RESOLUÇÃO – MATEMÁTICA – AULAS 15 E 16

EXERCÍCIOS DE SALA

Resposta da questão 1:
[B]

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{4}}{2} \begin{cases} x_1 = 7 \ \ \text{(maior raiz)} \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

$$\therefore x = 7 \text{ dias} \ \ \text{ou} \ \ x = 5 \text{ dias}$$

Resposta da questão 2:
[D]

Calculando:

$$\frac{(x-15)\cdot(x+7)}{x-3} = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x - 15x - 105}{x-3} = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 105 = 0$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-105) = 484$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{484}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ \text{ou} \\ x = -7 \end{cases} \Rightarrow 15 - 7 = 8$$

Resposta da questão 3:
[E]

$$-\frac{-x-3}{4} - \frac{-x+1}{3} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{-3x\cdot(-x-3) - 4x\cdot(-x+1)}{12x} = \frac{12}{12x} \Rightarrow$$

$$3x^2 + 9x + 4x^2 - 4x = 12 \Rightarrow 7x^2 + 5x - 12 = 0$$

Portanto, a soma de suas raízes será dada por:

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{7}$$

Resposta da questão 4:
[C]

Pelas Relações de Girard, temos $a + b = -\frac{2}{1} = -2$ e $a \cdot b = -\frac{8}{1} = -8.$ Logo, segue que

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 &= \left(\frac{a+b}{ab}\right)^2 \\ &= \left(\frac{-2}{-8}\right)^2 \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 5:
[D]

Se a equação possui apenas uma raiz real, temos que o valor de delta é zero, logo:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 0 \Rightarrow c = 1$$

ESTUDO INDIVIDUALIZADO

Resposta da questão 1:

a) $x^2 - 16 = 0$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16} \rightarrow x = \pm 4$

$S = \{-4;\ 4\}$

b) $4x^2 - 256 = 0$

$4x^2 = 256$

$x^2 = 64$

$x = \pm\sqrt{64} \rightarrow x = \pm 8$

$S = \{-8;\ 8\}$

c) $2x^2 - 32 = 0$

$2x^2 = 32$

$x^2 = 16$

$x = \pm\sqrt{16} \rightarrow x = \pm 4$

$S = \{-4;\ 4\}$

d) $x^2 - 4x = 0$

$x(x - 4) = 0$

$x = 0$ ou

$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

$S = \{0;\ 4\}$

e) $4x^2 - 12x = 0$

$4x(x - 3) = 0$

$x = 0$ ou

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

$S = \{0; 3\}$

f) $3x^2 - 10x = 0$

$x(3x - 10) = 0$

$x = 0$ ou

$3x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{10}{3}$

$S = \left\{0; \frac{10}{3}\right\}$

g) $x^2 - 5x = 0$

$x(x - 5) = 0$

$x = 0$ ou

$x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

$S = \{0; 5\}$

h) $\frac{x^2}{2} - 2 = 0$

$\frac{x^2}{2} = 2$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$

Resposta da questão 2:

a) $x^2 - 14x + 49 = 0$

$(\mathrm{x} - 7)^2 = 0$

$x - 7 = 0$

$x = 7$

$S = \{7\}$

b) $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$(2x + 3)^2 = 0$

$2x + 3 = 0$

$2x = -3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$

$S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$

c) $x^2 - 16x + 48 = 0$

$x^2 - 4x - 12x + 48 = 0$

$x(x - 4) - 12(x - 4) = 0$

$(x - 12)(x - 4) = 0$

$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$ ou

$x-4=0 \rightarrow x=4$

$S=\{4; 12\}$

d) $9x^2+30x+21=0$

$3(3x^2+10x+7)=0$

$3(3x^2+7x+3x+7)=0$

$3\big(x(3x+7)+(3x+7)\big)=0$

$3(x+1)(3x+7)=0$

$x+1=0 \rightarrow x=-1$ ou

$3x+7=0 \rightarrow 3x=-7 \rightarrow x=-\dfrac{7}{3}$

$S=\left\{-1; -\dfrac{7}{3}\right\}$

Resposta da questão 3:

a) $x^2-8x+12=0$

$a=1, b=-8, c=12$

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot(1)\cdot(12)}}{2\cdot(1)}=\frac{8\pm4}{2}$$

$x_1=2$ e $x_2=6$

$S=\{2; 6\}$

b) $-x^2+6x-5=0$

$a=-1, b=6, c=-5$

$$x=\frac{-(6)\pm\sqrt{(6)^2-4\cdot(-1)\cdot(-5)}}{2\cdot(-1)}=\frac{-6\pm4}{-2}$$

$x_1=1$ e $x_2=5$

$S=\{1; 5\}$

c) $x^2-4x+5=0$

$a=1, b=-4, c=5$

$\Delta=(-4)^2-4\cdot(1)\cdot(5)<0$

Assim, no conjunto dos números reais, $S=\{\ \}$.

d) $4x^2-x+1= x+3x^2$

$x^2-2x+1=0$

$a=1, b=-2, c=1$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (1)}}{2 \cdot (1)} = \frac{2 \pm 0}{2}$$

$x_1 = x_2 = 1$

$S = \{1\}$

e) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$a = 3, b = -7, c = 2$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (2)}}{2 \cdot (3)} = \frac{7 \pm 5}{6}$$

$x_1 = 2$ ou $x_2 = \frac{1}{3}$

$S = \left\{\frac{1}{3};\ 2\right\}$

f) $4 + \mathrm{x}\ (\mathrm{x} - 4) = \mathrm{x}$

$4 + x^2 - 4x - x = 0$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$a = 1, b = -5, c = 4$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (4)}}{2 \cdot (1)} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$x_1 = 4$ ou $x_2 = 1$

$S = \{1; 4\}$

Resposta da questã**o 4:**

a) $x^2 - 9x + 20 = 0$

$a = 1, b = -9, c = 20$

$x_1 + x_2 = -\frac{-9}{1} = 9$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{20}{1} = 20$

$x_1 = 4$ e $x_2 = 5$

$S = \{4; 5\}$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$a = 1, b = 5, c = 6$

$x_1 + x_2 = -\frac{5}{1} = -5$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{6}{1} = 6$

$x_1 = -2$ e $x_2 = -3$

$S = \{-2; -3\}$

c) $-x^2 + x + 12 = 0$

$a = -1, b = 1, c = 12$

$x_1 + x_2 = -\frac{1}{-1} = 1$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{12}{-1} = -12$

$x_1 = 4$ e $x_2 = -3$

$S = \{-3; 4\}$

d) $x^2 - 6x - 27 = 0$

$a = 1, b = -6, c = -27$

$x_1 + x_2 = -\frac{-6}{1} = 6$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{-27}{1} = -27$

$x_1 = 9$ e $x_2 = -3$

$S = \{-3; 9\}$

Resposta da questão 5:

Se 2 é uma das raízes, então:

$m \cdot (2)^2 - 7 \cdot (2) + 2 = 0$

$4m - 14 + 2 = 0$

$4m = 12$

$m = 3$

Resposta da questão 6:

Sejam esses números dados por x e $x + 1$. Assim, temos que:

$x \cdot (x + 1) = 156$

$x^2 + x - 156 = 0$

$a = 1, b = 1, c = -156$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-156)}}{2 \cdot (1)} = \frac{-1 \pm 25}{2}$$

$x_1 = 12$ ou $x_2 = -13$

Portanto, esses números podem ser 12 e 13 ou -13 e -12.

Resposta da questão 7:

a) $a = 1, b = -6, c = k$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (k) = 36 - 4k$

Para que as raízes sejam reais e diferentes, é preciso que $\Delta > 0$, ou seja:

$36 - 4k > 0 \rightarrow 36 > 4k \rightarrow k < 9$

b) $a = 1, b = -6, c = k$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (k) = 36 - 4k$

Para que as raízes sejam reais e iguais, é preciso que $\Delta = 0$, ou seja:

$36 - 4k = 0 \rightarrow k = 9$

c) $a = 1, b = -6, c = k$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (k) = 36 - 4k$

Para que as raízes não sejam reais, é preciso que $\Delta < 0$, ou seja:

$36 - 4k < 0 \rightarrow 36 < 4k \rightarrow k > 9$

Resposta da questão 8:

Seja c o comprimento e l a largura do terreno, de modo que $c = \frac{3l}{2}$.

A área do terreno é dada por:

$$l \cdot \left(\frac{3l}{2}\right) = 1350$$

$$\frac{3l^2}{2} = 1350$$

$$3l^2 = 2700$$

$$l^2 = 900$$

$l = 30$ (uma vez que a largura do terreno é, necessariamente, uma medida positiva)

Logo, $c = \frac{3 \cdot 30}{2} = 45$.

Portanto, a piscina tem dimensões 45 m x 30 m.

Resposta da questão 9:

Seja esse número x. Temos que:

$$3x^2 - 2x = 40$$

$$3x^2 - 2x - 40 = 0$$

$$a = 3, b = -2, c = -40$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (3) \cdot (-40)}}{2 \cdot (3)} = \frac{2 \pm 22}{6}$$

$x_1 = 4$ ou $x_2 = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$

Esse número pode ser 4 ou $-\frac{10}{3}$.

Resposta da questão 10:

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$a = 1, b = -4, c = 3$

a) Falsa, pois $x_1 + x_2 = -\frac{-4}{1} = 4$.

b) Falsa, pois $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (3) = 16 - 12 = 4 > 0$.

c) Verdadeira, pois $\Delta > 0$.

d) Falsa, pois $\Delta > 0$.

e) Falsa, pois $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{1} = 3 > 0$.