razão e proporção

escalas

exemplo:

$1 : 500$

cada 1 unidade da figura equivale a 500 unidades na realidade

$$E = \frac{\text{figura}}{\text{real}}$$

A razão é entre a medida na figura e a medida real:

grandezas diretas

A razão é constante

$\frac{A}{B} = k$ ou $A = k \cdot B$

se A é proporcional a B, então:

grandezas inversas

o produto é constante

$A \cdot B = k$ ou $A = k \cdot \frac{1}{B}$

se A é inversamente proporcional a B, então:

grandezas diretas e inversas

se F é proporcional a z e inversamente proporcional ao quadrado de m, então:

$$F = \frac{k \cdot z}{m^2}$$

se P é proporcional a m e a x, então:

$$P = k \cdot m \cdot x$$

divisão direta

Dividir 310 em partes proporcionais a 2, 3 e 5

1º MODO:

$A + B + C = 310$

$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5} = k$

$2k + 3k + 5k = 310$

$10k = 310$

$k = 31$

$A = 2k = 62$

$B = 3k = 93$

$C = 5k = 155$

2º MODO:

$2 + 3 + 5 = 10$

$A = \frac{2}{10} \cdot 310 = 62$

$B = \frac{3}{10} \cdot 310 = 93$

$C = \frac{5}{10} \cdot 310 = 155$

divisão inversa

Dividir 310 em partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 5

$A + B + C = 310$

$A \cdot 2 = B \cdot 3 = C \cdot 5 = k$

$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 310$

$\frac{15k + 10k + 6k}{30} = \frac{30 \cdot 310}{30}$

$31k = 310 \cdot 30$

$k = 300$

$A = \frac{k}{2} = 150$

$B = \frac{k}{3} = 100$

$C = \frac{k}{5} = 60$

@ MESTRES DA MATEMÁTICA

estatística e médias

medidas de variabilidade

VARIÂNCIA

$$var = \frac{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \dots + d_4^2}{n}$$

é a média aritmética dos quadrados dos desvios

o desvio é a diferença entre cada elemento dado e a média aritmética

DESVIO PADRÃO

$$\sigma = \sqrt{\text{variância}}$$

análise qualitativa

Desvio padrão e variância **baixos**	Desvio padrão e variância **altos**
média	média
homogênea elementos próximos da média	**heterogênea** elementos dispersos

distribuição de dados

número de funcionarios	salário
40	R$ 2000,00
2	R$ 3000,00
5	R$ 4000,00
3	R$ 5000,00

GRÁFICO DE COLUNAS

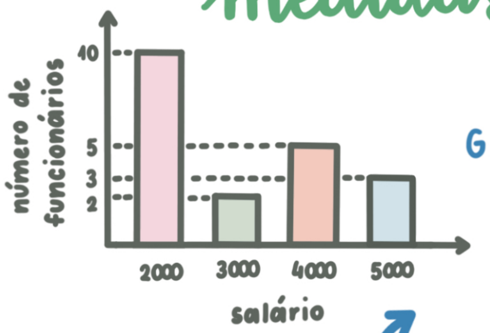
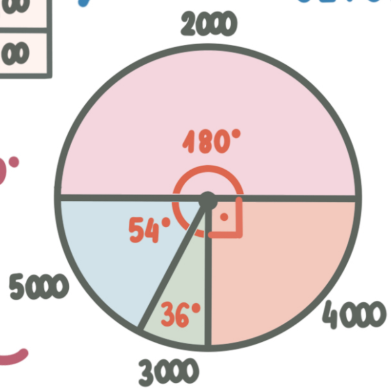


GRÁFICO DE SETORES



20 funcionários — 360°
2 funcionários — x

$$x = \frac{720^\circ}{20} = 36^\circ$$

medidas de centralidade

MODA

termo que mais aparece

termos: 2, 3, 4, 2, 6, 40

$\boxed{m_o = 2}$

MÉDIA

somar todos e dividir pelo número de termos

termos: 2, 3, 4, 2, 6, 40

$$m = \frac{2 + 3 + 4 + 2 + 6 + 40}{6}$$

$\boxed{m = 4}$

MEDIANA

colocar os termos em ordem crescente

nº ímpar de termos:

termos: 2, 3, 4, 2, 6

ordem crescente: 4, 2, 2, 3, 6

$\boxed{m = 2}$

a mediana é o termo central

nº par de termos:

termos: 2, 3, 4, 2, 6, 40

ordem crescente: 4, 2, 2, 3, 6, 40

$m_e = \frac{2+3}{2}$ $\boxed{m_e = 2,5}$

a mediana é a média dos 2 centrais

geometria plana

semelhança de triângulos

figuras clássicas

"triângulos semelhantes possuem todos os ângulos iguais e os lados correspondentes proporcionais"

triângulos retângulos

RELAÇÕES MÉTRICAS

$a^2 = b^2 + c^2$

$c^2 = a \cdot m$

$b^2 = a \cdot n$

$h^2 = m \cdot n$

$a \cdot h = b \cdot c$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS

Relação fundamental

$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

$sen\alpha = \frac{b}{a}$

$cos\alpha = \frac{c}{a}$

$tg\alpha = \frac{b}{a}$

ângulos notáveis

	30°	45°	60°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

"macetinhos fuderosos"

$a\sqrt{3}$, a, 30°, 60°, $2a$

a, $a\sqrt{2}$, 45°, 45°, a

áreas de polígonos

TRIÂNGULOS

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$

$A = \frac{b \cdot c}{2}$

$A = \frac{a \cdot b \cdot sen\alpha}{2}$

QUADRILÁTEROS

$A = b \cdot h$

$A = \ell^2$

$A = \frac{D \cdot d}{2}$

$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

áreas circulares

CÍRCULO

$A = \pi R^2$

$C = 2\pi R$

COROA CIRCULAR

$A = \pi R^2 - \pi r^2$

SETOR CIRCULAR

$A = \frac{\alpha \cdot \pi R^2}{360}$

OBS:

$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^2$

$\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot R^2$

$\frac{1}{8} \cdot \pi \cdot R^2$

60°, 45°

porcentagem e juros

aumentos e descontos

reduzir 900 em 40%

$900 \cdot (1 - 0{,}4) = 540$

aumentar 400 em 40%

$400 \cdot (1 + 0{,}1) = 440$

aumentar C em i%	reduzir C% em i%
$C \cdot (1+i)^2$	$C \cdot (1-i)^2$

cálculos percentuais

25% de 16% de 2000 =

$\frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}} \times \frac{\cancel{16}^{4}}{100} \times 2000 = 80$

20% de 500 =

$\frac{20}{100} \times 500 = 100$

30% de 400 =

$\frac{30}{100} \times 400 = 120$

definição

$\boxed{x\% = \frac{x}{100}}$

$120\% = \frac{120}{100} = 1{,}2$

$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

$30\% = \frac{30}{100} = 0{,}3$

juros simples

juros sobre o CAPITAL INICIAL

$\boxed{J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}}$

R$ 2000,00 aplicados a 10% ao ano durante 3 anos

$2000 \xrightarrow{+10\%} 2200 \xrightarrow{+10\%} 2400 \xrightarrow{+10\%} 2600$

$J = \frac{10}{100} \cdot 200 \cdot 3$

juros compostos

juros sobre JUROS

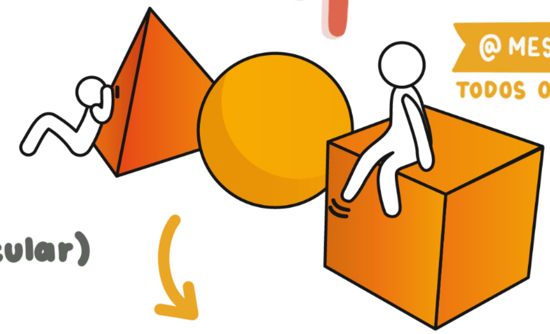
R$ 2000,00 aplicados a 10% ao ano durante 3 anos

$2000 \xrightarrow{+10\%} 2200 \xrightarrow{+10\%} 2420 \xrightarrow{+10\%} 2662$

$2000 \cdot (1{,}1)$ $2000 \cdot (1{,}1)^2$ $2000 \cdot (1{,}1)^3$

$\boxed{M = C \cdot (1+i)^t}$

geometria espacial



prismas

possuem 2 bases paralelas poligonais idênticas

Triângular · Hexagonal · Quadrangular

PRISMAS ESPECIAIS

Paralelepípedo

$V = a \cdot b \cdot c$

$A_T = 2ab + 2ac + 2bc$

$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Cubo

$V = a^3$

$A_T = 6a^3$

$D = a\sqrt{3}$

$a\sqrt{2}$

VOLUME

área da base × altura

cone reto

RELAÇÃO FUNDAMENTAL

$G^2 = H^2 + R^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 H$

SUPERFÍCIE LATERAL (setor circular)

$A_L = \pi R G$

$2\pi R$

CONE EQUILÁTERO

a seção meridiana é um triângulo equilátero

$G = 2R$

SEMELHANÇA DE CONE

$\frac{r}{R} = \frac{h}{H} = K$

$\frac{v}{V} = K^3$

esfera

$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

$A = 4\pi R^2$

RELAÇÃO FUNDAMENTAL

$R^2 = d^2 + r^2$

cilindros

$V = \pi R^2 \cdot H$

OBS:

$V = \pi R^2 \cdot \left(\frac{H + h}{2}\right)$

SUPERFÍCIE LATERAL RETÂNGULO

$A_L = 2\pi R \cdot H$

CILINDRO EQUILÁTERO

a seção meridiana é um quadrado

$H = 2R$

pirâmides

$V = \frac{1}{3} \cdot \text{área da base} \cdot H$

PIRÂMIDE REGULAR

pirâmide reta em que a base é um polígono regular (todas as arestas laterais são iguais)

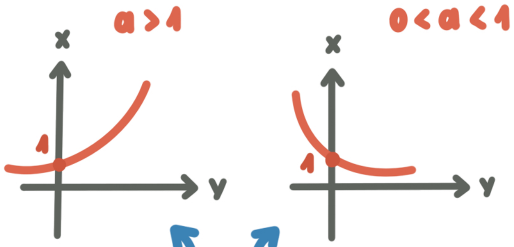
Apótema da pirâmide

Apótema da base

$m^2 = H^2 + a^2$

exponencial e log

função exponencial



$f(x) = a^x$ $\begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

propriedades

$a^0 = 1,\ a \neq 0$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\ b \neq 0$

equações e inequações

$A > 1 \rightarrow x > y \rightarrow$ conserva o sinal

$0 < A < 1 \rightarrow x < y \rightarrow$ inverte o sinal

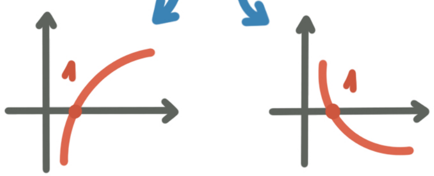
$A^x > A^y$ ou $\log_A x > \log_A y$

$\boxed{A^x = A^y \rightarrow x = y}$

$\boxed{\log_A x = \log_A y \rightarrow x = y}$

função logarítmica

$f(x) = \log_a x$ $\begin{cases} a > 0 \text{ e } a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$



definição

sendo $a > 0,\ a \neq 1$
e $y > 0$

$\boxed{\log_a y = x \rightarrow a^x = y}$

$\begin{cases} a: \text{base} \\ y: \text{logaritmando} \\ x: \text{logaritmo} \end{cases}$

$\log_a a = 1$

$\log_a 1 = 0$

$a^{\log_a x} = x$

propriedades operatórias

$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$	
$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$	
$\log a^n = n \cdot \log a$	
$\log_b a = \frac{\log_x a}{\log_x b}$	

LOGARITMO DECIMAL

$\log_{10} x = \log x$

LOGARITMO NEPERIANO

$\log_e x = \ln x$

progressões

progressão aritmética

três termos

se (A, B, C) é P.A., então

$$\boxed{B - A = C - B}$$

notação especial

$$\boxed{(x-r,\ x,\ x+r)}$$

termo geral

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\cdot r}$$

a_1: 1º termo
r: razão
a_n: termo geral

$a_8 = a_1 + 7r$
$a_5 = a_1 + 4r$

soma de N termos

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}}$$

a_1: 1º termo
a_n: último termo
n: número de termos

progressão geométrica

três termos

se (A, B, C) é P.G., então

$$\boxed{\frac{B}{A} = \frac{C}{B}}$$

notação especial

$$\boxed{\left(\frac{x}{q},\ x,\ x\cdot q\right)}$$

termo geral

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

$a_5 = a_1 \cdot q^4$
$a_{10} = a_1 \cdot q^9$

soma de N termos

$$\boxed{S_n = \frac{a_1\cdot(q^n - 1)}{q-1}}$$

soma de infinitos termos

$$\boxed{S_{inf.} = \frac{a_1}{1-q}}$$

para $-1 < q < 1$

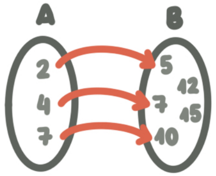
funções

@ MESTRES DA MATEMÁTICA

definição

$f(x) = x + 3$ é uma lei matemática que associa cada elemento do domínio a um único elemento do contra-domínio

$f: A \to B$



Domínio: $\{2, 4, 7\}$

contra-domínio: $\{5, 7, 10, 12, 15\}$

imagem: $\{5, 7, 10\}$

função composta

$\boxed{f \circ g(x) = f(g(x))}$

EXEMPLO:

$f(x) = 2x - 1$ e $g(x) = 5x + 3$

$f(g(x)) = 2 \cdot g(x) - 1$

$f(g(x)) = 2(5x + 3) - 1$

$f(g(x)) = 10x + 5$

função inversa

$\boxed{f^{-1}(x)}$

trocar o domínio pelo contra-domínio e vice-versa

REGRA: trocar o x pelo y e isolar o y

EXEMPLO: $f(x) = 2x - 5$

$y = 2x - 5$

$x = 2y - 5$ trocar

isolar o y

$2y = x + 5$

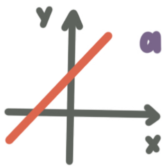
$y = \dfrac{x + 5}{2}$

$f^{-1}(x) = \dfrac{x + 5}{2}$

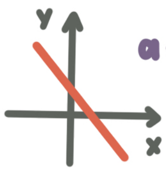
função afim

$\boxed{f(x) = ax + b}$ $a \neq 0$

coeficiente angular



CRESCENTE

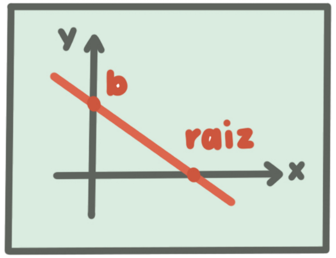


DECRESCENTE

coeficiente linear

b: onde corta o eixo y

raiz: onde corta o eixo x



função quadrática

$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$ $a \neq 0$

VÉRTICE:

$\boxed{V = (x_v, y_v)}$

$\boxed{x_v = \dfrac{-b}{2a}}$ $\boxed{y_v = \dfrac{-\Delta}{4a}}$

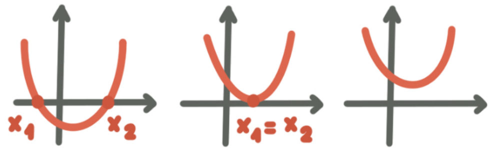
média aritmética das raízes

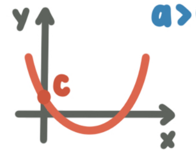
$f(x_v)$

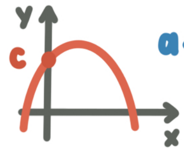
RAÍZES:

onde corta o eixo x

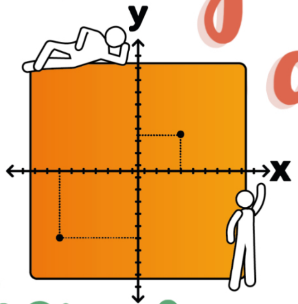
$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ $\boxed{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$





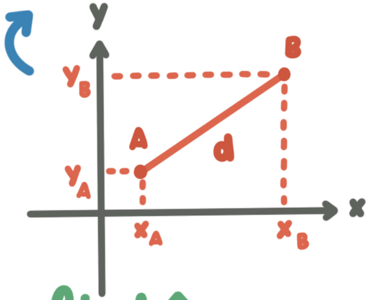


geometria analítica



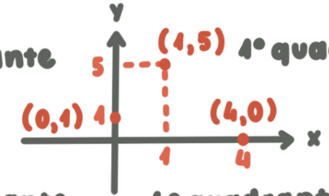
distância entre dois pontos

$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A + y_B)^2}$$



plano cartesiano

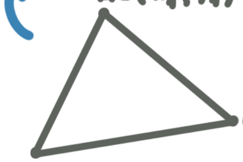
eixo Ox: abscissa
eixo Oy: ordenada



baricentro de um triângulo

$$G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

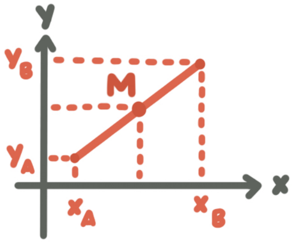
área do triângulo



$$A = \frac{1}{2} \cdot |\text{determinante}|$$

$$\text{determinante} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

ponto médio



$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

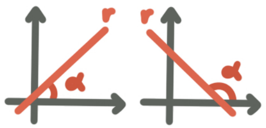
equação de reta

geral: $Ax + By + C = 0$

reduzida: $y = ax + b$

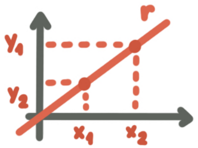
COEFICIENTE ANGULAR

definição



$$a_r = tg\,\alpha$$

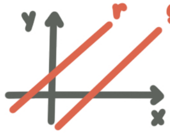
dados dois pontos



$$a_r = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

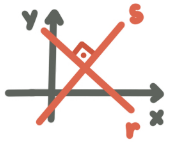
relação entre retas

PARALELAS



$$a_r = a_s$$

PERPENDICULARES

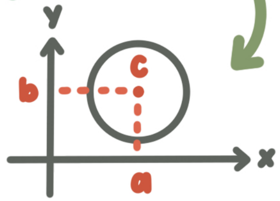


$$a_r = -\frac{1}{a_s}$$

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA

$$d = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

equação de circunferência



reduzida:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

geral:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - R^2 = 0$$

matrizes

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

definição

é uma tabela em que os termos são dispostos em (m) linhas e (n) colunas (m x n)

EXEMPLO: $A_{(2\times3)} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}$

matriz genérica

todos os elementos são representados por

$\boxed{a_{i,j}}$ i: linha
j: coluna

EXEMPLO:

Qual é a matriz (3x3) tal que $a_{ij} = i + j$?

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

tipos de matrizes

MATRIZ TRANSPOSTA (A^t)

trocar linhas por colunas

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad A^t = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

MATRIZ IDENTIDADE (I)

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ QUADRADA (n,n)

$$A_{(2,2)} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

matriz inversa

$\boxed{A \cdot A^{-1} = I}$

Qual a matriz inversa de $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$?

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2A + C = 1 \\ 5A + 3C = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2B + D = 0 \\ 5B + 3D = 1 \end{cases}$$

$A = 3 \quad C = -5 \quad B = -1 \quad D = 2$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

operações

EXEMPLO:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2A - B

$$2\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

PRODUTO MATRICIAL

multiplicar as linhas da primeira matriz pelas colunas da segunda

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+0 & -4+3 \\ -5+0 & 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

análise combinatória

princípio fundamental da contagem

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO (e)

EXEMPLO

3 tipos de sucos
4 tipos de salgados

De quantas maneiras pode-se escolher um suco e um salgado?

$3 \times 4 = 12$

PRINCÍPIO ADITIVO (ou)

EXEMPLO:

{ 3 tipos de sucos
4 tipos de salgados

De quantas maneiras pode-se escolher um suco ou um salgado?

$3 + 4 = 7$

permutações

$\boxed{P_n = n!}$

SIMPLES

$$\boxed{P_n^{\alpha,\beta} = \frac{n!}{\alpha!\,\beta!\ldots}}$$

COM REPETIÇÃO

EXEMPLO: Quantos são os anagramas das palavras:

prova

$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

banana

$$P_6^{2,3} = \frac{6!}{3!\,2!} = 60$$

fatorial

OBS:

$0! = 1$ e
$1! = 1$

$$\boxed{n! = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

sendo n um número inteiro e $n \geq 1$

tipos de agrupamentos

ORDENADOS - ARRANJOS

a ordem dos elementos em cada grupo faz a diferença

$$\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$$

EXEMPLO: Com um grupo de 5 pessoas, quantas filas de 3 pessoas podem ser formadas?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60 \quad \text{ou} \quad \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = 60$$

NÃO ORDENADOS - COMBINAÇÕES

a ordem dos elementos em cada grupo não faz diferença

$$\boxed{C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!\cdot p!}}$$

EXEMPLO: Com um grupo de 5 pessoas, quantas comissões de 3 pessoas podem ser formadas?

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!\,3!} = \frac{120}{12} = 10 \quad \text{ou} \quad \frac{\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3}}{3!} = 10$$

probabilidades

definições

EXPERIMENTO ALEATÓRIO
depende apenas do acaso

ESPAÇO AMOSTRAL
são todos os possíveis resultados do experimento

EVENTO
subconjunto do espaço amostral

$$\boxed{\text{probabilidade} = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}}$$

OBS: $0 \leq \text{probabilidade} \leq 1$

evento complementar $(\bar{A})$

$$\boxed{P(A) + P(\bar{A}) = 1}$$

espaço amostral

$$\begin{cases} P(\text{chover}) = 20\% \\ P(\text{não chover}) = 80\% \end{cases}$$

probabilidade condicional

Há uma redução do espaço amostral

EXEMPLO:

Qual é a probabilidade de ser homem dado que é alto?

	homens	mulheres
alto	40	10
baixo	30	20

$$P\left(\text{homem}/\text{alto}\right) = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 80\%$$

probabilidade binomial

EXEMPLO:

um casal pretende ter 5 filhos. Qual é a probabilidade de serem 3 homens e 2 mulheres?

H H M H M

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \times P_5^{(2,3)} =$$

$$\frac{1}{32} \cdot \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

teorema da multiplicação

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)}$$

a probabilidade de ocorrer A e B é a multiplicação da probabilidade de ocorrer B pela probabilidade de ocorrer A, sabendo que B já ocorreu

EXEMPLO:

Lança-se um dado, em seguida uma moeda. Qual é a probabilidade de ocorrer um número par e cara?

par e cara

$$\frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$