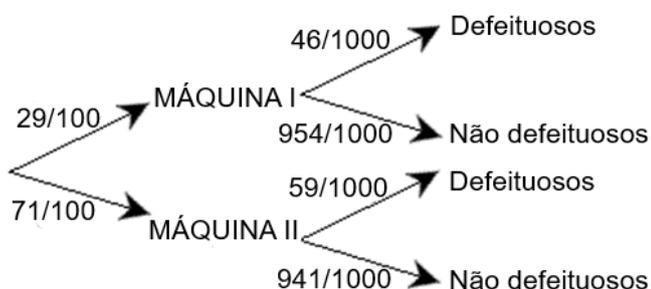




Resolução – Treinamento ENEM S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 =====

A partir do texto conseguimos montar a seguinte árvore de possibilidades:



Assim, calculando a quantidade de parafusos defeituosos para as máquinas I e II, obtemos:

- Máquina I (M1):

$$\begin{aligned} \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{29}{100} \cdot \frac{46}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{29 \cdot 46}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{(30-1) \cdot 46}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{1.380 - 46}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{1.334}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1}{100} \cdot 1,334 \\ \text{parafusos defeituosos máquina I} &= \frac{1,334}{100} \end{aligned}$$

- Máquina II (M2):

$$\begin{aligned} \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{71}{100} \cdot \frac{59}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{71 \cdot 59}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{(65+6) \cdot (65-6)}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{65^2 - 6^2}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{4.225 - 36}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot \frac{4.189}{1.000} \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{1}{100} \cdot 4,189 \\ \text{parafusos defeituosos máquina II} &= \frac{4,189}{100} \end{aligned}$$

Como queremos o desempenho conjunto das máquinas, em setembro, demos somar os dois valores obtendo

$$\text{desempenho conjunto} = \text{paraf. def. M1} + \text{paraf. def. M2}$$

$$\text{desempenho conjunto} = \frac{1,334}{100} + \frac{4,189}{100}$$

$$\text{desempenho conjunto} = \frac{5,523}{100}$$

Como P pertence ao intervalo $\frac{4}{100} \leq P \leq \frac{6}{100}$, temos que o desempenho em setembro foi regular.

Resposta: Letra A.

Observação 1: A montagem da árvore de possibilidades é apenas uma forma de facilitar a compreensão da questão, portanto não é obrigatória.

Observação 2: Uma forma que agiliza um pouco as contas também é deixarmos as quantidades de parafusos defeituosos em frações de denominador 100 facilitando a comparação e perdendo menos tempo com os cálculos.

Item 02 =====

Para acharmos a mediana da variação mensal do IMC dessa pessoa primeiro vamos colocar os termos em ordem, seja ela crescente ou decrescente, obtendo a seguinte sequência:

$$\begin{aligned} 1^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 26,2 & 2^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 26,5 \\ 3^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,1 & 4^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,1 \\ 5^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,4 & 6^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,4 \\ 7^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,4 & 8^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,7 \\ 9^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 27,7 & 9^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 28,3 \\ 11^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 28,6 & 12^\circ \text{ termo} : \text{IMC} &= 29,5 \end{aligned}$$

Como o número de termos é par (12) a mediana será a média entre o 6º termo e o 7º termo da sequência, obtendo:

$$\begin{aligned} \text{mediana} &= \frac{6^\circ \text{ termo} + 7^\circ \text{ termo}}{2} \\ \text{mediana} &= \frac{27,4 + 27,4}{2} \rightarrow \text{mediana} = \frac{27,4 \cdot 2}{2} \\ \text{mediana} &= 27,4 \text{ de IMC} \end{aligned}$$

Resposta: Letra A.

Observação: Vocês podem perceber que não é necessário perder tempo, mesmo que poucos segundos, colocando todos os termos em ordem, bastaria colocarmos até o 7º termo, pois assim já seria suficiente para conseguirmos calcular a mediana.



Resolução – Treinamento ENEM S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 03 =====

Essa questão tem um detalhe muito importante que é na pergunta a palavra **ENTRE**, essa palavra é muito importante pois ela exclui os extremos, ou seja, apenas as senhas de número 2 até 19. Como de 1 a 20 temos 20 senhas e excluimos as senhas de número 1 e 20, temos 18 senhas entre 1 e 20. Assim a probabilidade de a senha ser sorteada ser um número de senha entre 1 e 20 é $\frac{18}{100}$.

Resposta: Letra A.

Item 04 =====

Para acharmos a mediana primeiro devemos colocar todos os termos em ordem, seja ela crescente ou decrescente, e depois pegarmos o termo central caso seja uma distribuição com um número ímpar de termos e caso seja par a mediana é a média entre os termos centrais.

Colocando os termos em ordem crescente temos:

1º termo : 6,8% 2º termo : 7,5% 3º termo : 7,6%
4º termo : 7,6% 5º termo : 7,7% 6º termo : 7,9%
7º termo : 7,9% 8º termo : 8,1% 9º termo : 8,2%
10º termo : 8,5% 11º termo : 8,5% 12º termo : 8,6%
13º termo : 8,9% 14º termo : 9,0%

Como temos um número de termos é par (14) a mediana é dada por:

$$\text{mediana} = \frac{7^\circ \text{ termo} + 8^\circ \text{ termo}}{2}$$
$$\text{mediana} = \frac{7,9\% + 8,1\%}{2} \rightarrow \text{mediana} = \frac{16\%}{2}$$
$$\text{mediana} = 8\%$$

Resposta: Letra B.

Observação: Assim como já vimos no exercício 2 não precisaria fazer a ordenação de todos os termos, bastaria colocarmos em ordem até o termo central e já respondendo à questão passaríamos para a próxima ganhando um pouquinho de tempo.

Item 05 =====

Pela leitura do texto da questão obtemos a seguinte árvore de possibilidades:



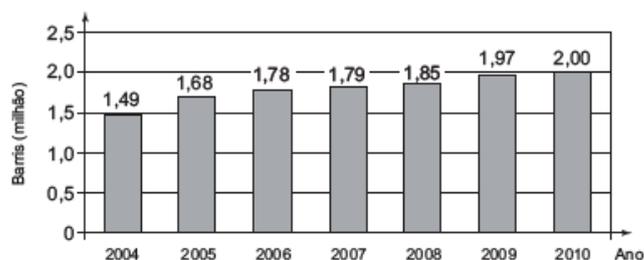
Agora vamos calcular a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço em um dia em que a probabilidade de chuva era de 30%, obtemos (destacado na árvore de possibilidades):

$$\text{probabilidade de se atrasar} = 30\% \cdot 50\% + 70\% \cdot 25\%$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{30}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{25}{100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{3 \cdot 5}{100} + \frac{70 \cdot 1}{100 \cdot 4}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{15}{100} + \frac{70 \cdot 1}{4 \cdot 100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{15}{100} + \frac{35 \cdot 1}{2 \cdot 100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{15}{100} + 17,5 \cdot \frac{1}{100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{15}{100} + \frac{17,5}{100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = \frac{32,5}{100}$$
$$\text{probabilidade de se atrasar} = 0,325$$

Resposta: Letra C.

Observação 1: A montagem da árvore de possibilidades é apenas uma forma de facilitar a compreensão da questão, portanto não é obrigatória.

Item 06 =====



Analisando o gráfico acima, a produção diária dos últimos 3 anos apresentados foi:

2008: 1,85

2009: 1,97

2010: 2,00

Fazendo a média desses 3 valores:

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = \frac{1,85 + 1,97 + 2,00}{3}$$

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = \frac{1,85 + 3,97}{3}$$

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = \frac{2,00 - 0,15 + 4,00 - 0,03}{3}$$



Resolução – Treinamento ENEM S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = \frac{6,00 - 0,18}{3}$$

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = \frac{6,00}{3} - \frac{0,18}{3}$$

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = 2 - 0,06$$

$$\text{Média}_3 \text{ Valores} = 1,94$$

Agora, aumentando essa média em 10%:

$$1,94 \cdot 110\% = 1,94 \cdot \frac{110}{100}$$

$$1,94 \cdot 110\% = 1,94 \cdot \left(\frac{100}{100} + \frac{10}{100} \right)$$

$$1,94 \cdot 110\% = 1,94 \cdot \left(1 + \frac{1}{10} \right)$$

$$1,94 \cdot 110\% = 1,940 + 0,194$$

$$1,94 \cdot 110\% = 2,134$$

Logo, em 2012 a produção diária de petróleo teria sido igual a 2,134 milhões de barris

Resposta: Letra B.

Item 07 =====

Nos 7 primeiros meses do ano o vendedor teve uma média mensal de 84 assinaturas vendidas, logo, o total de assinaturas vendidas naqueles meses foi de:

$$\text{Total de assinaturas vendidas 7}^{\text{os}} \text{ meses} = 84 \cdot 7 = 588$$

Se ao final do ano a média mensal de vendas deve ser de 99 assinaturas, então, o total de vendas nos 12 meses do ano será:

$$\text{Total de assinaturas vendidas 12 meses} = 99 \cdot 12 = 1188$$

Fazendo a diferença o que o vendedor de fato vendeu nos primeiros 7 meses e o que ele deve vender no total do ano:

$$1188 - 588 = 600$$

Ou seja, o vendedor precisa vender 600 assinaturas nos próximos 5 meses, o que dá uma média mensal de:

$$\text{Média}_{5 \text{ meses}} = \frac{600}{5} = 120$$

Resposta: Letra E.

Outra forma de resolver:

Poderíamos fazer uma média ponderada entre as médias de venda nos 7 primeiros meses e nos 5 últimos meses, em que os pesos seriam as quantidades de meses:

$$\text{Média Mensal}_{\text{Ano Todo}} = \frac{84 \cdot 7 + M_{5 \text{ meses}} \cdot 5}{12}$$

$$99 = \frac{84 \cdot 7 + M_{5 \text{ meses}} \cdot 5}{12}$$

$$1188 = 84 \cdot 7 + M_{5 \text{ meses}} \cdot 5$$

$$1188 = 588 + M_{5 \text{ meses}} \cdot 5$$

$$M_{5 \text{ meses}} \cdot 5 = 1188 - 588$$

$$M_{5 \text{ meses}} \cdot 5 = 600$$

$$M_{5 \text{ meses}} = \frac{600}{5} = 120$$

Resposta: Letra E.

Item 08 =====

Acrescentando uma coluna na tabela do enunciado para indicar o lucro:

Ano	Custo total	Receita	Lucro
Primeiro	250	325	325 - 250 = 75
Segundo	270	355	355 - 270 = 85
Terceiro	290	350	350 - 290 = 60
Quarto	280	365	365 - 280 = 85
Quinto	260	305	305 - 260 = 45

Fazendo a média dos valores da última coluna (lucro):

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{75 + 85 + 60 + 85 + 45}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{70 + 5 + 80 + 5 + 60 + 80 + 5 + 40 + 5}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{70 + 80 + 60 + 80 + 40 + 20}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{150 + 140 + 60}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{150 + 200}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = \frac{350}{5}$$

$$\text{Média Anual Lucro} = 70$$

Logo, a média anual do lucros foi de 70 mil reais

Resposta: Letra B.

Item 09 =====

Na caixa, temos 4 tipos de cédulas diferentes:

Tipo 1: R\$ 5,00 Tipo 2: R\$ 20,00

Tipo 3: Primeiro modelo da de R\$ 50,00

Tipo 4: Segundo modelo da de R\$ 50,00

O espaço amostral (E.A.) será de 16 possibilidades, pois temos 4 tipos de cédulas para retirar na 1ª tirada e também temos 4 tipos de cédulas para retirar na 2ª tirada, porque devolvemos a primeira cédula tirada para a caixa.

$$E.A. = 4 \cdot 4 = 16$$

Agora, contando, sem repetir, os casos em que a soma dos valores anotados das cédulas retiradas é de pelo menos R\$ 55,00 temos:

a)

1ª tirada: Tipo 1 (R\$ 5,00)

2ª tirada: Tipo 3 ou Tipo 4 (R\$ 50,00)

Total de casos: 2

b)

1ª tirada: Tipo 2 (R\$ 20,00)

2ª tirada: Tipo 3 ou Tipo 4 (R\$ 50,00)

Total de casos: 2

c)

1ª tirada: Tipo 3 (R\$ 50,00)

2ª tirada: Qualquer um dos 4 tipos

Total de casos: 4

d)

1ª tirada: Tipo 4 (R\$ 50,00)

2ª tirada: Qualquer um dos 4 tipos

Total de casos: 4

Logo, temos um total de: $2 + 2 + 4 + 4 = 12$ casos favoráveis

Com isso, a probabilidade de a soma ser pelo menos R\$ 55,00 será:

$$\frac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Espaço Amostral}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

Resposta: Letra C.

Item 10 =====



Na figura acima, vemos que as teclas com os algarismos apagados são: 3, 5, 7 e 8, logo, a senha de 5 dígitos é composta por esses 4 algarismos

Como temos 5 dígitos na senha e 4 algarismos, necessariamente um dos algarismos irá repetir.

Calculando o total de senhas possíveis de serem formadas:

Primeiro escolhemos o algarismo que irá repetir. Com isso, temos 4 escolhas possíveis:

$$4 \cdot$$

Após, fazemos a permutação com repetição dos 5 dígitos

$$4 \cdot \frac{5!}{2!}$$

Obs.: Dividimos por 2!, pois temos 2 algarismos repetindo na senha.

Fazendo a conta acima:

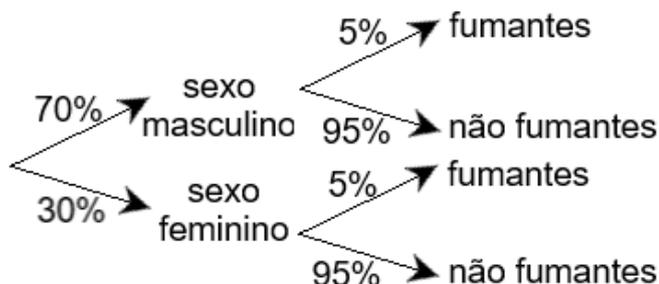
$$4 \cdot \frac{5!}{2!} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!} = 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 20 \cdot 12 = 240$$

Ou seja, a probabilidade de o jogador descobrir a senha em apenas uma tentativa é de 1 em 240

Resposta: Letra C.

Item 11 =====

Para facilitar a visualização do problema e de todas as suas possibilidades, vamos montar uma árvore de possibilidades, obtendo:



Assim, a partir da observação da árvore de possibilidades, primeiro vamos calcular quanto é a porcentagem de funcionários (sexo masculino e feminino) que são fumantes é de:

$$\text{prob. funcionários fumantes} = 30\% \cdot 5\% + 70\% \cdot 5\%$$

$$\text{prob. funcionários fumantes} = \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100} + \frac{70}{100} \cdot \frac{5}{100}$$

$$\text{prob. funcionários fumantes} = \frac{150}{100 \cdot 100} + \frac{350}{100 \cdot 100}$$

$$\text{prob. funcionários fumantes} = \frac{500}{100 \cdot 100}$$

$$\text{prob. funcionários fumantes} = \frac{5}{100}$$

$$\text{prob. funcionários fumantes} = 5\%$$

Calculando a probabilidade de um funcionário do sexo feminino ser fumante, obtemos:

$$\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes} = 30\% \cdot 5\%$$

$$\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes} = \frac{30}{100} \cdot \frac{5}{100}$$

$$\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes} = \frac{150}{100 \cdot 100}$$

$$\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes} = \frac{1,5}{100}$$

$$\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes} = 1,5\%$$

Agora, calculando a probabilidade de um funcionário ser do sexo feminino sabendo que o funcionário é fumante, obtemos:

$$\text{probabilidade} = \frac{\text{prob. funcionários sexo feminino fumantes}}{\text{prob. funcionários fumantes}}$$

$$\text{probabilidade} = \frac{1,5\%}{5\%} \rightarrow \text{probabilidade} = \frac{15}{50}$$

$$\text{probabilidade} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 10} \rightarrow \text{probabilidade} = \frac{3}{10}$$

$$\text{probabilidade} = 30\%$$

Resposta: Letra B.

Resolvendo de outra forma:

Resolvendo de forma um pouco mais diretamente, temos que existem 4 possibilidades:

- 1) Funcionário ser homem e fumante. A probabilidade aqui será:
 $0,7 \cdot 0,05 = 0,035$
- 2) Funcionário ser homem e não fumante. A probabilidade aqui será:
 $0,7 \cdot 0,95 = 0,665$
- 3) Funcionário ser mulher e fumante. A probabilidade aqui será:
 $0,3 \cdot 0,05 = 0,015$
- 4) Funcionário ser mulher e não fumante. A probabilidade aqui será:
 $0,3 \cdot 0,95 = 0,285$

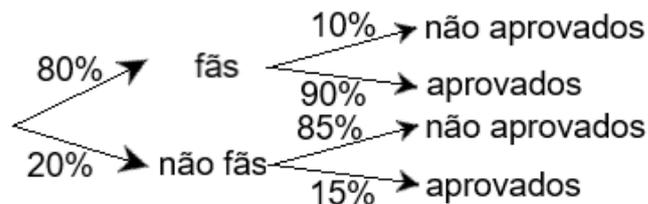
Para os fumantes temos os casos (1) e (3). Assim, a probabilidade dentro desses 2 casos de o funcionário ser do sexo feminino será:

$$\frac{0,015}{0,015 + 0,035} = \frac{0,015}{0,05} = 0,3 = 30,0\%$$

Resposta: Letra B.

Item 12 =====

Para melhor compreensão e para facilitar o entendimento e visualização da questão, vamos montar uma árvore de possibilidades para o problema, obtemos:



Primeiro vamos calcular a porcentagem de fãs que seriam aprovados e estariam aptos a participar do sorteio, obtendo:

$$\text{porcentagem de fãs aprovados} = \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100}$$

$$\text{porcentagem de fãs aprovados} = \frac{8 \cdot 9}{100}$$

$$\text{porcentagem de fãs aprovados} = 72\%$$

Depois, calculando o número de seguidores fãs e que foram aprovados a participar do sorteio, temos:

$$\text{fãs aprovados} = \% \text{ de fãs aprovados} \cdot n^\circ \text{ de seguidores}$$

$$\text{fãs aprovados} = 72\% \cdot 1.000.000$$

$$\text{fãs aprovados} = \frac{72}{100} \cdot 1.000.000$$

$$\text{fãs aprovados} = 720.000$$



Resolução – Treinamento ENEM S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Agora, vamos calcular a porcentagem de não fãs que seriam aprovados e estariam aptos a participar do sorteio, obtendo:

$$\text{porcentagem de não fãs aprovados} = \frac{20}{100} \cdot \frac{15}{100}$$

$$\text{porcentagem de não fãs aprovados} = \frac{300}{100 \cdot 100}$$

$$\text{porcentagem de não fãs aprovados} = 3\%$$

Em seguida, calculando o número de seguidores não fãs e que foram aprovados a participar do sorteio, temos:

$$\text{não fãs aprovados} = \% \text{ de não fãs aprovados} \cdot n^\circ \text{ de seguidores}$$

$$\text{não fãs aprovados} = 3\% \cdot 1.000.000$$

$$\text{não fãs aprovados} = \frac{3}{100} \cdot 1.000.000$$

$$\text{não fãs aprovados} = 30.000$$

Por fim, calculando a razão entre a probabilidade de que um fã seja sorteado e a probabilidade de que o sorteado seja alguém que não é fã do programa é:

$$\text{razão} = \frac{\text{probabilidade fã sorteado}}{\text{probabilidade não fã sorteado}}$$

$$\text{razão} = \frac{\text{fãs aprovados} + \text{não fãs aprovados}}{\text{não fãs aprovados}}$$

$$\text{razão} = \frac{720.000}{720.000 + 30.000}$$

$$\text{razão} = \frac{720.000}{720.000 + 30.000} \cdot \frac{720.000 + 30.000}{30.000}$$

$$\text{razão} = \frac{720.000}{30.000} \rightarrow \text{razão} = \frac{72}{3}$$

$$\text{razão} = 24$$

Resposta: Letra D.

Observação: Uma forma de agilizar um pouco as contas é percebermos que a razão entre a probabilidade de que um fã seja sorteado e a probabilidade de que o sorteado seja alguém que não é fã do programa também pode ser calculado pela razão entre as porcentagens de fãs aprovados e de não fãs aprovados como vemos abaixo.

$$\text{razão} = \frac{\% \text{ fãs aprovados}}{\% \text{ fãs aprovados} + \% \text{ não fãs aprovados}}$$

$$\text{razão} = \frac{\% \text{ fãs aprovados}}{\% \text{ fãs aprovados} + \% \text{ não fãs aprovados}}$$

$$\text{razão} = \frac{72\% + 3\%}{3\%} \rightarrow \text{razão} = \frac{72\%}{72\% + 3\%} \cdot \frac{72\% + 3\%}{3\%}$$

$$\text{razão} = \frac{72\%}{3\%} \rightarrow \text{razão} = 24$$

Item 13 =====

Primeiro vamos descobrir a cor dos sapatos que mais sofreu reclamações, como para cada sapato de cor branca foi dado o número 0 e para cada sapato de cor preta foi dado o número 1, caso tivéssemos um número igual de sapatos vendidos da cor branca e da cor preta, teríamos que a média igual a 0,5. Como a média obtida foi 0,45, temos mais sapatos da cor branca, pois como a média está mais próxima de 0 do que de 1.

Agora, como a numeração de sapatos que mais sofreu reclamações será a escolhida para ser retirada e por definição a moda representa exatamente o número que mais se repete em uma distribuição e nesse caso a moda da numeração dos sapatos é 38.

Portanto, os sapatos que não serão mais encomendados são o de cor branca e de número 38.

Resposta: Letra A.

Item 14 =====

Para um tabuleiro $n \times n$, para colocarmos a primeira peça temos n^2 espaços possíveis e para colocar a segunda peça teremos $n^2 - 1$ espaços possíveis. Como a zona de combate é a linha e a coluna em que a primeira peça foi posicionada, escrevendo esse espaço em função da dimensão do tabuleiro temos:

$$\text{zona de combate} = \text{esp. colunas} + \text{esp. linhas} - \text{pos. 1ª peça}$$

$$\text{zona de combate} = 2 \cdot \text{dimensão} - \text{pos. 1ª peça}$$

$$\text{zona de combate} = 2 \cdot n - 1$$

Assim, para que a probabilidade de a segunda peça seja posicionada na zona de combate seja inferior a $\frac{1}{5}$ temos a

seguinte inequação $\frac{2n-1}{n^2-1} < \frac{1}{5}$ resolvendo-a, obtemos:

$$\frac{2 \cdot n - 1}{n^2 - 1} < \frac{1}{5} \rightarrow 5 \cdot (2n - 1) < (n^2 - 1) \cdot 1$$

$$10 \cdot n - 5 < n^2 - 1 \rightarrow n^2 - 10 \cdot n + 4 > 0$$

aplicando baskara temos:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$$

$$\Delta = 100 - 16$$

$$\Delta = 84$$

calculando os possíveis valores de n :

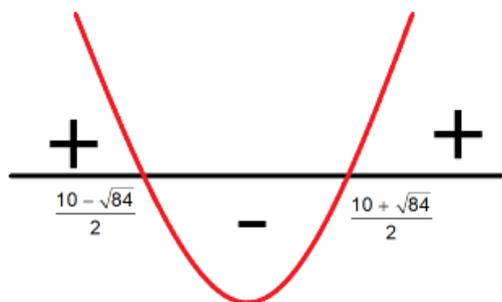
$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \rightarrow n = \frac{10 \pm \sqrt{84}}{2}$$

$$n = \frac{10 \pm 9, \dots}{2} \Rightarrow n = \pm 9, \dots \text{ ou } n = \pm 0, \dots$$

Resolução – Treinamento ENEM

S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Fazendo o estudo do sinal para identificarmos quais são os valores de n que satisfazem a equação temos:



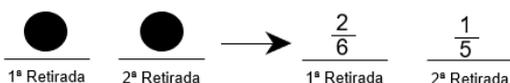
Como os possíveis valores de n são $\frac{10 - \sqrt{84}}{2} > n > \frac{10 + \sqrt{84}}{2}$, ou seja, $0,4... > n > 9,5...$, e conforme o enunciado n é no mínimo maior que 2, temos que a resposta é $n = 10$, pois queremos o menor valor possível para que isso ocorra.

Resposta: Letra D.

Item 15 =====

Para resolvermos essa questão devemos calcular opção por opção e só assim sabermos qual opção possibilita a maior chance de ganhar o prêmio. Para calcularmos devemos retirar duas bolas pretas sucessivamente e sem reposição, obtendo para cada opção:

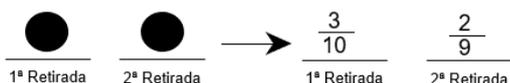
- Opção 1:



$$\text{probabilidade opção 1} = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\text{probabilidade opção 1} = \frac{2}{30}$$

- Opção 2:



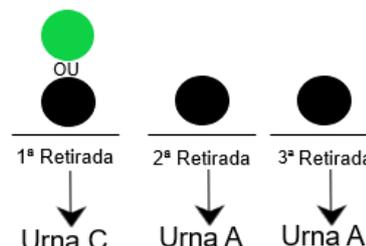
$$\text{probabilidade opção 2} = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$$

$$\text{probabilidade opção 2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 30}$$

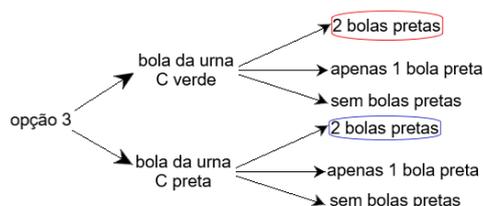
$$\text{probabilidade opção 2} = \frac{2}{30}$$

- Opção 3:

Para essa opção o cálculo é um pouco mais difícil, pois devemos levar em consideração se a bola retirada da urna C é ou não uma bola preta como vemos abaixo.



Para facilitar a observação das múltiplas possibilidades, vamos construir uma árvore de possibilidades, obtendo:



Calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna C seja verde teremos (destacado na árvore de possibilidades em vermelho):

$$\text{prob. 1ª bola sendo verde} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\text{prob. 1ª bola sendo verde} = \frac{1}{42}$$

Agora, calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna C seja preta temos (destacado na árvore de possibilidades em azul):

$$\text{prob. 1ª bola sendo preta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6}$$

$$\text{prob. 1ª bola sendo preta} = \frac{3}{42}$$

Assim a probabilidade para essa opção é de:

$$\text{prob. tt} = \text{prob. 1ª bola sendo verde} + \text{prob. 1ª bola sendo preta}$$

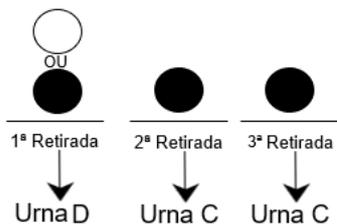
$$\text{prob. tt} = \frac{1}{42} + \frac{3}{42}$$

$$\text{prob. tt} = \frac{4}{42}$$

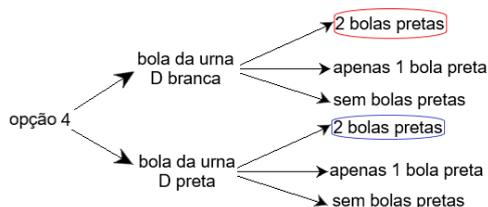
- Opção 4:

Para essa opção o cálculo é um pouco mais difícil, pois devemos levar em consideração se a bola retirada da urna D é ou não uma bola preta como vemos abaixo.

Resolução – Treinamento ENEM S07.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo



Para facilitar a observação das múltiplas possibilidades, vamos construir uma árvore de possibilidades, obtendo:



Calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna D seja branca teremos (destacado na árvore de possibilidades em vermelho):

$$prob. 1^a \text{ bola sendo verde} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$$

$$prob. 1^a \text{ bola sendo verde} = \frac{1}{20}$$

Agora, calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna C seja preta temos (destacado na árvore de possibilidades em azul):

$$prob. 1^a \text{ bola sendo preta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

$$prob. 1^a \text{ bola sendo preta} = \frac{3}{20}$$

Assim a probabilidade para essa opção é de:

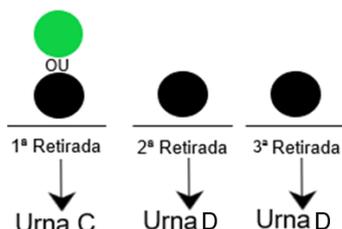
$$prob. tt = prob. 1^a \text{ bola sendo verde} + prob. 1^a \text{ bola sendo preta}$$

$$prob. tt = \frac{3}{20} + \frac{1}{20}$$

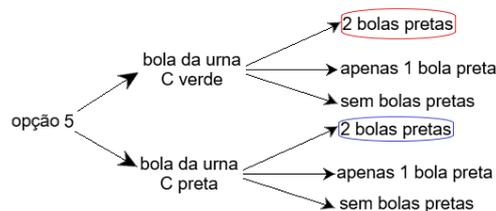
$$prob. tt = \frac{4}{20}$$

- Opção 5:

Para essa opção o cálculo é um pouco mais difícil, pois devemos levar em consideração se a bola retirada da urna C é ou não uma bola preta como vemos abaixo.



Para facilitar a observação das múltiplas possibilidades, vamos construir uma árvore de possibilidades, obtendo:



Calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna C seja verde teremos (destacado na árvore de possibilidades em vermelho):

$$prob. 1^a \text{ bola sendo verde} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6}$$

$$prob. 1^a \text{ bola sendo verde} = \frac{3}{42}$$

Agora, calculando a probabilidade de caso a bola retirada da urna C seja preta temos (destacado na árvore de possibilidades em azul):

$$prob. 1^a \text{ bola sendo preta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}$$

$$prob. 1^a \text{ bola sendo preta} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 6}$$

$$prob. 1^a \text{ bola sendo preta} = \frac{6}{42}$$

Assim a probabilidade para essa opção é de:

$$prob. tt = prob. 1^a \text{ bola sendo verde} + prob. 1^a \text{ bola sendo preta}$$

$$prob. tt = \frac{3}{42} + \frac{6}{42}$$

$$prob. tt = \frac{9}{42}$$

Comparando todas as opções já podemos eliminar as opções 1 e 2, pois são iguais e a opção 3 pois ela é, claramente, menor que a opção 5. Comparando as opções 4 e 5 que em frações é complicado sabermos, obtemos:

$$opção 4 = \frac{4}{20} \rightarrow \frac{1}{5} \rightarrow 20\%$$

$$opção 5 = \frac{9}{42} \rightarrow \frac{8,4}{42} + \frac{0,6}{42} \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{0,6}{42} \rightarrow 20, \dots\%$$

Assim a opção que oferece a maior probabilidade de ganhar o prêmio é a opção 5.

Resposta: Letra E.