

Resolva os sistemas lineares abaixo:

$$1. \begin{cases} -x + 3y - z = 1 \\ 0x + 2y + z = 2 \\ 0x + 0y + 5z = 10 \end{cases}$$

$5z = 10 \Rightarrow z = \frac{10}{5} = 2$   
 $2y + z = 2 \Rightarrow 2y + 2 = 2 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$   
 $-x + 3y - z = 1 \Rightarrow -x + 3 \cdot 0 - 2 = 1 \Rightarrow -x - 2 = 1 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow x = -3$

$S = \{x = -3, y = 0, z = 2\}$

$$2. \begin{cases} x + 4y - z = 2 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

$z = a \Rightarrow y + a = 3 \Rightarrow y = 3 - a$   
 $x + 4(3 - a) - a = 2 \Rightarrow x + 12 - 4a - a = 2 \Rightarrow x = 5a - 10$

$S = \{5a - 10, 3 - a, a\}$

$$3. \begin{cases} x + y = 3 \rightarrow x = 3 - y \\ 3x - 2y = -1 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$$

$3(3 - y) - 2y = -1 \Rightarrow 9 - 3y - 2y = -1 \Rightarrow -5y = -10 \Rightarrow y = 2$   
 $x = 3 - y = 3 - 2 = 1$

Comprovando:  
 $2(1) - 3(2) = -4 \quad \checkmark$

$S = \{1, 2\}$

$$4. \begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ -x + y + z = 2 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$$

$L_1 - L_2 \Rightarrow x - y - 2z = 1$   
 $L_2 - L_1 \Rightarrow 0x + 0y - z = 3 \Rightarrow z = -3$   
 $L_3 - L_1 \Rightarrow 0x - y + 3z = -3 \Rightarrow -y + 3(-3) = -3 \Rightarrow -y - 9 = -3 \Rightarrow -y = 6 \Rightarrow y = -6$   
 $x - y - 2z = 1 \Rightarrow x - (-6) - 2(-3) = 1 \Rightarrow x + 6 + 6 = 1 \Rightarrow x = -11$

$S = \{-11, -6, -3\}$

$$5. \begin{cases} 3x + 5y + 2z = 26 \\ x - 7y + z = -16 \\ 5x - y + 3z = 14 \end{cases}$$

$L_1 - 3L_2 \Rightarrow 3x + 5y + 2z = 26$   
 $3(x - 7y + z) = 3(-16) \Rightarrow 3x - 21y + 3z = -48$   
 $(3x + 5y + 2z) - (3x - 21y + 3z) = 26 - (-48) \Rightarrow 26y - z = 74$

$L_3 - 5L_2 \Rightarrow 5x - y + 3z = 14$   
 $5(x - 7y + z) = 5(-16) \Rightarrow 5x - 35y + 5z = -80$   
 $(5x - y + 3z) - (5x - 35y + 5z) = 14 - (-80) \Rightarrow 34y - 2z = 94$

$26y - z = 74 \Rightarrow z = 26y - 74$   
 $34y - 2(26y - 74) = 94 \Rightarrow 34y - 52y + 148 = 94 \Rightarrow -18y = -54 \Rightarrow y = 3$   
 $z = 26(3) - 74 = 78 - 74 = 4$   
 $x - 7(3) + 4 = -16 \Rightarrow x - 21 + 4 = -16 \Rightarrow x - 17 = -16 \Rightarrow x = 1$

$S = \{1, 3, 4\}$

$$6. \begin{cases} x - 7y = -2 \\ 3x + 2y = 17 \\ 6x - y = 29 \end{cases}$$

$L_2 - 3L_1 \Rightarrow 3x + 2y = 17$   
 $3(x - 7y) = 3(-2) \Rightarrow 3x - 21y = -6$   
 $(3x + 2y) - (3x - 21y) = 17 - (-6) \Rightarrow 23y = 23 \Rightarrow y = 1$   
 $6x - y = 29 \Rightarrow 6x - 1 = 29 \Rightarrow 6x = 30 \Rightarrow x = 5$

Comprovando:  
 $x - 7y = -2 \Rightarrow 5 - 7(1) = -2 \quad \checkmark$

$S = \{5, 1\}$

$$7. \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x + 4y + 5z = 8 \\ -x + 9y + 8z = 50 \end{cases}$$

$L_2 - 2L_1 \Rightarrow 2x + 4y + 5z = 8$   
 $2(x + y + z) = 2(-2) \Rightarrow 2x + 2y + 2z = -4$   
 $(2x + 4y + 5z) - (2x + 2y + 2z) = 8 - (-4) \Rightarrow 2y + 3z = 12$

$L_3 + L_1 \Rightarrow -x + 9y + 8z = 50$   
 $(-x + 9y + 8z) + (x + y + z) = 50 + (-2) \Rightarrow 10y + 9z = 48$

$2y + 3z = 12 \Rightarrow 4y + 3z = 12$   
 $10y + 9z = 48$   
 $(4y + 3z) - 10y = 12 - 48 \Rightarrow -6y - 7z = -36 \Rightarrow 6y + 7z = 36$   
 $6y + 7z = 36$   
 $6y + 7(2) = 36 \Rightarrow 6y + 14 = 36 \Rightarrow 6y = 22 \Rightarrow y = 3$   
 $2(3) + 3z = 12 \Rightarrow 6 + 3z = 12 \Rightarrow 3z = 6 \Rightarrow z = 2$   
 $x + 3 + 2 = -2 \Rightarrow x + 5 = -2 \Rightarrow x = -7$

$S = \{-7, 3, 2\}$

$$8. \begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ x - 3y + 4z = 2 \\ 2x - y + 5z = 6 \end{cases}$$

$L_2 - L_1 \Rightarrow x - 3y + 4z = 2$   
 $(x + 2y + 3z) - (x - 3y + 4z) = 6 - 2 \Rightarrow 5y - z = 4$

$L_3 - 2L_1 \Rightarrow 2x - y + 5z = 6$   
 $2(x + 2y + 3z) = 2(6) \Rightarrow 2x + 4y + 6z = 12$   
 $(2x - y + 5z) - (2x + 4y + 6z) = 6 - 12 \Rightarrow -5y - z = -6 \Rightarrow 5y + z = 6$

$5y - z = 4$   
 $5y + z = 6$   
 $(5y - z) - (5y + z) = 4 - 6 \Rightarrow -2z = -2 \Rightarrow z = 1$   
 $5y + 1 = 6 \Rightarrow 5y = 5 \Rightarrow y = 1$   
 $x + 2(1) + 3(1) = 6 \Rightarrow x + 2 + 3 = 6 \Rightarrow x + 5 = 6 \Rightarrow x = 1$

$S = \{1, 1, 1\}$

$$9. \begin{cases} 2x + 2y + 5z = 6 \\ -3x - y + z = -6 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}$$

$L_1 - 2L_3 \Rightarrow 2x + 2y + 5z = 6$   
 $2(x - y + 3z) = 2(3) \Rightarrow 2x - 2y + 6z = 6$   
 $(2x + 2y + 5z) - (2x - 2y + 6z) = 6 - 6 \Rightarrow 4y - z = 0 \Rightarrow 4y = z$

$L_2 + L_3 \Rightarrow -3x - y + z = -6$   
 $(-3x - y + z) + (x - y + 3z) = -6 + 3 \Rightarrow -2x - 2y + 4z = -3$

$4y = z$   
 $-2x - 2y + 4(4y) = -3 \Rightarrow -2x - 2y + 16y = -3 \Rightarrow -2x + 14y = -3$   
 $-2x + 14y = -3$   
 $(-2x + 14y) - (-2x + 14y) = -3 - (-3) \Rightarrow 0 = 0$

$z = 4y$   
 $x - y + 3(4y) = 3 \Rightarrow x - y + 12y = 3 \Rightarrow x + 11y = 3 \Rightarrow x = 3 - 11y$

$S = \{25/12, 1/12, 1/3\}$

$$10. \begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 0 \\ x - 4y + 10z = 6 \\ 2x + 7y - 5z = 2 \end{cases}$$

$L_2 + L_1 \Rightarrow x + 2y - 2z = 0$   
 $(-x + y + z) + (x + 2y - 2z) = 2 + 0 \Rightarrow 3y - z = 2$

$L_3 - L_1 \Rightarrow x - 4y + 10z = 6$   
 $(x - 4y + 10z) - (-x + y + z) = 6 - 2 \Rightarrow 2x - 5y + 9z = 4$

$L_4 - 2L_1 \Rightarrow 2x + 7y - 5z = 2$   
 $2(-x + y + z) = 2(2) \Rightarrow -2x + 2y + 2z = 4$   
 $(2x + 7y - 5z) - (-2x + 2y + 2z) = 2 - 4 \Rightarrow 4x + 5y - 7z = -2$

$3y - z = 2 \Rightarrow z = 3y - 2$   
 $2x - 5y + 9(3y - 2) = 4 \Rightarrow 2x - 5y + 27y - 18 = 4 \Rightarrow 2x + 22y = 22 \Rightarrow x + 11y = 11 \Rightarrow x = 11 - 11y$

$4x + 5y - 7z = -2$   
 $4(11 - 11y) + 5y - 7(3y - 2) = -2$   
 $44 - 44y + 5y - 21y + 14 = -2$   
 $-60y + 58 = -2 \Rightarrow -60y = -60 \Rightarrow y = 1$   
 $z = 3(1) - 2 = 1$   
 $x = 11 - 11(1) = 0$

Comprovando:  
 $-x + y + z = 2 \Rightarrow -0 + 1 + 1 = 2 \quad \checkmark$   
 $x + 2y - 2z = 0 \Rightarrow 0 + 2(1) - 2(1) = 0 \quad \checkmark$   
 $x - 4y + 10z = 6 \Rightarrow 0 - 4(1) + 10(1) = 6 \quad \checkmark$   
 $2x + 7y - 5z = 2 \Rightarrow 2(0) + 7(1) - 5(1) = 2 \quad \checkmark$

$S = \{0, 1, 1\}$