

## Exercícios de Matemática

### Trigonometria – Funções Trigonométricas

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.

(Unb) Volume de ar em um ciclo respiratório

O volume total de ar, em litros, contido nos dois pulmões de um adulto em condições físicas normais e em repouso pode ser descrito como função do tempo  $t$ , em segundos, por

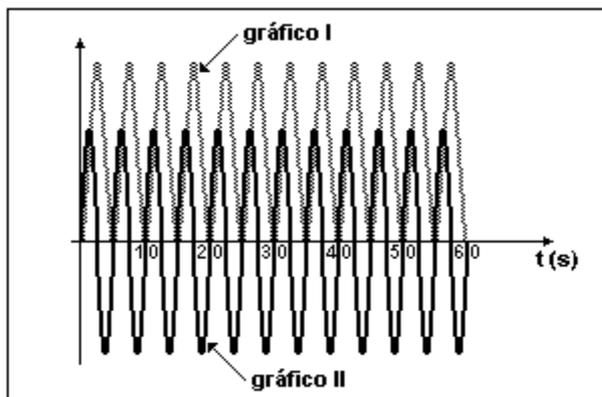
$$V(t) = 3 \cdot (1 - \cos(0,4\pi t)) / 2\pi$$

O fluxo de ar nos pulmões, em litros por segundo, é dado por

$$v(t) = 0,6 \sin(0,4\pi t).$$

Os gráficos dessas funções estão representados na figura adiante.

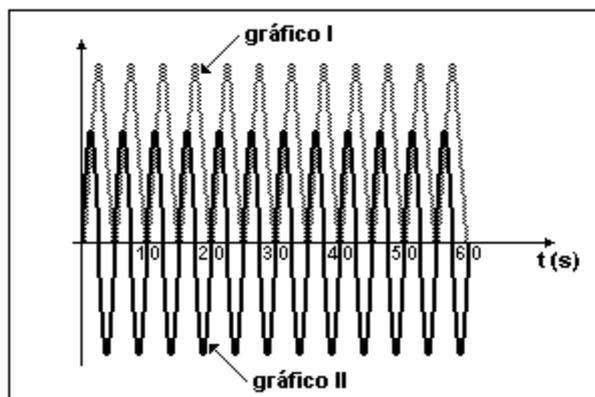
1.



Com base nas informações do texto, julgue os itens a seguir.

- (1) O gráfico I representa  $V(t)$  e o gráfico II,  $v(t)$ .
- (2) O volume máximo de ar nos dois pulmões é maior que um litro.
- (3) O período de um ciclo respiratório completo (inspiração e expiração) é de 6 segundos.
- (4) A frequência de  $v(t)$  é igual à metade da frequência de  $V(t)$ .

2.



Com base nas informações do texto, julgue os itens a seguir, com respeito ao fluxo de ar nos pulmões.

- (1) O fluxo é negativo quando o volume decresce.
- (2) O fluxo é máximo quando o volume é máximo.
- (3) O fluxo é zero quando o volume é máximo ou mínimo.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Ufba) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

3. Em trigonometria, é verdade:

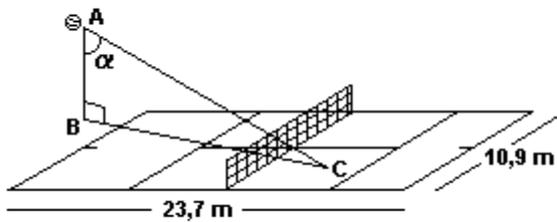
- (01) Sendo  $\sin x = -4/5$  e  $x$  pertencente ao terceiro quadrante, então  $\cos(x/2) = -1/5$ .
- (02) se  $x + y = \pi/3$ , então  $\cos(3x - 3y) = 2 \sin^2 3y - 1$ .
- (04) Existe  $x \in [\pi/4, 5\pi/2]$ , tal que  $\sin^2 x + 3 \cos x = 3$ .
- (08) A função inversa de  $f(x) = \cos$  é  $g(x) = \sec x$ .
- (16) Num triângulo, a razão entre dois de seus lados é 2, e o ângulo por eles formado mede  $60^\circ$ ; então o triângulo é retângulo.

Soma (        )

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO

(Cesgranrio) Uma quadra de tênis tem 23,7m de comprimento por 10,9m de largura. Na figura a seguir, está representado o momento em que um dos jogadores dá um saque. Sabe-se que este atinge a bola no ponto A, a 3m do solo, e que a bola passa por cima da rede e toca o campo adversário no ponto C, a 17m do ponto B.

4.



Tendo em vista os dados apresentados, é possível afirmar que o ângulo  $\alpha$ , representado na figura, mede:

- a) entre  $75^\circ$  e  $90^\circ$ .
- b) entre  $60^\circ$  e  $75^\circ$ .
- c) entre  $45^\circ$  e  $60^\circ$ .
- d) entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .
- e) menos de  $30^\circ$ .

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES.

(Ufpe) O PIB (Produto Interno Bruto, que representa a soma das riquezas e dos serviços produzidos por uma nação) de certo país, no ano  $2000+x$ , é dado, em bilhões de dólares, por

$$P(x) = 500 + 0,5x + 20\cos(\pi x/6)$$

onde  $x$  é um inteiro não negativo.

5. Determine, em bilhões de dólares, o valor do PIB do país em 2004.

6. Em períodos de 12 anos, o PIB do país aumenta do mesmo valor, ou seja,  $P(x+12) - P(x)$  é constante. Determine esta constante (em bilhões de dólares).

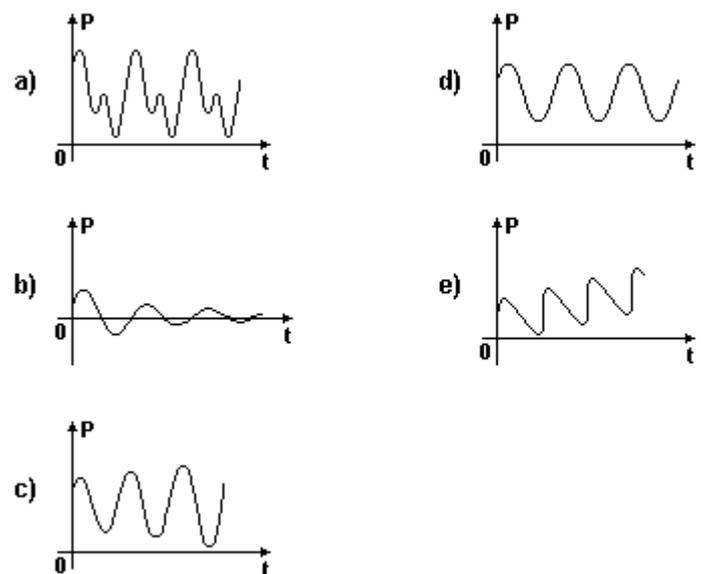
7. (Uff) No processo de respiração do ser humano, o fluxo de ar através da traquéia, durante a inspiração ou expiração, pode ser modelado pela função  $F$ , definida, em cada instante  $t$ , por  $F(t) = M \sin wt$ .

A pressão interpleural (pressão existente na caixa torácica), também durante o processo de respiração, pode ser modelada pela função  $P$ , definida, em cada instante  $t$ , por  $P(t) = L - F(t + a)$ .

As constantes  $a$ ,  $L$ ,  $M$  e  $w$  são reais, positivas e dependentes das condições fisiológicas de cada indivíduo.

(AGUIAR, A.F.A., XAVIER, A.F.S. e RODRIGUES, J.E.M. Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas, ed. HARBRA Ltda. 1988.(Adaptado)

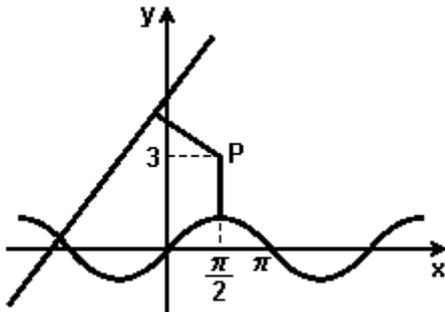
Um possível gráfico de  $P$ , em função de  $t$ , é:



8. (Unirio) Um engenheiro está construindo um obelisco de forma piramidal regular, onde cada aresta da base quadrangular mede 4m e cada aresta lateral mede 6m. A inclinação entre cada face lateral e a base do obelisco é um ângulo  $\alpha$  tal que:

- a)  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$
- b)  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$
- c)  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$
- d)  $15^\circ < \alpha < 30^\circ$
- e)  $0^\circ < \alpha < 15^\circ$

9. (Unifesp) Considere a reta de equação  $4x - 3y + 15 = 0$ , a senóide de equação  $y = \sin(x)$  e o ponto  $P = (\pi/2, 3)$ , conforme a figura.



A soma das distâncias de P à reta e de P à senóide é:

- a)  $(12 + 2\pi)/5$
- b)  $(13 + 2\pi)/5$
- c)  $(14 + 2\pi)/5$
- d)  $(15 + 2\pi)/5$
- e)  $(16 + 2\pi)/5$

10. (Ufv) Sejam as funções reais f e g dadas por:

$$f(x) = 2^{\cos x} \quad \text{e} \quad g(x) = 2^{\sin x} .$$

É CORRETO afirmar que:

- a)  $f(\pi/4) < g(\pi/3)$
- b)  $f(\pi/6) < g(\pi/4)$
- c)  $f(\pi) \cdot g(0) = 2$
- d)  $f(0) \cdot g(\pi) = -2$
- e)  $f(\pi) \cdot g(\pi) = 2$

11. (Ufal) O mais amplo domínio real da função definida por  $y = \log[\sin(x)]$  é o conjunto dos números reais x tais que, para todo  $k \in \mathbb{Z}$ ,

- a)  $-k\pi < x < k\pi$
- b)  $k\pi < x < (k - 1)\pi$
- c)  $k\pi < x < (k + 1)\pi$
- d)  $2k\pi < x < (2k - 1)\pi$
- e)  $2k\pi < x < (2k + 1)\pi$

12. (Fuvest) O valor de  $(\tan 10^\circ + \cotg 10^\circ) \sin 20^\circ$  é:

- a)  $1/2$
- b) 1
- c) 2
- d)  $5/2$
- e) 4

13. (Fuvest) Dentre os números a seguir, o mais próximo de  $\sin 50^\circ$  é:

- a) 0,2.
- b) 0,4.
- c) 0,6.
- d) 0,8.
- e) 1,0.

14. (Fuvest) O menor valor de  $1/(3 - \cos x)$ , com x real, é:

- a)  $1/6$ .
- b)  $1/4$ .
- c)  $1/2$ .
- d) 1.
- e) 3.

15. (Ita) Seja a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$1 - \binom{4n}{2} + \binom{4n}{4} - \dots - \binom{4n}{4n-2} + 1$$

onde  $a > 0$  é uma constante. Considere  $K = \{y \in \mathbb{R}; f(y) = 0\}$ . Qual o valor de  $a$ , sabendo-se que  $f(\pi/2) \in K$ ?

- a)  $\pi/4$
- b)  $\pi/2$
- c)  $\pi$
- d)  $\pi^2/2$
- e)  $\pi^2$

16. (Ita) A expressão  $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ ,  $0 < \theta < \pi$ , é idêntica a:

- a)  $\sec(\theta/2)$
- b)  $\operatorname{cosec}(\theta/2)$
- c)  $\cotg(\theta/2)$
- d)  $\operatorname{tg}(\theta/2)$
- e)  $\cos(\theta/2)$

17. (Fuvest) Considere a função  $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 5x$ .

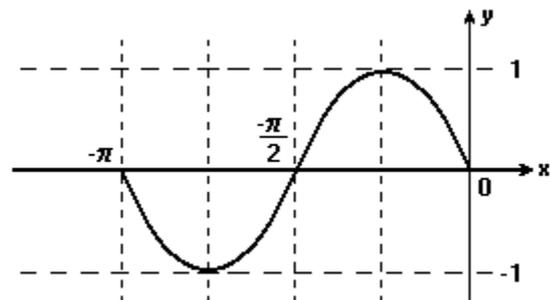
- a) Determine as constantes  $k$ ,  $m$  e  $n$  tais que  $f(x) = k \cdot \operatorname{sen}(mx) \cdot \cos(nx)$
- b) Determine os valores de  $x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , tais que  $f(x) = 0$ .

18. (Unicamp) Encontre todas as soluções do sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x+y) = 0 \\ \operatorname{sen}(x-y) = 0 \end{cases}$$

que satisfaçam  $0 \leq x \leq \pi$  e  $0 \leq y \leq \pi$ .

19. (Unitau) Indique a função trigonométrica  $f(x)$  de domínio  $\mathbb{R}$ ;  $\operatorname{Im} = [-1, 1]$  e período  $\pi$  que é representada, aproximadamente, pelo gráfico a seguir:



- a)  $y = 1 + \cos x$ .
- b)  $y = 1 - \operatorname{sen} x$ .
- c)  $y = \operatorname{sen}(-2x)$ .
- d)  $y = \cos(-2x)$ .
- e)  $y = -\cos x$ .

20. (Unitau) O período da função  $y = \operatorname{sen}(\pi \sqrt{2} \cdot x)$  é:

- a)  $\sqrt{2}/2$ .
- b)  $\sqrt{\pi}/2$ .
- c)  $\pi/2$ .
- d)  $\sqrt{2}$ .
- e)  $2\sqrt{2}$ .

21. (Fuvest) A equação  $f(x) = -10$  tem solução real se  $f(x)$  é:

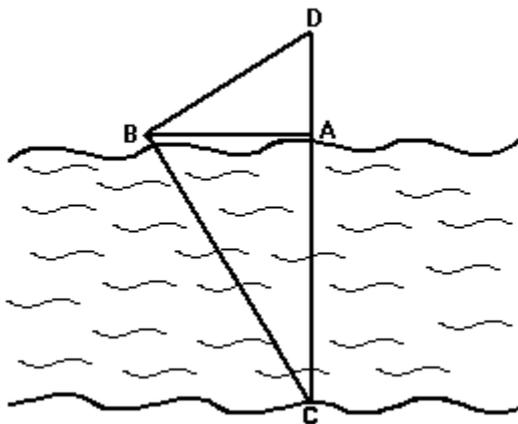
- a)  $2^x$
- b)  $\log_b(|x| + 1)$
- c)  $\operatorname{sen} x$
- d)  $\operatorname{tg} x$
- e)  $x^2 + 2x - 4$

22. (Fuvest) No estudo do Cálculo Diferencial e Integral, prova-se que a função  $\cos x$  (co-seno do ângulo de  $x$  radianos) satisfaz a desigualdade:

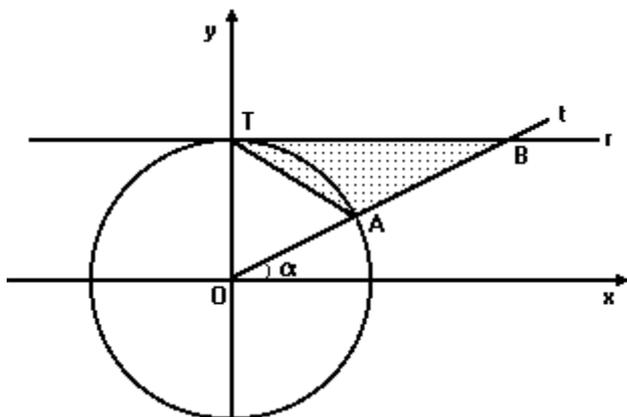
$$f(x) = 1 - (x^2/2) \leq \cos x \leq 1 - (x^2/2) + (x^4/24) = g(x)$$

- a) Calcule o co-seno de 0,3 radianos usando  $f(x)$  como aproximação de  $\cos x$ .
- b) Prove que o erro na aproximação anterior é inferior a 0,001 e conclua que o valor calculado é exato até a segunda casa decimal.

23. (Unicamp) Para medir a largura  $\overline{AC}$  de um rio um homem usou o seguinte procedimento: localizou um ponto B de onde podia ver na margem oposta o coqueiro C, de forma que o ângulo ABC fosse  $60^\circ$ ; determinou o ponto D no prolongamento de  $\overline{CA}$  de forma que o ângulo CBD fosse de  $90^\circ$ . Medindo  $\overline{AD}=40$  metros, achou a largura do rio. Determine essa largura e explique o raciocínio.



24. (Fuvest) Na figura a seguir, a reta  $r$  passa pelo ponto  $T=(0,1)$  e é paralela ao eixo  $Ox$ . A semi-reta  $Ot$  forma um ângulo  $\alpha$  com o semi-eixo  $Ox$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) e intercepta a circunferência trigonométrica e a reta  $r$  nos pontos A e B, respectivamente.



A área do  $\Delta TAB$ , como função de  $\alpha$ , é dada por:

- a)  $(1 - \text{sen}\alpha) \cdot (\text{cos}\alpha)/2$ .
- b)  $(1 - \text{cos}\alpha) \cdot (\text{sen}\alpha)/2$ .
- c)  $(1 - \text{sen}\alpha) \cdot (\text{tg}\alpha)/2$ .
- d)  $(1 - \text{sen}\alpha) \cdot (\text{cotg}\alpha)/2$ .
- e)  $(1 - \text{sen}\alpha) \cdot (\text{sen}\alpha)/2$ .

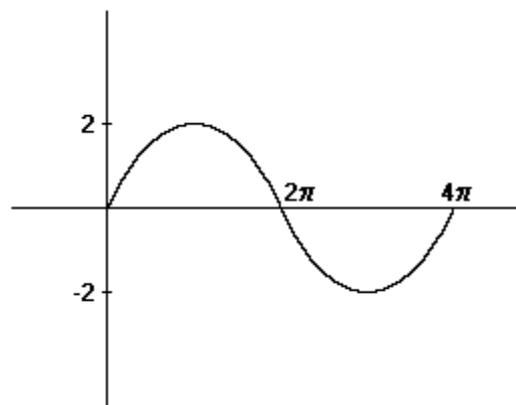
25. (Fuvest) O valor máximo da função  $f(x)=3\cos x+2\text{sen } x$  para  $x$  real é:

- a)  $\sqrt{2}/2$
- b) 3
- c)  $5\sqrt{2}/2$
- d)  $\sqrt{13}$
- e) 5

26. (Cesgranrio) Se  $\text{sen } x - \text{cos } x = 1/2$ , o valor de  $\text{sen } x \text{cos } x$  é igual a:

- a)  $-3/16$
- b)  $-3/8$
- c)  $3/8$
- d)  $3/4$
- e)  $3/2$

27. (Fuvest) A figura a seguir mostra parte do gráfico da função:



- a)  $\text{sen } x$
- b)  $2 \text{sen } (x/2)$
- c)  $2 \text{sen } x$
- d)  $2 \text{sen } 2x$
- e)  $\text{sen } 2x$

28. (Fuvest) Considere a função

$$f(x) = \text{sen } x \cdot \text{cos } x + (1/2)(\text{sen } x - \text{sen } 5x).$$

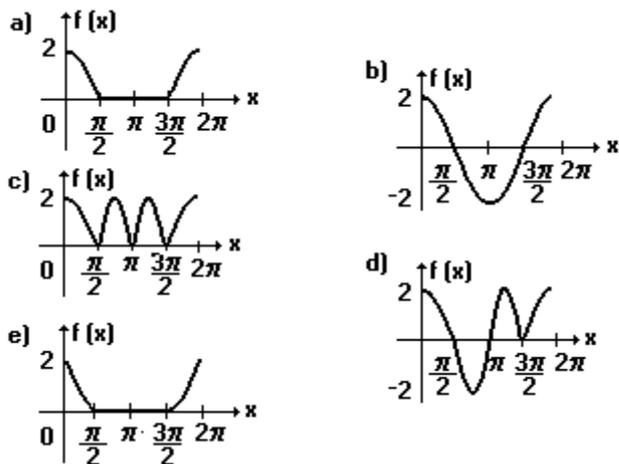
- a) Resolva a equação  $f(x)=0$  no intervalo  $[0, \pi]$ .
- b) O gráfico de  $f$  pode interceptar a reta de equação  $y=8/5$ ?

Explique sua resposta.

29. (Cesgranrio) Se  $x$  é ângulo agudo,  $\operatorname{tg}(90^\circ+x)$  é igual a:

- a)  $\operatorname{tg} x$
- b)  $\operatorname{cot} x$
- c)  $-\operatorname{tg} x$
- d)  $-\operatorname{cot} x$
- e)  $1 + \operatorname{tg} x$

30. (Ufes) O gráfico da função  $f(x) = \cos x + |\cos x|$ , para  $x \in [0, 2\pi]$  é:



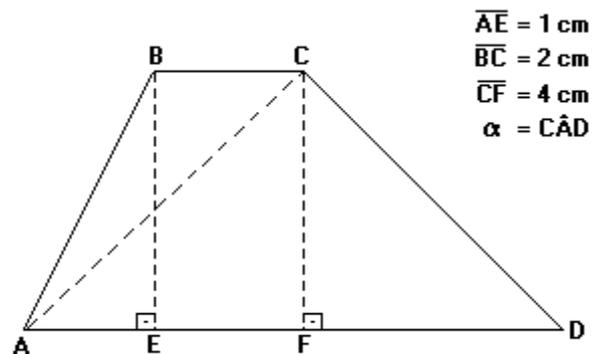
31. (Fatec) Se  $\operatorname{sen} 2x = 1/2$ , então  $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x$  é igual a:

- a) 8
- b) 6
- c) 4
- d) 2
- e) 1

32. (Fei) Sabendo que  $\operatorname{tg}(x) = 12/5$  e que  $\pi < x < 3\pi/2$ , podemos afirmar que:

- a)  $\operatorname{cotg}(x) = -5/12$
- b)  $\operatorname{sec}(x) = 13/5$
- c)  $\cos(x) = -5/13$
- d)  $\operatorname{sen}(x) = 12/13$
- e) nenhuma anterior é correta

33. (Fei) Dado o trapézio conforme a figura a seguir, o valor do seno do ângulo  $\alpha$  é:



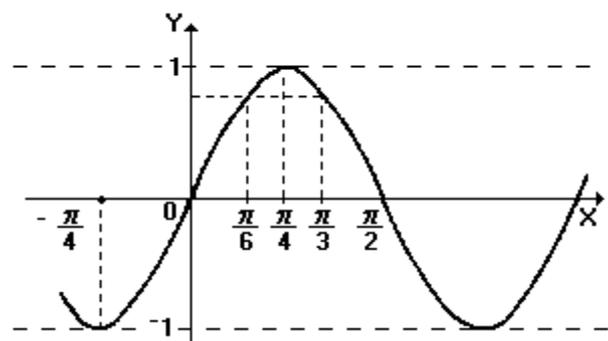
- a) 0,8
- b) 0,7
- c) 0,6
- d) 0,5
- e) 0,4333...

34. (Ita) Seja  $\alpha \in [0, \pi/2]$ , tal que  $\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha = m$ .

Então, o valor de  $y = \operatorname{sen} 2\alpha / (\operatorname{sen}^3 \alpha + \operatorname{cos}^3 \alpha)$  será:

- a)  $2(m^2 - 1)/m(4 - m^2)$
- b)  $2(m^2 + 1)/m(4 + m^2)$
- c)  $2(m^2 - 1)/m(3 - m^2)$
- d)  $2(m^2 - 1)/m(3 + m^2)$
- e)  $2(m^2 + 1)/m(3 - m^2)$

35. (Puccamp) Observe o gráfico a seguir.



A função real de variável real que MELHOR corresponde a esse gráfico é

- a)  $y = \cos x$
- b)  $y = \operatorname{sen} x$
- c)  $y = \cos 2x$
- d)  $y = \operatorname{sen} 2x$
- e)  $y = 2 \operatorname{sen} x$

36. (Unicamp) Ache todos os valores de  $x$ , no intervalo  $[0, 2\pi]$ , para os quais

$$\sin x + \cos x = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}}$$

37. (Uel) O valor expressão

$$\cos(2\pi/3) + \sin(3\pi/2) + \operatorname{tg}(5\pi/4)$$
 é

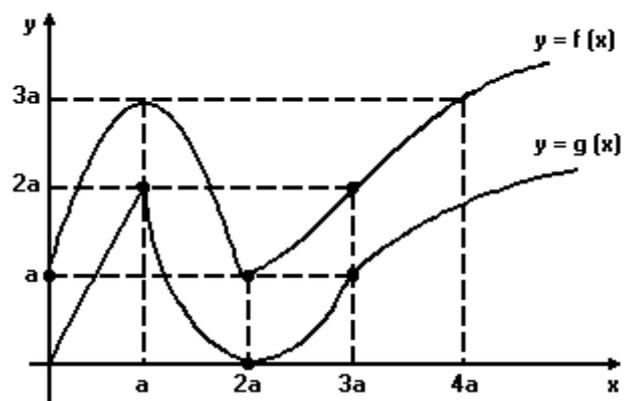
- a)  $(\sqrt{2}-3)/2$
- b)  $-1/2$
- c)  $0$
- d)  $1/2$
- e)  $\sqrt{3}/2$

38. (Uel) O valor da expressão

$$[\sin(8\pi/3) - \cos(5\pi)] / \operatorname{tg}(13\pi/6)$$
 é

- a)  $(3 + 2\sqrt{3})/2$
- b)  $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})/2$
- c)  $3 + 2\sqrt{3}$
- d)  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
- e)  $3(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

39. (Ufmg) Observe a figura.



Nessa figura, estão representados os gráficos das funções  $f$  e  $g$ .

Se  $h(x) = [f(2x) + g(2x + a)] / f(g(x))$ , então o valor de  $h(a)$  é

- a)  $1 + a$
- b)  $1 + 3a$
- c)  $4/3$
- d)  $2$
- e)  $5/2$

40. (Unesp) Pode-se afirmar que existem valores de  $x \in \mathbb{R}$  para os quais  $\cos^4 x - \sin^4 x$  é DIFERENTE de:

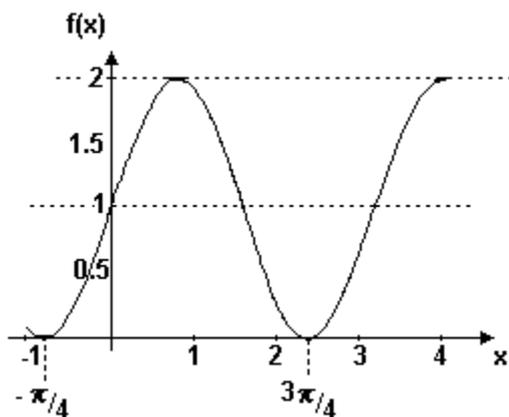
- a)  $1 - 2\sin^2 x$
- b)  $\cos^2 x - \sin^2 x$
- c)  $(1/2) + (1/2) \cos^2 2x$
- d)  $2\cos^2 x - 1$
- e)  $\cos 2x$

41. (Unesp) Sabe-se que um dos ângulos internos de um triângulo mede  $120^\circ$ . Se os outros dois ângulos,  $x$  e  $y$ , são tais que

$(\cos x / \cos y) = (1 + \sqrt{3})/2$ , a diferença entre as medidas de  $x$  e  $y$  é

- a)  $5^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $20^\circ$
- d)  $25^\circ$
- e)  $30^\circ$

42. (Pucsp) O gráfico seguinte corresponde a uma das funções de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  a seguir definidas. A qual delas?



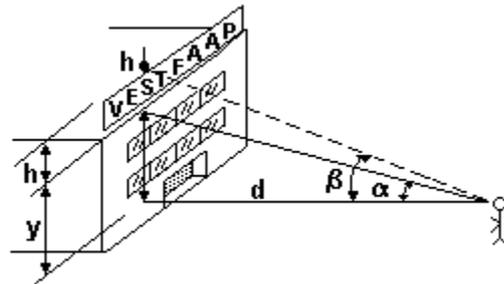
- a)  $f(x) = \sin 2x + 1$
- b)  $f(x) = 2 \sin x$
- c)  $f(x) = \cos x + 1$
- d)  $f(x) = 2 \sin 2x$
- e)  $f(x) = 2 \cos x + 1$

43. (Mackenzie) I)  $\sin 2 > \sin 3$   
 II)  $\sin 1 > \sin 30^\circ$   
 III)  $\cos 2 > \cos 3$

Relativamente às desigualdades acima, é correto afirmar que:

- a) todas são verdadeiras.
- b) todas são falsas.
- c) somente I e II são verdadeiras.
- d) somente II e III são verdadeiras.
- e) somente I e III são verdadeiras.

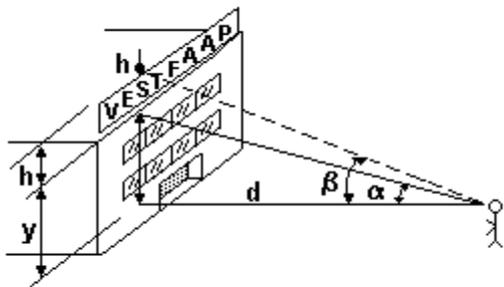
44. (Faap) Uma placa publicitária de altura  $h$  metros está colocada no alto de um edifício com a sua parte inferior a  $y$  metros acima do nível do olho do observador, conforme a figura a seguir:



A altura  $h$  (em metros) da placa publicitária pode ser expressa:

- a)  $h = d (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta)$
- b)  $h = d \operatorname{tg} \alpha$
- c)  $h = \operatorname{tg} (\alpha - \beta) / d$
- d)  $h = d (\sin \alpha + \cos \alpha)$
- e)  $h = d \operatorname{tg} \beta / 2$

45. (Faap) Uma placa publicitária de altura  $h$  metros está colocada no alto de um edifício com a sua parte inferior a  $y$  metros acima do nível do olho do observador, conforme a figura a seguir:



Para o nível do olho do observador a 1,70 metros acima do nível do solo,  $\alpha = \pi/3$  e  $d = 10$  metros, a altura do prédio (em metros) é

- a)  $(10\sqrt{3})/3 + 1,70$
- b)  $10\sqrt{3} + 1,70$
- c) 6,70
- d)  $(10\sqrt{3})/2 + 1,70$
- e) 15,0

46. (Mackenzie) I - Se  $0 < x < \pi/2$ , então os pontos  $(\sin x, -\cos x)$ ,  $(-\sin x, \cos x)$  e  $(-1, \cos x)$  sempre são vértices de um triângulo.

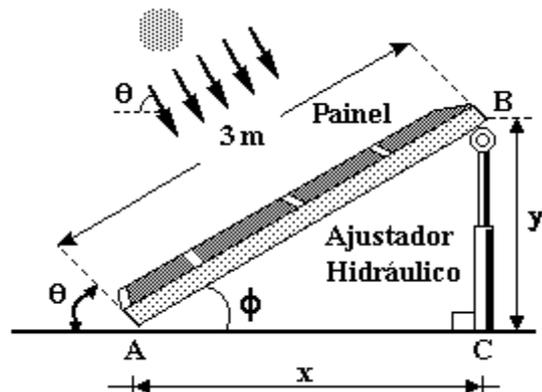
II - Se  $a$  e  $b$  são números reais tais que  $a > b > 0$ , então as retas  $x - ay + a^2 = 0$  e  $x + by + b^2 = 0$  nunca são paralelas.

III - A reta  $x + y - 5\sqrt{2} = 0$  é tangente à curva  $x^2 + y^2 - 25 = 0$ .

Relativamente às afirmações acima, podemos afirmar que:

- a) somente I e II são verdadeiras.
- b) somente I e III são verdadeiras.
- c) somente II e III são verdadeiras.
- d) todas são falsas.
- e) todas são verdadeiras.

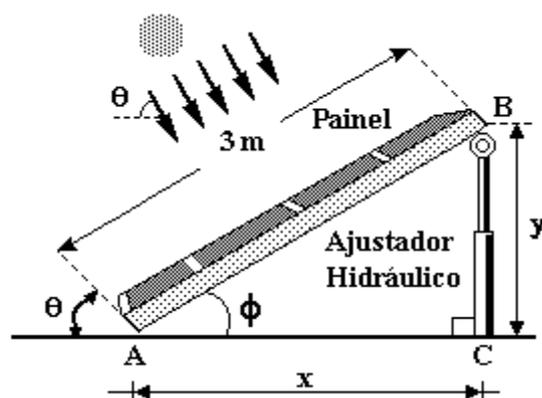
47. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



O valor de  $y$  (em metros) em função de  $\theta$ :

- a)  $y = 3 \sin \theta$
- b)  $y = 3 \sin \theta + 3$
- c)  $y = 3 \tan \theta$
- d)  $y = 3 \cos \theta$
- e) impossível de ser determinado

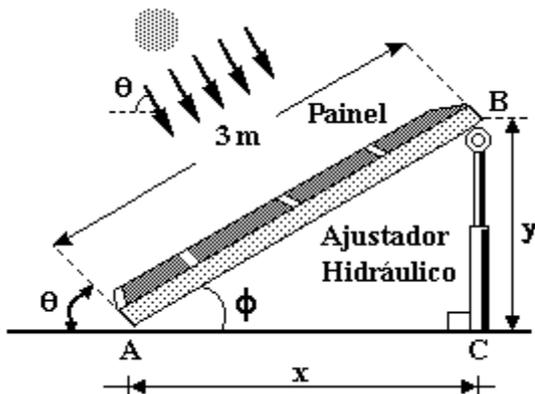
48. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



Para  $\theta = \pi/3$ , o valor de  $y$  (em metros) é:

- a)  $3\sqrt{3}/2$
- b)  $3/2$
- c)  $3\sqrt{2}/2$
- d) 3
- e) impossível de ser determinado

49. (Faap) A figura a seguir mostra um painel solar de 3 metros de largura equipado com um ajustador hidráulico. À medida que o sol se eleva, o painel é ajustado automaticamente de modo que os raios do sol incidam perpendicularmente nele.



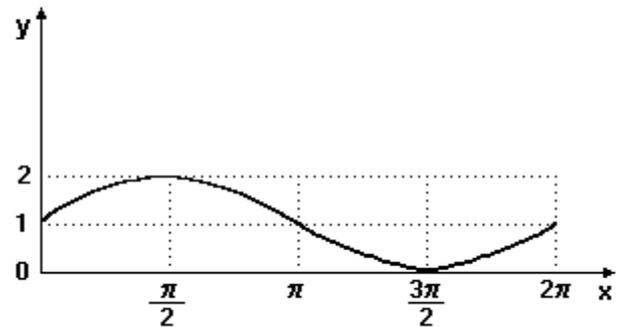
Para  $\theta = \pi/3$ , o valor de  $x$  (em metros) é:

- a)  $3\sqrt{3}/2$
- b)  $5/2$
- c)  $3/2$
- d) 3
- e) impossível de ser determinado

50. (Faap) Num trabalho prático de Topografia, um estudante de engenharia Civil da FAAP deve determinar a altura de um prédio situado em terreno plano. Instalado o aparelho adequado num ponto do terreno, o topo do prédio é visto sob ângulo de  $60^\circ$ . Afastando-se o aparelho mais 10 metros do edifício, seu topo para a ser visto sob ângulo de  $45^\circ$ . Desprezando-se a altura do aparelho, a altura do edifício (em metros) é:

- a)  $10(\sqrt{3}) + 1$
- b)  $[(\sqrt{3})/3] + 10$
- c)  $(10\sqrt{3})/(\sqrt{3} - 1)$
- d)  $(3\sqrt{3})/(10 + \sqrt{3})$
- e)  $(10 + \sqrt{3})/3$

51. (Faap) Considerando  $0 \leq x \leq 2\pi$ , o gráfico a seguir corresponde a:



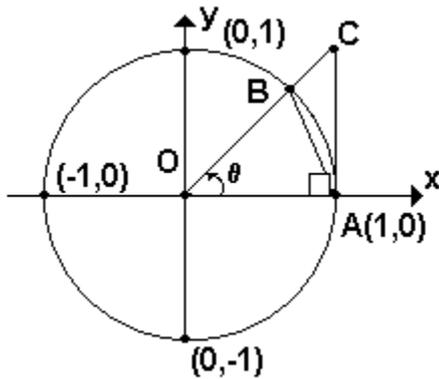
- a)  $y = \text{sen}(x + 1)$
- b)  $y = 1 + \text{sen } x$
- c)  $y = \text{sen } x + \text{cos } x$
- d)  $y = \text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x$
- e)  $y = 1 - \text{cos } x$

52. (Ufpe) Considere a função  $f: (0, 49\pi/2) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (1/x) - \text{sen } x$ . O gráfico de  $f$  intercepta o eixo das abscissas  $Ox$  em exatamente  $n$  pontos distintos. Determine  $n$ .

53. (Ufpe) Considere a função  $f(x) = \text{sen}(x^2 + 2)$ , definida para  $x$  real. Analise as seguintes afirmações:

- ( )  $f$  é uma função periódica.
- ( )  $f$  é uma função par.
- ( )  $f(x) = 0$  exatamente para 32 valores distintos de  $x$  no intervalo  $[0, 10]$ .
- ( )  $f(x) = 2 + \text{sen}^2 x$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- ( ) A imagem de  $f$  é o intervalo  $[1, 3]$ .

54. (Ufpe) Comparando as áreas do triângulo OAB, do setor circular OAB e do triângulo OAC da figura a seguir, onde  $0 < \theta < \pi/2$ , temos:



- ( )  $\text{sen}\theta < \theta < \text{tan}\theta$ ;
- ( )  $(\text{sen}\theta)/\theta < \text{cos}\theta < 1$ ;
- ( )  $\text{cos}\theta < (\text{sen}\theta)/\theta < 1$ ;
- ( )  $\text{cos}\theta > (\text{sen}\theta)/\theta > \text{tan}\theta$ ;
- ( )  $(1/2)\text{cos}\theta < (1/2)\pi\theta < (1/2)\text{sen}\theta$ ;

55. (Fuvest) A tangente do ângulo  $2x$  é dada em função da tangente de  $x$  pela seguinte fórmula:  
 $\text{tg}2x = 2\text{tg}x/(1-\text{tg}^2x)$ .

Calcule um valor aproximado da tangente do ângulo  $22^\circ 30'$ .

- a) 0,22
- b) 0,41
- c) 0,50
- d) 0,72
- e) 1,00

56. (Uel) Seja  $x$  a medida de um arco em radianos. O número real  $a$ , que satisfaz as sentenças  $\text{sen } x = \sqrt{3 - a}$  e  $\text{cos } x = (a - 2)/2$  é tal que

- a)  $a \geq 7$
- b)  $5 \leq a < 7$
- c)  $3 \leq a < 5$
- d)  $0 \leq a < 3$
- e)  $a < 0$

57. (Uel) A expressão  $\text{cos}[(3\pi/2) + x]$  é equivalente a

- a)  $-\text{sen } x$
- b)  $-\text{cos } x$
- c)  $\text{sen } x \cdot \text{cos } x$
- d)  $\text{cos } x$
- e)  $\text{sen } x$

58. (Uel) A função dada por  $f(x) = (\text{tg } x) \cdot (\text{cotg } x)$  está definida se, e somente se,

- a)  $x$  é um número real qualquer.
- b)  $x \neq 2k\pi$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$
- c)  $x \neq k\pi$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$
- d)  $x \neq k\pi/2$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$
- e)  $x \neq k\pi/4$ , onde  $k \in \mathbb{Z}$

59. (Fuvest) Sendo  $\text{sen } \alpha = 9/10$ , com  $0 < \alpha < \pi/2$ , tem-se

- a)  $\text{sen } \alpha < \text{sen } \pi/3 < \text{sen } 2\alpha$
- b)  $\text{sen } \pi/3 < \text{sen } \alpha < \text{sen } 2\alpha$
- c)  $\text{sen } \alpha < \text{sen } 2\alpha < \text{sen } \pi/3$
- d)  $\text{sen } 2\alpha < \text{sen } \pi/3 < \text{sen } \alpha$
- e)  $\text{sen } 2\alpha < \text{sen } \alpha < \text{sen } \pi/3$

60. (Cesgranrio) Entre as funções reais a seguir, aquela cujo gráfico é simétrico em relação à origem é:

- a)  $f(x) = x^3 + 1$
- b)  $f(x) = |x|$
- c)  $f(x) = e^x$
- d)  $f(x) = \text{sen } x$
- e)  $f(x) = \text{cos } x$

61. (Cesgranrio) Se  $\text{sen } x = 2/3$ , o valor de  $\text{tg}^2 x$  é:

- a) 0,6
- b) 0,7
- c) 0,8
- d) 0,9
- e) 1

62. (Fatec) Considerando as funções trigonométricas definidas por  $f(x) = 2\text{sen}x$ ,  $g(x) = \text{sen}2x$  e  $h(x) = 2 + \text{sen}x$ , tem-se

- a)  $f(x) > h(x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- b)  $g(x) \leq h(x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- c)  $f(x)$  e  $g(x)$  têm períodos iguais.
- d)  $f(x)$  e  $h(x)$  têm períodos diferentes.
- e)  $g(x) \leq \text{sen}x \leq f(x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

63. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , o número de soluções reais de  $f(x) = \sin 2x$  é:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos x & \sin x & \sin 4x \\ \sin x & \cos x & \sin 3x \\ 0 & 0 & \sin 2x \end{vmatrix}$$

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) 1
- e) 0

64. (Fei) Sobre a função  $f(x) = |\sin x|$  é válido afirmar-se que:

- a)  $f(x) = f(2x)$
- b)  $f(-x) = -f(x)$
- c)  $f(x) = f(x + \pi)$
- d)  $f(x) = f(x + \pi/2)$
- e)  $f(x) = f(x - \pi/2)$

65. (Cesgranrio) Se  $\cos x = 3/5$  e  $-\pi/2 < x < 0$ , então  $\operatorname{tg} x$  vale:

- a)  $-4/3$ .
- b)  $-3/4$ .
- c)  $5/3$ .
- d)  $7/4$ .
- e)  $-7/4$ .

66. (Mackenzie)  $f_1(x) = \sin x + \cos x$  e  $f_2(x) = 3 \sin x \cos x$

Relativamente às funções anteriores, de domínio  $\mathbb{R}$ , fazem-se as afirmações.

- I- O período de  $f_1(x)$  é  $2\pi$
- II- O maior valor que  $f_2(x)$  pode assumir é 1,5.
- III- O conjunto imagem de  $f_1(x)$  está contido no conjunto imagem de  $f_2(x)$

Então:

- a) todas são verdadeiras.
- b) somente II e III são verdadeiras.
- c) somente I e III são verdadeiras.
- d) somente I e II são verdadeiras.
- e) somente III é verdadeira.

67. (Cesgranrio) Se  $\operatorname{tg} x = \sqrt{5}$ , então  $\sin^2 x$  é igual a:

- a)  $1/6$ .
- b)  $1/5$ .
- c)  $\sqrt{3/4}$ .
- d)  $3/5$ .
- e)  $5/6$ .

68. (Uff) Para  $\theta = 89^\circ$ , conclui-se que:

- a)  $\operatorname{tg} \theta < \sin \theta < \cos \theta$
- b)  $\cos \theta < \sin \theta < \operatorname{tg} \theta$
- c)  $\sin \theta < \cos \theta < \operatorname{tg} \theta$
- d)  $\cos \theta < \operatorname{tg} \theta < \sin \theta$
- e)  $\sin \theta < \operatorname{tg} \theta < \cos \theta$

69. (Fuvest) Qual das afirmações a seguir é verdadeira ?

- a)  $\sin 210^\circ < \cos 210^\circ < \operatorname{tg} 210^\circ$
- b)  $\cos 210^\circ < \sin 210^\circ < \operatorname{tg} 210^\circ$
- c)  $\operatorname{tg} 210^\circ < \sin 210^\circ < \cos 210^\circ$
- d)  $\operatorname{tg} 210^\circ < \cos 210^\circ < \sin 210^\circ$
- e)  $\sin 210^\circ < \operatorname{tg} 210^\circ < \cos 210^\circ$

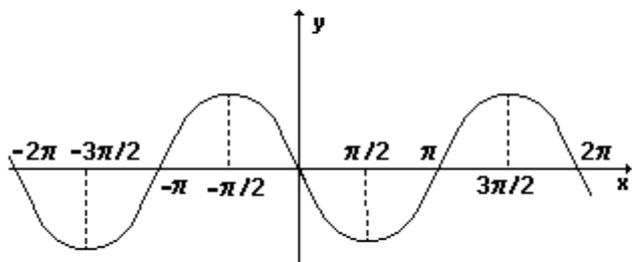
70. (Pucmg) Na expressão  $M = \sqrt{(\cos 2x - \sin 2x + 2\sin^2 x)}$ ,  $0 < x < \pi/4$ . O valor de  $M$  é:

- a)  $\cos x + \sin x$
- b)  $\sin x - \cos x$
- c)  $\cos x - \sin x$
- d)  $1 - \sin 2x$
- e) 1

71. (Pucmg) A soma das raízes da questão  $\cos x + \cos^2 x = 0$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$ , em radianos, é:

- a)  $\pi$
- b)  $2\pi$
- c)  $3\pi$
- d)  $4\pi$
- e)  $5\pi$

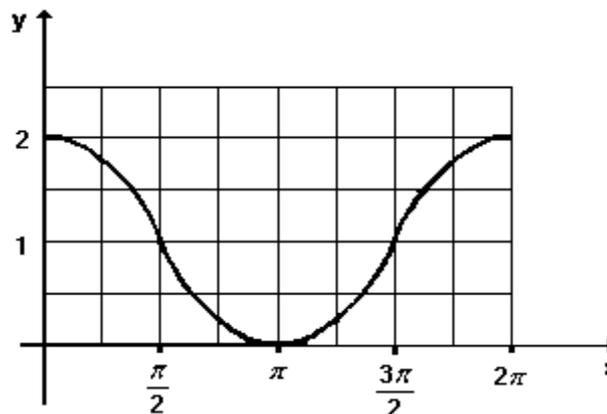
72. (Unesp) Sabe-se que  $h$  é o menor número positivo para o qual o gráfico de  $y = \sin(x - h)$  é



Então,  $\cos(2h/3)$  é igual a:

- a)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- b)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- c)  $-1/2$ .
- d)  $1/2$ .
- e)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

73. (Ufrs) O gráfico a seguir representa a função real  $f$ .



Esta função é dada por:

- a)  $f(x) = 1 - \cos x$
- b)  $f(x) = 1 + \cos x$
- c)  $f(x) = \cos(x + 1)$
- d)  $f(x) = \cos(x - 1)$
- e)  $f(x) = \cos(x + \pi)$

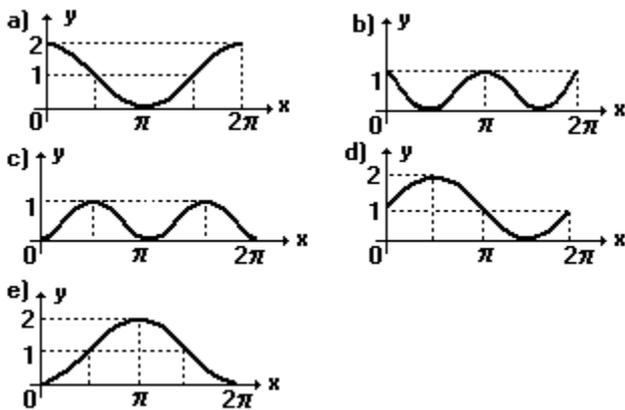
74. (Cesgranrio) O valor da expressão  $P = 1 - 4\sin^2 x + 6\sin^4 x - 4\sin^6 x + \sin^8 x$  é igual a:

- a)  $\cos^4 x$
- b)  $\cos^8 x$
- c)  $\sin^2 x$
- d) 1
- e) 0

75. (Cesgranrio) Considerando  $\sin x = (1/2)$ ,  $\sin(25\pi/6)$ , o valor de  $\cos 2x$  será:

- a)  $7/8$
- b)  $5/8$
- c)  $3/8$
- d)  $3/4$
- e)  $1/2$

76. (Mackenzie) Em  $[0, 2\pi]$ , a melhor representação gráfica da função real definida por  $f(x) = (2 - \sin^2 x - \sin^4 x) / (3 - \cos^2 x)$  é:

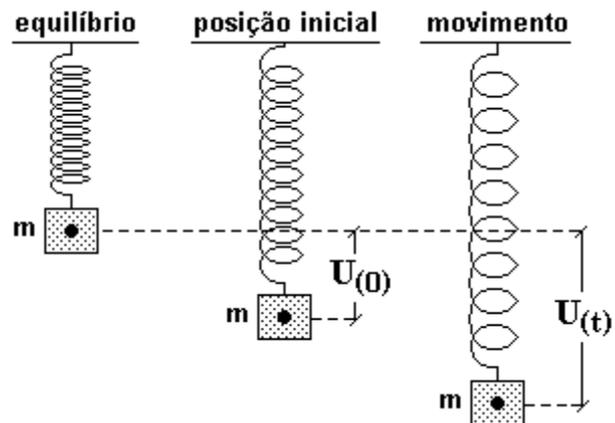


77. (Mackenzie) Dentre os valores a seguir, assinale aquele que mais se aproxima de  $\sin 6 + \operatorname{tg} 3$ .

- a) - 0,4
- b) -  $\pi$
- c) -  $\pi/2$
- d) 1
- e) 0,5

78. (Fuvest) a) Expresse  $\sin 3\alpha$  em função de  $\sin \alpha$ .  
b) Resolva a inequação  $\sin 3\alpha > 2\sin \alpha$  para  $0 < \alpha < \pi$ .

79. (Unb) A função  $U$ , definida por  $U(t) = r \cos(\omega t - \theta)$ , descreve o deslocamento, no tempo  $t$ , de um bloco de massa  $m$ , preso na extremidade de uma mola, em relação à posição de equilíbrio, conforme a figura adiante. A posição de equilíbrio, nesse caso, é aquela em que  $U(t) = 0$ . A constante  $\omega$  depende apenas da mola e da massa  $m$ . As constantes  $r$  e  $\theta$  dependem da maneira como o sistema é colocado em movimento.



Com base na situação apresentada, julgue os itens que se seguem.

- (1) A função  $U$  tem período igual a  $(2\pi - \theta)$ .
- (2) No instante  $t = 2\pi/\omega$ , o bloco está novamente na posição inicial.
- (3) O maior deslocamento do bloco, em relação à posição de equilíbrio, é igual a  $r$ .
- (4) Em qualquer intervalo de tempo que tenha duração igual a  $4\pi/3\omega$ , o bloco passa pela posição de equilíbrio.

80. (Unesp) Considere as funções  $f(y) = \sqrt{1 - y^2}$ , para  $y \in \mathbb{R}$ ,  $-1 \leq y \leq 1$ , e  $g(x) = \cos x$ , para  $x \in \mathbb{R}$ . O número de soluções da equação  $(f \circ g)(x) = 1$ , para  $0 \leq x \leq 2\pi$ , é

- a) 0.
- b) 1.
- c) 2.
- d) 3.
- e) 4.

81. (Fuvest) Se  $\alpha$  é um ângulo tal que  $0 < \alpha < \pi/2$  e  $\text{sen } \alpha = a$ , então  $\text{tg}(\pi - \alpha)$  é igual a

- a)  $-a/\sqrt{1 - a^2}$
- b)  $a/\sqrt{1 - a^2}$
- c)  $[\sqrt{1 - a^2}]/a$
- d)  $[-\sqrt{1 - a^2}]/a$
- e)  $-(1 + a^2)/a$

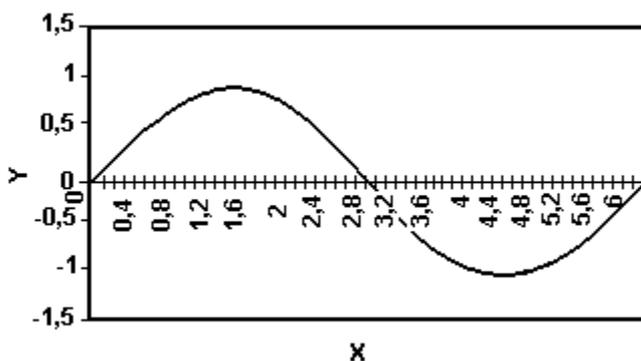
82. (Mackenzie) Se  $k$  e  $p$  são números naturais não nulos tais que o conjunto imagem da função  $f(x) = 2k + p \cdot \cos(px + k)$  é  $[-2, 8]$ , então o período de  $f(x)$  é:

- a)  $\pi/7$
- b)  $2\pi/7$
- c)  $2\pi/3$
- d)  $\pi/5$
- e)  $2\pi/5$

83. (Mackenzie) A função real definida por  $f(x) = k \cdot \cos(px)$ ,  $k > 0$  e  $p \in \mathbb{R}$  tem período  $7\pi$  e conjunto imagem  $[-7, 7]$ . Então,  $k \cdot p$  vale:

- a) 7
- b)  $7/2$
- c) 2
- d)  $2/7$
- e) 14

84. (Unirio) Sobre o gráfico a seguir, que representa uma senóide, faça um esboço do gráfico da função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}/f(x) = \text{sen}[x - (\pi/2)] + 2$ .



85. (Unb) Em um modelo para descrever o processo respiratório, considera-se que o fluxo de ar  $F$  na traquéia, em ambos os sentidos - inspiração e expiração -, e a pressão interpleural  $P$  - pressão existente na caixa torácica produzida pelo diafragma e por músculos intercostais - são funções periódicas do tempo  $t$ , havendo entre elas uma diferença de fase. Essas funções são descritas, para  $t > 0$ , por

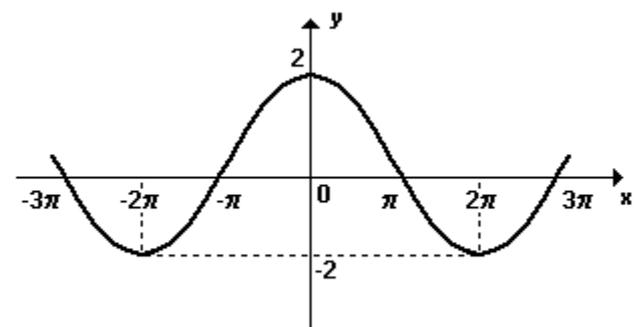
$$\begin{cases} F(t) = A \text{sen}(\omega t) \\ P(t) = C - B F[t + (k/\omega)], \end{cases}$$

em que  $k, A, B, C$  são constantes reais positivas e  $\omega$  é a frequência respiratória.

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

- (1) O fluxo máximo de ar na traquéia é igual a  $A$ .
- (2)  $P(t) = C - BA \text{sen}(\omega t + k)$ .
- (3) As funções  $P$  e  $F$  têm o mesmo período.
- (4) Sempre que o fluxo de ar na traquéia for nulo, a pressão interpleural será máxima.

86. (Puccamp) Na figura a seguir tem-se parte do gráfico da função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = k \cdot \cos(tx)$ .



Nessas condições, calculando-se  $k \cdot t$  obtém-se

- a)  $-3/2$
- b)  $-1$
- c) 0
- d)  $3/2$
- e)  $5/2$

87. (Ufrs) Considere um círculo de raio 1 com centro na origem do sistema de coordenadas cartesianas.

Um ponto P desloca-se sobre esse círculo, em sentido horário e com velocidade constante, perfazendo 2 voltas por segundo. Se no instante  $t=0$  as coordenadas de P são  $x=1$  e  $y=0$ , num instante  $t$  qualquer, dado em segundos, as coordenadas serão

- a)  $x = -2\cos t$  e  $y = -2\sin t$
- b)  $x = \cos 4\pi t$  e  $y = \sin 4\pi t$
- c)  $x = \cos 2t$  e  $y = -\sin 2t$
- d)  $x = \cos 4\pi t$  e  $y = -\sin 4\pi t$
- e)  $x = \cos 2\pi t$  e  $y = \sin 2\pi t$

88. (Unb) Supondo que, em determinada região, a temperatura média semanal  $T$  (em  $^{\circ}\text{C}$ ) e a quantidade de energia solar média semanal  $Q$  que atinge a região (em  $\text{kcal/cm}^2$ ) possam ser expressas em função do tempo  $t$ , em semanas, por meio das funções

$$T(t) = 10 + 12 \operatorname{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{t-15}{52} \right) \right] \text{ e}$$

$$Q(t) = 400 + 200 \operatorname{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{t-11}{52} \right) \right],$$

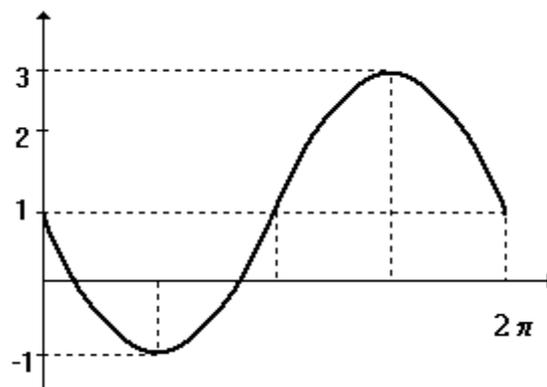
julgue os itens a seguir.

- (1) A maior temperatura média semanal é de  $22^{\circ}\text{C}$ .
- (2) Na 50.<sup>a</sup> semana, a quantidade de energia solar média semanal é mínima.
- (3) Quando a quantidade de energia solar média é máxima, a temperatura média semanal também é máxima.

89. (Puccamp) Sobre a função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x)=\cos 3x$ , é correto afirmar que

- a) seu conjunto imagem é  $[-3; 3]$ .
- b) seu domínio é  $[0; 2\pi]$ .
- c) é crescente para  $x \in [0; \pi/2]$ .
- d) sua menor raiz positiva é  $\pi/3$ .
- e) seu período é  $2\pi/3$ .

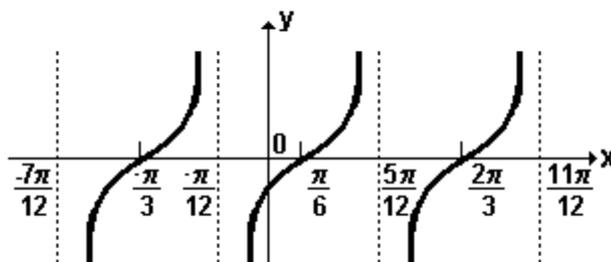
90. (Ufrs) Se  $f(x) = a + b\sin x$  tem como gráfico



então

- a)  $a = -2$  e  $b = 1$
- b)  $a = -1$  e  $b = 2$
- c)  $a = 1$  e  $b = -1$
- d)  $a = 1$  e  $b = -2$
- e)  $a = 2$  e  $b = -1$

91. (Puccamp) Na figura a seguir tem-se o gráfico de uma função  $f$ , de  $\mathbb{A} \subset \mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ .



É correto afirmar que

- a)  $f$  é crescente para todo  $x$  real tal que  $\pi/6 < x < 2\pi/3$ .
- b)  $f$  é positiva para todo  $x$  real tal que  $0 < x < 5\pi/12$ .
- c) o conjunto imagem de  $f$  é  $\mathbb{R} - \{0\}$ .
- d) o domínio de  $f$  é  $\mathbb{R} - \{(\pi/2) + k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$
- e) o período de  $f$  é  $\pi/2$ .

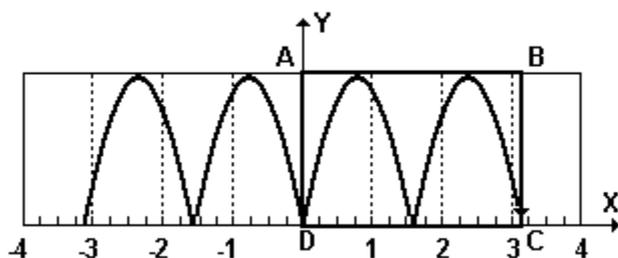
92. (Ita) Seja  $a \in \mathbb{R}$  com  $0 < a < \pi/2$ . A expressão  $\{\text{sen}[(3\pi/4)+a]+\text{sen}[(3\pi/4)-a]\text{sen}[(\pi/2)-a]$  é idêntica a:

- a)  $[(\sqrt{2}) \cotg^2 a] / (1 + \cotg^2 a)$
- b)  $[(\sqrt{2}) \cotg a] / (1 + \cotg^2 a)$
- c)  $(\sqrt{2}) / (1 + \cotg^2 a)$
- d)  $(1 + 3\cotg a) / 2$
- e)  $(1 + 2\cotg a) / (1 + \cotg a)$

93. (Uff) A expressão  $\cos(x+\pi)+\text{sen}[(\pi/2)+x]-\text{tg}(-x)+\cotg x$ , em que  $0 < x < \pi/2$ , é equivalente a:

- a)  $2/\text{sen}2x$
- b)  $x$
- c)  $2\cos2x$
- d)  $(\text{tg } x)/x$
- e)  $x \cotg x$

94. (Uerj) Observe o gráfico da função  $f$ , que possui uma imagem  $f(x)=|2\text{sen}(2x)|$  para cada  $x$  real.



a) Sendo C o ponto de interseção do gráfico com o eixo x, D a origem e  $\overline{AB}$  tangente ao gráfico de  $f$ , calcule a área do retângulo ABCD.

b) Mostre graficamente que a equação  $|2\text{sen}(2x)|=x^2$  tem três soluções.

Justifique a sua resposta.

95. (Uel) Para todo número real  $x$ , tal que  $0 < x < \pi/2$ , a expressão  $(\text{sec}x+\text{tg}x)/(\cos x+\cotg x)$  é equivalente a

- a)  $(\text{sen } x) \cdot (\cotg x)$
- b)  $(\text{sec } x) \cdot (\cotg x)$
- c)  $(\cos x) \cdot (\text{tg } x)$
- d)  $(\text{sec } x) \cdot (\text{tg } x)$
- e)  $(\text{sen } x) \cdot (\text{tg } x)$

96. (Uece) Se um ângulo é igual ao seu complemento, então o seno deste ângulo é igual a:

- a)  $1/2$
- b)  $(\sqrt{2})/2$
- c)  $(\sqrt{3})/2$
- d)  $1$

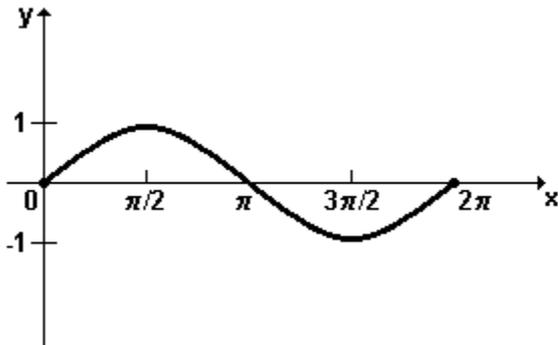
97. (Ufsm) Seja  $f: ]0, \pi/2[ \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por

$$f(x) = [\text{sen}(\pi+x)+\text{tg}x + \cos(\pi/2 - x)]/\cotg x.$$

Sabendo-se que  $\text{sen}\theta = (\sqrt{2})/3$ , com  $0 < \theta < \pi/2$ , então  $f(\theta)$  é igual a

- a)  $(7\sqrt{2})/2$
- b)  $2/7$
- c)  $7/2$
- d)  $1$
- e)  $(\sqrt{7})/2$

98. (Ufsm) A função  $f(x) = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , tem como gráfico a senóide que, no intervalo  $[0, 2\pi]$ , está representada na figura



Se  $g(x) = a \sin 3x$ , onde  $a \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$ , assinale verdadeira (V) ou falsa (F) em cada uma das afirmações a seguir.

- ( ) O domínio da função  $g$  é igual ao domínio da função  $f$ , independente do valor de  $a$ .
- ( ) Para todo  $a$ , o conjunto imagem da função  $f$  está contido no conjunto imagem da função  $g$ .
- ( ) O período da função  $g$  é maior que o período da função  $f$ .

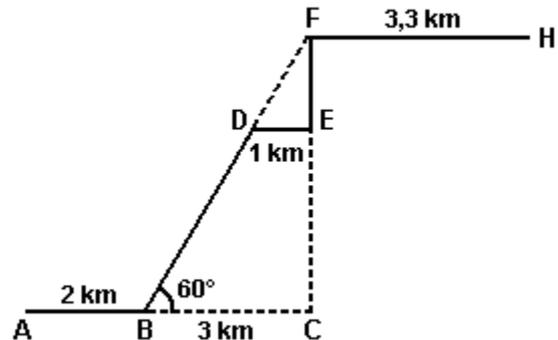
A seqüência correta é

- a) V - F - F.
- b) V - V - F.
- c) F - V - V.
- d) V - F - V.
- e) F - V - F.

99. (Unioeste) Sobre a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = 3\cos 2x$ , é correto afirmar que

- 01.  $f(0) = 0$ .
- 02. é uma função periódica de período  $2\pi$ .
- 04. o maior valor que  $f(x)$  assume é 6.
- 08. para todo  $x$ ,  $|f(x)| \leq 3$ .
- 16. para todo  $x$ ,  $f(x) = 3 - 6\sin^2 x$ .
- 32. para todo  $x$ ,  $f(x) = f(-x)$ .

100. (Unesp) Ao chegar de viagem, uma pessoa tomou um táxi no aeroporto para se dirigir ao hotel. O percurso feito pelo táxi, representado pelos segmentos AB, BD, DE, EF e FH, está esboçado na figura, onde o ponto A indica o aeroporto, o ponto H indica o hotel, BCF é um triângulo retângulo com o ângulo reto em C, o ângulo no vértice B mede  $60^\circ$  e DE é paralelo a BC.



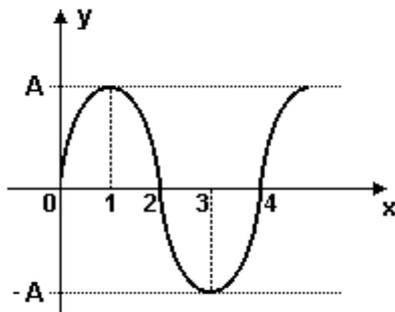
Assumindo o valor  $\sqrt{3} = 1,7$  e sabendo-se que  $AB = 2\text{ km}$ ,  $BC = 3\text{ km}$ ,  $DE = 1\text{ km}$  e  $FH = 3,3\text{ km}$ , determine

- a) as medidas dos segmentos BD e EF em quilômetros;
- b) o preço que a pessoa pagou pela corrida (em reais), sabendo-se que o valor da corrida do táxi é dado pela função  $y = 4 + 0,8x$  sendo  $x$  a distância percorrida em quilômetros e  $y$  o valor da corrida em reais.

101. (Unesp) Se  $x$  é a medida de um ângulo em radianos e  $\pi/2 < x < 3\pi/4$ , então

- a)  $\cos x > 0$ .
- b)  $\cos 2x < 0$ .
- c)  $\operatorname{tg} x > 0$ .
- d)  $\sin x < 0$ .
- e)  $\sin 2x > 0$ .

102. (Ufsm)



O gráfico representa a função

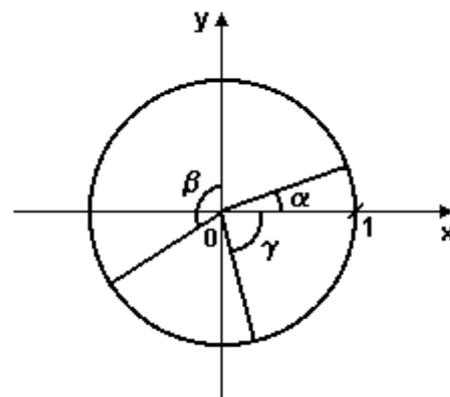
- a)  $y = 2A (\text{sen } x + \text{cos } x)$
- b)  $y = (A/2) (\text{sen}(\pi/2)x + \text{cos}(\pi/2))$
- c)  $y = -A \text{cos}[2\pi x + (\pi/2)]$
- d)  $y = A \text{sen}[(\pi x/2) - \pi/2]$
- e)  $y = A \text{cos}[(\pi x/2) + (3\pi/2)]$

103. (Ufg) Determine todos os valores de  $x$  no intervalo  $[0, 2\pi]$ , para os quais,  $\text{cos } x$ ,  $\text{sen } x$ ,  $[(\sqrt{2})/2]$   $\text{tg } x$  formem, nesta ordem, uma Progressão Geométrica.

104. (Ufsc) Determine a soma dos números associados à(s) proposição(ões) VERDADEIRA(S):

- 01. Se  $\text{tg } x = 3/4$  e  $\pi < x < 3\pi/2$ , então o valor de  $\text{sen}x - \text{cos}x$  é igual a  $1/5$ .
- 02. A menor determinação positiva de um arco de  $1000^\circ$  é  $280^\circ$ .
- 04. Os valores de  $m$ , de modo que a expressão  $\text{sen}x = 2m - 5$  exista, estão no intervalo  $[2, 3]$ .
- 08.  $\text{sen } x > \text{cos } x$  para  $-\pi/4 \leq x \leq \pi/4$ .
- 16. A medida em radianos de um arco de  $225^\circ$  é  $(11\pi)/(6\text{rad})$ .
- 32. Se  $\text{sen } x > 0$ , então  $\text{cosec } x < 0$ .
- 64. A solução da equação  $2\text{sen}^2x + 3\text{sen } x = 2$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$  é  $x = \pi/6$  ou  $x = 5\pi/6$ .

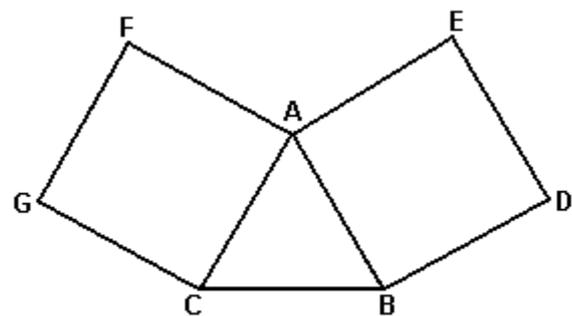
105. (Uff) Considere os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  conforme representados no círculo.



Pode-se afirmar que:

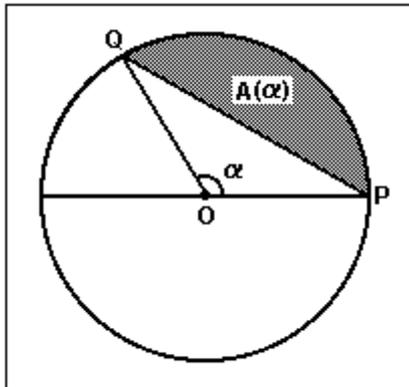
- a)  $\text{cos } \alpha < \text{cos } \beta$
- b)  $\text{cos } \gamma > \text{cos } \alpha$
- c)  $\text{sen } \alpha > \text{sen } \beta$
- d)  $\text{sen } \beta < \text{cos } \gamma$
- e)  $\text{cos } \beta < \text{cos } \gamma$

106. (Unirio) Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero de lado  $l$ , ABDE e AFGC são quadrados. Calcule a distância DG, em função de  $l$ .



107. (Uff) Dados os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  tais que  $\alpha, \beta \in [0, \pi/2]$ ,  $\text{cos } \alpha = 1/2$  e  $\text{cos } \beta = (\sqrt{3})/2$ , resolva a equação:  $\text{sen}(x - \alpha) = \text{sen}(x - \beta)$

108. (Unb) No sistema de coordenadas  $xOy$ , considere a circunferência de centro na origem e de raio igual a 1. A cada ângulo central  $\alpha$  no intervalo  $[0, \pi]$ , represente por  $A(\alpha)$  a área delimitada pelo arco da circunferência e o segmento de reta que liga os pontos P e Q, como ilustrado na figura a seguir.



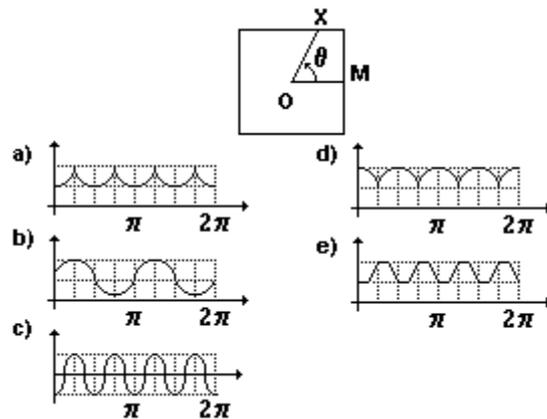
Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

- (1) A área A é uma função crescente do ângulo central  $\alpha$ .
- (2)  $1/4 < A(\pi/2) < 1/2$
- (3)  $A(\alpha) = 1/2(\alpha - \text{sen}\alpha)$

109. (Uepg) Assinale o que for correto.

- 01) Se  $\text{sen}x = 2k-4$ , então  $\{k \in \mathbb{R} / 1/2 \leq k \leq 3/2\}$
- 02) O domínio da função  $f(x) = \text{sec}x$  é  $D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq k\pi, \text{ com } k \in \mathbb{Z}\}$
- 04) O valor mínimo da função  $f(x) = 2+5\cos 3x$  é -3
- 08) O período da função  $f(x) = \cos(4x/5)$  é  $5\pi/4\text{rd}$
- 16) A imagem da função  $f(x) = \text{cossec } x$  é o intervalo  $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

110. (Fuvest) O quadrado adiante tem O como centro e M como ponto médio de um de seus lados. Para cada ponto X pertencente aos lados do quadrado, seja  $\theta$  o ângulo  $M\hat{O}X$ , medido em radianos, no sentido anti-horário. O gráfico que melhor representa a distância de O a X, em função de  $\theta$ , é:



111. (Unifesp) Seja a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = \text{sen } x$ .

Considere as afirmações seguintes.

1. A função  $f(x)$  é uma função par, isto é,  $f(x)=f(-x)$ , para todo  $x$  real.
2. A função  $f(x)$  é periódica de período  $2\pi$ , isto é,  $f(x+2\pi)=f(x)$ , para todo  $x$  real.
3. A função  $f(x)$  é sobrejetora.
4.  $f(0) = 0$ ,  $f(\pi/3) = (\sqrt{3})/2$  e  $f(\pi/2) = 1$ .

São verdadeiras as afirmações

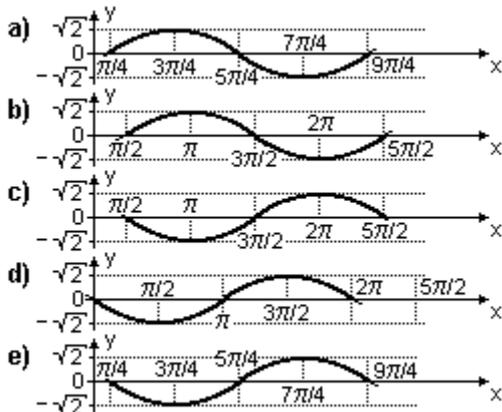
- a) 1 e 3, apenas.
- b) 3 e 4, apenas.
- c) 2 e 4, apenas.
- d) 1, 2 e 3, apenas.
- e) 1, 2, 3 e 4.

112. (Fatec) O gráfico que melhor representa a função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = \cos x - \sin x$  está na alternativa:

Dados:

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \left[ \frac{(a+b)}{2} \right] \sin \left[ \frac{(a-b)}{2} \right]$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin \left[ \frac{(a-b)}{2} \right] \cos \left[ \frac{(a+b)}{2} \right]$$



113. (Ita) Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R})$  dada por

$$f(x) = \{y \in \mathbb{R}; \sin y < x\}.$$

Se  $A$  é tal que  $f(x) = \mathbb{R}, \forall x \in A$ , então

- a)  $A = [-1, 1]$ .
- b)  $A = [a, \infty), \forall a > 1$ .
- c)  $A = [a, \infty), \forall a \geq 1$ .
- d)  $A = (-\infty, a], \forall a < -1$ .
- e)  $A = (-\infty, a], \forall a \leq -1$ .

114. (Ufv) Se  $f$  é a função real dada por  $f(x) = 2 - \cos(4x)$ , então é CORRETO afirmar que:

- a)  $f(x) \leq 3$  e  $f(x) \geq 1$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- b) o gráfico de  $f$  intercepta o eixo dos  $x$ .
- c)  $f(x) \leq 2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- d)  $f(2) < 0$ .
- e)  $f(x) \geq 3/2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

115. (Ufu) Encontre o valor máximo e o valor mínimo que a função  $f(x) = (\cos x)^6 + (\sin x)^6$  pode assumir.

Observação:

Lembre-se de que  $a^3 + b^3 = (a+b)((a+b)^2 - 3ab)$ .

116. (Pucpr) Se  $f(x) = \sin x, x \in \mathbb{R}$ , então:

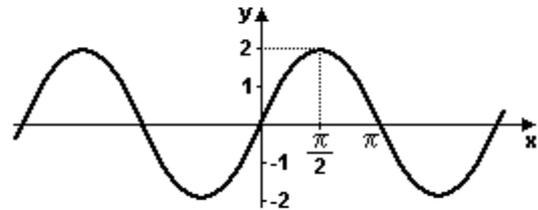
- a)  $0 < f(6) < 1/2$
- b)  $-1/2 < f(6) < 0$
- c)  $-1 < f(6) < -1/2$
- d)  $1/2 < f(6) < -1/2$
- e)  $-(\sqrt{3})/2 < f(6) < -1/2$

117. (Puc-rio) a) Esboce os gráficos de  $y = \sin(x)$  e de  $y = \cos(x)$ .

b) Para quantos valores de  $x$  entre 0 e  $2\pi$  temos  $\sin(x) = 2\cos(x)$ ?

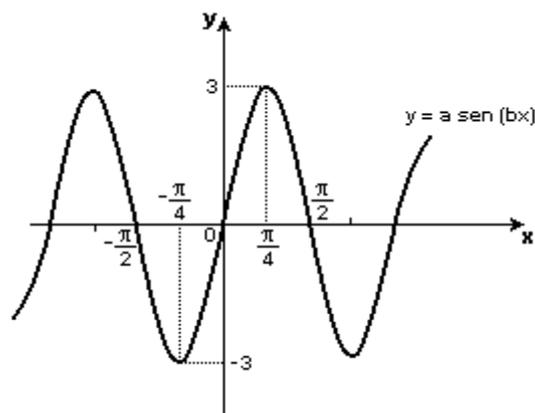
118. (Uel) O gráfico abaixo corresponde à função:

- a)  $y = 2 \sin x$
- b)  $y = \sin(2x)$
- c)  $y = \sin x + 2$
- d)  $y = \sin(x/2)$
- e)  $y = \sin(4x)$



119. (Ufrj) Determine os valores reais de  $k$ , de modo que a equação  $2 - 3\cos x = k - 4$  admita solução.

120. (Ufrn) A figura abaixo representa o gráfico da função  $y = a \operatorname{sen}(bx)$ , onde  $a \neq 0$  e  $b > 0$ .



Para o menor valor possível de  $b$ , os valores de  $a$  e  $b$  são, respectivamente:

- a) - 3 e 2
- b) 3 e 2
- c) 3 e 1/2
- d) - 3 e 1/2

121. (Fei) A seqüência de valores:

$\operatorname{sen}(\pi/2), \operatorname{sen}(\pi/3), \operatorname{sen}(\pi/4), \dots, \operatorname{sen}(\pi/n), \dots$  :

- a) é estritamente crescente
- b) é estritamente decrescente
- c) possui valores negativos
- d) possui valores iguais
- e) é uma progressão aritmética

122. (Fei) Na estação de trabalho de pintura de peças de uma fábrica, a pressão em um tambor de ar comprimido varia com o tempo conforme a expressão  $P(t) = 50 + 50 \operatorname{sen}[t - (\pi/2)]$ ,  $t > 0$ .

Assinale a alternativa em que o instante  $t$  corresponda ao valor mínimo da pressão.

- a)  $t = \pi/2$
- b)  $t = \pi$
- c)  $t = 3\pi/2$
- d)  $t = 2\pi$
- e)  $t = 3\pi$

123. (Pucpr) O determinante

- a) 1
- b)  $\cos^2 \alpha \cos^2 \beta \cos^2 \gamma$
- c)  $(\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma)^{-2}$
- d)  $\operatorname{tg}^2 \alpha \operatorname{sec}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{sec}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{sec}^2 \gamma$
- e) 0

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \operatorname{tg}^2 \alpha & \operatorname{tg}^2 \beta & \operatorname{tg}^2 \gamma \\ \frac{1}{\cos^2 \alpha} & \frac{1}{\cos^2 \beta} & \frac{1}{\cos^2 \gamma} \end{vmatrix} \quad \text{vale:}$$

124. (Ufc) Considere a igualdade  $\operatorname{tg} x = \cot x + [P \cdot (2 - \sec^2 x) / 2 \operatorname{tg} x]$ . Assinale a opção que apresenta o valor de  $P$ , para o qual a igualdade acima seja válida para todo  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq k\pi/2$ ,  $k$  inteiro.

- a) 2.
- b) 1.
- c) 0.
- d) -1.
- e) -2.

125. (Fatec) A diferença entre o maior e o menor valor de  $\theta \in [0, 2\pi]$  na equação  $2 \operatorname{sen}^2 \theta + 3 \operatorname{sen} \theta = 2$ , é

- a)  $\pi/3$
- b)  $2\pi/3$
- c)  $4\pi/3$
- d)  $5\pi/3$
- e)  $7\pi/3$

126. (Uel) Se a medida  $x$  de um arco é tal que  $\pi/2 < x < \pi$ , então

- a)  $\operatorname{sen}(x + \pi) > 0$
- b)  $\cos(x + \pi) < 0$
- c)  $\operatorname{tg}(x + \pi) > 0$
- d)  $\cos(x + 2\pi) > 0$
- e)  $\operatorname{sen}(x + 2\pi) > 0$

127. (Ufc) Determine o menor valor real positivo de  $x$  para o qual a função real de variável real definida por  $f(x) = 7 - \cos[x + (\pi/3)]$  atinge seu valor máximo.

128. (Unirio) Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais, uma função definida por  $f(x) = \frac{3}{4 + \cos x} + 1$ . O menor e o maior valor de  $f(x)$ , respectivamente, são:

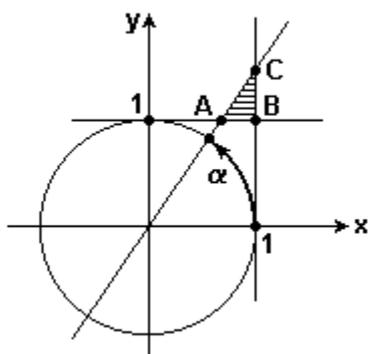
- a) 1, 6 e 2
- b) 1, 4 e 3
- c) 1, 6 e 3
- d) 1, 4 e 1,6
- e) 2 e 3

129. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S).

- (01)  $\sin x \leq x$  para todo  $x \in [0, \pi/2]$ .
- (02)  $\sin x + \cos x \geq 1$  para todo  $x \in [0, \pi/2]$ .
- (04) Para qualquer arco  $x$  pertencente à interseção dos domínios das funções trigonométricas vale a igualdade  $(\operatorname{cosec}^2 x / \cotg^2 x) = \sec^2 x$ .
- (08) Os gráficos das funções  $f_1(x) = \sin x$  e  $f_2(x) = 5 \sin x$  se interceptam numa infinidade de pontos.
- (16) Os gráficos das funções  $g_1(x) = \cos x$  e  $g_2(x) = 3 + \cos x$  não possuem ponto em comum.
- (32) Os gráficos das funções  $h_1(x) = \sin x$  e  $h_2(x) = \sin(x+1)$  se interceptam numa infinidade de pontos.

Soma ( )

130. (Unifesp) Com base na figura, que representa o círculo trigonométrico e os eixos da tangente e da cotangente,



- a) calcule a área do triângulo ABC, para  $\alpha = \pi/3$ .
- b) determine a área do triângulo ABC, em função de  $\alpha$ ,  $\pi/4 < \alpha < \pi/2$ .

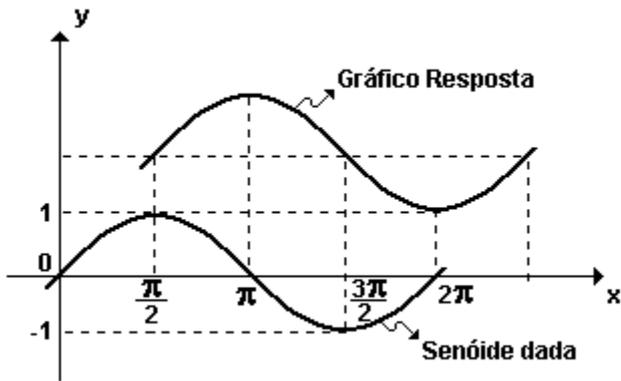
131. (Unesp) Uma máquina produz diariamente  $x$  dezenas de certo tipo de peças. Sabe-se que o custo de produção  $C(x)$  e o valor de venda  $V(x)$  são dados, aproximadamente, em milhares de reais, respectivamente, pelas funções  $C(x) = 2 - \cos(x\pi/6)$  e  $V(x) = 3\sqrt{2} \sin(x\pi/12)$ ,  $0 \leq x \leq 6$ .

O lucro, em reais, obtido na produção de 3 dezenas de peças é

- a) 500.
- b) 750.
- c) 1 000.
- d) 2 000.
- e) 3 000.

## GABARITO

1. V F F F
2. V F V
3.  $02 + 04 + 16 = 22$
4. A
5. 492 bilhões de dólares.
6. 6
7. D
8. A
9. E
10. A
11. E
12. C
13. D
14. B
15. D
16. D
17. a)  $(k,m,n) \in \{(2,3,-2); (2,3,2); (-2,-3,-2); (-2,-3, 2)\}$   
b)  $\{0, \pi/4, \pi/3, 2\pi/3, 3\pi/4 \text{ e } \pi\}$
18.  $V = \{(0, 0), (0, \pi), (\pi, 0), (\pi, \pi), (\pi/2, \pi/2)\}$
19. C
20. D
21. D
22. a)  $f(0,3) = 0,955$   
b)  $0,955 \leq \cos 0,3 \leq 0,955 + 0,0003375 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 0 \leq \cos 0,3 - 0,955 \leq 0,0003375 < 0,001$ , logo o erro é inferior a 0,001.  
Como  $0,9550 \leq \cos 0,3 < 0,9554$ , o valor calculado é exato até a terceira casa decimal, portanto é exato até a segunda casa decimal.
23. AC = 120 m
24. D
25. D
26. C
27. B
28. a)  $V = \{0; \pi/9; \pi/2; 5\pi/9; 7\pi/9; \pi\}$   
b) O maior valor da f é menor do que 8/5, portanto a reta de equação  $y=8/5$  não intercepta o gráfico da função.
29. D
30. A
31. C
32. C
33. A
34. C
35. D
36.  $V = \{\pi/6, \pi/3\}$
37. B
38. A
39. D
40. C
41. E
42. A
43. A
44. A
45. B
46. E
47. D
48. B
49. A
50. C
51. B
52. 25
53. F V V F F
54. V F V F F
55. B
56. D
57. E
58. D
59. D
60. D
61. C
62. B
63. A
64. C
65. A
66. A
67. E
68. B
69. B
70. C
71. C
72. C
73. B
74. B
75. A
76. B
77. A
78. a)  $3 \cdot \text{sen } \alpha - 4 \cdot \text{sen}^3 \alpha$   
b)  $S = \{\alpha \in \mathbb{R} \mid 0 < \pi/6 \text{ ou } 5\pi/6 < \alpha < \pi\}$
79. F V V V
80. C
81. A
82. E
83. C
84. Observe a figura a seguir.



85. V V V F

86. D

87. D

88. V V F

89. E

90. D

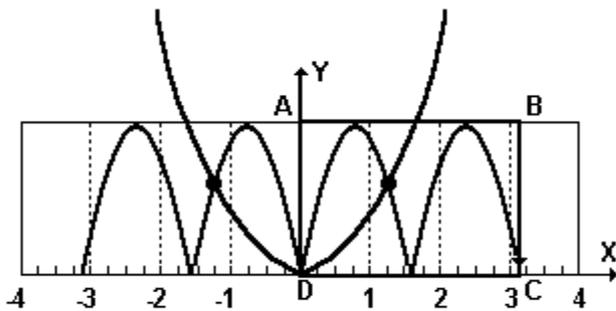
91. E

92. A

93. A

94. a) Área (ABCD) =  $2\pi$

b) Observe o gráfico a seguir



A interseção do gráfico de  $f$  com o da função  $y=x^2$  é um conjunto de três pontos, logo essa equação tem 3 raízes.

95. D

96. B

97. B

98. A

99. F F F V V V

100. a)  $BD = 4$  km e  $EF = 1,7$  km

b) R\$13,60

101. B

102. E

103.  $x \in \{0; \pi/4; 3\pi/4; \pi; 2\pi\}$

104.  $01 + 02 + 04 + 64 = 71$

105. E

106.  $1(\sqrt{3} + 1)$

107.  $x = k\pi - \pi/4, k \in \mathbb{Z}$

108. V V V

109. 20

110. A

111. C

112. E

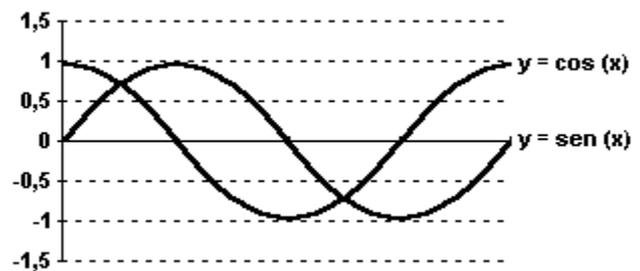
113. B

114. A

115.  $1/4 \leq f(x) \leq 1$

116. B

117. a) Observe o gráfico a seguir:



b) Para dois valores.

118. A

119.  $3 \leq k \leq 9$

120. B

121. B

122. D

123. E

124. E

125. B

126. E

127.  $x = 2\pi/3$

128. A

129.  $01 + 02 + 04 + 08 + 16 + 32 = 63$

130. a)  $(2\sqrt{3/3}) - 1$

b)  $1/2 \cdot (1 - \cotg \alpha) (\tg \alpha - 1)$

131. C