MÓDULO 1

1. FUNÇÃO

Dados dois conjuntos **A** e **B**, uma função **f** de A em B é uma relação na qual:

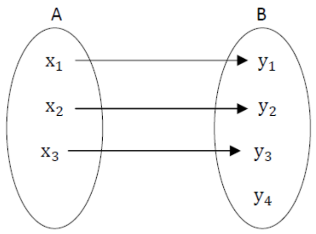
Para todo elemento de A existe um e somente um elemento correspondente em B.

Pode-se escrever:

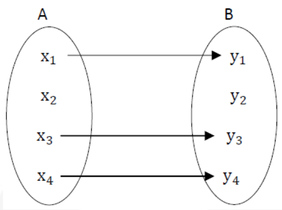
$f: A \rightarrow B$ (lê-se: f é uma função de A em B).

Considerando as relações de A em B, mostradas nos seguintes esquemas, temos:

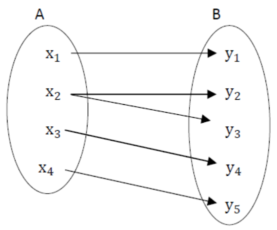
A) Esta relação é função de **A** em **B**, pois para todo **x** de A está associado um único **y** de B.



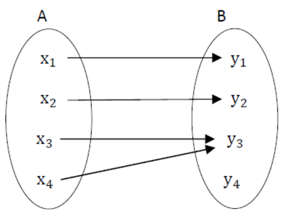
B) Esta relação não é função de **A** em **B**, pois o elemento $\mathbf{x_2}$ de A **não** está associado a nenhum elemento **y** de B.



C) Esta relação não é função de **A** em **B**, pois o elemento $\mathbf{x_2}$ de A está associado a mais de um elemento **y** de B.



D) Esta relação é função de **A** em **B**, pois para todo **x** de A está associado um único **y** de B.

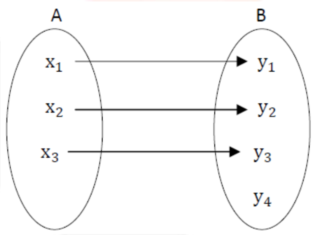


2. DOMÍNIO , CONTRADOMÍNIO E IMAGEM

O conjunto de partida A passa a ser chamado **domínio da função f** e indicado por **D(f).**
Assim: $D(f) = A$

O conjunto de chegada B será chamado **contradomínio da função f** e indicado por **CD(f).**
Assim: $CD(f) = B$

O conjunto de todos os elementos y de B, para os quais existe pelo menos, um elemento x de A, tal que $f(x) = y$, é denominado **imagem da função f** e indicado por **Im(f)**.
Assim: $Im(f) = \{y \in B / \exists x \in A \text{ tal que } y = f(x)\}$.



$D(f) = A = \{ X_1 , X_2 , X_3 \}$

$CD(f) = B = \{ Y_1, Y_2 , Y_3 , Y_4 \}$

$Im(f) = \{ Y_1, Y_2 , Y_3 \}$

Ex.:
Seja o conjunto A = {0, 1, 2) e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Vamos definir as funções f(x): A → B. A variável **x** pertence ao conjunto A, pois é **f** de A em B.

f(x) = 2x.
D(f) = A = {0, 1, 2) CD(f) = B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

Temos:
f(0) = 2.(0) = 0
f(1) = 2.(1) = 2
f(2) = 2.(2) = 4 Im(f) = {0, 2, 4)

Ex.:
Seja o conjunto A = {0, 1, 2) e B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Vamos definir as funções f(x): A → B. A variável **x** pertence ao conjunto A, pois é **f** de A em B.

$f(x) = (x - 2)^2$.

D(f) = A = {0, 1, 2) CD(f) = B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

Temos:
$f(0) = (0 - 2)^2 = 4$

$f(1) = (1 - 2)^2 = 1$

$f(2) = (2 - 2)^2 = 0$ Im(f) = {0, 1, 4)

3. Casos de Domínio

3.1) Casos mais importantes

1°) $f(x) = \frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$ D(f): Denominador $\neq 0$

Ex.:

$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

x - 2 $\neq$ 0

x $\neq$ 2

D(f) = IR – {2}.

2°) $f(x) = \sqrt{\text{Numerador}}$ D(f): Numerador ≥ 0

Ex.:

$f(x) = \sqrt{x-2}$

X - 2 ≥ 0

X ≥ 2

$D(\text{f}) = \{\text{x} \in \text{IR}/\text{x} \geq 2\}$

3°) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\text{Denominador}}}$ D(f): Denominador > 0

Ex.:

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

X - 2 > 0

X > 2

$D(\text{f}) = \{\text{x} \in \text{IR}/\ \text{x} > 2\}$

3.2) Domínio = IR

f(x) = 2x+1 (Função Polinomial)

f(x) = 2x² + 3x + 4 (Função Polinomial)

f(x) = IxI (Função Modular)

f(x) = $\sqrt[3]{x}$ (Função Irracional índice ímpar)

Cuidado:

Se um deles tiver no Denominador devemos ter Denominador $\neq 0$

Ex.:

f(x) = $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Logo $\sqrt[3]{\mathbf{x}} \neq 0$

4. Exercícios

1) (ESA – 2013)

Se $f(2x+1) = x^2 + 2x$, então $f(2)$ vale:

a) 5/4.

b) 2/3.

c) 2/1.

d) 4/3.

e) 2/5.

2) (EEAR - 2018)

Dada a função $f(x-1) = x^2 + 3x - 2$, considerando os valores de f(1) e f(2), pode-se afirmar corretamente que:

a) $f(1) = f(2) + 4$

b) $f(2) = f(1) - 1$

c) $f(2) = 2f(1)$

d) $f(1) = 2f(2)$

3) (EEAR – 2017)

Considere a função $f\colon R^* \to R$ definida por $f(x) = \frac{2x+2}{x}$.

Se $f(2a) = 0$, então o valor de a é:

a) −1/2

b) 1/2

c) −1

d) 1

4) (EEAR – 2006)

Seja a função f definida como abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} -1, se\ x = 2\ ou\ x = 3 \\ \dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{x-3}, se\ x \neq 2\ e\ x \neq 3 \end{cases}$$

O valor da razão $\frac{f(1)}{f(3)}$ é:

a) $-\frac{3}{2}$

b) $-\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{2}$

5) (EEAR – 2012)

O conjunto imagem da função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, contém o elemento:

a) 0

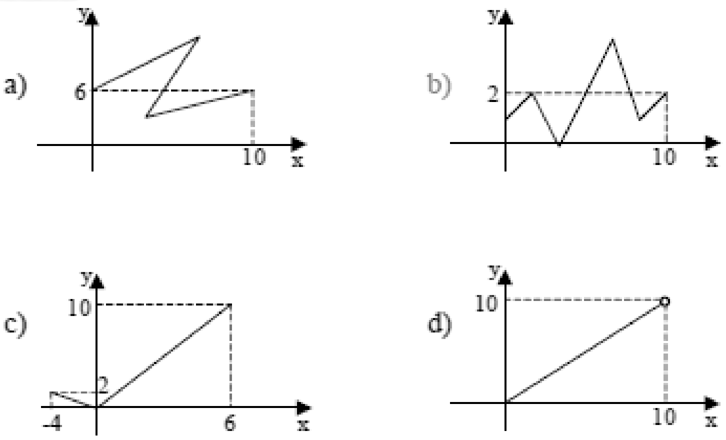
b) 2

c) $\frac{1}{2}$

d) -1

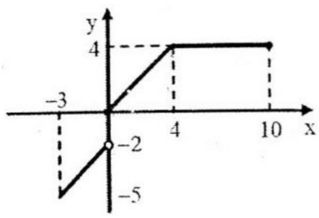
6) (EEAR – 2010)

Considerando $D = [0,10]$ o domínio de uma função $y = f(x)$, um gráfico que poderia representa-la é:



7) (EEAR – 2015)

O conjunto imagem da função representada pelo gráfico é:



a) $]-5,-2] \cup [0,10]$

b) $]-2,0] \cup [4,10]$

c) $[-5,-2[\cup [0,4]$

d) $[-2,0] \cup [0,4[$

8) (EEAR)

Seja $f(x) = \frac{(2x-3)(4x+1)}{(x+2)(x-5)}$ uma função. Um valor que não pode estar no domínio de f é:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5

9) (EEAR – 2005)

O domínio da função real $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{4x-2}$ é:

a) $\left\{x \in \mathbb{R} | x \geq -3 \ e \ x \neq \frac{1}{2}\right\}$
b) $\left\{x \in \mathbb{R} | x \geq 3 \ e \ x \neq -\frac{1}{2}\right\}$
c) $\left\{x \in \mathbb{R} | x > -3 \ e \ x \neq \frac{1}{2}\right\}$
d) $\left\{x \in \mathbb{R} | x > 3 \ e \ x \neq -\frac{1}{2}\right\}$

10) (EEAR – 2017)

O domínio da função real $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-4}}$ é $D = \{x \in R /$ _______$\}$.

a) $x \geq 1$ e $x \neq 2$
b) $x > 2$ e $x \neq 4$
c) $-1 \leq x \leq 1$
d) $-2 \leq x \leq 2$ e $x \neq 0$

11) (EEAR – 2017)

Se $f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \frac{3x}{\sqrt{x+4}}$ é uma função, seu domínio é $D = \{x \in R /$ ________$\}$.

a) $x > 4$ e $x \neq 1$
b) $x < 4$ e $x \neq \pm 1$
c) $x < -4$ e $x \neq -1$
d) $x > -4$ e $x \neq -1$

12) (EEAR - 2018)

Seja $f: IR \to IR$ uma função. Essa função pode ser:

a) $f(x) = \sqrt{x}$
b) $f(x) = |x|$
c) $f(x) = \frac{1}{x}$
d) $f(x) = \frac{1}{1+x}$

5. GABARITO

1) A
2) C
3) A
4) D
5) C
6) B
7) C
8) D
9) A
10) A
11) D
12) B

6. ANOTAÇÕES