01. (UPE 2018) A prova final de Geografia de uma escola é composta de 10 itens com alternativas do tipo "verdadeiro ou falso". De quantas maneiras diferentes um estudante poderá responder esta prova, de forma que ele só assinale apenas uma alternativa em cada questão?

a) 20
b) 64
c) 256
d) 512
e) 1024

Verdadeiro
Falso } 2 respostas possíveis

p/ os 10 itens: $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=2^{10} \rightsquigarrow 1024$

02. (UFRGS 2018) Tomando os algarismos ímpares para formar números com quatro algarismos distintos, a quantidade de números divisíveis por 5 que se pode obter é

a) 12.
b) 14.
c) 22.
d) 24.
e) 26.

ALGARISMOS ÍMPARES = 1, 3, 5, 7, 9 → 5 POSSIBILIDADES

* O NÚMERO DEVE TERMINAR EM 5 P/ SER ÍMPAR E DIVISÍVEL P/ 5

4 · 3 · 2 5

→ TERMINADO EM 5, LOGO, SOBRAM 4 POSSIBILIDADES P/ OS DEMAIS ALGARISMOS

LOGO: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

03. (UEG 2017) Uma comissão será composta pelo presidente, tesoureiro e secretário. Cinco candidatos se inscrevem para essa comissão, na qual o mais votado será o presidente, o segundo mais votado o tesoureiro e o menos votado o secretário.

Dessa forma, de quantas maneiras possíveis essa comissão poderá ser formada?

a) 120
b) 60
c) 40
d) 20
e) 10

5 CANDIDATOS
3 VAGAS

$$\underset{\text{presidente}}{\underline{5}} \cdot \underset{\text{tesoureiro}}{\underline{4}} \cdot \underset{\text{secretário}}{\underline{3}} = 60$$

04. (UFRGS 2019) Uma caixa contém 32 esferas numeradas de 1 a 32. O número de maneiras distintas de retirar 3 esferas da caixa, ordenadas como primeira, segunda e terceira, em que a esfera com o número 8 seja pelo menos a terceira a ser retirada é

a) 27.
b) 96.
c) 2000.
d) 2018.
e) 2790.

32 - 1 (bola 8) = 31

bola 8 retirada em 3º: 31 30 8 → 930

2º: 31 8 30 → 930

1º: 8 31 30 → 930

* apenas multiplicamos os números sublinhados

logo: 930 + 930 + 930 = 2790 //

05. (UFSCAR 2007) Um encontro científico conta com a participação de pesquisadores de três áreas, sendo eles: 7 químicos, 5 físicos e 4 matemáticos. No encerramento do encontro, o grupo decidiu formar uma comissão de dois cientistas para representá-lo em um congresso. Tendo sido estabelecido que a dupla deveria ser formada por cientistas de áreas diferentes, o total de duplas distintas que podem representar o grupo no congresso é igual a

a) 46.
b) 59.
c) 77.
d) 83.
e) 91.

Quí. e Fís $\rightsquigarrow 7 \cdot 5 = 35$ +

Quí e MAT $\rightsquigarrow 7 \cdot 4 = 28$ +

Fis e MAT $\rightsquigarrow 5 \cdot 4 = 20$

83 //

06. (IFCE 2019) O Campeonato Brasileiro de Futebol da série A é disputado por 20 clubes. Para calcularmos quantos jogos cada clube fará em casa é possível o seguinte raciocínio: “Se são 20 times, então cada time fará 19 jogos em casa. Logo, teremos um total de $20 \cdot 19 = 380$ jogos”. Então, para cada número x de clubes é possível calcular o número de jogos y do campeonato.

A função que representa esta fórmula é

a) $y = x^2 - x + 1$.

b) $y = 2x^2 - x$.

c) $y = x^2 - x$.

d) $y = x^2 - 2x$.

e) $y = x^2 - 4x$.

USEMOS OS VALORES DO ENUNCIADO E TESTEMOS:

a) $380 = 20^2 - 20 + 1 \Rightarrow 380 = 381$ ✗

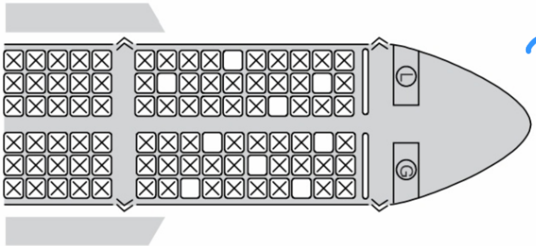
b) $380 = 2 \cdot 20^2 - 20 \Rightarrow 380 = 780$ ✗

c) $380 = 20^2 - 20 \Rightarrow 380 = 380$ ✓

d) $380 = 20^2 - 2 \cdot 20 \Rightarrow 380 = 340$ ✗

e) $380 = 20^2 - 4 \cdot 20 \Rightarrow 380 = 320$ ✗

07. (ENEM 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site* as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.



Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

→ 9 lugares

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

a) $\frac{9!}{2!}$

b) $\frac{9!}{7! \times 2!}$

c) $7!$

d) $\frac{5!}{2!} \times 4!$

e) $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$

A primeira pessoa tem 9 possibilidades de assentos p/ escolher, a segunda, 8; a terceira, 7; a quarta, 6; a quinta, 5; a sexta, 4; a sétima, 3.

Logo: $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Isso também pode ser escrito como:

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2!}$$

Afinal, o 2! "cancela" com 2 · 1

Assim temos: $\frac{9!}{2!}$ //

08. (UERJ 2020) Apenas com os algarismos 2, 4, 5, 6 ou 9, foram escritos todos os números possíveis com cinco algarismos. Cada um desses números foi registrado em um único cartão, como está exemplificado a seguir.

Cartão A	Cartão B	Cartão C	Cartão D	Cartão E
24644	45996	66666	99696	66969

Interbits®

Alguns desses cartões podem ser lidos de duas maneiras, como é o caso dos cartões C, D e E. Observe:

Cartão C	Cartão D	Cartão E
99999	96966	69699

Interbits®

69
96 { Ambos existem

42
$\overline{zh}$ ⇝ Não existe

O total de cartões que admitem duas leituras é:
a) 32
b) 64
c) 81
d) 120

O exercício vira o cartão de ponta cabeça, formando um outro número que existe de fato

Para que isso ocorra, os números devem ser necessariamente 9 ou 6, logo, temos duas opções p/ cada algarismo

$$\underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \rightsquigarrow 2^5 = 32$$

09. (UEG 2016) Um aluno terá que escrever a palavra PAZ utilizando sua caneta de quatro cores distintas, de tal forma que nenhuma letra dessa palavra tenha a mesma cor. O número de maneiras que esse aluno pode escrever essa palavra é

a) 64
b) 24
c) 12
d) 4

temos 4 cores p/ 3 letras, de modo que nenhuma irá se repetir, ou seja, p/ 1ª letra temos 4 possibilidades, p/ segunda, 3; p/ a terceira, 2; logo:

$$\underset{1^a\text{ letra}}{\underline{4}} \cdot \underset{2^a\text{ letra}}{\underline{3}} \cdot \underset{3^a\text{ letra}}{\underline{2}} = 24$$

10. (UECE 2019) Quantos são os números inteiros positivos com três dígitos distintos nos quais o algarismo 5 aparece?

a) 136.

b) 200. O "5" PODE ASSUMIR 3 POSIÇÕES:

c) 176.

d) 194.

$\underline{5}\ \underline{9}\ \underline{8} \rightsquigarrow 9 \cdot 8 = 72$

$+$

NÃO PODE SER 5 NEM 0

$\underline{8}\ 5\ \underline{8} \rightsquigarrow 8 \cdot 8 = 64$

$+$

$\underline{8}\ \underline{8}\ 5 \rightsquigarrow 8 \cdot 8 = 64$

200

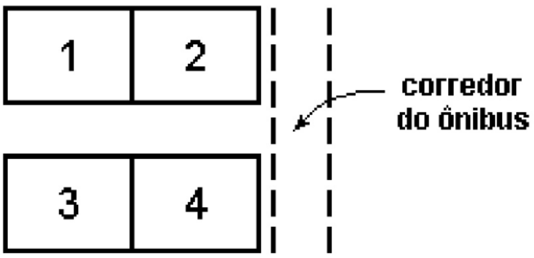
11. (UNISINOS 2017) Quantos são os números formados por dois algarismos em que ambos são ímpares e diferentes?

a) 30
b) 25
c) 24
d) 20
e) 15

$i = \{1, 3, 5, 7, 9\} = 5$ possibilidades

logo: $\underline{5} \cdot \underline{4} = 20$ //

12. (UNESP 2007) Dois rapazes e duas moças irão viajar de ônibus, ocupando as poltronas de números 1 a 4, com 1 e 2 juntas e 3 e 4 juntas, conforme o esquema.



O número de maneiras de ocupação dessas quatro poltronas, garantindo que, em duas poltronas juntas, ao lado de uma moça sempre viaje um rapaz, é

a) 4.
b) 6.
c) 8.
d) 12.
e) 16.

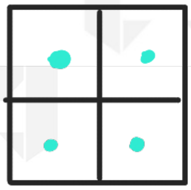
homens: H_1 ; H_2

mulheres: M_1 ; M_2

• supostamente ocupado

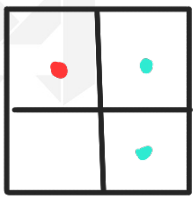
• livre

Suponhamos que a 1ª pessoa a entrar seja o homem H_1:



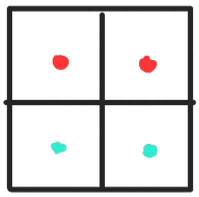
⇝ 4 possibilidades p/ sentar

Tratando-se de M_1:



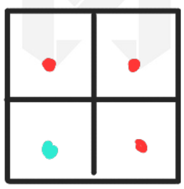
⇝ 2 possibilidades, pois tem de sentar ao lado de um homem

H_2:



⇝ 2 possibilidades; pode sentar em um dos 2 restantes

M_2:



⇝ 1 possibilidade; deve sentar na que sobrar

Logo: $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 16$

13. (UNESP 2003) Dispomos de 4 cores distintas e temos que colorir o mapa mostrado na figura com os países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha não podem ser coloridos com a mesma cor.

P	**Q**
R	**S**

Responda, justificando sua resposta, de quantas maneiras é possível colorir o mapa, se:

a) os países P e S forem coloridos com cores distintas?

b) os países P e S forem coloridos com a mesma cor?

a)

4	2
2	3

se P e S não podem ter a mesma cor, temos 4 possib. para P e 3 para S. Como consequencia, temos duas possibilidades para Q e R, que não podem ter cores iguais a P e S, mas podem ter cores iguais entre eles. logo: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 48$

b)

4	3
3	1

Se P e S tem de ter a mesma cor, temos 4 possibilidades para P, uma para S (a mesma de P), 3 para Q e R, que não podem ser iguais a P e S. logo: $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

14. (UNESP 1999) Considere o conjunto A = {1, 2, 3, 4, 5}. Quantos números de dois algarismos distintos é possível formar com os elementos do conjunto A, de modo que

a) a soma dos algarismos seja ímpar?

b) a soma dos algarismos seja par?

a) p/ soma ser ímpar, um algarismo é par e outro ímpar

$$\left.\begin{array}{l} \underline{2} \cdot \underline{3} = 6 \\ \underline{3} \cdot \underline{2} = 6 \end{array}\right\} 12$$

(ordem tanto faz)

b) p/ soma ser par, devem ser dois pares ou dois ímpares

obs: os números tem de ser distintos

$$\left.\begin{array}{l} \underline{2} \cdot \underline{1} = 2 \\ \underline{3} \cdot \underline{2} = 6 \end{array}\right\} 8$$

15. (PUC RJ 2021) Quantos inteiros entre 5200 e 5300 têm quatro algarismos distintos?

a) 30
b) 42
c) 56
d) 72

P/ ESTAR ENTRE 5200 E 5300, TEMOS QUE O 1º ALGARISMO É 5 E O SEGUNDO É 2

LOGO, TEMOS: 5 2 $\underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

NÃO PODE SER 5 NEM 2

NÃO PODE SER 5, NEM 2, NEM O ALGARISMO ANTERIOR

16. (UECE 2021) A quantidade de números inteiros maiores que 2500 formados com quatro dígitos distintos é
a) 3917.
b) 3808.
c) 3528.
d) 3712.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

p/ ser maior que 2500:

Na casa dos 2000:

$2\ 5\ \underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

$2\ 6\ \underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

$2\ 7\ \underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

$2\ 8\ \underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

$2\ 9\ \underline{8} \cdot \underline{7} = 56$

Nas demais:

$3\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$4\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$5\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$6\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$7\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$8\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

$9\ \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} = 504$

logo: $56 \cdot 5 + 504 \cdot 7 = 280 + 3528 = 3808$ //

17. (UFRGS 2018) Tomando os algarismos ímpares para formar números com quatro algarismos distintos, a quantidade de números divisíveis por 5 que se pode obter é

a) 12.
b) 14.
c) 22.
d) 24.
e) 26.

ímpares = {1, 3, 5, 7, 9} = 5 possibilidades

↳ deve terminar em 5, sobrando 4 possibilidades p/ os demais

$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2}$ 5 ⟶ 24 números

18. (UECE 2017) Quantos números inteiros positivos pares, com três dígitos distintos, podemos formar com os algarismos 3, 4, 5, 6 e 7?

a) 24.
b) 28.
c) 32.
d) 36.

p/ ser par, deve terminar em 4 ou 6 → 2 possibilidades

logo: $\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} = 24$ //

→ apenas 1 número par será usado no fim dentre os dois o outro se torna mais uma possibilidade para além dos 3 ímpares

19. (FMP 2022) Quantos números naturais formados por quatro algarismos há, em que o algarismo das dezenas é igual ao algarismo das centenas, e o algarismo das unidades é diferente do algarismo das unidades de milhar?

a) 999
b) 900
c) 810
d) 729
e) 720

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\underline{9} \cdot \underline{10} \cdot \underline{1} \cdot \underline{9} \rightarrow 810$

o 0 não pode estar aqui

Todos os algarismos com exceção do 1º (inclui o 0)

20. (FMJ 2022) O uniforme de um time é formado por 6 camisas, cada camisa com uma cor diferente, escolhidas entre vermelha, azul, verde, amarela, preta e branca. Nessas camisas serão impressos os números de 1 a 6, com a condição de que uma camisa de número par não seja nem azul, nem verde. Nessas condições, o número de diferentes jogos de camisas que poderão ser confeccionados é

a) 196.
b) 96.
c) 120.
d) 204.
e) 144.

ímpares: 1, 3, 5

pares: 2, 4

por cor de camisa: $4 \cdot \underbrace{3 \cdot 2}_{\text{temos de tirar os n}^{\circ}\text{s pares}} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 144$

*Assuma rosa como branco

* Apenas as cores azul e verde tem restrições

21. (UECE 2020) A senha de um cartão de crédito é formada com cinco dígitos, dispostos sequencialmente e sem repetição, sendo os dois primeiros escolhidos entre as 27 letras do alfabeto e os três seguintes, escolhidos entre os nove algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. A diferença entre duas senhas é caracterizada pela diferença de pelo menos um dígito ou pela ordem em que estão dispostos seus dígitos. Nessas condições, a quantidade de senhas que podem ser geradas é

a) 353880.
b) 335088.
c) 535888.
d) 353808.

Letras: 27

Números: 9

$\underline{27} \cdot \underline{26} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} \cdot \underline{7} \Rightarrow 353.808$

obs: não pode haver repetição

22. (FATEC 2020) No mundo digital, podem-se definir as cores com o auxílio de um sistema de códigos que é composto pelo sinal de sustenido (#) seguido por seis caracteres que podem ser algarismos (que vão de 0 até 9) ou letras (de A até F).

Deste modo, são exemplos de códigos que representam cores:

Código	Cor
#084D6E	Azul Petróleo
#DA70D6	Orquídea
#FF00FF	Fúcsia

Logo, utilizando esse código, a quantidade de cores que é possível representar é igual a

a) 2^6
b) 2^{10}
c) 2^{12}
d) 2^{18}
e) 2^{24}

como não há especificidade sobre qual a posição dos números e letras, devemos somá-los e tratar a soma como a possibilidade p/ cada caracter:

$$\left.\begin{array}{l}\text{algarismos: } 10\\ \text{letras: } 6\end{array}\right\}\ 16 \text{ possib. por caracter}$$

logo: $16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 = 16^6 = (2^4)^6 = 2^{24}$

* $16 = 2^4$

23. (ENEM 2017) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes. $\rightsquigarrow 10^6 < X < 2 \cdot 10^6$

A opção que mais se adéqua às condições da empresa é

a) I.

b) II.

c) III.

d) IV.

e) V.

I) $26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \rightsquigarrow 26 \cdot 10^5 \rightsquigarrow 2{,}6 \cdot 10^6$ X

II) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \rightsquigarrow 10^6$ X (tem de ser MAIOR que 10^6)

III) $26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \rightsquigarrow 26^2 \cdot 10^4 \rightsquigarrow 6{,}76 \cdot 10^6$ X

IV) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \rightsquigarrow 10^5$ X

V) $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \rightsquigarrow 26^3 \cdot 10^2 \rightsquigarrow 1{,}7576 \cdot 10^6$ ✓

$10^6 < 1{,}7576 \cdot 10^6 < 2 \cdot 10^6$

24. (FUVEST 2022) Atualmente, no Brasil, coexistem dois sistemas de placas de identificação de automóveis: o *padrão Mercosul* (o mais recente) e aquele que se iniciou em 1990 (o *sistema anterior*, usado ainda pela maioria dos carros em circulação). No sistema anterior, utilizavam-se 3 letras (em um alfabeto de 26 letras) seguidas de 4 algarismos (de 0 a 9). No padrão Mercosul adotado no Brasil para automóveis, são usadas 4 letras e 3 algarismos, com 3 letras nas primeiras 3 posições e a quarta letra na quinta posição, podendo haver repetições de letras ou de números. A figura ilustra os dois tipos de placas.

Dessa forma, o número de placas possíveis do padrão Mercosul brasileiro de automóveis é maior do que o do sistema anterior em

a) 1,5 vezes.
b) 2 vezes.
c) 2,6 vezes.
d) 2,8 vezes.
e) 3 vezes.

PADRÃO ANTIGO: $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

$\rightsquigarrow 26^3 \cdot 10^4$

PADRÃO MERCOSUL: $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10$

$\rightsquigarrow 26^4 \cdot 10^3$

logo: $\dfrac{26^{\cancel{4}\,1} \cdot \cancel{10^3}}{\cancel{26^3} \cdot 10^{\cancel{4}\,1}} \rightsquigarrow \dfrac{26}{10} \rightsquigarrow$ 2,6 vezes //

25. (PUC RS 2020) As Resoluções do CONTRAN nº 590, de 24/05/2016, nº 279, de 06/03/2018, e nº 741, de 17/09/2018, estabeleceram um novo padrão das placas de identificação de veículos brasileiros, seguindo as regras do MERCOSUL. Segundo essas resoluções, "as Placas de Identificação Veicular [...] deverão [...] conter 7 (sete) caracteres alfanuméricos". Assim, no Brasil, "a placa MERCOSUL terá a seguinte disposição: LLLNLNN, em que L é letra e N é número", em substituição ao padrão pré-Mercosul, LLLNNNN.

Supondo que não haja restrição em relação aos caracteres em nenhum dos padrões apresentados, quantas placas a mais, em relação ao sistema antigo, poderão ser formadas com o novo padrão de emplacamento?

a) 16

b) $26^3 \cdot 25 - 10^3 \cdot 9$

c) $260^3 \cdot 26$

d) $260^3 \cdot 16$

PADRÃO ANTIGO: $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \leadsto 26^3 \cdot 10^4$

PADRÃO MERCOSUL: $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 10 \leadsto 26^4 \cdot 10^3$

$\leadsto 26^4 \cdot 10^3 - 26^3 \cdot 10^4$

PONDO EM EVIDÊNCIA

$\leadsto 26^3 \cdot 10^3 (26 - 10)$

$\leadsto 26^3 \cdot 10^3 \cdot 16$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

$\leadsto (26 \cdot 10)^3 \cdot 16$

$\leadsto (260)^3 \cdot 16$

$\leadsto 260^3 \cdot 16$

26. (UERJ 2021) Em uma reunião, trabalhadores de uma indústria decidiram fundar um sindicato com uma diretoria escolhida entre todos os presentes e composta por um presidente, um vice-presidente e um secretário. O número total de possibilidades de composição dessa diretoria é trinta vezes o número de pessoas presentes nessa reunião.

O número de trabalhadores presentes é:

a) 13
b) 11
c) 9
d) 7

Total de pessoas: X

Nº de possibilidades: $X \cdot (X-1) \cdot (X-2)$

Logo: $\cancel{X}(X-1)(X-2) = 30\cancel{X}$ $\quad * X \neq 0$

$\rightsquigarrow X^2 - 3X + 2 = 30$

$\rightsquigarrow X^2 - 3X - 28 = 0$

$\hookrightarrow S = \frac{-(-3)}{1} = 3$

$P = \frac{-28}{1} = -28$

$\begin{cases} X_1 = 7 \\ X_2 = -4 \end{cases}$

$\hookrightarrow$ não convém; $X > 0$

27. (EINSTEIN 2017) Um patrão tem 6 tarefas diferentes para serem distribuídas entre 3 empregados. Ele pode delegar todas elas a um só empregado, ou delegar apenas para alguns, ou ainda garantir que cada empregado receba pelo menos uma tarefa. O número de maneiras distintas de distribuir essas tarefas é

a) 639
b) 714
c) 729
d) 864

* tenho 6 tarefas p/ 6 empregados, sendo que todos podem pegar qualquer uma delas

$\underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \rightarrow 3^6 = 729$ //