instantes múltiplos de 18. O casal encontra-se no ponto P, após a partida, nos instantes múltiplos naturais e não-nulos do $\text{mmc}(12;18) = 36$. No intervalo de 2 horas (120 minutos), o casal encontra-se no ponto P no instantes 36, 72 e 108, portanto, três vezes.
- b) A função que representa o número de encontros do casal no ponto P, após a partida, numa caminhada de duas horas, é

$$f(x) = \text{Int} \left[\frac{120}{\text{mmc}(12; x)} \right], \text{ em que } \text{Int}(a) \text{ é o maior inteiro que não supera } a, \text{ ou seja, parte inteira de } a. \text{ Assim, tem-se:}$$

maior inteiro que não supera a , ou seja, parte inteira de a . Assim, tem-se:

Para x igual a	$\text{mmc}(12;x)$	$f(x)$
18	36	$\text{Int} \left(\frac{120}{36} \right) = 3$
19	228	$\text{Int} \left(\frac{120}{228} \right) = 0$
20	60	$\text{Int} \left(\frac{120}{60} \right) = 2$
21	84	$\text{Int} \left(\frac{120}{84} \right) = 1$
22	132	$\text{Int} \left(\frac{120}{132} \right) = 0$
23	276	$\text{Int} \left(\frac{120}{276} \right) = 0$
24	24	$\text{Int} \left(\frac{120}{24} \right) = 5$
25	300	$\text{Int} \left(\frac{120}{300} \right) = 0$

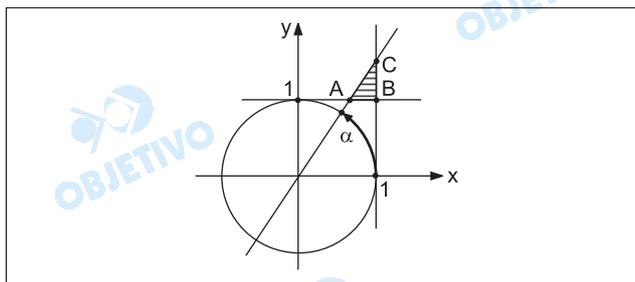
O gráfico da função $f(x)$ é:



Respostas: a) 3 vezes b) gráfico

24

Com base na figura, que representa o círculo trigonométrico e os eixos da tangente e da cotangente,



a) calcule a área do triângulo ABC, para $\alpha = \frac{\pi}{3}$

b) determine a área do triângulo ABC, em função de α ,

$$\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

Resolução

Com base na figura, para $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, temos que $\cotg \alpha + AB = 1$ e $tg \alpha - BC = 1$ e, portanto, $AB = 1 - \cotg \alpha$ e $BC = tg \alpha - 1$.

Assim sendo, a área do triângulo ABC é

$$\frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cotg \alpha) (tg \alpha - 1)$$

Para $\alpha = \frac{\pi}{3}$, a área do triângulo ABC é

$$\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) (\sqrt{3} - 1) = \frac{4\sqrt{3} - 6}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$$

Respostas: a) $\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$

b) $\frac{1}{2} \cdot (1 - \cotg \alpha) (tg \alpha - 1)$

25

Um determinado produto é vendido em embalagens

fechadas de 30 g e 50 g. Na embalagem de 30 g, o produto é comercializado a R\$ 10,00 e na embalagem de 50 g, a R\$ 15,00.

- a) Gastando R\$ 100,00, qual é a quantidade de cada tipo de embalagem para uma pessoa adquirir precisamente 310 g desse produto?
- b) Qual é a quantidade máxima, em gramas, que uma pessoa pode adquirir com R\$ 100,00?

Resolução

Sejam t e c , respectivamente, as quantidades de embalagens de 30 g e 50 g.

$$a) \begin{cases} 30t + 50c = 310 \\ 10t + 15c = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30t + 50c = 310 \\ 5c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ t = 7 \end{cases}$$

b) A embalagem de 50 g é mais econômica, pois o preço por grama é, em reais, é $\frac{15}{50} = 0,3$

e $\frac{15}{50} < \frac{10}{30}$. Deve-se adquirir, portanto,

a máxima quantidade de embalagens de 50 g.

Notando que $R\$ 100,0 = 6 \cdot R\$ 15,00 + 1 \cdot R\$ 10,00$,

concluimos que a quantidade máxima, em gramas, que uma pessoa pode adquirir com

100		15
10		6

$R\$ 100,00$ é $6 \cdot 50 \text{ g} + 1 \cdot 30 \text{ g} = 330 \text{ g}$.

Respostas: a) 7 embalagens de 30 g e 2 de 50 g

b) 330 g

Comentário

Seis questões originais compuseram a prova de Matemática do vestibular 2003 da Unifesp, que se caracterizou por ter um bom nível e exigir do vestibulando um esforço maior de raciocínio.

