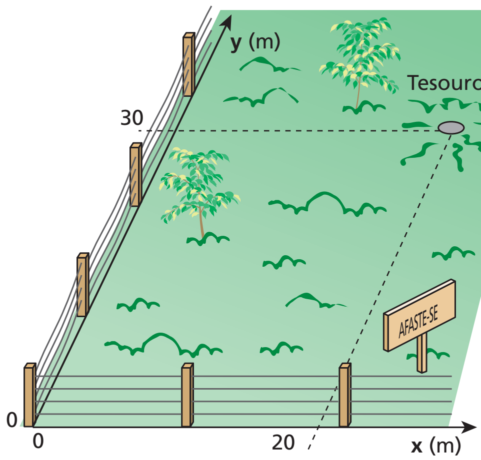
Parte I – CINEMÁTICA

Tópico 1

1 Um pescador encontrou um tesouro e o enterrou em um terreno cercado de sua propriedade. Para que ficasse fácil localizar o tesouro a qualquer momento, ele fez um esboço do terreno, associando a ele um sistema de eixos cartesianos. Assim, ele mediu e marcou os valores indicados na figura.



a) Qual a abscissa do local em que está enterrado o tesouro?
b) Qual a ordenada do local em que está enterrado o tesouro?

Respostas: a) 20 m; b) 30 m

2 Converta 1 hora em segundos.

Resolução:
1 h = 60 min = 60 · 60 s ⇒ 1 h = 3 600 s

Resposta: 1 h = 3 600 s

3 Um quarto de hora corresponde a quantos minutos?

Resolução:
$\frac{1}{4}\,h = \frac{1}{4} \cdot 60\text{ min} = 15\text{ min}$

Resposta: 15 min

4 Dez minutos correspondem a que fração da hora?

Resolução:
$10\text{ min} = 10 \cdot \frac{1}{60}\,h = \frac{1}{6}\,h$

Resposta: $\frac{1}{6}$ h

5 Instante (**t**) pode ser dado por um número negativo? E intervalo de tempo (Δt)?

Resolução:
Quando adotamos uma origem de tempo ($t_0 = 0$), atribuímos números positivos aos instantes posteriores e negativos aos anteriores. Assim, um instante pode ser dado por um número negativo. O intervalo de tempo ($\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$) não pode ser negativo, pois t_{final} nunca é menor que $t_{inicial}$.

Respostas: Instante sim; intervalo não.

6 Calcule, em minutos, o resultado da seguinte expressão:

$$1{,}2\,h + \frac{3}{4}\,h + 300\,s.$$

Resolução:
$1{,}2\,h + \frac{3}{4}\,h + 300\,s = 1{,}2 \cdot 60\text{ min} + \frac{3}{4} \cdot 60\text{ min} + 300 \cdot \frac{1}{60}\text{ min} =$
$= 72\text{ min} + 45\text{ min} + 5\text{ min} = 122\text{ min}$

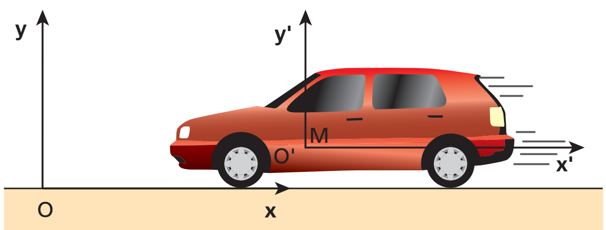
Resposta: 122 min

7 (Vunesp-SP) O intervalo de tempo de 2,4 minutos equivale a quanto no Sistema Internacional de Unidades?

Resolução:
2,4 min = 2,4 · 60 s = 144 s

Resposta: 144 s

8 Considere um automóvel em movimento em relação a um referencial Oxy solidário ao solo. Seja O'x'y' outro referencial, solidário à porta do veículo, como ilustra a figura a seguir:



Determine se a maçaneta **M** está em repouso ou em movimento:
a) em relação a Oxy.
b) em relação a O'x'y'.

Respostas: a) Em movimento. b) Em repouso

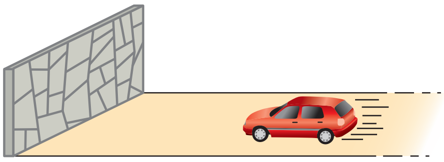
9 **E.R.** Enquanto o professor escreve na lousa:

a) o giz está em repouso ou em movimento em relação à lousa?
b) a lousa está em repouso ou em movimento em relação ao chão?
c) a lousa está em repouso ou em movimento em relação ao giz?

Resolução:

a) Enquanto o professor está escrevendo, o giz muda de posição em relação à lousa, estando, portanto, **em movimento** em relação a ela.
b) A lousa não muda de posição em relação ao chão, estando, portanto, **em repouso** em relação a ele.
c) Os conceitos de movimento e de repouso são simétricos, isto é, se um corpo está em movimento (ou repouso) em relação a outro, este também está em movimento (ou repouso) em relação ao primeiro. Assim, a lousa está em movimento em relação ao giz. De fato, se houver um inseto pousado no giz, por exemplo, o inseto verá a lousa passando por ele.

10 Um automóvel aproxima-se de um paredão, como ilustra a figura:

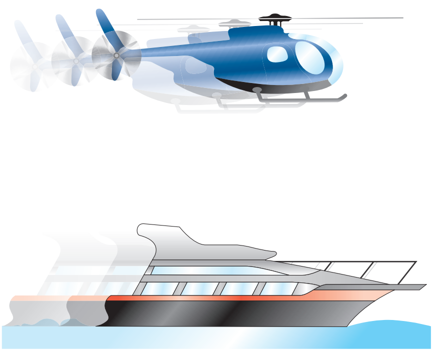


É **incorreto** afirmar que:

a) o automóvel está em movimento em relação ao paredão.
b) o paredão está em movimento em relação ao automóvel.
c) o paredão está em repouso em relação ao solo.
d) o motorista está em repouso em relação ao automóvel, mas em movimento em relação à superfície da Terra.
e) o paredão está em repouso em relação ao automóvel.

Resposta: e

11 Um barco em movimento retilíneo está sendo seguido por um helicóptero que voa em altitude constante, sempre na mesma vertical que passa pelo barco:



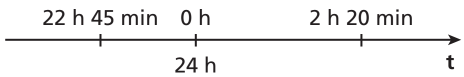
Considere o barco e o helicóptero pontos materiais.

a) Como estão o barco e o helicóptero em relação à superfície da Terra, em repouso ou em movimento?
b) O helicóptero está em repouso ou em movimento em relação ao barco?

Respostas: a) Em movimento. b) Em repouso.

12 Uma comemoração iniciou-se às 22 h 45 min do dia 31 de dezembro, terminando às 2 h 20 min do dia 1º de janeiro do ano seguinte. Quanto tempo durou essa comemoração?

Resolução:

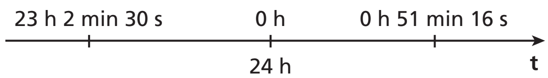


$\Delta t = 24\text{ h} - 22\text{ h }45\text{ min}) + (2\text{ h }20\text{ min} - 0\text{ h}) =$
$= (23\text{ h }60\text{ min} - 22\text{ h }45\text{ min}) + 2\text{ h }20\text{ min} =$
$= 1\text{ h }15\text{ min} + 2\text{ h }20\text{ min} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 3\text{ h }35\text{ min}}$

Resposta: 3 h 35 min

13 Uma partida de basquetebol iniciou-se às 23 h 2 min 30 s, terminando à 0 h 51 min 16 s. Calcule a duração total dessa partida.

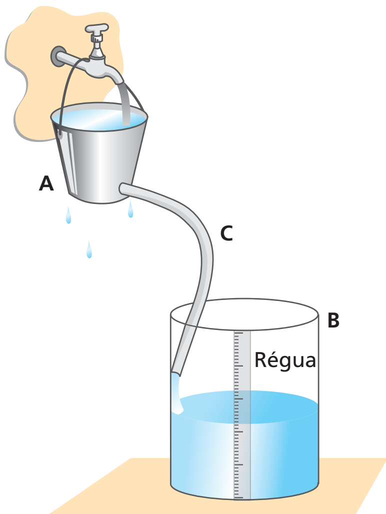
Resolução:



$\Delta t = (24\text{ h} - 23\text{ h }2\text{ min }30\text{ s}) + (0\text{ h }51\text{ min }16\text{ s} - 0\text{ h}) =$
$= (23\text{ h }59\text{ min }60\text{ s} - 23\text{ h }2\text{ min }30\text{ s}) + (0\text{ h }51\text{ min }16\text{ s}) =$
$= 57\text{ min }30\text{ s} + 51\text{ min }16\text{ s} = 108\text{ min }46\text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1\text{ h }48\text{ min }46\text{ s}}$

Resposta: 1 h 48 min 46 s

14 No sistema esquematizado na figura, o recipiente **A** é mantido sempre cheio de água. Isso garante que a quantidade de água que entra no recipiente cilíndrico **B**, através do cano **C**, em cada segundo, seja sempre a mesma.



No recipiente **B**, inicialmente vazio, o nível da água vai subindo e sua altura pode ser lida em uma régua cujo zero coincide com o fundo. Sabe-se que a altura de **B** é 30 cm e que ele fica completamente cheio em 60 min.

a) O sistema descrito pode funcionar como cronômetro (aliás, o “relógio” que Galileu usava em seus experimentos era desse tipo). Suponha que um juiz de futebol resolva usá-lo para cronometrar uma partida. Em $t_0 = 0$ (início do jogo), começa a entrar água em **B**. O primeiro tempo deverá ser encerrado ($t = 45$ min) quando o nível da água estiver a que altura?

b) A quantos minutos do primeiro tempo foi marcado o primeiro gol, sabendo-se que nesse momento a altura do nível da água era de 10 cm?

Resolução:
A altura atingida pela água e o intervalo de tempo decorrido são proporcionais.

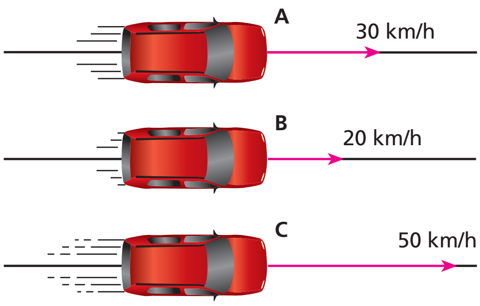
a) $\frac{30\text{ cm}}{60\text{ min}} = \frac{h_1}{45\text{ min}} \Rightarrow \boxed{h_1 = 22{,}5\text{ cm}}$

b) $\frac{30\text{ cm}}{60\text{ min}} = \frac{10\text{ cm}}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20\text{ min}}$

Resposta: a) 22,5 cm; b) 20 min

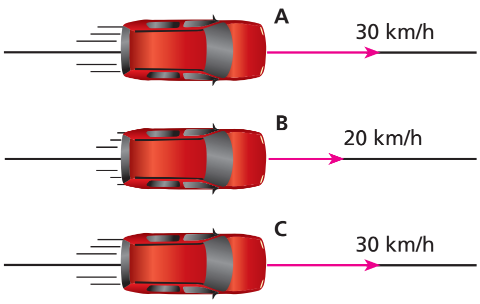
15 E.R. Considere três veículos **A**, **B** e **C**. Se **A** está em movimento em relação a **B**, e **B** está em movimento em relação a **C**:
a) é possível que **A** esteja em movimento em relação a **C**?
b) podemos garantir que **A** está em movimento em relação a **C**?

Resolução:
a) É possível. Confirmemos isso por meio do seguinte exemplo:
Os veículos **A**, **B** e **C** movem-se no mesmo sentido sobre retas paralelas, com **A** a 30 km/h, **B** a 20 km/h e **C** a 50 km/h.



O veículo **A** corre mais que o veículo **B**. Então, **A** está em **movimento** em relação a **B**.
O veículo **B** corre menos que o veículo **C**. Então, **B** também está em **movimento** em relação a **C**.
O veículo **A** corre menos que o **C**. Então, **A** também está em **movimento** em relação a **C**.

b) Não podemos. E isso pode ser constatado por meio do exemplo a seguir, em que consideramos novamente três veículos **A**, **B** e **C** movendo-se no mesmo sentido sobre retas paralelas, com **A** a 30 km/h, **B** a 20 km/h e **C** a 30 km/h.



O veículo **A** corre mais que o **B**. Então, **A** está em **movimento** em relação a **B**.
O veículo **B** corre menos que o **C**. Então, **B** está em **movimento** em relação a **C**.
Entretanto, **A** corre tanto quanto **C**, e, por isso, **A** está em **repouso** em relação a **C**.

16 Se o veículo **A** está em repouso em relação ao veículo **B**, e **B** está em repouso em relação a outro veículo **C**, podemos afirmar com certeza que **A** está em repouso em relação a **C**?

Resolução:
Sim. Vamos considerar, por exemplo, três veículos, **A**, **B** e **C**, movendo-se no mesmo sentido em pistas tetilíneas e paralelas, estando **B** a 80 km/h.
• Se **A** está em repouso em relação a **B**, então **A** está a 80 km/h.
• Se **B** está em repouso em relação a **C**, então **C** também está a 80 km/h.
Portanto, **A** está em repouso em relação a **C**.

Resposta: Sim.

17 A respeito dos conceitos de movimento e repouso, indique a alternativa **falsa**:
a) O Sol está em movimento em relação à Terra.
b) É possível que um móvel esteja em movimento em relação a um referencial e em repouso em relação a outro.
c) Se um móvel está em movimento em relação a um sistema de referência, então ele estará em movimento em relação a qualquer outro referencial.
d) Se um corpo **A** está em repouso em relação a outro **B**, então o corpo **B** estará também em repouso em relação a **A**.
e) É possível um corpo **A** estar em movimento em relação a dois outros corpos **B** e **C**, e **B** estar em repouso em relação a **C**.

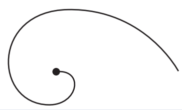
Resposta: c

18 Uma maçã desprende-se do galho da macieira e cai ao chão, num dia sem vento. Qual é a trajetória descrita pela maçã em relação ao chão, considerando-se a maçã como um ponto material?

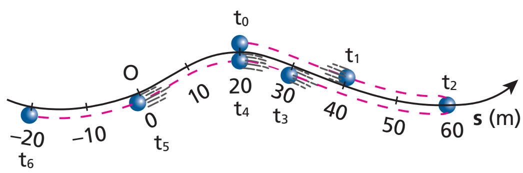
Resposta: Segmento de reta vertical.

19 Consideremos um relógio de parede que tem ponteiro de segundos. Uma formiguinha parte do eixo do ponteiro e dirige-se para a outra extremidade, sempre com a mesma rapidez. Esboce a trajetória da formiguinha em relação ao mostrador do relógio.

Resposta: Espiral



20 E.R. Na figura, temos uma trajetória orientada, onde **O** é a origem dos espaços. Uma partícula entra em movimento no instante t_0 e avança no sentido da trajetória até o instante t_2, quando para. Em seguida, passa a mover-se em sentido contrário ao da trajetória, passando pelo ponto de partida no instante t_4, pela origem dos espaços no instante t_5 e parando no instante t_6.



Para essa partícula, quanto valem os espaços s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 e s_6 respectivamente nos instantes t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 e t_6?

Resolução:
Observando que o espaço informa a posição da partícula em relação à origem dos espaços e não necessariamente quanto ela percorreu, temos:

Em t_0: $\boxed{s_0 = 20 \text{ m}}$ Em t_4: $\boxed{s_4 = 20 \text{ m}}$

Em t_1: $\boxed{s_1 = 40 \text{ m}}$ Em t_5: $\boxed{s_5 = 0}$

Em t_2: $\boxed{s_2 = 60 \text{ m}}$ Em t_6: $\boxed{s_6 = -20 \text{ m}}$

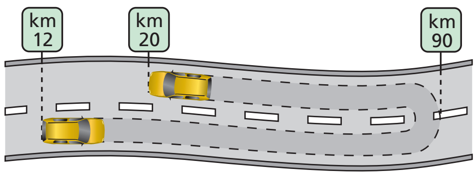
Em t_3: $\boxed{s_3 = 30 \text{ m}}$

Nota:
- Não importa quanto a partícula percorreu, nem o sentido em que ela se move: o espaço informa onde ela **está**.

21 Em certo instante, um automóvel encontra-se no km 120 de uma rodovia. Em outras palavras, o espaço do automóvel nesse instante é igual a 120 km. Isso significa que:
a) o automóvel já percorreu 120 km certamente.
b) o automóvel está em movimento no referido instante, no sentido da trajetória.
c) o automóvel, nesse instante, está em repouso.
d) o automóvel encontra-se a 120 km do km 0, medidos ao longo da trajetória.
e) a distância do local em que o automóvel está até o km 0, medida em linha reta, é 120 km necessariamente.

Resposta: d

22 E.R. Um automóvel parte do km 12 de uma rodovia e desloca-se sempre no mesmo sentido até o km 90. Aí chegando, retorna pela mesma rodovia até o km 20.



Calcule, para esse automóvel, a variação de espaço (Δs) e a distância percorrida (d):
a) na ida; b) na volta; c) na ida e na volta juntas.

Resolução:
a) Na ida, do km 12 ao km 90, temos:

$\Delta s = s_{final} - s_{inicial} = 90 - 12 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 78 \text{ km}}$

$d = |\Delta s| \Rightarrow \boxed{d = 78 \text{ km}}$

b) Na volta, do km 90 ao km 20, temos:
$\Delta s = s_{final} - s_{inicial} = 20 - 90$

$\boxed{\Delta s = -70 \text{ km}}$

$d = |\Delta s| \Rightarrow \boxed{d = 70 \text{ km}}$

c) No movimento de ida e volta, temos:

$\Delta s = s_{final} - s_{inicial} = 20 - 12 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 8 \text{ km}}$

$d = d_{ida} + d_{volta} = 78 + 70 \Rightarrow \boxed{d = 148 \text{ km}}$

23 Um automóvel deslocou-se do km 20 até o km 65 de uma rodovia, sempre no mesmo sentido. Determine a variação de espaço e a distância percorrida por ele.

Resolução:
- $\Delta s = 65 \text{ km} - 20 \text{ km} = 45 \text{ km}$
- $d = |\Delta s| = 45 \text{ km}$

Resposta: Variação de espaço: 45 km; distância percorrida: 45 km.

24 Um caminhão fez uma viagem a partir do km 120 de uma rodovia, indo sempre no mesmo sentido até o km 0. Qual a variação de espaço e qual a distância percorrida por ele?

Resolução:
- $\Delta s = 0 \text{ km} - 120 \text{ km} = -120 \text{ km}$
- $d = |\Delta s| = 120 \text{ km}$

Resposta: Variação de espaço: –120 km; distância percorrida: 120 km.

25 Um caminhão parte do km 30 de uma rodovia, leva uma carga até o km 145 dessa mesma estrada e volta, em seguida, para o km 65. Determine:
a) a variação de espaço do caminhão entre o início e o final do percurso;
b) a distância percorrida pelo caminhão nesse percurso.

Resolução:
a) $\Delta s = 65 \text{ km} - 30 \text{ km} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 35 \text{ km}}$
b) $d = d_{ida} + d_{volta} = |\Delta s_{ida}| + |\Delta s_{volta}|$
$d = |145 \text{ km} - 30 \text{ km}| + |65 \text{ km} - 145 \text{ km}| \Rightarrow \boxed{d = 195 \text{ km}}$

Respostas: a) 35km; b) 195 km.

26 Com relação ao movimento de um ponto material numa trajetória orientada, são feitas três afirmações:
I. Se o movimento se dá no sentido da trajetória, a variação de espaço é positiva.
II. Se o movimento se dá em sentido oposto ao da trajetória, a variação de espaço é negativa.
III. No Sistema Internacional (SI), o espaço é medido em quilômetros.
Indique:
a) Se apenas as afirmações I e II forem corretas.
b) Se apenas as afirmações I e III forem corretas.
c) Se apenas as afirmações II e III forem corretas.
d) Se as três afirmações forem corretas.
e) Se as três afirmações forem incorretas.

Resposta: a

27 A velocidade escalar média de um ônibus que se moveu sempre no mesmo sentido foi de 10 m/s, em certo intervalo de tempo. Isso significa que:
a) o ônibus percorreu necessariamente 10 metros em cada segundo.
b) o ônibus iniciou o movimento no espaço 10 m.
c) é possível que o ônibus tenha percorrido 10 metros em cada segundo.
d) certamente, o ônibus nunca parou durante o intervalo de tempo considerado.
e) o ônibus não pode ter percorrido 15 metros em algum segundo.

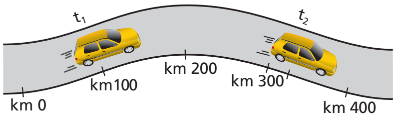
Resposta: c

28 Dois automóveis, **A** e **B**, partem num mesmo instante de uma cidade **X** com destino a outra cidade **Y**, distante 420 km de **X**. O automóvel **A** faz o percurso em 5 horas e o **B**, em 6 horas. Pode-se afirmar que:

a) o automóvel **B** percorreu uma distância maior que a percorrida por **A**.
b) a velocidade escalar média de **B** é maior que a de **A**.
c) é possível que, em algum momento, **B** tenha sido mais veloz que **A**.
d) **A** esteve sempre na frente de **B**.
e) **A** e **B** não pararam nenhuma vez durante a viagem.

Resposta: c

29 Um automóvel inicia uma viagem no km 100 de uma rodovia às 10 horas da manhã (t_1), chegando ao km 340 às 14 horas (t_2).



Calcule a velocidade escalar média do automóvel.

Resolução:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{340\text{ km} - 100\text{ km}}{14\text{ h} - 10\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 60\text{ km/h}}$$

Resposta: 60 km/h

30 E.R. Um motociclista partiu do km 10 de uma rodovia às 8 horas da manhã (t_1) e chegou ao km 250 às 12 horas (t_2). Imediatamente, ele iniciou a viagem de volta, retornando ao km 10 às 14 horas (t_3). Calcule a velocidade escalar média do motociclista entre os instantes:

a) t_1 e t_2; b) t_2 e t_3; c) t_1 e t_3.

Resolução:

a) Entre t_1 e t_2, temos:
$\Delta s = s_2 - s_1 = 250 - 10 \Rightarrow \Delta s = 240$ km
$\Delta t = t_2 - t_1 = 12 - 8 \Rightarrow \Delta t = 4$ h
Então:
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{240}{4} \Rightarrow \boxed{v_m = 60\text{ km/h}}$$
Note que essa velocidade resultou positiva, pois o movimento ocorreu no sentido da trajetória.

b) Entre t_2 e t_3, temos:
$\Delta s = s_3 - s_2 = 10 - 250 \Rightarrow \Delta s = -240$ km
$\Delta t = t_3 - t_2 = 14 - 12 \Rightarrow \Delta t = 2$ h
Então:
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-240}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = -120\text{ km/h}}$$
Observe que essa velocidade resultou negativa, pois o movimento ocorreu em sentido contrário ao da trajetória.

c) Entre t_1 e t_3, temos:
$\Delta s = s_3 - s_1 = 10 - 10 \Rightarrow \Delta s = 0$
$\Delta t = t_3 - t_1 = 14 - 8 \Rightarrow \Delta t = 6$ h
Assim:
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0}{6} \Rightarrow \boxed{v_m = 0}$$

Nota:
• Esse resultado costuma decepcionar as pessoas que esperam da Física uma utilidade prática. De fato, não é esse cálculo que interessa fazer na prática, mas sim outro, que é o quociente da distância percorrida realmente pelo motociclista (480 km: 240 km na ida mais 240 km na volta) pelo intervalo de tempo (6 h).
Entretanto, o tratamento matemático que estamos destinando ao estudo do movimento é útil e facilita a resolução de muitos problemas reais. Convém dizer, ainda, que esse resultado, estranho do ponto de vista prático, é normal do ponto de vista matemático: uma grandeza que é positiva durante um intervalo de tempo e negativa num outro intervalo pode ter valor médio nulo no intervalo de tempo total.

31 Um automóvel parte do km 73 da Via Anhanguera às 6 h 45 min e chega ao km 59 às 6 h 55 min. Calcule a velocidade escalar média do automóvel nesse percurso, em km/h.

Resolução:

$\Delta s = 59\text{ km} - 73\text{ km} = -14\text{ km}$
$\Delta t = 6\text{ h }55\text{ min} - 6\text{ h }45\text{ min} = 10\text{ min} = \frac{1}{6}\text{ h}$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-14\text{ km}}{\frac{1}{6}\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = -84\text{ km/h}}$$

Resposta: – 84 km/h

32 O motorista de uma transportadora recebe seu caminhão e sua respectiva carga com a incumbência de levá-la a um local distante 340 km por rodovia, tendo 6 h de prazo. Após ter percorrido 130 km em 2 h 15 min, teve um pneu estourado, que levou 45 min para ser trocado. Qual deve ser a velocidade média a ser desenvolvida no restante do percurso para a carga chegar no horário?

Resolução:

Restam 210 km para serem percorridos em 3 h:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{210\text{ km}}{3\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 70\text{ km/h}}$$

Nota:
• Quando não temos informação do sentido do movimento em relação à orientação da trajetória, deixamos o resultado em módulo. Fazemos o mesmo quando a trajetória não está orientada.

Resposta: 70 km/h

33 Caminhando por uma avenida da cidade, um rapaz percorreu 6 quarteirões em 40 minutos. Sabendo que o comprimento de cada quarteirão, medido do centro de uma rua transversal ao centro da rua seguinte, é de 200 m, calcule a velocidade escalar média do rapaz em m/s.

Resolução:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6 \cdot 200\text{ m}}{40 \cdot 60\text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_m = 0{,}5\text{ m/s}}$$

Resposta: 0,5 m/s

34 (UEL-PR) Um homem caminha com velocidade $V_H = 3{,}6$ km/h, uma ave, com velocidade $V_A = 30$ m/min e um inseto, com velocidade $V_I = 60$ cm/s. Essas velocidades satisfazem a relação:

a) $V_I > V_H > V_A$.
b) $V_A > V_I > V_H$.
c) $V_H > V_A > V_I$.
d) $V_A > V_H > V_I$.
e) $V_H > V_I > V_A$.

Resolução:
Convertendo todas as velocidades para m/s, obtemos:

• $V_H = 3{,}6 \text{ km/h} = \dfrac{3\,600 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}$

• $V_A = 30 \text{ m/min} = \dfrac{30 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 0{,}5 \text{ m/s}$

• $V_I = 60 \text{ cm/s} = 0{,}6 \text{ m/s}$

Portanto: $\boxed{V_H > V_I > V_A}$

Resposta: e

35 Uma velocidade de 36 km/h corresponde a quantos metros por segundo? E 15 m/s correspondem a quantos quilômetros por hora?

Resolução:

• $36 \text{ km/h} = \dfrac{36\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$

• $10 \text{ m/s} \to 36 \text{ km/h}$
$15 \text{ m/s} \to x$ $\quad \to x = 54 \text{ km/h}$

Nota:
• Existem apreciadores da seguinte regra prática nas conversões envolvendo km/h e m/s:

$$\text{km/h} \underset{\times 3{,}6}{\overset{\div 3{,}6}{\rightleftarrows}} \text{m/s}$$

Resposta: 36 km/h = 10 m/s; 15 m/h = 54 km/h

36 (Faap-SP) Uma das atividades físicas saudáveis bastante praticada nos parques públicos da cidade de São Paulo é a corrida, também chamada de *jogging* ou *cooper*. Considere uma pessoa que, nessa atividade, percorre em média um quilômetro (1,0 km) a cada seis minutos (6,0 min). A velocidade média dessa pessoa, em metros por segundo (m/s), é um valor mais próximo de:

a) 1,7. b) 10. c) 2,8. d) 3,6. e) 6.

Resolução:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1\,000 \text{ m}}{6{,}0 \cdot 60 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 2{,}8 \text{ m/s}}$$

Resposta: c

37 (Vunesp-SP) Ao passar pelo marco "km 200" de uma rodovia, um motorista vê um anúncio com a inscrição: "ABASTECIMENTO E RESTAURANTE A 30 MINUTOS". Considerando que esse posto de serviços se encontra junto ao marco "km 245" dessa rodovia, pode-se concluir que o anunciante prevê, para os carros que trafegam nesse trecho, uma velocidade média, em km/h, de:

a) 80. b) 90. c) 100. d) 110. e) 120.

Resolução:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{45 \text{ km}}{\frac{1}{2} \text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 90 \text{ km/h}}$$

Resposta: b

38 (PUC-MG) Numa avenida longa, os sinais de tráfego são sincronizados de tal forma que os carros, trafegando a uma determinada velocidade, encontram sempre os sinais abertos (onda verde). Considerando-se que a distância entre sinais sucessivos é de 175 m e que o intervalo de tempo entre a abertura de um sinal e a abertura do sinal seguinte é de 9,0 s, a velocidade média com que os veículos devem trafegar nessa avenida para encontrar os sinais sempre abertos é:

a) 60 km/h. b) 50 km/h. c) 70 km/h. d) 40 km/h.

Resolução:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{175 \text{ m}}{9{,}0 \text{ s}} = \frac{175}{9{,}0} \cdot 3{,}6 \text{ km/h} \Rightarrow \boxed{v_m = 70 \text{ km/h}}$$

Resposta: c

39 **E.R.** Um pequeno objeto descreve uma trajetória orientada. Seus espaços (**s**) variam com o tempo (**t**), conforme a função $s = 2t^3 + 8t$, válida no SI. Determine a velocidade escalar média desse objeto no intervalo de tempo de 0 a 2 s.

Resolução:
Nos instantes $t_1 = 0$ e $t_2 = 2$ s, temos:
$s_1 = 2 \cdot 0^3 + 8 \cdot 0 \Rightarrow s_1 = 0$
$s_2 = 2 \cdot 2^3 + 8 \cdot 2 \Rightarrow s_2 = 32 \text{ m}$
Portanto:
$\Delta s = s_2 - s_1 = 32 - 0 \Rightarrow \Delta s = 32 \text{ m}$
$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 - 0 \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s}$
Finalmente:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{32}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = 16 \text{ m/s}}$$

40 (UFSC) Uma partícula, realizando um movimento retilíneo, desloca-se segundo a equação $\mathbf{x = -2 - 4t + 2t^2}$, em que **x** é medido em **metros** e **t**, em **segundos**. Qual é o módulo da velocidade média, em **m/s**, dessa partícula entre os instantes t = 0 s e t = 4 s?

Resolução:
$t_1 = 0 \text{ s}: x_1 = -2 \text{ m}$
$t_2 = 4\text{s}: x_2 = 14 \text{ m}$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14 - (-2)}{4 - 0} \Rightarrow \boxed{v_m = 4 \text{ m/s}}$$

Resposta: 4

41 (UFRN—mod.) Uma das teorias para explicar o aparecimento do ser humano no continente americano propõe que ele, vindo da Ásia, entrou na América pelo Estreito de Bering e foi migrando para o sul até atingir a Patagônia, como indicado no mapa a seguir.

Datações arqueológicas sugerem que foram necessários cerca de 10000 anos para que essa migração se realizasse.
O comprimento AB, mostrado ao lado do mapa, corresponde à distância de 5000 km nesse mesmo mapa.
Com base nesses dados, pode-se **estimar** que a

velocidade escalar média de ocupação do continente americano pelo ser humano, ao longo da rota desenhada, foi de **aproximadamente**:

a) 0,5 km/ano.
b) 8 km/ano.
c) 24 km/ano.
d) 2 km/ano.

Resolução:
O segmento AB cabe aproximadamente quatro vezes na rota desenhada.
Então: $\Delta s \simeq 20\,000$ km $\quad \Delta t = 10\,000$ anos

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \simeq \frac{20\,000}{10\,000} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 2 \text{ km/ano}}$$

Resposta: d

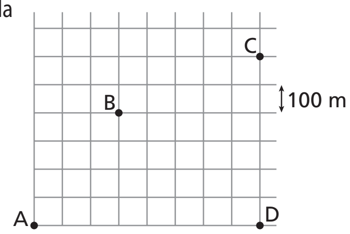
42 Em certo instante, o velocímetro de um automóvel indica 80 km/h. Determine sua velocidade escalar instantânea nesse instante, supondo que:

a) o automóvel se movimenta no sentido em que as indicações dos marcos quilométricos da estrada são crescentes (movimento progressivo);
b) o movimento se dá no sentido em que as citadas indicações são decrescentes (movimento retrógrado).

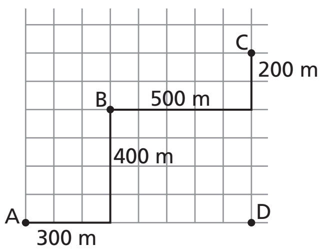
Respostas: a) 80 km/h; b) – 80 km/h.

43 (UFC-CE) A figura abaixo mostra o mapa de uma cidade em que as ruas retilíneas se cruzam perpendicularmente e cada quarteirão mede 100 m. Você caminha pelas ruas a partir de sua casa, na esquina **A**, até a casa de sua avó, na esquina **B**. Dali segue até sua escola, situada na esquina **C**. A menor distância que você caminha e a distância em linha reta entre sua casa e a escola são, respectivamente:

a) 1 800 m e 1 400 m.
b) 1 600 m e 1 200 m.
c) 1 400 m e 1 000 m.
d) 1 200 m e 800 m.
e) 1 000 m e 600 m.

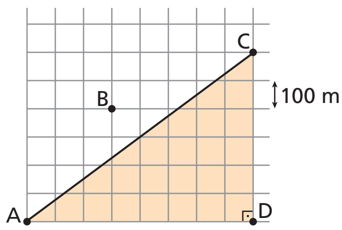


Resolução:
• Distância mínima percorrida ($d_{mín}$):



$d_{mím} = 300$ m + 400 m + 500 m + + 200 m $\Rightarrow \boxed{d_{mín} = 1\,400 \text{ m}}$

• Distância em linha reta (d_r):

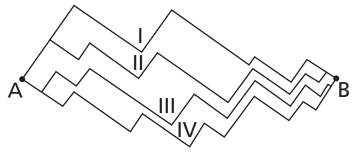


$AC^2 = AD^2 + DC^2$
$AC^2 = 800^2 + 600^2$

$\boxed{AC = 1\,000 \text{ m}}$

Resposta: c

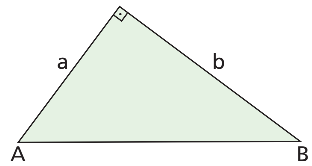
44 (UFPI) A figura abaixo representa quatro percursos ligando as cidades **A** e **B**.



Analise a figura e indique a alternativa correta.

a) O caminho I é menor que o II.
b) O caminho II é menor que o III.
c) O caminho III é menor que o IV.
d) O caminho II é menor que o IV.
e) Os caminhos I, II, III e IV são de igual tamanho.

Resolução:
Todos os caminhos têm comprimentos iguais à soma (a + b) dos catetos do triângulo retângulo a seguir:



Resposta: e

45 Um avião percorre 1 920 km em 1 hora e 20 minutos. Considere a velocidade do som no ar igual a 340 m/s. Calcule a velocidade escalar média do avião nesse percurso, em m/s, e verifique se ele é ou não supersônico.

Resolução:
$\Delta s = 1\,920$ km $= 1\,920\,000$ m

$\Delta t = 1$ h + 20 min = 4 800 s

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1\,920\,000}{4\,800} \Rightarrow \boxed{v_m = 400 \text{ m/s}} \text{ (é supersônico)}$$

Resposta: 400 m/s; é supersônico

46 (Uerj) Uma estrada recém-asfaltada entre duas cidades é percorrida de carro, durante uma hora e meia, sem parada.
A extensão do percurso entre as cidades é de, aproximadamente:

a) 10^3 m.
b) 10^4 m.
c) 10^5 m.
d) 10^6 m.

Resolução:
Tratando-se de uma estrada em boas condições, podemos estimar a velocidade do caro em cerca de 100 km/h:

$\Delta s = v_m \cdot \Delta t = 100 \cdot 1{,}5$

$\Delta s = 150$ km $= 1{,}5 \cdot 10^5$ m

A potência de dez que melhor se aproxima do resultado é 10^5 m.

Resposta: c

47 Numa pista de corrida de 6 km de extensão, um carro desenvolve velocidades de até 250 km/h nas retas e de cerca de 180 km/h nas curvas. Sabendo que ele gasta 3,6 minutos para dar duas voltas completas, responda: qual a velocidade escalar média nessas duas voltas em km/h?

Resolução:

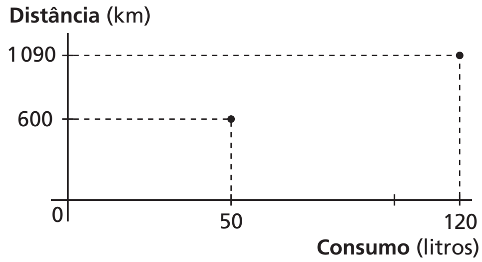
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 6\text{ km}}{\frac{3{,}6}{60}\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 200\text{ km/h}}$$

Resposta: 200 km/h

48 (UFC-CE) Um motorista lançou, no gráfico mostrado abaixo, a distância por ele percorrida (medida em km), em função do consumo de combustível (medido em litros) de seu veículo. Sobre o desempenho médio do veículo (definido pela razão distância percorrida/litro consumido) podemos afirmar:

01. foi melhor nos primeiros 600 km percorridos;
02. entre 600 km e 1 090 km percorridos, foi de 7 km/litro;
04. foi superior a 9 km/litro no percurso representado pelos 1 090 km mostrados no gráfico;
08. no percurso total, é a média aritmética dos desempenhos médios mencionados acima, nos itens 1 e 2.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.



Resolução:

• Nos primeiros 600 km: $\frac{600\text{ km}}{50\text{ L}} = 12\text{ km/L}$

• Entre 600 km e 1 090 km: $\frac{490\text{ km}}{70\text{ L}} = 7\text{ km/L}$

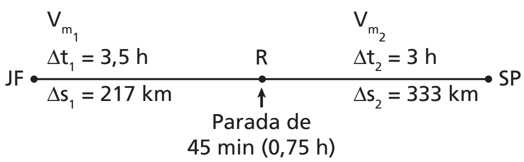
• No percurso total: $\frac{1\,090\text{ km}}{120\text{ L}} \simeq 9{,}1\text{ km/L}$

Resposta: 07

49 (UFJF-MG) Um ônibus, partindo da cidade de Juiz de Fora, percorre uma distância de 550 km numa viagem até a cidade de São Paulo. Durante essa viagem, o ônibus faz uma parada de 45 minutos na cidade de Rezende, que dista 217 km da cidade de Juiz de Fora. No primeiro trecho, antes da parada, a viagem durou 3 horas e 30 minutos. No segundo trecho, depois da parada, a viagem durou 3 horas. Os valores aproximados das velocidades escalares médias do ônibus no primeiro trecho, no segundo trecho e na viagem completa são, **respectivamente**:

a) 111 km/h, 62 km/h, 76 km/h.
b) 62 km/h, 111 km/h, 85 km/h.
c) 62 km/h, 111 km/h, 76 km/h.
d) 111 km/h, 62 km/h, 85 km/h.
e) 111 km/h, 62 km/h, 90 km/h.

Resolução:



• $v_{m_1} = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{217\text{ km}}{3{,}5\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_{m_1} = 62\text{ km/h}}$

• $v_{m_2} = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} = \frac{333\text{ km}}{3\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_{m_2} = 111\text{ km/h}}$

• $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{550\text{ km}}{7{,}25\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 76\text{ km/h}}$

Resposta: c

50 (UFF-RJ) Inaugurada em 1974, a Ponte Presidente Costa e Silva, mais conhecida como Ponte Rio–Niterói, foi projetada para receber pouco mais de 50 mil veículos por dia. Hoje, recebe cerca de 120 mil, de modo que na hora de maior movimento sempre ocorre grande congestionamento.

Considere que um estudante do Rio, vindo para a UFF, percorra os primeiros 7 km da ponte com uma velocidade escalar constante de 70 km/h e gaste 20 minutos para atravessar os 6 km restantes.

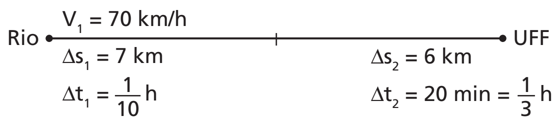
Thor Unamar

Supondo-se que na volta ele gaste 10 minutos para atravessar toda a ponte, é correto afirmar que a velocidade escalar média na vinda e a velocidade escalar média na volta têm módulos, em km/h, respectivamente, iguais a:

a) 30 e 78.
b) 44 e 78.
c) 30 e 130.
d) 44 e 130.
e) 88 e 78.

Resolução:

• Na vinda:



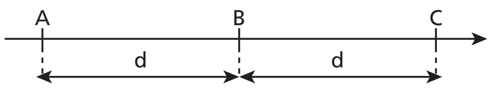
$$v_m = \frac{7\text{ km} + 6\text{ km}}{\frac{1}{10}\text{ h} + \frac{1}{3}\text{ h}} = \frac{13\text{ km}}{\frac{13}{10}\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 30\text{ km/h}} \text{ (em módulo)}$$

• Na volta:

$$v_m = \frac{13\text{ km}}{\frac{1}{6}\text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_m = 78\text{ km/h}} \text{ (em módulo)}$$

Resposta: a

51 E.R. Sobre uma reta orientada, são dados ordenadamente os pontos **A**, **B** e **C**, tais que AB = BC = d.



Um ponto material move-se nessa reta com velocidade escalar média v_1 de **A** a **B** e com velocidade escalar média v_2 de **B** a **C**. Determine a velocidade escalar média desse ponto material de **A** a **C**.

Resolução:

De **A** a **B**, temos:

$$v_1 = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{d}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{d}{v_1}$$

De **B** a **C**, temos:

$$v_2 = \frac{\Delta s_{BC}}{\Delta t_{BC}} = \frac{d}{\Delta t_{BC}} \Rightarrow \Delta t_{BC} = \frac{d}{v_2}$$

No percurso total de **A** a **C**, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s_{AC}}{\Delta t_{AC}} = \frac{2d}{\Delta t_{AB} + \Delta t_{BC}} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}}$$

Assim, obtemos:

$$\boxed{v_m = \frac{2v_1\,v_2}{v_1 + v_2}}$$

Nota:

- Na situação estudada neste exercício, a velocidade escalar média não é $\frac{v_1 + v_2}{2}$, como se poderia supor. Além disso, ela não depende das distâncias **d**.

52 (UFC-CE) Um automóvel é dirigido ao longo de uma estrada caracterizada por zonas alternadas de velocidades permitidas de 40 km/h e 60 km/h. Se o motorista mantém rigorosamente essas velocidades nas respectivas zonas, e se todas as zonas têm o mesmo comprimento, qual a velocidade média, em km/h, em um trecho correspondente a um número par de zonas?

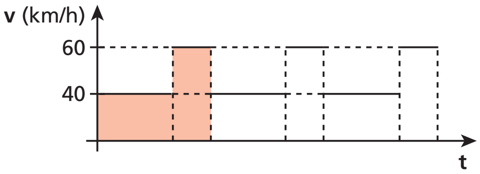
Resolução:

Usando o resultado do exercício 51, temos, para duas zonas consecutivas:

$v_1 = 40$ km/h $\qquad v_2 = 60$ km/h

$$v_m = \frac{2\,v_1\,v_2}{v_1 = v_2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{40 + 60} \Rightarrow \boxed{v_m = 48 \text{ km/h}}$$

Esse resultado vale também para o percurso total porque ele contém um número **par** de zonas:



No trecho destacado, o valor médio da função é 48 km/h. Como esse trecho se repete um número inteiro de vezes, o valor médio da função também é 48 km/h no percurso total.

Resposta: 48 km/h

53 (FCM-MG) Um professor, ao aplicar uma prova a seus 40 alunos, passou uma lista de presença. A distância média entre cada dois alunos é de 1,2 m e a lista gastou cerca de 13 minutos para ser assinada por todos. Qual foi a velocidade média dessa lista de presença?

Resolução:

$\Delta s = 39 \cdot 1{,}2 \text{ m} = 39 \cdot 120 \text{ cm}$

$\Delta t = 13 \cdot 60 \text{ s}$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{39 \cdot 120 \text{ cm}}{13 \cdot 60 \text{ s}} = 3 \cdot 2 \text{ cm/s} \Rightarrow \boxed{v_m = 6 \text{ cm/s}}$$

Resposta: $v_m = 6$ cm/s

54 A luz propaga-se no vácuo a uma velocidade escalar constante, de módulo extraordinariamente elevado: 300 000 km/s. Quanto vale a aceleração escalar da luz nessa propagação?

Resolução:

Para a aceleração escalar ser diferente de zero, é necessário que a velocidade escalar esteja **variando**. Assim, se a velocidade escalar for muito elevada, mas não variar, a aceleração escalar será nula.

Resposta: Zero

55 Sabe-se que uma bolinha – de chumbo, por exemplo – abandonada nas proximidades da superfície da Terra cai de encontro ao solo com aceleração constante de módulo aproximadamente igual a 10 m/s². Isso significa que, durante a queda:

a) a velocidade escalar da bolinha é constante e seu módulo é igual a 10 m/s.
b) a bolinha percorre sempre 10 metros em cada segundo.
c) a bolinha percorre, em cada segundo que passa, distâncias cada vez menores.
d) a bolinha demora 10 segundos para chegar ao solo.
e) a velocidade escalar da bolinha, tomada em módulo, cresce 10 m/s em cada segundo.

Resposta: e

56 Num instante $t_1 = 2$ s, uma partícula movia-se com velocidade de escalar $v_1 = 5$ m/s. Num instante posterior $t_2 = 10$ s, movia-se com $v_2 = 37$ m/s.

a) Calcule sua aceleração escalar média entre t_1 e t_2.
b) Responda: pode-se garantir que o crescimento da velocidade escalar foi sempre o mesmo, em cada segundo?

Resolução:

a) $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{37 - 5}{10 - 2} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 4 \text{ m/s}^2}$

b) Não.

Respostas: a) 4 m/s²; b) Não.

57 A tabela a seguir fornece a velocidade escalar instantânea de uma partícula em alguns instantes:

v (m/s)	40	60	40	20
t (s)	1	5	7	12

Determine a aceleração escalar média da partícula nos seguintes intervalos de tempo:

a) de t = 1 s a t = 5 s;
b) de t = 1 s a t = 7 s;
c) de t = 5 s a t = 7 s.

Resolução:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

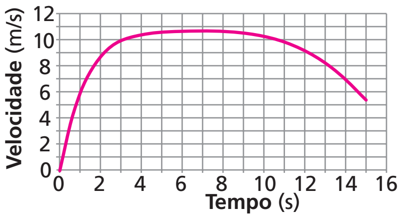
a) $\alpha_m = \frac{60 - 40}{5 - 1} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 5 \text{ m/s}^2}$

b) $\alpha_m = \frac{40 - 40}{7 - 1} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 0}$

c) $\alpha_m = \frac{40 - 60}{7 - 5} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -10 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 5 m/s²; b) Zero; c) –10 m/s²

Enunciado para as questões 58 e 59.
Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor-padrão é representado pelo seguinte gráfico:



58 (Enem) Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a **velocidade** do corredor é aproximadamente constante?
a) Entre 0 e 1 segundo.
b) Entre 1 e 5 segundos.
c) Entre 5 e 8 segundos.
d) Entre 8 e 11 segundos.
e) Entre 12 e 15 segundos.

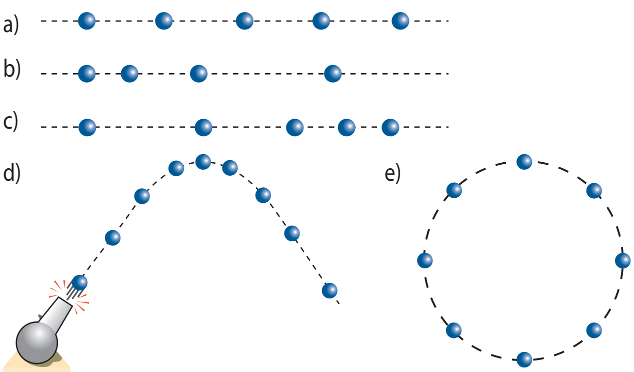
Resposta: c

59 (Enem) Em que intervalo de tempo o corredor apresenta **aceleração** máxima?
a) Entre 0 e 1 segundo.
b) Entre 1 e 5 segundos.
c) Entre 5 e 8 segundos.
d) Entre 8 e 11 segundos.
e) Entre 9 e 15 segundos.

Resolução:
Considerando intervalos de tempo de 1 s, a máxima variação da velocidade escalar ocorre entre 0 e 1 s.

Resposta: a

60 Responda se os movimentos das bolinhas são acelerados, retardados ou uniformes, sabendo que o intervalo de tempo entre duas posições consecutivas é sempre o mesmo e que, nos itens **a**, **b** e **c**, as bolinhas se movem para a direita.



Respostas: a) Uniforme; b) Acelerado; c) Retardado; d) Retardado na subida e acelerado na descida; e) Uniforme.

61 E.R. A velocidade escalar instantânea (**v**) de um ponto material varia com o tempo (**t**), conforme a função $v = 3t^2 + 7$, válida no SI. Calcule a aceleração escalar média desse ponto entre os instantes 1 s e 7 s.

Resolução:
Calculemos as velocidades escalares nos instantes 1 s e 7 s:

- Em $t_1 = 1\ s \Rightarrow v_1 = 3(1)^2 + 7 \Rightarrow v_1 = 10\ m/s$;
- Em $t_2 = 7\ s \Rightarrow v_2 = 3(7)^2 + 7 \Rightarrow v_2 = 154\ m/s$.

A aceleração escalar média é dada por:

$$\alpha_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Assim:

$$\alpha_m = \frac{154 - 10}{7 - 1} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 24\ m/s^2}$$

62 Um móvel tem sua velocidade escalar instantânea (**v**) variando com o tempo (**t**), conforme a função: $v = t^2 - 4t$ (SI)
Calcule sua aceleração escalar média entre os instantes:
a) 0 e 4 s;
b) 1 s e 5 s.

Resolução:
a) $v_0 = 0$

$v_4 = 4^2 - 4 \cdot 4 \Rightarrow v_4 = 0$

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 0}{4 - 0} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 0}$$

b) $v_1 = 1^2 - 4 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = -3\ m/s$

$v_5 = 5^2 - 4 \cdot 5 \Rightarrow v_5 = 5\ m/s$

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(5 - (-3))}{5 - 1} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 2\ m/s^2}$$

Respostas: a) Zero; b) $2\ m/s^2$

63 Com relação ao movimento variado, são feitas as seguintes afirmações:
01. No movimento acelerado, a velocidade escalar instantânea é sempre crescente com o tempo.
02. No movimento acelerado, o módulo da velocidade escalar instantânea é sempre crescente com o tempo.
04. No movimento retardado, a velocidade escalar instantânea é sempre decrescente com o tempo.
08. No movimento retardado, o módulo da velocidade escalar instantânea é sempre decrescente com o tempo.
16. Um movimento uniforme pode ter aceleração escalar diferente de zero.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:
Por ser uma grandeza dotada de sinal, a velocidade escalar pode ser decrescente e seu módulo, crescente. Do mesmo modo, ela pode ser crescente e seu módulo, decrescente.
Soma **10**.

Resposta: 10

64 Um corpo desloca-se numa trajetória orientada, sempre num mesmo sentido. Durante certo intervalo de tempo, o corpo vai de um ponto **M** até um ponto **N** com velocidade escalar média v_1. Durante um novo intervalo de tempo, igual ao anterior, ele vai do ponto **N** até um ponto **Q** com velocidade escalar média v_2.
a) Determine, em função de v_1 e v_2, a velocidade escalar média do corpo no percurso de **M** a **Q**.
b) Sendo MQ o deslocamento escalar no percurso total, determine, em função de v_1, v_2 e MQ, o deslocamento escalar MN, de **M** a **N**.

Resolução:

a)

Temos:

$\Delta s_{MN} = v_1\, \Delta t$ e $\Delta s_{NQ} = v_2\, \Delta t$

Assim: $\Delta s_{MQ} = (v_1 + v_2)\, \Delta t$ e $\Delta t_{MQ} = 2\, \Delta t$

Então:

$$v_{m_{MQ}} = \frac{\Delta s_{MQ}}{\Delta t_{MQ}} = \frac{(v_1 + v_2)\, \Delta t}{2 \Delta t} \Rightarrow \boxed{v_{m_{MQ}} = \frac{v_1 + v_2}{2}}$$

b) Sendo 2T o tempo total de percurso, temos:

$MN = v_1\, T$ (I)

$$v_{m_{MQ}} = \frac{MQ}{2T} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow T = \frac{MQ}{v_1 + v_2} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (II) em (I):

$$\boxed{MN = \frac{v_1}{v_1 + v_2} \cdot MQ}$$

Respostas: a) $\frac{v_1 + v_2}{2}$; b) $\frac{v_1}{v_1 + v_2} \cdot MQ$

65 (ITA-SP) Um motorista deseja perfazer a distância de 20 km com velocidade escalar média de 80 km/h. Se viajar durante os primeiros 15 minutos com velocidade de 40 km/h, é possível concluir o percurso como se pretendia?

Resolução:

Se o motorista deseja que a velocidade escalar média seja de 80 km/h em um percurso de 20 km, deverá fazê-lo em um intervalo de tempo Δt dado por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m} = \frac{20}{80} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{4}\ h = 15\ min$$

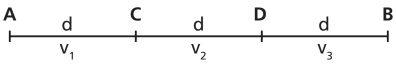
Se gastar esses 15 minutos a 40 km/h, percorrerá apenas 10 km. Assim, terá de percorrer os outros 10 km sem gastar tempo algum, o que é um absurdo.

Resposta: Não.

66 Uma partícula desloca-se do ponto **A** até o ponto **B**.

Na primeira terça parte do percurso, sua velocidade escalar média vale v_1; na segunda terça parte, vale v_2, e na terceira, v_3. Determine a velocidade escalar média no percurso total de **A** até **B**.

Resolução:



$$\Delta t_{AC} = \frac{d}{v_1} \qquad \Delta t_{CD} = \frac{d}{v_2} \qquad \Delta t_{DB} = \frac{d}{v_3}$$

De **A** a **B**, temos:

$\Delta s_{AB} = 3d$

$$\Delta t_{AB} = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} + \frac{d}{v_3} = \frac{d\,(v_1 v_2 + v_1 v_3 + v_2 v_3)}{v_1 v_2 v_3}$$

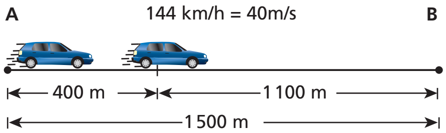
$$v_{m_{AB}} = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{3\,d}{\frac{d\,(v_1 v_2 + v_1 v_3 + v_2 v_3)}{v_1 v_2 v_3}}$$

$$\boxed{v_{m_{AB}} = \frac{3\, v_1 v_2 v_3}{(v_1 v_2 + v_1 v_3 + v_2 v_3)}}$$

Resposta: $\frac{3\, v_1 v_2 v_3}{(v_1 v_2 + v_1 v_3 + v_2 v_3)}$

67 Para multar motoristas com velocidade superior a 90 km/h, um guarda rodoviário aciona seu cronômetro quando avista o automóvel passando pelo marco **A** e faz a leitura no cronômetro quando vê o veículo passar pelo marco **B**, situado a 1 500 m de **A**. Um motorista passa por **A** a 144 km/h e mantém essa velocidade durante 10 segundos, quando percebe a presença do guarda. Que velocidade média ele deverá manter em seguida para não ser multado?

Resolução:



90 km/h = 25 m/s

Para não ser multado: $v_m \leqslant 25$ m/s

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1\,500}{\Delta t} \leqslant 25 \Rightarrow \Delta t \geqslant 60\ s$$

Gastando 10 s em um percurso de 400 m, restam 1 100 m para serem percorridos em 50 s ou mais.

$$v_{m_{máx}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1\,100\ m}{50\ s} = 22\ m/s = 79{,}2\ km/h$$

$$\boxed{v_m \leqslant 79{,}2\ km/h}$$

Resposta: $\leqslant$ 79,2 km/h

68 (Fuvest-SP) Diante de uma agência do INPS, há uma fila de aproximadamente 100 m de comprimento, ao longo da qual se distribuem de maneira uniforme 200 pessoas. Aberta a porta, as pessoas entram, durante 30 s, com uma velocidade média de 1 m/s. Avalie:

a) o número de pessoas que entraram na agência;

b) o comprimento da fila que restou do lado de fora.

Resolução:

a) Vamos calcular, inicialmente, o número **n** de pessoas por metro de fila:

$$n = \frac{200\ \text{pessoas}}{100\ \text{metros}} \Rightarrow n = 2\ \frac{\text{pessoas}}{\text{metro}}$$

Sendo ΔL o comprimento de fila que adentra a agência do INPS, tem-se que:

$$v = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta L = v\ \ \Delta t = 1 \cdot 30$$

$\Delta L = 30$ m

O número **N** de pessoas correspondente a ΔL é dado por:

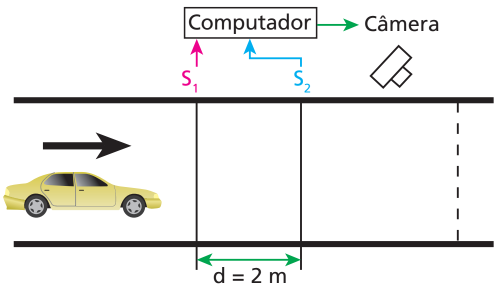
$$N = n\ \ \Delta L \Rightarrow N = 2 \cdot 30 \Rightarrow \boxed{N = 60\ \text{pessoas}}$$

b) O comprimento $\Delta L'$ da fila que restou do lado de fora é dado pela diferença:

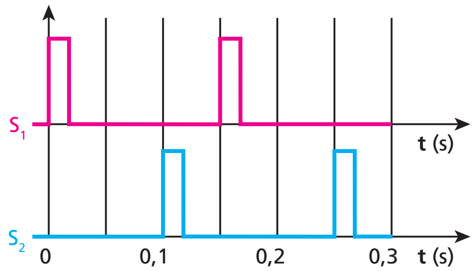
$$\Delta L' = 100 - \Delta L \Rightarrow \Delta L' = 100 - 30 \Rightarrow \boxed{\Delta L' = 70\ m}$$

Respostas: a) 60 pessoas; b) 70 m

69 (Unicamp-SP) A figura a seguir mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de radar).

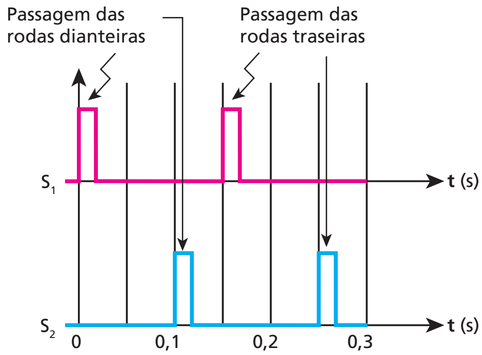


Os sensores S_1 e S_2 e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



a) Determine a velocidade do veículo em km/h.
b) Calcule a distância entre os eixos do veículo.

Resolução:



a) Num intervalo de tempo $\Delta t = 0{,}1$ s, as rodas dianteiras (ou traseiras) percorrem a distância d = 2 m:

$$v_m = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2}{0{,}1} \Rightarrow v_m = 20 \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_m = 72 \text{ km/h}}$$

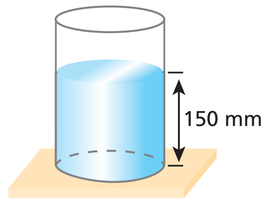
b) O intervalo de tempo decorrido entre as passagens das rodas dianteiras e traseiras, por S_1, por exemplo, é $\Delta t' = 0{,}15$ s. Então, a distância d' entre os eixos é dada por:

$$d' = v_m \, \Delta t' = 20 \cdot 0{,}15$$

$$\boxed{d' = 3 \text{ m}}$$

Resposta: a) 72 km/h; b) 3 m

70 Num dia chuvoso, um vaso cilíndrico, inicialmente vazio, ficou exposto à chuva o dia todo. Cessada a chuva, verificou-se que o nível da água dentro do vaso estava a 150 mm de altura em relação ao fundo, conforme mostra a figura. Diz-se, então, que ocorreu uma chuva de 150 mm. Essa altura seria diferente se o vaso cilíndrico fosse mais largo, ou seja, se o diâmetro de sua embocadura fosse maior?

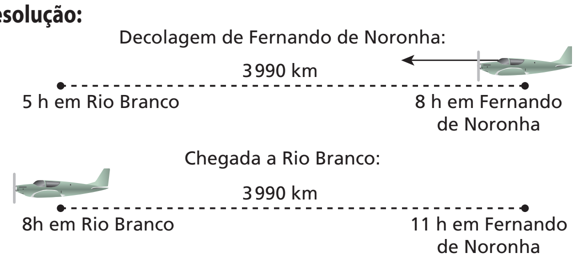


Resolução:
Não. Um vaso de seção transversal de área maior coletaria, proporcionalmente, maior quantidade de água. Assim, o nível da água atingiria a mesma altura.

Resposta: Não.

71 Um avião decola de Fernando de Noronha às 8 horas da manhã e chega a Rio Branco, no Acre, às 8 horas da mesma manhã! Sabendo que a distância entre essas localidades é de aproximadamente 3 990 km e que o Brasil tem quatro fusos horários, calcule a velocidade escalar média do avião em km/h.

Resolução:



$\Delta s = 3\,990$ km
$\Delta t = 3$ h

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3\,990}{3} \Rightarrow \boxed{v_m = 1\,330 \text{ km/h}}$$

Resposta: 1 330 km/h

72 **E.R.** A função horária do espaço para o movimento de um ponto material é: $s = 2t^2 - 1$ (SI)
Determine:
a) a função horária da velocidade escalar instantânea;
b) a velocidade escalar no instante 2 s.

Resolução:
a) Num instante genérico **t**, temos: $s = 2t^2 - 1$
Num instante t' (maior que **t**), temos: $s' = 2t'^2 - 1$
A velocidade escalar média entre **t** e t' é:

$$v_m = \frac{s' - s}{t' - t} = \frac{(2t'^2 - 1) - (2t^2 - 1)}{t' - t}$$

$$v_m = \frac{2t'^2 - 2t^2}{t' - t} = \frac{2(t' + t)(t' - t)}{(t' - t)}$$

$$v_m = 2(t' + t)$$

Fazendo t' tender a **t**, obtemos a velocidade escalar **v** num instante **t** qualquer:

$$v = 2(t + t) \Rightarrow \boxed{v = 4t} \text{ (SI)}$$

b) Fazendo t = 2 s na expressão v = 4t, vem:

$$v = 4(2) \Rightarrow \boxed{v = 8 \text{ m/s}}$$

73 Os espaços **s** de uma partícula variam com o tempo **t**, de acordo com a função:

$$s = 4t^2 - 2t \text{ (SI)}$$

Determine:
a) a função horária da velocidade escalar instantânea;
b) a velocidade escalar no instante 5 s.

Resolução:
a) • $s = 4t^2 - 2t$
• $s' = 4t'^2 - 2t'$
• $v_m = \dfrac{s' - s}{t' - t} = \dfrac{4(t'^2 - t^2) - 2(t' - t)}{t' - t}$

$$v_m = \frac{4(t' + t)(t' - t) - 2(t' - t)}{(t' - t)} \Rightarrow v_m = 4(t' + t) - 2$$

Fazendo **t'** tender a **t**, vem:

$$v = 4(t + t) - 2 \Rightarrow \boxed{v = 8t - 2} \text{ (SI)}$$

b) $v = 8 \cdot 5 - 2 \Rightarrow \boxed{v = 38 \text{ m/s}}$

Resposta: a) $v = 8t - 2$ (SI); b) 38 m/s

74 E.R. A função horária do espaço referente ao movimento de uma partícula é $s = 5t^3 - 6t$, válida no SI. Determine:
a) a função horária da velocidade escalar instantânea;
b) a velocidade escalar no instante 2 s;
c) a função horária da aceleração escalar instantânea;
d) a aceleração escalar no instante 2 s.

Resolução:
a) Nos instantes genéricos **t** e t', com t' maior que **t**, temos os espaços **s** e s', respectivamente:

$$s = 5t^3 - 6t \quad \text{e} \quad s' = 5t'^3 - 6t'$$

Então:

$$v_m = \frac{s' - s}{t' - t} = \frac{(5t'^3 - 6t') - (5t^3 - 6t)}{t' - t}$$

$$v_m = \frac{5(t'^3 - t^3) - 6(t' - t)}{t' - t} = \frac{5(t' - t)(t'^2 + t't + t^2) - 6(t' - t)}{t' - t}$$

$$v_m = 5(t'^2 + t'\,t + t^2) - 6$$

Fazendo t' tender a **t**, obtemos:

$$v = 5(t^2 + t\,t + t^2) - 6 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = 15t^2 - 6} \text{ (SI)}$$

b) Para t = 2 s:

$$v = 15 \cdot 2^2 - 6 \Rightarrow \boxed{v = 54 \text{ m/s}}$$

c) Nos instantes genéricos **t** e t', com t' maior que **t**, temos as velocidades escalares **v** e v', respectivamente:

$$v = 15t^2 - 6 \text{ e } v' = 15t'^2 - 6$$

Então:

$$\alpha_m = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{(15t'^2 - 6) - (15t^2 - 6)}{t' - t}$$

$$\alpha_m = \frac{15(t'^2 - t^2)}{t' - t} = \frac{15(t' + t)(t' - t)}{t' - t} = 15(t' + t)$$

Fazendo t' tender a **t**, obtemos:

$$\alpha = 15(t + t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 30t} \text{ (SI)}$$

d) Para t = 2 s:

$$\alpha = 30 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 60 \text{ m/s}^2}$$

Nota:
• A obtenção das funções horárias da velocidade e da aceleração escalares instantâneas, a partir da função horária do espaço, seria muito mais simples se fosse conhecida uma operação matemática denominada **derivada**. Por isso, para esse caso particular, vamos apresentá-la sem, entretanto, demonstrar o resultado.

Seja **f** uma função do tempo **t**. O limite de $\frac{\Delta f}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero, chama-se **derivada** de **f** em relação ao tempo e é simbolizado por $\frac{df}{dt}$.

Assim, temos:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{df}{dt}$$

Se **f** for função do tipo $f(t) = a\,t^n$, com **a** e **n** constantes, a derivada de **f** em relação a **t** será:

$$\frac{df}{dt} = a\,n\,t^{n-1}$$

Lembrando as definições da velocidade escalar instantânea e da aceleração escalar instantânea, podemos escrever:

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{dv}{dt}$$

Vamos resolver novamente os itens **a** e **c** do exercício 75 de modo muito mais prático, por meio da derivada:

$$s = 5t^3 - 6t^1 \text{ (SI)}$$

a) $v = \dfrac{ds}{dt} = 5 \cdot 3 \cdot t^{3-1} - 6 \cdot 1 \cdot t^{1-1} \Rightarrow v = 15t^2 - 6t^0 = 15t^2 - 6$ (SI)

c) $\alpha = \dfrac{dv}{dt} = 15 \cdot 2 \cdot t^{2-1} - 6 \cdot 0 \cdot t^{0-1} \Rightarrow \alpha = 30t$ (SI)

Você pode fazer o mesmo com relação aos exercícios 72, 73 e 75.

75 A velocidade escalar instantânea de um móvel varia com o tempo, conforme a função $v = 5t^2 + 4$, válida no SI. Determine:
a) a função horária da aceleração escalar instantânea;
b) a aceleração escalar no instante 4 s.

Resolução:
a) No instante **t** : $v = 5t^2 + 4$
No instante **t'**: $v' = 5t'^2 + 4$

$$\alpha_m = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{5t'^2 + 4 - 5t^2 - 4}{t' - t} = \frac{5(t' + t)(t' - t)}{t' - t}$$

$$\alpha_m = 5(t' + t)$$

$$\alpha = \lim_{t' \to t} \alpha_m = 5(t + t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = 10\,t} \text{ (SI)}$$

b) Em t = 4 s, temos: $\alpha = 10 \cdot 4$

$$\boxed{\alpha = 40 \text{ m/s}^2}$$

Respostas: a) $\alpha = 10$ t; b) 40 m/s²

Tópico 2

1 **E.R.** Dada a função horária $s = 10 + 3t$, válida no SI, isto é, com **s** em metros e **t** em segundos, determine:
a) se o movimento é uniforme ou variado;
b) o espaço inicial, a velocidade escalar e o sentido do movimento em relação à trajetória;
c) o espaço em $t = 5$ s e o instante em que $s = 31$ m.

Resolução:
a) O movimento é uniforme, porque a função horária $s = 10 + 3t$ é do primeiro grau em **t**.
b) Temos: $s = 10 + 3t$ (SI)
e
$s = s_0 + v\,t$
Confrontando essas duas expressões termo a termo, vem:
$\boxed{s_0 = 10 \text{ m}}$ (Espaço inicial)
$\boxed{v = 3 \text{ m/s}}$ (Velocidade escalar)
O sentido do movimento é o mesmo da trajetória, pois a velocidade escalar é positiva (movimento progressivo).
c) Para $t = 5$ s, obtemos:
$$s = 10 + 3(5) \Rightarrow \boxed{s = 25 \text{ m}}$$
Para $s = 31$ m, vem:
$$31 = 10 + 3t \Rightarrow 3t = 21 \Rightarrow \boxed{t = 7 \text{ s}}$$

2 Nas seguintes funções horárias do espaço, identifique o espaço inicial $\mathbf{s_0}$ e a velocidade escalar **v**:
a) $s = 20 + 4t$ (SI);
b) $s = 15 - 3t$ (cm; s);
c) $s = 12t$ (km; h).

Resolução:
$s = s_0 + vt$
a) $s = 20 + 4\,t \Rightarrow \boxed{s_0 = 20 \text{ m}}$ e $\boxed{v = 4 \text{ m/s}}$
b) $s = 15 + (-3t) \Rightarrow \boxed{s_0 = 15 \text{ cm}}$ e $\boxed{v = -3 \text{ cm/s}}$
c) $s = 0 + 12t \Rightarrow \boxed{s_0 = 0}$ e $\boxed{v = 12 \text{ km/h}}$

Respostas: a) $s_0 = 20$m; $v = 4$ m/s; b) $s_0 = 15$ cm; $v = -3$ cm/s; c) $s_0 = 0$; $v = 12$ km/h

3 As tabelas a seguir fornecem informações referentes a movimentos uniformes. Determine, em cada caso, a velocidade escalar e os valores de **x** e **y**.

a)

s (m)	4	12	20	x	84
t (s)	0	1	2	7	y

b)

v (m/s)	15	15	x	15	y
t (s)	0	2	4	6	8

c)

s (m)	20	16	x	8	0
t (s)	0	2	4	6	y

Resolução:
a) $\left.\begin{array}{l} s_0 = 4 \text{ m} \\ \boxed{v = 8 \text{ m/s}} \end{array}\right\} \Rightarrow s = 4 + 8t \Rightarrow$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} t = 7s: \; x = 4 + 8 \cdot 7 \Rightarrow \boxed{x = 60 \text{ m}} \\ s = 84 \text{ m} \Rightarrow 84 = 4 + 8y \Rightarrow \boxed{y = 10 \text{ s}} \end{array}\right.$

b) $\boxed{v = 15 \text{ m/s}}$ $\boxed{x = 15 \text{ m/s}}$ $\boxed{y = 15 \text{ m/s}}$

c) $v = \dfrac{16 - 20}{2 - 0} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} s_0 = 20 \text{ m} \\ \boxed{v = -2 \text{ m/s}} \end{array}\right\} \Rightarrow s = 20 - 2t \Rightarrow$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} t = 4s: \; x = 20 - 2 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{x = 12 \text{ m}} \\ s = 0: \; 0 = 20 - 2y \Rightarrow \boxed{y = 10 \text{ s}} \end{array}\right.$

Respostas: a) 8 m/s; x = 60 m, y = 10 s;
b) 15 m/s, x = 15 m/s; y = 15 m/s;
c) –2 m/s; x = 12 m, y = 10 s

4 (UFPE) Um caminhão se desloca com velocidade constante de 144 km/h. Suponha que o motorista cochile durante 1,0 s. Qual o espaço, em metros, percorrido pelo caminhão nesse intervalo de tempo se ele não colidir com algum obstáculo?

Resolução:
• 144 km/h = 40 m/s
• $\Delta s = v\,t = 40 \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 40 \text{ m}}$

Resposta: 40 m

5 (UFRGS-RS) A tabela registra dados da posição **x** em função do tempo **t**, referentes ao movimento retilíneo uniforme de um móvel. Qual é a velocidade desse móvel?

t (s)	**x** (m)
0	0
2	6
5	15
9	27

Resolução:
De 0 a 2 s, por exemplo, temos:
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{2 - 0} \Rightarrow \boxed{v = 3 \text{ m/s}}$$

Resposta: 3 m/s

6 **E.R.** Um sinal luminoso é emitido da Terra, no instante $t_0 = 0$, dirigindo-se para a Lua, onde sofre reflexão num espelho, lá colocado por uma das missões Apolo, e retorna à Terra no instante **t**. Considerando igual a $3{,}84 \cdot 10^5$ km a distância da Terra à Lua e sendo de $3{,}00 \cdot 10^5$ km/s a velocidade de propagação da luz nessa viagem, calcule **t**.

Resolução:
Na ida da luz da Terra até a Lua, temos:

$\Delta s = 3{,}84 \cdot 10^5$ km $= 3{,}84 \cdot 10^8$ m

$v = 3{,}00 \cdot 10^5$ km/s $= 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, vem: $\Delta t = \dfrac{\Delta s}{v} = \dfrac{3{,}84 \cdot 10^8}{3{,}00 \cdot 10^8} \Rightarrow \Delta t = 1{,}28$ s

Na volta da luz, decorre o mesmo tempo. Assim:

$$t = 2\Delta t \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = 2{,}56 \text{ s}}$$

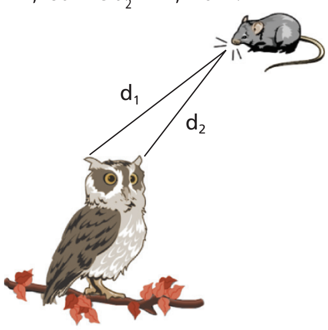
7 Na procura de cardumes, um pescador usa o **sonar** de seu barco, que emite um sinal de ultrassom. Esse sinal propaga-se pela água, incide em um cardume, onde sofre reflexão, retornando ao barco 0,30 s após a emissão. A que profundidade está o cardume, sabendo que a velocidade do ultrassom na água é igual a 1 480 m/s?

Resolução:
Na ida do sinal até o cardume:

$\Delta s = v\,t = 1480 \cdot 0{,}15 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta s = 222 \text{ m}}$

Resposta: 222 m

8 (UFRJ) A coruja é um animal de hábitos noturnos que precisa comer vários ratos por noite.
Um dos dados utilizados pelo cérebro da coruja para localizar um rato com precisão é o intervalo de tempo entre a chegada de um som emitido pelo rato a um dos ouvidos e a chegada desse mesmo som ao outro ouvido.
Imagine uma coruja e um rato, ambos em repouso; em dado instante, o rato emite um chiado. As distâncias da boca do rato aos ouvidos da coruja valem $d_1 = 12{,}780$ m e $d_2 = 12{,}746$ m.



Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, calcule o intervalo de tempo entre a chegada do chiado aos dois ouvidos.

Resolução:
O intervalo de tempo pedido é o tempo para o som percorrer a diferença entre d_1 e d_2 ($\Delta d = 0{,}034$ m):

$\Delta d = v\,t \;\Rightarrow\; t = \dfrac{\Delta d}{v} = \dfrac{0{,}034}{340} \;\Rightarrow\; t = 100 \cdot 10^{-6}/\text{s} \;\Rightarrow\; \boxed{t = 100\ \mu\text{s}}$

Resposta: 100 μs

9 A velocidade de propagação da luz no vácuo é cerca de 300 000 km/s. Um ano-luz é a distância percorrida pela luz, no vácuo, durante um ano terrestre.

a) Um ano-luz corresponde a quantos quilômetros? (Considere 1 ano = 365 dias e apresente o resultado em notação científica, com duas casas decimais.)
b) No dia 24 de fevereiro de 1987, foi descoberta uma supernova (explosão estelar) pelo astrônomo canadense Ian Shelton, da Universidade de Toronto. Ela foi localizada na Grande Nuvem de Magalhães, visível apenas no hemisfério Sul. Segundo as notícias veiculadas pela imprensa, a distância da Terra até essa supernova é de aproximadamente 170 mil anos-luz. Há quanto tempo aconteceu a explosão que estamos vendo hoje?

Nota:
- Escrever um número em notação científica significa colocá-lo na forma A, BC... $\cdot 10^n$, em que **A** é um algarismo diferente de zero e **n** é um expoente adequado.

  Exemplos: $931 = 9{,}31 \cdot 10^2$; $0{,}048 = 4{,}8 \cdot 10^{-2}$.

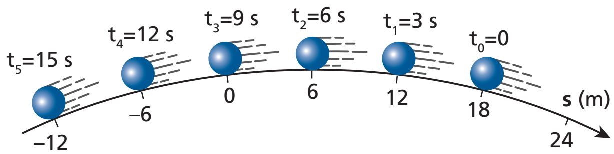
Resolução:
a) • 1 ano = 365 dias = 365 · 24 h = 365 · 24 · 3 600 s
• $\Delta s = v\,t \;\Rightarrow\;$ 1 ano-luz = 300 000 km/s · (365 · 24 · 3 600 s)

$\boxed{1 \text{ ano-luz} = 9{,}46 \cdot 10^{12} \text{ km}}$

b) Há 170 mil anos.

Respostas: a) $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km; b) Há 170 000 anos.

10 Estabeleça a função horária do espaço correspondente ao movimento uniforme que ocorre na trajetória a seguir:

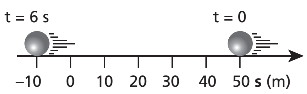


Resolução:
• $s_0 = 18$ m
• $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{12 - 18}{3 - 0} \;\Rightarrow\; v = -2$ m/s
• $s = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; \boxed{s = 10 - 2t}$ (SI)

Resposta: s = 10 – 2t (SI)

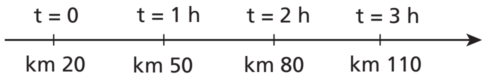
11 A função horária dos espaços de um móvel é s = 50 – 10t no SI.
a) Determine o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.
b) Supondo que a trajetória seja retilínea, esboce-a, mostrando as posições do móvel nos instantes 0 e 6 s.

Resolução:
a) $s = 0 : 0 = 50 - 10t \;\Rightarrow\; \boxed{t = 5 \text{ s}}$
b) $t = 0 : s_0 = 50$ m
$t = 6$ s $: s = 50 - 10 \cdot 6 \;\Rightarrow\; s = -10$ m



Respostas: a) 5 s;
b)


12 (Ufac) Um automóvel se desloca em uma estrada retilínea com velocidade constante. A figura mostra as suas posições, anotadas com intervalos de 1 h, contados a partir do quilômetro 20, onde se adotou o instante t = 0:



Com o espaço **s** em quilômetros e o tempo **t** em horas, escreva a função horária do espaço para esse movimento.

Resolução:
- $s_0 = 20$ km
- $v = 30$ km/h
- $s = s_0 + vt$

$\boxed{s = 20 + 30t}$

Resposta: $s = 20 + 30t$

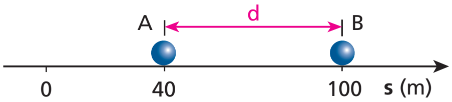
13 E.R. As funções horárias do espaço de duas partículas, **A** e **B**, que se movem numa mesma reta orientada, são dadas, no SI, por:

$$s_A = 4t \quad e \quad s_B = 120 - 2t$$

A origem dos espaços é a mesma para o estudo dos dois movimentos, o mesmo ocorrendo com a origem dos tempos.
Determine:
a) a distância que separa as partículas no instante t = 10 s;
b) o instante em que essas partículas se encontram;
c) a posição em que se dá o encontro.

Resolução:
a) Em t = 10 s, temos:

$$s_A = 4(10) \Rightarrow s_A = 40 \text{ m}$$
$$s_B = 120 - 2(10) \Rightarrow s_B = 100 \text{ m}$$



Assim, a distância entre as partículas é:

$$d = 100 - 40 \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = 60 \text{ m}}$$

b) No instante em que essas partículas se encontram, (t_e), seus espaços são iguais. Então, podemos escrever:

$$4t_e = 120 - 2t_e \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_e = 20 \text{ s}}$$

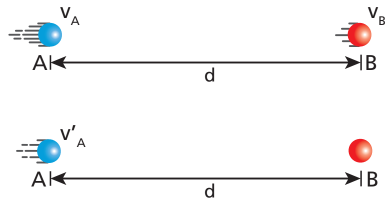
c) A posição em que se dá o encontro é dada pelo espaço correspondente:

$$s_A = 4t_e = 4(20) \Rightarrow s_A = 80 \text{ m}$$

$$\boxed{s_A = s_B = 80 \text{ m}}$$

Nota:
- Considere duas partículas, **A** e **B**, movendo-se numa mesma trajetória, com velocidades escalares constantes v_A e v_B, medidas em relação ao solo. Seja **d** a "distância" que as separa no instante $t_0 = 0$. A determinação do **instante de encontro** (t_e) entre elas pode ser feita de um modo bem mais simples, adotando-se como referencial **uma das partículas**. Com isso, a velocidade dessa partícula torna-se igual a zero (ela "para") e a velocidade da outra terá módulo igual à diferença entre os módulos de v_A e v_B, quando elas se moverem no mesmo sentido, e módulo igual à soma dos módulos de v_A e v_B, quando se moverem em sentidos opostos. Veja os seguintes esquemas:

- **A e B movem-se no mesmo sentido**

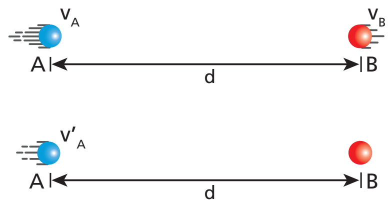


(Referencial em **B**)

Lembrando que $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, calculamos t_e fazendo:

$$|v'_A| = \frac{d}{t_e}, \text{ em que } |v'_A| = |v_A| - |v_B|$$

- **A e B movem-se em sentidos opostos**



(Referencial em **B**)

Como $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, calculamos t_e fazendo:

$$|v'_A| = \frac{d}{t_e}, \text{ em que } |v'_A| = |v_A| + |v_B|$$

Agora, usando esse recurso, calcule t_e no exercício 13.

14 A figura a seguir mostra dois móveis pontuais **A** e **B** em movimento uniforme, com velocidades escalares de módulos respectivamente iguais a 11 m/s e 4 m/s. A situação representada na figura corresponde ao instante $t_0 = 0$.

Determine:
a) as funções horárias do espaço para os movimentos de **A** e de **B**;
b) o instante em que **A** e **B** se encontram;
c) os espaços de **A** e de **B** no instante do encontro.

Resolução:

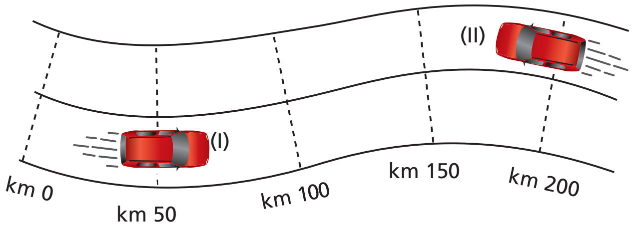
a) $s = s_0 + v\,t \begin{cases} \boxed{s_A = 20 + 11\,t} \text{ (SI)} \\ \boxed{s_B = 90 + 4\,t} \text{ (SI)} \end{cases}$

b) $s_A = s_B \quad \Rightarrow \quad 20 + 11t_e = 90 + 4t_e \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_e = 10 \text{ s}}$

c) $s_A = 20 + 11 \cdot 10 \quad \Rightarrow \quad \boxed{s_A = s_B = 130 \text{ m}}$

Respostas: a) $s_A = 20 + 11t$ (SI), $s_B = 90 + 4\,t$ (SI); b) 10 s; c) $s_A = s_B = 130$ m

15 A figura a seguir mostra as posições de dois automóveis (**I** e **II**) na data $t_0 = 0$:



Nesse instante ($t_0 = 0$), as velocidades escalares de **I** e de **II** têm módulos respectivamente iguais a 60 km/h e 90 km/h. Supondo que os dois veículos mantenham suas velocidades escalares constantes, determine:

a) o instante em que se cruzarão;

b) a posição em que ocorrerá o cruzamento.

Resolução:

a) $s = s_0 + v\,t \quad \begin{cases} \boxed{s_I = 50 + 60\,t} \\ \boxed{s_{II} = 200 - 90\,t} \end{cases}$

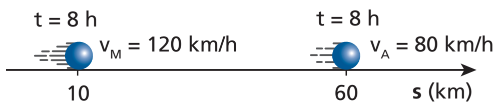
$s_I = s_{II} \Rightarrow 50 + 60t_e = 200 - 90t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 1\text{ h}}$

b) $s_I = 50 + 60 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{s_I = s_{II} = 110\text{ km}}$

Respostas: a) 1 h; b) km 110

16 Às oito horas da manhã, uma motocicleta está passando pelo km 10 de uma rodovia, a 120 km/h, e um automóvel está passando pelo km 60 da mesma rodovia a 80 km/h. Sabendo-se que os dois veículos viajam no mesmo sentido e supondo que suas velocidades escalares sejam constantes, determine o horário em que a moto irá alcançar o automóvel.

Resolução:



• Em relação a um referencial no automóvel, $v'_M = 40$ km/h:

$v'_M = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v'_M} = \frac{50}{40} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{4}\text{ h} = 1\text{ h }15\text{ min}$

Portanto:

$t_e = 8\text{ h} + 1\text{ h }15\text{ min} \Rightarrow \boxed{t_e = 9\text{ h }15\text{ min}}$

Resposta: 9 h 15 min

17 Uma raposa encontra-se a 100 m de um coelho, perseguindo-o. Sabendo que as velocidades da raposa e do coelho valem, respectivamente, 72 km/h e 54 km/h, responda: quanto tempo dura essa bem-sucedida perseguição?

Resolução:

• 72 km/h = 20 m/s e 54 km/h = 15 m/s

• Em relação a um referencial no coelho, $v'_r = 5$ m/s:

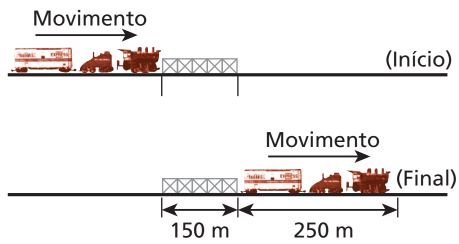
$\Delta s = v'_r t \Rightarrow 100 = 5t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 20\text{ s}}$

Resposta: 20 s

18 E.R. Calcule o tempo que um trem de 250 m de comprimento, viajando a 72 km/h, demora para atravessar completamente uma ponte de 150 metros de extensão.

Resolução:

As figuras a seguir mostram o trem no início e no final da travessia:



Então, durante a travessia, o trem percorre 400 m com velocidade escalar igual a 72 km/h, que equivale a 20 m/s. Assim:

$$\Delta s = v\,t$$

$$400 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 20\text{ s}}$$

19 Um trem de 200 m de comprimento move-se com velocidade escalar constante de 72 km/h. Calcule o tempo decorrido para esse trem passar completamente:

a) por uma pessoa parada à beira da ferrovia;

b) por um túnel de 100 m de extensão.

Resolução:

a) $\Delta s = v\,t \Rightarrow 200 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 10\text{ s}}$

b) $\Delta s = v\,t \Rightarrow 300 = 20\,t \Rightarrow \boxed{t = 15\text{ s}}$

Respostas: a) 10 s; b) 15 s

20 O maquinista de um trem de 400 m de comprimento mede o tempo para o trem atravessar completamente um túnel, obtendo 15 segundos. O maquinista sabe também que o trem se manteve em movimento uniforme, a 40 m/s. Qual o comprimento do túnel?

Resolução:

$\Delta s = v\,t \Rightarrow 400 + x = 40 \cdot 15 \Rightarrow \boxed{x = 200\text{ m}}$

Resposta: 200 m

21 (Uespi) Um passageiro perdeu um ônibus que saiu da rodoviária há 5,0 min e pegou um táxi para alcançá-lo.

O ônibus e o táxi descrevem a mesma trajetória e seus movimentos são uniformes.

A velocidade escalar do ônibus é de 60 km/h e a do táxi é de 90 km/h.

O intervalo de tempo necessário ao táxi para alcançar o ônibus é de:

a) 5,0 min.

b) 10 min.

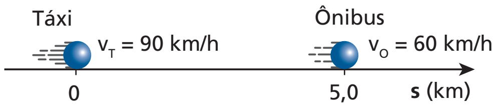
c) 15 min.

d) 20 min.

e) 25 min.

Resolução:

Nos 5,0 min ($\frac{1}{12}$ h), o ônibus já havia percorrido $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{12}\text{ h} = 5{,}0$ km.



$$\left.\begin{aligned} s_T &= 90\,t \\ s_O &= 5{,}0 + 60t \end{aligned}\right\} \Rightarrow 90t_e = 5{,}0 + 60t_e \Rightarrow t_e = \frac{1}{6}\ \text{h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t_e = 10\ \text{min}}$$

Resposta: b

22 (Fuvest-SP) Um automóvel e um ônibus trafegam em uma estrada plana, mantendo velocidades constantes em torno de 100 km/h e 75 km/h, respectivamente. Os dois veículos passam lado a lado em um posto de pedágio. Quarenta minutos ($\frac{2}{3}$ de hora) depois, nessa mesma estrada, o motorista do ônibus vê o automóvel ultrapassá-lo. Ele supõe, então, que o automóvel deva ter realizado, nesse período, uma parada com duração aproximada de:

a) 4 minutos.
b) 7 minutos.
c) 10 minutos.
d) 15 minutos.
e) 25 minutos.

Resolução:
Entre os dois encontros:
- o ônibus percorreu:
  $\Delta s = v_1\,\Delta t_1 = 75 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta s = 50\ \text{km}$
- se não tivesse parado, o automóvel teria gastado um tempo Δt_2:
  $\Delta t_2 = \frac{\Delta s}{v_2} = \frac{50}{100} \Rightarrow \Delta t_2 = 0{,}5\ \text{h} = 30\ \text{min}$
- como se passaram 40 min, o automóvel gastou 10 min por causa da parada.

Resposta: c

23 As informações seguintes são resultados de testes feitos com um determinado automóvel:

Consumo em velocidades constantes		
Velocidade (km/h)	**Consumo** (km/L)	**Marcha usada**
40	14,44	5ª
60	13,12	5ª
80	10,84	5ª
100	8,63	5ª
120	7,33	5ª
40	12,83	4ª

Velocidade (km/h)	**Distância necessária para a freagem** (m)
40	8,40
60	18,70
80	32,30
100	50,15
120	70,60
60	44,80 (Freio de estacionamento ou freio de mão)

Suponha que esse automóvel percorra 90 km, com velocidade escalar constante, nas mesmas condições dos testes.

a) Quanto tempo gasta a 120 km/h?
b) Quanto tempo gasta a 100 km/h?
c) Qual é o volume de combustível consumido nos itens **a** e **b**?
d) Se o carro tivesse de frear repentinamente, quais seriam as distâncias necessárias correspondentes aos itens **a** e **b**?

Nota:
- As distâncias necessárias para a freagem parecem grandes demais porque os testes são feitos considerando o motorista em **pânico**: ele pisa no freio e na embreagem ao mesmo tempo.

Resolução:

a) $\Delta s = v\,t \Rightarrow 90 = 120t \Rightarrow t = \frac{3}{4}\ \text{h} \Rightarrow \boxed{t = 45\ \text{min}}$

b) $\Delta s = v\,t \Rightarrow 90 = 100t \Rightarrow t = \frac{9}{10}\ \text{h} \Rightarrow \boxed{t = 54\ \text{min}}$

c) **A 120 km/h:** $\frac{7{,}33\ \text{km}}{1\ \text{L}} = \frac{90\ \text{km}}{x} \Rightarrow \boxed{x = 12{,}3\ \text{L}}$

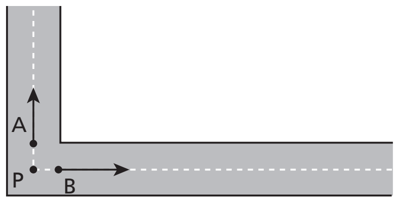
A 100 km/h: $\frac{8{,}63\ \text{km}}{1\ \text{L}} = \frac{90\ \text{km}}{y} \Rightarrow \boxed{y = 10{,}4\ \text{L}}$

d) **A 120 km/h:** $\boxed{70{,}60\ \text{m}}$

A 100 km/h: $\boxed{50{,}15\ \text{m}}$

Respostas: a) 45 min; b) 54 min; c) A 120 km/h: 12,3 L; a 100 km/h: 10,4 L; d) A 120 km/h: 70,60 m; a 100 km/h: 50,15 m

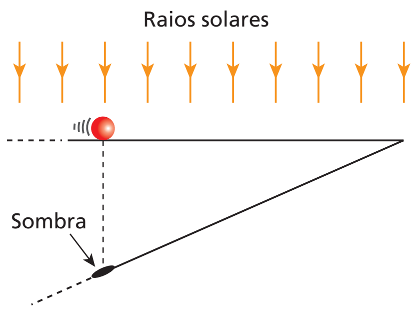
24 No instante $t_0 = 0$, duas partículas, **A** e **B**, passam pelo mesmo ponto **P**, seguindo trajetórias perpendiculares, com velocidades constantes e iguais, respectivamente, a 6 m/s e 8 m/s. Em que instante a distância entre elas será de 40 m?



Resolução:
$\Delta s_A^2 + \Delta s_B^2 = 40^2$
$(6t)^2 + (8t)^2 = 40^2 \Rightarrow 100t^2 = 1\,600 \Rightarrow \boxed{t = 4\ \text{s}}$

Resposta: 4 s

25 (Vunesp-SP) Uma bola desloca-se em trajetória retilínea, com velocidade constante, sobre um plano horizontal transparente. Com o Sol a pino, a sombra da bola é projetada verticalmente sobre um plano inclinado, como mostra a figura.

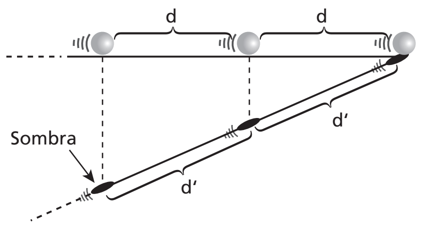


Nessas condições, a sombra desloca-se sobre o plano inclinado em:

a) movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo igual ao da velocidade da bola.
b) movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo menor que o da velocidade da bola.
c) movimento retilíneo uniforme, com velocidade de módulo maior que o da velocidade da bola.
d) movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade de módulo crescente.
e) movimento retilíneo uniformemente variado, com velocidade de módulo decrescente.

Resolução:

Em iguais intervalos de tempo, os deslocamentos da bola (**d**) são iguais, e os da sombra (**d'**) também. Entretanto, **d'** é maior que **d**:



Portanto, o movimento da sombra é retilíneo e uniforme, porém mais rápido que o da bola.

Resposta: c

26 O movimento de um carro que viaja a 100 km/h ao longo de uma estrada retilínea é observado por meio de um radar. Na tela do aparelho, o carro é caracterizado por um ponto que se desloca 36 cm enquanto o carro percorre 5,0 km. Qual a velocidade do ponto na tela do radar?

Resolução:

Num mesmo intervalo de tempo Δt, o carro percorre $\Delta s_c = 5{,}0$ km com velocidade $v_c = 100$ km/h e o ponto na tela do radar percorre $\Delta s_p = 36$ cm com velocidade v_p.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \frac{\Delta s_c}{v_c} = \frac{\Delta s_p}{v_p}$$

$$\frac{5{,}0 \text{ km}}{100 \text{ km/h}} = \frac{36 \cdot 10^{-5} \text{ km}}{v_p}$$

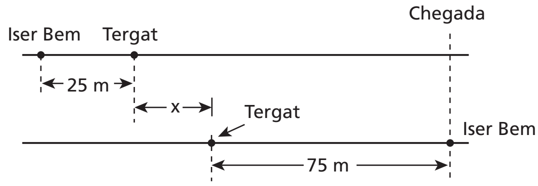
$$v_p = 7{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ km/h} = 2{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

$$\boxed{v_p = 2{,}0 \text{ mm/s}}$$

Resposta: 2,0 mm/s

27 Em determinado instante da empolgante final da Corrida de São Silvestre, realizada em 31 de dezembro de 1997, o paranaense Emerson Iser Bem estava 25 m atrás do favorito, o queniano Paul Tergat, quando, numa reação espetacular, imprimiu uma velocidade escalar constante de 7,7 m/s, ultrapassando Tergat e vencendo a prova com uma vantagem de 75 m. Admitindo que a velocidade escalar de Tergat se manteve constante e igual a 5,2 m/s, calcule o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que Iser Bem reagiu, imprimindo a velocidade escalar de 7,7 m/s, até o instante em que cruzou a linha de chegada.

Resolução:



Enquanto Tergat percorreu **x**, Iser Bem percorreu x + 100:

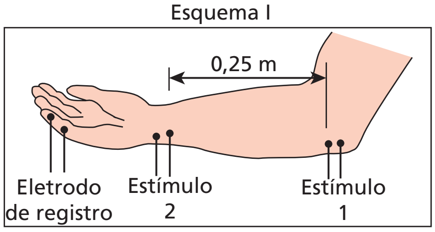
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \begin{cases} \text{Para Tergat:} \\ 5{,}2 = \dfrac{x}{\Delta t} \\ \text{Para Iser Bem:} \\ 7{,}7 = \dfrac{x + 100}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 40 \text{ s}}$$

Resposta: 40 s

28 (Uerj) A velocidade com que os nervos do braço transmitem impulsos elétricos pode ser medida, empregando-se eletrodos adequados, por meio da estimulação de diferentes pontos do braço e do registro das respostas a esses estímulos.

O esquema I, abaixo, ilustra uma forma de medir a velocidade de um impulso elétrico em um nervo motor, na qual o intervalo de tempo entre as respostas aos estímulos 1 e 2, aplicados simultaneamente, é igual a $4{,}0 \cdot 10^{-3}$s.

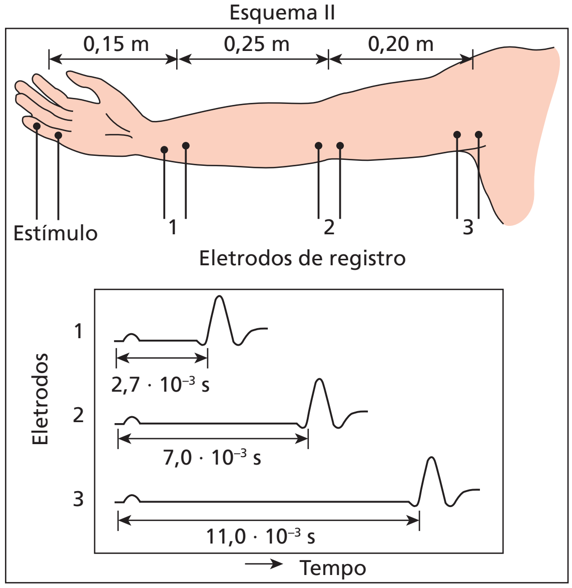
Esquema I



(**Adaptado de:** CAMERON, J. R. *et alii. Physics of the Body*. Madison: Medical Physics Publishing, 1999.)

O esquema II, a seguir, ilustra uma forma de medir a velocidade de um impulso elétrico em um nervo sensorial.

Esquema II



(**Adaptado de:** CAMERON, J. R. *et alii. Physics of the Body*. Madison: Medical Physics Publishing, 1999.)

Determine o módulo da velocidade de propagação do impulso elétrico:
a) no nervo motor, em km/h;
b) no nervo sensorial, em m/s, entre os eletrodos 2 e 3.

Resolução:

a) $\Delta s = v\,t$

$0{,}25 = v \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3} \Rightarrow v = 62{,}5 \text{ m/s}$

$\boxed{v = 225 \text{ km/h}}$

b) Entre os eletrodos de registro 2 e 3, temos:

$\Delta s = 0{,}20 \text{ m}$

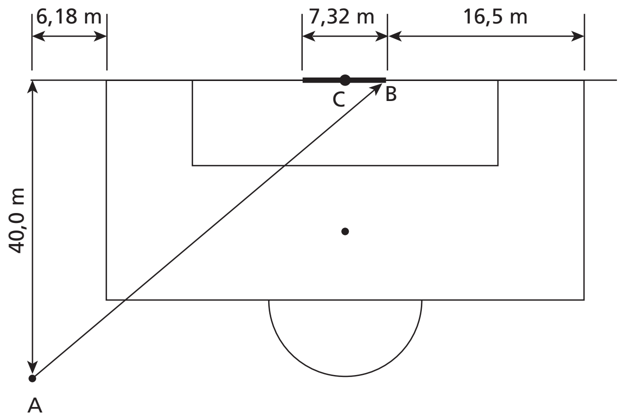
$\Delta t = 11{,}0 \cdot 10^{-3} - 7{,}0 \cdot 10^{-3}\text{s} = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\text{s}$

$\Delta s = v\,t \Rightarrow 0{,}20 = v \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-3}$

$\boxed{v = 50 \text{ m/s}}$

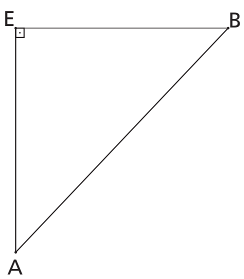
Respostas: a) 225 km/h; b) 50 m/s

29 (UFPR) Em uma partida de futebol, durante um lance normal, um jogador localizado no ponto **A** chuta uma bola rasteira com velocidade de 90 km/h em direção a um canto inferior da trave, conforme ilustrado na figura abaixo, que não está representada em escala. Suponha que a bola se desloque em linha reta e com velocidade constante.
a) Calcule o tempo necessário, em segundos, para a bola atingir o ponto **B**.
b) Supondo que o goleiro esteja com as mãos próximas ao corpo e que, no instante do chute, ele esteja parado no centro da linha de gol (ponto **C**), calcule a velocidade média que suas mãos devem atingir, ao saltar em direção ao ponto **B**, de modo a desviar a bola para que não seja marcado o gol. Expresse a velocidade em km/h.



Resolução:

a)



• AE = 40,0 m
EB = 6,18 m + 16,5 m + 7,32 m = 30,0 m
AB = 50,0 m

• $\Delta s = v\,t$ 90 km/h = 25 m/s

$50{,}0 = 25\,t$

$\boxed{t = 2{,}0 \text{ s}}$

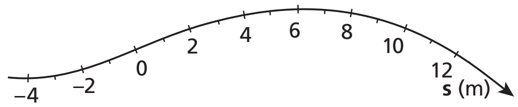
b) $v_M = \dfrac{CB}{\Delta t} = \dfrac{3{,}66}{2{,}0} \Rightarrow \boxed{v_M \simeq 6{,}6 \text{ km/h}}$

Respostas: a) 2,0 s; b) 6,6 km/h

30 É dada a seguinte função horária do movimento uniforme de uma partícula:

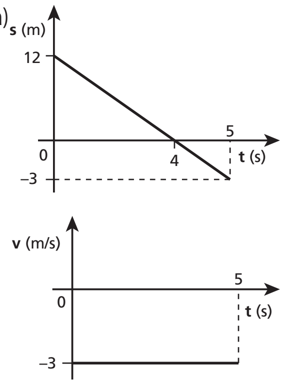
$$s = 12 - 3t$$

com **s** em metros e **t** em segundos.
a) Represente graficamente o espaço e a velocidade escalar em função do tempo no intervalo de tempo de 0 a 5 s.
b) Suponha que a trajetória da partícula seja a seguinte:

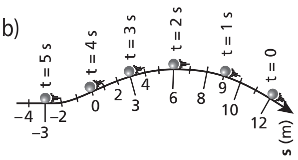


Copie essa trajetória, indicando a posição da partícula nos instantes 0, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s e 5 s.

Respostas: a)

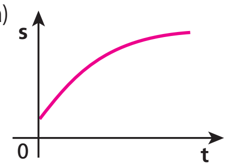


b)

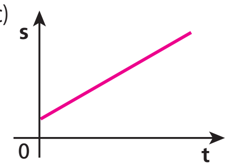


31 E.R. Para cada um dos gráficos seguintes, do espaço **s** em função do tempo **t**, verifique se o movimento é uniforme, acelerado ou retardado:

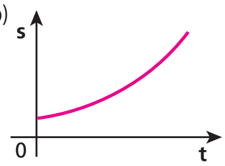
a)



c)

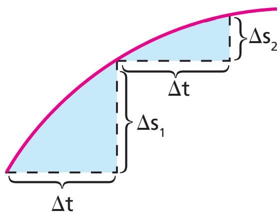


b)



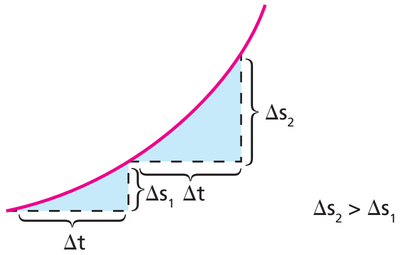
Resolução:

a) O movimento é **retardado**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs são cada vez menores: o módulo da velocidade escalar diminui com o passar do tempo.



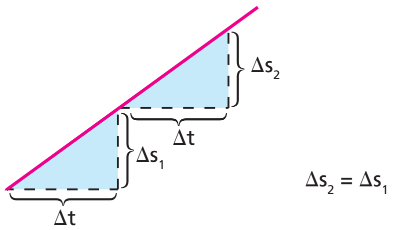
$\Delta s_2 < \Delta s_1$

b) O movimento é **acelerado**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs são cada vez maiores: o módulo da velocidade escalar aumenta com o passar do tempo.



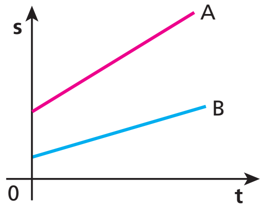
$\Delta s_2 > \Delta s_1$

c) O movimento é **uniforme**, porque, em iguais intervalos de tempo Δt, os deslocamentos Δs também são iguais (e não-nulos): a velocidade escalar é constante e diferente de zero.



$\Delta s_2 = \Delta s_1$

32 Considere os gráficos do espaço (**s**) em função do tempo (**t**) referentes aos movimentos de duas partículas **A** e **B**. As duas movem-se numa mesma trajetória orientada.



a) Compare os espaços iniciais de **A** e de **B**.
b) Compare as velocidades escalares de **A** e de **B**.
c) Em que sentido **A** e **B** se movem em relação à orientação da trajetória?

Resolução:

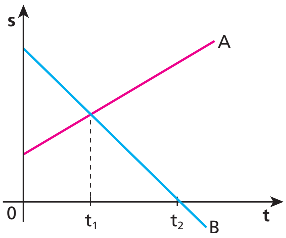
a) Dos gráficos: $\boxed{s_{0_A} > s_{0_B}}$

b) Num mesmo Δt, $\Delta s_A > \Delta s_B$. Então: $\boxed{v_A > v_B}$.

c) Como **s** cresce com **t**, tanto para **A** como para **B**, ambos se movem no sentido da trajetória.

Respostas: a) $s_{0_A} > s_{0_B}$; b) $v_A > v_B$; c) No mesmo sentido em que a trajetória está orientada.

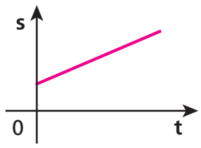
33 Consideremos os gráficos do espaço (**s**) em função do tempo (**t**) para dois corpos **A** e **B** que se movem na mesma trajetória orientada:

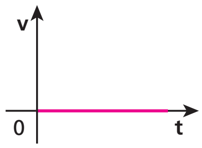


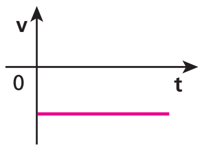
a) Em que sentido se movem **A** e **B** em relação à orientação da trajetória?
b) O que acontece no instante t_1?
c) Qual a posição de **B** no instante t_2?

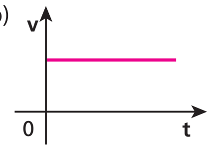
Respostas: a) **A** move-se no sentido da trajetória, enquanto **B** se move em sentido contrário; b) **A** e **B** encontram-se; c) **B** está na origem dos espaços.

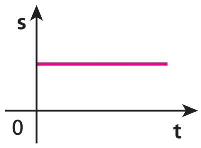
34 A cada gráfico da coluna da esquerda associe um gráfico compatível da coluna da direita (**s** = espaço, **v** = velocidade escalar, **t** = tempo):

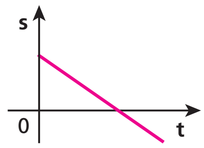
A) 

a) 

B) 

b) 

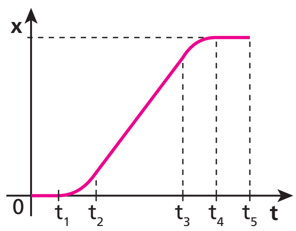
C) 

c) 

Resolução:
Em **A**, **v** constante > 0 $\Rightarrow$ **b**
Em **B**, **v** constante < 0 $\Rightarrow$ **c**
Em **C**, **s** constante $\Rightarrow$ **v** constante = 0 $\Rightarrow$ **a**

Respostas: A – b; B – c; C – a.

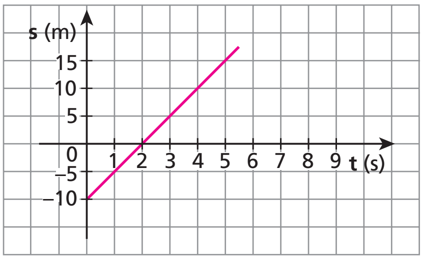
35 (Vunesp-SP) O gráfico na figura representa a posição **x** de um móvel, que se deslocou ao longo de uma linha reta, em função do tempo **t**.



A velocidade do móvel foi constante e diferente de zero durante o intervalo de tempo que vai do instante:
a) 0 ao t_1.
b) t_1 ao t_2.
c) t_2 ao t_3.
d) t_3 ao t_4.
e) t_4 ao t_5.

Resposta: c

36 E.R. O movimento uniforme de uma partícula tem sua função horária representada no diagrama a seguir.



Determine para esse movimento:

a) a forma da trajetória descrita pela partícula;

b) o espaço inicial e a velocidade escalar;

c) a função horária dos espaços.

Resolução:

a) A forma da trajetória descrita pela partícula está **indeterminada**, já que o gráfico do espaço em função do tempo nada informa a esse respeito.

b) O espaço inicial é lido diretamente no gráfico, em $t_0 = 0$:

$$\boxed{s_0 = -10 \text{ m}}$$

Para o cálculo da velocidade escalar (constante), devemos ler, no gráfico, os valores do espaço em dois instantes quaisquer. Por exemplo:

• Em $t_1 = 2$ s $\Rightarrow s_1 = 0$;

• Em $t_2 = 4$ s $\Rightarrow s_2 = 10$ m.

Assim:

$$v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 - 0}{4 - 2} \Rightarrow \boxed{v = 5 \text{ m/s}}$$

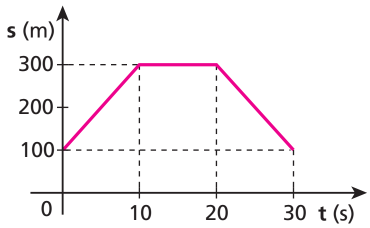
c) A função horária dos espaços num movimento uniforme é do tipo:

$$s = s_0 + v\,t$$

Assim, temos:

$$\boxed{s = -10 + 5t} \quad \text{(SI)}$$

37 É dado o gráfico s × t para o movimento de um ponto material:

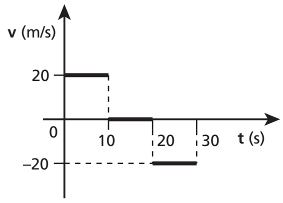


Represente graficamente a velocidade escalar do ponto material no intervalo de 0 a 30 s.

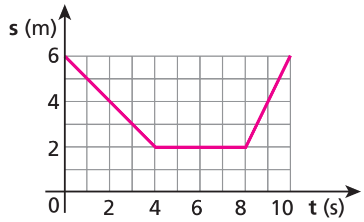
Resolução:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}\begin{cases} \bullet \text{ De 0 a 10 s: } v = \dfrac{300 - 100}{10 - 0} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s (constante)} \\ \bullet \text{ De 10 s a 20 s: } v = \dfrac{300 - 300}{20 - 10} \Rightarrow v = 0 \text{ (constante)} \\ \bullet \text{ De 20 s a 30 s: } v = \dfrac{100 - 300}{30 - 20} \Rightarrow v = -20 \text{ m/s (constante)} \end{cases}$$

Resposta:



38 A posição de um ponto material em função do tempo está representada graficamente a seguir:

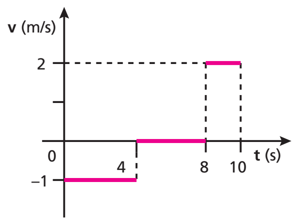


Trace o gráfico da velocidade escalar em função do tempo, de $t_0 = 0$ até $t = 10$ s.

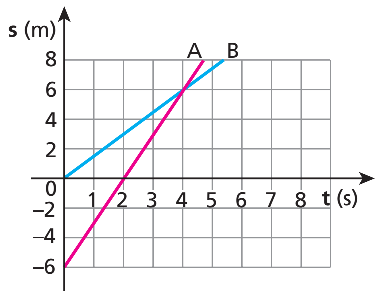
Resolução:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}\begin{cases} \bullet \text{ De 0 a 4 s: } v = \dfrac{2 - 6}{4 - 0} \Rightarrow v = -1 \text{ m/s (constante)} \\ \bullet \text{ De 4 s a 8 s: } v = \dfrac{2 - 2}{8 - 4} \Rightarrow v = 0 \text{ (constante)} \\ \bullet \text{ De 8 s a 10 s: } v = \dfrac{6 - 2}{10 - 8} \Rightarrow v = -2 \text{ m/s (constante)} \end{cases}$$

Resposta:



39 Dois móveis, **A** e **B**, ao percorrerem a mesma trajetória, tiveram seus espaços variando com o tempo, conforme as representações gráficas a seguir:



Determine:

a) as funções horárias dos espaços de **A** e de **B**;

b) o instante e a posição correspondentes ao encontro dos móveis (por leitura direta nos gráficos e usando as funções horárias obtidas).

Resolução:

a) $$\left.\begin{array}{l} s_{0_A} = -6\text{ m} \\ v_A = \dfrac{6-(-6)}{4-0} \Rightarrow v_A = 3\text{ m/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s_A = -6 + 3t} \text{ (SI)}$$

$$\left.\begin{array}{l} s_{0_B} = 0 \\ v_B = \dfrac{6-0}{4-0} \Rightarrow v_B = 1{,}5\text{ m/s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{s_B = 1{,}5\,t} \text{ (SI)}$$

b) • Dos gráficos: $\boxed{t_e = 4\text{ s}}$ e $\boxed{s_A = s_B = 6\text{ m}}$

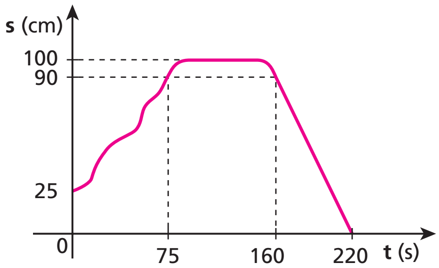
• Das equações:

$$s_A = s_B \Rightarrow -6 + 3t_e = 1{,}5t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 4\text{ s}}$$

$$s_A = -6 + 3 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{s_A = s_B = 6\text{ m}}$$

Respostas: a) $s_A = -6 + 3\,t$ (SI); $s_B = 1{,}5\,t$ (SI); b) 4 s e 6 m

40 Uma formiga move-se sobre uma fita métrica esticada e suas posições são dadas, em função do tempo, pelo gráfico abaixo:



Determine:
a) a distância percorrida pela formiga, de $t_0 = 0$ a $t = 220$ s;
b) a velocidade escalar da formiga no instante $t = 190$ s;
c) a velocidade escalar média da formiga entre $t_0 = 0$ e $t = 160$ s.

Resolução:
a) A formiga percorre 75 cm no sentido da trajetória (de 25 cm a 100 cm), fica em repouso durante algum tempo e, em seguida, percorre 100 cm em sentido oposto ao da trajetória (de 100 cm a 0 cm). Portanto, a distância percorrida de $t_0 = 0$ a $t = 220$ s é:

$$\boxed{d = 175\text{ cm}}$$

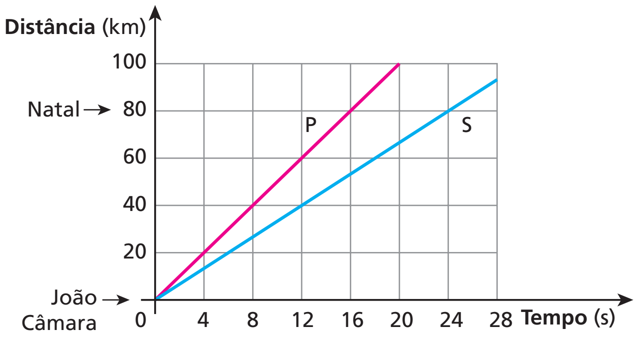
b) De $t = 160$ s até $t = 220$ s, o movimento é uniforme. Assim, a velocidade calculada nesse intervalo vale para todos os instantes dele, inclusive para $t = 190$ s:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0-90}{220-160} \Rightarrow \boxed{v = -1{,}5\text{ cm/s}}$$

c) $$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{90-25}{160-0} \Rightarrow \boxed{v_m = 0{,}41\text{ cm/s}}$$

Respostas: a) 175 cm; b) –1,5 cm/s; c) 0,41 cm/s

41 (UFRN) A cidade de João Câmara, a 80 km de Natal, no Rio Grande do Norte (RN), tem sido o epicentro (ponto da superfície terrestre atingido em primeiro lugar, e com mais intensidade, pelas ondas sísmicas) de alguns terremotos ocorridos nesse estado. O departamento de Física da UFRN tem um grupo de pesquisadores que trabalham na área de sismologia utilizando um sismógrafo instalado nas suas dependências para detecção de terremotos. Num terremoto, em geral, duas ondas, denominadas de primária (**P**) e secundária (**S**), percorrem o interior da Terra com velocidades diferentes.
Admita que as informações contidas no gráfico abaixo sejam referentes a um dos terremotos ocorridos no Rio Grande do Norte. Considere ainda que a origem dos eixos da figura seja coincidente com a posição da cidade de João Câmara.



Dados referentes às ondas **P** e **S**, associados a um terremoto ocorrido no Rio Grande do Norte.

Diante das informações contidas no gráfico, é correto afirmar que a onda mais rápida e a diferença de tempo de chegada das ondas **P** e **S** no sismógrafo da UFRN, em Natal, correspondem, respectivamente,
a) à onda **S** e 4 segundos.
b) à onda **P** e 8 segundos.
c) à onda **P** e 16 segundos.
d) à onda **S** e 24 segundos.

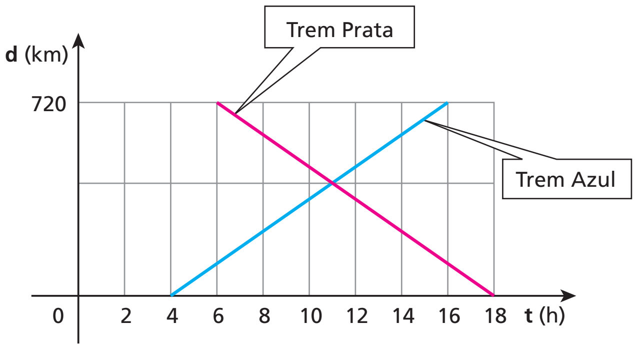
Resolução:
- A onda **P** é mais veloz, porque, num mesmo intervalo de tempo, percorre uma distância maior que a percorrida pela onda **S**.
- No gráfico, lemos que as ondas **P** e **S** atingem Natal nos instantes 16 s e 24 s respectivamente.

Portanto:

$$\Delta t = 24\text{ s} - 16\text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 8\text{ s}}$$

Resposta: b

42 (UFSC) Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade **A** com destino à cidade **B**, e o trem Prata, da cidade **B** com destino à cidade **A**. O gráfico representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade **A** (d = 0).



Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, indique a(s) proposição(ões) **correta(s)**:

01. O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
02. Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
04. A velocidade média dos trens é de 60 km/h, em valor absoluto.
08. O trem Azul partiu às 4 horas da cidade **A**.
16. A distância entre as duas cidades é de 720 km.
32. Os dois trens se encontraram às 11 horas.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

01. **Incorreta**: $\Delta t_P = 18\text{ h} - 6\text{ h} = 12\text{ h}$.

02. **Correta**: $\Delta t_A = 16\text{ h} - 4\text{ h} = 12\text{ h} = \Delta t_P$.

04. **Correta**: $|v_{m_P}| = \dfrac{720\text{ km}}{12\text{ h}} = 60\text{ km/h}$

$$|v_{m_A}| = \frac{720\text{ km}}{12\text{ h}} = 60\text{ km/h}$$

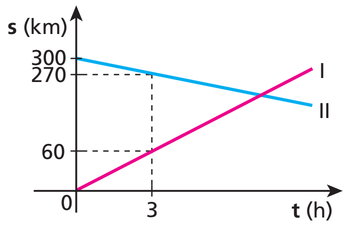
08. **Correta**.

16. **Correta**.

32. **Correta**.

Resposta: 62

43 Dois tratores, **I** e **II**, percorrem a mesma rodovia e suas posições variam com o tempo, conforme o gráfico a seguir:



Determine o instante do encontro desses veículos.

Resolução:

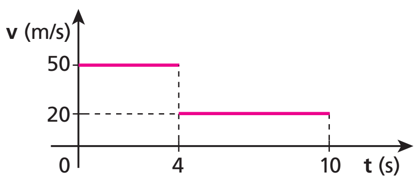
• **Trator I**: $\left.\begin{array}{l} s_0 = 0 \\ v = \dfrac{60 - 0}{3 - 0} \Rightarrow v = 20\text{ km/h} \end{array}\right\} \Rightarrow s_I = 20t$

• **Trator II**: $\left.\begin{array}{l} s_0 = 300\text{ km} \\ v = \dfrac{270 - 300}{3 - 0} \Rightarrow v = 10\text{ km/h} \end{array}\right\} \Rightarrow s_{II} = 300 - 10t$

• $\mathbf{s_I = s_{II}}$: $20t_e = 300 - 10t_e \Rightarrow 30t_e = 300 \Rightarrow \boxed{t_e = 10\text{h}}$

Resposta: 10h

44 Uma partícula em movimento obedece ao gráfico a seguir:



a) Calcule a velocidade escalar média entre $t_0 = 0$ e $t = 10$ s.

b) Represente graficamente o espaço em função do tempo, supondo que em $t_0 = 0$ a partícula encontrava-se na origem dos espaços.

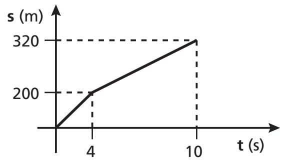
c) É possível realizar, em termos práticos, o que o gráfico dado representa?

Resolução:

a) $\Delta s = \text{"área"} \Rightarrow \Delta s = 4 \cdot 50 + 6 \cdot 20 \Rightarrow \Delta s = 320\text{ m}$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{320}{10} \Rightarrow \boxed{v_m = 32\text{ m/s}}$$

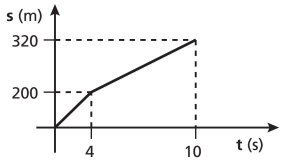
b)



c) Não. O valor da velocidade não pode saltar instantaneamente de 50 m/s para 20 m/s. Consequentemente, o gráfico **s** × **t** não pode ter “quinas”, como a observada em t = 4 s. Apesar disso, gráficos assim aparecem em livros (como neste), vestibulares e olimpíadas de Física.

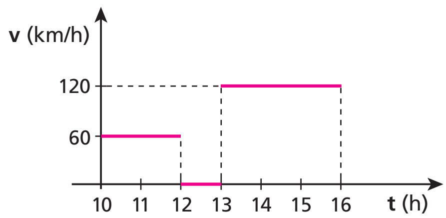
Resposta: a) 32 m/s

b)



c) Não é possível, pois a velocidade não pode variar instantaneamente, como está representado em t = 4 s.

45 Das 10 h às 16 h, a velocidade escalar de um automóvel variou com o tempo. O gráfico a seguir mostra a variação aproximada da velocidade em função do tempo:



Calcule a velocidade escalar média do automóvel nesse intervalo de tempo.

Resolução:

$\Delta s = \text{"área"}$

$$\Delta s = 2 \cdot 60 + 3 \cdot 120 \Rightarrow \Delta s = 480\text{ km}$$

$$\Delta t = 6\text{h}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{480}{6} \Rightarrow \boxed{v_m = 80\text{ km/h}}$$

Nota:

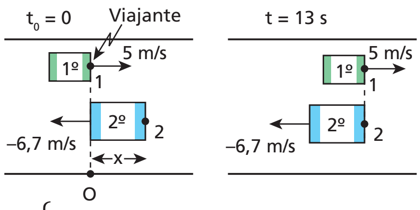
- Frequentemente, encontramos alunos que acham estranho levar em conta o tempo em que o automóvel ficou parado. É preciso entender que o fato de o veículo ter ficado parado faz com que diminua o número de quilômetros percorridos em média, em cada hora. Isso é análogo ao cálculo da média anual em determinada disciplina: se o aluno ficou com zero em certo bimestre, isso faz com que o número médio de pontos durante o ano fique menor. Esse zero não é ignorado!

Resposta: 80 km/h

46 (Puccamp-SP) Dois trens trafegam em sentidos contrários com movimentos uniformes, com o primeiro a 18 km/h e o segundo a 24 km/h. Um viajante acomodado no primeiro observa que o segundo trem leva 13 segundos para passar por ele. Calcule o comprimento do segundo trem.

Resolução:

18 km/h = 5 m/s 24 km/h ≃ 6,7 m/s



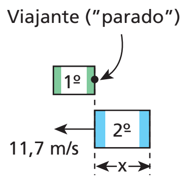
$$s = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; \begin{cases} s_1 = 5t \\ s_2 = x - 6{,}7t \end{cases}$$

Em t = 13 s, $s_1 = s_2$:

$$5 \cdot 13 = x - 6{,}7 \cdot 13 \;\Rightarrow\; \boxed{x = 152\text{ m}}$$

Nota:

- A resolução dessa questão é simplificada estudando-se o movimento relativo entre os dois trens. Isso equivale a admitir, por exemplo, um referencial no 1º trem. Com isso, a velocidade escalar do 2º trem é de 11,7 m/s (5 m/s + 6,7 m/s), em módulo:



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \;\Rightarrow\; 11{,}7 = \frac{x}{13} \;\Rightarrow\; \boxed{x = 152\text{ m}}$$

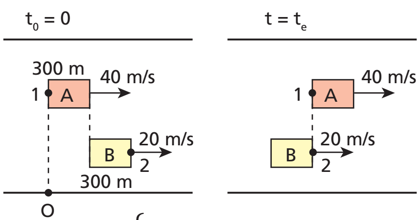
Resposta: 152 m

47 Dois trens, **A** e **B**, de 300 metros de comprimento cada um, deslocam-se em linhas paralelas com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 40 m/s e 20 m/s. Determine o intervalo de tempo decorrido e a distância percorrida pelo trem **A**:

a) enquanto ultrapassa **B**, movendo-se no mesmo sentido que **B**;
b) enquanto se cruza com **B**, movendo-se em sentidos opostos.

Resolução:

a)

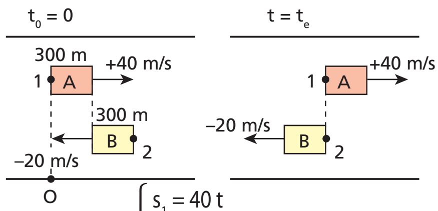


$$s = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; \begin{cases} s_1 = 40\,t \\ s_2 = 600 + 20\,t \end{cases}$$

$$40t_e = 600 + 20\,t_e \;\Rightarrow\; \boxed{t_e = 30\text{ s}}$$

$$s_1 = 40\,t_e = 40 \cdot 30 \;\Rightarrow\; \boxed{s_1 = 1\,200\text{ m}}$$

b)



$$s = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; \begin{cases} s_1 = 40\,t \\ s_2 = 600 - 20\,t \end{cases}$$

$$40\,t_e = 600 - 20\,t_e \;\Rightarrow\; \boxed{t_e = 10\text{ s}}$$

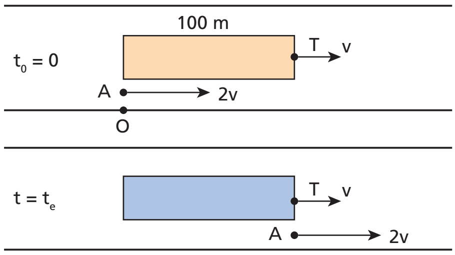
$$s_1 = 40\,t_e = 40 \cdot 10 \;\Rightarrow\; \boxed{s_1 = 400\text{ m}}$$

É interessante e prático resolver essa questão estudando o movimento relativo entre os trens.

Respostas: a) 30 s e 1200 m; b) 10 s e 400 m

48 (ITA-SP) Um trem e um automóvel caminham paralelamente e no mesmo sentido, num trecho retilíneo. Os seus movimentos são uniformes e a velocidade do automóvel é o dobro da velocidade do trem. Supondo desprezível o comprimento do automóvel e sabendo que o comprimento do trem é de 100 m, qual é a distância percorrida pelo automóvel desde o instante em que alcança o trem até o término da ultrapassagem?

Resolução:



$$s = s_0 + v\,t \;\Rightarrow\; \begin{cases} s_A = 2v\,t \\ s_T = 100 + v\,t \end{cases}$$

$$2v\,t_e = 100 + v\,t_e \;\Rightarrow\; t_e = \frac{100}{v}$$

$$s_A = 2v\,t_e = 2v\,\frac{100}{v} \;\Rightarrow\; \boxed{s_A = 200\text{ m}}$$

Resposta: 200 m

49 (Cesgranrio-RJ) Uma cena, filmada originalmente a uma velocidade de 40 quadros por segundo, é projetada em "câmara lenta" a uma velocidade de 24 quadros por segundo. A projeção dura 1,0 minuto. Qual a duração real da cena filmada?

Resolução:

Calculamos, inicialmente, o número **n** de quadros projetados durante 1,0 minuto (60 s):

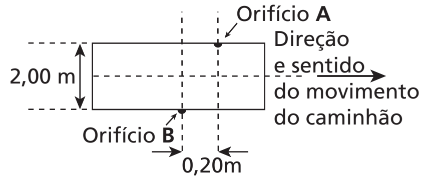
$$\left.\begin{array}{l} 24\text{ quadros} \text{ --- } 1{,}0\text{ s} \\ n \text{ --- } 60\text{ s} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{n = 1\,440\text{ quadros}}$$

Determinamos, agora, a duração real Δt da cena filmada:

$$\left.\begin{array}{l} 40\text{ quadros} \text{ --- } 1{,}0\text{ s} \\ 1\,440\text{ quadros} \text{ --- } \Delta t \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 36\text{ segundos}}$$

Resposta: 36 s

50 (Vunesp-SP) Uma caixa de papelão vazia, transportada na carroceria de um caminhão que trafega a 90 km/h num trecho reto de uma estrada, é atravessada por uma bala perdida. A largura da caixa é de 2,00 m, e a distância entre as retas perpendiculares às duas laterais perfuradas da caixa e que passam, respectivamente, pelos orifícios de entrada e de saída da bala (ambos na mesma altura) é de 0,20 m.



Caixa vista de cima

a) Supondo que a direção do disparo seja perpendicular às laterais perfuradas da caixa e ao deslocamento do caminhão e que o atirador estivesse parado na estrada, determine a velocidade da bala.
b) Supondo, ainda, que o caminhão se desloque para a direita, determine qual dos orifícios, **A** ou **B**, é o de entrada.

Resolução:
a) 90 km/h = 25 m/s
Enquanto o caminhão percorre Δs_c = 0,20 m com velocidade v_c = 25 m/s, a bala percorre Δs_b = 2,00 m com velocidade v_b.

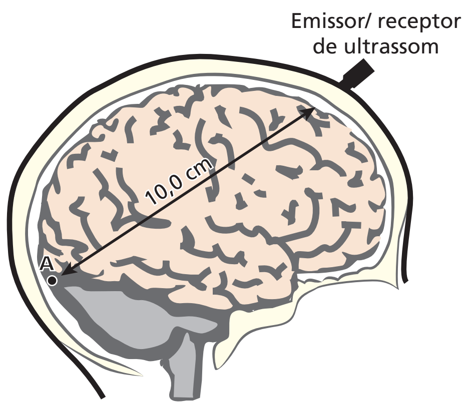
$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \frac{\Delta s_c}{v_c} = \frac{\Delta s_b}{v_b} \Rightarrow \frac{0,20}{25} = \frac{2,00}{v_b}$$

$$\boxed{v_b = 250 \text{ m/s}}$$

b) **A**.

Respostas: a) 250 m/s; b) **A**

51 (Uerj) Uma pessoa, movendo-se a uma velocidade de módulo 1,0 m/s, bateu com a cabeça em um obstáculo fixo e foi submetida a uma ecoencefalografia. Nesse exame, um emissor/receptor de ultrassom é posicionado sobre a região a ser investigada. A existência de uma lesão pode ser verificada por meio da detecção do sinal de ultrassom que ela reflete.
Observe, na figura abaixo, que a região de tecido encefálico a ser investigada no exame é limitada por ossos do crânio. Sobre um ponto do crânio, apoia-se o emissor/receptor de ultrassom.



(**Adaptado de:** *The Macmillan visual dictionary.* New York: Macmillan Publishing Company, 1992.)

a) Suponha a não-existência de qualquer tipo de lesão no interior da massa encefálica. Determine o tempo gasto para registrar o eco proveniente do ponto **A** da figura.
b) Suponha, agora, a existência de uma lesão. Sabendo-se que o tempo gasto para o registro do eco foi de $5,0 \cdot 10^{-5}$ s, calcule a distância do ponto lesionado até o ponto **A**.

Dados:
1) Módulos da velocidade do som no tecido encefálico: $1,6 \cdot 10^3$ m/s.
2) Espessura do osso da caixa craniana: 1,0 cm.
3) Módulo da velocidade do som nos ossos: $\frac{10}{3} \cdot 10^3$ m/s.

Resolução:
a) Do emissor até **A**, temos:
• $\Delta s_{osso} = v_{osso}\, t_{osso} \Rightarrow 1,0 \cdot 10^{-2} = \frac{10}{3} \cdot 10^3\, t_{osso} \Rightarrow$
$\Rightarrow t_{osso} = 3,0 \cdot 10^{-6}$ s
• $\Delta s_{tec.\,enc.} = v_{tec\,enc}\, t_{tec\,enc} \Rightarrow 10,0 \cdot 10^{-2} = 1,6 \cdot 10^3\, t_{tec.\,enc.} \Rightarrow$
$\Rightarrow t_{tec.\,enc.} = 6,25 \cdot 10^{-5}$ s
• Sendo **T** o tempo pedido:

$$T = 2\,t_{osso} + 2\,t_{tec.\,enc} \Rightarrow \boxed{T = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ s}}$$

b) • $T' = 5,0 \cdot 10^{-5}$ s
$T' = 2\,t_{osso} + 2\,t'_{tec.\,enc.}$
$5,0 \cdot 10^{-5} = 6,0 \cdot 10^{-6} + 2\,t'_{tec.\,enc.} \Rightarrow t'_{tec.\,enc.} = 2,2 \cdot 10^{-5}$ s

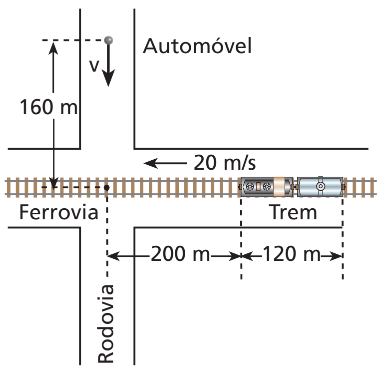
$$t'_{tec.\,enc.} = \frac{\Delta s_{tec.\,enc.}}{v_{tec.\,enc.}} \Rightarrow \Delta s_{tec.\,enc.} = 2,2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,6 \cdot 10^3$$

$\Delta s_{tec.\,enc.} = 3,5$ cm
• Sendo **d** a distância pedida:

$$d = 10,0 \text{ cm} - 3,5 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{d = 6,5 \text{ cm}}$$

Respostas: a) $1,3 \cdot 10^{-4}$/s; b) 6,5 cm

52 O motorista de um automóvel, moço muito distraído, dirige seu veículo com velocidade constante **v** pela rodovia representada na figura.
Um trem de 120 m de comprimento, com velocidade constante de 20 m/s, move-se pela ferrovia, que cruza com a rodovia sem nenhuma sinalização. Em determinado instante, o automóvel e o trem estão nas posições indicadas. Para que valores da velocidade **v** do automóvel não haverá acidente? Considere o automóvel um ponto material.



Resolução:
O trem chega ao cruzamento em 10 s e termina a passagem por esse ponto em 16 s. Para não haver acidente, o automóvel deve chegar ao cruzamento em $\Delta t \leqslant 10$ s ou em $\Delta t \geqslant 16$ s.

Para o automóvel: $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{160}{v}$

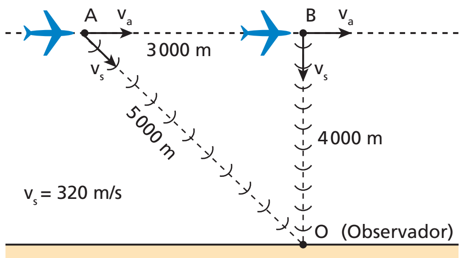
$\Delta t \leqslant 10\ s \Rightarrow \frac{160}{v} \leqslant 10 \Rightarrow \boxed{v \geqslant 16\ m/s}$

ou $\Delta t \geqslant 16\ s \Rightarrow \frac{160}{v} \geqslant 16 \Rightarrow \boxed{v \leqslant 10\ m/s}$

Respostas: $v \geqslant 16$ m/s ou $v \leqslant 10$ m/s

53 (ITA-SP) Um avião voando horizontalmente a 4 000 m de altura numa trajetória retilínea com velocidade constante passou por um ponto **A** e depois por um ponto **B** situado a 3 000 m do primeiro. Um observador no solo, parado no ponto verticalmente abaixo de **B**, começou a ouvir o som do avião, emitido em **A**, 4,00 segundos antes de ouvir o som proveniente de **B**. Se a velocidade do som no ar era de 320 m/s, qual era a velocidade do avião?

Resolução:



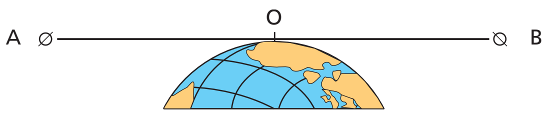
$\Delta t_{avião_{AB}} + \Delta t_{som_{BO}} = \Delta t_{som_{AO}} + 4$

$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} : \frac{3000}{v_a} + \frac{4000}{320} = \frac{5000}{320} + 4$

$\boxed{v_a = 421\ m/s}$

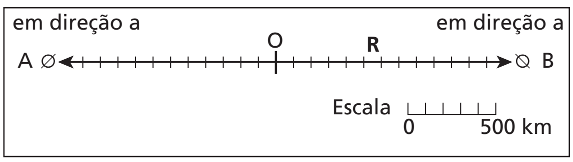
Resposta: 421 m/s

54 (Fuvest-SP) O Sistema GPS (*Global Positioning System*) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, **A** e **B**, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto **O** e encontram-se à mesma distância de **O**. O protótipo de um novo avião, com um receptor **R**, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.

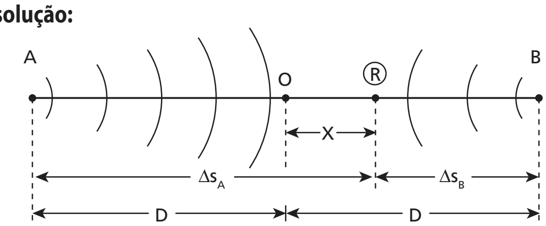


Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites **A** e **B** e sua recepção por **R** são, respectivamente, $\Delta t_A = 68,5 \cdot 10^{-3}$ s e $\Delta t_B = 64,8 \cdot 10^{-3}$ s. Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade de **c** da luz no vácuo, determine:

a) A distância **D**, em km, entre cada satélite e o ponto **O**.
b) A distância **X**, em km, entre o receptor **R**, no avião, e o ponto **O**.
c) A posição do avião, identificada pela letra **R** no esquema a seguir:



Resolução:



$\Delta t_A = 68,5 \cdot 10^{-3}$ s $\quad \Delta t_B = 64,8 \cdot 10^{-3}$ s $\quad c = 300000$ km/s

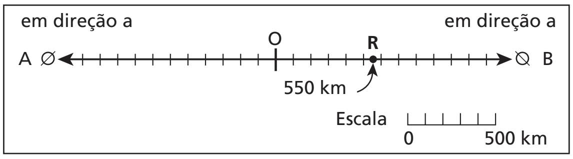
a) $\Delta s_A = c\ \Delta t_A = 300000\ km/s \cdot 68,5 \cdot 10^{-3}\ s$
$\Delta s_A = 20550$ km
$\Delta s_B = c\ \Delta t_B = 300000\ km/s \cdot 64,8 \cdot 10^{-3}\ s$
$\Delta s_B = 19\,440$ km
$\Delta s_A + \Delta s_B = 2\,D \Rightarrow 39990 = 2\,D$

$\boxed{D = 19995\ km}$

b) $x = \Delta s_A - D = 20550 - 19995$

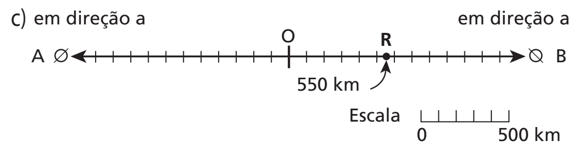
$\boxed{x = 555\ km}$

c)

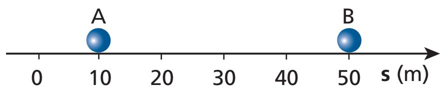


Respostas: a) 19 995 km; b) 555 km;

c)



55 Considere as partículas **A** e **B** nas posições indicadas na figura a seguir:



Em determinado instante, considerado origem dos tempos ($t_0 = 0$), a partícula **B** passa a mover-se com velocidade escalar constante igual a 20 m/s, no sentido da trajetória. Três segundos após a partida de **B**, a partícula **A** também entra em movimento no sentido da trajetória, com velocidade escalar constante e igual a 40 m/s. Em relação à origem dos tempos dada no enunciado, determine:

a) as funções horárias dos espaços de **A** e de **B**;
b) o instante em que **A** alcança **B**.

Resolução:

a) Observando que o tempo **t** que comparece na função horária é o tempo durante o qual a partícula se moveu, temos:

$$s = s_0 + v\,t \Rightarrow \begin{cases} \boxed{s_B = 50 + 20\,t} \quad (SI) \\ s_A = 10 + 40\,(t - 3) \\ \boxed{s_A = -110 + 40\,t} \quad (SI) \end{cases}$$

b) $50 + 20\,t_e = -110 + 40\,t_e \Rightarrow \boxed{t_e = 8\ s}$

Respostas: a) $s_B = 50 + 20\,t$ (SI); $s_A = -110 + 40\,t$ (SI); b) 8 s

56 (UFPA) Considere duas regiões distintas do leito de um rio: uma larga **A**, com 200 m^2 de área na secção transversal, onde a velocidade da água é de 1,0 m/s; outra estreita **B**, com 40 m^2 de área na secção transversal. Calcule:

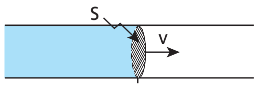
a) a vazão volumétrica do rio em m^3/s;

b) a velocidade da água do rio, em m/s, na região estreita **B**.

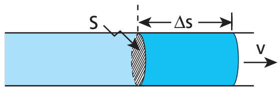
Resolução:

Vamos considerar um tubo cilíndrico, cuja seção transversal tem área **S**. Esse tubo está cheio de água, que escoa através dele com velocidade escalar constante **v**. A vazão volumétrica (**Z**) do tubo é o volume (**V**) de água que atravessa uma seção transversal por unidade de tempo:

No instante **t**:



No instante **t** + Δ**t**:



$Z = \dfrac{V}{\Delta t} = \dfrac{S\,\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{Z = S\,v}$

a) Para $S_A = 200$ m^2 e $v_A = 1{,}0$ m/s, temos:

$Z = S_A\,v_A = 200 \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{Z = 200\ \text{m}^3/\text{s}}$

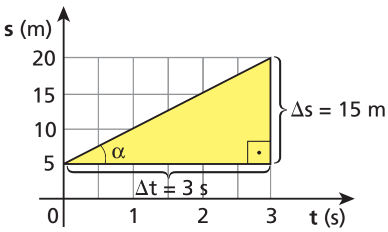
b) A vazão volumétrica é a mesma em qualquer seção do rio:

$S_A\,v_A = S_B\,v_B$

$200 \cdot 1{,}0 = 40\ v_B \Rightarrow \boxed{v_B = 5{,}0\ \text{m/s}}$

Respostas: a) 200 m^3/s; b) 5,0 m/s

57 Uma partícula em movimento uniforme sofre uma variação de espaço Δs = 15 m num intervalo de tempo Δt = 3 s, como mostra o gráfico:



No triângulo retângulo destacado, Δs está representado pelo cateto oposto ao ângulo α, enquanto Δt está representado pelo cateto adjacente a α. Por ser a velocidade escalar dada por $\dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, é muito comum dizer que ela é igual à tangente trigonométrica de α (cateto oposto a α dividido pelo cateto adjacente a α).

a) A velocidade escalar é igual à tangente trigonométrica de α?

b) A velocidade escalar e a tangente trigonométrica de α têm o mesmo valor numérico?

Resolução:

a) A velocidade escalar jamais poderia ser igual à tangente trigonométrica de α, pois a velocidade tem uma unidade física de medida (m/s, no caso), enquanto a tangente é um número puro, ou seja, adimensional.

b) Também não. Observe que:

$v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{15\ \text{m}}{3\ \text{s}} \Rightarrow v = 5\ \text{m/s}$

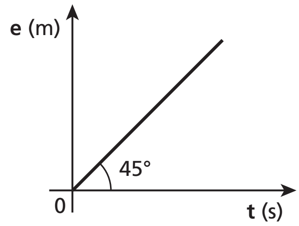
A tangente de α, no entanto, é o quociente do **comprimento** do cateto oposto a α pelo **comprimento** do cateto adjacente a α:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{3\ \text{unidades de comprimento}}{6\ \text{unidades de comprimento}} = \frac{1}{2}$$

A coincidência numérica só aconteceria se os segmentos representativos das unidades de **s** e de **t** tivessem a mesma medida.

Respostas: a) Não. b) Não.

58 (ITA-SP) Um estudante observou o movimento de um móvel durante certo tempo. Verificou que o móvel descrevia um movimento retilíneo e anotou os valores de espaço (**e**) e de tempo (**t**) correspondentes, construindo o gráfico da figura a seguir.



Pode-se afirmar que:

a) a velocidade do móvel é constante e vale 1,0 m · s^{-1}, tendo em vista que o ângulo que a reta faz com o eixo dos tempos é de 45°.

b) a velocidade do móvel é constante e vale $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ m · s^{-1}.

c) a velocidade do móvel é constante e vale aproximadamente 1,4 m · s^{-1}.

d) faltam dados para calcular a velocidade do móvel.

e) a aceleração e a velocidade do móvel estão indeterminadas.

Resolução:

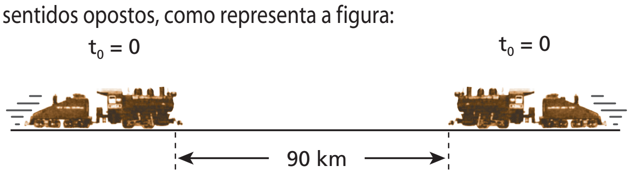
Como o espaço **e** é função do primeiro grau em **t**, o movimento é **uniforme**. Assim, a velocidade escalar do móvel é constante e diferente de zero. Entretanto, não é correto afirmar que essa velocidade é numericamente igual à tangente de 45° (1), como esclarece o exercício 57.

Quanto à aceleração, escalar ou vetorial, podemos garantir que é nula, pois o movimento é uniforme e, além disso, o enunciado afirma que ele é **retilíneo**.

Assim, faltam dados para calcular a velocidade do móvel.

Resposta: d

59 Dois trens movem-se nos mesmos trilhos, ambos a 45 km/h, em sentidos opostos, como representa a figura:



No instante $t_0 = 0$, correspondente à situação da figura, uma supermosca passa a voar em linha reta entre os trens, fazendo um vaivém de um ao outro até ser esmagada.

Admitindo que ela voe com velocidade de módulo constante e igual a 120 km/h, determine:

a) o instante em que os trens colidem;

b) a distância total percorrida pela supermosca desde $t_0 = 0$ até ser esmagada.

Resolução:

a) Como cada trem viaja a 45 km/h, concluímos, de imediato, que eles se aproximam 90 km em 1h.

Portanto, o instante da colisão é t = 1 h.

b) Se a supermosca sempre esteve a 120 km/h, em 1 h ela percorreu uma distância igual a 120 km.

Respostas: a) t = 1 h; b) 120 km

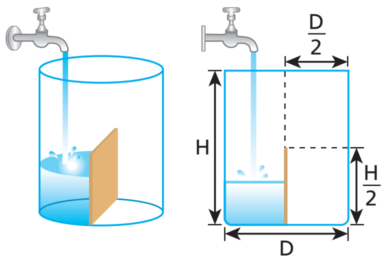
60 Um automóvel, em movimento uniforme por uma rodovia, passou pelo km AB às 4 horas, pelo km BA às 5 horas e pelo km AOB às 6 horas. Determine a velocidade escalar do automóvel.
(**A** e **B** são algarismos desconhecidos e **O** é o zero.)

Resolução:
Temos que:
AB = 10A + B
BA = 10B + A
A0B = 100A + B
Então, como o movimento é uniforme:
A0B – BA = BA – AB
(100A + B) – (10B + A) = (10B + A) – (10A + B)
99A – 9B = 9B – 9A
B = 6A
Para A = 1 : B = 6
Para A = 2 : B = 12 (não serve)
Portanto:
km AB = km 16
km BA = km 61
km A0B = km 106
Em cada hora, Δs = 45 km. Então:

$\boxed{v = 45 \text{ km/h}}$

Resposta: 45 km/h

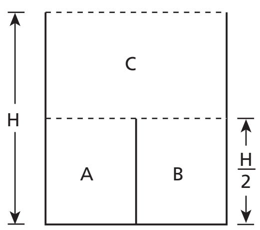
61 Considere um frasco cilíndrico de diâmetro **D** e altura **H** e uma placa retangular impermeável de base **D** e altura $\frac{H}{2}$, perfeitamente encaixada e assentada no fundo do frasco, conforme ilustram as figuras:



Perspectiva Perfil

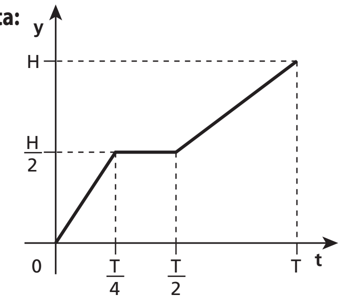
Uma torneira despeja água dentro do frasco, vazio no instante $t_0 = 0$, com vazão rigorosamente constante.
Sendo **y** a maior altura da superfície livre da água em relação à base do frasco e **t** o tempo, trace o gráfico de **y** em função de **t** desde $t_0 = 0$ até t = T (frasco totalmente cheio).

Resolução:



A capacidade da região **A** é igual a $\frac{1}{4}$ da capacidade total do frasco. Assim, sendo **T** o instante em que o frasco fica completamente cheio, a região **A** estará cheia no instante $\frac{T}{4}$. Como as capacidades das regiões **A** e **B** são iguais, a região **B** estará cheia no instante $\frac{2T}{4}$, ou seja, no instante $\frac{T}{2}$. Note que o nível da água permanece constante em $y = \frac{H}{2}$, enquanto **B** é enchida. A capacidade da região **C** é o dobro das de **A** e **B**.
Então, essa região estará cheia no instante $\frac{4T}{4}$, ou seja, no instante **T**.

Resposta:

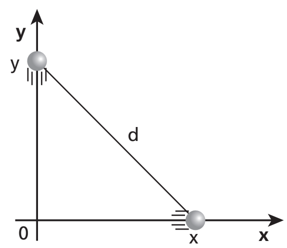


62 Dois móveis percorrem trajetórias perpendiculares, seguindo os eixos Ox e Oy, de acordo com as equações:

$x = 5 + 8t$ (SI) $\qquad y = -3 + 2t$ (SI)

válidas tanto antes como depois de t = 0. Determine o instante em que a distância entre os móveis é mínima.

Resolução:



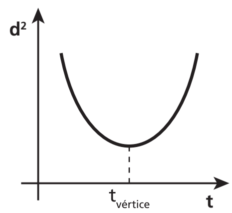
$d^2 = x^2 + y^2$

$d^2 = (5 + 8t)^2 + (-3 + 2t)^2$

$d^2 = \underbrace{68}_{a}t^2 + \underbrace{68}_{b}t + \underbrace{34}_{c}$

$t_{\text{vértice}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-68}{2 \cdot 68}$

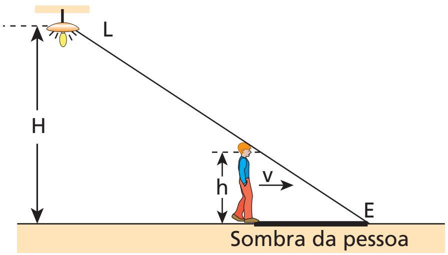
$\boxed{t_{\text{vértice}} = -0{,}5 \text{ s}}$



Observe que, se d^2 é mínimo, **d** também o é.

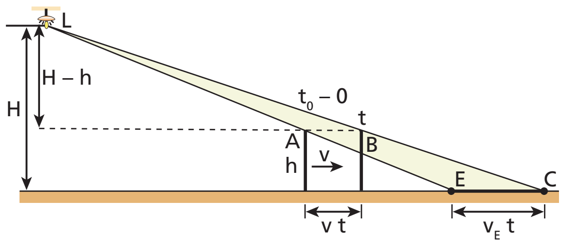
Resposta: – 0,5 s

63 À noite, numa quadra esportiva, uma pessoa de altura **h** caminha em movimento retilíneo e uniforme com velocidade escalar **v**. Apenas uma lâmpada **L**, que pode ser considerada uma fonte luminosa puntiforme e que se encontra a uma altura **H** do piso, está acesa.



Determine, em função de **H**, **h** e **v**, a velocidade escalar média $\mathbf{v_E}$ da extremidade **E** da sombra da pessoa projetada no chão.

Resolução:



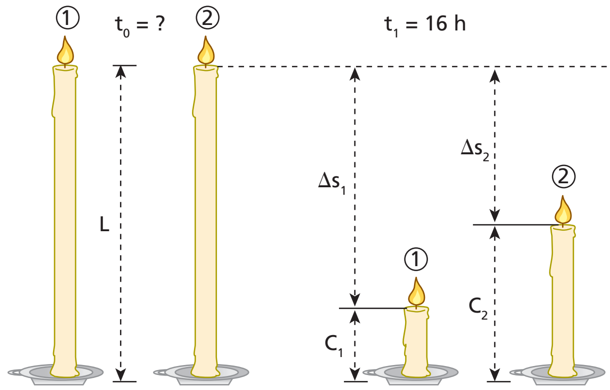
Da semelhança dos triângulos LAB e LEC, temos:

$$\frac{H}{EC} = \frac{H-h}{AB} \Rightarrow \frac{H}{v_E\,t} = \frac{H-h}{v\,t} \Rightarrow \boxed{v_E = \frac{H}{H-h} \cdot v}$$

Resposta: $\dfrac{H}{H-h} \cdot v$

64 Dispõe-se de duas velas inteiras, de mesmas dimensões, mas feitas de materiais diferentes. Sabe-se que, após serem acesas, uma queima completamente em 3 horas e a outra, em 4 horas. Para cada uma delas, o comprimento queimado por unidade de tempo é constante. Em que horário da tarde as duas velas devem ser acesas para que, às 16 h, o comprimento de uma seja igual à metade do comprimento da outra?

Resolução:



$v_1 = \dfrac{L}{3}$ $\qquad v_2 = \dfrac{L}{4}$

• $C_2 = 2C_1 \Rightarrow L - \Delta s_2 = 2(L - \Delta s_1)$

$L - v_2\,\Delta t = 2L - 2v_1\,\Delta t \Rightarrow 2\,\dfrac{L}{3}\,\Delta t - \dfrac{L}{4}\,\Delta t = L$

$\dfrac{8\Delta t - 3\Delta t}{12} = 1 \Rightarrow \Delta t = \dfrac{12}{5}\,h = 2{,}4\,h$

$\boxed{\Delta t = 2\,h\,24\,min}$

$\Delta t = t_1 - t_0 \Rightarrow t_0 = t_1 - \Delta t \Rightarrow t_0 = 16h - 2\,h\,24\,min$

$\boxed{t_0 = 13\,h\,36\,min}$

Resposta: 13 h 36 min

Tópico 3

1 É dada a seguinte função horária da velocidade escalar de uma partícula em movimento uniformemente variado:

$$v = 15 + 20t \text{ (SI)}$$

Determine:
a) a velocidade escalar inicial e a aceleração escalar da partícula;
b) a velocidade escalar no instante 4 s;
c) o instante em que a velocidade escalar vale 215 m/s.

Resolução:

a) $\left.\begin{array}{l} v = v_0 + \alpha\, t \\ v = 15 + 20\, t \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v_0 = 15 \text{ m/s}}$ e $\boxed{\alpha = 20 \text{ m/s}^2}$

b) $v = 15 + 20 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{v = 95 \text{ m/s}}$

c) $215 = 15 + 20\, t \Rightarrow \boxed{t = 10 \text{ s}}$

Resposta: a) 15 m/s e 20 m/s² respectivamente;
b) 95 m/s; c) 10 s

2 As tabelas (1) e (2) referem-se a dois movimentos uniformemente variados.

v (m/s)	0	4	**x**	**y**
t (s)	0	1	2	5

(1)

v (m/s)	30	24	**x**	**y**
t (s)	0	1	2	5

(2)

Determine a aceleração escalar e os valores de **x** e **y** referentes às tabelas (1) e (2).

Resolução:

$v = v_0 + \alpha\, t$

• **Tabela I:** $\boxed{\alpha = 4 \text{ m/s}^2}$

$$v = 0 + 4t = 4t \left\{\begin{array}{l} x = 4 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{x = 8 \text{ m/s}} \\ y = 4 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{y = 20 \text{ m/s}} \end{array}\right.$$

• **Tabela II:** $\boxed{\alpha = -6 \text{m/s}^2}$

$$v = 30 - 6t \left\{\begin{array}{l} x = 30 - 6 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{x = 18 \text{ m/s}} \\ y = 30 - 6 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{y = 0} \end{array}\right.$$

Respostas: Tabela I: $\alpha = 4$ m/s²; $x = 8$ m/s; $y = 20$ m/s
Tabela II: $\alpha = -6$m/s²; $x = 18$ m/s; $y = 0$

3 Na fase inicial da decolagem, um jato parte do repouso com aceleração escalar constante, atingindo a velocidade escalar de 64,8 km/h em 5 s.
Calcule essa aceleração.

Resolução:

64,8 km/h = 18 m/s

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{18 - 0}{5} \Rightarrow \boxed{\alpha = 3{,}6 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: 3,6 m/s²

4 No instante $t_0 = 0$, um automóvel a 20 m/s passa a frear com aceleração escalar constante igual a –2 m/s². Determine:
a) a função horária de sua velocidade escalar;
b) o instante em que sua velocidade escalar se anula.

Resolução:

a) $v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow \boxed{v = 20 - 2t}$ (SI)

b) $0 = 20 - 2t \Rightarrow \boxed{t = 10 \text{ s}}$

Resposta: a) v = 20 – 2t (SI); b) 10 s

5 Um automóvel parte do repouso, animado de aceleração escalar constante e igual a 3 m/s². Calcule a velocidade escalar do automóvel 10 s após a partida.

Resolução:

$v = 0 + 3\, t \Rightarrow v = 3\, t$

$v = 3 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 30 \text{ m/s}}$

Resposta: 30 m/s

6 E.R. Um automóvel está a 30 m/s quando seus freios são acionados, garantindo-lhe uma aceleração de retardamento de módulo 5 m/s², suposta constante. Determine quanto tempo decorre até o automóvel parar.

Resolução:
Vamos representar o automóvel numa trajetória supostamente orientada, como na figura:

Durante todo o movimento, a velocidade escalar do automóvel é positiva, uma vez que ele se move no sentido da trajetória.
Como o movimento é retardado, a aceleração escalar deve ter sinal oposto ao da velocidade escalar. Assim, a aceleração escalar é negativa e vale:

$$\alpha = -5 \text{ m/s}^2$$

Como $v = v_0 + \alpha\, t$, vem:

$$v = 30 - 5t$$

Fazendo v = 0, calculamos **t**:

$$0 = 30 - 5t \Rightarrow \boxed{t = 6 \text{ s}}$$

7 Um móvel inicia, em determinado instante, um processo de freagem em que lhe é comunicada uma aceleração escalar de módulo constante e igual a 4 m/s². Sabendo que o móvel pára 20 s após a aplicação dos freios, determine sua velocidade escalar no instante correspondente ao início da freagem.

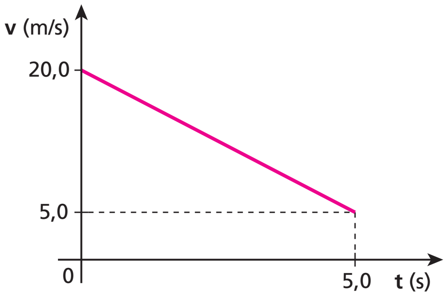
Resolução:

$v = v_0 + \alpha t$

$0 = v_0 - 4 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{v_0 = 80 \text{ m/s}}$

Resposta: 80 m/s

8 A velocidade escalar de um móvel variou com o tempo conforme o gráfico a seguir. Calcule a velocidade escalar desse móvel no instante t = 3,5 s.



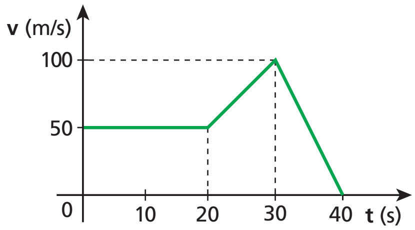
Resolução:

• $v_0 = 20{,}0$ m/s; $\alpha = \dfrac{5{,}0 - 20{,}0}{5{,}0 - 0} \Rightarrow \alpha = -3{,}0 \text{ m/s}^2$

• $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 20{,}0 - 3{,}0 \cdot 3{,}5 \Rightarrow \boxed{v = 9{,}5 \text{ m/s}}$

Resposta: 9,5 m/s

9 Trace o gráfico da aceleração escalar em função do tempo, correspondente ao gráfico v × t dado a seguir:



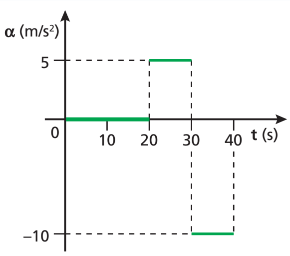
Resolução:

• De 0 a 20 s : $\alpha = 0$ (constante)

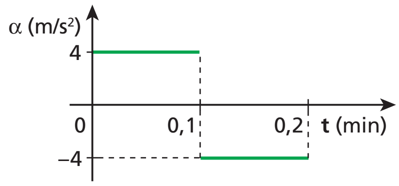
• De 20 s a 30 s : $\alpha = \dfrac{100 - 50}{30 - 20} \Rightarrow \alpha = 5 \text{ m/s}^2$ (constante)

• De 30 s a 40 s : $\alpha = \dfrac{0 - 100}{40 - 30} \Rightarrow \alpha = -10 \text{ m/s}^2$ (constante)

Resposta:



10 A aceleração escalar de um automóvel em função do tempo está representada a seguir:



Sabendo que a velocidade escalar do automóvel era nula em $t_0 = 0$, determine:

a) a velocidade escalar em t = 0,1 min;

b) o gráfico da velocidade escalar em função do tempo no intervalo de $t_0 = 0$ a t = 0,2 min.

Resolução:

a) • 0,1 min = 6 s

• "área" $= v_6 - v_0 \Rightarrow 6 \cdot 4 = v_6 - v_0 \Rightarrow \boxed{v_6 = 24 \text{ m/s}}$

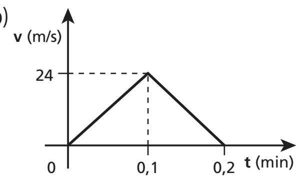
b) • 0,2 min = 12 s

• "área" $= v_{12} - v_6 \Rightarrow 6 \cdot (-4) = v_{12} - 24 \Rightarrow \boxed{v_{12} = 0}$

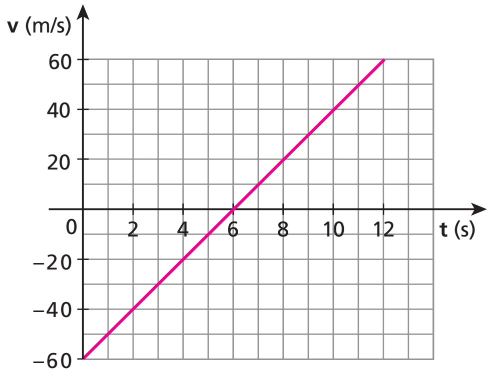
Ver gráfico nas respostas

Respostas: a) 24 m/s

b)



11 E.R. O gráfico a seguir mostra como a velocidade escalar instantânea de um corpo em movimento uniformemente variado comporta-se em relação ao tempo num intervalo de 12 s:



Determine:

a) a função horária da velocidade escalar;

b) os intervalos de tempo em que o corpo se moveu no sentido da trajetória e em sentido oposto ao dela;

c) os intervalos de tempo em que o movimento foi acelerado e retardado.

Resolução:

a) A velocidade inicial é lida diretamente no gráfico:

$$v_0 = -60 \text{ m/s}$$

Devemos calcular a aceleração escalar (que é constante) usando, por exemplo, o intervalo de 0 a 6 s:

- Em $t_0 = 0$: $v_0 = -60$ m/s;
- Em $t = 6$ s: $v = 0$.

Então:

$$\alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{0 - (-60)}{6 - 0} \Rightarrow \alpha = 10 \text{ m/s}^2$$

Assim:

$$v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow \boxed{v = -60 + 10t \text{ (SI)}}$$

b) No intervalo de tempo dado por $0 \le t < 6$ s, o corpo moveu-se em sentido oposto ao da trajetória, pois sua velocidade escalar foi negativa (movimento retrógrado). Entretanto, no intervalo dado por $6 \text{ s} < t \le 12$ s, o movimento deu-se no mesmo sentido da trajetória, pois a velocidade escalar foi positiva (movimento progressivo).
Observe que $t = 6$ s é o instante em que o corpo para e inverte o sentido do movimento.

c) No intervalo dado por $0 \le t < 6$ s, o movimento foi retardado, porque o módulo da velocidade escalar instantânea diminuiu com o tempo, ou porque a velocidade escalar e a aceleração escalar tiveram sinais contrários (velocidade negativa e aceleração positiva).
Já no intervalo dado por $6 \text{ s} < t \le 12$ s, o movimento foi acelerado, porque o módulo da velocidade escalar instantânea cresceu com o tempo, ou porque a velocidade escalar e a aceleração escalar tiveram sinais iguais (ambas foram positivas).

12 Uma partícula move-se numa trajetória orientada, tendo sua velocidade escalar variando com o tempo conforme a função:

$$v = 20 - 4t \text{ (SI)}$$

Essa função é definida para $t \ge 0$. Determine:

a) para que valores de **t** a partícula move-se no sentido da trajetória (movimento progressivo);
b) para que valores de **t** a partícula move-se em sentido oposto ao da trajetória (movimento retrógrado);
c) para que valores de **t** o movimento da partícula é acelerado;
d) para que valores de **t** o movimento da partícula é retardado.

Resolução:

a) $20 - 4\,t > 0 \Rightarrow 4\,t < 20 \Rightarrow \boxed{0 \le t < 5 \text{ s}}$

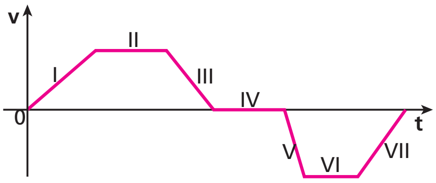
b) $20 - 4\,t < 0 \Rightarrow 4\,t > 20 \Rightarrow \boxed{t > 5 \text{ s}}$

c) **v** e **α** com mesmo sinal:
- $\alpha < 0$
- $v < 0 \Rightarrow \boxed{t > 5 \text{ s}}$

d) **v** e **α** com sinais contrários:
- $\alpha < 0$
- $v > 0 \Rightarrow \boxed{0 \le t < 5 \text{ s}}$

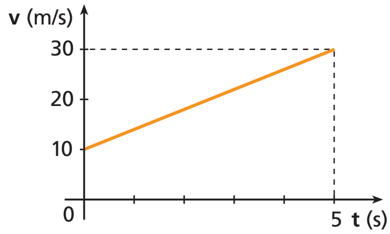
Respostas: a) $0 \le t < 5$ s; b) $t > 5$ s; c) $t > 5$ s; d) $0 \le t < 5$ s

13 A velocidade escalar de um corpo varia em função do tempo, como está representado no gráfico a seguir. Em cada um dos trechos de **I** a **VII**, classifique o movimento em: **progressivo** ou **retrógrado**; **acelerado**, **retardado** ou **uniforme**. Caso o corpo não esteja em movimento, classifique-o **em repouso**.



Respostas: I – Progressivo e acelerado; II – Progressivo e uniforme; III – Progressivo e retardado; IV – Repouso; V – Retrógrado e acelerado; VI – Retrógrado e uniforme; VII – Retrógrado e retardado.

14 **E.R.** A velocidade escalar de um móvel variou com o tempo conforme o gráfico seguinte:



Calcule:

a) a distância percorrida pelo móvel no intervalo de tempo de 0 a 5 s;
b) a velocidade escalar média do móvel no mesmo intervalo de tempo.

Resolução:

a) Como a velocidade escalar instantânea foi positiva durante todo o intervalo de tempo considerado, concluímos que a distância percorrida (**d**) é igual à variação de espaço (Δs), que é dada pela "área" entre o gráfico e o eixo dos tempos ("área" de um trapézio). Assim:

$$d = \text{"área"} = \frac{(30 + 10)}{2} \cdot 5 \Rightarrow \boxed{d = 100 \text{ m}}$$

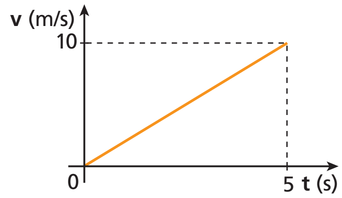
b) Aplicando a fórmula da velocidade escalar média, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{5} \Rightarrow \boxed{v_m = 20 \text{ m/s}}$$

Note que v_m é a média aritmética entre as velocidades nos instantes 0 e 5 s:

$$v_m = \frac{v_0 + v_5}{2} = \frac{10 + 30}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = 20 \text{ m/s}}$$

15 A velocidade escalar de um corpo varia com o tempo, conforme o gráfico seguinte:



No intervalo de tempo de 0 a 5 s, determine:

a) a aceleração escalar da partícula;
b) a distância percorrida por ela;
c) a velocidade escalar média.

Resolução:

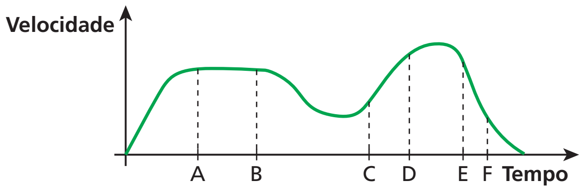
a) $\alpha = \dfrac{10 - 0}{5 - 0} \Rightarrow \boxed{\alpha = 2 \text{ m/s}^2}$

b) $\Delta s =$ "área" $= \dfrac{5 \cdot 10}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 25 \text{ m} = d}$

c) $v_m = \dfrac{25}{5} \Rightarrow \boxed{v_m = 5 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 2 m/s²; b) 25 m; c) 5 m/s

16 (UFPA) Como medida de segurança, várias transportadoras estão usando sistemas de comunicação via satélite para rastrear o movimento de seus caminhões. Considere um sistema que transmite, a cada instante, a velocidade do caminhão para uma estação de monitoramento. A figura abaixo mostra o gráfico da velocidade em função do tempo, em unidades arbitrárias, para um caminhão que se desloca entre duas cidades. Consideramos que AB, BC, CD, DE e EF são intervalos de tempo entre os instantes respectivos assinalados no gráfico.



Com base no gráfico, analise as seguintes afirmativas:

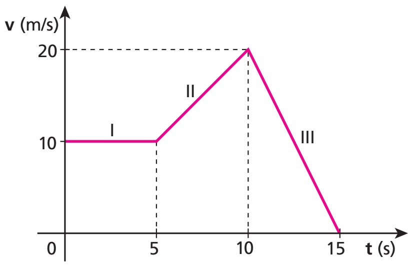
I. Em AB, o caminhão tem aceleração positiva.
II. O caminhão atinge a menor velocidade em BC.
III. O caminhão atinge a maior velocidade no intervalo DE.
IV. O caminhão percorre uma distância maior no intervalo DE que no intervalo EF.
V. O caminhão sofre uma desaceleração no intervalo CD.

Indique a alternativa que contém **apenas afirmativas corretas**:

a) I e II. b) I e III. c) III e IV. d) IV e V. e) II e V.

Resposta: c

17 A velocidade escalar de um corpo é dada em função do tempo pelo gráfico a seguir:



a) Calcule a aceleração escalar do corpo em cada trecho (α_I, α_{II} e α_{III}).
b) Calcule a distância percorrida nos 15 segundos.

Resolução:

a) $\boxed{\alpha_I = 0}$ (movimento uniforme)

$\alpha_{II} = \dfrac{20 - 10}{10 - 5} \Rightarrow \boxed{\alpha_{II} = 2 \text{ m/s}^2}$

$\alpha_{III} = \dfrac{0 - 20}{15 - 10} \Rightarrow \boxed{\alpha_{III} = -4 \text{ m/s}^2}$

b) $d = \Delta s =$ "área"

$d = 5 \cdot 10 + \dfrac{(20 + 10) \cdot 5}{2} + \dfrac{5 \cdot 20}{2}$

$\boxed{d = 175 \text{ m}}$

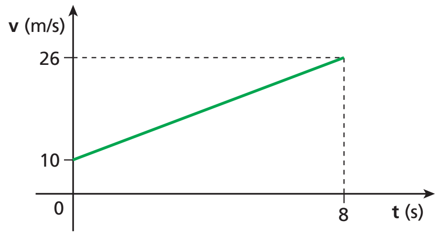
Respostas: a) $\alpha_I = 0$; $\alpha_{II} = 2$ m/s² e $\alpha_{III} = -4$ m/s²; b) 175 m

18 Um motociclista entra em um túnel a 10 m/s. A partir desse instante, acelera uniformemente a 2 m/s², chegando ao final do túnel com velocidade de 26 m/s.

a) Trace o gráfico da velocidade escalar do motociclista em função do tempo desde o instante $t_0 = 0$ (entrada no túnel) até o instante de saída (t').
b) Calcule o comprimento do túnel.

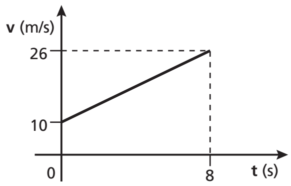
Resolução:

a) $v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow 26 = 10 + 2t' \Rightarrow t' = 8$ s



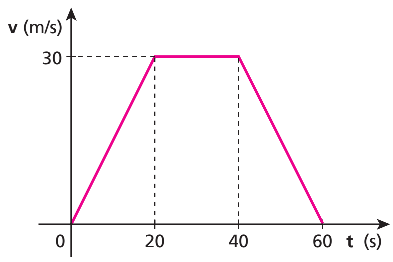
b) $\Delta s = \dfrac{(26 + 10) \cdot 8}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 144 \text{ m}}$

Respostas: a)



b) 144 m

19 A velocidade escalar de um corpo variou de acordo com o gráfico a seguir. Dessa maneira, ele percorreu uma determinada distância **d**. Que velocidade escalar constante esse corpo deveria manter no mesmo intervalo de tempo de 60 s para percorrer a mesma distância **d**?

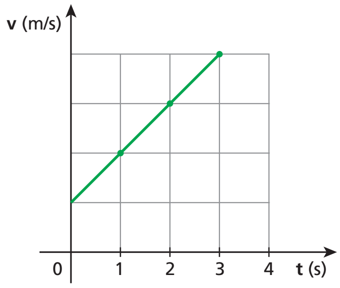


Resolução:

"Velocidade escalar constante que o corpo deveria ter para percorrer a mesma distância no mesmo intervalo de tempo" é outra maneira de conceituar a **velocidade escalar média**.

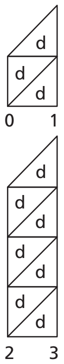
Resposta: 20 m/s

20 (Cesgranrio-RJ) A velocidade de uma partícula varia com o passar do tempo conforme o gráfico abaixo.



O seu deslocamento do instante 0 s até o instante 1 s foi de 1,5 m. Por meio da observação do gráfico, diga qual é o deslocamento entre os instantes 2 s e 3 s.

Resolução:

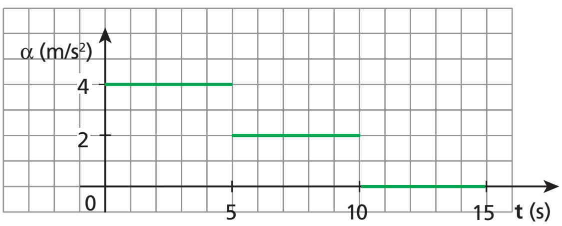


"Área" = $\Delta s \Rightarrow 3d = 1{,}5\ \text{m} \Rightarrow d = 0{,}5\ \text{m}$

Δs = "área" $= 7d = 7 \cdot 0{,}5\ \text{m} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 3{,}5\ \text{m}}$

Resposta: 3,5 m

21 Sabe-se que no instante $t_0 = 0$ a velocidade escalar de uma partícula era de 10 m/s e que sua aceleração escalar variou conforme o gráfico:



a) Trace o gráfico da velocidade escalar em função do tempo, de $t_0 = 0$ a $t = 15$ s.
b) É correto afirmar que sempre que a aceleração escalar de uma partícula diminui sua velocidade escalar também diminui?

Resolução:

Δv = "área"; $v_0 = 10$ m/s

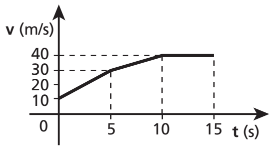
• $v_5 - v_0 = 20 \Rightarrow v_5 - 10 = 20 \Rightarrow \boxed{v_5 = 30\ \text{m/s}}$

• $v_{10} - v_5 = 10 \Rightarrow v_{10} - 30 = 10 \Rightarrow \boxed{v_{10} = 40\ \text{m/s}}$

• $v_{15} = v_{10} = 40$ m/s

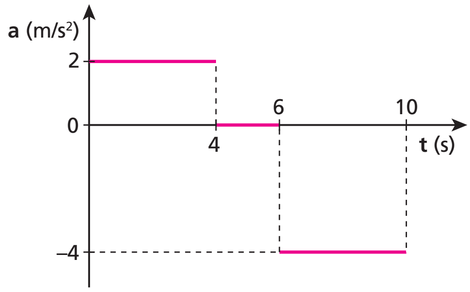
Ver gráfico nas Respostas.

Resposta: a)



b) Não.

22 (Mack-SP) Gustavo, estudando o movimento retilíneo de um pequeno corpo, a partir do repouso, verifica que a aceleração escalar varia com o tempo de acordo com o gráfico dado. O espaço efetivamente percorrido pelo móvel nos primeiros 10 s de movimento é:



a) 24 m.
b) 48 m.
c) 72 m.
d) 96 m.
e) 120 m.

Resolução:

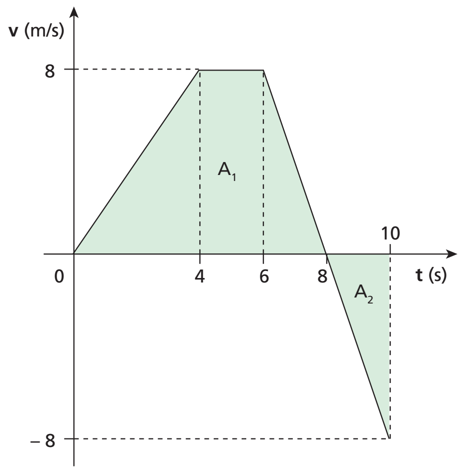
• $v_0 = 0$

• De 0 a 4 s: Δv = "área" $\Rightarrow v_4 - v_0 = 4 \cdot 2 \Rightarrow v_4 = 8$ m/s

• $v_6 = v_4 = 8$ m/s

• De 6 s a 10 s: Δv = "área" $\Rightarrow v_{10} - v_6 = 4 \cdot (-4) \Rightarrow v_{10} - 8 = -16 \Rightarrow$
$\Rightarrow v_{10} = -8$ m/s

• **v** (m/s)

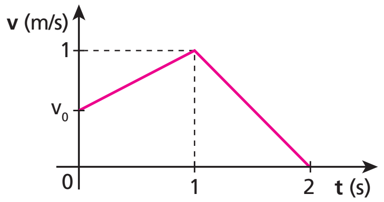


distância percorrida $= A_1 + |A_2| = \dfrac{(8+2) \cdot 8}{2} + \dfrac{2 \cdot 8}{2} = 48$

$\boxed{\text{distância percorrida} = 48\ \text{m}}$

Resposta: b

23 Um móvel tem velocidade escalar variável com o tempo, conforme o gráfico ao lado. O espaço percorrido entre os instantes $t_0 = 0$ e $t = 2$ s é de 1,2 m.



Determine:

a) a velocidade escalar inicial v_0;

b) a velocidade escalar de um automóvel em movimento uniforme que percorresse a mesma distância no mesmo intervalo de tempo.

Resolução:

a) $\Delta s = \text{“área”} = \dfrac{(1 + v_0)}{2} \cdot 1 + \dfrac{(1 \cdot 1)}{2} = 1{,}2$

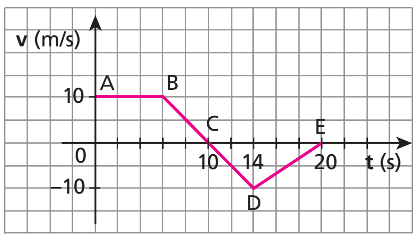
$\boxed{v_0 = 0{,}4 \text{ m/s}}$

b) Este é o significado da velocidade escalar média:

$v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{1{,}2}{2} \Rightarrow \boxed{v_m = 0{,}6 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 0,4 m/s; b) 0,6 m/s

24 O gráfico fornece a velocidade escalar de um ponto material em função do tempo.



Determine:

a) o máximo afastamento do ponto material em relação à posição inicial, no intervalo de 0 a 20 s;

b) a distância percorrida de $t_0 = 0$ até $t = 20$ s.

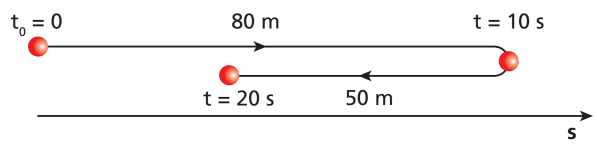
Resolução:

a) De $t = 0$ a $t = 10$ s, o ponto desloca-se Δ_{s_1} no sentido da trajetória (velocidade escalar positiva):

$\Delta_{s_1} = \text{“área”} = \dfrac{(10 + 6)}{2} \cdot 10 \Rightarrow \Delta_{s_1} = 80 \text{ m}$

De $t = 10$ s a $t = 20$ s, o ponto desloca-se Δ_{s_2} em sentido oposto ao da trajetória (velocidade escalar negativa):

$\Delta_{s_2} = \text{“área”} = \dfrac{10 \cdot (-10)}{2} \Rightarrow \Delta_{s_2} = -50 \text{ m}$

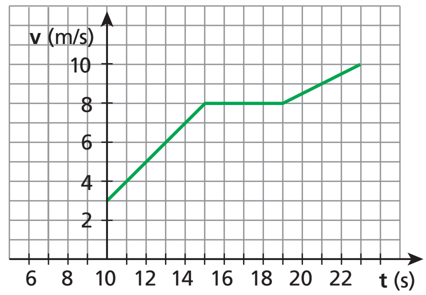


O máximo afastamento é 80.

b) Distância percorrida = 80 m + 50 m = 130 m

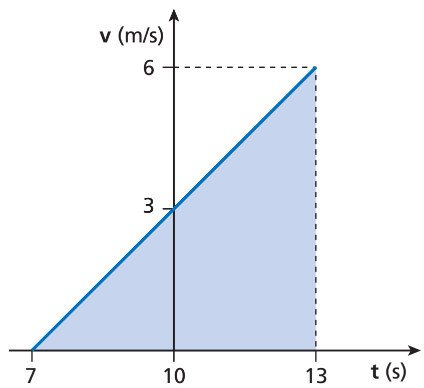
Respostas: a) 80 m; b) 130 m

25 (Fuvest-SP) Um carro se desloca numa trajetória retilínea e sua velocidade em função do tempo, a partir do instante t = 10 s, está representada no gráfico. Se o carro partiu do repouso e manteve uma aceleração constante até t = 15 s, a distância percorrida, desde sua partida até atingir a velocidade de 6 m/s, vale:



a) 12,5 m.
b) 18,0 m.
c) 24,5 m.
d) 38,0 m.
e) 84,5 m.

Resolução:

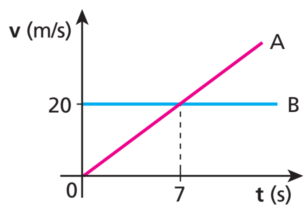


$\Delta_s = \text{“área”} = \dfrac{(13 - 7) \cdot 6}{2}$

$\boxed{\Delta_s = 18 \text{ m}}$

Resposta: b

26 Um automóvel **A** encontra-se em repouso diante de um semáforo fechado. Assim que o semáforo abre, **A** está entrando em movimento e outro automóvel **B** está passando por ele. O gráfico mostra as velocidades escalares de **A** e **B** em função do tempo:



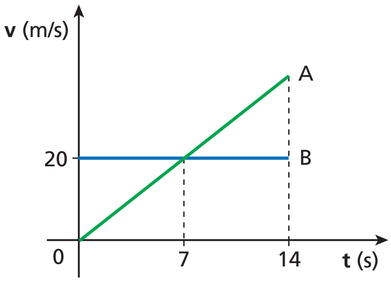
a) Em que instante **t** os automóveis voltam a se encontrar?

b) Qual foi a máxima distância entre eles no intervalo de tempo de 0 a **t**?

Resolução:

a) Em $t_0 = 0$, os automóveis estão lado a lado.

Para que isto volte a ocorrer, devemos ter $\Delta s_A = \Delta s_B$:

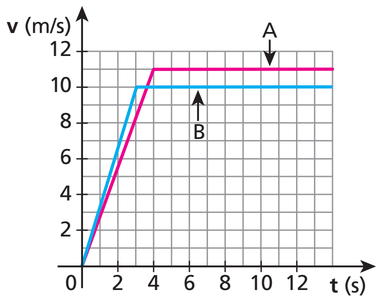


Em T = 14 s, as áreas do triângulo (Δs_A) e do retângulo (Δs_B) são iguais.

b) A distância entre **B** e **A** aumenta enquanto **B** é mais veloz que **A**, atingindo valor máximo quando as velocidades se igualam (t = 7 s).
A diferença entre as "áreas" calculadas de 0 a 7 s é igual a $\frac{7 \cdot 20}{2}$ m, ou seja, 70 m.

Respostas: a) 14 s; b) 70 m

27 (Fuvest-SP) Na figura, estão representadas as velocidades, em função do tempo, desenvolvidas por um atleta, em dois treinos **A** e **B**, para uma corrida de 100 m rasos.



Com relação aos tempos gastos pelo atleta para percorrer os 100 m, podemos afirmar que, aproximadamente:

a) no **B** levou 0,4 s a menos que no **A**.
b) no **A** levou 0,4 s a menos que no **B**.
c) no **B** levou 1,0 s a menos que no **A**.
d) no **A** levou 1,0 s a menos que no **B**.
e) no **A** e no **B** levou o mesmo tempo.

Resolução:

Treino A: duração t_A

De 0 a 4 s: $\Delta s_1 = \text{"área"} = \frac{4 \cdot 11}{2} \Rightarrow \Delta s_1 = 22$ m

De 4 s a t_A: $\Delta s_2 = 100\text{ m} - 22\text{ m} = 78$ m

$\Delta s_2 = \text{"área"} = (t_A - 4) \cdot 11 = 78 \Rightarrow t_A = 11{,}1$ s

Treino B: duração t_B

De 0 a 3 s: $\Delta s_1 = \text{"área"} = \frac{3 \cdot 10}{2} \Rightarrow \Delta s_1 = 15$ m

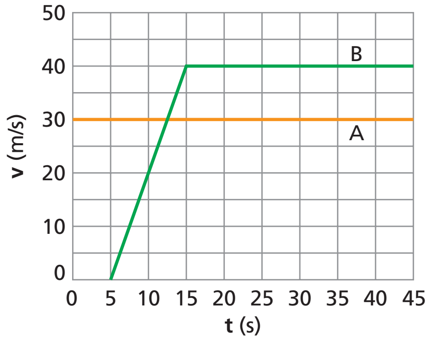
De 3 s a t_B: $\Delta s_2 = 100\text{ m} - 15\text{ m} = 85$ m

$\Delta s_2 = \text{"área"} = (t_B - 3) \cdot 10 = 85 \Rightarrow t_B = 11{,}5$ s

Portanto, no treino **A** o atleta gastou 0,4 s a menos que no **B**.

Resposta: b

28 (Unesp-SP) Um veículo **A** passa por um posto policial a uma velocidade constante acima do permitido no local. Pouco tempo depois, um policial em um veículo **B** parte em perseguição do veículo **A**. Os movimentos dos veículos são descritos nos gráficos da figura.

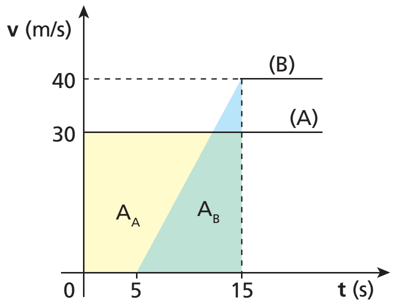


Tomando o posto policial como referência para estabelecer as posições dos veículos e utilizando as informações do gráfico, calcule:

a) a distância que separa o veículo **B** do **A** no instante t = 15,0 s;
b) o instante em que o veículo **B** alcança o **A**.

Resolução:

a)



$d_{AB} = A_A - A_B = 15 \cdot 30 - \frac{10 \cdot 40}{2}$

$\boxed{d_{AB} = 250\text{ m}}$

b) A partir de t = 15 s, Δs_B deve ser dado por:

$\Delta s_B = \Delta s_A + 250$

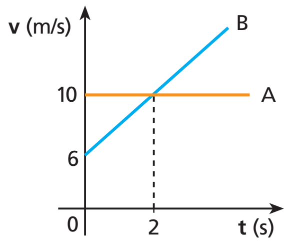
$v_B\,\Delta t = v_A\,\Delta t + 250 \Rightarrow 40\,\Delta t = 30\,\Delta t + 250 \Rightarrow \Delta t = 25$ s

Então, o instante t_e em que **B** alcança **A** é:

$t_e = 15\text{ s} + 25\text{ s} \Rightarrow \boxed{t_e = 40\text{ s}}$

Respostas: a) 250 m; b) 40 s

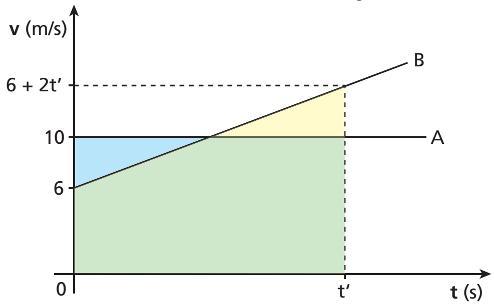
29 (Mack-SP – mod.) Em certo instante passam pela origem de uma trajetória retilínea os móveis **A**, em movimento uniforme, e **B**, em movimento uniformemente variado. A partir desse instante, constrói-se o diagrama abaixo. Em que instante o móvel **B** está 32 m à frente de **A**?



Resolução:

• $\alpha_B = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10 - 6}{2 - 0} \Rightarrow \alpha_B = 2\ m/s^2$

• Seja **t'** o instante procurado. Nesse instante: $v_B = 6 + 2t'$



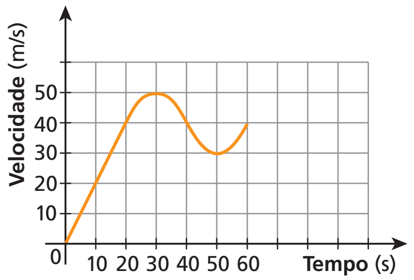
$\Delta s_B = \Delta s_A + 32$

$\dfrac{[(6 + 2t') + 6]\ t'}{2} = 10\ t + 32$

$\boxed{t' = 8\ s}$

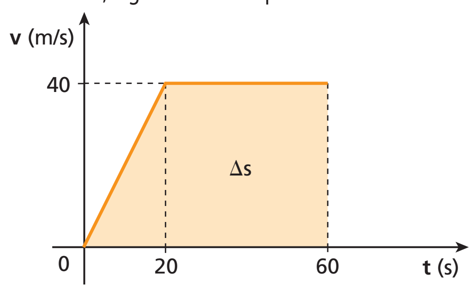
Resposta: 8 s

30 (UFC-CE) Um veículo está parado ao lado do marco que indica "km 20" (o marco "km 0" fica em Fortaleza, no bairro Aerolândia) da rodovia BR 116, que liga Fortaleza ao Sul do Brasil. No instante t = 0, o veículo começa a se mover, afastando-se de Fortaleza. O gráfico abaixo mostra como varia sua velocidade escalar em função do tempo. Ao lado de que marco estará o veículo após se mover durante 60 segundos?



Resolução:

Para cálculo da área, o gráfico dado equivale a:



$\Delta s = \dfrac{(60 + 40) \cdot 40}{2} \Rightarrow \Delta s = 2\,000\ m = 2\ km \Rightarrow \boxed{\text{km } 22}$

Resposta: km 22

31 E.R. No instante adotado como origem dos tempos, o espaço de uma partícula vale –14 m e sua velocidade escalar é igual a 5 m/s. Sua aceleração escalar é constante e igual a 2 m/s² **para qualquer instante t**. Determine:

a) o instante em que a partícula passa pela origem dos espaços;

b) a velocidade escalar da partícula ao passar pela origem dos espaços.

Resolução:

a) Temos que:

$$s_0 = -14\ m$$
$$v_0 = 5\ m/s$$
$$\alpha = 2\ m/s^2$$

Como se trata de um MUV, a função horária dos espaços é do tipo:

$$s = s_0 + v_0\,t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

Substituindo os valores de s_0, v_0 e α nessa expressão, obtemos:

$$s = -14 + 5t + t^2\ (SI)$$

Na origem dos espaços, temos s = 0. Então:

$$0 = -14 + 5t + t^2 \Rightarrow t = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2}$$

donde:

$$t' = 2\ s \quad \text{ou} \quad t'' = -7\ s$$

Isso significa que a partícula passa pela origem dos espaços no instante t' = 2 s, isto é, 2 segundos após o instante adotado como origem dos tempos, e no instante t'' = –7 s, isto é, 7 segundos antes do instante adotado como origem.

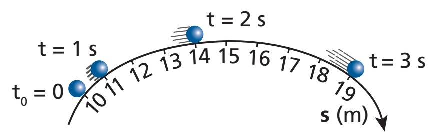
b) Temos que $v = v_0 + \alpha\,t$. Assim:

$$v = 5 + 2t$$

Em $t' = 2\ s \Rightarrow v' = 5 + 2(2) \Rightarrow \boxed{v' = 9\ m/s}$

Em $t'' = -7\ s \Rightarrow v'' = 5 + 2(-7) \Rightarrow \boxed{v'' = -9\ m/s}$

32 O esquema seguinte mostra quatro posições ocupadas por uma partícula em movimento uniformemente variado. Sabe-se que, em $t_0 = 0$, a partícula parte do repouso animada de aceleração escalar de 2 m/s². Essa aceleração é mantida constante mesmo após o instante t = 3 s.

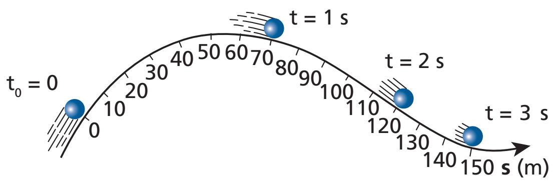


a) Determine o espaço e a velocidade escalar da partícula no instante t = 5 s.

b) O movimento é acelerado ou retardado?

Respostas: a) 35 m e 10 m/s respectivamente; b) Acelerado

33 No esquema seguinte, observa-se uma partícula em quatro instantes sucessivos de seu movimento uniformemente retardado. Sabe-se que no instante $t_0 = 0$ a velocidade escalar da partícula vale 80 m/s.



Sendo 20 m/s² o módulo da aceleração escalar da partícula, determine:

a) o instante em que ela pára;

b) a distância percorrida pela partícula desde $t_0 = 0$ até parar.

Respostas: a) 4 s; b) 160 m

34 Um móvel parte do repouso e desce por uma rampa plana com aceleração escalar constante. Ao fim de 2 segundos, o móvel já percorreu 6 m. Determine:

a) a aceleração escalar do móvel;

b) a velocidade escalar do móvel ao fim de 2 segundos de movimento.

Resolução:

a) $\Delta s = \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow 6 = \frac{\alpha}{2} \cdot 2^2$

$\boxed{\alpha = 3 \text{ m/s}^2}$

b) $v = \alpha t = 3 \cdot 2$

$\boxed{v = 6 \text{ m/s}}$

Nota:

Frequentemente os alunos cometem o seguinte erro:

- Fazem: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ s}} \Rightarrow v = 3 \text{ m/s}$
- Depois, fazem: $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3 - 0}{2} \Rightarrow \alpha = 1{,}5 \text{ m/s}^2$ (errado)

É preciso alertá-los de que Δv é igual a $(v_{final} - v_{inicial})$ e que aquela velocidade calculada no início **não é** a velocidade final, mas a velocidade **média** no intervalo de 2 s.

Respostas: a) 3 m/s²; b) 6 m/s

35 Um caça a jato, voando em linha reta com velocidade escalar igual a 720 km/h, acelera uniformemente, com aceleração de 5,0 m/s², durante 10 s. Calcule:

a) a velocidade escalar do avião ao fim desses 10 s, em km/h;

b) a distância percorrida pelo avião durante esses 10 s, em km.

Resolução:

a) $v = v_0 + \alpha t = 200 + 5{,}0 \cdot 10$

$v = 250 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 900 \text{ km/h}}$

b) $\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 = 200 \cdot 10 + \frac{5{,}0}{2} \cdot 10^2$

$\Delta s = 2\,250 \text{ m} \Rightarrow \boxed{\Delta s = d = 2{,}25 \text{ km}}$

Respostas: a) 900 km/h; b) 2,25 km

36 Um automóvel move-se a 108 km/h quando seu motorista pisa severamente no freio, de modo a parar o veículo em 3 s. Calcule a distância percorrida pelo automóvel nesses 3 s.

Resolução:

$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$

$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 30 + \alpha \cdot 3 \Rightarrow \alpha = -10 \text{ m/s}^2$

$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 = 30 \cdot 3 + \frac{(-10)}{2} \cdot 3^2$

$\boxed{\Delta s = 45 \text{ m}}$

Resposta: 45 m

37 A função horária dos espaços de um corpo é:

$$s = t^2 - 13t + 40 \text{ (SI)}$$

Determine o(s) instante(s) em que o corpo passa pela origem dos espaços.

Resolução:

$t^2 - 13t + 40 = 0 \Rightarrow \boxed{t' = 5 \text{ s}}$ e $\boxed{t' = 8 \text{ s}}$

Respostas: 5 s e 8 s

38 Os espaços de um móvel variam com o tempo, conforme a seguinte função horária:

$$s = 20 - 12t + 3t^2$$

em que os espaços (**s**) são medidos em centímetros e os tempos (**t**), em segundos. Determine :

a) o(s) instante(s) em que o móvel passa pela origem dos espaços;

b) o instante e a posição do móvel quando ocorre a inversão do sentido do movimento.

Resolução:

a) $3t^2 - 12t + 20 = 0$ (não tem raízes reais)

b) • $v = -12 + 6t$

$0 = -12 + 6t \Rightarrow \boxed{t = 2 \text{ s}}$

• $s = 20 - 12 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 \Rightarrow \boxed{s = 8 \text{ m}}$

Respostas: a) O móvel não passa pela origem dos espaços;
b) 2 s e 8 m respectivamente

39 Duas partículas **A** e **B** deslocam-se ao longo de uma mesma trajetória. Suas funções horárias, definidas a partir do mesmo referencial, são dadas por:

$$S_A = 4t^2 - 3$$
$$S_B = 5t^2 - 4t$$

com **S** em metros e **t** em segundos.

Determine:

a) para que valores de **t** as partículas se encontram;

b) as posições em que os encontros ocorrem.

Resolução:

a) $5t_e^2 - 4t_e = 4t_e^2 - 3$

$t_e^2 - 4t_e + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{t' = 1 \text{ s}}$ e $\boxed{t'' = 3 \text{ s}}$

b) $S_A = 4 \cdot 1^2 - 3 \Rightarrow \boxed{S_A = S_B = 1 \text{ m}}$

$S_A = 4 \cdot 3^2 - 3 \Rightarrow \boxed{S_A = S_B = 33 \text{ m}}$

Respostas: a) 1 s e 3 s; b) 1 m e 33 m

40 (UFPA) Um automóvel, partindo do repouso com aceleração constante, percorre **1 metro** em **1 segundo** em trajetória retilínea. Indique a alternativa que contém os valores da **aceleração** e da **velocidade final**, respectivamente, em **m/s²** e **m/s**.

a) 2 e 2 b) 4 e 2 c) 1 e 1 d) 2 e 4 e) 1 e 4

Resolução:

• $\Delta s = \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow 1 = \frac{\alpha}{2} \cdot 1^2 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2 \text{ m/s}^2}$

• $v = \alpha t = 2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v = 2 \text{ m/s}}$

Resposta: a

41 E.R. Um automóvel **A** entra em movimento com aceleração escalar constante e igual a 3 m/s² no mesmo instante em que passa por ele outro automóvel **B**, com velocidade escalar constante e igual a 30 m/s. Os dois veículos percorrem a mesma estrada, no mesmo sentido.

a) Considerando $t_0 = 0$ quando **A** partiu, determine o instante em que **A** alcança **B**.
b) Calcule a velocidade de **A** nesse instante.

Resolução:

a) Desde o instante da partida de **A** ($t_0 = 0$) até o instante **t**, em que **A** alcança **B**, suas variações de espaço (Δs) são iguais. O movimento de **A** é uniformemente variado. Assim, para esse movimento, temos:

$$s_A = s_{0_A} + v_{0_A}\,t + \frac{\alpha_A}{2}t^2 \text{ ou}$$

$$\Delta s_A = v_{0_A}\,t + \frac{\alpha_A}{2}t^2$$

$$\Delta s_A = 0 \cdot t + \frac{3}{2}t^2 = 1{,}5t^2 \text{ (SI)}$$

Como o movimento de **B** é uniforme, temos:

$$s_B = s_{0_B} + v_B\,t \text{ ou}$$

$$\Delta s_B = v_B\,t$$

$$\Delta s_B = 30t \quad \text{(SI)}$$

Igualamos, então, Δs_A com Δs_B:

$$1{,}5t^2 = 30t \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 20 \text{ s} \end{cases}$$

Evidentemente, o instante que procuramos é posterior a $t_0 = 0$. Portanto, a resposta é:

$$\boxed{t = 20 \text{ s}}$$

b) Para o movimento de **A**, podemos escrever:

$$v_A = v_{0_A} + \alpha_A\,t \Rightarrow v_A = 0 + 3 \cdot 20$$

$$\boxed{v_A = 60 \text{ m/s}}$$

Nota:
- Este exercício (e muitos outros) pode ser resolvido mais facilmente a partir do gráfico **v x t**, como foi feito no exercício 26.

42 (Olimpíada Brasileira de Física) Em uma estrada de pista única, uma moto de 2,0 m de comprimento, cuja velocidade tem módulo igual a 22,0 m/s, quer ultrapassar um caminhão longo de 30,0 m, que está com velocidade constante de módulo igual a 10,0 m/s. Supondo-se que a moto faça a ultrapassagem com uma aceleração de módulo igual a 4,0 m/s², calcule o tempo que ela leva para ultrapassar o caminhão e a distância percorrida durante a ultrapassagem.

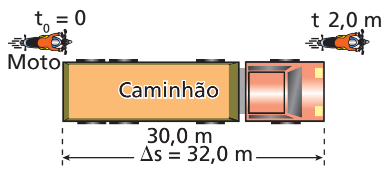
Resolução:

• Tomando o caminhão como referencial, temos, para a moto:

$v_0 = 22{,}0 \text{ m/s} - 10{,}0 \text{ m/s} = 12{,}0 \text{ m/s}$

$\alpha = 4{,}0 \text{ m/s}^2$

$\Delta s = 32 \text{ m}$



$$\Delta s = v_0\,t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

$$32{,}0 = 12{,}0t + 2{,}0t^2 \Rightarrow \boxed{t = 2{,}0 \text{ s}}$$

• Em relação ao solo, temos:

$$\Delta s = v_0\,t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

$$\Delta s = 22{,}0 \cdot 2{,}0 + 2{,}0 \cdot 2{,}0^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 52{,}0 \text{ m}}$$

Respostas: a) 2,0 s; b) 52,0 m

43 E.R. Uma partícula em movimento uniformemente variado obedece à seguinte função horária dos espaços, com **s** em metros e **t** em segundos:

$$s = 12 - 8t + t^2$$

a) Represente graficamente o espaço em função do tempo no intervalo de 0 a 8 s.
b) Marque as posições da partícula numa trajetória suposta retilínea, nos instantes 0, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s, 5 s, 6 s, 7 s e 8 s.

Resolução:

a) Calculamos os espaços nos seguintes instantes:

$t = 0 \Rightarrow s = 12 - 8(0) + (0)^2 \Rightarrow s = 12 \text{ m}$

$t = 1 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(1) + (1)^2 \Rightarrow s = 5 \text{ m}$

$t = 2 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(2) + (2)^2 \Rightarrow s = 0$

$t = 3 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(3) + (3)^2 \Rightarrow s = -3 \text{ m}$

$t = 4 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(4) + (4)^2 \Rightarrow s = -4 \text{ m}$

$t = 5 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(5) + (5)^2 \Rightarrow s = -3 \text{ m}$

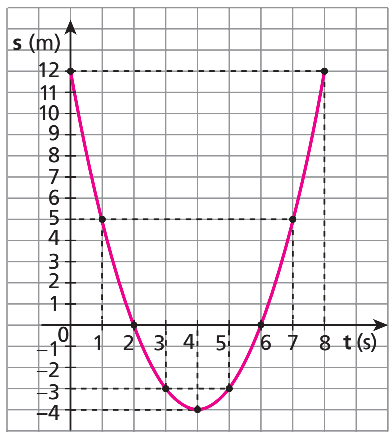
$t = 6 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(6) + (6)^2 \Rightarrow s = 0$

$t = 7 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(7) + (7)^2 \Rightarrow s = 5 \text{ m}$

$t = 8 \text{ s} \Rightarrow s = 12 - 8(8) + (8)^2 \Rightarrow s = 12 \text{ m}$

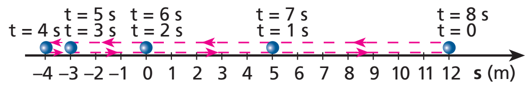
Organizamos os resultados numa tabela e, em seguida, fazemos a representação gráfica:

s (m)	12	5	0	–3	–4	–3	0	5	12
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8



Observe que o gráfico obtido é um arco de parábola com a concavidade voltada para cima, o que sempre acontece quando a aceleração escalar é positiva.

b) Numa trajetória retilínea, as posições da partícula são dadas por:



De $t = 0$ a $t = 4$ s, a partícula moveu-se em sentido oposto ao da trajetória. Em $t = 4$ s, que é o instante correspondente ao vértice da parábola no gráfico **s x t**, ocorre a inversão do sentido do movimento. De $t = 4$ s a $t = 8$ s, a partícula moveu-se no mesmo sentido da trajetória.

De $t = 0$ a $t = 4$ s, o movimento foi retardado, pois a partícula percorreu, por segundo, uma distância cada vez menor.

De $t = 4$ s a $t = 8$ s, o movimento foi acelerado, pois a distância percorrida, por segundo, foi cada vez maior.

Observe que a partícula passou pela origem dos espaços duas vezes: em $t = 2$ s e em $t = 6$ s.

Note também que a forma do gráfico **s x t** nada tem a ver com a da trajetória.

Notas:

- O movimento uniformemente variado apresenta uma fase de ida e uma fase de volta, ambas descritas pelas **mesmas equações**. Só não apresenta duas fases quando o movimento é incompleto, como a decolagem de um avião e a freagem de um automóvel, por exemplo.
- O tempo para a partícula se deslocar entre dois pontos determinados é o mesmo na ida e na volta.
- Se você calcular, na ida e na volta, as velocidades escalares da partícula numa mesma posição ($s = 5$ m, por exemplo), poderá verificar que elas têm o mesmo valor absoluto.

44 O espaço (**s**) em função do tempo (**t**) para um objeto em movimento uniformemente variado é dado pela expressão:

$$s = 25 - 10t + t^2 \quad \text{(SI)}$$

Determine:

a) o instante em que a velocidade se anula;

b) os gráficos do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar em função do tempo.

Resolução:

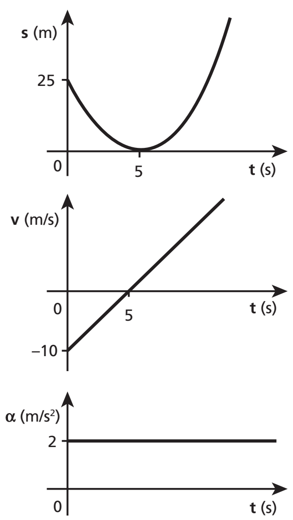
a) $v = -10 + 2t$

$0 = -10 + 2t \Rightarrow \boxed{t = 5\ \text{s}}$

b) Ver gráficos nas Respostas.

Resposta: a) 5 s

b)



45 A função horária do espaço para o movimento de um ponto material é:

$$s = 4t - 2t^2 \text{ (SI)}$$

Determine, para esse ponto material:

a) os instantes em que ele está na origem dos espaços;

b) o instante e a posição correspondentes à inversão do sentido do movimento;

c) o gráfico do espaço em função do tempo.

Resolução:

a) $-2t^2 + 4t = 0 \Rightarrow \boxed{t' = 0}$ e $\boxed{t'' = 2\ \text{s}}$

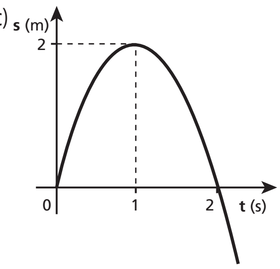
b) $v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow 0 = 4 - 4t \Rightarrow \boxed{t = 1\ \text{s}}$

$s = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1^2 \Rightarrow s = 2$ m

c) Ver gráfico nas Respostas.

Resposta: a) 0 e 2 s; b) 1 s e 2 m;

c)



46 Com relação a um movimento uniformemente variado, com as etapas de ida e volta, podemos afirmar que:

a) a trajetória da partícula é um arco de parábola;

b) antes do instante correspondente ao vértice da parábola do gráfico do espaço **s** em função do tempo **t** o movimento é acelerado;

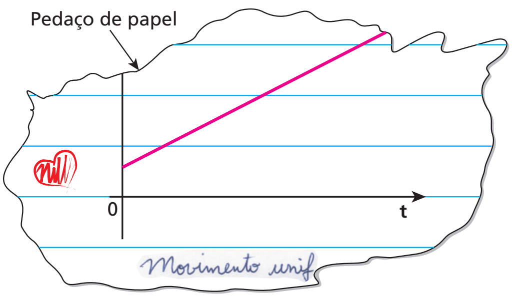
c) a partícula não pode passar por um mesmo ponto duas vezes;

d) no instante correspondente ao vértice da parábola no gráfico **s x t**, ocorre a inversão do sentido do movimento;

e) no instante da inversão do sentido do movimento, tanto a velocidade como a aceleração escalar são nulas.

Resposta: d

47 No lixo de uma sala de aula de primeira série do Ensino Médio, foi encontrado um pedaço de papel em que estava traçado um gráfico referente a um movimento. Só era possível ler "Movimento unif":



Pode-se afirmar que esse gráfico corresponde a um movimento:

a) certamente uniforme;

b) certamente uniformemente variado;

c) certamente retilíneo;

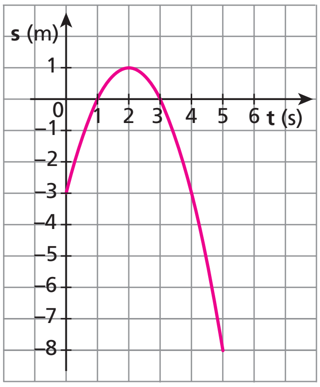
d) uniforme ou uniformemente variado;

e) acelerado com certeza.

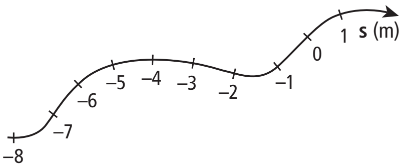
Resolução:
O movimento é uniforme se a grandeza representada no eixo das ordenadas é a posição (**s**) ou uniformemente variado se essa grandeza é a velocidade escalar (**v**).

Resposta: d

48 O gráfico ao lado corresponde ao movimento uniformemente variado de uma partícula:

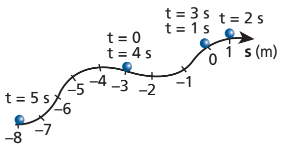


a) Supondo que a trajetória da partícula seja a representada a seguir, copie-a, indicando a posição da partícula nos instantes 0, 1 s, 2 s, 3 s, 4 s e 5 s.



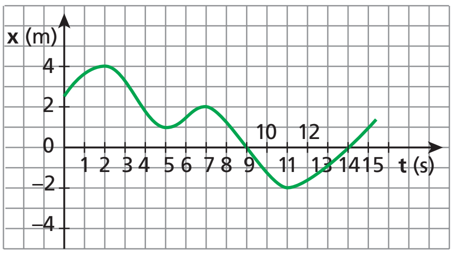
b) O movimento é acelerado ou retardado para $0 < t < 2$ s? E para $t > 2$ s?

Respostas: a)



b) Retardado para $0 < t < 2$ s e acelerado para $t > 2$ s.

49 (Vunesp-SP) O gráfico na figura mostra a posição **x** de um objeto em movimento sobre uma trajetória retilínea, em função do tempo **t**.

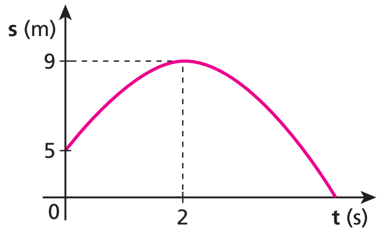


A partir desse gráfico, é possível concluir que a velocidade instantânea do objeto anulou-se somente:
a) no instante 0 segundo;
b) nos instantes 9 e 14 segundos;
c) nos instantes 2 e 7 segundos;
d) nos instantes 5 e 11 segundos;
e) nos instantes 2, 5, 7 e 11 segundos.

Resolução:
A velocidade se anula nos instantes de inversão do sentido do movimento.

Resposta: e

50 O gráfico a seguir, do espaço **s** em função do tempo **t**, refere-se a um movimento uniformemente variado:



Determine:
a) a velocidade escalar do móvel no instante $t_0 = 0$;
b) a aceleração escalar do móvel.

Resolução:
De $t_0 = 0$ a $t = 2$ s, temos:

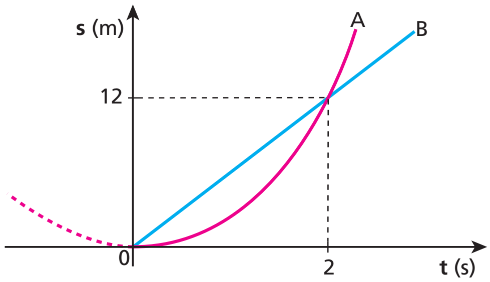
a) $v_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{9-5}{2-0} \Rightarrow v_m = 2$ m/s

$v_m = \dfrac{v_0 + v_2}{2} \Rightarrow 2 = \dfrac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow \boxed{v_0 = 4 \text{ m/s}}$

b) $\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 + v_0}{2-0} = \dfrac{0-4}{2-0} \Rightarrow \boxed{\alpha = -2 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 4 m/s; b) –2 m/s²

51 São dados a seguir os gráficos referentes aos movimentos de dois veículos **A** e **B**. O gráfico de **A** é um arco de parábola com vértice em t = 0.



Calcule a velocidade escalar de **A** em t = 2 s.

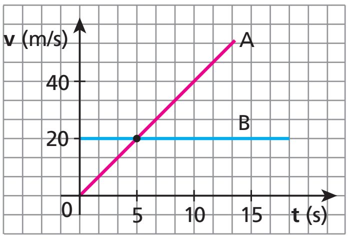
Resolução:
De 0 a 2 s, temos:

$v_{m_B} = v_{m_A} \Rightarrow v_B = \dfrac{v_0 + v_2}{2} \Rightarrow 6 = \dfrac{0 + v_2}{2}$

$\boxed{v_2 = 12 \text{ m/s}}$

Resposta: 12 m/s

52 No instante $t_0 = 0$, dois motociclistas **A** e **B** estão em uma mesma posição de uma estrada. Considerando essa posição como origem dos espaços e sabendo que suas velocidades escalares comportam-se em relação ao tempo conforme o diagrama abaixo, trace, num mesmo par de eixos, os gráficos do espaço em função do tempo para **A** e **B**, indicando o instante e a posição em que voltam a se encontrar.



Resolução:

• Em $t_e = 10$ s:

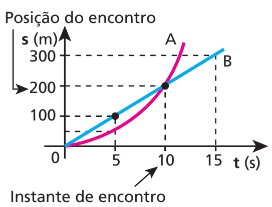
$s_A = s_B = 10 \text{ s} \cdot 20 \text{ m/s} = 200 \text{ m}$

• Para **B**, a função s × t é crescente, do primeiro grau em **t**, com $s_{0_B} = 0$.

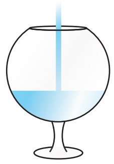
• Para **A**, a função s × t também é crescente, com $s_{0_A} = 0$. É um arco de parábola com vértice em $t_0 = 0$, pois $v_{0_A} = 0$, apresentando concavidade voltada para cima, já que $\alpha_A > 0$.

Veja os gráficos nas Respostas.

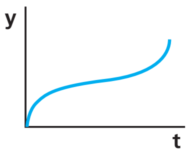
Resposta:

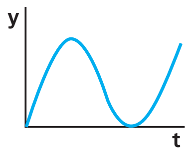


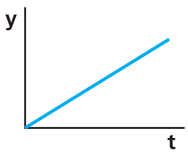
53 (Olimpíada Paulista de Física) Uma taça de forma esférica, como mostra a figura abaixo, está sendo cheia com água a uma taxa constante.

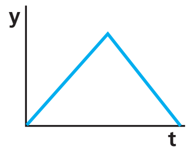


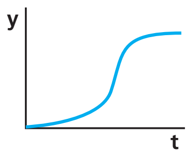
A altura do líquido, **y**, em função do tempo, **t**, pode ser representada graficamente por:

a) 

d) 

b) 

e) 

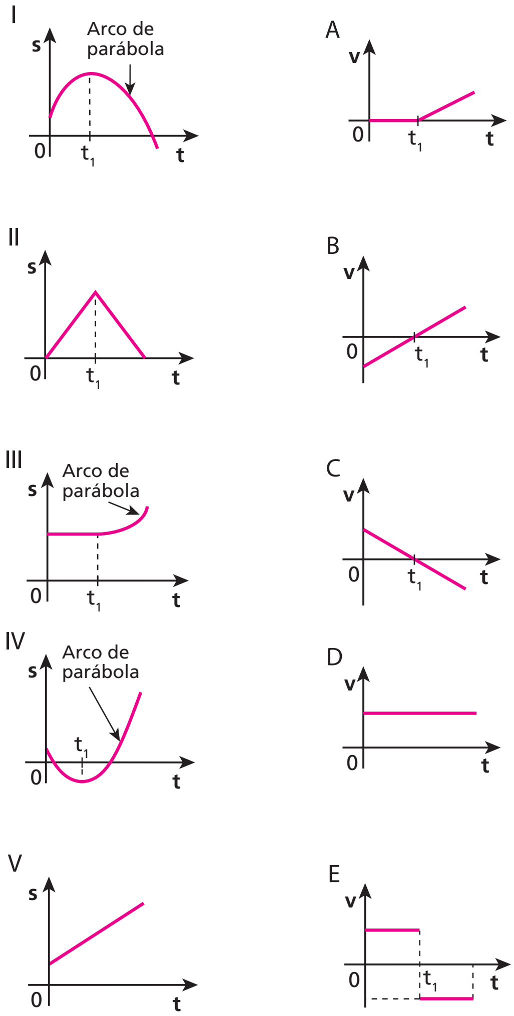
c) 

Resolução:

No início, em iguais intervalos de tempo, o nível da água sobe cada vez menos porque a área da seção transversal da taça vai aumentando. A partir do instante em que o nível da água atinge a seção transversal de área máxima, ele passa a subir cada vez mais, em iguais intervalos de tempo, porque a área da seção transversal passa a diminuir.

Resposta: a

54 São dados, a seguir, os gráficos do espaço (**s**) e da velocidade escalar (**v**) em função do tempo (**t**) para cinco partículas:



Estabeleça a correspondência entre os gráficos do espaço e da velocidade escalar.

Resolução:

I) **MUV** $\begin{cases} v_0 > 0 \\ v_{t_1} = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{C}$

II) **De 0 a t_1**: MU com $v > 0 \rightarrow \boxed{E}$

De t_1 em diante: MU com $v < 0$

III) **De 0 a t_1**: repouso ($v = 0$) $\rightarrow \boxed{A}$

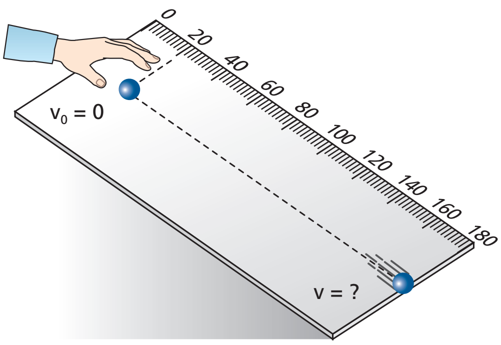
De t_1 em diante: MUV, com $v_{t_1} = 0$ e $\alpha > 0$

IV) **MUV** $\begin{cases} v_0 > 0 \\ v_{t_1} = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{B}$

V) **MU**: $v > 0 \rightarrow \boxed{D}$

Respostas: I-C; II-E; III-A; IV-B; V-D

55 **E.R.** Uma esfera de aço é abandonada numa rampa inclinada na qual está colocada uma fita métrica graduada em centímetros, como representa a figura.



Sabendo que a aceleração escalar da esfera é praticamente constante e igual a 5 m/s², calcule sua velocidade escalar **v** no final da rampa.

Resolução:

Temos: $s_0 = 20\text{ cm} = 0{,}2\text{ m}$

$s = 180\text{ cm} = 1{,}8\text{ m}$

$v_0 = 0$ e

$\alpha = 5\text{ m/s}^2$

Então: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha(s - s_0)$

$v^2 = 0^2 + 2 \cdot 5 \cdot (1{,}8 - 0{,}2) \Rightarrow \boxed{v = 4\text{ m/s}}$

56 No tubo de imagem de um televisor, um elétron, liberado com velocidade nula por um filamento quente, é acelerado uniformemente por um campo elétrico, atingindo a velocidade de $6 \cdot 10^6$ m/s após percorrer 1,8 cm. Calcule a aceleração escalar desse elétron.

Resolução:

$v_0 = 0$; $v = 6 \cdot 10^6\text{ m/s}$; $\Delta s = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\text{ m}$

$v^2 = v_9^2 + 2\alpha\Delta s$

$36 \cdot 10^{12} = 2\alpha \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1 \cdot 10^{15}\text{ m/s}^2}$

Resposta: $1 \cdot 10^{15}$ m/s²

57 Um foguete parte do repouso de uma plataforma de lançamento, com aceleração escalar de 440 m/s², suposta constante, que é mantida nos primeiros 19,8 m da subida. Calcule:

a) a velocidade escalar do foguete no final desse deslocamento;

b) o tempo decorrido para essa velocidade ser atingida.

Resolução:

a) $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$

$v^2 = 2 \cdot 440 \cdot 19{,}8 = 17\,424 \Rightarrow \boxed{v = 132\text{ m/s}}$

b) $v = v_0 + \alpha\, t$

$132 = 440t \Rightarrow \boxed{t = 0{,}3\text{ s}}$

Respostas: a) 132 m/s; b) 0,3 s

58 Enquanto uma partícula percorre 10 m, sua velocidade escalar instantânea varia de 10 m/s a 20 m/s. Determine sua aceleração escalar, suposta constante.

Resolução:

$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 20^2 = 10^2 + 2\alpha \cdot 10$

$\boxed{\alpha = 15\text{ m/s}^2}$

Resposta: 15 m/s²

59 Deslocando-se com velocidade escalar igual a 30 m/s, um vagão ferroviário é desacelerado até o repouso com aceleração constante. O vagão percorre 100 metros até parar. Qual a aceleração escalar do vagão?

Resolução:

$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0^2 = 30^2 + 2\alpha \cdot 100$

$\boxed{\alpha = -4{,}5\text{ m/s}^2}$

Resposta: – 4,5 m/s²

60 Um automóvel está a 72 km/h quando seus freios são acionados, imprimindo-lhe uma aceleração escalar constante de módulo igual a 5 m/s². Calcule a distância que ele percorre desde o instante em que inicia a freada até parar e a duração desse percurso.

Resolução:

• $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta s$

$\boxed{\Delta s = 40\text{ m}}$

• $v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow 0 = 20 - 5t \Rightarrow \boxed{t = 4\text{ s}}$

Resposta: 40 m e 4 s respectivamente

61 (Fuvest-SP) A velocidade máxima permitida em uma autoestrada é de 110 km/h (aproximadamente 30 m/s) e um carro, nessa velocidade, leva 6 s para parar completamente. Diante de um posto rodoviário, os veículos devem trafegar no máximo a 36 km/h (10 m/s). Assim, para que os carros em velocidade máxima consigam obedecer ao limite permitido ao passar em frente do posto, a placa referente à redução de velocidade deverá ser colocada antes do posto a uma distância de, pelo menos:

a) 40 m. b) 60 m. c) 80 m. d) 90 m. e) 100 m.

Resolução:

Supondo constante a aceleração escalar do carro durante a freada, temos:

• $v = v_0 + \alpha\, t$

$0 = 30 + \alpha \cdot 6 \Rightarrow \alpha = -5\text{ m/s}^2$

• $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$

$10^2 = 30^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta s \Rightarrow \boxed{\Delta s = 80\text{ m}}$

Resposta: c

62 Um automóvel movia-se numa avenida quando seu motorista percebeu que o semáforo do cruzamento logo adiante estava fechado. O motorista freou, mas não conseguiu parar antes do cruzamento, atingindo outro veículo. Com base nos danos causados nos veículos, técnicos da polícia estimaram que o automóvel do motorista infrator estava a 36 km/h no momento da colisão. A 50 m do acidente, foi encontrada uma marca no asfalto, que corresponde ao local em que o motorista pisou desesperadamente no freio. Sabendo que os freios do veículo conseguem produzir uma aceleração escalar praticamente constante, de módulo igual a 8 m/s², calcule sua velocidade, em km/h, imediatamente antes de o motorista pisar no freio.

Resolução:

$v = 10$ m/s; $\Delta s = 50$ m; $\alpha = 8$ m/s²

$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$

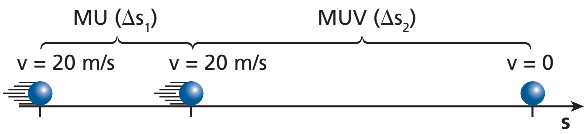
$10^2 = v_0^2 + 2 \cdot (-8) \cdot 50 \quad v_0 = 30$ m/s

$\boxed{v_0 = 108 \text{ km/h}}$

Resposta: $v_0 = 108$ km/h

63 O tempo de reação de um motorista é de aproximadamente 0,7 s (intervalo de tempo decorrido entre a percepção de um sinal para parar e a efetiva aplicação dos freios). Se os freios de um automóvel podem garantir um retardamento de 5 m/s², calcule a distância percorrida por ele até parar, supondo que sua velocidade era de 72 km/h ao perceber o sinal para parar (faça o cálculo utilizando equações).

Resolução:



$\Delta t = 0{,}7$ s $\qquad \alpha = -5$ m/s²

$\Delta s_1 = ?$ $\qquad \Delta s_2 = ?$

• $\Delta s_1 = v + \Delta t = 20 \cdot 0{,}7 \Rightarrow \Delta s_1 = 14$ m

• $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$

$0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-5)\,\Delta s_2 \Rightarrow \Delta s_2 = 40$ m

• $\Delta s_{total} = \Delta s_1 + \Delta s_2 \Rightarrow \boxed{\Delta s_{total} = 54 \text{ m}}$

Resposta: $\Delta s_{total} = 54$ m

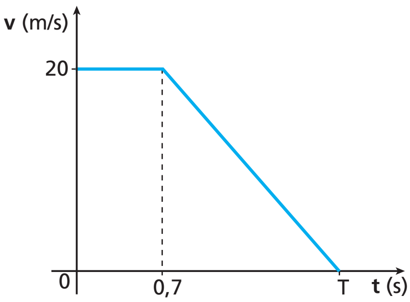
64 Com relação à questão anterior:

a) trace o gráfico da velocidade escalar (**v**) desde o instante em que o motorista percebeu o sinal para parar até o instante em que ele parou;

b) calcule a distância percorrida nesse intervalo de tempo, por meio do gráfico **v x t**.

Resolução:

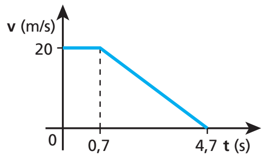
a)



$\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \dfrac{0-20}{T-0{,}7} \Rightarrow T = 4{,}7$ s

b) $\Delta s_{total} = \dfrac{(4{,}7 + 0{,}7)}{2} \cdot 20 \Rightarrow \boxed{\Delta s_{total} = 54 \text{ m}}$

Resposta: a)



b) 54 m

65 (UFPI) A distância percorrida por um automóvel que viaja a 40 km/h, após a ação dos freios, até que pare, é de 8 metros, admitindo-se constante sua aceleração devido à freada. Com a velocidade do automóvel igual a 80 km/h, e supondo as mesmas condições anteriores, o espaço percorrido pelo automóvel após a freada será de:

a) 8 m. b) 16 m. c) 24 m. d) 32 m. e) 40 m.

Resolução:

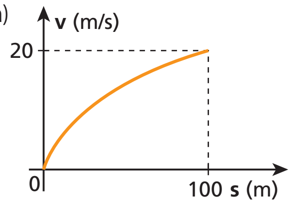
• $v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow \Delta s = \dfrac{-v_0^2}{2\alpha}$

• Dobrando v_0, de 40 km para 80 km/h, Δs quadruplica. Portanto, a distância percorrida será $4 \cdot 8$ m, ou seja, 32 m.

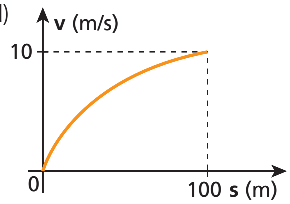
Resposta: d

66 (Mack-SP) Um atleta, ao disputar os "100 metros rasos", consegue cumprir o percurso em 10,0 s. Considerando que o movimento é retilíneo uniformemente acelerado, a partir do repouso e da origem dos espaços, o gráfico que melhor representa a velocidade escalar do atleta em função do espaço percorrido é:

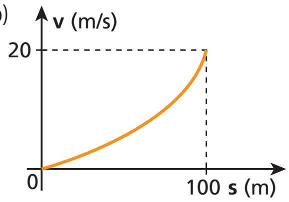
a)



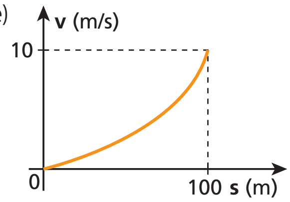
d)



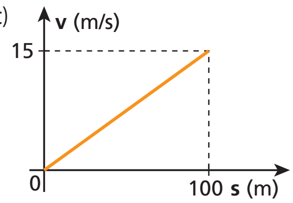
b)



e)



c)



Resolução:

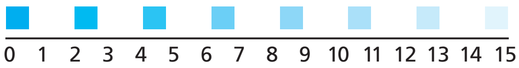
• $\Delta s = \dfrac{\alpha t^2}{2} \Rightarrow 100 = \dfrac{\alpha \cdot 10{,}0^2}{2} \Rightarrow \alpha = 2{,}0$ m/s²

• $v^2 = 2\,\alpha\,\Delta s = 4{,}0$ S : o gráfico de **v** em função de **S** tem o aspecto daqueles das alternativas **a** e **d**.

• Para S – 100 m : $v^2 = 4{,}0 \cdot 100 \Rightarrow v = 20$ m/s

Resposta: a

67 (FCC-SP) Um pouco de tinta foi colocada na banda de rodagem do pneu de um carro. Quando o carro se movimenta, a mancha de tinta deixa marcas no chão igualmente espaçadas e com tonalidades cada vez mais fracas.



O que se pode concluir sobre a velocidade e a aceleração escalares do carro?

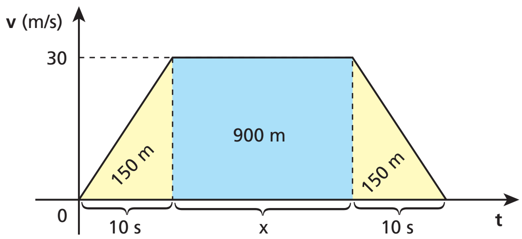
a) A velocidade é constante e a aceleração é nula.
b) A velocidade é crescente e a aceleração é constante.
c) A velocidade é decrescente e a aceleração é constante.
d) A velocidade e a aceleração são variáveis.
e) Nada se pode concluir, porque os dados são insuficientes.

Resolução:
Não havendo escorregamento do pneu, as marcas deixadas no chão sempre estarão igualmente espaçadas, independentemente do tipo de movimento desse carro. Assim, não se pode concluir nada.

Resposta: e

68 Uma locomotiva parte de uma estação **A** e pára em uma estação **B**, distante 1 200 m de **A**. O máximo módulo da aceleração que ela consegue manter é de 3 m/s², tanto na fase de aceleração como na de retardamento. Sabendo que é proibido trafegar nessa região com velocidade superior a 30 m/s, calcule o mínimo intervalo de tempo possível para ir de **A** a **B**, sem problemas com a fiscalização.
Sugestão: Resolva essa questão utilizando o gráfico da velocidade escalar em função do tempo.

Resolução:



$\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \dfrac{30}{\Delta t}$

$\Delta t = 10\ s$

"área" $= \Delta s = 1\,200$ m

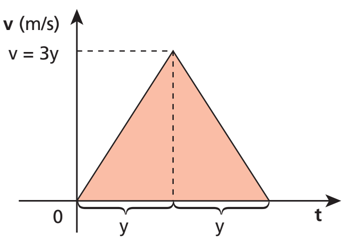
$30\,x = 900 \Rightarrow x = 30\ s$

$\Delta t_{mín} = 10\ s + 30\ s + 10\ s \Rightarrow \boxed{\Delta t_{mín} = 50\ s}$

Resposta: 50 s

69 Releia a questão anterior. Agora, resolva-a supondo que não haja limitação para a velocidade.

Resolução:



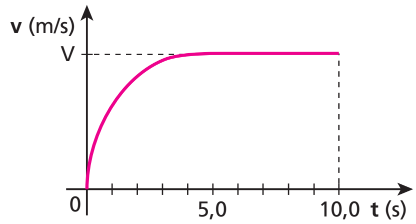
$3 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \dfrac{v}{y} \Rightarrow \quad v = 3y$

$\dfrac{(2y)\cdot(3y)}{2} = 1\,200 \Rightarrow 3y^2 = 1\,200 \Rightarrow y = 20\ s$

$\Delta t_{mín} = y + y \Rightarrow \boxed{\Delta t_{mín} = 40\ s}$

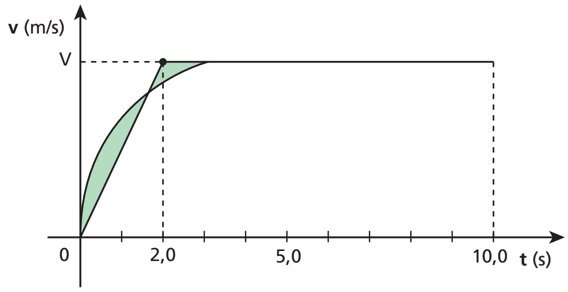
Resposta: 40 s

70 Numa corrida de 100 m rasos, a velocidade escalar de um atleta variou com o tempo, aproximadamente, conforme o gráfico:



Sabendo que esse atleta concluiu a prova em 10,0 s, faça uma estimativa (cálculo aproximado) de sua velocidade máxima **V**.

Resolução:
Façamos uma aproximação utilizando dois segmentos de reta, de modo que se mantenha quase a mesma "área" do gráfico original:



$\Delta s =$ "área" $\Rightarrow 100 = \dfrac{(10{,}0 + 8{,}0)}{2} \cdot V$

$\boxed{V \simeq 11\ m/s}$

Resposta: 11 m/s

71 (Uerj) A cidade de São Paulo tem cerca de 23 km de raio. Em certa madrugada, parte-se de carro, inicialmente em repouso, de um ponto qualquer de uma das avenidas marginais que circundam a cidade. Durante os primeiros 20 segundos, o movimento ocorre com aceleração constante de 1,0 m/s². Ao final desse período, a aceleração torna-se nula e o movimento prossegue mantendo-se a velocidade adquirida.
Considerando que o movimento foi circular, determine:

a) a distância percorrida pelo carro durante os primeiros 20 segundos;
b) o tempo gasto para que fosse alcançado o ponto diametralmente oposto à posição inicial, ou seja, o extremo oposto da cidade.

Resolução:

a) Nos primeiros 20 s, temos:

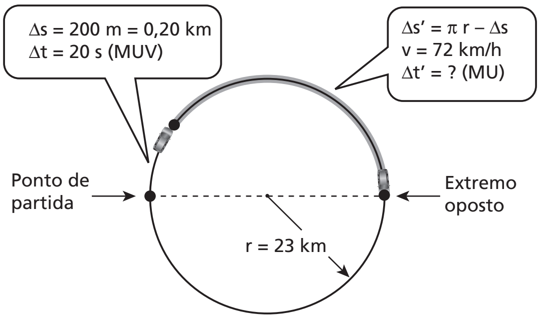
$v_0 = 0,\ \alpha = 1{,}0\ m/s^2$ e $t = 20\ s$

Então: $\Delta s = \dfrac{\alpha}{2}\,t^2 = \dfrac{1{,}0}{2} \cdot 20^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 200\ m}$

b) Velocidade adquirida em 20 s:

$v = \alpha\, t = 1{,}0 \cdot 20 \Rightarrow v = 20\ m/s = 72\ km/h$

Lembrando que o comprimento de uma circunferência de raio **r** é igual a $2\,\pi\,r$, temos:



$$v = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} = \frac{\pi\,r - \Delta s}{\Delta t'} \Rightarrow 72 = \frac{3{,}14 \cdot 23 - 0{,}20}{\Delta t'}$$

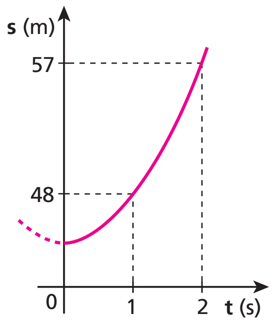
$\Delta t' = 1{,}0\ h$

$\Delta t_{total} = \Delta t + \Delta t' = 20\ s + 1{,}0\ h$

$\boxed{\Delta t_{total} \simeq 1{,}0\ h}$

Respostas: a) 200 m; b) 1,0 h aproximadamente

72 Os espaços de um móvel variam com o tempo, conforme o gráfico a seguir, que é um arco de parábola cujo vértice está localizado no eixo **s**:



Determine:

a) o espaço em $t_0 = 0$;

b) a aceleração escalar;

c) a velocidade escalar em $t = 3$ s.

Resolução:

Vértice do arco de parábola no eixo **s** $\Rightarrow v_0 = 0$.

Usando $s = s_0 + v_0\,t + \frac{\alpha}{2}\,t^2$, temos:

Para $t = 1$ s, $s = 48$ m: $48 = s_0 + \frac{\alpha}{2} \cdot 1^2$

$2s_0 + \alpha = 96$ (I)

Para $t = 2$ s, $s = 57$ m: $57 = s_0 + \frac{\alpha}{2} \cdot 2^2$

$s_0 + 2\,\alpha = 57$ (II)

De (I) e (II), obtemos:

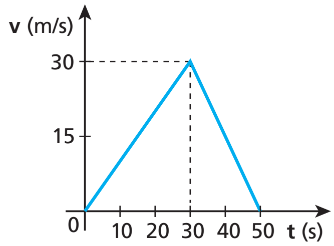
$\boxed{s_0 = 45\ m}$ e $\boxed{\alpha = 6\ m/s^2}$

Como $v = v_0 + \alpha\,t$:

$v_3 = 0 + 6 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{v_3 = 18\ m/s}$

Respostas: a) 45 m; b) 6 m/s²; c) 18 m/s

73 (Vunesp-SP) A figura representa o gráfico velocidade × tempo do movimento retilíneo de um móvel.



a) Qual o deslocamento total desse móvel?

b) Esboce o gráfico posição × tempo correspondente, supondo que o móvel partiu da origem dos espaços.

Resolução:

a) $\Delta s = \text{“área”} = \frac{50 \cdot 30}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 750\ m}$

b) De 0 a 30 s:

MUV com:

$\alpha > 0 \Rightarrow$ arco de parábola com concavidade para cima.

$v_0 = 0 \Rightarrow$ arco de parábola com vértice no eixo **s**.

$s_{30} = \text{“área”} = \frac{30 \cdot 30}{2} \Rightarrow s_{30} = 450\ m$

De 30 s a 50 s:

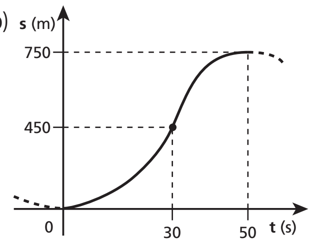
MUV com:

$\alpha < 0 \Rightarrow$ arco de parábola com concavidade para baixo.

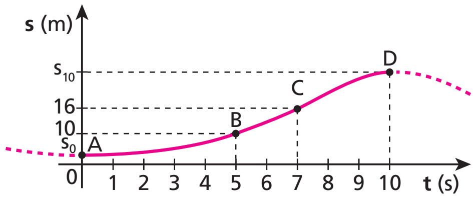
$v_{50} = 0 \Rightarrow$ vértice do arco de parábola em $t = 50$ s.

Respostas: a) 750 m

b)



74 O espaço (**s**) de uma partícula variou com o tempo (**t**) conforme indica o gráfico a seguir.



Nesse gráfico, os trechos AB e CD são arcos de parábola com vértices nos pontos **A** e **D**, ao passo que o trecho BC é um segmento de reta. Determine:

a) o espaço inicial (s_0) da partícula;

b) a aceleração escalar no trecho CD;

c) o espaço (s_{10}) da partícula em $t = 10$ s.

Resolução:

a) De **B** a **C** o movimento é uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{16-10}{7-5} \Rightarrow v = v_B = v_C = 3 \text{ m/s}$$

- $v_B = v_A + \alpha\, t \Rightarrow 3 = 0 + \alpha \cdot 5 \Rightarrow \alpha = 0{,}6 \text{ m/s}^2$
- $v_B^2 = v_A^2 + 2\alpha\,\Delta s \Rightarrow 3^2 = 0^2 + 2 \cdot 0{,}6 \cdot (10 - s_0)$

$$\boxed{s_0 = 2{,}5 \text{ m}}$$

b) $v_D = v_C + \alpha'\, t$

$$0 = 3 + \alpha' \cdot 3 \Rightarrow \boxed{\alpha' = -1 \text{ m/s}^2}$$

c) $v_D^2 = v_C^2 + 2\alpha'\Delta s$

$$0^2 = 3^2 + 2 \cdot (-1) \cdot (s_{10} - 16) \Rightarrow \boxed{s_{10} = 20{,}5 \text{ m}}$$

Respostas: a) 2,5 m; b) –1 m/s²; c) 20,5 m

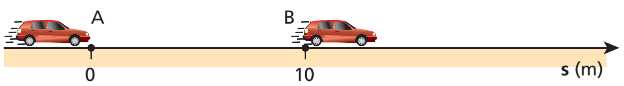
75 (Olimpíada Brasileira de Física) Dois carros movem-se no mesmo sentido em uma estrada retilínea com velocidades $v_A = 108$ km/h e $v_B = 72$ km/h respectivamente. Quando a frente do carro **A** está a uma distância de 10 m atrás da traseira do carro **B**, o motorista do carro **A** freia, causando uma desaceleração $a = 5$ m/s².

a) Calcule a distância percorrida pelo carro **A** até que ele colida com o carro **B**.

b) Repita o cálculo do item anterior, mas agora supondo que a velocidade inicial do carro **A** seja de 90 km/h. Interprete seu resultado.

Resolução:

a) $v_A = 30$ m/s e $v_B = 20$ m/s



$$\left.\begin{array}{l} s_A = 30\,t - \dfrac{5\,t^2}{2} \\ s_B = 10 + 20\,t \end{array}\right\} \Rightarrow 30\,t_e - \frac{5\,t_e^2}{2} = 10 + 20\,t_e \Rightarrow t_e = 2 \text{ s}$$

$$s_A = 30 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \boxed{s_A = 50 \text{ m}}$$

b) $v_A = 25$ m/s

$$\left.\begin{array}{l} s_A = 25\,t - \dfrac{5\,t^2}{2} \\ s_B = 10 + 20\,t \end{array}\right\} \Rightarrow 25\,t_e - \frac{5\,t_e^2}{2} = 10 + 20\,t_e \Rightarrow 5\,t_e^2 - 10\,t_e + 20 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow \boxed{\text{Não haverá colisão.}}$$

Respostas: a) 50 m; b) Não haverá colisão.

76 (Vunesp-SP) Uma norma de segurança sugerida pela concessionária de uma autoestrada recomenda que os motoristas que nela trafegam mantenham seus veículos separados por uma "distância" de 2,0 segundos.

a) Qual é essa distância, expressa adequadamente em metros, para veículos que percorrem a estrada com velocidade constante de 90 km/h?

b) Suponha que, nessas condições, um motorista freie bruscamente seu veículo até parar, com aceleração constante de módulo 5,0 m/s², e o motorista de trás só reaja, freando seu veículo, depois de 0,50 s. Qual deve ser o mínimo módulo da aceleração do veículo de trás para não colidir com o da frente?

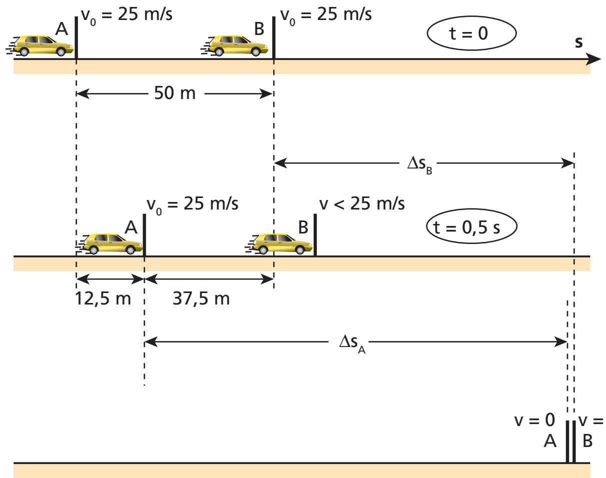
Resolução:

a) 90 km/h = 25 m/s

distância = v t = 25 · 2 $\Rightarrow$ $\boxed{\text{distância} = 50 \text{ m}}$

b)
- No instante t = 0, **B** começa a frear.
- Em t = 0,50 s, após percorrer 12,5 m ($\Delta s = v_0\, t = 25$ m/s · 0,5 s = = 12,5 m), **A** passa a frear seu veículo.
- Algum tempo depois, **B** pára.

No caso crítico, para não haver colisão, **A** deve parar "colado" em **B**:



Cálculo de Δs_B: $v^2 = v_0^2 + 2\,\alpha_B\,\Delta s_B$

$0^2 = 25^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta s_B$

$\Delta s_B = 62{,}5$ m

Cálculo de $|\alpha_A|$ mínimo:

Para parar, **A** não precisa frear tanto quanto **B**, já que **A dispõe de uma distância maior** para fazer isso. De fato, de t = 0,50 s até parar:

$\Delta s_A = 37{,}5 \text{ m} + \Delta s_B = 37{,}5 \text{ m} + 62{,}5 \text{ m}$

$\Delta s_A = 100$ m

$v^2 = v_0^2 + 2\,\alpha_A\,\Delta s_A$

$0^2 = 25^2 + 2\,\alpha_A \cdot 100 \Rightarrow \alpha_A = -3{,}125 \text{ m/s}^2$

$$\boxed{|\alpha_A|_{mín} = 3{,}125 \text{ m/s}^2}$$

Nota:
- **A** e **B** não param no mesmo instante.

Vamos determinar, em relação à origem de tempo (t = 0) usada na resolução, os instantes em que **A** e **B** param.

B: $v = v_0 + \alpha_B\, t$

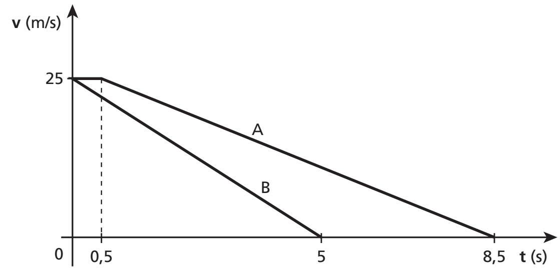
$0 = 25 - 5\ t_{P_B} \Rightarrow \boxed{t_{P_B} = 5{,}0\ s}$

A: $v = v_0 + \alpha_A\, t'$

$0 = 25 - 3{,}125 \cdot t'_{P_A} \Rightarrow \boxed{t'_{P_A} = 8{,}0\ s}$

Como **A** começou a frear em $t = 0{,}50$ s:

$\boxed{t_{P_A} = 8{,}5\ s}$



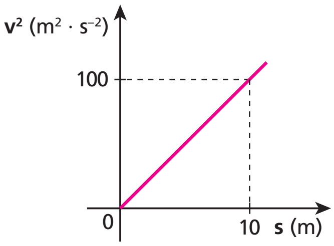
Calculando as "áreas" nesses gráficos, podemos conferir os deslocamentos de **A** e **B desde t = 0** até o instante em que param:

$$\Delta s_{B_{total}} = \frac{5 \cdot 25}{2} \Rightarrow \Delta s_{B_{total}} = 62{,}5\ m$$

$$\Delta s_{A_{total}} = \frac{(8{,}5 + 0{,}5) \cdot 25}{2} \Rightarrow \Delta s_{A_{total}} = 112{,}5\ m$$

Respostas: a) 50 m; b) $3{,}125\ m/s^2$

77 O gráfico mostra como varia o quadrado da velocidade escalar de uma partícula em função de sua abscissa **s**:



Determine a aceleração escalar da partícula.

Resolução:

$v = 0$ em $s = 0$

$v^2 = v_0^2 + 2\,\alpha\Delta s \Rightarrow 100 = 2 \cdot \alpha \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\alpha = 5\ m/s^2}$

Resposta: $5\ m/s^2$

78 (FEI-SP) Um móvel parte de certo ponto com um movimento que obedece à lei horária $S = 4t^2$, válida no SI. **S** é a abscissa do móvel e **t** é o tempo. Um segundo depois, parte outro móvel do mesmo ponto do primeiro, com movimento uniforme e seguindo a mesma trajetória. Qual a menor velocidade que deverá ter esse segundo móvel a fim de encontrar o primeiro?

Resolução:

$S = 4\,t^2$ .... MUV $\qquad S' = v\,(t - 1)$ .... MU

No encontro: $S = S'$

$4\,t_e^2 = v\,(t_e - 1) \Rightarrow 4\,t_e^2 - v\,t_e + v = 0$

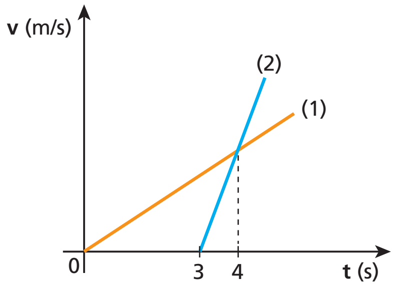
$$t_e = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 16\,v}}{8}$$

Para t_e existir, devemos impor:

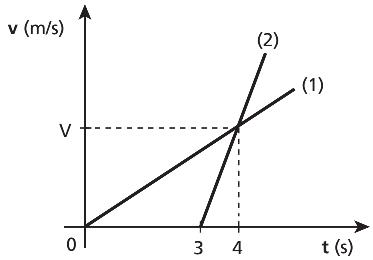
$v^2 - 16\,v \geqslant 0 \Rightarrow v \geqslant 16\ m/s \Rightarrow \boxed{v_{mín} = 16\ m/s}$

Resposta: 16 m/s

79 (FEI-SP) Na figura, estão representados os diagramas de velocidade de dois móveis em função do tempo. Esses móveis partem de um mesmo ponto, a partir do repouso, e percorrem a mesma trajetória retilínea. Em que instante (**s**) eles se encontram?



Resolução:



$s_{0_1} = s_{0_2} = 0$
$v_{0_1} = v_{0_2} = 0$

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \begin{cases} \alpha_1 = \dfrac{V - 0}{4 - 0} = \dfrac{V}{4} \\ \alpha_2 = \dfrac{V - 0}{4 - 3} = V \end{cases}$$

Tempo de movimento do móvel 1

Tempo de movimento do móvel 2

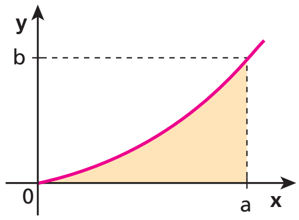
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \begin{cases} s_1 = \dfrac{V\,t^2}{4 \cdot 2} \\ s_2 = \dfrac{V\,\overbrace{(t-3)}^{}{}^2}{2} \end{cases}$$

$$s_2 = s_1: \frac{V\,(t - 3)^2}{2} = \frac{V\,t^2}{8} \Rightarrow \boxed{t = 6\ s}$$

A raiz $t = 2$ s não serve porque nesse instante o móvel 2 ainda não tinha partido.

Respostas: $t = 6$ s ; A raiz $t = 2$ s não serve porque nesse instante o móvel 2 ainda não tinha partido.

80 A figura a seguir ilustra a representação gráfica de uma função do tipo $y = k \cdot x^n$, em que **k** é uma constante e **n** é um inteiro positivo.

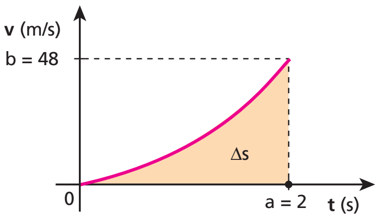


A área da região destacada é dada por:

$$\boxed{\text{Área} = \frac{a \cdot b}{n+1}}$$

A velocidade escalar de uma partícula varia com o tempo, segundo a função $v = 3t^4$ (SI). Calcule a distância percorrida pela partícula entre $t_0 = 0$ e $t = 2$ s.

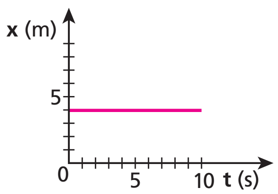
Resolução:

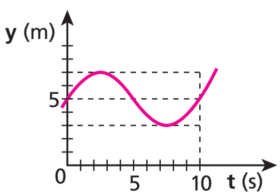


$$\Delta s = \frac{a\,b}{n+1} = \frac{2 \cdot 48}{4+1} = \frac{96}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 19{,}2 \text{ m}}$$

Resposta: 19,2 m

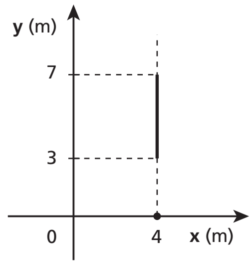
81 Uma partícula move-se num plano determinado por dois eixos cartesianos ortogonais 0x e 0y e suas coordenadas de posição **x** e **y** variam com o tempo **t**, conforme os gráficos a seguir.





a) Qual o comprimento da trajetória descrita pela partícula no intervalo de tempo de 0 a 10 s?
b) Qual a distância entre as posições da partícula nos instantes $t_0 = 0$ e $t = 10$ s?
c) Quantas vezes a partícula parou de 0 a 10 s?

Resolução:
a) Como **x** é constante e igual a 4 m e **y** varia entre 3 m e 7 m, a trajetória descrita no plano Oxy é o segmento de reta traçado na figura:



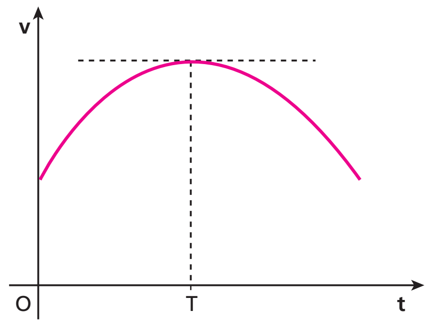
Portanto, o comprimento da trajetória é 4 m.
b) Nula.
c) Duas vezes: em t = 2,5 s e em t = 7,5 s

Respostas: a) 4 m; b) Nula; c) Duas

82 Dado que a aceleração escalar de um corpo é **nula** em determinado instante, pode-se afirmar que ele:
a) está no ponto mais alto atingido após ser lançado verticalmente para cima;
b) está em movimento uniforme;
c) está num movimento uniformemente variado qualquer;
d) está em movimento retilíneo;
e) pode estar em movimento variado não-uniformemente.

Resolução:
O enunciado informou que a aceleração escalar é nula em determinado **instante**. Portanto, não sabemos se ela também é nula nos demais instantes. Por isso, a alternativa correta é **e**.

Exemplo:



Nesse movimento variado não-uniformemente, a aceleração escalar é nula apenas no instante **T**.

Resposta: e

83 Dois corpos **A** e **B**, ambos em movimento uniformemente variado ao longo de um eixo **x**, se cruzam duas vezes: no instante $\mathbf{t_1}$ e no instante $\mathbf{t_2}$. Suas velocidades escalares são respectivamente iguais a v_A e v_B, no instante t_1, e v'_A e v'_B, no instante t_2:

Determine a razão $\dfrac{v_A - v_B}{v'_A - v'_B}$.

Resolução:

• Entre t_1 e t_2, Δx e Δt são iguais para **A** e **B**. Portanto: $v_{m_A} = v_{m_B}$.

• Lembrando que, num MUV, v_m é a média aritmética das velocidades inicial e final, temos:

$$v_{m_A} = v_{m_B} \Rightarrow \frac{v_A - v'_A}{2} = \frac{v_B - v'_B}{2} \Rightarrow v_A - v_B = -(v'_A - v'_B)$$

Portanto: $\boxed{\dfrac{v_A - v_B}{v'_A - v'_B} = -1}$

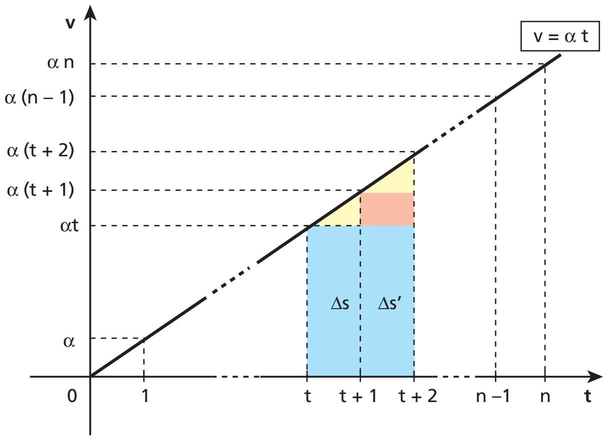
Resposta: –1

84 Um corpo, inicialmente em repouso, entra em movimento com aceleração escalar constante α, no instante $t_0 = 0$.

a) Mostre que as diferenças entre as distâncias percorridas em intervalos de tempo consecutivos e iguais a 1 unidade de tempo são sempre as mesmas e têm o mesmo valor numérico de α.

b) Determine a distância percorrida durante a enésima unidade de tempo. Verifique que ela é um múltiplo ímpar da distância percorrida na primeira unidade de tempo.

Resolução:



a) Seja **t** um instante qualquer.
A diferença entre $\Delta s'$ e Δs é igual à "área" do retângulo destacado em laranja:

$$\Delta s' - \Delta s = \underbrace{[(t+2)-(t+1)]}_{\text{base}} \cdot \underbrace{[\alpha\,(t+1) - \alpha\,t]}_{\text{altura}}$$

$$\boxed{\Delta s' - \Delta s = \alpha}$$

b) Na n-ésima unidade de tempo:

$$\Delta s_n = \frac{\alpha\,(n-1) + \alpha\,n}{2} \cdot 1 \Rightarrow \Delta s_n = \alpha\,n - \frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\Delta s_n = (2n-1)\,\frac{\alpha}{2}}$$

Na primeira unidade de tempo:

$$\Delta s_1 = \frac{1 \cdot \alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$$

Como 2n é par, temos que (2n – 1) é ímpar:

Portanto: $\boxed{\Delta s_n \text{ é um múltiplo ímpar de } \Delta s_1.}$

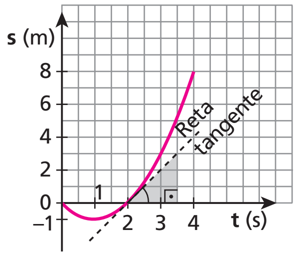
Respostas: a) Demonstração; b) $\Delta s_n = (2n-1)\,\dfrac{\alpha}{2}$

85 Na figura está representada graficamente a função horária $s = t^2 - 2t$ (SI).

Calcule a velocidade escalar em t = 2 s:

a) por meio da função horária da velocidade;

b) por meio do gráfico dado.



Resolução:

a) $s = t^2 - 2t \Rightarrow v = -2 + 2t$

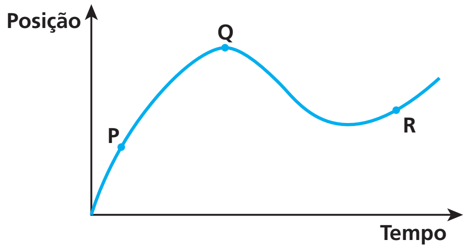
Em t = 2 s: $v = -2 + 2 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v = 2\text{ m/s}}$

b) Usando o triângulo retângulo destacado na figura, temos, em t = 2 s:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3-0}{3{,}5-2} \Rightarrow \boxed{v = 2\text{ m/s}}$$

Respostas: a) 2 m/s; b) 2 m/s

86 (UFMG) Um carro está andando ao longo de uma estrada reta e plana. Sua posição em função do tempo está representada neste gráfico:



Sejam $\mathbf{v_P}$, $\mathbf{v_Q}$ e $\mathbf{v_R}$ os módulos das velocidades do carro, respectivamente, nos pontos **P**, **Q** e **R** indicados nesse gráfico.

Com base nessas informações, é **correto** afirmar que:

a) $v_Q < v_P < v_R$.

b) $v_P < v_R < v_Q$.

c) $v_Q < v_R < v_P$.

d) $v_P < v_Q < v_R$.

Resolução:

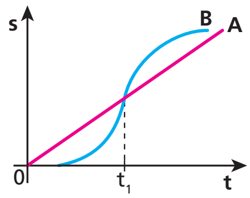
O "coeficiente angular" da reta tangente à curva em cada instante fornece a velocidade escalar nesse instante. Portanto:

• $v_R > 0$, $v_P > 0$, $v_Q = 0$ e $v_R < v_P$

• $\boxed{v_Q < v_R < v_P}$

Resposta: c

87 Dois veículos **A** e **B** percorrem uma mesma rodovia. Suas posições variam com o tempo, como mostra o diagrama a seguir:



Indique a alternativa **incorreta**:

a) A velocidade escalar de **A** é constante.

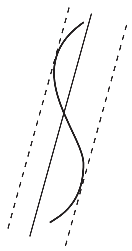
b) No instante t_1, o movimento de **B** deixa de ser acelerado para tornar-se retardado.

c) A velocidade escalar de **B** igualou-se à de **A** em duas ocasiões.

d) A velocidade escalar de **B** nunca foi negativa.

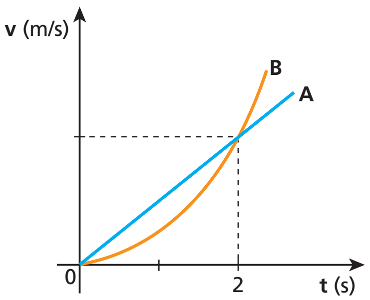
e) **A** e **B** nunca tiveram velocidades escalares iguais.

Resolução:
O móvel **B** tem velocidade escalar igual à de **A** no instante em que a reta tangente ao gráfico de **B** for paralela ao gráfico de **A**. Isso ocorre duas vezes.



Resposta: e

88 (ITA-SP) Duas partículas **A** e **B** deslocam-se ao longo do eixo Ox com velocidades dadas pelo gráfico a seguir, sendo que no instante $t_0 = 0$ ambas estão na origem do sistema de coordenadas. No instante t = 2 s, **A** e **B** estão, respectivamente, nos pontos de abscissas x_1 e x_2, com acelerações a_1 e a_2. Compare x_1 com x_2 e a_1 com a_2.



Resolução:
Comparando as "áreas" de 0 a 2 s, concluímos que:

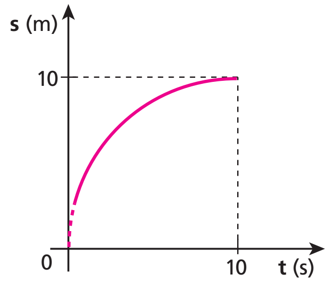
$$\boxed{x_1 > x_2}$$

Em t = 2 s, o "coeficiente angular" da reta tangente ao gráfico de **B** é maior que em **A**.

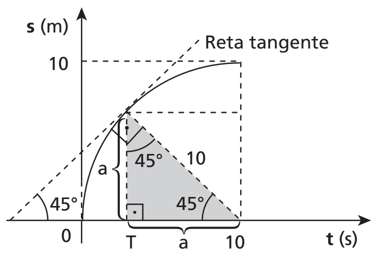
Então: $\boxed{a_2 > a_1}$

Respostas: $x_1 > x_2$ e $a_2 > a_1$

89 O gráfico espaço × tempo a seguir está contido em um quarto de circunferência. Determine o instante **t** em que a velocidade **v** do móvel em questão é igual a 1 m/s.



Resolução:
Como a unidade de tempo e a de espaço foram representadas por **segmentos de mesmo comprimento**, o instante em que **v** é igual a 1 m/s é aquele em que a reta tangente à curva forma 45º com o eixo **t**:

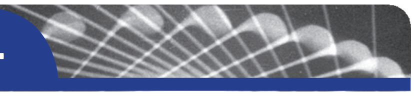


No triângulo retângulo destacado, temos:
$10^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow a = 5\sqrt{2}$ s

Então: $T = 10 - a = 10 - 5\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{T \simeq 3\text{ s}}$

Resposta: $t \simeq 3$ s

Tópico 4



1 Sabendo-se que o comprimento (perímetro) de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, converta em radianos os seguintes ângulos:

a) 360°
b) 180°
c) 90°
d) 60°
e) 30°

Resolução:

a) Ângulo de uma volta: $\theta = \frac{\ell}{R} = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad} = 360° \Rightarrow$

$\boxed{\Rightarrow 360°\ 2\pi \text{ rad}}$

b) $180° = \frac{360°}{2} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2} \Rightarrow \boxed{180° = \pi \text{ rad}}$

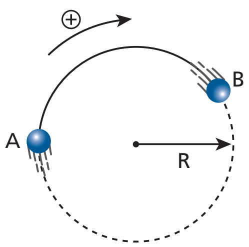
c) $90° = \frac{360°}{4} = \frac{2\pi \text{ rad}}{4} \Rightarrow \boxed{90° = \frac{\pi}{2} \text{ rad}}$

d) $60° = \frac{360°}{6} = \frac{2\pi \text{ rad}}{6} \Rightarrow \boxed{60° = \frac{\pi}{3} \text{ rad}}$

e) $30° = \frac{360°}{12} = \frac{2\pi \text{ rad}}{12} \Rightarrow \boxed{30° = \frac{\pi}{6} \text{ rad}}$

Respostas: a) 2π rad; b) π rad; c) $\frac{\pi}{2}$ rad; d) $\frac{\pi}{3}$ rad; e) $\frac{\pi}{6}$ rad

2 E.R. Uma partícula percorre, em 10 s, o arco de circunferência AB representado na figura, de **A** para **B**:



Sabendo que $\widehat{AB}$ mede 60 cm e R = 30 cm, determine, no percurso de **A** até **B**:

a) a velocidade escalar média linear;
b) a velocidade escalar média angular.

Resolução:

a) A velocidade escalar média linear é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

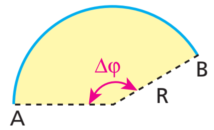
Sendo Δs = 60 cm e Δt = 10 s, vem:

$$v_m = \frac{60}{10} \Rightarrow \boxed{v_m = 6 \text{ cm/s}}$$

b) A velocidade escalar média angular é dada por:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

O deslocamento angular $\Delta\varphi$ é calculado, em radianos, pelo quociente do comprimento do arco AB pelo raio **R**:



$$\Delta\varphi = \frac{60}{30} \Rightarrow \Delta\varphi = 2 \text{ rad}$$

Em (I):

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{\omega_m = 0{,}2 \text{ rad/s}}$$

Nota:

- De um modo mais prático, poderíamos resolver o item **b** da seguinte maneira:

$$\omega_m = \frac{v_m}{R} = \frac{6}{30} \Rightarrow \boxed{\omega_m = 0{,}2 \text{ rad/s}}$$

3 Um automóvel move-se ao longo de uma pista circular de raio igual a 200 metros. Em certo instante, sua velocidade angular vale 0,1 rad/s. Quanto indica seu velocímetro, em km/h, nesse instante?

Resolução:

$v = \omega R = 0{,}1 \cdot 200 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 72 \text{ km/h}}$

Resposta: 72 km/h

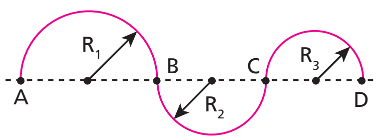
4 Um esportista corre numa pista circular de raio igual a 200 m com velocidade escalar de 18 km/h praticamente constante. Calcule, em radianos, o ângulo central que "enxerga" o arco percorrido por ele em 72 s.

Resolução:

- $v = 5$ m/s
- $\Delta s = v\,\Delta t = 5 \cdot 72 \Rightarrow \Delta s = 360$ m
- $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} = \frac{360}{200} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 1{,}8 \text{ rad}}$

Resposta: 1,8 rad

5 Um móvel vai de **A** a **D** com velocidade escalar linear constante, movendo-se ao longo da curva esquematizada na figura:



Sendo $R_1 > R_2 > R_3$, compare os valores das velocidades angulares nos trechos $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$ e $\widehat{CD}$.

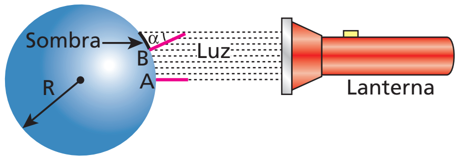
Resolução:

$v = \omega R \Rightarrow \omega_{AB} R_1 = \omega_{BC} R_2 = \omega_{CD} R_3$

Como $R_1 > R_2 > R_3$: $\boxed{\omega_{AB} < \omega_{BC} < \omega_{CD}}$

Resposta: $\omega_{AB} < \omega_{BC} < \omega_{CD}$

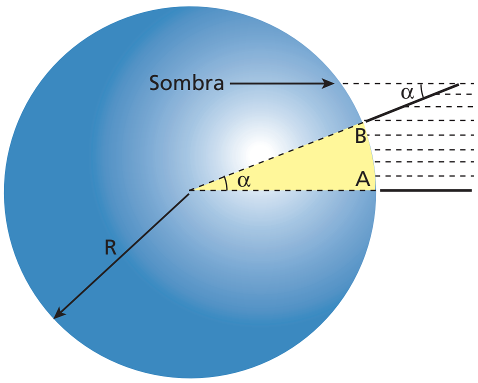
6 Imagine uma esfera de raio **R**, com duas varetas fincadas nela nos pontos **A** e **B**, perpendicularmente à sua superfície e sobre uma mesma circunferência máxima (meridiano). Uma lanterna, que emite um feixe de raios de luz paralelos entre si, ilumina a esfera, como mostra a figura:



Na esfera, não se observa sombra da vareta fincada em **A**, mas se observa sombra da vareta fincada em **B**. Não é difícil medir o ângulo α indicado. Suponha que alguém mediu esse ângulo e encontrou $\alpha = 20°$. Sabendo que o arco AB mede 10 cm e que o comprimento de uma circunferência de raio **R** é igual a $2\pi R$, calcule o raio **R** da esfera. (Use $\pi = 3$.)

Nota:
- Foi de um modo análogo que o grego Eratóstenes (século III a.C.), pela primeira vez, determinou o raio da Terra.

Resolução:



Como um ângulo central e o comprimento do arco que ele "enxerga" são proporcionais, temos:

$$\frac{\alpha}{AB} = \frac{360°}{2\pi R} \Rightarrow \frac{20°}{10\ \text{cm}} = \frac{360°}{2 \cdot 3 \cdot R}$$

$$\boxed{R = 30\ \text{cm}}$$

Resposta: 30 cm

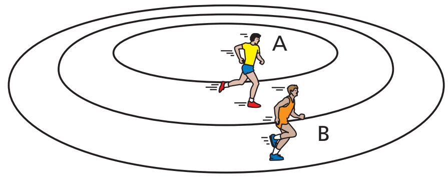
7 (Uerj) A distância média entre o Sol e a Terra é de cerca de 150 milhões de quilômetros. Assim, a velocidade média de translação da Terra em relação ao Sol é, aproximadamente, de:

a) 3 km/s.
b) 30 km/s.
c) 300 km/s.
d) 3 000 km/s.

Resolução:
- $R = 150 \cdot 10^6$ km
- $\Delta s = 2\pi R \simeq 2 \cdot 3 \cdot 150 \cdot 10^6\ \text{km} \Rightarrow \Delta s \simeq 9 \cdot 10^8\ \text{km}$
- $\Delta t = 1\ \text{ano} = 365 \cdot 86\,400\ \text{s} \Rightarrow \Delta t \simeq 3 \cdot 10^7\ \text{s}$
- $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \simeq \dfrac{9 \cdot 10^8\ \text{km}}{3 \cdot 10^7\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 30\ \text{km/s}}$

Resposta: b

8 E.R. Dois corredores treinam numa pista circular. O corredor **A** corre pela pista interna, enquanto o **B** corre pela externa.



Sabendo que ambos os corredores completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, compare:

a) suas velocidades escalares médias angulares;
b) suas velocidades escalares médias lineares.

Resolução:

a) Os dois corredores completam uma volta num mesmo intervalo de tempo Δt. Ao fazer isso, ambos realizam um mesmo deslocamento angular $\Delta\varphi$, igual a 2π rad. Lembrando que a velocidade escalar média angular (ω_m) é dada por:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

concluímos que:

$$\boxed{\omega_{m_A} = \omega_{m_B}}$$

Isso significa que **A** e **B** percorreram um mesmo ângulo num mesmo intervalo de tempo.

b) No mesmo intervalo de tempo Δt, decorrido durante uma volta, o deslocamento linear Δs é maior para o corredor **B**, uma vez que a circunferência externa tem perímetro maior que a interna. Assim, no mesmo Δt, temos:

$$\Delta s_B > \Delta s_A$$

Lembrando que a velocidade escalar média linear (v_m) é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

concluímos que:

$$\boxed{v_{m_B} > v_{m_A}}$$

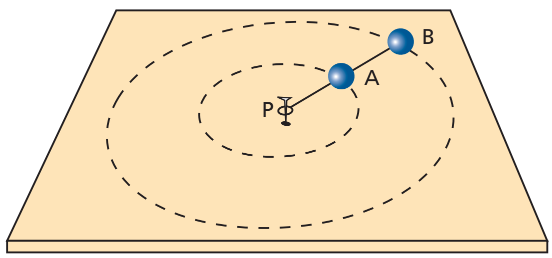
Isso significa que, no mesmo intervalo de tempo Δt, a distância percorrida por **B** foi maior que a percorrida por **A**, apesar de os ângulos varridos terem sido iguais.

Nota:
- O item **b** do exercício poderia ter sido resolvido lembrando que:

$$v_m = \omega_m R$$

em que **R** é o raio da circunferência.
Como o valor de ω_m é igual para **A** e para **B**, concluímos que o valor de v_m é maior para **B**, uma vez que **B** descreve a circunferência de raio maior.

9 Duas pequenas esferas **A** e **B**, apoiadas em uma mesa, são interligadas por um fio de 50 cm de comprimento. Por meio de outro fio também de 50 cm, liga-se a esfera **A** a um prego **P**, fincado na mesa. A figura ilustra essa montagem:



As esferas são postas a girar em torno do prego, de modo que **A**, **B** e **P** permanecem sempre alinhados. Em certo instante, **B** move-se a 10 m/s. Determine nesse instante:

a) a velocidade escalar angular de **A** e de **B**;

b) a velocidade escalar linear de **A**.

Resolução:

a) • $\omega_A = \omega_B$

• $\omega_B = \dfrac{v_B}{R_B} = \dfrac{10 \text{ m/s}}{1 \text{ m}} \Rightarrow \boxed{\omega_A = \omega_B = 10 \text{ rad/s}}$

b) $v_A = \omega_A R_A = 10 \text{ rad/s} \cdot 0{,}50 \text{ m} \Rightarrow \boxed{v_A = 5{,}0 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 10 rad/s e 10 rad/s; b) 5,0 m/s

10 Com relação a um relógio analógico, determine o período do ponteiro:

a) dos segundos; b) dos minutos; c) das horas.

Respostas: a) 60 s; b) 1 h; c) 12 h

11 Quanto mede, em graus e em radianos, o ângulo θ descrito pelo ponteiro dos minutos de um relógio, em 10 minutos?

Resposta: $\theta = 60° = \dfrac{\pi}{3}$ rad

12 Um corpo em movimento circular e uniforme completa 20 voltas em 10 segundos. Determine a frequência e o período desse movimento.

Resolução:

• $f = \dfrac{n}{\Delta t} = \dfrac{20}{10} \Rightarrow \boxed{f = 2 \text{ Hz}}$

• $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}5 \text{ s}}$

Resposta: 2 Hz e 0,5 s respectivamente

13 Determinada furadeira pode atingir a rotação máxima de 3 000 rpm. Nessa situação, calcule o período do movimento no SI.

Resolução:

• $f = \dfrac{3\,000 \text{ rot}}{60 \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$

• $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{50} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}02 \text{ s}}$

Resposta: 0,02 s

14 Calcule, em rad/h, a velocidade angular da Terra em seu movimento de rotação.

Resolução:

• T = 24 h

• $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{24} \Rightarrow \boxed{\omega = \dfrac{\pi}{12} \text{ rad/h}}$

Resposta: $\dfrac{\pi}{12}$ rad/h

15 E.R. O raio da Terra mede aproximadamente $6{,}4 \cdot 10^3$ km. Calcule, em km/h, a velocidade com que se desloca um ponto do equador terrestre em virtude apenas do movimento de rotação do planeta (adote π = 3,14).

Resolução:

Um ponto do equador terrestre executa um MCU de período **T** igual a 24 horas e raio **R** igual a $6{,}4 \cdot 10^3$ km. A velocidade escalar linear (**v**) relaciona-se com a angular (ω) por meio da expressão:

$$v = \omega R \quad \text{(I)}$$

Como: $$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(II)}$$

substituímos (II) em (I) e obtemos: $v = \dfrac{2\pi R}{T}$

Assim, substituindo os valores conhecidos, vem:

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^3}{24} \Rightarrow \boxed{v = 1{,}7 \cdot 10^3 \text{ km/h}}$$

Nota:

• A velocidade encontrada (1 700 km/h) é aproximadamente cinco vezes a de um carro de Fórmula 1. Entretanto, uma pessoa no equador não a percebe porque também possui essa velocidade em torno do eixo da Terra.

16 O ponteiro dos segundos de um relógio instalado na fachada principal de uma fábrica tem 1,2 m de comprimento. Calcule, em m/s, a velocidade da extremidade desse ponteiro.
Use π = 3.

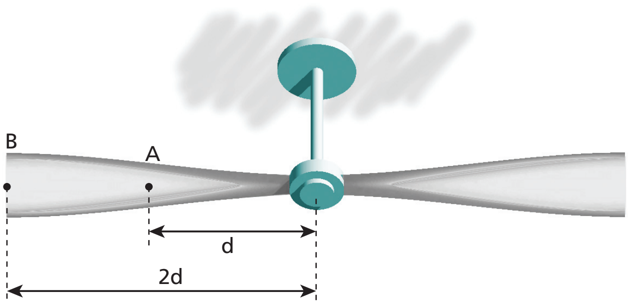
Resolução:

• T = 60 s e R = 1,2 m

• $v = \omega R = \dfrac{2\pi R}{T} = \dfrac{2 \cdot 3 \cdot 1{,}2}{60} \Rightarrow \boxed{v = 0{,}12 \text{ m/s}}$

Resposta: 0,12 m/s

17 As pás de um ventilador rotam com velocidade angular constante **ω**.



Compare os períodos (**T**), as frequências (**f**), as velocidades escalares angulares (**ω**) e as velocidades escalares lineares (**v**) dos pontos **A** e **B** da pá.

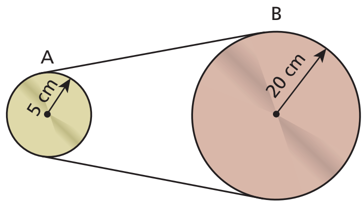
Resolução:

$\boxed{\bullet\ T_A = T_B}$ $\boxed{f_A = f_B}$ $\boxed{\omega_A = \omega_B}$

• $\left.\begin{array}{l} v_A = \omega_A\, d \\ v_B = \omega_B\, 2d \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{v_B = 2v_A}$

Resposta: $T_A = T_B$; $f_A = f_B$; $\omega_A = \omega_B$; $v_B = 2v_A$

18 Na situação esquematizada na figura, temos duas polias **A** e **B** acopladas por uma correia inextensível. Quando a polia **A** gira, movimenta a correia, que, por sua vez, faz a polia **B** girar também.



Admitindo que não haja escorregamento entre a correia e as polias e supondo que a polia **A** execute 60 rpm, calcule:

a) a frequência de rotação da polia **B**;

b) a velocidade linear de um ponto qualquer da correia. (Use $\pi = 3{,}1$.)

Resolução:

a) $v_A = v_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B \Rightarrow 60 \text{ rpm} \cdot 5 \text{ cm} = f_B \cdot 20 \text{ cm} \Rightarrow$

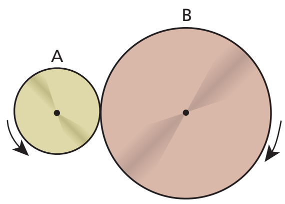
$\Rightarrow \boxed{f_B = 15 \text{ rpm}}$

b) Usando um ponto da correia em contato com a polia **A**, por exemplo, temos:

$v_A = \omega_A R_A = 2\pi f_A R_A = 2 \cdot 3{,}1 \cdot \frac{60}{60} \text{ Hz} \cdot 5 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{v_A = 31 \text{ cm/s}}$

Respostas: a) 15 rpm; b) 31 cm/s

19 Temos, na figura a seguir, duas polias **A** e **B** de raio R_A e R_B, sendo $R_A = 20$ cm e $R_B = 60$ cm:



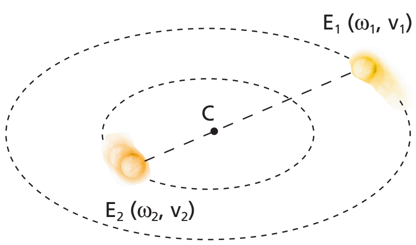
A polia **A** gira com frequência igual a 1 200 Hz, acionada por um motor. A polia **B** também gira, acionada pela polia **A** por meio do contato entre elas. Não há escorregamento entre as polias na região de contato. Determine com que frequência a polia **B** gira.

Resolução:

$v_A = v_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B \Rightarrow 1\,200 \cdot 20 = f_B \cdot 60 \Rightarrow \boxed{f_B = 400 \text{ Hz}}$

Resposta: 400 Hz

20 Num sistema, duas estrelas E_1 e E_2 descrevem circunferências de raios r_1 e r_2, respectivamente, como representa a figura. Essas circunferências têm um mesmo centro **C**, denominado centro de massa da estrela dupla.



Sabendo que E_1, E_2 e **C** se mantêm permanentemente alinhados, determine, para essas estrelas, a razão:

a) ω_1/ω_2 entre suas velocidades angulares;

b) v_1/v_2 entre suas velocidades lineares.

Resolução:

a) $T_1 = T_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_2} = 1}$

b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_1 \, r_1}{\omega_2 \, r_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}}$

Resposta: a) 1; b) $\frac{r_1}{r_2}$

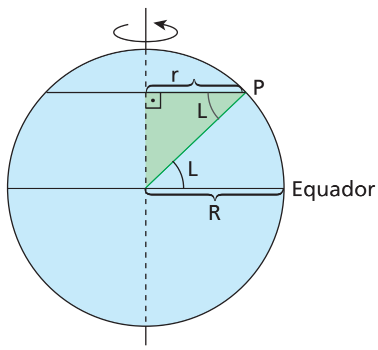
21 A Terra, suposta esférica, tem raio **R**, e seu período de rotação é **T**.

a) Encontre uma expressão da velocidade escalar linear **v** de um ponto da superfície da Terra, devida apenas ao movimento de rotação em função da latitude (**L**).

b) Represente graficamente **v** em função de **L**.

Resolução:

Considere um ponto **P** qualquer da superfície terrestre, numa latitude **L**:



Esse ponto descreve uma circunferência de raio **r** em relação ao eixo da Terra. Sua velocidade escalar angular (ω) é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(I)}$$

Do triângulo destacado, temos:

$$\cos L = \frac{r}{R} \Rightarrow r = R \cos L \quad \text{(II)}$$

A velocidade escalar linear de **P** é dada por:

$$v = \omega \, r \quad \text{(III)}$$

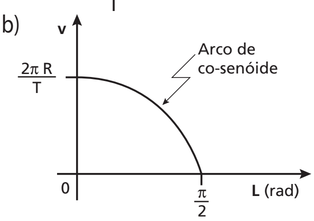
Substituindo as expressões (I) e (II) em (III), obtemos:

$$\boxed{v = \frac{2\pi R \cos L}{T}}$$

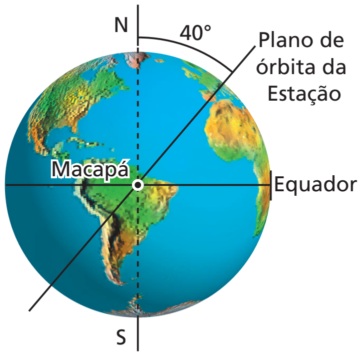
Ver gráfico nas Respostas.

Respostas: a) $v = \frac{2\pi R \cos L}{T}$

b)



22 (Fuvest-SP) A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do Equador. Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o Equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente:



Dados da Estação:	Período aproximado: 90 minutos
	Altura acima da Terra ≃ 350 km
Dados da Terra:	Circunferência no Equador ≃ 40 000 km

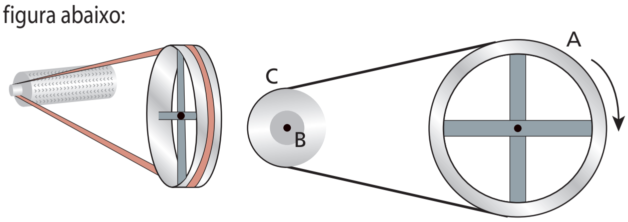
a) zero km.
b) 500 km.
c) 1 000 km.
d) 2 500 km.
e) 5 000 km.

Resolução:
Em Δt = 24 h, um ponto do equador terrestre percorre aproximadamente Δs = 40 000 km em torno do eixo de rotação, com velocidade escalar **v**.
Em Δt = 1,5 h (90 min), Macapá percorre Δs, com velocidade escalar **v**:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s'}{\Delta t'} \Rightarrow \frac{40\,000}{24} = \frac{\Delta s'}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{\Delta s' = 2\,500 \text{ km}}$$

Resposta: d

23 (UEPA) Um dispositivo rudimentar utilizado no interior no Estado do Pará para ralar mandioca na fabricação de farinha consiste de uma associação de polias com diâmetros diferentes, como mostra a figura abaixo:



Os valores dos diâmetros das rodas mostradas na figura são D_A = 1 m, D_B = 10 cm e D_C = 25 cm. Nessa situação, enquanto a roda **A** executa uma volta completa, as voltas executadas pelas rodas **B** e **C** são, respectivamente:
a) 10 e 10.
b) 5 e 10.
c) 5 e 5.
d) 10 e 15.
e) 15 e 10.

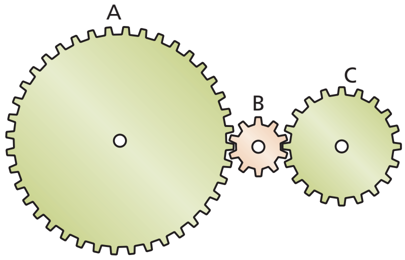
Resolução:
Os pontos da correia e os pontos da periferia das rodas **A** e **B** têm velocidades escalares lineares iguais:

$$v_A = v_B \Rightarrow 2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B \Rightarrow f_A D_A = f_B D_B \Rightarrow \frac{n_A}{\Delta t} \cdot D_A = \frac{n_B}{\Delta t} \cdot D_B$$

$$1 \cdot 100 \text{ cm} = n_B \cdot 10 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{n_B = n_C = 10 \text{ voltas}}$$

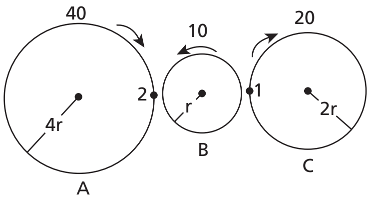
Resposta: a

24 A figura representa um acoplamento de três rodas dentadas **A**, **B** e **C** que possuem 40, 10 e 20 dentes respectivamente.



Lembrando que os dentes são todos iguais, quantas voltas dá a roda **A** enquanto a roda **C** completa 10?

Resolução:



O perímetro é proporcional ao número de dentes. Como o raio e o perímetro também são proporcionais, o raio é proporcional ao número de dentes.

$v_1 = v_2 \Rightarrow \omega_1 \cdot 2r = \omega_2 \cdot 4r$

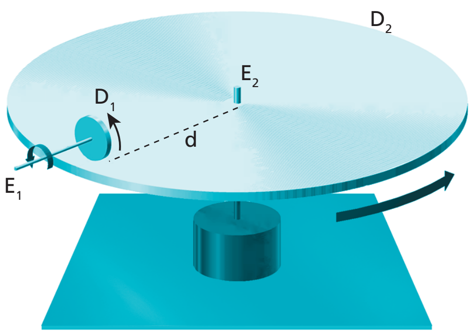
$2\pi f_C \cdot 2 = 2\pi f_A \cdot 4 \Rightarrow 2 f_C = 4 f_A$

$2 \frac{n_C}{\Delta t} = 4 \frac{n_A}{\Delta t} \Rightarrow 2 n_C = 4 n_A$

$2 \cdot 10 = 4 n_A \Rightarrow \boxed{n_A = 5}$

Resposta: 5

25 No sistema esquematizado na figura, o eixo E_1 está acoplado a um motor que o faz rotar com frequência f_1 = 120 Hz. Esse eixo está fixado no disco D_1, de raio R_1 = 5 cm. O disco D_1, disposto perpendicularmente ao segmento de reta tracejado, faz contato com outro disco D_2, de raio R_2 = 50 cm, sem deslizar nele. D_2, fixado no eixo E_2, então rota com frequência f_2.



Supondo que a distância **d**, do ponto de contato entre os discos até o centro de D_2, possa variar de 10 cm a 40 cm, responda: quais são os valores possíveis de f_2?

Resolução:

$\omega_1 = 2\,\pi\,f_1$

Para um ponto na periferia de D_1, temos:

$v_1 = \omega_1\,R_1 = 2\,\pi\,f_1\,R_1$

Um ponto de D_2, em contato com D_1, tem velocidade linear v_2 igual a v_1:

$v_2 = \omega_2\,d = 2\,\pi\,f_2\,d = 2\,\pi\,f_1\,R_1$

$f_2 = \frac{f_1\,R_1}{d} = \frac{120 \cdot 5}{d} = \frac{600}{d}$ (**d** em cm)

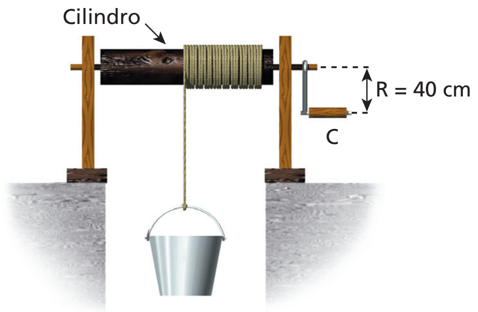
Para d = 40 cm: $f_2 = \frac{600}{40} \Rightarrow f_2 = 15$ Hz

Para d = 10 cm: $f_2 = \frac{600}{10} \Rightarrow f_2 = 60$ Hz

Portanto, f_2 pode variar de 15 Hz a 60 Hz.

Resposta: De 15 Hz a 60 Hz

26 **E.R.** Num lugar onde não se dispõe de energia elétrica, é usado um sarilho para tirar água de um poço. Essa máquina consta de um cilindro de raio r = 15 cm, fixo em um eixo que pode rotar apoiado em dois suportes. Uma das extremidades de uma corda é fixada no cilindro e a outra é amarrada em um balde. À medida que o cilindro gira, acionado por uma manivela de cabo **C**, a corda enrola-se nele numa única camada e o balde sobe 9 m em 30 s, em movimento uniforme.



Na operação descrita, calcule a velocidade:

a) angular do cilindro; b) linear do cabo **C**.

Resolução:

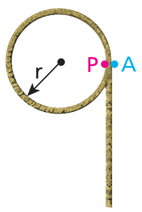
a) A velocidade com que o balde sobe é dada por:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Sendo $\Delta s = 9$ m e $\Delta t = 30$ s, temos:

$$v = \frac{9\text{ m}}{30\text{ s}} \Rightarrow v = 0{,}3 \text{ m/s}$$

Os pontos da corda também se movem com essa velocidade. Considere, então, um ponto **A** da corda em contato com um ponto **P** da periferia do cilindro:



Como a corda não escorrega no cilindro, temos:

$$v_P = v_A = 0{,}3 \text{ m/s}$$

Então:

$$\omega_P = \frac{v_P}{r} = \frac{0{,}3}{0{,}15} \Rightarrow \boxed{\omega_P = 2 \text{ rad/s}}$$

Destacamos que **todos** os pontos do cilindro têm velocidade angular igual a 2 rad/s.

b) A velocidade angular do cabo **C** é igual à do cilindro:

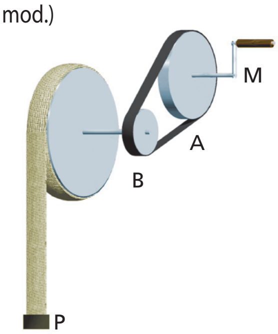
$$\omega_C = 2 \text{ rad/s}$$

Então:

$$\omega_C = \frac{v_C}{R} \Rightarrow v_C = \omega_C \cdot R = 2 \cdot 0{,}4$$

$$\boxed{v_C = 0{,}8 \text{ m/s}}$$

27 (Unirio-RJ – mod.)



O mecanismo apresentado na figura acima é utilizado para enrolar mangueiras após terem sido usadas no combate a incêndios. A mangueira é enrolada sobre si mesma, camada sobre camada, formando um carretel cada vez mais espesso. Considerando ser o diâmetro da polia **A** maior que o diâmetro da polia **B**, quando giramos a manivela **M** com velocidade constante, verificamos que a polia **B** gira .... que a polia **A**, enquanto a extremidade **P** da mangueira sobe com movimento .... .

A opção que preencheria corretamente as lacunas acima é:

a) mais rapidamente — acelerado.
b) mais rapidamente — uniforme.
c) com a mesma velocidade — uniforme.
d) mais lentamente — uniforme.
e) mais lentamente — acelerado.

Resolução:

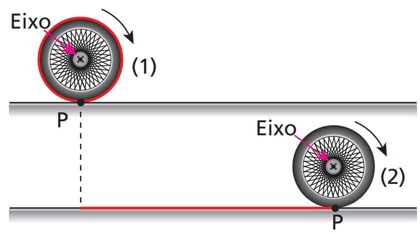
Como o raio do carretel vai aumentando, **v** é crescente ($v = \omega R$, sendo ω constante). Por isso, o movimento da extremidade **P** é acelerado.

Resposta: a

28 **E.R.** Uma motocicleta encontra-se em movimento em uma estrada asfaltada. Cada uma de suas rodas tem raio R = 25 cm e gira com frequência f = 10 Hz. Sabendo que as rodas não deslizam no asfalto, calcule a velocidade da moto em km/h. (Use $\pi = 3{,}1$.)

Resolução:

Na figura a seguir, representamos uma roda da moto em duas posições (1) e (2). Da posição (1) até a posição (2), a roda completa uma volta. O ponto **P** está na periferia da roda.



Imagine que a periferia da roda, na posição (1), esteja pintada com uma estreita faixa de tinta vermelha fresca. O comprimento dessa faixa é 2π R (perímetro da circunferência). De (1) para (2), a roda deixa no asfalto uma marca vermelha de **mesmo comprimento**, pois a roda não desliza na pista. Note, então, que, num mesmo intervalo de tempo, o ponto **P** percorre 2π R em relação ao eixo da roda e este também percorre 2π R em relação à estrada. Portanto, a velocidade v_P, do ponto **P** em relação ao eixo, é igual à velocidade v_E, do eixo em relação à estrada:

$$v_P = v_E$$

Como a velocidade do eixo em relação à estrada é igual à velocidade v_M da moto, temos:

$$v_M = v_P$$

Portanto, a velocidade da moto tem o mesmo valor da velocidade do ponto **P** em seu movimento circular em torno do eixo:

$$v_M = v_P = \omega_P\, R = 2\pi\, f\, R$$
$$v_M = 2 \cdot 3{,}1 \cdot 10 \cdot 0{,}25 \Rightarrow v_M = 15{,}5 \text{ m/s}$$
$$\boxed{v_M = 56 \text{ km/h}}$$

29 (Fuvest-SP) Qual a ordem de grandeza do número de voltas dadas pela roda de um automóvel ao percorrer uma estrada de 200 km?

a) 10^2 b) 10^3 c) 10^5 d) 10^7 e) 10^9

Nota:
- *Grosso modo*, ordem de grandeza de um número é a potência de dez que mais se aproxima desse número.

Resolução:
Estimando o raio da roda em 30 cm, calculemos seu perímetro, que é a distância percorrida por ela em cada volta:
perímetro $= 2\pi\, R = 2 \cdot \pi \cdot 30 \text{ cm} \simeq 1{,}9$ m

$$\text{número de voltas} = \frac{\text{distância total percorrida}}{\text{perímetro}} = \frac{200\,000 \text{ m}}{1{,}9 \text{ m}} =$$
$= 1{,}1 \cdot 10^5$ voltas

$\boxed{\text{Ordem de grandeza} = 10^5 \text{ voltas}}$

Resposta: c

30 (UFSM-RS) Um trator tem as rodas traseiras maiores que as dianteiras e desloca-se com velocidade constante. Pode-se afirmar que, do ponto de vista do tratorista, os módulos das velocidades lineares de qualquer ponto das bandas de rodagem das rodas da frente (v_f) e de trás (v_T) e os módulos das velocidades angulares das rodas da frente (ω_f) e de trás (ω_T) são:

a) $v_f > v_T$ e $\omega_f > \omega_T$.
b) $v_f > v_T$ e $\omega_f < \omega_T$.
c) $v_f < v_T$ e $\omega_f = \omega_T$.
d) $v_f = v_T$ e $\omega_f > \omega_T$.
e) $v_f = v_T$ e $\omega_f = \omega_T$.

Resolução:
- $\boxed{v_f = v_T}$ (igual à velocidade escalar do trator em relação ao solo)
- $\omega_f\, r_f = \omega_T\, r_T$

como $r_f < r_T$: $\boxed{\omega_f > \omega_T}$

Resposta: d

31 (Unicamp-SP) Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. **A**). Por meio do emprego da roda dentada, que já havia sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. **B**). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas. (Use $\pi = 3$.)

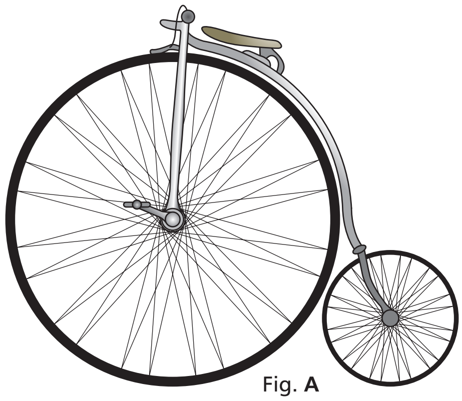


Fig. **A**

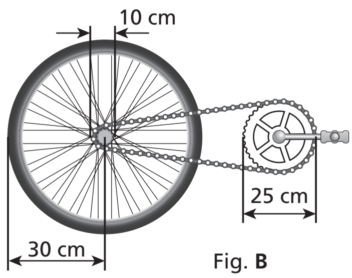


Fig. **B**

a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?
b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta-padrão aro 60 (Fig. **B**)?

Resolução:
$$f_{\text{pedais}} = 40 \text{ rpm} = \frac{40}{60} \text{ Hz} = \frac{2}{3} \text{ Hz}$$

a) $\omega_{\text{roda dianteira}} = \omega_{\text{pedais}} = 2\pi\, f_{\text{pedais}} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \text{ Hz} = 4$ rad/s

$$v_a = \omega_{\text{roda dianteira}} \cdot r_{\text{roda dianteira}} = 4 \cdot \frac{1{,}20}{2} \Rightarrow \boxed{v_a = 2{,}4 \text{ m/s}}$$

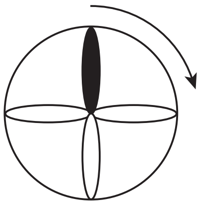
b) $\omega_{\text{coroa}} = \omega_{\text{pedais}} = 4$ rad/s

$$\omega_{\text{coroa}} \cdot r_{\text{coroa}} = \omega_{\text{catraca}} \cdot r_{\text{catraca}}$$
$$\omega_{\text{catraca}} = \omega_{\text{coroa}} \cdot \frac{r_{\text{coroa}}}{r_{\text{catraca}}} = 4 \cdot \frac{\frac{25}{2}}{\frac{10}{2}}$$
$$\omega_{\text{catraca}} = 10 \text{ rad/s} = \omega_{\text{roda traseira}}$$
$$v_b = \omega_{\text{roda traseira}} \cdot r_{\text{roda traseira}} = 10 \cdot 0{,}3$$
$$\boxed{v_b = 3 \text{ m/s}}$$

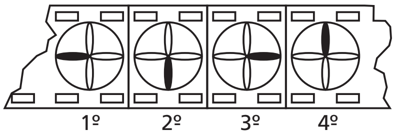
Respostas: a) 2,4 m/s; b) 3 m/s

32 (UFRJ) O olho humano retém durante $\frac{1}{24}$ de segundo as imagens que se formam na retina. Essa memória visual permitiu a invenção do cinema. A filmadora bate 24 fotografias (fotogramas) por segundo. Uma vez revelado, o filme é projetado à razão de 24 fotogramas por segundo. Assim, o fotograma seguinte é projetado no exato instante em que o fotograma anterior está desaparecendo de nossa memória visual, o que nos dá a sensação de continuidade.

Filma-se um ventilador cujas pás estão girando no sentido horário. O ventilador possui quatro pás simetricamente dispostas, uma das quais pintada de cor diferente, como ilustra a figura abaixo:



Ao projetarmos o filme, os fotogramas aparecem na tela na seguinte sequência:



o que nos dá a sensação de que as pás estão girando no sentido anti-horário.

Calcule quantas rotações por segundo, no mínimo, as pás devem estar efetuando para que isso ocorra.

Nota:

- A ilusão de que as pás estão girando no sentido oposto ao real é devida ao fato de nosso cérebro interpretar que o movimento, de um fotograma para o outro, se dá no sentido do **menor** deslocamento angular.

Resolução:

Entre dois fotogramas consecutivos, a pá destacada efetua, no mínimo, $\frac{3}{4}$ de volta, em um intervalo de tempo $\Delta t = \frac{1}{24}$ s. Então, a frequência mínima de rotação das pás é dada por:

$$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{4}\text{ volta}}{\frac{1}{24}\text{ s}} = 18 \text{ voltas/s}$$

$\boxed{f = 18 \text{ rotações/s}}$ (ou 18 Hz)

Resposta: 18

33 A função horária do espaço angular de uma partícula que descreve uma circunferência de raio igual a 2 m é:

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi t$$

com φ em radianos e **t** em segundos. Determine:

a) a fase inicial;

b) o período e a frequência;

c) a velocidade escalar linear (admite-se π na resposta).

Resolução:

$\varphi = \varphi_0 + \omega t$

a) $\boxed{\varphi_a = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}}$

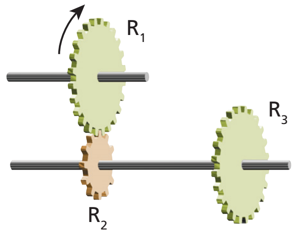
b) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{T = 1 \text{ s}}$

$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f = 1 \text{ Hz}}$

c) $v = \omega R = 2\pi \cdot 2 \Rightarrow \boxed{v = 4\pi \text{ m/s}}$

Respostas: a) $\frac{3\pi}{2}$ rad; b) 1 s e 1 Hz; c) 4π m/s

34 Na figura, as rodas dentadas R_1 e R_3 são iguais e seus raios medem 50 cm, enquanto a roda dentada R_2 tem raio igual a 25 cm. As rodas R_2 e R_3 giram fixas a um mesmo eixo. A roda R_1, acoplada à R_2, gira com frequência igual a 5 000 rpm.



Determine:

a) a frequência de rotação das rodas R_2 e R_3.

b) o quociente v_1/v_3 das velocidades escalares lineares de pontos na periferia das rodas R_1 e R_3 respectivamente.

Resolução:

a) $f_1 = 5\,000$ rpm

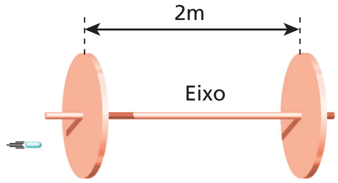
$v_1 = v_2 \Rightarrow 2\pi f_1 r_1 = 2\pi f_2 r_2$

$5\,000 \cdot 50 = f_2\, 25 \Rightarrow \boxed{f_2 = f_3 = 10\,000 \text{ rpm}}$

b) $\frac{v_1}{v_3} = \frac{2\pi f_1 r_1}{2\pi f_3 r_3} = \frac{5\,000 \cdot 50}{10\,000 \cdot 50} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_3} = \frac{1}{2}}$

Resposta: a) 10 000 rpm
b) $\frac{1}{2}$

35 A figura representa dois discos de papelão fixados a um mesmo eixo, com rotação de frequência igual a 50 Hz. Os discos foram fixados em locais do eixo distantes 2 m um do outro.



Um projétil é disparado paralelamente ao eixo, descolando-se em movimento suposto retilíneo e uniforme, perfurando os dois discos. O ângulo entre o plano que contém o eixo e o furo no primeiro disco e o plano que contém o eixo e o furo no segundo disco é igual a 45°. Determine a velocidade do projétil, sabendo que, entre as duas perfurações, os discos giraram menos que meia volta.

Resolução:

Enquanto o projétil desloca-se de um disco a outro, percorrendo $\Delta s = 2$ m com velocidade **v**, o sistema sofre um deslocamento angular $\Delta\varphi = 45°\left(\frac{\pi}{4}\text{ rad}\right)$ com velocidade angular ω:

$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$

$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega}$

Assim, obtemos:

$\frac{\Delta s}{v} = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \Rightarrow v = \frac{\omega\, \Delta s}{\Delta\varphi}$

Como $\omega = 2\pi f = 2\,\pi \cdot 50 = 100\,\pi$ rad/s, temos:

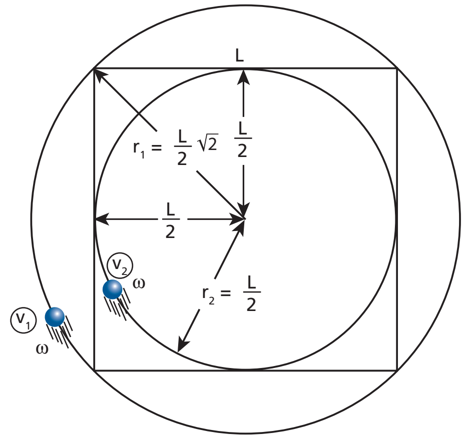
$v = \frac{100\pi \cdot 2}{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \boxed{v = 800 \text{ m/s}}$

Resposta: 800 m/s

36 (ITA-SP) Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência circunscrita em um quadrado de lado **L** com velocidade angular constante. Na circunferência inscrita nesse mesmo quadrado, outra partícula move-se com a mesma velocidade angular. A razão entre os módulos das respectivas velocidades lineares dessas partículas é:

a) $\sqrt{2}$.
b) $2\sqrt{2}$.
c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
d) $\sqrt{\frac{3}{2}}$.
e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Resolução:

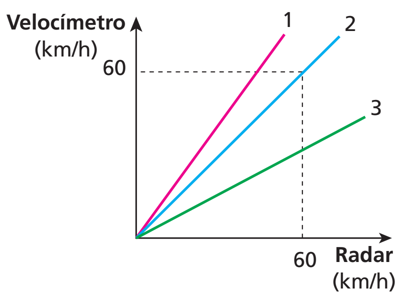


$$\left.\begin{array}{l} v_1 = \omega\, r_1 \\ v_2 = \omega\, r_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\frac{L\sqrt{2}}{2}}{\frac{L}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}}$$

Resposta: a

37 (UFBA) Um indivíduo, preocupado com as constantes multas que tem recebido por dirigir seu automóvel em excesso de velocidade, relata o fato a dois companheiros. Os três amigos não conseguem compreender a razão das multas, sendo que todos eles observam os limites de velocidade nas vias públicas por meio do velocímetro de seus carros. Os seus veículos, de mesmo modelo, têm nos pneus a única característica distinta. O carro **A** usa os pneus indicados pelo fabricante do veículo; o carro **B** usa pneus com diâmetro maior que o indicado, pois o seu proprietário visita, periodicamente, seus familiares no interior, viajando por estradas e caminhos irregulares; o carro **C** usa pneus com diâmetro menor que o indicado, uma vez que seu proprietário gosta de veículos rebaixados, com aspecto esportivo.

Os três amigos decidem fazer um experimento: alugam um aparelho de radar e vão para uma estrada deserta. Após realizarem várias medições, construíram o gráfico a seguir.



Com base na análise do gráfico, identifique a correspondência existente entre os carros **A**, **B** e **C** e as linhas 1, 2 e 3, que representam as velocidades desses carros, verificando qual dos três amigos deve ser mais precavido ao circular em estradas e avenidas vigiadas pelo radar. Justifique sua resposta.

Resolução:

O velocímetro de um carro indica um valor **v** de velocidade para cada frequência **f** de rotação das rodas. Ele é calibrado pelo fabricante do veículo para pneus de raio **R** determinado: $v = 2\,\pi\, f\, R$. Se o usuário fizer modificações no veículo, alterando o valor de **R** para um outro valor R′, as indicações do velocímetro não corresponderão mais aos valores reais da velocidade. De fato, para uma mesma frequência **f**, o velocímetro continuará indicando um valor **v**, mas a velocidade real passará a ser v′: $v' = 2\pi\, f\, R'$.

Carro A: o velocímetro indica valores corretos. Portanto, supondo o radar confiável, o carro **A** corresponde à linha **2**.

Carro B: como R′ é maior que **R**, para uma mesma frequência **f**, v′ é maior que o valor **v** indicado, ou seja, o velocímetro indica uma velocidade menor que a real. Portanto, o carro **B** corresponde à linha **3**, e seu motorista deve estar mais precavido com relação a multas.

Carro C: como R′ é menor que **R**, para uma mesma frequência **f**, v′ é menor que o valor **v** indicado. Portanto, o carro **C** corresponde à linha **1**.

Respostas: Carro **A** – 2; Carro **B** – 3 (deve ser mais precavido); Carro **C** – 1

38 (AFA-SP – mod.) Considere um automóvel cujos pneus, quando novos, têm diâmetro **D**. Suponha que os pneus se tenham desgastado e apresentem 98% do diâmetro original. Quando o velocímetro assinalar 100 km/h, a velocidade real do automóvel será:

a) 104 km/h.
b) 102 km/h.
c) 100 km/h.
d) 98 km/h.
e) 96 km/h.

Resolução:

Com as rodas girando com velocidade angular **ω**, a velocidade **v** indicada pelo velocímetro é correta quando os pneus estão novos:

$$v = \omega\, R = \omega\, \frac{D}{2}$$

- Para um mesmo **ω**, mas com os pneus desgastados (D′ = 0,98D), o velocímetro vai indicar o mesmo valor **v**, mas a velocidade real será **v′**:

$$v' = \omega\, \frac{D'}{2} = \omega\, \frac{0{,}98D}{2}$$

- $\frac{v'}{v} = 0{,}98 \Rightarrow \frac{v'}{100} = 0{,}98 \Rightarrow \boxed{v' = 98 \text{ km/h}}$

Resposta: d

39 Dois ciclistas partem de um mesmo ponto de uma pista circular de raio igual a 100 m, no mesmo instante e em sentidos contrários. Suas velocidades escalares lineares valem 2π m/s e 3π m/s. Após quanto tempo eles se encontrarão pela primeira vez?

Resolução:

O mais prático é adotar um referencial em um dos ciclistas. Com isso, esse ciclista passa a estar em repouso e o outro a 5 π m/s (soma dos módulos das velocidades):

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{\Delta t} \Rightarrow 5\,\pi = \frac{2\pi \cdot 100}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 40 \text{ s}}$$

Resposta: 40 s

40 Duas partículas movem-se numa mesma trajetória circular, com movimentos uniformes de mesmo sentido. Sendo as frequências dos movimentos dessas partículas iguais a 4 rpm e 6 rpm e sabendo que em t = 0 elas estão na mesma posição, determine quantas vezes elas se encontram no intervalo de t = 0 a t = 1 h.

Resolução:

Temos: $\omega_A = 2\pi\, f_A = 2\pi \cdot 4 \Rightarrow \omega_A = 8\pi$ rad/min

$\omega_B = 2\pi\, f_B = 2\pi \cdot 6 \Rightarrow \omega_B = 12\pi$ rad/min

Novamente, vamos adotar um referencial em uma das partículas. Com isso, uma delas, **A**, por exemplo, fica em repouso e a outra, a 4π rad/min (diferença dos módulos das velocidades angulares):

$\omega = 4\pi$ rad/min

$\omega = 2\pi f \Rightarrow 4\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 2$ rpm

Em 1 h, a partícula **B** completa 120 voltas e, portanto, encontra-se 120 vezes com **A**.

Resposta: 120 vezes

41 Às 12 horas, o ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos de um relógio se sobrepõem. Depois de quanto tempo ocorre a próxima sobreposição?

Resolução:

Das 12 h até a próxima sobreposição dos ponteiros, o ponteiro das horas desloca-se $\Delta\varphi_h$ e o dos minutos desloca-se $\Delta\varphi_m$, sendo:

$\Delta\varphi_m = \Delta\varphi_h + 2\pi$ (rad)

$\omega_m \Delta t = \omega_h \Delta t + 2\pi$ (I)

$\omega_m = 2\pi$ rad/h e $\omega_h = \frac{\pi}{6}$ rad/h

Em (I):

$2\pi \ \Delta t = \frac{\pi}{6}\ \Delta t + 2\pi \Rightarrow \boxed{\Delta t = 1 \text{ h } 5 \text{ min e } 27 \text{ s}}$

Resposta: 1 h 5 min 27 s

42 Considere dois pilotos **A** e **B** que, ao disputarem uma prova de automobilismo, percorrem o circuito no mesmo sentido e com velocidades escalares constantes. O piloto **A** completa uma volta em 1 min 40 s, enquanto o piloto **B** faz o mesmo em 1 min 36 s. Supondo que, em determinado instante, **B** esteja ao lado de **A**, quanto tempo depois dessa situação a vantagem de **B** sobre **A** será de um quarto de volta?

Resolução:

Seja **n** o número **inteiro** de voltas completadas por **A** e **B** a partir do instante em que estavam emparelhados. Então, como o tempo que passou para **A** (Δt_A) é igual ao que passou para **B** (Δt_B), temos:

$\Delta t_A = \Delta t_B$

$(n)(1 \text{ min } 40 \text{ s}) = \left(n + \frac{1}{4}\right)(1 \text{ min } 36 \text{ s})$

$n \cdot 100 \text{ s} = \left(n + \frac{1}{4}\right) \cdot 96 \Rightarrow n = 6$ voltas

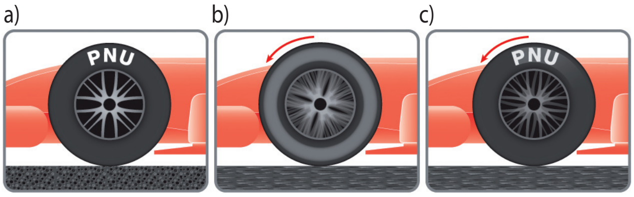
$\Delta t_A = (n)(1 \text{ min } 40 \text{ s}) = n \cdot 100 \text{ s} = 6 \cdot 100 \text{ s} = 600 \text{ s}$

$\boxed{\Delta t_A = \Delta t_B = 10 \text{ min}}$

Resposta: 10 min

43 (Unicamp-SP) O quadro (a), abaixo, refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu ("PNU").

a) b) c)



Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo com o carro em movimento, quando esse atinge determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada é devida à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30 Hz). Considerando que o diâmetro do pneu é igual a 0,6 m e $\pi = 3{,}0$, responda:

a) Quantas voltas o pneu completa em um segundo quando a marca filmada pela câmara aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?
b) Qual a menor frequência angular ω do pneu em movimento quando a marca aparece parada?
c) Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

Resolução:

a) A marca parece parada quando é filmada na frequência de 30 Hz. Isso significa que, a cada $\frac{1}{30}$ s (período de filmagem), a marca encontra-se na mesma posição em relação ao eixo da roda.

Nesse período de $\frac{1}{30}$ s, a roda pode ter completado 1 volta, 2 voltas, 3 voltas, enfim, um número inteiro **n** de voltas. Portanto, a frequência **f** de rotação da roda (número de voltas completadas por segundo) é dada por:

$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{n}{\frac{1}{30}} \Rightarrow f = 30n$ Hz

A roda completa 30n voltas em 1 s, sendo n = 1, 2, 3... .

b) $f_{mín} = 1 \cdot 30 \text{ Hz} = 30 \text{ Hz}$

$\omega_{mín} = 2\pi\, f_{mín} = 2 \cdot 3{,}0 \cdot 30$

$\boxed{\omega_{mín} = 180 \text{ rad/s}}$

c) $v_{mín} = \omega_{mín}\, r = 180 \cdot 0{,}3$

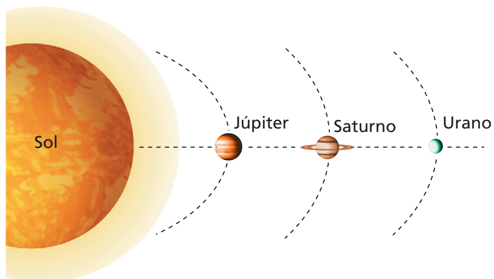
$\boxed{v_{mín} = 54 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 30 n voltas (n = 1, 2, 3, ...); b) 180 rad/s; c) 54 m/s

44 Considere os períodos de translação de Júpiter, Saturno e Urano conforme dados da tabela abaixo:

Planeta	Período de translação (em anos terrestres)
Júpiter	12
Saturno	30
Urano	84

Suponha que esses planetas estejam alinhados como na figura.



Depois de quanto tempo essa mesma situação voltará a acontecer?

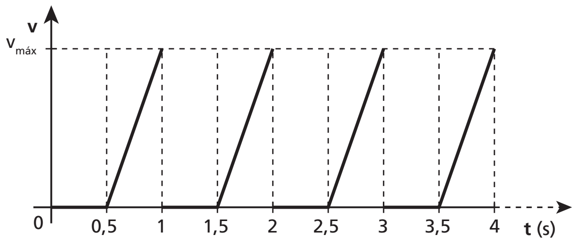
Resolução:
O mínimo múltiplo comum entre 12, 30 e 84 é 420.

Resposta: 420 anos

45 A distância entre o eixo de rotação e a extremidade livre do ponteiro dos segundos de um relógio de parede é igual a 7,5 cm. Essa extremidade se move aos "saltos".

Supondo que sua velocidade linear **v** varie com o tempo, de acordo com o gráfico, calcule o valor máximo dessa velocidade ($v_{máx}$).

(Use $\pi = 3$.)



Resolução:
Em cada segundo, a extremidade do ponteiro se desloca **d**:

$$d = \text{“área”} = \frac{0,5 \cdot v_{máx}}{2}$$

Em uma volta (60 s), o deslocamento Δs é dado por:

$$\Delta s = 60d = 60 \cdot \frac{0,5 \cdot v_{máx}}{2} = 15 \cdot v_{máx}$$

Esse deslocamento é igual ao perímetro da circunferência descrita pela extremidade do ponteiro:

$\Delta s = 2\pi\,R = 2\pi \cdot 7,5\text{ cm} = 15\pi\text{ cm}$

Então:

$15v_{máx} = 15\,\pi$ ($v_{máx}$ em cm/s)

$$\boxed{v_{máx} = \pi\text{ cm/s} = 3\text{ cm/s}}$$

Resposta: 3 cm/s

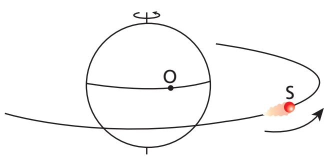
46 Um satélite artificial da Terra está em órbita circular, no plano equatorial, no mesmo sentido de rotação da Terra. Sabe-se que, para um observador fixo na superfície terrestre, na linha do equador, o satélite artificial passa acima de sua posição com um período de 2d (dois dias).

O período de translação do satélite, em torno do centro da Terra:

a) só pode ser de 2d.
b) só pode ser de 1d.
c) só pode ser de $\frac{2}{3}$ d.
d) pode ser de 1d ou de 2d.
e) pode ser de $\frac{2}{3}$ d ou de 2d.

Obs.: d é o símbolo que representa dia.

Resolução:



Sejam:

T_O: período do movimento do observador em relação ao eixo da Terra ($T_O = 1d$)

T_S: período do satélite, isto é, período do movimento do satélite em relação ao eixo da Terra ($T_S = ?$)

T': período do satélite em relação ao observador (T' = 2d)

Em relação ao observador, a velocidade angular do satélite, ω', é dada, em valor absoluto, por:

- Se $\omega_S > \omega_O$:

$$\omega' = \omega_S - \omega_O \Rightarrow \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T_S} - \frac{2\pi}{T_O} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{T_S} - \frac{1}{1}$$

$$\boxed{T_S = \frac{2}{3}\,d}$$

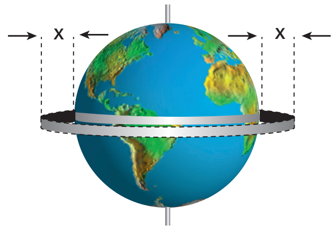
- Se $\omega_S < \omega_O$:

$$\omega' = \omega_O - \omega_S \Rightarrow \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{T_O} - \frac{2\pi}{T_S} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{T_S}$$

$$\boxed{T_S = 2\,d}$$

Resposta: e

47 Considere a Terra perfeitamente esférica e suponha um aro nela ajustado, na linha do equador (que mede aproximadamente 40 000 km).



Se o comprimento desse aro for aumentado de 1 m, surgirá uma folga **x** entre ele e a Terra, como está indicado na figura. Dentre as alternativas seguintes, indique aquela que traz o **maior** animal capaz de passar por essa folga.

a) pulga b) aranha c) rato d) gato e) elefante

Resolução:
Sendo **R** o raio da Terra, o comprimento inicial do aro é:

$C = 2\pi\,R$ (I)

O comprimento do aro aumentado é:

$C + 1 = 2\pi\,(R + x)$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$2\pi\,R + 1 = 2\pi\,R + 2\pi\,x$

$$x = \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \Rightarrow x = 0,16\text{ m}$$

$$\boxed{x = 16\text{ cm}}$$

$\therefore$ O gato é o maior animal capaz de passar pela folga **x**.

Resposta: d

48 (Olimpíada Brasileira de Física) Em Física, define-se a quantidade de movimento angular (momento angular), **L**, de um corpo que gira com velocidade angular constante ω em torno de um eixo como sendo $L = I\,\omega$, em que **I** é uma grandeza denominada momento de inércia, que depende da massa do corpo e de como ela está distribuída em torno do eixo de rotação. Para um disco de massa **M** e raio **R**, o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular a ele, passando pelo seu centro, é dado por $I = \frac{MR^2}{2}$.

Considere um disco como esse, de raio 10 cm, girando com frequência de 0,5 Hz.

a) Quantas voltas serão dadas em 15 segundos por um outro disco que possui a mesma massa do primeiro disco e metade do seu raio, tendo, porém, o mesmo momento angular?

b) Se os dois discos forem fabricados do mesmo material, qual a diferença entre eles além dos raios?

Resolução:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Disco de raio 10 cm e frequência } f = 0{,}5\text{ Hz}: L = I \cdot 2\pi f = \dfrac{MR^2}{2} \cdot 2\pi f \\ \text{O outro disco}: L = I' \cdot 2\pi f' = \dfrac{M\left(\dfrac{R}{2}\right)^2}{2} \cdot 2\pi f' \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{MR^2}{2} \cdot 2\pi f = \frac{MR^2}{8} \cdot 2\pi f'$$

$f' = 4f = 4 \cdot 0{,}5$

$f' = 2{,}0$ Hz

$$f' = \frac{n}{\Delta t} \Rightarrow 2{,}0 = \frac{n}{15} \Rightarrow \boxed{n = 30 \text{ voltas}}$$

b) • $\left.\begin{array}{r}\text{Mesma massa} \\ \text{Mesma densidade}\end{array}\right\}$ mesmo volume

• Sendo **e** e **e'** as espessuras, e **V** e **V'** os volumes dos discos de raios R e $\frac{R}{2}$, respectivamente, temos:

$$V = V' \Rightarrow \pi R^2 e = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 e' \Rightarrow \boxed{e' = 4e}$$

Respostas: a) 30 voltas; b) A espessura do outro disco é o quádruplo da do primeiro.

49 Uma partícula em movimento circular uniformemente variado tem sua velocidade angular alterada de 2π rad/s para 10π rad/s durante 20 s. Calcule o número de voltas que a partícula efetua nesse intervalo de tempo.

Resolução:

- $\omega = \omega_0 + \gamma t \Rightarrow 10\pi = 2\pi + \gamma \cdot 20$

  $\gamma = \frac{2\pi}{5}$ rad/s²

- $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\,\gamma\,\Delta\varphi$

  $100\pi^2 = 4\pi^2 + 2 \cdot \frac{2\pi}{5} \cdot \Delta\varphi$

  $\Delta\varphi = 120\pi$ rad

  1 volta $\Rightarrow 2\pi$ rad

  n voltas $\Rightarrow 120\pi$ rad

$\boxed{n = 60}$

Resposta: 60 voltas

50 (UFPE) A parte mais externa de um disco, com 0,25 m de raio, gira com uma velocidade linear de 15 m/s. O disco começa então a desacelerar uniformemente até parar, em um tempo de 0,5 min. Qual o módulo da aceleração angular do disco em rad/s²?

Resolução:

- $v = v_0 + \alpha\, t \Rightarrow 0 = 15 + \alpha \cdot 30 \Rightarrow \alpha = -0{,}5$ m/s²
- $\gamma = \frac{\alpha}{R} = \frac{-0{,}5}{0{,}25} \Rightarrow \gamma = -2$ rad/s² $\Rightarrow \boxed{|\gamma| = 2 \text{ rad/s}^2}$

Resposta: 2

51 (UFPR) Um ventilador gira à razão de 900 rpm. Ao desligá-lo, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas. Qual o tempo decorrido desde o momento em que foi desligado até sua parada completa?

Resolução:

900 rpm = 15 Hz

$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \cdot 15 \Rightarrow \omega_0 = 30\pi$ rad/s

$\Delta\varphi = 75 \cdot 2\pi$ rad $= 150\pi$ rad

$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma\Delta\varphi$

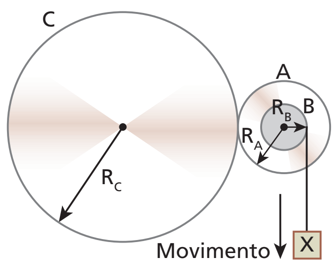
$0 = 900\pi^2 + 2 \cdot \gamma \cdot 150\pi \Rightarrow \gamma = -3\pi$ rad/s²

$\omega = \omega_0 + \gamma\, t \Rightarrow 0 = 30\pi - 3\pi\, t$

$\boxed{t = 10 \text{ s}}$

Resposta: 10 s

52 Na figura, temos duas polias coaxiais **A** e **B** de raios $R_A = 20$ cm e $R_B = 10$ cm e uma outra polia **C** de raio $R_C = 50$ cm:



O bloco **X**, que parte do repouso em t = 0, desce com aceleração escalar constante e igual a 4 m/s². Não há deslizamento entre as polias. Calcule a velocidade angular da polia **C** num instante genérico **t**.

Resolução:

- $\alpha_B = 4$ m/s²; $R_B = 10$ cm $= 0{,}1$ m:

  $\gamma_B = \frac{\alpha_B}{R_B} = \frac{4}{0{,}1} \Rightarrow \gamma_B = 40$ rad/s²

- $\gamma_A = \gamma_B = 40$ rad/s²; $R_A = 20$ cm $= 0{,}2$ m:

  $\alpha_A = \gamma_A R_A = 40 \cdot 0{,}2 \Rightarrow \alpha_A = 8$ m/s²

- $\alpha_C = \alpha_A = 8$ m/s²; $R_C = 50$ cm $= 0{,}5$ m:

  $\gamma_C = \frac{\alpha_C}{R_C} = \frac{8}{0{,}5} \Rightarrow \gamma_C = 16$ rad/s²

- $\omega_C = \omega_{0_C} + \gamma_c\, t \Rightarrow \boxed{\omega_C = 16t}$ (SI)

Resposta: 16 t (SI)

Tópico 5

1 A respeito das grandezas físicas escalares e vetoriais, analise as proposições a seguir:

(01) As escalares ficam perfeitamente definidas, mediante um valor numérico acompanhado da respectiva unidade de medida.

(02) As vetoriais, além de exigirem na sua definição um valor numérico, denominado módulo ou intensidade, acompanhado da respectiva unidade de medida, requerem, ainda, uma direção e um sentido.

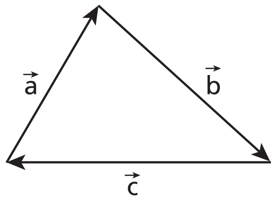
(04) Comprimento, área, volume, tempo e massa são grandezas escalares.

(08) Deslocamento, velocidade, aceleração e força são grandezas vetoriais.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resposta: 15

2 Na figura, temos três vetores coplanares formando uma linha poligonal fechada. A respeito, vale a relação:



a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

b) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

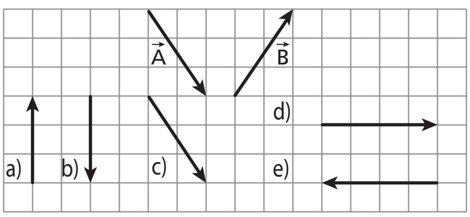
c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

d) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$.

e) $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.

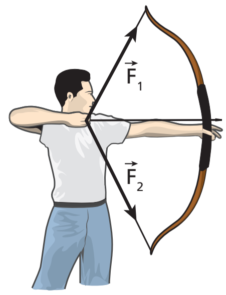
Resposta: c

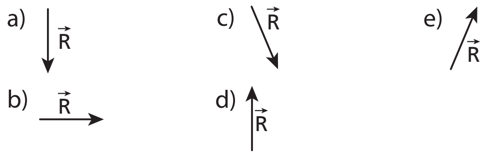
3 Dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, a melhor representação para o vetor $\vec{A} + \vec{B}$ é:



Resposta: d

4 (PUC-SP – mod.) Numa competição de arco-e-flecha, o que faz a flecha atingir altas velocidades é a ação da força resultante $\vec{R}$, obtida por meio da soma vetorial entre as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ exercidas pelo fio impulsor. A figura que melhor representa a resultante $\vec{R}$ é:





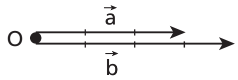
Resposta: b

5 **E.R.** Num plano α, temos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de mesma origem formando um ângulo θ. Se os módulos de $\vec{a}$ e de $\vec{b}$ são, respectivamente, iguais a 3 u e 4 u, determine o módulo do vetor soma em cada um dos casos seguintes:

a) $\theta = 0°$;
b) $\theta = 90°$;
c) $\theta = 180°$;
d) $\theta = 60°$.

Resolução:

a) Se o ângulo formado pelos vetores é 0°, eles possuem a mesma direção e o mesmo sentido:

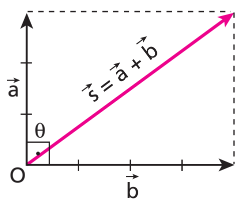


Sendo **s** o módulo do vetor soma, temos:

$$s = a + b \Rightarrow s = 3 + 4$$

$$\boxed{s = 7\ u}$$

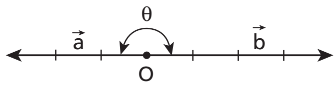
b) Se θ = 90°, podemos calcular o módulo **s** do vetor soma aplicando o **Teorema de Pitágoras:**



$$s^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow s^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\boxed{s = 5\ u}$$

c) Se o ângulo formado pelos vetores é 180°, eles possuem a mesma direção e sentidos opostos:

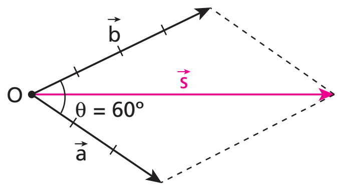


O módulo **s** do vetor soma fica determinado por:

$$s = b - a \Rightarrow s = 4 - 3$$

$$\boxed{s = 1\ \text{u}}$$

d) Para $\theta = 60°$, aplicando a **Lei dos cossenos**, obtemos:



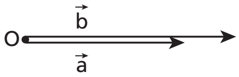
$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos\theta$$

$$s^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4) \cos 60°$$

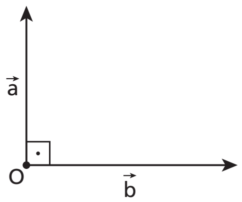
$$s^2 = 9 + 16 + 24 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow s^2 = 37$$

$$\boxed{s \simeq 6\ \text{u}}$$

6 Determine o módulo do vetor soma de $\vec{a}$ (a = 60 u) com $\vec{b}$ (b = 80 u) em cada caso:

a) 

b) 

c) 

Resolução:

a) $s = b + a \Rightarrow s = 80 + 60$

$\boxed{s = 140\ \text{u}}$

b) $s = b - a \Rightarrow s = 80 - 60$

$\boxed{s = 20\ \text{u}}$

c) $s^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow s^2 = (60)^2 + (80)^2$

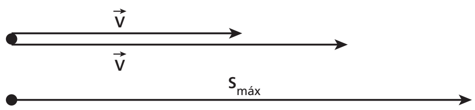
$\boxed{s = 100\ \text{u}}$

Respostas: a) 140 u; b) 20 u; c) 100 u

7 Considere dois vetores, $\vec{u}$ e $\vec{v}$, de módulos respectivamente iguais a 10 unidades e 15 unidades. Qual o intervalo de valores admissíveis para o módulo do vetor $\vec{s}$, soma de $\vec{u}$ com $\vec{v}$?

Resolução:

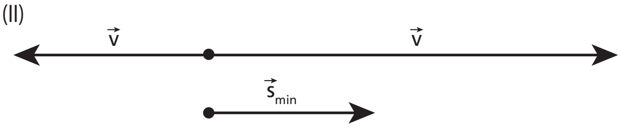
(I)



$s_{máx} = v + u \Rightarrow s_{máx} = 15 + 10$

$s_{máx} = 25\ \text{u}$

(II)



$s_{min} = v - u \Rightarrow s_{min} = 15 - 10$

$\boxed{s_{min} = 5\ \text{u}}$

(III) $\boxed{5\ \text{u} \leqslant s \leqslant 25\ \text{u}}$

Respostas: 5 unidades $\leqslant s \leqslant$ 25 unidades

8 Dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, de mesma origem, formam entre si um ângulo $\theta = 60°$. Se os módulos desses vetores são a = 7 u e b = 8 u, qual o módulo do vetor soma?

Resolução:

Lei dos cossenos:

$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\theta$

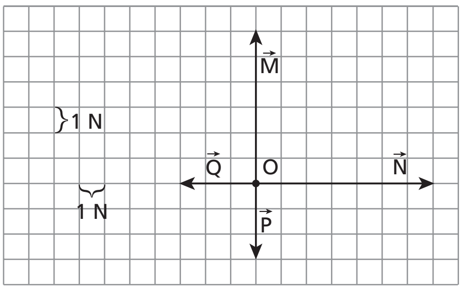
$s^2 = (7)^2 + (8)^2 + 2 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \cos 60°$

$s^2 = 49 + 64 + 112 \cdot \frac{1}{2}$

$s^2 = 169 \Rightarrow \boxed{s = 13\ \text{u}}$

Resposta: 13 u

9 (UFRN) Qual é o módulo da resultante das forças coplanares $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$ e $\vec{Q}$ aplicadas ao ponto **O**, como se mostra na figura abaixo?



Resolução:

(I) Na direção de $\vec{N}$ e $\vec{Q}$:

$R_x = N - Q \Rightarrow R_x = 7 - 3$

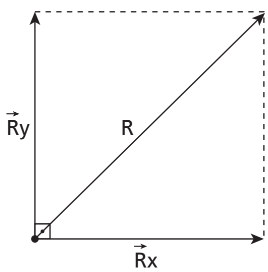
$\boxed{R_x = 4\ \text{newtons}}$

(II) Na direção de $\vec{M}$ e $\vec{P}$:

$R_y = M - P \Rightarrow R_y = 6 - 3$

$\boxed{R_y = 3\ \text{newtons}}$

(III)



Teorema de Pitágoras:

$R^2 = R_x^2 + R_y^2$

$R^2 = (4)^2 + (3)^2$

$\boxed{R = 5\ N}$

Resposta: 5 N

10 Considere as grandezas físicas relacionadas a seguir, acompanhadas de um código numérico:

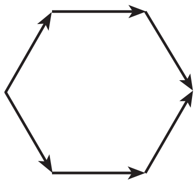
Energia (1)	Aceleração (5)
Massa (2)	Deslocamento (6)
Força (3)	Tempo (7)
Densidade (4)	Velocidade (8)

Escrevendo em ordem crescente os códigos associados às **grandezas escalares** e os códigos associados às **grandezas vetoriais**, obtemos dois números com quatro algarismos cada um. Determine:

a) o número correspondente às **grandezas escalares**;
b) o número correspondente às **grandezas vetoriais**.

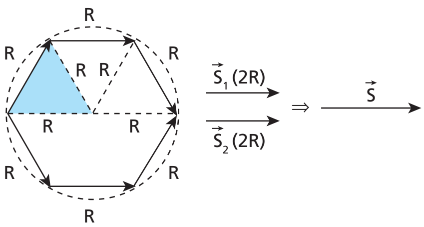
Respostas: a) 1 247; b) 3 568

11 (Mack-SP) Com seis vetores de módulos iguais a 8 u, construiu-se o hexágono regular ao lado. O módulo do vetor resultante desses seis vetores é:



a) zero.
b) 16 u.
c) 24 u.
d) 32 u.
e) 40 u.

Resolução:
Um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio **R** tem lados de comprimento **R**. Por isso, o triângulo destacado é **equilátero**.

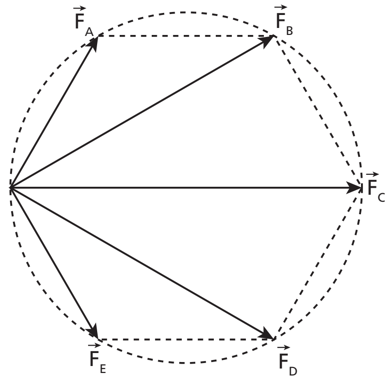


$S = S_1 + S_2 \Rightarrow S = 2R + 2R \Rightarrow \boxed{S = 4R}$

$S = 4 \cdot 8u \Rightarrow \boxed{S = 32\ u}$

Resposta: d

12 (Mack-SP) A figura mostra 5 forças representadas por vetores de origem comum, dirigindo-se aos vértices de um hexágono regular. Sendo 10 N o módulo da força $\vec{F}_C$, a intensidade da resultante dessas 5 forças é:



a) 50 N.
b) 45 N.
c) 40 N.
d) 35 N.
e) 30 N.

Resolução:

(I) $\vec{F}_B + \vec{F}_E = \vec{F}_C$

(II) $\vec{F}_D + \vec{F}_A = \vec{F}_C$

(III) Sendo $\vec{R}$ a resultante das cinco forças, tem-se:

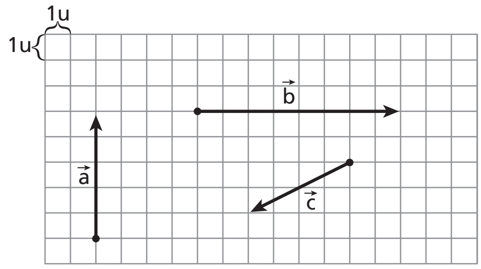
$\vec{R} = \vec{F}_C + \vec{F}_C + \vec{F}_C \Rightarrow \vec{R} = 3\,\vec{F}_C$

$|\vec{R}| = 3\,|\vec{F}_C| \Rightarrow |\vec{R}| = 3 \cdot 10\ (N)$

$|\vec{R}| = 30\ N$

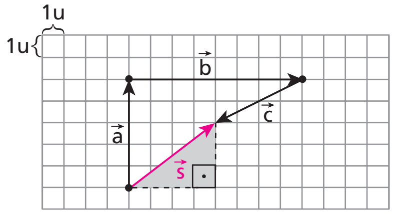
Resposta: e

13 **E.R.** No plano quadriculado a seguir, temos três vetores, $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$:



Qual é o módulo do vetor resultante da soma desses vetores?

Resolução:
Inicialmente, devemos trasladar os vetores, de modo que a origem de um coincida com a extremidade do outro, tomando cuidado para manter as características (direção, sentido e módulo) de cada vetor sem alteração.
O vetor resultante é aquele que fecha a linha poligonal.

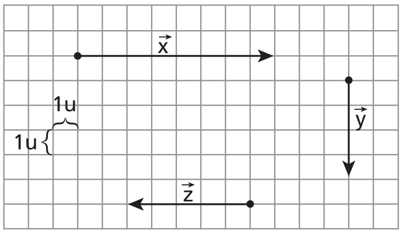


Observe que o vetor resultante é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 3 u e 4 u. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$s^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow s^2 = 9 + 16 \Rightarrow s^2 = 25$$

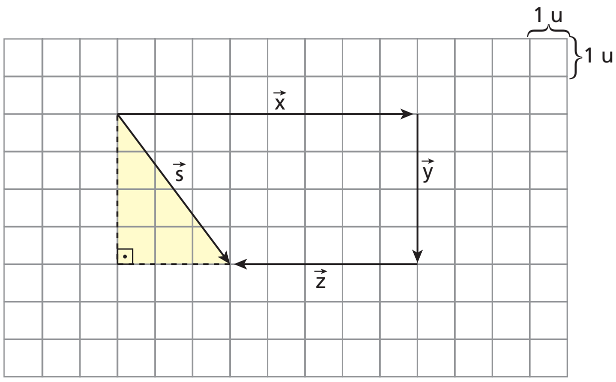
$$\boxed{s = 5\ u}$$

14 No plano quadriculado abaixo, estão representados três vetores: $\vec{x}$, $\vec{y}$ e $\vec{z}$.



Determine o módulo do vetor soma $\vec{s} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$.

Resolução:

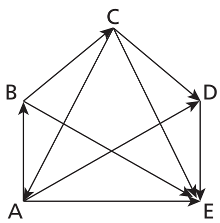


Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** no triângulo destacado, vem:

$s^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow \boxed{s = 5u}$

Resposta: 5 u

15 (Mack-SP) O vetor resultante da soma de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE}$ e $\overrightarrow{CA}$ é:



a) $\overrightarrow{AE}$.
b) $\overrightarrow{AD}$.
c) $\overrightarrow{CD}$.
d) $\overrightarrow{CE}$.
e) $\overrightarrow{BC}$.

Resolução:

(I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$

(II) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CE}$

(III) Logo:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CE}$

Resposta: d

16 Considere duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ de intensidades respectivamente iguais a 18 N e 12 N, aplicadas em uma partícula **P**. A resultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ **não poderá** ter intensidade igual a:

a) 30 N.
b) 18 N.
c) 12 N.
d) 6,0 N.
e) 3,0 N.

Resolução:

(I) $R_{máx} = F_1 + F_2$

$R_{máx} = 18 + 12$ (N)

$\boxed{R_{máx} = 30 \text{ N}}$

(II) $R_{mín} = F_1 - F_2$

$R_{mín} = 18 - 12$

$\boxed{R_{mín} = 6{,}0 \text{ N}}$

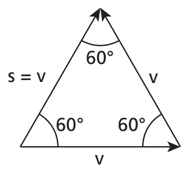
(III) $6{,}0 \text{ N} \leqslant R \leqslant 30 \text{ N}$

Resposta: e

17 Suponha dois vetores de mesmo módulo **v**. A respeito da soma desses vetores, podemos afirmar que:

a) pode ter módulo $v\sqrt{10}$;
b) pode ter módulo **v**;
c) tem módulo 2v;
d) é nula;
e) tem módulo $v\sqrt{2}$.

Resolução:



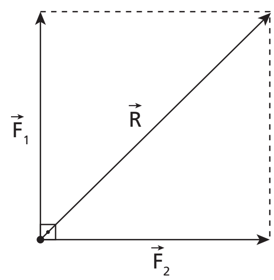
$0 \leqslant s \leqslant 2v$

A soma terá módulo **v**, no caso particular de os dois vetores formarem entre si um ângulo de 60°, conforme representa a figura acima.

Resposta: b

18 (Faap-SP) A intensidade da resultante entre duas forças concorrentes, perpendiculares entre si, é de 75 N. Sendo a intensidade de uma das forças igual a 60 N, calcule a intensidade da outra.

Resolução:



Sendo $F_1 = 60$ N e $R = 75$ N, aplicando-se o Teorema de Pitágoras, vem:

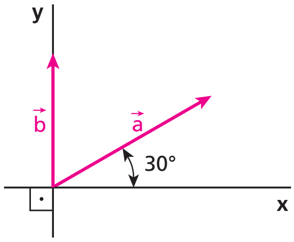
$R^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow (75)^2 = (60)^2 + F_2^2$

$\boxed{F_2 = 45 \text{ N}}$

Resposta: 45 N

19 Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ da figura a seguir têm módulos respectivamente iguais a 24 u e 21 u. Qual o módulo do vetor soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$?

Dado: sen 30° = cos 60° = 0,50



Resolução:
Lei dos cossenos:
$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos 60°$
$s^2 = (24)^2 + (21)^2 + 2 \cdot 24 \cdot 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$
$\boxed{s = 39\ u}$

Resposta: 39 u

20 A soma de dois vetores perpendiculares entre si tem módulo igual a $\sqrt{20}$. Se o módulo de um deles é o dobro do módulo do outro, qual é o módulo do maior?

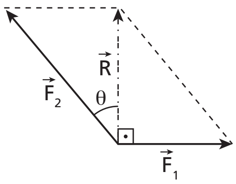
Resolução:
$R^2 = v_1^2 + v_2^2 \Rightarrow (\sqrt{20})^2 = x^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$

$20 = x^2 + \frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{5x^2}{4} = 20 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

Resposta: 4

21 Duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão aplicadas sobre uma partícula, de modo que a força resultante é perpendicular a $\vec{F}_1$. Se $|\vec{F}_1| = x$ e $|\vec{F}_2| = 2x$, qual o ângulo entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$?

Resolução:



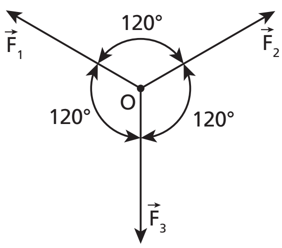
$\text{sen}\ \theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

$\therefore \theta = 30°$

$\alpha = \theta + 90° \Rightarrow \alpha = 30° + 90° \Rightarrow \boxed{\alpha = 120°}$

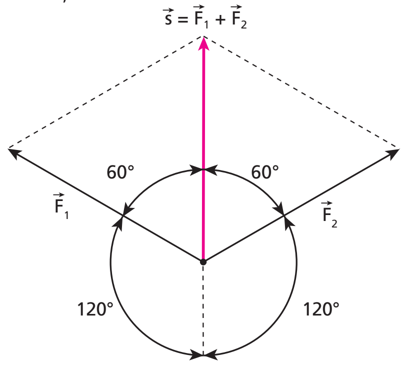
Resposta: 120°

22 E.R. Três forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, contidas em um mesmo plano, estão aplicadas em uma partícula **O**, conforme ilustra a figura. $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm módulos iguais a 10 N.



Qual deve ser o módulo de $\vec{F}_3$ para que a soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$:
a) tenha módulo nulo?
b) tenha módulo 5,0 N estando dirigida para baixo?

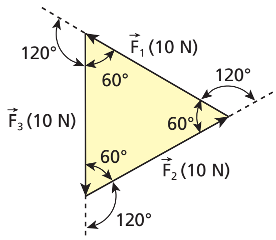
Resolução:
Inicialmente, vamos calcular o módulo da soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Aplicando a **Lei dos cossenos**, vem:



$s^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120°$
$s^2 = (10)^2 + (10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \left(-\frac{1}{2}\right)$
$s^2 = (10)^2$
$\boxed{s = 10\ N}$

$\vec{F}_3$ tem a mesma direção de $\vec{s} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, porém sentido oposto, logo:
a) $F_3 - s = 0 \Rightarrow F_3 - 10 = 0$

$\boxed{F_3 = 10\ N}$

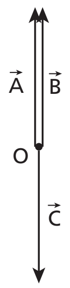


Nesse caso, a linha poligonal de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ forma um **triângulo equilátero**, conforme ilustra a figura acima.
b) $F_3 - s = 5,0 \Rightarrow F_3 - 10 = 5,0$

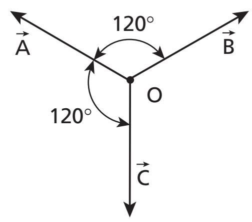
$\boxed{F_3 = 15\ N}$

23 Considere três vetores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, de módulos iguais a **x** e com origens coincidentes num ponto **O**. Calcule o módulo do vetor resultante da soma $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ nos dois casos esquematizados abaixo:

a)



b)



Dado: $\cos 120° = -\frac{1}{2}$

Resolução:

a) $R = 2x - x \Rightarrow \boxed{R = x}$

b) $R_{AB} = x^2 + x^2 + 2x \cdot x \cdot \cos 120°$

$R_{AB} = 2x^2 + 2x^2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow R_{AB} = x$

$\vec{R}_{AB}$ tem a mesma direção de $\vec{C}$, porém sentido oposto, logo:

$R = x - x \Rightarrow \boxed{R = 0}$

Professor: chame a atenção para a grande importância desse caso; contextualize-o.

Respostas: a) x; b) zero

24 Três forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, de intensidades respectivamente iguais a 10 N, 15 N e 20 N, estão aplicadas em uma partícula. Essas forças podem ter suas direções modificadas de modo a alterar os ângulos entre elas. Determine para a resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$:

a) a intensidade máxima;

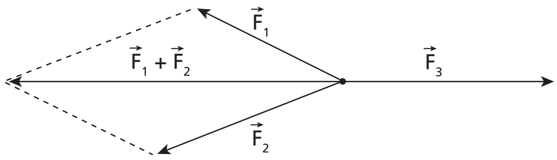
b) a intensidade mínima.

Resolução:

a) A resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ terá intensidade máxima quando essas três forças tiverem a mesma direção e o mesmo sentido. Nesse caso:

$R_{máx} = 10 + 15 + 20\ (N) \Rightarrow \boxed{R_{máx} = 45\ N}$

b) A resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ terá intensidade mínima igual a zero. Isso ocorrerá quando $\vec{F}_3$ equilibrar a resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ ($5{,}0\ N \leqslant |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leqslant 25\ N$), como está esquematizado abaixo:



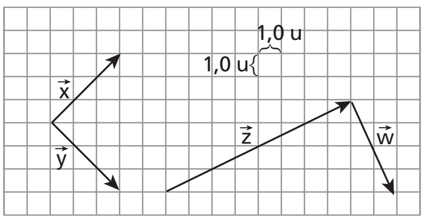
$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20\ N$

Logo:

$\boxed{R_{mín} = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = 0}$

Respostas: a) 45 N; b) zero

25 E.R. No plano quadriculado abaixo, estão representados os vetores $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ e $\vec{w}$.



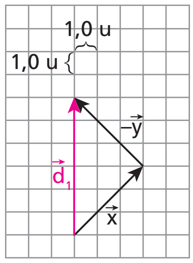
Determine o módulo dos vetores:

a) $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y}$

b) $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w}$

Resolução:

a) $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y} \Rightarrow \vec{d}_1 = \vec{x} + (-\vec{y})$

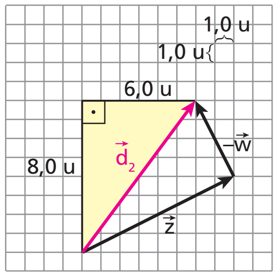


Observando a figura, concluímos que:

$\boxed{|\vec{d}_1| = 6{,}0\ u}$

b) $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w} \Rightarrow \vec{d}_2 = \vec{z} + (-\vec{w})$

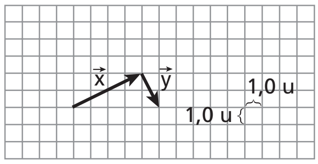
O módulo de $\vec{d}_2$ fica determinado aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado na figura:



$|\vec{d}_2|^2 = (8{,}0)^2 + (6{,}0)^2$

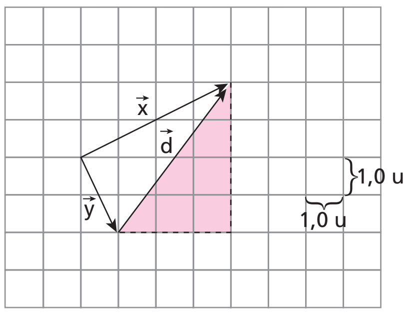
$\boxed{|\vec{d}_2| = 10\ u}$

26 No plano quadriculado abaixo, estão representados dois vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$. O módulo do vetor diferença $\vec{x} - \vec{y}$ vale:



a) 1 u. b) 2 u. c) 3 u. d) 4 u. e) 5 u.

Resolução:



$\vec{d} = \vec{x} + \vec{y}$

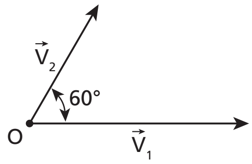
Aplicando-se o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo destacado, vem:

$|\vec{d}|^2 = 3^2 + 4^2$

$\boxed{|\vec{d}| = 5\ u}$

Resposta: e

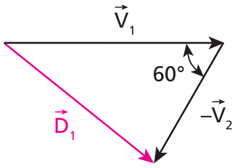
27 E.R. Dados os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, representados na figura, com $V_1 = 16$ u e $V_2 = 10$ u, pede-se:



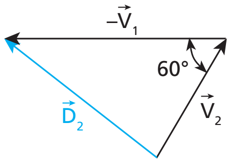
a) representar os vetores $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ e $\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$;
b) calcular os módulos de $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$.

Resolução:

a) $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \Rightarrow \vec{D}_1 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$



$\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \Rightarrow \vec{D}_2 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$



O vetor $\vec{D}_2$ é o **vetor oposto** de $\vec{D}_1$, isto é, $\vec{D}_2$ e $\vec{D}_1$ têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários.

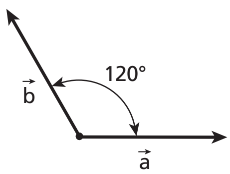
b) Sendo **D** o módulo de $\vec{D}_1$ ou de $\vec{D}_2$, aplicando a **Lei dos cossenos**, vem:

$$D^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos 60°$$

$$D^2 = (16)^2 + (10)^2 - 2\,(16)\,(10)\,\frac{1}{2}$$

$$\boxed{D = 14 \text{ u}}$$

28 Observe os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados abaixo. Considerando $a = 7{,}0$ u e $b = 8{,}0$ u, pede-se:

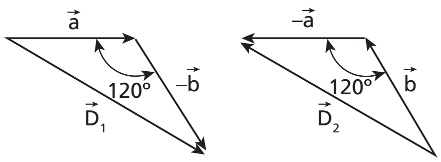


a) represente os vetores $\vec{D}_1 = \vec{a} - \vec{b}$ e $\vec{D}_2 = \vec{b} - \vec{a}$;
b) calcule os módulos de $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$.

$\left(\textbf{Dado: } \cos 120° = -\dfrac{1}{2}\right)$

Resolução:

a)



b) $|\vec{D}_1| = |\vec{D}_2| = D$

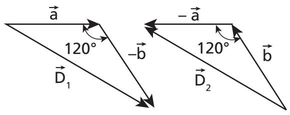
$D^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$

$D^2 = (7{,}0)^2 + (8{,}0)^2 - 2 \cdot 7{,}0 \cdot 8{,}0 \cdot \cos 120°$

$D^2 = 49 + 64 - 2 \cdot 56 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)$

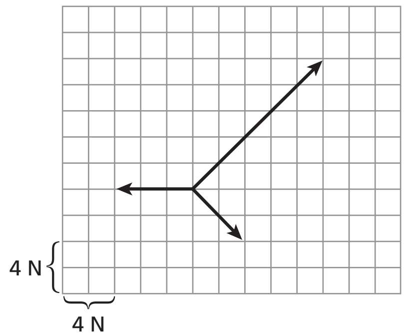
$D^2 = 169 \Rightarrow \boxed{D = 13 \text{ u}}$

Respostas: a)



b) 13 u

29 Na figura, estão representadas três forças que agem em um ponto material. Levando em conta a escala indicada, determine a intensidade da resultante dessas três forças.



a) 5 N
b) 10 N
c) 15 N
d) 20 N
e) 25 N

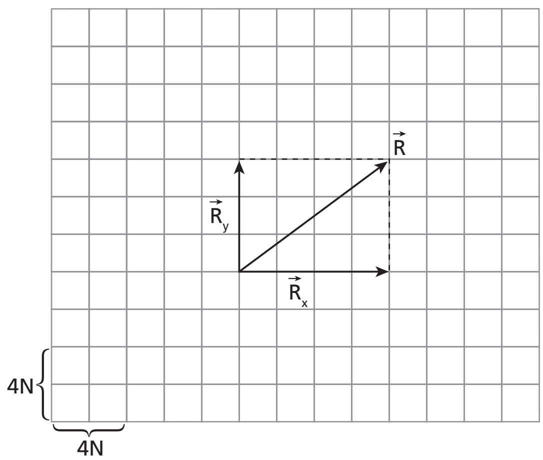
Resolução:

Na horizontal:

$R_x = 10 + 4 - 6 \text{ (N)} \Rightarrow R_x = 8 \text{ N}$

Na vertical:

$R_y = 10 - 4 \text{ (N)} \Rightarrow R_y = 6 \text{ N}$

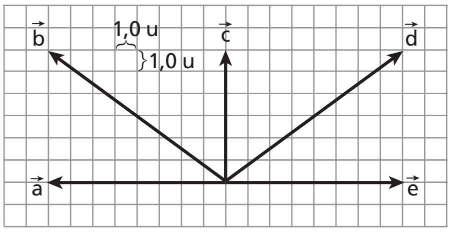


$R^2 = R_x^2 + R_x^2 = \Rightarrow R^2 = 8^2 + 6^2$

$\boxed{R = 10 \text{ N}}$

Resposta: b

30 No plano quadriculado abaixo, estão representados cinco vetores: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$.



Aponte a alternativa **incorreta**:

a) $\vec{a} = -\vec{e}$

b) $\vec{c} - \vec{a} = \vec{d}$

c) $\vec{c} - \vec{e} = \vec{b}$

d) $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{e}$

e) $\vec{a} + \vec{c} = \vec{e} + \vec{c}$

Resposta: e

31 Considere duas forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ com intensidades respectivamente iguais a 12 N e 5,0 N. Calcule a intensidade das forças $\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$ e $\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B$ nos seguintes casos:

a) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ têm mesma direção e sentidos opostos;

b) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ são perpendiculares.

Resolução:

a)

$|\vec{S}| = |\vec{F}_A| - |\vec{F}_B|$

$|\vec{S}| = 12 - 5{,}0$ (N)

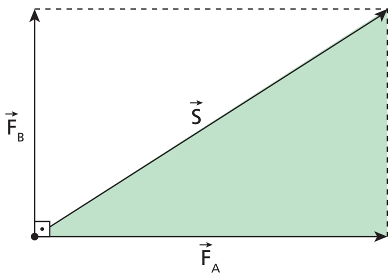
$\boxed{|\vec{S}| = 7{,}0 \text{ N}}$

$|\vec{D}| = |\vec{F}_A + (-\vec{F}_B)|$

$|\vec{D}| = |12 + 5{,}0|$ (N)

$\boxed{|\vec{D}| = 17 \text{ N}}$

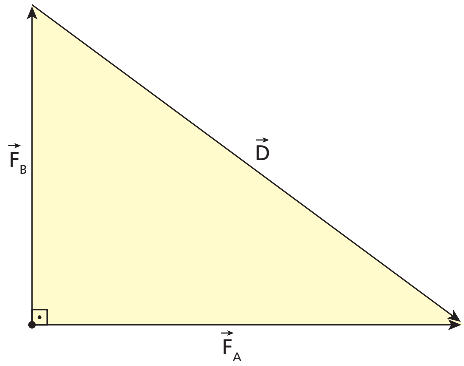
b)



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{S}|^2 = (12)^2 + (5{,}0)^2$

$\boxed{|\vec{S}| = 13 \text{ N}}$



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{D}|^2 = (12)^2 + (5{,}0)^2$

$\boxed{|\vec{D}| = 13 \text{ N}}$

Respostas: a) $|\vec{S}| = 7{,}0$ N e $|\vec{D}| = 17$ N; b) $|\vec{S}| = |\vec{D}| = 13$ N

32 (Ufop-MG) Os módulos de duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são $|\vec{F}_1| = 3$ e $|\vec{F}_2| = 5$, expressos em **newtons**. Então, é sempre verdade que:

I. $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 2.$

II. $2 \le |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \le 8.$

III. $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 8.$

IV. $2 \le |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \le 8.$

Indique a alternativa **correta**:

a) Apenas I e III são verdadeiras.

b) Apenas II e IV são verdadeiras.

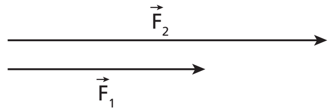
c) Apenas II e III são verdadeiras.

d) Apenas I e IV são verdadeiras.

e) Nenhuma sentença é sempre verdadeira.

Resolução:

(I)



$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |3 + 5|$ (N)

$\boxed{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 8 \text{ (N)}}$

$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |3 - 5|$ (N)

$\boxed{|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 2\text{N}}$

(II)

$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |3 - 5|$ (N)

$\boxed{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2 \text{ N}}$

$|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = |3 + 5|$ (N)

$\boxed{|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 8 \text{ N}}$

(III) $2 \text{ N} \le |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \le 8 \text{ N}$

$2 \text{ N} \le |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \le 8 \text{ N}$

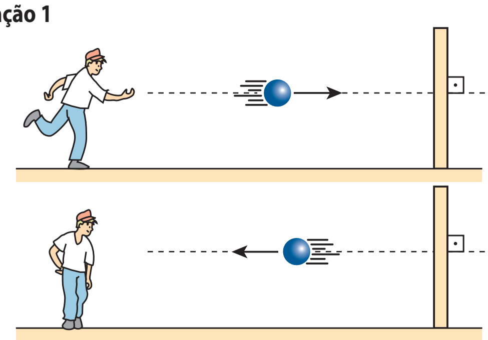
Resposta: b

33 E.R. Nas duas situações esquematizadas a seguir, o garoto lança uma bola de borracha contra uma parede vertical fixa. Admita que as colisões sejam perfeitamente elásticas, isto é, que a bola conserve o módulo de sua velocidade vetorial igual a **v**.

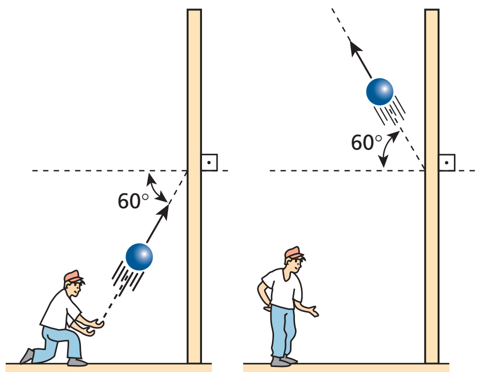
Na **situação 1**, a bola vai e volta pela mesma reta horizontal.

Na **situação 2**, a bola incide sob um ângulo de 60° em relação à reta normal à parede no ponto de impacto, sendo refletida sob um ângulo também de 60° em relação à mesma reta.

Situação 1



Situação 2



Calcule o módulo da variação da velocidade vetorial da bola:

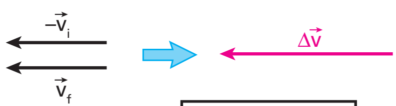
a) na situação 1;   b) na situação 2.

Resolução:

Em ambos os casos, a variação da velocidade vetorial da bola ($\Delta\vec{v}$) fica determinada pela diferença entre a velocidade final ($\vec{v}_f$) e a velocidade inicial ($\vec{v}_i$).

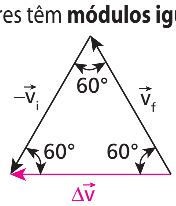
$$\boxed{\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \Rightarrow \Delta\vec{v} = \vec{v}_f + (-\vec{v}_i)}$$

a)



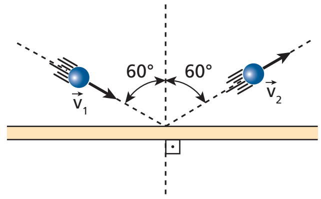
$|\Delta\vec{v}| = v + v \Rightarrow \boxed{|\Delta\vec{v}| = 2v}$

b) O triângulo formado pelos vetores $\vec{v}_f$, $-\vec{v}_i$ e $\Delta\vec{v}$ é **equilátero** e, por isso, esses três vetores têm **módulos iguais**.

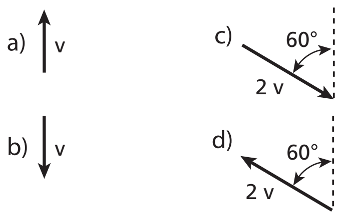


$$\boxed{|\Delta\vec{v}| = v}$$

34 Na figura, estão representadas as velocidades vetoriais $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ de uma bola de sinuca, imediatamente antes e imediatamente depois de uma colisão contra uma das bordas da mesa.



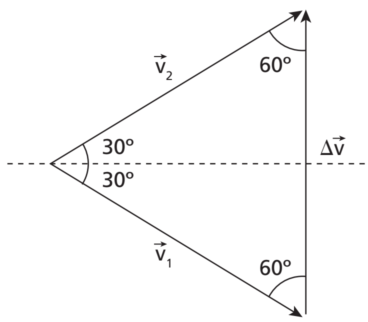
Sabendo que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ têm intensidades iguais a **v**, aponte a alternativa que melhor caracteriza a intensidade, a direção e o sentido da variação da velocidade vetorial da bola no ato da colisão:



e) Vetor nulo.

Resolução:

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

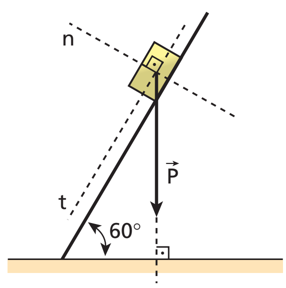


O triângulo formado por $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\Delta\vec{v}$ é equilátero, com lados de comprimento **v**, logo:

$$\boxed{|\Delta\vec{v}| = v}$$

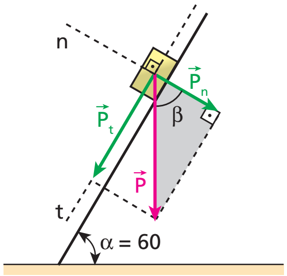
Resposta: a

35 E.R. O peso de um corpo é uma força vertical, dirigida para baixo. Na figura, está representado um bloco de peso $\vec{P}$, apoiado em um plano inclinado de 60° em relação à horizontal.



Sabendo que a intensidade de $\vec{P}$ é igual a 20,0 newtons, calcule a intensidade das componentes de $\vec{P}$ segundo as retas **t** e **n**, respectivamente, tangente e normal ao plano inclinado no local em que se encontra o bloco. Adote: sen 60° $\simeq$ 0,87 e cos 60° = 0,50.

Resolução:
Na figura ao lado, estão representadas as componentes de $\vec{P}$ segundo as setas **t** e **n**, respectivamente, $\vec{P_t}$ (componente tangencial) e $\vec{P_n}$ (componente normal).
É importante observar que, no triângulo retângulo destacado, temos $\beta = \alpha = 60°$ (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais).



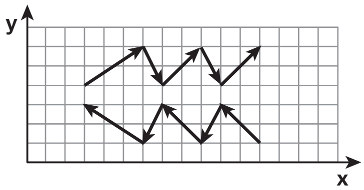
$P_t = P \text{ sen } \beta \Rightarrow P_t = 20{,}0 \cdot 0{,}87 \text{ (N)}$

$\boxed{P_t = 17{,}4 \text{ N}}$

$P_n = P \cos \beta \Rightarrow P_n = 20{,}0 \cdot 0{,}50 \text{ (N)}$

$\boxed{P_n = 10{,}0 \text{ N}}$

36 (UFC-CE) Na figura abaixo, em que o reticulado forma quadrados de lado L = 0,50 cm, estão desenhados dez vetores, contidos no plano xy. O módulo da soma de todos esses vetores é, em centímetros:

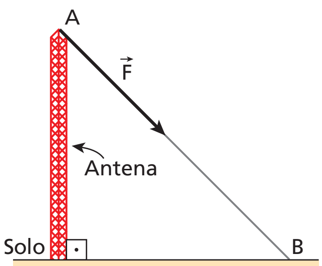


a) 0,0. b) 0,50. c) 1,0. d) 1,5. e) 2,0.

Resolução:
(I) **Na direção x**:
$|\vec{s_x}| = 4{,}5 - 4{,}5 = 0$
(II) **Na direção y**:
$|\vec{s_y}| = 1{,}0 + 1{,}0 = 2{,}0$
(III) $\boxed{|\vec{s}| = 2{,}0}$

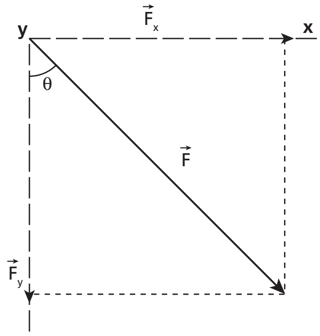
Resposta: e

37 Uma antena transmissora de TV, de comprimento igual a 32 m, é mantida em equilíbrio na posição vertical devido a um sistema de cabos de aço que conectam sua extremidade superior ao solo horizontal. Na figura, está representado apenas o cabo **AB**, de comprimento igual a 40 m.



Sabendo que a força $\vec{F}$ que o cabo **AB** exerce sobre a antena tem intensidade igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ N, determine a intensidade das componentes horizontal e vertical de $\vec{F}$.

Resolução:
(I) Teorema de Pitágoras:



$(AB)^2 = x^2 + y^2$

$(40)^2 = x^2 + (32)^2$

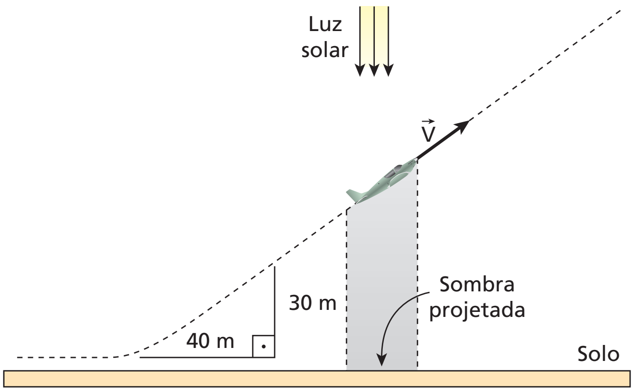
$\boxed{x = 24 \text{ m}}$

(II) $F_x = F \text{ sen } \theta \Rightarrow F_x = 2{,}0 \cdot 10^3 \frac{24}{40} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_x = 1{,}2 \cdot 10^3 \text{ N}}$

(III) $F_y = F \cos \theta \Rightarrow F_y = 2{,}0 \cdot 10^3 \frac{32}{40} \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_y = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ N}}$

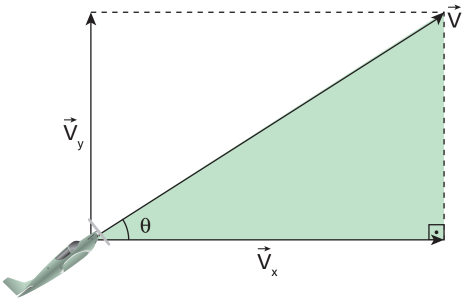
Respostas: Componente horizontal: $F_x = 1{,}2 \cdot 10^3$ N;
Componente vertical: $F_y = 1{,}6 \cdot 10^3$ N

38 Objetivando a decolagem, um avião realiza a corrida na pista, alçando vôo com velocidade $\vec{V}$, de intensidade 360 km/h, que é mantida constante ao longo de uma trajetória retilínea e ascendente, como esquematizado a seguir. O Sol está a pino, e a sombra do avião é projetada sobre o solo plano e horizontal.



Determine:
a) a intensidade da velocidade com que a sombra do avião percorre o solo;
b) o intervalo de tempo gasto pelo avião para atingir a altura de 480 m;
c) a distância percorrida pelo avião desde o instante em que alça vôo até o instante em que atinge a altura de 480 m.

Resolução:
A velocidade $\vec{V}$ do avião admite duas componentes: $\vec{V_x}$ horizontal e $\vec{V_y}$ vertical.



$V_x = V \cos\theta \Rightarrow V_x = 360 \cdot \frac{40}{50}$ (km/h)

$\boxed{V_x = 288 \text{ km/h} = 80 \text{ m/s}}$

$V_y = V \text{ sen } \theta \Rightarrow V_y = 360 \cdot \frac{30}{50}$ (km/h)

$\boxed{V_y = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}}$

a) $V_{sombra} = Vx \Rightarrow \boxed{V_{sombra} = 288 \text{ km/h}}$

b) $Vy = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow 60 = \frac{480}{\Delta t}$

$\boxed{\Delta t = 8{,}0 \text{ s}}$

c) $V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{360}{3{,}6} = \frac{\Delta s}{8{,}0}$

$\boxed{Ds = 800 \text{ m}}$

Respostas: a) 288 km/h; b) 8,0 s; c) 800 m

39 E.R. Um escoteiro, ao fazer um exercício de marcha com seu pelotão, parte de um ponto **P** e sofre a seguinte sequência de deslocamentos:

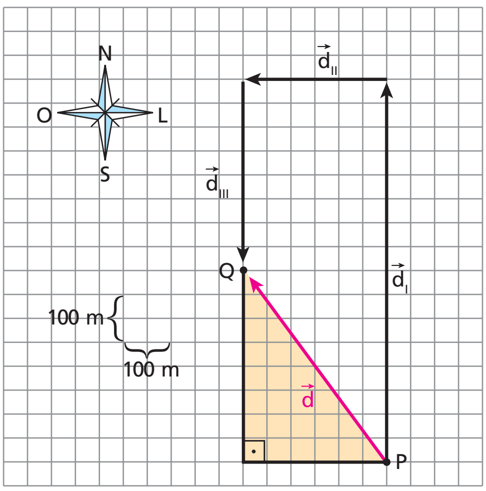
I. 800 m para o Norte;
II. 300 m para o Oeste;
III. 400 m para o Sul.

Sabendo que a duração da marcha é de 8 min 20 s e que o escoteiro atinge um ponto **Q**, determine:

a) o módulo do seu deslocamento vetorial de **P** a **Q**;
b) o módulo da velocidade vetorial média e da velocidade escalar média de **P** a **Q**. (Dê sua resposta em m/s.)

Resolução:

a) No esquema abaixo, estão representados os três deslocamentos parciais do escoteiro e também seu deslocamento total, de **P** até **Q**.



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado, obtemos o módulo do deslocamento vetorial do escoteiro de **P** até **Q**.

$$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 500 \text{ m}}$$

b) O intervalo de tempo gasto pelo escoteiro de **P** até **Q** é $\Delta t = 8$ min 20 s = 500 s. Logo:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{500 \text{ m}}{500 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 1{,}0 \text{ m/s}}$$

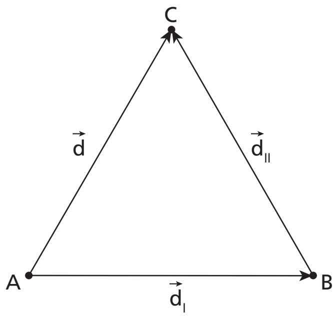
$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}| + |\vec{d}_{III}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| = \frac{800 + 300 + 400}{500} \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{|v_m| = 3{,}0 \text{ m/s}}$$

40 Três cidades **A**, **B** e **C**, situadas em uma região plana, ocupam os vértices de um triângulo equilátero de 60 km de lado. Um carro viaja de **A** para **C**, passando por **B**. Se o intervalo de tempo gasto no percurso total é de 1,0 h 12 min, determine, em km/h:

a) o valor absoluto da velocidade escalar média;
b) a intensidade da velocidade vetorial média.

Resolução:



$\Delta t = 1{,}0$ h 12 min = 1,2 h

a) $|v_m| = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}|}{\Delta t}$

$|v_m| = \frac{60 + 60}{1{,}2}$ (km/h)

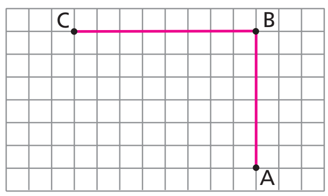
$\boxed{|v_m| = 100 \text{ km/h}}$

b) $|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}_I|}{\Delta t}$

$|\vec{v}_m| = \frac{60 \text{ km}}{1{,}2 \text{ h}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 50 \text{ km/h}}$

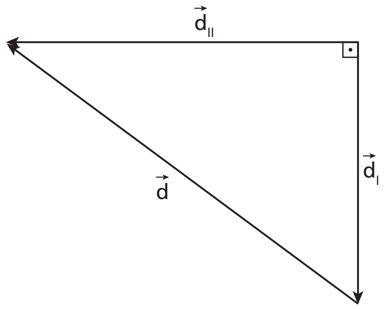
Respostas: a) 100 km/h; b) 50 km/h

41 Um carro percorreu a trajetória **ABC**, representada na figura, partindo do ponto **A** no instante $t_0 = 0$ e atingindo o ponto **C** no instante $t_1 = 20$ s. Considerando que cada quadradinho da figura tem lado igual a 10 m, determine:



a) o módulo do deslocamento vetorial sofrido pelo carro de **A** até **C**;
b) o módulo das velocidades vetorial média e escalar média no intervalo de t_0 a t_1.

Resolução:
a)



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{d}|^2 = |\vec{d}_I|^2 + |\vec{d}_{II}|^2$

$|\vec{d}|^2 = (60)^2 + (80)^2$

$\boxed{|\vec{d}|^2 = 100 \text{ m}}$

b) $|\vec{V}_m| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t}$

$|\vec{V}_m| = \dfrac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{V}_m| = 50 \text{ m/s}}$

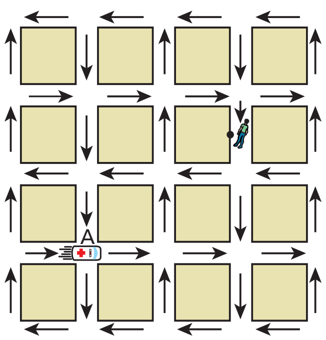
$|v_m| = \dfrac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}|}{\Delta t}$

$|v_m| = \dfrac{60 + 80}{20}$ (m/s)

$\boxed{|v_m| = 7{,}0 \text{ m/s}}$

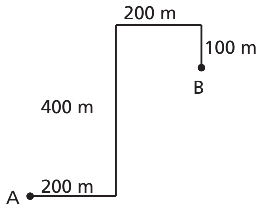
Respostas: a) 100 m; b) 5,0 m/s e 7,0 m/s

42 (Unicamp-SP) A figura abaixo representa um mapa da cidade de Vectoria o qual indica o sentido das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra dessa cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro da outra rua). Uma ambulância localizada em **A** precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em **B**, sem andar na contramão.



a) Qual é o menor intervalo de tempo gasto (em minutos) no percurso de **A** para **B**?
b) Qual é o módulo do vetor velocidade média (em km/h) entre os pontos **A** e **B**?

Resolução:
a) O intervalo de tempo gasto pela ambulância de **A** até **B** será mínimo se o veículo percorrer a trajetória de menor comprimento entre esses dois pontos.



$v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{\Delta s}{v_m}$

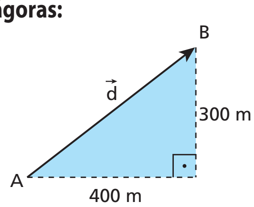
$\Delta s = 200 \text{ m} + 400 \text{ m} + 200 \text{ m} + 100 \text{ m}$

$\Delta s = 900 \text{ m}$

e $v_m = 18 \text{ km/h} \Rightarrow 5{,}0 \text{ m/s}$. Logo:

$\Delta t = \dfrac{900 \text{ m}}{5{,}0 \text{ m/s}} \Rightarrow \Delta t = 180 \text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 3{,}0 \text{ min}}$

b) **Teorema de Pitágoras:**



$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2$

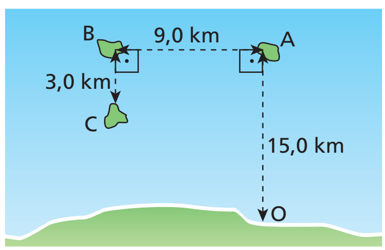
$\boxed{|\vec{d}| = 500 \text{ m}}$

$|\vec{V}_m| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \dfrac{500 \text{ m}}{180 \text{ s}}$

$|\vec{V}_m| = \dfrac{500}{180} \cdot 3{,}6 \text{ km/h} \Rightarrow \boxed{|\vec{V}_m| = 10 \text{ km/h}}$

Respostas: a) 3,0 min; b) 10 km/h

43 Uma embarcação carregada com suprimentos zarpa de um porto **O** na costa às 7 h para fazer entregas em três pequenas ilhas, **A**, **B** e **C**, posicionadas conforme representa o esquema.

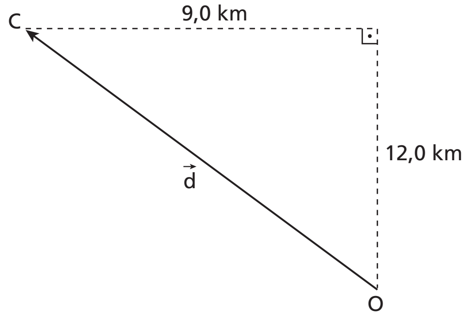


A embarcação atraca na ilha **C** às 13 h do mesmo dia. Calcule para o percurso total de **O** até **C**:
a) a velocidade escalar média;
b) a velocidade vetorial média.

Resolução:
a) 1) $\Delta s = OA + AB + BC = 27{,}0 \text{ km}$

2) $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{27{,}0 \text{ km}}{13 \text{ h} - 7 \text{ h}} \Rightarrow v_m = 4{,}5 \text{ km/h}$

b) 1)



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{d}|^2 = (9,0)^2 + (12,0)^2$

$|\vec{d}|^2 = 81,0 + 144 = 225$

$\boxed{|\vec{d}|^2 = 15,0 \text{ km}}$

2) $|\vec{v}_m| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \dfrac{15,0 \text{ km}}{6,0 \text{ h}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 2,5 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 4,5 km/h; b) 2,5 km/h

44 Um navio navega 80 milhas de Sudoeste para Nordeste e, em seguida, 60 milhas de Sudeste para Noroeste. Sendo **X** a intensidade da velocidade vetorial média e **Y** o módulo da velocidade escalar média, esses dois valores referentes ao percurso total, é correto que:

a) $\dfrac{X}{Y} = \dfrac{3}{5}$.

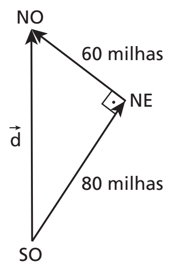
b) $\dfrac{X}{Y} = \dfrac{5}{7}$.

c) $\dfrac{X}{Y} = \dfrac{4}{5}$.

d) $\dfrac{X}{Y} = 1$.

e) $\dfrac{X}{Y} = \dfrac{7}{5}$.

Resolução:
Teorema de Pitágoras:



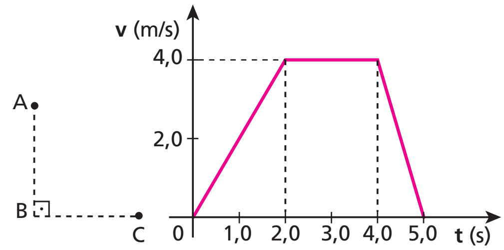
$|\vec{d}|^2 = (80)^2 + (60)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 100 \text{ milhas}}$

$|\Delta s| = 80 \text{ milhas} + 60 \text{ milhas} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 140 \text{ milhas}}$

$$\frac{X}{Y} = \frac{\dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t}}{\dfrac{|\Delta s|}{\Delta t}} \Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{|\vec{d}|}{\Delta s} = \frac{100}{140} \Rightarrow \boxed{\frac{X}{Y} = \frac{5}{7}}$$

Resposta: b

45 Uma partícula parte do ponto **A** da trajetória **ABC**, esquematizada abaixo, no instante $t_0 = 0$, atinge o ponto **B** no instante $t_1 = 3,0$ s e para no ponto **C** no instante $t_2 = 5,0$ s. A variação de sua velocidade escalar pode ser observada no gráfico abaixo:



Considerando o intervalo de 0 a 5,0 s, calcule para a partícula:
a) o valor absoluto da velocidade escalar média;
b) a intensidade da velocidade vetorial média.

Resolução:

(I) $\overline{AB} = \dfrac{(3,0 + 1,0)\,4,0}{2} = 8,0$ m;

(II) $\overline{BC} = \dfrac{(2,0 + 1,0)\,4,0}{2} = 6,0$ m

Teorema de Pitágoras:

(III) $(\overline{AC})^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2 \Rightarrow \overline{AC} = 10$ m

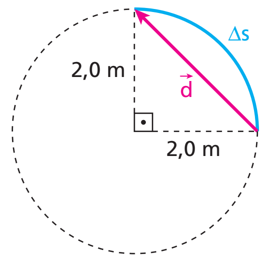
a) $|v_m| = \dfrac{|\Delta s|}{\Delta t} = \dfrac{14 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|v_m| \simeq 2,8 \text{ m/s}}$

b) $|\vec{v}_m| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \dfrac{10 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 2,0 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 2,8 m/s; b) 2,0 m/s

46 E.R. Considere uma partícula que percorre um quarto de circunferência de 2,0 m de raio em 10 s. Adotando $\sqrt{2} \simeq 1,4$ e $\pi \simeq 3,0$, determine:
a) o módulo da velocidade escalar média da partícula;
b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

Resolução:
Na figura abaixo, estão indicados o deslocamento escalar (Δs) e o deslocamento vetorial ($\vec{d}$) da partícula:



$$|\Delta s| = \frac{2\pi R}{4} = \frac{2 \cdot 3,0 \cdot 2,0}{4} \text{ (m)}$$

$$\boxed{|\Delta s| = 3,0 \text{ m}}$$

$|\vec{d}| = \sqrt{(2,0)^2 + (2,0)^2} = 2,0\sqrt{2}$ m

$|\vec{d}| = 2,0 \cdot 1,4 \text{ (m)} \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 2,8 \text{ m}}$

a) O módulo da velocidade escalar média é dado por:

$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{3,0 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|v_m| = 0,30 \text{ m/s}}$$

b) A intensidade da velocidade vetorial média é dada por:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{2{,}8\ \text{m}}{10\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 0{,}28\ \text{m/s}}$$

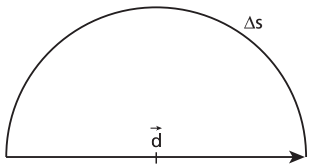
Observe, nesse caso, que $|\vec{v}_m| < |v_m|$.

47 Um ciclista percorre a metade de uma pista circular de 60 m de raio em 15 s. Adotando $\pi \simeq 3{,}0$, calcule para esse ciclista:

a) o módulo da velocidade escalar média;

b) a intensidade da velocidade vetorial média.

Resolução:



a) $|v_m| = \dfrac{|\Delta s|}{\Delta t} = \dfrac{\pi R}{\Delta t}$

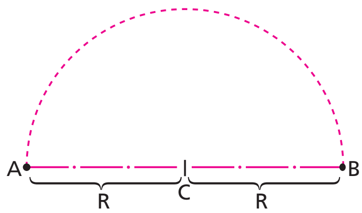
$|v_m| = \dfrac{3{,}0 \cdot 60}{15}\ \text{(m/s)} \Rightarrow \boxed{|v_m| = 12\ \text{m/s}}$

b) $|Vm| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \dfrac{2R}{\Delta t}$

$|\vec{v}_m| = \dfrac{2 \cdot 60}{15}\ \text{(m/s)} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 8{,}0\ \text{m/s}}$

Respostas: a) 12 m/s; b) 8,0 m/s

48 Considere o esquema seguinte, em que o trecho curvo corresponde a uma semicircunferência de raio **R**.



Duas partículas, **X** e **Y**, partem simultaneamente do ponto **A** rumo ao ponto **B**. A partícula **X** percorre o trecho curvo, enquanto a partícula **Y** segue pelo diâmetro **AB**. Sabendo que as partículas atingem o ponto **B** no mesmo instante, calcule:

a) a relação entre os módulos das velocidades escalares médias de **X** e **Y**;

b) a relação entre as intensidades das velocidades vetoriais médias de **X** e **Y**.

Resolução:

a) $\dfrac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \dfrac{\dfrac{|\Delta s_x|}{\Delta t}}{\dfrac{|\Delta s_y|}{\Delta t}} \Rightarrow \dfrac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \dfrac{|\Delta s_x|}{|\Delta s_y|} = \dfrac{\pi R}{2R} \Rightarrow \boxed{\dfrac{|v_{m_x}|}{|v_{m_y}|} = \dfrac{\pi}{2}}$

b) $\dfrac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = \dfrac{\dfrac{|\vec{d}_x|}{\Delta t}}{\dfrac{|\vec{d}_y|}{\Delta t}} \Rightarrow \dfrac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = \dfrac{|\vec{d}_x|}{|\vec{d}_y|} = \dfrac{2R}{2R} \Rightarrow \boxed{\dfrac{|\vec{v}_{m_x}|}{|\vec{v}_{m_y}|} = 1}$

Respostas: a) $\dfrac{\pi}{2}$; b) 1

49 Analise as proposições a seguir:

(01) A velocidade vetorial média entre dois pontos de uma trajetória tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento vetorial entre esses pontos.

(02) A velocidade vetorial é, em cada instante, tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento.

(04) Nos movimentos uniformes, a velocidade vetorial é constante.

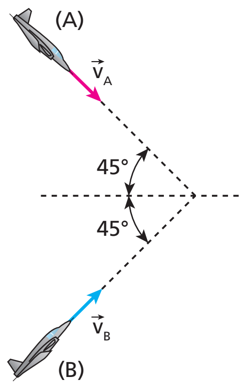
(08) Nos movimentos retilíneos, a velocidade vetorial é constante.

(16) A velocidade vetorial de uma partícula só é constante nas situações de repouso e de movimento retilíneo e uniforme.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resposta: 19

50 E.R. Dois aviões de combate, **A** e **B**, em movimento num mesmo plano vertical, apresentam-se em determinado instante, conforme ilustra a figura, com velocidades vetoriais $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ de intensidades respectivamente iguais a 1 000 km/h.



Adotando $\sqrt{2} \simeq 1{,}41$, determine as características da velocidade vetorial $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** no instante considerado.

Resolução:

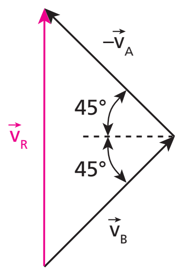
Do ponto de vista vetorial, a velocidade de uma partícula **1** em relação a outra partícula **2** é $\vec{v}_{rel_{1,2}}$, dada pela subtração:

$$\boxed{\vec{v}_{rel_{1,2}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2}$$

em que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são as velocidades vetoriais de **1** e **2** em relação ao solo. Assim, a velocidade $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** fica determinada por:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_B - \vec{v}_A \Rightarrow \vec{v}_R = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$$

Graficamente:

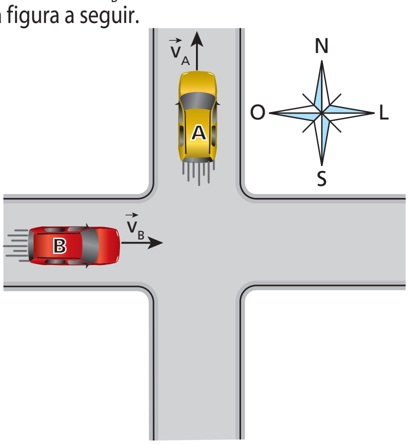


$\vec{v}_R$ é **vertical** e **dirigida para cima** e sua intensidade pode ser obtida pelo **Teorema de Pitágoras**:

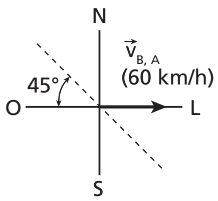
$|\vec{v}_R|^2 = |\vec{v}_A|^2 + |\vec{v}_B|^2 \Rightarrow |\vec{v}_R|^2 = (1\,000)^2 + (1\,000)^2$

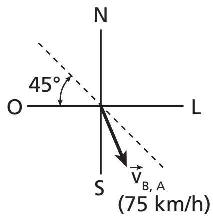
$|\vec{v}_R| = 1\,000\sqrt{2}\ \text{(km/h)} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_R| = 1410\ \text{km/h}}$

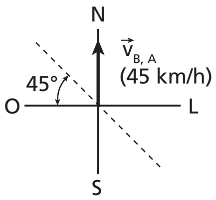
51 Considere um carro **A** dirigindo-se para o Norte, com velocidade $\vec{v}_A$ de intensidade igual a 45 km/h, e um carro **B** dirigindo-se para o Leste, com velocidade $\vec{v}_B$ de intensidade igual a 60 km/h, conforme representa a figura a seguir.

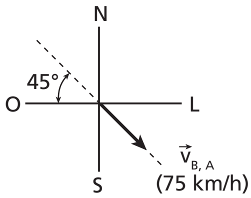


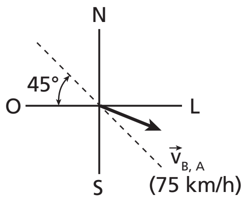
Aponte a alternativa que melhor traduz as características da velocidade $\vec{v}_{B,A}$ do carro **B** em relação ao carro **A**:

a)


d)


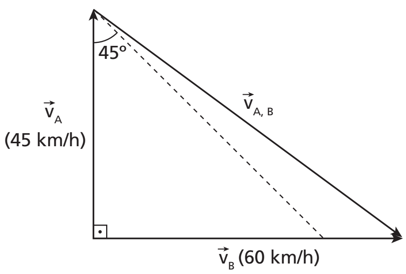
b)


e)


c)


Resolução:

$\vec{V}_{B,A} = \vec{V}_B - \vec{V}_A$



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{V}_{B,A}|^2 = (45)^2 = (60)^2$

$\boxed{|\vec{V}_{B,A}| = 75 \text{ km/h}}$

Resposta: c

52 Se a aceleração vetorial de uma partícula é constantemente nula, suas componentes tangencial e centrípeta também o são. A respeito de um possível movimento executado por essa partícula, podemos afirmar que ele pode ser:

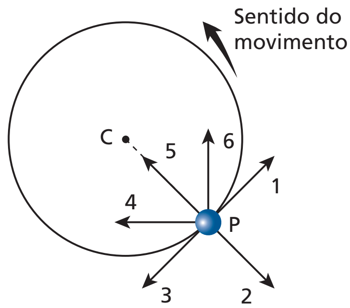
a) acelerado ou retardado, em trajetória retilínea.
b) uniforme, em trajetória qualquer.
c) apenas acelerado, em trajetória curva.
d) apenas uniforme, em trajetória retilínea.
e) acelerado, retardado ou uniforme, em trajetória curva.

Resolução:

$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow$ Movimento uniforme
$\vec{a}_{cp} = \vec{0} \Rightarrow$ Movimento retilíneo

Resposta: d

53 Uma partícula movimenta-se ao longo de uma trajetória circular com velocidade escalar constante. A figura representa a partícula no instante em que passa pelo ponto **P**:



As setas que representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula em **P** são, respectivamente:

a) 1 e 2.
b) 3 e 5.
c) 1 e 4.
d) 3 e 6.
e) 1 e 5.

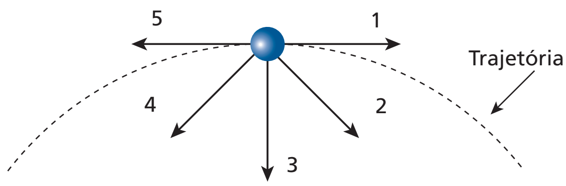
Resolução:

$\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento (seta 1).

$\vec{a}$ é a centrípeta no movimento circular e uniforme (seta 5).

Resposta: e

54 A figura a seguir representa um instante do movimento curvilíneo e acelerado de uma partícula:



Se o movimento ocorre da esquerda para a direita, os vetores que melhor representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula no instante considerado, e nessa ordem, são:

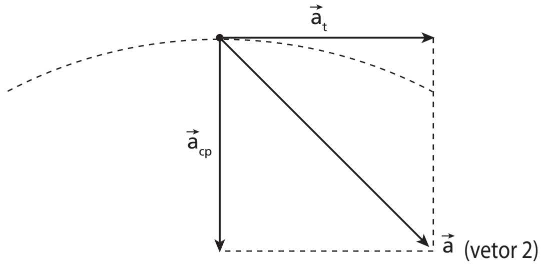
a) 1 e 2.
b) 5 e 3.
c) 1 e 4.
d) 5 e 4.
e) 1 e 1.

Resolução:

$\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento (vetor 1).

$\vec{a} \neq \vec{0}$, já que o movimento é acelerado.

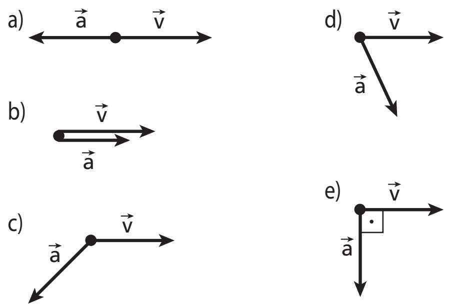
$\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$, já que o movimento é curvilíneo.



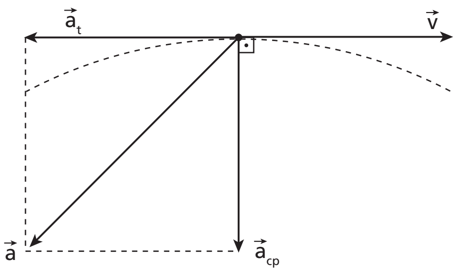
Resposta: a

55 Admita que o piloto Felipe Massa entre em uma curva freando seu carro de fórmula 1. Seja $\vec{v}$ a velocidade vetorial do carro em determinado ponto da curva e $\vec{a}$ a respectiva aceleração.

A alternativa que propõe a melhor configuração para $\vec{v}$ e $\vec{a}$ é:



Resolução:



Resposta: c

56 **E.R.** Um piloto consegue manter seu *kart* em movimento uniforme numa pista circular de raio 50 m. Sabendo que a velocidade escalar do *kart* é igual a 20 m/s, determine a intensidade da sua aceleração vetorial.

Resolução:

O movimento do *kart* é circular e uniforme, o que torna sua aceleração vetorial **centrípeta**.

Sendo v = 20 m/s e R = 50 m, a intensidade da aceleração centrípeta (a_{cp}) fica determinada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(20)^2}{50} \ (m/s^2)$$

$$\boxed{a_{cp} = 8{,}0 \ m/s^2}$$

57 Um garoto monitora, por controle remoto, um aeromodelo que descreve uma circunferência de 18 m de raio com velocidade de intensidade constante e igual a 108 km/h. Determine:

a) a intensidade dos deslocamentos escalar e vetorial do aeromodelo ao completar uma volta;
b) a intensidade de aceleração vetorial do aeromodelo num instante qualquer do movimento.

Resolução:

a) $\Delta s = 2\pi R \Rightarrow \Delta s \simeq 2 \cdot 3 \cdot 18 \ (m)$

$\boxed{\Delta s \simeq 108 \ m}$

$\boxed{|\Delta \vec{r}| = 0}$

b) $v = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3{,}6} \frac{m}{s} = 30 \ m/s$

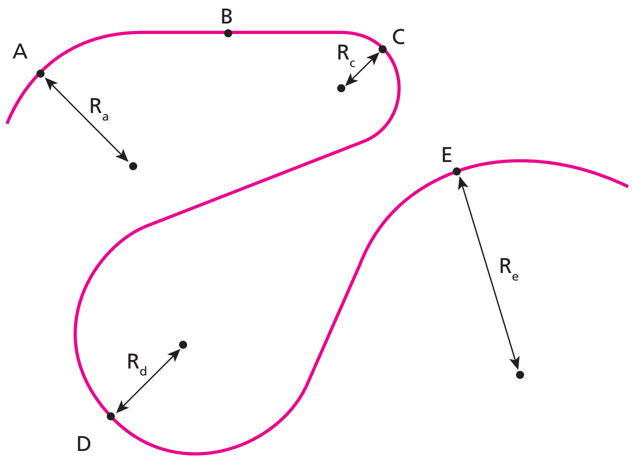
Movimento circulante uniforme:

$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(30)^2}{18} \ (m/s^2)$

$\boxed{a_{cp} = 50 \ m/s^2}$

Respostas: a) $\simeq$ 108 m, zero; b) 50 m/s²

58 Um móvel executa um movimento com velocidade escalar constante ao longo de uma trajetória plana, composta de trechos retilíneos e trechos em arcos de circunferências, conforme indica a figura a seguir. Os raios de curvatura nos pontos **A**, **C**, **D** e **E** estão indicados na ilustração:



R_a = 2,50 m R_c = 1,20 m R_d = 1,70 m R_e = 3,50 m

Pode-se afirmar corretamente que o valor máximo da aceleração vetorial ocorreu quando o móvel passava nas proximidades do ponto:

a) A. b) B. c) C. d) D. e) E.

Resolução:

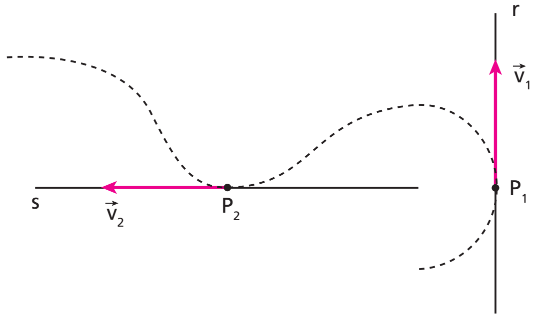
Nos trechos curvilíneos, o móvel realiza movimento circular e uniforme e sua aceleração vetorial é centrípeta.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Sendo **v** constante, a_{cp} é inversamente proporcional a **R**. Assim, em **C**, ocorre R_{min} e $a_{cp_{máx}}$.

Resposta: c

59 Um carrinho percorre a trajetória representada na figura, passando pelo ponto P_1 no instante $t_1 = 5{,}0$ s, com velocidade vetorial $\vec{v}_1$, e pelo ponto P_2 no instante $t_2 = 10$ s, com velocidade vetorial $\vec{v}_2$. As retas **r** e **s** são perpendiculares entre si.

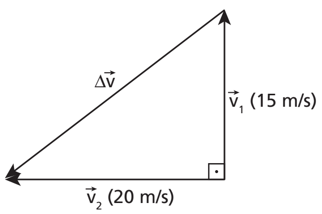


Sabendo que $|\vec{v}_1| = 15$ m/s e que $|\vec{v}_2| = 20$ m/s, calcule para o percurso de P_1 a P_2 o módulo dos seguintes vetores:

a) variação de velocidade vetorial;
b) aceleração vetorial média.

Resolução:

a)



$\Delta v = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

Teorema de Pitágoras:

$|\vec{v}|^2 = (15)^2 + (20)^2$

$\boxed{|\Delta\vec{v}| = 25 \text{ m/s}}$

b) $|\vec{a}_m| = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{a}_m| = \dfrac{25 \text{ m/s}}{5{,}0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_m| = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 25 m/s; b) 5,0 m/s²

60 Analise as proposições:

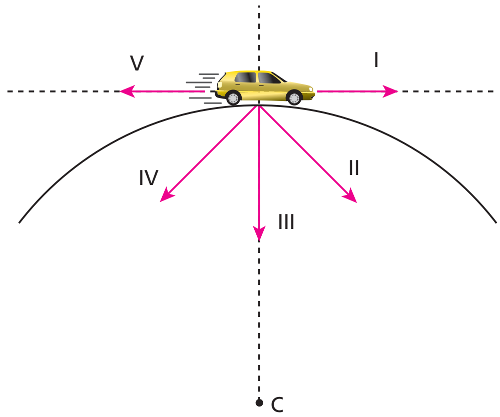
I. No movimento retilíneo e acelerado, a aceleração tangencial é não-nula e a aceleração centrípeta é nula.
II. No movimento parabólico e retardado, as acelerações tangencial e centrípeta são não-nulas.
III. No movimento circular e uniforme, a aceleração tangencial é nula e a aceleração centrípeta é não-nula.

Podemos afirmar que:

a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Apenas I e II são corretas.
d) Apenas I e III são corretas.
e) Apenas II e III são corretas.

Resposta: a

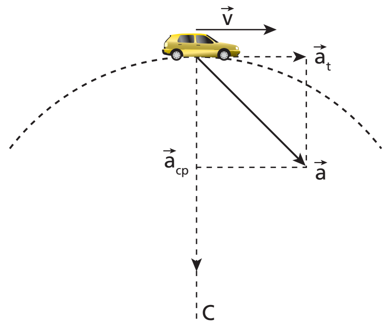
61 O carrinho esquematizado na figura a seguir percorre a trajetória circular da esquerda para a direita. I, II, III, IV e V são vetores que podem estar associados ao movimento. Indique, justificando, que vetores representam melhor a velocidade e a aceleração do carrinho nos seguintes casos:



a) o movimento é acelerado;
b) o movimento é retardado;
c) o movimento é uniforme.

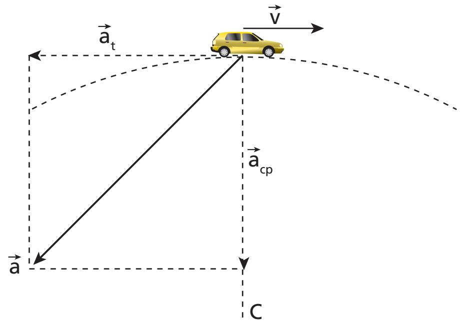
Resolução:

a)



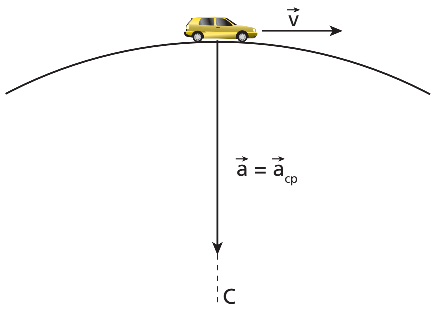
$\vec{v}$: vetor I; $\vec{a}$: vetor II

b)



$\vec{v}$: vetor I; $\vec{a}$: vetor IV

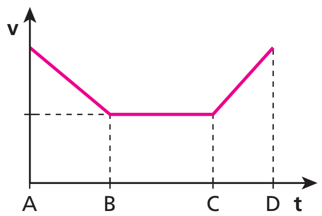
c)



$\vec{v}$: vetor I; $\vec{a}$: vetor III

Respostas: a) I e II; b) I e IV; c) I e III

62 O gráfico ao lado representa o módulo da velocidade (**v**) de um automóvel em função do tempo (**t**) quando ele percorre um trecho circular de uma rodovia.



Em relação a esse movimento, podemos afirmar que:
a) entre **A** e **B**, a aceleração tangencial é nula.
b) entre **B** e **C**, a aceleração tangencial é nula.
c) entre **B** e **C**, a aceleração centrípeta é nula.
d) entre **C** e **D**, a aceleração centrípeta é nula.
e) entre **C** e **D**, a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade.

Resolução:
• **Entre B e C:** $\vec{a}_t \neq \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$
($\vec{a}_t$ e $\vec{v}$ com sentidos opostos)

• **Entre B e C:** $\vec{a}_t = \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$

• **Entre C e D:** $\vec{a}_t \neq \vec{0}$ e $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$
($\vec{a}_t$ e $\vec{v}$ com o mesmo sentido)

Resposta: b

63 Admita que a trajetória da Terra em torno do Sol seja uma circunferência de raio $R = 1,5 \cdot 10^{11}$ m e que o ano terrestre tenha duração $T = 3,1 \cdot 10^7$ s. Considerando o movimento de translação da Terra em torno do Sol e adotando $\pi \simeq 3,1$, determine:
a) o módulo da velocidade vetorial do planeta em km/s;
b) a intensidade da sua aceleração vetorial em m/s².

Resolução:
a) O movimento de transformação do planeta deve ser considerado uniforme:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$v = \frac{2 \cdot 3,1 \cdot 1,5 \cdot 10^8}{3,1 \cdot 10^7} \text{ (km/s)}$$

$$\boxed{v = 30 \text{ km/s}}$$

b) $$a_{cp} = \frac{V^2}{R}$$

$$a_{cp} = \frac{(3,0 \cdot 10^3)^2}{1,5 \cdot 10^{11}} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\boxed{a_{cp} = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2}$$

Respostas: a) 30 km/s; b) $6,0 \cdot 10^{-3}$ m/s²

64 E.R. Uma partícula descreve uma circunferência de 12 m de raio com aceleração escalar constante e igual a 4,0 m/s². Determine a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante em que sua velocidade for de 6,0 m/s.

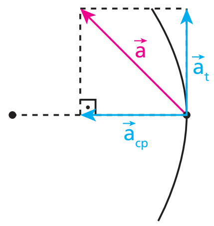
Resolução:
A aceleração tangencial tem intensidade igual ao módulo da aceleração escalar:

$$|\vec{a}_t| = |\alpha| = 4,0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração centrípeta tem intensidade dada por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \frac{(6,0)^2}{12} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow a_{cp} = 3,0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração vetorial tem intensidade calculada pelo **Teorema de Pitágoras**:



$$|\vec{a}| = \sqrt{(|\vec{a}_t|)^2 + (|\vec{a}_{cp}|)^2}$$

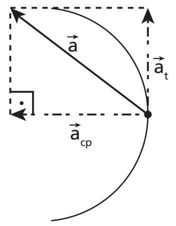
$$|\vec{a}| = \sqrt{(4,0)^2 + (3,0)^2}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = 5,0 \text{ m/s}^2}$$

65 A extremidade de uma das pás de um ventilador descreve uma circunferência de raio 0,50 m, com aceleração escalar de módulo 1,5 m/s². No instante em que a velocidade vetorial dessa extremidade tiver módulo igual a 1,0 m/s, calcule a intensidade de sua aceleração vetorial.

Resolução:
$|\vec{a}_t| = |\alpha| = 1,5$ m/s²

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{1,0^2}{0,50} = 2,0 \text{ m/s}^2$$



Teorema de Pitágoras:
$|\vec{a}|^2 = (1,5)^2 + (2,0)^2$

$$\boxed{|\vec{a}| = 2,5 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: 2,5 m/s²

66 Uma partícula percorre uma trajetória circular de 6,0 m de diâmetro, obedecendo à função:

$$v = 1,0 + 4,0\,t$$

com **v** em m/s e **t** em s. Para o instante t = 0,50 s, determine:
a) a intensidade da velocidade vetorial;
b) a intensidade da aceleração vetorial.

Resolução:
a) Para t = 0,50 s:

$$v = 1,0 + 4,0\,(0,50) \Rightarrow \boxed{v = 3,0 \text{ m/s}}$$

b) **MUV**: $v = v_0 + \alpha\, t$

Sendo $v = 1{,}0 + 4{,}0t$, conclui-se que

$\alpha = 4{,}0\ m/s^2$ e $|\vec{a}_t| = 4{,}0\ m/s^2$

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(3{,}0)^2}{3{,}0}\ (m/s^2)$$

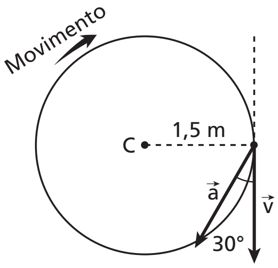
$$|\vec{a}_{cp}| = 3{,}0\ m/s^2$$

Teorema de Pitágoras: $|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$

$$|\vec{a}|^2 = (4{,}0)^2 + (3{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = 5{,}0\ m/s^2}$$

Respostas: a) 3,0 m/s; b) 5,0 m/s²

67 Uma partícula percorre uma circunferência de 1,5 m de raio no sentido horário, como está representado na figura. No instante t_0, a velocidade vetorial da partícula é $\vec{v}$ e a aceleração vetorial é $\vec{a}$.



Sabendo que $|\vec{v}| = 3{,}0$ m/s:

a) calcule $|\vec{a}|$;

b) diga se no instante t_0 o movimento é **acelerado** ou **retardado**. Justifique sua resposta.

Resolução:

a) $$|\vec{a}_{cp}| = \frac{|\vec{v}|^2}{R} = \frac{(3{,}0)^2}{1{,}5}\ (m/s^2)$$

$|\vec{a}_{cp}| = 6{,}0\ m/s^2$

$|\vec{a}_{cp}|\ \text{sen}\ 30° = |\vec{a}_{cp}|$

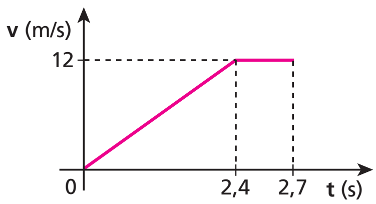
$|\vec{a}_{cp}| \cdot \frac{1}{2} = 6{,}0$

Donde: $\boxed{|\vec{a}| = 12\ m/s^2}$

b) O movimento é acelerado no instante t_0, já que a componente tangencial de $\vec{a}$ ($\vec{a}_t$) tem o mesmo sentido de $\vec{v}$.

Respostas: a) 12 m/s²; b) O movimento é acelerado.

68 Uma partícula parte do repouso e dá uma volta completa numa circunferência de raio **R**, gastando um intervalo de tempo de 2,7 s. A variação da sua velocidade escalar com o tempo pode ser observada no gráfico abaixo.



Adotando $\pi \simeq 3{,}0$, calcule:

a) o valor de **R**;

b) a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante $t = 1{,}2$ s.

Resolução:

a) $$\Delta s = \text{"área"} \Rightarrow 2 \cdot 3{,}0\ R = \frac{(2{,}7 + 0{,}3) \cdot 12}{2}$$

$$\boxed{R = 3{,}0\ m}$$

b) $$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{12\ m/s}{2{,}4\ s} = 5{,}0\ m/s^2$$

Logo: $|\vec{a}_t|^2 = 5{,}0\ m/s^2$

Para $t = 1{,}2$ s, obtem-se $v = 6{,}0$ m/s.

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{(6{,}0)^2}{3{,}0}\ (m/s^2) \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = 12\ m/s^2$$

Teorema de Pitágoras:

$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$

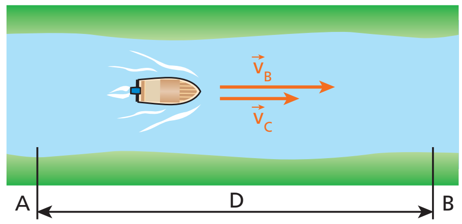
$$|\vec{a}|^2 = (5{,}0)^2 + (12)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = 13\ m/s^2}$$

Respostas: a) 3,0 m; b) 13 m/s²

69 | E.R. Um barco motorizado desce um rio deslocando-se de um porto **A** até um porto **B**, distante 36 km, em 0,90 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,2 h. Sendo v_B a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e v_C a intensidade da velocidade das águas em relação às margens, calcule v_B e v_C.

Resolução:

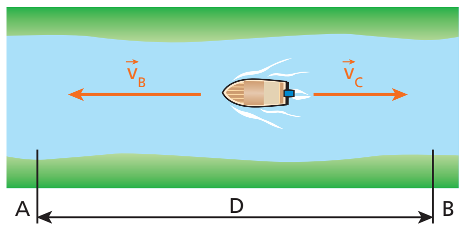
O barco desce o rio:



$$v_B + v_C = \frac{D}{\Delta t_1} \Rightarrow v_B + v_C = \frac{36\ km}{0{,}90\ h}$$

$$\boxed{v_B + v_C = 40\ (km/h)} \quad \text{(I)}$$

O barco sobe o rio:



$$v_B - v_C = \frac{D}{\Delta t_2} \Rightarrow v_B - v_C = \frac{36\ km}{1{,}2\ h}$$

$$\boxed{v_B - v_C = 30\ (km/h)} \quad \text{(II)}$$

Fazendo (I) + (II), vem:

$$2\, v_B = 70 \Rightarrow \boxed{v_B = 35\ km/h}$$

De (I) ou (II), obtemos:

$$\boxed{v_C = 5{,}0\ km/h}$$

70 Considere um rio cujas águas correm com velocidade de intensidade 3,0 km/h em relação às margens. Um barco desce esse rio, deslocando-se de um porto **A** até um porto **B** em 1,2 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio, deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,8 h. Sendo v_B a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e **D** a distância entre os portos **A** e **B**, calcule v_B e **D**.

Resolução:

• **O barco desce o rio:**

$$v_B + 3{,}0 = \frac{D}{1{,}2} \quad \text{(I)}$$

• **O barco sobe o rio:**

$$v_B - 3{,}0 = \frac{D}{1{,}8} \quad \text{(II)}$$

$$\text{(I)} - \text{(II)} : 6{,}0 = \frac{D}{1{,}2} - \frac{D}{1{,}8}$$

$$6{,}0 = \frac{(1{,}8 - 1{,}2) \cdot D}{1{,}2 \cdot 1{,}8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{D = 21{,}6 \text{ km}}$$

$$\text{De (I)} : v_B + 3{,}0 = \frac{21{,}6}{1{,}2}$$

$$\boxed{v_B = 15{,}0 \text{ km/h}}$$

Respostas: $v_B = 15{,}0$ km/h e D = 21,6 km

71 Um artista de cinema, ao gravar uma das cenas de um filme de aventura, vai de um extremo ao outro de um vagão de um trem, que se move em trilhos retilíneos com velocidade constante de 36 km/h, gastando 20 s. Sabendo que o vagão tem comprimento de 100 m e que o artista se move no mesmo sentido do movimento do trem, calcule:

a) a intensidade da velocidade do artista em relação ao trem;

b) o intervalo de tempo necessário para que o artista percorra 60 m em relação ao solo.

Resolução:

a) $v_A = \dfrac{L}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_A = \dfrac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}}$

$$\boxed{v_A = 5{,}0 \text{ m/s} = 18 \text{ km/h}}$$

b) $v_A + v_T = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad 5{,}0 + 10 = \dfrac{60}{\Delta t}$

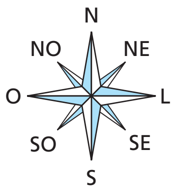
$$\boxed{\Delta t = 4{,}0 \text{ s}}$$

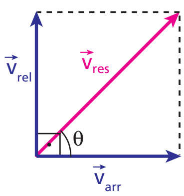
Respostas: a) 18 km/h; b) 4,0 s

72 **E.R.** Ao fazer um vôo entre duas cidades, um ultraleve é posicionado por seu piloto de Sul para Norte. O motor impulsiona a aeronave com velocidade constante de módulo igual a 100 km/h. Durante o trajeto, passa a soprar um vento de velocidade 100 km/h, de Oeste para Leste. Se o piloto não mudar as condições iniciais do movimento do ultraleve, qual será a nova velocidade desse aparelho em relação à Terra, em módulo, direção e sentido?

Resolução:

A velocidade que o ultraleve passa a ter, em relação à Terra, é dada pela soma vetorial a seguir:





em que:

$\vec{v}_{rel}$ é a velocidade do ultraleve em relação ao ar (100 km/h);

$\vec{v}_{arr}$ é a velocidade do ar em relação à Terra (100 km/h);

$\vec{v}_{res}$ é a velocidade do ultraleve em relação à Terra.

Dessa forma, aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$$v^2_{res} = v^2_{rel} + v^2_{arr}$$

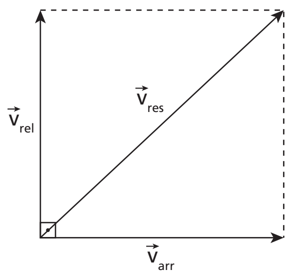
$$v^2_{res} = 100^2 + 100^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_{res} \simeq 141 \text{ km/h}}$$

O ângulo θ da figura, cujo valor é igual a 45°, já que $v_{rel} = v_{arr}$, define a direção da velocidade $\vec{v}_{res}$. Na rosa-dos-ventos, notamos que sua orientação de v_{res} é de Sudoeste (SO) para Nordeste (NE).

73 Uma pessoa deseja atravessar um rio cujas águas correm com velocidade constante de 6,0 m/s em relação às margens. Para tanto, usa um barco provido de motor de popa capaz de impulsionar a embarcação com uma velocidade constante de módulo igual a 8,0 m/s em relação às águas. Se o barco é colocado perpendicularmente às margens, e mantendo-se o leme nessa direção, sua velocidade em relação à Terra será:

a) 2,0 m/s. b) 6,0 m/s. c) 8,0 m/s. d) 10,0 m/s. e) 14,0 m/s.

Resolução:



Teorema de Pitágoras:

$$v^2_{res} = v^2_{rel} + v^2_{arr}$$

$$v^2_{res} = (8{,}0)^2 + (6{,}0)^2$$

$$\boxed{v^2_{res} = 10{,}0 \text{ m/s}}$$

Resposta: d

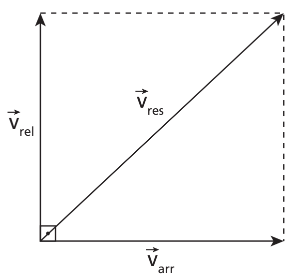
74 (UFMT) Um homem tem velocidade, relativa a uma esteira, de módulo 1,5 m/s e direção perpendicular à da velocidade de arrastamento da esteira. A largura da esteira é de 3,0 m e sua velocidade de arrastamento, em relação ao solo, tem módulo igual a 2,0 m/s. Calcule:

a) o módulo da velocidade da pessoa em relação ao solo;

b) a distância percorrida pela pessoa, em relação ao solo, ao atravessar a esteira.

Resolução:

a)



Teorema de Pitágoras:

$v^2_{res} = v^2_{rel} + v^2_{arr}$

$v^2_{res} = (1{,}5)^2 + (2{,}0)^2$

$\boxed{v^2_{res} = 2{,}5 \text{ m/s}}$

b) $v_{rel} = \dfrac{L}{\Delta t} \Rightarrow 1{,}5 = \dfrac{3{,}0}{\Delta t}$

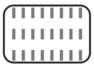
$\boxed{\Delta t = 2{,}0 \text{ s}}$

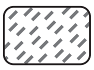
$v_{res} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 2{,}5 = \dfrac{\Delta s}{2{,}0}$

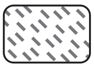
$\boxed{\Delta s = 5{,}0 \text{ m}}$

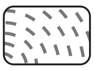
Respostas: a) 2,5 m/s; b) 5,0 m

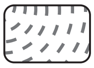
75 (Mack-SP) Um passageiro em um trem, que se move para sua direita em movimento retilíneo e uniforme, observa a chuva através da janela. Não há ventos e as gotas de chuva já atingiram sua velocidade-limite. O aspecto da chuva observado pelo passageiro é:

a) 
Janela

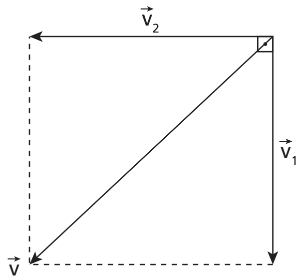
b) 
Janela

c) 
Janela

d) 
Janela

e) 
Janela

Resolução:
O observador "enxerga" em cada gota dois movimentos parciais: o vertical de queda e o horizontal para a esquerda devido à aproximação das gotas.



$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

Resposta: b

76 Um garoto vai da base de uma escada rolante até seu topo e volta do topo até sua base, gastando um intervalo de tempo total de 12 s. A velocidade dos degraus da escada rolante em relação ao solo é de 0,50 m/s e a velocidade do garoto em relação aos degraus é de 1,5 m/s. Desprezando o intervalo de tempo gasto pelo garoto na inversão do sentido do seu movimento, calcule o comprimento da escada rolante.

Resolução:

(I) $v_E + v_G = \dfrac{C}{\Delta t_1} \Rightarrow 1{,}5 + 0{,}50 = \dfrac{C}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{C}{2{,}0}$

(II) $v_E - v_G = \dfrac{C}{\Delta t_2} \Rightarrow 1{,}5 - 0{,}50 = \dfrac{C}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \dfrac{C}{1{,}0}$

(III) $\Delta t_1 + \Delta t_2 = 12 \Rightarrow \dfrac{C}{2{,}0} + \dfrac{C}{1{,}0} = 12 \Rightarrow \boxed{C = 8{,}0 \text{ m}}$

Resposta: 8,0 m

77 Uma balsa percorre o Rio Cuiabá de Porto Cercado a Porto Jofre (Pantanal matogrossense), gastando 9,0 h na descida e 18 h na subida. O motor da balsa funciona sempre em regime de potência máxima, tal que a velocidade da embarcação em relação às águas pode ser considerada constante. Admitindo que a velocidade das águas também seja constante, responda: quanto tempo uma rolha, lançada na água em Porto Cercado e movida sob a ação exclusiva da correnteza, gastará para chegar até Porto Jofre?

Resolução:

A balsa desce o rio: $v_B + v_C = \dfrac{D}{9{,}0}$ (I)

A balsa sobe o rio: $v_B - v_C = \dfrac{D}{18}$ (II)

(I) – (II): $2v_c = \dfrac{D}{9{,}0} - \dfrac{D}{18} \Rightarrow v_C = \dfrac{D}{36}$ (III)

A rolha desce o rio sob a ação exclusiva da correnteza:

$v_C = \dfrac{D}{\Delta t}$ (IV)

Comparando (III) e (IV), obtemos:

$\boxed{\Delta t = 36 \text{ h}}$

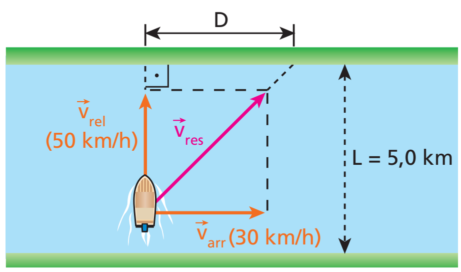
Resposta: 36 h

78 E.R. Um rio de margens retilíneas e largura constante igual a 5,0 km tem águas que correm paralelamente às margens, com velocidade de intensidade 30 km/h. Um barco, cujo motor lhe imprime velocidade de intensidade sempre igual a 50 km/h em relação às águas, faz a travessia do rio.

a) Qual o mínimo intervalo de tempo possível para que o barco atravesse o rio?
b) Na condição de atravessar o rio no intervalo de tempo mínimo, que distância o barco percorre paralelamente às margens?
c) Qual o intervalo de tempo necessário para que o barco atravesse o rio percorrendo a menor distância possível?

Resolução:

a) A travessia do rio é feita no menor intervalo de tempo possível quando a velocidade do barco em relação às águas é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.
(O movimento relativo é independente do movimento de arrastamento.)



Travessia em tempo mínimo

$v_{rel} = \dfrac{L}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \dfrac{5{,}0}{\Delta t}$

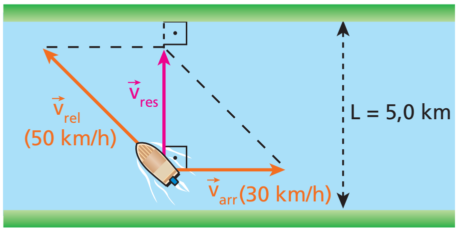
$\boxed{\Delta t = 0{,}10 \text{ h} = 6{,}0 \text{ min}}$

b) A distância **D** que o barco percorre paralelamente às margens, arrastado pelas águas do rio, é calculada por:

$v_{arr} = \dfrac{D}{\Delta t} \Rightarrow 30 = \dfrac{D}{0{,}10}$

$\boxed{D = 3{,}0 \text{ km}}$

c) A travessia do rio é feita com o barco percorrendo a menor distância possível entre as margens quando sua velocidade em relação ao solo (velocidade resultante) é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.



Travessia em distância mínima

I. Pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$v^2_{rel} = v^2_{res} + v^2_{arr}$$

$$(50)^2 = v^2_{res} + (30)^2 \Rightarrow \boxed{v_{res} = 40 \text{ km/h}}$$

II. $v_{res} = \dfrac{L}{\Delta t'} \Rightarrow 40 = \dfrac{5,0}{\Delta t'}$

$$\boxed{\Delta t' = 0,125 \text{ h} = 7,5 \text{ min}}$$

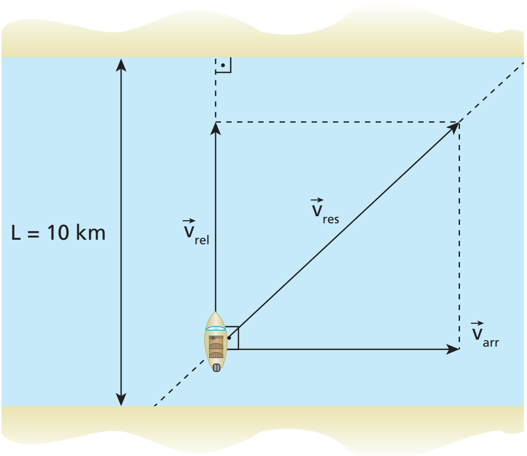
79 Um barco provido de um motor que lhe imprime velocidade de 40 km/h em relação às águas é posto a navegar em um rio de margens paralelas e largura igual a 10 km, cujas águas correm com velocidade de 30 km/h em relação às margens.

a) Qual o menor intervalo de tempo para que o barco atravesse o rio? Esse intervalo de tempo depende da velocidade da correnteza?

b) Supondo que o barco atravesse o rio no menor intervalo de tempo possível, qual a distância percorrida por ele em relação às margens?

Resolução:

a)



$v_{rel} = \dfrac{L}{T} \Rightarrow 40 = \dfrac{10}{T}$

$$\boxed{T = 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min}}$$

T independente de v_{arr}

(Princípio de Galileo)

b) **Teorema de Pitágoras:**

$v^2_{res} = v^2_{rel} + v^2_{arr}$

$v^2_{res} = (40)^2 + (30)^2$

$$\boxed{v_{res} = 50 \text{ km/h}}$$

$v_{res} = \dfrac{\Delta s}{T} \Rightarrow 50 = \dfrac{\Delta s}{0,25}$

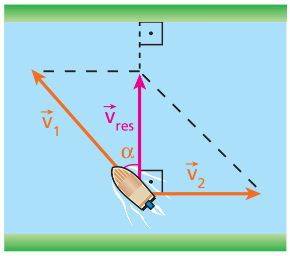
$$\boxed{\Delta t = 12,5 \text{ km}}$$

Respostas: a) 15 min; independe; b) 12,5 km

80 Seja $\vec{v}_1$ a velocidade de um barco em relação às águas de um rio de margens paralelas e $\vec{v}_2$ a velocidade das águas em relação às margens. Sabendo que $v_1 = 40$ km/h e que $v_2 = 20$ km/h, determine o ângulo entre $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ para que o barco atravesse o rio perpendicularmente às margens. Admita que $\vec{v}_2$ seja paralela às margens.

Resolução:

Travessia em distância mínima:



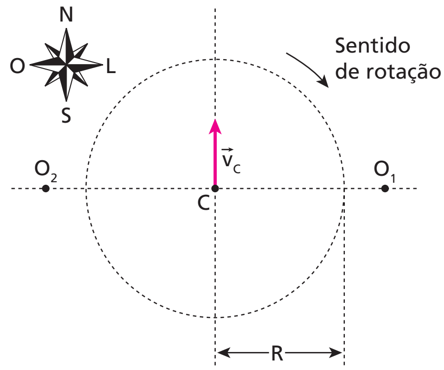
$\text{sen } \alpha = \dfrac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \dfrac{20}{40}$

$\text{sen } \alpha = 0,50 \Rightarrow \alpha = 30°$

$\theta = 30° + 90° \Rightarrow \boxed{\theta = 120°}$

Resposta: 120°

81 O olho **C** de um furacão desloca-se em linha reta com velocidade de intensidade $v_C = 150$ km/h em relação à Terra na direção Sul-Norte, dirigindo-se para o Norte. A massa de nuvens desse ciclone tropical, contida em um plano horizontal paralelo ao solo, realiza uma rotação uniforme no sentido horário em torno de **C** abrangendo uma região praticamente circular de raio **R** igual a 100 km, conforme ilustra a figura, em que $\mathbf{O_1}$ e $\mathbf{O_2}$ são dois observadores em repouso em relação à superfície terrestre.



Sabendo que a velocidade angular da massa de nuvens é constante e igual a 0,50 rad/h, responda:

a) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por $\mathbf{O_1}$?

b) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por $\mathbf{O_2}$?

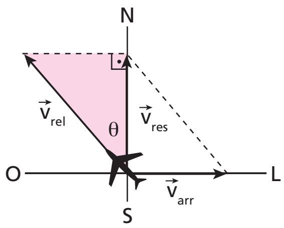
c) De que lado (Leste ou Oeste) o furacão tem maior poder de destruição?

Respostas: a) 200 km/h; b) 100 km/h; c) Oeste

82 (Unifei-MG) A cidade de Belo Horizonte (BH) localiza-se a 300 km ao norte da cidade de Volta Redonda. Se um avião sai desta cidade rumo a BH num dia de vento soprando na direção Leste-Oeste, no sentido de Oeste para Leste, com velocidade de módulo 60 km/h, pergunta-se: em que direção o piloto deve aproar o eixo longitudinal do seu avião para manter o rumo Sul-Norte e completar seu percurso em 0,50 h? Considere que o vôo ocorre com velocidade constante e utilize a tabela apresentada a seguir:

θ (graus)	5,0	5,7	6,0	6,7	8,0
tg θ	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14

Resolução:

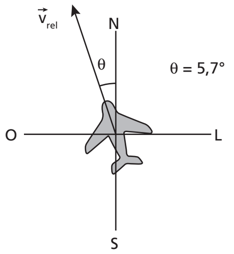


(I) $v_{res} = \dfrac{D}{\Delta t} \Rightarrow v_{res} = \dfrac{300 \text{ km}}{0{,}50 \text{ h}} \Rightarrow \boxed{v_{res} = 600 \text{ km/h}}$

(II) $\text{tg}\,\theta = \dfrac{v_{arr}}{v_{res}} = \dfrac{60}{600}$

$\text{tg}\,\theta = 0{,}10 \xRightarrow{\text{tabela}} \theta = 5{,}7°$

Resposta:



83 (Vunesp-SP) Sob a ação de um vento horizontal com velocidade de intensidade v = 15 m/s, gotas de chuva caem formando um ângulo de 30° em relação à vertical. A velocidade de um vento horizontal capaz de fazer com que essas mesmas gotas de chuva caiam formando um ângulo de 60° em relação à vertical deve ter intensidade, em m/s, igual a:

a) 45. b) 30. c) 20. d) 15. e) 10.

Resposta: a

84 E.R. Num dia de chuva, um garoto em repouso consegue abrigar-se perfeitamente mantendo a haste do seu guarda-chuva vertical, conforme ilustra a Fig. 1. Movimentando-se para a direita com velocidade de intensidade 4,0 m/s, entretanto, ele só consegue abrigar-se mantendo a haste do guarda-chuva inclinada 60° com a horizontal, conforme ilustra a Fig. 2.

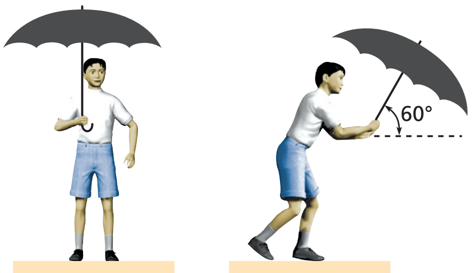


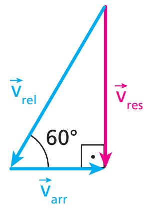
Figura (1) Figura (2)

Admitindo que as gotas de chuva tenham movimento uniforme, calcule a intensidade da sua velocidade em relação ao garoto:

a) nas condições da Fig. 1; b) nas condições da Fig. 2.

Resolução:

Sendo $\vec{v}_{rel}$ a velocidade das gotas de chuva em relação ao garoto, $\vec{v}_{arr}$ a velocidade do garoto em relação ao solo e $\vec{v}_{res}$ a velocidade das gotas de chuva em relação ao solo, temos:



$$\boxed{\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}}$$

a) $\text{tg}\,60° = \dfrac{v_{res}}{v_{arr}} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{v_{res}}{4{,}0}$

$$\boxed{v_{res} = 4{,}0\sqrt{3} \text{ m/s}}$$

Como o garoto está em repouso, $\vec{v}_{arr} = \vec{0}$. Logo $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{res}$.

$$\boxed{v_{rel} = 4{,}0\sqrt{3} \text{ m/s} \simeq 6{,}9 \text{ m/s}}$$

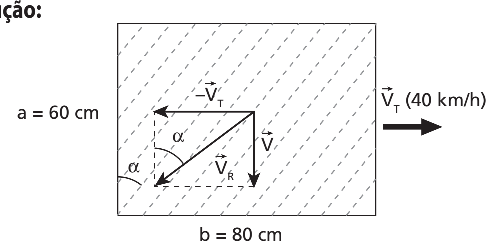
b) $\cos 60° = \dfrac{v_{arr}}{v_{rel}} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{4{,}0}{v_{rel}}$

$$\boxed{v_{rel} = 8{,}0 \text{ m/s}}$$

85 Um trem dotado de janelas laterais retangulares de dimensões 80 cm (base) × 60 cm (altura) viaja ao longo de uma ferrovia retilínea e horizontal com velocidade constante de intensidade 40 km/h. Ao mesmo tempo, cai uma chuva vertical (chuva sem vento), de modo que as gotas apresentam, em relação ao solo, velocidade constante de intensidade **v**. Sabendo que o trajeto das gotas de chuva observado das janelas laterais do trem tem a direção da diagonal dessas janelas, determine:

a) o valor de **v**;
b) a intensidade da velocidade das gotas de chuva em relação a um observador no trem.

Resolução:



a) $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{b}{a}$

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{v_T}{v}$

$\therefore \dfrac{b}{a} = \dfrac{v_T}{v} \Rightarrow \dfrac{80}{60} = \dfrac{40}{v} \Rightarrow \boxed{v = 30 \text{ km/h}}$

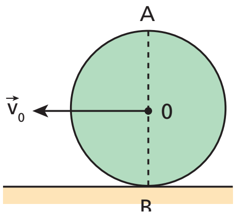
b) $v_R^2 = v_T^2 + v^2 \Rightarrow v_R^2 = (40)^2 + (30)^2 \Rightarrow \boxed{v_R = 50 \text{ km/h}}$

Respostas: a) 30 km/h; b) 50 km/h

86 E.R. (Fuvest-SP) Um disco rola sobre uma superfície plana, sem deslizar. A velocidade do centro **O** é $\vec{v}_0$. Em relação ao plano de rolagem, responda:

a) qual é a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto **B**?

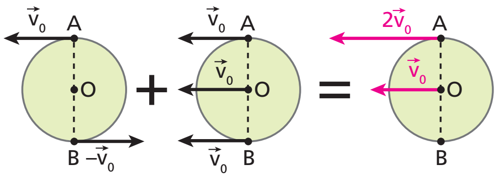
b) qual é a velocidade $\vec{v}_A$ do ponto **A**?



Resolução:

Os pontos **A** e **B** têm **dois movimentos parciais**: o **relativo**, provocado pela **rotação** do disco, e o de **arrastamento**, provocado pela **translação**. O movimento **resultante**, observado do plano de rolagem, é a **composição** desses movimentos parciais.

Como não há deslizamento da roda, a velocidade do ponto **B**, em relação ao plano de rolagem, é **nula**. Por isso, as velocidades desse ponto, devidas aos movimentos relativo e de arrastamento, devem ter mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, como está representado nas figuras abaixo:



Movimento relativo | **Movimento de arrastamento** | **Movimento resultante**

a) **Ponto B:** $\vec{v}_B = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_B = -\vec{v}_0 + \vec{v}_0$

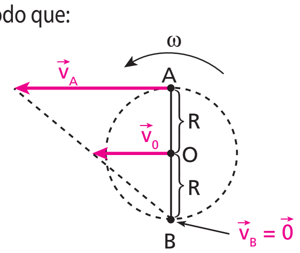
$$\boxed{\vec{v}_B = \vec{0}}$$

b) **Ponto A:** $\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_0$

$$\boxed{\vec{v}_A = 2\,\vec{v}_0}$$

Nota:

- Em situações como essa, podemos raciocinar também em termos do **centro instantâneo de rotação** (CIR) que, no caso, é o ponto **B**. Tudo se passa como se **A** e **B** pertencessem a uma "barra rígida", de comprimento igual ao diâmetro do disco, articulada em **B**. Essa barra teria, no instante considerado, velocidade angular ω, de modo que:



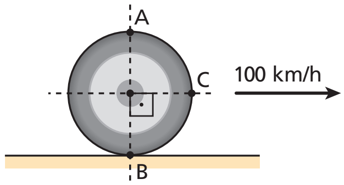
(CIR)

Ponto A: $v_A = \omega\, 2R$

Ponto O: $v_0 = \omega\, R$

$$\boxed{v_A = 2v_0}$$

87 Um carro trafega a 100 km/h sobre uma rodovia retilínea e horizontal. Na figura, está representada uma das rodas do carro, na qual estão destacados três pontos: **A**, **B** e **C**.



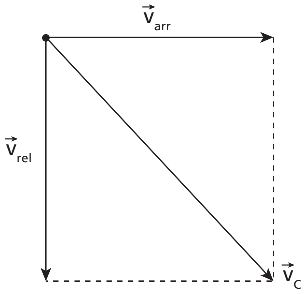
Desprezando derrapagens, calcule as intensidades das velocidades de **A**, **B** e **C** em relação à rodovia. Adote nos cálculos $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$.

Resolução:

$v_A = 2v_{carro} \Rightarrow v_A = 2 \cdot 100$ km/h

$$\boxed{v_A = 200 \text{ km/h}}$$

$\boxed{v_B = 0}$ (não há derrapagens.)



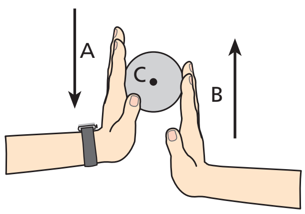
$v_C^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$

$v_C^2 = (100)^2 + (100)^2$

$$\boxed{v_C = 100\sqrt{2} \text{ km/h} \simeq 140 \text{ km/h}}$$

Respostas: $v_A = 200$ km/h, $v_B = 0$ e $v_C = 140$ km/h

88 E.R. Considere uma pessoa que tem entre as palmas de suas mãos um cilindro de eixo **C** horizontal. Admita que em determinado instante as mãos da pessoa estejam dotadas de movimentos verticais, com a mão esquerda (mão **A**) descendo, com velocidade de intensidade 8,0 cm/s, e a mão direita (mão **B**) subindo, com velocidade de intensidade 12 cm/s, conforme representa o esquema.

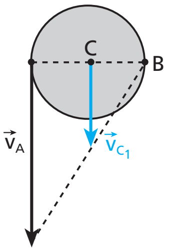


Supondo que não haja escorregamento do cilindro em relação às mãos, determine no instante considerado as características (intensidade, direção e sentido) da velocidade do eixo **C**.

Resolução:

Analisemos os efeitos parciais que cada mão provoca no cilindro.

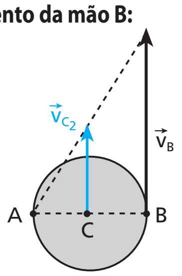
I. Devido ao movimento da mão A:



$v_{C_1} = \frac{v_A}{2}$

$v_{C_1} = \frac{8,0 \text{ cm/s}}{2} \Rightarrow \boxed{v_{C_1} = 4,0 \text{ cm/s}}$

II. Devido ao movimento da mão B:

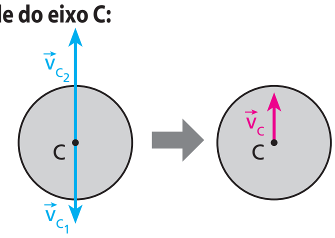


$v_{C_2} = \frac{v_B}{2}$

$v_{C_2} = \frac{12 \text{ cm/s}}{2} \Rightarrow \boxed{v_{C_2} = 6,0 \text{ cm/s}}$

Superpondo os efeitos parciais provocados pelas duas mãos, obtemos o efeito resultante.

III. Velocidade do eixo C:



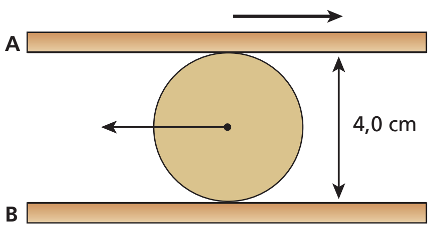
$$v_C = v_{C_2} - v_{C_1}$$

$$v_C = 6,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 4,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\boxed{v_C = 2,0 \text{ cm/s}}$$

($\vec{v}_C$ é vertical e dirigida para cima)

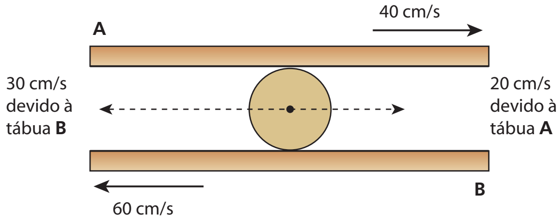
89 (Fuvest-SP) Um cilindro de madeira de 4,0 cm de diâmetro rola sem deslizar entre duas tábuas horizontais móveis, **A** e **B**, como representa a figura. Em determinado instante, a tábua **A** se movimenta para a direita com velocidade de 40 cm/s e o centro do cilindro se move para a esquerda com velocidade de intensidade10 cm/s. Qual é nesse instante a velocidade da tábua **B** em módulo e sentido?



Resolução:

Devido exclusivamente ao movimento da tábua **A**, o centro do cilindro move-se para a direita com velocidade de 20 cm/s.

Para que o centro do cilindro se mova para a esquerda com velocidade de 10 cm/s, a tábua **B** deve estar se movendo para a esquerda com velocidade de 60 cm/s, como esquematiza a figura.



A velocidade resultante do centro do cilindro tem intensidade dada por:

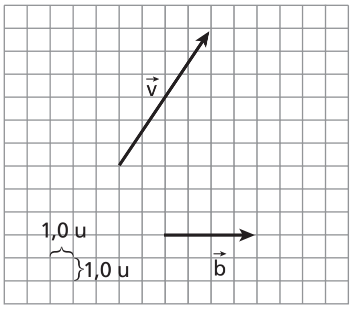
$V_R = 30 - 20 \Rightarrow \boxed{V_R = 10 \text{ cm/s}}$

Resposta: 60 cm/s para a esquerda

90 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura, determine o módulo de:

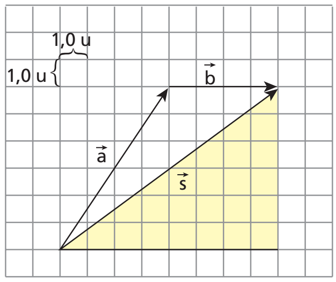
a) $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$;

b) $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.



Resolução:

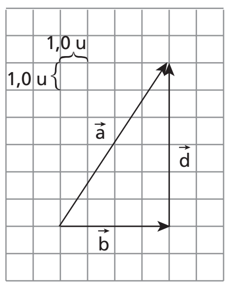
a)



Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo destacado, vem:

$s^2 = (6,0)^2 + (8,0)^2 \Rightarrow \boxed{s = 10,0 \text{ u}}$

b)

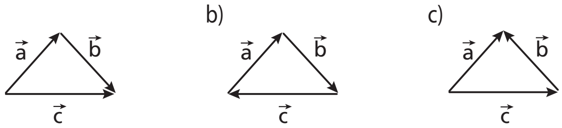


Da figura: $\boxed{d = 6{,}0\ u}$

Respostas: a) 10,0 u; b) 6,0 u

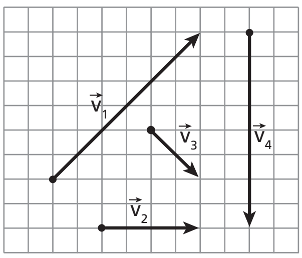
91 Determine em cada caso a expressão vetorial que relaciona os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

a) b) c)



Respostas: a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$
c) $\vec{a} - \vec{c} = \vec{b}$

92 No esquema, estão representados os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$. A relação vetorial correta entre esses vetores é:



a) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$.
b) $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{0}$.
c) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$.
d) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$.
e) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 = \vec{v}_4$.

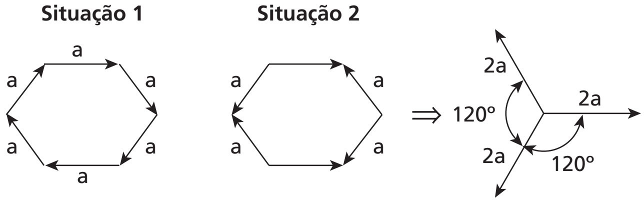
Resposta: a

93 Seis vetores fecham um hexágono regular, dando resultante nula. Se trocarmos o sentido de três deles, alternadamente, a resultante terá módulo:

a) igual ao de um vetor componente;
b) 2 vezes o módulo de um vetor componente;
c) $2\sqrt{3}$ vezes o módulo de um vetor componente;
d) $3\sqrt{2}$ vezes o módulo de um vetor componente;
e) nulo.

Resolução:

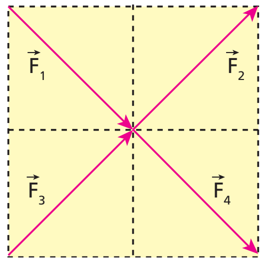
Situação 1 **Situação 2**



$\boxed{\vec{R} = \vec{0}}$ $\boxed{\vec{R} = \vec{0}}$

Resposta: e

94 Na figura, estão representadas quatro forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, de intensidades iguais a $\sqrt{2}$N, superpostas às diagonais dos quadrados em que estão inseridas.



A intensidade da resultante dessas quatro forças é igual a:

a) 0.
b) 1 N.
c) 2 N.
d) 4 N.
e) 8 N.

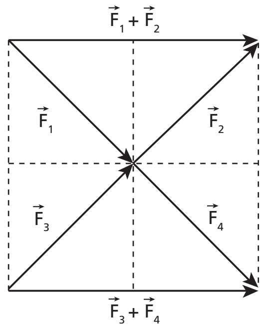
Resolução:

(I) Os quadrados em que estão inseridos $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$ têm lados que representam forças de intensidade F. Aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$(F)^2 + (F)^2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2F^2 = 2$

$F^2 = 1 \Rightarrow \boxed{F = 1\ N}$

(II)



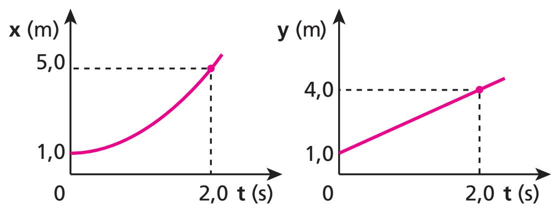
$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2\ F \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2\ N$

$|\vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 2\ F \Rightarrow |\vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 2\ N$

$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 4\ F \Rightarrow \boxed{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 4\ N}$

Resposta: d

95 Considere uma partícula em movimento sobre o plano cartesiano Oxy. Suas coordenadas de posição variam em função do tempo, conforme mostram os gráficos abaixo:

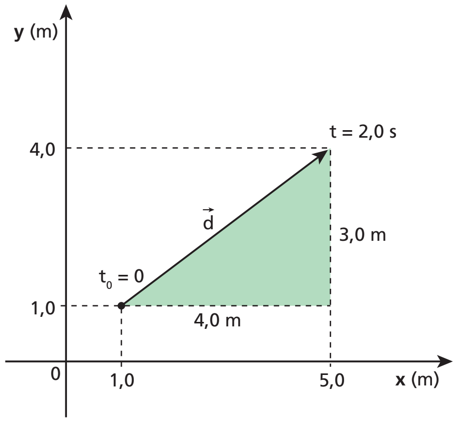


No intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 2{,}0$ s, calcule:

a) a intensidade do deslocamento vetorial da partícula;
b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

Resolução:

a)



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo destacado, vem:

$|\vec{d}|^2 = (3,0)^2 + (4,0)^2$

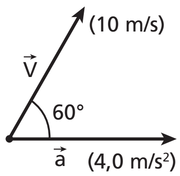
$\boxed{|\vec{d}| = 5,0 \text{ m}}$

b) $|\vec{v}_m| = \dfrac{|\vec{d}|}{\Delta t}$

$|\vec{v}_m| = \dfrac{5,0 \text{ m}}{2,0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_m| = 2,5 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 5,0 m; b) 2,5 m/s

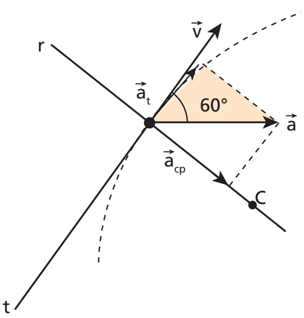
96 (Fesp-SP) Em determinado instante, o vetor velocidade e o vetor aceleração de uma partícula são os representados na figura abaixo.



Qual dos pares oferecidos representa, no instante considerado, os valores da aceleração escalar α e do raio de curvatura **R** da trajetória?

a) $\alpha = 4,0 \text{ m/s}^2$ e $R = 0$.
b) $\alpha = 4,0 \text{ m/s}^2$ e $R = \infty$.
c) $\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$ e $R = 29$ m.
d) $\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2$ e $R = 2,9$ m.
e) $\alpha = 3,4 \text{ m/s}^2$ e $R = 29$ m.

Resolução:



$\alpha = |\vec{a}_t| = |\vec{a}| \cos 60°$

$\alpha = 4,0 \cdot 0,50 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow \boxed{\alpha = 2,0 \text{ m/s}^2}$

$|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}| \text{ sen } 60°$

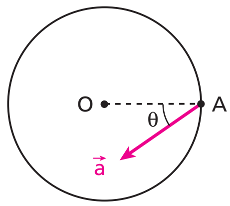
$|\vec{a}_{cp}| \simeq 4,0 \cdot 0,87 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| \simeq 3,5 \text{ m/s}^2$

$|\vec{a}_{cp}| = \dfrac{|\vec{v}|^2}{R} \Rightarrow 3,5 = \dfrac{(10)^2}{R}$

$\boxed{R \simeq 29 \text{ m}}$

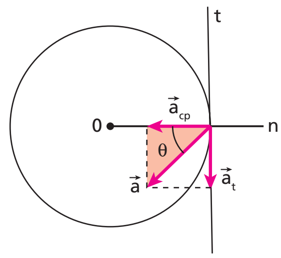
Resposta: c

97 (Esc. Naval-RJ) Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência de raio igual a 1,0 m e, em certo instante, quando ela passa por um ponto **A**, sua aceleração vetorial $\vec{a}$ tem módulo 20 m/s² e orientação conforme representa a figura ao lado. Sabendo que sen $\theta = 0,60$ e cos $\theta = 0,80$, aponte a alternativa que traz o valor correto da relação entre o módulo da componente tangencial de $\vec{a}$ e o módulo da velocidade da partícula no ponto **A** em s^{-1}:



a) 12
b) 4,0
c) 3,0
d) 2,0
e) 1,5

Resolução:



(I) $|\vec{a}_t| = |\vec{a}| \text{ sen } \theta$

$|\vec{a}_t| = 20 \cdot 0,60 \text{ (m/s}^2)$

$\boxed{|\vec{a}_t| = 12 \text{ m/s}^2}$

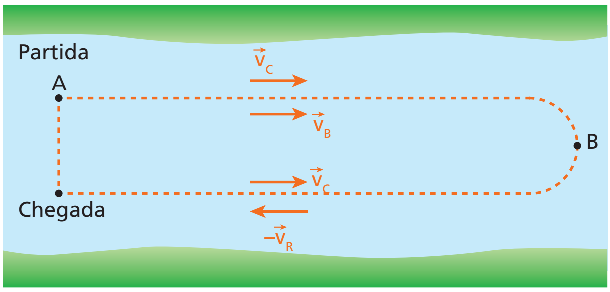
(II) $|\vec{a}_{cp}| = |\vec{a}| \cos \theta \Rightarrow \dfrac{|\vec{v}^2|}{R} = |\vec{a}| \cos \theta$

$\dfrac{|\vec{v}^2|}{1,0} = 20 \cdot 0,80 \Rightarrow \boxed{|\vec{v}| = 4,0 \text{ m/s}}$

(III) $\dfrac{|\vec{a}_t|}{|\vec{v}|} = \dfrac{12 \text{ m/s}^2}{4,0 \text{ m/s}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{|\vec{a}_t|}{|\vec{v}|} = 3,0 \text{ s}^{-1}}$

Resposta: c

98 (UFBA) Um barco vai de Manaus até Urucu descendo um rio e, em seguida, retorna à cidade de partida, conforme esquematizado na figura.



A velocidade da correnteza é constante e tem módulo v_C em relação às margens.
A velocidade do barco em relação à água é constante e tem módulo v_B.
Desconsiderando-se o tempo gasto na manobra para voltar, a velocidade escalar média do barco, em relação às margens, no trajeto total de ida e volta tem módulo dado por:

a) $\frac{V_B + V_C}{2}$.
b) $\frac{V_B - V_C}{2}$.
c) $\sqrt{V_B V_C}$.
d) $\frac{V_B^2 + V_C^2}{V_B}$.
e) $\frac{V_B^2 - V_C^2}{V_B}$.

Resolução:

Subida: $V_s = V_B - V_C \Rightarrow V_s = \frac{\Delta s}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s}{V_s}$

Descida: $V_d = V_B + V_C \Rightarrow V_d = \frac{\Delta s}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s}{V_d}$

$$V_M = \frac{\Delta s + \Delta s}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \frac{2\Delta s}{\frac{\Delta s}{V_s} + \frac{\Delta s}{V_d}} \Rightarrow \frac{2\Delta s}{\frac{\Delta s\,(V_d + V_s)}{V_s \cdot V_d}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\frac{V_d + V_s}{V_s \cdot V_d}} \Rightarrow \frac{2}{\frac{(V_B + V_C) + (V_B - V_C)}{(V_B + V_C)\cdot(V_B - V_C)}}$$

$$V_M = \frac{2}{\frac{2V_B}{V_B^2 - V_C^2}} \Rightarrow \frac{2 \cdot V_B^2 - V_C^2}{2V_B} \Rightarrow \boxed{V_M = \frac{V_B^2 - V_C^2}{V_B}}$$

Resposta: e

99 (Ufop-MG) Um homem parado em uma escada rolante leva 10 s para descê-la em sua totalidade. O mesmo homem leva 15 s para subir toda a escada rolante de volta, caminhando contra o movimento dos degraus. Quanto tempo o homem levará para descer a mesma escada rolante, caminhando com velocidade relativa de mesmo módulo do que quando subiu?

a) 3,75 s. b) 5,00 s. c) 7,50 s. d) 10,0 s. e) 15,0 s.

Resolução:

$V_{arr} = \frac{\Delta s}{10}$

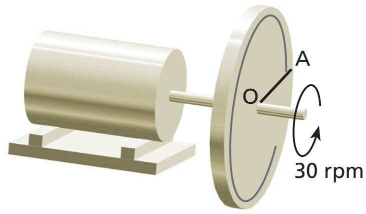
$V_{ref} - V_{arr} = \frac{\Delta s}{15} \Rightarrow V_{rel} = \frac{\Delta s}{15} + \frac{\Delta s}{10} \Rightarrow \boxed{V_{rel} = \frac{\Delta s}{6}}$

$\frac{\Delta s}{6} - \frac{\Delta s}{10} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 8\,\Delta t = 30$

$\boxed{\Delta t = 3{,}75\text{ s}}$

Resposta: a

100 Um inseto percorre o raio OA = 10 cm da polia representada na figura, com velocidade de intensidade constante igual a 5,0 cm/s, medida em relação à polia. Esta, por sua vez, está rigidamente acoplada ao eixo de um motor que gira de modo uniforme, realizando 30 rotações por minuto. Sabendo que o inseto passa pelo **O** no instante $t_0 = 0$, calcule a intensidade da sua velocidade em relação à base de apoio do motor no instante $t_1 = 0{,}80$ s. Adote nos cálculos $\pi \simeq 3$.



a) 8,0 cm/s
b) 10 cm/s
c) 13 cm/s
d) 15 cm/s
e) 17 cm/s

Resolução:

$V_{rel} = 5{,}0$ cm/s

$V_{arr} = 2\pi fR \Rightarrow V_{arr} = 2\pi f\, v_{rel}\, t_1$

$V_{arr} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{30}{60} \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}80$ (cm/s)

$\boxed{V_{arr} = 12\text{ cm/s}}$

Teorema de Pitágoras:

$V_{res}^2 = V_{rel}^2 + V_{arr}^2$

$V_{res}^2 = (5{,}0)^2 + (12)^2 \Rightarrow \boxed{V_{res} = 13\text{ cm/s}}$

Resposta: c

101 Um barco motorizado desenvolve, em relação às águas de um rio, velocidade constante de módulo **v**. Esse barco está subindo um trecho retilíneo do rio quando o piloto é informado de que um *container* flutuante, encerrando uma preciosa carga, caiu na água há exatamente uma hora. Nesse intervalo de tempo, a embarcação percorreu 16 km em relação às margens. Prontamente, o piloto inverte o sentido do movimento do barco e passa a descer o rio em busca do material perdido. Sabendo que as águas correm com velocidade constante de módulo 4,0 km/h, que o *container* adquire velocidade igual à das águas imediatamente após sua queda e que ele é resgatado pela tripulação do barco, determine:

a) a distância percorrida pelo *container* desde o instante de sua queda na água até o instante do resgate;
b) o valor de **v**.

Resolução:

a) Como a correnteza influi igualmente no movimento do barco e no do *container*, podemos ignorar seus efeitos na determinação do intervalo de tempo total transcorrido entre a queda do *container* e seu posterior resgate. Tudo se passa como se o *container*, ao cair do barco, permanecesse em repouso. Assim, o barco navegaria durante 1,0 h afastando-se do *container* e mais 1,0 h aproximando-se dele, o que totalizaria 2,0 h.

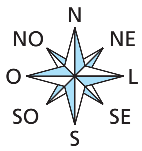
$v_c = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 4{,}0 = \frac{D}{2{,}0} \Rightarrow \boxed{D = 8{,}0\text{ km}}$

b) **Barco navegando rio acima**: $v - v_c = \dfrac{L}{\frac{\Delta t}{2}}$

$$v - 4{,}0 = \frac{16}{\frac{2{,}0}{2}} \Rightarrow \boxed{v = 20 \text{ km/h}}$$

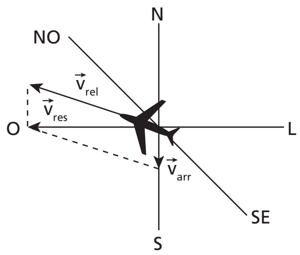
Respostas: a) 8,0 km; b) 20 km/h

102 Um avião voa, em relação ao solo, com movimento retilíneo e uniforme de velocidade 1 000 km/h, no sentido de Leste para Oeste. O vento sopra no sentido de Norte para Sul com velocidade constante de 200 km/h. A velocidade do avião em relação ao vento tem orientação:



a) entre O e NO.
b) entre N e NE.
c) NO.
d) entre O e SO.
e) entre L e NE.

Resolução:

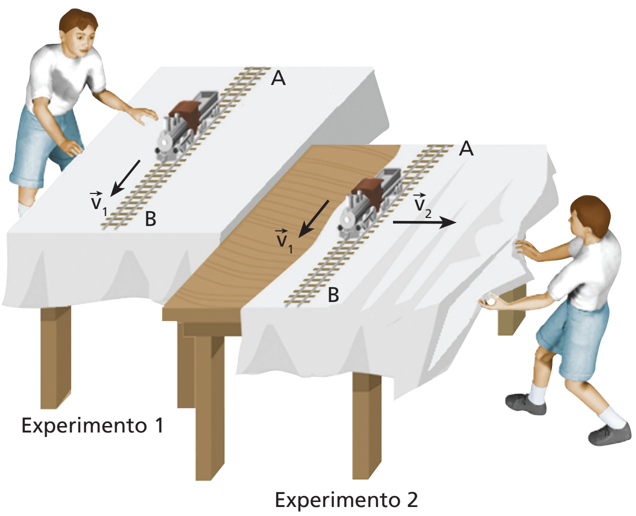


$|\vec{v}_{res}| = 1\,000$ km/h

$|\vec{v}_{arr}| = \dfrac{|\vec{v}_{res}|}{5} = 200$ km/h

Resposta: a

103 Nos dois experimentos esquematizados a seguir, um trem de brinquedo, percorrendo trilhos retilíneos fixos a uma toalha postada sobre uma mesa, vai de um ponto **A** a um ponto **B** com velocidade $\vec{v}_1$ de intensidade 24 cm/s. A velocidade $\vec{v}_1$ é medida em relação aos trilhos, e os pontos **A** e **B** são pontos dos trilhos.
No experimento 1, o trem percorre 1,2 m de **A** até **B**. No experimento 2, o garoto puxa a toalha, sem perturbar o movimento próprio do trem, com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade 10 cm/s. A velocidade $\vec{v}_2$ é medida em relação à mesa e é perpendicular a $\vec{v}_1$.



Com relação ao experimento 2 e considerando o percurso de **A** até **B**, responda:
a) Qual a distância percorrida pelo trem na direção de $\vec{v}_2$?
b) Qual a distância percorrida pelo trem em relação à mesa?

Resolução:

a) **Experimento 1:** $|\vec{v}_1| = \dfrac{L}{\Delta t} \Rightarrow 0{,}24 = \dfrac{1{,}2}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 5{,}0 \text{ s}}$

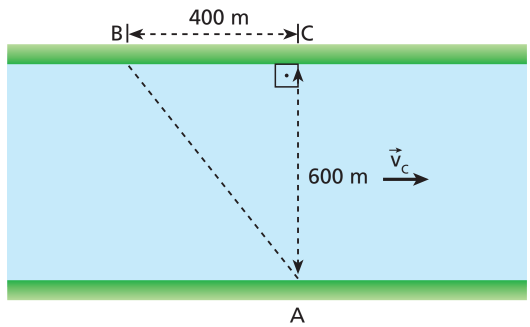
Experimento 2: $|\vec{v}_2| = \dfrac{D}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \dfrac{D}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{D = 50 \text{ cm}}$

b) **Teorema de Pitágoras:** $X^2 = L^2 + D^2$

$$X^2 = (1{,}2)^2 + (0{,}50)^2 \Rightarrow \boxed{X = 1{,}3 \text{ m}}$$

Respostas: a) 50 cm; b) 1,3 m

104 Considere um rio de margens paralelas e cuja correnteza tem velocidade constante de módulo v_C.
Uma lancha tem velocidade relativa às águas constante e de módulo 10 m/s.
A lancha parte do ponto **A** e atinge a margem oposta no ponto **B**, indicado na figura, gastando um intervalo de tempo de 100 s.



O valor de v_C é:
a) 2,0 m/s.
b) 4,0 m/s.
c) 6,0 m/s.
d) 8,0 m/s.
e) 10 m/s.

Resolução:

(I) **Movimento na direção AC**: $V_{rel_y} = \dfrac{L}{\Delta t}$

$$V_{rel_y} = \frac{600}{100} \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{V_{rel_y} = 6{,}0 \text{ m/s}}$$

(II) **Teorema de Pitágoras**: $v_{rel}^2 = v_{rel_x}^2 + v_{rel_y}^2$

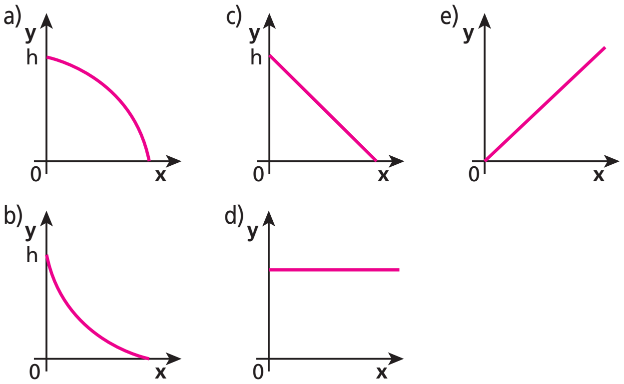
$$(10)^2 = v_{rel_x}^2 + (6{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{V_{rel_x} = 8{,}0 \text{ m/s}}$$

(III) **Movimento na direção BC**: $V_{rel_x} - V_c = \dfrac{D}{\Delta t}$

$$8{,}0 - V_c = \frac{400}{100} \Rightarrow \boxed{V_c = 4{,}0 \text{ m/s}}$$

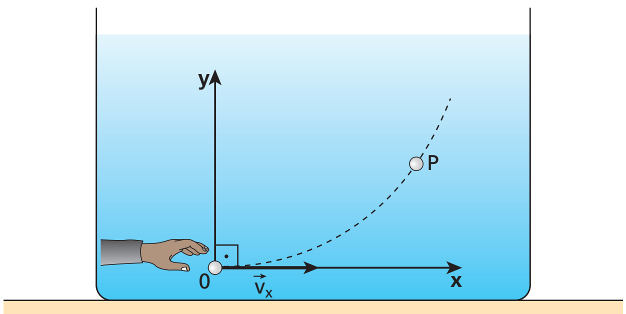
Resposta: b

105 (UFPB) Uma partícula é abandonada de uma altura **h** em relação ao solo. Durante a queda, além da aceleração da gravidade, essa partícula fica sujeita a uma aceleração horizontal constante devido a uma força horizontal que atua sobre ela. Nessas condições, a trajetória da partícula está mais bem representada no gráfico:



Resposta: a

106 No esquema a seguir, uma pequena esfera de isopor é lançada horizontalmente com velocidade $\vec{v}_x$ de intensidade 2,5 m/s no interior da água contida em um tanque. O lançamento ocorre no instante $t_0 = 0$ a partir da origem do referencial 0xy indicado. Devido à pequena influência de forças de resistência viscosa, a velocidade horizontal da esfera permanece constante e ela realiza uma trajetória parabólica de equação $y = 0{,}24x^2$, com **y** e **x** em metros, passando no ponto **P** no instante t = 2,0 s.



Determine no ponto **P**:
a) a intensidade da velocidade vetorial da partícula;
b) a intensidade de sua aceleração vetorial.

Resolução:

a) **Na direção 0x, o movimento é uniforme:**

$v_x = 2{,}5$ m/s e $\alpha_x = 0$

$x = v_x\, t \Rightarrow \boxed{x = 2{,}5\, t}$ (SI)

$y = 0{,}24\, x^2 \Rightarrow y = 0{,}24 \cdot (2{,}5\, t)^2$

Donde: $\boxed{y = 1{,}5\, t^2}$ (SI)

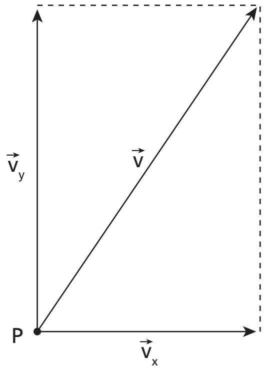
Na direção 0y, o movimento é uniformemente variado.

$v_{0y} = 0$ e $\dfrac{\alpha y}{2} = 1{,}5 \Rightarrow \alpha y = 3{,}0$ m/s²

$v_y = v_{0y} + \alpha_{yt} \Rightarrow v_y = 3{,}0\, t$ (SI)

No ponto P (t = 2,0 s):

$v_y = 3{,}0 \cdot (2{,}0)$ (m/s) $\Rightarrow \boxed{v_y = 6{,}0 \text{ m/s}}$



Teorema de Pitágoras:

$v^2 = v^2_x + v^2_y$

$v^2 = (2{,}5)^2 + (6{,}0)^2$

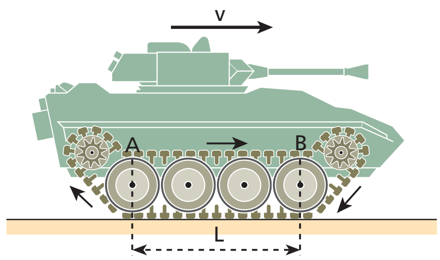
$\boxed{v = 6{,}5 \text{ m/s}}$

b) $a = \alpha y \Rightarrow \boxed{a = 3{,}0 \text{ m/s}^2}$

É importante salientar que o movimento da esfera é a composição de dois movimentos parciais: um movimento uniforme na direção 0x e um movimento uniformemente variado na direção 0y.

Respostas: a) 6,5 m/s; b) 3,0 m/s²

107 O tanque de guerra esquematizado na figura está em movimento retilíneo e uniforme para a direita, com velocidade de módulo **v**. Não há escorregamento da esteira em relação ao solo nem da esteira em relação aos roletes.



Os roletes maiores têm raio **R** e giram em torno dos respectivos eixos com frequência de 50 rpm.
Os roletes menores, das extremidades, têm raio $2\,\dfrac{R}{3}$ e também giram em torno dos respectivos eixos.
Sabendo que determinado elo da esteira gasta 1,5 s para deslocar-se do ponto **A** até o ponto **B** e que nesse intervalo de tempo esse elo sofre um deslocamento de 6,0 m em relação ao solo, calcule:
a) o valor de **v**, bem como o comprimento **L** indicado na figura;
b) a frequência de rotação dos roletes menores.

Resolução:

a) Em relação ao solo, os elos da parte de cima que se deslocam de **A** para **B** têm velocidade 2v.

$2v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 2v = \dfrac{6{,}0}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0 \text{ m/s}}$

O eixo de um dos roletes maiores do tanque desloca-se um comprimento **L** em relação ao solo durante 1,5 s.

$v = \dfrac{L}{\Delta t} \Rightarrow 2{,}0 = \dfrac{L}{1{,}5} \Rightarrow \boxed{L = 3{,}0 \text{ m}}$

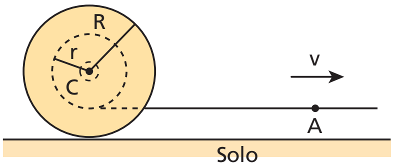
b) Em relação ao tanque, nas periferias dos roletes maiores e menores, a intensidade da velocidade linear é a mesma. Logo:

$V_{maior} = V_{menor} \Rightarrow (2\pi Rf)_{maior} = (2\pi Rf)_{menor}$

$R \cdot 50 = \frac{2R}{3} f_{menor} \Rightarrow \boxed{f_{menor} = 75 \text{ rpm}}$

Respostas: a) v = 2,0 m/s e L = 3,0 m; b) 75 rpm

108 O esquema representa um carretel de linha sendo puxado sem escorregamento sobre o solo plano e horizontal. No instante considerado, o ponto **A** da linha tem velocidade horizontal para a direita, de intensidade **v**.



Determine nesse instante a intensidade da velocidade do ponto **C**, pertencente ao eixo longitudinal do carretel, em relação:

a) ao solo;
b) ao ponto **A**.

Resolução:

a) O ponto de contato entre o carretel e o plano horizontal é o **centro instantâneo de rotação do sistema**. Em relação a esse ponto, todos os pontos do carretel têm velocidade angular igual a ω. Para o ponto de contato entre a linha e o carretel, temos:

$v = \omega (R - r)$

Para o ponto **C**, temos: $v_c = \omega R$

Logo: $\frac{v_c}{v} = \frac{R}{R - r} \Rightarrow \boxed{v_c = \frac{R}{R - r} v}$

b) A velocidade relativa pedida é dada por:

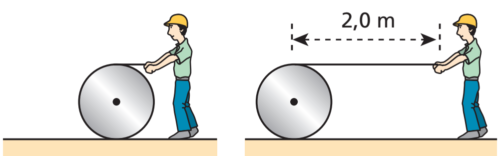
$v_{rel} = v_c - v \Rightarrow v_{rel} = \frac{R}{R - r} v - v \Rightarrow \boxed{v_{rel} = \frac{r}{R - r} v}$

Nota:
- O ponto **C** se aproxima do ponto **A** e a linha vai se enrolando no carretel.

Respostas: a) $\frac{R}{R - r} v$

b) $\frac{r}{R - r} v$

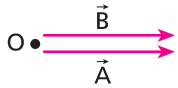
109 (AFA-SP) Um operário puxa a extremidade de um cabo que está enrolado num cilindro. À medida que o operário puxa o cabo, o cilindro vai rolando sem escorregar. Quando a distância entre o operário e o cilindro for igual a 2,0 m (ver figura abaixo), o deslocamento do operário em relação ao solo será de:



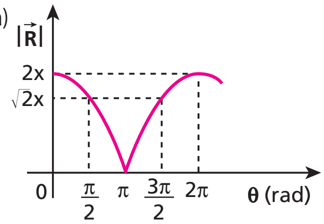
a) 1,0 m.
b) 2,0 m.
c) 4,0 m.
d) 6,0 m.

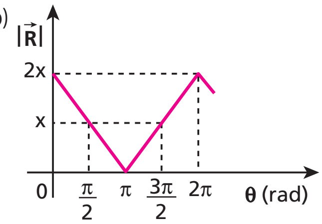
Resposta: c

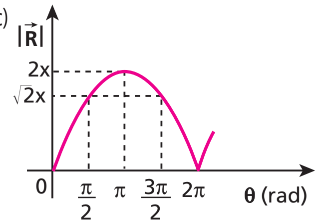
110 Considere dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de módulos iguais a **x**, com origens coincidentes no ponto **O**, conforme representa a figura. O vetor $\vec{A}$ é fixo e o vetor $\vec{B}$ pode girar no plano da figura, porém mantendo sempre sua origem em **O**.

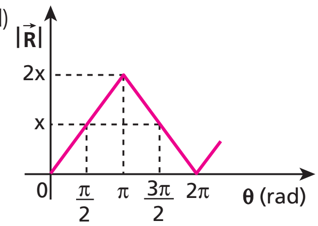


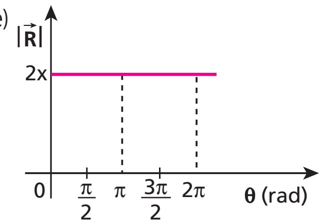
Sendo $\vec{R}$ o vetor resultante de $\vec{A} + \vec{B}$, o gráfico que melhor representa a variação do módulo de $\vec{R}$ em função do ângulo **θ** formado entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é:

a)


b)


c)


d)


e)


Resolução:

O gráfico será determinado pela função:

$|\vec{R}|^2 = |\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2 + 2|\vec{A}||\vec{B}| \cdot \cos\theta$

(Lei dos cossenos)

$|\vec{R}|^2 = x^2 + x^2 + 2xx \cdot \cos\theta$

$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{2x^2(1 + \cos\theta)}}$

Resposta: a

111 Considere três vetores $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{Z}$ de módulos respectivamente iguais a **x**, **y** e **z**. Determine os módulos **máximo** e **mínimo** da soma $\vec{X} + \vec{Y} + \vec{Z}$ nos seguintes casos:

a) $x = 5$, $y = 8$ e $z = 10$;

b) $x = 3$, $y = 7$ e $z = 15$.

Resolução:

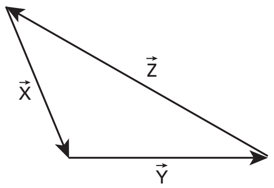
a) **Módulo máximo:** $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{Z}$ têm mesma direção e mesmo sentido.

$S_{máx} = x + y + z \Rightarrow S_{máx} = 5 + 8 + 10$

$\boxed{S_{máx} = 23}$

Módulo mínimo: $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{Z}$ constituem um triângulo fechado.

$\boxed{S_{mín} = 0}$



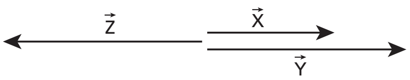
Nota:
- O triângulo de lados 5, 8 e 10 existe, pois cada um de seus lados é **menor** que a soma dos outros dois.

b) **Módulo máximo:** $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{Z}$ têm mesma direção e mesmo sentido.

$S_{máx} = x + y + z \Rightarrow S_{máx} = 3 + 7 + 15$

$\boxed{S_{máx} = 25}$

Módulo mínimo: $\vec{X}$, $\vec{Y}$ e $\vec{Z}$ têm mesma direção, com $\vec{X}$ e $\vec{Y}$ no mesmo sentido e $\vec{Z}$ em sentido oposto.



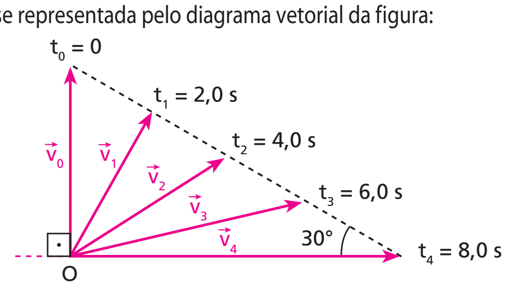
$S_{mín} = z - (x + y)$

$S_{mín} = 15 - (3 + 7) \Rightarrow \boxed{S_{mín} = 5}$

Nota:
- Não existe o triângulo de lados 3, 7 e 15.

Respostas: a) 23 e zero; b) 25 e 5

112 A velocidade vetorial $\vec{v}$ de uma partícula em função do tempo acha-se representada pelo diagrama vetorial da figura:



Sabendo que a intensidade de $\vec{v}_0$ é igual a 40 m/s, determine a intensidade da aceleração vetorial média da partícula no intervalo de $t_0 = 0$ a $t_4 = 8,0$ s.

Resolução:

(I) $\text{sen } 30° = \dfrac{|\vec{v}_0|}{|\Delta\vec{v}|} \Rightarrow 0,5 = \dfrac{40}{|\Delta\vec{v}|}$

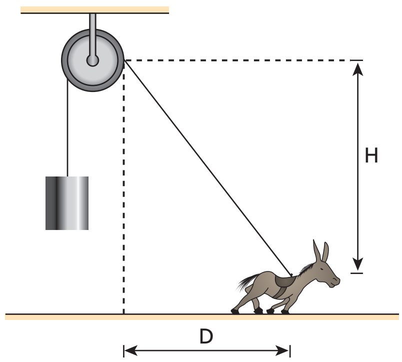
$\boxed{|\Delta\vec{v}| = 80 \text{ m/s}}$

(II) $|\vec{a}_m| = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$

$|\vec{a}_m| = \dfrac{80}{8,0}$ (m/s²) $\Rightarrow \boxed{|\vec{a}_m| = 10 \text{ m/s}^2}$

Resposta: 10 m/s²

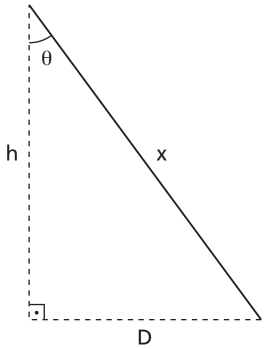
113 Um burro, deslocando-se para a direita sobre o solo plano e horizontal, iça verticalmente uma carga por meio de uma polia e de uma corda inextensível, como representa a figura:



Se, no instante considerado, a velocidade da carga tem intensidade **V**, determine a intensidade da velocidade do burro em função de **V** e dos comprimentos **H** e **D** indicados no esquema.

Resolução:

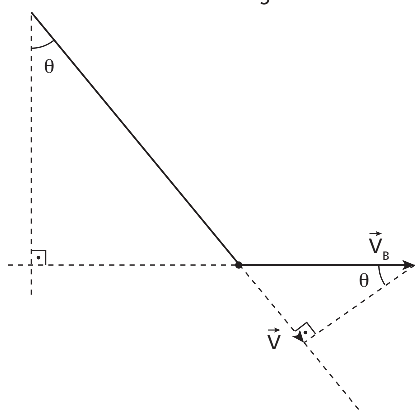
(I) Cálculo de sen θ:



Pitágoras: $x = \sqrt{H^2 + D^2}$

$\text{sen } \theta = \dfrac{D}{x} \Rightarrow \text{sen } \theta = \dfrac{D}{\sqrt{H^2 + D^2}}$ (1)

(II) Sendo a corda inextensível, a componente da velocidade do burro na direção da corda deve ter intensidade igual à da velocidade da carga.



$$\text{sen}\,\theta = \frac{V}{V_B}$$

$$V_B = \frac{V}{\text{sen}\,\theta} \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), vem:

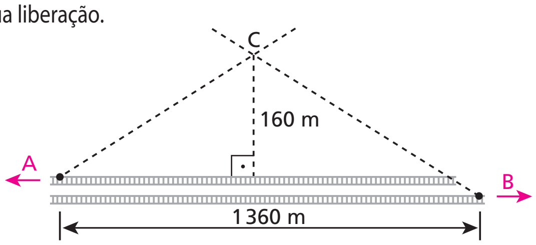
$$V_B = \frac{V}{\dfrac{D}{\sqrt{H^2 + D^2}}}$$

Donde:

$$\boxed{V_B = \frac{\sqrt{H^2 + D^2}}{D}\,V}$$

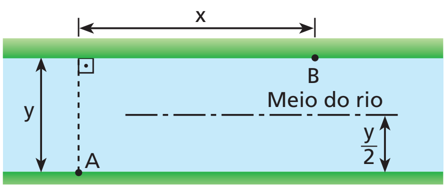
Resposta: $\dfrac{\sqrt{H^2 + D^2}}{D}\,V$

114 A figura a seguir representa a vista aérea de um trecho retilíneo de ferrovia. Duas locomotivas **A** e **B** a vapor deslocam-se em sentidos opostos, com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 50,4 km/h e 72,0 km/h. Uma vez que AC corresponde ao rastro de fumaça da locomotiva **A** e BC, ao rastro de fumaça da locomotiva **B**, determine as características da velocidade vetorial do vento existente no local, sabendo que AC e BC são paralelos ao solo e que AC = BC. Despreze a distância entre os trilhos percorridos por **A** e **B**, bem como a velocidade da fumaça em relação à ferrovia no instante de sua liberação.



Enunciado para as questões 115 e 116.

Considere a figura a seguir que ilustra um rio de margens paralelas e largura **y**. A velocidade da correnteza cresce proporcionalmente com a distância a uma das margens, atingindo intensidade máxima **v** no meio do rio. Junto às margens, a velocidade da correnteza é nula.

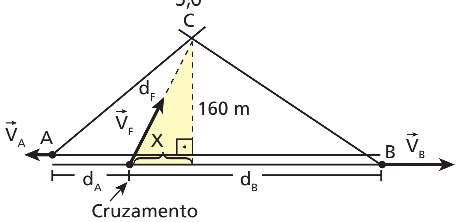


Um barco atravessa o rio mantendo em relação às águas velocidade constante de intensidade **u** e direção perpendicular às margens. O barco parte do ponto **A** e atinge o ponto **B** depois de percorrer uma distância **x** na direção da correnteza.

A respeito dessa situação, são formulados os dois testes a seguir.

Resolução:

$$V_A = \frac{50,4}{1,5}\ \text{m/s} = 14\ \text{m/s};\ V_B = \frac{72}{3,6} = 20\ \text{m/s}$$



(I) (A): $d_A = 14\,t$; (B): $d_B = 20\,t$ $\Rightarrow \dfrac{d_A}{d_B} = 0,70 \Rightarrow \boxed{d_A = 0,70\,d_B}$ (1)

$\boxed{d_A + d_B = 1\,360}$ (2)

(1) em (2): $0,70\,d_B + d_B = 1\,360$

$$d_B = \frac{1\,360}{1,7}\ \text{m} = 800\ \text{m}$$

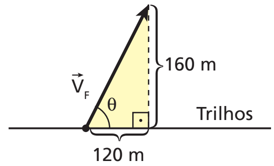
(II) $x = d_B - \dfrac{1\,360}{2} \Rightarrow x = 800 - 680 \Rightarrow \boxed{x = 120\ \text{m}}$

(III) No triângulo destacado:

$d_F^2 = (160)^2 + (120)^2 \Rightarrow \boxed{d_F = 200\ \text{m}}$

(IV) $d_B = 20t \Rightarrow 800 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 40\ \text{s}}$

(V) **Fumaça**: $V_F = \dfrac{d_F}{t} = \dfrac{200\ \text{m}}{40\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{V_F = 5,0\ \text{m/s}}$



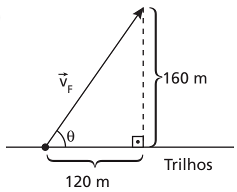
$\text{sen}\,\theta = \dfrac{160}{200} \Rightarrow \text{sen}\,\theta = 0,80 \Rightarrow \boxed{\theta = \text{arc sen}\ 0,80}$

$(\theta = 53°)$

Respostas: a) $|\vec{V}_F| = 5,0$ m/s

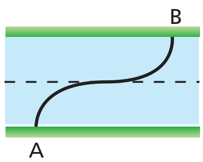
$\theta = \text{arc sen}\ 0,80$

b)

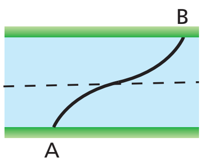


115 A alternativa que melhor representa a trajetória descrita pelo barco em relação a um observador em repouso em uma das margens é:

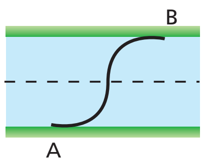
a)



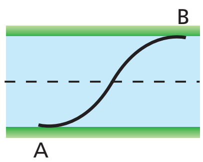
b)



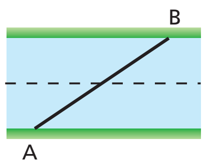
c)



d)



e)



Resolução:

$\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$

Resposta: b

116 A distância **x** percorrida pelo barco na direção da correnteza vale:

a) $\frac{vy}{u}$ b) $\frac{vy}{2u}$ c) $\frac{vy}{4u}$ d) $\frac{uy}{2v}$ e) $\frac{uy}{4v}$

Resolução:

(I) $u = \frac{y}{T}$ (1)

(II) $\frac{v}{2} = \frac{x}{T}$ (2)

(III) (2) ÷ (1):

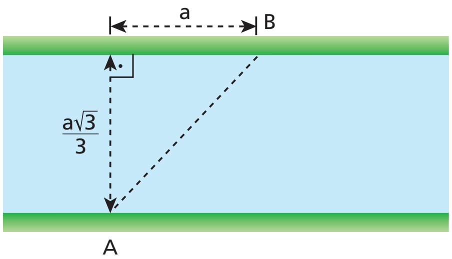
$$\frac{\frac{v}{2}}{u} = \frac{\frac{x}{T}}{\frac{y}{T}}$$

Donde: $\boxed{x = \frac{vy}{2u}}$

Resposta: b

117 Uma lancha que desenvolve em relação às águas de um rio uma velocidade constante de módulo **v** deve partir do ponto **A** e chegar ao ponto **B** indicados na figura.

O rio tem largura constante e a velocidade da correnteza também é constante e de módulo v_C.

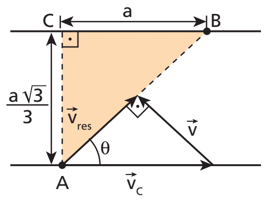


O valor mínimo possível para **v** é:

a) $v_C\sqrt{3}$ b) v_C c) $v_C\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{v_C}{2}$ e) $\frac{v_C}{4}$

Resolução:

O valor mínimo para **v** ocorre quando a velocidade da lancha em relação às águas ($\vec{v}$) é perpendicular à velocidade resultante ($\vec{v}_{res}$), conforme representa o esquema abaixo:



(I) No triângulo retângulo ABC:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \boxed{\theta = 30°}$$

(II) No triângulo retângulo formado por $\vec{v}$, $\vec{v}_C$ e $\vec{v}_{res}$:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{v}{v_C} \Rightarrow \text{sen}\,30° = \frac{v}{v_C} \Rightarrow \boxed{v = \frac{v_C}{2}}$$

Resposta: d

Parte II – DINÂMICA

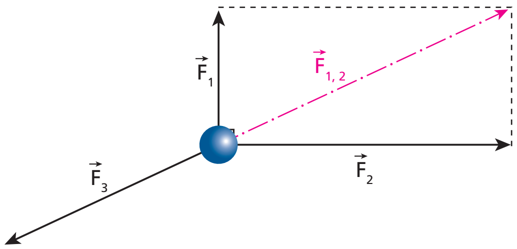
Tópico 1

1 **E.R.** Uma partícula está sujeita à ação de três forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, cuja resultante é nula. Sabendo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são perpendiculares entre si e que suas intensidades valem, respectivamente, 6,0 N e 8,0 N, determine as características de $\vec{F}_3$.

Resolução:
Inicialmente, temos que:

> Se a resultante de três forças aplicadas em uma partícula é nula, então as três forças devem estar contidas no mesmo plano.

No caso, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ determinam um plano. A força $\vec{F}_3$ (equilibrante da soma de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$) deve pertencer ao plano de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$ e, além disso, ser oposta em relação à resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



$$\boxed{\vec{F}_3 = -\vec{F}_{1,2};\ F_3 = F_{1,2}}$$

A intensidade de $\vec{F}_3$ pode ser calculada pelo **Teorema de Pitágoras**:

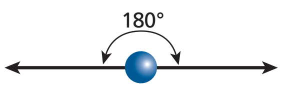
$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_3^2 = (6,0)^2 + (8,0)^2$$

$$\boxed{F_3 = 10\ \text{N}}$$

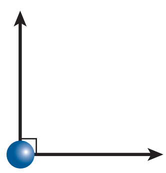
Respondemos, finalmente, que as características de $\vec{F}_3$ são:
- **intensidade:** 10 N;
- **direção:** a mesma da resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$;
- **sentido:** contrário ao da resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

2 Nos esquemas de I a IV, é representada uma partícula e todas as forças que agem sobre ela. As forças têm a mesma intensidade **F** e estão contidas em um mesmo plano. Em que caso (ou casos) a força resultante na partícula é nula?

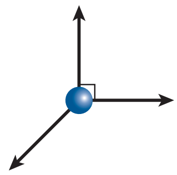
I.



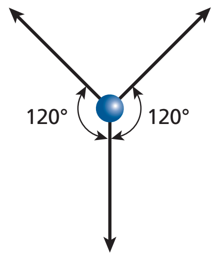
II.



III.

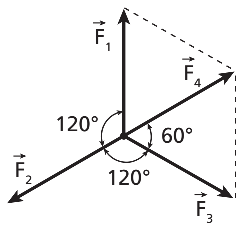


IV.



Respostas: I e IV

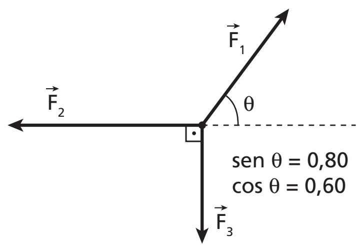
3 (ESPCEX-SP – mod.) Com base no sistema de forças coplanares de mesma intensidade, representado abaixo, indique a alternativa correta:



a) $\vec{F}_1$ é resultante da soma de $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$.
b) $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$.
c) $\vec{F}_2$ é resultante da soma de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$.
d) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.
e) $\vec{F}_2$ é resultante da soma de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$.

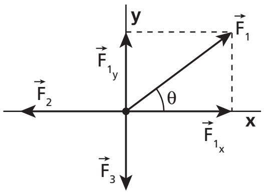
Resposta: d

4 Um ponto material está sob a ação das forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ indicadas na figura a seguir.



Sabendo que as intensidades de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ valem, respectivamente, 100 N, 66 N e 88 N, calcule a intensidade da força resultante do sistema.

Resolução:



$F_{1x} = F_1 \cos\theta = 100 \cdot 0{,}60 = 60\ N$

$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen}\theta = 100 \cdot 0{,}80 = 80\ N$

Na direção x:

$R_x = F_2 - F_{1_x} \Rightarrow R_x = 66 - 60\ (N)$

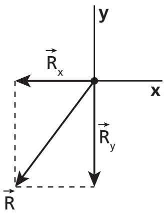
$\boxed{R_x = 6\ N}$

Na direção y:

$R_y = F_3 - F_{i_y} \Rightarrow R_y = 88 - 80\ (N)$

$\boxed{R_y = 8\ N}$

Teorema de Pitágoras:

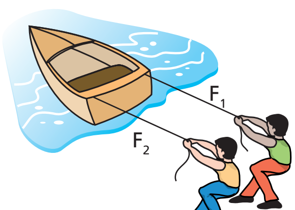


$R^2 = R_x^2 + R_y^2$

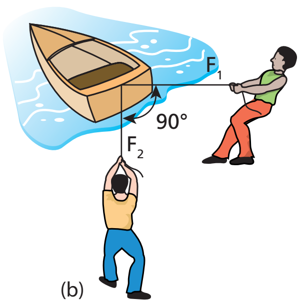
$R^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow \boxed{R = 10\ N}$

Resposta: 10 N

5 (PUC-SP) Os esquemas seguintes mostram um barco sendo retirado de um rio por dois homens. Em (**a**), são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de intensidades $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. Em (**b**), são usadas cordas inclinadas de 90° que transmitem ao barco forças de intensidades iguais às anteriores.



(a)

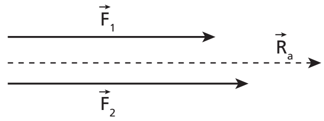


(b)

Sabe-se que, no caso (**a**), a força resultante transmitida ao barco tem valor 700 N e, no caso (**b**), 500 N. Nessas condições, calcule F_1 e F_2.

Resolução:

Caso **a**:

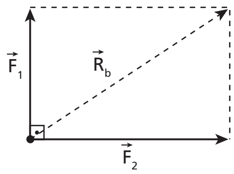


$F_1 + F_2 = R_a$

$F_1 + F_2 = 700$

Donde: $F_1 = 700 - F_2$ (A)

Caso **b**:



Teorema de Pitágoras:

$F_1^2 + F_2^2 = R_b^2$

$F_1^2 + F_2^2 = (500)^2$

$F_1^2 + F_2^2 = 250\,000$ (**B**)

Substituindo **A** em **B**, vem:

$(700 - F_2)^2 + F_2^2 = 250000$

$490000 - 1400\ F_2 + F_2^2 + F_2^2 = 250000$

$F_2^2 - 700\ F_2 + 120000 = 0$

$$F_2 = \frac{700 \pm \sqrt{490000 - 480000}}{2}$$

$$F_2 = \frac{700 \pm 100}{2} \begin{cases} \boxed{F_2' = 400\ N} \\ \boxed{F_2'' = 300\ N} \end{cases}$$

Donde: $\boxed{F_1' = 300\ N}$ e $\boxed{F_1'' = 400\ N}$

Respostas: $F_1 = 300$ N e $F_2 = 400$ N ou $F_1 = 400$ N e $F_2 = 300$ N

6 Em relação a um referencial inercial, tem-se que a resultante de todas as forças que agem em uma partícula é nula. Então, é correto afirmar que:

a) a partícula está, necessariamente, em repouso;
b) a partícula está, necessariamente, em movimento retilíneo e uniforme;
c) a partícula está, necessariamente, em equilíbrio estático;
d) a partícula está, necessariamente, em equilíbrio dinâmico;
e) a partícula, em movimento, estará descrevendo trajetória retilínea com velocidade constante.

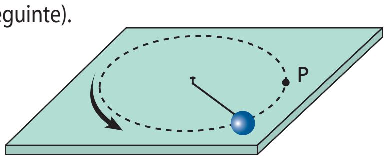
Resposta: e

7 Indique a alternativa que está em desacordo com o Princípio da Inércia.

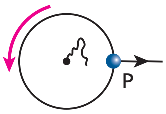
a) A velocidade vetorial de uma partícula só pode ser variada se esta estiver sob a ação de uma força resultante não-nula.
b) Se a resultante das forças que agem em uma partícula é nula, dois estados cinemáticos são possíveis: repouso ou movimento retilíneo e uniforme.
c) Uma partícula livre da ação de uma força externa resultante é incapaz de vencer suas tendências inerciais.
d) Numa partícula em movimento circular e uniforme, a resultante das forças externas não pode ser nula.
e) Uma partícula pode ter movimento acelerado sob força resultante nula.

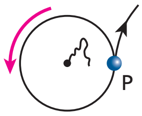
Resposta: e

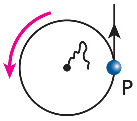
8 (Cesgranrio-RJ) Uma bolinha descreve uma trajetória circular sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a um prego por um cordão (figura seguinte).

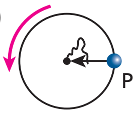


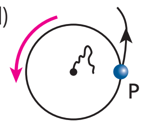
Quando a bolinha passa pelo ponto **P**, o cordão que a prende ao prego arrebenta. A trajetória que a bolinha então descreve sobre a mesa é:

a)


c)


e)


b)


d)


Resposta: e

9 *Superman*, famoso herói das histórias em quadrinhos e do cinema, acelera seu próprio corpo, freia e faz curvas sem utilizar sistemas propulsores, tais como asas e foguetes, dentre outros. É possível a existência de um herói como o *Superman*? Fundamente sua resposta em leis físicas.

Resposta: Não, pois ele contraria o Princípio da Inércia. Para realizar suas manobras radicais é necessária a atuação de uma força resultante e externa.

10 Analise as proposições a seguir:

I. O cinto de segurança, item de uso obrigatório no trânsito brasileiro, visa aplicar aos corpos do motorista e dos passageiros forças que contribuam para vencer sua inércia de movimento.

II. Um cachorro pode ser acelerado simplesmente puxando com a boca a guia presa à coleira atada em seu pescoço.

III. O movimento orbital da Lua ao redor da Terra ocorre por inércia.

Estão corretas:

a) I, II e III;
b) Somente I e II;
c) Somente II e III;
d) Somente I e III;
e) Somente I.

Resolução:

(I) Correta.

(II) Incorreta.
Para que o cachorro seja acelerado é necessário que atue em seu corpo uma força resultante **externa**. Quando o animal puxa com a boca a guia presa à coleira atada em seu pescoço, surgem forças na sua boca e no seu pescoço, além de trações na guia e na coleira. Essas forças, internas ao sistema, equilibram-se duas a duas, não modificando a velocidade do cachorro.

(III) Incorreta.
As únicas situações possíveis por inércia são o repouso e o movimento retilíneo e uniforme. A Lua mantém-se em órbita ao redor da Terra devido à força gravitacional que esta aplica sobre ela. É devido a essa força que a velocidade da Lua se altera em direção de ponto para ponto da trajetória..

Resposta: e

11 (Uepa) Na parte final de seu livro, *Discursos e demonstrações concernentes a duas novas ciências*, publicado em 1638, Galileu Galilei trata do movimento de um projétil da seguinte maneira:

"Suponhamos um corpo qualquer, lançado ao longo de um plano horizontal, sem atrito; sabemos... que esse corpo se moverá indefinidamente ao longo desse mesmo plano, com um movimento uniforme e perpétuo, se tal plano for ilimitado".

O princípio físico com o qual se pode relacionar o trecho destacado acima é:

a) o Princípio da Inércia ou 1ª Lei de Newton.
b) o Princípio Fundamental da Dinâmica ou 2ª Lei de Newton.
c) o Princípio da Ação e Reação ou 3ª Lei de Newton.
d) a Lei da Gravitação Universal.
e) o Teorema da Energia Cinética.

Resposta: a

12 A respeito de uma partícula em equilíbrio, examine as proposições abaixo:

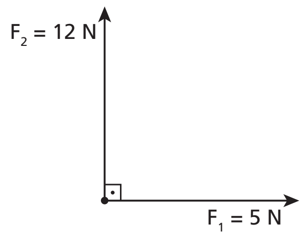
I. Não recebe a ação de forças.
II. Descreve trajetória retilínea.
III. Pode estar em repouso.
IV. Pode ter altas velocidades.

São corretas:

a) todas;
b) apenas I e II;
c) apenas I e III;
d) apenas III e IV;
e) apenas I, III e IV.

Resposta: d

13 (Puccamp-SP) Submetida à ação de três forças constantes, uma partícula se move em linha reta com movimento uniforme. A figura abaixo representa duas dessas forças:



A terceira força tem módulo:

a) 5. b) 7. c) 12. d) 13. e) 17.

Resolução:

Se o movimento é retilíneo e uniforme (equilíbrio dinâmico), deve ocorrer:

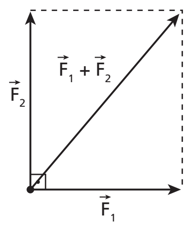
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

Teorema de Pitágoras:

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = 5^2 + 12^2$$

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 13\ \text{N}$$

Logo: $\boxed{|\vec{F}_3| = 13\ \text{N}}$



Resposta: d

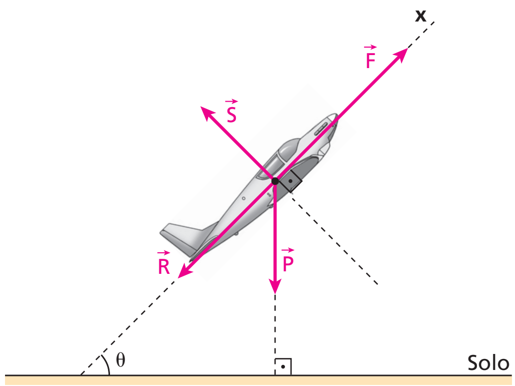
14 O avião esquematizado na figura está em voo ascendente, de modo que sua trajetória é uma reta **x**, inclinada de um ângulo **θ** em relação ao solo, admitido plano e horizontal. Nessa situação, o avião recebe a ação de quatro forças:

$\vec{P}$: força da gravidade ou peso (perpendicular ao solo);

$\vec{S}$: força de sustentação do ar (perpendicular a **x**);

$\vec{F}$: força propulsora (na direção de **x**);

$\vec{R}$: força de resistência do ar (na direção de **x**).



Supondo que o movimento do avião seja uniforme, analise as proposições a seguir e identifique as corretas:

(01) O avião está em equilíbrio dinâmico.

(02) $\vec{P} + \vec{S} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$

(04) $|\vec{F}| = |\vec{R}| + |\vec{P}|\ \text{sen}\ \theta$

(08) $|\vec{S}| = |\vec{P}|$

(16) O avião está em movimento, por inércia.

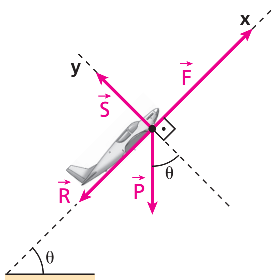
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.
Se o avião realiza movimento retilíneo e uniforme, ele está em **equilíbrio dinâmico**.

(02) Correta.
A resultante das forças atuantes no avião deve ser nula.
$\vec{P} + \vec{S} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$

(04) Correta.
Na direção **x** a resultante das forças deve ser nula. Logo:



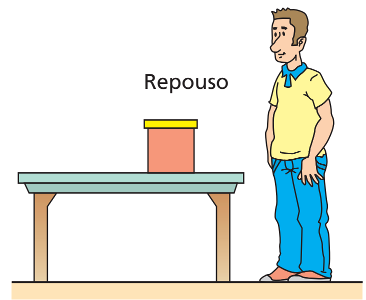
$|\vec{F}| = |\vec{R}| + |\vec{P}|\ \text{sen}\ \theta$

(08) Incorreta.
Na direção **y**, a resultante das forças também deve ser nula. Logo:
$|\vec{S}| = |\vec{P}| \cos \theta$

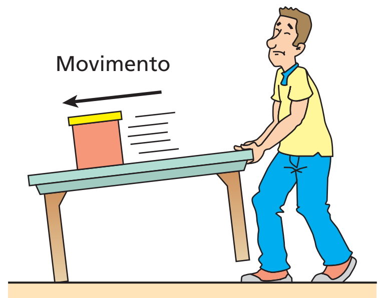
(16) Correta.

Resposta: 23.

15 Nas situações 1 e 2 esquematizadas a seguir, um mesmo bloco de peso $\vec{P}$ é apoiado sobre a superfície plana de uma mesa, que é mantida em repouso em relação ao solo horizontal. No caso 1, o bloco permanece parado e, no caso 2, ele desce a mesa inclinada, deslizando com velocidade vetorial constante.



Caso 1



Caso 2

Sendo $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ as forças totais de contato que a mesa aplica sobre o bloco nos casos 1 e 2, respectivamente, aponte a alternativa **incorreta**:

a) $|\vec{F}_1| = |\vec{P}|$.

b) $\vec{F}_1 = -\vec{P}$.

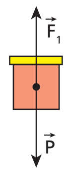
c) $\vec{F}_2$ é perpendicular ao solo.

d) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$.

e) $|\vec{F}_2| > |\vec{P}|$.

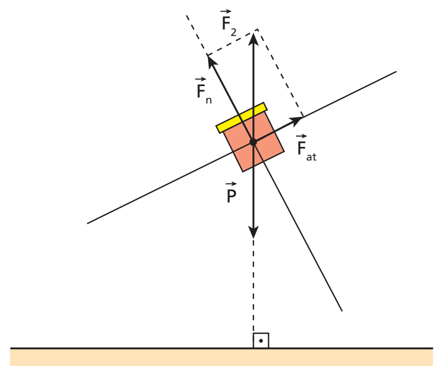
Resolução:

Caso (I): Bloco em repouso (equilíbrio estático)



$\vec{F}_1 + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{P} \Rightarrow |\vec{F}_1| = |\vec{P}|$

Caso (II): Bloco em movimento retilíneo e uniforme (equilíbrio dinâmico)

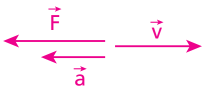


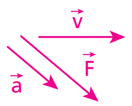
$\vec{F}_2 + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_2 = -\vec{P} \Rightarrow |\vec{F}_2| = |\vec{P}|$

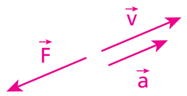
É importante observar, nesse caso, que a força total de contato $\vec{F}_2$ é a soma vetorial da força de atrito ($\vec{F}_{at}$) com a reação normal do apoio ($\vec{F}_n$): $\vec{F}_2 = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$.

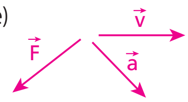
Resposta: e

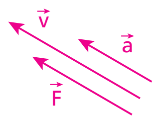
16 Um corpúsculo desloca-se em movimento retilíneo e acelerado de modo que, num instante **t**, sua velocidade é $\vec{v}$. Sendo $\vec{F}$ e $\vec{a}$, respectivamente, a força resultante e a aceleração no instante referido, aponte a alternativa que traz um possível esquema para os vetores $\vec{v}$, $\vec{F}$ e $\vec{a}$.

a)


d)


b)


e)


c)


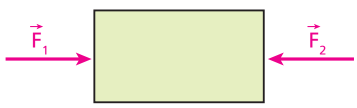
Resolução:

(I) Se o movimento é retilíneo e acelerado, $\vec{F}$ e $\vec{V}$ devem ter mesma direção e mesmo sentido.

(II) De acordo com a 2ª Lei de Newton, $\vec{F}$ e $\vec{a}$ devem ter sempre mesma direção e mesmo sentido.

Resposta: c

17 E.R. O bloco da figura tem massa igual a 4,0 kg e está sujeito à ação exclusiva das forças horizontais $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



Sabendo que as intensidades de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$ valem, respectivamente, 30 N e 20 N, determine o módulo da aceleração do bloco.

Resolução:

Como $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, o bloco é acelerado horizontalmente para a direita por uma força resultante $\vec{F}$, cuja intensidade é dada por:

$$F = F_1 - F_2$$

$$F = (30 - 20)\ N \Rightarrow \boxed{F = 10\ N}$$

A aceleração $\vec{a}$ do bloco pode ter seu módulo calculado pelo **Princípio Fundamental da Dinâmica**:

$$F = m\,a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{10\ N}{4{,}0\ kg} \Rightarrow \boxed{a = 2{,}5\ m/s^2}$$

18 Uma partícula de massa 2,0 kg está em repouso quando, a partir do instante $t_0 = 0$, passa a agir sobre ela uma força resultante constante, de intensidade 6,0 N.

a) Calcule o módulo da aceleração da partícula.

b) Trace o gráfico de sua velocidade escalar em função do tempo desde $t_0 = 0$ até $t_1 = 4{,}0$ s.

Resolução:

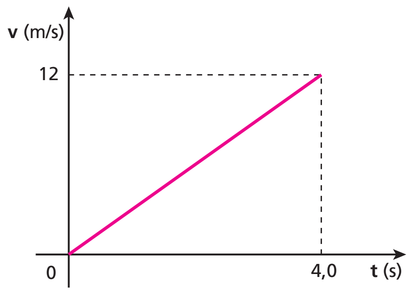
a) $F = m\,a \Rightarrow 6{,}0 = 2{,}0\,a$

$\boxed{a = 3{,}0\ m/s^2}$

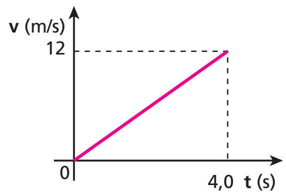
b) O movimento adquirido pela partícula é uniformemente acelerado; logo:

$v = v_0 + at \Rightarrow \boxed{v = 3{,}0\,t}$

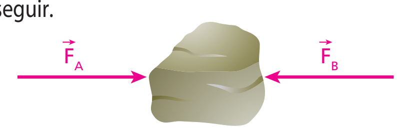
para $t_1 = 4{,}0$ s: $v_1 = 12$ m/s



Respostas: a) 3,0 m/s²

b)


19 Um fragmento de meteorito de massa 1,0 kg é acelerado no laboratório a partir do repouso pela ação exclusiva das forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$, que têm mesma direção, mas sentidos opostos, como representa o esquema a seguir.



Sabendo que a aceleração do corpo tem módulo 2,0 m/s² e que $|\vec{F}_A| = 10$ N, determine:

a) $|\vec{F}_B|$, se $|\vec{F}_B| < |\vec{F}_A|$ e se $|\vec{F}_B| > |\vec{F}_A|$;

b) o módulo da velocidade do corpo ao completar 25 m de deslocamento.

Resolução:

a) Se $|\vec{F}_B| < |\vec{F}_A|$:

$F_A - F_B = m\,a \Rightarrow 10 - F_B = 1{,}0 \cdot 2{,}0$

$\boxed{F_B = 8{,}0\ N}$

Se $|\vec{F}_B| > |\vec{F}_A|$:

$F_B - F_A = m\,a \Rightarrow F_B - 10 = 1{,}0 \cdot 2{,}0$

$\boxed{F_B = 12\ N}$

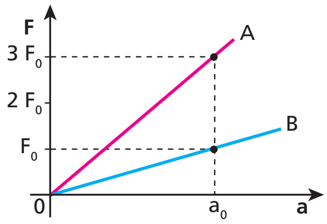
b) O movimento é uniformemente acelerado; logo:

$v^2 = v_0^2 + 2a \ \Delta s$

$v^2 = 2 \cdot 2{,}0 \cdot 25 \Rightarrow \boxed{v = 10 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 8,0 N e 12 N; b) 10 m/s

20 O gráfico a seguir mostra a variação do módulo da aceleração (**a**) de duas partículas **A** e **B** com a intensidade (**F**) da força resultante que atua sobre elas.



Determine a relação m_A/m_B entre as massas de **A** e de **B**.

Resolução:

2ª Lei de Newton: $F = m\,a$

Partícula A: $3\,F_0 = m_A\,a_0$ (1)

Partícula B: $F_0 = m_B\,a_0$ (2)

$(1) \div (2): \dfrac{m_A\,a_0}{m_B\,a_0} = \dfrac{3\,F_0}{F_0}$

Donde: $\boxed{\dfrac{m_A}{m_B} = 3}$

Resposta: $\dfrac{m_A}{m_B} = 3$

21 Aplica-se a mesma força resultante em duas partículas **A** e **B** de massas respectivamente iguais a **M** e a **4M**. Qual a relação entre as intensidades das acelerações adquiridas por **A** e **B**?

Resolução:

2º Lei de Newton: $F = m\,a$

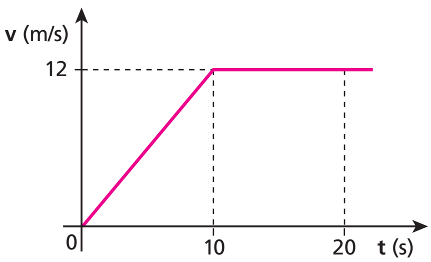
A: $F = m\,a_A$; B: $F = 4\,m\,a_B$

De A e B: $M\,a_A = 4\,M\,a_B$

Donde: $\boxed{\dfrac{a_A}{a_B} = 4}$

Resposta: 4

22 A velocidade escalar de um carrinho de massa 6,0 kg que percorre uma pista retilínea varia em função do tempo, conforme o gráfico abaixo:



Determine:

a) a velocidade escalar média do carrinho no intervalo de 0 a 20 s;

b) a intensidade da força resultante no carrinho nos intervalos de 0 a 10 s e de 10 s a 20 s.

Resolução:

a) $\Delta s = A' \text{ RGA} \Rightarrow \Delta s = \dfrac{(20 + 10) \cdot 12}{2}$ (m)

$\boxed{\Delta s = 180 \text{ m}}$

$v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \dfrac{180 \text{ m}}{20 \text{ s}}$

$\boxed{v_m = 9{,}0 \text{ m/s}}$

b) • **de 0 a 10 s:** $a_1 = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{12 \text{ m/s}}{10 \text{ s}}$

$\boxed{a_1 = 1{,}2 \text{ m/s}^2} \Rightarrow F_1 = m\,a_1$

$F_1 = 6{,}0 \cdot 1{,}2 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_1 = 7{,}2 \text{ N}}$

• **de 10 s a 20 s:** $a_2 = 0$ (Movimento retilíneo e uniforme)

$F_2 = m\,a_2 \Rightarrow \boxed{F_2 = 0}$

Respostas: a) 9,0 m/s ; b) 7,2 N e zero

23 (Ufesp-SP) Para que um carrinho de massa **m** adquira certa aceleração de módulo **a**, é necessário que a força resultante tenha módulo **F**. Qual é o módulo da força resultante para um carrinho de massa **2m** adquirir uma aceleração de módulo **3a**?

Resolução:

2ª Lei de Newton:

$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

1º carrinho: $F = m \ \ a$

2º carrinho: $F' = 2m \ \ 3a$

$F' = 6\,m \ \ a \ \Rightarrow \boxed{F' = 6\,F}$

Resposta: 6 F

24 Uma força resultante $\vec{F}$ produz num corpo de massa **m** uma aceleração de intensidade 2,0 m/s² e num corpo de massa **M**, uma aceleração de intensidade 6,0 m/s². Qual a intensidade da aceleração que essa mesma força produziria se fosse aplicada nesses dois corpos unidos?

Resolução:

2ª Lei de Newton:

$\vec{F} = m \ \ \vec{a}$

(I) $F = m \ \ 2{,}0 \ \Rightarrow \ m = \dfrac{F}{2{,}0}$ (1)

(II) $F = M \ \ 6{,}0 \ \Rightarrow \ M = \dfrac{F}{6{,}0}$ (2)

(III) $F = (M + M) \ \ a$ (3)

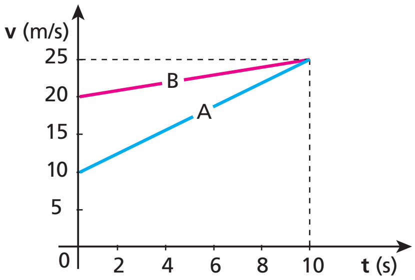
(1) e (2) em (3), temos:

$F = \left(\dfrac{F}{6{,}0} + \dfrac{F}{2{,}0}\right) \ a \ \Rightarrow \ F = \dfrac{4 \ F}{6{,}0} \cdot a$

$\boxed{a = 1{,}5 \text{ m/s}^2}$

Resposta: 1,5 m/s²

25 (PUC-PR) Dois corpos, **A** e **B**, de massas M_A e M_B, estão apoiados em uma superfície horizontal sem atrito. Sobre eles são aplicadas forças iguais. A variação de suas velocidades é dada pelo gráfico. Para os corpos, é correto afirmar que:



a) $M_A/M_B = 4$.
b) $M_A/M_B = 3$.
c) $M_A/M_B = \frac{1}{3}$.
d) $M_A/M_B = \frac{1}{2}$.
e) $M_A/M_B = 2$.

Resolução:

Corpo A: $F = M_A \ a_A = M_A \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_A$

$F = M_A \ \frac{15}{10}$ (I)

Corpo B: $F = M_B \ a_B = M_B \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_B$

$F = M_B \ \frac{5}{10}$ (II)

Comparando (I) em (II), temos:

$$M_A \ \frac{15}{10} = M_B \ \frac{5}{10} \Rightarrow \boxed{\frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{3}}$$

Resposta: c

26 Uma partícula de massa 4,0 kg parte do repouso no instante $t_0 = 0$, sob a ação de uma força resultante constante. Sabendo que no instante $t_1 = 2{,}0$ s sua velocidade escalar vale 10 m/s, calcule:
a) a aceleração escalar da partícula;
b) a intensidade da força resultante.

Resolução:
a) O movimento que a partícula realiza é retilíneo uniformemente acelerado.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{10 \text{ m/s}}{2{,}0 \text{ s}}$$

$$\boxed{a = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$$

b) **2ª Lei de Newton:**
$F = m \ a$
$F = 4{,}0 \cdot 5{,}0$ (N)

$$\boxed{F = 20 \text{ N}}$$

Respostas: a) 5,0 m/s²; b) 20 N

27 (Unicamp-SP) Um carro de massa 800 kg, andando a 108 km/h, freia bruscamente e pára em 5,0 s.
a) Qual o módulo da desaceleração do carro, admitida constante?
b) Qual a intensidade da força de atrito que a pista aplica sobre o carro durante a freada?

Resolução:
a) $v_0 = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow v_0 = 30 \text{ m/s}$

Movimento uniformemente variado:

$v = v_0 + \alpha \ t \Rightarrow 0 = 30 + \alpha \ 5{,}0$

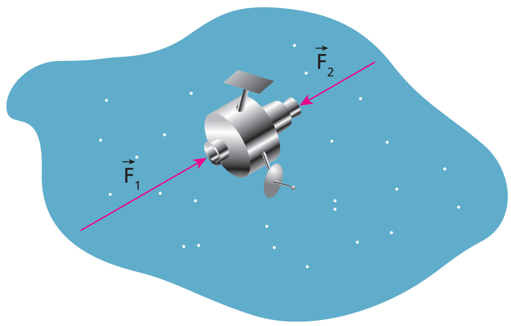
$\alpha = -6{,}0 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{a = |\alpha| = 6{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) **2ª Lei de Newton:** $F_{at} = m \ a$

$F_{at} = 800 \cdot 6{,}0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at} = 4{,}8 \text{ kN}}$

Respostas: a) 6,0 m/s²; b) 4,8 kN

28 Uma espaçonave de massa $8{,}0 \cdot 10^2$ kg em movimento retilíneo e uniforme num local de influências gravitacionais desprezíveis tem ativados simultaneamente dois propulsores que a deixam sob a ação de duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ de mesma direção e sentidos opostos, conforme está representado no esquema a seguir:

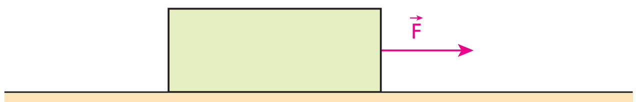


Sendo as intensidades de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ respectivamente iguais a 4,0 kN e 1,6 kN, determine o módulo, a direção e o sentido da aceleração vetorial adquirida pela espaçonave.

Resolução:
2ª Lei de Newton:
$\vec{F} = m \ \vec{a}$
$F_1 - F_2 = m \ a \Rightarrow (4{,}0 - 1{,}6) \cdot 10^3 = 8{,}0 \cdot 10^2 \ a$
$a = 3{,}0 \text{ m/s}^2$
A direção de $\vec{a}$ é a de $\vec{F}_1$ ou $\vec{F}_2$ e o sentido é o de $\vec{F}_1$.

Respostas: 3,0 m/s² na direção de $\vec{F}_1$ ou $\vec{F}_2$ e no sentido de $\vec{F}_1$.

29 (Puccamp-SP) Um corpo de massa 4,0 kg é arrastado num plano horizontal por uma força horizontal constante de intensidade F = 20 N, adquirindo aceleração a = 2,0 m/s².



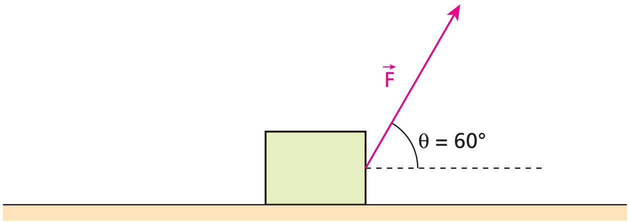
Qual a intensidade da força de atrito que atua sobre o corpo?

Resolução:
Aplicando a **2ª Lei de Newton**, temos:
$F_{res} = m\,a \Rightarrow F - F_{at} = m\,a$

$20 - F_{at} = 4{,}0 \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{F_{at} = 12 \text{ N}}$

Resposta: 12 N

30 Uma caixa contendo livros, com massa igual a 25 kg, será arrastada a partir do repouso sobre o solo plano e horizontal sob a ação de uma força constante $\vec{F}$ de intensidade 160 N, representada na figura abaixo:



Sabendo-se que ao longo do deslocamento a caixa receberá do solo uma força de atrito de intensidade 50 N, pede-se determinar:

a) a intensidade da aceleração que será adquirida pela caixa;

b) o intervalo de tempo que ela gastará para percorrer os primeiros 2,4 m.

Resolução:

a) **2ª Lei de Newton:**

$\vec{F} = m\ \vec{a}$

$F_x - F_{at} = m\ a \Rightarrow F \cos 60° - F_{at} = m\ a$

$160 \cdot \frac{1}{2} - 50 = 25\ a \Rightarrow \boxed{a = 1{,}2\ m/s^2}$

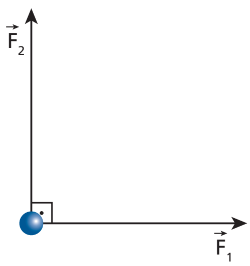
b) O movimento será retilíneo e uniformemente acelerado.

$\Delta s = v_0\, t + \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow 2{,}4 = \frac{1{,}2}{2} t^2$

$\boxed{t = 2{,}0\ s}$

Respostas: a) 1,2 m/s²; b) 2,0 s

31 O esquema a seguir representa uma partícula de massa igual a 1,0 kg, sujeita à ação exclusiva das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, perpendiculares. Sabendo que $|\vec{F}_1| = 3{,}0$ N e que o módulo da aceleração resultante da partícula vale 5,0 m/s², determine $|\vec{F}_2|$.



Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton:

$\vec{F} = m\ \vec{a}$

$F = 1{,}0\ \ 5{,}0\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 5{,}0\ N}$

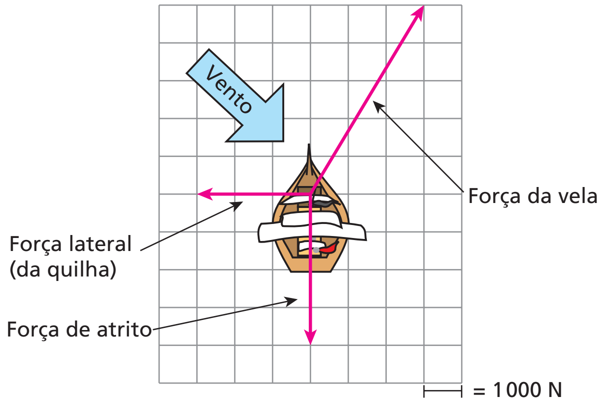
(II) Teorema de Pitágoras:

$F_1^2 + F_2^2 = F^2 \Rightarrow (3{,}0)^2 + F_2^2 = (5{,}0)^2$

$\boxed{F = 4{,}0\ N}$

Respostas: a) 5,0 N; b) 4,0 N

32 (Unicamp-SP – mod.) Na viagem do descobrimento, a frota de Cabral precisou navegar contra o vento uma boa parte do tempo. Isso só foi possível devido à tecnologia de transportes marítimos mais moderna da época: as caravelas. Nelas, o perfil das velas é tal que a direção do movimento pode formar um ângulo agudo com a direção do vento, como indicado pelo diagrama de forças a seguir:



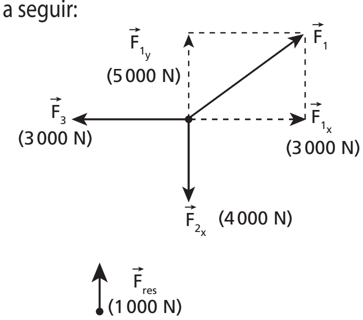
Considere uma caravela com massa de 20 000 kg.

a) Determine a intensidade, a direção e o sentido da força resultante sobre a embarcação.

b) Calcule o módulo da aceleração da caravela.

Resolução:

a) Para determinar as características da força resultante sobre a embarcação, convém decompor a força exercida pela vela, como indica a figura a seguir:



A força resultante tem intensidade de 1 000 N (1,0 kN), direção da força de atrito, porém sentido oposto ao dessa força.

b) **2ª Lei de Newton:**

$\vec{F}_{res} = m\ \vec{a}$

$1\,000 = 20\,000\ a \Rightarrow \boxed{a = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m/s^2}$

Respostas: a) 3,0 m/s² na direção de $\vec{F}_1$; b) $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m/s²

33 **E.R.** Uma bola está em repouso na marca do pênalti quando um jogador transmite a ela um poderoso chute rasteiro, fazendo-a sair com uma velocidade de 20 m/s. Sabendo que a bola tem massa de 0,50 kg e que a duração do impacto do pé do jogador com ela foi de $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calcule a intensidade da força média recebida pela bola por ocasião do chute.

Resolução:

Apliquemos à bola a **2ª Lei de Newton**, considerando que a força recebida por ocasião do chute é a resultante:

$$F_m = m\,a$$

No caso, o módulo da aceleração média que a bola adquire pode ser dado por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{\Delta t}$$

Assim:

$$F_m = m\frac{(v_{final} - v_{inicial})}{\Delta t}$$

Sendo m = 0,50 kg, v_{final} = 20 m/s, $v_{inicial}$ = 0 e $\Delta t = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calculemos F_m, que é a intensidade da força média que a bola recebe por ocasião do chute:

$$F_m = 0{,}50\,\frac{(20 - 0)}{1{,}0 \cdot 10^{-3}}\,(N) \Rightarrow \boxed{F_m = 1{,}0 \cdot 10^4\ N}$$

34 Um projétil de massa 10 g repousa na câmara de um fuzil quando o tiro é disparado. Os gases provenientes da explosão comunicam ao projétil uma força média de intensidade $1{,}2 \cdot 10^3$ N. Sabendo que a detonação do cartucho dura $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calcule o módulo da velocidade do projétil imediatamente após o disparo.

Resolução:
2ª Lei de Newton:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_m = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$1{,}2\ \ 10^3 = 10 \cdot 10^{-3}\,\frac{(v - 0)}{3{,}0 \cdot 10^{-3}}$$

$$\boxed{v = 3{,}6 \cdot 10^2\ m/s}$$

Resposta: $3{,}6 \cdot 10^2$ m/s

35 (Mack-SP) Um corpo em repouso de massa 1,0 t é submetido a uma resultante de forças, com direção constante, cuja intensidade varia em função do tempo (**t**), segundo a função F = 200 t, no Sistema Internacional, a partir do instante zero. A velocidade escalar desse corpo no instante t = 10 s vale:

a) 3,6 km/h.
b) 7,2 km/h.
c) 36 km/h.
d) 72 km/h.
e) 90 km/h.

Resolução:
2ª Lei de Newton:

$$\vec{F}_m = m\,\vec{a}_m \Rightarrow F_m = m \cdot \frac{(v - v_0)}{\Delta t}$$

Como a variação da intensidade da força resultante com o tempo é linear, o valor médio dessa intensidade no intervalo considerado pode ser calculado pela seguinte média aritmética:

$$F_m = \frac{F_0 + F_1}{2}$$

$$F_m = \frac{200 \cdot 0 + 200 \cdot 10}{2} \Rightarrow \boxed{F_m = 1\,000\ N}$$

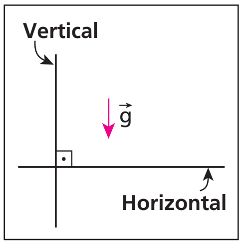
$$\text{Logo: } 1\,000 = 1\,000\,\frac{(v - 0)}{10} \Rightarrow \boxed{v = 10\ m/s = 36\ km/h}$$

Resposta: c

36 (Cesgranrio-RJ) Considere um helicóptero movimentando-se no ar em três situações diferentes:

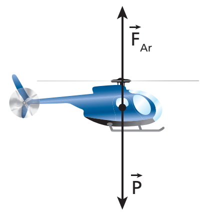
I. subindo verticalmente com velocidade escalar constante;
II. descendo verticalmente com velocidade escalar constante;
III. deslocando-se horizontalmente para a direita, em linha reta, com velocidade escalar constante.

A resultante das forças exercidas pelo ar sobre o helicóptero, em cada uma dessas situações, é corretamente representada por:



	I	II	III
a)	↑	↑	↑
b)	↑	↓	→
c)	↓	↑	←
d)	↓	↑	→
e)	↓	↓	↓

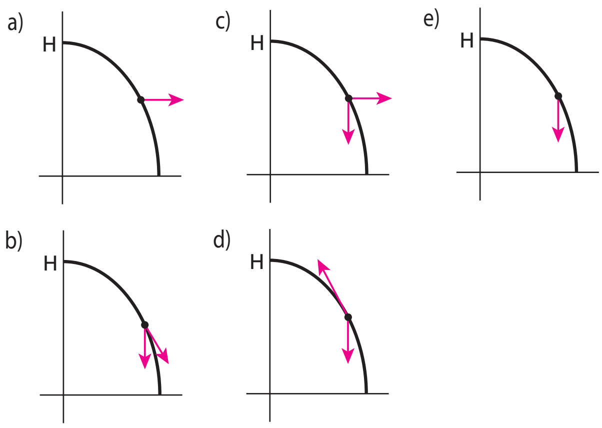
Resolução:
Nos três casos, sendo $\vec{F}_{Ar}$ a resultante das forças do ar sobre o helicóptero, temos:



MRU:
$\vec{F}_{Ar} + \vec{P} = \vec{0}$
(equilíbrio dinâmico)
Logo: $\vec{F}_{Ar} = -\vec{P}$
$\vec{F}_{Ar}$ é vertical e dirigida para cima.

Resposta: a

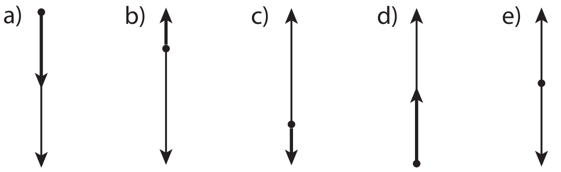
37 (Cesgranrio-RJ) Um pedaço de giz é lançado horizontalmente de uma altura **H**. Desprezando-se a influência do ar, a figura que melhor representa a(s) força(s) que age(m) sobre o giz é:



Resolução:
Durante o voo balístico que o giz realiza até o solo, ele fica sob a ação exclusiva da força peso (vertical para baixo).
É importante chamar a atenção para o fato de que a força horizontal só atua no giz no ato do seu lançamento.

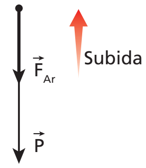
Resposta: e

38 (ESPCEX-SP) Na superfície da Terra, uma pessoa lança uma pedra verticalmente para cima. Considerando-se que a resistência do ar não é desprezível, indique a alternativa que representa as forças que atuam na pedra, no instante em que ela está passando pelo ponto médio de sua trajetória durante a subida. Despreze o empuxo do ar.



Resolução:

A pedra está sob a ação de duas forças verticais e dirigidas para baixo: seu peso ($\vec{A}$) e a força de resistência do ar ($\vec{F}_{Ar}$)



Resposta: a

39 E.R. Na Terra, um astronauta de massa **M** tem peso **P**. Supondo que na Lua a aceleração da gravidade seja um sexto da verificada na Terra, obtenha:

a) a massa do astronauta na Lua;
b) o peso do astronauta na Lua.

Resolução:

a) A massa de um corpo independe do local, sendo a mesma em qualquer ponto do Universo. Assim, na Lua, a massa do astronauta também será igual a **M**.

b) O peso **P** do astronauta na Terra é dado por:

$$P = M\,g$$

O peso (P') do astronauta na Lua será dado por:

$$P' = M\,g'$$

Sendo $g' = \frac{1}{6}\,g$, segue que:

$$P' = M\,\frac{1}{6}\,g = \frac{1}{6}\,M\,g$$

Daí:

$$\boxed{P' = \frac{1}{6}\,P}$$

40 Na Terra, num local em que a aceleração da gravidade vale $9{,}8\ m/s^2$, um corpo pesa 49 N. Esse corpo é, então, levado para a Lua, onde a aceleração da gravidade vale $1{,}6\ m/s^2$.

Determine:

a) a massa do corpo;
b) seu peso na Lua.

Resolução:

a) **Na Terra:** $P_T = m\,g_T$

$49 = m \cdot 9{,}8 \ \Rightarrow \ \boxed{m = 5{,}0\ kg}$

b) **Na Lua:** $P_L = m\,g_L$

$P_L = 5{,}0 \cdot 1{,}6\ (N) \ \Rightarrow \ \boxed{P_L = 8{,}0\ N}$

Respostas: a) 5,0 kg; b) 8,0 N

41 Num local em que a gravidade é normal ($9{,}8\ m/s^2$), um bloco de concreto pesa 20 kgf. Determine:

a) a massa do bloco em kg;
b) o peso do bloco em newtons.

Resolução:

a) Se a gravidade é normal, a massa em kg é numericamente igual ao peso em kgf; logo:

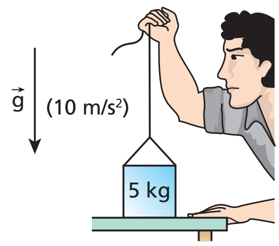
$\boxed{m = 20\ kg}$

b) $P = m\,g \Rightarrow P = 20 \cdot 9{,}8\ (N)$

$\boxed{P = 196\ N}$

Respostas: a) 20 kg; b) 196 N

42 (Fuvest-SP) Um homem tenta levantar uma caixa de 5 kg, que está sobre uma mesa, aplicando uma força vertical de 10 N.

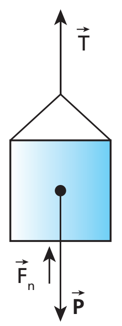


Nesta situação, o valor da força que a mesa aplica na caixa é de:

a) 0 N. b) 5 N. c) 10 N. d) 40 N. e) 50 N.

Resolução:

Na figura a seguir, estão representadas as forças que agem na caixa:



Condições de equilíbrio:

$F_n + T = P$

$F_n = m\,g - T$

$F_n = 5 \cdot 10 - 10\ (N)$

$\boxed{F_n = 40\ N}$

Resposta: d

43 E.R. Um bloco de massa 2,0 kg é acelerado verticalmente para cima com 4,0 m/s², numa região em que a influência do ar é desprezível. Sabendo que, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s², calcule:

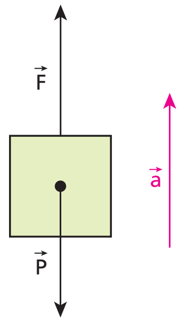
a) a intensidade do peso do bloco;
b) a intensidade da força vertical ascendente que age sobre ele.

Resolução:

a) O peso do bloco é calculado por: $P = m\,g$.
Com $m = 2{,}0$ kg e $g = 10$ m/s², vem:

$$P = 2{,}0 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{P = 20 \text{ N}}$$

b) O esquema abaixo mostra as forças que agem no bloco:



Aplicando ao bloco o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, calculemos a intensidade de $\vec{F}$:

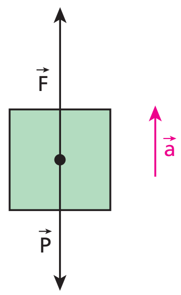
$$F - P = m\,a \Rightarrow F - 20 = 2{,}0 \cdot 4{,}0$$

$$\boxed{F = 28 \text{ N}}$$

44 (UFMT) Um corpo de massa 5,0 kg é puxado verticalmente para cima por uma força $\vec{F}$, adquirindo uma aceleração constante de intensidade igual a 2,0 m/s², dirigida para cima. Adotando $g = 10$ m/s² e desprezando o efeito do ar, determine a intensidade de $\vec{F}$.

Resolução:
2ª Lei de Newton:

$F - P = m\,a$
$F - m\,g = m\,a$
$F = m\,(g + a)$
$F = 5{,}0 \cdot (10 + 2{,}0)$ (N)
$\boxed{F = 60 \text{ N}}$



Resposta: 60 N

45 Um garoto arremessa verticalmente para cima uma pedra, que passa a mover-se sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre. A influência do ar é desprezível. A alternativa que representa corretamente os vetores força resultante na pedra ($\vec{F}$), aceleração resultante ($\vec{a}$) e velocidade instantânea ($\vec{v}$), em dado instante do movimento de subida, é:

a) $\uparrow\vec{F}\uparrow\vec{a}\uparrow\vec{v}$
b) $\uparrow\vec{F}\downarrow\vec{a}\uparrow\vec{v}$
c) $\downarrow\vec{F}\downarrow\vec{a}\uparrow\vec{v}$
d) $\uparrow\vec{F}\downarrow\vec{a}\downarrow\vec{v}$
e) $\downarrow\vec{F}\downarrow\vec{a}\downarrow\vec{v}$

Resolução:

- A força resultante na pedra é a força peso (vertical para baixo).
- A aceleração resultante da pedra é a aceleração da gravidade (vertical para baixo).
- A velocidade vetorial da pedra durante a subida é vertical para cima.

Resposta: c

46 Na Terra, num local em que a aceleração da gravidade é normal, uma sonda espacial pesa $5{,}0 \cdot 10^2$ kgf. Levada para um planeta **X**, seu peso passa a valer $1{,}0 \cdot 10^4$ N. Determine:

a) a massa da sonda na Terra e no planeta **X**;
b) o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta **X**.

Resolução:

a) A massa da sonda na Terra ou no planeta **X**, em kg, é numericamente igual ao peso desse corpo na Terra, em kgf, num local em que a aceleração da gravidade é normal. Logo:

$\boxed{m = 5{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}}$

b) $P_x = m\ g_x \Rightarrow 1{,}0 \cdot 10^4 = 5{,}0 \cdot 10^2\, g_x$

$\boxed{g_x = 20 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) $5{,}0 \cdot 10^2$ kg; b) 20 m/s²

47 (Unip-SP) Uma balança de farmácia (balança de mola) foi graduada em kg em um local onde $g = 9{,}8$ m/s². A balança é levada para um local onde $g = 10$ m/s². Nesse novo local, uma pessoa de massa 49 kg sobe na balança.
A leitura na balança será de:

a) 9,8 kg.
b) 10 kg.
c) 49 kg.
d) 50 kg.
e) 490 kg.

Resolução:
A indicação da balança é diretamente proporcional à intensidade da aceleração da gravidade local.

$$I = k\,g$$

Local 1: $49 = k\ 9{,}8$ (I)
Local 2: $I_2 = k\ 10$ (II)

Dividindo (II) por (I), temos:

$$\frac{I_2}{49} = \frac{k\ 10}{k\ 9{,}8} \Rightarrow I_2 = 50 \text{ kg}$$

Resposta: d

48 (UFMG) Na Terra, um fio de cobre é capaz de suportar, em uma de suas extremidades, massas suspensas de até 60 kg sem se romper. Considere a aceleração da gravidade, na Terra, igual a 10 m/s² e, na Lua, igual a 1,5 m/s².

a) Qual a intensidade da força máxima que o fio poderia suportar na Lua?
b) Qual a maior massa de um corpo suspenso por esse fio, na Lua, sem que ele se rompa?

Resolução:

a) O limite da resistência à tração do fio independe do local.
$T_{máx} = m_{máx}\ g_T \Rightarrow T_{máx} = 60 \cdot 10$ (N)

$\boxed{T_{máx} = 6{,}0 \cdot 10^2 \text{ N}}$

b) $T_{máx} = m'_{máx}\,g_L \Rightarrow 6{,}0 \cdot 10^2 = m'_{máx}\ 1{,}5$

$\boxed{m'_{máx} = 4{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}}$

Respostas: a) $6{,}0 \cdot 10^2$ N; b) $4{,}0 \cdot 10^2$ kg

49 (Fuvest-SP) Um fio, de massa desprezível, está preso verticalmente por uma de suas extremidades a um suporte. A tração máxima que o fio suporta, sem se romper, é de 5,80 N. Foram pendurados, sucessivamente, objetos de 50 g cada, separados um do outro por uma distância de 10 cm, até o fio se romper.
Adotando $g = 10\ m/s^2$, responda:

a) Quantos objetos foram pendurados?
b) Onde o fio se rompeu?

Resolução:

a) $T_{máx} = n_{máx}\ m\ g \Rightarrow 5{,}80 = n_{máx} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$n_{máx} = 11{,}6$

Se o fio se rompeu, conclui-se que foi superado o valor de $n_{máx}$. Por isso, o primeiro inteiro acima de $n_{máx}$ é:

$\boxed{n = 12 \text{ objetos}}$

b) Se o fio se rompeu em um ponto entre a extremidade fixa e o primeiro objeto, região em que se estabelece a maior tração.

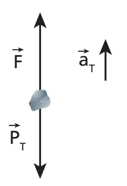
Respostas: a) 12 objetos; b) O fio se rompeu em um ponto entre a extremidade fixa e o primeiro objeto.

50 Um robô foi projetado para operar no planeta Marte, porém ele é testado na Terra, erguendo verticalmente a partir do repouso e ao longo de um comprimento **d** um pedaço de rocha de massa igual a 5,0 kg com aceleração constante de módulo 2,0 m/s². Remetido ao seu destino e trabalhando sempre com a mesma calibração, o robô iça verticalmente, também a partir do repouso e ao longo do mesmo comprimento **d**, uma amostra do solo marciano de massa idêntica à do pedaço de rocha erguido na Terra. Sabendo que na Terra e em Marte as acelerações da gravidade têm intensidades respectivamente iguais a 10,0 m/s² e 4,0 m/s², determine:

a) a intensidade da força que o robô exerce para erguer o pedaço de rocha na Terra;
b) o módulo da aceleração adquirida pela amostra do solo marciano;
c) a relação entre os tempos de duração da operação em Marte e na Terra.

Resolução:

a) **2ª Lei de Newton:**



$F - P_T = m\ a_T$

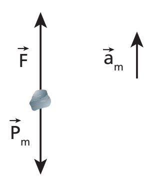
$F - m\ g_T = m\ a_T$

$F = m\ (g_T + a_T)$

$F = 5{,}0\ (10{,}0 + 2{,}0)\ (N)$

$\boxed{F = 60{,}0\ N}$

b) **2ª Lei de Newton:**



$F - P_M = m\ a_M$

$F - m\ g_M = m\ a_M$

$60{,}0 - 5{,}0 \cdot 4{,}0 = 5{,}0\ a_M$

$\boxed{a_M = 8{,}0\ m/s^2}$

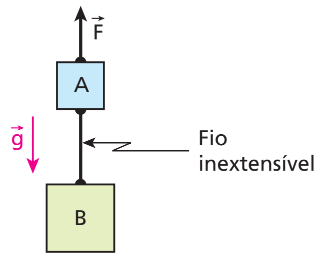
c) **Movimento uniformemente variado:**

$d = \frac{a}{2}t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\,d}{a}}$

$$\frac{t_M}{t_T} = \frac{\sqrt{\frac{2\,d}{8{,}0}}}{\sqrt{\frac{2\,d}{2{,}0}}} = \sqrt{\frac{2{,}0}{8{,}0}} \Rightarrow \boxed{\frac{t_M}{t_T} = \frac{1}{2}}$$

Respostas: a) 60,0 N; b) 8,0 m/s²; c) $\frac{1}{2}$

51 No esquema a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg. Desprezam-se o peso do fio e a influência do ar.



Sendo $|\vec{F}| = 80$ N e adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:

a) O peso total do sistema é:

$P_{AB} = (m_A + m_B)\ g \Rightarrow P_{AB} = (2{,}0 + 3{,}0) \cdot 10\ (N)$

$\boxed{P_{AB} = 50\ N}$

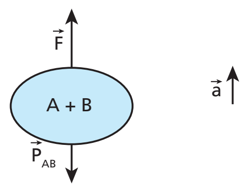
Como $F > P_{AB}$, o sistema é acelerado verticalmente para cima.

2ª Lei de Newton:

$F - P_{AB} = (m_A + m_B)\ a$

$80 - 50 = (2{,}0 + 3{,}0)\ a$

$\boxed{a = 6{,}0\ m/s^2}$

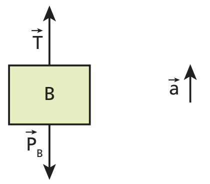


b) **2ª Lei de Newton:**

$T - P_B = m_B\ a$

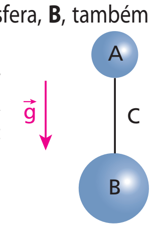
$T - 3{,}0 \cdot 10 = 3{,}0 \cdot 6{,}0$

$\boxed{T = 48\ N}$



Respostas: a) 6,0 m/s²; b) 48 N

52 E.R. Uma esfera maciça, **A**, de peso **P**, está ligada por um fio inextensível, **C**, de massa desprezível, a outra esfera, **B**, também maciça, de peso P' = 2P. O conjunto é abandonado no vácuo, sem velocidade inicial, e executa um movimento de queda livre com o fio reto na vertical. A aceleração da gravidade tem intensidade **g**. Calcule:

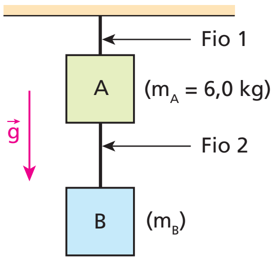


a) os módulos das acelerações das esferas **A** e **B**;
b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

a) Como as esferas **A** e **B** estão em queda livre, sua aceleração é igual à da gravidade: **g**.
b) A força resultante em cada esfera em queda livre é o seu próprio peso. Por isso, as duas esferas não interagem com o fio, que permanece frouxo sem estar tracionado (tração nula).

53 Na situação esquematizada na figura abaixo, os blocos **A** e **B** encontram-se em equilíbrio, presos a fios ideais iguais, que suportam uma tração máxima de 90 N.



Sabendo que $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

a) a maior massa m_B admissível ao bloco **B**, de modo que nenhum dos fios arrebente;

b) a intensidade da força de tração no fio 2, supondo que o fio 1 se rompeu e que os blocos estão em queda livre na vertical.

Resolução:

a) A tração de maior intensidade se estabelece no fio 1:

$T_{1_{máx}} = P_{máx} \Rightarrow T_{1_{máx}} = (m_A + m_{B_{máx}})\ g$

$90 = (6{,}0 + m_{B_{máx}})\ 10$

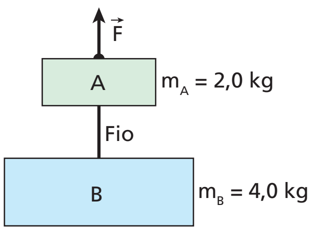
$9{,}0 = 6{,}0 + m_{B_{máx}}$

$\boxed{m_{B_{máx}} = 3{,}0 \text{ kg}}$

b) Sistema em queda livre: $T_2 = 0$.

Respostas: a) 3,0 kg; b) Tração nula

54 (PUC-PR – mod.) Sobre o bloco **A**, de massa 2,0 kg, atua a força vertical $\vec{F}$. O bloco **B**, de massa 4,0 kg, é ligado ao **A** por um fio inextensível, de massa desprezível e alta resistência à tração.
Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Considere as proposições:

I. Se F = 60 N, o sistema está em equilíbrio e a tração no fio é 50 N.

II. Se F = 120 N, o sistema está em movimento acelerado e a tração no fio é 40 N.

III. Se F = 0, o sistema tem uma aceleração de 10 m/s² e a tração no fio é nula.

IV. Se F = 12 N, o sistema está em movimento acelerado e a tração no fio é 8,0 N.

a) Apenas IV está correta.

b) Todas estão corretas.

c) Apenas I está correta.

d) Apenas I, II e III estão corretas.

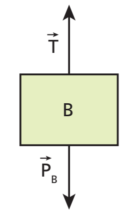
e) Apenas III e IV estão corretas.

Resolução:

$P_{AB} = (M_a + M_b)\ g \Rightarrow P_{AB} = (2{,}0 + 4{,}0)\ 10 \text{ (N)}$

$\boxed{P_{AB} = 60 \text{ N}}$

(I) Incorreta.



Se $F = P_{AB} = 60$ N, o sistema está em equilíbrio.

$T = P_B \Rightarrow T = M_b\ g$

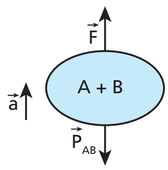
$T = 4{,}0 \cdot 10 \text{ (N)}$

$\boxed{T = 40 \text{ N}}$

(II) Incorreta.

Se $F > P_{AB}$, o sistema acelera verticalmente para cima.

2ª Lei de Newton:

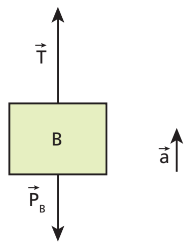


$F - P_{AB} = (M_a + M_b)\ a$

$120 - 60 = (2{,}0 + 4{,}0)\ a$

$\boxed{a = 10 \text{ m/s}^2}$

2ª Lei de Newton:



$T - P_B = M_b\ a$

$T - 4{,}0 \cdot 10 = 4{,}0 \cdot 10$

$\boxed{T = 80 \text{ N}}$

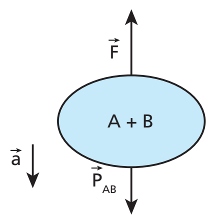
(III) Correta.

Sistema em queda livre.

(IV) Correta.

Se $F < P_{AB}$, o sistema acelera verticalmente para baixo.

2ª Lei de Newton:

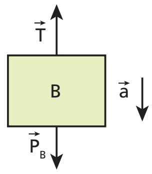


$P_{AB} - F = (M_a + M_b)\ a$

$60 - 12 = (2{,}0 + 4{,}0)\ a$

$\boxed{a = 8{,}0 \text{ m/s}^2}$

2ª Lei de Newton:



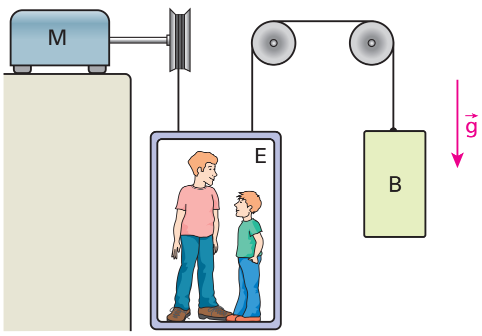
$P_B - T = M_b \; a$

$4{,}0 \cdot 10 - T = 4{,}0 \cdot 8{,}0$

$\boxed{T = 8{,}0 \text{ N}}$

Resposta: e

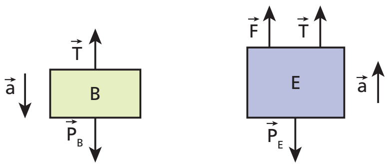
55 Considere o esquema abaixo, em que estão representados um elevador **E** de massa igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg (incluída a massa do seu conteúdo), um contrapeso **B** de massa igual a $5{,}0 \cdot 10^2$ kg e um motor elétrico **M** que exerce no cabo conectado em **E** uma força vertical constante $\vec{F}$. Os dois cabos têm massas desprezíveis, são flexíveis e inextensíveis e as polias são ideais. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Se o elevador está acelerado para cima, com aceleração de módulo $0{,}20 \text{ m/s}^2$, a intensidade de $\vec{F}$ é:

a) $4{,}7 \cdot 10^3$ N;
b) $5{,}0 \cdot 10^3$ N;
c) $5{,}2 \cdot 10^3$ N;
d) $5{,}3 \cdot 10^3$ N;
e) $5{,}5 \cdot 10^3$ N.

Resolução:



2ª Lei de Newton:

$P_B - T = m_B \; a$

$5{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 - T = 5{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}20$

$\boxed{T = 4{,}9 \cdot 10^3 \text{ N}}$

2ª Lei de Newton:

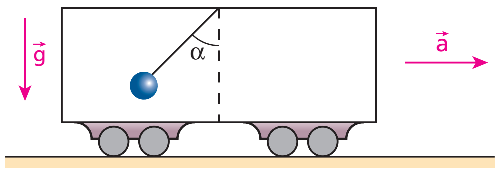
$F + T - P_E = m_E \; a$

$F + 4{,}9 \cdot 10^3 - 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}20$

$\boxed{F = 5{,}3 \cdot 10^3 \text{ N}}$

Resposta: d

56 E.R. Considere um veículo, como o representado abaixo, em movimento retilíneo sobre um plano horizontal. Pelo fato de estar acelerado para a direita, um pêndulo preso ao seu teto desloca-se em relação à posição de equilíbrio, formando um ângulo **α** com a vertical.

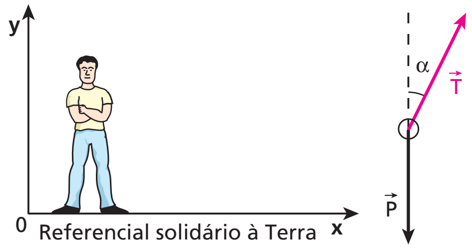


São conhecidos o ângulo **α**, o módulo da aceleração da gravidade (**g**) e a massa da esfera (**m**) atada ao fio ideal.

a) Qual o módulo da aceleração $\vec{a}$ do veículo?
b) O módulo de $\vec{a}$ depende de **m**?

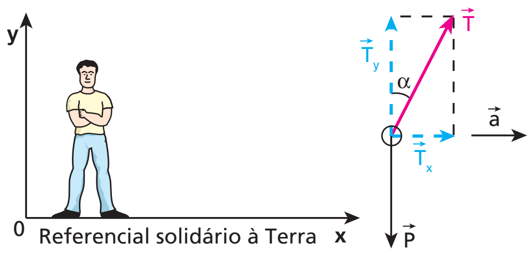
Resolução:

a) Isolemos a esfera pendular e identifiquemos as forças que nela agem em relação a um referencial inercial, isto é, todo aquele para o qual vale o Princípio da Inércia:



Na esfera pendular, agem duas forças: seu peso ($\vec{P}$) e a força de tração devida ao fio ($\vec{T}$).

Façamos a decomposição de $\vec{T}$ nas direções horizontal e vertical:



Temos:

$$T_x = T \text{ sen } \alpha \quad \text{(I)} \qquad \text{e} \qquad T_y = T \cos \alpha \quad \text{(II)}$$

Para o observador fixo na Terra, a esfera pendular não é acelerada verticalmente. Isso significa que $\vec{T}_y$ equilibra $\vec{P}$, o que nos leva a escrever:

$$T_y = P \Rightarrow T_y = m\,g \qquad \text{(III)}$$

Para o mesmo observador fixo na Terra, a esfera pendular possui movimento com aceleração dirigida para a direita, juntamente com o veículo. A resultante que acelera a esfera pendular em relação à Terra é $\vec{T}_x$. Aplicando a **2ª Lei de Newton**, vem:

$$T_x = m\,a \qquad \text{(IV)}$$

Comparando as expressões (I) e (IV), obtemos:

$$m\,a = T \text{ sen } \alpha \qquad \text{(V)}$$

Comparando as expressões (III) e (II), vem:

$$m\,g = T \cos \alpha \qquad \text{(VI)}$$

Dividindo (V) e (VI) membro a membro, temos:

$$\frac{ma}{mg} = \frac{T \operatorname{sen} \alpha}{T \cos \alpha} \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$$

Donde: $\boxed{a = g \operatorname{tg} \alpha}$

b) O módulo de $\vec{a}$ não depende de **m**, que foi cancelada nos cálculos.

57 (Ufla-MG) Um caminhão-guincho em movimento retilíneo numa pista horizontal tem aceleração constante de intensidade **a**. Ele transporta uma carga de massa **M** sustentada por uma corda leve presa em sua traseira. Nessas condições, o pêndulo, constituído pela carga e a corda, permanece deslocado em um ângulo **θ** em relação à vertical, conforme representa a figura:

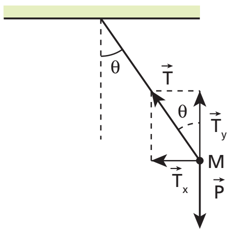
Sendo **g** a intensidade da aceleração da gravidade, sen θ = $\frac{1}{2}$ e cos θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, aponte a alternativa que traz o valor correto de **a**:

a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$g.   b) $\frac{1}{2}$g.   c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$g.   d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$g.   e) $\sqrt{3}$g.

Resolução:

(I) Equilíbrio na vertical:

$T_y = P \Rightarrow T_y = M\ g$



(II) Movimento acelerado na horizontal:

$T_x = F_{res} \Rightarrow T_x = M\ a$ ← $\vec{a}$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{T_x}{T_y} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \frac{M\ a}{M\ g}$$

(III) $\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a}{g} \Rightarrow \boxed{a = \frac{\sqrt{3}}{3}\ g}$

Resposta: c

58 Na figura 1, mostra-se um duplo pêndulo em equilíbrio, constituído de fios leves e inextensíveis e duas esferas **A** e **B** de massas **M** e **2M** respectivamente.

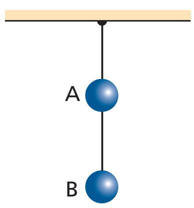


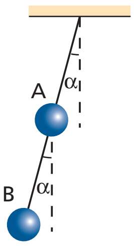
Figura 1

Na figura 2, aparece um carro em cujo teto está dependurado o duplo pêndulo. O carro, em movimento para a direita, inicia, em dado instante, uma freada com desaceleração constante.

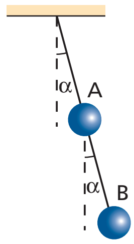
Figura 2

Das alternativas a seguir, a que melhor representa o duplo pêndulo durante a freada é:

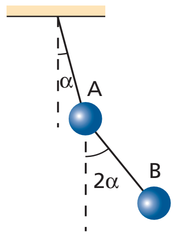
a)



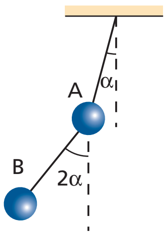
c)



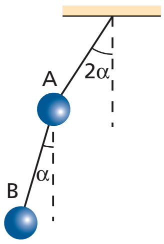
e)



b)



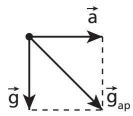
d)



Resolução:

O duplo pêndulo alinha-se na direção do "prumo" reinante dentro do carro, que está de acordo com a gravidade aparente ($\vec{g}_{ap}$), dada por:

$\boxed{\vec{g}_{ap} = \vec{g} + \vec{a}_i}$



em que:

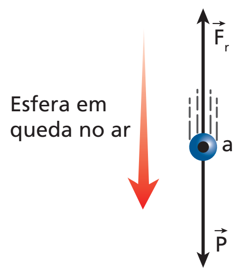
$\vec{a}_i$ = aceleração da inércia, definida no referencial do carro.

O ângulo de inclinação dos fios dos pêndulos independem das respectivas massas. Logo, a figura que melhor representa o duplo pêndulo durante a freada é a contida na alternativa **c**.

Resposta: c

59 E.R. Um corpo de massa 4,0 kg cai, a partir do repouso, no campo gravitacional terrestre, suposto de intensidade constante, de módulo 10 m/s². A força de resistência que o corpo recebe do ar durante a queda tem intensidade dada, em newtons, pela expressão $F_r = 10v^2$, em que **v** é o módulo de sua velocidade. Admitindo que a altura de queda seja suficientemente grande, calcule a velocidade-limite atingida pelo corpo.

Resolução:



Durante a queda, duas forças agem no corpo: o peso ($\vec{P}$) e a força de resistência do ar ($\vec{F}_r$).

A intensidade de $\vec{F}_r$ cresce a partir de zero. A intensidade de $\vec{P}$, entretanto, é constante.

À medida que o corpo ganha velocidade durante a queda, $\vec{F}_r$, se intensifica, atingindo, depois de certo intervalo de tempo, o mesmo valor de $\vec{P}$.

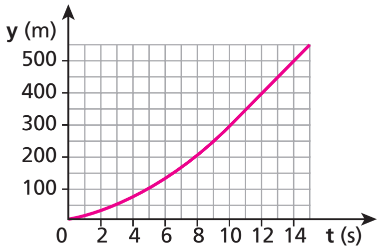
A partir daí, a velocidade estabiliza, assumindo um valor constante denominado **velocidade-limite**.

Condição de velocidade-limite:
$F_r = P \Rightarrow F_r = m\,g$

$10\,v^2_{lim} = 4{,}0 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v_{lim} = 2{,}0 \text{ m/s}}$

60 (Fuvest-SP) O gráfico seguinte descreve o deslocamento vertical **y**, para baixo, de um surfista aéreo de massa igual a 75 kg, em função do tempo **t**. A origem y = 0, em t = 0, é tomada na altura do salto. Nesse movimento, a força **R** de resistência do ar é proporcional ao quadrado da velocidade **v** do surfista ($R = k\,v^2$, em que **k** é uma constante que depende principalmente da densidade do ar e da geometria do surfista). A velocidade inicial do surfista é nula; cresce com o tempo, por aproximadamente 10 s; e tende para uma velocidade constante denominada velocidade-limite (v_L).

Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:



a) o valor da velocidade-limite v_L;
b) o valor da constante **k** no SI;
c) a aceleração do surfista quando sua velocidade é a metade da velocidade-limite.

Resolução:

a) Analisando o gráfico no intervalo de 10 s a 14 s, temos:

$$v_L = \frac{\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow v_L = \frac{200 \text{ m}}{4{,}0 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{v_L = 50 \text{ m/s}}$$

b) A partir do instante em que $v = v_L$, temos:
$R = P$.
Logo:
$R = P \Rightarrow k\,v_L^2 = m\,g$

$$k \cdot (50)^2 = 75 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{k = 0{,}30 \frac{Ns^2}{m^2}}$$

c) $$R = k\left(\frac{v_L}{2}\right)^2 \Rightarrow R = 0{,}30\left(\frac{50}{2}\right)^2 \text{(N)}$$

$\boxed{R = 187{,}5 \text{ N}}$

2ª Lei de Newton:
$P - R = m\,a$
$75 \cdot 10 - 187{,}5 = 75\,a$
$\boxed{a = 7{,}5 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 50 m/s; b) $0{,}30 \frac{Ns^2}{m^2}$; c) 7,5 m/s²

61 (Unifesp-SP) Em um salto de paraquedismo, identificam-se duas fases do movimento de queda do paraquedista. Nos primeiros instantes do movimento, ele é acelerado. Devido à força de resistência do ar, porém, o seu movimento passa rapidamente a ser uniforme com velocidade v_1, com o paraquedas ainda fechado. A segunda fase tem início no momento em que o paraquedas é aberto. Rapidamente, ele entra novamente em um regime de movimento uniforme, com velocidade v_2. Supondo-se que a densidade do ar é constante, a intensidade da força de resistência do ar sobre um corpo é proporcional à área sobre a qual atua a força e ao quadrado de sua velocidade. Se a área efetiva aumenta 100 vezes no momento em que o paraquedas se abre, pode-se afirmar que:

a) $v_2/v_1 = 0{,}08$.
b) $v_2/v_1 = 0{,}10$.
c) $v_2/v_1 = 0{,}15$.
d) $v_2/v_1 = 0{,}21$.
e) $v_2/v_1 = 0{,}30$.

Resolução:

O fenômeno pode ser descrito qualitativamente pelo gráfico da velocidade do paraquedista em função do tempo.

A intensidade da força de resistência do ar deve ser expressa por:

$F_{ar} = k\;A\;v^2$

(I) Com o paraquedas fechado:
$F_{ar_1} = P \Rightarrow k\;A\;v_1^2 = P$ (1)

(II) Com o paraquedas aberto:
$F_{ar_2} = P \Rightarrow k\;100\;A\;v_2^2 = P$ (2)

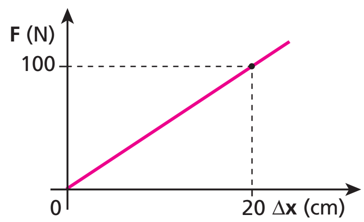
Comparando (1) e (2), temos:

$$k\;100\;A\;v_2^2 = k\;A\;v_1^2 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

Donde: $$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{\frac{v_2}{v_1} = 0{,}1}$$

Resposta: b

62 O gráfico ao lado mostra como varia a intensidade da força de tração aplicada em uma mola em função da deformação estabelecida:



Determine:
a) a constante elástica da mola (em N/m);
b) a intensidade da força de tração para a deformação de 5,0 cm.

Resolução:

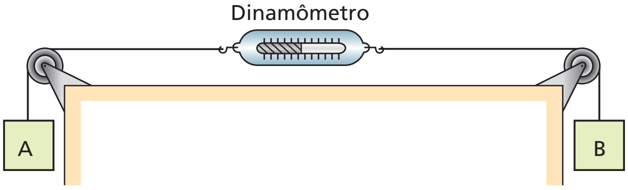
a) **Lei de Hooke:** $F = K\,\Delta x$
Para F = 100N , tem-se:
$\Delta x = 20 \text{ cm} = 0{,}20 \text{ m}$; logo:

$100 = K\,0{,}20 \Rightarrow \boxed{K = 5{,}0 \cdot 10^2 \text{ N/m}}$

b) $F = K\,\Delta x$
Com $K = 5{,}0 \cdot 10^2$ N/m e $\Delta x = 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ m
Vem:
$F = 5{,}0 \cdot 10^2 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2}$ (N) $\Rightarrow \boxed{F = 25 \text{ N}}$

Respostas: a) $5{,}0 \cdot 10^2$ N/m; b) 25 N

63 Na montagem do esquema, os blocos **A** e **B** têm pesos iguais a 100 N cada um:



A indicação do dinamômetro ideal, que está graduado em newtons, é de:

a) 400 N; b) 200 N; c) 100 N; d) 50 N; e) zero.

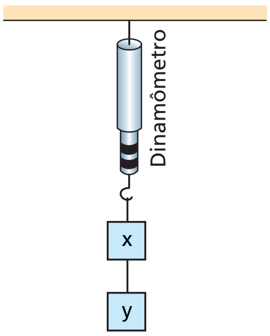
Resolução:

O dinamômetro indica a intensidade da força de tração nas suas extremidades.

$I = T \Rightarrow \boxed{I = 100\ N}$

Resposta: c

64 (UFRGS) Um dinamômetro fornece uma leitura de 15 N quando os corpos **x** e **y** estão pendurados nele, conforme mostra a figura. Sendo a massa de **y** igual ao dobro da de **x**, qual a tração na corda que une os dois corpos?



Resolução:

(I) $P_x + P_y = I \Rightarrow 2\,M\,g + M\,g = 15$

Donde: $M\,g = 5$ (1)

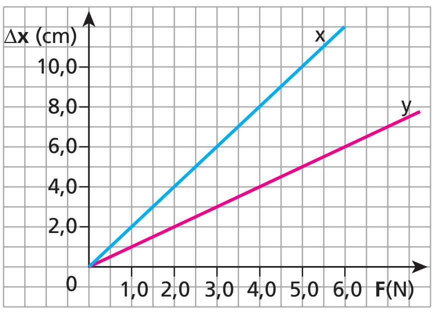
(II) $T = P_y \Rightarrow T = 2\,M\,g$ (2)

(1) em (2): $T = 2 \cdot 5$ (N)

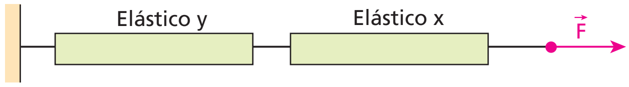
$\boxed{T = 10\ N}$

Resposta: 10 N

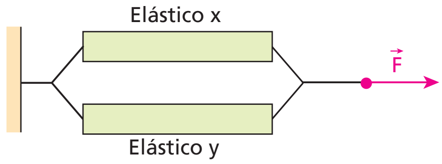
65 (UFRN) No gráfico seguinte, estão representadas as distensões (Δx) de dois elásticos (**x** e **y**) em função do módulo (**F**) da força de tração aplicada em cada um deles separadamente:



a) Suponha que os elásticos sejam associados em série, como mostra a figura abaixo. Qual é o valor da constante elástica deste sistema em N/cm?



b) Se os elásticos forem associados em paralelo, como mostra a figura a seguir, qual será o valor da constante elástica do sistema em N/cm?



Resolução:

Calculemos, inicialmente, as constantes elásticas dos elásticos **x** e **y**.

Do gráfico, temos:

Elástico **x**: $K_x = \left(\frac{F}{\Delta x}\right)_x = \frac{5{,}0\ N}{10\ cm} = 0{,}50\ N/cm$

Elástico **y**: $K_y = \left(\frac{F}{\Delta x}\right)_y = \frac{5{,}0\ N}{5{,}0\ cm} = 1{,}0\ N/cm$

a) **Elásticos em série:** a força de tração na associação é comum aos dois elásticos e a deformação total é a soma das deformações individuais.

$\Delta x = \Delta x_x + \Delta x_y \Rightarrow \frac{F}{K} = \frac{F}{0{,}50} + \frac{F}{1{,}0}$

Da qual: $\boxed{K = \frac{1}{3}\ N/cm}$

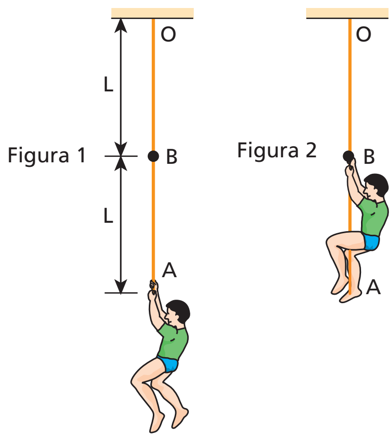
b) **Elásticos em paralelo:** a força de tração na associação é dada pela soma das trações nos dois elásticos e a deformação total é igual à deformação em cada elástico.

$F = F_x + F_y \Rightarrow K\ \ \Delta x = 0{,}50\ \ \Delta x + 1{,}0\ \Delta x$

Donde: $\boxed{K = 1{,}5\ N/cm}$

Respostas: a) $\frac{1}{3}$ N/cm; b) 1,5 N/cm

66 Um garoto está em repouso dependurado na extremidade **A** de uma corda elástica de massa desprezível, como ilustra a figura 1. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_1. O garoto sobe, então, permanecendo em repouso dependurado no ponto **B**, como ilustra a figura 2. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_2.



Se a intensidade da aceleração da gravidade é constante, a expressão que relaciona corretamente x_2 e x_1 é:

a) $x_2 = 4\,x_1$;

b) $x_2 = 2\,x_1$;

c) $x_2 = x_1$;

d) $x_2 = \frac{x_1}{2}$;

e) $x_2 = \frac{x_1}{4}$.

Resolução:
Representemos por **K** as constantes elásticas individuais dos segmentos AB e BO do elástico.

Figura 1: Segmentos em série $\left(K_1 = \frac{K}{2}\right)$

$$F_1 = K_1\ \Delta x_1 \Rightarrow m\ g = \frac{K}{2} x_1 \qquad \text{(I)}$$

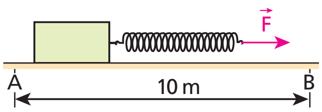
Figura 2: $F_2 = K_2\,\Delta x_2 \Rightarrow m\ g = K\ x_2 \qquad$ (II)

Comparando (I) e (II), temos:

$$K\ x_2 = \frac{K}{2}\ x_1 \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{x_1}{2}}$$

Resposta: d

67 (FEI-SP) O bloco da figura, de massa m = 4,0 kg, desloca-se sob a ação de uma força horizontal constante de intensidade **F**. A mola ideal, ligada ao bloco, tem comprimento natural (isto é, sem deformação) $\ell_0 = 14{,}0$ cm e constante elástica K = 160 N/m.



Desprezando-se as forças de atrito e sabendo-se que as velocidades escalares do bloco em **A** e **B** são, respectivamente, iguais a 4,0 m/s e 6,0 m/s, qual é, em centímetros, o comprimento da mola durante o movimento?

Resolução:

(I) O movimento é retilíneo uniformemente acelerado. Logo, pela **equação de Torricelli**, temos:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2\,a\,\Delta s \Rightarrow (6{,}0)^2 = (4{,}0)^2 + 2\,a\,10$$

Da qual: $\boxed{a = 1{,}0\ \text{m/s}^2}$

(II) 2ª Lei de Newton:

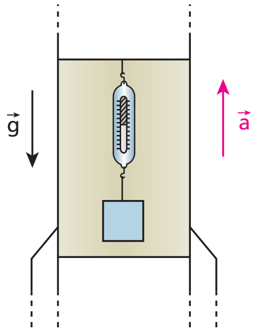
$$F = m\ a \Rightarrow K\ \Delta x = m\ a$$

$$K\ (\ell - \ell_0) = m\ a \Rightarrow 160\ (\ell - 0{,}14) = 4{,}0 \cdot 1{,}0 \Rightarrow \ell = 0{,}165\ \text{m}$$

ou $\boxed{\ell = 16{,}5\ \text{cm}}$

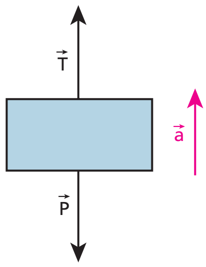
Resposta: 16,5 cm

68 A figura abaixo representa o corte de um dos compartimentos de um foguete, que acelera verticalmente para cima nas proximidades da Terra.



No teto do compartimento, está fixado um dinamômetro ideal, que tem preso a si um bloco de massa 4,0 kg. Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s² e admitindo que a indicação do dinamômetro seja 60 N, determine o módulo da aceleração do foguete.

Resolução:



2ª Lei de Newton:

$T - P = m\ a$

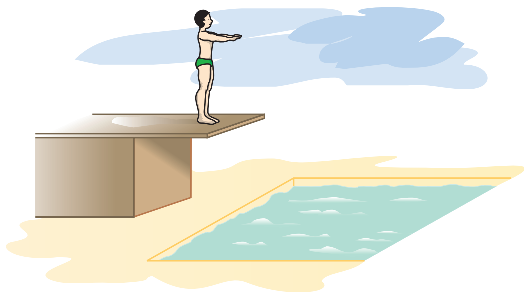
$T - m\,g = m\,a$

$60 - 4{,}0 \cdot 10 = 4{,}0\ a$

Donde: $\boxed{a = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

Resposta: 5,0 m/s²

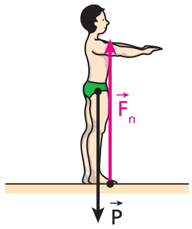
69 E.R. Um garoto encontra-se em pé sobre o trampolim de uma piscina, conforme representa o esquema seguinte:



A deflexão do trampolim é desprezível, de forma que este pode ser considerado horizontal. Desprezando-se os efeitos do ar, caracterize todas as forças que agem no corpo do garoto, dizendo quais as outras que formam, com aquelas primeiras, pares ação-reação. A massa do garoto vale 60 kg e, no local, $|\vec{g}| = 10$ m/s².

Resolução:
Se o garoto está em repouso na extremidade do trampolim, a resultante das forças que agem em seu corpo é nula (o garoto está em equilíbrio estático).

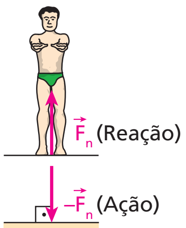
Apenas duas forças verticais e de sentidos opostos agem no corpo do garoto, conforme representa o esquema a seguir.
$\vec{P}$ = ação gravitacional (exercida pela Terra);
$\vec{F}_n$ = reação normal do apoio (exercida pelo trampolim).



As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ equilibram-se mutuamente, portanto, têm intensidades iguais:

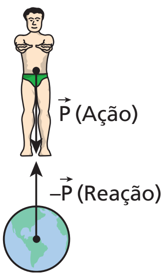
$$|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = m\,|\vec{g}| \Rightarrow |\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 60 \cdot 10 \text{ (N)}$$

$$\boxed{|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 600 \text{ N}}$$



A ação correspondente à reação $\vec{F}_n$ é a força de compressão $-\vec{F}_n$, que o garoto exerce no trampolim.

$$\boxed{|\vec{F}_n| = |-\vec{F}_n| = 600 \text{ N}}$$

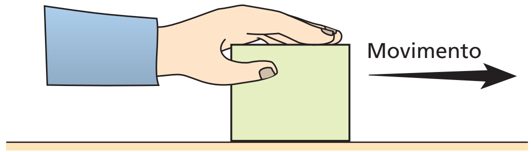


A reação correspondente à ação $\vec{P}$ é a força $-\vec{P}$, que o garoto exerce no centro de massa da Terra.

$$\boxed{|\vec{P}| = |-\vec{P}| = 600 \text{ N}}$$

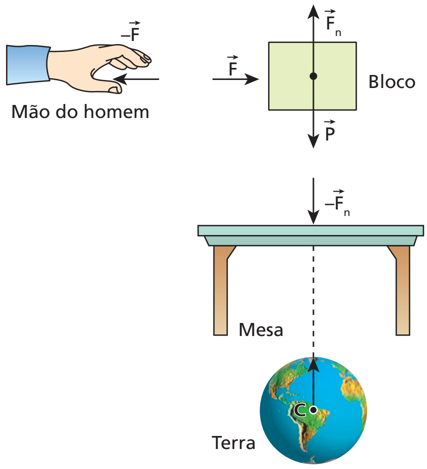
Nota:
- As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, porém não constituem entre si um par ação-reação, uma vez que estão aplicadas no mesmo corpo (o do garoto).

70 Um homem empurra um bloco sobre uma mesa horizontal perfeitamente sem atrito, aplicando-lhe uma força paralela à mesa, conforme ilustra a figura:



Faça um esquema representando todas as forças que agem no bloco, bem como as que, com elas, formam pares ação-reação.

Resolução:



71 Leia a tirinha a seguir:

Papai-Noel, o personagem da tirinha, é reconhecidamente bastante opulento e rechonchudo.
Suponha que ele esteja na Terra, na Lapônia, e que a balança utilizada se encontre em repouso, apoiada sobre o solo horizontal.

Considere que, na situação de repouso, Papai-Noel exerça sobre a plataforma da balança uma compressão de intensidade 1 200 N.

A respeito do descrito, são feitas as seguintes afirmações:

I. O peso do Papai-Noel, na Terra, tem intensidade 1 200 N.

II. A plataforma da balança exerce sobre Papai-Noel uma força de intensidade 1 200 N.

III. Papai-Noel exerce no centro de massa da Terra uma força atrativa de intensidade menor que 1 200 N.

IV. O peso de Papai-Noel e a força que a plataforma da balança exerce sobre ele constituem entre si um par ação-reação.

É (são) verdadeira(s):

a) somente I e II;
b) somente II e III;
c) somente I, II e III;
d) somente I, III e IV;
e) todas as afirmativas.

Resolução:

Papai-Noel está sob a ação de duas forças:

$\vec{P}$ = peso

$\vec{F}_n$ = reação normal da balança

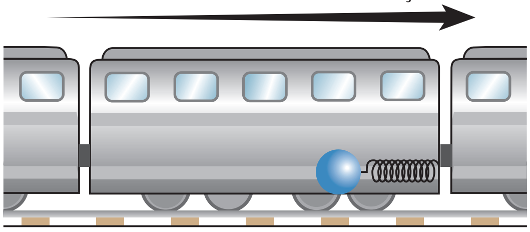
As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$, embora tenham a mesma intensidade (150 N), mesma direção (vertical) e sentidos opostos, não constituem entre si um par ação-reação, pois estão aplicadas em um mesmo corpo (o de Papai-Noel).

Resposta: c

72 E.R. Um trem está se deslocando para a direita sobre trilhos retilíneos e horizontais, com movimento uniformemente variado em relação à Terra.

Uma esfera metálica, que está apoiada no piso horizontal de um dos vagões, é mantida em repouso em relação ao vagão por uma mola colocada entre ela e a parede frontal, como ilustra a figura. A mola encontra-se comprimida.

Sentido do movimento do trem em relação à Terra



Supondo desprezível o atrito entre a esfera e o piso do vagão:

a) esquematize a força $\vec{F}_{EM}$, que a esfera exerce na mola, e a força $\vec{F}_{ME}$, que a mola exerce na esfera.

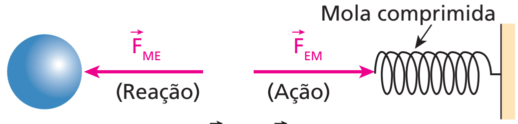
b) determine a direção e o sentido da aceleração do trem em relação à Terra.

c) verifique se o movimento do trem é uniformemente acelerado ou uniformemente retardado.

Resolução:

a) Se a mola encontra-se **comprimida**, a força de contato (ação) $\vec{F}_{EM}$ que ela recebe da esfera é dirigida para a direita.

A mola, por sua vez, reage na esfera com a força $\vec{F}_{ME}$ dirigida para a esquerda, conforme está esquematizado abaixo:



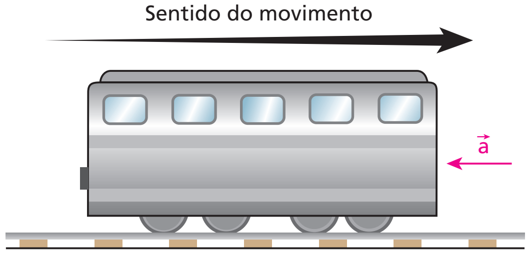
$\vec{F}_{ME} = -\vec{F}_{EM}$

b) A força resultante na esfera é $\vec{F}_{ME}$. Como essa força está dirigida para a esquerda, o mesmo ocorre com a correspondente aceleração (2ª Lei de Newton), que é igual à do trem, já que a esfera está em repouso em relação ao seu piso.

A aceleração da esfera, que é igual à do trem, é horizontal e dirigida para a esquerda.

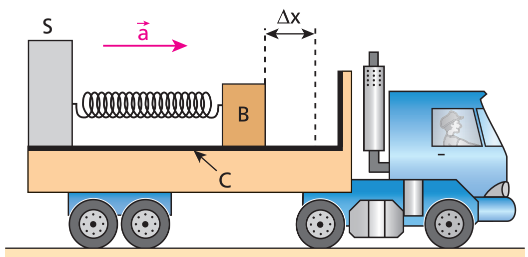
c)

Sentido do movimento



O movimento é **uniformemente retardado**, uma vez que o vetor aceleração ($\vec{a}$) tem sentido oposto ao do movimento do trem.

73 (UFPE – mod.) Uma mola de constante elástica $K = 1{,}5 \cdot 10^3$ N/m é montada horizontalmente em um caminhão, ligando um bloco **B** de massa m = 30 kg a um suporte rígido **S**. A superfície de contato entre o bloco **B** e a base **C** é perfeitamente lisa. Observa-se que, quando o caminhão se desloca sobre uma superfície plana e horizontal com aceleração $\vec{a}$, dirigida para a direita, a mola sofre uma compressão $\Delta x = 10$ cm. Determine o módulo de $\vec{a}$ em m/s².

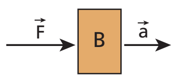


Resolução:

A força que a mola aplica sobre o bloco é a resultante externa que o acelera em relação ao solo.

2ª Lei de Newton:

$F = m_B\ a$



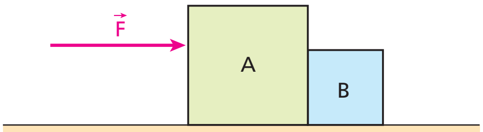
Mas da **Lei de Hooke**:

$F = K\ \Delta x$

Logo:
$m_B \ a = K \ \Delta x$
$30 \ a = 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-2}$
Donde: $\boxed{a = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

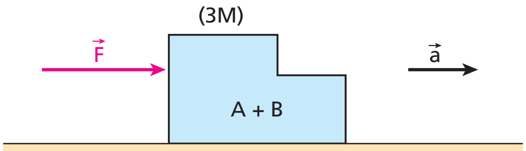
Resposta: 5,0 m/s²

74 E.R. Os dois blocos indicados na figura encontram-se em contato, apoiados em um plano horizontal sem atrito. Com os blocos em repouso, aplica-se em **A** uma força constante, paralela ao plano de apoio e de intensidade **F**. Sabe-se que as massas de **A** e **B** valem, respectivamente, **2M** e **M**.



Não considerando a influência do ar, determine:
a) o módulo da aceleração adquirida pelo sistema;
b) a intensidade da força de contato trocada pelos blocos.

Resolução:
a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:

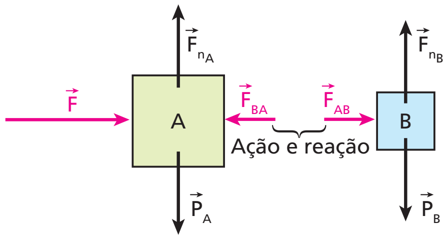


Aplicando ao conjunto A + B (de massa total 3M) o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, vem:

$$F = (m_A + m_B)\, a \Rightarrow F = 3M\, a$$

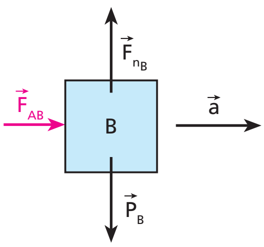
$$\boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

b) Isolando os blocos e fazendo o esquema das forças que agem em cada um:



Na região de contato, os blocos trocam as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA}$, que constituem um par ação-reação.

A intensidade de $\vec{F}_{AB}$ (ou de $\vec{F}_{BA}$) pode ser facilmente calculada aplicando-se a **2ª Lei de Newton** ao bloco **B**. Assim:

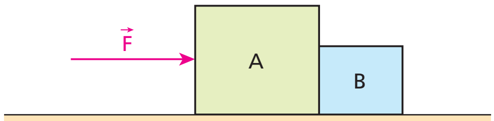


$\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}_B$ equilibram-se, já que a aceleração vertical é nula. Logo, quem acelera exclusivamente o bloco **B** é $\vec{F}_{AB}$.

$$F_{AB} = m_B\, a \Rightarrow F_{AB} = M \frac{F}{3M}$$

$$\boxed{F_{AB} = F_{BA} = \frac{F}{3}}$$

75 Na figura abaixo, os blocos **A** e **B** têm massas m_A = 6,0 kg e m_B = 2,0 kg e, estando apenas encostados entre si, repousam sobre um plano horizontal perfeitamente liso.



A partir de um dado instante, exerce-se em **A** uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade igual a 16 N. Desprezando a influência do ar, calcule:
a) o módulo da aceleração do conjunto;
b) a intensidade das forças que **A** e **B** trocam entre si na região de contato.

Resolução:
a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:
$F = (m_A + m_B) \ a \Rightarrow 16 = (6{,}0 + 2{,}0) \ a$

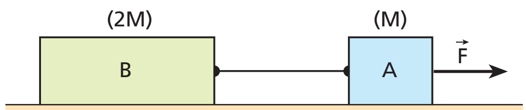
Donde: $\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:
$F_{AB} = m_B \ a \Rightarrow F_{AB} = 2{,}0 \cdot 2{,}0 \text{ (N)}$

$\boxed{F_{AB} = 4{,}0 \text{ N}}$

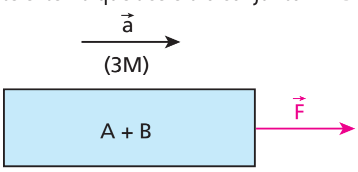
Respostas: a) 2,0 m/s²; b) 4,0 N

76 E.R. A figura seguinte representa dois blocos, **A** (massa **M**) e **B** (massa **2M**), interligados por um fio ideal e apoiados em uma mesa horizontal sem atrito:



Aplica-se em **A** uma força paralela à mesa, de intensidade **F** e que acelera o conjunto. Desprezando a influência do ar, calcule:
a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:
a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:

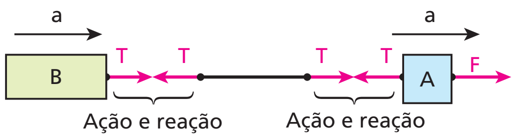


O módulo da aceleração $\vec{a}$ é calculado pelo **Princípio Fundamental da Dinâmica**:

$$F = (m_A + m_B)\, a \Rightarrow F = 3M\, a$$

$$\boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

b) As forças verticais (peso e normal) equilibram-se em cada bloco, assim, isolando os blocos e o fio, obtemos o seguinte esquema de forças horizontais:

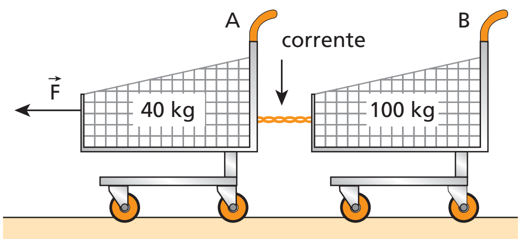


A força que traciona o fio tem a mesma intensidade daquela que acelera o bloco **B**. Assim, aplicando a **B** a **2ª Lei de Newton**, vem:

$$T = m_B\ a \Rightarrow T = 2M \frac{F}{3M}$$

$$\boxed{T = \frac{2}{3}F}$$

77 (FGV-SP) Dois carrinhos de supermercado, **A** e **B**, podem ser acoplados um ao outro por meio de uma pequena corrente de massa desprezível, de modo que uma única pessoa, em vez de empurrar dois carrinhos separadamente, possa puxar o conjunto pelo interior do supermercado. Um cliente aplica uma força horizontal constante de intensidade **F** sobre o carrinho da frente, dando ao conjunto uma aceleração de intensidade 0,5 m/s².



Sendo o piso plano e as forças de atrito desprezíveis, o módulo da força **F** e o da força de tração na corrente são, em N, respectivamente:

a) 70 e 20. b) 70 e 40. c) 70 e 50. d) 60 e 20. e) 60 e 50.

Resolução:

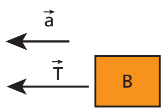
(I) 2ª Lei de Newton para o sistema (A + B):

$F = (m_A + m_B)\ a$

$F = (40 + 100)\ 0,5$ (N)

$\boxed{F = 70\ N}$

(II) 2ª Lei de Newton para o carrinho **B**:



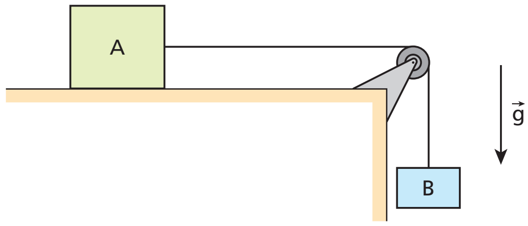
$T = m_B\ a$

$T = 100\ \ 0,5$ (N)

$\boxed{T = 50\ N}$

Resposta: c

78 E.R. Na montagem representada na figura, o fio é inextensível e de massa desprezível; a polia pode girar sem atrito em torno de seu eixo, tendo inércia de rotação desprezível; as massas dos blocos **A** e **B** valem, respectivamente, m_A e m_B; inexiste atrito entre o bloco **A** e o plano horizontal em que se apóia e a influência do ar é insignificante:



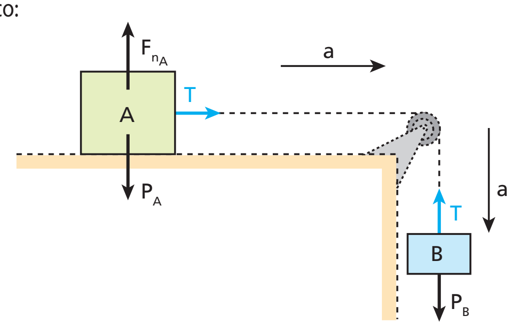
Em determinado instante, o sistema é abandonado à ação da gravidade. Assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor **g**, determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:

Façamos, inicialmente, o esquema das forças que agem em cada bloco:



Apliquemos o **Princípio Fundamental da Dinâmica** a cada um deles:

Bloco **B**: $P_B - T = m_B\ a$ (I)

Bloco **A**: $T = m_A\ a$ (II)

a) Somando (I) e (II), calculamos o módulo da aceleração do sistema:

$$P_B = (m_A + m_B)\ a \Rightarrow a = \frac{P_B}{m_A + m_B}$$

$$\boxed{a = \frac{m_B}{m_A + m_B}\, g}$$

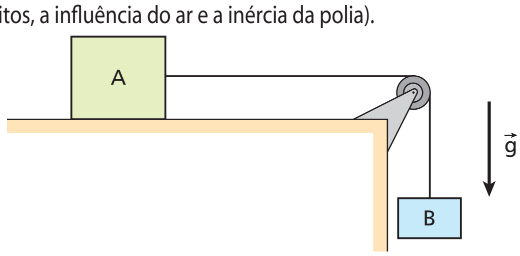
Nota:

- A força resultante que acelera o conjunto A + B é o peso de **B**.

b) Substituindo o valor de **a** em (II), obtemos a intensidade da força que traciona o fio:

$$T = m_A\ a \Rightarrow \boxed{T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}\, g}$$

79 No arranjo experimental esquematizado a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a 4,0 kg e 1,0 kg (desprezam-se os atritos, a influência do ar e a inércia da polia).



Considerando o fio que interliga os blocos leve e inextensível e adotando nos cálculos $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio.

Resolução:

a) Aplicando-se a 2ª Lei de Newton em cada um dos blocos, temos:

(B): $P_B - T = m_B\ a$ (I)

(A): $T = m_A\ a$ (II)

Somando (I) e (II), temos:

$P_B = (m_A + m_B)\ a$

$1{,}0 \cdot 10 = (4{,}0 + 1{,}0)\ a$

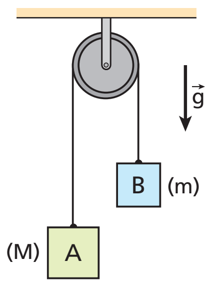
Da qual: $\boxed{a = 2{,}0\ m/s^2}$

b) De (II): $T = 4{,}0 \cdot 2{,}0$ (N)

$\boxed{T = 8{,}0\ N}$

Respostas: a) $2{,}0\ m/s^2$; b) $8{,}0\ N$

80 **E.R.** O dispositivo representado no esquema ao lado é uma Máquina de Atwood. A polia tem inércia de rotação desprezível e não se consideram os atritos. O fio é inextensível e de massa desprezível, e, no local, a aceleração gravitacional tem módulo **g**. Tem-se, ainda, que as massas dos corpos **A** e **B** valem, respectivamente, **M** e **m**, com **M** > **m**. Supondo que em determinado instante a máquina é destravada, determine:

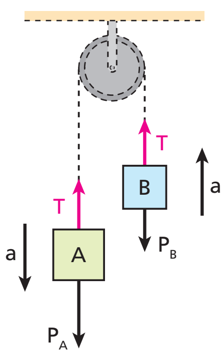


a) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco **A** e pelo bloco **B**;

b) a intensidade da força que traciona o fio durante o movimento dos blocos.

Resolução:

A figura abaixo mostra o esquema das forças que agem em cada corpo.



Como M > m, o corpo **A** é acelerado para baixo, enquanto **B** é acelerado para cima. Aplicando a **A** e a **B** a **2ª Lei de Newton**, obtemos:

Corpo **A**: $P_A - T = M\ a$ (I)

Corpo **B**: $T - P_B = m\ a$ (II)

a) Somando (I) e (II), calculamos o módulo das acelerações dos blocos:

$$P_A - P_B = (M + m)\ a \quad \Rightarrow \quad (M - m)\ g = (M + m)\ a$$

$$\boxed{a = \frac{(M - m)}{M + m}\ g}$$

Nota:

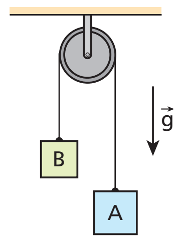
- A força resultante que acelera o conjunto A + B é dada pela diferença entre os pesos de **A** e **B**.

b) De (II), segue que:

$$T - m\ g = m\ \frac{(M - m)}{M + m}\ g$$

Donde: $\boxed{T = \frac{2M\ m}{M + m}\ g}$

81 O dispositivo esquematizado na figura é uma Máquina de Atwood. No caso, não há atritos, o fio é inextensível e desprezam-se sua massa e a da polia.



Supondo que os blocos **A** e **B** tenham massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio;

c) a intensidade da força de tração estabelecida na haste de sustentação da polia.

Resolução:

a) Aplicando-se a 2ª Lei de Newton aos blocos **A** e **B**, temos:

(A): $P_A - T' = m_A\ a$ (I)

(B): $T - P_B = m_B\ a$ (II)

Somando (I) e (II), temos:

$P_A - P_B = (m_A + m_B)\ a$

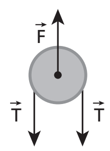
$3{,}0 \cdot 10 - 2{,}0 \cdot 10 = (3{,}0 + 2{,}0)\ a$

Da qual: $\boxed{a = 2{,}0\ m/s^2}$

b) De (II): $T - 2{,}0 \cdot 10 = 2{,}0 \cdot 2{,}0$

$\boxed{T = 24\ N}$

c) Equilíbrio da polia:



$F = 2T$

$F = 2 \cdot 24$ (N) $\Rightarrow$ $\boxed{F = 48\ N}$

Respostas: a) $2{,}0\ m/s^2$; b) 24 N; c) 48 N

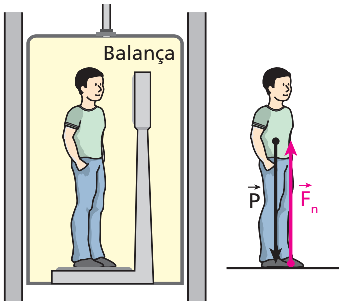
82 E.R. Um homem de massa 60 kg acha-se de pé sobre uma balança graduada em newtons. Ele e a balança situam-se dentro da cabine de um elevador que tem, em relação à Terra, uma aceleração vertical de módulo 1,0 m/s². Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², calcule:

a) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para cima;

b) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para baixo.

Resolução:

A figura ao lado representa a situação proposta, juntamente com o esquema das forças que agem no homem.

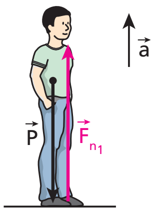


$\vec{P}$: peso do homem
($P = m\,g = 60 \cdot 10 = 600$ N);

$\vec{F}_n$: reação normal da balança.

A força $\vec{F}_n$ tem intensidade igual à indicação da balança. Isso ocorre pelo fato de o homem e a balança trocarem, na região de contato, forças de ação e reação. A intensidade de $\vec{F}_n$ é o **peso aparente** do homem dentro do elevador.

a) No caso de o elevador estar acelerado para cima, $|\vec{F}_{n_1}| > |\vec{P}|$:
Aplicando a **2ª Lei de Newton**, vem:



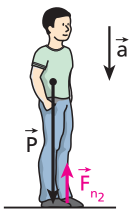
$$F_{n_1} - P = m\,a \Rightarrow F_{n_1} = m\,(g + a)$$

$$F_{n_1} = 60\,(10 + 1{,}0)\ \text{(N)}$$

$$\boxed{F_{n_1} = 660\ \text{N}}$$

O peso aparente é **maior** que o peso real (660 N > 600 N).

b) No caso de o elevador estar acelerado para baixo, $|\vec{F}_{n_2}| < |\vec{P}|$:
Aplicando a **2ª Lei de Newton**, vem:



$$P - F_{n_2} = m\,a \Rightarrow F_{n_2} = m\,(g - a)$$

$$F_{n_2} = 60\,(10 - 1{,}0)\ \text{(N)}$$

$$\boxed{F_{n_2} = 540\ \text{N}}$$

O peso aparente é **menor** que o peso real (540 N < 600 N).

Nota:

- Podemos dizer que dentro de um elevador em movimento acelerado na vertical reina uma **gravidade aparente** (g_{ap}) diferente da gravidade externa (g).

(I) **Elevador com aceleração de módulo a, dirigida para cima (↑), em movimento ascendente ou descendente.**
Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso maior que o real.

$$\boxed{g_{ap} = g + a}$$

(II) **Elevador com aceleração de módulo a, dirigida para baixo (↓), em movimento ascendente ou descendente.**
Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso menor que o real.

$$\boxed{g_{ap} = g - a}$$

Observe que, se a = g, teremos $g_{ap} = 0$ e os corpos, dentro do elevador, aparentarão peso nulo.

83 Em determinado parque de diversões, o elevador que despenca verticalmente em queda livre é a grande atração. Rafael, um garoto de massa igual a 70 kg, encara o desafio e, sem se intimidar com os comentários de seus colegas, embarca no brinquedo, que começa a subir a partir do repouso. Durante a ascensão vertical do elevador, são verificadas três etapas:

I. movimento uniformemente acelerado com aceleração de módulo 1,0 m/s²;
II. movimento uniforme;
III. movimento uniformemente retardado com aceleração de módulo 1,0 m/s².

Depois de alguns segundos estacionado no ponto mais alto da torre, de onde Rafael acena triunfante para o grupo de amigos, o elevador é destravado, passando a cair com aceleração praticamente igual à da gravidade (10 m/s²). Pede-se calcular o peso aparente de Rafael:

a) nas etapas I, II e III;
b) durante a queda livre.

Resolução:

a) **Etapa(1):** $P_{ap_1} = m\,g_{ap_1} \Rightarrow P_{ap_1} = m\,(g + a_1)$

$$P_{ap_1} = 70\,(10 + 1{,}0)\ \text{(N)} \Rightarrow \boxed{P_{ap_1} = 770\ \text{N}}$$

Etapa (2): $P_{ap_2} = m\ g_{ap_2} \Rightarrow P_{ap_2} = m\ g$

$$P_{ap_2} = 70 \cdot 10\ \text{(N)} \Rightarrow \boxed{P_{ap_2} = 700\ \text{N}}$$

Etapa (3): $P_{ap_3} = m\ g_{ap_3} \Rightarrow P_{ap_3} = m\ (g - a_3)$

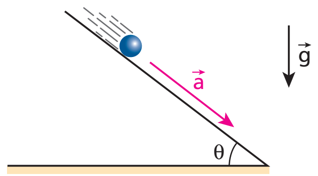
$$P_{ap_3} = 70\ (10 - 1{,}0)\ \text{(N)} \Rightarrow \boxed{P_{ap_3} = 630\ \text{N}}$$

b) **Queda livre:** $P_{ap} = m\ g_{ap} \Rightarrow P_{ap} = m\ (g - a)$

$$P_{ap} = 70\ (10 - 10)\ \text{(N)} \Rightarrow \boxed{P_{ap} = 0}$$

Respostas: a) 770 N, 700 N e 630 N; b) Peso aparente nulo

84 E.R. Uma partícula de massa **m** é abandonada no topo do plano inclinado da figura, de onde desce em movimento acelerado com aceleração $\vec{a}$.

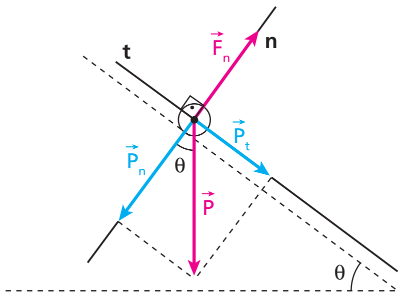


O ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal é **θ** e o módulo da aceleração da gravidade é **g**. Desprezando os atritos e a influência do ar:

a) calcule o módulo de $\vec{a}$;
b) trace os seguintes gráficos: módulo de $\vec{a}$ em função de **θ** e módulo de $\vec{a}$ em função de **m**.

Resolução:

a) Nas condições citadas, apenas duas forças atuam na partícula: seu peso ($\vec{P}$) e a reação normal do plano inclinado ($\vec{F}_n$):



$\vec{P}_n$ = componente normal do peso ($P_n = P \cos \theta$)
Como, na direção **n**, a aceleração da partícula é nula, deve ocorrer:

$$P_n = F_n$$

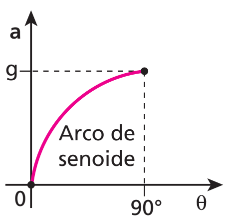
$\vec{P}_t$ = componente tangencial do peso ($P_t = P \text{ sen } \theta$)
A resultante externa que acelera a partícula na direção **t** é $\vec{P}_t$. Logo, aplicando o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, vem:

$$P_t = m\,a$$

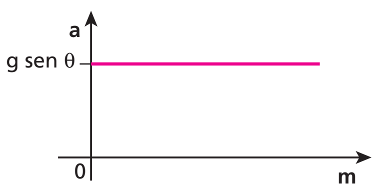
$$P \text{ sen } \theta = m\,a \Rightarrow m\,g \text{ sen } \theta = m\,a$$

$$\boxed{a = g \text{ sen } \theta}$$

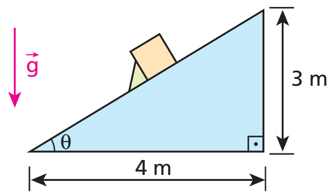
b)



Como **a** independe de **m**, obtemos:

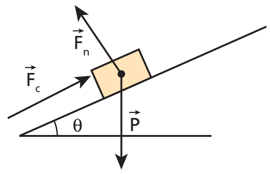


85 No plano inclinado representado ao lado, o bloco encontra-se impedido de se movimentar devido ao calço no qual está apoiado. Os atritos são desprezíveis, a massa do bloco vale 5,0 kg e g = 10 m/s².



a) Copie a figura esquematizando todas as forças que agem no bloco.
b) Calcule as intensidades das forças com as quais o bloco comprime o calço e o plano de apoio.

Resolução:

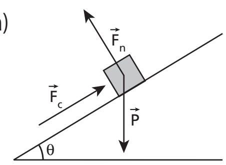


em que:
$\vec{P}$ = peso
$\vec{F}_n$ = reação normal do plano inclinado
$\vec{F}_C$ = força aplicada pelo calço

b) Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** para saber o comprimento da rampa:

$x^2 = 3^2 + 4^2$
$x = \sqrt{25}$ (m)
$x = 5$ m
$F_C = P_t \Rightarrow F_C = P \cdot \text{sen } \theta$
$F_C = 5{,}0 \cdot 10 \; \frac{3}{5}$ (N) $\Rightarrow$ $\boxed{F_C = 30 \text{ N}}$
$F_n = P_n \Rightarrow F_n = P \; \cos \theta$
$F_n = 5{,}0 \cdot 10 \; \frac{4}{5}$ (N) $\Rightarrow$ $\boxed{F_N = 40 \text{ N}}$

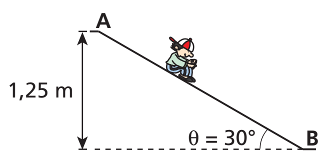
Respostas: a)



$\vec{P}$: peso; $\vec{F}_n$: reação normal do plano inclinado; $\vec{F}_C$: reação do calço.

b) 30 N e 40 N

86 Um garoto de massa igual a 40,0 kg parte do repouso do ponto **A** do escorregador esquematizado ao lado e desce sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar.



Sabendo-se que no local a aceleração da gravidade tem intensidade 10,0 m/s², responda:

a) Qual o módulo da aceleração adquirida pelo garoto? O valor calculado depende de sua massa?

b) Qual o intervalo de tempo gasto pelo garoto no percurso de **A** até **B**?

c) Com que velocidade ele atinge o ponto **B**?

Resolução:

a_1) **2ª Lei de Newton:**

$F_{res} = P_t \Rightarrow m\,a = m\,g\,\text{sen}\,\theta$

Donde:

$a = g\,\text{sen}\,\theta$

$a = 10\,\text{sen}\,30°\ (\text{m/s}^2) \Rightarrow a = 10 \cdot 0{,}50\ (\text{m/s}^2)$

$\boxed{a = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

a_2) A aceleração independe da massa.

b) $\text{sen}\,30° = \dfrac{H}{AB} \Rightarrow 0{,}50 = \dfrac{1{,}25}{AB} \Rightarrow \boxed{AB = 2{,}5\ \text{m}}$

MUV: $AB = v_A\ \ t + \dfrac{a}{2}\ t^2 \Rightarrow 2{,}5 = \dfrac{5{,}0}{2}\ t^2$

Donde: $\boxed{t = 1{,}0\ \text{s}}$

c) **MUV:** $v_B = v_A + a\ \ t \Rightarrow v_B = 5{,}0\ \ (1{,}0)\ (\text{m/s})$

$\boxed{v_B = 5{,}0\ \text{m/s}}$

Respostas: a) 5,0 m/s² e a aceleração independe da massa; b) 1,0 s; c) 5,0 m/s

87 Um astronauta, do qual desprezaremos as dimensões, encontra-se em repouso no ponto **A** da figura 1, numa região do espaço livre de ações gravitacionais significativas. Oxyz é um referencial inercial. Por meio de uma mochila espacial, dotada dos jatos (1), (2) e (3), de mesma potência e que expelem combustível queimado nos sentidos indicados na figura 2, o astronauta consegue mover-se em relação a Oxyz.

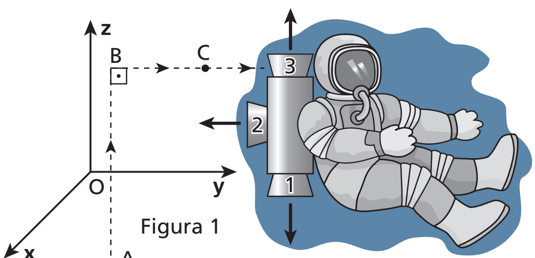


Figura 1 Figura 2

Resolução:

Trecho AB: jato (1) para acelerar a partir do repouso e jato (3) para retardar, parando no ponto **B**.

Trecho BC: jato (2) para acelerar a partir do repouso.

Resposta: d

88 **E.R.** Dois garotos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 40 kg e 60 kg, encontram-se sobre a superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa de um grande lago congelado. Em dado instante, **A** empurra **B**, que sai com velocidade de 4,0 m/s. Supondo desprezível a influência do ar, determine:

a) o módulo da velocidade de **A** após o empurrão;

b) a distância que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão.

Resolução:

a) Durante o contato (empurrão), **A** e **B** trocam entre si forças de ação e reação: **A** age em **B** e **B** reage em **A**.

O **Princípio Fundamental da Dinâmica**, aplicado ao garoto **A**, conduz a:

$$F_A = m_A\,a_A = m_A \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = m_A \frac{(v_A - v_{0_A})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_A} = 0$ (**A** estava inicialmente parado), vem:

$$F_A = m_A \frac{v_A}{\Delta t}$$

O **Princípio Fundamental da Dinâmica**, aplicado ao garoto **B**, conduz a:

$$F_B = m_B\,a_B = m_B \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = m_B \frac{(v_B - v_{0_B})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_B} = 0$ (**B** estava inicialmente parado), vem:

$$F_B = m_B \frac{v_B}{\Delta t}$$

Notas:

• F_A e F_B são as intensidades das forças médias recebidas, respectivamente, por **A** e **B** no ato do empurrão (ação e reação).
Como as forças de ação e reação têm intensidades iguais, segue que:

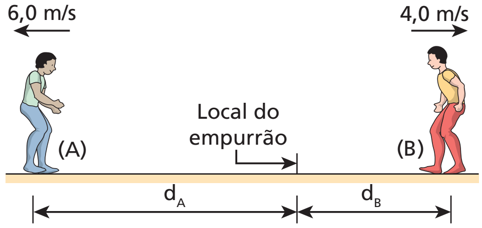
$$F_A = F_B \Rightarrow m_A \frac{v_A}{\Delta t} = m_B \frac{v_B}{\Delta t}$$

Donde: $$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

• As velocidades adquiridas pelos garotos têm intensidades inversamente proporcionais às respectivas massas.
Sendo $v_B = 4{,}0$ m/s, $m_A = 40$ kg e $m_B = 60$ kg, calculamos v_A:

$$\frac{v_A}{4{,}0} = \frac{60}{40} \Rightarrow \boxed{v_A = 6{,}0\ \text{m/s}}$$

b)



A distância **D** que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão, é dada por:

$$D = d_A + d_B$$

em que d_A e d_B são as distâncias percorridas por **A** e por **B** no referido intervalo de tempo.

Assim:

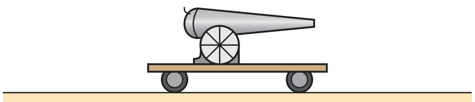
$$d_A = 6{,}0 \frac{m}{s} \cdot 10\ s \Rightarrow d_A = 60\ m$$

$$d_B = 4{,}0 \frac{m}{s} \cdot 10\ s \Rightarrow d_B = 40\ m$$

Logo:

$$D = 60\ m + 40\ m \Rightarrow \boxed{D = 100\ m}$$

89 O esquema seguinte representa um canhão rigidamente ligado a um carrinho, que pode deslizar sem atrito sobre o plano horizontal.



O sistema, inicialmente em repouso, dispara horizontalmente um projétil de 20 kg de massa, que sai com velocidade de $1,2 \cdot 10^2$ m/s. Sabendo que a massa do conjunto canhão-carrinho perfaz $2,4 \cdot 10^3$ kg e desprezando a resistência do ar, calcule o módulo da velocidade de recuo do conjunto canhão-carrinho após o disparo.

Resolução:
Aplicando o **Princípio Fundamental da Dinâmica** para o projétil e o conjunto canhão-carrinho, temos:

$$F_P = m_P \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_P$$

$$F_C = m_C \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_C$$

Ação e reação:

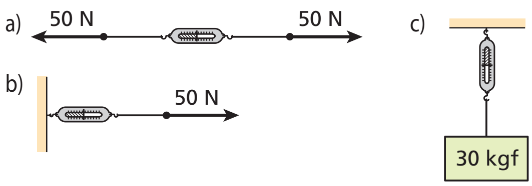
$$F_C = F_P \Rightarrow m_C \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_C = m_P \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_P$$

$$2,4 \cdot 10^3\, v_C = 20 \cdot 1,2 \cdot 10^2$$

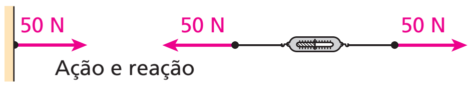
$$\boxed{v_C = 1,0 \text{ m/s}}$$

Resposta: 1,0 m/s

90 **E.R.** Nas figuras seguintes, o dinamômetro tem peso desprezível. Determine, em cada caso, a indicação do aparelho, supondo que a unidade de calibração das escalas seja coerente com as unidades em que estão dadas as intensidades das forças. Os fios são ideais, isto é, inextensíveis, flexíveis e de massas desprezíveis.



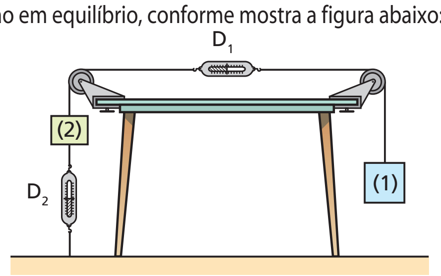
Resolução:
a) Nesse caso, o dinamômetro indica 50 N, conforme suas características funcionais.
b) Essa situação equivale fisicamente à do caso **a**:



De fato, o dinamômetro puxa a parede para a direita, aplicando-lhe uma força de 50 N, e esta reage, puxando o dinamômetro para a esquerda, também com uma força de 50 N. Assim, nesse caso, o dinamômetro indica 50 N.

c) Nesse arranjo, o dinamômetro indica a intensidade do peso do bloco, isto é, 30 kgf.

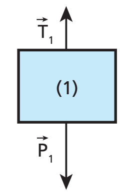
91 Dois blocos (1) e (2) de pesos respectivamente iguais a 30 kgf e 10 kgf estão em equilíbrio, conforme mostra a figura abaixo:



Quais as indicações dos dinamômetros D_1 e D_2, graduados em kgf?

Resolução:
Equilíbrio do bloco (1):

$$T_1 = P_1 \Rightarrow \boxed{T_1 = 30 \text{ kgf}}$$



Indicação de D_1:

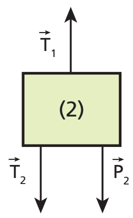
$$\boxed{I_1 = T_1 = 30 \text{ kgf}}$$

Equilíbrio do bloco (2):

$$T_2 + P_2 = T_1$$

$$T_2 + 10 = 30$$

$$\boxed{T_2 = 20 \text{ kgf}}$$

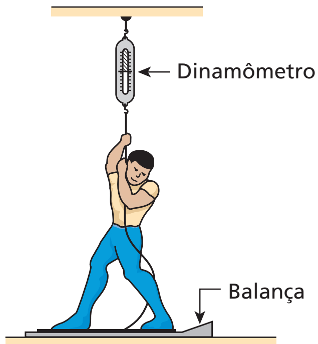


Indicação de D_2:

$$\boxed{I_2 = T_2 = 20 \text{ kgf}}$$

Respostas: D_1: 30 kgf e D_2: 20 kgf

92 (Faap-SP) Um homem está sobre a plataforma de uma balança e exerce força sobre um dinamômetro preso ao teto. Sabe-se que, quando a leitura no dinamômetro é zero, a balança indica 80 kgf.



a) Qual a intensidade do peso do homem?
b) Se o homem tracionar o dinamômetro, de modo que este indique 10 kgf, qual será a nova indicação da balança?

Resolução:

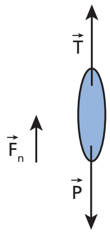
a) A intensidade do peso do homem corresponde à indicação da balança no caso de o dinamômetro não estar tracionado.

Logo: $\boxed{P = 80 \text{ kgf}}$

b) Equilíbrio do homem:

$F_n + T = P \Rightarrow F_n + 10 = 80$

$\boxed{F_n = 70 \text{ kgf}}$



Respostas: a) 80 kgf; b) 70 kgf

93 (Vunesp-SP) Uma barra AC homogênea de massa **M** e comprimento **L**, colocada em uma mesa lisa e horizontal, desliza sem girar sob a ação de uma força $\vec{F}$, também horizontal, aplicada em sua extremidade esquerda.

Se o comprimento da fração BC da barra é $\frac{2L}{3}$, determine a intensidade da força que essa fração exerce na fração AB.

Para percorrer a trajetória A → B → C →, o astronauta deverá acionar, durante o mesmo intervalo de tempo, os jatos na seguinte sequência:

a) (1) e (2);
b) (3) e (2);
c) (3), (1) e (2);
d) (1), (3) e (2);
e) (1), (2) e (3).

Resolução:

2ª Lei de Newton para a barra AC:

$F = M\,a \Rightarrow a = \frac{F}{M}$ (I)

2ª Lei de Newton para a tração BC:

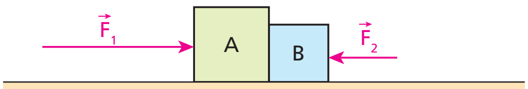
$F_{BC} = \frac{2M}{3}\,a$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos: $F_{BC} = \frac{2M}{3} \cdot \frac{F}{M}$

$F_{BC} = \frac{2F}{3} \Rightarrow \boxed{F_{BA} = F_{BC} = \frac{2F}{3}}$

Resposta: $\frac{2F}{3}$

94 Na situação esquematizada na figura, desprezam-se os atritos e a influência do ar. As massas de **A** e **B** valem, respectivamente, 3,0 kg e 2,0 kg.



Sabendo-se que as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são paralelas ao plano horizontal de apoio e que $|\vec{F}_1| = 40$ N e $|\vec{F}_2| = 10$ N, pode-se afirmar que a intensidade da força que **B** aplica em **A** vale:

a) 10 N; b) 12 N; c) 18 N; d) 22 N; e) 26 N.

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F_1 - F_2 = (m_A + m_B)\,a$

$40 - 10 = (3{,}0 + 2{,}0)\,a$

Donde: $\boxed{a = 6{,}0 \text{ m/s}^2}$

(II) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:

$F_1 - F_{BA} = m_A\,a$

$40 - F_{BA} = 3{,}0 \cdot 6{,}0$

$\boxed{F_{BA} = 22 \text{ N}}$

Resposta: d

95 Na situação do esquema seguinte, não há atrito entre os blocos e o plano horizontal, a influência do ar é desprezível e as massas de **A** e de **B** valem, respectivamente, 2,0 kg e 8,0 kg:

Sabe-se que o fio leve e inextensível que une **A** com **B** suporta, sem romper-se, uma tração máxima de 32 N. Calcule a maior intensidade admissível à força $\vec{F}$, horizontal, para que o fio não se rompa.

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$T_{máx} = m_B\,a_{máx}$

$32 = 8{,}0\,a_{máx} \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$

(II) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

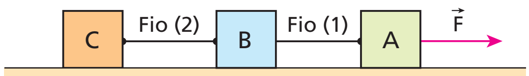
$F_{máx} = (m_A + m_B)\,a_{máx}$

$F_{máx} = (2{,}0 + 8{,}0)\,4{,}0$ (N)

$\boxed{F_{máx} = 40 \text{ N}}$

Resposta: 40 N

96 Na montagem esquematizada na figura, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas iguais a 2,0 kg e a força $\vec{F}$, paralela ao plano horizontal de apoio, tem intensidade 12 N.



Desprezando todas as forças resistentes, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) as intensidades das forças de tração estabelecidas nos fios ideais (1) e (2).

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:

$F = (m_A + m_B + m_C)\,a \Rightarrow 12 = 6{,}0\,a$

$\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o conjunto B + C:

$T_1 = (m_B + m_C)\,a \Rightarrow T_1 = 4{,}0 \cdot 2{,}0$ (N)

$\boxed{T_1 = 8{,}0 \text{ N}}$ (fio 1)

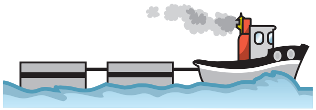
2ª Lei de Newton para o bloco **C**:

$T_2 = m_C\,a \Rightarrow T_2 = 2{,}0 \cdot 2{,}0$ (N)

$\boxed{T_2 = 4{,}0 \text{ N}}$ (fio 2)

Respostas: a) 2,0 m/s²; b) Fio (1): 8,0 N, Fio (2): 4,0 N

97 Um rebocador arrasta dois flutuadores idênticos, de 3,2 t de massa cada, imprimindo-lhes uma aceleração de módulo 0,10 m/s², ao longo de uma linha reta. A força de tração no cabo que une a embarcação ao primeiro flutuador tem intensidade de 800 N.



A força de resistência, aplicada pela água em cada flutuador, tem intensidade **f** e a força de tração no cabo que une os dois flutuadores tem intensidade **T**. Indique a opção correta:

a) f = 80 N; T = 400 N;
b) f = 400 N; T = 800 N;
c) f = 320 N; T = 400 N;
d) f = 400 N; T = 400 N;
e) f = 160 N; T = 800 N.

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton para o conjunto dos dois flutuadores:

$T_1 - 2f = 2m\ a$

$800 - 2f = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}10 \Rightarrow \boxed{f = 80\text{ N}}$

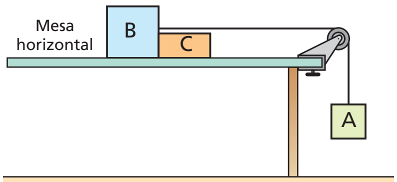
(II) 2ª Lei de Newton para o flutuador de trás:

$T_2 - f = m\ a \Rightarrow T_2 = -80 = 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}10$

$\boxed{T_2 = 400\text{ N}}$

Resposta: a

98 Na figura, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas respectivamente iguais a **3M**, **2M** e **M**; o fio e a polia são ideais. Os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Admitindo os blocos em movimento sob a ação da gravidade, calcule as intensidades da força de tração no fio (**T**) e da força de contato trocada por **B** e **C** (**F**).

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:

$P_A = (m_A + m_B + m_C)\ a \Rightarrow 3\ M\ g = 6\ M\ a$

$\boxed{a = \frac{g}{2}}$

(II) 2ª Lei de Newton para o conjunto B + C:

$T = (m_B + m_C)\ a \Rightarrow \boxed{T = \frac{3\ M\ g}{2}}$

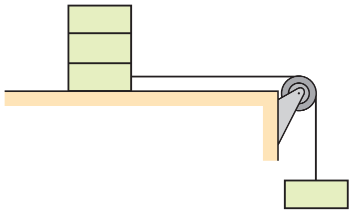
(III) 2ª Lei de Newton para o bloco **C**:

$F_{BC} = m_C\ a \Rightarrow \boxed{F_{BC} = \frac{M\ g}{2}}$

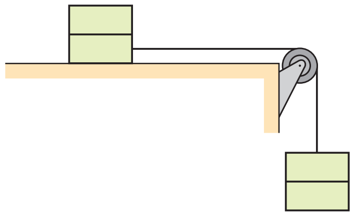
Respostas: $a = \frac{g}{2}$; $T = \frac{3\ M\ g}{2}$; $F_{BC} = \frac{M\ g}{2}$

99 Admita que você disponha de quatro blocos iguais, de massa **M** cada um, e de um fio e de uma polia ideais. Com esses elementos, você realiza as três montagens esquematizadas a seguir:

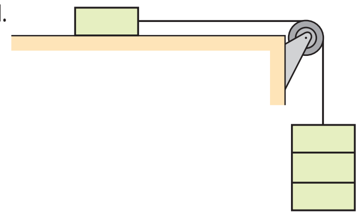
I.



II.



III.



O plano horizontal de apoio é perfeitamente liso e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo **g**. Desprezando os efeitos do ar e admitindo que os blocos empilhados se movam em relação à mesa de apoio sem apresentar movimento relativo entre si, calcule para as montagens I, II e III:

a) o módulo da aceleração dos blocos;
b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

a) **(I)** $M\ g = 4\ M\ a_I \Rightarrow \boxed{a_I = 1\ \frac{g}{4}}$

(II) $2M\ g = 4\ M\ a_{II} \Rightarrow \boxed{a_{II} = 2\ \frac{g}{4}}$

(III) $3M\ g = 4\,M\ a_{III} \Rightarrow \boxed{a_{III} = 3\ \frac{g}{4}}$

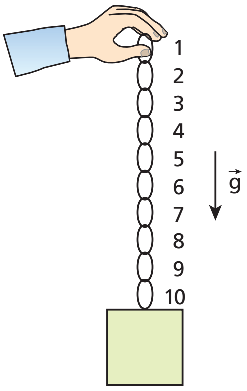
b) **(I)** $T_I = 3\ M\ a_I \Rightarrow \boxed{T_I = \frac{3}{4}\ M\ g}$

(II) $T_{II} = 2\ M\ a_{II} \Rightarrow \boxed{T_{II} = M\ g}$

(III) $T_{III} = M\ a_{III} \Rightarrow \boxed{T_{III} = \frac{3}{4}\ M\ g}$

Respostas: a) (I): $1\ \frac{g}{4}$, (II): $2\ \frac{g}{4}$, (III): $3\ \frac{g}{4}$;
b) (I): $\frac{3}{4}$ M g, (II): M g, (III): $\frac{3}{4}$ M g

100 E.R. Na figura, estão representadas uma caixa, de massa igual a 4,7 kg, e uma corrente constituída de dez elos iguais, com massa de 50 g cada um. Um homem aplica no elo 1 uma força vertical dirigida para cima, de intensidade 78 N, e o sistema adquire aceleração. Admitindo $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e desprezando todos os atritos, responda:

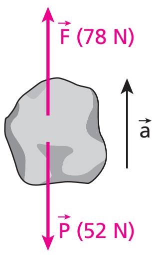


a) Qual a intensidade da aceleração do sistema?
b) Qual a intensidade da força de contato entre os elos 4 e 5?

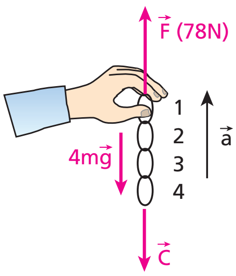
Resolução:

a) Supondo que a corrente e a caixa constituam um corpo único de massa total igual (4,7 + 0,50) kg = 5,2 kg, apliquemos ao sistema a **2ª Lei de Newton**:

$$F - P_{total} = m_{total}\ a$$
$$F - m_{total}\ g = m_{total}\ a$$
$$78 - 5{,}2 \cdot 10 = 5{,}2\ a$$
$$\boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$$



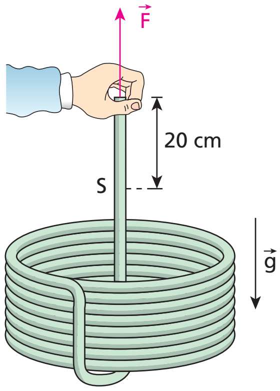
b) Sendo m = 50 g = 0,050 kg a massa de cada elo, aplicamos a **2ª Lei de Newton** aos elos 1, 2, 3 e 4 e calculamos a intensidade da força $\vec{C}$ de contato entre os elos 4 e 5.



$$F - P - C = 4\ ma \Rightarrow F - 4\ mg - C = 4\ ma$$
$$78 - 4 \cdot 0{,}050 \cdot 10 - C = 4 \cdot 0{,}050 \cdot 5{,}0$$

Donde: $\boxed{C = 75\ N}$

101 Depois de regar o jardim de sua casa, José Raimundo enrolou cuidadosamente os 10 m da mangueira flexível utilizada na operação, deixando um arremate de 60 cm emergido do centro do rolo, conforme ilustra a figura. Querendo guardar o acessório em uma prateleira elevada, o rapaz puxou o rolo para cima, exercendo, por alguns instantes, uma força vertical $\vec{F}$ de intensidade 30,0 N na extremidade do arremate.



Sabendo que a densidade linear da mangueira (massa por unidade de comprimento) é igual a 250 g/m e que $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$, calcule, durante o breve intervalo de tempo de atuação da força $\vec{F}$:

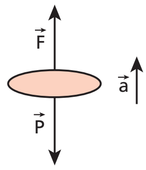
a) o módulo da aceleração adquirida pela mangueira;
b) a intensidade da força de tração em uma seção **S** do arremate situada 20 cm abaixo da mão de José Raimundo.

Resolução:

a) **(I)** $d = \frac{M}{L} \Rightarrow 0{,}25 = \frac{M}{10} \Rightarrow \boxed{M = 2{,}5\ kg}$

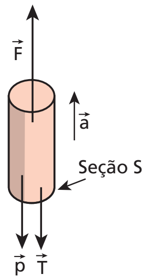
(II) 2ª Lei de Newton para o rolo:

$$F - P = M\ \ a \Rightarrow F - M\ \ g = M\ \ a$$
$$30{,}0 - 2{,}5 \cdot 10{,}0 = 2{,}5\ \ a \Rightarrow \boxed{a = 2{,}0\ m/s^2}$$



b) **(I)** $d = \frac{m}{\ell} \Rightarrow 0{,}25 = \frac{m}{0{,}20} \Rightarrow \boxed{m = 0{,}05\ kg}$

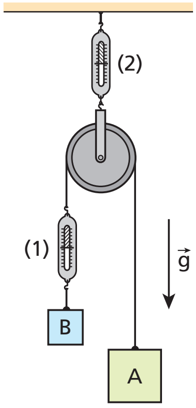
(II) 2ª Lei de Newton para os 20 cm de mangueira logo abaixo da mão do rapaz:



$$F - p - T = m\ \ a$$
$$F - m\ g - T = m\ \ a$$
$$30{,}0 - 0{,}05 \cdot 10{,}0 - T = 0{,}05 \cdot 2{,}0$$
$$\boxed{T = 29{,}4\ N}$$

Respostas: a) 2,0 m/s²; b) 29,4 N

102 Na Máquina de Atwood da figura ao lado, o fio (inextensível) e a polia têm pesos desprezíveis, a influência do ar é insignificante e a aceleração da gravidade tem módulo **g**. As massas dos blocos **A** e **B** são, respectivamente, **M** e **m**, com $M > m$.
Sendo **a** o módulo da aceleração dos blocos e D_1 e D_2 as indicações dos dinamômetros ideais (1) e (2), analise as proposições seguintes:



I. $a < g$

II. $D_1 = \dfrac{2M\,m}{M + m}\,g$

III. $D_2 = (M + m)\,g$

IV. $m\,g < D_1 < M\,g$

Responda mediante o código:
a) Todas as proposições são corretas.
b) Todas as proposições são incorretas.
c) Apenas as proposições I e III são corretas.
d) Apenas as proposições I, II e IV são corretas.
e) Apenas as proposições I, III e IV são corretas.

Resolução:
(I) Correta.
2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$$(M - m)\ \ g = (M + m)\ \ a \ \Rightarrow\ a = \underbrace{\frac{(M - m)}{M + m}}_{< 1}\,g$$

Logo: $\boxed{a < g}$

(II) Correta.
2ª Lei de Newton para o bloco **B**:
$D_1 - m\ \ g = m\ \ a \ \Rightarrow\ D_1 = m\ \ (g + a)$

$$D_1 = m\left[g + \frac{(M - m)}{M + m}\,g\right]$$

$$D_1 = m\ \ g\left(\frac{M + m + M - m}{M + m}\right)$$

Do qual: $\boxed{D_1 = \dfrac{2M\ \ m}{M + m}\ \ g}$

(III) Incorreta.

$$D_2 = 2\ \ D_1 \ \Rightarrow\ \boxed{D_2 = \frac{4M\ \ m}{M + m}\ \ g}$$

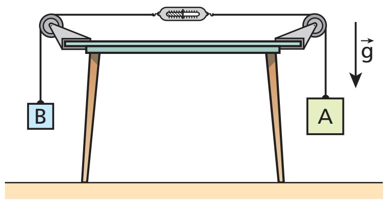
(IV) Correta.

$$D_1 = \underbrace{\frac{2 \cdot M}{M + m}}_{> 1}\,m\ \ g \Rightarrow\ \boxed{D_1 > m\ \ g}$$

$$D_1 = \underbrace{\frac{2 \cdot m}{M + m}}_{< 1} \cdot M\ \ g \ \Rightarrow\ \boxed{D_1 < M\ \ g}$$

Resposta: d

103 Considere a montagem da figura abaixo:



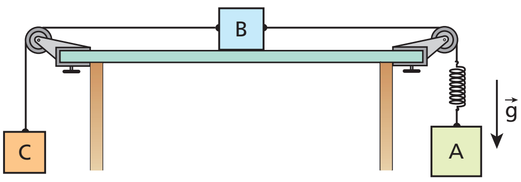
Os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 8{,}0$ kg e $m_B = 2{,}0$ kg; os fios, as roldanas e o dinamômetro são ideais e despreza-se o efeito do ar. Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:
a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a indicação do dinamômetro (graduado em newtons).

Resolução:
O sistema comporta-se de forma semelhante a uma máquina de Atwood.
a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:
$P_A - P_B = (m_A + m_B)\ \ a$
$(m_A - m_B)\ \ g = (m_A + m_B)\ \ a$
$(8{,}0 - 2{,}0)\ \ 10 = (8{,}0 + 2{,}0)\ \ a$
Donde: $\boxed{a = 6{,}0\ \text{m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:
$T - m_B\ \ g = m_B\ \ a$
$T - 2{,}0 \cdot 10 = 2{,}0 \cdot 6{,}0$
$\boxed{T = 32\ \text{N}}$

Respostas: a) 6,0 m/s²; b) 32 N

104 Na montagem experimental abaixo, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas $m_A = 5{,}0$ kg, $m_B = 3{,}0$ kg e $m_C = 2{,}0$ kg. Desprezam-se os atritos e a resistência do ar. Os fios e as polias são ideais e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s².



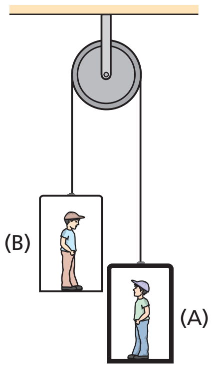
No fio que liga **A** com **B**, está intercalada uma mola leve, de constante elástica $3{,}5 \cdot 10^3$ N/m. Com o sistema em movimento, calcule, em centímetros, a deformação da mola.

Resolução:
(I) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:
$(m_A - m_C)\ \ g = (m_A + m_B + m_C)\ \ a$
$(5{,}0 - 2{,}0)\ \ 10 = (5{,}0 + 3{,}0 + 2{,}0)\ \ a$
$\boxed{a = 3{,}0\ \text{m/s}^2}$

(II) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:
$m_A\,g - K\ \ \Delta x = m_A\ \ a$
$5{,}0 \cdot 10 - 3{,}5 \cdot 10^3 \cdot \Delta x = 5{,}0 \cdot 3{,}0$
$\boxed{\Delta x = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 1{,}0\ \text{cm}}$

Resposta: 1,0 cm

105 Na Máquina de Atwood esquematizada abaixo, a caixa **A** é mais pesada que a caixa **B**. Os dois bonecos são idênticos e cada um apresenta um peso de intensidade **P**. Com o sistema abandonado à ação da gravidade, os bonecos comprimem as bases das caixas com forças de intensidades F_A e F_B, respectivamente. Considerando a polia e o fio ideais e desprezando a influência do ar, aponte a alternativa correta:



a) $F_A = P = F_B$;
b) $F_A < P < F_B$;
c) $F_A < F_B < P$;
d) $F_A > P > F_B$;
e) $F_A > F_B > P$.

Resolução:
Em A: $g_{ap_A} = g - a \Rightarrow F_A < P$

Em B: $g_{ap_B} = g + a \Rightarrow P < F_B$

Resposta: b

106 Um homem de massa igual a 80 kg sobe na plataforma de uma balança de banheiro esquecida no interior de um elevador em operação. A balança está graduada em quilogramas e o homem fica intrigado ao verificar que a indicação do instrumento é de 100 kg. Sabendo-se que no local g = 10,0 m/s², pede-se:
a) determinar o sentido e o módulo da aceleração do elevador;
b) indicar se o elevador está subindo ou descendo.

Resolução:
a) Se o "peso" aparente do homem (100 kg) é maior que seu "peso" real (80 kg), então a aceleração do elevador está dirigida **para cima**.
A indicação (I) da balança é diretamente proporcional à intensidade do peso do homem:
$I = k\ P \Rightarrow I = k\ m\ g$
Dentro do elevador: $100 = k\ m\ g_{ap}$ (I)
Fora do elevador (em repouso): $80 = k\ m\ 10{,}0$ (II)
(I) ÷ (II): $\dfrac{100}{80} = \dfrac{k\ m\ g_{ap}}{k\ m\ 10{,}0} \Rightarrow \boxed{g_{ap} = 12{,}5\ m/s^2}$
$g_{ap} = g + a \Rightarrow 12{,}5 = 10{,}0 + a$
$\boxed{a = 2{,}5\ m/s^2}$

b) O sentido do movimento do elevador está **indeterminado**. São possíveis duas situações:
(I) Elevador subindo em movimento acelerado;
(II) Elevador descendo em movimento retardado.

Respostas: a) Aceleração dirigida para cima, com módulo igual a 2,5 m/s²; b) O elevador pode estar subindo em movimento acelerado ou descendo em movimento retardado.

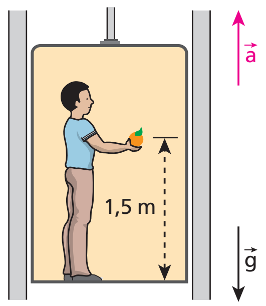
107 Considere um elevador cujo piso suporta uma força de compressão de intensidade máxima igual a $4{,}0 \cdot 10^3$ N. Esse elevador vai subir em movimento acelerado, transportando **n** caixas de massa 50 kg cada uma. Sabendo que a aceleração do elevador tem módulo igual a 2,0 m/s² e que $|\vec{g}| = 10$ m/s², calcule o máximo valor de **n**.

Resolução:
$P_{ap_{máx}} = m_{máx}(g + a)$
$4{,}0 \cdot 10^3 = n_{máx} \cdot 50\ (10 + 2{,}0)$
$n_{máx} \simeq 6{,}7$ caixas
Como **n** deve ser inteiro, então:
$\boxed{n = 6 \text{ caixas}}$

Resposta: 6 caixas

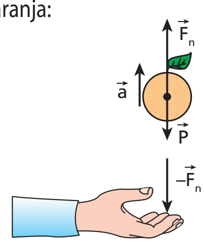
108 No esquema da figura, o garoto tem apoiada na palma de sua mão uma laranja de massa 100 g. O elevador sobe aceleradamente, com aceleração de módulo 2,0 m/s².
Em dado instante, o garoto larga a laranja, que se choca com o piso.

Elevador



Supondo $|\vec{g}| = 10$ m/s², calcule:
a) a intensidade da força (em newtons) aplicada pela laranja na mão do garoto enquanto em contato com ela;
b) o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que a laranja é largada até o instante do seu choque com o piso (a laranja é largada de uma altura de 1,5 m em relação ao piso do elevador). Despreze o efeito do ar.

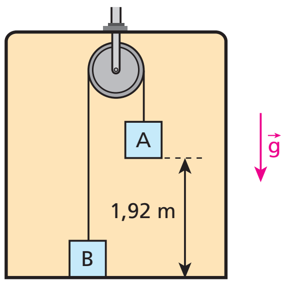
Resolução:
a) 2ª Lei de Newton para a laranja:
$F_n - P = m\ a$
$F_n - 0{,}10 \cdot 10 = 0{,}10 \cdot 2{,}0$
$\boxed{F_n = 1{,}2\ N}$



b) Dentro do elevador, há uma "gravidade aparente" de intensidade dada por:
$g_{ap} = g + a$
Movimento uniformemente variado da laranja:
$\Delta s = v_0\, t + \dfrac{g_{ap}}{2} t^2$
$1{,}5 = \dfrac{(10 + 2{,}0)}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = 0{,}50\ s}$

Respostas: a) 1,2 N; b) 0,50 s

109 A figura representa os blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 3,00 kg e 1,00 kg, conectados entre si por um fio leve e inextensível que passa por uma polia ideal, fixa no teto de um elevador. Os blocos estão inicialmente em repouso, em relação ao elevador, nas posições indicadas.



Admitindo que o elevador tenha aceleração de intensidade 2,0 m/s², vertical e dirigida para cima, determine o intervalo de tempo necessário para o bloco **A** atingir o piso do elevador. Adote nos cálculos $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.

Resolução:

(I) A gravidade aparente estabelecida dentro do elevador é dada por:

$g_{ap} = g + a \Rightarrow g_{ap} = 10{,}0 + 2{,}0\ (m/s)^2$

$\boxed{g_{ap} = 12{,}0\ m/s^2}$

(II) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$(m_A - m_B)\ g_{ap} = (m_A + m_B)\ a'$

$(3{,}00 - 1{,}00)\ 12{,}0 = (3{,}00 + 1{,}00)\ a'$

Donde: $\boxed{a' = 6{,}00\ m/s^2}$

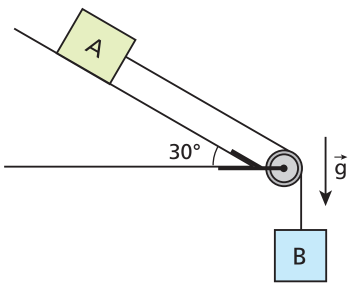
(III) Movimento uniformemente variado de **A**:

$\Delta s = v_0\ t + \frac{a'}{2} t^2 \Rightarrow 1{,}92 = \frac{6{,}00}{2} t^2$

$\boxed{t_2 = 8{,}00 \cdot 10^{-1}\ s}$

Resposta: $8{,}00 \cdot 10^{-1}$ s

110 No arranjo experimental esquematizado na figura, o fio e a polia são ideais, despreza-se o atrito entre o bloco **A** e o plano inclinado e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Não levando em conta a influência do ar, calcule:



Massa de **A**: 6,0 kg
Massa de **B**: 4,0 kg

a) o módulo da aceleração dos blocos;
b) a intensidade da força de tração no fio;
c) a intensidade da força resultante que o fio aplica na polia.

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$m_A\ g \text{ sen } 30° + m_B\ g = (m_A + m_B)\ a$

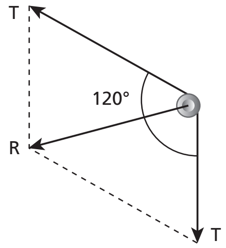
$6{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}50 + 4{,}0 \cdot 10 = (6{,}0 + 4{,}0)\ a$

$\boxed{a = 7{,}0\ m/s^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$m_B\ g - T = m_B\ a \Rightarrow 4{,}0 \cdot 10 - T = 4{,}0 \cdot 7{,}0$

$\boxed{T = 12\ N}$



c) **Lei dos cossenos:**

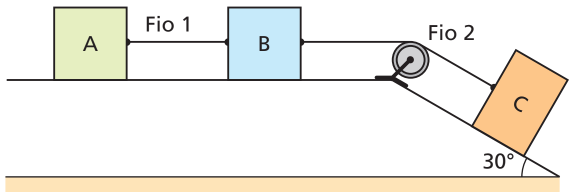
$R^2 = T^2 + T^2\ 2\ T\ T\ \cos 120°$

$R^2 = 2\ T^2 + 2\ T^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$\boxed{R = T = 12\ N}$

Respostas: a) 7,0 m/s²; b) 12 N; c) 12 N

111 No esquema a seguir, fios e polia são ideais. Desprezam-se todos os atritos, bem como a influência do ar.



Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade e **2m**, **2m** e **m** as massas dos blocos **A**, **B** e **C**, nessa ordem, calcule:

a) o módulo da aceleração de cada bloco;
b) a intensidade das forças que tracionam os fios 1 e 2;
c) a intensidade da força paralela ao plano horizontal de apoio a ser aplicada no bloco **A** de modo que o sistema permaneça em repouso.

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:

$m\ g\ \text{sen } 30° = (2\ m + 2\ m + m)\ a$

Donde: $\boxed{a = \frac{g}{10}}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:

$T_1 = 2 \cdot m \cdot a \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{m\ g}{5}}$ (fio 1)

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

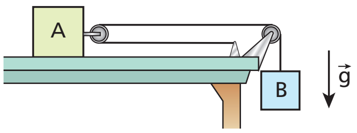
$T_2 = (2\ m + 2\ m) \cdot a \Rightarrow T_2 = 4\ m\ \frac{g}{10}$

$\boxed{T_2 = \frac{2\ m\ g}{5}}$ (fio 2)

c) $F = m\ g\ \text{sen } 30° \Rightarrow \boxed{F = \frac{m\ g}{2}}$

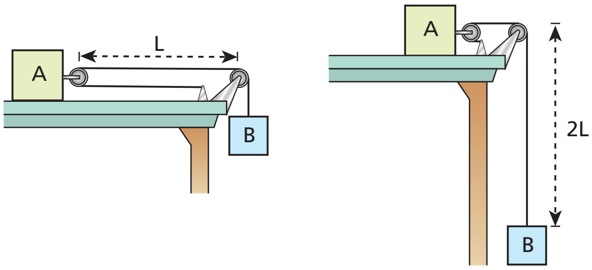
Respostas: a) $\frac{g}{10}$; b) Fio 1: $\frac{m\ g}{5}$, Fio 2: $\frac{2\ m\ g}{5}$; c) $\frac{m\ g}{2}$

112 E.R. Na situação esquematizada na figura, o fio e as polias são ideais. Os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a **M** e **m** e o atrito entre o bloco **A** e a mesa horizontal de apoio é desprezível.



Sendo **g** a intensidade da aceleração da gravidade, determine:
a) o módulo da aceleração do bloco **A** e do bloco **B**;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

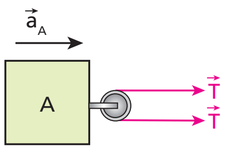
Resolução:
Observando os esquemas, podemos notar que o deslocamento do bloco **B** é o dobro do deslocamento do bloco **A** durante o mesmo intervalo de tempo.



Isso permite concluir que o módulo da aceleração do bloco **B** é o dobro do módulo da aceleração do bloco **A**.

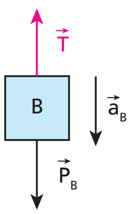
$$a_B = 2a_A$$

a) **2ª Lei de Newton para o bloco A:**



$2T = M\,a_A$ (I)

2ª Lei de Newton para o bloco B:



$P_B - T = m\,a_B$
$m\,g - T = m\,2a_A$
$(\times 2) = 2m\,g - 2T = 4m\,a_A$ (II)

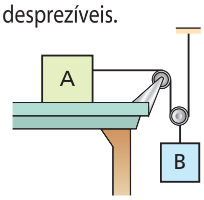
Somando-se (I) e (II), vem: $2m\,g = (M + 4m)a_A$

Donde: $\boxed{a_A = \dfrac{2m\,g}{M + 4m}}$ e $\boxed{a_B = \dfrac{4m\,g}{M + 4m}}$

b) De (I): $2T = M\,a_A \Rightarrow 2T = M\dfrac{2m\,g}{M + 4\,m}$

Donde: $\boxed{T = \dfrac{M\,m\,g}{M + 4m}}$

113 (AFA-SP) Os corpos **A** e **B** da figura abaixo têm massas **M** e **m** respectivamente. Os fios são ideais. A massa da polia e todos os atritos podem ser considerados desprezíveis.



O módulo da aceleração de **B** é igual a:

a) $\dfrac{m\,g}{M + m}$

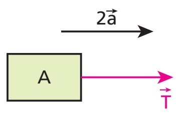
b) $\dfrac{m\,g}{4M + m}$

c) $\dfrac{2M\,g}{M + m}$

d) $\dfrac{2m\,g}{4M + m}$

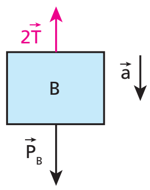
Resolução:
Quando **B** desloca-se verticalmente de uma distância **d**, **A** desloca-se horizontalmente de uma distância 2d. Logo:
$v_A = 2\ v_B$ e $a_A = 2a_B$

2ª Lei de Newton:



$T = M\ 2\ a$
ou
$2\,T = 4\ M\ a$ (I)

2ª Lei de Newton:

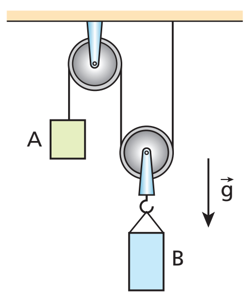


$P_B - 2\ T = m\ a$
$m\ g - 2\ T = m\ a$ (II)
(I) + (II): $m\ g = (4\,M + m)\ a$

Donde: $\boxed{a = \dfrac{m\ g}{4\,M + m}}$

Resposta: b

114 No arranjo experimental da figura, a caixa **A** é acelerada para baixo com 2,0 m/s². As polias e o fio têm massas desprezíveis e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s².



Supondo que a massa da caixa **B** seja de 80 kg e ignorando a influência do ar no sistema, determine:

a) o módulo da aceleração de subida da caixa **B**;
b) a intensidade da força de tração no fio;
c) a massa da caixa **A**.

Resolução:

a) Sendo **a** a intensidade da aceleração do bloco **A**, a do bloco **B** será $\frac{a}{2}$, já que esse bloco percorre, partindo do repouso, a metade da distância percorrida pelo bloco **A** durante o mesmo intervalo de tempo.

$$a_B = \frac{a}{2} = \frac{2{,}0\ m/s^2}{2} \Rightarrow \boxed{a_B = 1{,}0\ m/s^2}$$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$$2\ T - m_B\ g = m_B\ a_B \Rightarrow 2\ T - 80 \cdot 10 = 80 \cdot 1{,}0$$

$$\boxed{T = 4{,}4 \cdot 10^2\ N}$$

c) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:

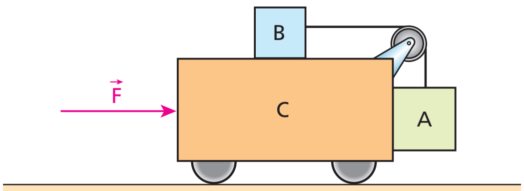
$$m_A\ g - T = m_A\ a_A$$

$$m_A\ 10 - 4{,}4 \cdot 10^2 = m_A\ 2{,}0$$

$$\boxed{m_A = 55\ kg}$$

Respostas: a) 1,0 m/s²; b) 4,4 · 10² N; c) 55 kg

115 Na figura, o sistema está sujeito à ação da resultante externa $\vec{F}$, paralela ao plano horizontal sobre o qual o carrinho está apoiado. Todos os atritos são irrelevantes e as inércias do fio e da polia são desprezíveis. As massas dos corpos **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 2,0 kg, 1,0 kg e 5,0 kg e, no local, o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s².



Supondo que **A** esteja apenas encostado em **C**, determine a intensidade de $\vec{F}$ de modo que **A** e **B** não se movimentem em relação ao carrinho **C**.

Resolução:

(I) Equilíbrio do bloco **A** na vertical:

$$T = m_A\ g \Rightarrow T = 2{,}0 \cdot 10\ (N)$$

$$\boxed{T = 20\ N}$$

(II) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$$T = m_B\ a_{sist} \Rightarrow 20 = 1{,}0\ a_{sist}$$

$$\boxed{a_{sist} = 20\ m/s^2}$$

(III) 2ª Lei de Newton para o sistema (conjunto A + B + C):

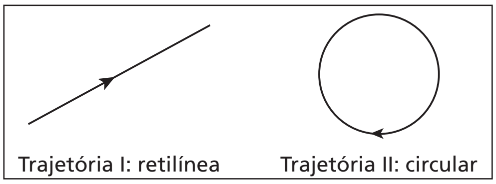
$$F = (m_A + m_B = m_C)\ a_{sist}$$

$$F = 8{,}0 \cdot 20\ (N)$$

$$\boxed{F = 1{,}6 \cdot 10^2\ N}$$

Resposta: 1,6 · 10² N

116 (Unesp-SP) Suponha que um estudante de Física esteja em repouso no compartimento de um trem, sem contato visual com o exterior, e que o trem se mova seguindo uma das trajetórias horizontais indicadas na figura.



Se o trem se movesse com velocidade de módulo **v** constante, esse estudante detectaria o movimento do trem em relação à Terra:

a) apenas para o caso da trajetória I.
b) apenas para o caso da trajetória II.
c) para ambas as trajetórias.
d) para ambas as trajetórias se **v** fosse próxima à velocidade da luz.
e) para nenhuma das trajetórias.

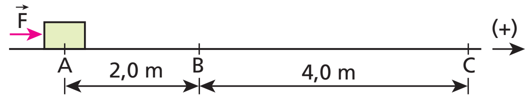
Resolução:

Assumindo um referencial fixo na superfície terrestre como inercial, o trem em movimento retilíneo e uniforme também será um referencial inercial.

De acordo com o **Princípio da Relatividade**, nenhum experimento físico realizado inteiramente em um referencial inercial pode revelar sua velocidade em relação a outro referencial inercial.

Resposta: b

117 Na figura abaixo, representa-se um plano horizontal, em que o trecho AB é perfeitamente liso e o trecho BC é áspero:



Um bloco de massa 2,0 kg parte do repouso no ponto **A**, acelerado pela força $\vec{F}$ constante, de intensidade 8,0 N e paralela ao plano; $\vec{F}$ atua no bloco até o ponto **B**, onde é suprimida. A partir daí, o bloco é desacelerado pela força de atrito, parando no ponto **C**. Desprezando a influência do ar:

a) calcule o módulo da velocidade do bloco no ponto **B** e a intensidade da força de atrito nele atuante no trecho BC;
b) trace o gráfico da velocidade escalar do bloco em função do tempo, adotando como origem dos tempos o instante de partida no ponto **A**.

Resolução:

a) **(I)** Cálculo da aceleração:

$$F = m\ a \Rightarrow 8{,}0 = 2{,}0\ a$$

$$\boxed{a = 4{,}0\ m/s^2}$$

(II) Cálculo da velocidade em **B**:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2\ a\ \overline{AB} \Rightarrow v_B^2 = 2 \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}0$$

$$\boxed{v_B = 4{,}0\ m/s}$$

(III) Cálculo da força de atrito:

$$F_{at} = m\ a'$$

$$v_C^2 = v_B^2 + 2\ \alpha\ \overline{BC}$$

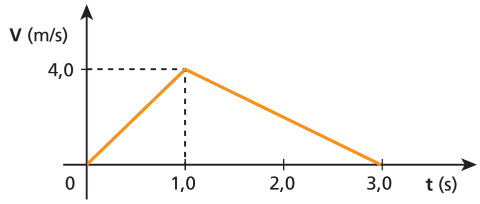
$$0 = (4{,}0)^2 + 2\ \alpha\ 4{,}0$$

$$\alpha = -2{,}0\ m/s^2 \Rightarrow a' = |\alpha| = 2{,}0\ m/s^2$$

$$\therefore F_{at} = 2{,}0\ 2{,}0\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at} = 4{,}0\ N}$$

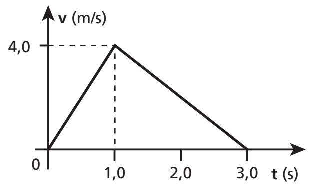
b) $v_B = v_A + a\ t \Rightarrow 4{,}0 = 4{,}0\ t \Rightarrow t = 1{,}0\ s$

$v_C = v_B + \alpha\ t' \Rightarrow 0 = 4{,}0 - 2{,}0\ t' \Rightarrow t' = 2{,}0\ s$

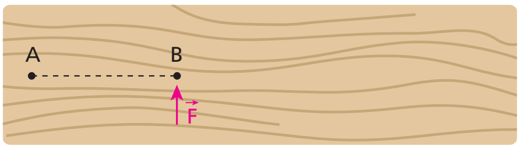


Respostas: a) 4,0 m/s; 4,0 N

b)



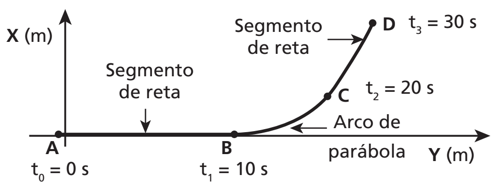
118 (Fuvest-SP) A figura a seguir representa, vista de cima, uma mesa horizontal na qual um corpo desliza sem atrito. O trecho AB é percorrido em 10 s, com velocidade constante de 3,0 m/s. Ao atingir o ponto **B**, aplica-se ao corpo uma força horizontal $\vec{F}$, de módulo e direção constantes, perpendicular a AB, que produz uma aceleração de 0,40 m/s². Decorridos outros 10 s, o corpo encontra-se em um ponto **C**, quando então a força cessa. O corpo move-se por mais 10 s até um outro ponto **D**.



a) Reproduza a figura e faça um esboço da trajetória ABCD.
b) Com que velocidade o corpo atinge o ponto **D**?

Resolução:

a) A trajetória ABCD está esboçada abaixo:



b) A velocidade do corpo na direção **x** permanece constante:

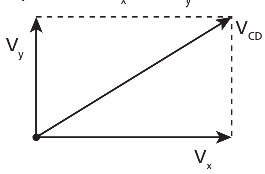
$v_x = 3{,}0\ m/s$

Em **B**, a velocidade é nula na direção **y**, mas em **C** sua intensidade é:

$v_y = \alpha\ t \Rightarrow v_y = 0{,}4 \cdot 10\ (m/s)$

$v_y = 4{,}0\ m/s$

No trecho CD, o movimento é uniforme e a intensidade da velocidade é obtida compondo-se $\vec{v}_x$ com $\vec{v}_y$.

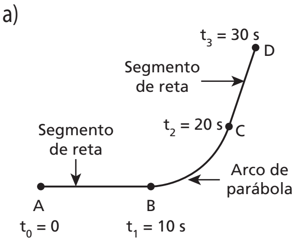


Teorema de Pitágoras:

$v_{CD}^2 = v_x^2 + v_y^2$

$v_{CD}^2 = (3{,}0)^2 + (4{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{v_{CD} = 5{,}0\ m/s}$

Respostas: a)



b) 5,0 m/s

119 (Fuvest-SP) A figura I indica um sistema composto por duas roldanas leves, capazes de girar sem atrito, e um fio inextensível que possui dois suportes em suas extremidades. O suporte **A** possui certo número de formigas idênticas, com 20 miligramas cada. O sistema está em equilíbrio. Todas as formigas migram então para o suporte **B** e o sistema movimenta-se de tal forma que o suporte **B** se apoia em uma mesa, que exerce uma força de 40 milinewtons sobre ele, conforme ilustra a figura II.

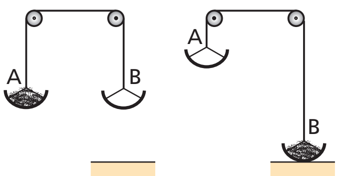


Fig. I Fig. II

Adotando g = 10 m/s², determine:

a) o peso de cada formiga;
b) o número total de formigas.

Resolução:

a) $p = m\ g \Rightarrow p = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 10\ (N)$

$\boxed{p = 2{,}0 \cdot 10^{-4}\ N}$

b) Situação da figura **I**: $P_A + n\ p = P_B$ (I)

Situação da figura **II**: $P_A + F_n = P_B + n\ p$ (II)

Subtraindo (II) de (I), temos:

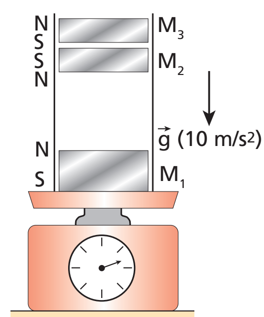
$n\ p - F_n = -n\ p \Rightarrow 2\ n\ p = F_n$

$2\ n\ 2{,}0 \cdot 10^{-4} = 40 \cdot 10^{-3}$

$\boxed{n = 100\ \text{formigas}}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ N; b) 100 formigas

120 (Fuvest-SP) Um tubo de vidro de massa m = 30 g está sobre uma balança. Na parte inferior do vidro, está um ímã cilíndrico de massa M_1 = 90 g. Dois outros pequenos ímãs de massas $M_2 = M_3$ = 30 g são colocados no tubo e ficam suspensos devido às forças magnéticas e aos seus pesos.



a) Qual a orientação e o módulo (em newtons) da resultante das forças magnéticas que agem sobre o ímã 2?
b) Qual a indicação da balança (em gramas)?

Resolução:

a) A resultante das forças magnéticas sobre o ímã **2** deve equilibrar o peso desse ímã, sendo, por isso, vertical e dirigida para cima.

$F_{m_2} = P_2 \Rightarrow F_{m_2} = m_2\ g$

$F_{m_2} = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10$ (N)

$\boxed{F_{m_2} = 3{,}0 \cdot 10^{-1}\ \text{N}}$

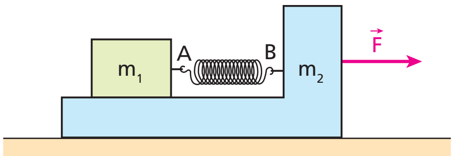
b) A força normal que comprime o prato da balança possui as mesmas características do peso total do sistema (tubo e ímãs). Como a balança está graduada em grama, sua indicação **I** é dada por:

$I = m + M_1 + M_2 + M_3 \Rightarrow \boxed{I = 180\ \text{g}}$

É importante salientar que as forças de interação magnética trocadas pelos ímãs não são detectadas pela balança. Isso ocorre porque essas forças são **internas** ao sistema (ação e reação) e sua resultante total é nula.

Respostas: a) Orientação: vertical para cima; módulo: $3{,}0 \cdot 10^{-1}$ N; b) 180 g

121 (FEI-SP) Os blocos representados na figura abaixo possuem, respectivamente, massas $m_1 = 2{,}0$ kg e $m_2 = 4{,}0$ kg; a mola AB possui massa desprezível e constante elástica K = 50 N/m. Não há atrito entre os dois blocos nem entre o bloco maior e o plano horizontal.



Aplicando ao conjunto a força $\vec{F}$ constante e horizontal, verifica-se que a mola experimenta uma deformação de 20 cm. Qual a aceleração do conjunto e a intensidade da força $\vec{F}$?

Resolução:

2ª Lei de Newton ao bloco (m_1)**:**

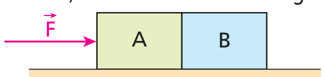
$F = m_1\ a \Rightarrow K\ \Delta x = m_1\ a$

$50 \cdot 0{,}20 = 2{,}0\ a$

Donde: $\boxed{a = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

Respostas: 5,0 m/s² e 30 N

122 (Unesp-SP) Dois blocos idênticos, **A** e **B**, deslocam-se sobre uma mesa plana sob ação de uma força horizontal constante de intensidade F = 10,0 N aplicada em **A**, conforme ilustrado na figura.

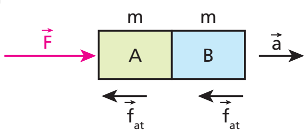


Sabendo-se que o movimento é uniformemente acelerado e que existe atrito entre os blocos **A** e **B** e a mesa, a força que **A** exerce sobre **B** tem intensidade igual a:

a) 20,0 N. b) 15,0 N. c) 10,0 N. d) 5,0 N. e) 2,5 N.

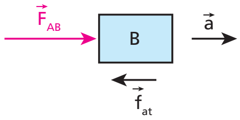
Resolução:

2ª Lei de Newton para o sistema A + B:



$F - 2\ f_{at} = 2\,m\ a$ (I)

2ª Lei de Newton ao bloco **B**:



$F_{AB} - f_{at} = m\ a$ (II)

$x\,(-2): -2\ F + 2\ f_{at} = -2\ m\ a$ (II)

Somando (I) + (II), temos:

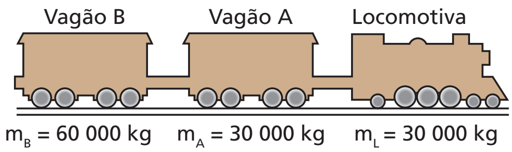
$F - 2\ F_{AB} = 0$

$F_{AB} = \frac{F}{2} = \frac{10{,}0}{2}$ (N)

$\boxed{F_{AB} = 5{,}0\ \text{N}}$

Resposta: d

123 Na figura seguinte, a locomotiva interage com os trilhos, recebendo deles uma força horizontal, dirigida para a direita e de intensidade 60 000 N. Essa força acelera os vagões **A** e **B** e a própria locomotiva, que parte do repouso no instante $t_0 = 0$.



No local do movimento, a estrada de ferro é plana, reta e horizontal. No instante t = 20 s, o vagão **B** desacopla-se da composição, o mesmo ocorrendo com o vagão **A** no instante t = 40 s.

a) Determine o módulo da aceleração do trem no instante t = 10 s, bem como as intensidades das forças de tração nos dois engates.

b) Faça o traçado, num mesmo par de eixos, dos gráficos da velocidade escalar em função do tempo para os movimentos da locomotiva, do vagão **A** e do vagão **B**, desde $t_0 = 0$ até t = 50 s.

Resolução:

a) $F = (m_L + m_A + m_B)\ a$

$60\,000 = 120\,000\ a \Rightarrow \boxed{a = 0{,}50\ \text{m/s}^2}$

Entre a locomotiva e o vagão **A**, a força de tração no engate tem intensidade **T**.

$T = (m_A + m_B)\ a \Rightarrow T = 90\,000 \cdot 0{,}50$ (N)

$\boxed{T = 45\,000\ \text{N}}$

Entre o vagão **A** e o vagão **B**, a força de tração no engate tem intensidade **T'**.

$T' = m_B\ a \Rightarrow T = 60\,000 \cdot 0{,}50$ (N)

$\boxed{T' = 30\,000\ \text{N}}$

b) (I) Cálculo da velocidade, em t = 20 s:

$v = 0{,}50 \cdot 20$ m/s $\Rightarrow \boxed{v = 10\ \text{m/s}}$

(II) Cálculo da aceleração, para 20 s < t ≤ 40 s:

$F = (m_L + m_A)\ a' \Rightarrow 60\,000 = 60\,000\ a'$

$\boxed{a' = 1{,}0\ \text{m/s}^2}$

(III) Cálculo da velocidade, em t = 40 s:

$v' = 10 + 1{,}0 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{v' = 30\text{ m/s}}$

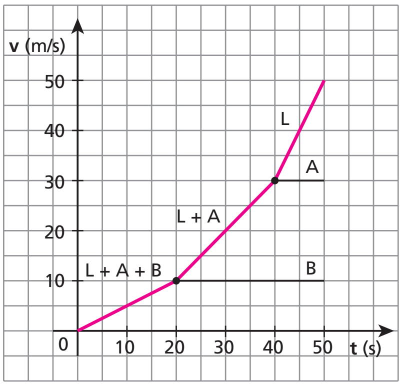
(IV) Cálculo da aceleração, para 40 s < t ≤ 50 s:

$F = m_L\ a'' \Rightarrow 60\,000 = 30\,000\ a''$

$\boxed{a'' = 2{,}0\text{ m/s}^2}$

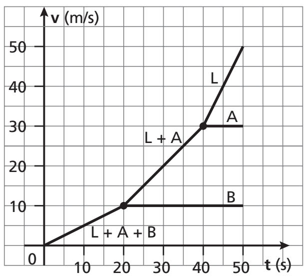
(V) Cálculo da velocidade, em t = 50 s:

$v'' = 30 + 2{,}0 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v'' = 50\text{ m/s}}$

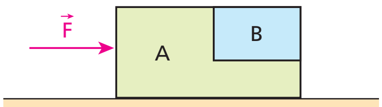


Respostas: a) 0,50 m/s²; entre a locomotiva e o vagão **A**: 45 000 N; entre os vagões **A** e **B**: 30 000 N.

b)



124 A figura esquematiza dois blocos **A** e **B** de massas respectivamente iguais a 6,0 kg e 3,0 kg em movimento sobre o solo plano e horizontal. O bloco **B** está simplesmente apoiado em uma re-entrância existente no bloco **A**, não havendo atrito entre **B** e **A**.



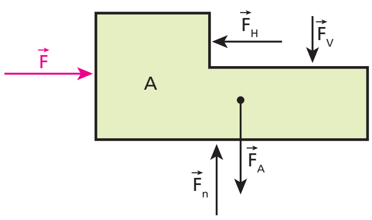
Admitindo que a intensidade da força horizontal $\vec{F}$ que acelera o conjunto é 120 N e que $|\vec{g}| = 10$ m/s²:

a) faça um esquema representando as forças que agem no bloco **A**;

b) calcule a intensidade da força de contato que **A** exerce em **B**.

Resolução:

a)



b) Blocos **A** e **B**: $F = (m_A + m_B)\ a$

$120 = 9{,}0\ a \Rightarrow \boxed{a = \frac{40}{3}\text{ m/s}^2}$

Bloco **B**: $F_H = m_B\ a$

$F_H = 3{,}0 \cdot \frac{40}{3}\text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_H = 40\text{ N}}$

$F_V = P_B = m_B\ g \Rightarrow F_V = 3{,}0 \cdot 10\text{ (N)}$

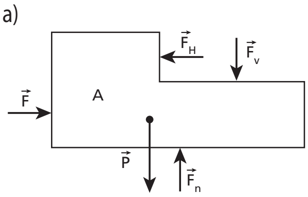
$\boxed{F_V = 30\text{ N}}$

Teorema de Pitágoras:

$F_{AB}^2 = F_H^2 + F_V^2 \Rightarrow F_{AB}^2 = (40)^2 + (30)^2$

$\boxed{F_{AB} = 50\text{ N}}$

Respostas: a)



b) 50 N

125 (Vunesp-SP) Observe a tirinha.

Considere as massas do recruta Zero, do sargento Tainha e da bigorna respectivamente iguais a 55 kg, 80 kg e 35 kg. Sendo constante a intensidade de todas as forças atuantes e sabendo-se que, no primeiro quadrinho, a reação normal do solo sobre o recruta Zero tem intensidade de 50 N e que a aceleração da gravidade local tem módulo g = 10 m/s², a máxima intensidade da aceleração, em m/s², com que o sargento Tainha é levado para o alto é, aproximadamente:

a) 0,13. b) 0,63. c) 5,0. d) 6,3. e) 11,0.

Resolução:

(I) Equilíbrio do Recruta Zero:

$E + F_{n_1} = P_Z + F_{n_2}$

$E + 50 = 55 \cdot 10 + 35 \cdot 10$

$\boxed{E = 850\ N}$

(II) Movimento acelerado do Sargento Tainha:

2ª Lei de Newton:

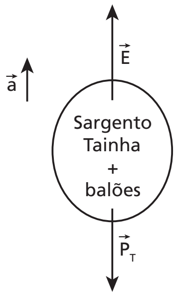
$E - P_T = m_T\ a$

$850 - 80 \cdot 10 = 80\ a$

$a = 0{,}625\ m/s^2$

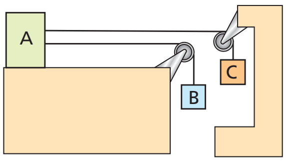
O valor que mais se aproxima é de $0{,}63\ m/s^2$.

Logo:

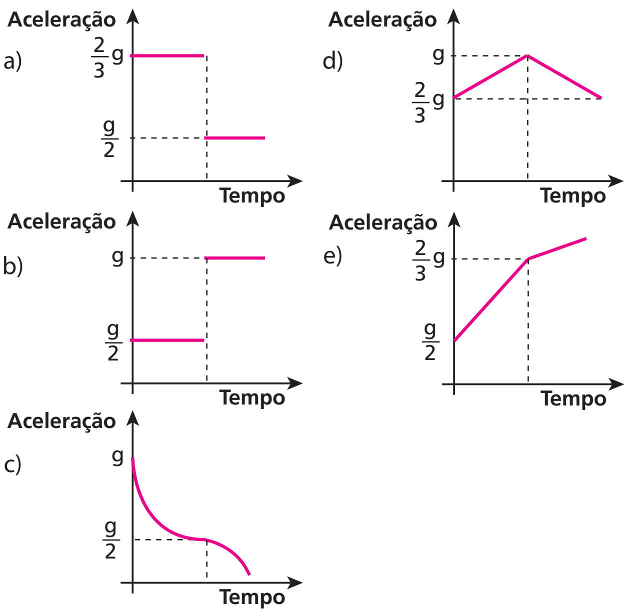


Resposta: b

126 (Vunesp-FMTM-MG) Analise:



No sistema indicado, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas iguais, as roldanas não estão sujeitas a forças dissipativas e os cabos conectados entre os blocos são inextensíveis e têm massa desprezível. Nos gráficos que se seguem, a linha pontilhada indica o instante em que o bloco **C** se apoia na superfície horizontal. Sendo **g** a intensidade da aceleração da gravidade, o módulo da aceleração do bloco **A** fica esboçado pelo gráfico:



Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton aplicada ao sistema A + B + C antes de **C** chegar à plataforma

$P_B + P_C = 3\ m\ a \Rightarrow 2\ m\ g = 3\ m\ a$

$\boxed{a = \frac{2}{3}\ g}$

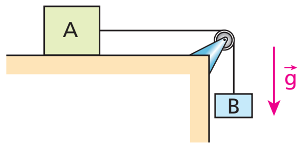
(II) 2ª Lei de Newton aplicada ao par B + C depois de **C** chegar à plataforma:

$P_B = 2\ m\ a' \Rightarrow m\ g = 2\ m\ a'$

$\boxed{a' = \frac{g}{2}}$

Resposta: a

127 Na situação representada a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas **M** e **m** respectivamente. O fio e a polia são ideais e não há atrito entre **A** e o plano horizontal de apoio. A aceleração da gravidade vale **g** e não há influência do ar.



Sendo **a** o módulo da aceleração dos blocos e **T** a intensidade da força de tração no fio, analise as proposições seguintes:

I. Por maior que seja **M** em comparação com **m**, tem-se sempre $a \neq 0$.

II. $a < g$

III. $T < m\,g$

IV. $T < M\,g$

Responda mediante o código:

a) Todas as proposições são corretas.

b) Todas as proposições são incorretas.

c) Apenas as proposições I e IV são corretas.

d) Apenas as proposições II e III são corretas.

e) Apenas as proposições I, II e III são corretas.

Resolução:

(I) Correta. $m\ g = (M + m)\ a \Rightarrow a = \frac{m}{M + m}\ g$

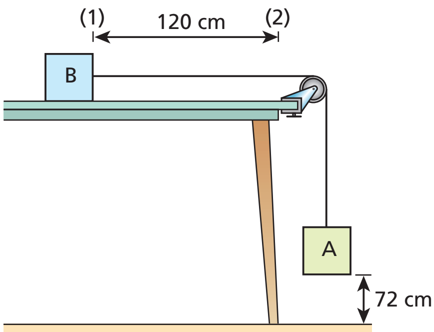
(II) Correta. $a = \underbrace{\frac{m}{M + m}}_{<1}\ g \Rightarrow a < g$

(III) Correta. $T = M\ a \Rightarrow T = \underbrace{\frac{M}{M + m}}_{<1}\ m\ g \Rightarrow T < m\ g$

(IV) Correta. $T = \underbrace{\frac{m}{M + m}}_{<1}\ M\ g \Rightarrow T < M\ g$

Resposta: a

128 Na montagem experimental esquematizada a seguir, a mesa horizontal é perfeitamente lisa, o fio e a polia são ideais e os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a 1,0 kg e 1,5 kg:



Com o bloco **B** na posição (1), o sistema é destravado no instante $t_0 = 0$, ficando sob a ação da gravidade. Desprezando a influência do ar, adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e admitindo que a colisão de **A** com o solo seja instantânea e perfeitamente inelástica, determine:

a) a intensidade da aceleração dos blocos no instante $t_1 = 0{,}50$ s;

b) o instante t_2 em que o bloco **B** atinge a posição (2).

Resolução:

a) (I) Cálculo da aceleração inicial:

$P_A = (m_A + m_B)\ a \Rightarrow 10 = 2{,}5\ a$

$\boxed{a = 4{,}0\ m/s^2}$

(II) Determinação do instante em que **A** atinge o solo:

MUV: $\Delta s = v_0\ t + \frac{a}{2}\ t^2 \Rightarrow 0{,}72 = \frac{4{,}0}{2}\ t^2$

$\boxed{t = 0{,}60\ s}$

Como $t_1 = 0{,}50$ s é anterior a $t = 0{,}60$ s, respondemos:

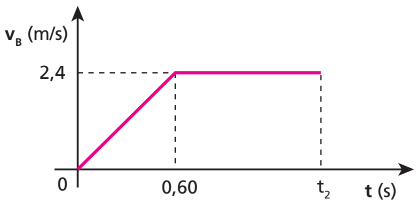
$\boxed{a = 4{,}0\ m/s^2}$

b)

$v_B = v_{0_B} + a\ t$

$v_B = 4{,}0 \cdot 0{,}60\ (m/s)$

$\boxed{v_B = 2{,}4\ m/s}$

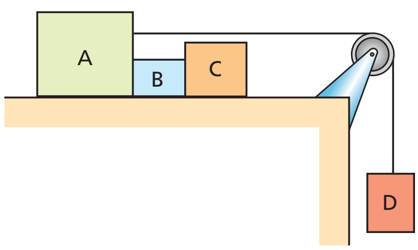


$\Delta s \overset{n}{=} \text{área} \Rightarrow 1{,}2 = \frac{(t_2 + t_2 - 0{,}60)\ 2{,}4}{2}$

$\boxed{t_2 = 0{,}80\ s}$

Respostas: a) 4,0 m/s²; b) 0,80 s

129 No arranjo experimental do esquema seguinte, desprezam-se os atritos e a influência do ar. O fio e a polia são ideais e adota-se para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s².



Largando-se o bloco **D**, o movimento do sistema inicia-se e, nessas condições, a força de contato trocada entre os blocos **B** e **C** tem intensidade 20 N. Sabendo que as massas de **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 6,0 kg, 1,0 kg e 5,0 kg, calcule:

a) a massa de **D**;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio;

c) a intensidade da força de contato trocada entre os blocos **A** e **B**.

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o bloco **C**:

$F_{BC} = m_C\ a \Rightarrow 20 = 5{,}0\ a$

$\boxed{a = 4{,}0\ m/s^2}$

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C + D:

$m_D\ g = (m_A + m_B + m_C + m_D)\ a$

$m_D\ 10 = (12 + m_D)\ 4{,}0$

$2{,}5\ m_D = 12 + m_D$

$\boxed{m_D = 8{,}0\ kg}$

b) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:

$T = (m_A + m_B + m_C)\ a$

$T = 12 \cdot 4{,}0\ (N)$

$\boxed{T = 48\ N}$

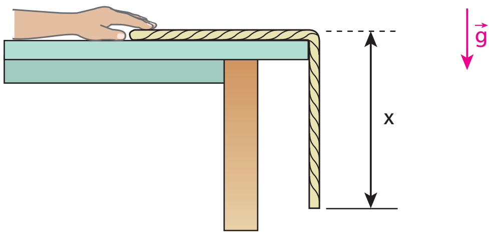
c) 2ª Lei de Newton para o conjunto B + C:

$F_{AB} = (m_B + m_C)\ a \Rightarrow F_{AB} = 6{,}0 \cdot 4{,}0\ (N)$

$\boxed{F_{AB} = 24\ N}$

Respostas: a) 8,0 kg; b) 48 N; c) 24 N

130 Uma corda flexível e homogênea tem seção transversal constante e comprimento total **L**. A corda encontra-se inicialmente em repouso, com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, conforme indica a figura a seguir.



Em determinado instante, a corda é abandonada, adquirindo movimento acelerado. Não considerando a influência do ar e assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor **g**, responda: como poderia ser apresentada a variação do módulo da aceleração da corda em função do comprimento pendente **x**?

a) $a = \frac{g}{L} x$

b) $a = \frac{g}{L^2} x^2$

c) $a = \frac{g\,L}{x}$

d) $a = \frac{g}{L^3} x^3$

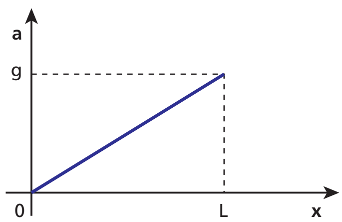
e) Não há elementos para uma conclusão, pois a massa da corda não foi dada.

Resolução:

2ª Lei de Newton para a corda:

$P_x = M_{total}\ a \Rightarrow m_x\ g = M_{total}\ a$

$k\ x\ g = k\ L\ a \Rightarrow \boxed{a = \frac{g}{L}\ x}$



É importante notar que a massa da corda é diretamente proporcional ao comprimento considerado ($m = k\ x$, em que **k** é uma constante de proporcionalidade que traduz a densidade linear da corda).

Resposta: a

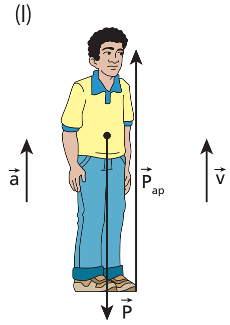
131 Num elevador, há uma balança graduada em newtons. Um homem de 60 kg de massa, em pé sobre a balança, lê 720 N quando o elevador sobe em movimento acelerado e 456 N quando o elevador desce em movimento acelerado, com a mesma aceleração da subida em módulo. Determine:

a) quais os módulos da aceleração da gravidade e do elevador;
b) quanto registrará a balança se o elevador subir ou descer com velocidade constante.

Resolução:

a) $P_{ap} - P = m\ a$

$720 - 60\ g = 60\ a$ (I)



$P - P'_{ap} = m\ a$

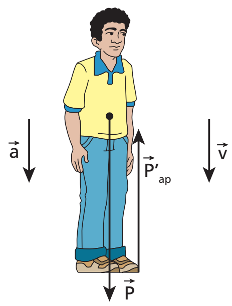
$60\ g - 456 = 60\ a$ (II)

De (I) e (II), temos:

$\boxed{g = 9,8\ m/s^2 \text{ e } a = 2,2\ m/s^2}$

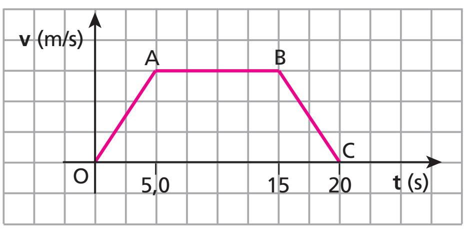
b) $P''_{ap} = P = m\ g \Rightarrow P''_{ap} = 60 \cdot 9,8\ (N)$

$\boxed{P''_{ap} = 588\ N}$



Respostas: a) 9,8 m/s² e 2,2 m/s²; b) 588 N

132 Num andar equidistante dos extremos de um edifício, uma pessoa de massa m = 100 kg toma um elevador, que passa a se mover verticalmente para cima. O gráfico mostra como varia a velocidade escalar do elevador em função do tempo:



Sabe-se que o peso aparente da pessoa na etapa OA do gráfico vale 1 100 N e que no local g = 10 m/s². Determine:

a) a altura do edifício se, no instante t = 20 s, o elevador parou em sua extremidade superior;
b) a intensidade do peso aparente da pessoa no trecho BC do gráfico.

Resolução:

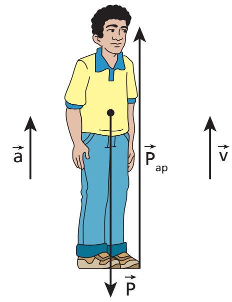
a)

(I) Cálculo da aceleração na etapa OA:

$P_{ap} - P = m\ a$

$1\,100 - 1\,000 = 100\ a$

$a = 1,0\ m/s^2$



(II) Cálculo da velocidade máxima:

$v = v_0 + a\ t \Rightarrow v = 1,0 \cdot 5,0\ (m/s)$

$v = 5,0\ m/s$

(III) Cálculo da altura do edifício:

$\frac{H}{2}\ n = \text{área} \Rightarrow \frac{H}{2} = \frac{(20 + 10)\ 5,0}{2}$

$\boxed{H = 150\ m}$

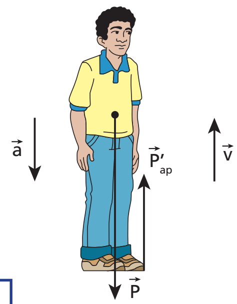
b)

$a' = a$

$P - P'_{ap} = m\ a$

$1000 - P'_{ap} = 100 \cdot 1,0$

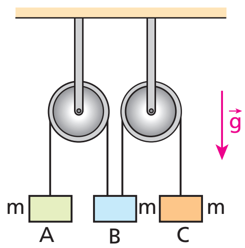
$\boxed{P'_{ap} = 900\ N}$



Respostas: a) 150 m; b) 900 N

133 (Fuvest-SP) Um sistema mecânico é formado por duas polias ideais que suportam três corpos **A**, **B** e **C** de massas iguais a **m**, suspensos por fios ideais, como representado na figura. O corpo **B** está suspendido simultaneamente por dois fios, um ligado a **A** e outro a **C**. Podemos afirmar que a aceleração do corpo **B** será:

a) zero.
b) $\left(\frac{g}{3}\right)$ para baixo.
c) $\left(\frac{g}{3}\right)$ para cima.
d) $\left(\frac{2g}{3}\right)$ para baixo.
e) $\left(\frac{2g}{3}\right)$ para cima



Resolução:

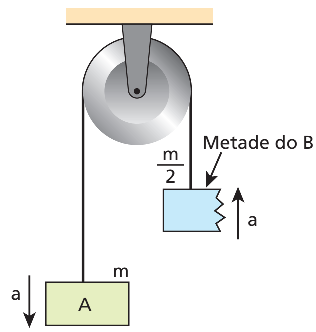
Devido à simetria, podemos raciocinar em termos do sistema esquematizado a seguir:

2ª Lei de Newton:

$\left(m - \frac{m}{2}\right)\ g = \left(m + \frac{m}{2}\right)\ a$

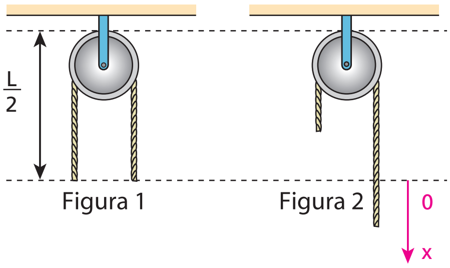
$\frac{m\ g}{2} = \frac{3\ m}{2}\ a$

$\boxed{a = \frac{g}{3}}$



Resposta: c

134 Na figura 1, a corda flexível e homogênea de comprimento **L** repousa apoiada na polia ideal de dimensões desprezíveis. Um pequeno puxão é dado ao ramo direito da corda e esta põe-se em movimento. Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, aponte a opção que mostra como varia o módulo da aceleração **a** da extremidade direita da corda em função da coordenada **x** indicada na figura 2:



a) $a = \frac{g}{L}x$

b) $a = \frac{2g}{L}x$

c) $a = \frac{2g}{3L}x$

d) $a = g$

e) A aceleração depende da massa da corda.

Resolução:

Aplicando a 2ª Lei de Newton à corda, temos:

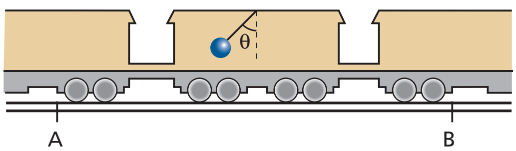
$P - p = m_{total}\ a$

$$K\left(\frac{L}{2} + x\right) g - K\left(\frac{L}{2} - x\right) g = K\ L\ a$$

$$\left(\frac{L}{2} + x - \frac{L}{2} + x\right) g = L\ a \Rightarrow \boxed{a = \frac{2\ g}{L}\ x}$$

Resposta: b

135 No teto de um vagão ferroviário, prende-se uma esfera de aço por meio de um fio leve e inextensível. Verifica-se que em um trecho retilíneo e horizontal da ferrovia o fio mantém-se na posição indicada, formando com a vertical um ângulo θ = 45°. No local, adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.



Sendo $\vec{v}$ a velocidade vetorial do trem e $\vec{a}$ sua aceleração, responda:

a) Qual a orientação de $\vec{a}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

b) Qual a intensidade de $\vec{a}$?

c) Qual a orientação de $\vec{v}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

Resolução:

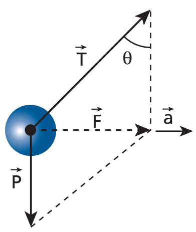
a) De **A** para **B**, pois $\vec{a}$ deve ter a mesma orientação da força resultante na esfera.

b) $\text{tg}\ \theta = \frac{F}{P} = \frac{m\,a}{m\,g}$

$a = g\ \text{tg}\ \theta$

$a = 10\ \text{tg}\ 45°$

$\boxed{a = 10\ m/s^2}$



c) Pode ser de **A** para **B** ou de **B** para **A**.

Respostas: a) De **A** para **B**; b) 10 m/s²; c) A orientação de $\vec{v}$ está indeterminada, podendo ser de **A** para **B** ou de **B** para **A**.

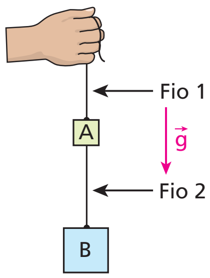
136 Na situação esquematizada, os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a **m** e **M** e os fios são ideais. Inicialmente, com o sistema em repouso suspenso na vertical, as trações nos fios 1 e 2 valem T_1 e T_2. Acelerando-se o conjunto verticalmente para cima com intensidade **a**, as trações nos fios passam a valer T'_1 e T'_2.

Sendo **g** a intensidade da aceleração da gravidade e não levando em conta a influência do ar, analise as proposições a seguir:

I. $T_1 = (M + m)\ g$ e $T_2 = M\ g$

II. $T'_1 = T_1$ e $T'_2 = T_2$

III. $\frac{T'_1}{T_1} = \frac{T'_2}{T_2} = \frac{a + g}{g}$



Responda mediante o código:

a) Se todas forem corretas.

b) Se todas forem incorretas.

c) Se I e II forem corretas.

d) Se II e III forem corretas.

e) Se I e III forem corretas

Resolução:

(I) Correta.

$\boxed{T_1 = (m + M)\ g \ \text{ e } \ T_2 = m\ g}$

(II) Incorreta.

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$T'_1 - (m + M)\ g = (m + M)\ a$

$\boxed{T'_1 = (m + M)\ (g + a)}$

2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$T'_2 - M\ g = M\ a \Rightarrow \boxed{T'_2 = M\ (g + a)}$

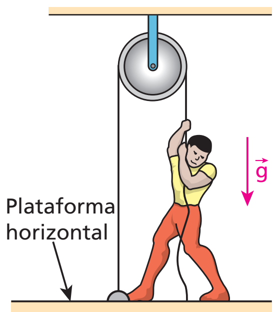
(III) Correta.

$$\boxed{\frac{T'_1}{T_1} = \frac{T'_2}{T_2} = \frac{g + a}{g}}$$

Os fios sofrem o mesmo acréscimo percentual da tração.

Resposta: e

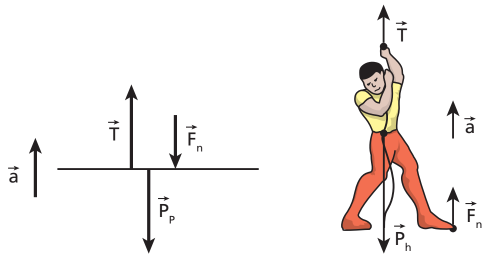
137 No esquema abaixo, o homem (massa de 80 kg) é acelerado verticalmente para cima juntamente com a plataforma horizontal (massa de 20 kg) sobre a qual está apoiado.



Isso é possível porque ele puxa verticalmente para baixo a corda que passa pela polia fixa. A aceleração do conjunto homem-plataforma tem módulo 5,0 m/s² e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s². Considerando ideais a corda e a polia e desprezando a influência do ar, calcule:

a) a intensidade da força com que o homem puxa a corda;
b) a intensidade da força de contato trocada entre o homem e a plataforma.

Resolução:
As forças que agem na plataforma e no homem estão apresentadas a seguir:



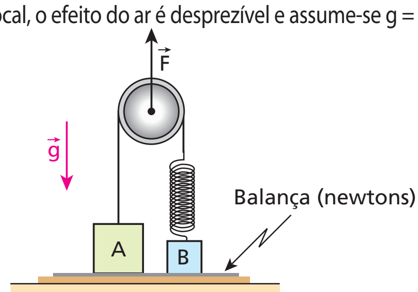
Plataforma: $T - F_n - P_P = m_P\ a$ (I)
Homem: $T - F_n - P_h = m_h\ a$ (II)

a) (I) + (II): $2\ T - (P_P + P_h) = (m_P + m_h)\ a \Rightarrow \boxed{T = 7{,}5 \cdot 10^2\ N}$

b) De (II): $7{,}5 \cdot 10^2 + F_n - 800 = 400 \Rightarrow \boxed{F_N = 4{,}5 \cdot 10^2\ N}$

Respostas: a) $7{,}5 \cdot 10^2$ N; b) $4{,}5 \cdot 10^2$ N

138 Na figura seguinte, os pesos da polia, do fio e da mola são desprezíveis. No local, o efeito do ar é desprezível e assume-se g = 10 m/s².



Sendo m_A = 40 kg e m_B = 24 kg, a deformação da mola de 50 cm e a intensidade de $\vec{F}$ igual a 720 N, determine:

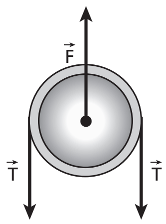
a) a constante elástica da mola, em N/m;
b) o módulo das acelerações de **A**, de **B** e do eixo da polia;
c) a indicação da balança sobre a qual repousam, inicialmente, os dois blocos.

Resolução:

a) A resultante das forças na polia deve ser nula. Assim:

$F = 2\ T \Rightarrow T = \frac{F}{2} = \frac{720}{2}$ (N)

$\boxed{T = 360\ N}$



Na mola: $F_e = T = 360$ N
$F_e = K\ \Delta x \Rightarrow 360 = K\ 0{,}50$

$\boxed{K = 720\ N/m}$

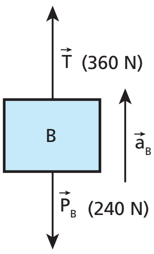
b) Tanto o bloco **A** como o **B** são solicitados verticalmente para cima, pela tração do fio (T = 360 N). Quanto ao bloco **A**, permanecerá em repouso sobre a balança, pois a tração que recebe do fio é insuficiente para vencer seu peso.

$\boxed{a_A = 0}$

O bloco **B** será acelerado verticalmente para cima, pois a tração que recebe do fio é suficiente para vencer seu peso.

$T - P_B = m_B\ a_B$
$360 - 240 = 24\ a_B$

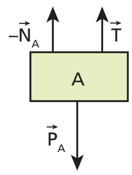
$\boxed{a_B = 5{,}0\ m/s^2}$



$a_{polia} = \frac{a_B}{2} = \frac{5{,}0}{2}$ (m/s²)

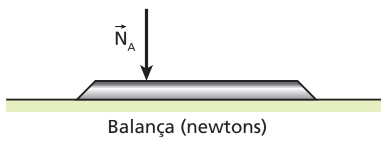
$\boxed{a_{polia} = 2{,}5\ m/s^2}$

c) Como o bloco **B** sobe, apenas o bloco **A** comprime a plataforma da balança.



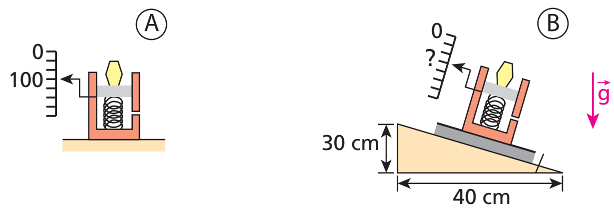
$N_A + T = P_A$
$N_A + 360 = 400$

$\boxed{N_A = 40\ newtons}$



Respostas: a) 720 N/m; b) **A**: zero, **B**: 5,0 m/s²; **Polia**: 2,5 m/s²; c) 40 N

139 (Fuvest-SP) O mostrador de uma balança, quando um objeto é colocado sobre ela, indica 100 N, como esquematizado em **A**. Se tal balança estiver desnivelada, como se observa em **B**, seu mostrador deverá indicar, para esse mesmo objeto, o valor de:



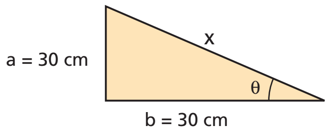
a) 125 N. b) 120 N. c) 100 N. d) 80 N. e) 75 N.

Resolução:
A indicação (I) da balança corresponde à força normal de compressão que o objeto exerce sobre sua plataforma. Essa força, nesse caso, tem intensidade igual à da componente normal ($\vec{P}_n$) do peso do objeto:

$x^2 = a^2 + b^2$

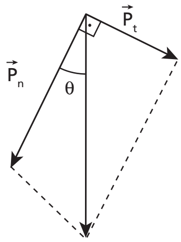
$x^2 = (30)^2 + (40)^2$

$\boxed{x = 50 \text{ cm}}$



$I = P_n \Rightarrow I = P \cos\theta$

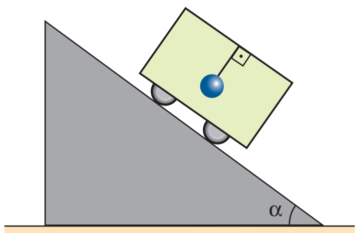
$I = P \dfrac{b}{x} = 100 \dfrac{40}{50}$ (N)



$\boxed{I = 80 \text{ N}}$

Resposta: d

140 (Cesgranrio-RJ) Na figura, o carrinho move-se ao longo de um plano inclinado, sujeito apenas às interações gravitacional e com a superfície do plano inclinado. Preso ao teto do carrinho, existe um pêndulo simples cujo fio permanece perpendicular à direção do movimento do sistema.



São feitas as seguintes afirmações:

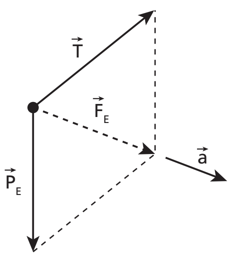
I. O carrinho está descendo o plano inclinado.
II. O movimento do carrinho é uniforme.
III. Não há atrito entre a superfície do plano inclinado e o carrinho.

Dessas afirmações, é (são) necessariamente verdadeira(s) apenas:

a) I e II;
b) I e III;
c) I;
d) II;
e) III.

Resolução:

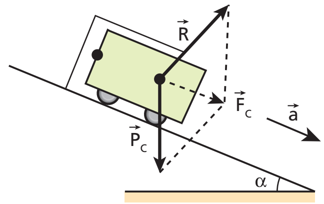
(I) Falsa.
Tendo em vista a posição do pêndulo, concluímos que a aceleração do sistema é paralela ao plano inclinado e dirigida para baixo.
Em que:
$\vec{F}_E$ é a força resultante na esfera.



Assim, o carrinho pode descer em movimento acelerado ou subir em movimento retardado.

(II) Falsa.
O movimento do caminhão não é uniforme.

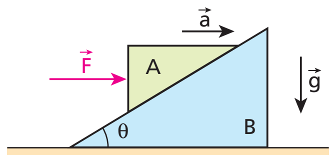
(III) Verdadeira.
A força resultante do carrinho ($\vec{F}_C$) deve ter a mesma orientação de $\vec{F}_E$. Para que isso ocorra, o carrinho deve receber do plano inclinado uma força de contato $\vec{R}$ perpendicular à rampa, como indica a figura a seguir:



Sendo $\vec{R}$ perpendicular à rampa, conclui-se que não há atrito entre a superfície do plano inclinado e o carrinho.

Resposta: e

141 (Fuvest-SP) Duas cunhas **A** e **B**, de massas $\mathbf{M_A}$ e $\mathbf{M_B}$ respectivamente, se deslocam juntas sobre um plano horizontal sem atrito, com aceleração constante de módulo **a**, sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}$ aplicada à cunha **A**, como mostra a figura a seguir. A cunha **A** permanece parada em relação à cunha **B**, apesar de não haver atrito entre elas, e, no local, o módulo de aceleração da gravidade é igual a **g**.



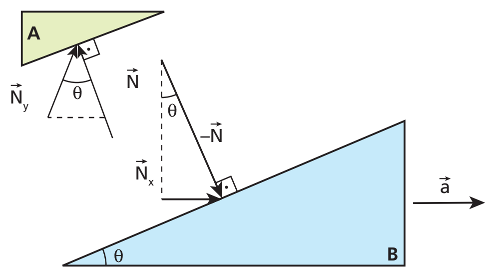
a) Determine a intensidade da força $\vec{F}$ aplicada à cunha **A**.
b) Determine a intensidade da força $\vec{N}$ que a cunha **B** aplica à cunha **A**.
c) Sendo **θ** o ângulo de inclinação da cunha **B**, determine a tangente de **θ**.

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$\boxed{F = (M_A + M_B)\ a}$

b) Como não há atrito entre as cunhas, a força $\vec{N}$ é perpendicular às superfícies de contato, como está representado a seguir:



em que:
$\vec{N}_x$ é a resultante externa que acelera a cunha **B**. Logo:
$N_x = M_B\ a$
$\vec{N}_y$ equilibra o peso da cunha **A**. Logo:
$N_y = M_A\ g$

Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras**, obtém-se:

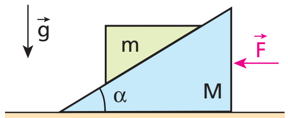
$N^2 = N_x^2 + N_y^2$

$$\boxed{N = \sqrt{M_B^2\ a^2 + M_A^2\ g^2}}$$

c) $\text{tg}\,\theta = \dfrac{N_x}{N_y} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\,\theta = \dfrac{M_B\ a}{M_A\ g}}$

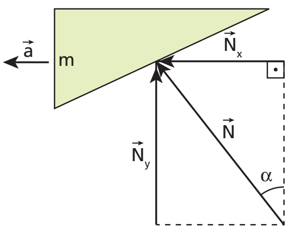
Respostas: a) $F = (M_A + M_B)a$; b) $N = \sqrt{M_B^2 a^2 + M_A^2 g^2}$; c) $\text{tg}\,\theta = \dfrac{M_B\ a}{M_A\ g}$

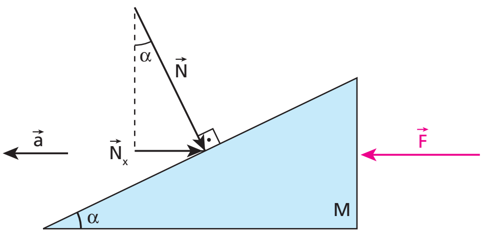
142 (ITA-SP) O plano inclinado da figura tem massa **M** e sobre ele apoia-se um objeto de massa **m**. O ângulo de inclinação é **α** e não há atrito nem entre o plano inclinado e o objeto, nem entre o plano inclinado e o apoio horizontal. Aplica-se uma força $\vec{F}$ horizontal no plano inclinado e constata-se que todo o sistema se move horizontalmente, sem que o objeto deslize em relação ao plano inclinado. Podemos afirmar que, sendo $\vec{g}$ a aceleração da gravidade local:



a) $F = m\,g$.
b) $F = (M + m)\,g$.
c) **F** tem de ser infinitamente grande.
d) $F = (M + m)\,g\,\text{tg}\,\alpha$.
e) $F = M\,g\,\text{sen}\,\alpha$.

Resolução:





$$\boxed{F = (M + m)\ g\ \text{tg}\,\alpha}$$

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{N_x}{N_y} = \dfrac{m\ a}{m\ g}$

$$\boxed{a = g \cdot \text{tg}\,\alpha}$$

2ª Lei de Newton para a massa **M**:

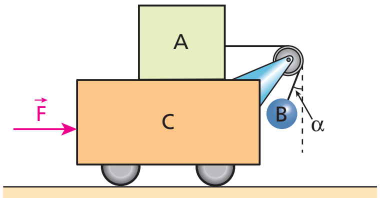
$F - N_x = M\ a$

$F - m\ a = M\ a$

$F = (M + m)\ a \Rightarrow \boxed{F = (M + m)\ g\ \text{tg}\,\alpha}$

Resposta: d

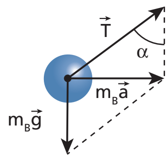
143 No esquema da figura, tem-se o sistema locomovendo-se horizontalmente, sob a ação da resultante externa $\vec{F}$. A polia tem peso desprezível, o fio que passa por ela é ideal e a influência do ar no local do movimento é irrelevante. Não há contato da esfera **B** com a parede vertical.



Sendo $m_A = 10,0$ kg, $m_B = 6,00$ kg, $m_C = 144$ kg e $g = 10,0$ m/s², determine a intensidade de $\vec{F}$ que faz com que **não** haja movimento dos dois corpos **A** e **B** em relação ao **C**.

Resolução:

Cálculo da aceleração:

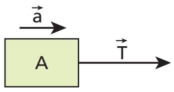


Corpo **B** $\begin{cases} T\ \cos\alpha = m_B\ g \\ T\ \text{sen}\,\alpha = m_B\ a \end{cases}$

Aplicando o **Teorema de Pitágoras**:

$T_2 = (m_B\ g)^2 + (m_B\ a)^2$ (I)

Corpo **A** $\Rightarrow T = m_A\ a$ (II)



De (I) e (II), obtemos:

$(m_A\ a)^2 = (m_B\ g)^2 + (m_B\ a)^2$

$(10,0\ a)^2 = (6,00 \cdot 10,0)^2 + (6,00\ a)^2$

$$\boxed{a = 7,50\ \text{m/s}^2}$$

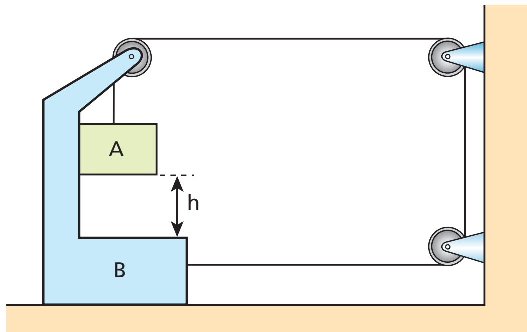
Cálculo da força:

$F = (m_A + m_B + m_C)\ a \Rightarrow F = 160 \cdot 7,50$ (N)

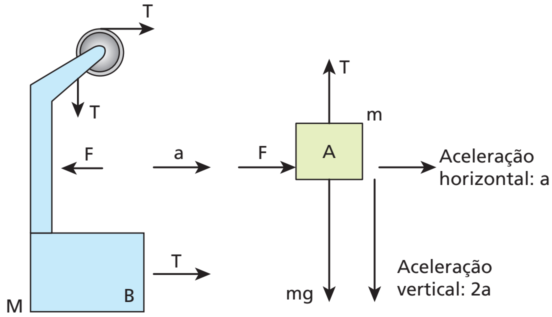
$$\boxed{F = 1,20 \cdot 10^3\ \text{N}}$$

Resposta: $1,20 \cdot 10^3$ N

144 No sistema representado na figura, não há atritos e o fio é inextensível e tem peso desprezível. No local, a intensidade da aceleração da gravidade vale **g**. Ignorando a influência do ar, calcule o intervalo de tempo que o corpo **A** (de massa **m**) leva para atingir a base do corpo **B** (de massa **M**) quando é abandonado de uma altura **h** em relação a **B**.



Resolução:



Movimento horizontal do corpo **A**:
$F = m\,a$ (I)

Movimento horizontal do corpo **B**:
$2\,T - F = M\,a$ (II)
(I) em (II): $2\,T - m\,a = M\,a$
$T = \frac{(m + M)}{2}\,a$ (III)

Movimento vertical do corpo **A**:
$m\,g - T = m\,2\,a$ (IV)
(III) em (IV): $m\,g - \frac{(m + M)}{2}\,a = m\,2\,a$
$m\,g = \left(2\,m + \frac{m + M}{2}\right)\,a$
$a = \frac{2\,m}{5\,m + M}\,g$

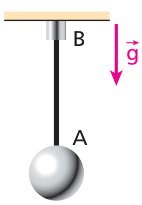
Observando que a aceleração vertical do corpo **A** tem intensidade igual ao dobro da aceleração horizontal do conjunto A + B, temos:

$a_A = 2\,a \Rightarrow \boxed{a_A = \frac{4\,m}{5\,m + M}\,g}$

MUV: $\Delta s = v_0 t + \frac{a}{2}\,t^2$
$h = \frac{4\,m}{2\,(5\,m + M)}\,g\,t^2 \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{(5\,m + M)\,h}{2\,m\,g}}}$

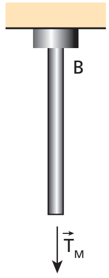
Resposta: $\sqrt{\frac{(5\,m + M)\,h}{2\,m\,g}}$

145 Na situação representada na figura, uma esfera metálica de raio **R** e densidade volumétrica (massa por unidade de volume) **μ** está em repouso sustentada por um cabo de aço de comprimento **L** e densidade linear (massa por unidade de comprimento) **ρ**.



Sabendo-se que no local a aceleração da gravidade tem intensidade **g**, pede-se para:
a) determinar a intensidade do peso da esfera;
b) determinar a intensidade da força de tração no ponto médio do cabo de aço;
c) esboçar o gráfico da intensidade da força de tração ao longo do cabo de aço em função da posição medida de **A** para **B**.

Resolução:



a) $\mu = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \mu\,v \Rightarrow m = \mu\,\frac{4}{3}\,\pi\,R^3$ (I)
$P = m\,g$ (II)
(I) em (II):

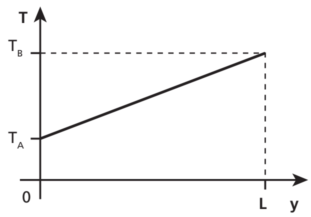
$\boxed{P = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3}$

b) $T_M = P + \frac{P_{cabo}}{2} \Rightarrow T_M = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3 + \frac{m_{cabo}\,g}{2}$ (III)
$\rho = \frac{m_{cabo}}{L} \Rightarrow m_{cabo} = \rho\,L$ (IV)
(IV) em (III):

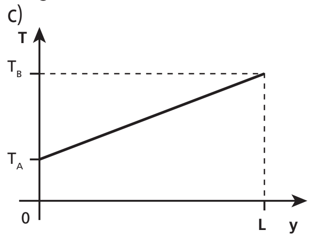
$\boxed{T_M = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3 + \frac{\rho\,L\,g}{2}}$

c) No ponto **A**:
$T_A = P \Rightarrow \boxed{T_A = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3}$
No ponto **B**:
$T_B = P + P_{cabo} \Rightarrow \boxed{T_B = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3 + \rho\,L\,g}$

Como a densidade linear do cabo de aço é constante, a intensidade da força de tração vai crescer uniformemente de **A** para **B** e o gráfico será um segmento de reta oblíquo.

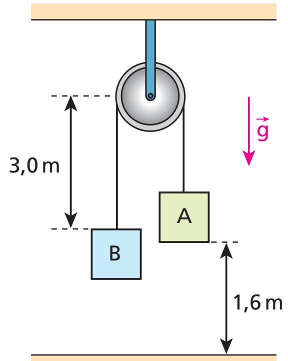


Respostas: a) $\frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3$
b) $\frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3 + \frac{\rho\,L\,g}{2}$
c)



$T_A = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3$
$T_B = \frac{4}{3}\,\pi\,\mu\,g\,R^3 + \rho\,L\,g$

146 No sistema esquematizado a seguir, o fio e a polia são ideais, a influência do ar é desprezível e $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$. Os blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 6,0 kg e 2,0 kg, encontram-se inicialmente em repouso, nas posições indicadas.



Abandonando-se o sistema à ação da gravidade, pede-se para calcular:

a) o módulo da velocidade do bloco **A** imediatamente antes da colisão com o solo, admitida instantânea e perfeitamente inelástica;

b) a distância percorrida pelo bloco **B** em movimento ascendente.

Resolução:

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$(m_A - m_B)\ g = (m_A + m_B)\ a$

$(6{,}0 - 2{,}0)\ 10 = (6{,}0 + 2{,}0)\ a \Rightarrow \boxed{a = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

MUV (Equação de Torricelli):

$v^2 = v_0^2 + 2\ a\ \Delta s$

$v^2 = 2 \cdot 5{,}0 \cdot 1{,}6$

$\boxed{v = 4{,}0 \text{ m/s}}$

b) Após a colisão de **A** com o solo, **B** continua subindo em movimento uniformemente retardado, com aceleração escalar $\alpha = -10 \text{ m/s}^2$.

$v^2 = v_0^2 + 2\ \alpha\ \Delta s'$

$0 = (4{,}0)^2 + 2\ (-10)\ \Delta s'$

$\boxed{\Delta s' = 0{,}80 \text{ m}}$

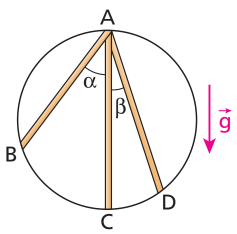
$\Delta s_B = \Delta s + \Delta s'$

$\Delta s_B = 1{,}6 + 0{,}80 \text{ (m)}$

$\boxed{\Delta s_B = 2{,}4 \text{ m}}$

Respostas: a) 4,0 m/s; b) 2,4 m

147 Na figura, AB, AC e AD são três tubos de pequeno diâmetro, muito bem polidos internamente e acoplados a um arco circular. O tubo AC é vertical e passa pelo centro do arco.



Uma mesma esfera é abandonada do repouso sucessivamente do topo dos três tubos, atingindo o arco circular decorridos intervalos de tempo respectivamente iguais a t_{AB}, t_{AC} e t_{AD}. A aceleração da gravidade tem módulo **g** e $\alpha > \beta$.

Não considerando a influência do ar:

a) calcule o módulo da aceleração da bolinha no tubo AB, em função de **g** e de **α**;

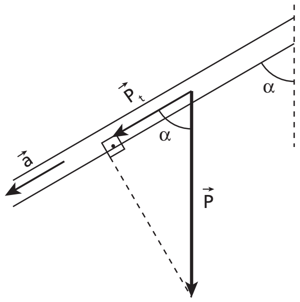
b) relacione t_{AB}, t_{AC} e t_{AD}.

Resolução:

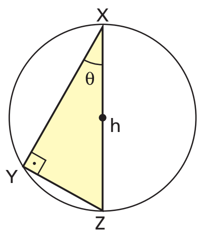
a) A força resultante responsável pela aceleração da esfera ao longo da canaleta é a componente tangencial do seu peso.

$F = P_t \Rightarrow m \cdot a = M \cdot g \cdot \cos\alpha$

$\boxed{a = g \cdot \cos\alpha}$



b) É fundamental recordar inicialmente que qualquer triângulo inscrito em uma semicircunferência, com um lado igual ao diâmetro (comprimento **h**), é **retângulo**.



$\cos\theta = \dfrac{XY}{h}$

$\boxed{XY = h\ \cos\theta}$

Cálculo de t_{AB}:

$t_{AB} = \sqrt{\dfrac{2\ AB}{g\ \cos\alpha}} = \sqrt{\dfrac{2\ h\ \cos\alpha}{g\ \cos\alpha}}$

Donde: $\boxed{t_{AB} = \sqrt{\dfrac{2\ h}{g}}}$

Cálculo de t_{AC}:

$\boxed{t_{AC} = \sqrt{\dfrac{2\ h}{g}}}$

Cálculo de t_{AD}:

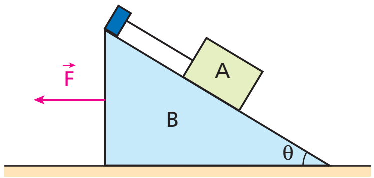
$t_{AD} = \sqrt{\dfrac{2\ AD}{g\ \cos\beta}} = \sqrt{\dfrac{2\ h\ \cos\beta}{g\ \cos\beta}}$

Donde: $\boxed{t_{AD} = \sqrt{\dfrac{2\ h}{g}}}$

Portanto: $\boxed{t_{AB} = t_{AC} = t_{AD}}$

Respostas: a) $g \cos\alpha$; b) $t_{AB} = t_{AC} = t_{AD}$

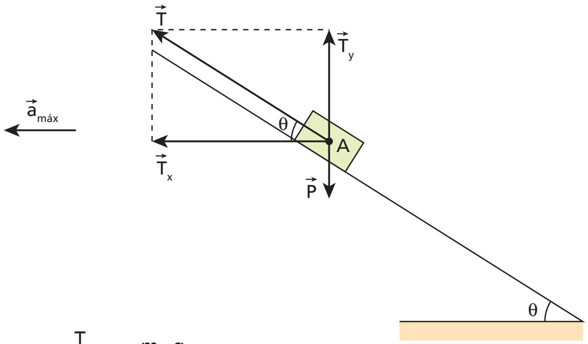
148 Na situação esquematizada na figura, o bloco **A** de massa **m** está apoiado sobre o prisma **B** de massa **M**. O bloco **A** deverá ser mantido em repouso em relação ao prisma **B**. Para tanto, utiliza-se um fio ideal paralelo à face do prisma inclinada de um ângulo **θ** em relação à superfície de apoio do sistema, considerada plana e horizontal. Todos os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade local tem módulo **g**.



Aplica-se em **B** uma força constante horizontal $\vec{F}$ e o sistema é acelerado para a esquerda. Admitindo que **A** não perde o contato com **B**, determine a máxima intensidade admissível para $\vec{F}$.

Resolução:

(I) No caso em que a intensidade de $\vec{F}$ é máxima, a força de contato entre **A** e **B** é nula.



$$\text{tg}\,\theta = \frac{T_y}{T_x} = \frac{m\ \ g}{m\ \ a_{máx}}$$

$$\boxed{a_{máx} = g\ \ \text{cotg}\,\theta}$$

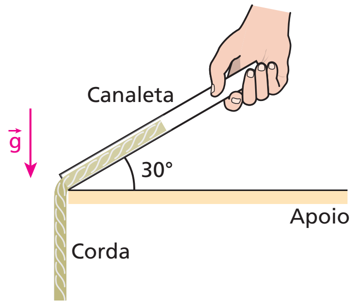
(II) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$$F_{máx} = (M + m)\ \ a_{máx}$$

$$\boxed{F_{máx} = (M + m)\ \ g\ \ \text{cotg}\,\theta}$$

Resposta: $F_{máx} = (M + m)\ \ g\ \ \text{cotg}\,\theta$

149 Uma corda flexível, homogênea, de seção transversal constante e de comprimento igual a **L** será posta a deslizar no interior de uma canaleta perfeitamente lisa, inclinada de um ângulo θ = 30° em relação à horizontal, conforme representa a figura. Na situação, a influência do ar é desprezível e a aceleração da gravidade tem intensidade $g = 10\ m/s^2$.



No instante em que o comprimento pendente na vertical for igual a $\frac{L}{2}$, a intensidade da aceleração da corda:

a) valerá $2,5\ m/s^2$;
b) valerá $5,0\ m/s^2$;
c) valerá $7,5\ m/s^2$;
d) valerá $10\ m/s^2$;
e) estará indeterminada, pois não foi dado o valor numérico de **L**.

Resolução:

2ª Lei de Newton para a corda toda:

$$M_{total}\ \ a = m_x\ \ g + (M_{total} - m_x)\ \ g\ \ \text{sen}\ 30°$$

$$K\ \ L\ \ a = K\ \ x\ \ g + K\ \ (L - x)\ \ \frac{g}{2}$$

$$\boxed{a = \frac{g}{2\ \ L} \cdot (x + L)}$$

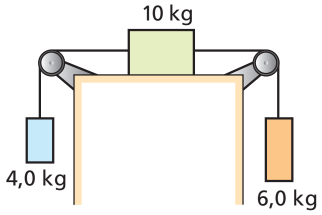
Para $g = 10\ m/s^2$ e $x = \frac{L}{2}$, temos:

$$a = \frac{10}{2\ \ L}\left(\frac{L}{2} + L\right) \Rightarrow \boxed{a = 7,5\ m/s^2}$$

Resposta: c

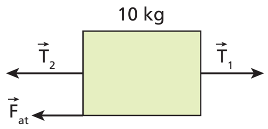
Tópico 2

1 (FGV-SP) O sistema indicado está em repouso devido à força de atrito entre o bloco de massa de 10 kg e o plano horizontal de apoio. Os fios e as polias são ideais e adota-se $g = 10\ m/s^2$.



a) Qual o sentido da força de atrito no bloco de massa de 10 kg, para a esquerda ou para a direita?
b) Qual a intensidade dessa força?

Resolução:
a) O sistema tende a se movimentar em sentido horário. A força de atrito no bloco de massa 10 kg será dirigida para a **esquerda**, de modo a impedir que ele escorregue.
b)



(I) $T_1 = P_1 = m_1 g$
$T_1 = 6{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow T_1 = 60\ N$
(II) $T_2 = P_2 = m_2 g$
$T_2 = 4{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow T_2 = 40\ N$
(III) $F_{at} + T_2 = T_1 \Rightarrow F_{at} + 40 = 60$

$\boxed{F_{at} = 20\ N}$

Respostas: a) Para a esquerda; b) 20 N

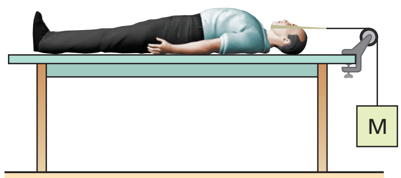
2 Para colocar um bloco de peso 100 N na iminência de movimento sobre uma mesa horizontal, é necessário aplicar sobre ele uma força, paralela à mesa, de intensidade 20 N. Qual o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa?

Resolução:
$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P$

$20 = \mu_e\ 100 \Rightarrow \boxed{\mu_e = 0{,}20}$

Resposta: 0,20

3 Na situação esquematizada na figura, um homem de massa 70 kg está deitado sobre uma mesa horizontal para submeter-se a uma terapia por tração:



O fio e a polia são ideais e o coeficiente de atrito estático entre o corpo do homem e a mesa vale 0,40. Se o homem está na iminência de deslizar sobre a mesa, qual o valor da massa **M**?

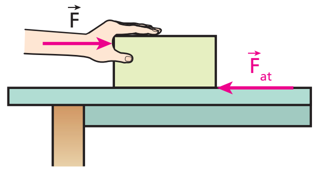
Resolução:
$T = F_{at_d} \Rightarrow M\,g = \mu_e\,m\,g$
$M = \mu_e\,m \Rightarrow M = 0{,}40 \cdot 70\ (kg)$

$\boxed{M = 28\ kg}$

Resposta: 28 kg

4 E.R. Uma caixa de peso 10 kgf acha-se em repouso sobre uma mesa horizontal. Calcule a intensidade da força de atrito exercida sobre a caixa quando ela é empurrada por uma força horizontal de 2,0 kgf. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e a mesa vale 0,30.

Resolução:
A situação descrita está esquematizada abaixo:
Inicialmente, vamos calcular a intensidade da força de atrito de destaque entre a caixa e a mesa:



$$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P$$

Sendo $\mu_e = 0{,}30$ e $P = 10$ kgf, vem:

$$F_{at_d} = 030 \cdot 10\ (kgf)$$

Donde: $\boxed{F_{at_d} = 3{,}0\ kgf}$

Como a força com que a caixa é empurrada (2,0 kgf) é menos intensa que a força de atrito de destaque (3,0 kgf), temos uma situação de equilíbrio. A caixa permanece em repouso e a força de atrito estático exercida sobre ela tem intensidade 2,0 kgf:

$$\boxed{F_{at} = 2{,}0\ kgf}$$

5 Sobre um piso horizontal, repousa uma caixa de massa $2{,}0 \cdot 10^2$ kg. Um homem a empurra, aplicando-lhe uma força paralela ao piso, conforme sugere o esquema abaixo:

O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso é 0,10 e, no local, $g = 10\ m/s^2$. Determine:
a) a intensidade da força com que o homem deve empurrar a caixa para colocá-la na iminência de movimento;
b) a intensidade da força de atrito que se exerce sobre a caixa quando o homem a empurra com 50 N.

Resolução:
a) $F = F_{at_d} = \mu_e F_n$
$F = \mu_e m\,g \Rightarrow F = 0{,}10 \cdot 2{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\ (N)$

$$\boxed{F = 2{,}0 \cdot 10^2\ N}$$

b) Como $F < F_{at_d}$ (50 N < 200 N), a caixa permanece em repouso e $F_{at} = F = 50$ N.

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^2$ N ; b) 50 N

6 E.R. Na figura abaixo, um homem está empurrando um fogão de massa 40 kg, aplicando sobre ele uma força $\vec{F}$, paralela ao solo plano e horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o fogão e o solo é igual a 0,75 e, no local, adota-se g = 10 m/s².

Supondo que o fogão está na iminência de escorregar, calcule:

a) a intensidade de $\vec{F}$;

b) a intensidade da força $\vec{C}$ de contato que o fogão recebe do solo.

Resolução:

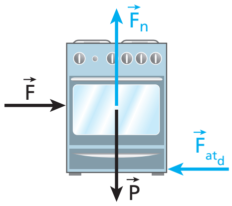
No esquema abaixo, representamos as forças que agem no fogão:

$\vec{F}$: força aplicada pelo homem;

$\vec{F}_{at_d}$: força de atrito de destaque (movimento iminente);

$\vec{P}$: força da gravidade (peso);

$\vec{F}_n$: força normal.



a) **Equilíbrio na vertical:** $F_n = P$

$$F_n = m\,g \Rightarrow F_n = 40 \cdot 10 \text{ (N)}$$

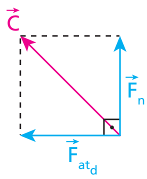
$$F_n = 400 \text{ N}$$

Equilíbrio na horizontal: $F = F_{at_d}$

$$F = \mu_e F_n \Rightarrow F = 0{,}75 \cdot 400 \text{ (N)}$$

$$\boxed{F = 300 \text{ N}}$$

b) A força $\vec{C}$ é a resultante da soma vetorial de $\vec{F}_{at_d}$ com $\vec{F}_n$. Aplicando o **Teorema de Pitágoras**, vem:

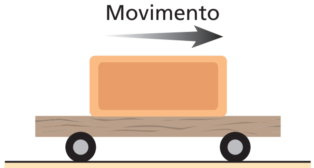


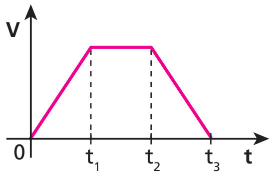
$$C^2 = F_n^2 + F_{at_d}^2$$

$$C^2 = (400)^2 + (300)^2$$

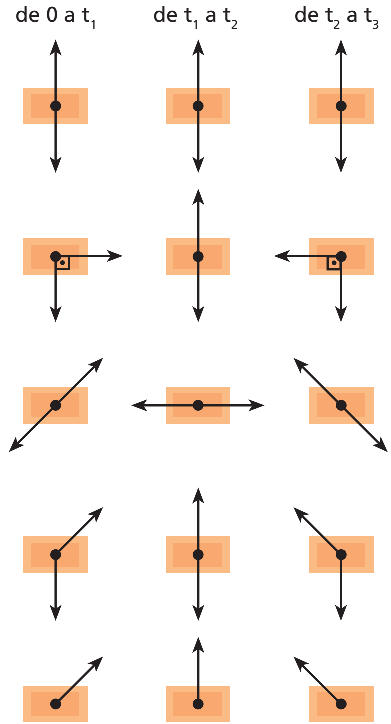
$$\boxed{C = 500 \text{ N}}$$

7 Considere a situação esquematizada na figura, em que um tijolo está apoiado sobre uma plataforma de madeira plana e horizontal. O conjunto parte do repouso no instante $t_0 = 0$ e passa a descrever uma trajetória retilínea com velocidade de intensidade **V**, variável com o tempo, conforme o gráfico apresentado. No local, a influência do ar é desprezível.





Admitindo que não haja escorregamento do tijolo em relação à plataforma e adotando um referencial fixo no solo, aponte a alternativa que melhor representa as forças que agem no tijolo nos intervalos de 0 a t_1, de t_1 a t_2 e de t_2 a t_3:



a)

b)

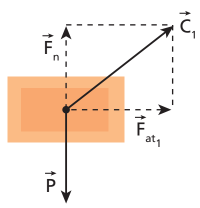
c)

d)

e)

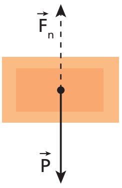
Resolução:

(I) **De 0 a t_1:** Movimento retilíneo e uniformemente acelerado para a direita.



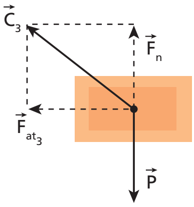
$$\vec{C}_1 = \vec{F}_{at_1} + \vec{F}_n$$

(II) **De t_1 a t_2:** Movimento retilíneo e uniforme para a direita.



$\vec{F}_{at_2} = \vec{0}$

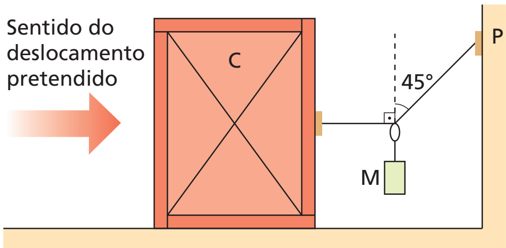
(III) **De t_2 a t_3:** Movimento retílineo e uniformemente retardado para a direita.



$\vec{C}_3 = \vec{F}_{at_3} + \vec{F}_n$

Resposta: d

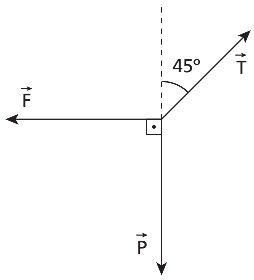
8 (Fuvest-SP – mod.) Para vencer o atrito e deslocar um grande contêiner **C**, no sentido indicado, é necessária uma força horizontal que supere 500 N. Na tentativa de movê-lo, blocos de massa m = 15 kg são pendurados em um fio, que é esticado entre o contêiner e o ponto **P** na parede, como na figura.



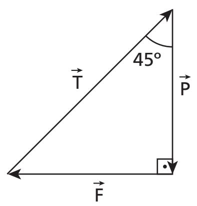
Para movimentar o contêiner, é preciso pendurar no fio, no mínimo:
(Adote $g = 10\ m/s^2$.)

a) 1 bloco.
b) 2 blocos.
c) 3 blocos.
d) 4 blocos.
e) 5 blocos.

Resolução:
Esquema de forças no ponto do fio em que são pendurados os blocos:



Na situação de equilíbrio, a linha poligonal de $\vec{F}$, $\vec{T}$ e $\vec{P}$ deve ser fechada.

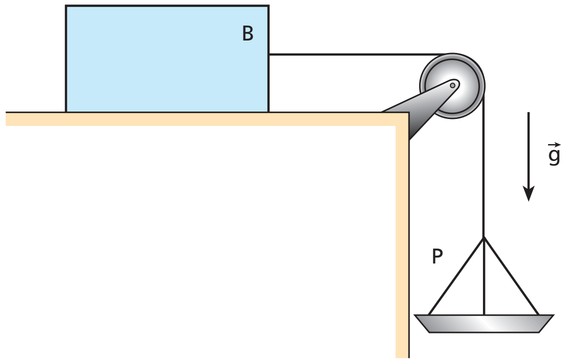


O triângulo retângulo é isósceles, logo:
$F = P \Rightarrow F = m\,g$
$F = n\,m\,g$ (n = número de blocos)
$F = n \cdot 15 \cdot 10\ (N) \Rightarrow F = n \cdot 150\ (N)$
Para mover o contêiner:
$F > F_{at_{dest}}$
$n \cdot 150 > 500$
$n > 3{,}33$ ... blocos

$\boxed{n_{mín} = 4 \text{ blocos}}$

Resposta: d

9 Na situação da figura, o bloco **B** e o prato **P** pesam, respectivamente, 80 N e 1,0 N. O coeficiente de atrito estático entre **B** e o plano horizontal de apoio vale 0,10 e desprezam-se os pesos dos fios e o atrito no eixo da polia. No local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.



Dispõe-se de 20 blocos iguais, de 100 g de massa cada um, que podem ser colocados sobre o prato **P**.

a) Colocando-se dois blocos sobre **P**, qual a intensidade da força de atrito exercida em **B**?
b) Qual o número de blocos que deve ser colocado sobre **P**, para que **B** fique na iminência de se movimentar?

Resolução:
a) $F_{at_d} = \mu_e\ F_n = \mu_e\ P_B \Rightarrow F_{at_d} = 0{,}10 \cdot 80\ (N)$

$\boxed{F_{at_d} = 8{,}0\ N}$

$F = P_{prato} + 2\,p \Rightarrow F = 1{,}0 + 2 \cdot 0{,}10 \cdot 10\ (N)$

$\boxed{F = 3{,}0\ N}$

Como $F < F_{at_d}$, o sistema permanece em repouso e a força de atrito estático exercida em **B** vale 3,0 N.

b) $P_{prato} + n \cdot p = F_{at_d} \Rightarrow 1{,}0 + n\ \ 0{,}10 \cdot 10 = 8{,}0$

$\boxed{n = 7 \text{ bloquinhos}}$

Respostas: a) 3,0 N; b) 7 bloquinhos

10 (Unirio-RJ) Uma caixa vazia, pesando 20 N, é colocada sobre uma superfície horizontal. Ao atuar sobre ela uma força também horizontal, ela começa a se movimentar quando a intensidade da força supera 5,0 N; cheia de água, isso acontece quando a intensidade da força supera 30 N. Qual a massa de água contida na caixa? (Admita $g = 10\ m/s^2$.)

Resolução:

(I) Caixa vazia:

$F_1 = F_{at_{d_1}} \Rightarrow F_1 = \mu_e \; P_1$

$5{,}0 = \mu_e \; 20 \Rightarrow \boxed{\mu_e = 0{,}25}$

(II) Caixa com água:

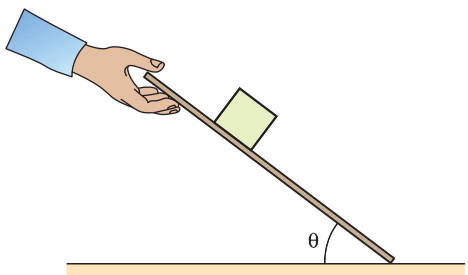
$F_2 = F_{at_{d_2}} \Rightarrow F_2 = \mu_e \; (P_1 + mg)$

$30 = 0{,}25 \; (20 + m \; 10)$

$\boxed{m = 10 \text{ kg}}$

Resposta: 10 kg

11 Sobre um plano inclinado, de ângulo **θ** variável, apoia-se uma caixa de pequenas dimensões, conforme sugere o esquema a seguir.



Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o plano de apoio vale 1,0, qual o máximo valor de **θ** para que a caixa ainda permaneça em repouso?

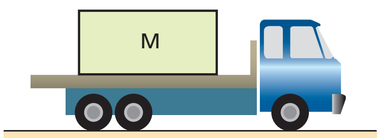
Resolução:

$P_t = F_{at_d} \Rightarrow P \; \text{sen}\,\theta = \mu_e \; P \; \cos\theta$

$\text{tg}\,\theta = \mu_e = 1 \Rightarrow \boxed{\theta = 45°}$

Resposta: 45°

12 E.R. Na figura, representa-se um caminhão inicialmente em repouso sobre uma pista plana e horizontal. Na sua carroceria, apoia-se um bloco de massa **M**.



Sendo **μ** o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria e **g** o valor da aceleração da gravidade local, determine a máxima intensidade da aceleração que o caminhão pode adquirir sem que o bloco escorregue.

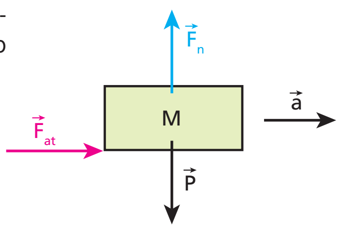
Resolução:

Na figura ao lado, estão representadas as forças que agem no bloco:

$\vec{P}$: força da gravidade (peso);

$\vec{F}_n$: reação normal;

$\vec{F}_{at}$: força de atrito.



É importante notar que a força de atrito tem sentido oposto ao da tendência de escorregamento do bloco, porém o mesmo sentido do movimento do caminhão.

A força que acelera o bloco em relação à pista é $\vec{F}_{at}$; logo, aplicando a **2ª Lei de Newton**:

$$F_{at} = M\,a \qquad \text{(I)}$$

O bloco está em equilíbrio na vertical; logo:

$$F_n = P \Rightarrow F_n = M\,g \qquad \text{(II)}$$

Como o bloco **não** deve escorregar, o atrito entre ele e a carroceria é **estático**. Assim:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu\,F_n \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (I) e (II) em (III), segue que:

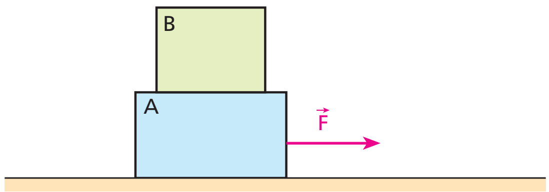
$$M\,a \leqslant \mu\,M\,g \Rightarrow a \leqslant \mu\,g$$

$$\boxed{a_{máx} = \mu\,g}$$

Nota:

• Observe que a aceleração calculada independe da massa do bloco.

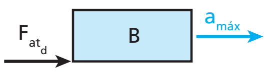
13 Na situação da figura, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 4{,}0$ kg e $m_B = 6{,}0$ kg. A aceleração da gravidade no local tem módulo 10 m/s², o atrito entre **A** e o plano horizontal de apoio é desprezível e o coeficiente de atrito estático entre **B** e **A** vale $\mu_e = 0{,}50$.



Desprezando-se o efeito do ar, qual a máxima intensidade da força $\vec{F}$, paralela ao plano, de modo que **B** não se movimente em relação a **A**?

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:



$F_{at_d} = m_B \; a_{máx}$

$\mu_e \; m_B \; g = m_B \; a_{máx} \Rightarrow a_{máx} = \mu_e \; g$

$a_{máx} = 0{,}50 \cdot 10 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

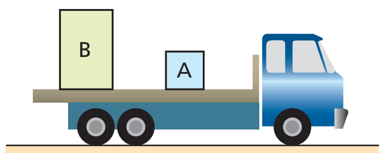
(II) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F_{máx} = (m_a + m_b) \; a_{máx} \Rightarrow F_{máx} = (4{,}0 + 6{,}0) \; (5{,}0) \text{ (N)}$

$\boxed{F_{máx} = 50 \text{ N}}$

Resposta: 144 s

14 Considere duas caixas, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 10 kg e 40 kg, apoiadas sobre a carroceria de um caminhão que trafega em uma estrada reta, plana e horizontal. No local, a influência do ar é desprezível. Os coeficientes de atrito estático entre **A** e **B** e a carroceria valem $\mu_A = 0{,}35$ e $\mu_B = 0{,}30$ e, no local, g = 10 m/s².



Para que nenhuma das caixas escorregue, a maior aceleração (ou desaceleração) permitida ao caminhão tem intensidade igual a:
a) $3{,}5\ m/s^2$;
b) $3{,}0\ m/s^2$;
c) $2{,}5\ m/s^2$;
d) $2{,}0\ m/s^2$;
e) $1{,}5\ m/s^2$.

Resolução:
A máxima aceleração (ou desaceleração) permitida para que não haja escorregamento de qualquer caixa é dada por:

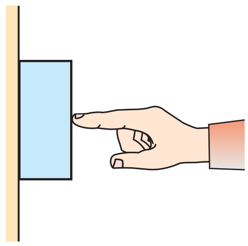
$\boxed{a_{máx} = \mu\, g}$ (vide ER 12)

Caixa A: $a_A = \mu_A\, g = 0{,}35 \cdot 10 \Rightarrow a_A = 3{,}5\ m/s^2$
Caixa B: $a_B = \mu_B\, g = 0{,}30 \cdot 10 \Rightarrow a_B = 3{,}0\ m/s^2$

Optamos pelo menor valor, $3{,}0\ m/s^2$, uma vez que, quando a caixa **B** estiver na iminência de escorregar, a caixa **A** ainda não estará nessa situação.

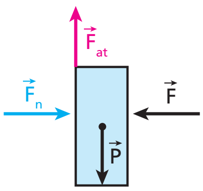
Resposta: b

15 E.R. Um homem comprime uma caixa contra uma parede vertical, aplicando-lhe com o dedo uma força de intensidade **F** perpendicular à parede, conforme representa a figura.



Sendo **m** a massa da caixa e **g** a intensidade da aceleração da gravidade e desprezando o atrito entre o dedo e a caixa, responda: qual é o menor coeficiente de atrito estático entre a caixa e a parede que impede o seu escorregamento?

Resolução:
Na figura abaixo, representamos as forças que agem na caixa:



$\vec{F}$: força aplicada pelo homem;
$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_n$: reação normal da parede;
$\vec{F}_{at}$: força de atrito.

Se não há escorregamento da caixa em relação à parede, o atrito é **estático**. Logo:

$$F_{at} \leqslant \mu_e F_n \qquad \text{(I)}$$

Equilíbrio na horizontal: $F_n = F$ (II)

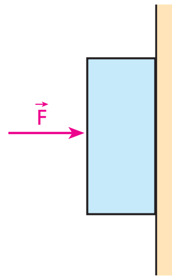
Equilíbrio na vertical: $F_{at} = P \Rightarrow F_{at} = m\,g$ (III)

Substituindo (II) e (III) em (I), vem: $m\,g \leqslant \mu_e F$.

$$\mu_e \geqslant \frac{m\,g}{F}$$

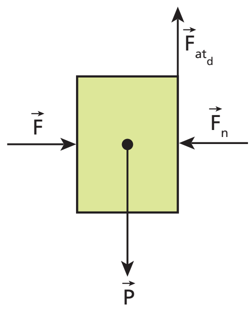
Donde: $\boxed{\mu_{e_{mín}} = \dfrac{m\,g}{F}}$

16 Na figura, uma caixa de peso igual a 30 kgf é mantida em equilíbrio, na iminência de deslizar, comprimida contra uma parede vertical por uma força horizontal $\vec{F}$.



Sabendo que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e a parede é igual a 0,75, determine, em kgf:
a) a intensidade de $\vec{F}$;
b) a intensidade da força de contato que a parede aplica na caixa.

Resolução:
a)



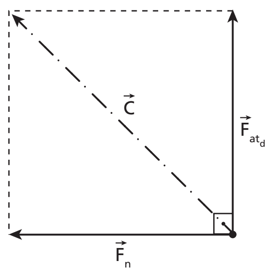
Equilíbrio na vertical:
$F_{at_d} = P \Rightarrow F_{at_d} = 30\ kgf$

Equilíbrio na horizontal:

$$F = F_n \Rightarrow F = \frac{F_{at_d}}{\mu_e}$$

$$F = \frac{30}{0{,}75}\ (kgf) \Rightarrow \boxed{F = 40\ kgf}$$

b)



Teorema de Pitágoras:
$C^2 = F^2_{at_d} + F^2_n$
$C^2 = (30)^2 + (40)^2$

$\boxed{C = 50\ kgf}$

Respostas: a) 40 kgf ; b) 50 kgf

17 (Unifesp-SP) Uma bonequinha está presa, por um ímã a ela colado, à porta vertical de uma geladeira.

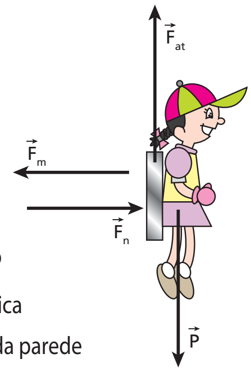
a) Desenhe esquematicamente essa bonequinha, representando e nomeando as forças que atuam sobre ela.

b) Sendo m = 20 g a massa total da bonequinha com o ímã e μ = 0,50 o coeficiente de atrito estático entre o ímã e a porta da geladeira, qual deve ser o menor valor da força magnética entre o ímã e a geladeira para que a bonequinha não caia?

Dado: $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

a)



em que:
P = força peso
F_{at} = força de atrito
$\vec{F}_m$ = força magnética
$\vec{F}_n$ = força normal da parede

b) Equilíbrio na horizontal:

$F_n = F_m$ (I)

Equilíbrio na vertical:

$F_{at} = P$ (II)

Para que a bonequinha não caia, o atrito entre o ímã e a porta da geladeira deve ser do tipo estático:

$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu\ F_n$ (III)

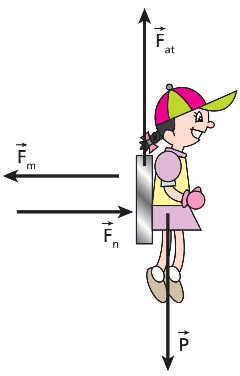
Substituindo (I) e (II) em (III), vem:

$P \leqslant \mu\ F_m \Rightarrow m\ g \leqslant \mu\ F_m$

$F_m \geqslant \dfrac{m \cdot g}{\mu} \Rightarrow F_m \geqslant \dfrac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{0,50}$ (N)

$F_m \geqslant 0,40\ N \Rightarrow \boxed{F_{m_{min}} = 0,40\ N}$

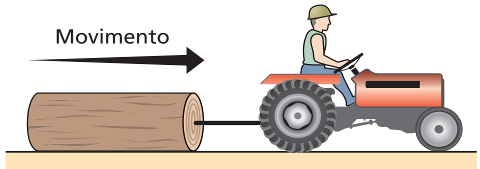
Respostas: a)



$\vec{P}$ = força da gravidade (peso)
$\vec{F}_{at}$ = força de atrito
$\vec{F}_m$ = força magnética
$\vec{F}_n$ = reação normal da parede
$\vec{C} = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$ é a força total de contato entre a bonequinha e a porta da geladeira.

b) 0,40 N

18 Na situação esquematizada na figura abaixo, um trator arrasta uma tora cilíndrica de $4,0 \cdot 10^3$ N de peso sobre o solo plano e horizontal. Se a velocidade vetorial do trator é constante e a força de tração exercida sobre a tora vale $2,0 \cdot 10^3$ N, qual é o coeficiente de atrito cinético entre a tora e o solo?



Resolução:

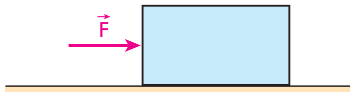
MRU: $F_{at_c} = T \Rightarrow \mu_c\ F_n = T$

$\mu_c\ P = T \Rightarrow \mu_c = \dfrac{T}{P} = \dfrac{20 \cdot 10^{-3}}{4,0 \cdot 10^3}$

$\boxed{\mu_c = 0,50}$

Resposta: 0,50

19 Na situação esquematizada abaixo, um bloco de peso igual a 40 N está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre a base do bloco e a superfície da mesa valem, respectivamente, 0,30 e 0,25. Admita que seja aplicada no bloco uma força horizontal $\vec{F}$.



Adotando $g = 10\ m/s^2$, indique os valores que preenchem as lacunas da tabela ao lado com as intensidades da força de atrito e da aceleração do bloco correspondentes às magnitudes definidas para a força $\vec{F}$.

F (N)	**F_{at}** (N)	**a** (m/s^2)
10		
12		
30		

Resolução:

$F_{at_d} = \mu_e\ F_n = \mu_e\ P$

$F_{at_d} = 0,30 \cdot 40\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at_d} = 12\ N}$

$F_{at_c} = \mu_c\ F_n = \mu_c\ P$

$F_{at_c} = 0,25 \cdot 40\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at_c} = 10\ N}$

O bloco entrará em movimento se a intensidade de $\vec{F}$ superar 12 N.

No caso de iniciar-se o escorregamento, a força de atrito será do tipo dinâmico, com intensidade igual a 10 N.

F = 10 N: Repouso
$F_{at} = F = 10\ N$ e $a = 0$

F = 12 N: Repouso
$F_{at} = F = 12\ N$ e $a = 0$

F = 30 N: MUV
$F - F_{at_c} = m\ a$

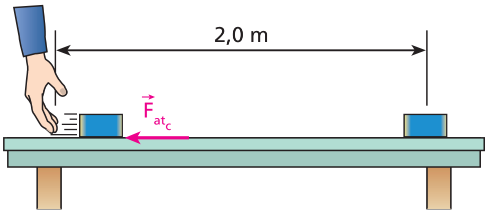
$30 - 10 = \dfrac{40}{10}\ a \Rightarrow \boxed{a = 5,0\ m/s^2}$

Respostas:

F (N)	**F_{at} (N)**	**a (m/s^2)**
10	10	0
12	12	0
30	10	5,0

20 E.R. Uma caixa de fósforos é lançada sobre uma mesa horizontal com velocidade de 2,0 m/s, parando depois de percorrer 2,0 m. No local do experimento, a influência do ar é desprezível. Adotando para o campo gravitacional módulo igual a 10 m/s², determine o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a mesa.

Resolução:
A figura seguinte ilustra o evento descrito no enunciado:



Inicialmente, devemos calcular o módulo da aceleração de retardamento da caixa de fósforos. Para isso, aplicamos a **Equação de Torricelli**:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\, d$$

Como $v = 0$, $v_0 = 2{,}0$ m/s e $d = 2{,}0$ m, vem:

$$0 = (2{,}0)^2 + 2\,\alpha\, 2{,}0 \;\Rightarrow\; \alpha = -1{,}0 \text{ m/s}^2$$

$$a = |\alpha| = 1{,}0 \text{ m/s}^2$$

A força resultante responsável pela freada da caixa é a força de atrito cinético. Pela **2ª Lei de Newton**, podemos escrever:

$$F_{at_c} = m\,a \qquad \text{(I)}$$

Entretanto:

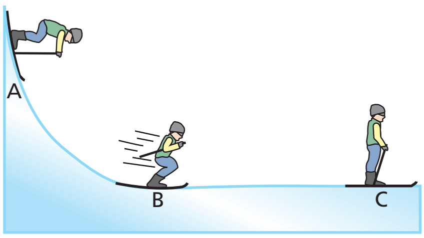
$$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c\, m\, g \quad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), calculamos, finalmente, o coeficiente de atrito cinético μ_c:

$$\mu_c\, m\, g = m\,a \;\Rightarrow\; \mu_c = \frac{a}{g} = \frac{1{,}0 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{\mu_c = 0{,}10}$$

21 Na figura, o esquiador parte do repouso do ponto **A**, passa por **B** com velocidade de 20 m/s e para no ponto **C**:



O trecho BC é plano, reto e horizontal e oferece aos esquis um coeficiente de atrito cinético de valor 0,20. Admitindo desprezível a influência do ar e adotando g = 10 m/s², determine:

a) a intensidade da aceleração de retardamento do esquiador no trecho BC;
b) a distância percorrida por ele de **B** até **C** e o intervalo de tempo gasto nesse percurso.

Resolução:

a) **2ª Lei de Newton:**

$F_{at_c} = m\,a \Rightarrow \mu_c F_n = m\,a$

$\mu_c\, m\, g = m\,a \Rightarrow a = \mu_c\, g$

$a = 0{,}20 \cdot 10 \text{ (m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) **MUV:**

Equação de Torricelli:

$V_C^2 = V_B^2 + 2\alpha\, \overline{BC}$

$0 = (20)^2 + 2\,(-2{,}0)\,\overline{BC}$

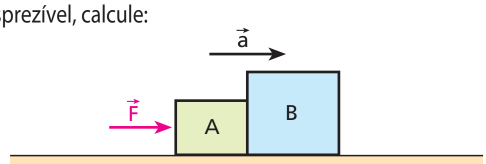
Donde: $\boxed{\overline{BC} = 100 \text{ m}}$

$V_C = V_B + \alpha\, t \Rightarrow 0 = 20 - 2{,}0\, t$

Donde: $\boxed{t = 10 \text{ s}}$

Respostas: a) 2,0 m/s²; b) 100 m; 10 s

22 Os blocos **A** e **B** da figura seguinte têm massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 3,0 kg e estão sendo acelerados horizontalmente sob a ação de uma força $\vec{F}$ de intensidade de 50 N, paralela ao plano do movimento.
Sabendo que o coeficiente de atrito de escorregamento entre os blocos e o plano de apoio vale μ = 0,60, que g = 10 m/s² e que o efeito do ar é desprezível, calcule:



a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força de interação trocada entre os blocos na região de contato.

Resolução:

a) $F_{at_A} = \mu\, F_{n_A} = \mu\, m_A\, g$

$F_{at_A} = 0{,}60 \cdot 2{,}0 \cdot 10 \text{ (N)}$

$\boxed{F_{at_A} = 12 \text{ N}}$

$F_{at_B} = \mu\, F_{n_B} = \mu\, m_B\, g$

$F_{at_B} = 0{,}60 \cdot 3{,}0 \cdot 10 \text{ (N)}$

$\boxed{F_{at_B} = 18 \text{ N}}$

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F - F_{at_A} - F_{at_B} = (m_A + m_B)\, a$

$50 - 12 - 18 = (2{,}0 + 3{,}0)\, a$

Donde: $\boxed{a = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

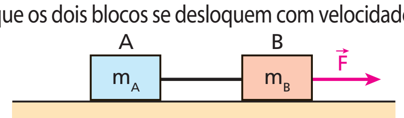
$F_{AB} - F_{at_B} = m_B\, a$

$F_{AB} - 18 = 3{,}0 \cdot 4{,}0$

$\boxed{F_{AB} = 30 \text{ N}}$

Respostas: a) 4,0 m/s²; b) 30 N

23 (Unesp-SP) A figura ilusta um bloco **A**, de massa m_A = 2,0 kg, atado a um bloco **B**, de massa m_B = 1,0 kg, por um fio inextensível de massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a mesa é μ_c. Uma força de intensidade F = 18,0 N é aplicada ao bloco **B**, fazendo com que os dois blocos se desloquem com velocidade constante.



Considerando-se g = 10,0 m/s², calcule:

a) o coeficiente de atrito μ_c;
b) a intensidade da tração **T** no fio.

Resolução:

a) **MRU do conjunto A + B:**

$F_{at_A} + F_{at_B} = F$

$\mu_c m_A g + \mu_c m_B g = F$

$\mu_c (2,0 \cdot 10,0 + 10,0 \cdot 10,0) = 18,0$

Donde : $\boxed{\mu_c = 0,60}$

b) **MRU do bloco A:**

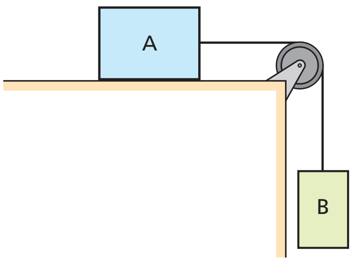
$T = F_{at_A} \Rightarrow T = \mu_c m_A g$

$T = 0,60 \cdot 2,0 \cdot 10,0 \text{ (N)}$

$\boxed{T = 12,0 \text{ N}}$

Respostas: a) 0,60 ; b) 12,0 N

24 O corpo **A**, de 5,0 kg de massa, está apoiado em um plano horizontal, preso a uma corda que passa por uma roldana de massa e atrito desprezíveis e que sustenta em sua extremidade o corpo **B**, de 3,0 kg de massa. Nessas condições, o sistema apresenta movimento uniforme. Adotando g = 10 m/s² e desprezando a influência do ar, determine:



a) o coeficiente de atrito cinético entre o corpo **A** e o plano de apoio;

b) a intensidade da aceleração do sistema se colocarmos sobre o corpo **B** uma massa de 2,0 kg.

Resolução:

a) **MRU de B:** $T = P_B = m_B g$

$T = 3,0 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T = 30 \text{ N}}$

MRU de A: $F_{at_c} = T$

$\mu_c m_A g = T \Rightarrow \mu_c 5,0 \cdot 10 = 30$

$\boxed{\mu_c = 0,60}$

b) 2ª Lei de Newton para o sistema A + B:

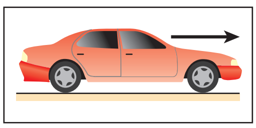
$P_B + p - F_{at_c} = (m_A + m_B + m)\, a$

$3,0 \cdot 10 + 2,0 \cdot 10 - 0,60 \cdot 5,0 \cdot 10 = 10\, a$

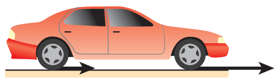
Donde : $\boxed{a = 2,0 \text{ m/s}^2}$

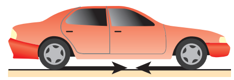
Respostas: a) 0,60; b) 2,0 m/s²

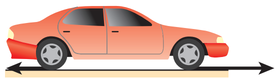
25 **E.R.** (Uerj) Considere um carro de tração dianteira que acelera no sentido indicado na figura abaixo. O motor é capaz de impor às rodas de tração, por meio de um torque, um determinado sentido de rotação. Só há movimento quando há atrito, pois, na sua ausência, as rodas de tração patinam sobre o solo, como acontece em um terreno enlameado.

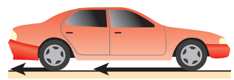


O diagrama que representa **corretamente** as orientações das forças de atrito estático que o solo exerce sobre as rodas é:

a) 

c) 

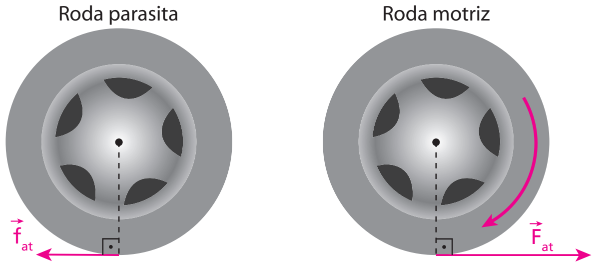
b) 

d) 

Resolução:

A roda motriz (com tração) empurra o chão para trás e recebe deste, pelo atrito, uma força dirigida para frente ($\vec{F}_{at}$).

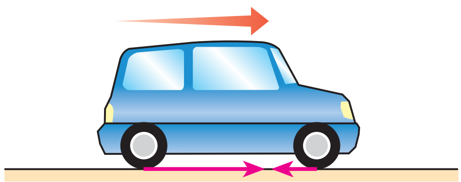
A roda parasita (sem tração) é arrastada para frente juntamente com o veículo e raspa o chão também para a frente, recebendo deste, pelo atrito, uma força dirigida para trás ($\vec{f}_{at}$).



É importante destacar que, no caso de um movimento acelerado:

$$F_{at} >> f_{at}$$

26 (ESPCEX-SP – mod.) A figura abaixo representa um automóvel em movimento retilíneo e acelerado da esquerda para a direita. Os vetores desenhados junto às rodas representam os sentidos das forças de atrito exercidas pelo chão sobre as rodas.



Sendo assim, pode-se afirmar que o automóvel:

a) tem tração apenas nas rodas traseiras.

b) tem tração nas quatro rodas.

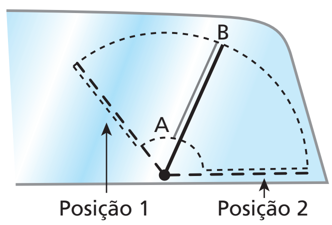
c) tem tração apenas nas rodas dianteiras.

d) move-se em ponto morto, isto é, sem que nenhuma das rodas seja tracionada.

e) está em alta velocidade.

Resposta: a

27 Na figura, está representado o limpador de parabrisa de um carro. O aparelho está funcionando e tanto sua borracha quanto o vidro sobre o qual ela desliza podem ser considerados homogêneos. Admitindo que a compressão do limpador sobre o parabrisa seja uniforme em toda a extensão AB, podemos afirmar que:



a) da posição 1 à posição 2, a velocidade angular média da extremidade **B** é maior que a da extremidade **A**;
b) da posição 1 à posição 2, a aceleração angular média da extremidade **B** é menor que a da extremidade **A**;
c) da posição 1 à posição 2, a velocidade linear média da extremidade **B** é igual à da extremidade **A**;
d) a força de atrito na região próxima da extremidade **A** é mais intensa que a força de atrito na região próxima da extremidade **B**;
e) a borracha próxima da extremidade **B** desgasta-se mais rapidamente que a borracha próxima da extremidade **A**.

Resolução:

a) $\omega_m = \dfrac{\Delta \ell}{\Delta t}$ e $\omega_{m_B} = \omega_{m_A}$

b) $\gamma_m = \dfrac{\Delta \omega}{\Delta t}$ e $\gamma_{m_B} = \gamma_{m_A} = 0$

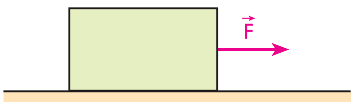
c) $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ e $v_{m_B} > v_{m_A}$

d) $F_{at_c} = \mu_c F_n$ e $F_{at_{c_B}} = F_{at_{c_A}}$

e) Na região da extremidade **B**, a borracha desgasta-se mais rapidamente devido à maior distância percorrida durante um determinado tempo de utilização do limpador.

Resposta: e

28 E.R. Um bloco de 2,0 kg de massa repousa sobre um plano horizontal quando lhe é aplicada uma força $\vec{F}$, paralela ao plano, conforme representa a figura abaixo:



Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,50 e 0,40 e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s². Calcule:
a) a intensidade da força de atrito recebida pelo bloco quando $|\vec{F}| = 9{,}0$ N;
b) o módulo da aceleração do bloco quando $|\vec{F}| = 16$ N.
Despreze o efeito do ar.

Resolução:
Devemos, inicialmente, calcular a intensidade da força de atrito de destaque entre o bloco e o plano de apoio:

$$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P = \mu_e m g$$

Sendo $\mu_e = 0{,}50$, $m = 2{,}0$ kg e $g = 10$ m/s², vem:

$$F_{at_d} = 0{,}50 \cdot 2{,}0 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at_d} = 10 \text{ N}}$$

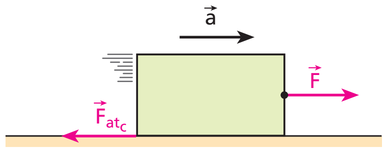
a) A força $\vec{F}$, apresentando intensidade 9,0 N, é insuficiente para vencer a força de atrito de destaque (10 N). Por isso, o bloco permanece em repouso e, nesse caso, a força de atrito que ele recebe equilibra a força $\vec{F}$, tendo intensidade 9,0 N:

$$\boxed{F_{at} = 9{,}0 \text{ N}}$$

b) Com $|\vec{F}| = 16$ N, o bloco adquire movimento, sendo acelerado para a direita. Nesse caso, o atrito é cinético e sua intensidade é dada por:

$$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c m g$$

$$F_{at_c} = 0{,}40 \cdot 2{,}0 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at_c} = 8{,}0 \text{ N}}$$



A **2ª Lei de Newton**, aplicada ao bloco, permite escrever que:

$$F - F_{at_c} = m a \Rightarrow 16 - 8{,}0 = 2{,}0 \cdot a$$

$$\boxed{a = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$$

29 Um homem empurra horizontalmente um cofre de massa m = 100 kg sobre um plano horizontal, conforme indica a figura.

O cofre encontra-se inicialmente em repouso e sabe-se que os coeficientes de atrito estático e cinético entre ele e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,820 e 0,450. Considerando g = 10 m/s², calcule:
a) a intensidade da força de atrito recebida pelo cofre se a força aplicada pelo homem valer $8{,}00 \cdot 10^2$ N;
b) o módulo da aceleração do cofre se a força aplicada pelo homem valer $8{,}50 \cdot 10^2$ N.

Resolução:

a) $F_{at_d} = \mu_e \; F_n = \mu_e \; m \; g$

$F_{at_d} = 0{,}820 \cdot 100 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at_d} = 8{,}20 \cdot 10^2 \text{ N}}$

Com $F = 8{,}00 \cdot 10^2$ N, o homem não consegue vencer o atrito de destaque e, por isso, o cofre permanece em repouso. Logo:

$\boxed{F_{at} = F = 8{,}00 \cdot 10^2 \text{ N}}$

b) $F_{at_c} = \mu_c \; F_n = \mu_c \; m \; g$

$F_{at_c} = 0{,}450 \cdot 100 \cdot 10 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at_c} = 4{,}50 \cdot 10^2 \text{ N}}$

2ª Lei de Newton:

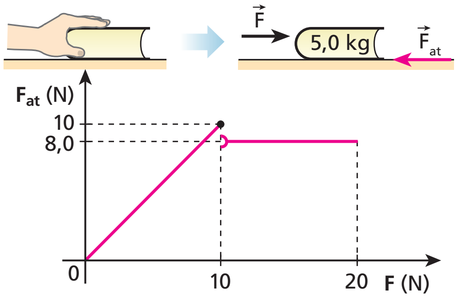
$F' - F_{at_c} = m \cdot a \Rightarrow 8{,}50 \cdot 10^2 - 4{,}50 \cdot 10^2 = 100 \cdot a \Rightarrow$

$\Rightarrow 4{,}00 \cdot 10^2 = 100 \cdot a$

$\boxed{a = 4{,}00 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) $8{,}00 \cdot 10^2$ N; b) 4,00 m/s²

30 E.R. No esquema seguinte, representa-se um livro inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal, sendo empurrado horizontalmente por um homem; $\vec{F}$ é a força que o homem aplica no livro e $\vec{F}_{at}$ é a força de atrito exercida pela mesa sobre o livro. Representa-se, também, como varia a intensidade de $\vec{F}_{at}$ em função da intensidade de $\vec{F}$. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s².



Com base no gráfico e nos demais dados, determine:

a) os coeficientes de atrito estático e cinético entre o livro e a mesa;

b) o módulo da aceleração do livro quando F = 18 N.

Resolução:

a) • **Determinação do coeficiente de atrito estático** (μ_e)**:**

Observando o gráfico, percebemos que a força de atrito máxima (de destaque) que o livro recebe da mesa vale $F_{at_d} = 10$ N. A partir disso, podemos escrever que:

$$F_{at_d} = \mu_e F_n = \mu_e m g \Rightarrow 10 = \mu_e \cdot 5{,}0 \cdot 10$$

$$\boxed{\mu_e = 0{,}20}$$

• **Determinação do coeficiente de atrito cinético** (μ_c)**:**

Observando o gráfico, notamos que a força de atrito cinético que age no livro depois de iniciado seu movimento vale $F_{at_c} = 8{,}0$ N.

Dessa conclusão, segue que:

$$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c m g \Rightarrow 8{,}0 = \mu_c \cdot 5{,}0 \cdot 10$$

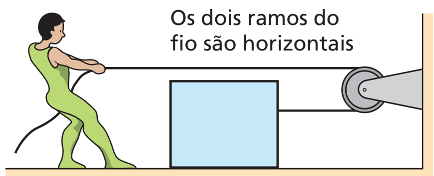
$$\boxed{\mu_c = 0{,}16}$$

b) Calculamos o módulo da aceleração do livro aplicando a ele a **2ª Lei de Newton**:

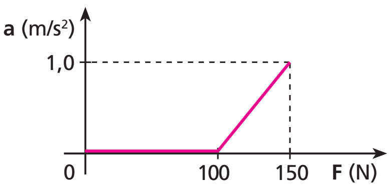
$$F - F_{at_c} = m a \Rightarrow 18 - 8{,}0 = 5{,}0\, a$$

$$\boxed{a = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$$

31 No arranjo experimental da figura, o homem puxa a corda para a esquerda e, com isso, consegue acelerar horizontalmente a caixa para a direita:



O módulo de aceleração da caixa varia com a intensidade da força que o homem aplica na corda, conforme o gráfico.



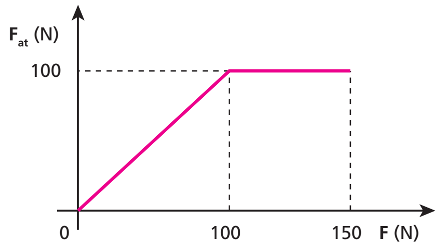
Admitindo que o fio e a polia sejam ideais e desprezando a influência do ar:

a) esboce o gráfico da intensidade da força de atrito recebida pela caixa em função da intensidade da força exercida pelo homem na corda;

b) calcule a massa da caixa e o coeficiente de atrito entre ela e o plano de apoio ($g = 10$ m/s²).

Resolução:

a) A força de atrito estático cresce linearmente de 0 a 100 N, quando a caixa inicia seu escorregamento. A partir daí o atrito se torna cinético, com valor constante de 100 N.



b) 2ª Lei de Newton para a caixa no caso em que F = 150 N, $F_{at} = 100$ N e $a = 1{,}0$ m/s²:

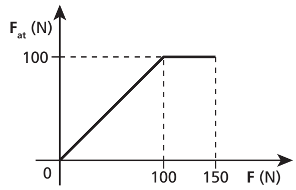
$$F - F_{at} = m\ a \Rightarrow 150 - 100 = m\ 1{,}0$$

$$\boxed{m = 50 \text{ kg}}$$

$$F_{at} = \mu\ F_n \Rightarrow F_{at} = \mu\ m\ g$$

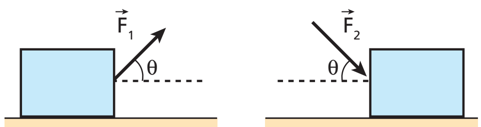
$$100 = \mu\ 50 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}20}$$

Respostas: a)



b) 50 kg e 0,20

32 E.R. Nas duas situações esquematizadas abaixo, uma mesma caixa de peso 20 N deverá ser arrastada sobre o solo plano e horizontal em movimento retilíneo e uniforme. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície de apoio vale 0,50.



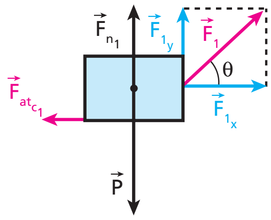
Dados: sen θ = 0,80 e cos θ = 0,60.

Desprezando a influência do ar, calcule as intensidades das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que satisfazem à condição citada.

Resolução:

Decompondo $\vec{F}_1$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{1_x}$ e $\vec{F}_{1_y}$, de intensidades dadas por:

$F_{1x} = F_1 \cos\theta$ e $F_{1y} = F_1 \text{ sen } \theta$



Equilíbrio na vertical: $F_{n_1} + F_1 \text{ sen } \theta = P$

$F_{n_1} + 0{,}80F_1 = 20$

$F_{n_1} = 20 - 0{,}80F_1$

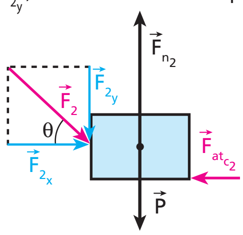
Equilíbrio na horizontal: $F_1 \cos\theta = \mu_c F_{n_1}$

$0{,}60\ F_1 = 0{,}50\ (20 - 0{,}80\ F_1)$

$\boxed{F_1 = 10\text{ N}}$

Decompondo, agora, $\vec{F}_2$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{2x}$ e $\vec{F}_{2y}$, de intensidades dadas por:

$F_{2x} = F_2 \cos\theta$ e $F_{2y} = F_2 \text{ sen } \theta$



Equilíbrio na vertical: $F_{n_2} = P + F_2 \text{ sen } \theta$

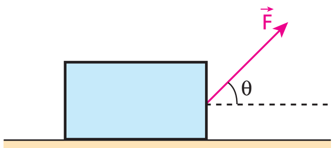
$F_{n_2} = 20 + 0{,}80F_2$

Equilíbrio na horizontal: $F_2 \cos\theta = \mu_c F_{n_2}$

$0{,}60\ F_2 = 0{,}50\ (20 + 0{,}80F_2)$

$\boxed{F_2 = 50\text{ N}}$

33 Considere o esquema seguinte, em que se representa um bloco de 1,0 kg de massa apoiado sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito de arrastamento entre a base do bloco e a superfície de apoio vale 0,25 e a aceleração da gravidade, no local, tem módulo 10 m/s².

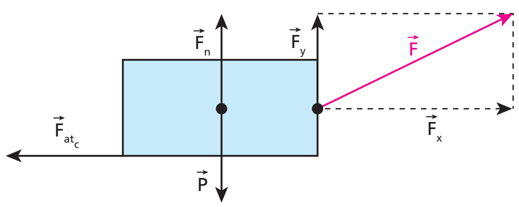


A força $\vec{F}$, cuja intensidade é de 10 N, forma com a direção horizontal um ângulo **θ** constante, tal que sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80. Desprezando a influência do ar, aponte a alternativa que traz o valor correto da aceleração do bloco:

a) 7,0 m/s²;
b) 5,5 m/s²;
c) 4,0 m/s²;
d) 2,5 m/s²;
e) 1,5 m/s².

Resolução:

(I) Esquema das forças:



(II) Cálculo de F_n: $F_n + F_y = P$

$F_n + F\ \text{sen } \theta = P \Rightarrow F_n + 10 \cdot 0{,}60 = 1{,}0 \cdot 10$

$\boxed{F_n = 4{,}0\text{ N}}$

(III) Cálculo da aceleração:

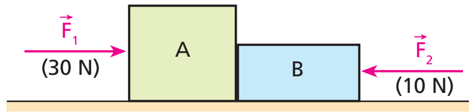
$F_x - F_{at_c} = m\ a \Rightarrow F\ \cos\theta - \mu_c F_n = m\ a$

$10 \cdot 0{,}80 - 0{,}25 \cdot 4{,}0 = 1{,}0\ a$

$\boxed{a = 7{,}0\text{ m/s}^2}$

Resposta: a

34 (Efomm-RJ) Os blocos **A** e **B** representados na figura possuem massas de 3,0 kg e 2,0 kg respectivamente. A superfície horizontal onde eles se deslocam apresenta um coeficiente de atrito cinético igual a 0,30. $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são forças horizontais que atuam nos blocos.



Adotando g = 10 m/s² e desprezando o efeito do ar, determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força de contato entre **A** e **B**.

Resolução:

Cálculo das forças de atrito nos blocos **A** e **B**:

$F_{at_A} = \mu\ m_A\ g \Rightarrow F_{at_A} = 0{,}30 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 9{,}0\text{ N}$

$F_{at_B} = \mu\ m_B\ g \Rightarrow F_{at_B} = 0{,}30 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 6{,}0\text{ N}$

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F_1 - F_2 - (F_{at_A} + F_{at_B}) = (m_A + m_B)\ a$

$30 - 10 - (9{,}0 + 6{,}0) = (3{,}0 + 2{,}0)\ a$

$\boxed{a = 1{,}0\text{ m/s}^2}$

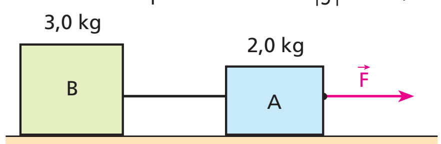
b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

$F_{AB} - F_2 - F_{at_B} = m_B\ a \Rightarrow F_{AB} - 10 - 6{,}0 = 2{,}0 \cdot 1{,}0$

$\boxed{F_{AB} = 18\text{ N}}$

Respostas: a) 1,0 m/s²; b) 18 N

35 Sobre o plano horizontal da figura, apoiam-se os blocos **A** e **B**, interligados por um fio inextensível e de massa desprezível. O coeficiente de atrito estático entre os blocos e o plano vale 0,60 e o cinético, 0,50. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s².



Sabendo que a força $\vec{F}$ é horizontal e que sua intensidade vale 50 N, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

$F_{at_{d_A}} = \mu_d\ m_A\ g = 0{,}60 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 12\text{ N}$

$F_{at_{d_B}} = \mu_d\ m_B\ g = 0{,}60 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 18\text{ N}$

$F_{at_{d_{A,B}}} = 12 + 18 = 30\text{ N}$

Como $F > F_{at_d}$ (50 N > 30 N), os blocos são arrastados sobre o plano de apoio e o atrito é do tipo cinético.

$F_{at_{c_A}} = \mu_c \; m_A \; g = 0{,}50 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 10$ N

$F_{at_{c_B}} = \mu_c \; m_B \; g = 0{,}50 \cdot 3{,}0 \cdot 10 = 15$ N

$F_{at_{c_{A,B}}} = 10 + 15 = 25$ N

a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$F - F_{at_{c_{A,B}}} = (m_A + m_B) \; a$

$50 - 25 = (2{,}0 + 3{,}0) \; a$

$\boxed{a = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:

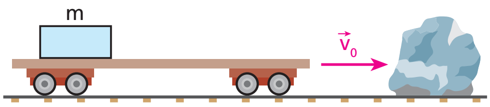
$T - F_{at_{c_B}} = m_B \; a$

$T - 15 = 3{,}0 \cdot 5{,}0$

$\boxed{T = 30 \text{ N}}$

Respostas: a) 5,0 m/s²; b) 30 N

36 (Fuvest-SP) Um vagão de carga, transportando sobre seu piso plano uma caixa de massa **m**, desloca-se com velocidade constante $\vec{v}_0$ sobre trilhos retilíneos e horizontais. Em dado instante, o vagão choca--se com uma pedra sobre os trilhos e para instantaneamente. A caixa começa, então, a deslizar sobre o piso, parando antes de atingir a extremidade do vagão. Sabe-se que o coeficiente de atrito entre a caixa e o piso do vagão vale **μ** e a aceleração da gravidade tem intensidade igual a **g**.



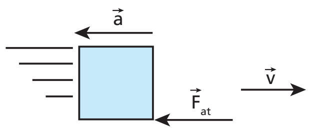
a) Durante quanto tempo a caixa desliza?
b) Qual a distância percorrida pela caixa sobre o vagão?

Resolução:

a) (I) Cálculo da aceleração de retardamento da caixa:

$F = F_{at} \Rightarrow m \; a = \mu \; m \; g$

$\boxed{a = \mu \; g}$



(II) Cálculo do intervalo de tempo de deslizamento:

MUV: $v = v_0 + \alpha \; t \Rightarrow 0 = v_0 - \mu \; g \; t$

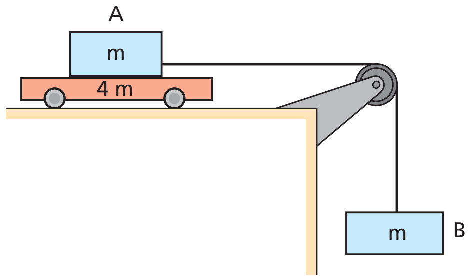
$\boxed{t = \dfrac{v_0}{\mu \; g}}$

b) $v^2 = v_0^2 + 2\alpha \; \Delta s \Rightarrow 0 = v_0^2 + 2 \; (-\mu \; g) \; d$

$\boxed{d = \dfrac{v_0^2}{2 \; \mu \; g}}$

Respostas: a) $\dfrac{v_0}{\mu \; g}$; b) $\dfrac{v_0^2}{2 \; \mu \; g}$

37 (Vunesp-SP) Dois blocos, **A** e **B**, ambos de massa **m**, estão ligados por um fio leve e flexível, que passa por uma polia de massa desprezível, que gira sem atrito. O bloco **A** está apoiado sobre um carrinho de massa 4 m, que pode se deslocar sobre a superfície horizontal sem encontrar qualquer resistência. A figura mostra a situação descrita.



Quando o conjunto é liberado, **B** desce e **A** se desloca com atrito constante sobre o carrinho, acelerando-o. Sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre **A** e o carrinho vale 0,20 e fazendo g = 10 m/s², determine:

a) o módulo da aceleração do carrinho;
b) o módulo da aceleração do sistema constituído por **A** e **B**.

Resolução:

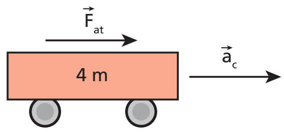
a) 2ª Lei de Newton para o carrinho:

$F_{at} = 4 \; m \; a_c$

$\mu \; m \; g = 4 \; m \; a_c$

$0{,}20 \cdot 10 = 4 \; a_c$

$\boxed{a_c = 0{,}50 \text{ m/s}^2}$



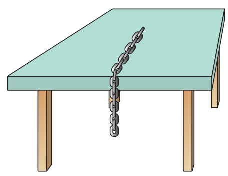
b) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$P_B - F_{at} = (m_A + m_B) \; a \Rightarrow m \; g - \mu \; m \; g = 2 \; m \; a$

$10 - 0{,}20 \cdot 10 = 2 \; a \Rightarrow \boxed{a = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 0,50 m/s²; b) 4,0 m/s²

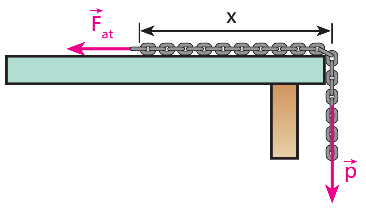
38 E.R. (Cesesp-PE) Uma fina corrente metálica encontra-se parcialmente dependurada de uma mesa, como ilustra a figura.



Se o coeficiente de atrito estático entre a corrente e a mesa for **μ**, qual é a fração mínima do comprimento da corrente que deve ser mantida sobre a mesa para que a corrente não escorregue?

Resolução:

Admitamos a corrente na **iminência de escorregar**. Nesse caso, a força de atrito recebida pelo trecho apoiado na mesa é igual à força de atrito de destaque.



$$F_{at} = F_{at_d}$$

$$F_{at} = \mu\, F_n \qquad \text{(I)}$$

Sejam **L** o comprimento da corrente, **M** a sua massa total e **m** a massa do comprimento (L – x) pendente na vertical.

Analisando o equilíbrio da corrente, temos:

$$F_{at} = p \;\Rightarrow\; F_{at} = m\,g \qquad \text{(II)}$$

$$F_n = P_{total} - p \;\Rightarrow\; F_n = (M - m)\,g \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$$m\,g = \mu\,(M - m)\,g \;\Rightarrow\; \frac{m}{M - m} = \mu \qquad \text{(IV)}$$

Como a corrente é suposta homogênea, sua densidade linear **ρ** é constante, isto é, a relação entre a massa considerada e o respectivo comprimento é sempre a mesma.

$$\frac{m}{L - x} = \rho \text{ e } \frac{M - m}{x} = \rho$$

Donde:

$$\frac{m}{L - x} = \frac{M - m}{x} \;\Rightarrow\; \frac{m}{M - m} = \frac{L - x}{x} \qquad \text{(V)}$$

Comparando (IV) e (V), segue que:

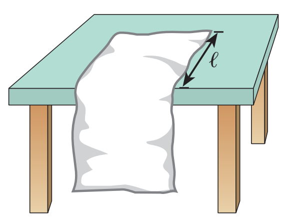
$$\frac{L - x}{x} = \mu \;\Rightarrow\; L - x = \mu\,x$$

$$L = (\mu + 1)\,x \;\Rightarrow\; \boxed{\frac{x}{L} = \frac{1}{\mu + 1}}$$

Observe que a fração $\frac{x}{L}$ é a menor possível (mínima), já que a corrente está na iminência de escorregar.

39 (UFF-RJ) Um pano de prato retangular, com 60 cm de comprimento e constituição homogênea, está em repouso sobre uma mesa, parte sobre sua superfície, horizontal e fina, e parte pendente, como mostra a figura. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da mesa e o pano é igual a 0,50 e que o pano está na iminência de deslizar, pode-se afirmar que o comprimento **ℓ** da parte sobre a mesa é:

a) 40 cm. b) 45 cm. c) 50 cm. d) 55 cm. e) 58 cm.



Resolução:

Pano de prato em escorregamento iminente:

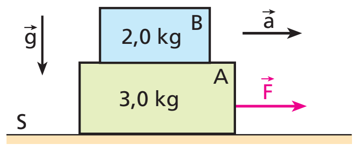
$$P_{pendente} = F_{at_d} \;\Rightarrow\; m_{pendente}\; g = \mu_e\;(m_{total} - m_{pendente})\; g$$

$$k\;(L - \ell) = \mu_e\;\; k\,[L - (L - \ell)] \;\Rightarrow\; L - \ell = \mu_e\;\; \ell$$

$$60 - \ell = 0{,}50\ell \;\Rightarrow\; \boxed{\ell = 40 \text{ cm}}$$

Resposta: a

40 Na figura seguinte, a superfície **S** é horizontal, a intensidade de $\vec{F}$ é 40 N, o coeficiente de atrito de arrastamento entre o bloco **A** e a superfície **S** vale 0,50 e g = 10 m/s².



Sob a ação da força $\vec{F}$, o sistema é acelerado horizontalmente e, nessas condições, o bloco **B** apresenta-se na iminência de escorregar em relação ao bloco **A**. Desprezando a influência do ar:

a) determine o módulo da aceleração do sistema;
b) calcule o coeficiente do atrito estático entre os blocos **A** e **B**.

Resolução:

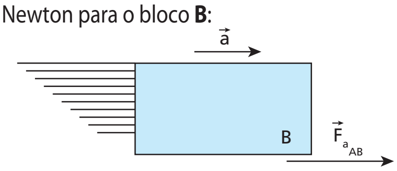
a) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$$F - F_{at_{AB}} = (m_A + m_B)\,a$$

$$F - \mu_{AS}\,(m_A + m_B)\,g = (m_A + m_B)\,a$$

$$40 - 0{,}50\;\; 5{,}0\;\; 10 = 5{,}0\,a \Rightarrow \boxed{a = 4{,}0 \text{ cm}}$$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **B**:



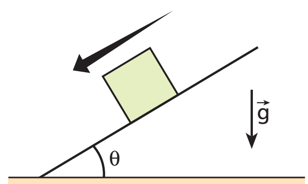
$$F_{at_{AB}} = m_B\,a$$

$$\mu_{AB}\,m_B\,g = m_B\,a \quad \mu_{AB}\;10 = 3{,}0$$

$$\boxed{\mu_{AB} = 0{,}30}$$

Respostas: a) 3,0 m/s² ; b) 0,30

41 Um pequeno bloco é lançado para baixo ao longo de um plano com inclinação de um ângulo **θ** com a horizontal, passando a descer com velocidade constante.



Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade e desprezando a influência do ar, analise as proposições seguintes:

I. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio depende da área de contato entre as superfícies atritantes.
II. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio é proporcional a **g**.
III. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio vale tg θ.
IV. A força de reação do plano de apoio sobre o bloco é vertical e dirigida para cima.

Responda mediante o código:

a) Somente I e III são corretas.
b) Somente II e IV são corretas.
c) Somente III e IV são corretas.
d) Somente III é correta.
e) Todas são incorretas.

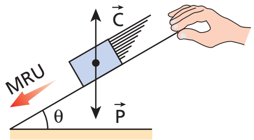
Resolução:

(III) Correta.

$F_{at_c} = P_t \Rightarrow \mu_c\, m\, g \cos\theta = m\, g \,\text{sen}\,\theta$

$\boxed{\mu_c = \text{tg}\,\theta}$

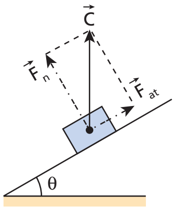
(IV) Correta.



Se o bloco desce o plano inclinado com velocidade constante (MRU), a resultante das forças sobre ele deve ser nula. Por isso, a força de contato aplicada pelo plano inclinado ($\vec{C}$) deve equilibrar a força peso ($\vec{P}$).

$\vec{C} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{C} = -\vec{P}$

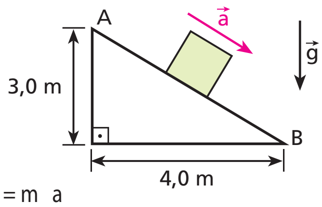
É importante notar que $\vec{C} = \vec{F}_n + \vec{F}_{at}$



Resposta: c

42 A situação representada na figura refere-se a um bloco que, abandonado em repouso no ponto **A**, desce o plano inclinado com aceleração de 2,0 m/s², indo atingir o ponto **B**.

Sabendo-se que, no local, $|\vec{g}| = 10$ m/s² e a influência do ar é desprezível, pede-se calcular o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio.



Resolução:

2ª Lei de Newton:

$P_t - F_{at_c} = m\ a$

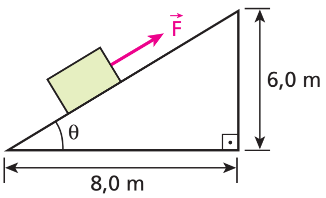
$m\ g\ \text{sen}\,\theta - \mu_c\ m\ g\ \cos\theta = m\ a$

$10 \cdot \dfrac{3,0}{5,0} - \mu_c\ 10 \cdot \dfrac{4,0}{5,0} = 2,0$

$\boxed{\mu_c = 0,50}$

Resposta: 0,50

43 (Puccamp-SP – mod.) Um bloco de massa 5,0 kg é arrastado para cima, ao longo de um plano inclinado, por uma força $\vec{F}$, constante, paralela ao plano e de intensidade 50 N, como representa a figura abaixo.



Sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano vale 0,40 e que a aceleração da gravidade tem módulo g = 10 m/s², calcule a intensidade da aceleração do bloco.

Resolução:

2ª Lei de Newton para o bloco:

$F - P_t - F_{at_c} = m\ a$

$F - m\ g\ \text{sen}\,\theta - \mu_c\ m\ g\ \cos\theta = m\ a$

$50 - 5,0\ 10\ \dfrac{6,0}{10} - 0,40\ 5,0\ 10\ \dfrac{8,0}{10} = 5,0\ a$

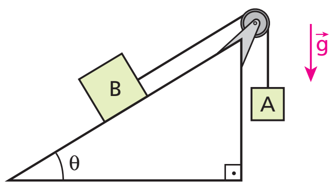
$\boxed{a = 0,80 \text{ m/s}^2}$

Resposta: 0,80 m/s²

44 Na situação esquematizada na figura, o fio e a polia são ideais; despreza-se o efeito do ar e adota-se g = 10 m/s².

sen θ = 0,60

cos θ = 0,80



Sabendo que os blocos **A** e **B** têm massas iguais a 5,0 kg e que os coeficientes de atrito estático e cinético entre **B** e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,45 e 0,40, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

a) (I) Cálculo da intensidade da componente tangencial do peso em **B**:

$P_{t_B} = m_B\ g\ \text{sen}\,\theta$

$P_{t_B} = 5,0 \cdot 10 \cdot 0,60$ (N)

$\boxed{P_{t_B} = 30 \text{ N}}$

(II) Cálculo da intensidade da força de atrito de destaque entre **B** e o plano inclinado:

$F_{at_d} = \mu_e\ m_B\ g\ \cos\theta$

$F_{at_d} = 0,45 \cdot 5,0 \cdot 10 \cdot 0,80$ (N)

$\boxed{F_{at_d} = 18 \text{ N}}$

Como $P_A = 50$ N supera a soma $P_{t_e} + F_{at_d} = 48$ N, os blocos entram em movimento, com **B** subindo ao longo do plano inclinado.

(III) Cálculo da intensidade da força de atrito cinético entre **B** e o plano inclinado:

$F_{at_c} = \mu_c\ m_B\ g\ \cos\theta$

$F_{at_c} = 0,40 \cdot 5,0 \cdot 10 \cdot 0,80$ (N)

$\boxed{F_{at_c} = 16 \text{ N}}$

(IV) 2ª Lei de Newton para o conjunto A + B:

$P_A - P_{t_B} - F_{at_c} = (m_A + m_B)\ a$

$50 - 30 - 16 = 10\ a$

$\boxed{a = 0,40 \text{ m/s}^2}$

b) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:

$P_A - T = m_A\ a \Rightarrow 50 - T = 5,0\ 0,40$

$\boxed{T = 48 \text{ N}}$

Respostas: a) 0,40 m/s²; b) 48 N

45 Um cubo 1, de aço e de aresta **a**, acha-se apoiado sobre um piso de madeira plano, horizontal e que lhe oferece atrito. Nessas condições, a força horizontal que o deixa na iminência de se movimentar tem intensidade F_1. Substitui-se, então, o cubo 1 por um cubo 2, de mesmo material, porém de aresta 2a. A força que coloca o cubo 2 na iminência de se movimentar tem intensidade F_2. Analise as proposições seguintes:

I. O coeficiente de atrito estático é o mesmo para os dois cubos.
II. $F_2 = F_1$, pois a força de atrito máxima independe da área de contato entre as superfícies atritantes.
III. $F_2 = 8F_1$, pois o cubo 2 é oito vezes mais pesado que o cubo 1.

Aponte a alternativa correta:

a) Somente I é verdadeira.
b) Somente II é verdadeira.
c) Somente III é verdadeira.
d) Somente I e II são verdadeiras.
e) Somente I e III são verdadeiras.

Resolução:

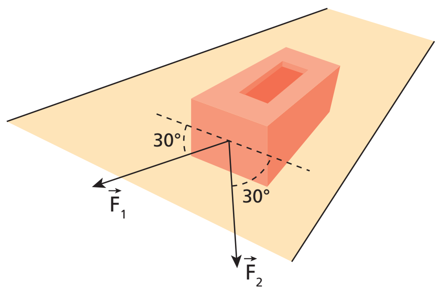
(1) Verdadeira.
Mesmos materiais.

(2) Falsa.
$F = F_{at_d} \Rightarrow F = \mu_e \; m \; g \quad \text{(I)}$
Sendo **d** a densidade do aço, tem-se:
$d = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{a^3} \Rightarrow m = d \; a^3 \quad \text{(II)}$
Substituindo (II) em (I), temos:
$\boxed{F = \mu_e \; d \; g \; a^3}$
$F_1 = \mu_e \; d \; g \; a^3$
$F_2 = \mu_e \; d \; g \; (2 \cdot a)^3 \Rightarrow F_2 = 8 \; \mu_e \; d \cdot g \; a^3$
$\boxed{F_2 = 8 \cdot F_1}$

(3) Verdadeira.
$P_1 = m_1 \; g = d \; a^3 \; g$
$P_2 = m_2 \; g = d \; (2 \cdot a)^3 \; g$
$P_2 = 8 \; d \; a^3 \; g$
Logo:
$\boxed{P_2 = 8 \; P_1}$

Resposta: e

46 (Unesp-SP) A figura mostra um tijolo de 1,2 kg sendo arrastado com velocidade constante por duas forças constantes de módulos iguais a 6,0 N cada, paralelas ao plano horizontal.
Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$; sen 30° = cos 60° = 0,50; sen 60° = cos 30° = 0,87.



O valor do coeficiente de atrito cinético entre o corpo e o piso sobre o qual ele é arrastado é:

a) 0,05. b) 0,08. c) 0,50. d) 0,80. e) 0,96.

Resolução:
As componentes de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ perpendiculares à direção do movimento equilibram-se; logo:
$F_{at_c} = 2 \; F \; \text{sen } 30°$
$\mu_c \; m \; g = 2 \; F \; 0{,}50$
$\mu_c = \dfrac{F}{m \; g} \Rightarrow \mu_c = \dfrac{6{,}0}{1{,}2 \cdot 10}$
$\boxed{\mu_c = 0{,}50}$

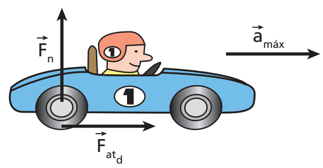
Resposta: c

47 Um carro especial projetado para arrancadas de alta *performance* (*drag racing*) tem tração nas rodas traseiras de modo que elas comprimem a pista de provas – plana, reta e horizontal – com uma força equivalente a $\frac{2}{3}$ do peso total do veículo. No local, a aceleração da gravidade tem intensidade **g** e a resistência do ar pode ser ignorada. Supondo que os coeficientes de atrito estático e cinético entre as rodas traseiras e a pista valham μ_e e μ_c, respectivamente, e admitindo desprezíveis os atritos nas rodas não-motrizes, determine:

a) o módulo da máxima aceleração possível para o carro;
b) o mínimo intervalo de tempo para o veículo percorrer, a partir do repouso, uma distância **d** com aceleração de intensidade constante.

Resolução:

a) A aceleração terá módulo máximo quando as rodas motrizes ficarem na **iminência de deslizar**. Nesse caso, a força motriz será a força de atrito de destaque:



2ª Lei de Newton:
$F_{at_d} = m \; a_{máx}$
$\mu_e \; F_n = m \; a_{máx} \Rightarrow \mu_e \; \dfrac{2}{3} \; m \; g = m \; a_{máx}$
$\boxed{a_{máx} = \dfrac{2}{3} \; \mu_e \; g}$

b) **MUV:** $d = \dfrac{a_{máx}}{2} \; t^2_{mín} \Rightarrow t_{mín} = \sqrt{\dfrac{2 \; d}{a_{máx}}}$

$t_{mín} = \sqrt{\dfrac{2 \; d}{\dfrac{2}{3} \; \mu_e \; g}} \Rightarrow \boxed{t_{mín} = \sqrt{\dfrac{3 \; d}{\mu_e \; g}}}$

Respostas: a) $\dfrac{2}{3} \; \mu_e \; g$; b) $\sqrt{\dfrac{3 \; d}{\mu_e \; g}}$

48 (Fuvest-SP) Você empurra um livro sobre uma mesa horizontal, comunicando-lhe certa velocidade inicial. Você observa que, depois de abandonado, o livro desliza aproximadamente 1 metro sobre a mesa, até parar. Se a massa do livro fosse o dobro e se você o empurrasse, comunicando-lhe a mesma velocidade inicial, ele deslizaria, até parar, aproximadamente:

a) 0,25 m.
b) 0,5 m.
c) 1 m.
d) 1,4 m.
e) 2 m.

Resolução:
2ª Lei de Newton:

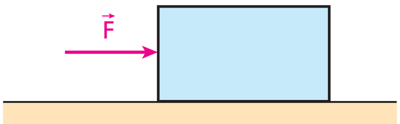
$F = F_{at_c} \Rightarrow m \; a = \mu_c \; m \; g$

$\boxed{a = \mu_c \; g}$

A aceleração de retardamento independe da massa; por isso, o livro com o dobro da massa também deslizará 1 m até parar.

Resposta: c

Este enunciado se refere aos exercícios **49** e **50**.

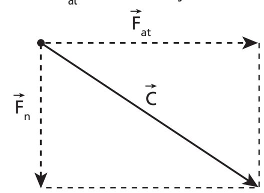


O bloco da figura pesa 8,0 N e está em repouso, apoiado sobre um plano horizontal que lhe oferece um coeficiente de atrito estático de valor 0,80.
Aplica-se, então, sobre ele uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade 6,0 N.

49 O vetor que melhor representa a força exercida pelo bloco sobre o plano de apoio é:

a) ↑ b) ↓ c) → d) ↘ e) ↖

Resolução:
A força de contato que o bloco exerce no plano de apoio ($\vec{C}$) é a soma vetorial da força de atrito ($\vec{F}_{at}$) com a força normal de compressão ($\vec{F}_n$).



$\vec{C} = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$

Resposta: d

50 A intensidade da força referida no exercício anterior é:

a) 6,0 N. c) 8,0 N. e) 14 N.
b) 6,4 N. d) 10 N.

Resolução:

$F_{at_d} = \mu_e \; F_n = \mu_e \; P$

$F_{at_d} = 0{,}80 \cdot 8{,}0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_{at_d} = 6{,}4 \text{ N}}$

Como $F < F_{at_d}$ (6,0 N < 6,4 N), o bloco permanece em repouso e a força de atrito estático trocada entre ele e o solo tem intensidade igual a 6,0 N.

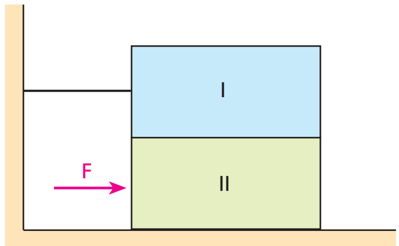
Teorema de Pitágoras:

$C^2 = F_{at}^2 + F_n^2 \Rightarrow C^2 = (6{,}0)^2 + (8{,}0)^2$

$\boxed{C = 10 \text{ N}}$

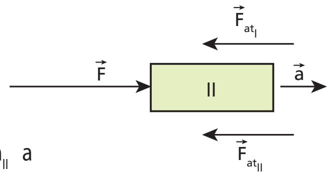
Resposta: d

51 (Vunesp-SP) Na figura, o bloco I repousa sobre o bloco II, sendo que I está preso por uma corda a uma parede. $m_I = 3{,}0$ kg e $m_{II} = 6{,}0$ kg. O coeficiente de atrito cinético entre I e II é 0,10 e entre II e o plano é 0,20. Qual deve ser a força **F** que, aplicada em II, desloca esse bloco com aceleração de 2,0 m/s²? (g = 10 m/s²)



a) 15 N.
b) 27 N.
c) 30 N.
d) 33 N.
e) 40 N.

Resolução:
2ª Lei de Newton para o Bloco II



$F - F_{at_I} - F_{at_{II}} = m_{II} \; a$

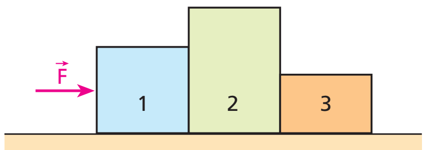
$F - \mu_I \; m_I \; g - \mu_2 \; (m_I + m_{II}) \; g = m_{II} \; a$

$F - 0{,}10 \cdot 3{,}0 \cdot 10 - 0{,}20 \cdot 9{,}0 \cdot 10 = 6{,}0 \cdot 2{,}0$

$\boxed{F = 33 \text{ N}}$

Resposta: d

52 (ITA-SP) A figura abaixo representa três blocos de massas $M_1 = 1{,}00$ kg, $M_2 = 2{,}50$ kg e $M_3 = 0{,}50$ kg respectivamente. Entre os blocos e o piso que os apóia existe atrito, cujos coeficientes cinético e estático são, respectivamente, 0,10 e 0,15; a aceleração da gravidade vale 10,0 m/s².



Se ao bloco 1 for aplicada uma força $\vec{F}$ horizontal de 10,0 N, qual será a intensidade da força que o bloco 2 exercerá no bloco 3?

Resolução:
O atrito de destaque no sistema é dado por:

$F_{at_d} = \mu_e \; (m_1 + m_2 + m_3) \; g$

$F_{at_d} = 0{,}15 \cdot 4{,}00 \cdot 10{,}0 = 6{,}00 \text{ N}$

Como $F > F_{at}$, o sistema entra em movimento e o atrito torna-se cinético.

$F_{at_c} = \mu_c \; (m_1 + m_2 + m_3) \; g$

$F_{at_c} = 0{,}10 \cdot 4{,}00 \cdot 10{,}0 = 4{,}00 \text{ N}$

Blocos (1 + 2 + 3)

$F - F_{at_c} = (m_1 + m_2 + m_3) \; a$

$10{,}0 - 4{,}00 = 4{,}00 \; a \Rightarrow \boxed{a = 1{,}50 \text{ m/s}^2}$

Bloco (3)

$F_{2,3} - F_{at_{c_3}} = m_3 \; a$

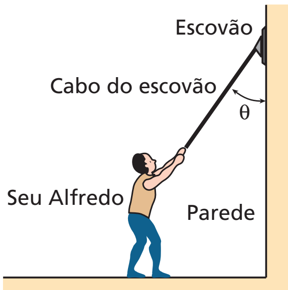
$F_{2,3} - \mu_c \; m_3 \; g = m_3 \; a$

$F_{2,3} - 0{,}10 \cdot 0{,}50 \cdot 10{,}0 = 0{,}50 \cdot 1{,}50$

$\boxed{F_{2,3} = 1{,}25 \text{ N}}$

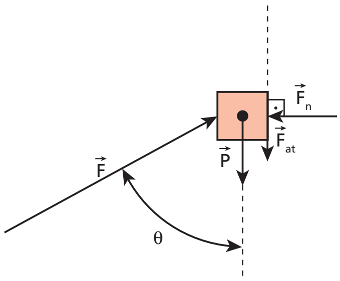
Resposta: 1,25 N

53 (UFRN) Seu Alfredo limpa uma parede vertical com um escovão, como mostra a figura abaixo. Ele empurra o escovão contra a parede de tal modo que o escovão desliza sobre ela, realizando um movimento vertical, **de baixo para cima**, com velocidade constante. A força $\vec{F}$ aplicada por Seu Alfredo sobre o escovão tem a mesma direção do cabo do utensílio, que, durante todo o movimento, forma um ângulo constante $\boldsymbol{\theta}$ com a parede.
Considere que o cabo tenha massa desprezível em comparação com a massa **m** do escovão. O coeficiente de atrito cinético entre o escovão e a parede é μ_c e a aceleração da gravidade tem módulo **g**.



a) Faça um desenho mostrando as forças que atuam sobre o escovão.
b) Deduza a expressão para o módulo da força $\vec{F}$ em função de **m**, **g**, μ_c, sen θ e cos θ.

Resolução:
a)



Se o escovão realiza movimento retilíneo e uniforme, temos:
$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{at} + \vec{F}_n = \vec{O}$

b) (I) Cálculo da intensidade de $\vec{F}_n$:

$\vec{F}_n = F_x \Rightarrow \boxed{F_n = F \ \text{sen}\ \theta}$

(II) Escovão em MRU: $F_y = P + F_{at}$

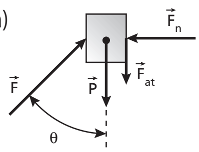
$F \ \cos\theta = P + \mu_C \ F_n$

$F \ \cos\theta = m \ g + \mu_C \ F \ \text{sen}\ \theta$

$F \ (\cos\theta - \mu_C \ \text{sen}\ \theta) = m \ g$

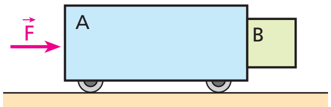
$$\boxed{F = \frac{m \ g}{\cos\theta - \mu_C \ \text{sen}\ \theta}}$$

Respostas: a)



b) $F = \dfrac{m \ g}{\cos\theta - \mu_C \ \text{sen}\ \theta}$

54 Na situação da figura a seguir, os corpos **A** e **B** têm massas **M** e **m**, respectivamente, estando **B** simplesmente encostado em uma parede vertical de **A**. O sistema movimenta-se horizontalmente sob a ação da força $\vec{F}$, paralela ao plano de apoio, sem que **B** escorregue em relação a **A**. O efeito do ar é desprezível, não há atrito entre **A** e o solo e no local a aceleração da gravidade vale **g**.



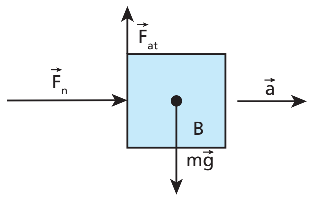
Sendo $\boldsymbol{\mu}$ o coeficiente de atrito estático entre **B** e **A**, analise as proposições seguintes:

I. A situação proposta só é possível se o sistema estiver, necessariamente, em alta velocidade.
II. Para que **B** não escorregue em relação a **A**, a aceleração do sistema deve ser maior ou igual a μ g.
III. Se **B** estiver na iminência de escorregar em relação a **A**, a intensidade de $\vec{F}$ será $(M + m)$ g/μ.

Responda mediante o código:

a) Se somente I e II forem corretas.
b) Se somente I e III forem corretas.
c) Se somente II e III forem corretas.
d) Se somente II for correta.
e) Se somente III for correta.

Resolução:
(I) Incorreta.



(II) Incorreta.
2ª Lei de Newton:

$F_n = m \ a$

$$\left.\begin{cases} F_{at} = m \ g \\ F_{at} \leqslant \mu \ F_n \end{cases}\right\} \ m \ g \leqslant \mu \ F_n$$

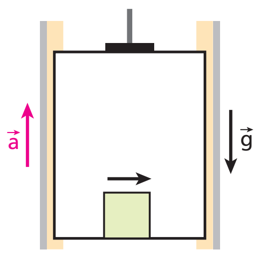
$m \cdot g \leqslant \mu \ m \ a \Rightarrow \boxed{a \geqslant \dfrac{g}{\mu}}$

(III) Correta. Blocos (A + B): $F_{mín} = (M + m) \ a_{mín}$

$$\boxed{F_{mín} = \frac{(M + m)}{\mu} \ g}$$

Resposta: e

55 Um elevador é acelerado verticalmente para cima com 6,0 m/s², num local em que $|\vec{g}| = 10$ m/s². Sobre o seu piso horizontal, é lançado um bloco, sendo-lhe comunicada uma velocidade inicial de 2,0 m/s. O bloco é freado pela força de atrito exercida pelo piso até parar em relação ao elevador. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies atritantes vale 0,25, calcule, em relação ao elevador, a distância percorrida pelo bloco até parar.



Resolução:

(I) A gravidade aparente no interior do elevador é g_{ap}, dada por:

$g_{ap} = g + a$

$g_{ap} = 10 + 6{,}0 \Rightarrow g_{ap} = 16\ m/s^2$

(II) Cálculo da aceleração escalar:

$F_{at} = m\ a' \Rightarrow \mu_C\ m\ g_{ap} = m\ a'$

$a' = 0{,}25 \cdot 16 \Rightarrow a' = 4{,}0\ m/s^2$

$\alpha = -a' \Rightarrow \alpha = -4{,}0\ m/s^2$

(III) Cálculo da distância percorrida:

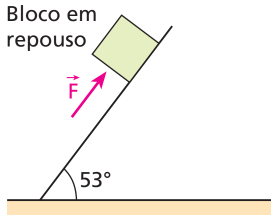
$v^2 = v_0^2 + 2\ \alpha\ \Delta s$

$0 = (2{,}0)^2 + 2\ (-4{,}0)\ \Delta s$

$\boxed{\Delta s = 0{,}50\ m = 50\ cm}$

Resposta: 50 cm

56 Um bloco pesando 100 N deve permanecer em repouso sobre um plano inclinado, que faz com a horizontal um ângulo de 53°. Para tanto, aplica-se ao bloco a força $\vec{F}$, representada na figura, paralela à rampa.



Sendo $\mu_e = 0{,}50$ o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano, que valores são admissíveis para $\vec{F}$, tais que a condição do problema seja satisfeita? **Dados:** sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.

Resolução:

Os valores limítrofes permitidos para $\vec{F}$ estão condicionados ao movimento iminente do bloco, ou seja:

(I) Se $\vec{F}$ tem intensidade máxima, o bloco tende a subir o plano e a força de atrito tem sentido para baixo. Assim:

$F_{máx} = P\ \text{sen}\ 53° + F_{at_d} \Rightarrow F_{máx} = P\ \text{sen}\ 53° + \mu_e\ P\ \cos 53°$

$F_{máx} = 100 \cdot 0{,}80 + 0{,}50 \cdot 100 \cdot 0{,}60\ (N)$

$\boxed{F_{máx} = 110\ N}$

(II) Se $\vec{F}$ tem intensidade mínima, o bloco tende a deslocar-se para baixo, sendo ascendente ao plano o sentido da força de atrito. Assim:

$F_{mín} + F_{at_d} = P\ \text{sen}\ 53°$

$F_{mín} = P\ \text{sen}\ 53° - \mu_e\ P\ \cos 53°$

$F_{mín} = 100 \cdot 0{,}80 - 0{,}50 \cdot 100 \cdot 0{,}60$

$\boxed{F_{mín} = 50\ N}$

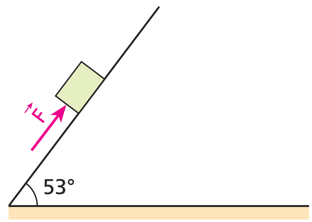
Portanto, os valores de $\vec{F}$ são tais que:

$50\ N \leqslant F \leqslant 110\ N$

Resposta: $50\ N \leqslant F \leqslant 110\ N$

57 Um corpo de massa 20 kg é colocado em um plano inclinado de 53° sendo-lhe aplicada uma força $\vec{F}$ paralela ao plano, conforme representa a figura. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$.

Dados: sen 53° = 0,80;
cos 53° = 0,60.



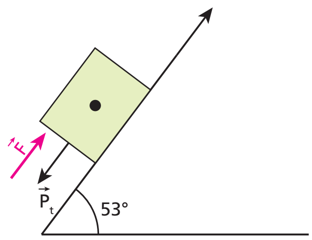
Sabendo que os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o corpo e a superfície de apoio valem 0,30 e 0,20, respectivamente, determine:

a) a intensidade da força de atrito que atua no corpo quando F = 160 N;

b) o módulo da aceleração do corpo quando F = 100 N.

Resolução:

a) $P_t = m\ g\ \text{sen}\ 53° \Rightarrow P_t = 20 \cdot 10 \cdot 0{,}80\ (N) \Rightarrow \boxed{P_t = 160\ N}$



Sendo $F = P_t = 160$ N, o corpo não manifesta nenhuma tendência de escorregamento. Logo:

$\boxed{F_{at} = 0}$

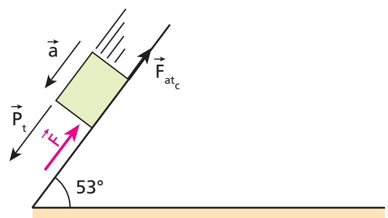
b) $F_{at_d} = \mu_e\ F_n = \mu_e\ m\ g\ \cos 53°$

$F_{at_d} = 0{,}30 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 0{,}60\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at_d} = 36\ N}$

$F_{at_C} = \mu_C\ F_n = \mu_C\ m\ g\ \cos 53°$

$F_{at_C} = 0{,}20 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 0{,}60\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{at_C} = 24\ N}$

O corpo terá aceleração dirigida rampa abaixo, já que $P_t > F + F_{at_d}$ (160 N > 100 N + 36 N). Durante o escorregamento o atrito será do tipo cinético:



2ª Lei de Newton:

$P_t - F - F_{at_C} = m\ a$

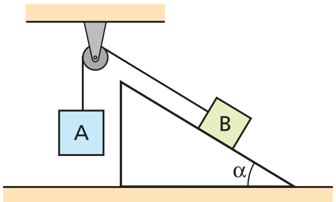
$160 - 100 - 24 = 20\ a$

$36 = 20\ a$

$\boxed{a = 1{,}8\ m/s^2}$

Respostas: a) Intensidade nula; b) 1,8 m/s²

58 (ITA-SP) Na figura seguinte, os dois blocos **A** e **B** têm massas iguais. São desprezíveis as massas dos fios e da polia e esta pode girar sem atrito. O menor valor do coeficiente de atrito estático entre o plano inclinado de α em relação à horizontal e o bloco **B**, para que o sistema não escorregue, é:



a) $\frac{1 - \text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$.

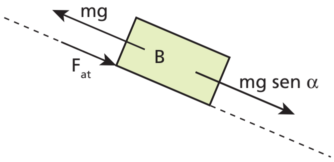
b) $\frac{1 - \cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha}$.

c) $\text{tg}\,\alpha$.

d) $\text{cotg}\,\alpha$.

e) $\frac{1}{\text{sen}\,\alpha}$.

Resolução:



Equilíbrio de **B**:

$F_{at} = m\ g - m\ g\ \text{sen}\,\alpha$ (I)

$F_{at} \leqslant \mu\ F_n \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu\ m\ g\ \cos\alpha$ (II)

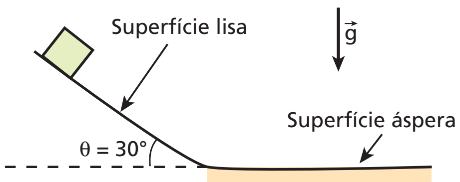
Substituindo (I) em (II), temos:

$m\ g - m\ g\ \text{sen}\,\alpha \leqslant \mu\ m\ g\ \cos\alpha$

$\mu \geqslant \frac{1 - \text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\mu_{mín} = \frac{1 - \text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}}$

Resposta: a

59 Um corpo de massa 10 kg parte do repouso do alto de um plano inclinado de um ângulo $\theta = 30°$, conforme representa a figura, escorregando sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar até atingir um plano horizontal áspero, de coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0{,}20$. Sabendo que o corpo gasta 2,0 s para descer o plano inclinado e que $|\vec{g}| = 10\ \text{m/s}^2$, determine:



a) a duração total do movimento;

b) as distâncias percorridas pelo corpo no plano inclinado e no plano horizontal.

Resolução:

a) (I) Cálculo da intensidade da aceleração no plano inclinado:

$a = g\ \text{sen}\ 30° \Rightarrow a = 10 \cdot 0{,}5\ (\text{m/s}^2)$

$\boxed{a = 5{,}0\ \text{m/s}^2}$

(II) Cálculo da velocidade de chegada do bloco à base do plano inclinado:

$v = v_0 + \alpha\ t \Rightarrow v = 5{,}0 \cdot 2{,}0\ (\text{m/s})$

$\boxed{v = 10\ \text{m/s}}$

(III) Cálculo da intensidade da aceleração no plano horizontal:

$F = F_{at_C} \Rightarrow m\ a' = \mu_C\ m\ g \Rightarrow a' = \mu_C\ g$

$a' = 0{,}20 \cdot 10\ (\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a' = 2{,}0\ \text{m/s}^2}$

(IV) Cálculo da duração do movimento no plano horizontal:

$v' = v + \alpha'\ t' \Rightarrow 0 = 10 - 2{,}0\ t'$

$\boxed{t' = 5{,}0\ \text{s}}$

(V) Cálculo da duração total do movimento:

$\Delta t = t + t' \Rightarrow \Delta t = 2{,}0 + 5{,}0\ (\text{s}) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 7{,}0\ \text{s}}$

b) No plano inclinado: $\Delta s = v_0\ t + \frac{\alpha}{2} t^2$

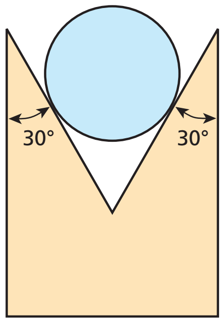
$\Delta s = \frac{5{,}0}{2} (2{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 10\ \text{m}}$

No plano horizontal: $\Delta s' = v\ t' + \frac{\alpha'}{2} t'^2$

$\Delta s' = 10 \cdot 5{,}0 - \frac{2{,}0}{2} (5{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s' = 25\ \text{m}}$

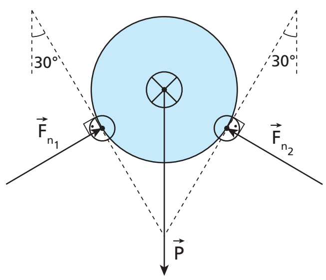
Respostas: a) 7,0 s; b) 10 m e 25 m

60 (Faap-SP) Qual é a força horizontal capaz de tornar iminente o deslizamento do cilindro, de 50 kgf de peso, ao longo do apoio em **V**, mostrado na figura? O coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o apoio vale 0,25.



Resolução:

Esquema de forças:



Devido à simetria: $|\vec{F}_{n_1}| = |\vec{F}_{n_2}| = F_n$

Equilíbrio na vertical: $2F_n\ \cos 60° = P$

$2F_n\ \frac{1}{2} = 50 \Rightarrow F_n = 50\ \text{kgf}$

Equilíbrio na horizontal: $F = F_{at_1} + F_{at_2}$

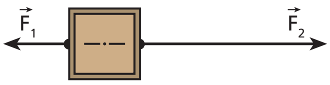
Supondo o cilindro na iminência de deslizar, temos:

$F_{mín} = \mu\ F_n + \mu\ F_n = 2\ \mu\ F_n$

$F_{mín} = 2{,}0 \cdot 0{,}25 \cdot 50\ (kgf) \Rightarrow \boxed{F_{mín} = 25\ kgf}$

Resposta: 25 kgf

61 O esquema representa, visto de cima, uma caixa de CDs de computador apoiada sobre uma mesa plana e horizontal submetida à ação conjunta de três forças horizontais, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ (não representada), de intensidades respectivamente iguais a 1,0 N, 4,0 N e 2,7 N.

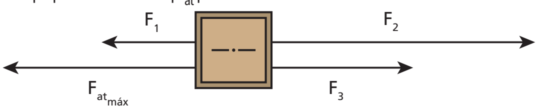


Supondo que a caixa se mantenha em repouso, determine o intervalo de valores possíveis para a força de atrito estático que atua sobre ela.

Resolução:

A força de atrito estático deve equilibrar a resultante $\vec{R}$ dada pela soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

1º caso: $|\vec{R}|$ é máximo e $|\vec{F}_{at}|$ é máximo.

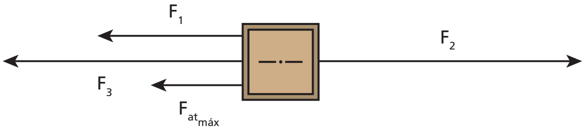


$R_{máx} = F_2 + F_3 - F_1$

$R_{máx} = 4{,}0 + 2{,}7 - 1{,}0$

$\boxed{R_{máx} = 5{,}7\ N \Rightarrow F_{at_{máx}} = 5{,}7\ N}$

2º caso: $|\vec{R}|$ é mínimo e $|\vec{F}_{at}|$ é mínimo.



$R_{mín} = F_2 - F_1 - F_3$

$R_{mín} = 4{,}0 - 1{,}0 - 2{,}7\ (N)$

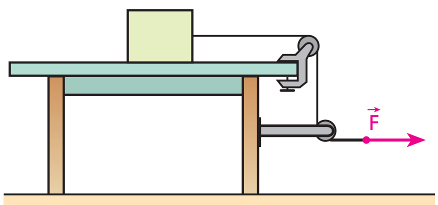
$\boxed{R_{mín} = 0{,}30\ N \Rightarrow F_{at_{mín}} = 0{,}30\ N}$

Logo:

$0{,}30\ N \leqslant F_{at} \leqslant 5{,}7\ N$

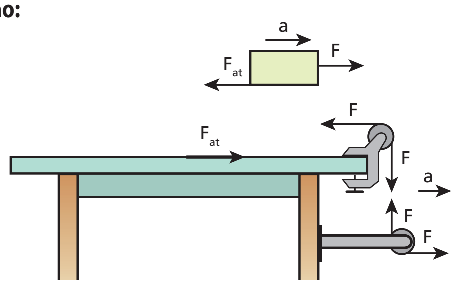
Resposta: $0{,}30\ N \leqslant F_{at} \leqslant 5{,}7\ N$

62 Na situação esquematizada, o fio e as polias são ideais e inexiste atrito entre os pés da mesa (massa da mesa igual a 15 kg) e a superfície horizontal de apoio. O coeficiente de atrito estático entre o bloco (massa do bloco igual a 10 kg) e o tampo da mesa vale 0,60 e, no local, adota-se $g = 10\ m/s^2$.



Qual a máxima intensidade da força horizontal $\vec{F}$ aplicada na extremidade livre do fio que faz o sistema ser acelerado sem que o bloco escorregue em relação à mesa?

Resolução:



$F_{at} \leqslant \mu_e\ m_B\ g$ (I)

2ª Lei de Newton para a mesa:

$F_{res} = F_{at} \Rightarrow m_M\ a = F_{at}$ (II)

Substituindo (II) em (I): $m_M\ a \leqslant \mu_e\ m_B\ g$

$15\ a \leqslant 0{,}60 \cdot 10 \cdot 10$

$a \leqslant 4{,}0\ m/s^2 \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 4{,}0\ m/s^2}$

2ª Lei de Newton para o bloco:

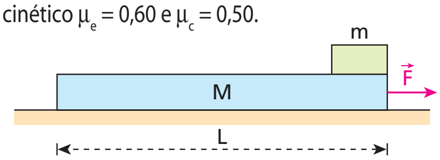
$F_{máx} - F_{at_d} = m_B\ a_{máx}$

$F_{máx} - 0{,}60 \cdot 10 \cdot 10 = 10 \cdot 4{,}0$

$\boxed{F_{máx} = 100\ N}$

Resposta: 100 N

63 (Olimpíada Brasileira de Física) Na figura a seguir, um bloco de massa M = 2,0 kg e comprimento L = 1,0 m encontra-se inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Sobre tal bloco, é colocado um outro, de massa m = 1,0 kg, cujo comprimento é muito menor que **L**, de modo que este possa ser considerado um ponto material. Sabe-se que existe atrito entre os blocos, com coeficientes estático e cinético $\mu_e = 0{,}60$ e $\mu_c = 0{,}50$.

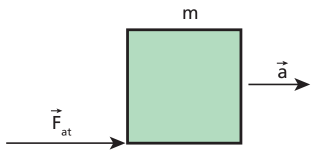


Considere que seja aplicada no bloco de massa **M** uma força horizontal constante $\vec{F}$. Sendo $g = 10{,}0\ m/s^2$, determine:

a) a máxima intensidade de $\vec{F}$ de modo a não ocorrer deslizamento entre os blocos;

b) o intervalo de tempo gasto pelo bloco de massa **m** para perder o contato com o bloco **M**, no caso em que F = 19,0 N.

Resolução:



a) (I) Cálculo de $a_{máx}$:

2ª Lei de Newton para o bloco de massa **m**:

$f_{at} = m\ a$

O atrito deve ser do tipo estático:

$f_{at} \leqslant \mu_e\ F_n \Rightarrow m\ a \leqslant \mu_e\ m\ g$

$a \leqslant \mu_e \ g \Rightarrow a_{máx} = \mu_e \ g$

$a_{máx} = 0{,}60 \cdot 10 \ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_{máx} = 6{,}0 \ m/s^2}$

(II) Cálculo de $F_{máx}$:

2ª Lei de Newton para o conjunto M + m:

$F_{máx} = (M + m) \ a_{máx}$

$F_{máx} = (2{,}0 + 1{,}0) \ 6{,}0 \ (N) \Rightarrow \boxed{F_{máx} = 18{,}0 \ N}$

b) (I) Aceleração de **m**:

$F_{at} = m \ a_1 \Rightarrow \mu_C \ m \ g = m \ a_1 \Rightarrow a_1 = \mu_C \ g$

$a_1 = 0{,}50 \cdot 10{,}0 \ (m/s^2) \Rightarrow \boxed{a_1 = 5{,}0 \ m/s^2}$

(II) Aceleração em **M**:

$F - f_{at} = M \ a_2 \Rightarrow F - \mu_C \ m \ g + M \ a_2$

$19{,}0 - 0{,}50 \cdot 1{,}0 \cdot 10{,}0 = 2{,}0 \ a_2 \Rightarrow \boxed{a_2 = 7{,}0 \ m/s^2}$

(III) Aceleração relativa entre **m** e **M**:

$a_{rel} = a_2 - a_1 \Rightarrow a_{rel} = 7{,}0 - 5{,}0 \ (m/s^2)$

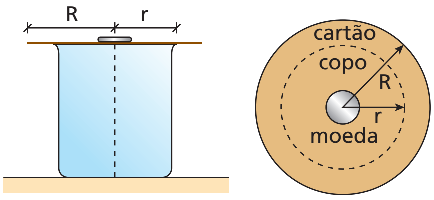
$\boxed{a_{rel} = 2{,}0 \ m/s^2}$

(IV) MUV relativo: $L = \frac{a_{rel}}{2} t^2$

$1{,}0 = \frac{2{,}0}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1{,}0 \ s}$

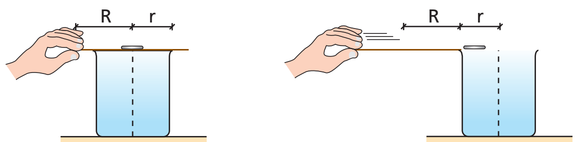
Respostas: a) 18,0 N; b) 1,0 s

64 (Olimpíada Brasileira de Física) A boca de um copo é coberta com um cartão circular, e sobre o cartão coloca-se uma moeda (*vide* figura a seguir). Os centros do cartão e da moeda são coincidentes com o centro da boca do copo. Considere como dados deste problema: o raio do cartão, **R**, o raio da boca do copo, **r**, o coeficiente de atrito entre a moeda e o cartão, **μ**, e o módulo **g** da aceleração da gravidade. O raio da moeda pode ser desprezado.



Move-se o cartão horizontalmente, em trajetória retilínea e com aceleração constante. Determine o valor da menor aceleração do cartão, a_C, para que a moeda ainda caia dentro do copo quando o cartão for retirado por completo.

Resolução:



Situação inicial   Situação final

(I) 2ª Lei de Newton para a moeda:

$F_{at} = m \ a_M \Rightarrow \mu \ m \ g = m \ a_M$

$\boxed{a_M = \mu \ g}$

MUV da moeda:

$\Delta x = \frac{a_M}{2} t^2$

Considerando $\Delta x = r$ (deslocamento máximo), com $a_M = \mu \cdot g$, temos:

$r = \frac{\mu \ g}{2} t^2$ (I)

MUV do cartão**:**

$\Delta x' = \frac{a_C}{2} t^2$

$R + r = \frac{a_C}{2} t^2$ (II)

Dividindo-se (II) por (I), vem:

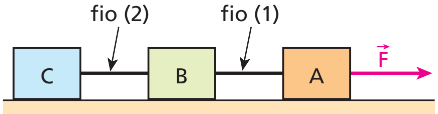
$$\frac{R + r}{r} = \frac{\frac{a_C}{2} t^2}{\frac{\mu \ g}{2} t^2}$$

Da qual:

$$\boxed{a_C = \frac{(R + r)}{r} \mu \ g}$$

Resposta: $a_C = \frac{(R + r)}{r} \mu \ g$

65 Considere três blocos **A**, **B** e **C** de mesma massa M = 5,0 kg em uma mesa horizontal e unidos por fios ideais (1) e (2) que se rompem quando a intensidade da força de tração atinge o valor de 20 N.



Os coeficientes de atrito entre os blocos **A**, **B** e **C** e a mesa são iguais a $\mu_A = 0{,}30$, $\mu_B = 0{,}20$ e $\mu_C = 0{,}10$. Adota-se g = 10 m/s².

Aplicamos ao bloco **A** uma força horizontal $\vec{F}$ cuja intensidade vai aumentando lentamente.

Qual o mínimo valor de $\vec{F}$ que provoca a ruptura de um dos fios?

Resolução:

(I) Cálculo das intensidades das forças de atrito.

$F_{at_A} = \mu_A \ m_A \ g \Rightarrow F_{at_A} = 0{,}30 \cdot 5{,}0 \cdot 10 = 15 \ N$

$F_{at_B} = \mu_B \ m_B \ g \Rightarrow F_{at_B} = 0{,}20 \cdot 5{,}0 \cdot 10 = 10 \ N$

$F_{at_C} = \mu_C \ m_C \ g \Rightarrow F_{at_C} = 0{,}10 \cdot 5{,}0 \cdot 10 = 5{,}0 \ N$

(II) Pelo fato de o fio (1) ser o responsável pelo arrastamento de dois blocos (**B** e **C**), ele opera sob maior tração que o fio (2), que arrasta apenas um bloco (**C**). Por isso, consideraremos a tração máxima de 20 N aplicada no fio (1).

Como $T_1 > F_{at_B} + F_{at_C}$ (20 N > 10 N + 5,0 N), o sistema adquire movimento acelerado no sentido de $\vec{F}$.

(III) Cálculo da intensidade da aceleração do sistema.

2ª Lei de Newton para o conjunto B + C:

$T_1 - (F_{at_B} + F_{at_C}) = (m_B + m_C) \ a$

$20 - (10 + 5{,}0) = (5{,}0 + 5{,}0) \ a$

$\boxed{a = 0{,}50 \ m/s^2}$

(IV) Cálculo da intensidade de $\vec{F}$.

2ª Lei de Newton para o conjunto A + B + C:

$F - (F_{at_A} + F_{at_B} + F_{at_C}) = (m_A + m_B + m_C) \ a$

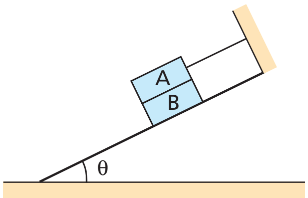
$F - (15 + 10 + 5{,}0) = (5{,}0 + 5{,}0 + 5{,}0) \cdot 0{,}50$

$\boxed{F = 37{,}5 \ N}$

Resposta: 37,5 N

66 Na figura, os blocos **A** e **B** são iguais, apresentando peso de intensidade igual a 100 N cada um. Os coeficientes de atrito estático entre **A** e **B** e entre **B** e a superfície do plano inclinado têm o mesmo valor: μ.

Dados: sen $\theta = 0{,}60$; cos $\theta = 0{,}80$.



Sabendo que os blocos estão em equilíbrio, com **B** na iminência de escorregar, calcule:

a) o valor de μ;

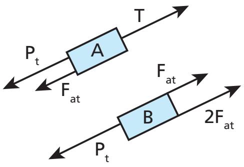
b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

Como os blocos são iguais, a compressão normal de **B** contra o plano inclinado é duas vezes mais intensa que a compressão normal de **A** contra **B**. Por isso, sendo μ o coeficiente de atrito estático entre **A** e **B** e também entre **B** e a superfície de apoio, podemos concluir que a força de atrito de destaque entre **B** e o plano inclinado é duas vezes mais intensa do que entre **A** e **B**.

a) $P_t = P \ \text{sen}\,\theta \Rightarrow P_t = 100 \cdot 0{,}60 = 60\ \text{N}$

$P_n = P \ \cos\theta \Rightarrow P_N = 100 \cdot 0{,}80 = 80\ \text{N}$



(I) **Equilíbrio de B:**

$3F_{at} = P_t \Rightarrow 3F_{at} = 60$

$\boxed{F_{at} = 20\ \text{N}}$

(II) $F_{at} = \mu \ F_n \Rightarrow F_{at} = \mu \ P_n$

$20 = \mu \ 80 \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}25}$

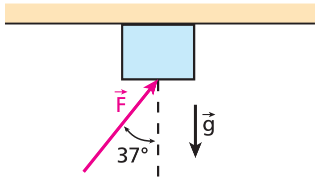
b) **Equilíbrio em A:**

$T = P_t + F_{at} \Rightarrow T = 60 + 20\ (\text{N})$

$\boxed{T = 80\ \text{N}}$

Respostas: a) 0,25; b) 80 N

67 Um bloco de massa m = 4,0 kg é empurrado, ao longo do teto horizontal, por uma força constante $\vec{F}$, de intensidade F = 100 N e com inclinação de 37° em relação à vertical, como sugere a figura.



O bloco tem uma aceleração horizontal constante de módulo igual a 7,0 m/s^2.

Despreze o efeito do ar e considere os seguintes dados:

g = 10 m/s^2, sen 37° = 0,60 e cos 37° = 0,80.

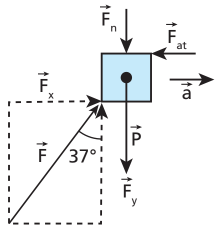
O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o teto é igual a:

a) 0,10. b) 0,30. c) 0,50. d) 0,60. e) 0,80.

Resolução:

$F_x = F \ \text{sen}\ 37° = 100 \cdot 0{,}60 = 60\ \text{N}$

$F_y = F \ \cos 37° = 100 \cdot 0{,}80 = 80\ \text{N}$



Equilíbrio na vertical:

$F_n + P = F_y \Rightarrow F_n + 4{,}0 \cdot 10 = 80$

$\boxed{F_n = 40\ \text{N}}$

2ª Lei de Newton na horizontal:

$F_x - F_{at} = m \cdot a \Rightarrow F_x - \mu \ F_N = m \ a$

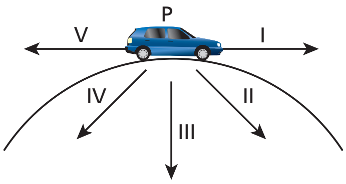
$60 - \mu \ 40 = 4{,}0 \cdot 7{,}0 \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}80}$

Resposta: e

Tópico 3

Considere a situação seguinte, referente aos exercícios de **1** a **5**.

No esquema abaixo aparece, no ponto **P**, um carrinho de massa 2,0 kg, que percorre a trajetória indicada da esquerda para a direita. A aceleração escalar do carrinho é constante e seu módulo vale 0,50 m/s^2.
As setas enumeradas de I a V representam vetores que podem estar relacionados com a situação proposta.



1 A velocidade vetorial do carrinho em **P** é mais bem representada pelo vetor:
a) I; b) II; c) III; d) IV; e) V.

Resolução:
A velocidade vetorial é sempre tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento.
Vetor I

Resposta: a

2 Se o movimento for acelerado, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** será mais bem representada pelo vetor:
a) I; b) II; c) III; d) IV; e) V.

Resolução:
No movimento acelerado, a componente tangencial da força resultante tem sentido igual ao de $\vec{V}$.
Vetor I

Resposta: a

3 Se o movimento for retardado, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** será mais bem representada pelo vetor:
a) I; b) II; c) III; d) IV; e) V.

Resolução:
No movimento retardado, a componente tangencial da força resultante tem sentido oposto ao de $\vec{V}$.
Vetor V

Resposta: e

4 A intensidade da componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** vale:
a) zero; b) 2,0 N; c) 1,0 N; d) 0,50 N; e) 0,25 N.

Resolução:

$$|\vec{a}_t| = |\gamma| = 0{,}50 \text{ m/s}^2$$

$$|\vec{F}_t| = m\,|\vec{a}_t| = m\,|\gamma|$$

$$|\vec{F}_t| = 2{,}0 \cdot 0{,}50 \text{ (N)}$$

$$\boxed{|\vec{F}_t| = 1{,}0 \text{ N}}$$

Resposta: c

5 Analise as proposições seguintes:
I. Ao longo da trajetória, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho tem intensidade variável.
II. Ao longo da trajetória, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho é constante.
III. Ao longo da trajetória, a velocidade vetorial do carrinho tem intensidade variável.
IV. Quem provoca as variações do módulo da velocidade do carrinho ao longo da trajetória é a componente tangencial da força resultante que age sobre ele.

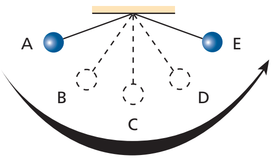
Responda mediante o código:
a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Somente I e II são corretas.
d) Somente III e IV são corretas.
e) Somente II, III e IV são corretas.

Resolução:
I – Incorreta.
$|\vec{F}_t| = 1{,}0$ N (constante)
II – Incorreta.
$\vec{F}_t$ varia em direção
III – Correta.
O movimento é uniformemente variado.
IV – Correta.

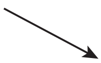
Resposta: d

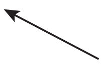
Considere o enunciado abaixo para os exercícios de **6** a **8**.

Abandona-se um pêndulo no ponto **A**, representado na figura. Este desce livremente e atinge o ponto **E**, após passar pelos pontos **B**, **C** e **D**. O ponto **C** é o mais baixo da trajetória e despreza-se a influência do ar.

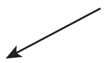


6 No ponto **B**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) 

b) 

c) 

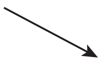
d) 

e) Nenhum dos anteriores.

Resolução:
Ponto B: movimento acelerado.
$\vec{F}_t$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\vec{V}$.

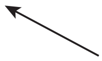
Resposta: a

7 No ponto **C**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) 

c) 

e) Nenhum dos anteriores.

b) 

d) 

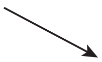
Resolução:

Ponto C: local de transição de movimento acelerado para movimento retardado.

$\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$

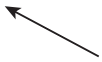
Resposta: e

8 No ponto **D**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) 

c) 

e) Nenhum dos anteriores.

b) 

d) 

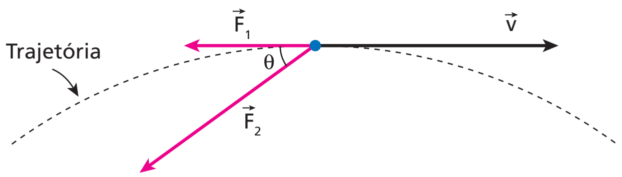
Resolução:

Ponto D: movimento retardado.

$\vec{F}_t$ tem a mesma direção de $\vec{V}$, porém sentido oposto.

Resposta: d

9 Na figura a seguir, está representada uma partícula de massa **m** em determinado instante de seu movimento curvilíneo. Nesse instante, a velocidade vetorial é $\vec{v}$, a aceleração escalar tem módulo $\boldsymbol{\alpha}$ e apenas duas forças agem na partícula: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



No instante citado, é correto que:

a) o movimento é acelerado e $F_1 = m\,\alpha$;
b) o movimento é retardado e $F_1 = m\,\alpha$;
c) o movimento é acelerado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\,\alpha$;
d) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\,\alpha$;
e) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \operatorname{sen}\theta = m\,\alpha$.

Resolução:

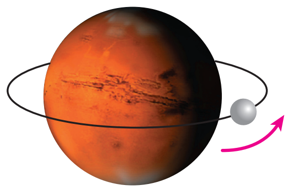
O movimento é retardado, pois a resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ na direção tangencial à trajetória tem sentido oposto a $\vec{V}$.

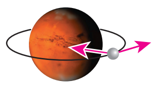
$F_t = m\,\alpha$

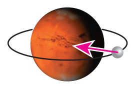
$\boxed{F_1 + F_2 \cos\theta = m\,\alpha}$

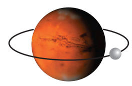
Resposta: d

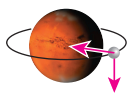
10 (Cesgranrio-RJ) Uma nave Mariner permanece alguns meses em órbita circular em torno de Marte. Durante essa fase, as forças que agem sobre a nave são, em um referencial inercial ligado ao centro do planeta:

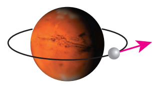


a) 

c) 

e) 

b) 

d) 

Resolução:

O movimento da nave é circular e uniforme sob a ação da força gravitacional que faz o papel de resultante centrípeta.

Resposta: c

11 Um avião de massa 4,0 toneladas descreve uma curva circular de raio R = 200 m com velocidade escalar constante igual a 216 km/h. Qual a intensidade da resultante das forças que agem na aeronave?

Resolução:

No movimento circular e uniforme, a resultante das forças que agem no avião é centrípeta.

$v = 216 \text{ km/h} = \dfrac{216}{3,6} \text{ m/s} = 60 \text{ m/s},$

$m = 4,0 \text{ t} = 4,0 \cdot 10^3 \text{ kg e } R = 200 \text{ m}$

$F_{cp} = \dfrac{m\,v^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \dfrac{40 \cdot 10^3\,(60)^2}{200} \text{ (N)}$

Donde: $\boxed{F_{cp} = 7,2 \cdot 10^4 \text{ N} = 72 \text{ kN}}$

Resposta: 72 kN

12 Considere um carro de massa $1,0 \cdot 10^3$ kg percorrendo, com velocidade escalar constante, uma curva circular de 125 m de raio, contida em um plano horizontal. Sabendo que a força de atrito responsável pela manutenção do carro na curva tem intensidade 5,0 kN, determine o valor da velocidade do carro. Responda em km/h.

Resolução:

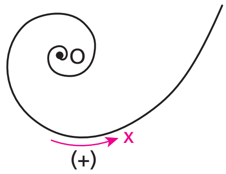
$F_{cp} = F_{at} \Rightarrow \dfrac{m\,v^2}{R} = F_{at}$

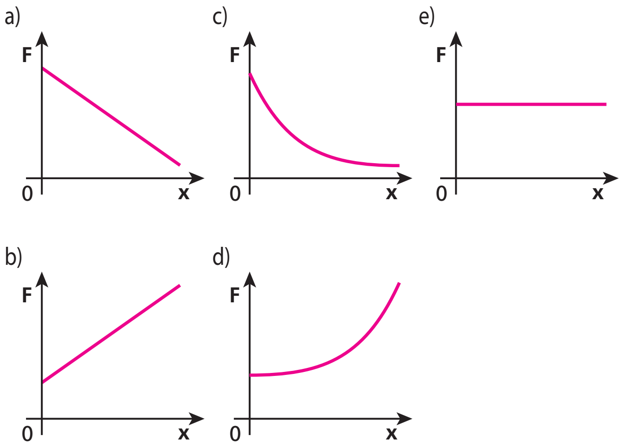
$\dfrac{1,0 \cdot 10^3\,v^2}{125} = 5,0 \cdot 10^3$

Donde: $\boxed{v = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}}$

Resposta: 90 km/h

13 Considere uma partícula de massa **m** percorrendo a trajetória espiralada esboçada na figura, com velocidade escalar constante, no sentido anti-horário a partir da origem **O**. Admita que o raio de curvatura da trajetória cresça uniformemente com a coordenada de posição **x**. Sendo **F** a intensidade da resultante das forças que agem na partícula, qual dos gráficos a seguir melhor traduz **F *versus* x**?





Resolução:
A resultante das forças que agem na partícula é centrípeta.

$$F = \frac{m\,v^2}{R}$$

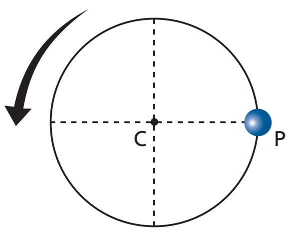
Mas: $R = R_0 + kx$

Logo: $F = \frac{m\,v^2}{R_0 + kx}$

Sendo m, v, R_0 e k constantes, F é função decrescente de x.

Resposta: c

14 **E.R.** A figura representa uma partícula em movimento circular no instante em que ela passa por um ponto **P** de sua trajetória. Sabendo que o movimento acontece no sentido anti-horário, reproduza a figura, desenhando o vetor que representa a força resultante sobre a partícula nos seguintes casos:

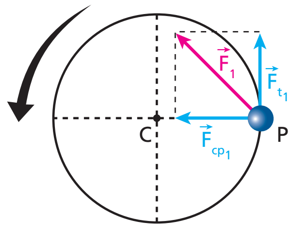


a) quando o movimento é acelerado;
b) quando o movimento é retardado.

Resolução:
a) No caso de o movimento ser acelerado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial ($\vec{F}_{t_1}$) de mesmo sentido que o movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta ($\vec{F}_{cp_1}$).
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_1$, dada por:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{t_1} + \vec{F}_{cp_1}$$

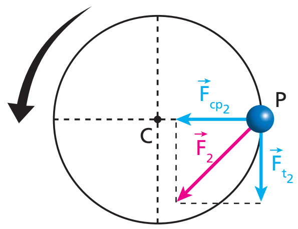
Graficamente, temos:



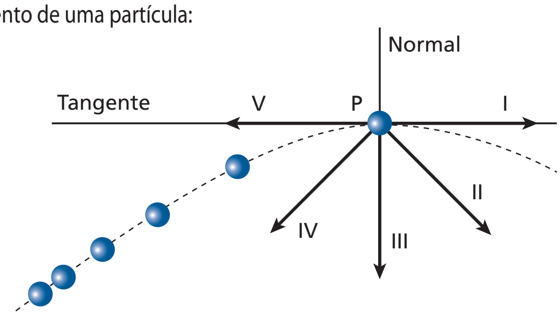
b) No caso de o movimento ser retardado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial ($\vec{F}_{t_2}$) de sentido contrário ao do movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta ($\vec{F}_{cp_2}$).
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_2$, dada por:

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{t_2} + \vec{F}_{cp_2}$$

Graficamente, temos:



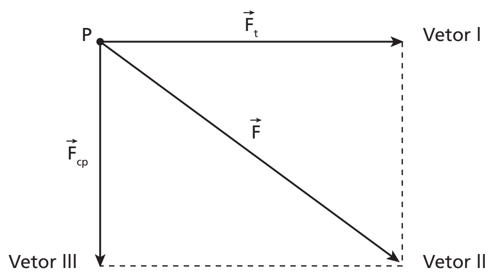
15 A figura abaixo mostra a fotografia estroboscópica do movimento de uma partícula:



A resultante das forças que atuam na partícula no ponto **P** é mais bem representada pelo vetor:

a) I; b) II; c) III; d) IV; e) V.

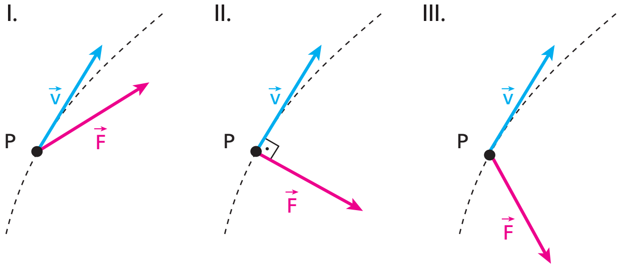
Resolução:
Admitindo-se que o movimento ocorra da esquerda para a direita, ele será acelerado e, nesse caso, a componente tangencial da força resultante será dirigida para a direita.
Por outro lado, como o movimento é curvilíneo, a força resultante deverá admitir uma componente centrípeta.



Se admitíssemos que o movimento ocorra da direita para a esquerda, ele seria retardado, mas a resposta seria a mesma.

Resposta: b

16 Uma partícula percorre certa trajetória curva e plana, como a representada nos esquemas a seguir. Em **P**, a força resultante que age sobre ela é $\vec{F}$ e sua velocidade vetorial é $\vec{v}$:



Nos casos I, II e III, a partícula está dotada de um dos três movimentos citados abaixo:
A — movimento uniforme;
B — movimento acelerado;
C — movimento retardado.

A alternativa que traz as associações corretas é:
a) I – A; II – B; III – C.
b) I – C; II – B; III – A.
c) I – B; II – A; III – C.
d) I – B; II – C; III – A.
e) I – A; II – C; III – B.

Resolução:

Caso I: $\vec{F} = \vec{F}_{t_1} + \vec{F}_{cp_1}$

$\vec{F}_{t_1}$ tem o mesmo sentido de $\vec{V}$ e o movimento é **acelerado**.

Caso II: $\vec{F} = \vec{F}_{cp_2}$

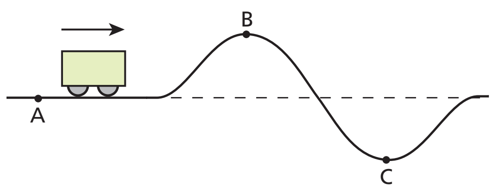
$\vec{F}_{t_2} = \vec{0}$ e o movimento é **uniforme**.

Caso III: $\vec{F} = \vec{F}_{t_3} + \vec{F}_{cp_3}$

$\vec{F}_{t_3}$ tem sentido oposto ao de $\vec{V}$ e o movimento é **retardado**.

Resposta: c

17 Um carrinho, apenas apoiado sobre um trilho, desloca-se para a direita com velocidade escalar constante, conforme representa a figura abaixo. O trilho pertence a um plano vertical e o trecho que contém o ponto **A** é horizontal. Os raios de curvatura nos pontos **B** e **C** são iguais.



Sendo F_A, F_B e F_C, respectivamente, as intensidades das forças de reação normal do trilho sobre o carrinho nos pontos **A**, **B** e **C**, podemos concluir que:

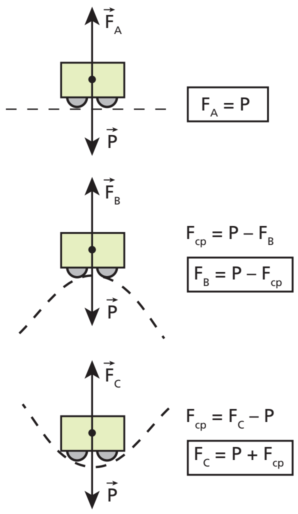
a) $F_A = F_B = F_C$;
b) $F_C > F_A > F_B$;
c) $F_B > F_A > F_C$;
d) $F_A > F_B > F_C$;
e) $F_C > F_B > F_A$.

Resolução:
Nos trechos curvos, a resultante centrípeta tem intensidade constante (F_{cp}).

Ponto A:

Ponto B:

Ponto C:

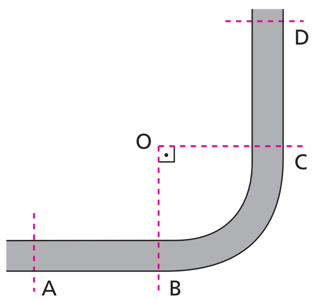


Portanto:

$F_C > F_A > F_B$

Resposta: b

18 Uma pista é constituída por três trechos: dois retilíneos, **AB** e **CD**, e um circular, **BC**, conforme representa a vista aérea abaixo.



Admita que um carro de massa **m** percorra a pista com velocidade de intensidade constante igual a **v**. Sendo **R** o raio do trecho **BC**, analise as proposições a seguir:

(01) No trecho **AB**, a força resultante sobre o carro é nula.
(02) No trecho **CD**, a força resultante sobre o carro é não-nula.
(04) Em qualquer ponto do trecho **BC**, a força resultante sobre o carro é dirigida para o ponto **O** e sua intensidade é dada por $\frac{m\,v^2}{R}$.
(08) No trecho **BC**, a força resultante sobre o carro é constante.
(16) De **A** para **D**, a variação da velocidade vetorial do carro tem intensidade $v\sqrt{2}$.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

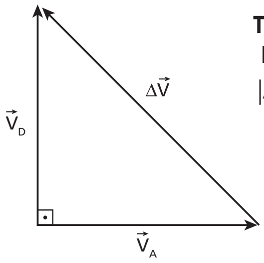
Resolução:
(01) Correta.
O movimento no trecho AB é retilíneo e uniforme.
(02) Incorreta.
No trecho CD, a força resultante sobre o carro é nula (MRU).
(04) Correta.
No MCU (trecho BC), a força resultante sobre o carro é centrípeta.

(08) Incorreta.

$\vec{F}_{cp}$ varia em direção ao longo do trecho BC, portanto é variável.

(16) Correta.

$\Delta\vec{V} = \vec{V}_D - \vec{V}_A$



Teorema de Pitágoras:

$|\Delta\vec{V}|^2 = V^2 + V^2$

$\boxed{|\Delta\vec{V}| = V\sqrt{2}}$

Resposta: 21

19 Considere uma partícula de massa **M** descrevendo movimento circular e uniforme com velocidade de intensidade **v**. Se o período do movimento é igual a **T**, a intensidade da força resultante na partícula é:

a) $\frac{M\,v}{T}$;

b) $\frac{2M\,v}{T}$;

c) $\frac{2\pi\,M\,v}{T}$;

d) $\frac{\pi\,M\,v}{T}$;

e) $\frac{2\pi\,v}{T}$.

Resolução:

A força resultante no MCU é centrípeta; logo:

$F_{cp} = \frac{M\ v^2}{R}$ (I)

MCU: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\ \pi\ R}{T}$

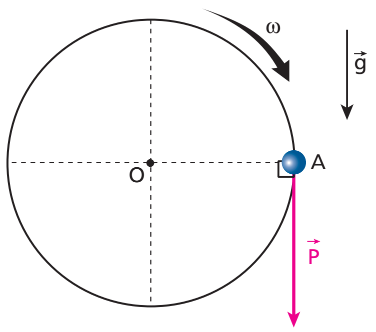
$R = \frac{v\ T}{2\ \pi}$ (II)

Substituindo (II) em (I): $F_{cp} = \frac{M\ v^2}{\frac{v\ T}{2\ \pi}}$

$\boxed{F_{cp} = \frac{2\ \pi\ M\ v}{T}}$

Resposta: c

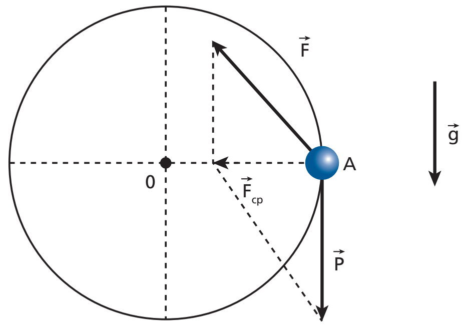
20 Um ponto material de massa 4,0 kg realiza movimento circular e uniforme ao longo de uma trajetória contida em um plano vertical de 7,5 m de raio. Sua velocidade angular é ω = 1,0 rad/s e, no local, $|\vec{g}|$ = 10 m/s². No ponto **A** indicado na figura, além da força da gravidade $\vec{P}$, age no ponto material somente uma outra força, $\vec{F}$. Caracterize $\vec{F}$, calculando sua intensidade e indicando graficamente sua orientação.



Resolução:

A força $\vec{F}$ somada vetorialmente com $\vec{P}$ deve originar uma resultante centrípeta, conforme indica a figura a seguir.

$\vec{F} + \vec{P} = \vec{F}_{cp}$



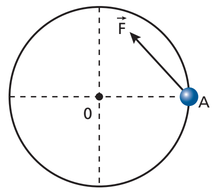
Teorema de Pitágoras:

$F^2 = P^2 + F_{cp}^2$

$F^2 = (m\ g)^2 + (m\ \omega^2\ R)^2$

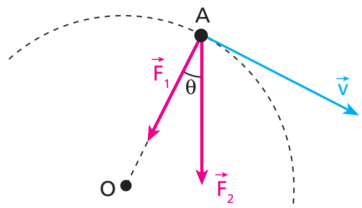
$F^2 = (4{,}0 \cdot 10)^2 + (4{,}0 \cdot 10^2 \cdot 7{,}5)^2 \Rightarrow \boxed{F = 50\text{ N}}$

Resposta:



$|\vec{F}| = 50$ N

21 A partícula indicada na figura descreve uma trajetória circular de raio **R** e centro **O**. Ao passar pelo ponto **A**, verifica-se que sobre ela agem apenas duas forças: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



Sendo **m** a massa da partícula e $\vec{v}$ a sua velocidade vetorial em **A**, é correto que:

a) $F_1 = \frac{m\,v^2}{R}$;

b) $F_2 = \frac{m\,v^2}{R}$;

c) $F_1 + F_2 = \frac{m\,v^2}{R}$;

d) $F_1 + F_2 \cos\theta = \frac{m\,v^2}{R}$;

e) $F_1 + F_2 \cos\theta + F' = \frac{m\,v^2}{R}$, em que F' é a força centrífuga.

Resolução:

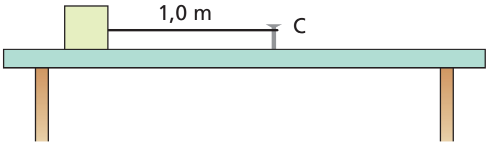
Na direção radial:

$F_1 + F_{2_r} = \frac{m\,v^2}{R}$

$\boxed{F_1 + F_2 \cos\theta = \frac{m\,v^2}{R}}$

Resposta: d

22 Um bloco de massa 4,0 kg descreve movimento circular e uniforme sobre uma mesa horizontal perfeitamente polida. Um fio ideal, de 1,0 m de comprimento, prende-o a um prego **C**, conforme ilustra o esquema:



Se a força de tração no fio tem intensidade $1{,}0 \cdot 10^2$ N, qual a velocidade angular do bloco, em rad/s?

Resolução:

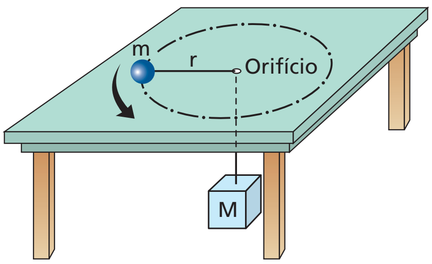
$F_{cp} = T \Rightarrow m\ \omega^2\ R = T$

$4{,}0\ \omega^2\ 1{,}0 = 1{,}0 \cdot 10^2$

$\boxed{\omega = 5{,}0 \text{ rad/s}}$

Resposta: 5,0 rad/s

23 Na figura abaixo, uma esfera de massa m = 2,0 kg descreve sobre a mesa plana, lisa e horizontal um movimento circular. A esfera está ligada por um fio ideal a um bloco de massa M = 10 kg, que permanece em repouso quando a velocidade da esfera é v = 10 m/s.



Sendo $g = 10$ m/s², calcule o raio da trajetória da esfera, observando a condição de o bloco permanecer em repouso.

Resolução:

(I) Equilíbrio de **M**: $T = M\ g \Rightarrow T = 10 \cdot 10$ (N)

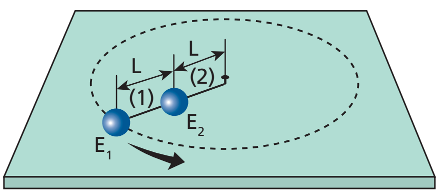
$\boxed{T = 100 \text{ N}}$

(II) MCU de **m**: $T = \dfrac{m\ v^2}{R} \Rightarrow 100 = \dfrac{2{,}0\ (10)^2}{R}$

$\boxed{R = 2{,}0 \text{ m}}$

Resposta: 2,0 m

24 A figura representa duas esferas iguais, E_1 e E_2, que, ligadas a fios inextensíveis e de massas desprezíveis, descrevem movimento circular e uniforme sobre uma mesa horizontal perfeitamente lisa:



Desprezando o efeito do ar e supondo que E_1 e E_2 se mantenham sempre alinhadas com o centro, aponte a alternativa que traz o valor correto da relação T_1/T_2, respectivamente das forças de tração nos fios (1) e (2):

a) 2; b) $\frac{3}{2}$; c) 1; d) $\frac{2}{3}$; e) $\frac{1}{2}$.

Resolução:

MCU de E_1: $T_1 = m\ \omega^2\ 2\ L \Rightarrow \dfrac{T_1}{2} = m\ \omega^2\ L$ (I)

MCU de E_2: $T_2 - T_1 = m\ \omega^2 \cdot L$ (II)

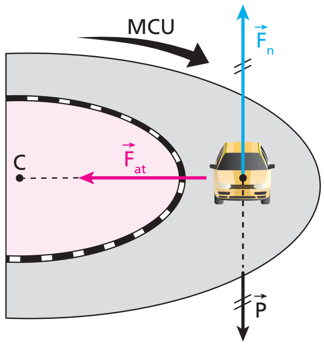
De (I) e (II):

$T_2 - T_1 = \dfrac{T_1}{2} \Rightarrow T_2 = \dfrac{3\ T_1}{2}\ \therefore\ \boxed{\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{2}{3}}$

Resposta: d

25 E.R. Um carro percorre uma pista circular de raio **R**, contida em um plano horizontal. O coeficiente de atrito estático entre seus pneus e o asfalto vale **μ** e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo **g**. Despreze a influência do ar.

a) Com que velocidade linear máxima o carro deve deslocar-se ao longo da pista, com a condição de não derrapar?
b) A velocidade calculada no item anterior depende da massa do carro?



Resolução:

a) Na figura, estão representadas as forças que agem no carro:
A reação normal da pista ($\vec{F}_n$) equilibra o peso do carro ($\vec{P}$):

$$F_n = P \Rightarrow F_n = m\,g \quad \text{(I)}$$

Já a força de atrito ($\vec{F}_{at}$) é a resultante centrípeta que mantém o carro em movimento circular e uniforme (MCU):

$$F_{at} = F_{cp} \Rightarrow F_{at} = \frac{m\,v^2}{R} \quad \text{(II)}$$

Como não há derrapagem, o atrito entre os pneus do carro e o solo é do tipo estático.
Assim:

$$F_{at} \leq F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leq \mu\,F_n \quad \text{(III)}$$

Substituindo (I) e (II) em (III), vem:

$$\frac{m\,v^2}{R} \leq \mu\,m\,g \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu\,g\,R}$$

Logo: $\boxed{v_{máx} = \sqrt{\mu\,g\,R}}$

b) A velocidade calculada **independe** da massa do carro.

26 (Unesp-SP) Numa calçada de uma rua plana e horizontal, um patinador vira em uma esquina, descrevendo um arco de circunferência de 3,0 m de raio. Admitindo-se g = 10 m/s² e sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre as rodas do patim e a calçada é $\mu_e = 0{,}30$, a máxima velocidade com que o patinador pode realizar a manobra sem derrapar é de:

a) 1,0 m/s.
b) 2,0 m/s.
c) 3,0 m/s.
d) 5,0 m/s.
e) 9,0 m/s.

Resolução:
A força de atrito que a calçada aplica nas rodas do patim faz o papel da resultante centrípeta:

$$F_{at} = F_{cp} = \frac{m\ V^2}{R}$$

A velocidade escalar máxima ocorrerá quando a força de atrito tiver intensidade máxima:

$$\mu_e\ m\ g = \frac{m\ V^2_{máx}}{R}$$

$$V^2_{máx} = \mu_e\ g\ R$$

$$\boxed{V_{máx} = \sqrt{\mu_e\ g\ R}}$$

$$V_{máx} = \sqrt{0{,}30 \cdot 10 \cdot 3{,}0}\ (m/s)$$

$$\boxed{V_{máx} = 3{,}0\ m/s}$$

Resposta: c

27 Um carro deverá fazer uma curva circular, contida em um plano horizontal, com velocidade de intensidade constante igual a 108 km/h. Se o raio da curva é R = 300 m e g = 10 m/s², o coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e a pista (μ) que permite que o veículo faça a curva sem derrapar:

a) é $\mu \geq 0{,}35$;
b) é $\mu \geq 0{,}30$;
c) é $\mu \geq 0{,}25$;
d) é $\mu \geq 0{,}20$;
e) está indeterminado, pois não foi dada a massa do carro.

Resolução:
Atrito estático:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu \cdot F_n \qquad \text{(I)}$$

$$F_{at} = F_{cp} \Rightarrow F_{at} = \frac{m\ v^2}{R} \qquad \text{(II)}$$

$$F_N = P \Rightarrow F_N = m\ g \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), temos:

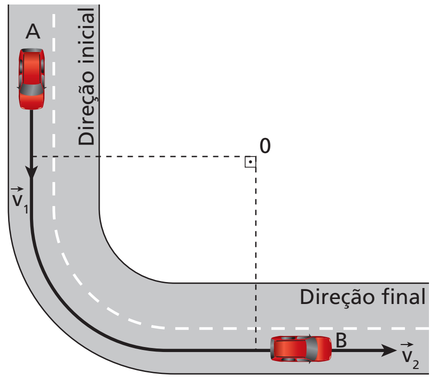
$$\frac{m\ v^2}{R} \leqslant \mu\ m\ g \Rightarrow \mu \geqslant \frac{v^2}{g\ R}$$

Sendo V = 108 km/h = 30 m/s, g = 10 m/s² e R = 300 m, temos:

$$\mu \geqslant \frac{(30)^2}{10 \cdot 300} \Rightarrow \boxed{\mu \geqslant 0{,}30}$$

Resposta: b

28 (UFPel-RS – mod.) Um estudante, indo para a faculdade em seu carro, desloca-se num plano horizontal, no qual descreve uma trajetória curvilínea de 48 m de raio, com uma velocidade constante em módulo. Entre os pneus e a pista, o coeficiente de atrito estático é de 0,30.



Considerando-se a figura, a aceleração da gravidade no local, com módulo de 10 m/s², e a massa do carro de 1,2 t, faça o que se pede:

a) Caso o estudante resolva imprimir uma velocidade de módulo 60 km/h ao carro, ele conseguirá fazer a curva? Justifique.
b) A velocidade escalar máxima possível, para que o carro possa fazer a curva, sem derrapar, irá se alterar se diminuirmos sua massa? Explique.

Resolução:
a) Cálculo da velocidade máxima do carro na curva:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow \frac{m\ V^2}{R} \leqslant \mu_e\ m\ g$$

$$V \leqslant \sqrt{\mu_e\ g\ R} \Rightarrow V_{máx} = \sqrt{\mu_e\ g\ R}$$

$$V_{máx} = \sqrt{0{,}30 \cdot 10 \cdot 48}\ (m/s)$$

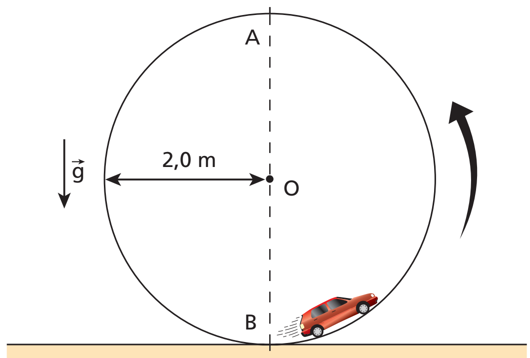
$$\boxed{V_{máx} = 12\ m/s = 43{,}2\ km/h}$$

O carro não conseguirá fazer a curva (irá derrapar), pois $V > V_{máx}$ (60 km/h > 43,2 km/h).

b) $V_{máx}$ independe de **m**.

Respostas: a) Não, pois a velocidade do carro (60 km/h) é maior que a máxima permitida (43,2 km/h); b) Não, pois a velocidade máxima independe da massa do carro.

29 **E.R.** Na figura seguinte, um carrinho de massa 1,0 kg descreve movimento circular e uniforme ao longo de um trilho envergado em forma de circunferência de 2,0 m de raio:



A velocidade escalar do carrinho vale 8,0 m/s, sua trajetória pertence a um plano vertical e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Supondo que os pontos **A** e **B** sejam, respectivamente, o mais alto e o mais baixo do trilho, determine a intensidade da força que o trilho exerce no carrinho:

a) no ponto **A**;
b) no ponto **B**.

Resolução:
Como o carrinho executa movimento circular e uniforme, em cada ponto da trajetória a resultante das forças que nele agem deve ser centrípeta. Calculemos a intensidade constante dessa resultante:

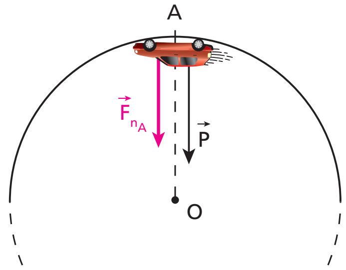
$$F_{cp} = \frac{m\,v^2}{R}$$

$$F_{cp} = \frac{1{,}0\,(8{,}0)^2}{2{,}0}\ (N) \Rightarrow F_{cp} = 32\ N$$

O peso do carrinho vale:

$$P = m\,g = 1{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow P = 10\ N$$

a) No ponto **A**, o esquema das forças que agem no carrinho está dado abaixo:



$\vec{F}_{n_A}$ = força que o trilho exerce no carrinho em **A**

A resultante de $\vec{F}_{n_A}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_A} = \vec{F}_{n_A} + \vec{P}$$

Em módulo:

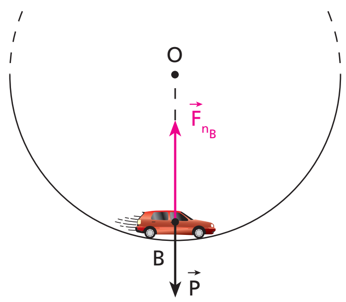
$$F_{cp_A} = F_{n_A} + P$$

Calculemos F_{n_A}:

$$F_{n_A} = F_{cp_A} - P \Rightarrow F_{n_A} = (32 - 10)\ N$$

$$\boxed{F_{n_A} = 22\ N}$$

b) No ponto **B**, o esquema das forças que agem no carrinho está dado a seguir:



$\vec{F}_{n_B}$ = força que o trilho exerce no carrinho em **B**
A resultante de $\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_B} = \vec{F}_{n_B} + \vec{P}$$

Em módulo:

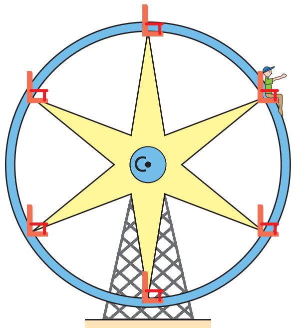
$$F_{cp_B} = F_{n_B} - P$$

Calculemos F_{n_B}:

$$F_{n_B} = F_{cp_B} + P \Rightarrow F_{n_B} = (32 + 10)\ N$$

$$\boxed{F_{n_B} = 42\ N}$$

30 (UFRJ) A figura representa uma roda-gigante que gira com velocidade angular constante em torno de um eixo horizontal fixo que passa por seu centro **C**.



Numa das cadeiras, há um passageiro sentado sobre uma balança de mola (dinamômetro), cuja indicação varia de acordo com a posição do passageiro. No ponto mais alto da trajetória, o dinamômetro indica 234 N e, no ponto mais baixo, indica 954 N.
Calcule:
a) o peso da pessoa;
b) a intensidade da força resultante na pessoa.

Resolução:
O passageiro descreve um MCU; por isso, a força resultante sobre ele é centrípeta, com intensidade constante $F_{cp} = m \cdot \omega^2 \cdot R$.
No ponto mais alto:

$$P - F_{N_A} = F_{cp} \Rightarrow P - P_{ap_A} = F_{cp} \quad \text{(I)}$$

No ponto mais baixo:

$$F_{N_B} - P = F_{cp} \Rightarrow P_{ap_B} - P = F_{cp} \quad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), vem:

$$P_{ap_B} - P = P - P_{ap_A} \Rightarrow P_{ap_A} + P_{ap_B} = 2\ P$$

$$P = \frac{P_{ap_A} + P_{ap_B}}{2}$$

Sendo $P_{ap_A} = 234$ N e $P_{ap_B} = 954$ N, temos:

$$P = \frac{234 + 954}{2}\ (N) \Rightarrow \boxed{P = 594\ N}$$

b) (I) + (II):

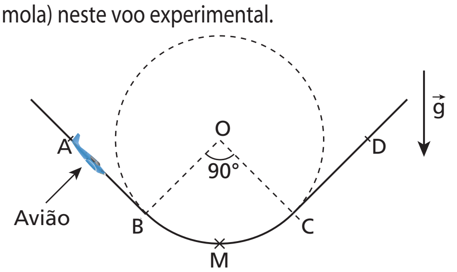
$$P_{ap_B} - P_{ap_A} = 2\ F_{cp}$$

$$954 - 234 = 2\ F_{cp}$$

$$\boxed{F_{cp} = 360\ N}$$

Respostas: a) 594 N; b) 360 N

31 (Unicamp-SP) A figura adiante descreve a trajetória ABMCD de um avião em um voo em um plano vertical. Os trechos AB e CD são retilíneos. O trecho BMC é um arco de 90° de uma circunferência de 2,5 km de raio. O avião mantém velocidade de módulo constante igual a 900 km/h. O piloto tem massa de 80 kg e está sentado sobre uma balança (de mola) neste voo experimental.



Adotando-se $g = 10\ m/s^2$ e $\pi \simeq 3$, pergunta-se:

a) Quanto tempo o avião leva para percorrer o arco BMC?

b) Qual a marcação da balança no ponto **M** (ponto mais baixo da trajetória)?

Resolução:

a) Trecho BMC: MCU

$V = 900\ km/h = \frac{900\ m}{3{,}6\ s} = 250\ m/s$

$\Delta s = \frac{2\ \pi\ r}{4} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2500}{4}\ (m)$

$\Delta s = 3750\ m$

$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 250 = \frac{3750}{\Delta t}$

$\boxed{\Delta t = 15\ s}$

b) $P_{ap} - P = F_{cp}$

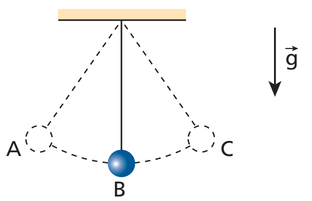
$P_{ap} - m\ g = \frac{m\ v^2}{R}$

$P_{ap} = 80\left[\frac{(250)^2}{2500} + 10\right] (N)$

$\boxed{P_{ap} = 2{,}8 \cdot 10^3\ N}$

Respostas: a) 15 s; b) $2{,}8 \cdot 10^3$ N

32 O pêndulo da figura oscila em condições ideais, invertendo sucessivamente o sentido do seu movimento nos pontos **A** e **C**:



A esfera tem massa 1,0 kg e o comprimento do fio, leve e inextensível, vale 2,0 m. Sabendo que no ponto **B** (mais baixo da trajetória) a esfera tem velocidade de módulo 2,0 m/s e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) a intensidade da força resultante sobre a esfera quando ela passa pelo ponto **B**;

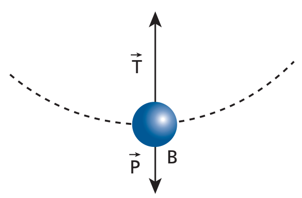
b) a intensidade da força que traciona o fio quando a esfera passa pelo ponto **B**.

Resolução:

a) No ponto **B**, ocorre a transição entre movimento acelerado e movimento retardado; por isso, a componente tangencial da força resultante é nula. Logo, no ponto **B**, a força resultante na esfera é **centrípeta**.

$F_{cp} = \frac{m\ v^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \frac{1{,}0\ (2{,}0)^2}{2{,}0}\ (N)$

$\boxed{F_{cp} = 2{,}0\ N}$



b) Ponto **B**:

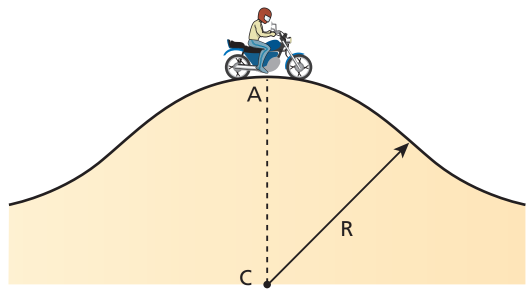
$T - P = F_{cp}$

$T - m\ g = F_{cp} \Rightarrow T - 1{,}0 \cdot 10 = 2{,}0$

$\boxed{T = 12\ N}$

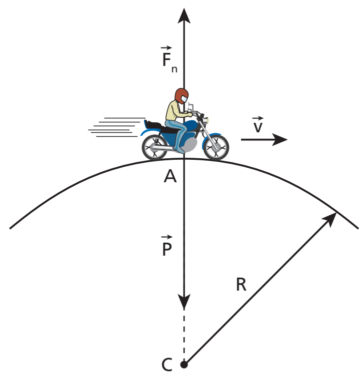
Respostas: a) 2,0 N; b) 12 N

33 Uma moto percorre um morro, conforme ilustra a figura a seguir. Visto em corte, esse morro pode ser comparado a um arco de circunferência de raio **R**, contido em um plano vertical. Observe:



Ao passar no ponto **A**, o mais alto do morro, a moto recebe da pista uma força de reação normal 25% menor que aquela que receberia se estivesse em repouso nesse ponto. Se no local a aceleração da gravidade vale **g**, qual será o módulo da velocidade da moto no ponto **A**?

Resolução:



Ponto **A**:

$P - F_N = F_{cp}$

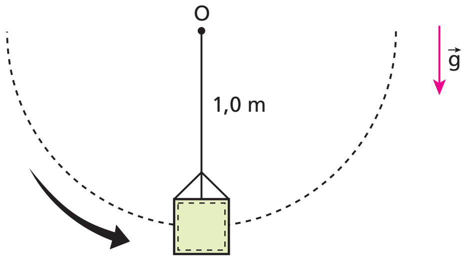
$P - 0{,}75\ P = F_{cp}$

$0{,}25\ m\ g = \frac{m\ v^2}{R}$

$\boxed{v = \frac{1}{2}\sqrt{g\ R}}$

Resposta: $\frac{1}{2}\sqrt{g\ R}$

34 A figura a seguir representa uma lata de paredes internas lisas, dentro da qual se encaixa perfeitamente um bloco de concreto, cuja massa vale 2,0 kg. A lata está presa a um fio ideal, fixo em **O** e de 1,0 m de comprimento. O conjunto realiza *loopings* circulares num plano vertical:



A lata passa pelo ponto mais alto dos *loopings* com velocidade de 5,0 m/s e adota-se, no local, $|\vec{g}| = 10$ m/s². Desprezando as dimensões da lata e do bloco, determine a intensidade da força vertical que o bloco troca com o fundo da lata no ponto mais alto dos *loopings*.

Resolução:

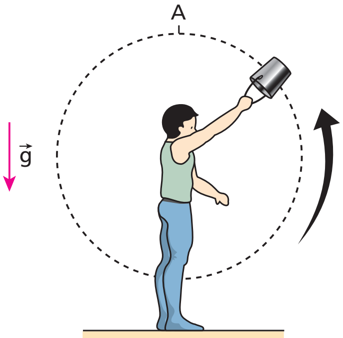
No ponto mais alto dos *loopings*, temos:

$F_n + P = F_{cp} \Rightarrow F_n = \frac{m\ v^2}{R} - m \cdot g$

$F_n = 2{,}0\left(\frac{5{,}0^2}{1{,}0} - 10\right) \Rightarrow \boxed{F_n = 30\ N}$

Resposta: 30 N

35 **E.R.** No esquema abaixo, um homem faz com que um balde cheio de água, dotado de uma alça fixa em relação ao recipiente, realize uma volta circular de raio **R** num plano vertical.



Sabendo que o módulo da aceleração da gravidade vale **g**, responda: qual a mínima velocidade linear do balde no ponto **A** (mais alto da trajetória) para que a água não caia?

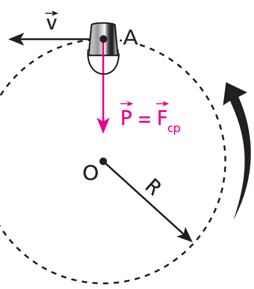
Resolução:

Ao passar em **A** com a mínima velocidade admissível, a água não troca forças verticais com o balde. Assim, a única força vertical que nela age é a da gravidade, que desempenha o papel de resultante centrípeta:

Ponto **A**: $P = F_{cp}$

$m\,g = \frac{m\,v^2_{mín}}{R}$

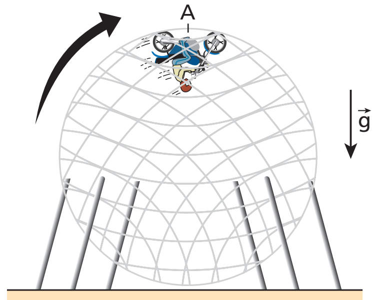
Donde: $\boxed{v_{mín} = \sqrt{g\,R}}$



Nota:

• $v_{mín}$ independe da massa de água.

36 A ilustração abaixo representa um globo da morte, dentro do qual um motociclista realiza evoluções circulares contidas em um plano vertical. O raio da circunferência descrita pelo conjunto moto-piloto é igual ao do globo e vale **R**.



O ponto **A** é o mais alto da trajetória e por lá o conjunto moto-piloto, que tem massa **M**, passa com a mínima velocidade admissível para não perder o contato com a superfície esférica. Supondo que a aceleração da gravidade tenha módulo **g**, analise as proposições a seguir:

(01) No ponto **A**, a força vertical trocada pelo conjunto moto-piloto e o globo é nula.

(02) No ponto **A**, a força resultante no conjunto moto-piloto tem intensidade M g.

(04) No ponto **A**, o peso do conjunto moto-piloto desempenha a função de resultante centrípeta.

(08) No ponto **A**, a velocidade do conjunto moto-piloto tem módulo $\sqrt{g\,R}$.

(16) Se a massa do conjunto moto-piloto fosse 2M, sua velocidade no ponto **A** teria módulo $\sqrt{2\,g\,R}$.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.
O conjunto moto-piloto não comprime o globo.

(02) Correta.
A única força atuante no conjunto moto-piloto no ponto **A** é a força peso (M g), que é a resultante.

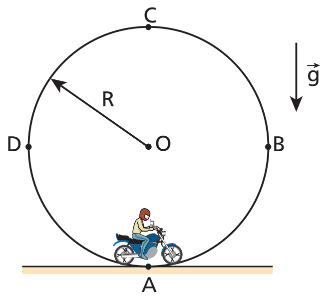
(04) Correta.
No ponto **A**:
$\vec{F}_t = \vec{0}$ e $\vec{F}_{cp} = \vec{P}$

(08) Correta.
$\frac{m\ v^2_{mín}}{R} = m\ g \Rightarrow \boxed{v_{mín} = \sqrt{g\ R}}$

(16) Incorreta.
A velocidade no ponto **A** independe da massa do conjunto moto-piloto.

Resposta: 15

37 (Unicamp-SP) Uma atração muito popular nos circos é o "Globo da Morte", que consiste em uma gaiola de forma esférica no interior da qual se movimenta uma pessoa pilotando uma motocicleta. Considere um globo de raio R = 3,6 m.

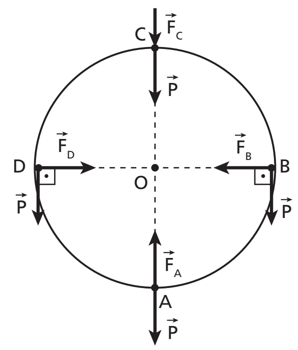


a) Reproduza a figura, fazendo um diagrama das forças que atuam sobre a motocicleta nos pontos **A**, **B**, **C** e **D** sem incluir as forças de atrito. Para efeitos práticos, considere o conjunto piloto + motocicleta como sendo um ponto material.

b) Qual a velocidade mínima que a motocicleta deve ter no ponto **C** para não perder o contato com o interior do globo? Adote $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

Resolução:

a) Diagrama de forças:



em que:
$\vec{F}$ = força aplicada pelo apoio
$\vec{P}$ = peso do conjunto

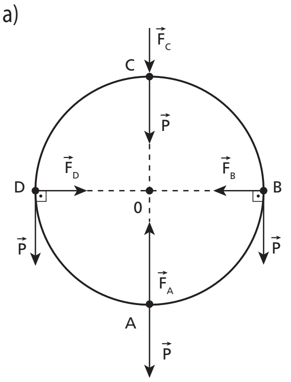
b) Ponto C: $\vec{F}_C = \vec{0}$

$$\vec{F}_{cp} = \vec{P} \Rightarrow \frac{m\ V^2_{mín}}{R} = m\ g$$

$$V_{mín} = \sqrt{g\ R} \Rightarrow V_{mín} = \sqrt{10 \cdot 3{,}6}\ (m/s)$$

$$\boxed{V_{mín} = 6{,}0\ m/s}$$

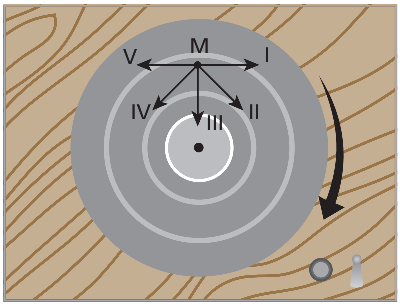
Respostas: a)



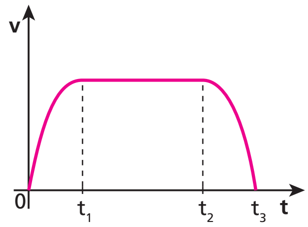
$\vec{F}$: força aplicada pelo apoio
$\vec{P}$: peso do conjunto

b) 6,0 m/s

Na figura a seguir, vemos, de cima, um antigo toca-discos apoiado sobre uma mesa horizontal. Sobre o prato do aparelho, que em operação gira no sentido horário, foi colocada uma pequena moeda **M**, que não escorrega em relação à superfície de apoio.



O toca-discos é ligado e, depois de funcionar normalmente durante certo intervalo de tempo, é desligado. O gráfico a seguir mostra a variação da intensidade **v** da velocidade tangencial de **M** em função do tempo **t**.



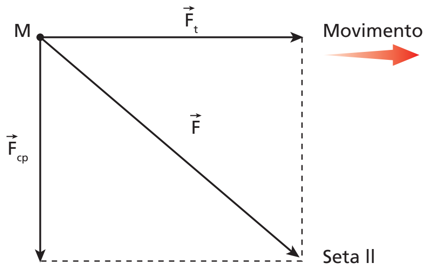
Com base neste enunciado, responda aos três testes seguintes:

38 Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de 0 a t_1?

a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

Resolução:

Intervalo de 0 a t_1: movimento circular acelerado.



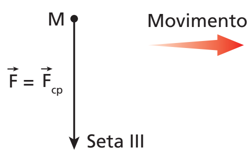
Resposta: b

39 Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de t_1 a t_2?

a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

Resolução:

Intervalo de t_1 a t_2: movimento circular e uniforme.



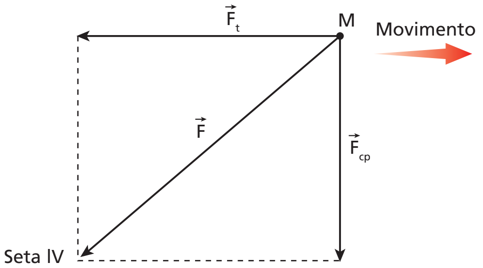
Resposta: c

40 Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de t_2 a t_3?

a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

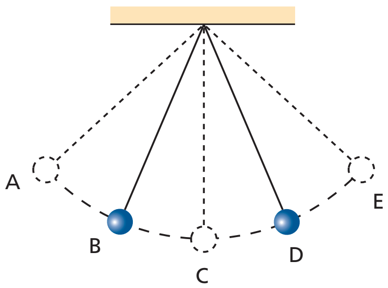
Resolução:

Intervalo de t_2 a t_3: movimento circular e retardado.



Resposta: d

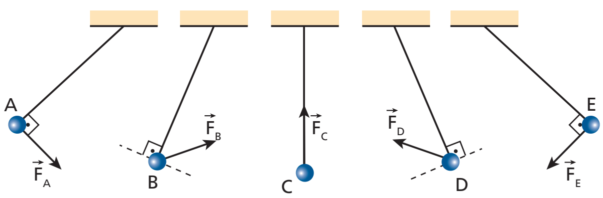
41 Na figura, está representado um pêndulo em oscilação num plano vertical. O fio é inextensível e de massa desprezível e o ar não influencia significativamente o movimento do sistema. Na posição **C**, o fio apresenta-se na vertical. Nas posições **A** e **E**, ocorre inversão no sentido do movimento.



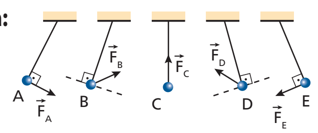
Reproduza o esquema do pêndulo desenhando nas posições **A**, **B**, **C**, **D** e **E** cinco setas representativas das forças resultantes $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$, $\vec{F}_D$ e $\vec{F}_E$ na esfera pendular.

Resolução:

Os desenhos abaixo independem do sentido do movimento do pêndulo.



Resposta:



42 Uma partícula de massa 3,0 kg parte do repouso no instante $t_0 = 0$, adquirindo movimento circular uniformemente acelerado. Sua aceleração escalar é de 4,0 m/s² e o raio da circunferência suporte do movimento vale 3,0 m. Para o instante $t_1 = 1{,}0$ s, calcule a intensidade da força resultante sobre a partícula.

Resolução:

(I) MUV: $v = v_0 + \alpha\, t$

$v = 4{,}0 \cdot 1{,}0 \text{ (m/s)} \Rightarrow \boxed{v = 4{,}0 \text{ m/s}}$

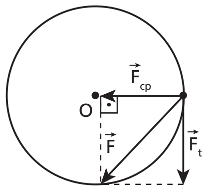
(II) $F_{cp} = \dfrac{m\,v^2}{R} \Rightarrow F_{cp} = \dfrac{3{,}0\,(4{,}0)^2}{3{,}0} \text{ (N)}$

$\boxed{F_{cp} = 16 \text{ N}}$

(III) $F_t = m\,\alpha \Rightarrow F_t = 3{,}0 \cdot 4{,}0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F_t = 12 \text{ N}}$

(IV) **Teorema de Pitágoras:** $F^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$

$F^2 = (12)^2 + (16)^2 \Rightarrow \boxed{F = 20 \text{ N}}$



Resposta: 20 N

43 Considere um satélite artificial em órbita circular em torno da Terra. Seja **M** a sua massa e **R** o raio de curvatura de sua trajetória. Se a força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre ele tem intensidade **F**, pode-se afirmar que seu período de revolução vale:

a) $\sqrt{\dfrac{M\,R}{F}}$;

b) $2\pi\sqrt{\dfrac{M\,R}{F}}$;

c) $2\pi\sqrt{M\,R\,F}$;

d) $\dfrac{4\pi^2\,M\,R}{F}$;

e) Não há dados para o cálculo.

Resolução:

$F = F_{cp} \Rightarrow F = \dfrac{M\ V^2}{R}$ (I)

$V = \dfrac{2\ \pi\ R}{T}$ (II)

Substituindo (II) em (I), temos:

$F = \dfrac{M}{R}\left(\dfrac{2\ \pi\ R}{T}\right)^2$

$F = \dfrac{(2\ \pi)^2\ M\ R^2}{R \cdot T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\dfrac{(2\ \pi)^2\ M\ R}{F}}$

$T = 2\ \pi\sqrt{\dfrac{M\ R}{F}}$

Resposta: b

44 (Unifesp-SP) Antes de Newton expor sua teoria sobre a força da gravidade, defensores da teoria de que a Terra se encontrava imóvel no centro do Universo alegavam que, se a Terra possuísse movimento de rotação, sua velocidade deveria ser muito alta e, nesse caso, os objetos sobre ela deveriam ser arremessados para fora de sua superfície, a menos que uma força muito grande os mantivesse ligados à Terra. Considerando-se o raio da Terra igual a $7 \cdot 10^6$ m, o seu período de rotação de $9 \cdot 10^4$ s e $\pi^2 = 10$, a força mínima capaz de manter um corpo de massa 90 kg em repouso sobre a superfície da Terra, num ponto sobre a linha do Equador, vale, aproximadamente:

a) 3 N.

b) 10 N.

c) 120 N.

d) 450 N.

e) 900 N.

Resolução:

A força gravitacional que a Terra aplica ao corpo faz o papel de resultante centrípeta.

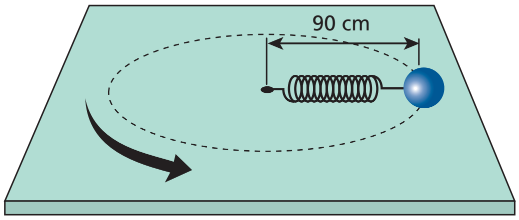
$$F = F_{cp} \Rightarrow F = m \; \omega^2 \; R \Rightarrow F = m \left(\frac{2 \; \pi}{T}\right)^2 R$$

$$F = \frac{4 \; \pi^2 \; m \; R}{T^2} \Rightarrow F = \frac{4 \cdot 10 \cdot 90 \cdot 7 \cdot 10^6}{(9 \cdot 10^4)^2} \text{ (N)}$$

$$\boxed{F \simeq 3{,}1 \text{ N}}$$

Resposta: a

45 Na situação esquematizada na figura, a mesa é plana, horizontal e perfeitamente polida. A mola tem massa desprezível, constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^2$ N/m e comprimento natural (sem deformação) de 80 cm.



Se a esfera (massa de 2,0 kg) descreve movimento circular e uniforme, qual o módulo da sua velocidade tangencial?

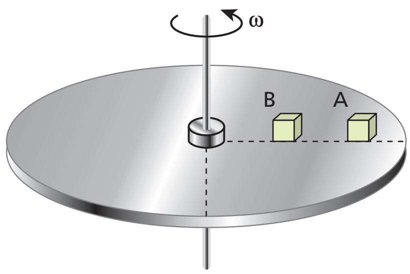
Resolução:

$$F_e = F_{cp} \Rightarrow K \; \Delta x = \frac{m \; v^2}{R}$$

$$2{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}90 - 0{,}80) = \frac{2{,}0 \; v^2}{0{,}90} \Rightarrow \boxed{v = 3{,}0 \text{ m/s}}$$

Resposta: 3,0 m/s

46 O esquema seguinte representa um disco horizontal que, acoplado rigidamente a um eixo vertical, gira uniformemente sem sofrer resistência do ar:



Sobre o disco, estão apoiados dois blocos, **A** e **B**, constituídos de materiais diferentes, que distam do eixo 40 cm e 20 cm respectivamente. Sabendo que, nas condições do problema, os blocos estão na iminência de deslizar, obtenha:

a) a relação v_A/v_B das velocidades lineares de **A** e de **B** em relação ao eixo;
b) a relação μ_A/μ_B dos coeficientes de atrito estático entre os blocos **A** e **B** e o disco.

Resolução:

a)
$$\left.\begin{aligned} v_A &= \omega \; R_A \Rightarrow v_A = \omega \; 40 \\ v_B &= \omega \; R_B \Rightarrow v_B = \omega \; 20 \end{aligned}\right\} \boxed{\frac{v_A}{v_B} = 2}$$

b) $F_{at_A} = F_{cp_A} \Rightarrow \mu_A \; m_A \; g = m_A \; \omega^2 \; 40$

$$\mu_A = \frac{\omega^2 \; 40}{g} \qquad \text{(I)}$$

$F_{at_B} = F_{cp_B} \Rightarrow \mu_B \; m_B \; g = m_B \; \omega^2 \; 20$

$$\mu_B = \frac{\omega^2 \; 20}{g} \qquad \text{(II)}$$

Dividindo-se (I) por (II), obtém-se:

$$\frac{\mu_A}{\mu_B} = \frac{\dfrac{\omega^2 \; 40}{g}}{\dfrac{\omega^2 \; 20}{g}} \Rightarrow \boxed{\frac{\mu_A}{\mu_B} = 2}$$

Observe que as velocidades angulares de **A** e **B** são iguais.

Respostas: a) $\dfrac{v_A}{v_B} = 2$; b) $\dfrac{\mu_A}{\mu_B} = 2$

47 (Ufla-MG) Um dos fatores que influem no desempenho de um carro de Fórmula 1 é o "efeito asa". Esse efeito, que pode ser mais ou menos acentuado, surge na interação do ar com a geometria do carro. Quando se altera o ângulo de inclinação dos aerofólios, surge uma força vertical para baixo, de forma que o carro fica mais preso ao solo. Considerando-se um carro com "efeito asa" igual ao seu peso, coeficiente de atrito estático μ_e = 1,25 entre pneus e asfalto e g = 10 m/s², esse carro pode fazer uma curva plana horizontal de raio de curvatura 100 m, sem deslizar, com velocidade escalar máxima de:

a) 90 km/h.
b) 144 km/h.
c) 180 km/h.
d) 216 km/h.
e) 252 km/h.

Resolução:

Atrito estático:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d}$$

$$\frac{m \; v^2}{R} \leqslant \mu_e \; 2 \; m \; g$$

$$v \leqslant \sqrt{2 \; \mu_e \; g \; R} \Rightarrow v_{máx} = \sqrt{2 \; \mu_e \; g \; R}$$

Sendo μ_e = 125, g = 10 m/s² e R = 100 m, temos:

$$v_{máx} = \sqrt{2 \cdot 1{,}25 \cdot 10 \cdot 100} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{v_{máx} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}}$$

Resposta: c

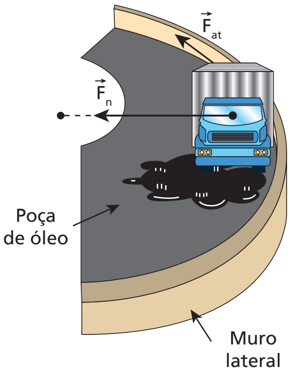
48 (Fuvest-SP) Um caminhão, com massa total de 10 000 kg, está percorrendo uma curva circular plana e horizontal a 72 km/h (ou seja, 20 m/s) quando encontra uma mancha de óleo na pista e perde completamente a aderência. O caminhão encosta então no muro lateral que acompanha a curva e que o mantém em trajetória circular de raio igual a 90 m. O coeficiente de atrito entre o caminhão e o muro vale 0,30. Podemos afirmar que, ao encostar no muro, o caminhão começa a perder velocidade à razão de, aproximadamente:

a) $0{,}070 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
b) $1{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
c) $3{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
d) $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
e) $67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Resolução:
A força de atrito exercida pelo muro é a resultante externa responsável pelo freamento do caminhão.

$F = F_{at}$

$m\ \alpha = \mu\ F_N$ (I)



A força normal de contato exercida pelo muro lateral é a resultante centrípeta que mantém o caminhão em trajetória circular.

$F_n = F_{cp} \Rightarrow F_n = \dfrac{m\ v^2}{R}$ (II)

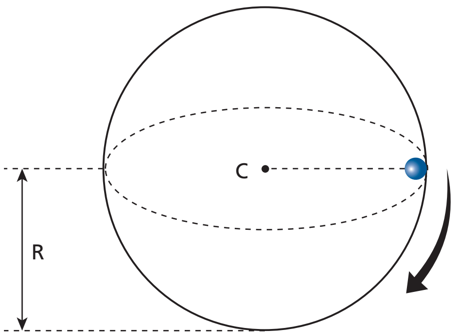
Substituindo (II) em (I), temos:

$m\ \alpha = \mu\ \dfrac{m\ v^2}{R}$

$\alpha = 0{,}30\ \dfrac{(20)^2}{90}\ (m/s) \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 1{,}3\ m/s^2}$

Resposta: b

49 (Mack-SP) Um corpo de pequenas dimensões realiza voltas verticais no sentido horário dentro de uma esfera rígida de raio R = 1,8 m. Na figura a seguir, temos registrado o instante em que sua velocidade tem módulo igual a 6,0 m/s e a força de atrito, devido ao contato com a esfera, é equilibrada pelo peso. Nessas condições, determine o coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a esfera.
Adote g = 10 m/s² e não considere o efeito do ar.

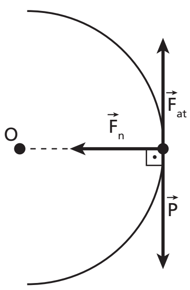


Resolução:

$F_{at} = P \Rightarrow \mu\ F_N = P$

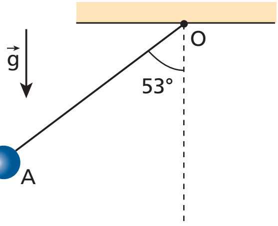
$\mu\ \dfrac{m\ v^2}{R} = m\ g$

$\mu\ \dfrac{(6{,}0)^2}{1{,}8} = 10 \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}50}$



Resposta: 0,50

50 Na figura a seguir, representa-se um pêndulo fixo em **O**, oscilando num plano vertical. No local, despreza-se a influência do ar e adota-se g = 10 m/s². A esfera tem massa de 3,0 kg e o fio é leve e inextensível, apresentando comprimento de 1,5 m. Se, na posição **A**, o fio forma com a direção vertical um ângulo de 53° e a esfera tem velocidade igual a 2,0 m/s, determine a intensidade da força de tração no fio.
Dados: sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.



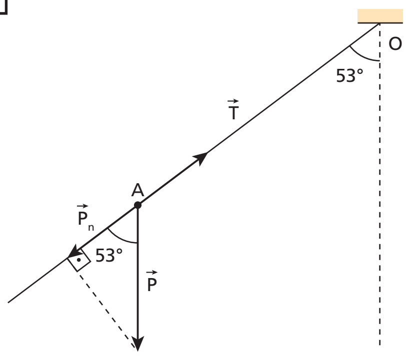
Resolução:
No ponto **A**:

$T - P_n = F_{cp_A}$

$T - m\ g\ \cos 53° = \dfrac{m\ v_A^2}{L}$

$T - 3{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}60 = \dfrac{3{,}0\ (2{,}0)^2}{1{,}5}$

$\boxed{T = 26\ N}$

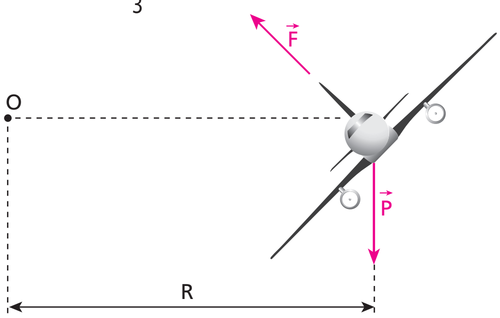


Resposta: 26 N

51 (AFA-SP) Na aviação, quando um piloto executa uma curva, a força de sustentação ($\vec{F}$) torna-se diferente do peso do avião ($\vec{P}$). A razão entre **F** e **P** é chamada fator de carga (**n**):

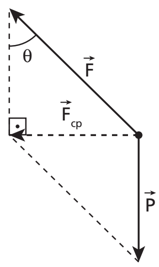
$$\boxed{n = \frac{F}{P}}$$

Um avião executa um movimento circular e uniforme, conforme a figura, em um plano horizontal com velocidade escalar de 40 m/s e com fator de carga igual a $\frac{5}{3}$.



Supondo g = 10 m · s⁻², calcule o raio **R** da circunferência descrita pelo avião.

Resolução:



$$\cos\theta = \frac{P}{F} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{n} \qquad \text{(I)}$$

$$\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{sen}^2\theta + \frac{1}{n^2} = 1$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - 1} \qquad \text{(II)}$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta} = \frac{m\ v^2}{R\ m\ g}$$

Donde:

$$R = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\,\theta}\ \frac{v^2}{g} \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (I) e (II) em (III), temos:

$$R = \frac{1}{n\ \frac{1}{n}\ \sqrt{n^2 - 1}}\ \frac{v^2}{g}$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1}} \cdot \frac{(40)^2}{10}\ \text{(m)}$$

Donde: $\boxed{R = 120\ \text{m}}$

Resposta: 120 m

52 (Fuvest-SP) Um avião voa horizontalmente sobre o mar com velocidade constante de módulo **V**, a ser determinado. Um passageiro, sentado próximo ao centro de massa do avião, observa que a superfície do suco de laranja, que está em um copo sobre a bandeja fixa ao seu assento, permanece paralela ao plano da bandeja.

Estando junto à janela e olhando numa direção perpendicular à da trajetória do avião, o passageiro nota que a ponta da asa esquerda do avião tangencia a linha do horizonte, como mostra a figura **A**. O piloto anuncia que, devido a um problema técnico, o avião fará uma curva de 180° para retornar ao ponto de partida. Durante a curva, o avião inclina-se para a esquerda, de um ângulo θ = 30°, sem que haja alterações no módulo de sua velocidade e na sua altura. O passageiro, olhando sempre na direção perpendicular à da velocidade do avião, observa que a ponta da asa esquerda permanece durante toda a curva apontando para um pequeno rochedo que aflora do mar, como representado na figura **B**. O passageiro também nota que a superfície do suco permaneceu paralela à bandeja e que o avião percorreu a trajetória semicircular de raio **R** (a ser determinado) em 90 s. Percebe, então, que com suas observações, e alguns conhecimentos de Física que adquiriu no seu colégio, pode estimar a altura e a velocidade do avião.

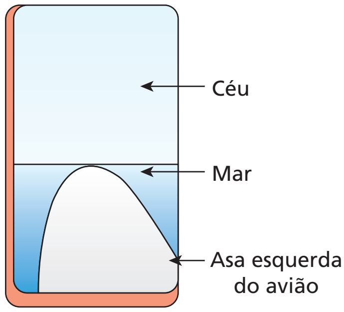


Figura A

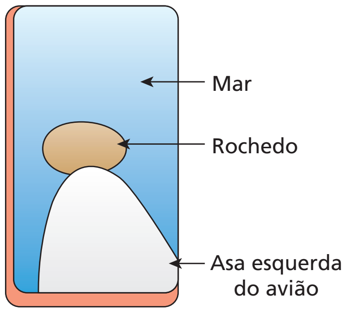


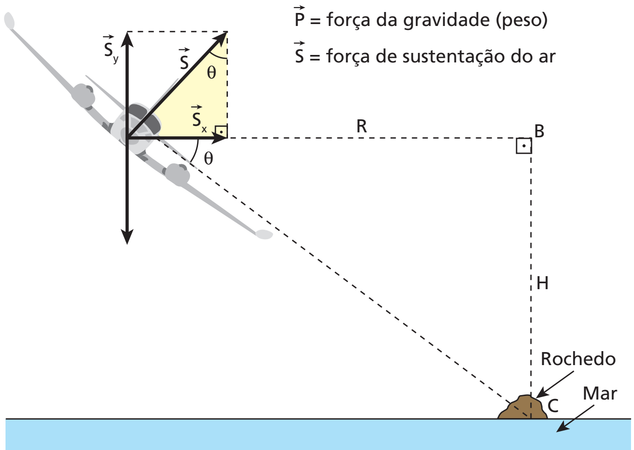
Figura B

Note e adote:
$\pi = 3$; sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,86; tg 30° = 0,60
Módulo da aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
As distâncias envolvidas no problema são grandes em relação às dimensões do avião.

a) Encontre uma relação entre **θ**, **V**, **R** e **g** para a situação descrita.
b) Estime o módulo **V** da velocidade do avião, em m/s ou km/h.
c) Estime o valor da altura **H**, acima do nível do mar, em metros, em que o avião estava voando.

Resolução:

a) Durante a curva, o avião pode ser apresentado como fazemos a seguir.



A força de sustentação $\vec{S}$, aplicada pelo ar, é perpendicular às asas do avião.

A componente vertical $\vec{S}_y$ equilibra o peso e a componente horizontal $\vec{S}_x$ faz o papel de resultante centrípeta. No triângulo retângulo destacado, temos:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{S_x}{S_y} = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\,\theta = \frac{\frac{m\,V^2}{R}}{m\,g}$$

$$\boxed{\text{tg}\,\theta = \frac{V^2}{g\,R}}$$

b) O avião descreve um arco de comprimento $\pi \cdot R$ (meia-volta) em 90 s. Portanto:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\pi\,R}{\Delta t} = \frac{3\,R}{90} \Rightarrow V = \frac{R}{30}$$

$\boxed{R = 30\,V}$ (SI)

Substituindo o valor de **R** na expressão tg θ, temos:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{V^2}{g\,30\,V} \Rightarrow 0{,}60 = \frac{V}{g\,30}$$

$V = 0{,}60\,\,10\,\,30$ (m/s)

$\boxed{V = 180\text{ m/s} = 648\text{ km/h}}$

c) O valor do raio da curva fica determinado por: $R = 30 \cdot V$

$R = 30 \cdot 180 \Rightarrow \boxed{R = 5\,400\text{ m}}$

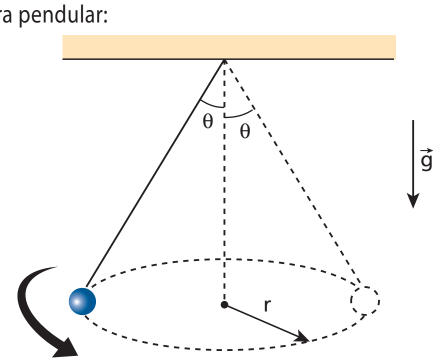
Retomando-se a figura anterior e considerando-se o triângulo retângulo ABC, calculamos a altura **H** do avião.

$$\text{tg}\,\theta = \frac{H}{R} \Rightarrow 0{,}60 = \frac{H}{5\,400}$$

Donde: $\boxed{H = 3\,240\text{ m}}$

Respostas: a) $\text{tg}\,\theta = \frac{V^2}{g\,R}$; b) 180 m/s ou 648 km/h; c) 3 240 m

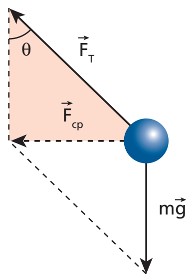
53 No esquema a seguir, representa-se um pêndulo cônico operando em condições ideais. A esfera pendular descreve movimento circular e uniforme, num plano horizontal, de modo que o afastamento angular do fio em relação à vertical é **θ**. Sendo **g** o módulo do campo gravitacional do local e **r** o raio da circunferência descrita pela esfera pendular:



a) calcule o período de revolução do pêndulo;
b) discuta, justificando, se o período calculado no item anterior seria modificado se o pêndulo fosse levado para um outro local, de aceleração da gravidade igual a $\frac{g}{4}$.

Resolução:

a)



$$\text{tg}\,\theta = \frac{F_{cp}}{m\,g} = \frac{m\,\omega^2\,r}{m\,g}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{r}\,\text{tg}\,\theta \qquad \text{(I)}$$

$$\omega = \frac{2\,\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{(2\,\pi)^2}{T^2} \qquad \text{(II)}$$

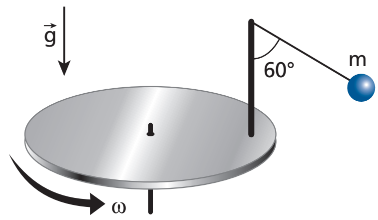
De (I) e (II), vem:

$$\frac{(2\,\pi)^2}{T} = \frac{g}{r}\,\text{tg}\,\theta \Rightarrow \boxed{T = 2\,\pi\sqrt{\frac{r}{g\,\text{tg}\,\theta}}}$$

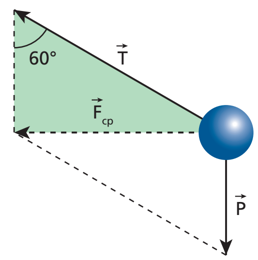
b) Como **T** é inversamente proporcional à raiz quadrada de **g**, reduzindo-se a intensidade da aceleração da gravidade a $\frac{g}{4}$, **T** dobra.

Respostas: a) $T = 2\,\pi\sqrt{\frac{r}{g\,\text{tg}\,\theta}}$; b) O período ficaria multiplicado por 2, já que ele é inversamente proporcional à raiz quadrada da intensidade da aceleração da gravidade.

54 (Mack-SP) Na figura, o fio ideal prende uma partícula de massa **m** a uma haste vertical acoplada a um disco horizontal que gira com velocidade angular **ω** constante. Sabendo que a distância do eixo de rotação do disco ao centro da partícula é igual a $0{,}10\sqrt{3}$ m e que $g = 10\text{ m/s}^2$, calcule a velocidade angular do disco.



Resolução:



$$\text{tg}\,60° = \frac{F_{cp}}{P}$$

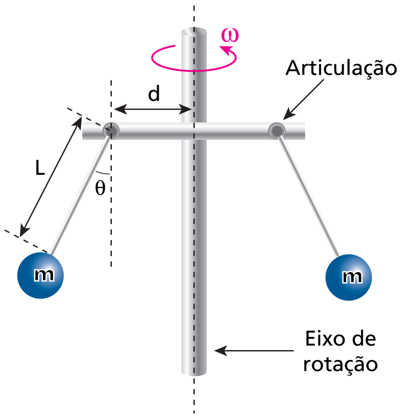
$$\text{tg}\,60° = \frac{m\,\omega^2\,R}{m \cdot g}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\omega^2\,0{,}10\,\sqrt{3}}{10}$$

$\boxed{\omega = 10\text{ rad/s}}$

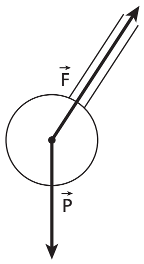
Resposta: 10 rad/s

55 (Unicamp-SP) As máquinas a vapor, que foram importantíssimas na Revolução Industrial, costumavam ter um engenhoso regulador da sua velocidade de rotação, como é mostrado esquematicamente na figura abaixo. As duas esferas afastavam-se do eixo em virtude de sua rotação e acionavam um dispositivo regulador da entrada de vapor, controlando assim a velocidade de rotação, sempre que o ângulo **θ** atingia 30°. Considere hastes de massas desprezível e comprimento $L = 0{,}2$ m, com esferas de massas $m = 0{,}18$ kg em suas pontas, $d = 0{,}1$ m e $\sqrt{3} \simeq 1{,}8$. Adote $g = 10\text{ m/s}^2$.



a) Faça um diagrama indicando as forças que atuam sobre uma das esferas.
b) Calcule a velocidade angular ω para a qual $\theta = 30°$.

Resolução:
a)



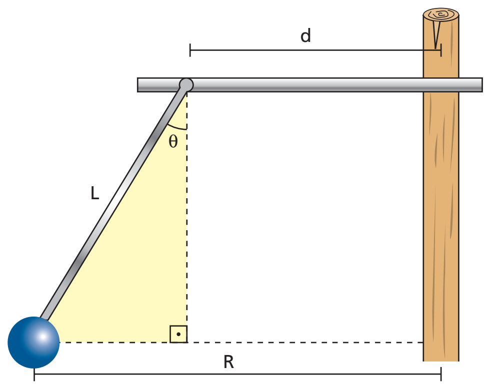
em que:
$\vec{P}$ = força da gravidade (peso)
$\vec{F}$ = força aplicada pela haste

b) (I) $\text{sen}\,\theta = \dfrac{R - d}{L}$

$R - d = L \ \text{sen}\,30°$

$R - 0{,}1 = 0{,}2 \cdot \dfrac{1}{2}$

$\boxed{R = 0{,}2 \text{ m}}$



(II) $\text{tg}\,\theta = \dfrac{F_{cp}}{P}$

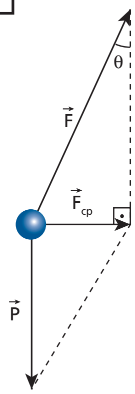
$\text{tg}\,\theta = \dfrac{m \ \omega^2 \ R}{m \ g}$

Donde: $\omega = \sqrt{\dfrac{g \ \text{tg}\,\theta}{R}}$

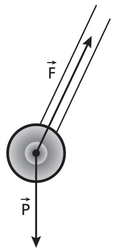
Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\text{tg}\,\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \simeq \dfrac{1{,}9}{3} = 0{,}6$
e $R = 0{,}2$ m, vem:

$\omega = \sqrt{\dfrac{10 \cdot 0{,}6}{0{,}2}}$ (rad/s)

Donde: $\boxed{\omega \simeq 5{,}5 \text{ rad/s}}$



Respostas: a)

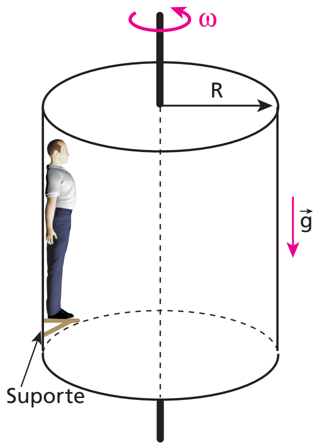


$\vec{P}$ = força da gravidade (peso)

$\vec{F}$ = força aplicada pela haste

b) 5,5 rad/s

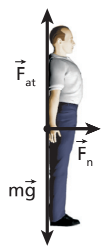
56 Em alguns parques de diversões, existe um brinquedo chamado rotor, que consiste em um cilindro oco, de eixo vertical, dentro do qual é introduzida uma pessoa:



De início, a pessoa apoia-se sobre um suporte, que é retirado automaticamente quando o rotor gira com uma velocidade adequada. Admita que o coeficiente de atrito estático entre o corpo da pessoa e a parede interna do rotor valha **μ**. Suponha que o módulo da aceleração da gravidade seja **g** e que o rotor tenha raio **R**. Calcule a mínima velocidade angular do rotor, de modo que, com o suporte retirado, a pessoa não escorregue em relação à parede.

Resolução:
Equilíbrio na vertical:

$$\left\{\begin{array}{l} F_{at} = m \ g \\ F_{at} \leqslant \mu \ F_N \end{array}\right\} \ m \ g \leqslant \mu \ F_n \qquad \text{(I)}$$



Mas:

$F_n = F_{cp}$

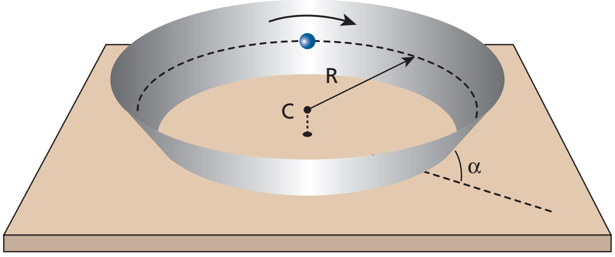
$F_n = m\ \omega^2\ R$ (II)

De (I) e (II), vem:

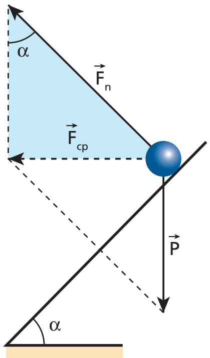
$$m\ g \leqslant \mu\ m\ \omega^2\ R \Rightarrow \omega \geqslant \sqrt{\frac{g}{\mu\ R}} \Rightarrow \boxed{\omega_{min} = \sqrt{\frac{g}{\mu\ R}}}$$

Resposta: $\sqrt{\frac{g}{\mu\ R}}$

57 Considere uma superfície, em forma de tronco de cone, fixa sobre uma mesa, conforme representa a figura. Seja **α** o ângulo formado entre a parede externa da superfície e a mesa. Uma partícula de massa **m** percorre a parede interna da superfície em movimento uniforme, descrevendo uma circunferência de raio **R**, contida em um plano horizontal. Desprezando todos os atritos e adotando para a aceleração da gravidade o valor **g**, calcule a intensidade da velocidade linear da partícula.



Resolução:

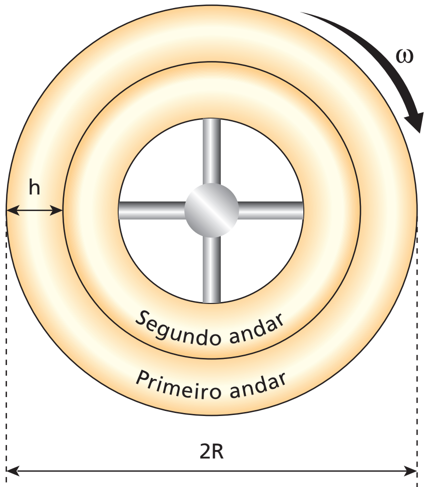


$$\text{tg}\ \alpha = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\ \alpha = \frac{\frac{m\ v^2}{R}}{m\ g} \Rightarrow \text{tg}\ \alpha = \frac{v^2}{R\ g}$$

Da qual: $\boxed{v = \sqrt{g\ R\ \text{tg}\ \alpha}}$

Resposta: $\sqrt{g\ R\ \text{tg}\ \alpha}$

58 (Unifesp-SP) Uma estação espacial, construída em forma cilíndrica, foi projetada para contornar a ausência de gravidade no espaço. A figura mostra, de maneira simplificada, a secção reta dessa estação, que possui dois andares.



Para simular a presença de gravidade, a estação deve girar em torno do seu eixo com certa velocidade angular. Se o raio externo da estação é **R**:

a) deduza a velocidade angular **ω** com que a estação deve girar para que um astronauta, em repouso no primeiro andar e a uma distância **R** do eixo da estação, fique sujeito a uma aceleração de módulo igual a **g**.

b) suponha que o astronauta, cuja massa vale **m**, vá para o segundo andar, a uma distância **h** do piso do andar anterior. Calcule o peso do astronauta nessa posição e compare-o com o seu peso quando estava no primeiro andar. O peso aumenta, diminui ou permanece inalterado?

Resolução:

a) O peso aparente do astronauta tem valor igual ao da força normal que ele recebe do piso da estação. Essa força faz o papel de resultante centrípeta no MCU que o astronauta realiza em torno do eixo da estação.

$P_{ap_1} = F_{cp_1} \Rightarrow m\ g = m\ \omega^2\ R$

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}}$

b) $\boxed{P_{ap_1} = m\ g}$

$P_{ap_2} = m\ \omega^2\ (R - h)$

$\boxed{P_{ap_2} = m\ g\ \frac{(R - h)}{R}}$

Como a fração $\frac{R - h}{R}$ é menor que 1, $P_{ap_2} < P_{ap_1}$ e o astronauta tem seu peso aparente reduzido ao passar do primeiro para o segundo andar da estação.

Respostas: a) $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$; b) $m\ g\ \frac{(R - h)}{R}$, e o peso aparente diminui.

59 Admita que fosse possível reunir, num mesmo grande prêmio de Fórmula 1, os memoráveis pilotos Chico Landi, José Carlos Pace, Emerson Fittipaldi, Ayrton Senna e Nelson Piquet. Faltando apenas uma curva plana e horizontal para o final da prova, observa-se a seguinte formação: na liderança, vem Pace, a 200 km/h; logo atrás, aparece Landi, a 220 km/h; em terceira colocação, vem Senna, a 178 km/h, seguido por Fittipaldi, a 175 km/h. Por último, surge Piquet, a 186 km/h. A curva depois da qual os vencedores recebem a bandeirada final é circular e seu raio vale 625 m. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre os pneus dos carros e a pista é igual a 0,40 e que g = 10 m/s², é muito provável que tenha ocorrido o seguinte:

a) Pace venceu a corrida, ficando Landi em segundo lugar, Senna em terceiro, Fittipaldi em quarto e Piquet em quinto.

b) Landi venceu a corrida, ficando Pace em segundo lugar, Piquet em terceiro, Senna em quarto e Fittipaldi em quinto.

c) Senna venceu a corrida, ficando Fittipaldi em segundo lugar; Pace, Landi e Piquet derraparam na curva.

d) Piquet venceu a corrida, ficando Senna em segundo lugar e Fittipaldi em terceiro; Pace e Landi derraparam na curva.

e) Pace venceu a corrida, ficando Senna em segundo lugar, Fittipaldi em terceiro e Piquet em quarto; Landi derrapou na curva.

Resolução:

$v_{máx} = \sqrt{\mu_e \ g \ R}$ (Veja Exercício Resolvido 25.)

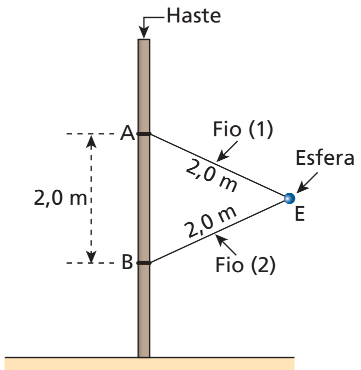
$v_{máx} = \sqrt{0,40 \cdot 10 \cdot 625}$ (m/s)

$\boxed{v_{máx} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}}$

Os pilotos que entram na curva com velocidade superior a 180 km/h derrapam.

Resposta: c

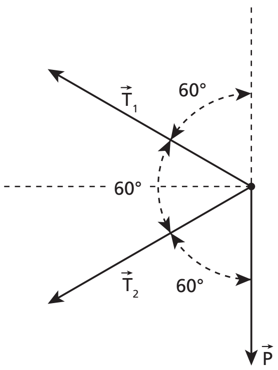
60 (Unip-SP) Uma pequena esfera **E**, de massa 1,0 kg, gira em torno de uma haste vertical com velocidade angular constante de 5,0 rad/s. A esfera está ligada à haste por dois fios ideais de 2,0 m de comprimento cada um, que estão em contato com a haste por meio de dois anéis, **A** e **B**, a uma distância fixa de 2,0 m um do outro. A esfera **E** não se desloca verticalmente.



Adote g = 10 m/s² e despreze o efeito do ar.
Determine as intensidades T_1 e T_2 das forças que tracionam os fios (1) e (2).

Resolução:

1) Forças atuantes na esfera **E**:



O triângulo ABE é equilátero.

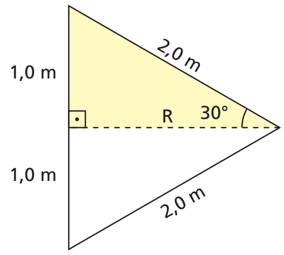
2) Na direção vertical, a força resultante na esfera é nula:

$T_1 \ \cos 60° = T_2 \ \cos 60° + P$

$T_1 \ \frac{1}{2} = T_2 \ \frac{1}{2} + 10$

$T_1 = T_2 + 20$ (I)

3) Na direção horizontal, a força resultante é centrípeta:



$T_1 \ \cos 30° + T_2 \ \cos 30° = m \ \omega^2 \ R$

Da figura: $\text{tg } 30° = \frac{1,0}{R}$

$R = \frac{10}{\text{tg } 30°} \text{ (m)} = \frac{1,0}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$(T_1 + T_2) \ \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,0 \ (5,0)^2 \ \sqrt{3}$

$T_1 + T_2 = 50$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$T_2 + 20 + T_2 = 50$

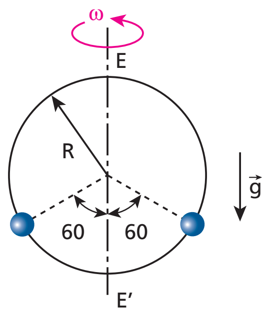
$2 \ T_2 = 30 \Rightarrow \boxed{T_2 = 15 \text{ N}}$

Em (II):

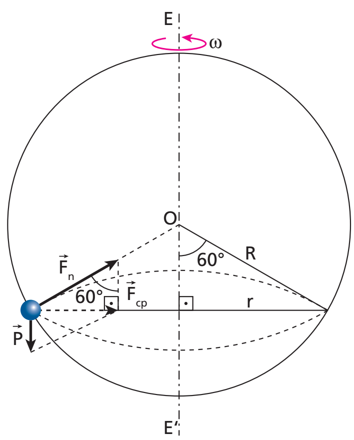
$T_1 + 15 = 50 \Rightarrow \boxed{T_1 = 35 \text{ N}}$

Respostas: $T_1 = 35$ N; $T_2 = 15$ N

61 Um aro metálico circular e duas esferas são acoplados conforme a figura a seguir. As esferas são perfuradas diametralmente, de modo a poderem se deslocar ao longo do aro, sem atrito. Sendo **R** o raio do aro e **m** a massa de cada esfera, determine a velocidade angular que o aro deve ter, em torno do eixo vertical EE', para que as esferas fiquem na posição indicada. A aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Resolução:



(I) $\text{sen } 60° = \frac{r}{R}$

$$\boxed{r = \frac{\sqrt{3}}{2}\,R}$$

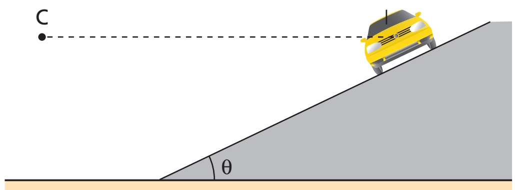
(II) $\text{tg } 60° = \frac{F_{cp}}{P}$

$$\sqrt{3} = \frac{m\ \omega^2\ r}{m\ g} \Rightarrow \omega^2 = \sqrt{3}\ \frac{g}{r}$$

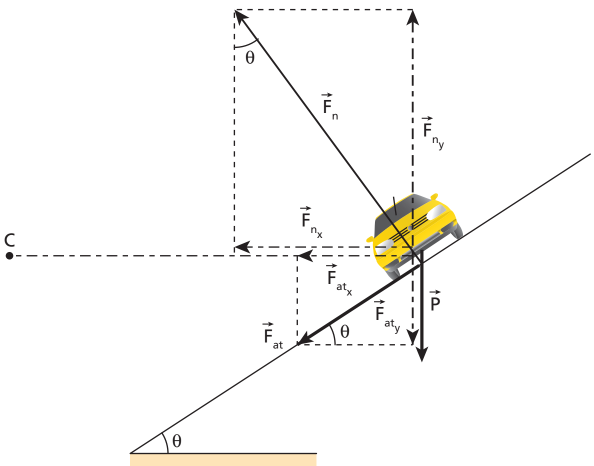
$$\omega^2 = \sqrt{3}\ \frac{g}{\frac{\sqrt{3}}{2}\ R} \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{2\ g}{R}}}$$

Resposta: $\sqrt{\frac{2\ g}{R}}$

62 Um automóvel está em movimento circular e uniforme com velocidade escalar **v**, numa pista sobrelevada de um ângulo **θ** em relação à horizontal. Sendo **μ** o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista, **R** o raio da trajetória e **g** a intensidade do campo gravitacional, determine o valor máximo de **v**, de modo que não haja deslizamento lateral do veículo.



Resolução:



- Equilíbrio na vertical:

$$F_{n_y} = F_{at_y} + P$$

$$F_n\ \cos\theta = \mu\ F_n\ \text{sen}\,\theta + m\ g$$

Do qual: $\boxed{F_n = \frac{m\ g}{\cos\theta - \mu\ \text{sen}\,\theta}}$ (I)

Carro em movimento circular e uniforme na iminência de escorregar rampa acima:

$$F_{n_x} + F_{at_x} = F_{cp}$$

$$F_n\ \text{sen}\,\theta + \mu\ F_n\ \cos\theta = F_{cp}$$

Do qual: $\boxed{F_n\ (\text{sen}\,\theta + \mu\ \cos\theta) = \frac{m\ v^2_{máx}}{R}}$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$$\frac{m \cdot g}{\cos\theta - \mu\ \text{sen}\,\theta}\ (\text{sen}\,\theta + \mu\ \cos\theta) = \frac{m\ v^2_{máx}}{R}$$

Donde: $\boxed{v_{máx} = \sqrt{\frac{R\ g\ (\text{sen}\,\theta + \mu\ \cos\theta)}{\cos\theta - \mu\ \text{sen}\,\theta}}}$

Resposta: $\sqrt{\frac{R\ g\ (\text{sen}\,\theta + \mu\ \cos\theta)}{\cos\theta - \mu\ \text{sen}\,\theta}}$

63 (Fuvest-SP) Um brinquedo consiste em duas pequenas bolas **A** e **B**, de massas iguais a **M**, e um fio flexível e inextensível: a bola **B** está presa na extremidade do fio e a bola **A** possui um orifício pelo qual o fio passa livremente. Para operar adequadamente o dispositivo, um jovem (com treino) deve segurar a extremidade livre do fio e girá-la de maneira uniforme num plano horizontal, de modo que as bolas realizem movimentos circulares e horizontais, de mesmo período, mas de raios diferentes. Nessa situação, como indicado na figura 1, as bolas permanecem em lados opostos em relação ao eixo vertical fixo, que apenas toca os pontos **O** e **Q** do fio. Na figura 2, estão indicados os raios das trajetórias de **A** e **B**, bem como os ângulos que os dois segmentos do fio fazem com a horizontal.

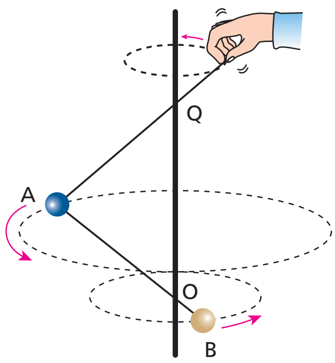


Figura 1

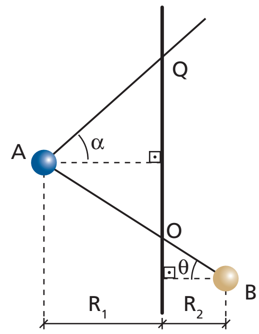


Figura 2

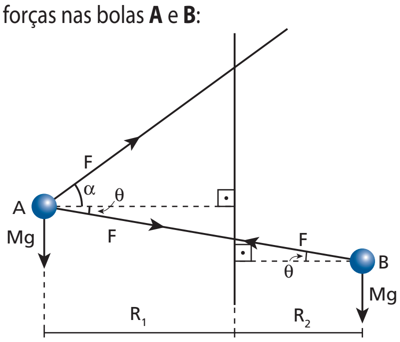
Note e adote:
Os atritos e a influência do ar são desprezíveis.
A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$.
$\text{sen}\,\theta \simeq 0,4$; $\cos\theta \simeq 0,9$ e $\pi \simeq 3$.

Determine:

a) a intensidade **F** da força de tração, admitida constante em toda a extensão do fio, em função de **M** e **g**;
b) a razão $\mathbf{K} = \text{sen}\,\alpha / \text{sen}\,\theta$ entre os senos dos ângulos indicados na figura 2;
c) o número de voltas por segundo que o conjunto deve realizar no caso de o raio R_2 da trajetória descrita pela bola **B** ser igual a 0,10 m.

Resolução:

Esquema de forças nas bolas **A** e **B**:



a) Equilíbrio de **B** na vertical:
$F \;\; \text{sen}\,\theta = M \;\; g \;\Rightarrow\; F \;\; 0{,}4 = M \;\; g$

$\boxed{F = 2{,}5 \;\; M \;\; g}$

b) Equilíbrio de **A** na vertical:
$F \;\; \text{sen}\,\alpha = F \;\; \text{sen}\,\theta + M \;\; g$

$2{,}5 \;\; M \;\; g \;\; \text{sen}\,\alpha = 2{,}5 \;\; M \;\; g \;\; 0{,}4 + M \;\; g$

$2{,}5 \;\; \text{sen}\,\alpha = 2{,}0 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{sen}\,\alpha = 0{,}8}$

$K = \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\theta} \;\Rightarrow\; K = \dfrac{0{,}8}{0{,}4} \;\Rightarrow\; \boxed{K = 2}$

c) Movimento circular e uniforme de **B**:
(I) $F_{cp_B} = F \;\; \cos\theta \;\Rightarrow\; M \;\; \omega^2 \;\; R_2^2 = 2{,}5 \;\; M \;\; g \;\; \cos\theta$

$\omega^2 \;\; 0{,}10 = 2{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}9 \;\Rightarrow\; \boxed{\omega = 15 \text{ rad/s}}$

(II) $2 \;\; \pi \;\; f = \omega \;\Rightarrow\; 2 \;\; 3 \;\; f = 15$

$\boxed{f = 2{,}5 \text{ Hz}}$

Respostas: a) F = 2,5 M g; b) K = 2; c) 2,5 Hz

64 Com relação à força centrífuga, aponte a alternativa incorreta:

a) É ela que “puxa” o nosso corpo para fora da trajetória quando fazemos uma curva embarcados em um veículo qualquer.
b) Numa mesma curva, sua intensidade cresce com o quadrado da velocidade do corpo.
c) Tem a mesma intensidade que a força centrípeta, porém sentido oposto.
d) É uma força de inércia, que só é definida em relação a referenciais acelerados.
e) É a reação à força centrípeta.

Resposta: e

65 Considere a Lua (massa **M**) em sua gravitação em torno da Terra. Admita que, em relação à Terra, a órbita da Lua seja circular de raio **R** e que sua velocidade vetorial tenha intensidade **v**.
Analise os esquemas abaixo nos quais estão representadas forças na Lua com suas respectivas intensidades.

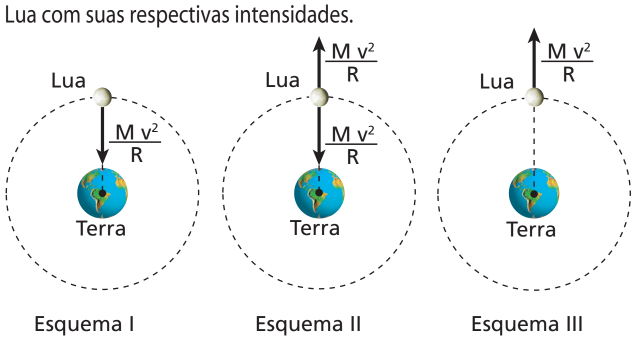
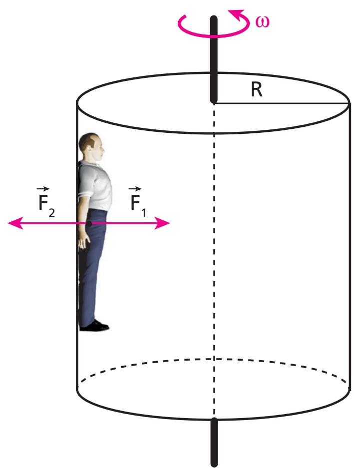


Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

Para um referencial na Terra e um na Lua, os esquemas corretos são, respectivamente:
a) I e II; b) I e III; c) II e III; d) I e I; e) II e II.

Resposta: a

66 Considere um cilindro oco de raio **R**, como o esquematizado a seguir, em rotação em torno de um eixo vertical com velocidade angular igual a **ω**. Uma pessoa de massa **m** está acompanhando o movimento do sistema apenas encostada na parede interna do cilindro, porém na iminência de escorregar. As forças horizontais $\vec{F}_1$ (reação normal da parede) e $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$) têm sentidos opostos e estão aplicadas no corpo da pessoa.



A respeito dessa situação, analise as proposições abaixo:
(01) Diminuindo-se a velocidade angular do cilindro aquém do valor **ω**, a pessoa escorrega em relação à parede, deslocando-se para baixo.
(02) Aumentando-se a velocidade angular do cilindro além do valor **ω**, a pessoa escorrega em relação à parede, deslocando-se para cima.
(04) Em relação a um referencial externo, fixo no solo, não deve ser considerada $\vec{F}_1$. $\vec{F}_2$ é a resultante centrífuga, de intensidade dada por $m\,\omega^2 / R$.
(08) Em relação a um referencial externo, fixo no solo, não deve ser considerada $\vec{F}_2$. $\vec{F}_1$ é a resultante centrípeta, de intensidade dada por $m\,\omega^2 R$.
(16) Em relação a um referencial interno, fixo no cilindro, devem ser consideradas $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, ambas com intensidade dada por $m\,\omega^2 R$. $\vec{F}_2$ é a força centrífuga que equilibra $\vec{F}_1$.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resposta: 25

Tópico 4

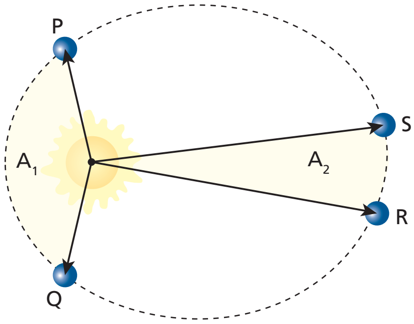
1 Adotando o Sol como referencial, aponte a alternativa que condiz com a 1ª Lei de Kepler da Gravitação (Lei das órbitas):

a) As órbitas planetárias são quaisquer curvas, desde que fechadas.
b) As órbitas planetárias são espiraladas.
c) As órbitas planetárias não podem ser circulares.
d) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando o centro da elipse.
e) As órbitas planetárias são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse.

Resolução:
As órbitas planetárias podem ser eventualmente circulares. Isso está de acordo com a 1ª Lei de Kepler, já que a circunferência é uma elipse de focos coincidentes.

Resposta: e

2 Na figura a seguir, está representada a órbita elíptica de um planeta em torno do Sol:



a) Se os arcos de órbita PQ e RS são percorridos em intervalos de tempo iguais, qual a relação entre as áreas A_1 e A_2?
b) Em que lei física você se baseou para responder ao item **a**?

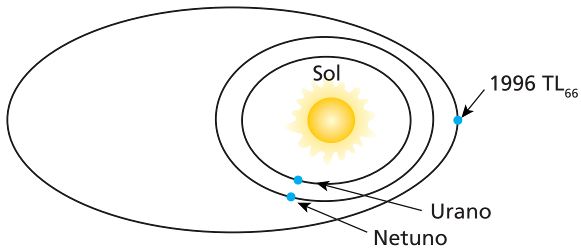
Resolução:
a) Se $\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow A_1 = A_2$

Logo: $\boxed{\dfrac{A_1}{A_2} = 1}$

b) 2ª Lei de Kepler

Respostas: a) $\dfrac{A_1}{A_2} = 1$; b) 2ª Lei de Kepler

3 (PUC-MG) A figura abaixo representa o Sol, três astros celestes e suas respectivas órbitas em torno do Sol: Urano, Netuno e o objeto na década de 1990, descoberto, de nome 1996 TL_{66}.



Analise as afirmativas a seguir:
I. Essas órbitas são elípticas, estando o Sol em um dos focos dessas elipses.
II. Os três astros representados executam movimento uniforme em torno do Sol, cada um com um valor de velocidade diferente do dos outros.
III. Dentre os astros representados, quem gasta menos tempo para completar uma volta em torno do Sol é Urano.

Indique:
a) se todas as afirmativas são corretas.
b) se todas as afirmativas são incorretas.
c) se apenas as afirmativas I e II são corretas.
d) se apenas as afirmativas II e III são corretas.
e) se apenas as afirmativas I e III são corretas.

Resolução:
(I) Correta.
1ª Lei de Kepler.

(II) Incorreta.
Os movimentos são variados.

(III) Correta.
Quanto menor for o raio médio de órbita, menor será o período de revolução (3ª Lei de Kepler).

Resposta: e

4 A 2ª Lei de Kepler (Lei das áreas) permite concluir que:

a) as áreas varridas pelo vetor-posição de um planeta em relação ao centro do Sol são diretamente proporcionais aos quadrados dos respectivos intervalos de tempo gastos;
b) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no periélio;
c) a intensidade da velocidade de um planeta ao longo de sua órbita em torno do Sol é máxima no afélio;
d) o intervalo de tempo gasto pelo planeta em sua translação do afélio para o periélio é maior que o intervalo de tempo gasto por ele na translação do periélio para o afélio;
e) o movimento de translação de um planeta em torno do Sol é uniforme, já que sua velocidade areolar é constante.

Resposta: b

5 O astrônomo alemão Johannes Kepler apresentou três generalizações a respeito dos movimentos planetários em torno do Sol, conhecidas como Leis de Kepler.
Fundamentado nessas leis, analise as proposições a seguir:
(01) O quociente do cubo do raio médio da órbita pelo quadrado do período de revolução é constante para qualquer planeta do Sistema Solar.
(02) Quadruplicando-se o raio médio da órbita, o período de revolução de um planeta em torno do Sol octuplica.
(04) Quanto mais próximo do Sol (menor raio médio de órbita) gravitar um planeta, maior será seu período de revolução.
(08) No Sistema Solar, o período de revolução dos planetas em torno do Sol cresce de Mercúrio para Netuno.
(16) Quando a Terra está mais próxima do Sol (região do periélio), a estação predominante no planeta é o verão.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.

$$\frac{R^3}{T^2} = K_p \text{ (3ª Lei de Kepler)}$$

(02) Correta.

$$\frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{T_1^2} \Rightarrow T_2^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 T_1^2$$

$$T_2^2 = \left(\frac{4R_1}{R_1}\right)^3 T_1^2 \Rightarrow \boxed{T_2 = 8\,T_1}$$

(04) Incorreta.
Quanto menor for o raio médio da órbita, menor será o período de revolução (3ª Lei de Kepler)

(08) Correta.

(16) Incorreta.
As estações do ano estão relacionadas com a inclinação do eixo da Terra, não com a sua distância em relação ao Sol.

Resposta: 11

6 (Cesgranrio-RJ) Um satélite de telecomunicações está em sua órbita ao redor da Terra com período **T**. Uma viagem do Ônibus Espacial fará a instalação de novos equipamentos nesse satélite, o que duplicará sua massa em relação ao valor original. Considerando que permaneça com a mesma órbita, seu novo período T' será:

a) $T' = 9T$.

b) $T' = 3T$.

c) $T' = T$.

d) $T' = \frac{1}{3}\,T$.

e) $T' = \frac{1}{9}\,T$.

Resolução:
O período de revolução do referido satélite só depende da massa da Terra.

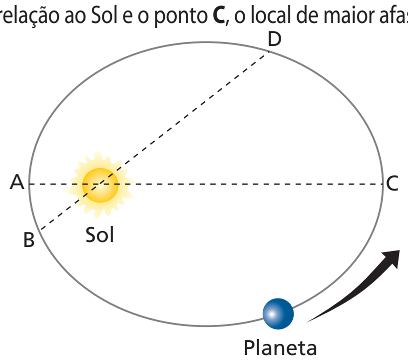
Resposta: c

7 Com relação às Leis de Kepler, podemos afirmar que:

a) não se aplicam ao estudo da gravitação da Lua em torno da Terra;
b) só se aplicam ao Sistema Solar a que pertencemos;
c) aplicam-se à gravitação de quaisquer corpos em torno de uma grande massa central;
d) contrariam a Mecânica de Newton;
e) não preveem a possibilidade da existência de órbitas circulares.

Resposta: c

8 (Unicamp-SP) A figura a seguir representa a órbita descrita por um planeta em torno do Sol. O sentido de percurso está indicado pela seta. Os pontos **A** e **C** são colineares com o Sol, o mesmo ocorrendo com os pontos **B** e **D**. O ponto **A** indica o local de maior aproximação do planeta em relação ao Sol e o ponto **C**, o local de maior afastamento.



a) Em que ponto da órbita o planeta tem velocidade de translação com intensidade máxima? E em que ponto sua velocidade de translação tem intensidade mínima?
b) Segundo Kepler, a linha imaginária que liga o planeta ao centro do Sol "varre" áreas iguais em intervalos de tempo iguais. Fundamentado nessa informação, coloque em **ordem crescente** os intervalos de tempo necessários para o planeta realizar os seguintes percursos: ABC, BCD, CDA e DAB.

Resolução:

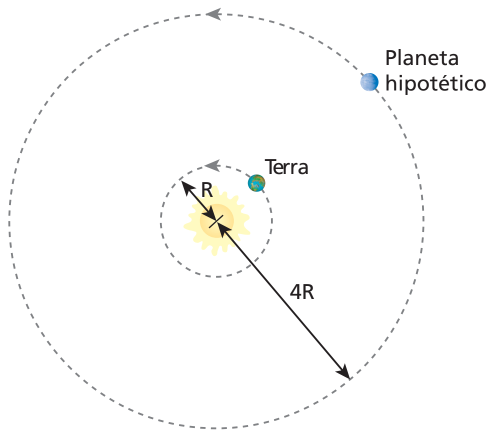
a) A velocidade de translação tem intensidade máxima no ponto **A** (periélio) e intensidade mínima no ponto **C** (afélio).
b) Quanto menor for a área "varrida" pela linha imaginária que liga o planeta ao centro do Sol, menor será o correspondente intervalo de tempo gasto na "varredura". Portanto:

$$\boxed{\Delta t_{DAB} < \Delta t_{ABC} = \Delta t_{CDA} < \Delta t_{BCD}}$$

Respostas: a) Máxima no ponto **A** e mínima no ponto **C**;
b) $\Delta t_{DAB} < \Delta t_{ABC} = \Delta t_{CDA} < \Delta t_{BCD}$

9 E.R. Considere um planeta hipotético gravitando em órbita circular em torno do Sol. Admita que o raio da órbita desse planeta seja o quádruplo do raio da órbita da Terra. Nessas condições, qual o período de translação do citado planeta, expresso em anos terrestres?

Resolução:
Sejam:
r_T : raio da órbita da Terra ($r_T = R$);
r_H : raio da órbita do planeta hipotético ($r_H = 4R$);
T_T : período de translação da Terra (ano da Terra);
T_H : período de translação do planeta hipotético (ano do planeta).



Aplicando a **3ª Lei de Kepler** (Lei dos períodos) para os dois planetas, temos:

$$\frac{r^3}{T^2} = K_p \text{ (constante de Kepler)}$$

Assim:

• para o planeta hipotético: $\frac{r_H^3}{T_H^2} = K_p$ (I)

• para a Terra: $\frac{r_T^3}{T_T^2} = K_p$ (II)

Comparando (I) e (II), segue que:

$$\frac{r_H^3}{T_H^2} = \frac{r_T^3}{T_T^2} \Rightarrow T_H^2 = \left(\frac{r_H}{r_T}\right)^3 T_T^2$$

Como estabelecemos que $r_H = 4R$ e $r_T = R$, temos:

$$T_H^2 = \left(\frac{4R}{R}\right)^3 T_T^2 \Rightarrow T_H^2 = 64T_T^2$$

$$\boxed{T_H = 8T_T}$$

Logo:

$$\boxed{\text{O ano do planeta hipotético é oito vezes o terrestre.}}$$

10 Dois satélites de um planeta têm períodos de revolução iguais a 32 dias e 256 dias, respectivamente. Se o raio da órbita do primeiro satélite vale 5 unidades, qual o raio da órbita do segundo?

Resolução:

$$\frac{R_2^3}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{T_1^2} \Rightarrow R_2^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 R_1^3$$

$$R_2^3 = \left(\frac{256}{32}\right)^2 (5)^3 \Rightarrow R_2^3 = 64 \ (5)^3$$

Donde: $\boxed{R_2 = 20 \text{ unidades}}$

Resposta: 20 unidades

11 Em torno de um planeta fictício gravitam, em órbitas circulares e coplanares, dois satélites naturais: Taurus e Centaurus. Sabendo que o período de revolução de Taurus é 27 vezes o de Centaurus e que o raio da órbita de Centaurus vale **R**, determine:

a) o raio da órbita de Taurus;

b) o intervalo de valores possíveis para a distância que separa os dois satélites durante seus movimentos em torno do planeta.

Resolução:

a) $R_T^3 = \left(\frac{T_T}{T_C}\right)^2 R_C^3 \Rightarrow R_T^3 = \left(\frac{27 \ T_C}{T_C}\right)^2 R^3$

$$\boxed{R_T = 9 \ R}$$

b) $\left.\begin{array}{l} d_{máx} = 9 \ R + R \Rightarrow d_{máx} = 10 \ R \\ d_{mín} = 9 \ R - R \Rightarrow d_{mín} = \ 8 \ R \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{8 \ R \leqslant d \leqslant 10 \ R}$

Respostas: a) $9 \ R$; b) $8 \ R \leqslant d \leqslant 10 \ R$

12 Admita que o período de revolução da Lua em torno da Terra seja de 27 dias e que o raio da sua órbita valha 60 R, sendo **R** o raio da Terra. Considere um satélite geoestacionário, desses utilizados em telecomunicações. Em relação ao referido satélite, responda:

a) Qual o período de revolução? b) Qual o raio de órbita?

Resolução:

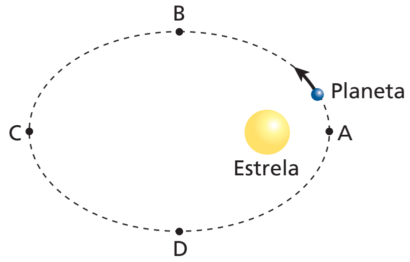
a) Os satélites geoestacionários têm órbitas contidas no plano equatorial da Terra e seu período de revolução é igual ao período de rotação da Terra, isto é, 24 h.

b) $R_S^3 = \left(\frac{T_S}{T_L}\right)^2 R_L^3 \Rightarrow R_S^3 = \left(\frac{1}{27}\right)^2 (60 \cdot R)^3$

$$\boxed{R_S \simeq 6{,}7 \ R}$$

Respostas: a) 24 h; b) $R_S \simeq 6{,}7 \ R$

13 (UFRGS-RS) Um planeta descreve trajetória elíptica em torno de uma estrela que ocupa um dos focos da elipse, conforme indica a figura abaixo. Os pontos **A** e **C** estão situados sobre o eixo maior da elipse e os pontos **B** e **D**, sobre o eixo menor.



Se t_{AB} e t_{BC} forem os intervalos de tempo para o planeta percorrer os respectivos arcos de elipse, e se $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ forem, respectivamente, as forças resultantes sobre o planeta nos pontos **A** e **B**, pode-se afirmar que:

a) $t_{AB} < t_{BC}$ e que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da estrela.

b) $t_{AB} < t_{BC}$ e que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da elipse.

c) $t_{AB} = t_{BC}$ e que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da estrela.

d) $t_{AB} = t_{BC}$ e que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da elipse.

e) $t_{AB} > t_{BC}$ e que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da estrela.

Resolução:

(I) De **A** (periélio) para **C** (afélio), o movimento do planeta é retardado; logo:

$$\boxed{t_{AB} < t_{BC}}$$

(II) $F = G \frac{M m}{d^2}$ (Lei de Newton)

$\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ apontam para o centro da estrela e, como $d_A < d_B$, decorre que $F_A > F_B$.

Resposta: a

14 Duas partículas de massas respectivamente iguais a **M** e **m** estão no vácuo, separadas por uma distância **d**. A respeito das forças de interação gravitacional entre as partículas, podemos afirmar que:

a) têm intensidade inversamente proporcional a **d**;

b) têm intensidade diretamente proporcional ao produto M m;

c) não constituem entre si um par ação-reação;

d) podem ser atrativas ou repulsivas;

e) teriam intensidade maior se o meio fosse o ar.

Resolução:

Lei de Newton:

$$F = G \frac{M m}{d^2}$$

F é diretamente proporcional ao produto **Mm** e inversamente proporcional ao quadrado de **d**.

Resposta: b

15 (Unifor-CE) A força de atração gravitacional entre dois corpos de massas **M** e **m**, separados de uma distância **d**, tem intensidade **F**. Então, a força de atração gravitacional entre dois outros corpos de massas $\frac{M}{2}$ e $\frac{m}{2}$, separados de uma distância $\frac{d}{2}$, terá intensidade:

a) $\frac{F}{4}$. b) $\frac{F}{2}$. c) F. d) 2F. e) 4F.

Resolução:

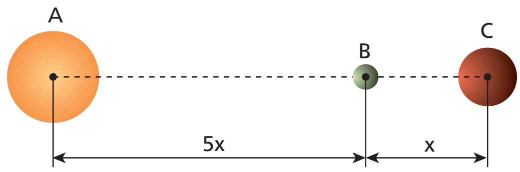
1º caso: $F = G\,\dfrac{M\,m}{d^2}$

2º caso: $F' = G\,\dfrac{\dfrac{M}{2}\cdot\dfrac{M}{2}}{\left(\dfrac{d}{2}\right)^2}$

$$F' = \frac{4}{4}\,G\,\frac{M\,m}{d^2} \Rightarrow \boxed{F' = F}$$

Resposta: c

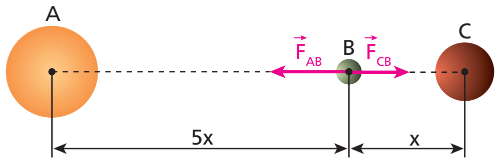
16 E.R. Considere uma estrela **A** e dois planetas **B** e **C** alinhados em determinado instante, conforme indica a figura. A massa de **A** vale 200 M e as massas de **B** e **C**, **M** e **2M**, respectivamente.



Sendo dada a distância **x** e a Constante da Gravitação (**G**), calcule, no instante da figura, a intensidade da força resultante das ações gravitacionais de **A** e **C** sobre **B**.

Resolução:

O planeta **B** é atraído gravitacionalmente pela estrela **A** e pelo planeta **C**, recebendo, respectivamente, as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{CB}$, representadas no esquema abaixo:



As intensidades de $\vec{F}_{AB}$ e de $\vec{F}_{CB}$ ficam determinadas pela **Lei de Newton da Atração das Massas**.

$$F_{AB} = G\,\frac{200M\cdot M}{(5x)^2} \Rightarrow F_{AB} = 8G\,\frac{M^2}{x^2}$$

$$F_{CB} = G\,\frac{2M\cdot M}{x^2} \Rightarrow F_{CB} = 2G\,\frac{M^2}{x^2}$$

A intensidade (**F**) da força resultante das ações gravitacionais de **A** e **C** sobre **B** é calculada por:

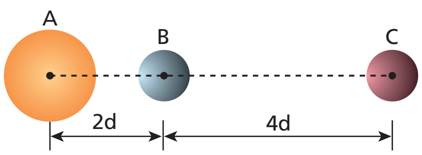
$$F = F_{AB} - F_{CB} \Rightarrow F = 8G\,\frac{M^2}{x^2} - 2G\,\frac{M^2}{x^2}$$

Donde:

$$\boxed{F = 6G\,\frac{M^2}{x^2}}$$

Nota:
- A força resultante calculada é dirigida para a estrela **A**.

17 Em determinado instante, três corpos celestes **A**, **B** e **C** têm seus centros de massa alinhados e distanciados, conforme mostra o esquema abaixo:



Sabendo que as massas de **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, **5M**, **2M** e **M**, determine a relação entre as intensidades das forças gravitacionais que **B** recebe de **A** e de **C**.

Resolução:

(I) $F_{AB} = G\,\dfrac{5\,M\cdot 2\,M}{(2d)^2} \Rightarrow F_{AB} = \dfrac{5}{2}\,G\,\dfrac{M^2}{d^2}$

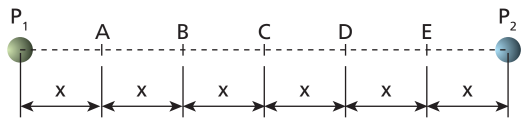
(II) $F_{CB} = G\,\dfrac{2\,M\cdot m}{(4d)^2} \Rightarrow F_{CB} = \dfrac{1}{8}\,G\,\dfrac{M^2}{d^2}$

(III) $\dfrac{F_{AB}}{F_{CB}} = \dfrac{\dfrac{5}{2}}{\dfrac{1}{8}}$

Donde: $\boxed{\dfrac{F_{AB}}{F_{CB}} = 20}$

Resposta: 20

18 Na situação esquematizada na figura, os corpos P_1 e P_2 estão fixos nas posições indicadas e suas massas valem **8M** e **2M**, respectivamente.



Deve-se fixar no segmento que une P_1 a P_2 um terceiro corpo P_3, de massa **M**, de modo que a força resultante das ações gravitacionais dos dois primeiros sobre este último seja **nula**. Em que posição deve-se fixar P_3?

a) A. b) B. c) C. d) D. e) E.

Resolução:

Sendo d a distância entre as posições **d** e **P_1** e **P_3**, tem-se:

$F_{1,3} = F_{2,3}$

$G\,\dfrac{8\,M\cdot M}{d^2} = G\,\dfrac{2\,M\cdot M}{(6x - d)^2}$

$\left(\dfrac{d}{6x - d}\right)^2 = 4 \Rightarrow \dfrac{d}{6x - d} = 2$

$d = 12x - 2d \Rightarrow 3d = 12x$

$\boxed{d = 4\,x}$ (ponto D)

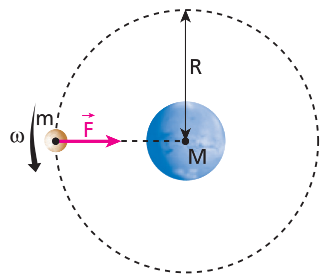
Resposta: d

19 E.R. Um satélite de massa **m** descreve uma órbita circular de raio **R** em torno de um planeta de massa **M**. Sendo **G** a Constante da Gravitação, responda:

a) Qual a velocidade angular **ω** do satélite?
b) O valor de **ω** depende de **m**?

Resolução:

a)



A força gravitacional $\vec{F}$ desempenha a função de **resultante centrípeta** no movimento circular e uniforme do satélite.

$$F = F_{cp}$$

Sendo $F = G\dfrac{M\,m}{R^2}$ e $F_{cp} = m\,\omega^2 R$, vem:

$$G\frac{M\,m}{R^2} = M\,\omega^2 R \Rightarrow \frac{G\,M}{R^3} = \omega^2$$

Donde: $\boxed{\omega = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R^3}}}$

b) O valor de **ω independe** de **m**.

Nota:

- Satélites diferentes percorrendo uma mesma órbita circular não colidem entre si, já que suas velocidades angulares são iguais.

20 (UEL-PR) O planeta Vênus descreve uma trajetória praticamente circular de raio $1,0 \cdot 10^{11}$ m ao redor do Sol. Sendo a massa de Vênus igual a $5,0 \cdot 10^{24}$ kg e seu período de translação 224,7 dias ($2,0 \cdot 10^7$ segundos), pode-se afirmar que a força exercida pelo Sol sobre Vênus é, em newtons, aproximadamente:

a) $5,0 \cdot 10^{22}$. b) $5,0 \cdot 10^{20}$. c) $2,5 \cdot 10^{15}$. d) $5,0 \cdot 10^{13}$. e) $2,5 \cdot 10^{11}$.

Resolução:

$F = F_{cp} \Rightarrow F = M\omega^2 R$

$$F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

Sendo $m = 5,0 \cdot 10^{24}$ kg, $T = 2,0 \cdot 10^7$s, $R = 1,0 \cdot 10^{11}$ e adotando-se $\pi \simeq 3,1$, obtém-se:

$$F = 5,0 \cdot 10^{24}\left(\frac{2 \cdot 3,1}{2,0 \cdot 10^7}\right) 1,0 \cdot 10^{11}\ (N)$$

Donde: $\boxed{F = 4,8 \cdot 10^{22}\ N}$

Resposta: a

21 (Fuvest-SP) Um satélite artificial move-se em órbita circular ao redor da Terra, ficando permanentemente sobre a cidade de Macapá.

a) Qual o período de revolução do satélite em torno da Terra?

b) Por que o satélite não cai sobre a cidade?

Resolução:

a) Trata-se de um satélite estacionário, por isso, seu período de translação é igual ao período de rotação da Terra:

$\boxed{T = 24\ h}$

b) Pelo fato de o satélite estar em movimento ao longo da órbita. Nesse caso, a força gravitacional aplicada pela Terra sobre ele desempenha a função de resultante centrípeta, servindo apenas para alterar a direção da velocidade vetorial.

Respostas: a) 24 h; b) Pelo fato de o satélite estar em movimento ao longo da órbita. Nesse caso, a força de atração gravitacional da Terra sobre ele desempenha a função de **resultante centrípeta**, servindo apenas para alterar a direção da velocidade vetorial.

22 Sabemos que a Constante da Gravitação vale, aproximadamente, $6,7 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg². Nessas condições, qual é a ordem de grandeza, em newtons, da força de atração gravitacional entre dois navios de 200 toneladas de massa cada um, separados por uma distância de 1,0 km?

a) 10^{-11}. b) 10^{-6}. c) 10^{-1}. d) 10^{5}. e) 10^{10}.

Resolução:

Lei de Newton:

$$F = G\frac{M_1 M_2}{d^2}$$

$$F = 6,7 \cdot 10^{-11}\frac{200 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^3}{(1,0 \cdot 10^3)^2}\ (N)$$

Donde: $\boxed{F \simeq 2,7 \cdot 10^{-6}\ N}$

Ordem de grandeza (potência de 10 mais proxima do resultado)**:** 10^{-6}

Resposta: b

23 “**Nasa quer construir base espacial próxima à Lua**

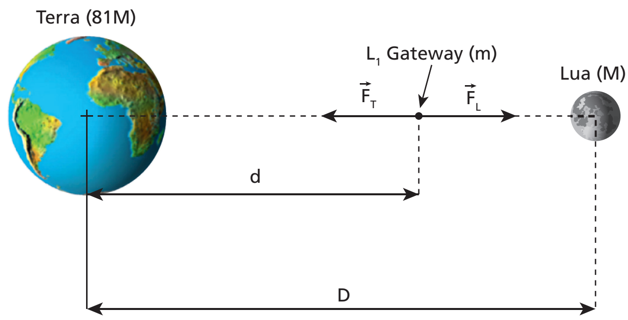
Embora a construção da Estação Espacial Internacional (EEI) ainda esteja longe de acabar, a NASA está fazendo de tudo para deixar claro que seu programa espacial tripulado não para por aí. Durante o Congresso Espacial Mundial, que começou na última quinta-feira e vai até sábado, em Houston, EUA, a agência espacial norte-americana apresentou o próximo item em sua lista de prioridades aeronáuticas: uma nova base no espaço. (...)

A base, apelidada de L_1 *Gateway*, ficaria mais de 800 vezes mais distante da Terra que a EEI. Sua localização seria no primeiro dos cinco pontos de Lagrange do sistema Terra-Lua (daí o “L_1” do nome). O ponto de Lagrange, nesse caso, é um local do espaço em que as gravidades da Terra e da Lua se compensam, fazendo com que um objeto ali colocado fique mais ou menos no mesmo lugar (com relação à Terra e à Lua) o tempo todo. (...)”

(*Folha de S.Paulo*, 15/10/02)

Considere que a massa da Terra seja cerca de 81 vezes a massa da Lua. Sendo **D** a distância entre os centros de massa desses dois corpos celestes, a distância **d** entre o local designado para a base L_1 *Gateway* e o centro da Terra deve corresponder a que porcentagem de **D**?

Resolução:



No ponto de equilíbrio gravitacional: $F_L = F_T$

$$G\frac{M\ m}{(D-d)^2} = G\frac{81\ M\ m}{d^2} \Rightarrow \left(\frac{d}{D-d}\right)^2 = 81$$

$$\frac{d}{D-d} = 9 \Rightarrow d = 9\ D - 9\ d \Rightarrow 10\ d = 9\ D$$

$d = 0,90\ D \Rightarrow \boxed{d = 90\%\ D}$

Resposta: 90% D

24 E.R. Considere um satélite estacionário de massa $m = 3,5 \cdot 10^2$ kg descrevendo uma órbita circular de centro coincidente com o centro da Terra, admitida esférica, com raio $R = 6,4 \cdot 10^6$ m. Supondo conhecidas a massa do planeta ($M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg) e a Constante da Gravitação ($G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N m²/kg²), calcule:

a) a que altura em relação ao solo terrestre, em km, encontra-se o satélite;
b) a intensidade da sua velocidade de translação ao longo da órbita em km/s.

Resolução:

a) A força de atração gravitacional exercida pela Terra sobre o satélite desempenha a função de **resultante centrípeta** no movimento circular e uniforme descrito por ele.

$$F = F_{cp}$$

$$G\,\frac{M\,m}{d^2} = m\,\omega^2 d$$

Sendo $\omega = \frac{2\pi}{T}$, vem:

$$\frac{G\,M}{d^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 d \Rightarrow G\,M = \frac{4\pi^2}{T^2}\,d^3$$

Donde: $\boxed{d = \sqrt[3]{\frac{G\,M\,T^2}{4\pi^2}}}$

Sabendo que $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m²/kg², $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg e $T = 24$ h = = 86 400 s, calculemos **d**, que é o raio da órbita do satélite:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24} \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2}{4\pi^2}}\ (m)$$

$$d \simeq 42{,}3 \cdot 10^6\ m$$

A altura **h** do satélite em relação ao solo terrestre fica, então, determinada por:

$$h = d - R \Rightarrow h = 42{,}3 \cdot 10^6 - 6{,}4 \cdot 10^6$$

$$h = 35{,}9 \cdot 10^6\ m \Rightarrow \boxed{h \simeq 36 \cdot 10^3\ km}$$

b) Chamando de **v** a intensidade da velocidade de translação do satélite ao longo da órbita, temos:

$$v = \frac{2\pi\,d}{T} \Rightarrow v = \frac{2\pi \cdot 42{,}3 \cdot 10^3}{86\,400}\ (km/s)$$

$$\boxed{v \simeq 3{,}1\ km/s}$$

Nota:
- Tanto **h** como **v** independem da massa **m** do satélite.

25 Pretende-se colocar um satélite em órbita circular em torno da Terra, a uma altitude de 270 km acima da superfície terrestre. Sendo conhecidas a Constante da Gravitação ($G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m²/kg²), a massa da Terra ($M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg) e o raio do planeta ($R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m), determine:
a) a intensidade da velocidade linear que o satélite manterá ao longo da órbita;
b) o período de revolução do satélite.

Resolução:

a) $F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m\,v^2}{d} = G\,\frac{M\,m}{d^2}$

$$v = \sqrt{\frac{G\,M}{d}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\,M}{R + h}}$$

Sendo $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}$ N m²/kg², $M = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m e $h = 270 \cdot 10^3$ m, obtém-se:

$$v = \sqrt{\frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}0 \cdot 10^{24}}{6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}27 \cdot 10^6}}\ (m/s)$$

$$\boxed{v \simeq 7{,}8 \cdot 10^3\ m/s = 7{,}8\ km/s}$$

b) $v = \frac{2\,\pi\,d}{T} \Rightarrow T = \frac{2\,\pi\,(R + h)}{v}$

$$T = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 + 0{,}27 \cdot 10^6)}{7{,}8 \cdot 10^3}\ (s)$$

$$\boxed{T \simeq 5{,}4 \cdot 10^3\ s \simeq 89\ min\ 33s}$$

Respostas: a) 7,8 km/s; b) 89 min 33s

26 Considere o raio médio da órbita de Plutão (planeta-anão) cem vezes maior que o raio médio da órbita de Mercúrio e 40 vezes maior que o raio médio da órbita da Terra. Sabendo que a duração aproximada do ano de Mercúrio é de três meses terrestres e que a velocidade orbital da Terra tem intensidade igual a 30 km/s, determine:
a) a duração do ano de Plutão expressa em anos terrestres;
b) a intensidade da velocidade orbital de Plutão.

Resolução:

a) $\frac{R_P^3}{T_P^2} = \frac{R_M^3}{T_M^2} \Rightarrow T_P^2 = \left(\frac{R_P}{R_M}\right)^3 T_M^2$

$$T_P^2 = \left(\frac{100\ R_M}{R_M}\right)^3 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow \boxed{T_P = 250\ anos}$$

b) $F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M\ m}{R^2} = \frac{m\ v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\ M}{R}}$

$$\frac{v_P}{v_T} = \sqrt{\frac{G\ M}{R_P}\,\frac{R_T}{G\ M}} \Rightarrow \frac{v_P}{30} = \sqrt{\frac{R_T}{40\ R_T}}$$

$$\boxed{v_P \simeq 4{,}7\ km/s}$$

Respostas: a) 250 anos; b) ≃ 4,7 km/s

27 (UFRJ) A tabela abaixo ilustra uma das leis do movimento dos planetas: a razão entre o cubo da distância média **D** de um planeta ao Sol e o quadrado do seu período de revolução **T** em torno do Sol é constante (3ª Lei de Kepler). O período é medido em anos e a distância em unidades astronômicas (UA). A unidade astronômica é igual à distância média entre o Sol e a Terra. Suponha que o Sol esteja no centro comum das órbitas circulares dos planetas.

Planeta	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno
T²	0,058	0,378	1,00	3,5	141	868
D³	0,058	0,378	1,00	3,5	141	868

Um astrônomo amador supõe ter descoberto um novo planeta no Sistema Solar e o batiza como planeta **X**. O período estimado do planeta **X** é de 125 anos. Calcule:
a) a distância do planeta **X** ao Sol em UA;
b) a razão entre o módulo da velocidade orbital do planeta **X** e o módulo da velocidade orbital da Terra.

Resolução:

a) $\frac{D_x^3}{T_x^2} = \frac{D_T^3}{T_T^2} \Rightarrow D_x^3 = \left(\frac{T_x}{T_T}\right)^2 D_T^3$

$$D_x^3 = \left(\frac{125}{1}\right)^2 1^3$$

$$\boxed{D_x = 25\ UA}$$

b) $F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m\ v^2}{D} = G \cdot \frac{M\ m}{D^2}$

$$v = \sqrt{\frac{G\ M}{D}}$$

$$\frac{v_x}{v_T} = \frac{\sqrt{\frac{G\ M}{D_x}}}{\sqrt{\frac{G\ M}{D_T}}} = \sqrt{\frac{D_T}{D_x}}$$

$$\frac{v_x}{v_T} = \sqrt{\frac{1}{25}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_x}{v_T} = \frac{1}{5}}$$

Respostas: a) 25 UA; b) $\frac{1}{5}$

28 (Fuvest-SP) Um anel de Saturno é constituído por partículas girando em torno do planeta em órbitas circulares.

a) Em função da massa **M** do planeta, da Constante da Gravitação Universal **G** e do raio de órbita **r**, calcule a intensidade da velocidade orbital de uma partícula do anel.

b) Sejam R_i o raio interno e R_e o raio externo do anel. Qual a razão entre as velocidades angulares ω_i e ω_e de duas partículas, uma da borda interna e outra da borda externa do anel?

Resolução:

a) $F = F_{cp} \Rightarrow G\dfrac{M\ m}{r^2} = \dfrac{m\ v^2}{r} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\dfrac{G\ M}{r}}}$

b) $\dfrac{v_i}{v_e} = \sqrt{\dfrac{G\ M}{R_i}\dfrac{R_e}{G\ M}} \Rightarrow \dfrac{\omega_i\ R_i}{\omega_e\ R_e} = \sqrt{\dfrac{R_e}{R_i}}$

$$\frac{\omega_i}{\omega_e} = \sqrt{\frac{R_e^3}{R_i^3}} \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_i}{\omega_e} = \left(\frac{R_e}{R_i}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Respostas: a) $v = \sqrt{\dfrac{G\ M}{r}}$; b) $\dfrac{\omega_i}{\omega_e} = \left(\dfrac{R_e}{R_i}\right)^{\frac{3}{2}}$

29 Leia com atenção os quadrinhos abaixo:

Considere as proposições apresentadas a seguir:

(01) Num planeta em que a aceleração da gravidade for menor que a da Terra, o gato Garfield apresentará um peso menor.

(02) Num planeta em que a aceleração da gravidade for menor que a da Terra, o gato Garfield apresentará uma massa menor.

(04) Num planeta de massa maior que a da Terra, o gato Garfield apresentará um peso maior.

(08) Num planeta de raio maior que o da Terra, o gato Garfield apresentará um peso menor.

(16) Num planeta de massa duas vezes maior que a da Terra e de raio duas vezes maior que o terrestre, o gato Garfield apresentará um peso equivalente à metade do apresentado na Terra.

(32) O peso do gato Garfield será o mesmo, independentemente do planeta para onde ele vá.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.
O peso tem intensidade diretamente proporcional ao módulo da aceleração da gravidade.
$P = m\,g$

(02) Incorreta.
A massa de um corpo não se altera quando ele muda de planeta.

(04) Incorreta.
O módulo da aceleração da gravidade de um planeta depende da sua massa e do seu raio.
$g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$

(08) Incorreta.

(16) Correta.

$$\frac{P}{P_0} = \frac{mg}{mg_0} = \frac{G\frac{2\,M}{(2R)^2}}{G\frac{M}{R^2}}$$

Donde: $\boxed{P = \dfrac{P_0}{2}}$

(32) Incorreta.

Resposta: 17

30 **E.R.** Sabe-se que a massa da Terra é cerca de 81 vezes a massa da Lua e que o raio da Terra é aproximadamente 3,7 vezes o da Lua. Desprezando os efeitos ligados à rotação, calcule o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Lua (g_L) em função do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra (g_T).

Resolução:

Podemos calcular g_L por:

$$g_L = G\frac{M_L}{R_L^2} \qquad \text{(I)}$$

Podemos calcular g_T por:

$$g_T = G\frac{M_T}{R_T^2} \qquad \text{(II)}$$

Dividindo as equações (I) e (II), vem:

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{G\frac{M_L}{R_L^2}}{G\frac{M_T}{R_T^2}} \Rightarrow \frac{g_L}{g_T} = \frac{M_L}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2$$

Sendo $M_T = 81M_L$ e $R_T = 3{,}7R_L$, vem:

$$\frac{g_L}{g_T} = \frac{1}{81}(3{,}7)^2 \Rightarrow \boxed{g_L \simeq \frac{1}{6}\,g_T}$$

Na superfície lunar, o módulo da aceleração da gravidade é aproximadamente um sexto daquele determinado na superfície terrestre.

31 Em um planeta **X**, onde a aceleração da gravidade tem intensidade 4,0 m/s², uma pessoa pesa 240 N. Adotando para a aceleração da gravidade terrestre o valor 10 m/s², responda: qual a massa e qual o peso da pessoa na Terra?

Resolução:

Em X: $P_x = m\,g_x$

$240 = m\,4{,}0 \Rightarrow \boxed{m = 60\text{ kg}}$

Na Terra: $P_T = m\,g_T$

$P_T = 60 \cdot 10$ (N)

$\boxed{P_T = 600\text{ N}}$

Respostas: 60 kg e 600 N

32 Um planeta hipotético tem massa um décimo da terrestre e raio um quarto do da Terra. Se a aceleração da gravidade nas proximidades da superfície terrestre vale 10 m/s², a aceleração da gravidade nas proximidades da superfície do planeta hipotético é de:

a) 20 m/s²;
b) 16 m/s²;
c) 10 m/s²;
d) 6,0 m/s²;
e) 4,0 m/s².

Resolução:

$$g_P = G\,\frac{M_P}{R_P^2} = G\,\frac{\dfrac{M_T}{10}}{\left(\dfrac{R_T}{4}\right)^2}$$

$$g_P = \frac{16}{10}\,G\,\frac{M_T}{R_T^2} = 1{,}6\,g_T$$

$g_P = 1{,}6 \cdot 10$ (m/s²) $\Rightarrow \boxed{g_P = 16\text{ m/s}^2}$

Resposta: b

33 Na Terra, onde a aceleração da gravidade vale 10 m/s², um astronauta vestido com seu traje espacial pesa $2{,}0 \cdot 10^3$ N. Sabendo que o diâmetro de Marte é a metade do da Terra e que a massa de Marte é um décimo da terrestre, determine:

a) a massa do conjunto astronauta-traje em Marte;
b) o peso do conjunto astronauta-traje em Marte.

Resolução:

a) **Na Terra:** $P_T = m\,g_T$

$2{,}0 \cdot 10^3 = m\,10 \Rightarrow \boxed{m = 2{,}0 \cdot 10^2\text{ kg}}$

b) (I) **Em Marte:** $g_M = \dfrac{G\,\dfrac{M_T}{10}}{\left(\dfrac{R_T}{2}\right)^2} = \dfrac{4}{10}\,G\,\dfrac{M_T}{R_T^2}$

$$g_M = \frac{4}{10}\,g_T = \frac{4}{10} \cdot 10\text{ (m/s}^2)$$

$\boxed{g_M = 4{,}0\text{ m/s}^2}$

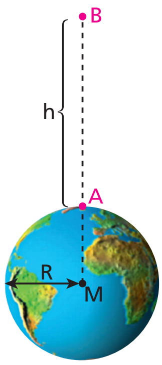
$P_M = m\,g_M \Rightarrow P_M = 2{,}0 \cdot 10^2 \cdot 4{,}0$ (N)

$\boxed{P_M = 8{,}0 \cdot 10^2\text{ N}}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^2$ kg; b) $8{,}0 \cdot 10^2$ N

34 **E.R.** Admita que, na superfície terrestre, desprezados os efeitos ligados à rotação do planeta, a aceleração da gravidade tenha intensidade g_0. Sendo **R** o raio da Terra, a que altitude a aceleração da gravidade terá intensidade $\dfrac{g_0}{16}$?

Resolução:



No ponto A: $g_0 = G\,\dfrac{M}{R^2}$ (I)

No ponto B: $\dfrac{g_0}{16} = G\,\dfrac{M}{(R+h)^2}$ (II)

(I) em (II): $\dfrac{1}{16}\,G\,\dfrac{M}{R^2} = G\,\dfrac{M}{(R+h)^2}$

$$\left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = 16 \Rightarrow R + h = 4R$$

$\boxed{h = 3\,R}$

35 (Ufal) Para que a aceleração da gravidade num ponto tenha intensidade de 1,1 m/s² (nove vezes menor que na superfície da Terra), a distância desse ponto à superfície terrestre deve ser:

a) igual ao raio terrestre.
b) o dobro do raio terrestre.
c) o triplo do raio terrestre.
d) o sêxtuplo do raio terrestre.
e) nove vezes o raio terrestre.

Resolução:

Na superfície: $g_0 = G\,\dfrac{M}{R^2}$ (I)

No ponto considerado:

$$\frac{g_0}{g} = G\,\frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow g_0 = g\,\frac{M}{(R+h)^2} \quad \text{(II)}$$

Comparando-se (I) e (II), vem:

$$G\,\frac{M}{R^2} = g\,\frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow \left(\frac{R+h}{R}\right)^2 = g$$

$R + h = 3R \Rightarrow \boxed{h = 2\,R}$

Resposta: b

36 Admita que, na superfície terrestre, desprezados os efeitos ligados à rotação do planeta, a aceleração da gravidade tenha intensidade 10 m/s². Sendo o raio da Terra aproximadamente igual a 6 400 km, a que altitude a aceleração da gravidade terá intensidade 0,40 m/s²?

Resolução:

Na superfície: $g_0 = G\dfrac{M}{R^2}$ (I)

No ponto considerado:

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2} \quad \text{(II)}$$

Dividindo-se (II) por (I), vem:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{G\dfrac{M}{(R+h)^2}}{G\dfrac{M}{R^2}} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$\frac{0{,}40}{10} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

$$0{,}20 = \frac{R}{R+h} \Rightarrow R + h = 5\,R$$

$$h = 4\,R = 4 \cdot 6400 \text{ (km)}$$

$$h = 25\,600 \text{ km}$$

Resposta: 25 600 km

37 (Vunesp-SP) Um astronauta flutua no interior de uma nave em órbita em torno da Terra. Isso ocorre porque naquela altura:

a) não há gravidade.
b) a nave exerce uma blindagem à ação gravitacional da Terra.
c) existe vácuo.
d) o astronauta e a nave têm aceleração igual à da gravidade, isto é, estão numa espécie de "queda livre".
e) o campo magnético terrestre equilibra a ação gravitacional.

Resposta: d

38 (UCDB-MT) Em julho de 1997, a sonda norte-americana *Mars Pathfinder* chegou a Marte para uma nova exploração das condições do planeta. Nessa ocasião, os jornais publicaram comparações entre a Terra e Marte. Numa matéria publicada no jornal *Folha de S.Paulo*, verifica-se que o raio de Marte é 53% do raio da Terra e a massa de Marte é 11% da massa da Terra. Partindo desses dados e considerando que a aceleração da gravidade na Terra é 10 m/s², podemos concluir que a aceleração da gravidade na superfície de Marte, em m/s², é um valor mais próximo de:

a) 2,0. b) 3,0. c) 4,0 d) 5,0. e) 6,0.

Resolução:

Em Marte: $g_M = G\dfrac{M_M}{R_M^2}$

Na Terra: $g_T = G\dfrac{M_T}{R_T^2}$

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{M_M}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_M}\right)^2$$

$$\frac{g_M}{10} = \frac{0{,}11\ M_T}{M_T}\left(\frac{R_T}{0{,}53\ R_T}\right)^2$$

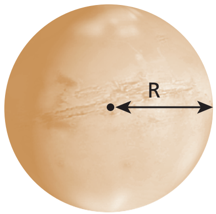
$$\boxed{g_M \simeq 3{,}91 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: c

39 **E.R.** Um planeta perfeitamente esférico **A** tem raio R_A e densidade absoluta μ_A, enquanto outro planeta **B**, também perfeitamente esférico, tem raio $5R_A$ e densidade absoluta $2\mu_A$. Sendo g_A o módulo da aceleração da gravidade na superfície de **A** e g_B o módulo da aceleração da gravidade na superfície de **B**, calcule a relação g_B/g_A. Despreze os efeitos ligados às rotações de **A** e de **B**.

Resolução:

Considere um planeta esférico genérico de massa **M**, raio **R**, volume **V** e densidade absoluta **μ**.



Massa **M**; volume **V**.

A densidade absoluta do planeta pode ser expressa por:

$$\mu = \frac{M}{V}$$

Sendo $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (volume da esfera), vem:

$$\mu = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow M = \frac{4}{3}\pi \mu R^3 \qquad \text{(I)}$$

O módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta é calculado por:

$$g = G\frac{M}{R^2} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$g = G\frac{\frac{4}{3}\pi \mu R^3}{R^2} \Rightarrow \boxed{g = \frac{4}{3}\pi G \mu R}$$

Para o planeta **B**, temos:

$$g_B = \frac{4}{3}\pi G\, 2\mu_A\, 5R_A \qquad \text{(III)}$$

Para o planeta **A**, temos:

$$g_A = \frac{4}{3}\pi G \mu_A R_A \qquad \text{(IV)}$$

Dividindo (III) por (IV), obtemos:

$$\frac{g_B}{g_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi G\, 2\mu_A\, 5R_A}{\frac{4}{3}\pi G \mu_A R_A} \Rightarrow \boxed{\frac{g_B}{g_A} = 10}$$

40 A aceleração da gravidade na superfície de um planeta hipotético, suposto esférico, vale 16 m/s². Se o volume do planeta for multiplicado por oito, mantida a mesma massa, qual será a nova aceleração da gravidade na sua superfície? Despreze os efeitos ligados à rotação.

Resolução:

(I) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$$\frac{V'}{V} = \left(\frac{R'}{R}\right)^3 \Rightarrow \frac{8\ V}{V} = \left(\frac{R'}{R}\right)^3 \Rightarrow \boxed{R' = 2\ R}$$

(II) $g = G\dfrac{M}{R^2}$

(III) $$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{16} = \left(\frac{R}{2\ R}\right)^2 \Rightarrow \boxed{g' = 4{,}0 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: 4,0 m/s²

41 Dois planetas esféricos P_1 e P_2 têm raios respectivamente iguais a **R** e **5R**. Desprezados os efeitos ligados às rotações, verifica-se que a intensidade da aceleração da gravidade na superfície de P_1 é g_0 e na superfície de P_2 é 10 g_0. Qual a relação entre as densidades absolutas de P_1 e P_2?

Resolução:

$$\mu = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi \mu R^3 \qquad \text{(I)}$$

$$g = G\frac{M}{R^2} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$g = G\frac{\frac{4}{3}\pi \mu R^3}{R^2}$$

Donde: $\boxed{g = \frac{4}{3}\pi \mu R}$

Planeta P_1:

$$g_0 = \frac{4}{3}\pi G \mu_1 R \qquad \text{(III)}$$

Planeta P_2:

$$10\ g_0 = \frac{4}{3}\pi G \mu_2\ 5\ R \qquad \text{(IV)}$$

Dividindo-se (III) por (IV), vem:

$$\frac{g_0}{10\ g_0} = \frac{\frac{4}{3}\pi G \mu_1 R}{\frac{4}{3}\pi G \mu_2\ 5\ R}$$

Da qual: $\boxed{\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{1}{2}}$

Resposta: $\frac{1}{2}$

42 E.R. (Fuvest-SP) Recentemente Plutão foi "rebaixado", perdendo sua classificação como planeta. Para avaliar os efeitos da gravidade em Plutão, considere suas características físicas, comparadas com as da Terra, que estão apresentadas, com valores aproximados, no quadro a seguir.

Massa da Terra (M_T) = 500 × Massa de Plutão (M_P)
Raio da Terra (R_T) = 5 × Raio de Plutão (R_P)

Note e adote:
$F = \frac{GMm}{R^2}$
Peso = mg
Intensidade da aceleração da gravidade na Terra: $g_T = 10\ m/s^2$

a) Determine o peso, na superfície de Plutão (P_P), de uma massa que na superfície da Terra pesa 40 N (P_T = 40 N).
b) Estime a altura máxima **H**, em metros, que uma bola, lançada verticalmente com velocidade **V**, atingiria em Plutão. Na Terra, essa mesma bola, lançada com a mesma velocidade, atinge uma altura h_T = 1,5 m.

Resolução:

a) Desprezando-se os efeitos de rotação, temos:

$$P = F \Rightarrow mg = \frac{GMm}{R^2}$$

Donde: $\boxed{g = G\frac{M}{R^2}}$

Em Plutão: $g_P = G\frac{M_P}{R_P^2}$ (I)

Na Terra: $g_T = G\frac{M_T}{R_T^2}$ (II)

Dividindo (I) e (II) membro a membro:

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{G\frac{M_P}{R_P^2}}{G\frac{M_T}{R_T^2}} \Rightarrow \frac{g_P}{g_T} = \frac{M_P}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_P}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_P}{10} = \frac{M_P}{500\ M_P}\left(\frac{5R_P}{R_P}\right)^2$$

Donde: $\boxed{g_P = 0{,}5\ m/s^2}$

Em Plutão: $P_P = mg_P$ (III)

Na Terra: $P_T = mg_T$ (IV)

Dividindo-se (III) e (IV) membro a membro:

$$\frac{P_P}{P_T} = \frac{mg_P}{mg_T} \Rightarrow \frac{P_P}{P_T} = \frac{g_P}{g_T} \Rightarrow \frac{P_P}{40} = \frac{0{,}5}{10}$$

Donde: $\boxed{P_P = 2{,}0\ N}$

b) Movimento uniformemente variado:

$$V^2 = V_0^2 + 2\alpha\,\Delta s$$

Na subida: $0 = V_0^2 + 2(-g)H$

$$\boxed{H = \frac{V_0^2}{2g}}$$

Em Plutão: $H_P = \frac{V_0^2}{2g_P}$ (V)

Na Terra: $H_T = \frac{V_0^2}{2g_T}$ (VI)

Dividindo-se (V) e (VI) membro a membro:

$$\frac{H_P}{H_T} = \frac{\frac{V_0^2}{2g_P}}{\frac{V_0^2}{2g_T}} \Rightarrow \frac{H_P}{H_T} = \frac{g_T}{g_P} \Rightarrow \frac{H_P}{1{,}5} = \frac{10}{0{,}5} \Rightarrow \boxed{H_P = 30\ m}$$

43 (IME-RJ) Um astronauta com seu traje espacial e completamente equipado pode dar pulos verticais e atingir, na Terra, alturas máximas de 0,50 m. Determine as alturas máximas que esse mesmo astronauta poderá atingir pulando num outro planeta de diâmetro igual a um quarto do da Terra e massa específica equivalente a dois terços da terrestre. Admita que nos dois planetas o astronauta imprima aos saltos a mesma velocidade inicial.

Resolução:

(I) $g = \frac{4}{3}\pi G \mu R$

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{\mu_P\ R_P}{\mu_T\ R_T} \Rightarrow \frac{g_P}{g_T} = \frac{\frac{2}{3}\mu_T\ \frac{1}{4}R_T}{\mu_T\ R_T} \Rightarrow \boxed{g_P = \frac{1}{6}\ g_T}$$

(II) **MUV:** $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s$

$$0 = v_0^2 + 2\ (-g)\ H \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2\ g}$$

$$\frac{H_P}{H_T} = \frac{v_0^2}{2\ g_P} \cdot \frac{2\ g_T}{v_0^2} \Rightarrow \frac{H_P}{0{,}50} = \frac{6\ g_P}{g_P} \Rightarrow \boxed{H_P = 3{,}0\ \text{m}}$$

Resposta: 3,0 m

44 Um meteorito adentra o campo gravitacional terrestre e, sob sua ação exclusiva, passa a se mover de encontro à Terra, em cuja superfície a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s². Calcule o módulo da aceleração do meteorito quando ele estiver a uma altitude de nove raios terrestres.

Resolução:

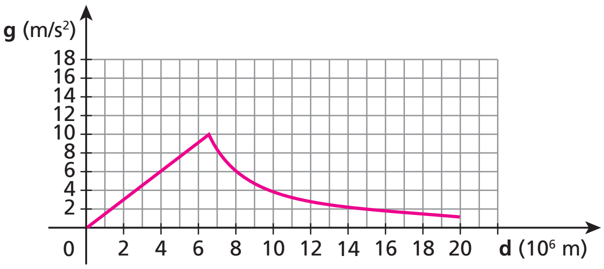
$$a = g \Rightarrow a = G\ \frac{M}{(R + h)^2}$$

$$a = G\ \frac{M}{(R + 9\ R)^2} \Rightarrow a = \frac{1}{100}\ G\ \frac{M}{R^2}$$

$$a = \frac{1}{100}\ g_0 \Rightarrow a = \frac{10}{100}\ (\text{m/s}^2) \Rightarrow \boxed{a = 0{,}10\ \text{m/s}^2}$$

Resposta: 0,10 m/s²

45 (Fuvest-SP) O gráfico da figura a seguir representa a aceleração da gravidade **g** da Terra em função da distância **d** ao seu centro.



Considere uma situação hipotética em que o valor do raio R_T da Terra seja diminuído para R', sendo $R' = 0{,}8R_T$, e em que seja mantida (uniformemente) sua massa total. Nessas condições, os valores aproximados das acelerações da gravidade g_1 à distância R' e g_2 a uma distância igual a R_T do centro da "Terra hipotética" são, respectivamente:

	g_1 (m/s²)	g_2 (m/s²)
a)	10	10
b)	8	6,4
c)	6,4	4,1
d)	12,5	10
e)	15,6	10

Resolução:

(I) $$\frac{g_1}{g_T} = \frac{G\ \dfrac{M}{(R')^2}}{G\ \dfrac{M}{R_T^2}} = \left(\frac{R_T}{R'}\right)^2$$

$$\frac{g_1}{10} = \left(\frac{R_T}{0{,}8\ R_T}\right)^2 \Rightarrow \boxed{g_1 \simeq 15{,}6\ \text{m/s}^2}$$

(II) $g_2 = g_T \Rightarrow \boxed{g_2 = 10\ \text{m/s}^2}$

Resposta: e

46 E.R. Admita que a aceleração da gravidade nos polos da Terra tenha intensidade 10 m/s² e que o raio terrestre valha $6{,}4 \cdot 10^6$ m. Chamemos de ω_0 a velocidade angular de rotação do planeta nas circunstâncias atuais. Se a velocidade angular de rotação da Terra começasse a crescer a partir de ω_0, estabelecer-se-ia um valor $\boldsymbol{\omega}$ para o qual os corpos situados na linha do Equador apresentariam peso nulo.

a) Qual o valor de $\boldsymbol{\omega}$? Responda em função de ω_0.
b) Qual seria a duração do dia terrestre caso a velocidade angular de rotação do planeta fosse igual a $\boldsymbol{\omega}$?

Resolução:

a) O período atual de rotação da Terra é $T_0 = 24\ \text{h} = 86\,400$ s.
Logo:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{86\,400}\ (\text{rad/s})$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{\pi}{43\,200}\ (\text{rad/s})} \qquad \text{(I)}$$

A intensidade (aparente) da aceleração da gravidade na linha do Equador é g_e, dada por:

$$g_e = G\ \frac{M}{R^2} - \omega^2\ R \quad \text{ou} \quad g_e = g_0 - \omega^2\ R$$

No caso em que g_e anula-se, vem:

$$0 = g_0 - \omega^2\ R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g_0}{R}}$$

Sendo $g_0 = 10$ m/s² e $R = 6{,}4 \cdot 10^6$ m, calculemos $\boldsymbol{\omega}$.

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{6{,}4 \cdot 10^6}}\ (\text{rad/s}) \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{800}\ (\text{rad/s})} \qquad \text{(II)}$$

De (I) e (II), temos: $$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\dfrac{1}{800}}{\dfrac{\pi}{43\,200}} \Rightarrow \boxed{\omega \simeq 17\ \omega_0}$$

b) $$\omega \simeq 17\omega_0 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} \simeq 17 \cdot \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T \simeq \frac{T_0}{17} \Rightarrow T \simeq \frac{24\ \text{h}}{17}$$

$$\boxed{T \simeq 1{,}4\ \text{h} \simeq 1\ \text{h}\ 25\ \text{min}}$$

47 Chamemos de I_1 e I_2 as indicações de um dinamômetro ideal para o peso de um mesmo corpo no Equador e no Polo Sul, respectivamente.
Nas duas medições, o corpo é dependurado no dinamômetro e o conjunto é mantido em repouso em relação ao solo.
Supondo conhecidos o raio da Terra (**R**), sua velocidade angular de rotação ($\boldsymbol{\omega}$) e a massa do corpo (**m**), calcule o valor da diferença $I_2 - I_1$.

Resolução:

No Equador: $m\ \ \omega^2\ \ R + I_1 = G\ \dfrac{M\ \ m}{R^2}$

Da qual: $$\boxed{I_1 = G\ \frac{M\ \ m}{R^2} - m\ \ \omega^2\ \ R}$$

No polo sul: $\boxed{I_2 = G\,\dfrac{M\,m}{R^2}}$

Fazendo $I_2 - I_1$, temos: $\boxed{I_2 - I_1 = m\,\omega^2\,R}$

Resposta: $m\,\omega^2\,R$

48 (Fatec-SP) As quatro estações do ano podem ser explicadas:

a) pela rotação da Terra em torno de seu eixo.
b) pela órbita elíptica descrita pela Terra em torno do Sol.
c) pelo movimento combinado de rotação e translação da Terra.
d) pela inclinação do eixo principal da Terra durante a translação.
e) pelo movimento de translação da Terra.

Resolução:
A Terra apresenta três movimentos principais: **translação**, **rotação** e **precessão**, que consiste de o semieixo imaginário em torno do planeta executar um movimento semelhante ao do eixo de um pião. É devido a esse movimento que ocorrem as quatro estações do ano.

Resposta: d

49 Um planeta orbita uma estrela, descrevendo trajetória circular ou elíptica. O movimento desse planeta em relação à estrela:

a) não pode ser uniforme;
b) pode ser uniformemente variado;
c) pode ser harmônico simples;
d) tem características que dependem de sua massa, mesmo que esta seja desprezível em relação à da estrela;
e) tem aceleração exclusivamente centrípeta em pelo menos dois pontos da trajetória.

Resolução:
Se a trajetória for circular, a aceleração será exclusivamente centrípeta ao longo de toda a circunferência e, se for elíptica, a aceleração será exclusivamente centrípeta apenas no afélio e no periélio.

Resposta: e

50 (Olimpíada Brasileira de Física) Considere que a órbita da Terra em torno do Sol seja circular e que esse movimento possua período **T**. Sendo **t** o tempo médio que a luz do Sol leva para chegar à Terra e **c** o módulo da velocidade da luz no vácuo, o valor estimado da massa do Sol é:

a) $\dfrac{G}{4\pi^2}\,\dfrac{(c\,t)^3}{T^2}$.
b) $\dfrac{4\pi^2}{G}\,\dfrac{(c\,t)^3}{T^2}$.
c) $\dfrac{G}{4\pi^2}\,\dfrac{(c\,T)^3}{t^2}$.
d) $\dfrac{4\pi^2}{G}\,\dfrac{(c\,T)^3}{t^2}$.
e) $\dfrac{G}{4\pi^2}\,\dfrac{(c\,t)^2}{T^3}$.

Resolução:

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M\,m}{d^2} = m\,\omega^2\,d$$

$$M = \left(\frac{2\,\pi}{T}\right)^2\,\frac{d^3}{G}$$

Donde: $M = \dfrac{4\,\pi^2}{G}\,\dfrac{d^3}{T^2}$ (I)

Movimento uniforme da luz:

$c = \dfrac{d}{t} \Rightarrow d = c\,t$ (II)

Substituindo (II) em (I), temos:

$$\boxed{M = \frac{4\,\pi^2}{G}\,\frac{(c\,t)^3}{T^2}}$$

Resposta: b

51 (Fuvest-SP) Se fosse possível colocar um satélite em órbita rasante em torno da Terra, o seu período seria **T**. Sendo **G** a Constante de Gravitação universal, expresse a massa específica média (densidade média) da Terra em função de **T** e **G**.

Resolução:

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M\,m}{R^2} = \frac{m\,v^2}{R}$$

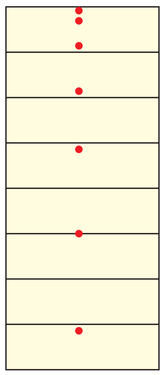
$$v_2 = \frac{G\,M}{R} \Rightarrow \left(\frac{2\,\pi\,R}{T}\right)^2 = \frac{G\,M}{R}$$

$$\frac{4\,\pi^2}{T^2} = \frac{G\,M}{R^3} \Rightarrow = \frac{\pi}{G\,T^2} = \frac{M}{\underbrace{\frac{4}{3}\,\pi\,R^3}_{\text{Volume V da esfera}}}\,\frac{1}{3}$$

Do qual: $\mu = \dfrac{M}{V} \Rightarrow \boxed{\dfrac{3\,\pi}{G\,T^2}}$

Resposta: $\dfrac{3\,\pi}{G\,T^2}$

52 (Faap-SP) Em um planeta, um astronauta faz o seguinte experimento: abandona uma bola na frente de uma tela vertical, que possui marcadas linhas horizontais, separadas por 50 cm; simultaneamente, é acionada uma máquina fotográfica de *flash*-múltiplo, sendo o intervalo entre os *flashes* de 0,10 s. A partir da fotografia da queda da bola, indicada na figura, o astronauta calcula a razão entre a massa do planeta e a da Terra, pois ele sabe que o raio do planeta é o triplo do terrestre. Qual é o valor encontrado?
Dado: aceleração da gravidade na Terra = 10 m/s²



Resolução:

(I) MUV: $h = g_P\,\dfrac{t^2}{2} \Rightarrow 2{,}5 = g_P\,\dfrac{(0{,}5)^2}{2} \Rightarrow \boxed{g_P = 20\ \text{m/s}^2}$

(II) $g = G\,\dfrac{M}{R^2} \Rightarrow M = \dfrac{g\,R^2}{G}$

$$\frac{M_P}{M_T} = \frac{\dfrac{g_P\,R_P^2}{G}}{\dfrac{g_T\,R_T^2}{G}} \Rightarrow \frac{M_P}{M_T} = \frac{g_P}{g_T}\left(\frac{R_P}{R_T}\right)^2$$

$$\frac{M_P}{M_T} = \frac{20}{10}\left(\frac{3\,R_T}{R_T}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{M_P}{M_T} = 18}$$

Resposta: $\dfrac{M_P}{M_T} = 18$

53 Um astronauta abandonou uma bolinha de aço a partir de um ponto situado a uma altura **H** em relação ao solo, na Terra e em Vênus. No primeiro caso, o intervalo de tempo gasto na queda foi de 1,0 s e, no segundo caso, foi igual a **T**. Sabe-se que a massa de Vênus vale aproximadamente 0,04 M e que seu diâmetro é da ordem de 0,4 D, em que **M** e **D** são, respectivamente, a massa e o diâmetro da Terra. Desprezando os efeitos ligados à rotação dos planetas, calcule o valor de **T**.

Resolução:

(I) $g = G\ \dfrac{M}{R^2}$

$$\frac{g_V}{g_T} = \frac{M_V}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_V}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_V}{g_T} = \frac{0{,}04\ \ M_T}{M_T}\left(\frac{R_T}{0{,}4\ \ R_T}\right)^2$$

$$\boxed{g_V = 0{,}25\ \ g_T}$$

(II) MUV: $h = \dfrac{g}{2}\ t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2\ \ h}{g}}$

$$\frac{t_V}{t_T} = \sqrt{\frac{2\ \ h_V}{g_V}\ \frac{g_T}{2\ \ h_T}} \Rightarrow \frac{T}{1{,}0} = \sqrt{\frac{H}{0{,}25\ \ g_T}\ \frac{g_T}{H}}$$

Donde: $\boxed{T = 2{,}0\ \text{s}}$

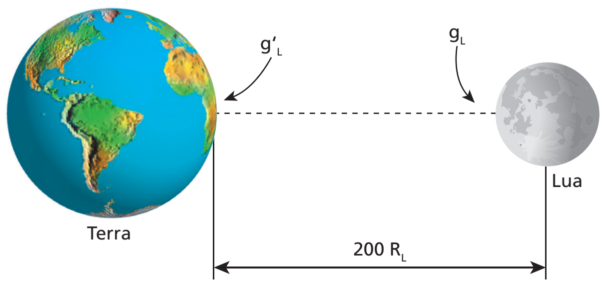
Resposta: 2,0 s

54 (Unicamp-SP) A Lua tem sido responsabilizada por vários fenômenos na Terra, tais como apressar o parto dos seres humanos e dos demais animais e aumentar o crescimento de cabelos e plantas. Sabe-se que a aceleração gravitacional da Lua em sua própria superfície é praticamente $\frac{1}{6}$ daquela da Terra ($g_T = 10\ m/s^2$) e que a distância entre a superfície da Terra e o centro da Lua é da ordem de 200 raios lunares. Para estimar os efeitos gravitacionais da Lua na superfície da Terra, calcule:

a) a intensidade da aceleração gravitacional provocada pela Lua em um corpo na superfície da Terra.
b) a variação no peso de um bebê de 3,0 kg devido à ação da Lua.

Resolução:

a)



$$g = G\ \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g'_L}{g_L} = \left(\frac{R_L}{200\ \ R_L}\right)^2$$

$$\frac{g'_L}{\frac{10}{6}} = \left(\frac{1}{200}\right)^2 \Rightarrow \boxed{g'_L \simeq 4{,}2 \cdot 10^{-5}\ m/s^2}$$

b) $\Delta P = m\ \ g'_L \Rightarrow \Delta P = 3{,}0 \cdot 4{,}2 \cdot 10^{-5}\ (N)$

$$\boxed{\Delta P = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\ N}$$

Respostas: a) $4{,}2 \cdot 10^{-5}\ m/s^2$; b) $1{,}25 \cdot 10^{-4}\ N$

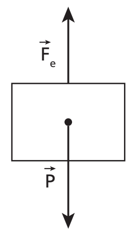
55 (IME-RJ) Um objeto foi achado por uma sonda espacial durante a exploração de um planeta distante. Essa sonda possui um braço ligado a uma mola ideal presa a garras especiais. Ainda naquele planeta, observou-se no equilíbrio uma deformação $x_P = 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ m na mola, com o objeto totalmente suspenso. Retornando à Terra, repetiu-se o experimento, observando-se uma deformação $x_T = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m. Ambas as deformações estavam na faixa linear da mola. Determine a razão entre o raio do planeta distante e o raio da Terra.

Dados:

1) a massa do planeta é 10% da massa da Terra;
2) módulo da aceleração da gravidade terrestre: 10,0 m/s².

Resolução:

(I)



No equilíbrio:

$P = F_e \Rightarrow m\ \ g = k\ \ x$

Donde: $g = \dfrac{k\ \ x}{m}$

$$\frac{g_P}{g_T} = \frac{\dfrac{k\ \ x_P}{m}}{\dfrac{k\ \ x_T}{m}} = \frac{x_P}{x_T}$$

$$\frac{g_P}{10{,}0} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{g_P = 4{,}0\ m/s^2}$$

(II)

$$g = G\ \frac{M}{R^2} \Rightarrow R^2 = \frac{G\ \ M}{g}$$

$$\left(\frac{R_P}{R_T}\right)^2 = \frac{\dfrac{G\ \ M_P}{g_P}}{\dfrac{G\ \ M_T}{g_T}} = \frac{M_P}{M_T}\ \frac{g_T}{g_P}$$

$$\left(\frac{R_P}{R_T}\right)^2 = \frac{0{,}1\ \ M_T}{M_T}\ \frac{10{,}0}{4{,}0}$$

Donde: $\boxed{\dfrac{R_P}{R_T} = \dfrac{1}{2}}$

Resposta: $\dfrac{R_P}{R_T} = \dfrac{1}{2}$

56 (Fuvest-SP) Um satélite artificial em órbita circular em torno da Terra mantém um período que depende de sua altura em relação à superfície terrestre.

Note e adote:
Raio da Terra: $R_T = 6{,}4 \cdot 10^6$ m
Intensidade da aceleração da gravidade nas proximidades da Terra: $g = 10\ m/s^2$

Desprezando-se os efeitos da atmosfera e adotando-se $\pi \simeq 3$, determine:

a) o período T_0 do satélite, em minutos, quando sua órbita está muito próxima da superfície, ou seja, quando está a uma distância do centro da Terra praticamente igual ao raio do planeta;
b) o período T_1 do satélite, também em minutos, quando sua órbita está a uma distância do centro da Terra aproximadamente igual a quatro raios terrestres.

Resolução:

a) $F_{cp} = F \Rightarrow m\ \omega^2\ R_T = G\ \dfrac{M\ m}{R_T^2}$

$$\left(\frac{2\ \pi}{T_0}\right)^2 R_T = g \Rightarrow T_0 = 2\ \pi\ \sqrt{\frac{R_T}{g}}$$

$$T_0 = 2 \cdot 3\ \sqrt{\frac{6{,}4 \cdot 10^6}{10}}\ (s) \Rightarrow \boxed{T_0 = 4800\ s = 80\ min}$$

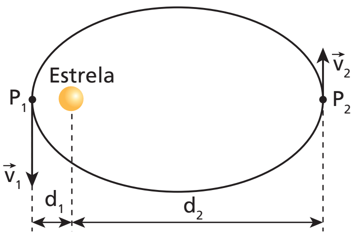
b) $\dfrac{R_1^3}{T_1^2} = \dfrac{R_0^3}{T_0^2} \Rightarrow T_1^2 = \left(\dfrac{R_1}{R_0}\right)^3 T_0^2$

$$T_1^2 = \left(\frac{4\ R_T}{R_T}\right)^3 T_0^2 \Rightarrow T_1^2 = 64\ (80)^2$$

$$T_1 = 8 \cdot 80\ (min) \Rightarrow \boxed{T_1 = 640\ min}$$

Respostas: $T_0 = 80$ min e $T_1 = 640$ min

57 Um planeta descreve uma órbita elíptica em torno de uma estrela, conforme representa o esquema. Os pontos P_1 e P_2 indicados correspondem ao periélio e ao afélio, respectivamente, e, nesses pontos, o planeta apresenta velocidades vetoriais de intensidades v_1 e v_2. Supondo conhecidas as distâncias de P_1 e P_2 ao Sol (d_1 e d_2), mostre que $d_1\ v_1 = d_2\ v_2$.



Resolução:

Devido à simetria, nos pontos P_1 (periélio) e P_2 (afélio) o raio de curvatura da elipse é o mesmo (**R**); logo:

Ponto P_1:

$F_{cp_1} = F_1$

$$\frac{m\ v_1^2}{R} = G\ \frac{M\ m}{d_1^2}$$

$(d_1\ v_1)^2 = G\ M\ R$ (I)

Ponto P_2:

$F_{cp_2} = F_2$

$$\frac{m\ v_2^2}{R} = G\ \frac{M\ m}{d_2^2}$$

$(d_2\ v_2)^2 = G\ M\ R$ (II)

Comparando (I) e (II), vem:

$(d_1\ v_1)^2 = (d_2\ v_2)^2$

$$\boxed{d_1\ v_1 = d_2\ v_2}$$

A conclusão acima está de acordo com a conservação do movimento angular do sistema planeta-estrela.

Resposta: Ver demonstração.

58 Considere o planeta Marte com raio **R** e densidade absoluta média igual a **μ**. Supondo que o satélite Fobos descreva em torno de Marte uma órbita circular de raio **r** e representando por **G** a Constante da Gravitação, calcule o período de revolução de Fobos.

Resolução:

(I) $F = F_{cp} \Rightarrow G\ \dfrac{M\ m}{r^2} = \dfrac{m\ v^2}{r}$

$$v^2 = \frac{G\ M}{r} \Rightarrow \left(\frac{2\ \pi\ r}{T}\right)^2 = \frac{G\ M}{r}$$

$$\frac{4\ \pi^2\ r^2}{T^2} = \frac{G\ M}{r} \Rightarrow T = \left(\frac{4\ \pi^2\ r^3}{G\ M}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(I)}$$

(II) $\mu = \dfrac{M}{V} = \dfrac{M}{\frac{4}{3}\ \pi\ R^3}$

$$M = \frac{4}{3}\ \pi\ \mu\ R^3 \qquad \text{(II)}$$

(II) em (I), vem:

$$T = \left(\frac{4\ \pi^2\ r^3}{G\ \frac{4}{3}\ \pi \cdot \mu\ R^3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Da qual: $\boxed{T = \left(\dfrac{3\ \pi\ r^3}{G\ \mu\ R^3}\right)^{\frac{1}{2}}}$

Resposta: $\left(\dfrac{3\ \pi\ r^3}{G\ \mu\ R^3}\right)^{\frac{1}{2}}$

59 Admita que a Terra tenha raio **R** e densidade absoluta média **μ** e descreva em torno do Sol uma órbita circular de raio **r**, com período de revolução igual a **T**. Calcule, em função desses dados, a intensidade da força de atração gravitacional que o Sol exerce sobre a Terra.

Resolução:

$$F = F_{cp} \Rightarrow F = \frac{m\ v^2}{R}$$

$$F = \frac{m}{r}\left(\frac{2\ \pi\ r}{T}\right)^2 \Rightarrow F = \frac{4\ \pi^2\ r\ m}{T^2}$$

$$F = \frac{4\ \pi^2\ r}{T^2}\ \boxed{\frac{m}{\frac{4}{3}\ \pi\ R^3}}\ \frac{4}{3}\ \pi\ R^3$$

Sendo $\dfrac{m}{\frac{4}{3}\ \pi\ R^3} = \mu$, temos:

$$\boxed{F = \frac{16\ \pi^3}{3} \cdot \frac{\mu\ R^3\ r}{T^2}}$$

Resposta: $\dfrac{16\ \pi^3}{3} \cdot \dfrac{\mu\ R^3\ r}{T^2}$

60 Seja **G** a Constante da Gravitação e **T** o período de rotação de um planeta imaginário denominado Planton. Sabendo que no equador de Planton um dinamômetro de alta sensibilidade dá indicação nula para o peso de qualquer corpo dependurado na sua extremidade, calcule a densidade média desse planeta.

Resolução:

Se no equador de Planton o peso aparente dos corpos é nulo, temos:

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\ \frac{M\ m}{R^2} = \frac{m\ v^2}{R}$$

$$\frac{G\ M}{R} = \left(\frac{2\ \pi\ R}{T}\right)^2 \Rightarrow G\ \frac{M}{4\ \pi\ R^3} = \frac{\pi}{T^2}$$

$$G \cdot \frac{m}{3 \cdot \frac{4}{3}\ \pi\ R^3} = \frac{\pi}{T^2} \Rightarrow$$

Sendo $\frac{M}{\frac{4}{3}\ \pi\ R^3} = \mu$, temos:

$$\boxed{\mu = \frac{3\ \mu}{G\ T^2}}$$

Resposta: $\frac{3\ \mu}{G\ T^2}$

61 (Olimpíada Brasileira de Física) Em seu trabalho sobre gravitação universal, Newton demonstrou que uma distribuição esférica homogênea de massa surte o mesmo efeito que uma massa concentrada no centro da distribuição. Se no centro da Terra fosse recortado um espaço oco esférico com metade do raio da Terra, o módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre diminuiria para (**g** é o módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre sem a cavidade):

a) $\frac{3}{8}$g. b) $\frac{1}{2}$g. c) $\frac{5}{8}$g. d) $\frac{3}{4}$g. e) $\frac{7}{8}$g.

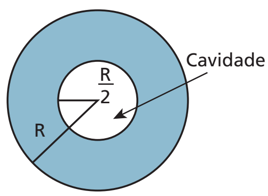
Resolução:

(I) Terra maciça:

$$\mu = \frac{M}{v} \Rightarrow M = \mu\ v$$

$$M = \mu\ \frac{4}{3}\ \pi\ R^3 \qquad \text{(I)}$$

Terra com a cavidade:



$$M' = M - m_{cav}$$

$$M' = \mu\ \frac{4}{3}\ \pi\ R^3 - \mu\ \frac{4}{3}\ \pi\ \left(\frac{R}{2}\right)^3$$

$$M' = \mu \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{1}{8} \mu \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$M' = \frac{7}{8}\ \mu\ \frac{4}{3}\ \pi\ R^3 \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), conclui-se que:

$$\boxed{M' = \frac{7}{8}\ M}$$

(II) $g' = G\ \frac{M'}{R^2}$

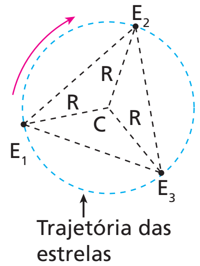
$$g' = G\ \frac{\frac{7}{8}\ M}{R^2} = \frac{7}{8}\ G\ \frac{M}{R^2}$$

$$\boxed{g' = \frac{7}{8}\ g}$$

Resposta: e

62 (Olimpíada Ibero–americana de Física) Uma estrela tripla é formada por três estrelas de mesma massa **M** que gravitam em torno do centro de massa **C** do sistema.

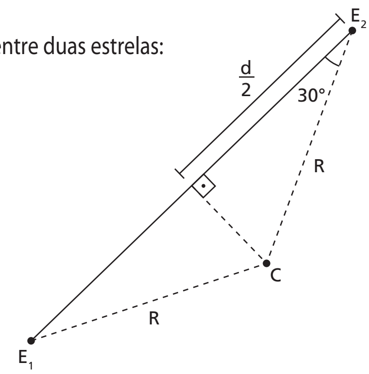
As estrelas estão localizadas nos vértices de um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência que corresponde à trajetória por elas descrita, conforme ilustra a figura.



Considerando-se como dados a massa **M** de cada estrela, o raio **R** da circunferência que elas descrevem e a constante de gravitação universal **G**, determine o período **T** no movimento orbital de cada estrela.

Resolução:

(I) Cálculo da distância **d** entre duas estrelas:



$$\cos 30° = \frac{\frac{d}{2}}{R}$$

$$d = 2\ R\ \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{d = R\ \sqrt{3}}$$

(II) Cálculo da intensidade da força de atração gravitacional entre duas estrelas:

$$F = G\ \frac{M\ m}{d^2}$$

$$F = G\ \frac{M^2}{(R\ \sqrt{3})^2} \Rightarrow \boxed{F = \frac{G\ M^2}{3\ R^2}}$$

(III) Cálculo da intensidade da força resultante em uma das estrelas:

$$F_R^2 = F^2 + F^2 + 2 \cdot F \cdot F \cdot \cos 60°$$

$$F_R^2 = 2 \cdot F^2 + 2 \cdot F^2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot F^2$$

$$F_R = \sqrt{3}\ F \Rightarrow \boxed{F_R = \frac{\sqrt{3}}{3}\ \frac{G\ M^2}{R^2}}$$

(IV) F_R tem a função de resultante centrípeta no MCU de cada uma das estrelas.

$$F_{cp} = F_R \Rightarrow M\ \omega^2\ R = \frac{\sqrt{3}}{3}\ \frac{G\ M^2}{R^2}$$

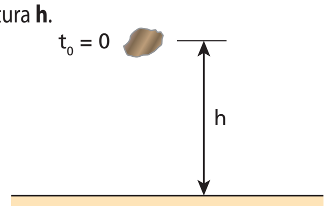
$$\left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\ \frac{G\ M}{R^3}$$

Do qual: $\boxed{T = 2\ \pi\ R\ \sqrt{\frac{R\ \sqrt{3}}{G\ M}}}$

Resposta: $2\ \pi\ R\ \sqrt{\frac{R\ \sqrt{3}}{G\ M}}$

Tópico 5

1 E.R. No instante $t_0 = 0$, uma pedra é abandonada (velocidade inicial nula) de um ponto situado nas proximidades da superfície da Terra a uma altura **h**.



Superfície da Terra

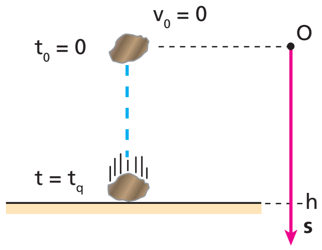
Desprezando a influência do ar e sendo **g** o módulo do vetor campo gravitacional, determine:

a) o intervalo de tempo decorrido desde o abandono da pedra até seu impacto com o solo, ou seja, o tempo de queda (t_q);
b) o módulo da velocidade com que a pedra atinge o solo, isto é, sua velocidade de impacto (v_i).

Resolução:

Adotando a origem dos espaços na posição de abandono da pedra e orientando a trajetória para baixo, temos $\alpha = g$.

Em $t_0 = 0$: $s_0 = 0$
e $v = v_0 = 0$
Em $t = t_q$: $s = h$
e $v = v_i$



a) A função horária do espaço é adequada para resolver este item, pois ela relaciona espaço com tempo:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow h = 0 + 0t_q + \frac{g}{2} t_q^2 \Rightarrow \boxed{t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Observe que o tempo de queda não depende da massa do corpo abandonado, o que está de acordo com a 1ª propriedade do estudo do movimento vertical.

b) De acordo com a **equação de Torricelli**, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,(s - s_0)$$

$$v_i^2 = 0^2 + 2g\,(h - 0)$$

$$\boxed{v_i = \sqrt{2gh}}$$

Observe que a velocidade v_i com que a pedra chega ao chão também não depende de sua massa.

2 Um corpo cai de uma altura igual a 245 m em relação ao solo. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e supondo ausente a atmosfera, determine:

a) o tempo de duração da queda;
b) o módulo da velocidade do corpo imediatamente antes de se chocar com o solo.

Resolução:

Sugestão: Quando o corpo é abandonado ou lançado verticalmente para **baixo**, orientar a trajetória para baixo.
Quando o corpo é lançado verticalmente para **cima**, orientar a trajetória para cima.

a) $h = \frac{g\,t_q^2}{2} \Rightarrow 245 = \frac{10\,t_q^2}{2} \Rightarrow \boxed{t_q = 7\ s}$

b) $v^2 = 2\,g\,h = 2 \cdot 10 \cdot 245 = 4\,900 \Rightarrow \boxed{v = 70\ m/s}$

ou: $v = g\,t_g = 10 \cdot 7 \Rightarrow \boxed{v = 70\ m/s}$

Respostas: a) 7 s; b) 70 m/s

3 Uma pedra abandonada na Lua, de um ponto situado a 80 m de altura, demora 10 s para atingir a superfície desse satélite. Determine:

a) o módulo do vetor campo gravitacional nas proximidades da superfície lunar;
b) o intervalo de tempo que uma pedra, com o dobro da massa da primeira, demoraria para cair da mesma altura.

Resolução:

a) $h = \frac{g\,t_q^2}{2} \Rightarrow 80 = \frac{g \cdot 10^2}{2} \Rightarrow \boxed{g = 1{,}6\ m/s^2}$

b) 10 s, pois, na queda livre, a aceleração independe da massa do corpo que cai.

Respostas: a) 1,6 m/s²; b) 10 s

4 Um objeto cai verticalmente, passando por um nível horizontal a 1,0 m/s e depois por outro nível horizontal a 9,0 m/s. Qual a distância entre os dois níveis citados? Adote $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

$v_2^2 = v_1^2 + 2\,g\,\Delta s \Rightarrow 9{,}0^2 = 1{,}0^2 + 2 \cdot 10 \cdot \Delta s \Rightarrow \boxed{\Delta s = 4{,}0\ m}$

Resposta: 4,0 m

5 (USF-SP) Um objeto, abandonado do repouso em queda livre, de uma altura **h**, num local onde a aceleração da gravidade tem módulo igual a **g**, atinge o ponto médio da trajetória com velocidade de módulo igual a:

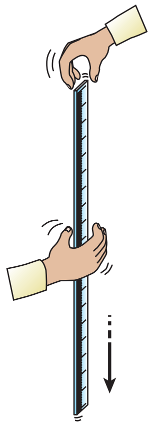
a) $\sqrt{\frac{h}{g}}$.
b) $\sqrt{\frac{g}{h}}$.
c) $\sqrt{g\,h}$.
d) $\frac{g}{h}$.
e) $g\,h$.

Resolução:

$v^2 = 2\,g\,\frac{h}{2} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{g\,h}}$

Resposta: c

6 (Vunesp-SP) Um experimento simples, realizado com a participação de duas pessoas, permite medir o tempo de reação de um indivíduo. Para isso, uma delas segura uma régua de madeira, de 1 m de comprimento, por uma de suas extremidades, mantendo-a pendente na direção vertical. Em seguida, pede que o colega coloque os dedos em torno da régua, sem tocá-la, próximos da marca correspondente a 50 cm, e o instrui para agarrá-la tão logo perceba que foi solta. Determine, a partir da aceleração da gravidade (**g**) e da distância (**d**) percorrida pela régua na queda, o tempo de reação dessa pessoa.



Resolução:
O tempo de reação é igual ao tempo que a régua leva para percorrer a distância **d**. Sendo $\Delta s = d$, $v_0 = 0$ e $\alpha = g$, temos:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow d = \frac{g}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{2d}{g}}}$$

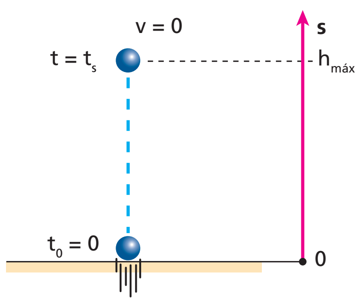
Resposta: $\sqrt{\frac{2d}{g}}$

7 Considere um tubo disposto verticalmente, no qual se realizou o vácuo. Um dispositivo faz uma bolinha metálica ser abandonada dentro do tubo, em sua extremidade superior. Sabendo que esse experimento é realizado na superfície da Terra, podemos afirmar que a bolinha:
a) não cai, porque não existe gravidade no vácuo;
b) cai em movimento retilíneo e uniforme;
c) cai com uma aceleração tanto maior quanto mais intenso for o seu peso;
d) cai com a mesma aceleração com que cairia nas vizinhanças da Lua;
e) cai com aceleração de módulo aproximadamente igual a 9,8 m/s², independentemente da intensidade de seu peso.

Resposta: e

8 **E.R.** Um corpo é arremessado verticalmente para cima a partir da superfície da Terra, com velocidade v_0 em $t_0 = 0$. Desprezando a influência do ar e sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, determine:
a) o intervalo de tempo decorrido desde $t_0 = 0$ até a pedra atingir sua altura máxima, isto é, o tempo de subida (t_s);
b) o intervalo de tempo durante o qual a pedra volta do ponto de altura máxima até a superfície da Terra, ou seja, o tempo de queda (t_q);
c) a altura máxima ($h_{máx}$) atingida pela pedra em relação ao ponto de lançamento.

Resolução:
Nesse caso, adotando a origem dos espaços no ponto de lançamento e orientando a trajetória para cima, temos $\alpha = -g$.



Em $t_0 = 0$: $s_0 = 0$ e $v = v_0$
Em $t = t_s$: $s = h_{máx}$ e $v = 0$

a) Usando a função horária da velocidade escalar, temos:
$$v = v_0 + \alpha t \;\Rightarrow\; 0 = v_0 - g\, t_s$$
$$\boxed{t_s = \frac{v_0}{g}}$$

b) O tempo de queda (t_q) é igual ao tempo de subida. Assim:
$$\boxed{t_q = \frac{v_0}{g}}$$

c) Usando a equação de Torricelli, temos:
$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,(s - s_0)$$
$$0^2 = v_0^2 + 2(-g)\,(h_{máx} - 0)$$
$$\boxed{h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

Observe que o tempo de subida, o tempo de queda e a altura máxima são independentes da massa do corpo.

9 Um parafuso é jogado verticalmente para cima com velocidade de módulo 20 m/s. Desprezando a influência do ar e sendo g = 10 m/s², determine:
a) o intervalo de tempo decorrido até o parafuso retornar ao ponto de lançamento;
b) a altura máxima atingida pelo parafuso em relação ao ponto de lançamento.

Resolução:
a) $v = v_0 - g\,t \Rightarrow 0 = 20 - 10\,t_s \Rightarrow t_s = t_q = 2\text{ s}; T = t_s + t_q \Rightarrow \boxed{T = 4\text{ s}}$

b) $v^2 = v_0^2 - 2\,g\,\Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 - 20\,h_{máx} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 20\text{ m}}$

Respostas: a) 4 s; b) 20 m

10 Um astronauta em solo lunar lança uma pedra verticalmente para cima no instante $t_0 = 0$, com velocidade inicial de módulo 32 m/s (g = 1,6 m/s²).
a) Em que instante a pedra atinge o ponto de altura máxima?
b) Qual a altura máxima atingida?

Resolução:
a) $v = v_0 - g\,t \Rightarrow 0 = 32 - 1{,}6\,t_s \Rightarrow \boxed{T_s = 20\text{ s}}$

b) $v^2 = v_0^2 - 2\,g\,\Delta s \Rightarrow 0^2 = 32^2 - 3{,}2\,h_{máx} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 320\text{ m}}$

Respostas: a) 20 s; b) 320 m

11 De um mesmo local da superfície da Lua, são lançadas verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial, duas pedras **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 10 g e 500 g. Compare:
a) as alturas máximas atingidas pelas pedras **A** e **B**;
b) os tempos que elas demoram para retornar ao local do lançamento.

Respostas: a) Iguais; b) Iguais

12 Uma esfera de chumbo é lançada verticalmente para cima e retorna ao ponto de partida 8,0 s após o lançamento. Considerando desprezíveis as influências do ar e usando **g** igual a 10 m/s², calcule:

a) o módulo da velocidade de lançamento;

b) a altura máxima atingida pela esfera em relação ao ponto de partida.

Resolução:

a) $v = v_0 - g\,t$

$0 = v_0 - 10 \cdot 4{,}0 \Rightarrow \boxed{v_0 = 40\text{ m/s}}$

b) $v^2 = v_0^2 - 2\,g\,\Delta s$

$0^2 = 40^2 - 2 \cdot 10 \cdot h_{máx} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 80\text{ m}}$

Respostas: a) 40 m/s; b) 80 m

13 (UFPE) A partir da altura de 7,0 m, atira-se uma pequena bola de chumbo verticalmente para baixo, com velocidade de módulo 2,0 m/s. Despreze a resistência do ar e calcule o valor, em m/s, da velocidade da bola ao atingir o solo (g = 10 m/s²).

Resolução:

$v^2 = v_0^2 + 2\,g\,\Delta s \Rightarrow v^2 = 2{,}0^2 + 2 \cdot 10 \cdot 7{,}0 \Rightarrow \boxed{v = 12\text{ m/s}}$

Resposta: 12

14 Um senhor, levando uma maleta em uma das mãos, entra em um elevador no último andar de um edifício. Durante a descida, ele solta a maleta e verifica que ela não cai em relação ao seu corpo. Nessa situação, o que se pode concluir sobre o movimento do elevador em relação ao solo?

Resolução:

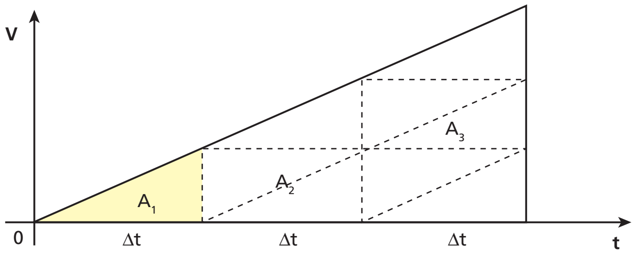
Em relação ao solo, a maleta cai com aceleração de módulo **g**. Como o corpo da pessoa e a maleta permanecem lado a lado, concluímos que, em relação ao solo, a pessoa e o elevador também têm aceleração de módulo **g** (queda livre).

Resposta: O elevador está em queda livre.

15 Uma partícula é abandonada a partir do repouso, de um ponto situado a 270 m acima do solo. Divida essa altura em três partes tais que sejam percorridas em intervalos de tempo iguais.

Resolução:

Usando o gráfico **v** × **t**:



$A_1 + A_2 + A_3 = 270$

$A_1 + 3\ A_1 + 5\ A_1 = 270 \Rightarrow 9\ A_1 = 270 \Rightarrow A_1 = 30\text{ m}$

Portanto:

$\boxed{A_1 = 30\text{ m}}$ $\boxed{A_2 = 3\ A_1 = 90\text{ m}}$ $\boxed{A_3 = 5\ A_1 = 150\text{ m}}$

Evidentemente, a questão também pode ser resolvida pelas equações do movimento.

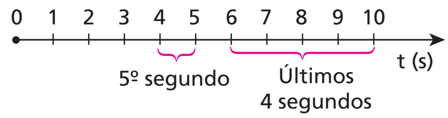
Respostas: 30 m, 90 m e 150 m

16 E.R. Um corpo com velocidade inicial nula cai no vácuo durante 10 s. Sendo g = 10 m/s², determine a distância percorrida pelo corpo:

a) durante os últimos 4 segundos de queda;

b) durante o 5º segundo de queda.

Resolução:



a) Os últimos 4 segundos iniciam-se em $t_1 = 6$ s e terminam em $t_2 = 10$ s. Calculemos as velocidades escalares em $t_1 = 6$ s e em $t_2 = 10$ s, considerando a trajetória do corpo orientada para baixo ($\alpha = g$):

$$v = v_0 + \alpha\,t$$
$$v = 10t$$

Em $t_1 = 6$ s, temos: $v_1 = 10 \cdot 6 \Rightarrow v_1 = 60$ m/s

Em $t_2 = 10$ s, temos: $v_2 = 10 \cdot 10 \Rightarrow v_2 = 100$ m/s

Aplicando a **equação de Torricelli** entre t_1 e t_2, vem:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2\alpha\,\Delta s$$
$$100^2 = 60^2 + 2 \cdot 10 \cdot \Delta s$$
$$\boxed{\Delta s = 320\text{ m}}$$

b) O 5º segundo inicia-se em $t'_1 = 4$ s e termina em $t'_2 = 5$ s.

Em $t'_1 = 4$ s, temos: $v'_1 = 10\,t'_1 = 10 \cdot 4 \Rightarrow v'_1 = 40$ m/s

Em $t'_2 = 5$ s, temos: $v'_2 = 10\,t'_2 = 10 \cdot 5 \Rightarrow v'_2 = 50$ m/s

Aplicando a **equação de Torricelli**, vem:

$$v'^2_2 = v'^2_1 + 2\alpha\,\Delta s'$$
$$50^2 = 40^2 + 2 \cdot 10 \cdot \Delta s'$$
$$\boxed{\Delta s' = 45\text{ m}}$$

17 Suponha que um corpo caia livremente de um ponto a 490 m acima do solo. Determine seu deslocamento durante o último segundo de sua queda, considerando g = 9,8 m/s².

Resolução:

• $h = \dfrac{g\,t^2}{2} \Rightarrow 490 = \dfrac{9{,}8\,t_q^2}{2} \Rightarrow t_q = 10\text{ s}$

• $v = 9{,}8\,t \begin{cases} v_9 = 9{,}8 \cdot 9 \\ v_{10} = 9{,}8 \cdot 10 \end{cases}$

• $v_{10}^2 = v_9^2 + 2\,g\,\Delta s$

$9{,}8^2 \cdot 100 = 9{,}8^2 \cdot 81 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot \Delta s$

$9{,}8 \cdot 100 = 9{,}8 \cdot 81 + 2\,\Delta s \Rightarrow 9{,}8\,(100 - 81) = 2\,\Delta s \Rightarrow \boxed{\Delta s = 93\text{ m}}$

Resposta: 93 m

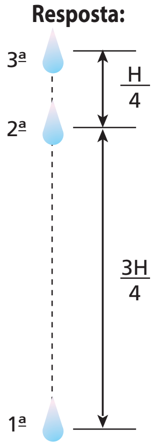
18 Em um dia chuvoso, surgiu uma goteira no teto de uma fábrica. Gotas de água começaram a cair periodicamente, com velocidade inicial nula. Sendo **H** a altura do teto e sabendo que a primeira gota formada toca o solo no instante em que a terceira está se desprendendo, desenhe as gotas nesse instante, indicando as distâncias entre elas.

Resolução:

Se a segunda gota percorreu uma distância **x** durante um tempo **t**, a primeira percorreu x + 3x durante um tempo 2t:

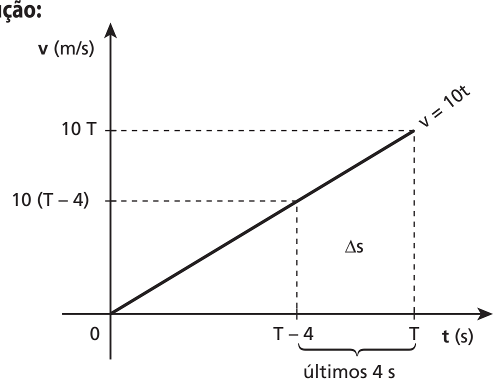
$x + 3x = H \Rightarrow \boxed{x = \frac{H}{4}}$

Resposta:



19 (UFSCar-SP) Uma pedra cai de uma altura **h** e os últimos 196 m são percorridos em 4,0 s. Desprezando a resistência do ar e fazendo g = 10 m/s², calcule **h**.

Resolução:



$\Delta s = \text{“área”} \Rightarrow 196 = \frac{(10\ T) + [10\ (T - 4)]}{2} \cdot 4$

$T = 6{,}9\text{ s}$

$h = \text{“área” de 0 a } T = \frac{T\ 10\ T}{2} = \frac{6{,}9 \cdot 69}{2}$

$\boxed{h = 238\text{ m}}$

Resposta: 238 m

20 Um corpo é arremessado verticalmente para cima com velocidade inicial de módulo 100 m/s. Desprezando a influência do ar e supondo g = 10 m/s², determine:

a) a altura máxima atingida pelo corpo em relação ao ponto de lançamento;
b) a velocidade escalar do corpo ao passar pelo ponto situado a 255 m acima do ponto de lançamento.

Resolução:

a) $v^2 = v_0^2 - 2g\,\Delta s \Rightarrow 0^2 = 100^2 - 20\,h_{máx} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 500\text{ m}}$

b) $v^2 = 100^2 - 20 \cdot 255 \Rightarrow \boxed{v = \pm\,70\text{ m/s}}$

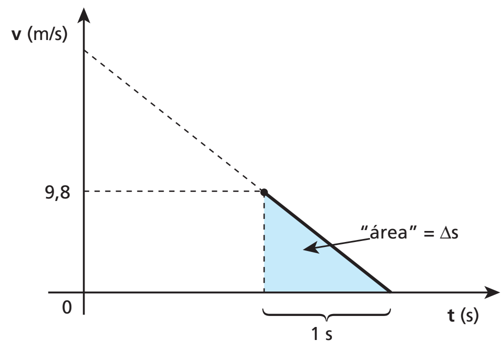
Respostas: a) 500 m; b) 70m/s ou –70 m/s

21 Uma bolinha de chumbo é lançada verticalmente para cima, realizando uma ascensão praticamente livre, de duração maior que 2 s. Considerando g = 9,8 m/s²:

a) Qual é a distância percorrida pela bolinha durante o último segundo da subida?
b) A resposta do item **a** depende do módulo da velocidade de lançamento?
c) A distância percorrida no último segundo de queda, no retorno ao ponto de partida, depende do módulo da velocidade de lançamento?

Resolução:

a) Durante a subida, o módulo da velocidade diminui 9,8 m/s em cada segundo. Então, como a velocidade é igual a zero no final da subida, 1 s antes de parar ela vale 9,8 m/s, independentemente do módulo da velocidade de lançamento:



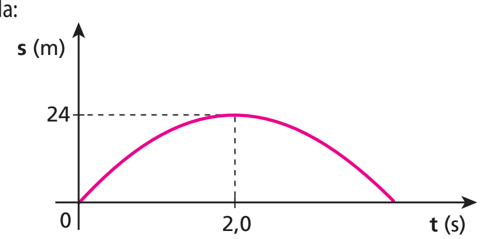
$\Delta s = \frac{1 \cdot 9{,}8}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 4{,}9\text{ m}}$

b) Não.

c) Sim. A distância percorrida no último segundo de queda é igual à percorrida no primeiro segundo de ascensão, que será tanto maior quanto maior for o módulo da velocidade de lançamento.

Respostas: a) 4,9 m; b) Não; c) Sim

22 Da superfície de um astro, uma pedra foi lançada verticalmente para cima. Sua posição em relação à superfície variou com o tempo, de acordo com o gráfico seguinte, que é praticamente um arco de parábola:



Calcule:
a) o módulo v_0 da velocidade de lançamento da pedra;
b) a intensidade **g** do campo gravitacional na superfície desse astro.

Resolução:
De $t_0 = 0$ a $t = 2,0$ s, temos:

a) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_0 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{24}{2,0} = \frac{v_0 + 0}{2} \Rightarrow \boxed{v_0 = 24 \text{ m/s}}$

b) $v_2 = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 24 + \alpha \cdot 2,0 \Rightarrow \alpha = -12 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{g = 12 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 24 m/s; b) 12 m/s²

23 Um objeto é atirado verticalmente para baixo com velocidade igual a 20 m/s, de um ponto situado a 300 m do solo. Desprezando qualquer influência do ar e supondo g = 10 m/s², determine, ao final do 5º segundo de movimento:
a) a velocidade escalar do objeto;
b) a sua altura relativa ao solo.

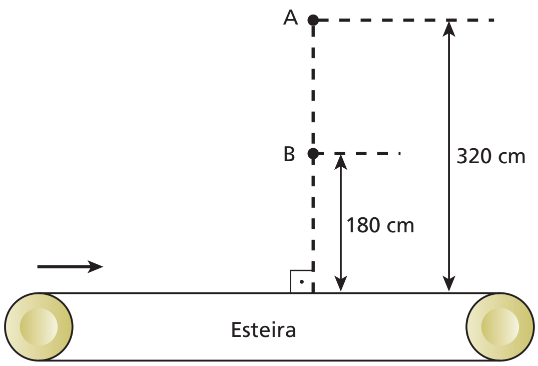
Resolução:
a) $v = v_0 + g\,t \Rightarrow v_5 = 20 + 10 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{v_5 = 70 \text{ m/s}}$

b) $\Delta s = v_0\,t + \frac{g\,t^2}{2} = 20 \cdot 5 + 5 \cdot 5^2 \Rightarrow \Delta s = 225\text{m}$

$h = 300 - 225 \Rightarrow \boxed{h = 75 \text{ m}}$

Respostas: a) 70 m/s; b) 75 m

24 (Mack-SP) Os pontos **A** e **B**, da mesma vertical, estão respectivamente a 320 cm e 180 cm de altura de uma esteira rolante. No mesmo instante, de cada um desses pontos, abandona-se do repouso uma pedra. Essas pedras atingem pontos da esteira que distam 16 cm entre si. A velocidade escalar da esteira é constante igual a:
a) 90 cm/s. b) 85 cm/s. c) 80 cm/s. d) 60 cm/s. e) 40 cm/s.



Adote g = 10 m/s² e despreze o efeito do ar.

Resolução:
• Tempo de queda: $t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
• Intervalo de tempo entre as duas quedas:
$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2}{10}} - \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8}{10}} \Rightarrow 0,8 - 0,6 \Rightarrow \Delta t = 0,2 \text{ s}$
• Para a esteira:
$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{16}{0,2} \Rightarrow \boxed{v = 80 \text{ cm/s}}$

Resposta: c

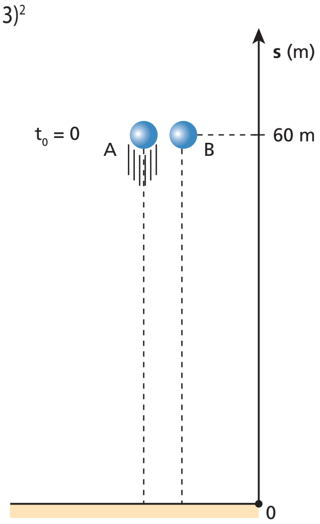
25 (Olimpíada Brasleira de Física) Uma pessoa está na sacada de um prédio e joga uma pedra verticalmente para cima com velocidade inicial de módulo v_0. Depois, ela joga uma segunda pedra, só que agora verticalmente para baixo, com o mesmo módulo de velocidade v_0. Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que, em relação à situação em que elas estão chegando ao chão, a pedra jogada para cima terá:
a) a mesma aceleração que a jogada para baixo, mas velocidade maior em módulo.
b) a mesma aceleração que a jogada para baixo, mas velocidade menor em módulo.
c) a mesma aceleração e velocidade que a jogada para baixo.
d) a mesma velocidade que a jogada para baixo, mas uma aceleração maior em módulo.
e) a mesma velocidade que a jogada para baixo, mas aceleração menor em módulo.

Resolução:
• A aceleração é igual a $\vec{g}$ para as duas pedras.
• Ao retornar à sacada, a primeira pedra terá velocidade de módulo v_0.

Resposta: c

26 De uma janela de um edifício, a 60,0 m de altura, uma pedra **A** é lançada verticalmente para cima com velocidade escalar de 19,6 m/s, no instante $t_0 = 0$ em que se inicia a contagem do tempo. Decorridos 3,0 s, uma outra pedra **B** é abandonada do mesmo local. Desprezando a influência do ar e considerando g = 9,8 m/s², determine:
a) o instante em que a pedra **A** passa pela pedra **B**;
b) a que altura, relativa ao solo, **A** passa por **B**.

Resolução:
$s = s_0 + v_0\,t + \frac{\alpha}{2}\,t^2$
$s_A = 60 + 19,6\,t - 4,9\,t^2$
$s_B = 60 - 4,9\,(t - 3)^2$



a) $s_A = s_B$:
$60 + 19,6\,t - 4,9\,t^2 = 60 - 4,9\,(t - 3)^2$
$\boxed{t = 4,5 \text{ s}}$

b) $s_B = 60 - 4,9\,(4,5 - 3)^2$
$\boxed{s_B = s_A = 49 \text{ m}}$

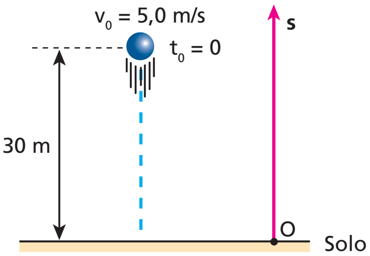
Respostas: a) 4,5 s; b) 49 m

27 E.R. Um balão sobe verticalmente com velocidade escalar constante de módulo 5,0 m/s. Quando sua altura em relação ao solo é de 30 m, um garoto abandona do balão um pequeno pacote, que fica sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre, cuja intensidade é de 10 m/s². Determine:

a) a altura máxima que o pacote alcança em relação ao solo;
b) o intervalo de tempo gasto pelo pacote para chegar ao solo, a contar do instante em que foi abandonado;
c) o módulo da velocidade escalar de impacto do pacote contra o solo.

Resolução:

a) Quando o garoto abandona o pacote, este está subindo verticalmente a 5,0 m/s em relação ao solo. Por isso, em relação ao solo, o pacote ainda sobe um pouco, antes de descer.



Adotando a origem dos espaços no solo e orientando a trajetória para cima, temos, para o pacote:

$$s_0 = 30 \text{ m}, v_0 = 5{,}0 \text{ m/s e } \alpha = -g = -10 \text{ m/s}^2$$

Usando a **equação de Torricelli**:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,(s - s_0)$$
$$v^2 = 25 - 20(s - 30) \qquad \text{(I)}$$

Quando o pacote atinge a altura máxima, temos:

$$v = 0 \quad \text{e} \quad s = h_{máx}$$

Substituindo em (I), vem:

$$0 = 25 - 20(h_{máx} - 30)$$

$$\boxed{h_{máx} = 31{,}25 \text{ m}}$$

b) Usando a função horária do espaço, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

$$s = 30 + 5t - 5t^2 \qquad \text{(II)}$$

Ao chegar ao solo:

$$s = 0 \quad \text{e} \quad t = t_c$$

Substituindo em (II), vem:

$$0 = 30 + 5t_c - 5t_c^2$$

$$\boxed{t_c = 3{,}0 \text{ s}}$$

c) Usando a função horária da velocidade, temos:

$$v = v_0 + \alpha\, t$$
$$v = 5 - 10t \qquad \text{(III)}$$

Ao chegar ao solo:

$$v = v_c \quad \text{e} \quad t = t_c = 3{,}0 \text{ s}$$

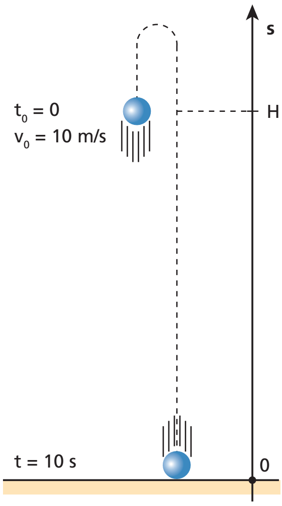
Substituindo em (III), vem:

$$v_c = 5 - 10 \cdot 3 \;\Rightarrow\; v_c = -25 \text{ m/s}$$

$$\boxed{|v_c| = 25 \text{ m/s}}$$

28 (IME-RJ) Uma pedra cai de um balão, que sobe com velocidade constante de 10 m/s. Se a pedra demora 10 s para atingir o solo, a que altura estava o balão no instante em que se iniciou a queda da pedra? (g = 10 m/s²)

Resolução:



$$s = s_0 + v_0 t - \frac{g\,t^2}{2}$$

$$0 = H + 10 \cdot 10 - \frac{10 \cdot 10^2}{2}$$

$$\boxed{H = 400 \text{ m}}$$

Resposta: 400 m

29 De um helicóptero descendo verticalmente a 6 m/s é abandonada uma esfera de aço, que de mora 2 s para chegar ao solo. Considerando livre a queda da esfera, calcule a altura de onde ela foi abandonada (g = 10 m/s²).

Resolução:

$$\Delta s = v_0\, t + \frac{g\,t^2}{2}$$

$$h = 6 \cdot 2 + \frac{10 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 32 \text{ m}}$$

Resposta: 32 m

30 Do teto de um elevador de 2,45 m de altura interna, subindo em movimento uniforme, desprende-se um parafuso. Considerando g = 10 m/s², calcule:

a) o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que o parafuso se desprendeu até o instante em que atinge o piso do elevador;
b) o deslocamento do elevador durante o intervalo de tempo a que se refere o item anterior, supondo que sua velocidade escalar seja igual a 2 m/s.

Resolução:

a) $s = s_0 + v\ \ t$

$s_{piso} = v\ \ t$

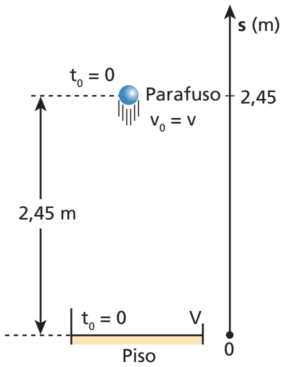
$s = s_0 + v_0\ \ t + \frac{\alpha}{2}\ \ t_2$

$s_{par} = 2{,}45 + v\ \ t - 5\ \ t^2$

$s_{par} = s_{piso}$

$2{,}45 + v\ \ t - 5\ \ t^2 = v\ \ t$

$\boxed{t = 0{,}7 \text{ s}}$



b) $s_{piso} = v\ t = 2 \cdot 0{,}7$

$\boxed{s_{piso} = 1{,}4\ m}$

Nota:

- O elevador é um referencial inercial, já que está em movimento retilíneo e uniforme em relação ao solo. Considerando um referencial no elevador, o parafuso realiza uma queda livre a partir do repouso, de uma altura h = 2,45 m.

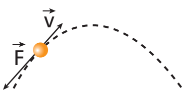
  Então: $t_q = \sqrt{\dfrac{2\ h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 2{,}45}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}7\ s$

  que é a resposta do item **a**.

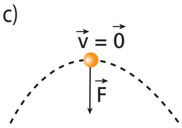
Respostas: a) 0,7 s; b) 1,4 m

31 Uma laranja foi lançada obliquamente nas proximidades do solo, movendo-se da esquerda para a direita. Desprezando influências do ar, indique a alternativa em que estão corretamente representadas a velocidade da laranja ($\vec{v}$) e a força resultante ($\vec{F}$) que nela atua na posição assinalada, após o lançamento:

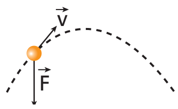
a)



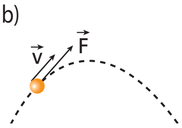
c)



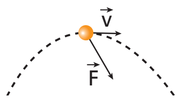
e)



b)



d)



Resolução:

- A única força atuante após o lançamento é o peso.
- $\vec{v}$ tem direção tangente à trajetória e o sentido do movimento.

Resposta: e

32 Uma esfera de chumbo é lançada obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$, inclinada de **θ** em relação à horizontal. Desprezando a influência do ar e considerando o movimento da esfera, após o lançamento e antes de colidir com o solo, analise as seguintes afirmações:

(01) A única força atuante na esfera é o seu peso.

(02) Na horizontal, o movimento é uniforme, com velocidade de módulo $v_0 \cdot \cos\theta$.

(04) Na vertical, o movimento é uniformemente variado, com velocidade inicial e aceleração de módulos respectivamente iguais a $v_0 \cdot \text{sen}\ \theta$ e **g** (aceleração da gravidade).

(08) No ponto de altura máxima, a velocidade da esfera é nula.

(16) A trajetória da esfera é um arco de circunferência.

(32) No ponto de altura máxima, a velocidade da esfera tem módulo mínimo, igual a $v_0 \cdot \cos\theta$.

(64) No ponto de altura máxima, a aceleração da esfera é nula.

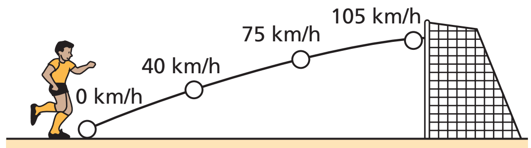
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

Estão corretas as afirmações 01, 02, 04 e 32.

Resposta: 39

33 (UFV-MG) Um telejornal reproduziu o gol de um famoso jogador de futebol, assinalando, ao lado da trajetória, a velocidade instantânea da bola.



As velocidades atribuídas à bola estão:

a) erradas, pois somente é possível atribuir à bola uma única velocidade, correspondente ao percurso total e não a cada ponto da trajetória.

b) erradas, pois a velocidade nula da bola ocorre no ponto mais alto de sua trajetória.

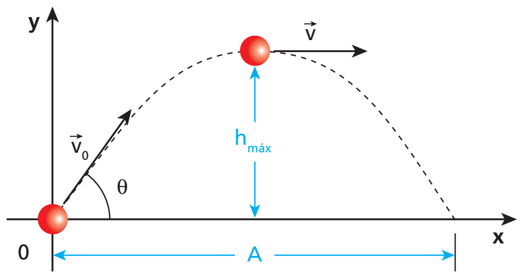
c) erradas, pois sua velocidade máxima ocorre no instante em que ela abandona o pé do jogador.

d) corretas, desde que a gravação da partida de futebol não seja analisada em "câmera lenta", o que compromete as medidas de tempo.

e) corretas, pois a bola parte do repouso e deve percorrer certa distância até alcançar a velocidade máxima.

Resposta: c

34 **E.R.** Um corpo é lançado obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$ de módulo 50 m/s, sob um ângulo de lançamento **θ** (sen θ = 0,6; cos θ = 0,8), conforme indica a figura:



Calcule, considerando g = 10 m/s² e desprezando a influência do ar:

a) a intensidade da velocidade $\vec{v}$ do corpo ao passar pelo vértice do arco de parábola;

b) o tempo de subida;

c) a altura máxima ($h_{máx}$);

d) o alcance horizontal (**A**).

Resolução:

a) A velocidade no ponto mais alto da trajetória é igual à componente horizontal da velocidade inicial:

$$v = v_{0_x}$$

$$v = v_0 \cdot \cos\theta = 50 \cdot 0{,}8 \Rightarrow \boxed{v = 40\ m/s}$$

b) O tempo de subida é dado por:

$$t_s = \frac{v_0 \cdot \text{sen}\ \theta}{g} = \frac{50 \cdot 0{,}6}{10} \Rightarrow \boxed{t_s = 3\ s}$$

c) A altura máxima é dada por:

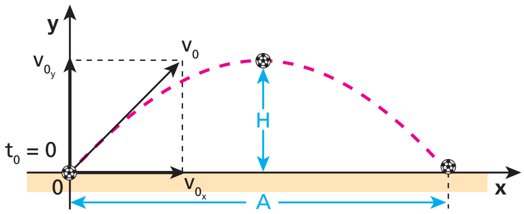
$$h_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen^2\,\theta}{2g} = \frac{50^2 \cdot 0{,}6^2}{20} \Rightarrow \boxed{h_{máx} = 45\text{ m}}$$

d) O alcance horizontal é calculado pela expressão:

$$A = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2sen\,\theta \cdot cos\,\theta$$

$$A = \frac{50^2}{10} \cdot 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 \Rightarrow \boxed{A = 240\text{ m}}$$

35 Em um campo de futebol, uma bola foi chutada no instante $t_0 = 0$, adquirindo uma velocidade inicial v_0. As componentes dessa velocidade na horizontal e na vertical valem $v_{0_x} = 24$ m/s e $v_{0_y} = 18$ m/s respectivamente.



Desprezando a resistência do ar e considerando $g = 10$ m/s², calcule:
a) a velocidade da bola no ponto mais alto de sua trajetória;
b) o instante t_s em que a bola passa pelo ponto mais alto de sua trajetória;
c) a altura máxima **H**;
d) o alcance horizontal **A**.

Resolução:

a) $\boxed{v = v_{0_x} = 24\text{ m/s}}$

b) $v_y = v_{0_y} - g\,t \Rightarrow 0 = 18 - 10\,t_s \Rightarrow \boxed{t_s = 1{,}8\text{ s}}$

c) $v_y^2 = v_{0_y}^2 - 2\,g\,\Delta y \Rightarrow 0^2 = 18^2 - 20\,H \Rightarrow \boxed{H = 16{,}2\text{ m}}$

d) $\Delta x = v_{0_x}\,t \Rightarrow A = v_{0_x} \cdot 2\,t_s = 24 \cdot 3{,}6 \Rightarrow \boxed{A = 86{,}4\text{ m}}$

Respostas: a) 24 m/s; b) 1,8 s; c) 16,2 m; d) 86,4 m

36 Um canhão dispara projéteis com velocidade de módulo 300 m/s, estando situado em amplo terreno plano e horizontal. Sendo $g = 10$ m/s² e desprezando influências do ar no movimento dos projéteis, determine a região desse terreno onde, certamente, eles não cairão.

Resolução:

$$A_{máx} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 1 = \frac{300^2}{10} \Rightarrow \boxed{A_{máx} = 9\,000\text{ m} = 9\text{ km}}$$

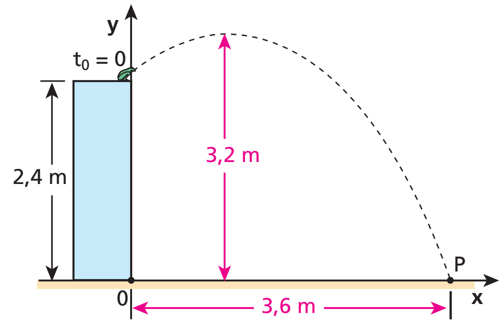
Resposta: Fora do círculo de 9 km de raio e centro no ponto de lançamento.

37 Da superfície da Terra, dá-se um tiro de canhão com ângulo de tiro θ_0 (ascendente) e velocidade v_0 (na boca do canhão). Despreze os efeitos do ar. É **incorreto** afirmar que:
a) a velocidade do projétil varia de ponto a ponto da trajetória, mas tem componente horizontal invariável.
b) na Lua, com o mesmo θ_0 e a mesma v_0, o alcance horizontal seria maior.
c) aumentando-se θ_0 (de 0 a 90°), a flecha da trajetória (altura máxima) aumenta.
d) entre a boca do canhão e o vértice da trajetória, qualquer plano horizontal é atravessado duas vezes com velocidades de módulos iguais.
e) o alcance horizontal depende da massa do projétil.

Resolução:
a) Correta.
b) Correta. $A = \frac{v_0^2}{g}$ sen 2θ: **g** menor $\Rightarrow$ **A** maior.
c) Correta. $h_{máx} = \frac{v_0^2 sen^2\theta_0}{2g}$: sen θ_0 maior $\Rightarrow h_{máx}$ maior.
d) Correta. A componente v_{0_x} é igual nas duas posições e a componente v_{0y} tem o módulo nas duas posições.
e) Incorreta.

Resposta: e

38 Um sapo, colocado em cima de um muro, salta no instante $t_0 = 0$ e chega ao ponto **P** do solo, como representa a figura.



Desprezando a influência do ar e considerando **g** igual a 10 m/s², calcule:
a) o módulo da componente vertical da velocidade inicial do sapo;
b) o instante **t** em que ele atinge o solo;
c) o módulo da componente horizontal da velocidade do sapo.

Resolução:

a) No ponto de altura máxima: $y = 3{,}2$ m e $v_y = 0$:

$$v_y^2 = v_{0_y}^2 - 2\,g\,(y - y_0) \Rightarrow 0^2 = v_{0_y}^2 - 20\,(3{,}2 - 2{,}4) \Rightarrow \boxed{v_{0_y} = 4{,}0\text{ m/s}}$$

b) No solo, $y = 0$:

$$y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{g\,t^2}{2} \Rightarrow 0 = 2{,}4 + 4\,t - 5\,t^2 \Rightarrow \boxed{t = 1{,}2\text{ s}}$$

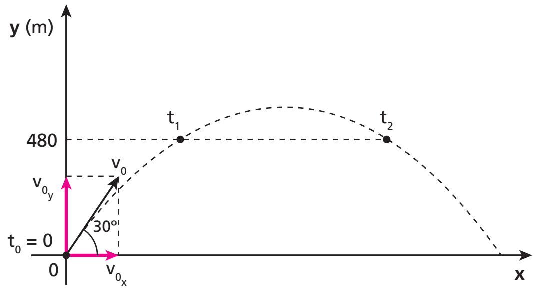
c) Na horizontal: $x = x_0 + v_x\,t$

$$3{,}6 = v_x \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{v_x = 3{,}0\text{ m/s}}$$

Respostas: a) 4,0 m/s; b) 1,2 s; c) 3,0 m/s

39 (Puccamp-SP) Um projétil é lançado segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com uma velocidade de 200 m/s. Supondo a aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e desprezando a resistência do ar, calcule o intervalo de tempo entre as passagens do projétil pelos pontos de altura 480 m acima do ponto de lançamento. (**Dados:** sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87.)

Resolução:



• $y_0 = 0$

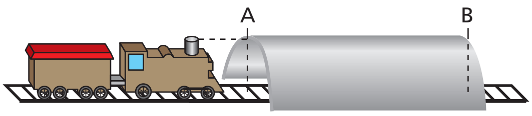
• $v_{0_y} = v_0 \text{ sen } 30° = 200 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow v_{0_y} = 100 \text{ m/s}$

• $y = y_0 + v_{0_y} t - \frac{g t^2}{2} \Rightarrow 480 = 100 t - 5 t^2 \Rightarrow t_1 = 8 \text{ s e } t_2 = 12 \text{ s}$

• $\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \boxed{\Delta t = 4 \text{ s}}$

Resposta: 4 s

40 Um trem de brinquedo, movendo-se com velocidade constante sobre trilhos retilíneos e horizontais, vai passar pelo túnel **AB**.



Uma mola comprimida e disposta verticalmente lança para cima uma bola de aço, que sai pela chaminé do trem quando esta está prestes a entrar no túnel. Sabendo que a influência do ar nesse experimento é desprezível e que o alcance horizontal da bola é ligeiramente maior que o comprimento $\overline{AB}$ do túnel (a bola não colide com o túnel), analise as seguintes afirmações:

01. A trajetória da bola em relação aos trilhos é parabólica.
02. A trajetória da bola em relação ao trem é retilínea e vertical.
04. A velocidade vetorial inicial da bola, em relação aos trilhos, é vertical.
08. No ponto de altura máxima, a velocidade da bola é nula em relação aos trilhos.
16. No ponto de altura máxima, a velocidade da bola é nula em relação ao trem, mas, em relação aos trilhos, é igual à do trem.
32. Quando o trem está saindo do túnel, a bola cai em sua chaminé.
64. O valor aproximado do comprimento $\overline{AB}$ do túnel pode ser calculado multiplicando-se a velocidade **v** do trem pelo tempo **T** durante o qual a bola esteve em movimento livre.

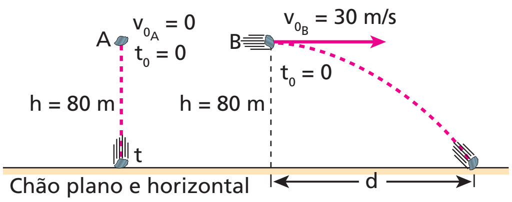
Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

São corretas as afirmações 01, 02, 16, 32 e 64.

Resposta: 115

41 No instante $t_0 = 0$, uma pedra **A**, de massa **M**, foi abandonada a partir do repouso, de uma altura h = 80 m. Nesse mesmo instante, uma pedra **B**, de massa **2M**, foi lançada horizontalmente com velocidade $v_{0_B} = 30$ m/s, a partir da mesma altura h = 80 m.



Desprezando influências do ar e considerando g = 10 m/s²:

a) calcule o instante **t** em que a pedra **A** chega ao chão;
b) calcule a distância **d** percorrida pela pedra **B**, na horizontal, até chegar ao chão;
c) calcule o módulo da velocidade da pedra **A** imediatamente antes de tocar o chão;
d) determine os módulos das componentes horizontal (v_x) e vertical (v_y) da velocidade da pedra **B** imediatamente antes de ela tocar o chão.

Resolução:

a) $\Delta s = \frac{g t^2}{2} \Rightarrow 80 = 5 t^2 \Rightarrow \boxed{t = 4 \text{ s}}$

b) $\Delta x = v_{0_B} t \Rightarrow d = 30 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{d = 120 \text{ m}}$

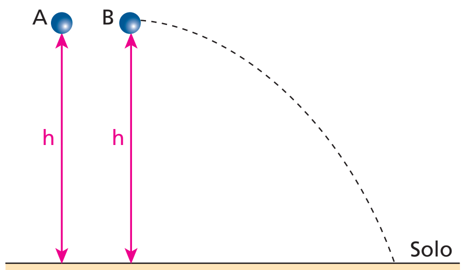
c) $v = g t \Rightarrow v = 10 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{v = 40 \text{ m/s}}$

d) $v_x = v_{0_B} \Rightarrow \boxed{v_x = 30 \text{ m/s}}$

$v_y = v \Rightarrow \boxed{v_y = 40 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 4 s; b) 120 m; c) 40 m/s; d) 30 m/s e 40 m/s, respectivamente.

42 De uma mesma altura **h** e no mesmo instante $t_0 = 0$, uma bola **A** é abandonada a partir do repouso e outra bola, **B**, é lançada horizontalmente.

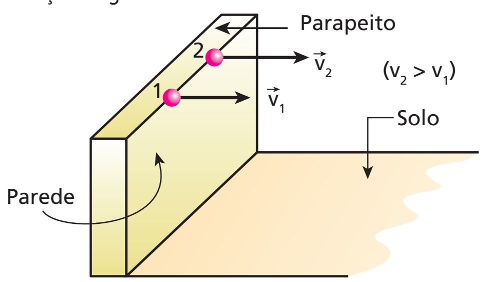


As bolas **A** e **B** atingem o solo nos instantes t_A e t_B, com velocidades de módulos v_A e v_B respectivamente. Desprezando influências do ar, é correto afirmar que:

a) $t_A = t_B$ e $v_A = v_B$.
b) $t_B > t_A$ e $v_B > v_A$.
c) $t_B > t_A$ e $v_B = v_A$.
d) $t_A = t_B$ e $v_B > v_A$.
e) $t_A = t_B$ e $v_B < v_A$.

Resposta: d

43 (Vunesp-SP) Duas pequenas esferas idênticas, 1 e 2, são lançadas do parapeito de uma janela, perpendicularmente à parede, com velocidades horizontais $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, com $v_2 > v_1$, como mostra a figura, e caem sob a ação da gravidade.

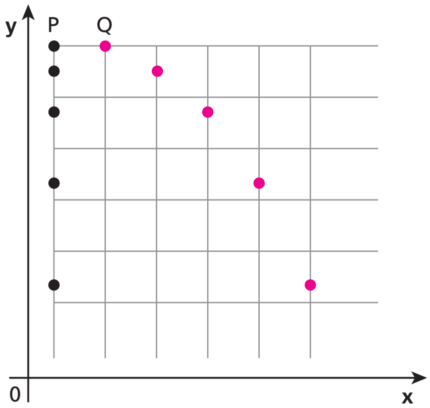


A esfera 1 atinge o solo num ponto situado à distância x_1 da parede, t_1 segundos depois de abandonar o parapeito, e a esfera 2, num ponto situado à distância x_2 da parede, t_2 segundos depois de abandonar o parapeito. Desprezando a resistência oferecida pelo ar e considerando o solo plano e horizontal, podemos afirmar que:

a) $x_1 = x_2$ e $t_1 = t_2$.
b) $x_1 < x_2$ e $t_1 < t_2$.
c) $x_1 = x_2$ e $t_1 > t_2$.
d) $x_1 > x_2$ e $t_1 < t_2$.
e) $x_1 < x_2$ e $t_1 = t_2$.

Resposta: e

44 (Cesgranrio-RJ) A figura mostra as fotografias estroboscópicas dos movimentos de duas bolas. A velocidade inicial da primeira é nula (no ponto **P**) e a segunda tem velocidade inicial paralela ao eixo **x** (no ponto **Q**). A frequência do estroboscópio é desconhecida.



Qual (quais) das seguintes afirmações pode(m) ser verificada(s) por uma simples análise das fotografias?

I. A aceleração de cada bola é paralela ao eixo **y**.
II. As duas bolas caem com acelerações iguais.
III. As bolas têm massas iguais.

a) I somente.
b) I e III somente.
c) II e III somente.
d) I, II e III.
e) I e II somente.

Resolução:

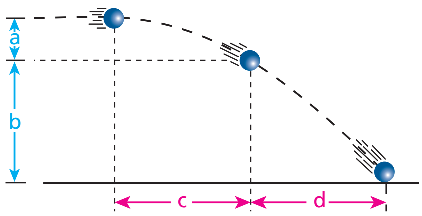
Pela análise das fotografias:

- percebemos que as velocidades das duas bolas só variam na direção do eixo **y**; portanto, a aceleração vetorial de cada bola é paralela a esse eixo (como sabemos, a aceleração é $\vec{g}$).
- percebemos que os movimentos das bolas são idênticos na direção do eixo **y**; portanto, suas acelerações são iguais.
- nada podemos concluir a respeito das massas das bolas (como sabemos, as massas das bolas não influem nas características desses movimentos, desde que livres).

Resposta: e

45 A figura representa a fotografia estroboscópica de uma bola lançada horizontalmente nas proximidades da Terra:

Sendo a = 1 m e c = 4 m, calcule **b** e **d**.



Resolução:

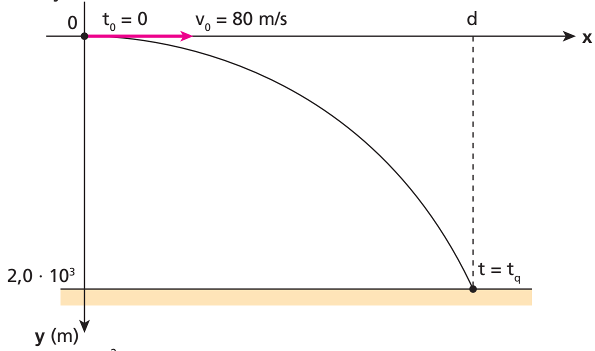
- Movimento uniforme na horizontal: $\boxed{d = c = 4\text{ m}}$
- Queda livre na vertical: $b = 3\,a \Rightarrow \boxed{b = 3\text{ m}}$

Respostas: b = 3 m; d = 4 m

46 Um avião que voa em linha reta, paralelamente ao solo, suposto plano e horizontal, tem velocidade constante de módulo 80 m/s. Em determinado instante, uma escotilha é aberta e larga-se uma bomba, que desce ao solo. Despreze a resistência do ar. Considerando g = 10 m/s² e assumindo para a altura do avião o valor $2{,}0 \cdot 10^3$ m, determine:

a) a distância percorrida pela bomba, na horizontal, desde o instante em que foi solta até o instante em que chegou ao solo;
b) a distância entre o avião e a bomba no instante em que esta toca o solo;
c) as formas das trajetórias da bomba em relação ao avião e em relação ao solo.

Resolução:



a) • $\Delta y = \dfrac{g\,t^2}{2} \Rightarrow 2{,}0 \cdot 10^3 = 5\,t_q^2 \Rightarrow t_q = 20\text{ s}$

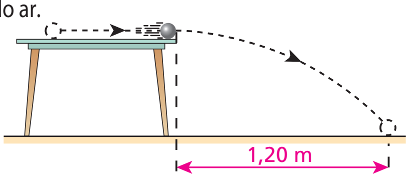
• $d = v_0\,t_q = 80 \cdot 20 \Rightarrow \boxed{d = 1{,}6 \cdot 10^3\text{ m}}$

b) Como o avião e a bomba estão na mesma vertical, a distância entre eles é igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ m.

c) Segmento de reta vertical e arco de parábola, respectivamente.

Respostas: a) $1{,}6 \cdot 10^3$ m; b) $2{,}0 \cdot 10^3$ m; c) Em relação ao avião, segmento de reta vertical. Em relação ao solo, arco de parábola.

47 Uma pequena esfera de chumbo rola sobre uma mesa de 80 cm de altura, caindo dela como indica a figura. Admita que o módulo da aceleração da gravidade no local seja de 10 m/s² e despreze a resistência do ar.



Calcule a velocidade da esfera:

a) ao abandonar a mesa;
b) ao se chocar com o chão.

Resolução:

a) • h = 0,80 m

• $h = \dfrac{g\,t_q^2}{2} \Rightarrow 0{,}80 = 5\,t_q^2 \Rightarrow t_q = 0{,}40\text{ s}$

• $\Delta x = v_0\,t \Rightarrow 1{,}20 = v_0 \cdot 0{,}40 \Rightarrow \boxed{v_0 = 3{,}0\text{ m/s}}$

b) • $v_x = v_0 = 3{,}0\text{ m/s}$

• $v_y = g\,t_q = 10 \cdot 0{,}40 \Rightarrow v_y = 4{,}0\text{ m/s}$

• $v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Rightarrow \boxed{v = 5{,}0\text{ m/s}}$

Respostas: a) 3,0 m/s; b) 5,0 m/s

48 Um projétil é lançado obliquamente na condição de máximo alcance horizontal. Compare esse alcance com a máxima altura atingida em relação ao nível do ponto de lançamento. Despreze a influência do ar.

Resolução:

• $A_{máx} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 1 = \frac{v_0^2}{g}$

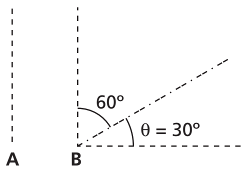
• $h_{máx} = \frac{v_0^2 \cdot sen^2\,\theta}{2g} = \frac{v_0^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2g} = \frac{v_0^2}{4g}$

Portanto: $\boxed{A_{máx} = 4\,h_{máx}}$

Resposta: O alcance horizontal é o quádruplo da altura máxima.

49 (UFPE) Dois bocais de mangueiras de jardim, **A** e **B**, estão fixos ao solo. O bocal **A** é perpendicular ao solo e o outro está inclinado de 60° em relação à direção de **A**. Correntes de água jorram dos dois bocais com velocidades de módulos idênticos. Qual a razão entre as alturas máximas de elevação da água?

Resolução:



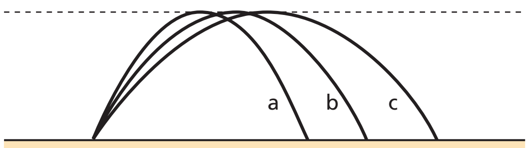
A: $h_{máx_A} = \frac{v_0^2}{2g}$

B: $h_{máx_B} = \frac{v_0^2\,sen^2\,\theta}{2g} = \frac{v_0^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{2g} = \frac{1}{4}\,h_{máx_A}$

$$\boxed{\frac{h_{máx_A}}{h_{máx_B}} = 4}$$

Resposta: $\frac{h_{máx_A}}{h_{máx_B}} = 4$

50 (UFV-MG) A figura abaixo mostra três trajetórias de uma bola de futebol que é chutada de um mesmo ponto.



Sejam "t" o tempo de permanência da bola no ar, "V_v" a componente vertical da velocidade inicial da bola e "V_h" a componente horizontal da velocidade inicial. Em relação a essas três grandezas físicas e considerando as três trajetórias **a**, **b** e **c** anteriores, livres da resistência do ar, pode-se concluir que:

a) $t_a < t_b < t_c$, $V_{va} = V_{vb} = V_{vc}$, $V_{ha} = V_{hb} = V_{hc}$.
b) $t_a = t_b = t_c$, $V_{va} < V_{vb} < V_{vc}$, $V_{ha} < V_{hb} = V_{hc}$.
c) $t_a = t_b = t_c$, $V_{va} = V_{vb} = V_{vc}$, $V_{ha} < V_{hb} < V_{hc}$.
d) $t_a = t_b = t_c$, $V_{va} = V_{vb} = V_{vc}$, $V_{ha} > V_{hb} > V_{hc}$.
e) $t_a < t_b < t_c$, $V_{va} < V_{vb} < V_{vc}$, $V_{ha} = V_{hb} > V_{hc}$.

Resolução:

$h_{máx} = \frac{v_{0y}^2}{2\,g}$: como $h_{máx}$ é igual nas três situações, então v_{0y} também é.

$t_s = \frac{v_{0y}}{g}$: como v_{0y} é igual nas três situações, então os tempos de subida e os tempos totais também são.

Quanto maior for o deslocamento horizontal no mesmo intervalo de tempo, maior será a intensidade da componente horizontal da velocidade.

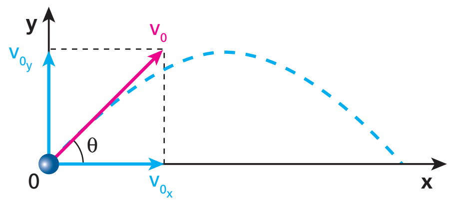
Resposta: c

51 **E.R.** No instante $t_0 = 0$, um projétil é atirado para cima com ângulo de 45° em relação à horizontal, com velocidade de módulo $80\sqrt{2}$ m/s. Desprezando a influência do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o(s) instante(s) em que o projétil encontra-se a 140 metros acima do plano horizontal de lançamento;
b) o módulo da velocidade do projétil no instante t = 2 s.

Resolução:

Adotemos o sistema de eixos representado na figura a seguir:



Temos:

$v_0 = 80\sqrt{2}$ m/s

$x_0 = 0, y_0 = 0$

$\theta = 45°$

$g = 10\ m/s^2$

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta = 80\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_{0x} = 80$ m/s

$v_{0y} = v_0 \cdot sen\,\theta = 80\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v_{0y} = 80$ m/s

a) No eixo **y**, podemos escrever:

$$y = y_0 + v_{0y}\,t - \frac{g}{2}\,t^2$$

$$y = 80t - 5t^2$$

Queremos saber quando **y** vale 140 m:

$$140 = 80t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 16t + 28 = 0$$

Assim, obtemos:

$\boxed{t_1 = 2\ s}$ (durante a subida)

e

$\boxed{t_2 = 14\ s}$ (durante a descida)

b) Em qualquer instante do movimento, a velocidade segundo o eixo **x** é igual a v_{0x}:

$$v_x = v_{0x} = 80\ m/s$$

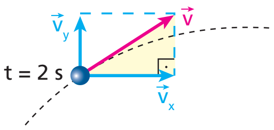
Segundo o eixo **y**, a velocidade varia com o tempo, de acordo com a função:

$$v_y = v_{0_y} - g\,t$$

$$v_y = 80 - 10t$$

Para t = 2 s:

$$v_y = 80 - 10 \cdot 2 \Rightarrow v_y = 60 \text{ m/s}$$

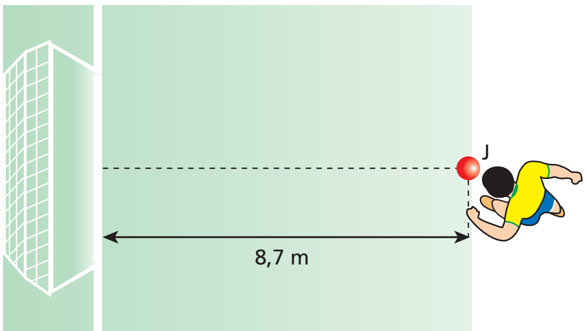


Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 80^2 + 60^2 = 10\,000$$

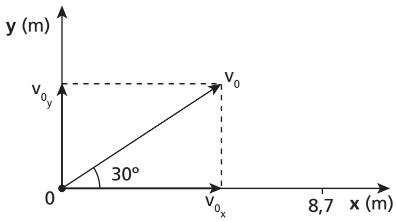
$$\boxed{v = 100 \text{ m/s}}$$

52 Um jogador de futebol, após driblar o goleiro, encontra-se no ponto **J** indicado na figura e chuta em direção ao meio do gol, como sugere a linha tracejada, com a meta completamente desguarnecida. Use g = 10 m/s²; sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87.



Sabendo que a bola, ao ser chutada, sai com velocidade de 20 m/s, formando 30° com o gramado, e que a altura da trave é de 2,44 m, diga, justificando com cálculos, se o gol aconteceu ou não. Despreze a influência do ar.

Resolução:



• $v_{0_x} = v_0 \cos 30° = 20 \cdot 0,87 \Rightarrow v_{0_x} = 17,4$ m/s
$v_{0_y} = v_0 \text{ sen } 30° = 20 \cdot 0,50 \Rightarrow v_{0_y} = 10$ m/s

• Calculemos o instante em que a bola passa por x = 8,7 m:
$x = x_0 + v_x\,t$
$8,7 = 0 + 17,4 \cdot t \Rightarrow t = 0,50$ s

• Calculemos a ordenada **y** da bola nesse mesmo instante:
$y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{g}{2}t^2$
$y = 0 + 10 \cdot 0,50 - \frac{10}{2} \cdot 0,50^2 \Rightarrow y = 3,75$ m

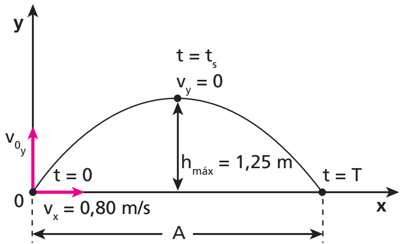
Como 3,75 m é maior que a altura da trave, o gol não aconteceu.

Resposta: Não aconteceu.

53 (Ufla-MG) Uma pessoa caminha numa trajetória retilínea e horizontal a uma velocidade constante de módulo 0,80 m/s. Ela arremessa para cima, regularmente, uma bolinha e torna a pegá-la na mesma altura do lançamento anterior. A cada arremesso, a bolinha atinge a altura de 1,25 m (considere g = 10,0 m/s²). Quantos metros a pessoa caminhou até concluir 10 arremessos?

a) 7,0 m.
b) 7,5 m.
c) 8,0 m.
d) 8,3 m.
e) 8,5 m.

Resolução:
Em cada arremesso, temos, em relação ao solo:



• $v_y^2 = v_{0_y}^2 - 2\,g\,\Delta y$
$0^2 = v_{0_y}^2 - 20,0 \cdot 1,25 \Rightarrow v_{0_y} = 5,0$ m/s

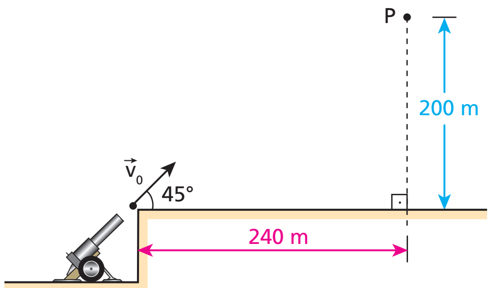
• $v_y = v_{0_y} - g\,t$
$0 = 5,0 - 10,0\,t_s \Rightarrow t_s = 0,50 \text{ s} \Rightarrow T = 1,0$ s

• $\Delta x = v_x\,t$
$A = v_x\,T = 0,80 \cdot 1,0 \Rightarrow A = 0,80$ m

Em 10 arremessos:
$\Delta x = 10\,A = 10 \cdot 0,80 \Rightarrow \boxed{\Delta x = 8,0 \text{ m}}$

Resposta: c

54 O canhão da figura dispara um projétil com velocidade inicial de módulo igual a v_0, atingindo um alvo estacionário situado em **P**:



Desprezando a influência do ar e supondo g = 10 m/s²:

a) calcule v_0;
b) diga se, ao atingir o alvo, o projétil está em movimento ascendente ou descendente.

Resolução:
a) Temos:

$$x = v_0 \cos 45°\; t \;\Rightarrow\; x = \frac{v_0\sqrt{2}}{2}\,t \qquad \text{(I)}$$

$$y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{g}{2}\,t^2 \;\Rightarrow\; y = v_0 \text{ sen } 45°\; t - 5\,t^2$$

$$y = \frac{v_0\sqrt{2}}{2} \cdot t - 5\,t^2 \qquad \text{(II)}$$

Ao atingir o alvo, temos, **no mesmo instante**, x = 240 m e y = 200 m.

Em (I):

$$240 = \frac{v_0\sqrt{2}}{2}\cdot t \Rightarrow t = \frac{480}{v_0\sqrt{2}}$$

Em (II):

$$200 = \frac{v_0\sqrt{2}}{2}\,\frac{480}{v_0\sqrt{2}} - 5\left(\frac{480}{v_0\sqrt{2}}\right)^2$$

$$200 = 240 - 5\,\frac{480^2}{2\,v_0^2} \Rightarrow 5\,\frac{480^2}{2\,v_0^2} = 40$$

$$v_0^2 = \frac{480^2}{16} \Rightarrow v_0 = \frac{480}{4} \Rightarrow \boxed{v_0 = 120\ \text{m/s}}$$

b) Ao atingir o alvo:

$$t = \frac{480}{v_0\sqrt{2}} = \frac{480}{120\sqrt{2}} \Rightarrow t = \frac{4}{\sqrt{2}}\ \text{s}$$

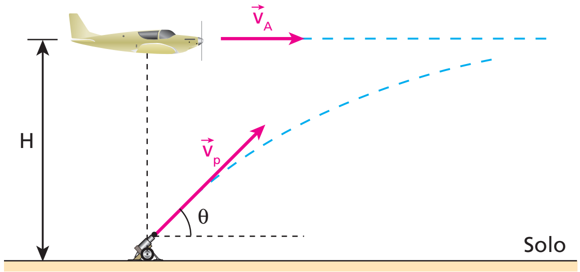
$$v_y = v_{0_y} - g\,t = v_0\,\frac{\sqrt{2}}{2} - 10\,t$$

$$v_y = 120\,\frac{\sqrt{2}}{2} - 10\,\frac{4}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_y = 40\sqrt{2}\ \text{m/s}$$

Como $v_y > 0$, o movimento é ascendente.

Respostas: a) 120 m/s; b) Ascendente

55 E.R. Um avião em movimento retilíneo e uniforme, com velocidade de módulo v_A, mantém-se a uma altura **H** em relação ao solo, plano e horizontal:



No solo, existe um canhão que dispara com a finalidade de atingir o avião exatamente quando ambos se situam na mesma vertical. A velocidade de lançamento do projétil tem módulo v_p e o ângulo de lançamento é **θ**. Desprezando influências do ar e as dimensões do canhão e do avião, estabeleça as condições para que o projétil atinja o alvo. Considere **g** o módulo da aceleração da gravidade no local.

Resolução:

A primeira condição que devemos impor é a igualdade entre os módulos da velocidade do avião e da componente horizontal da velocidade do projétil:

$$\boxed{v_A = v_p \cdot \cos\theta}$$

Isso significa que, para o projétil atingir o avião nas condições do problema, é necessário que ambos se movam com a mesma rapidez segundo a horizontal. Isso, entretanto, não basta, pois é possível que o projétil fique sempre abaixo do avião. Por isso, devemos impor também que a altura máxima do projétil (H_p) seja maior que a altura do voo (**H**) ou igual a ela:

$$H_p \geqslant H \Rightarrow \frac{v_p^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g} \geqslant H$$

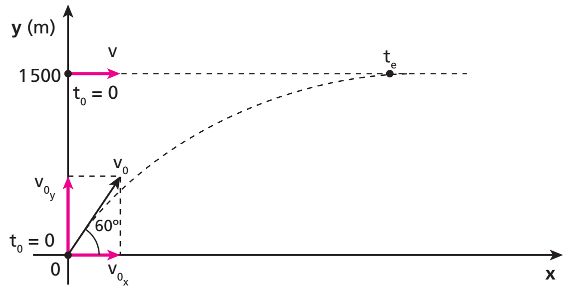
Como $0 < \theta < 90°$:

$$\boxed{v_p \geqslant \frac{\sqrt{2g\,H}}{\text{sen}\,\theta}}$$

56 (FEI-SP) Um objeto voa numa trajetória retilínea, com velocidade v = 200 m/s, numa altura H = 1 500 m em relação ao solo. Quando o objeto passa exatamente na vertical de uma peça de artilharia, essa dispara um projétil, num ângulo de 60° com a horizontal. O projétil atinge o objeto decorrido o intervalo de tempo Δt. Adote g = 10 m/s² e calcule:

a) a velocidade de lançamento do projétil;
b) o menor intervalo de tempo Δt em que o projétil atinge o objeto.

Resolução:



a) $v_{0_x} = v_0 \cos 60° = v \Rightarrow v_0 \cdot \frac{1}{2} = 200 \Rightarrow \boxed{v_0 = 400\ \text{m/s}}$

b) $y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{g\,t^2}{2} \Rightarrow 1\,500 = 400\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,t_e - 5\,t_e^2 \Rightarrow t_{e_{menor}} = 4{,}6\ \text{s}$

$$\boxed{\Delta t_{menor} = 4{,}6\ \text{s}}$$

Respostas: a) 400 m/s; b) 4,6 s

57 (Unicamp-SP) Um carro, a uma velocidade constante de 18 km/h, está percorrendo um trecho de rua retilíneo. Devido a um problema mecânico, pinga óleo do motor à razão de 6 gotas por minuto. Qual a distância entre os pingos de óleo que o carro deixa na rua?

Resolução:

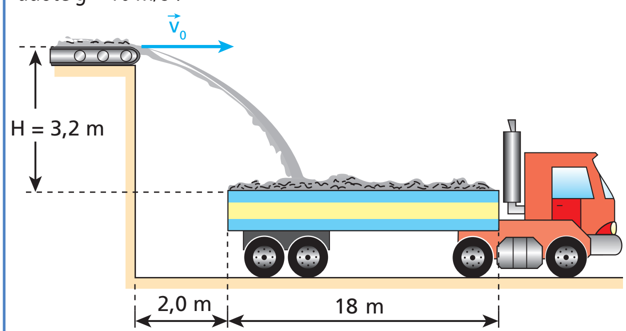
18 km/h = 5 m/s

$$\frac{6\ \text{gotas}}{60\ \text{s}} \Rightarrow 1\ \text{gota a cada } 10\ \text{s}$$

$$\Delta x = v_x\,t = 5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\Delta x = 50\ \text{m}}$$

Resposta: 50 m

58 E.R. Uma esteira transportadora lança minério horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$. Considere desprezível a influência do ar e adote g = 10 m/s².



a) Determine o intervalo das intensidades de $\vec{v}_0$ para que o minério caia dentro da carroceria do caminhão.
b) Se o desnível **H** fosse maior, o intervalo citado no item anterior aumentaria, diminuiria ou permaneceria o mesmo?

Resolução:

a) O tempo de queda do minério é dado por:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}8 \text{ s}$$

A distância **d** percorrida pelo minério, na horizontal, durante a queda, é igual a $v_0\, t_q$:

$$d = v_0\, t_q = v_0 \cdot 0{,}8$$

Devemos ter:

$$2{,}0 \text{ m} < d < 20 \text{ m} \Rightarrow 2{,}0 < v_0 \cdot 0{,}8 < 20$$

Dividindo por 0,8 todos os termos da última expressão, obtemos:

$$\boxed{2{,}5 \text{ m/s} < v_0 < 25 \text{ m/s}}$$

b) Temos que:

$$2{,}0 < d < 20$$

em que $d = v_0\, t_q = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Então:

$$2{,}0 < v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} < 20$$

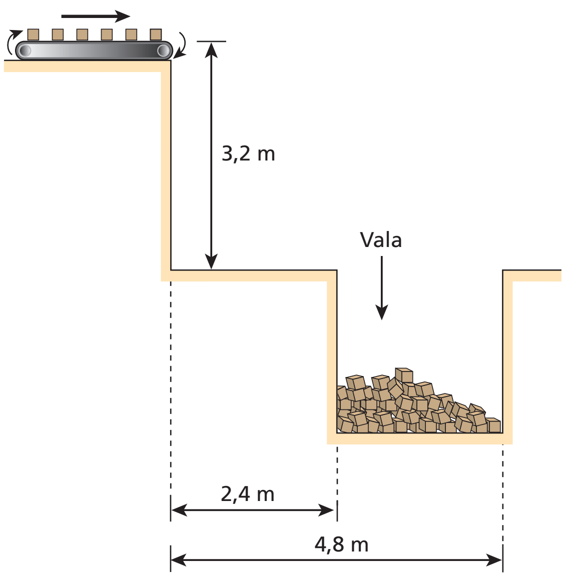
Multiplicando todos os termos por $\sqrt{\frac{g}{2H}}$, vem:

$$2{,}0 \sqrt{\frac{g}{2H}} < v_0 < 20 \sqrt{\frac{g}{2H}}$$

Então, a "largura" do intervalo é igual a $18 \sqrt{\frac{g}{2H}}$.

Portanto, se **H** fosse maior, o intervalo **diminuiria**.

59 Na situação esquematizada, a esteira lança horizontalmente as caixas, que devem ir **diretamente** para a vala.



Considerando g = 10 m/s² e desprezando influências do ar, determine o intervalo dos valores **v** das velocidades com que as caixas devem ser lançadas.

Resolução:

• Tempo para uma caixa cair 3,2 m, na vertical:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}80 \text{ s}$$

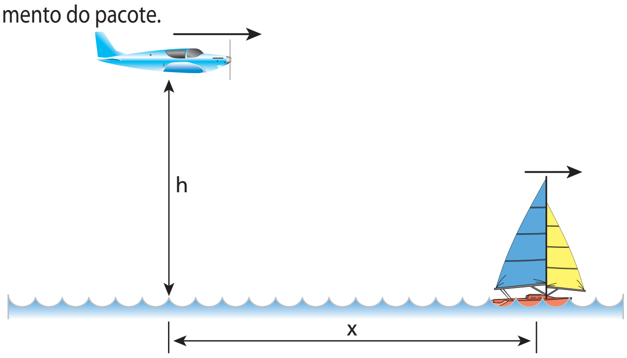
• Decorrido esse tempo, o deslocamento horizontal da caixa deve ser menor que 4,8 m e maior que 2,4 m:

$$\Delta x = v\, t_q = v \cdot 0{,}80$$

$$2{,}4 < v \cdot 0{,}80 < 4{,}8 \Rightarrow \boxed{3{,}0 \text{ m/s} < v < 6{,}0 \text{ m/s}}$$

Resposta: 3,0 m/s < v < 6,0 m/s

60 (UFV-MG) Um avião de carga voa a uma altitude **h** igual a 320 m, à velocidade de 100 m/s. Ele deixa cair um pacote que deve atingir um barco se deslocando a 20 m/s na mesma direção e sentido do avião. A que distância horizontal **x**, atrás do barco, o avião deverá abandonar o pacote? Considere g = 10 m/s² e despreze influências do ar no movimento do pacote.

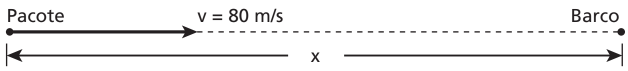


Resolução:

Tempo de queda do pacote:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 320}{10}} \Rightarrow t_q = 8 \text{ s}$$

Considerando-se os movimentos na horizontal e tomando-se um referencial no barco, a velocidade do pacote é constante, de módulo igual a 80 m/s (100 m/s – 20 m/s):

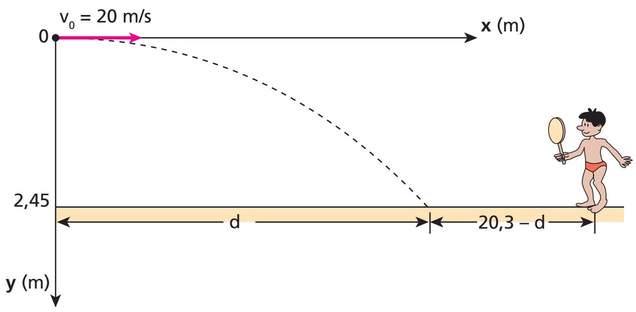


$$v = \frac{x}{\Delta t} \Rightarrow 80 = \frac{x}{8} \Rightarrow \boxed{x = 640 \text{ m}}$$

Resposta: 640 m

61 (Olimpíada Brasileira de Física) Dois rapazes brincam de tênis na praia. Um deles dá uma raquetada na bola a 2,45 m de altura e esta sai horizontalmente com velocidade de 72 km/h. Qual deve ser a velocidade mínima do outro rapaz, situado inicialmente 20,3 m à frente do primeiro, para que consiga aparar a bola antes que ela bata na areia? (Adote g = 10 m/s².)

Resolução:



• $y = \frac{g\,t^2}{2} \Rightarrow 2{,}45 = 5\,t_q^2 \Rightarrow t_q = 0{,}70\ s$

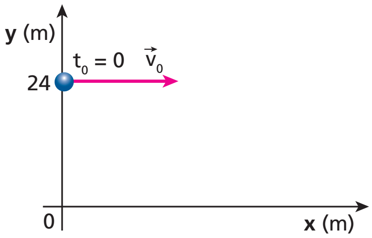
• $\Delta x = v_0\,t$

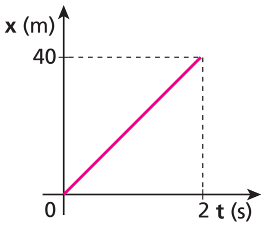
$d = v_0\,t_q = 20 \cdot 0{,}70 \Rightarrow d = 14\ m$

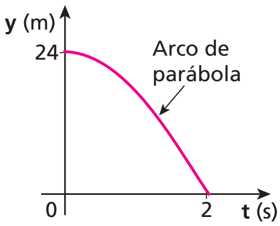
• $v = \frac{20{,}3 - 14}{0{,}70} \Rightarrow \boxed{v = 9{,}0\ m/s}$

Resposta: 9,0 m/s

62 De uma nave estacionária, a 24 m de altura em relação ao solo plano e horizontal de um planeta **K**, uma esfera metálica é lançada horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$. Sabe-se que a atmosfera do planeta praticamente não influi no movimento da esfera. As coordenadas **x** e **y** da esfera são lidas no sistema de referência representado na figura ao lado e variam com o tempo **t** conforme os gráficos:







a) Calcule os módulos da velocidade inicial da esfera e da aceleração da gravidade na superfície do planeta **K**.

b) Represente a trajetória da esfera no sistema de referência dado.

Resolução:

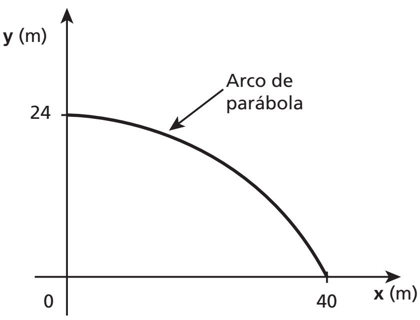
a) Do gráfico **x** × **t**:

$v_0 = v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40}{2} \Rightarrow \boxed{v_0 = 20\ m/s}$

Do gráfico **y** × **t**:

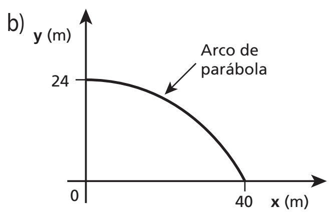
$t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 24}{g}} \Rightarrow \boxed{g = 12\ m/s^2}$

b) $y = 0 \Rightarrow t = 2\ s \Rightarrow x = 40\ m$



Respostas: a) 20 m/s e 12 m/s²

b)



63 (Fuvest-SP) A figura abaixo representa as velocidades em função do tempo de dois corpos que executam movimentos verticais. O do corpo **A**, de massa **M**, é descrito por uma linha azul; o do corpo **B**, de massa 3M, por uma linha vermelha. Em um dos intervalos de tempo listados abaixo, ambos estão sob a ação exclusiva de um campo gravitacional constante. Tal intervalo é:

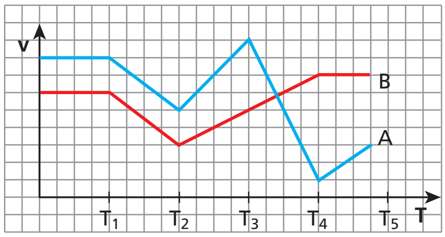
a) de 0 a T_1.

b) de T_1 a T_2.

c) de T_2 a T_3.

d) de T_3 a T_4.

e) de T_4 a T_5.



Resolução:

Sob a ação exclusiva do campo gravitacional, os dois corpos têm a mesma aceleração de módulo **g**, independentemente de suas massas. Então, o intervalo de tempo pedido é aquele em que dois gráficos são segmentos de reta inclinados, **paralelos** entre si.

Resposta: b

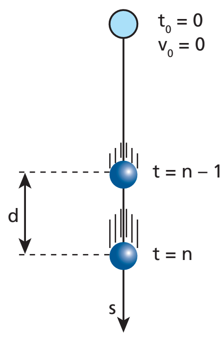
64 Um bloco de chumbo cai do topo de uma torre. Considerando desprezível a influência do ar e sendo **g** a intensidade do campo gravitacional, calcule a distância percorrida pelo bloco durante o enésimo segundo de queda livre.

Resolução:

$v = v_0 + g\ t \Rightarrow v = g\ t$

$v_{n-1} = g\ (n - 1)$

$v_n = g\ n$



• $v_n^2 = v_{n-1}^2 + 2\ g\ d$

$g^2\ n^2 = g^2\ (n - 1)^2 + 2\ g\ d$

$g\ n^2 = g\ n^2 - 2\ g\ n + g + 2\ d$

$\boxed{d = \frac{g\ (2\ n - 1)}{2}}$

Resposta: $d = \frac{g\ (2\ n - 1)}{2}$

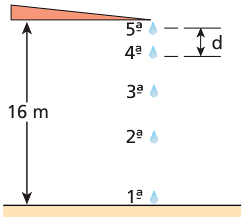
65 De um telhado caem gotas de chuva separadas por intervalos de tempo iguais entre si. No instante em que a quinta gota se desprende, a primeira toca o solo. Qual a distância que separa as duas últimas gotas consecutivas, nesse instante, se a altura do telhado é de 16 m? Não considere a resistência do ar e adote $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

Tempo de queda da primeira gota:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16}{10}}$$

$$t_q = \sqrt{3{,}2}\ s$$



Seja **T** o intervalo de tempo decorrido entre os desprendimentos de gotas consecutivas. Temos, então:

$$t_q = 4\ \ T \Rightarrow T = \frac{\sqrt{3{,}2}}{4}$$

$$d = \frac{g}{2}\ T^2 = \frac{10}{2}\ \ \frac{3{,}2}{16} \Rightarrow \boxed{d = 1\ m}$$

Resposta: 1 m

66 (UFC-CE) Um chuveiro, situado a uma altura de 1,8 m do solo, indevidamente fechado, deixa cair pingos de água a uma razão constante de 4 pingos/segundo. No instante em que um dado pingo toca o solo, o número de pingos, atrás dele, que já estão a caminho é (valor da aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$):

a) 0. b) 1. c) 2. d) 3. e) 4.

Resolução:

Tempo de queda de um pingo:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}8}{10}} \Rightarrow t_q = 0{,}6\ s$$

Entre as saídas de dois pingos sucessivos, o tempo decorrido é de $\frac{1}{4}$ s, ou 0,25 s. Então, em 0,6 s apenas **dois** outros pingos já se desprenderam do chuveiro.

Resposta: c

67 (FGV-SP) Uma pedra cai em um poço e o observador ouve o som da pedra no fundo após 9 s. Admitindo uma aceleração de gravidade igual a $10\ m/s^2$ e a velocidade do som de 320 m/s, qual a profundidade do poço? Despreze a resistência do ar.

Resolução:

Seja **H** a profundidade do poço.

Tempo de queda da pedra:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\ H}{g}} = \sqrt{\frac{2\ H}{10}} = \sqrt{\frac{H}{5}}$$

Tempo para o som propagar-se do fundo do poço até o observador:

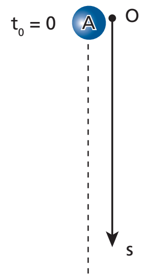
$$\Delta s = v\ \ t \Rightarrow H = 320\ \ t_s \Rightarrow t_s = \frac{H}{320}$$

$$t_q + t_s = 9 \Rightarrow \sqrt{\frac{H}{5}} + \frac{H}{320} = 9 \Rightarrow \boxed{H = 320\ m}$$

Resposta: 320 m

68 No instante $t_0 = 0$, uma esfera de aço (**A**) é abandonada do topo de uma torre muito alta. Após um intervalo de tempo **T**, uma outra esfera de aço (**B**) é abandonada do mesmo ponto. Sendo **g** a intensidade do campo gravitacional e supondo desprezível a influência do ar, represente graficamente a distância **d** entre as esferas em função do tempo enquanto estiverem em queda livre.

Resolução:

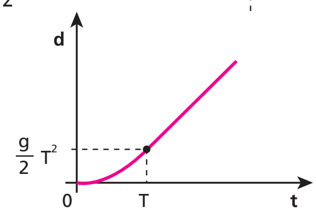


De $t_0 = 0$ a $t = T$: $s_A = \frac{g}{2}\ t^2$ e $s_B = 0$

$$d = s_A - s_B = \frac{g}{2}\ t^2$$

A partir de $t = T$:

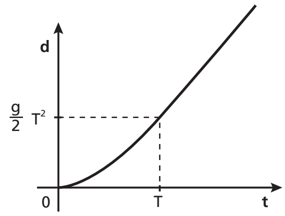
$$s_A = \frac{g}{2}\ t^2 \text{ e } s_B = \frac{g}{2}\ (t - T)^2$$



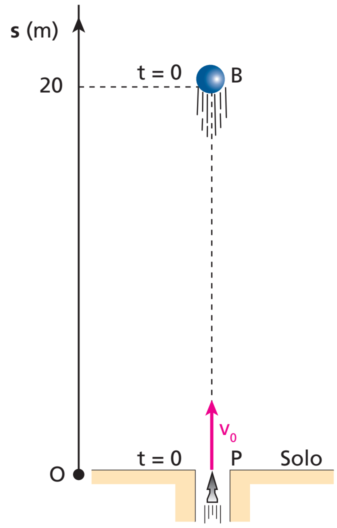
$$d = s_A - s_B = \frac{g}{2}\ t^2 - \left(\frac{g}{2}\ t^2 - g\ \ t\ \ T + \frac{g\ \ T^2}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = g\ \ T\ \ t - \frac{g\ \ T^2}{2}$$

Resposta:



69 Um balão **B** sobe verticalmente em movimento uniforme a 2 m/s. No instante (t = 0) em que ele se encontra a 20 m do solo, um projétil **P** é lançado também verticalmente para cima, partindo do solo com velocidade v_0, como mostra a figura. Desprezando influências do ar no movimento do projétil, determine v_0 para que ele alcance o balão. Considere $g = 10\ m/s^2$.



Resolução:

$s_B = 20 + 2\ t$

$s_p = v_0\ t - 5\ t^2$

$s_p = s_B$:

$20 + 2\ t_e = v_0\ t_e - 5\ t_e^2$

$5\ t_e^2 + (2 - v_0)\ t_e + 20 = 0$

$\Delta = (2 - v_0)^2 - 400 \geqslant 0$

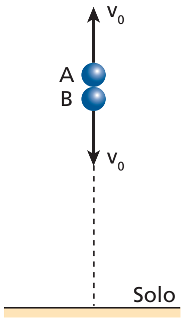
$(v_0 - 2)^2 \geqslant 400$

Como $v_0 > 2$ m/s

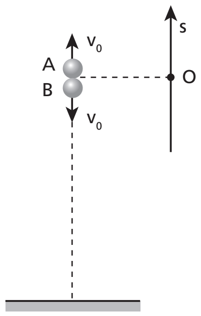
$v_0 - 2 \geqslant 20 \Rightarrow \boxed{v_0 \geqslant 22 \text{ m/s}}$

Resposta: 22 m/s

70 No instante $t_0 = 0$, duas bolinhas de chumbo, **A** e **B**, são lançadas verticalmente de um mesmo local situado a uma certa altura do solo, com velocidades iniciais de mesmo módulo v_0: **A** é lançada para cima e **B**, para baixo. Desprezando a influência do ar e sendo **g** a intensidade do campo gravitacional, determine a distância **d** entre as bolinhas em função do tempo **t**, antes que alguma delas toque o solo.



Resolução:



$s = s_0 + v_0\ t + \frac{\alpha}{2}\ t^2$

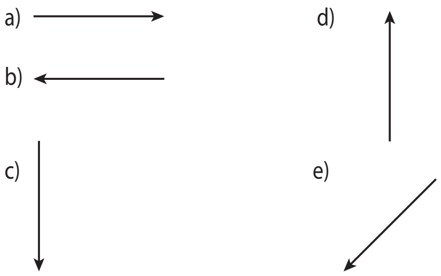
$s_A = v_0\ t - \frac{g}{2}\ t^2$

$s_B = -v_0\ t - \frac{g}{2}\ t^2$

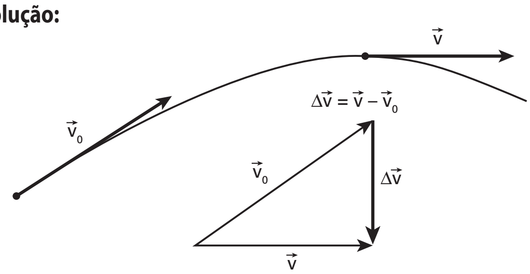
$\boxed{d = s_A - s_B = 2\ v_0\ t}$

Resposta: $2\ v_0\ t$

71 Um projétil é lançado obliquamente com velocidade $\vec{v}_0$ e passa pelo ponto de altura máxima com velocidade $\vec{v}$. Desprezando a influência do ar, indique a alternativa em que está mais bem representado o vetor $(\vec{v} - \vec{v}_0)$:



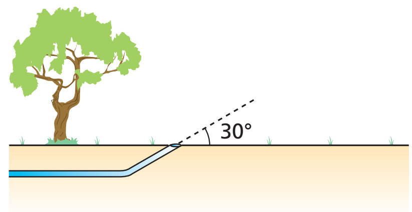
Resolução:



Lembremos que a componente horizontal de $\vec{v}_0$ é igual a $\vec{v}$.

Resposta: c

72 (UFMG) Um cano de irrigação, enterrado no solo, ejeta água a uma taxa de 15 litros por minuto com uma velocidade de 10 m/s. A saída do cano é apontada para cima fazendo um ângulo de 30° com o solo, como mostra a figura. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10$ m/s², sen 30° = 0,50 e cos 30° = 0,87.



Calcule quantos litros de água estarão no ar na situação em que o jato d'água é contínuo do cano ao solo.

Resolução:

O intervalo de tempo decorrido desde quando a água sai do cano até o instante em que retorna ao solo é dado por:

$$T = \frac{2\ v_0\ \text{sen}\,\theta}{g} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{10} \Rightarrow T = 1 \text{ s}$$

15 litros → 60 s

x → 1 s

$\boxed{x = 0{,}25 \text{ litro}}$

Resposta: 0,25 litro

73 No instante t_1, uma pessoa parada na plataforma de uma estação ferroviária joga uma maçã verticalmente para cima, com velocidade inicial de módulo igual a 10 m/s, agarrando-a em seguida, no instante t_2, na mesma altura da qual foi lançada. Enquanto a maçã realizou esse movimento de sobe-e-desce, um trem passou pela estação em movimento retilíneo e uniforme, a 30 m/s. Considerando **g** igual a 10 m/s² e desprezando influências do ar, determine, em relação a um passageiro sentado no trem, o módulo do deslocamento vetorial da maçã entre os instantes t_1 e t_2.

Resolução:

Tempo de duração do sobe-e-desce:

$$T = 2\ t_s = 2\ \frac{v_0}{g} \Rightarrow T = 2 \cdot \frac{10}{10} \Rightarrow T = 2 \text{ s}$$

Em relação ao passageiro, a maçã realizou um lançamento oblíquo, em que $v_x = 30$ m/s e:

$|\vec{d}| = A = v_x\ T = 30 \cdot 2$

$\boxed{|\vec{d}| = 60 \text{ m}}$

Resposta: 60 m

74 (UFRN) O experimento ilustrado na figura a seguir é realizado na superfície da Terra. Nesse experimento, uma pessoa lança uma pequena esfera no mesmo instante em que um objeto que estava preso no teto é liberado e cai livremente. A esfera, lançada com velocidade v_0, atinge o objeto após um tempo t_g. Se repetirmos, agora, esse mesmo experimento num ambiente hipotético, onde a aceleração local da gravidade é nula, o tempo de colisão entre a esfera e o objeto será t_0.

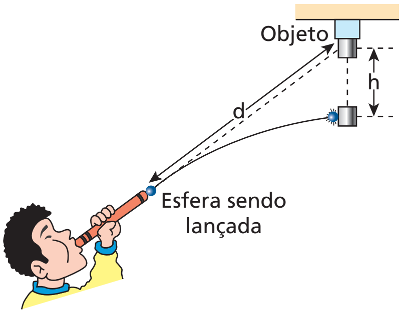
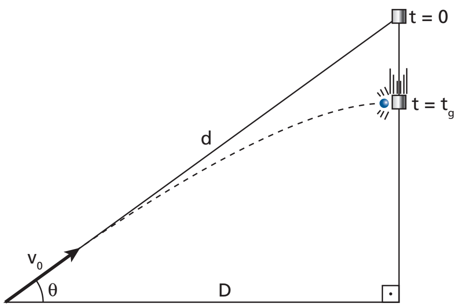


Ilustração do movimento de uma esfera lançada por um instrumento rudimentar (zarabatana).

Considerando desprezível a resistência do ar nesses experimentos, pode-se afirmar que:

a) $t_0 = t_g = \frac{d}{v_0}$. b) $t_0 = t_g = \frac{h}{v_0}$. c) $t_0 > t_g = \frac{d}{v_0}$. d) $t_0 > t_g = \frac{h}{v_0}$.

Resolução:



Primeiro experimento:

$\Delta x = v_x \; t \Rightarrow D = v_0 \; \cos\theta \; t_g$

$d \; \cos\theta = v_0 \; \cos\theta \; t_g \Rightarrow \boxed{t_g = \frac{d}{v_0}}$

Segundo experimento:

$v_0 = \frac{d}{t_0} \Rightarrow \boxed{t_0 = \frac{d}{v_0}}$

Resposta: a

75 (Fuvest-SP) Estamos no ano de 2095 e a "interplanetariamente" famosa FIFA (Federação Interplanetária de Futebol Amador) está organizando o Campeonato Interplanetário de Futebol, a se realizar em MARTE no ano 2100. Ficou estabelecido que o comprimento do campo deve corresponder à distância do chute de máximo alcance conseguido por um bom jogador. Na TERRA, essa distância vale L_T = 100 m. Suponha que o jogo seja realizado em uma atmosfera semelhante à da TERRA e que, como na TERRA, possamos desprezar os efeitos do ar e ainda que a máxima velocidade que um bom jogador consegue imprimir à bola seja igual à na TERRA. Suponha que $M_M/M_T = 0{,}1$ e $R_M/R_T = 0{,}5$, em que M_M e R_M são a massa e o raio de MARTE e M_T e R_T são a massa e o raio da TERRA.

a) Determine a razão g_M/g_T entre os valores da aceleração da gravidade em MARTE e na TERRA.

b) Determine o valor aproximado L_M, em metros, do comprimento do campo em MARTE.

c) Determine o valor aproximado do tempo t_M, em segundos, gasto pela bola, em um chute de máximo alcance, para atravessar o campo em MARTE. (Adote $g_T = 10 \text{ m/s}^2$.)

Resolução:

a) $$\frac{g_M}{g_T} = \frac{\frac{G \; M_M}{R_M^2}}{\frac{G \; M_T}{R_T^2}} = \frac{M_M}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_M}\right)^2 = 0{,}1\left(\frac{1}{0{,}5}\right)^2$$

$$\boxed{\frac{g_M}{g_T} = 0{,}4}$$

b) $A = \frac{v_0^2}{g}$ sen 2θ ($A_{máx}$ ⇒ sen 2θ = sen 90° = 1)

$$\left.\begin{aligned} L_T &= \frac{v_0^2}{g_T} \\ L_M &= \frac{v_0^2}{g_M} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{L_M}{L_T} = \frac{g_T}{g_M} \Rightarrow \frac{L_M}{100} = \frac{1}{0{,}4}$$

$$\boxed{L_M = 250 \text{ m}}$$

c) O tempo total no lançamento oblíquo é dado por:

$$T = \frac{2 \; v_0 \; \text{sen}\,\theta}{g}$$

$$L_T = \frac{v_0^2}{g_T} \Rightarrow 100 = \frac{v_0^2}{10} \Rightarrow v_0 = 10\sqrt{10} \text{ m/s}$$

$$t_M = \frac{2 \; v_0 \; \text{sen}\,45°}{g_M} = \frac{2 \; v_0 \; \text{sen}\,45°}{0{,}4 \; g_T} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{10} \; \frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}4 \; 10}$$

$$t_M = 5\sqrt{5} \text{ s}$$

$$\boxed{t_M = 11 \text{ s}}$$

Respostas: a) 0,4; b) 250 m; c) 11 s

76 (Mack-SP) Da aresta superior do tampo retangular de uma mesa de 80 cm de altura, um pequeno corpo é disparado obliquamente, com velocidade inicial de módulo 5,00 m/s, conforme mostra a figura abaixo. O tampo da mesa é paralelo ao solo e o plano da trajetória descrita, perpendicular a ele.

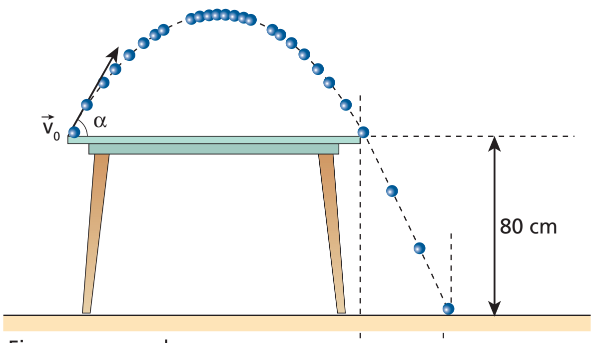


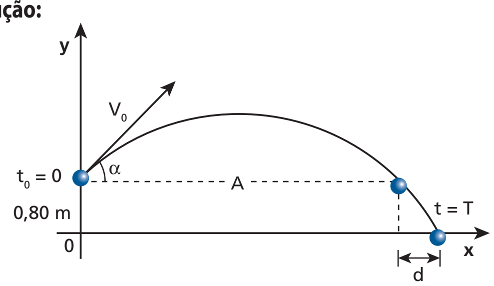
Figura sem escala

Sabendo que o corpo tangencia a aresta oposta, podemos afirmar que a distância **d** é de:

a) 0,60 m. b) 0,80 m. c) 1,20 m. d) 1,60 m. e) 3,20 m.

Despreze a resistência do ar e considere:
sen α = 0,60; cos α = 0,80; g = 10 m/s².

Resolução:



$V_{0_x} = V_0 \cos\alpha = 5{,}00 \cdot 0{,}80 \Rightarrow \boxed{V_{0_x} = 4{,}0 \text{ m/s}}$

$V_{0_y} = V_0 \text{ sen}\,\alpha = 5{,}00 \cdot 0{,}60 \Rightarrow \boxed{V_{0_y} = 3{,}0 \text{ m/s}}$

$A = \frac{V_0^2}{g}\, 2 \text{ sen}\,\alpha \cos\alpha = \frac{5{,}00^2}{10} \cdot 2 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}80 \Rightarrow \boxed{A = 2{,}4 \text{ m}}$

$y = y_0 + V_{0_y}\, t - \frac{g\, t^2}{2} \Rightarrow 0 = 0{,}80 + 3{,}0\, T - 5{,}0\, T^2 \Rightarrow \boxed{T = 0{,}80 \text{ s}}$

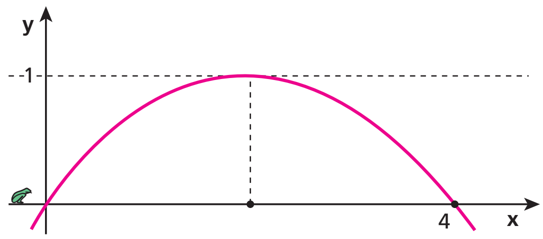
$x = x_0 + V_{0_x}\, t \Rightarrow A + d = V_{0_x}\, T$

$2{,}4 + d = 4{,}0 \cdot 0{,}80$

$\boxed{d = 0{,}80 \text{ m}}$

Resposta: b

77 (Faap-SP) As trajetórias dos animais saltadores são, normalmente, parabólicas. A figura mostra o salto de uma rã representado em um sistema de coordenadas cartesianas. O alcance do salto é de 4 metros e a altura máxima atingida é de 1 metro. (Adote g = 10 m/s².)



A partir desses dados, pode-se concluir que a trajetória da rã tem equação:

a) $y = 0{,}25x^2 + x$. c) $y = -0{,}25x^2 - x$. e) $y = -2x^2 + 8x$.
b) $y = -0{,}25x^2 + x$. d) $y = -x^2 + 4x$.

Resolução:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{2\, V_x\, V_{0_y}}{g} = 4 \Rightarrow V_x\, V_{0_y} = 20 \\ h_{máx} &= \frac{V_{0_y}^2}{2\, g} = 1 \Rightarrow V_{0_y}^2 = 20 \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_{0_y} = V_x \text{ e } V_x^2 = 20$$

$x = V_x\, t \Rightarrow t = \frac{x}{V_x}$

$y = V_{0_y}\, t - 5\, t^2 = \frac{V_{0_y}}{V_x}\, x - \frac{5}{V_x^2}\, x^2$

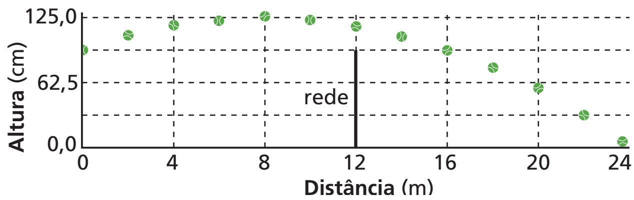
Como $V_{0_y} = V_x$ e $V_x^2 = 20$: $\boxed{y = x - 0{,}25\, x^2}$ (SI)

Nota:

- Outra opção seria testar as alternativas b, c, d, e e, buscando aquela para a qual $x = 2 \Rightarrow y = 1\text{m}$ e $x = 4\text{ m} \Rightarrow y = 0$

Resposta: b

78 (Unicamp-SP) Uma bola de tênis rebatida numa das extremidades da quadra descreve a trajetória representada na figura abaixo, atingindo o chão na outra extremidade da quadra. O comprimento da quadra é de 24 m. (Adote g = 10 m/s².)



a) Calcule o tempo de voo da bola, antes de atingir o chão. Desconsidere a resistência do ar nesse caso.
b) Qual é a velocidade horizontal da bola no caso acima?
c) Quando a bola é rebatida com efeito, aparece uma força F_E, vertical, de cima para baixo e igual a 3 vezes o peso da bola. Qual será a velocidade horizontal da bola, rebatida com efeito, para uma trajetória idêntica à da figura?

Resolução:

a) • De x = 8 m a x = 24 m, temos:

$$t_q = \sqrt{\frac{2\, H}{g}}$$

Como V_x é constante, seu valor é o mesmo de x = 0 a x = 8 m e de x = 8 m a x = 24 m:

$$\frac{8 - 0}{t_s} = \frac{24 - 8}{t_q} \Rightarrow t_s = \frac{t_q}{2}$$

• $t_{voo} = t_q + t_s = t_q + \frac{t_q}{2} = \frac{3}{2}\, t_q \Rightarrow t_{voo} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2\, H}{g}}$ (I)

$$t_{voo} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}25}{10}}$$

$\boxed{t_{voo} = 0{,}75 \text{ s}}$

b) De x = 0 a x = 24 m, por exemplo, temos:

$$V_x = \frac{\Delta x}{t_{voo}} = \frac{24 \text{ m} - 0}{\frac{3}{4}\text{ s}} \Rightarrow \boxed{V_x = 32 \text{ m/s}}$$

c) • Passamos a ter uma gravidade aparente $g_{ap} = 4 \cdot g$.
De (I):

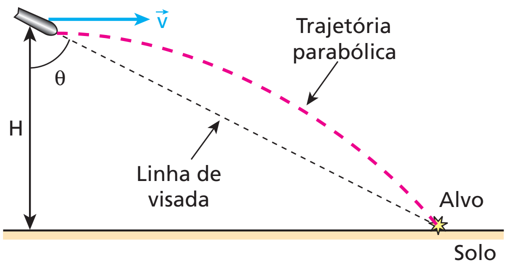
$$t'_{voo} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2\, H}{4\, g}} = \frac{1}{2}\, t_{voo} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow t'_{voo} = \frac{3}{8} \text{ s}$$

• De x = 0 a x = 24 m:

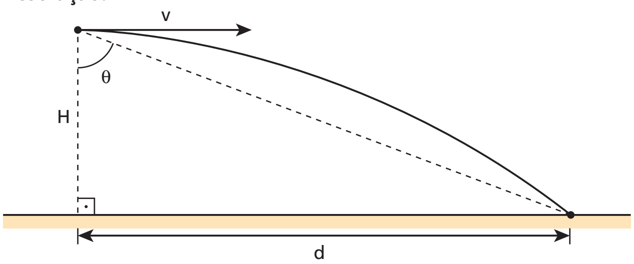
$$V'_x = \frac{\Delta x}{t'_{voo}} = \frac{24}{\frac{3}{8}} \Rightarrow \boxed{V'_x = 64 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 0,75 s; b) 32 m/s; c) 64 m/s

79 Um avião de bombardeio voa horizontalmente em linha reta, à altura **H**, com velocidade $\vec{v}$. Para atingir o alvo indicado na figura, uma bomba é solta a partir do repouso em relação ao avião. Desprezando a influência do ar no movimento da bomba, determine o ângulo **θ**, sendo **g** a intensidade do campo gravitacional.



Resolução:

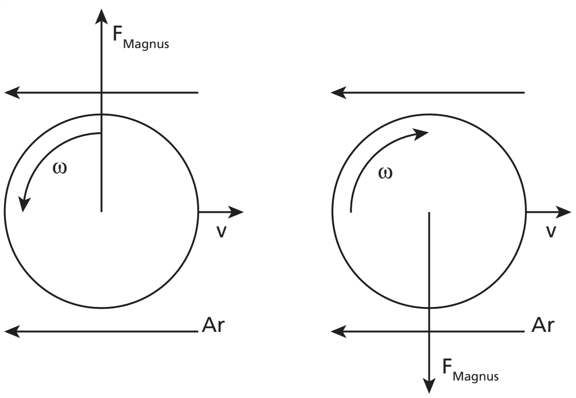


$$t_q = \sqrt{\frac{2\ H}{g}} \Rightarrow d = v\sqrt{\frac{2\ H}{g}}$$

$$\text{tg}\ \theta = \frac{d}{H} = \frac{v\sqrt{\frac{2\ H}{g}}}{H} \Rightarrow \boxed{\text{tg}\ \theta = v\sqrt{\frac{2}{g\ H}}}$$

Resposta: $\text{tg}\ \theta = v\sqrt{\frac{2}{g\ H}}$

80 (Unifesp-SP) É comum vermos, durante uma partida de voleibol, a bola tomar repentinamente trajetórias inesperadas logo depois que o jogador efetua um saque. A bola pode cair antes do esperado, assim como pode ter sua trajetória prolongada, um efeito inesperado para a baixa velocidade com que a bola se locomove. Quando uma bola se desloca no ar com uma velocidade **v**, girando com velocidade angular **ω** em torno de um eixo que passa pelo seu centro, ela fica sujeita a uma força $F_{Magnus} = k \cdot v \cdot \omega$. Essa força é perpendicular à trajetória e ao eixo de rotação da bola, e o seu sentido depende do sentido da rotação da bola, como ilustrado na figura. O parâmetro **k** é uma constante que depende das características da bola e da densidade do ar.



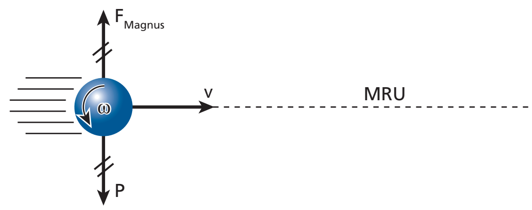
Esse fenômeno é conhecido como efeito Magnus. Represente a aceleração da gravidade por **g** e despreze a força de resistência do ar ao movimento de translação da bola.

a) Considere o caso em que o saque é efetuado na direção horizontal e de uma altura maior que a altura do jogador. A bola de massa **M** segue por uma trajetória retilínea e horizontal com uma velocidade constante **v**, atravessando toda a extensão da quadra. Quais devem ser o sentido e a velocidade angular de rotação **ω** a serem impressos na bola no momento do saque?

b) Considere o caso em que o saque é efetuado na direção horizontal, de uma altura **h**, com a mesma velocidade inicial **v**, mas sem imprimir rotação na bola. Calcule o alcance horizontal **D** da bola.

Resolução:

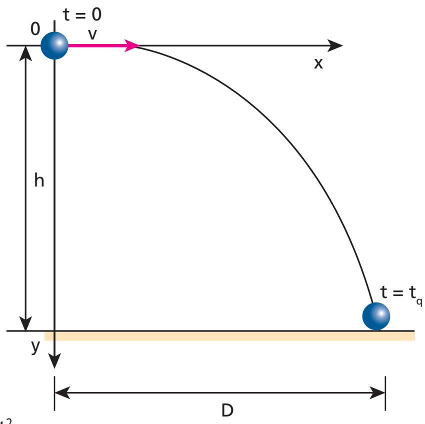
a)



$$F_{Magnus} = P \Rightarrow k\ v\ \omega = M\ g$$

$$\boxed{\omega = \frac{M\ g}{k\ v}}$$ (sentido indicado na figura: anti-horário)

b)



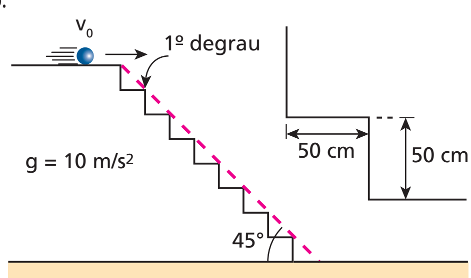
$$h = \frac{g\ t_q^2}{2} \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2\ h}{g}}$$

$$D = v\ t_q \Rightarrow \boxed{D = v\sqrt{\frac{2\ h}{g}}}$$

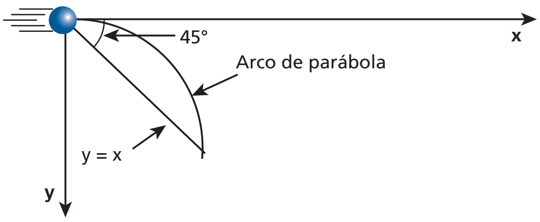
Respostas: a) $\frac{M\ g}{k\ v}$ no sentido anti-horário; b) $v\sqrt{\frac{2\ h}{g}}$

81 Uma bola rola do alto de uma escada com velocidade horizontal de módulo $v_0 = 4$ m/s. Cada degrau tem 50 cm de largura e 50 cm de altura.

Desprezando a influência do ar, determine que degrau a bola tocará primeiro.



Resolução:



Equação da parábola:

$x = 4\ t \Rightarrow t = \frac{x}{4}$

$y = 5\ t^2$

$y = \frac{5\ x^2}{16}$

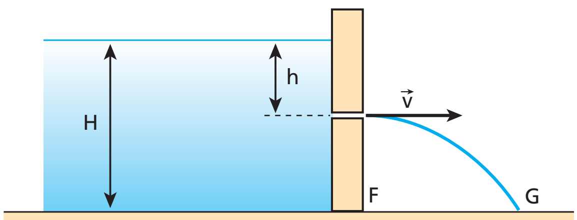
Interseção da parábola com a reta y = x:

$x = \frac{5\ x^2}{16} \Rightarrow x = 0$ e $x = 3{,}2$ m

Portanto, a bola tocará primeiro o sétimo degrau.

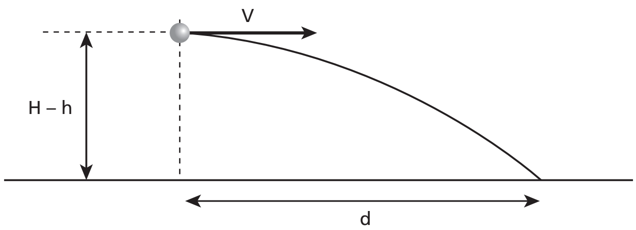
Resposta: o sétimo degrau

82 (FCC) Se um pequeno furo for feito na parede vertical de um reservatório que contenha um líquido ideal (sem viscosidade), um filete de líquido escoará pelo furo e sua velocidade inicial terá intensidade $v = \sqrt{2g\,h}$.



Considere o movimento do fluido como o de um projétil lançado no vácuo, desde o furo, com velocidade $\vec{v}$. Se desejarmos que o filete incida em um ponto **G** o mais afastado possível de **F**, a que profundidade **h** o furo deverá ser feito?

Resolução:



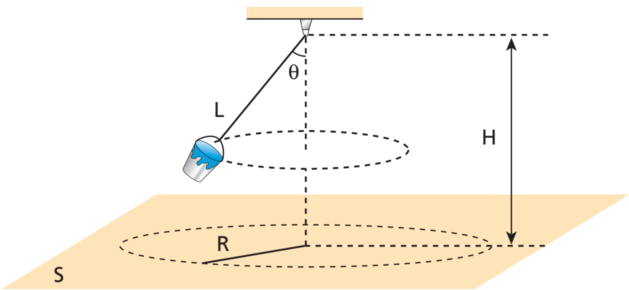
$$d = v\ \sqrt{\frac{2\ (H-h)}{g}} = \sqrt{2\ g\ h}\ \sqrt{\frac{2\ (H-h)}{g}} = 2\ \sqrt{H\ \ h - h^2}$$

Precisamos do valor de **h** que torna máxima a função $H\ \ h - h^2$:

$$h = \frac{-b}{2\ a} = \frac{-H}{2\ (-1)} \Rightarrow \boxed{h = \frac{H}{2}}$$

Resposta: $h = \frac{H}{2}$

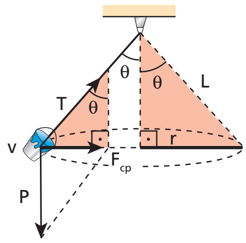
83 (Aman-RJ) Um pequeno balde contendo água é preso a um leve e inextensível fio de comprimento **L**, tal que L = 0,50 m, sendo afixado a uma altura (**H**) de 1,0 m do solo (**S**), como mostra a figura. À medida que o balde gira numa circunferência horizontal com velocidade constante, gotas de água que dele vazam atingem o solo formando um círculo de raio **R**. Considerando 10 m/s² o módulo da aceleração devida à gravidade e θ = 60°, o valor de **R** será, em metros:



a) $\frac{\sqrt{17}}{5}$. b) $\frac{\sqrt{11}}{4}$. c) $\frac{1}{3}$. d) $\frac{\sqrt{21}}{4}$. e) $\frac{4}{5}$.

Resolução:

•

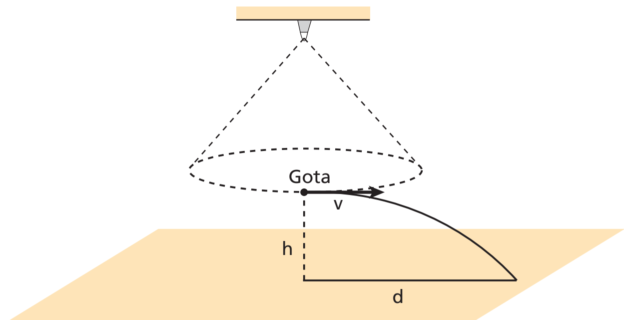


• $r = L\ \ \text{sen}\,\theta$ (I)

$\text{tg}\,\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\,\theta = \frac{\frac{m\ \ v^2}{r}}{m\ \ g} \Rightarrow v^2 = r\ \ g\ \ \text{tg}\,\theta$

$v^2 = L\ \ \text{sen}\,\theta\ \ g\ \ \text{tg}\,\theta$ (II)

•



• $h = H - L \cdot \cos\theta$

• $d = v\ \sqrt{\frac{2\ h}{g}} = v \cdot \sqrt{\frac{2\ (H - L\ \ \cos\theta)}{g}}$

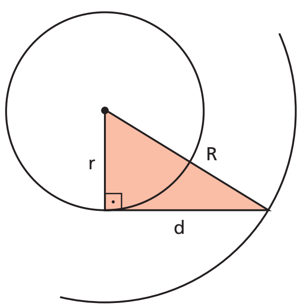
$d^2 = \frac{2\ v^2}{g}\ (H - L\ \ \cos\theta)$ (III)

Substituindo (II) em (III), temos:

$d^2 = \frac{2\ \ L\ \ \text{sen}\,\theta\ \ g\ \ \text{tg}\,\theta}{g} \cdot (H - L\ \ \cos\theta)$

$d^2 = 2\ \ L\ \ \text{sen}\,\theta\ \ \text{tg}\,\theta\ \ (H - L\ \ \cos\theta)$ (IV)

- Olhando de cima:



$R = \sqrt{r^2 + d^2}$

De (I) e (IV):

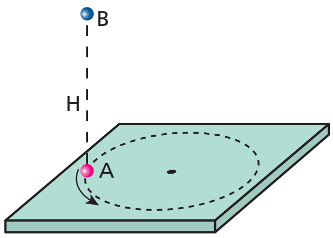
$R = \sqrt{L^2 \ \ sen^2\,\theta + 2\ L \ \ sen\,\theta \ \ tg\,\theta \ \ (H - L \ \ cos\,\theta)}$

$R = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \ \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \ \ \sqrt{3} \cdot \left(1{,}0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right)}$

$\boxed{R = \frac{\sqrt{21}}{4}\ m}$

Resposta: d

84 Uma bolinha **A** encontra-se em movimento circular e uniforme de frequência igual a 30 rpm, num plano horizontal. Uma outra bolinha **B** é abandonada a partir do repouso, de uma altura **H**, num instante em que **A** e **B** estão na mesma vertical.



Desprezando a influência do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine os valores de **H** para que a bolinha **B** acerte a bolinha **A**.

Resolução:
A frequência de **A** é f = 30 rpm = 0,5 Hz. Para que **B** acerte **A**, o tempo de queda de **B**, t_q, deve ser igual a n T, em que **T** é o período de **A** e n = 1, 2, 3, ...

$t_q = n \ \ T$

$\sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = n \ \ T \Rightarrow H = \frac{n^2 \ \ g \ \ T^2}{2}$

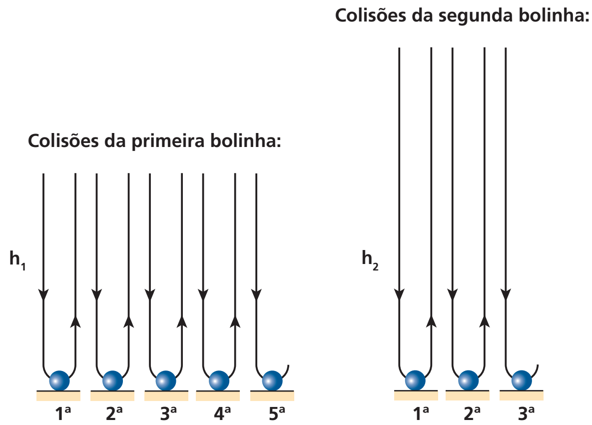
$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}5} \Rightarrow T = 2\ s$

$H = \frac{n^2 \ \ 10 \cdot 2^2}{2} \Rightarrow \boxed{H = n^2 \ \ (20\ m)}$ (n = 1, 2, 3, ...)

Resposta: $n^2 \cdot (20\ m)$, em que n = 1, 2, 3, ...

85 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma bolinha de aço, abandonada a 1,0 m de altura de um piso muito duro, realiza um movimento periódico de subida e descida, por tempo indeterminado, se desconsiderarmos as perdas de energia mecânica na resistência do ar e nas colisões com o solo. De que altura deve-se abandonar, simultaneamente com a primeira, uma segunda bolinha para que a sua terceira colisão com o solo coincida com a quinta colisão da primeira bolinha? (Adote $g = 10\ m/s^2$.)

Resolução:



Como o tempo de queda $\left(\sqrt{\frac{2\,h}{g}}\right)$ é igual ao de subida:

$$\left.\begin{aligned} \Delta t_{\text{primeira bolinha}} &= 9\sqrt{\frac{2\,h_1}{g}} \\ \Delta t_{\text{primeira bolinha}} &= 5\sqrt{\frac{2\,h_2}{g}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 9\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}0}{g}} = 5\sqrt{\frac{2\,h_2}{g}} \Rightarrow \boxed{h_2 = 3{,}24\ m}$$

Resposta: 3,24 m

86 O que se pode afirmar a respeito da trajetória de um ponto material, sabendo-se que a resultante das forças que atuam nele é constante?

Resolução:
a) Se a força resultante é constante e nula, o ponto material está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme. Nesse caso, a trajetória é **puntiforme** ou **retilínea**.
b) Se a força resultante é constante e não-nula:
– a trajetória é **retilínea** se o ponto material partiu do repouso ou já se movia na direção da força resultante quando ela passou a existir. É o que ocorre, por exemplo, nos movimentos verticais livres, próximos ao solo.
– a trajetória é **parabólica** se o ponto material já se movia em uma direção diferente da direção da força resultante quando ela passou a existir. É o que ocorre, por exemplo, nos movimentos livres não-verticais, próximos ao solo.

Resposta: A trajetória é um ponto, um segmento de reta ou um arco de parábola.

87 Um projétil é lançado obliquamente de um terreno plano e horizontal, com velocidade inicial de módulo igual a 30 m/s, atingindo uma altura máxima de 25 m. Despreze as influências do ar e considere $g = 10\ m/s^2$.
a) Calcule o módulo da mínima velocidade atingida pelo projétil durante seu movimento livre.
b) Uma circunferência tem o mesmo raio de curvatura em qualquer um de seus pontos. Uma parábola, entretanto, tem raio de curvatura variável. Calcule o raio de curvatura da trajetória do projétil, no ponto de altura máxima.

Resolução:

a) A velocidade tem módulo mínimo no ponto de altura máxima, local em que ela possui apenas a componente horizontal v_x:

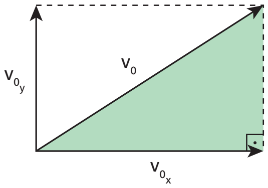
$$h_{máx} = \frac{v_{0_y}^2}{2\,g} \Rightarrow 25 = \frac{v_{0_y}^2}{20} \Rightarrow v_{0_y}^2 = 500$$

$$v_0^2 = v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2$$

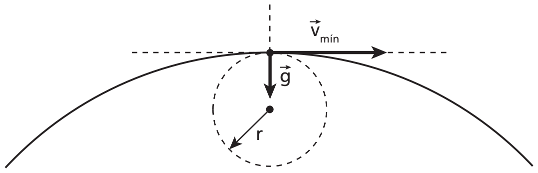
$$30^2 = v_{0_x}^2 + 500$$

$$v_{0_x} = v_x = 20\text{ m/s}$$

$$\boxed{v_{mín} = 20\text{ m/s}}$$



b) No ponto de altura máxima, temos:



$$\vec{a}_{cp} = \vec{g} \Rightarrow \frac{v_{mín}^2}{r} = g \Rightarrow \frac{20^2}{r} = 10$$

$$\boxed{r = 40\text{ m}}$$

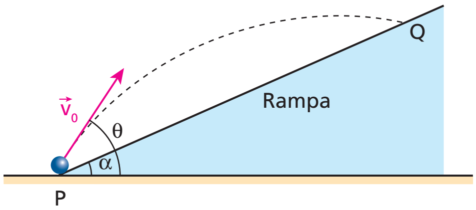
Respostas: a) 20 m/s; b) 40 m

88 Uma bolinha de aço é lançada de um ponto **P** de uma rampa inclinada de **α** em relação à horizontal, com velocidade inicial $\vec{v}_0$, que forma um ângulo **θ** com a horizontal. Calcule a distância do ponto **P** ao ponto **Q**, onde a bolinha colide com a rampa. Despreze influências do ar e considere

$g = 10\text{ m/s}^2$,

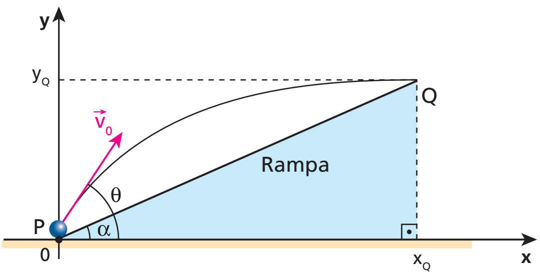
$v_0 = 12\text{ m/s}$,

$\alpha = 30°$ e



$\theta = 60°$.

Resolução:



$$x = x_0 + v_{0_x}\,t \Rightarrow x = v_0 \cos\theta\, t =$$

$$= 12 \cdot \frac{1}{2} t \Rightarrow x = 6\,t \Rightarrow t = \frac{x}{6} \qquad (1)$$

$$y = y_0 + v_{0_y}\,t - \frac{g}{2} t_2 \Rightarrow y = v_0 \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{g}{2} t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} t - 5\,t^2 \Rightarrow y = 6\sqrt{3}\,t - 5\,t^2 \qquad (2)$$

(1) em (2):

$$y = 6\sqrt{3} \cdot \frac{x}{6} - 5 \cdot \left(\frac{x}{6}\right)^2 \Rightarrow y = \sqrt{3}\,x - \frac{5x^2}{36} \qquad (3)$$

No triângulo destacado, temos:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y_Q}{x_Q} \Rightarrow y_Q = x_Q \operatorname{tg}\alpha = x_Q \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad (4)$$

(4) em (3):

$$x_Q \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \cdot x_Q - \frac{5x_Q^2}{36} \Rightarrow x_Q = \frac{24\sqrt{3}}{5}\text{ m}$$

No mesmo triângulo:

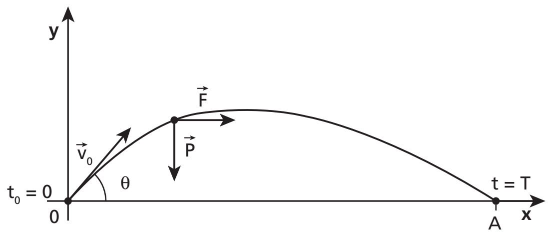
$$\cos\alpha = \frac{x_Q}{PQ} \Rightarrow PQ = \frac{x_Q}{\cos\alpha} = \frac{\frac{24\sqrt{3}}{5}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\boxed{PQ = 9{,}6\text{ m}}$$

Resposta: 9,6 m

89 Um corpo de massa **m** é lançado obliquamente de uma superfície plana e horizontal, com velocidade inicial $\vec{v}_0$, inclinada de **θ** em relação à horizontal. Suponha que, além do peso, atue no corpo uma (única) outra força $\vec{F}$, horizontal e constante, no sentido da componente horizontal de $\vec{v}_0$. Sendo $\vec{g}$ o campo gravitacional, mostre que o alcance horizontal (**A**) desse corpo é dado por $\frac{v_0^2}{g} \cdot \operatorname{sen} 2\theta \left(1 + \frac{F \operatorname{tg}\theta}{m\,g}\right)$.

Resolução:



Na vertical: $\begin{cases} y_0 = 0 \\ v_{0_y} = v_0 \operatorname{sen}\theta \\ \alpha_y = -g \end{cases}$

$$T = \frac{2 \cdot v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Na horizontal: $\begin{cases} x_0 = 0 \\ v_{0_x} = v_0 \cos\theta \\ \alpha_x = \frac{F}{m} \end{cases}$

$$x = x_0 + v_{0_x} t + \frac{\alpha_x}{2} t^2 \Rightarrow x = v_0 \cos\theta \cdot t + \frac{F}{2m} t^2$$

Em t = T, temos x = A:

$$A = v_0 \cos\theta\ \frac{2\ v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} + \frac{F}{2\,m}\ \frac{4\ v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{g^2}$$

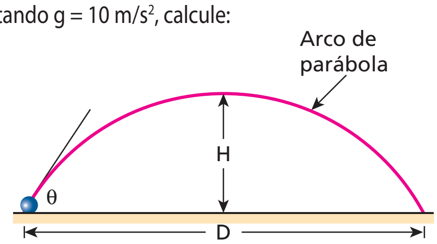
$$A = \frac{v_0^2}{g}\ 2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta + \frac{2\ F\ v_0^2}{m\ g}\ \frac{\operatorname{sen}\theta\ \operatorname{sen}\theta}{g}\ \frac{\cos\theta}{\cos\theta}$$

$$A = \frac{v_0^2}{g}\ 2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta \left(1 + \frac{F \operatorname{tg}\theta}{m\ g}\right)$$

$$\boxed{A = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta \left(1 + \frac{F \operatorname{tg}\theta}{m\ g}\right)}$$

Resposta: Ver demonstração.

90 O alcance horizontal **D** de um projétil é o dobro da altura máxima **H** atingida por ele, num movimento livre de duração total igual a 4,0 s. Adotando $g = 10\ m/s^2$, calcule:



a) o ângulo **θ** de lançamento;
b) o módulo da velocidade inicial;
c) a altura máxima **H**.

Resolução:

a) • $H = \dfrac{v_{0_y}^2}{2g} \Rightarrow H \dfrac{v_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g}$

• $D = \dfrac{v_0^2}{g}\, 2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta$

• $D = 2H \Rightarrow \dfrac{v_0^2}{g}\, 2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta = 2\,\dfrac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = 2$

$$\boxed{\theta = \text{arc tg } 2}$$

b) • $\operatorname{tg}\theta = 2 \Rightarrow \dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = 2 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = 2\cos\theta$

$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$(2\cos\theta)^2 + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow 5\cos^2\theta = 1 \Rightarrow$

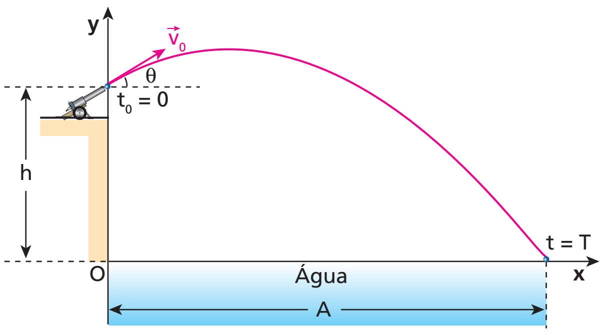
$\Rightarrow \cos\theta = \dfrac{\sqrt{5}}{5},\ \operatorname{sen}\theta = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

• $t_s = \dfrac{v_{0_y}}{g} = \dfrac{v_0 \operatorname{sen}\theta}{g} \Rightarrow 2{,}0 = \dfrac{v_0 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}}{10} \Rightarrow \boxed{v_0 = 10\sqrt{5}\ \text{m/s}}$

c) $H = \dfrac{v_0^2 \operatorname{sen}^2\theta}{2g} = \dfrac{(10\sqrt{5})^2 \cdot \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2}{20} \Rightarrow \boxed{H = 20\ \text{m}}$

Respostas: a) θ = arc tg 2; b) $10\sqrt{5}$ m/s ($\simeq$ 22 m/s); c) 20 m

91 Do alto de um forte, um canhão lança uma bala com velocidade inicial $\vec{v}_0$, inclinada de **θ** em relação à horizontal.



Desprezando influências do ar e sendo **g** a intensidade do campo gravitacional:

a) determine, em função de v_0, **g** e **h**, o ângulo θ_M para que o alcance horizontal **A** seja máximo;
b) calcule o ângulo θ_M considerando $v_0 = 100$ m/s, $g = 10\ m/s^2$ e $h = 200$ m.

Resolução:

a) • $x = v_0 \cos\theta\, t \Rightarrow A = v_0 \cos\theta\, T \Rightarrow \boxed{T = \dfrac{A}{v_0 \cos\theta}}$

• $y = h + v_0 \operatorname{sen}\theta\, T - \dfrac{g\,t^2}{2}$

$0 = h + v_0 \operatorname{sen}\theta\, T - \dfrac{g}{2} T^2$

$0 = h + v_0 \operatorname{sen}\theta \cdot \dfrac{A}{v_0\cos\theta} - \dfrac{g}{2} \cdot \dfrac{A^2}{v_0^2\cos^2\theta}$

$0 = h + A\operatorname{tg}\theta - \dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2}\sec^2\theta$

$0 = h + A\operatorname{tg}\theta - \dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2}(1 + \operatorname{tg}^2\theta)$

$0 = h + A\operatorname{tg}\theta - \dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2} - \dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2}\cdot\operatorname{tg}^2\theta$

$$\underbrace{\frac{g\,A^2}{2\,v_0^2}}_{a}\cdot\operatorname{tg}^2\theta\ \underbrace{-A}_{b}\ \operatorname{tg}\theta + \underbrace{\left(\frac{g\,A^2}{2\,v_0^2} - h\right)}_{c} = 0 \qquad \text{(I)}$$

Na equação (1):

$\Delta = A^2 - 4\left(\dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2}\right)\cdot\left(\dfrac{g\,A^2}{2\,v_0^2} - h\right) = A^2 - \dfrac{g^2 A^4}{v_0^4} + \dfrac{2g\,A^2 h}{v_0^2}$

$\Delta = A^2\left(1 - \dfrac{g^2 A^2}{v_0^4} + \dfrac{2g\,h}{v_0^2}\right)$

Para existir tg θ real: $\Delta \geqslant 0$

$A^2\left(1 - \dfrac{g^2 A^2}{v_0^4} + \dfrac{2g\,h}{v_0^2}\right)^2 \geqslant 0 \Rightarrow 1 - \dfrac{g^2 A^2}{v_0^4} + \dfrac{2g\,h}{v_0^2} \geqslant 0$

$\dfrac{g^2 A^2}{v_0^4} \leqslant 1 + \dfrac{2g\,h}{v_0^2} \Rightarrow \dfrac{g^2 A^2}{v_0^4} \leqslant \dfrac{v_0^2 + 2g\,h}{v_0^2}$

$A \leqslant \dfrac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2g\,h} \Rightarrow \boxed{A_{máx} = \dfrac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2g\,h}}$

Sabe-se que $A_{máx}$ corresponde à igualdade $\Delta = 0$ na equação (1), situação em que essa equação admite uma única raiz tg θ real (raiz dupla), que é a abscissa do vértice da parábola: $-\dfrac{b}{2\,a}$:

$\operatorname{tg}\theta = -\dfrac{-A}{\frac{2g\,A^2}{2\,v_0^2}} = \dfrac{v_0^2}{g\,A}$

Fazendo $A = A_{máx}$, vem:

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta_M = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2g\,h}}}$$

Nota:

• Quando **h** é igual a zero, caímos no caso trivial em que $\theta_M = 45$ °. De fato:

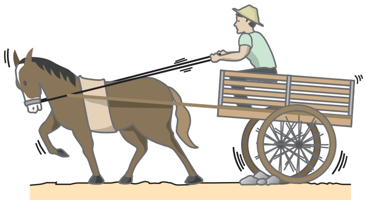
$\operatorname{tg}\theta_M = \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2\,g\,h \cdot 0}} = \dfrac{v_0}{v_0} = 1 \Rightarrow \theta_M = 45°$

b) $\operatorname{tg}\theta_M = \dfrac{100}{\sqrt{100^2 + 2 \cdot 10 \cdot 200}} \Rightarrow \boxed{\theta_M \simeq 40°}$

Respostas: a) $\theta_M = \text{arc tg}\ \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2g\,h}}$; b) $\simeq 40°$

Tópico 6

1 Na figura abaixo, embora puxe a carroça com uma força horizontal de $1{,}0 \cdot 10^3$ N, o burro não consegue tirá-la do lugar devido ao entrave de uma pedra:



Qual o trabalho da força do burro sobre a carroça?

Resolução:
O trabalho é **nulo**, já que a referida força não produz deslocamento.

Resposta: Trabalho nulo

2 No SI, a unidade de trabalho pode ser expressa por:

a) $kg \cdot \frac{m}{s^2}$
b) $kg \cdot \frac{m^2}{s^2}$
c) $kg^2 \cdot \frac{m}{s^2}$
d) $kg \cdot \frac{m}{s}$
e) $kg \cdot \frac{m^2}{s^3}$

Resolução:
No **SI**, a unidade de trabalho é o joule (J).

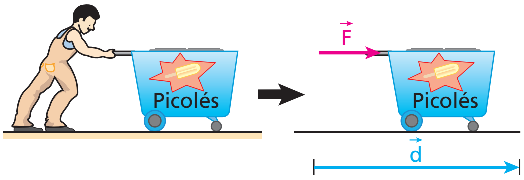
$J = N\,m = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m$

Logo: $\boxed{J = kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}$

Resposta: b

3 E.R. Um homem empurra um carrinho ao longo de uma estrada plana, comunicando a ele uma força constante, paralela ao deslocamento, e de intensidade $3{,}0 \cdot 10^2$ N. Determine o trabalho realizado pela força aplicada pelo homem sobre o carrinho, considerando um deslocamento de 15 m.

Resolução:
A situação descrita está representada a seguir:



Sendo $\vec{F}$ e $\vec{d}$ de mesma direção e mesmo sentido, o trabalho de $\vec{F}$ fica dado por:

$$\tau_{(\vec{F})} = F\,d$$

Como $F = 3{,}0 \cdot 10^2$ N e $d = 15$ m, vem:

$$\tau_{(\vec{F})} = 3{,}0 \cdot 10^2 \cdot 15 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau_{(\vec{F})} = 4{,}5 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

4 Uma força de intensidade 20 N atua em uma partícula na mesma direção e no mesmo sentido do seu movimento retilíneo, que acontece sobre uma mesa horizontal. Calcule o trabalho da força, considerando um deslocamento de 3,0 m.

Resolução:
$\tau = F\,d \cos\theta$

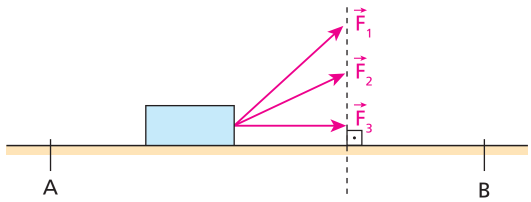
No caso, $\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$

$\tau = F\,d \Rightarrow \tau = 20 \cdot 3{,}0$ (J)

$\boxed{\tau = 60 \text{ J}}$

Resposta: 60 J

5 No esquema da figura, uma mesma caixa é arrastada três vezes ao longo do plano horizontal, deslocando-se do ponto **A** até o ponto **B**:



Na primeira vez, é puxada pela força $\vec{F}_1$, que realiza um trabalho τ_1; na segunda, é puxada pela força $\vec{F}_2$, que realiza um trabalho τ_2; e na terceira é puxada por uma força $\vec{F}_3$, que realiza um trabalho τ_3. Supondo os comprimentos dos vetores da figura proporcionais às intensidades de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, aponte a alternativa correta.

a) $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$
b) $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3$
c) $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$
d) $\tau_1 = \tau_2 = 0$
e) $\tau_1 = \tau_2 < \tau_3$

Resolução:
As três forças realizam trabalhos iguais, já que a projeção das três na direção do deslocamento é a mesma.

Resposta: c

6 Considere um garoto de massa igual a 50 kg em uma roda-gigante que opera com velocidade angular constante de 0,50 rad/s. Supondo que a distância entre o garoto e o eixo da roda-gigante seja de 4,0 m, calcule:

a) a intensidade da força resultante no corpo do garoto;
b) o trabalho realizado por essa força ao longo de meia volta.

Resolução:
a) $F = F_{cp} \Rightarrow F = m\,\omega^2 R$

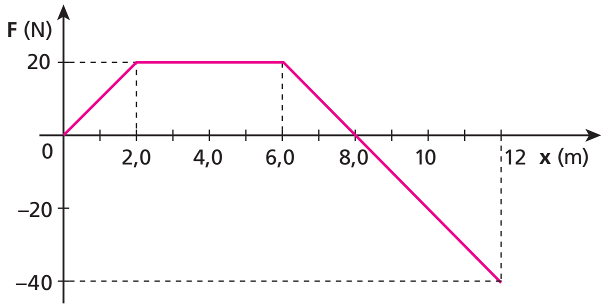
$F = 50\,(0{,}50)^2 \cdot 4{,}0$ (N)

$\boxed{F = 50 \text{ N}}$

b) O trabalho é **nulo**, pois a força resultante no corpo do garoto é centrípeta (perpendicular à trajetória).

Respostas: a) 50 N ; b) zero

7 A intensidade da resultante das forças que agem em uma partícula varia em função de sua posição sobre o eixo Ox, conforme o gráfico a seguir:



Calcule o trabalho da força para os deslocamentos:
a) de $x_1 = 0$ a $x_2 = 8,0$ m;
b) de $x_2 = 8,0$ m a $x_3 = 12$ m;
c) de $x_1 = 0$ a $x_3 = 12$ m.

Resolução:

a) $\underset{x_1 \to x_2}{\tau} = A_1 = \dfrac{(8,0 + 4,0)\ 20}{2} = 120\ \text{J}$

b) $\underset{x_2 \to x_3}{\tau} = A_2 = \dfrac{4,0\ (-40)}{2} = 80\ \text{J}$

c) $\underset{x_1 \to x_3}{\tau} = \underset{x_1 \to x_2}{\tau} + \underset{x_2 \to x_3}{\tau}$

$\underset{x_1 \to x_3}{\tau} = 120 - 80 = 40\ \text{J}$

Respostas: a) 120 J ; b) – 80J; c) 40 J

8 (UCG-GO) Uma força constante $\vec{F}$, horizontal, de intensidade 20 N, atua durante 8,0 s sobre um corpo de massa 4,0 kg que estava em repouso apoiado em uma superfície horizontal perfeitamente sem atrito. Não se considera o efeito do ar. Qual o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ no citado intervalo de tempo?

Resolução:
(I) $F = m\,a \Rightarrow 20 = 4,0\,a$

$\boxed{a = 5,0\ \text{m/s}^2}$

(II) **MUV:** $d = v_0\,t + \dfrac{a}{2}\,t^2$

$d = \dfrac{5,0}{2}\,(8,0)^2\ (\text{m}) \Rightarrow \boxed{d = 160\ \text{m}}$

(III) $\tau = F\,d \cos\theta$
$(\theta = 0\,°$ e $\cos\theta = 1)$
$\tau = F\,d \Rightarrow \tau = 20 \cdot 160\ (\text{J})$

$\boxed{\tau = 3,2 \cdot 10^3\ \text{J}}$

Resposta: $3,2 \cdot 10^3$ J

9 (Fuvest-SP) Um carregador em um depósito empurra, sobre o solo horizontal, uma caixa de massa 20 kg, que inicialmente estava em repouso. Para colocar a caixa em movimento, é necessária uma força horizontal de intensidade 30 N. Uma vez iniciado o deslizamento, são necessários 20 N para manter a caixa movendo-se com velocidade constante. Considere $g = 10\ \text{m/s}^2$.

a) Determine os coeficientes de atrito estático e cinético entre a caixa e o solo.
b) Determine o trabalho realizado pelo carregador ao arrastar a caixa por 5 m.
c) Qual seria o trabalho realizado pelo carregador se a força horizontal aplicada inicialmente fosse de 20 N? Justifique sua resposta.

Resolução:
a) $F_{at_d} = \mu_e\,F_n = \mu_e\,m\,g$

$30 = \mu_e\ 20 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\mu_d = 0,15}$

$F_{at_c} = \mu_e\,F_n = \mu_e\,m\,g$

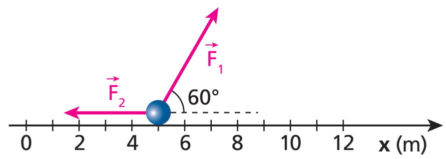
$20 = \mu_e\ 20 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\mu_c = 0,10}$

b) $\tau = F\,d \Rightarrow \tau = 20 \cdot 5\ (\text{J}) \Rightarrow \boxed{\tau = 100\ \text{J}}$

c) **Trabalho nulo**, pois essa força (20 N) não venceria o atrito de destaque (30 N) e a caixa não sofreria nenhum deslocamento.

Respostas: a) 0,15 e 0,10; b) 100 J; c) **Trabalho nulo**, pois a força não provoca deslocamento na caixa.

10 **E.R.** Uma partícula percorre o eixo Ox indicado, deslocando-se da posição $x_1 = 2$ m para a posição $x_2 = 8$ m:



Sobre ela, agem duas forças constantes, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, de intensidades respectivamente iguais a 80 N e 10 N. Calcule os trabalhos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ no deslocamento de x_1 a x_2.

Resolução:
O trabalho de $\vec{F}_1$ é motor (positivo), sendo calculado por:

$$\tau_{(\vec{F}_1)} = F_1\,d \cos\theta_1$$

Tendo-se $F_1 = 80$ N, $d = x_2 - x_1 = 8\ \text{m} - 2\ \text{m} = 6$ m e $\theta_1 = 60°$, vem:

$$\tau_{(\vec{F}_1)} = 80 \cdot 6 \cdot \cos(60°)\ (\text{J}) \Rightarrow \boxed{\tau_{(\vec{F}_1)} = 240\ \text{J}}$$

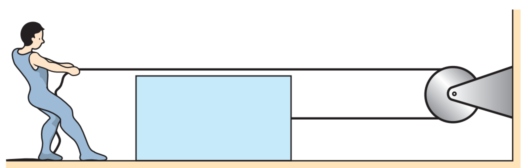
O trabalho de $\vec{F}_2$ é resistente (negativo), sendo calculado por:

$$\tau_{(\vec{F}_2)} = F_2\ d\ \cos\theta_2$$

Tendo-se $F_2 = 10$ N, $d = 6$ m e $\theta_2 = 180°$, vem:

$$\tau_{(\vec{F}_2)} = 10 \cdot 6 \cdot \cos(180°)\ (\text{J}) \Rightarrow \boxed{\tau_{(\vec{F}_2)} = -60\ \text{J}}$$

11 Na figura, o homem puxa a corda com uma força constante, horizontal e de intensidade $1,0 \cdot 10^2$ N, fazendo com que o bloco sofra, com velocidade constante, um deslocamento de 10 m ao longo do plano horizontal.



Desprezando a influência do ar e considerando o fio e a polia ideais, determine:

a) o trabalho realizado pela força que o homem exerce na corda;
b) o trabalho da força de atrito que o bloco recebe do plano horizontal de apoio.

Resolução:

a) $\tau_{(\vec{F})} = F\ d\ \cos\alpha$

$(\alpha = 0°\ \text{e}\ \cos\alpha = 1)$

$\tau_{\vec{F}} = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot (1)\ (\text{J})$

$\boxed{\tau_{\vec{F}} = 1{,}0 \cdot 10^3\ \text{J}}$

b) **MRU:** $F_{at} = F$

$\tau_{\vec{F}_{at}} = F_{at}\ d\ \cos\beta$

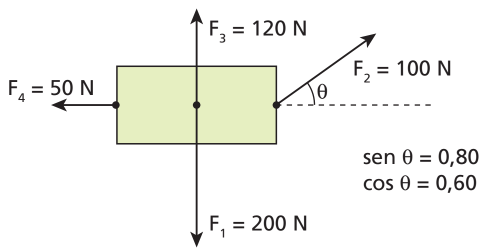
$(\beta = 180°\ \text{e}\ \cos\beta = -1)$

$\tau_{\vec{F}_{at}} = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\ \ (-1)\ (\text{J})$

$\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -1{,}0 \cdot 10^3\ \text{J}}$

Respostas: a) $1{,}0 \cdot 10^3$ J; b) $-1{,}0 \cdot 10^3$ J

12 O bloco da figura acha-se inicialmente em repouso, livre da ação de forças externas. Em dado instante, aplica-se sobre ele o sistema de forças indicado, constituído por $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$, de modo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$ sejam perpendiculares a $\vec{F}_4$:



Sendo τ_1, τ_2, τ_3 e τ_4, respectivamente, os trabalhos de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$ para um deslocamento de 5,0 m, calcule τ_1, τ_2, τ_3 e τ_4.

Resolução:

O bloco se deslocará para a direita, já que $F_{2_x} = F_2 \cdot \cos\theta$ supera F_4 (60 N > 50 N).

Forças perpendiculares ao deslocamento não realizam trabalho, logo:

$\boxed{\tau_1 = \tau_3 = 0}$

$\tau_2 = F_2\ d\ \cos\theta = 100 \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}60\ (\text{J})$

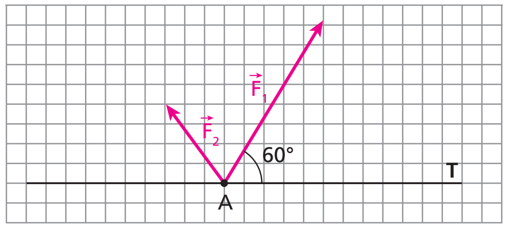
$\boxed{\tau_2 = 300\ \text{J}}$

$\tau_4 = F_4\ d\ \cos\alpha = 50 \cdot 5{,}0\ \ (-1)\ (\text{J})$

$\boxed{\tau_4 = -250\ \text{J}}$

Resposta: $\tau_1 = 0$, $\tau_2 = 300$ J, $\tau_3 = 0$ e $\tau_4 = -250$ J

13 Na figura, estão representadas em escala duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ aplicadas em um anel que pode se movimentar ao longo de um trilho horizontal **T**.



Admitindo que a intensidade de $\vec{F}_1$ seja 10 N e que o anel sofra um deslocamento de 2,0 m da esquerda para a direita, calcule:

a) a intensidade de $\vec{F}_2$;
b) os trabalhos de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ no deslocamento referido.

Resolução:

a) $F_{1_x} = F_1\ \cos 60° \Rightarrow F_{1_x} = 10 \cdot \frac{1}{2}\ (\text{N})$

$\boxed{F_{1_x} = 5{,}0\ \text{N}}$

Cada quadradinho da figura tem lado equivalente a 1,0 N.

$\vec{F}_2 = -3{,}0\ \vec{x} + 4{,}0\ \vec{y} \Rightarrow F_2^2 = (3{,}0)^2 + (4{,}0)^2$

$\boxed{F_2 = 5{,}0\ \text{N}}$

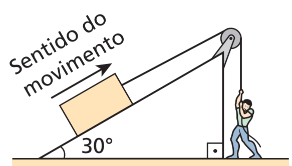
b) $\tau_{\vec{F}_1} = F_{1_x}\ d\ \cos 0° \Rightarrow \tau_{\vec{F}_1} = 5{,}0 \cdot 2{,}0\ (\text{J}) \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_1} = 10\ \text{J}}$

$\tau_{\vec{F}_2} = F_{2_x}\ d\ \cos 180° \Rightarrow \tau_{\vec{F}_2} = 3{,}0 \cdot 2{,}0 \cdot (-1)\ (\text{J})$

$\boxed{\tau_{\vec{F}_2} = -6{,}0\ \text{J}}$

Respostas: a) 5,0 N; b) 10 J e –6,0 J

14 O esquema a seguir ilustra um homem que, puxando a corda verticalmente para baixo com força constante, arrasta a caixa de peso $4{,}0 \cdot 10^2$ N em movimento uniforme, ao longo do plano inclinado:



Desprezando os atritos e a influência do ar e admitindo que a corda e a roldana sejam ideais, calcule o trabalho da força exercida pelo homem ao provocar na caixa um deslocamento de 3,0 m na direção do plano inclinado.

Resolução:

(I) **MRU:** $F = P_t$

$F = P\ \text{sen}\ 30° \Rightarrow F = 4{,}0 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{2}\ (\text{N})$

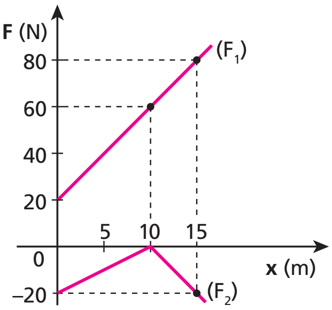
$\boxed{F = 2{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}}$

(II) $\tau_{\vec{F}} = F\ d\ \cos 0° \Rightarrow \tau_{\vec{F}} = 2{,}0 \cdot 10^2 \cdot 3{,}0\ (\text{J})$

$\boxed{\tau_{\vec{F}} = 6{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}}$

Resposta: $6{,}0 \cdot 10^2$ J

15 O gráfico abaixo representa a variação do valor algébrico das duas únicas forças que agem em um corpo que se desloca sobre um eixo Ox. As forças referidas têm a mesma direção do eixo.



Calcule:

a) o trabalho da força F_1, enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;

b) o trabalho da força F_2, enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;

c) o trabalho da força resultante, para arrastar o corpo nos primeiros 15 m.

Resolução:

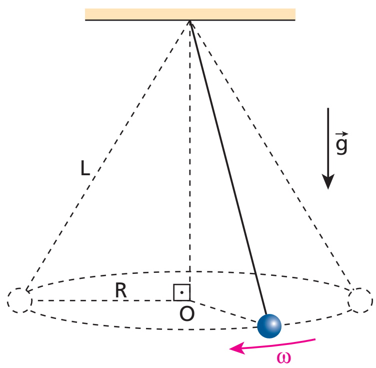
a) $\tau_{\vec{F}_1} = \dfrac{(60 + 20)\ 10}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_1} = 4{,}0 \cdot 10^2\ J}$

b) $\tau_{\vec{F}_2} = \dfrac{10\ \ (-20)}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_2} = -1{,}0 \cdot 10^2\ J}$

c) $\tau = \dfrac{(80 + 20)\ \ 15}{2} + \dfrac{10\ \ (-20)}{2} + \dfrac{5\ \ (-20)}{2} \Rightarrow \boxed{\tau = 6{,}0 \cdot 10^2\ J}$

Respostas: a) $4{,}0 \cdot 10^2$ J; b) $-1{,}0 \cdot 10^2$ J; c) $6{,}0 \cdot 10^2$ J

16 Na situação representada na figura, uma pequena esfera de massa m = 2,4 kg realiza movimento circular e uniforme com velocidade angular **ω** em torno do ponto **O**. A circunferência descrita pela esfera tem raio R = 30 cm e está contida em um plano horizontal. O barbante que prende a esfera é leve e inextensível e seu comprimento é L = 50 cm.



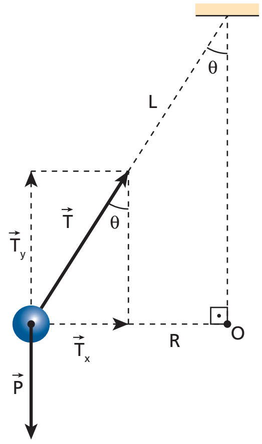
Sabendo que no local a influência do ar é desprezível e que g = 10 m/s², determine:

a) a intensidade da força de tração no barbante;

b) o valor de **ω**;

c) o trabalho da força que o barbante exerce sobre a esfera em uma volta.

Resolução:



$\text{sen}\ \theta = \dfrac{R}{L}$

$\text{sen}\ \theta = \dfrac{30}{50} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\ \theta = 0{,}6}$

$\text{sen}^2\ \theta + \cos^2\ \theta = 1$

$(0{,}6)^2 + \cos^2\ \theta = 1 \Rightarrow \boxed{\cos\ \theta = 0{,}8}$

a) **Equilíbrio na vertical:**

$T_Y = P \Rightarrow T\ \ \cos\ \theta = m \cdot g$

$T\ \ 0{,}8 = 2{,}4 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{T = 30\ N}$

b) **MCU na horizontal:** $F_{cp} = T_x$

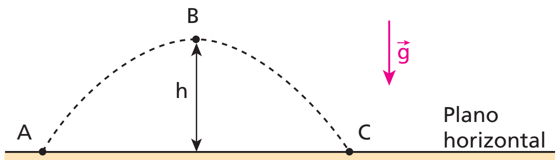
$m\ \ \omega^2\ \ R = T\ \ \text{sen}\ \theta \Rightarrow 2{,}4\ \ \omega^2\ \ 0{,}30 = 30 \cdot 0{,}6$

Donde: $\boxed{\omega = 5{,}0\ rad/s}$

c) O trabalho é **nulo**, já que a citada força é perpendicular a cada deslocamento elementar sofrido pela esfera.

Respostas: a) 30 N; b) 5,0 rad/s; c) nulo

17 Um projétil de massa **m** é lançado obliquamente no vácuo, descrevendo a trajetória indicada abaixo:



A altura máxima atingida é **h** e o módulo da aceleração da gravidade vale **g**. Os trabalhos do peso do projétil nos deslocamentos de **A** até **B**, de **B** até **C** e de **A** até **C** valem, respectivamente:

a) 0, 0 e 0.

b) m g h, m g h e 2m g h.

c) –m g h, m g h e 0.

d) m g h, –m g h e 0.

e) Não há dados para os cálculos.

Resolução:

$\tau_{A \to B} = -m\ g\ h$ (trabalho resistente)

$\tau_{B \to C} = m\ g\ h$ (trabalho motor)

$\tau_{A \to C} = \tau_{A \to B} + \tau_{B \to C}$

$\tau_{A \to C} = -\ m\ g\ h + m\ g\ h = 0$

Resposta: c

18 O trabalho total realizado sobre uma partícula de massa 8,0 kg foi de 256 J. Sabendo que a velocidade inicial da partícula era de 6,0 m/s, calcule a velocidade final.

Resolução:
Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \frac{m\,v_f^2}{2} - \frac{m\,v_i^2}{2}$$

$$256 = \frac{8{,}0}{2}(v_f^2 - 6{,}0^2)$$

Donde: $\boxed{v_f = 10 \text{ m/s}}$

Resposta: 10 m/s

19 Uma partícula sujeita a uma força resultante de intensidade 2,0 N move-se sobre uma reta. Sabendo que entre dois pontos **P** e **Q** dessa reta a variação de sua energia cinética é de 3,0 J, calcule a distância entre **P** e **Q**.

Resolução:
(I) **Teorema da Energia Cinética:**

$$\tau_{P \to Q} = \Delta E_{c_{P \to Q}} = 3{,}0 \text{ J}$$

(II) $\tau_{P \to Q} = F\,d\cos\theta$

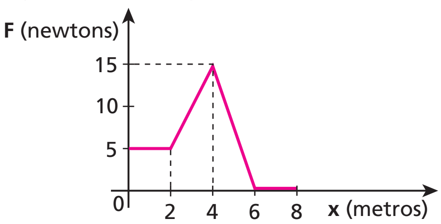
($\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$)

$3{,}0 = 2{,}0\,d\,(1)$

$\boxed{d = 1{,}5 \text{ m}}$

Resposta: 1,5 m

20 Uma partícula de massa 900 g, inicialmente em repouso na posição $x_0 = 0$ de um eixo Ox, submete-se à ação de uma força resultante paralela ao eixo. O gráfico abaixo mostra a variação da intensidade da força em função da abscissa da partícula:



Determine:
a) o trabalho da força de $x_0 = 0$ a $x_1 = 6$ m;
b) a velocidade escalar da partícula na posição $x_2 = 8$ m.

Resolução:
a) $\tau_{x_0 \to x_1} = A_1 + A_2 + A_3$

$$\tau_{x_0 \to x_1} = 2 \cdot 5 + \frac{(15+5)\,2}{2} + \frac{2 \cdot 15}{2} \text{ (J)}$$

$$\boxed{\tau_{x_0 \to x_1} = 45 \text{ J}}$$

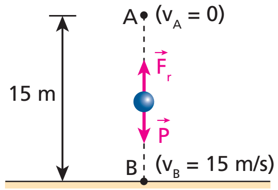
b) **Teorema da Energia Cinética:**

$$\tau_{x_0 \to x_2} = \tau_{x_0 \to x_1} = \frac{m\,v_2^2}{2} - \frac{m\,v_0^2}{2}$$

$$45 = \frac{0{,}90\,v_2^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_2 = 10 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 45 J; b) 10 m/s

21 E.R. Um pequeno objeto de massa 2,0 kg, abandonado de um ponto situado a 15 m de altura em relação ao solo, cai verticalmente sob a ação da força peso e da força de resistência do ar. Sabendo que sua velocidade ao atingir o solo vale 15 m/s, calcule o trabalho da força de resistência do ar.
Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$



Resolução:
Aplicando o **Teorema da Energia Cinética**, temos:

$$\tau_{total} = E_{c_B} - E_{c_A}$$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

$$m\,g\,h + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

Sendo $m = 2{,}0$ kg, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $h = 15$ m, $v_A = 0$ e $v_B = 15$ m/s, calculemos o trabalho da força de resistência do ar ($\tau_{\vec{F}_r}$):

$$2{,}0 \cdot 10 \cdot 15 + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{2{,}0 \cdot (15)^2}{2} \Rightarrow 300 + \tau_{\vec{F}_r} = 225$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_r} = -75 \text{ J}}$$

O resultado negativo refere-se a um trabalho **resistente**.

22 (Ufal) Um corpo de massa 6,0 kg é abandonado de uma altura de 5,0 m num local em que $g = 10 \text{ m/s}^2$. Sabendo que o corpo chega ao solo com velocidade de intensidade 9,0 m/s, calcule a quantidade de calor gerada pelo atrito com o ar.

Resolução:
Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \frac{m\,v_f^2}{2} - \frac{m\,v_i^2}{2}$$

$$m\,g\,h + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\,v_f^2}{2}$$

$$6{,}0 \cdot 10 \cdot 5{,}0 + \tau_{\vec{F}_r} = \frac{6{,}0\,(9{,}0)^2}{2}$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_r} = -57 \text{ J}}$$

$$\boxed{Q = |\tau_{\vec{F}_r}| = -57 \text{ J}}$$

Resposta: 57 J

23 Na situação esquematizada, um halterofilista levanta 80 kg num local em que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e mantém o haltere erguido, como representa a figura 2, durante 10 s.

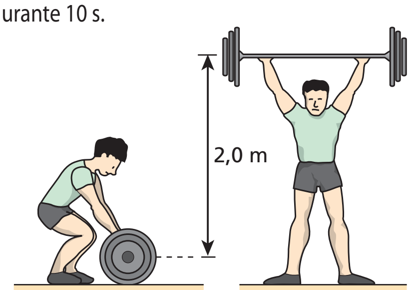


Figura 1 Figura 2

Os trabalhos das forças musculares durante o levantamento do haltere e durante sua manutenção no alto valem, respectivamente:
a) 800 J e 800 J.
b) 1 600 J e 1 600 J.
c) 800 J e zero.
d) 1 600 J e zero.
e) 1 600 J e 800 J.

Resolução:

$\tau_{oper} = m\,g\,h$

$\tau_{oper} = 80 \cdot 10 \cdot 2{,}0$ (J)

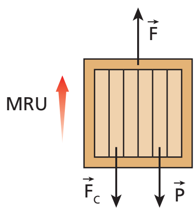
$\boxed{\tau_{oper} = 1600\text{ J}}$

O trabalho para manter o haltere suspenso é **nulo**, pois, durante essa situação, não há deslocamento.

Resposta: d

24 (UFSC) Um helicóptero suspenso no ar, em repouso em relação ao solo, ergue por meio de um cabo de aço, mantido vertical, uma caixa de massa igual a 200 kg que se desloca com velocidade constante ao longo de um percurso de 10 m. No local, $g = 10\text{ m/s}^2$. Sabendo que no deslocamento citado as forças de resistência do ar realizam sobre a caixa um trabalho de –1 400 J, calcule o trabalho da força aplicada pelo cabo de aço sobre a caixa.

Resolução:



Teorema da Energia Cinética:

$\tau_{total} = \Delta E_c$

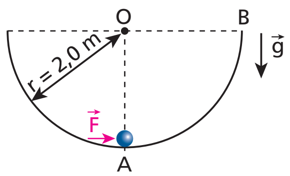
$\tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_r} = 0$

$\tau_{\vec{F}_{at}} - 200 \cdot 10 \cdot 10 - 1400 = 0$

$\boxed{\tau_{\vec{F}} = 21\,400\text{ J}}$

Resposta: 21 400 J

25 Uma partícula, inicialmente em repouso no ponto **A**, é levada ao ponto **B** da calha contida em um plano vertical, de raio igual a 2,0 m, indicada na figura. Uma das forças que agem sobre a partícula é $\vec{F}$, horizontal, dirigida sempre para a direita e de intensidade igual a 10 N. Considerando a massa da partícula igual a 2,0 kg e assumindo $g = 10\text{ m/s}^2$, determine:



a) o trabalho de $\vec{F}$ ao longo do deslocamento AB;
b) o trabalho do peso da partícula ao longo do deslocamento referido no item anterior.

Resolução:

$\tau_{\vec{F}} = F\ \overline{AB}\ \cos 45°$

$\tau_{\vec{F}} = 10 \cdot 2{,}0\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ (J)

$\boxed{\tau_{\vec{F}} = 20\text{ J}}$

b) $\tau_{\vec{P}} = -m\ g\ \overline{OA} \Rightarrow \tau_{\vec{P}} = -2{,}0 \cdot 10 \cdot 2{,}0$ (J)

$\boxed{\tau_{\vec{P}} = -40\text{ J}}$

Respostas: a) 20 J; b) – 40 J

26 Um homem puxa a extremidade livre de uma mola de constante elástica igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ N/m, alongando-a 20 cm. O trabalho da força elástica da mola sobre a mão do homem vale:
a) 40 J. b) 20 J. c) – 40 J. d) –20 J. e) $-2{,}0 \cdot 10^5$ J.

Resolução:

$t_{\vec{F}_e} = -\frac{K\ (\Delta x)^2}{2}$

$t_{\vec{F}_e} = -\frac{1{,}0 \cdot 10^3\ (0{,}20)^2}{2}$ (J)

$\boxed{t_{\vec{F}_e} = -20\text{ J}}$

Resposta: – 20 J

27 (Fuvest-SP) Considere um bloco de massa M = 10 kg que se move sobre uma superfície horizontal com uma velocidade inicial de 10 m/s. No local, o efeito do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10\text{ m/s}^2$.
a) Qual o trabalho realizado pela força de atrito para levar o corpo ao repouso?
b) Supondo que o coeficiente de atrito cinético seja μ = 0,10, qual o intervalo de tempo necessário para que a velocidade do bloco seja reduzida à metade do seu valor inicial?

Resolução:

a) **Teorema da Energia Cinética:**

$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\ V^2}{2} - \frac{m\ V_0^2}{2}$

$\tau_{\vec{F}_{at}} = 0 - \frac{10\ (10)^2}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -5{,}0 \cdot 10^2\text{ J}}$

b) **(I)** $F_{at} = \mu\ F_n \Rightarrow F_{at} = \mu\ m \cdot g$ (I)

2ª Lei de Newton: $F_{at} = m\ a$ (II)

De (I) e (II), vem:

$M\ a = \mu\ M\ g$

$a = \mu\ g \Rightarrow a = 0{,}10 \cdot 10\ (\text{m/s}^2)$

$\boxed{a = 1{,}0\text{ m/s}^2}$

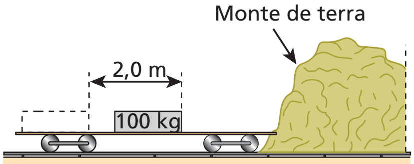
MUV:

$V = V_0 + \alpha\ t$

$\frac{10}{2} = 10 - 1{,}0\ t \Rightarrow \boxed{t = 5{,}0\text{ s}}$

Respostas: a) $-5{,}0 \cdot 10^2$ J; b) 1,0 m/s² e 5,0 s

28 (Vunesp-SP) Um vagão, deslocando-se lentamente com velocidade **v** num pequeno trecho plano e horizontal de uma estrada de ferro, choca-se com um monte de terra e pára abruptamente. Em virtude do choque, uma caixa de madeira, de massa 100 kg, inicialmente em repouso sobre o piso do vagão, escorrega e percorre uma distância de 2,0 m antes de parar, como mostra a figura.



Considerando $g = 10\ m/s^2$ e sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre a caixa e o piso do vagão é igual a 0,40, calcule:

a) a velocidade **v** do vagão antes de se chocar com o monte de terra;

b) a energia cinética da caixa antes de o vagão se chocar com o monte de terra e o trabalho realizado pela força de atrito que atuou na caixa enquanto ela escorregava.

Resolução:

a) **Teorema da Energia Cinética:** $\tau_{\vec{F}_{at}} = \dfrac{m\ v_f^2}{2} - \dfrac{m\ v_i^2}{2}$

$$\mu\ F_n\ d\ \cos 180° = 0 - \frac{m\ v^2}{2}$$

$$-\mu\ m\ g\ d = -\frac{m\ v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2\ \mu\ g\ d}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 0{,}40 \cdot 10 \cdot 2{,}0}\ (m/s) \Rightarrow \boxed{v = 4{,}0\ m/s}$$

b) $E_{C_i} = \dfrac{m\ v^2}{2} \Rightarrow E_{C_i} = \dfrac{100\ (4{,}0)^2}{2}$ (J)

$$\boxed{E_{C_i} = 8{,}0 \cdot 10^2\ J}$$

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = E_{C_f} - E_{C_i} \Rightarrow \tau_{\vec{F}_{at}} = 0 - E_{C_i}$$

$$\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -8{,}0 \cdot 10^2\ J}$$

Respostas: a) 4,0 m/s; b) $8{,}0 \cdot 10^2$ J e $-8{,}0 \cdot 10^2$ J

29 Um projétil de 10 g de massa atinge horizontalmente uma parede de alvenaria com velocidade de 120 m/s, nela penetrando 20 cm até parar. Determine, em newtons, a intensidade média da força resistente que a parede opõe à penetração do projétil.

Resolução:

Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{\vec{F}_r} = \frac{m\ v^2}{2} - \frac{m\ v_0^2}{2}$$

$$F_r\ d\ \cos 180° = 0 - \frac{m\ v_0^2}{2}$$

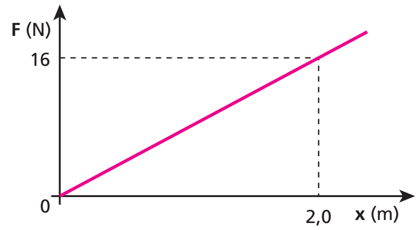
$$-F_r\ 0{,}20 = -\frac{10 \cdot 10^{-3}\ (120)^2}{2}$$

Donde: $\boxed{F_r = 3{,}6 \cdot 10^2\ N}$

Resposta: $3{,}6 \cdot 10^2$ N

30 (Mack-SP) Um corpo de massa 2,0 kg é submetido à ação de uma força cuja intensidade varia de acordo com a equação $F = 8{,}0x$. **F** é a força medida em newtons e **x** é o deslocamento dado em metros. Admitindo que o corpo estava inicialmente em repouso, qual a intensidade da sua velocidade após ter-se deslocado 2,0 m?

Resolução:

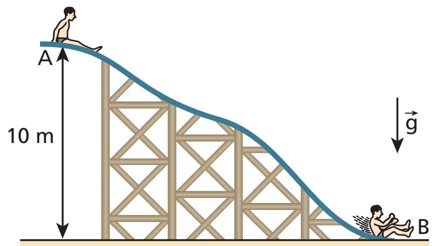


(I) $\tau = \text{"área"} = \dfrac{2{,}0 \cdot 16}{2} = 16\ J$

(II) $\tau = \dfrac{m\ v^2}{2} - \dfrac{m\ v_0^2}{2} \Rightarrow 16 = \dfrac{2{,}0\ v^2}{2} \Rightarrow \boxed{v = 4{,}0\ m/s}$

Resposta: 4,0 m/s

31 E.R. Um garoto de massa 40 kg partiu do repouso no ponto **A** do tobogã da figura a seguir, atingindo o ponto **B** com velocidade de 10 m/s:



Admitindo $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e desprezando o efeito do ar, calcule o trabalho das forças de atrito que agiram no corpo do garoto de **A** até **B**.

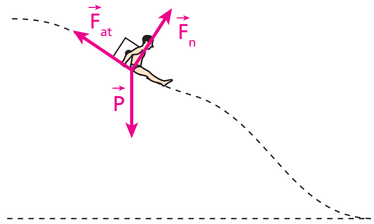
Resolução:

Durante a descida, três forças agem no corpo do garoto:

$\vec{P}$ = força da gravidade (peso);

$\vec{F}_n$ = reação normal do tobogã;

$\vec{F}_{at}$ = força de atrito.



O trabalho total, de todas as forças, é dado por:

$$\tau_{total} = \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} + \tau_{\vec{F}_n}$$

A parcela $\tau_{\vec{F}_n}$ é nula, pois $\vec{F}_n$ é, a cada instante, perpendicular à trajetória. Assim:

$$\tau_{total} = \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} \qquad \text{(I)}$$

Conforme o **Teorema da Energia Cinética**, temos que:

$$\tau_{total} = E_{C_B} - E_{C_A}$$

$$\tau_{total} = \frac{m\ v_B^2}{2} - \frac{m\ v_A^2}{2}$$

Como $v_A = 0$ (o garoto partiu do repouso), vem:

$$\tau_{total} = \frac{m\ v_B^2}{2} \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), obtém-se:

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,v_B^2}{2} \Rightarrow m\,g\,h + \tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,v_B^2}{2}$$

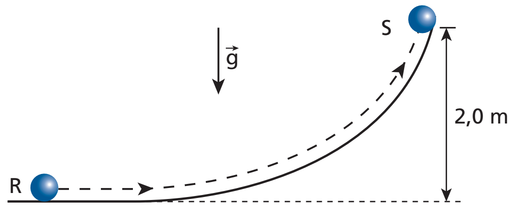
$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,v_B^2}{2} - m\,g\,h$$

Sendo m = 40 kg, v_B = 10 m/s e g = 10 m/s², calculemos $\tau_{\vec{F}_{at}}$:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{40 \cdot (10)^2}{2} - 40 \cdot 10 \cdot 10 \text{ (J)}$$

Donde: $\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -2{,}0 \cdot 10^3 \text{ J}}$

32 Uma esfera de massa 1,0 kg, lançada com velocidade de 10 m/s no ponto **R** da calha vertical, encurvada conforme a figura, atingiu o ponto **S**, por onde passou com velocidade de 4,0 m/s:



Sabendo que no local do experimento $|\vec{g}|$ = 10 m/s², calcule o trabalho das forças de atrito que agiram na esfera no seu deslocamento de **R** até **S**.

Resolução:

Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \frac{m\,v_S^2}{2} - \frac{m\,v_R^2}{2}$$

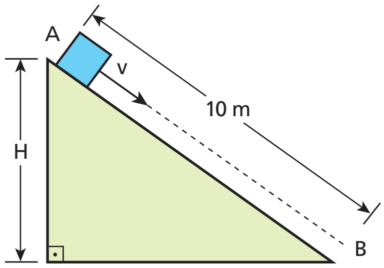
$$\tau_{\vec{F}_{at}} + \tau_{\vec{P}} = \frac{m\,v_S^2}{2} - \frac{m\,v_R^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{F}_{at}} - 1{,}0 \cdot 10 \cdot 2{,}0 = \frac{1{,}0}{2}\,(4{,}0^2 \cdot 10^2)$$

Donde: $\boxed{\tau_{\vec{F}_{at}} = -22 \text{ J}}$

Resposta: – 22 J

33 (Fuvest-SP) Um bloco de massa 2,0 kg é lançado do topo de um plano inclinado, com velocidade escalar de 5,0 m/s, conforme indica a figura. Durante a descida, atua sobre o bloco uma força de atrito constante de intensidade 7,5 N, que faz o bloco parar após deslocar-se 10 m. Calcule a altura **H**, desprezando o efeito do ar e adotando g = 10 m · s⁻².



Resolução:

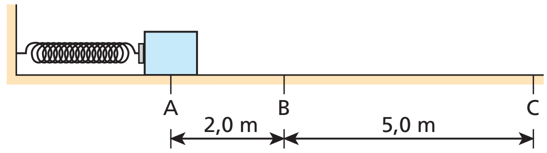
Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = E_{C_B} - E_{C_A} \Rightarrow m\,g\,H - F_{at}\,d = 0 - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

$$2{,}0 \cdot 10\,H - 7{,}5 \cdot 10 = -\frac{2{,}0 \cdot (5{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{H = 2{,}5 \text{ m}}$$

Resposta: 2,5 m

34 Na situação esquematizada na figura, a mola tem massa desprezível, constante elástica igual a 1,0 · 10² N/m e está inicialmente travada na posição indicada, contraída de 50 cm. O bloco, cuja massa é igual a 1,0 kg, está em repouso no ponto **A**, simplesmente encostado na mola. O trecho **AB** do plano horizontal é perfeitamente polido e o trecho **BC** é áspero.



Em determinado instante, a mola é destravada e o bloco é impulsionado, atingindo o ponto **B** com velocidade de intensidade V_B. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se g = 10 m/s². Sabendo que o bloco para ao atingir o ponto **C**, calcule:

a) o valor de V_B;
b) o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio no trecho **BC**.

Resolução:

a) **Teorema da Energia Cinética:**

$$\tau_{\vec{F}_e} = \frac{m\,v_B^2}{2} - \frac{m\,v_A^2}{2}$$

$$\frac{K\,(\Delta x)^2}{2} = \frac{m}{2}\,(v_B^2 - v_A^2)$$

$$1{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}50)^2 = 1{,}0 \cdot (v_B^2 - 0) \Rightarrow \boxed{v_B = 5{,}0 \text{ m/s}}$$

b) **Teorema da Energia Cinética:**

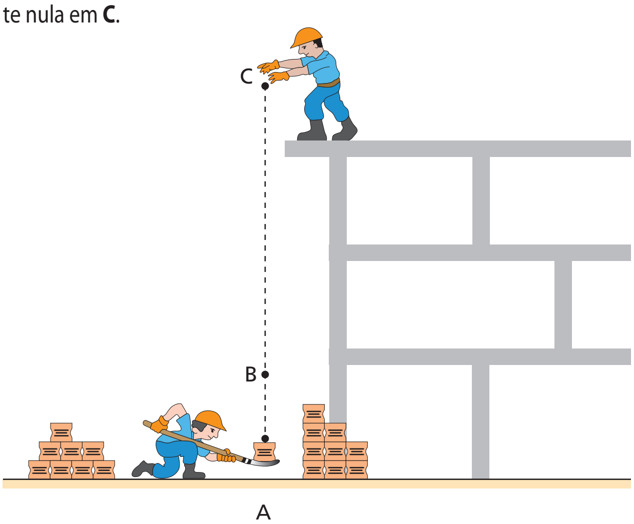
$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\,v_C^2}{2} - \frac{m\,v_B^2}{2}$$

$$-\mu\,m\,g\,d = 0 - \frac{m\,v_B^2}{2} \Rightarrow \mu = \frac{v_B^2}{2\,g\,d}$$

$$\mu = \frac{(5{,}0)^2}{2 \cdot 10 \cdot 5{,}0} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}25}$$

Respostas: a) 5,0 m/s; b) 0,25

35 (Olimpíada Brasileira de Física) Um servente de pedreiro, empregando uma pá, atira um tijolo verticalmente para cima para o mestre-de-obras, que está em cima da construção. Veja a figura. Inicialmente, utilizando a ferramenta, ele acelera o tijolo uniformemente de **A** para **B**; a partir de **B**, o tijolo se desliga da pá e prossegue em ascensão vertical, sendo recebido pelo mestre-de-obras com velocidade praticamente nula em **C**.



Considerando-se como dados o módulo da aceleração da gravidade, **g**, a massa do tijolo, **M**, e os comprimentos, AB = **h** e AC = **H**, e desprezando-se a influência do ar, determine:

a) a intensidade **F** da força com a qual a pá impulsiona o tijolo;

b) o módulo **a** da aceleração do tijolo ao longo do percurso AB.

Resolução:

a) **Teorema da Energia Cinética:**

$$\tau_{total} = E_{C_C} - E_{C_A}$$

$$\tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{P}} = \frac{M\ v_C^2}{2} - \frac{M\ v_A^2}{2} \Rightarrow F\ h - M\ g\ H = 0 \Rightarrow \boxed{F = \frac{M\ g\ H}{h}}$$

b) **2ª Lei de Newton:**

$$F - P = M\ a \Rightarrow \frac{M\ g\ H}{h} - M\ g = M\ a$$

Donde: $\boxed{a = \left(\frac{H}{h} - 1\right)\ g}$

Respostas: a) $F = \frac{M\ g\ H}{h}$; b) $a = \left(\frac{H}{h} - 1\right)\ g$

36 Na situação representada nas figuras 1 e 2, a mola tem massa desprezível e está fixa no solo com o seu eixo na vertical. Um corpo de pequenas dimensões e massa igual a 2,0 kg é abandonado da posição **A** e, depois de colidir com o aparador da mola na posição **B**, aderindo a ele, desce e pára instantaneamente na posição **C**.

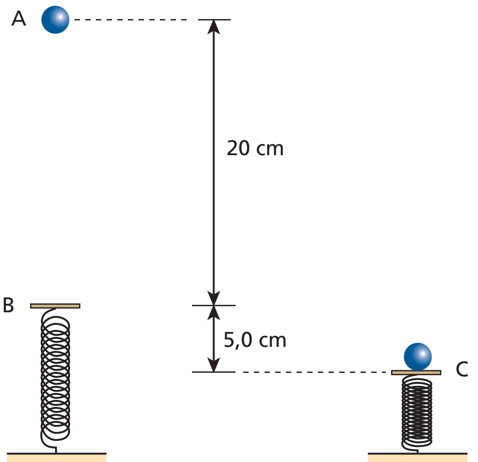


Figura 1 Figura 2

Adotando g = 10 m/s² e desprezando o efeito do ar e a energia mecânica dissipada no ato da colisão, calcule:

a) o trabalho do peso do corpo no percurso AC;

b) o trabalho da força aplicada pela mola sobre o corpo no percurso BC;

c) a constante elástica da mola.

Resolução:

a) $\tau_{\vec{P}} = m\ g\ h \Rightarrow \tau_{\vec{P}} = 2{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}25\ (J)$

$$\boxed{\tau_{\vec{P}} = 5{,}0\ J}$$

b) **Teorema da Energia Cinética:**

$$\tau_{total} = \frac{m\ v_C^2}{2} - \frac{m\ v_A^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F_e}} = 0 \Rightarrow \tau_{\vec{F_e}} = -\tau_{\vec{P}}$$

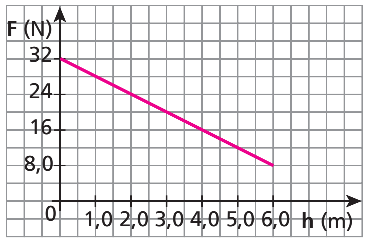
$$\boxed{\tau_{\vec{F_e}} = -5{,}0\ J}$$

c) $\tau_{\vec{F_e}} = -\frac{K\ (\Delta x)^2}{2} \Rightarrow -5{,}0 = -\frac{K\ (0{,}050)^2}{2}$

Donde: $\boxed{K = 4{,}0 \cdot 10^3\ N/m}$

Respostas: a) 5,0 J; b) – 5,0 J; c) $4{,}0 \cdot 10^3$ N/m

37 Uma partícula de massa 2,0 kg, inicialmente em repouso sobre o solo, é puxada verticalmente para cima por uma força $\vec{F}$, cuja intensidade varia com a altura **h**, atingida pelo seu ponto de aplicação, conforme mostra o gráfico:



No local, $|\vec{g}| = 10\ m \cdot s^{-2}$ e despreza-se a influência do ar. Considerando a ascensão da partícula de $h_0 = 0$ a $h_1 = 6{,}0$ m, determine:

a) a altura em que a velocidade tem intensidade máxima;

b) a intensidade da velocidade para $h_1 = 6{,}0$ m.

Resolução:

a) $F = 32 - \frac{24}{6{,}0}\ h \Rightarrow F = 32 - 4{,}0\ h$ (SI)

A velocidade é máxima quando

$|\vec{F}| = |\vec{P}| = m \cdot g$, isto é, $|\vec{F}| = 2{,}0 \cdot 10 = 20$ N

Logo: $20 = 32 - 4{,}0 \cdot h \Rightarrow \boxed{h = 3{,}0\ m}$

b) **Teorema da Energia Cinética:**

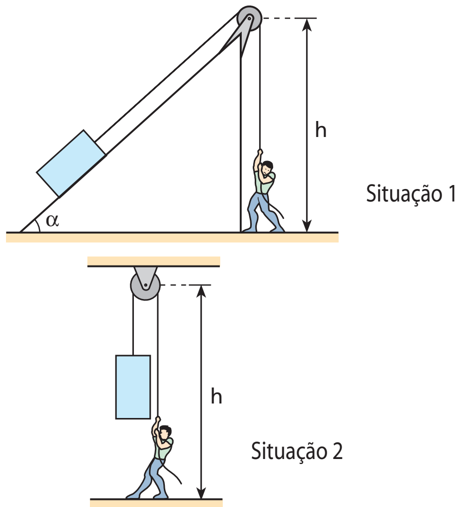
$$\tau_{total} = \frac{m\ v_1^2}{2} - \frac{m\ v_0^2}{2}$$

$$\tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{P}} = \frac{m\ v_1^2}{2} \Rightarrow \text{“área”} - m\ g\ h = \frac{m\ v_1^2}{2}$$

$$\frac{(32 + 8{,}0) \cdot 6{,}0}{2} - 2{,}0 \cdot 10 \cdot 6{,}0 = \frac{2{,}0 \cdot v_1^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_1 = 0}$$

Respostas: a) 3,0 m; b) 0

38 Nas duas situações representadas abaixo, uma mesma carga de peso **P** é elevada a uma mesma altura **h**:



Nos dois casos, o bloco parte do repouso, parando ao atingir a altura **h**. Desprezando todas as forças passivas, analise as proposições seguintes:

I. Na situação 1, a força média exercida pelo homem é menos intensa que na situação 2.
II. Na situação 1, o trabalho realizado pela força do homem é menor que na situação 2.
III. Em ambas as situações, o trabalho do peso da carga é calculado por –P h.
IV. Na situação 1, o trabalho realizado pela força do homem é calculado por P h.

Responda mediante o código:

a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Somente II e III são corretas.
d) Somente I, III e IV são corretas.
e) Somente III é correta.

Resolução:
(I) Correta.
(II) Incorreta.
Em ambos os casos:

$\tau_{total} = \Delta E_C$

$\tau_{oper} + \tau_{\vec{P}} = 0 \Rightarrow \tau_{oper} - P\ h = 0$

$\boxed{\tau_{oper} = P\ h}$

(III) Correta.
(IV) Correta.

Resposta: d

39 **E.R.** Considere um corpo de massa 20 kg, homogêneo, em forma de paralelepípedo, como ilustrado abaixo.

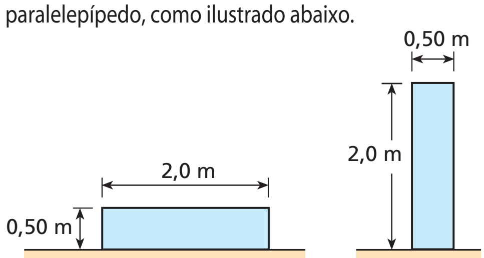
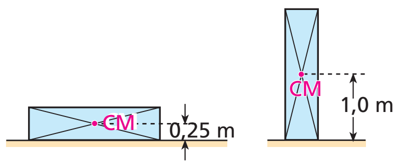


Figura 1 Figura 2

O corpo, inicialmente apoiado sobre sua maior face (figura 1), é erguido por um operador, ficando apoiado sobre sua menor face (figura 2).
Sendo g = 10 m · s^{-2}, calcule o trabalho da força do operador no erguimento do corpo.

Resolução:
Observe que este é um corpo extenso, de dimensões não-desprezíveis. Para efeito de cálculo vamos considerar o seu centro de massa, ou seja, o ponto CM onde se admite concentrada toda a massa do sistema.

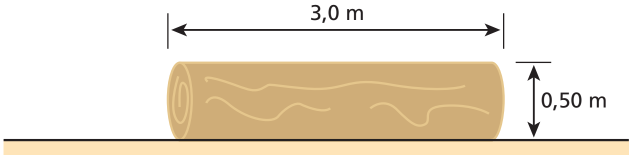


Sendo m = 20 kg, g = 10 m · s^{-2} e h = 1,0 – 0,25 = 0,75 m, calculamos o trabalho pedido (τ_{oper}):

$$\tau_{oper} = m\,g\,h \Rightarrow \tau_{oper} = 20 \cdot 10 \cdot 0{,}75\ (J)$$

$$\boxed{\tau_{oper} = 1{,}5 \cdot 10^2\ J}$$

40 Considere uma tora de madeira de massa igual a 2,0 · 10^2 kg, cilíndrica e homogênea, posicionada sobre o solo, conforme indica a figura.



Adotando g = 10 m · s^{-2}, calcule o trabalho realizado por um grupo de pessoas para colocar a tora com o eixo longitudinal na vertical, apoiada sobre sua base.

Resolução:

$\tau_{oper} = m\ g\ h$

h é a elevação do centro de massa da tora.

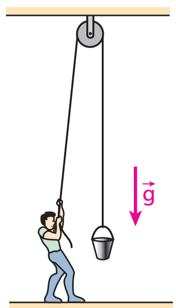
h = 1,5 – 0,25 = 1,25 m

$\tau_{oper} = 2{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 1{,}25\ (J)$

$\boxed{\tau_{oper} = 2{,}5 \cdot 10^3\ J}$

Resposta: 2,5 · 10^3 J

41 Na figura, um operário ergue um balde cheio de concreto, de 20 kg de massa, com velocidade constante. A corda e a polia são ideais e, no local, g = 10 m/s^2. Considerando um deslocamento vertical de 4,0 m, que ocorre em 25 s, determine:



a) o trabalho realizado pela força do operário;
b) a potência média útil na operação.

Resolução:

a) $\tau_{oper} = m\,g\,h$

$\tau_{oper} = 20 \cdot 10 \cdot 4{,}0\ (J)$

$\boxed{\tau_{oper} = 8{,}0 \cdot 10^2\ J}$

b) $Pot_m = \dfrac{\tau_{oper}}{\Delta t}$

$Pot_m = \dfrac{8{,}0 \cdot 10^2\ J}{25\ s}$

$\boxed{Pot_m = 32\ W}$

Respostas: a) 8,0 · 10^2 J ; b) 32 W

42 (PUC-SP) Uma pessoa de massa 80 kg sobe uma escada de 20 degraus, cada um com 20 cm de altura.

a) Calcule o trabalho que a pessoa realiza contra a gravidade (adote $g = 10\ m/s^2$).

b) Se a pessoa subir a escada em 20 segundos, ela se cansará mais do que se subir em 40 segundos. Como se explica isso, já que o trabalho realizado é o mesmo nos dois casos?

Resolução:

a) $\tau_{oper} = m\,g\,h$

$\tau_{oper} = 80 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 0{,}20\ (J)$

$\boxed{\tau_{oper} = 3{,}2 \cdot 10^3\ J}$

b) A pessoa se cansará **mais**, pois dispenderá em 20 s uma potência maior que em 40 s.

Respostas: a) $3{,}2 \cdot 10^3$ J; b) A pessoa se cansará **mais**, pois dispenderá em 20 s uma potência maior que em 40 s.

43 (Fuvest-SP) Dispõe-se de um motor com potência útil de 200 W para erguer um fardo de massa de 20 kg à altura de 100 m em um local onde $g = 10\ m/s^2$.
Supondo que o fardo parte do repouso e volta ao repouso, calcule:

a) o trabalho desenvolvido pela força aplicada pelo motor;

b) o intervalo de tempo gasto nessa operação.

Resolução:

a) $\tau = m\,g\,h \Rightarrow \tau = 20 \cdot 10 \cdot 100\ (J)$

$\boxed{\tau = 2{,}0 \cdot 10^4\ J}$

b) $Pot_m = \dfrac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow 200 = \dfrac{2{,}0 \cdot 10^4}{\Delta t}$

$\boxed{\Delta t = 100\ s = 1\ min\ 40\ s}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^4$ J; b) 1 min 40 s

44 Dentre as unidades seguintes, aponte aquela que não pode ser utilizada na medição de potências.

a) $kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$

b) $N \cdot \dfrac{m}{s}$

c) cavalo-vapor

d) quilowatt-hora

e) $J \cdot s^{-1}$

Resolução:

Quilowatt-hora (kWh) é unidade de energia geralmente utilizada em avaliações de consumo de energia elétrica.

Resposta: d

45 (UFPE) Um homem usa uma bomba manual para extrair água de um poço subterrâneo a 60 m de profundidade. Calcule o volume de água, em litros, que ele conseguirá bombear caso trabalhe com potência constante de 50 W durante 10 minutos. Despreze todas as perdas e adote $g = 10\ m/s^2$ e a densidade da água igual a 1,0 kg/ℓ.

Resolução:

$Pot_m = \dfrac{\tau}{\Delta t} = \dfrac{m\ g\ h}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \dfrac{m\ 10 \cdot 60}{10 \cdot 60}$

$m = 50\ kg \Rightarrow \boxed{V = 50\ litros}$

Resposta: 50 litros

46 (Fuvest-SP) Uma esteira rolante transporta 15 caixas de bebida por minuto de um depósito no subsolo até o andar térreo. A esteira tem comprimento de 12 m, inclinação de 30° com a horizontal e move-se com velocidade constante. As caixas a serem transportadas já são colocadas com a mesma velocidade da esteira. Se cada caixa pesa 200 N, o motor que aciona esse mecanismo deve fornecer a potência de:

a) 20 W.

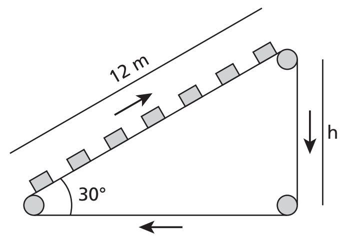
b) 40 W.

c) $3{,}0 \cdot 10^2$ W.

d) $6{,}0 \cdot 10^2$ W.

e) $1{,}0 \cdot 10^3$ W.

Resolução:



(I) $\text{sen } 30° = \dfrac{h}{12}$

$0{,}50 = \dfrac{h}{12} \Rightarrow \boxed{h = 6{,}0\ m}$

(II) $Pot_m = \dfrac{\tau}{\Delta t} = \dfrac{P\ h}{\Delta t}$

$Pot_m = \dfrac{15 \cdot 200 \cdot 6{,}0}{60} \left(\dfrac{J}{s}\right)$

$\boxed{Pot_m = 3{,}0 \cdot 10^2\ W}$

Resposta: c

47 (Unicamp-SP) Um carro recentemente lançado pela indústria brasileira tem aproximadamente 1,5 tonelada e pode acelerar, sem derrapagens, do repouso até uma velocidade escalar de 108 km/h, em 10 segundos.

(**Fonte:** *Revista Quatro Rodas.*)

Despreze as forças dissipativas e adote 1 cavalo-vapor (cv) = 750 W.

a) Qual o trabalho realizado, nessa aceleração, pelas forças do motor do carro?

b) Qual a potência média do motor do carro em cv?

Resolução:

a) **Teorema da Energia Cinética:**

$\tau = \dfrac{m\ v^2}{2} - \dfrac{m\ v_0^2}{2} \Rightarrow \tau = \dfrac{1{,}5 \cdot 10^3 \cdot (30)^2}{2}\ (J)$

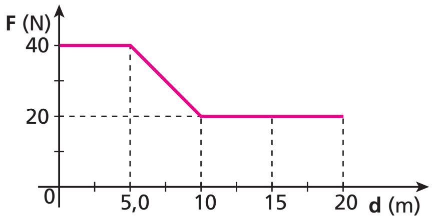
$\boxed{\tau = 6{,}75 \cdot 10^5\ J}$

b) $Pot_m = \dfrac{\tau}{\Delta t} \Rightarrow Pot_m = \dfrac{6{,}75 \cdot 10^5}{10 \cdot 750}\ (cv)$

$\boxed{Pot_m = 90\ cv}$

Respostas: a) $6{,}75 \cdot 10^5$ J; b) 90 cv

48 O gráfico a seguir mostra a variação da intensidade de uma das forças que agem em uma partícula em função de sua posição sobre uma reta orientada. A força é paralela à reta.
Sabendo que a partícula tem movimento uniforme com velocidade de 4,0 m/s, calcule, para os 20 m de deslocamento descritos no gráfico a seguir:



a) o trabalho da força;
b) sua potência média.

Resolução:
$\tau = A_1 + A_2$

$\tau = \dfrac{(10 + 5{,}0)\ \ 20}{2} + 20 \cdot 20\ (J)$

$\boxed{\tau = 5{,}5 \cdot 10^2\ J}$

b) $Pot_m = \dfrac{\tau}{\Delta t} = \dfrac{\tau}{\frac{d}{v}} \Rightarrow Pot_m = \dfrac{5{,}5 \cdot 10^2 \cdot 4{,}0}{20}\ (W)$

$\boxed{Pot_m = 1{,}1 \cdot 10^2\ W}$

Respostas: a) $5{,}5 \cdot 10^2$ J; b) $1{,}1 \cdot 10^2$ W

49 A usina hidrelétrica de Itaipu é uma obra conjunta do Brasil e do Paraguai que envolve números gigantescos. A potência média teórica chega a 12 600 MW quando 18 unidades geradoras operam conjuntamente, cada qual com uma vazão próxima de 700 m³ por segundo. Suponha que a água da represa adentre as tubulações que conduzem o líquido às turbinas com velocidade praticamente nula e admita que os geradores aproveitem 100% da energia hídrica disponível. Adotando-se para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s² e sabendo-se que a densidade da água é igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, determine o desnível entre as bocas das tubulações e suas bases, onde estão instaladas as turbinas das unidades geradoras.

Resolução:
A potência elétrica disponibilizada em cada unidade geradora é calculada fazendo-se:

$Pot_m = \dfrac{12\,600\ MW}{18} = 700\ MW = 7{,}0 \cdot 10^8\ W$

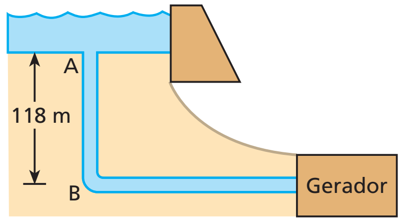
Sendo $\mu = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, $Z = 7{,}0 \cdot 10^2$ m³/s e $g = 10$ m/s², calculemos o desnível **h**.

$Pot_m = \mu\ Z\ g\ h \Rightarrow 7{,}0 \cdot 10^8 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 7{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\ \ h$

Donde: $\boxed{h = 100\ m}$

Resposta: 100 m

50 (UFPE) As águas do rio São Francisco são represadas em muitas barragens, para o aproveitamento do potencial hidrográfico e transformação de energia potencial gravitacional em outras formas de energia. Uma dessas represas é Xingó, responsável por grande parte da energia elétrica que consumimos. A figura a seguir representa a barragem e uma tubulação, que chamamos de tomada d'água, e o gerador elétrico. Admita que, no nível superior do tubo, a água está em repouso, caindo a seguir até um desnível de 118 m, onde encontra o gerador de energia elétrica. O volume de água que escoa, por unidade de tempo, é de $5{,}0 \cdot 10^2$ m³/s. Considere a densidade da água igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, adote g = 10 m/s² e admita que não haja dissipação de energia mecânica.



Calcule, em MW, a potência hídrica na entrada do gerador.

Resolução:
$Pot_m = \mu\ Z\ g\ h$

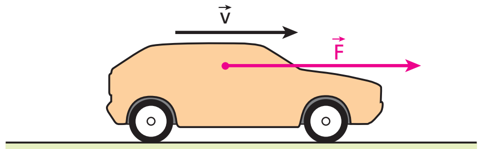
$Pot_m = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 5{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 118\ (W)$

$\boxed{Pot_m = 590\ MW}$

Professor: compare Xingó com Itaipu (exercício anterior).

Resposta: 590 MW

51 No esquema seguinte, $\vec{F}$ é a força motriz que age no carro e $\vec{v}$, sua velocidade vetorial instantânea:



Sendo $|\vec{F}| = 1{,}0 \cdot 10^3$ N e $|\vec{v}| = 5{,}0$ m/s, calcule, em kW, a potência de $\vec{F}$ no instante considerado.

Resolução:
$Pot = F\ v \cos\theta$

$(\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1)$

$Pot = F\ v \Rightarrow Pot = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 5{,}0\ (W)$

$\boxed{Pot = 5{,}0 \cdot 10^3\ W = 5{,}0\ kW}$

Resposta: 5,0 kW

52 Uma partícula de massa 2,0 kg parte do repouso sob a ação de uma força resultante de intensidade 1,0 N. Determine:
a) o módulo da aceleração adquirida pela partícula;
b) a potência da força resultante, decorridos 4,0 s da partida.

Resolução:
a) **2ª Lei de Newton:**
$F = m\ a \Rightarrow 1{,}0 = 2{,}0\ a$

$\boxed{a = 0{,}50\ m/s^2}$

b) **MUV:** $v = v_0 + \alpha t$
$v = 0{,}50 \cdot 4{,}0\ (m/s)$

$\boxed{v = 2{,}0\ m/s}$

$Pot = F\ v \cos\theta$

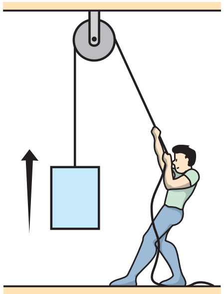
$(\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1)$

$Pot = 1{,}0 \cdot 2{,}0\ (W)$

$\boxed{Pot = 2{,}0\ W}$

Respostas: a) 0,50 m/s²; b) 2,0 W

53 No arranjo da figura, o homem faz com que a carga de peso igual a 300 N seja elevada com velocidade constante de 0,50 m/s.



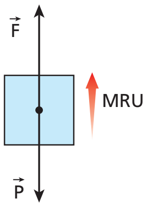
Considerando a corda e a polia ideais e o efeito do ar desprezível, determine:

a) a intensidade da força com que o homem puxa a corda;

b) a potência útil da força exercida pelo homem.

Resolução:

a)



F = P; logo:

$\boxed{F = 300\ N}$

b) $Pot = F\,v\cos\theta$

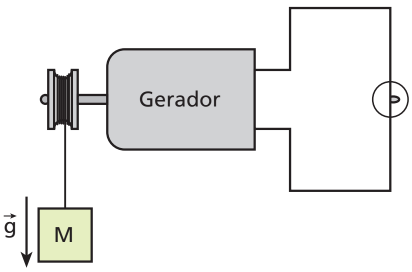
($\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$)

$Pot = 300 \cdot 0{,}50$ (W)

$\boxed{Pot = 150\ W}$

Respostas: a) 300 N; b) 150 N

54 (UFPE) Um gerador elétrico suposto ideal é acionado pela queda de um bloco de massa **M** que desce sob a ação da gravidade com velocidade escalar constante de 5,0 m/s. Sabendo que a potência fornecida pelo gerador é usada para acender uma lâmpada de 100 W, calcule o valor de **M**.



Despreze os atritos e adote $|\vec{g}| = 10\ m \cdot s^{-2}$.

Resolução:

Num processo ideal, a potência do peso do bloco em sua descida é totalmente transferida para a lâmpada.

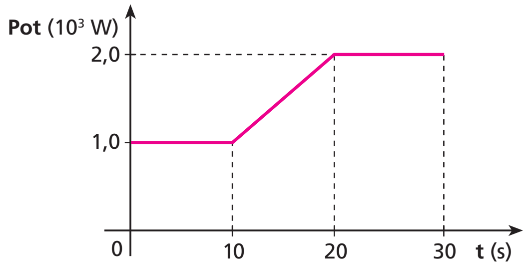
$Pot_{(\vec{P})} = Pot_{lâmpada} = 100\ W$

$M \cdot 10 \cdot 5{,}0 = 100$

Donde: $\boxed{M = 2{,}0\ kg}$

Resposta: M = 2,0 kg

55 O diagrama seguinte representa a potência instantânea fornecida por uma máquina, desde $t_0 = 0$ s até $t_1 = 30$ s:



Com base no diagrama, determine:

a) o trabalho realizado pela máquina, de $t_0 = 0$ s até $t_1 = 30$ s;

b) a potência média fornecida pela máquina no intervalo referido no item anterior.

Resolução:

a) $\tau_{t_0 \to t_1} = A_1 + A_2 + A_3$

$$\tau_{t_0 \to t_1} = 10 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 + \frac{(2{,}0 + 1{,}0)\,10^3 \cdot 10}{2} + 10 \cdot 2{,}0 \cdot 10^3\ (W)$$

Donde: $\boxed{\tau_{t_0 \to t_1} = 4{,}5 \cdot 10^4\ J}$

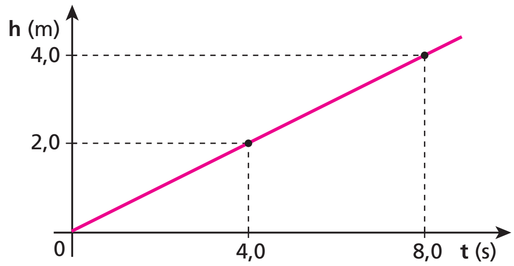
b) $Pot_m = \dfrac{\tau_{t_0 \to t_1}}{\Delta t}$

$Pot_m = \dfrac{4{,}5 \cdot 10^4}{30}$ (W)

$\boxed{Pot_m = 1{,}5 \cdot 10^3\ W}$

Respostas: a) $4{,}5 \cdot 10^4$ J; b) $1{,}5 \cdot 10^3$ W

56 Uma caixa de massa $5{,}0 \cdot 10^2$ kg é erguida verticalmente por um guindaste, de modo que sua altura em relação ao solo varia em função do tempo, conforme o gráfico abaixo:



Considerando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, analise as proposições seguintes:

I. O movimento da caixa é uniforme.

II. A velocidade escalar da caixa no instante t = 5,0 s vale $5{,}0 \cdot 10^{-1}$ m/s.

III. A força que os cabos do guindaste aplicam na caixa tem intensidade de $5{,}0 \cdot 10^3$ N.

IV. A potência útil do guindaste é de 2,5 kW.

Responda conforme o código:

a) Todas são corretas.

b) Todas são incorretas.

c) Somente I e II são corretas.

d) Somente III e IV são corretas.

e) Somente I, III e IV são corretas.

Resolução:

I. Correta.
O gráfico h = f(t) é uma rede oblíqua.

II. Correta.

$v = \dfrac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow v = \dfrac{4{,}0\ m}{8{,}0\ s}$

$\boxed{v = 5{,}0 \cdot 10^{-1}\ m/s}$

III. Correta.

$F = P \Rightarrow F = m\ g$

$F = 5{,}0 \cdot 10^2 \cdot 10\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 5{,}0 \cdot 10^3\ N}$

IV. Correta.

$Pot = F\ v \Rightarrow Pot = 5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-1}\ (W)$

$\boxed{Pot = 2{,}5 \cdot 10^3\ W = 2{,}5\ kW}$

Resposta: a

57 Um paraquedista desce com velocidade constante de 5,0 m/s. O conjunto paraquedas e paraquedista pesa 100 kgf. Considerando g = 9,8 m/s², podemos dizer que a potência dissipada pelas forças de resistência do ar tem módulo:

a) 0,50 kW. b) 4,9 kW. c) 5,0 kW. d) 49 kW. e) 50 kW.

Resolução:

(I) **MRU:** $F_r = P \Rightarrow F_r = m\ g$

Como g = 9,8 m/s² (valor normal), tem-se m = 100 kg; logo:

$F_r = 100 \cdot 9{,}8\ (N) \Rightarrow \boxed{F_r = 980\ N}$

(II) $Pot = F_r\ v\ \cos\theta$

$(\theta = 180° \text{ e } \cos\theta = -1)$

$Pot = 980 \cdot 5{,}0\ (-1)\ (W)$

$\boxed{Pot = -4\,900\ W = -4{,}9\ kW}$

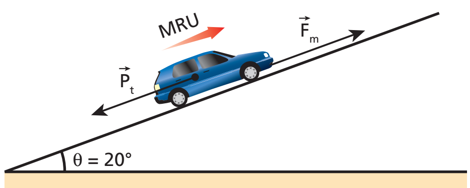
Resposta: b

58 (Fatec-SP) Um carro de massa 1,0 tonelada sobe 20 m ao longo de uma rampa inclinada de 20° com a horizontal, mantendo velocidade constante de 10 m/s. Adotando g = 10 m/s², sen 20° = 0,34 e cos 20° = 0,94 e desprezando o efeito do ar, calcule, nesse deslocamento:

a) o trabalho realizado pelo peso do carro;
b) a potência útil do motor.

Resolução:

a)



(I) $P_t = m\ g\ \text{sen}\,\theta$

$P_t = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}34\ (N)$

$\boxed{P_t = 3{,}4 \cdot 10^3\ N}$

(II) $\tau_{\vec{P}} = P_t\ d\ \cos\alpha$ (α é o ângulo entre $\vec{P}_t$ e $\vec{d}$)

$(\alpha = 180° \text{ e } \cos\alpha = -1)$

$\tau_{\vec{P}} = 3{,}4 \cdot 10^3 \cdot 20\ (-1)\ (J)$

$\boxed{\tau_{\vec{P}} = -6{,}8 \cdot 10^4\ J}$

b) **MRU:** $F_m = P_t = 3{,}4 \cdot 10^3\ N$

$Pot_{(\vec{F}_m)} = F_m\ v\ \cos\beta$ (β é o ângulo formado entre $\vec{F}_m$ e $\vec{v}$)

$(\beta = 0° \text{ e } \cos\beta = 1)$

$Pot_{(\vec{F}_m)} = 3{,}4 \cdot 10^3 \cdot 10\ (1)\ (W) \Rightarrow \boxed{Pot_{(\vec{F}_m)} = 34\ kW}$

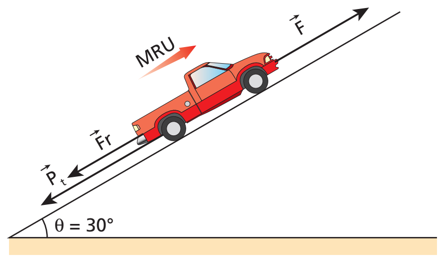
Respostas: a) – 6,8 · 10⁴ J; b) 34 kW

59 Uma caminhonete de massa 1,2 tonelada sobe uma rampa inclinada de 30° em relação à horizontal, com velocidade constante de intensidade 36 km/h. As forças de atrito, resistentes ao movimento, perfazem 25% do peso do veículo. Adotando g = 10 m/s², calcule:

a) a intensidade da força motriz exercida na caminhonete;
b) a potência útil desenvolvida pelo motor do veículo.

Resolução:

a)



MRU: $F = F_r + P_t \Rightarrow F = 0{,}25\ m\ g + m\ g\ \text{sen}\,\theta$

$F = 0{,}25\ m\ g + 0{,}5\ m\ g$

$F = 0{,}75\ m\ g \Rightarrow F = 0{,}75 \cdot 1{,}2 \cdot 10\ (kN)$

$\boxed{F = 9{,}0\ kN}$

b) $Pot = F\ v\ \cos\alpha$

$(\alpha = 0° \text{ e } \cos\alpha = 1)$

$Pot = 9{,}0 \cdot \dfrac{36}{3{,}6}\ (kW)$

$\boxed{Pot = 90\ kW}$

Respostas: a) 9,0 kN; b) 90 kW

60 Sabe-se que a intensidade da força total de resistência recebida por um carro de Fórmula 1 em movimento sobre o solo plano e horizontal é diretamente proporcional ao quadrado da intensidade de sua velocidade.

Admita que, para manter o carro com velocidade V_A = 140 km/h, o motor forneça uma potência útil P_A = 30 HP. Que potência útil P_B deverá o motor fornecer para manter o carro com velocidade V_B = 280 km/h?

Resolução:

$F = F_r = k\ v^2$

$Pot = F\ v = k\ v^2\ v \Rightarrow \boxed{Pot = k\ v^3}$

$$\left.\begin{aligned} P_A &= k\ V_A^3 \Rightarrow 30 = k\ (140)^3 \\ P_B &= k\ V_B^3 \Rightarrow P_B = k\ (280)^3 \end{aligned}\right\} \dfrac{P_B}{30} = \left(\dfrac{280}{140}\right)^3 \Rightarrow \boxed{P_B = 240\ HP}$$

Resposta: 240 HP

61 E.R. A velocidade escalar (**v**) de uma partícula em trajetória retilínea varia com o tempo (**t**), conforme a função:

$$v = 4{,}0t \ \text{(SI)}$$

Sabendo que a massa da partícula vale 3,0 kg, determine:

a) a expressão da potência instantânea da força resultante que age na partícula;

b) o valor da potência no instante t = 2,0 s.

Resolução:

Analisando a função v = 4,0t, concluímos que o movimento é uniformemente variado, com aceleração de intensidade 4,0 m/s².

Aplicando a **2ª Lei de Newton**, obtemos a intensidade da força que acelera a partícula:

$$F = m\,a \Rightarrow F = 3{,}0 \cdot 4{,}0 \ \text{(N)}$$

$$\boxed{F = 12\ \text{N}}$$

a) Como a força resultante tem a mesma orientação da velocidade, sua potência fica dada por:

$$Pot = F\,v$$

Como F = 12 N e v = 4,0t, vem:

$$Pot = 12 \cdot 4{,}0t \Rightarrow \boxed{Pot = 48t} \ \text{(SI)}$$

b) Para t = 2,0 s, temos:

$$Pot = 48 \cdot 2 \ \text{(W)} \Rightarrow \boxed{Pot = 96\ \text{W}}$$

62 Sob a ação de uma força resultante constante e de intensidade 20 N, uma partícula parte do repouso, adquirindo um movimento cuja função das velocidades escalares é v = 2k t (SI), sendo **k** uma constante adimensional e positiva. Sabendo que, no instante t = 1 s, a potência da força resultante sobre a partícula vale 200 W, determine o valor de **k**.

Resolução:

$Pot = F\ v \Rightarrow Pot = 20 \cdot 2\ k\ t$

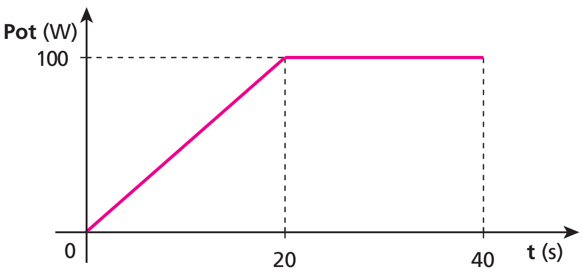
$Pot = 40\ k\ t$

$200 = 40\ k\ 1$

$\boxed{k = 5}$

Resposta: 5

63 E.R. Um bloco de 15 kg de massa repousa sobre uma mesa horizontal e sem atrito. No instante $t_0 = 0$ s, passa a agir sobre ele uma força cuja potência é dada em função do tempo, conforme o gráfico seguinte:



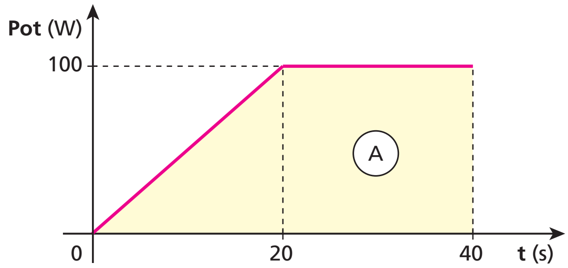
Desprezando o efeito do ar e supondo que a força referida seja paralela à mesa, determine:

a) o trabalho da força sobre o bloco de $t_0 = 0$ s até $t_1 = 40$ s;

b) o módulo da velocidade do bloco no instante $t_1 = 40$ s.

Resolução:

a) O trabalho é calculado pela "área" **A** destacada abaixo:



$$\tau = A = \frac{(40 + 20)100}{2} \ \text{(J)}$$

$$\boxed{\tau = 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{J}}$$

b) A força em questão é a resultante sobre o bloco, o que nos permite aplicar o **Teorema da Energia Cinética**:

$$\tau = E_{c_{40}} - E_{c_0}$$

$$\tau = \frac{m\,v_{40}^2}{2} - \frac{m\,v_0^2}{2}$$

Sendo m = 15 kg, $v_0 = 0$ e $\tau = 3{,}0 \cdot 10^3$ J, calculemos v_{40}:

$$3{,}0 \cdot 10^3 = \frac{15\,v_{40}^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_{40} = 20\ \text{m/s}}$$

64 O gráfico abaixo mostra a variação da potência instantânea da força resultante em uma partícula de massa 2,0 kg que, no instante $t_0 = 0$, tem velocidade escalar igual a 1,0 m/s.

Supondo que a trajetória seja retilínea, calcule:

a) a potência média da força resultante, no intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 5{,}0$ s;

b) a velocidade escalar da partícula no instante $t_1 = 5{,}0$ s.

Resolução:

a) $$Pot_m]_0^5 = \frac{\tau]_0^5}{\Delta t} = \frac{\text{"área"}}{\Delta t}$$

$$Pot_m]_0^5 = \frac{(5{,}0 + 3{,}0)\ 20}{2 \cdot 5{,}0} \ \text{(W)} \Rightarrow \boxed{Pot_m]_0^5 = 16\ \text{W}}$$

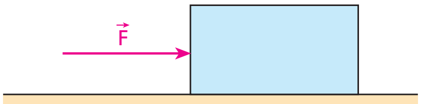
b) $$\tau]_0^5 = \frac{m\ v_5^2}{2} - \frac{m\ v_0^2}{2}$$

$$\text{"área"} = \frac{m}{2}\ (v_5^2 - v_0^2)$$

$$80 = \frac{2{,}0}{2}\ (v_5^2 - 1{,}0^2) \Rightarrow \boxed{v_5 = 9{,}0\ \text{m/s}}$$

Respostas: a) 16 W; b) 9,0 m/s

65 (Esc. Naval-RJ – mod.) Um corpo de 2,0 kg de massa, inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, sob a ação de seu peso e da força de contato com o plano, é empurrado por uma força $\vec{F}$ horizontal constante, de intensidade 12 N, conforme representa a figura. Sabe-se que os coeficientes de atrito cinético e estático entre o corpo e o plano são, respectivamente, 0,10 e 0,20. A aceleração da gravidade no local é 10 m/s² e desprezam-se os efeitos do ar. O trabalho, em joule, realizado pela força $\vec{F}$ durante os dois primeiros segundos da aplicação da força $\vec{F}$ é:



a) 64. b) 80. c) 96. d) 100. e) 120.

Resolução:

(I) $F_{at_d} = \mu_e \; F_n = \mu_e \; m \; g$

$F_{at_c} = 0{,}20 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 4{,}0 \text{ N}$

$F_{at_c} = \mu_C \, F_n = \mu_C \, mg$

$F_{at_c} = 0{,}10 \cdot 2{,}0 \cdot 10 = 2{,}0 \text{ N}$

(II) **2ª Lei de Newton:**

$F - F_{at_c} = m \; a$

$12 - 2{,}0 = 2{,}0 \; a \Rightarrow a = 5{,}0 \text{ m/s}^2$

(III) **MUV:** $d = v_0 \; t + \frac{a}{2} \; t^2 \Rightarrow d = \frac{5{,}0}{2} \; (2{,}0)^2 \text{ (m)}$

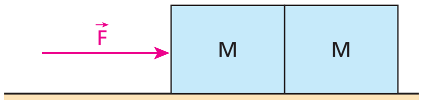
$\boxed{d = 10 \text{ m}}$

(IV) $\tau = F \; d \Rightarrow \tau = 12 \cdot 10 \text{ (J)}$

$\boxed{\tau = 120 \text{ J}}$

Resposta: e

66 (Umesp-SP) Dois blocos de massa **M** cada um, inicialmente em repouso, sobre uma superfície lisa, são submetidos a uma força constante de módulo **F**, conforme mostra a figura, por um intervalo de tempo **t**. Desprezando-se a influência do ar, podemos calcular a velocidade final **V** e a variação da energia cinética ΔE_c desses blocos, respectivamente, nesse intervalo de tempo, pelas relações:



a) $V = \frac{F\,t}{2M}; \Delta E_c = \frac{4(F\,t)^2}{M}$.

b) $V = \frac{2F\,t}{M}; \Delta E_c = \frac{(F\,t)^2}{4M}$.

c) $V = \frac{F\,t}{M}; \Delta E_c = \frac{(F\,t)^2}{2M}$.

d) $V = \frac{F\,t}{2M}; \Delta E_c = \frac{(F\,t)^2}{4M}$.

e) $V = \frac{F\,t}{4M}; \Delta E_c = \frac{(F\,t)^2}{2M}$.

Resolução:

(I) **2ª Lei de Newton:** $F = 2 \; M \; a \Rightarrow F = 2 \; M \; \frac{V}{t}$

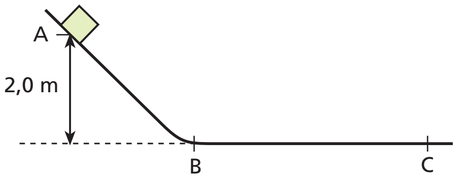
$\boxed{V = \frac{F \; t}{2 \; M}}$

(II) $\Delta E_C = \frac{2 \; M \, V^2}{2} \Rightarrow \Delta E_C = M \left(\frac{F \; t}{2 \; M}\right)^2$

$\boxed{\Delta E_C = \frac{(F \; t)^2}{4 \; M}}$

Resposta: d

67 Na figura, AB é um plano inclinado sem atrito e BC é um plano horizontal áspero. Um pequeno bloco parte do repouso no ponto **A** e para no ponto **C**:



Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano BC vale 0,40 e que a influência do ar é desprezível, calcule a distância percorrida pelo bloco nesse plano.

Resolução:

Teorema da Energia Cinética:

$\tau_{A \to C} = \frac{m \; v_C^2}{2} - \frac{m \; v_A^2}{2}$

$\tau_{\vec{P}_{A \to C}} + \tau_{\vec{F}_{at_{B \to C}}} = 0$

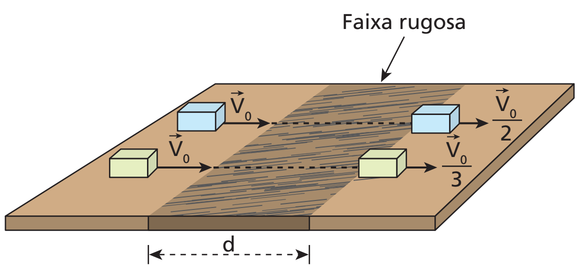
$m \; g \; h - \mu_C \; m \; g \; d = 0$

$d = \frac{h}{\mu_C} \Rightarrow d = \frac{2{,}0}{0{,}40} \text{ (m)}$

$\boxed{d = 5{,}0 \text{ m}}$

Resposta: 5,0 m

68 (Fuvest-SP) Dois pequenos corpos, 1 e 2, movem-se em um plano horizontal, com atrito desprezível, em trajetórias paralelas, inicialmente com mesma velocidade, de módulo V_0. Em dado instante, os corpos passam por uma faixa rugosa do plano, de largura **d**. Nessa faixa, o atrito não pode ser desprezado e os coeficientes de atrito cinético entre o plano rugoso e os corpos 1 e 2 valem μ_1 e μ_2 respectivamente. Os corpos 1 e 2 saem da faixa com velocidades $\frac{V_0}{2}$ e $\frac{V_0}{3}$ respectivamente.



Nessas condições, a razão $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ é igual a:

a) $\frac{2}{3}$.

b) $\frac{4}{9}$.

c) $\frac{27}{32}$.

d) $\frac{16}{27}$.

e) $\frac{1}{2}$.

Resolução:
Corpo 1: Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_1 = \frac{m_1\ v_1^2}{2} - \frac{m_1\ v_0^2}{2}$$

$$-\mu_1\ m_1\ g\ d = \frac{m_1}{2}\left[\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - v_0^2\right]$$

Donde: $\mu_1\ g\ d = \frac{3}{8}\ v_0^2$ (I)

Corpo 2: Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_2 = \frac{m_2\ v_2^2}{2} - \frac{m_2\ v_0^2}{2}$$

$$-\mu_2\ m_2\ g\ d = \frac{m_2}{2}\left[\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 - v_0^2\right]$$

Donde: $\mu_2\ g\ d = \frac{4}{9}\ v_0^2$ (II)

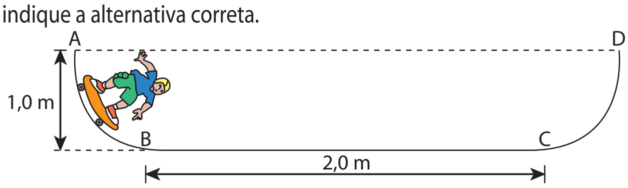
Dividindo (I) por (II), temos:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{9}{4}$$

$$\boxed{\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{27}{32}}$$

Resposta: c

69 (UFU-MG – mod.) Um menino e seu *skate*, considerados uma única partícula, deslizam numa pista construída para esse esporte, como representado na figura abaixo. A parte plana e horizontal da pista mede 2,0 m e o menino parte do repouso do ponto **A**, cuja altura, em relação à base, é de 1,0 m. Considerando-se que há atrito somente na parte plana da pista e que o coeficiente de atrito cinético é 0,20, indique a alternativa correta.



a) O menino irá parar no ponto médio da parte plana BC.
b) Na primeira descida, o menino consegue atingir o ponto **D**.
c) O menino irá parar no ponto **C**, no final da parte plana da pista.
d) A energia mecânica dissipada até que o conjunto pare é maior que a energia potencial que o sistema possuía no ponto de partida.
e) O menino irá parar no ponto **B**, no início da parte plana da pista.

Resolução:
Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \Delta E_C$$

$$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}} = 0$$

$$m\ g\ h - \mu_C\ m\ g\ D = 0$$

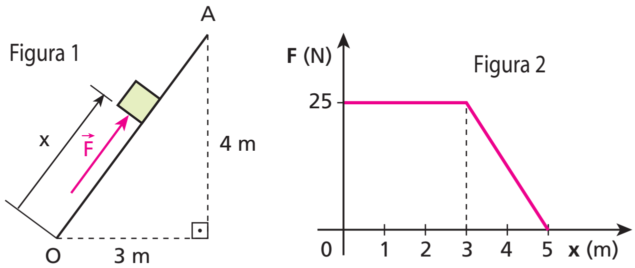
Do qual: $D = \frac{h}{\mu_C}$

$$D = \frac{1{,}0}{0{,}20}\ (m) \Rightarrow \boxed{D = 5{,}0\ m}$$

O menino percorre um total de 5,0 m na região de atrito:
2,0 m de **B** para **C**, 2,0 m de **C** para **B** e 1,0 m de **B** para **M** (ponto médio da parte plana BC).

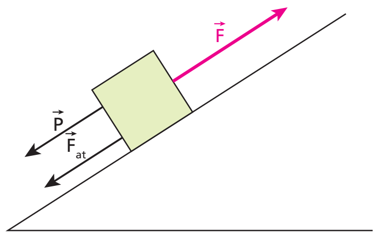
Resposta: a

70 (Mack-SP) Um bloco de peso igual a 10 N parte do repouso e sobe a rampa indicada na figura 1 mediante a aplicação da força $\vec{F}$, de direção constante e cuja intensidade varia com a abscissa **x**, de acordo com o gráfico da figura 2. O trabalho de **O** até **A** realizado pelo atrito existente entre o bloco e a rampa é igual a 10 J, em valor absoluto. Adote $g = 10\ m \cdot s^{-2}$. Nessas condições, a velocidade do bloco, ao atingir o ponto culminante **A**, é igual a:



a) $2\ m \cdot s^{-1}$.
b) $5\ m \cdot s^{-1}$.
c) $6\ m \cdot s^{-1}$.
d) $10\ m \cdot s^{-1}$.
e) $15\ m \cdot s^{-1}$.

Resolução:



(I) Teorema da Energia Cinética:

$$\tau_{total} = \tau_{\vec{F}} - \tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{F}_{at}}$$

$$\tau_{total} = (\text{área}) - P\ \ h - \tau_{\vec{F}_{at}}$$

$$\tau_{total} = \frac{(5+3)\ \ 25}{2} - 10 \cdot 4 - 10$$

$$\boxed{\tau_{total} = 50\ J}$$

(II) $P = m\ \ g \Rightarrow 10 = m\ \ 10 \Rightarrow \boxed{m = 1\ kg}$

$$\tau_{total} = \frac{m\ \ V_A^2}{2} - \frac{m\ \ V_0^2}{2}$$

$$50 = \frac{1\ \ V_A^2}{2} - \frac{1 \cdot 0}{2}$$

Da qual: $\boxed{V_A = 10\ m/s}$

Resposta: d

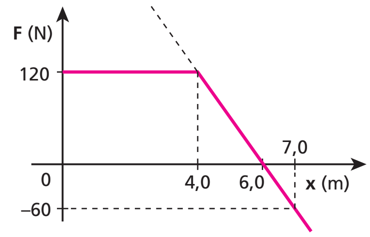
71 Uma partícula de massa m = 10 kg acha-se em repouso na origem do eixo Ox, quando passa a agir sobre ela uma força resultante $\vec{F}$, paralela ao eixo. De x = 0 a x = 4,0 m, a intensidade de $\vec{F}$ é constante, de modo que F = 120 N. De x = 4,0 m em diante, $\vec{F}$ adquire intensidade que obedece à função:

$$F = 360 - 60x\ \ (SI)$$

a) Trace o gráfico da intensidade de $\vec{F}$ em função de **x**.
b) Determine a velocidade escalar da partícula no ponto de abscissa x = 7,0 m.

Resolução:

a)



b) (I) Cálculo do trabalho:

$\tau]_0^7 =$ "área"

$$\tau]_0^7 = \frac{(6,0 + 4,0)\ 120}{2} + \frac{1,0\ (-60)}{2}\ (J)$$

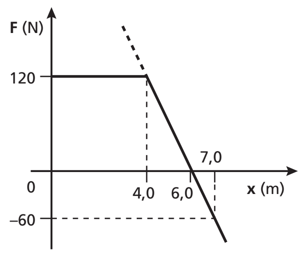
Donde: $\boxed{\tau]_0^7 = 570\ J}$

(II) Cálculo da velocidade:

Teorema da Energia Cinética:

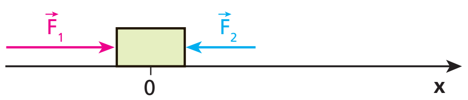
$$\tau]_0^7 = E_{C_7} - E_{C_0} \Rightarrow 570 = \frac{10\ v_7^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_7 \simeq 10,7\ m/s}$$

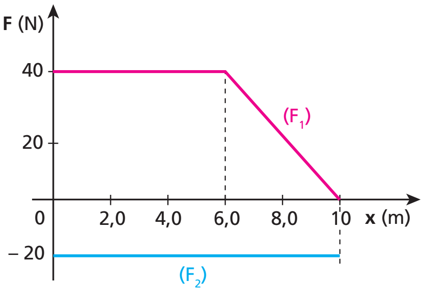
Respostas: a)



b) $\simeq$ 10,7 m/s

72 O bloco da figura tem 2,8 kg de massa e parte do repouso, na origem do eixo 0x. Sobre ele, agem exclusivamente as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ representadas, cujos valores algébricos variam em função de **x**, conforme o gráfico a seguir:





Sabendo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são suprimidas na posição x = 10 m, determine a máxima velocidade escalar atingida pelo bloco.

Resolução:

A máxima velocidade é atingida em x = 8,0 m (força resultante nula).

(I) **Cálculo do trabalho de $\vec{F}_1$:**

$$\tau_{\vec{F}_1} = 6,0 \cdot 40 + \frac{(40 + 20)\ 2,0}{2} \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_1} = 300\ J}$$

(II) **Cálculo do trabalho de F_2:**

$$\tau_{\vec{F}_2} = 8,0\ (-20) \Rightarrow \boxed{\tau_{\vec{F}_2} = -160\ J}$$

$$\tau_{total} = \tau_{\vec{F}_1} + \tau_{\vec{F}_2} = 300 - 160 \Rightarrow \boxed{\tau_{total} = 140\ J}$$

(III) **Cálculo da velocidade:**

$$\tau_{total} = E_{C_8} - E_{C_0} \Rightarrow 140 = \frac{2,8\ v_{máx}^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_{máx} = 10\ m/s}$$

Resposta: 10 m/s

73 (UFPR) Uma bomba de potência teórica 2,0 cv é usada para retirar água de um poço de 15 m de profundidade, a fim de encher um reservatório de 500 ℓ. Supondo desprezível a velocidade da água no ponto mais alto da sua trajetória, calcule em quanto tempo o reservatório estará cheio.

Dados: 1,0 cv = 735 W; g = 9,8 m/s²; densidade da água = 1,0 kg/ℓ.

Resolução:

$$Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{m\ g\ h}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{m\ g\ h}{Pot_m}$$

$$\Delta t = \frac{500 \cdot 9,8 \cdot 15}{2,0 \cdot 735}\ (s) \Rightarrow \boxed{\Delta t = 50\ s}$$

Resposta: 50 s

74 (UnB-DF) Um automóvel de massa **m** é acelerado uniformemente pelo seu motor. Sabe-se que ele parte do repouso e atinge a velocidade v_0 em t_0 segundos. Então, a potência que o motor desenvolve após transcorridos **t** segundos da partida é:

a) $\frac{m\ v_0^2}{2\ t_0^3}\ t^2$.
b) $\frac{m\ v_0^2}{t_0^2}\ t$.
c) $\frac{m\ v_0^2}{t^2}\ t_0$.
d) $\frac{2m\ v_0^2}{t_0^2}\ t$.

Resolução:

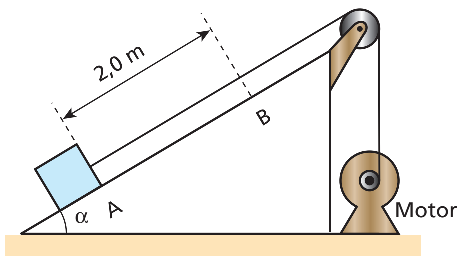
(I) **2ª Lei de Newton:** $F = m\ a \Rightarrow F = m\ \frac{v_0}{t_0}$

(II) $Pot = F\ v \Rightarrow Pot = m\ \frac{v_0}{t_0}\ \frac{v_0}{t_0}\ t$

Da qual: $\boxed{Pot = \frac{m\ v_0^2}{t_0^2}\ t}$

Resposta: b

75 (Mack-SP) O motor da figura leva o bloco de 10 kg da posição **A** para a posição **B**, com velocidade constante, em 10 s. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano inclinado é 0,50. Adote g = 10 m/s².



cos α = 0,80; sen α = 0,60

Qual a potência útil do motor nesse deslocamento?

Resolução:

$Pot = F \cdot v = (F_{at} + P_t) \cdot v$

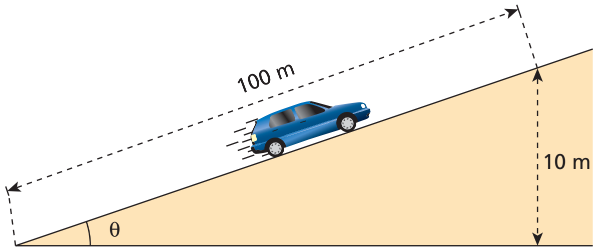
$Pot = (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha + m \cdot g \cdot \text{sen}\,\alpha) \cdot \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

$Pot = (0{,}50 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 0{,}80 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}60) \cdot \dfrac{2{,}0}{10}\ (W)$

$\boxed{Pot = 20\ W}$

Resposta: 20 W

76 (Fuvest-SP) Nos manuais de automóveis, a caracterização dos motores é feita em cv (cavalo-vapor). Essa unidade, proposta no tempo das primeiras máquinas a vapor, correspondia à capacidade de um cavalo típico, que conseguia erguer, na vertical, com auxílio de uma roldana, um bloco de 75 kg, com velocidade de módulo 1,0 m/s.



Para subir uma ladeira com aclive de 10%, como a da figura, um carro de 1 000 kg, mantendo uma velocidade constante de módulo 15 m/s (54 km/h), desenvolve uma potência útil que, em cv, é, aproximadamente, de:
(Adote g=10 m/s².)

a) 20. b) 40. c) 50. d) 100. e) 150.

Resolução:

(I) A potência de 1 cv é dada em W por:

$Pot = F \cdot v \Rightarrow Pot = m \cdot g \cdot v$

$Pot = 75 \cdot 10 \cdot 1{,}0\ (W) \Rightarrow \boxed{Pot = 750\ W}$

(II) A potência útil desenvolvida pelo carro é calculada a seguir:

$Pot_{carro} = (F \cdot v)_{carro} = m \cdot g \cdot \text{sen}\,\theta \cdot v_{carro}$

$Pot_{carro} = 1\,000 \cdot 10 \cdot \dfrac{10}{100} \cdot 15\ (W)$

$Pot_{carro} = 15\,000\ W = \dfrac{15\,000}{750}\ (cv)$

$\boxed{Pot_{carro} = 20\ cv}$

Resposta: a

77 (ITA-SP) Um bloco maciço requer uma potência **P** para ser empurrado, com velocidade constante, para subir uma rampa inclinada de um ângulo **θ** em relação à horizontal. O mesmo bloco requer uma potência **Q** quando empurrado com a mesma velocidade, em uma região plana de mesmo coeficiente de atrito. Supondo que a única fonte de dissipação seja o atrito entre o bloco e a superfície, conclui-se que o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície é:

a) $\dfrac{Q}{P}$.

b) $\dfrac{Q}{P - Q}$.

c) $\dfrac{Q\,\text{sen}\,\theta}{P - Q}$.

d) $\dfrac{Q}{P - Q\cos\theta}$.

e) $\dfrac{Q\,\text{sen}\,\theta}{P - Q\cos\theta}$.

Resolução:

$Pot = F \cdot v$

1º caso: $P = (\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta + m \cdot g \cdot \text{sen}\,\theta) \cdot v$ (I)

2º caso: $Q = \mu \cdot m \cdot g \cdot v$ (II)

Dividindo (I) por (II), temos:

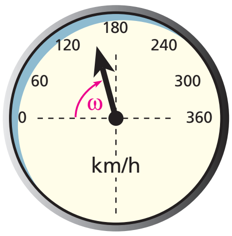
$$\frac{P}{Q} = \frac{m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos\theta + \text{sen}\,\theta) \cdot v}{\mu \cdot m \cdot g \cdot v}$$

$\mu \cdot P = \mu \cdot Q \cdot \cos\theta + Q \cdot \text{sen}\,\theta$

$\mu \cdot (P - Q \cdot \cos\theta) = Q \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow \boxed{\mu = \dfrac{Q \cdot \text{sen}\,\theta}{P - Q \cdot \cos\theta}}$

Resposta: e

78 (Fuvest-SP) Um carro de corrida, com massa total m = 800 kg, parte do repouso e, com aceleração constante, atinge, após 15 segundos, a velocidade de 270 km/h (ou seja, 75 m/s). A figura representa o velocímetro, que indica a velocidade instantânea do carro. Despreze as perdas por atrito e as energias cinéticas de rotação (como a das rodas do carro). Suponha que o movimento ocorre numa trajetória retilínea e horizontal.



a) Qual a velocidade angular ω do ponteiro do velocímetro durante a aceleração do carro? Indique a unidade usada.
b) Qual o valor do módulo da aceleração do carro nesses 15 segundos?
c) Qual o valor da componente horizontal da força que a pista aplica ao carro durante sua aceleração?
d) Qual a potência fornecida pelo motor quando o carro está a 180 km/h?

Resolução:

a) $\left.\begin{array}{l} 360\ km/h \rightarrow \pi\ rad \\ 270\ km/h \rightarrow \Delta\varphi \end{array}\right\}\ \Delta\varphi = \dfrac{3}{4}\ \pi\ rad$

$\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{\frac{3}{4}\ \pi}{15}\ (rad/s) \Rightarrow \boxed{\omega = \dfrac{\pi}{20}\ rad/s}$

Nota:
Se a aceleração do carro é constante, **φ** é diretamente proporcional a **t** e **ω** é constante.

b) $\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{75\ m/s}{15\ s} \Rightarrow \boxed{\alpha = 5{,}0\ m/s^2}$

c) **2ª Lei de Newton:** $F = m \cdot a = m \cdot \alpha$

$F = 800 \cdot 5{,}0\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 4{,}0\ kN}$

d) $Pot = F \cdot v \Rightarrow Pot = 4{,}0 \cdot \dfrac{180}{3{,}6}\ (kW)$

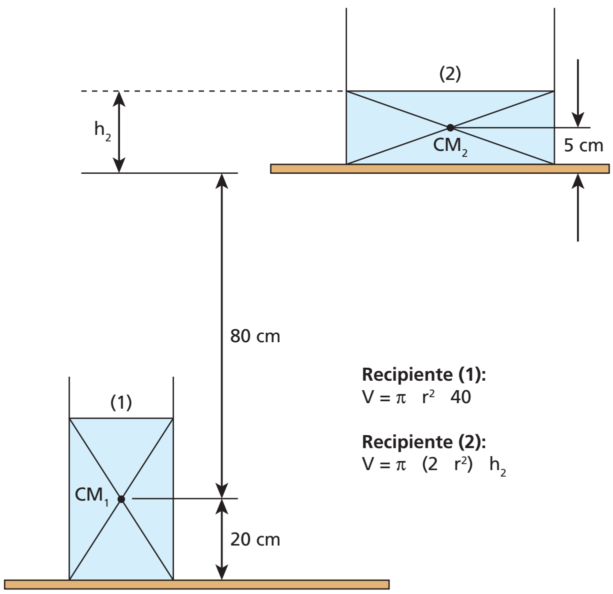
$\boxed{Pot = 200\ kW = 2{,}0 \cdot 10^5\ W}$

Respostas: a) $\dfrac{\pi}{20}$ rad/s; b) 5,0 m/s²; c) 4,0 kN; d) $2{,}0 \cdot 10^5$ W

79 Considere dois recipientes cilíndricos (1) e (2) feitos de material de espessura e peso desprezíveis. Os recipientes têm raios $R_1 = r$ e $R_2 = 2r$ e estão apoiados sobre duas prateleiras desniveladas por 1,0 m. O recipiente (2), inicialmente vazio, está na prateleira superior, enquanto o recipiente (1), que contém 2,0 ℓ de água até a altura de 40 cm em relação à parede do fundo, está apoiado na prateleira inferior. Um garoto pega o recipiente (1), ergue-o e despeja seu conteúdo no recipiente (2).

Considerando $g = 10\ m/s^2$ e a densidade da água igual a 1,0 kg/ℓ, calcule o trabalho motor realizado sobre a água no transporte do recipiente (1) para o recipiente (2).

Resolução:



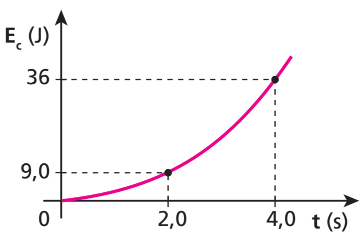
Como os volumes de água nos recipientes (1) e (2) são iguais, temos:

$\pi\ 4\ r^2\ h_2 = \pi\ r^2\ 40 \Rightarrow \boxed{h_2 = 10\ cm}$

$\tau = m\ g\ \Delta h_{CM} \Rightarrow \tau = 2{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}85\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau = 17\ J}$

Resposta: 17 J

80 Uma partícula de massa igual a 2,0 kg está em movimento retilíneo uniformemente acelerado sob a ação de uma força resultante $\vec{F}$. A energia cinética da partícula é dada em função do tempo pelo gráfico abaixo:



a) Qual a intensidade da força $\vec{F}$?
b) Qual o deslocamento da partícula no intervalo de 2,0 s a 4,0 s?

Resolução:

a) **MUV:** $v = v_0 + a\ t$

Como, em $t_0 = 0$, $E_{C_0} = 0$, temos $v_0 = 0$. Logo:

$v = a\ t$

$E_C = \frac{m}{2}\ v^2 \Rightarrow E_C = \frac{m}{2}\ (a \cdot t)^2$

Sendo m = 2,0 kg e observando que, em t = 4,0 s, $E_C = 36$ J, vem:

$36 = \frac{2{,}0}{2}\ a^2\ (4{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{a = 1{,}5\ m/s^2}$

2ª Lei de Newton:

$F = m\ a \Rightarrow F = 2{,}0 \cdot 1{,}5\ (N)$

$\boxed{F = 3{,}0\ N}$

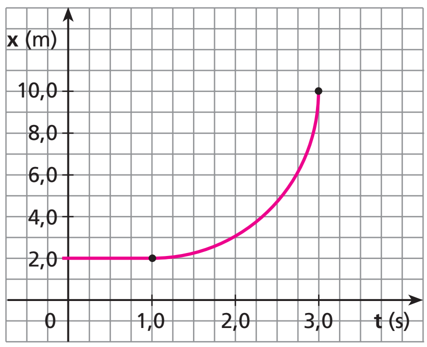
b) **Teorema da Energia Cinética:**

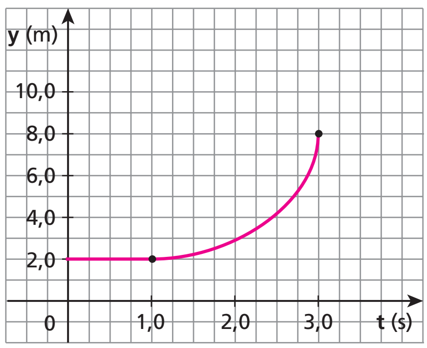
$\tau = E_{C_f} - E_{C_i} \Rightarrow F\ d = E_{C_f} - E_{C_i}$

$3{,}0\ d = 36 - 9{,}0 \Rightarrow \boxed{d = 9{,}0\ m}$

Respostas: a) 3,0 N; b) 9,0 m

81 Considere uma partícula de massa igual a 8,0 kg inicialmente em repouso num ponto **A** de um plano horizontal. A partir do instante $t_1 = 1{,}0$ s, essa partícula é deslocada até um ponto **B** do mesmo plano, sob a ação de uma força resultante $\vec{F}$, lá chegando no instante $t_2 = 3{,}0$ s. Nos gráficos a seguir, estão registradas as variações das coordenadas de posição **x** e **y** da partícula em função do tempo. Os trechos curvos são arcos de parábola.

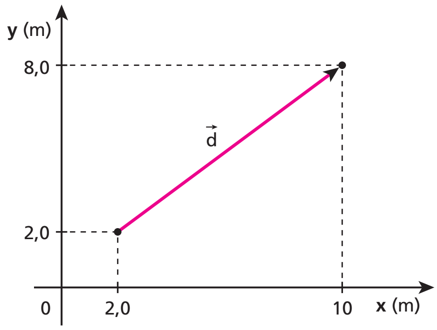




Pede-se:

a) esboçar, num diagrama yx, o deslocamento vetorial da partícula de **A** até **B**, destacando o seu módulo;
b) calcular o trabalho da força $\vec{F}$ de **A** até **B**, bem como a intensidade dessa força.

Resolução:



Teorema de Pitágoras:

$|\vec{d}|^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2 \Rightarrow \boxed{|\vec{d}| = 10\text{ m}}$

b) No intervalo de 1,0 s a 3,0 s, a partícula realiza MUV nas direções 0x e 0y.

$\Delta x = \frac{a_x}{2}\, t^2 \Rightarrow 8,0 = \frac{a_x}{2}\,(2,0)^2 \Rightarrow a_x = 4,0\text{ m/s}^2$

$v_x = v_{0_x} + a_x\, t \Rightarrow v_x = 4,0 \cdot 2,0\text{ (m/s)}$

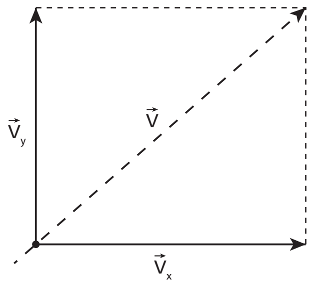
$v_x = 8,0\text{ m/s}$

$\Delta y = \frac{a_y}{2}\, t^2 \Rightarrow 6,0 = \frac{a_y}{2}\,(2,0)^2 \Rightarrow a_y = 3,0\text{ m/s}^2$

$v_y = v_{0_y} + a_y\, t \Rightarrow v_y = 3,0 \cdot 2,0\text{ (m/s)}$

$v_y = 6,0\text{ m/s}$

Teorema de Pitágoras:



$v^2 = v_x^2 + v_y^2$

$v^2 = (8,0)^2 + (6,0)^2$

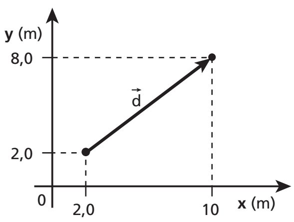
$v = 10\text{ m/s}$

Teorema da Energia Cinética:

$\tau = \frac{m\, v^2}{2} - \frac{m\, v_0^2}{2} \Rightarrow \tau = \frac{8,0\,(10)^2}{2}\text{ (J)} \Rightarrow \boxed{\tau = 4,0 \cdot 10^2\text{ J}}$

$\tau = F\, d\, \cos 0° \Rightarrow 4,0 \cdot 10^2 = F\, 10 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{F = 40\text{ N}}$

Respostas: a)

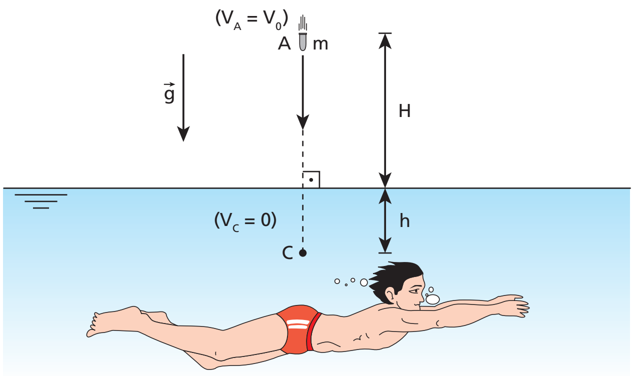


$\boxed{|\vec{d}| = 10\text{ m}}$

b) $4,0 \cdot 10^2$ J e 40 N

82 Um dublê deverá gravar uma cena de um filme de ação na qual tiros serão disparados contra ele, que estará mergulhando nas águas de um lago profundo, descrevendo uma trajetória horizontal. Os projéteis serão expelidos com velocidade de intensidade V_0 e realizarão movimentos verticais a partir de uma altura **H** em relação à superfície líquida. No local, a aceleração da gravidade tem módulo **g** e a influência do ar é desprezível. Admitindo-se que dentro d'água a força total de resistência que cada projétil recebe durante a penetração tem intensidade constante e igual ao triplo do seu peso, determine, em função de **H**, V_0 e **g**, a profundidade segura **p** em que o dublê deverá se deslocar para não ser atingido por nenhum projétil.

Resolução:



Teorema da Energia Cinética:

$\tau_{total} = \frac{m\, v_C^2}{2} - \frac{m\, v_A^2}{2}$

$\tau_{\vec{P}_{A \to C}} + \tau_{\vec{F}_{C_{B \to C}}} = 0 - \frac{m\, v_0^2}{2}$

$m\, g\, (H + h) - 3\, m\, g\, h = -\frac{m\, v_0^2}{2}$

$g\, H + g\, h - 3\, g\, h = -\frac{v_0^2}{2}$

$-2\, g\, h = -\frac{v_0^2}{2} - g\, H$

Donde: $\boxed{h = \frac{v_0^2}{4\, g} + \frac{H}{2}}$

A profundidade de segurança é **p**, tal que:

$p > h \Rightarrow \boxed{p > \frac{v_0^2}{4\, g} + \frac{H}{2}}$

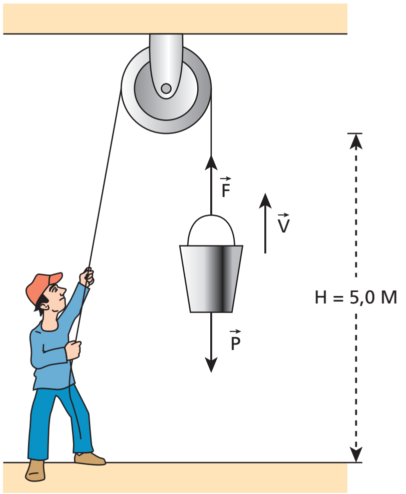
Resposta: $p > \frac{v_0^2}{4\, g} + \frac{H}{2}$

83 Um balde de massa igual a 800 g contendo inicialmente 20 litros de água (densidade absoluta 1,0 kg/ℓ) é içado verticalmente a partir do solo até uma altura de 5,0 m. A operação é realizada em 20 s, com velocidade constante, num local em que g = 10m/s², utilizando-se uma corda leve e inextensível que passa por uma polia fixa ideal. O balde, entretanto, tem uma rachadura que o faz perder água à razão de 0,08 ℓ/s, que pode ser considerada constante ao longo do trajeto. Desprezando-se a influência do ar, determine:

a) o trabalho motor realizado sobre o balde nesse processo;

b) a potência da força de tração aplicada pela corda sobre o balde no fim dos primeiros 10 s.

Resolução:



(I) A massa de água remanescente no balde é dada em função do tempo por:

$m_A = m_0 - Zt$

$\boxed{m_A = 20 - 0{,}08\,t}$ (SI)

(II) O peso do conjunto balde-água tem intensidade decrescente em função do tempo, conforme a expressão:

$P = (m_A + m_B)\,g \Rightarrow P = (20 - 0{,}08t + 0{,}8)\,10$

Donde: $\boxed{P = 208 - 0{,}8\,t}$ (SI)

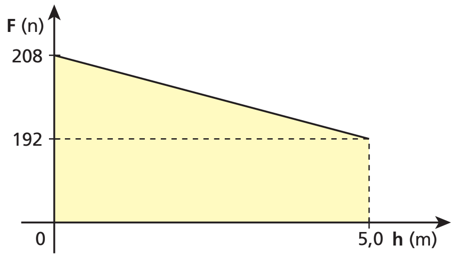
(III) MRU: $\boxed{F = P}$ e $t = \dfrac{h}{V} = \dfrac{h}{\frac{H}{T}} = \dfrac{20}{5{,}0}\,h$

Donde: $\boxed{t = 4{,}0\,h}$

Assim: $F = 208 - 0{,}8 \cdot 4{,}0\,h$

$\boxed{F = 208 - 3{,}2\,h}$ (SI)

(IV) Gráfico $F = f(h)$:



a) $\tau_{(\vec{F})} = \text{“área”} \Rightarrow \tau_{(\vec{F})} = \dfrac{(208 + 192)\,5{,}0}{2}$ (J)

$\boxed{\tau_{(\vec{F})} = 1\,000\text{ J} = 1{,}0\text{ kJ}}$

b) Em $t = 10$ s:

$P = 208 - 0{,}8 \cdot 10$ (N) $\Rightarrow P = 200$ N

Logo: $\boxed{F = P = 200\text{ N}}$

$Pot = F\,V \cos\theta$

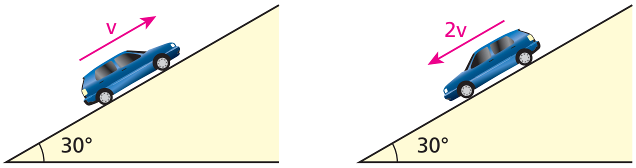
$(\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1)$

$Pot = F \cdot \dfrac{H}{T} \Rightarrow Pot = 200 \cdot \dfrac{5{,}0}{20}$ (W)

$\boxed{Pot = 50\text{ W}}$

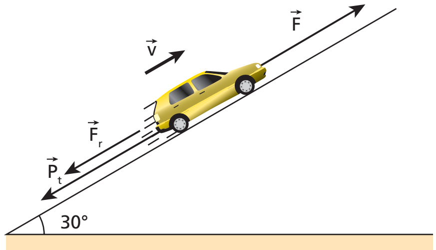
Respostas: a) 1,0 kJ; b) 50 W

84 Um carro sobe uma rampa inclinada de 30°, com velocidade constante de intensidade **v**. Nessas condições, a força de resistência do ar tem intensidade igual a um quarto do peso do carro. Em seguida, ele desce a mesma rampa com velocidade constante de intensidade 2v. Sabendo que a força de resistência do ar tem intensidade proporcional ao quadrado da velocidade do carro, responda: qual a razão entre as potências úteis desenvolvidas pelo motor na subida e na descida?



Resolução:

(I) **Subida:**

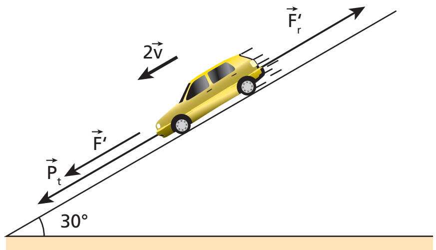


$F = F_r + P\ \text{sen}\ 30°$

$F = \dfrac{P}{4} + \dfrac{P}{2} \Rightarrow F = \dfrac{3\ P}{4}$

$Pot = F\ v \Rightarrow \boxed{Pot = \dfrac{3\ P\ v}{4}}$

(II) **Descida:**



$F'_r = 4\ F_r = \dfrac{4\ P}{4} = P$

$F' = F'_r - P\ \text{sen}\ 30°$

$F' = P - \dfrac{P}{2} \Rightarrow F' = \dfrac{P}{2}$

$Pot' = F'\ 2\ v \Rightarrow Pot' = \dfrac{P}{2}\ 2\ v$

$\boxed{Pot' = P\ v}$

$\dfrac{Pot}{Pot'} = \dfrac{\frac{3\ P\ v}{4}}{P\ v} \Rightarrow \boxed{\dfrac{Pot}{Pot'} = \dfrac{3}{4}}$

Resposta: $\dfrac{3}{4}$

85 E.R. O rendimento de determinada máquina é de 80%. Sabendo que ela recebe uma potência de 10,0 kW, calcule:

a) a potência útil oferecida;

b) a potência dissipada.

Resolução:

a) O rendimento (η) da máquina pode ser expresso por:

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r}$$

Sendo $\eta = 80\% = 0{,}80$ e $Pot_r = 10{,}0$ kW, calculemos Pot_u:

$$Pot_u = \eta\, Pot_r \Rightarrow Pot_u = 0{,}80 \cdot 10{,}0 \text{ kW}$$

$$\boxed{Pot_u = 8{,}0 \text{ kW}}$$

b) Temos:

$$Pot_u = Pot_r - Pot_d$$

ou

$$Pot_d = Pot_r - Pot_u$$

Logo:

$$Pot_d = 10{,}0 \text{ kW} - 8{,}0 \text{ kW}$$

$$\boxed{Pot_d = 2{,}0 \text{ kW}}$$

86 Qual o rendimento de uma máquina que, ao receber 200 W, dissipa 50 W?

a) 25%

b) 50%

c) 75%

d) 100%

e) 150%

Resolução:

(I) $Pot_u = Pot_r - Pot_d$

$Pot_u = 200 - 50$ (W) $\Rightarrow \boxed{Pot_u = 150 \text{ W}}$

(II) $\eta = \dfrac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow \eta = \dfrac{150}{200}$

$\boxed{\eta = 0{,}75 = 75\%}$

Resposta: c

87 O rendimento de um motor é de 90%. Sabendo que ele oferece ao usuário uma potência de 36 HP, calcule:

a) a potência total que o motor recebe para operar;

b) a potência que ele dissipa durante a operação.

Resolução:

a) $\eta = \dfrac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow 0{,}90 = \dfrac{36}{Pot_r} \Rightarrow \boxed{Pot_r = 40 \text{ HP}}$

b) $Pot_u = Pot_r - Pot_d$ ou $Pot_d = Pot_r - Pot_u$

$Pot_d = 40 - 36$ (HP)

$\boxed{Pot_d = 4 \text{ HP}}$

Respostas: a) 40 HP; b) 4 HP

88 Os trólebus são veículos elétricos ainda em operação no transporte público urbano de algumas capitais brasileiras, como São Paulo. Para se movimentarem, eles devem ser conectados a uma linha de força suspensa que os alimenta energeticamente, permitindo um deslocamento silencioso com produção de níveis praticamente nulos de poluição. Embora sua concepção tecnológica seja antiga, os trólebus funcionam com rendimentos maiores que os dos ônibus similares movidos a *diesel*, sendo, porém, cativos dos trajetos pré-estabelecidos em que existem as linhas de alimentação. Considere um trólebus trafegando com velocidade de intensidade constante, 36 km/h, num trecho retilíneo e horizontal de uma avenida. Sabendo que a potência elétrica que ele recebe da rede é de 5 000 kW e que seu rendimento é igual a 60%, determine:

a) a potência dissipada nos mecanismos do trólebus;

b) a intensidade da força resistente ao movimento do veículo.

Resolução:

a) (I) $\eta = \dfrac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow 0{,}60 = \dfrac{Pot_u}{5000} \Rightarrow \boxed{Pot_u = 3000 \text{ kW}}$

(II) $Pot_u = Pot_r - Pot_d$ ou $Pot_d = Pot_r = Pot_u$

$Pot_d = 5000 - 3000$ (kW)

$\boxed{Pot_d = 2000 \text{ kW}}$

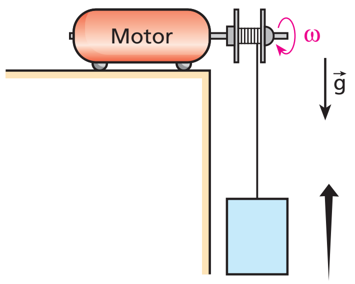
b) $Pot_u = F_m\ v\ \cos\theta$ ($\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$)

$3000 \cdot 10^3 = F_m \dfrac{36}{3{,}6} \Rightarrow \boxed{F_m = 300 \text{ kW}}$

MRU: $F_r = F_m \Rightarrow \boxed{F_r = 300 \text{ kN}}$

Respostas: a) 2 000 kW; b) 300 kN

89 Na situação da figura a seguir, o motor elétrico faz com que o bloco de massa 30 kg suba com velocidade constante de 1,0 m/s. O cabo que sustenta o bloco é ideal, a resistência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s². Considerando que nessa operação o motor apresenta rendimento de 60%, calcule a potência por ele dissipada.



Resolução:

(I) **MRU:**

$F = P \Rightarrow F = m\ g \Rightarrow F = 30 \cdot 10$ (N) $\Rightarrow \boxed{F = 300 \text{ N}}$

(II) $\eta = \dfrac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow \eta = \dfrac{F\ v}{Pot_r} \Rightarrow 0{,}60 = \dfrac{300 \cdot 1{,}0}{Pot_r}$

Donde: $\boxed{Pot_r = 500 \text{ W}}$

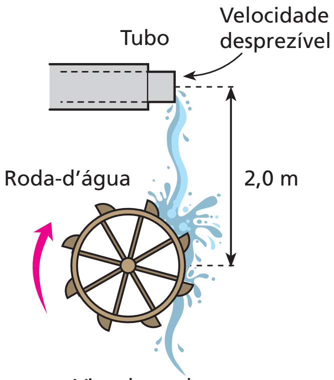
(III) $Pot_u = Pot_r - Pot_d$ ou $Pot_d = Pot_r - Pot_u$

$Pot_d = 500 - 300$ (W)

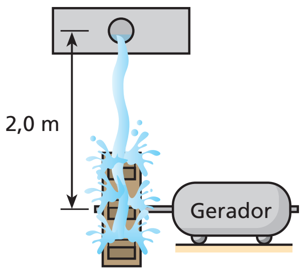
$\boxed{Pot_d = 200 \text{ W} = 2{,}0 \cdot 10^2 \text{ W}}$

Resposta: $2{,}0 \cdot 10^2$ W

90 O esquema seguinte representa os principais elementos de um sistema rudimentar de geração de energia elétrica. A água que sai do tubo com velocidade praticamente nula faz girar a roda, que, por sua vez, aciona um gerador. O rendimento do sistema é de 80% e a potência elétrica que o gerador oferece em seus terminais é de 4,0 kW.



Vista lateral



Vista frontal

Sendo dadas a densidade da água (1,0 g/cm^3) e a aceleração da gravidade (10 m/s^2), aponte a alternativa que traz o valor correto da vazão da água.

a) 0,025 m^3/s
b) 0,050 m^3/s
c) 0,10 m^3/s
d) 0,25 m^3/s
e) 0,50 m^3/s

Resolução:

(I) $\eta = \dfrac{Pot_u}{Pot_r} \Rightarrow 0{,}80 = \dfrac{4{,}0}{Pot_r}$

$\boxed{Pot_r = 5{,}0 \text{ kW} = 5{,}0 \cdot 10^3 \text{ W}}$

(II) $Pot_r = \mu \ Z \ g \ h$

$5{,}0 \cdot 10^3 = 1{,}0 \cdot 10^3 \ Z \ 10 \cdot 2{,}0$

$\boxed{Z = 0{,}25 \text{ m}^3/\text{s}}$

Resposta: d

Tópico 7

1 Apesar das tragédias ocorridas com os ônibus espaciais norte-americanos *Challenger* e *Columbia*, que puseram fim à vida de 14 astronautas, esses veículos reutilizáveis têm sido fundamentais na exploração do cosmo. Admita que um ônibus espacial com massa igual a 100 t esteja em procedimento de re-entrada na atmosfera, apresentando velocidade de intensidade 10 800 km/h em relação à superfície terrestre. Qual a energia cinética desse veículo?

Resolução:

$m = 100\ t = 100 \cdot 10^3\ kg = 1{,}0 \cdot 10^5\ kg$

$$v = 10\,800\ \frac{km}{h} = \frac{10\,800}{3{,}6}\ \frac{m}{s} = 3{,}0 \cdot 10^3\ m/s$$

$$E_c = \frac{m\,v^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{1{,}0 \cdot 10^5\,(3{,}0 \cdot 10^3)^2}{2}\ (J)$$

Donde: $\boxed{E_c = 4{,}5 \cdot 10^{11}\ J}$

Resposta: $4{,}5 \cdot 10^{11}$ J

2 (Fuvest-SP) A equação da velocidade de um móvel de 20 quilogramas é dada por $v = 3{,}0 + 0{,}20t$ (SI). Podemos afirmar que a energia cinética desse móvel, no instante $t = 10$ s, vale:

a) 45 J.
b) $1{,}0 \cdot 10^2$ J.
c) $2{,}0 \cdot 10^2$ J.
d) $2{,}5 \cdot 10^2$ J.
e) $2{,}0 \cdot 10^3$ J.

Resolução:

(I) Em $t = 10$ s: $v = 3{,}0 + 0{,}20\,(10)$

$\boxed{v = 5{,}0\ m/s}$

(II) $$E_c = \frac{m\,v^2}{2} \Rightarrow E_c = \frac{20\,(5{,}0)^2}{2}\ (J)$$

$\boxed{E_c = 2{,}5 \cdot 10^2\ J}$

Resposta: d

3 **E.R.** Uma partícula **A** tem massa **M** e desloca-se verticalmente para cima com velocidade de módulo **v**. Uma outra partícula **B** tem massa 2M e desloca-se horizontalmente para a esquerda com velocidade de módulo $\frac{v}{2}$. Qual a relação entre as energias cinéticas das partículas **A** e **B**?

Resolução:

A energia é uma grandeza física escalar. Por isso, não importam as orientações dos movimentos das partículas **A** e **B**.

A energia cinética de uma partícula é calculada por:

$$E_c = \frac{m\,v^2}{2}$$

Para a partícula **A**, temos: $E_{c_A} = \frac{M\,v^2}{2}$ (I)

Para a partícula **B**:

$$E_{c_B} = \frac{2M\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} \Rightarrow E_{c_B} = \frac{2M\,v^2}{8} \quad (II)$$

Dividindo (I) por (II), obtemos:

$$\frac{E_{c_A}}{E_{c_B}} = \frac{\frac{M\,v^2}{2}}{\frac{2M\,v^2}{8}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_{c_A}}{E_{c_B}} = 2}$$

4 Três corpos, **A**, **B** e **C**, têm as características indicadas na tabela a seguir. Sendo E_A, E_B e E_C, respectivamente, as energias cinéticas de **A**, **B** e **C**, aponte a alternativa correta:

a) $E_A = E_B = E_C$.
b) $E_A = 2E_B = 4E_C$.
c) $E_B = 2E_A = 4E_C$.
d) $E_C = 2E_A = 4E_B$.
e) $E_A = E_B = 8E_C$.

	A	B	C
Massa	M	$\frac{M}{2}$	2M
Velocidade escalar	v	2v	$\frac{v}{2}$

Resolução:

$$\boxed{E_c = \frac{m\,v^2}{2}}$$

Corpo A: $E_A = \frac{m\,v^2}{2}$

Corpo B: $E_B = \frac{\frac{M}{2}(2v)^2}{2}$

Donde: $E_B = 2\,\frac{m\,v^2}{2}$

Corpo C: $E_c = \frac{2M\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2}$

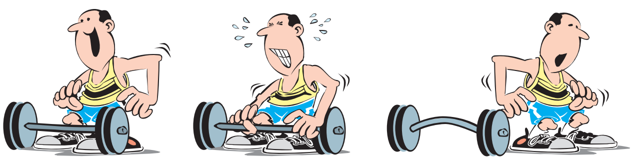
Donde: $E_c = \frac{1}{2}\,\frac{M\,v^2}{2}$

Comparando-se as energias cinéticas E_A, E_B e E_C, concluímos que:

$\boxed{E_B = 2E_A = 4E_C}$

Resposta: c

5 (Efomm-RJ) Se o nosso amigo da figura a seguir conseguisse levantar o haltere de massa igual a 75 kg, a uma altura de 2,0 m, em um local onde $g = 10\ m \cdot s^{-2}$, qual a energia potencial que ele estaria transferindo para o haltere?



Resolução:

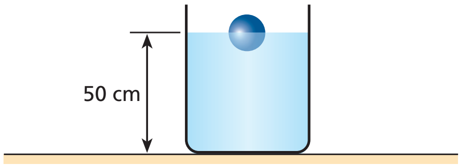
$E_p = m\,g\,h$

$E_p = 75 \cdot 10 \cdot 2{,}0\ (J)$

$\boxed{E_p = 1{,}5 \cdot 10^3\ J}$

Resposta: $1{,}5 \cdot 10^3$ J

6 No esquema da figura, a esfera de massa 1,0 kg é homogênea e flutua na água com 50% do seu volume submerso:



Sabendo que, no local, a aceleração da gravidade vale 9,8 m/s², calcule a energia potencial de gravidade da esfera:
a) em relação à superfície livre da água;
b) em relação ao fundo do recipiente.

Resolução:
a) A energia potencial da gravidade é igual a **zero**, pois a altura do centro de massa da esfera em relação à superfície da água é nula.
b) $E_p = m\,g\,h$

$E_p = 1{,}0 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}50$ (J)

$\boxed{E_p = 4{,}9\ \text{J}}$

Respostas: a) zero ; b) 4,9 J

7 Uma pequena pedra de massa 2,0 kg acha-se no fundo de um poço de 10 m de profundidade. Sabendo que, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s², indique a alternativa que traz o valor correto da energia potencial de gravidade da pedra em relação à borda do poço.
a) $-2{,}0 \cdot 10^2$ J.
b) $2{,}0 \cdot 10^2$ J.
c) –20 J.
d) 20 J.
e) Nenhuma das anteriores.

Resolução:
$E_p = m\,g\,h$

$E_p = 2{,}0 \cdot 10(-10)$ (J)

$\boxed{E_p = -2{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}}$

Resposta: a

8 Um garoto chuta uma bola de massa 400 g que, em determinado instante, tem velocidade de 72 km/h e altura igual a 10 m em relação ao solo. Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s² e considerando um referencial no solo, aponte a alternativa que traz os valores corretos da energia cinética e da energia potencial de gravidade da bola no instante considerado.

	Energia cinética (joules)	**Energia potencial** (joules)
a)	40	40
b)	80	40
c)	40	80
d)	80	80
e)	20	60

Resolução:
(I) $E_c = \dfrac{m\,v^2}{2}$

$E_c = \dfrac{0{,}40\,(20)^2}{2}$ (J)

$\boxed{E_c = 80\ \text{J}}$

(II) $E_p = m\,g\,h$

$E_p = 0{,}40 \cdot 10 \cdot 10$ '(J)

$\boxed{E_p = 40\ \text{J}}$

Resposta: b

9 Tracionada com 800 N, certa mola helicoidal sofre distensão elástica de 10 cm. Qual a energia potencial armazenada na mola quando deformada de 4,0 cm?

Resolução:
(I) $F = k\ \Delta x \Rightarrow 800 = K\ 0{,}10$

$\boxed{K = 8{,}0 \cdot 10^3\ \text{N/m}}$

(II) $E_e = \dfrac{K\,(\Delta x)^2}{2}$

$E_e = \dfrac{8{,}0 \cdot 10^3\,(4{,}0 \cdot 10^{-2})^2}{2}$ (J)

$\boxed{E_e = 6{,}4\ \text{J}}$

Resposta: 6,4 J

10 Em dado instante, a energia cinética de um pássaro em voo:
a) pode ser negativa.
b) depende do referencial adotado, sendo proporcional à massa do pássaro e ao quadrado de sua velocidade escalar.
c) é proporcional à altura do pássaro em relação ao solo.
d) depende da aceleração da gravidade.
e) tem a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade vetorial do pássaro.

Resposta: b

11 Um corpo de massa **m** e velocidade $\vec{v}_0$ possui energia cinética E_0. Se o módulo da velocidade aumentar em 20%, a nova energia cinética do corpo será:
a) $1{,}56\ E_0$. b) $1{,}44\ E_0$. c) $1{,}40\ E_0$. d) $1{,}20\ E_0$. e) $1{,}10\ E_0$.

Resolução:
(I) $E_0 = \dfrac{m\ \ v_0^2}{2}$

(II) $E_1 = \dfrac{m\ \ (1{,}2\ \ v_0^2)}{2}$

$E_1 = 1{,}44\ \dfrac{m\ \ v_0^2}{2}$

Logo:

$\boxed{E_1 = 1{,}44\ \ E_0}$

Resposta: b

12 A massa da Terra vale $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, aproximadamente. Se sua velocidade orbital tem intensidade média igual a 30 km/s, a ordem de grandeza da energia cinética média do planeta, em joules, é:

a) 10^{30}. b) 10^{33}. c) 10^{35}. d) 10^{38}. e) 10^{40}.

Resolução:

$$E_c = \frac{m\ \ v^2}{2}$$

$$E_c = \frac{6{,}0 \cdot 10^{24}\,(30 \cdot 10^3)^2}{2}\ (J)$$

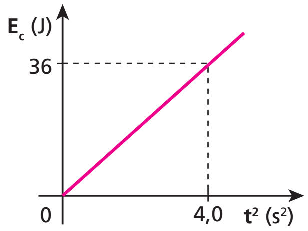
$$\boxed{E_c = 2{,}7 \cdot 10^{33}\ J}$$

A ordem de grandeza desse resultado (potência de 10 que mais se aproxima) é:

10^{33} J

Resposta: b

13 (Unip-SP) Uma partícula de massa 2,0 kg, em trajetória retilínea, tem energia cinética (E_c) variando com o quadrado do tempo (t^2) de acordo com o gráfico abaixo:



A força resultante na partícula:

a) é variável.
b) tem intensidade igual a 3,0 N.
c) tem intensidade igual a 6,0 N.
d) tem intensidade igual a 9,0 N.
e) tem intensidade igual a 72 N.

Resolução:

$$E_C = \frac{m\ \ v^2}{2} \qquad \text{(I)}$$

MUV: $v = v_0 + a\ \ t$

Considerando que em $t_0 = 0$, tem-se $E_C = 0$ e $v_0 = 0$, vem:

$v = a\ \ t$ (II)

(II) em (I):

$$E_C = \frac{m}{2}\ (a\ \ t)^2 \Rightarrow E_C = \frac{m\ \ a^2}{2}\ \ t^2$$

Do gráfico, para $t^2 = 4{,}0$ s, temos $E_C = 36$ J. Logo:

$$36 = \frac{2{,}0 \cdot a^2}{2}\ \ 4{,}0 \Rightarrow a = 3{,}0\ m/s^2$$

2ª Lei de Newton:

$F = m\ \ a$

$$F = 2{,}0 \cdot 3{,}0\ (N) \Rightarrow \boxed{F = 6{,}0\ N}$$

Resposta: c

14 Um elevador, juntamente com sua carga, tem massa de 2,0 toneladas. Qual é a potência de dez que melhor expressa o acréscimo de energia potencial de gravidade do elevador – dado em joules – quando este sobe do terceiro ao sétimo andar?

a) 10^1 b) 10^5 c) 10^9 d) 10^{13} e) 10^{17}

Resolução:

O elevador sobe quatro andares e, por isso, sua altura medida a partir do solo sofre um acréscimo $\Delta h \simeq 4 \cdot 3$ (m) = 12 m; logo:

$\Delta E_p = m\ \ g\ \ \Delta h$

$\Delta E_p = 2{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 12$ (J)

$$\boxed{\Delta E_p = 2{,}4 \cdot 10^5\ J}$$

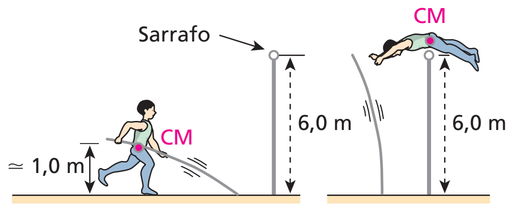
A ordem de grandeza do resultado (potência de 10 que mais se aproxima) é: 10^5 J.

Resposta: b

15 E.R. Um atleta de massa igual a 60 kg realiza um salto com vara, transpondo o sarrafo colocado a 6,0 m de altura. Calcule o valor aproximado do acréscimo da energia potencial de gravidade do atleta nesse salto. Adote $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

No caso, o atleta é um **corpo extenso** (dimensões não-desprezíveis) e, por isso, deve-se raciocinar em termos do seu **centro de massa**.



Sendo m = 60 kg, g = 10 m/s² e a elevação do centro de massa do atleta $\Delta h \simeq 5{,}0$ m, calculemos o acréscimo de energia potencial de gravidade (ΔE_p).

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h$$

$$\Delta E_p = 60 \cdot 10 \cdot 5{,}0\ (J) \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = 3{,}0 \cdot 10^3\ J}$$

16 (Mack-SP) Uma bola de borracha de massa 1,0 kg é abandonada da altura de 10 m. A energia perdida por essa bola ao se chocar com o solo é 28 J. Supondo $g = 10\ m/s^2$, a altura máxima atingida pela bola após o choque com o solo será de:

a) 7,2 m. b) 6,8 m. c) 5,6 m. d) 4,2 m. e) 2,8 m.

Resolução:

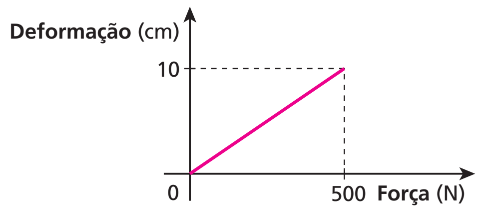
$E_{p_i} - E_{p_f} = E_{dis} \Rightarrow m\ \ g\,(h_i - h_f) = E_{dis}$

$1{,}0 \cdot 10\ \ (10 - h_f) = 28$

$$\boxed{h_f = 7{,}2\ m}$$

Resposta: a

17 A deformação em uma mola varia com a intensidade da força que a traciona, conforme o gráfico abaixo:



Determine:
a) a constante elástica da mola, dada em N/m;
b) a intensidade da força de tração quando a deformação da mola for de 6,0 cm;
c) a energia potencial elástica armazenada na mola quando esta estiver deformada de 4,0 cm.

Resolução:

a) $F = K\ \Delta x$ (**Lei de Hooke**)

$500 = K\ 0{,}10$

$\boxed{K = 5{,}0 \cdot 10^3\ N/m}$

b) $F = K\ \Delta x$

$F = 5{,}0 \cdot 10^3 \cdot 6{,}0 \cdot 10^{-2}\ (N)$

$\boxed{F = 300\ N}$

c) $E_e = \dfrac{K \cdot (\Delta x)^2}{2}$

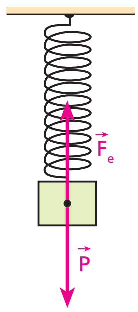
$E_e = \dfrac{5{,}0 \cdot 10^3 \cdot (4{,}0 \cdot 10^{-2})^2}{2}\ (J)$

$\boxed{E_e = 4{,}0\ J}$

Respostas: a) $5{,}0 \cdot 10^3$ N/m; b) 300 N; c) 4,0 J

18 **E.R.** Um bloco de peso **P** é dependurado na extremidade livre de uma mola vertical de constante elástica **K**. Admitindo o sistema em equilíbrio, calcule:
a) a distensão da mola;
b) a energia potencial elástica armazenada na mola.

Resolução:



a) Na situação de equilíbrio, o peso ($\vec{P}$) do bloco é equilibrado pela força elástica exercida pela mola ($\vec{F}_e$).

$$F_e = P \Rightarrow K\,\Delta x = P$$

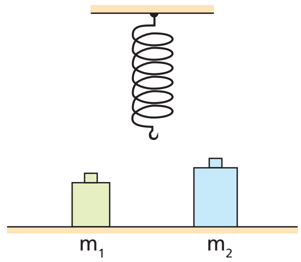
Donde: $\boxed{\Delta x = \dfrac{P}{K}}$

b) A energia potencial elástica armazenada na mola é, então, determinada por:

$$E_e = \frac{K\,(\Delta x)^2}{2} \Rightarrow E_e = \frac{K}{2}\left(\frac{P}{K}\right)^2$$

Donde: $\boxed{E_e = \dfrac{P^2}{2K}}$

19 (UFPE) Duas massas, $m_1 = 2{,}0$ kg e $m_2 = 4{,}0$ kg, são suspensas sucessivamente em uma mesma mola vertical. Se U_1 e U_2 são, respectivamente, as energias elásticas armazenadas na mola quando as massas m_1 e m_2 foram penduradas e $U_1 = 2{,}0$ J, qual o valor de U_2?



Resolução:

No equilíbrio: $F_e = P \Rightarrow K\ \Delta x = m\ g$

$\Delta x = \dfrac{m\ g}{K}$ (I)

$U = \dfrac{K\ (\Delta x)^2}{2}$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$U = \dfrac{m^2\ g^2}{2\ K}$

2ª situação: $U_2 = \dfrac{(4{,}0)^2\ g^2}{2 \cdot K}$

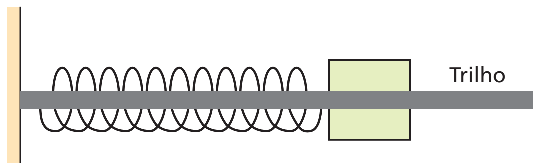
1ª situação: $2{,}0 = \dfrac{(2{,}0)^2\ g^2}{2\ K}$

Disso, resulta:

$\dfrac{U_2}{2{,}0} = \left(\dfrac{4{,}0}{2{,}0}\right)^2 \Rightarrow \boxed{U_2 = 8{,}0\ J}$

Resposta: 8,0 J

20 O bloco da figura oscila preso a uma mola de massa desprezível, executando movimento harmônico simples:



A massa do bloco é de 1,0 kg, a constante elástica da mola vale $2{,}0 \cdot 10^3$ N/m e o trilho que suporta o sistema é reto e horizontal. Se no instante da figura o bloco tem velocidade de 2,0 m/s e a mola está distendida de 10 cm, qual é a energia mecânica (total) do conjunto bloco-mola em relação ao trilho?

Resolução:

$E_m = E_C + E_e$

$E_m = \dfrac{m\ v^2}{2} + \dfrac{K\,(\Delta x)^2}{2}$

$E_m = \dfrac{1{,}0\ (2{,}0)^2}{2} + \dfrac{2{,}0 \cdot 10^3\ (0{,}10)^2}{2}\ (J)$

Donde: $\boxed{E_m = 12\ J}$

Resposta: 12 J

21 Considere um sistema constituído por um homem e seu paraquedas e admita que esse conjunto esteja descendo verticalmente com velocidade de intensidade constante. Adotando-se um referencial no solo, analise as proposições a seguir:

I. A energia cinética do sistema mantém-se constante, mas sua energia potencial de gravidade diminui.
II. O sistema é conservativo.
III. Parte da energia mecânica do sistema é dissipada pelas forças de resistência do ar, transformando-se em energia térmica.

Aponte a alternativa correta:

a) As três proposições estão corretas.
b) As três proposições estão incorretas.
c) Apenas as proposições I e II estão corretas.
d) Apenas as proposições I e III estão corretas.
e) Apenas as proposições II e III estão corretas.

Resolução:

I – Correta.

$E_c = \dfrac{m\,v^2}{2}$ permanece constante

$E_p = m\,g\,h$ diminui

II – Incorreta.

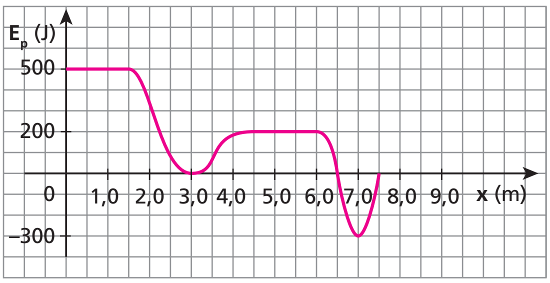
$E_m = E_c + E_p$

A constância de E_c e a diminuição de E_p fazem E_m diminuir e o sistema não é conservativo.

III – Correta.

Resposta: d

22 E.R. A energia potencial de uma partícula que se desloca sob a ação exclusiva de um sistema de forças conservativas varia em função da sua posição, dada por um eixo horizontal Ox, conforme o gráfico seguinte:



Sabendo que na posição x = 0 a partícula estava em repouso, determine:

a) sua energia mecânica nas posições x = 1,0 m, x = 3,0 m e x = 7,0 m;
b) sua energia cinética nas posições x = 1,0 m, x = 3,0 m, x = 5,0 m e x = 7,0 m.

Resolução:

a) Como a partícula estava em repouso na posição x = 0, sua energia cinética era nula nesse local. Por isso, em x = 0, a energia mecânica da partícula resumia-se à potencial:

$$E_{m_0} = E_{p_0} = 500\text{ J}$$

Considerando-se que a partícula está sujeita a um sistema de forças conservativas, podemos dizer que sua energia mecânica é constante. Assim:

$$\boxed{E_{m_{1,0}} = E_{m_{3,0}} = E_{m_{7,0}} = 500\text{ J}}$$

b) Podemos ler diretamente no gráfico que

$$E_{p_{1,0}} = 500\text{ J},\ E_{p_{3,0}} = 0,\ E_{p_{5,0}} = 200\text{ J e } E_{p_{7,0}} = -300\text{ J}.$$

Lembrando que $E_m = E_c + E_p$, segue que:

$E_{c_{1,0}} = E_{m_{1,0}} - E_{p_{1,0}} \Rightarrow E_{c_{1,0}} = 500\text{ J} - 500\text{ J}$

$$\boxed{E_{c_{1,0}} = 0}$$

$E_{c_{3,0}} = E_{m_{3,0}} - E_{p_{3,0}} \Rightarrow E_{c_{3,0}} = 500\text{ J} - 0$

$$\boxed{E_{c_{3,0}} = 500\text{ J}}$$

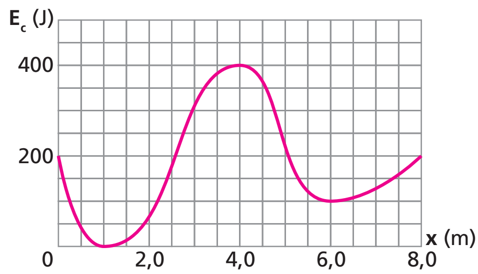
$E_{c_{5,0}} = E_{m_{5,0}} - E_{p_{5,0}} \Rightarrow E_{c_{5,0}} = 500\text{ J} - 200\text{ J}$

$$\boxed{E_{c_{5,0}} = 300\text{ J}}$$

$E_{c_{7,0}} = E_{m_{7,0}} - E_{p_{7,0}} \Rightarrow E_{c_{7,0}} = 500\text{ J} - (-300\text{ J})$

$$\boxed{E_{c_{7,0}} = 800\text{ J}}$$

23 (PUC-SP) O gráfico representa a energia cinética de uma partícula de massa 10 g, sujeita somente a forças conservativas, em função da abscissa **x**. A energia mecânica do sistema é de 400 J.



a) Qual a energia potencial para x = 1,0 m e para x = 4,0 m?
b) Calcule a velocidade da partícula para x = 8,0 m.

Resolução:

a) $E_m = E_c + E_p \Rightarrow E_p = E_m - E_c$

Para x = 1,0 m: $E_{p_{1,0}} = 400 - 0$ (J)

$$\boxed{E_{p_{1,0}} = 400\text{ J}}$$

Para x = 4,0 m: $E_{p_{4,0}} = 400 - 400$ (J)

$$\boxed{E_{p_{4,0}} = 0}$$

b) **Para x = 8,0 m:** $E_{c_{8,0}} = \dfrac{m\,v_{8,0}^2}{2}$

$200 = \dfrac{10 \cdot 10^{-3}\,v_{8,0}^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_{8,0} = 2{,}0 \cdot 10^2\text{ m/s}}$

Respostas: a) 400 J e zero; b) $2{,}0 \cdot 10^2$ m/s

24 Um corpo movimenta-se sob a ação exclusiva de forças conservativas. Em duas posições, **A** e **B**, de sua trajetória, foram determinados alguns valores de energia. Esses valores se encontram na tabela abaixo:

	Energia cinética (joules)	Energia potencial (joules)	Energia mecânica (joules)
Posição A		800	1 000
Posição B	600		

Os valores da energia cinética em **A** e das energias potencial e mecânica em **B** são, respectivamente:

a) 0 J, 800 J e 1 000 J.
b) 200 J, 400 J e 1 000 J.
c) 100 J, 200 J e 800 J.
d) 200 J, 1 000 J e 400 J.
e) Não há dados suficientes para os cálculos.

Resolução:

• **Posição A:** $E_{m_A} = E_{c_A} + E_{p_A}$

$1000 = E_{c_A} + 800$

$\boxed{E_{c_A} = 200\text{ J}}$

• **Posição B:** $E_{m_B} = E_{m_A}$

$\boxed{E_{m_B} = 1000\text{ J}}$

$E_{m_B} = E_{c_B} + E_{p_B}$

$1\,000 = 600 + E_{p_B}$

$\boxed{E_{p_B} = 400\text{ J}}$

Resposta: b

25 (UFRN) Indique a opção que representa a altura da qual devemos abandonar um corpo de massa m = 2,0 kg para que sua energia cinética, ao atingir o solo, tenha aumentado de 150 J. O valor da aceleração da gravidade no local da queda é $g = 10\text{ m/s}^2$ e a influência do ar é desprezível.

a) 150 m b) 75 m c) 50 m d) 15 m e) 7,5 m

Resolução:

$E_{m_i} = E_{m_f}$

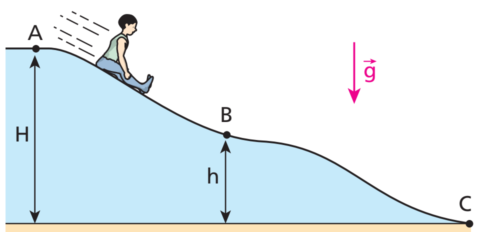
Referencial no solo:

$E_{p_i} = E_{c_f}$ $m\,g\,h = E_{c_f}$

$2{,}0 \cdot 10 \cdot h = 150 \Rightarrow \boxed{h = 7{,}5\text{ m}}$

Resposta: e

26 E.R. Um garoto de massa **m** parte do repouso no ponto **A** do tobogã da figura a seguir e desce sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar:



Sendo dadas as alturas **H** e **h** e o valor da aceleração da gravidade (**g**), calcule o módulo da velocidade do garoto:

a) no ponto **B**; b) no ponto **C**.

Resolução:

O sistema é conservativo, o que nos permite aplicar o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**.

a) $E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_A} + E_{p_A}$

$$\frac{m\,v_B^2}{2} + m\,g\,h = \frac{m\,v_A^2}{2} + m\,g\,H$$

Sendo $v_A = 0$, calculemos v_B:

$$\boxed{v_B = \sqrt{2g\,(H - h)}}$$

b) $E_{m_C} = E_{m_A} \Rightarrow E_{c_C} + E_{p_C} = E_{c_A} + E_{p_A}$

$$\frac{m\,v_C^2}{2} + m\,g\,h_C = \frac{m\,v_A^2}{2} + m\,g\,H$$

Como $h_C = 0$ e $v_A = 0$, vem:

$$\boxed{v_c = \sqrt{2g\,H}}$$

Nota:

• As velocidades calculadas **independem** da massa do garoto e do formato da trajetória descrita por ele.

27 (Cesgranrio-RJ) O Beach Park, localizado em Fortaleza – CE, é o maior parque aquático da América Latina situado na beira do mar. Uma de suas principais atrações é um toboágua chamado "Insano". Descendo esse toboágua, uma pessoa atinge sua parte mais baixa com velocidade de módulo 28 m/s. Considerando-se a aceleração da gravidade com módulo $g = 9{,}8\text{ m/s}^2$ e desprezando-se os atritos, conclui-se que a altura do toboágua, em metros, é de:

a) 40. b) 38. c) 37. d) 32. e) 28.

Resolução:

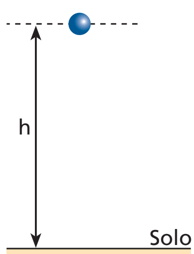
O sistema é conservativo; logo:

$E_{m_i} = E_{m_f} \Rightarrow m\,g\,h = \dfrac{m\,v^2}{2}$

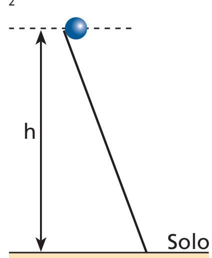
$9{,}8 \cdot h = \dfrac{(28)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 40\text{ m}}$

Resposta: a

28 (UFF-RJ) Na figura 1, um corpo é abandonado em queda livre de uma altura **h**. Nessa situação, o tempo de queda e a velocidade ao chegar ao solo são, respectivamente, t_1 e v_1. Na figura 2, o mesmo corpo é abandonado sobre um trilho e atinge o solo com velocidade v_2, num tempo de queda igual a t_2.



(Figura 1)



(Figura 2)

Assim, desprezando o atrito, é correto afirmar que:
a) $t_1 < t_2$ e $v_1 < v_2$.
b) $t_1 < t_2$ e $v_1 = v_2$.
c) $t_1 = t_2$ e $v_1 = v_2$.
d) $t_1 = t_2$ e $v_1 > v_2$.
e) $t_1 > t_2$ e $v_1 = v_2$.

Resolução:
corpos 1 e 2:

$\frac{m\,v^2}{2} = m\,g\,h \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$

Logo: $\boxed{v_1 = v_2}$

corpo 1: MUV

$h = \frac{g}{2}t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$

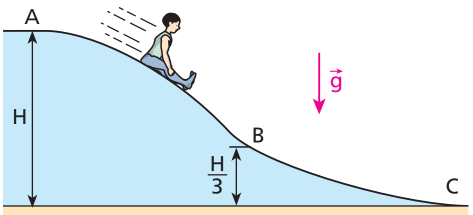
corpo 2: MUV

$h = \frac{g\,\text{sen}\,\theta}{2}t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2\,h}{g\,\text{sen}\,\theta}}$

Logo: $\boxed{t_1 < t_2}$

Resposta: b

29 Um garoto de massa m = 30 kg parte do repouso do ponto **A** do escorregador perfilado na figura e desce, sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar, em direção ao ponto **C**:



Sabendo que H = 20 m e que $|\vec{g}| = 10\ \text{m/s}^2$, calcule:
a) a energia cinética do garoto ao passar pelo ponto **B**;
b) a intensidade de sua velocidade ao atingir o ponto **C**.

Resolução:
a) $E_{m_B} = E_{m_A}$

PHR em B:

$E_{c_B} = E_{p_A} \Rightarrow E_{c_B} = m\,g\,(H - \frac{H}{3})$

$E_{c_B} = \frac{2}{3} \cdot 30 \cdot 10 \cdot 20\ (\text{J})$

$\boxed{E_{c_B} = 4{,}0 \cdot 10^3\ \text{J} = 4{,}0\ \text{kJ}}$

b) $E_{m_C} = E_{m_A}$

PHR em C:

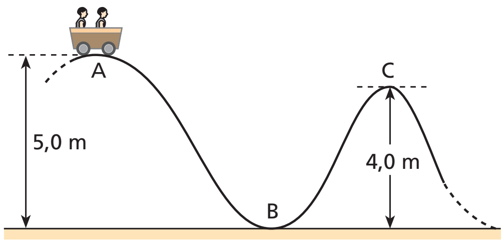
$E_{c_C} = E_{p_A} \Rightarrow \frac{m\,v_C^2}{2} = m\,g\,h$

$v_C = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20}\ (\text{m/s})$

$\boxed{v_c = 20\ \text{m/s}}$

Respostas: a) 4,0 kJ; b) 20 m/s

30 (Fuvest-SP) Numa montanha-russa, um carrinho com 300 kg de massa é abandonado do repouso de um ponto **A**, que está a 5,0 m de altura. Supondo que os atritos sejam desprezíveis e que g = 10 m/s², calcule:



a) o valor da velocidade do carrinho no ponto **B**;
b) a energia cinética do carrinho no ponto **C**, que está a 4,0 m de altura.

Resolução:
a) $E_{m_B} = E_{m_A}$

PHR em B:

$\frac{m\,v_B^2}{2} = m\,g\,h_A \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A}$

$v_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5{,}0}\ (\text{m/s})$

$\boxed{v_B = 10\ \text{m/s}}$

b) $E_{m_C} = E_{m_A}$

PHR em C:

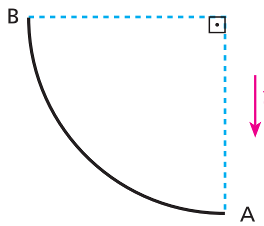
$E_{c_C} = m\,g\,(h_A - h_C)$

$E_{c_C} = 300 \cdot 10\,(5{,}0 - 4{,}0)\ (\text{J})$

$\boxed{E_{c_C} = 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{J} = 3{,}0\ \text{kJ}}$

Respostas: a) 10 m/s; b) 3,0 kJ

31 (Puccamp-SP) A pista vertical representada é um quadrante de circunferência de 1,0 m de raio. Adotando g = 10 m/s² e considerando desprezíveis as forças dissipativas, um corpo lançado em **A** com velocidade de 6,0 m/s desliza pela pista, chegando ao ponto **B** com velocidade:



a) 6,0 m/s. b) 4,0 m/s. c) 3,0 m/s. d) 2,0 m/s. e) nula.

Resolução:

$E_{m_B} = E_{m_A}$

$\frac{m\,v_B^2}{2} + m\,g\,R = \frac{m\,v_A^2}{2}$

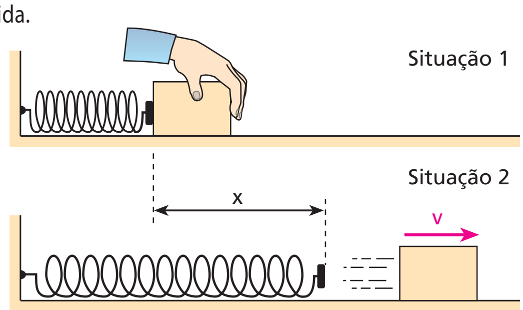
$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gR}$

$v_B = \sqrt{(6{,}0)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 1{,}0}\ (\text{m/s})$

$\boxed{v_B = 4{,}0\ \text{m/s}}$

Resposta: b

32 E.R. No experimento realizado a seguir, uma mola ideal, de constante elástica **K**, é comprimida por um operador, lançando um bloco de massa **m** sobre uma mesa horizontal perfeitamente polida.



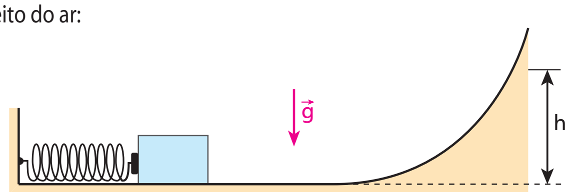
Na **situação 1**, a mola está comprimida de um comprimento **x** e o bloco está em repouso. Na **situação 2**, a mola está sem deformação e o bloco encontra-se em movimento, com velocidade de intensidade **v**. Desprezando a influência do ar, determine o valor de **v**.

Resolução:
Como não há atritos nem influência do ar, o sistema é conservativo, devendo ocorrer conservação da energia mecânica total.
Isso significa que a energia potencial elástica armazenada inicialmente na mola é totalmente transferida para o bloco, que a assimila em forma de energia cinética.

$$E_c = E_e \Rightarrow \frac{m\,v^2}{2} = \frac{K\,x^2}{2}$$

Donde: $\boxed{v = \sqrt{\frac{K}{m}}\,x}$

33 No arranjo experimental da figura, desprezam-se o atrito e o efeito do ar:



O bloco (massa de 4,0 kg), inicialmente em repouso, comprime a mola ideal (constante elástica de $3{,}6 \cdot 10^3$ N/m) de 20 cm, estando apenas encostado nela. Largando-se a mola, esta distende-se impulsionando o bloco, que atinge a altura máxima **h**. Adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:

a) o módulo da velocidade do bloco imediatamente após desligar-se da mola;
b) o valor da altura **h**.

Resolução:

a) $E_c = E_e \Rightarrow \frac{m\,v^2}{2} = \frac{K\,(\Delta x)^2}{2}$

$v = \sqrt{\frac{K\,(\Delta x)^2}{m}} = \sqrt{\frac{3{,}6 \cdot 10^3\,(0{,}20)^2}{4{,}0}}$ (m/s)

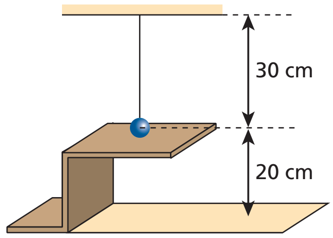
$\boxed{v = 6{,}0 \text{ m/s}}$

b) $E_p = E_c \Rightarrow m\,g\,h = \frac{m\,v^2}{2}$

$10 \cdot h = \frac{(6{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 1{,}8 \text{ m}}$

Respostas: a) 6,0 m/s; b) 1,8 m

34 (PUC-SP) Um corpo de massa 2,0 kg é amarrado a um elástico de constante elástica 200 N/m que tem a outra extremidade fixa ao teto. A 30 cm do teto e a 20 cm do chão, o corpo permanece em repouso sobre um anteparo, com o elástico em seu comprimento natural, conforme representado na figura.



Retirando-se o anteparo, qual será o valor da velocidade do corpo, em m/s, ao atingir o chão?

a) 0 b) 1,0 c) 2,0 d) 3,0 e) 4,0

Resolução:

$E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR no chão:

$\frac{m\,v^2}{2} + \frac{K\,(\Delta x)^2}{2} = m\,g\,h$

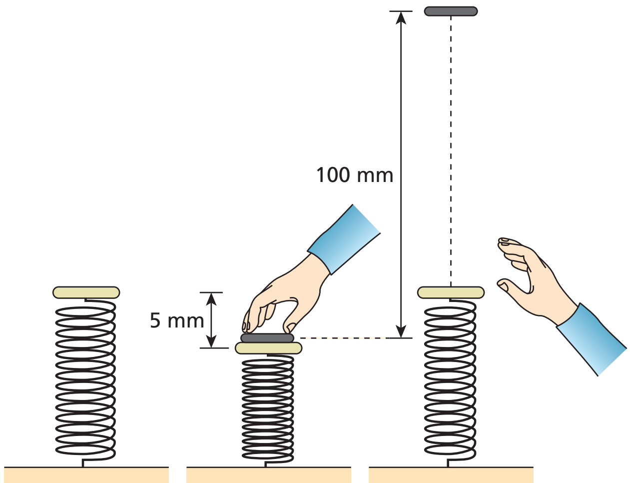
$\frac{2{,}0\,v^2}{2} + \frac{200\,(0{,}20)^2}{2} = 2{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}20$

$\boxed{v = 0}$

No solo, o corpo inverte o sentido do seu movimento e segue executando um **movimento harmônico simples**.

Resposta: a

35 (UFJF-MG) Um garoto brinca com uma mola helicoidal. Ele coloca a mola em pé em uma mesa e apoia sobre ela um pequeno disco de plástico. Segurando a borda do disco, ele comprime a mola, contraindo-a de 5 mm. Após o garoto soltar os dedos, a mola projeta o disco 100 mm para cima (contados do ponto de lançamento, veja a figura).



Considerando-se a mola ideal e desprezando-se a resistência do ar, quanto subiria o disco se o garoto contraísse a mola de 10 mm?

a) 400 mm
b) 200 mm
c) 100 mm
d) 80 mm
e) 90 mm

Resolução:

$E_p = E_e$

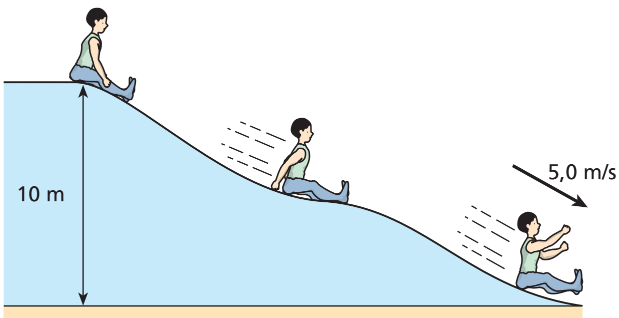
$m\,g\,h = \dfrac{K\,(\Delta x)^2}{2}$

Donde: $\boxed{h = \dfrac{K\,(\Delta x)^2}{2\,m\,g}}$

h é diretamente proporcional ao quadrado de Δx. Por isso, dobrando-se Δx, **h** quadruplica, passando de 100 mm para 400 mm.

Resposta: a

36 E.R. Um garoto de massa 40 kg parte do repouso de uma altura de 10 m, desliza ao longo de um tobogã e atinge a parte mais baixa com velocidade de 5,0 m/s:



Admitindo a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², calcule a energia mecânica degradada pelas forças dissipativas, durante a descida do garoto.

Resolução:

A energia mecânica inicial, associada ao garoto no alto do tobogã, era do tipo potencial de gravidade (referencial no solo).

$$E_{m_i} = E_p = m\,g\,h$$

$$E_{m_i} = 40 \cdot 10 \cdot 10\ (J) \Rightarrow E_{m_i} = 4{,}0 \cdot 10^3\ J$$

A energia mecânica final com que o garoto atinge a parte mais baixa do tobogã é do tipo cinética:

$$E_{m_f} = E_c = \frac{m\,v^2}{2}$$

$$E_{m_f} = \frac{40 \cdot (5{,}0)^2}{2}\ (J) \Rightarrow E_{m_f} = 5{,}0 \cdot 10^2\ J$$

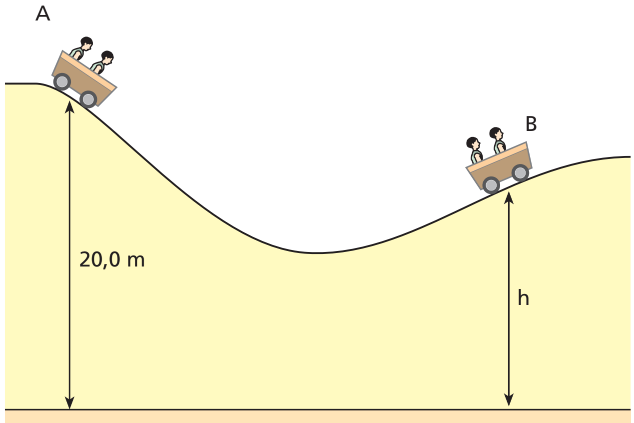
A energia mecânica degradada pelas forças dissipativas é E_d. Essa energia é calculada por:

$$E_d = E_{m_i} - E_{m_f}$$

$$E_d = 4{,}0 \cdot 10^3\ J - 5{,}0 \cdot 10^2\ J$$

$$\boxed{E_d = 3{,}5 \cdot 10^3\ J}$$

37 O carrinho de montanha-russa da figura seguinte pesa $6{,}50 \cdot 10^3$ N e está em repouso no ponto **A**, numa posição de equilíbrio instável. Em dado instante, começa a descer o trilho, indo atingir o ponto **B** com velocidade nula:



Sabendo que a energia térmica gerada pelo atrito de **A** até **B** equivale a $4{,}55 \cdot 10^4$ J, determine o valor da altura **h**.

Resolução:

$E_{m_A} - E_{m_B} = E_{dis} \Rightarrow PH - Ph = E_{dis}$

$P\,(H - h) = E_{dis} \Rightarrow 6{,}50 \cdot 10^3\,(20{,}0 - h) = 4{,}55 \cdot 10^4$

Donde: $\boxed{h = 13{,}0\ m}$

Resposta: 13,0 m

38 Analise as proposições seguintes:

I. O aumento da energia potencial de uma partícula implica, necessariamente, a diminuição de sua energia cinética.

II. Se uma partícula se movimenta com velocidade constante, sua energia mecânica é constante.

III. Para uma partícula cuja energia mecânica é constante, a energia cinética é inversamente proporcional à potencial.

Responda mediante o código:

a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Somente II e III são corretas.
d) Somente I é correta.
e) Somente I e III são corretas.

Resposta: b

39 Em uma montanha-russa, um carrinho de massa 60 kg tem sua energia potencial de gravidade variando em função de uma coordenada horizontal de posição **x**, conforme o gráfico a seguir:

Admitindo que para $x_0 = 0$ a velocidade do carrinho é nula e supondo a inexistência de atritos:

a) calcule a altura do carrinho em relação ao nível zero de referência, bem como a intensidade de sua velocidade para x = 50 m (adote nos cálculos g = 10 m/s²);

b) esboce o gráfico da energia cinética do carrinho em função de **x**.

Resolução:

a) Para x = 50 m, tem-se $E_p = 3{,}0 \cdot 10^3$ J.

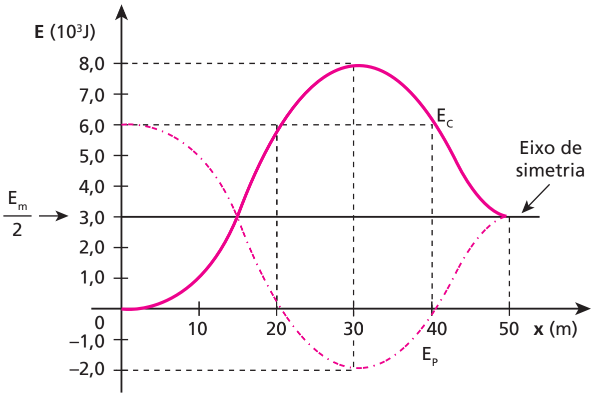
$E_p = m\ g\ h \Rightarrow 3{,}0 \cdot 10^3 = 60 \cdot 10\ h$

$\boxed{h = 5{,}0\text{ m}}$

$E_C + E_p = E_m \Rightarrow \dfrac{60\ v^2}{2} + 3{,}0 \cdot 10^3 = 6{,}0 \cdot 10^3$

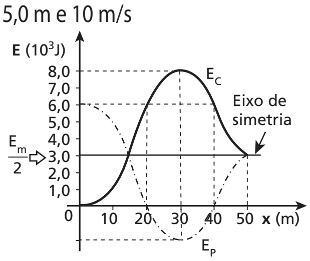
$\boxed{v = 10\text{ m/s}}$

b)



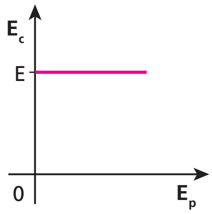
Respostas: a) 5,0 m e 10 m/s

b)

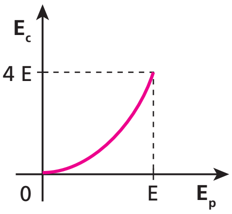


40 Uma partícula movimenta-se sob a ação de um campo de forças conservativo, possuindo energia mecânica **E**. O gráfico que melhor traduz a energia cinética (E_c) da partícula em função de sua energia potencial (E_p) é:

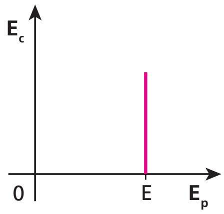
a)



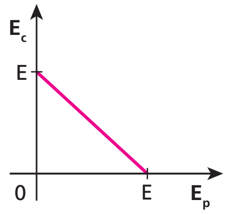
d)



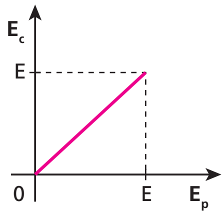
b)



e)



c)



Resolução:

$E_c + E_p = E$ (constante)

$E_c = E - E_p$

$\ \ y\ \ =\ \ a\ -\ \ x$ (Função do 1º grau)

O gráfico pedido é uma reta oblíqua descendente.

Resposta: e

41 Uma partícula de massa 1,0 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade de módulo 20 m/s num local em que a resistência do ar é desprezível e $|\vec{g}| = 10$ m/s². Adotando o nível horizontal do ponto de lançamento como plano de referência, calcule:

a) a energia mecânica da partícula;
b) a altura do ponto em que a energia cinética é o triplo da potencial de gravidade.

Resolução:

a) $E_m = \dfrac{m\ v_0^2}{2} = \dfrac{1{,}0\ (20)^2}{2}$ (J)

$\boxed{E_m = 2{,}0 \cdot 10^2\text{ J}}$

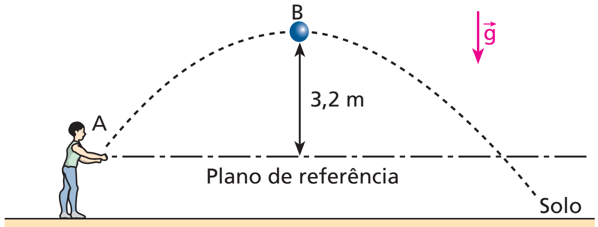
b) $3\ E_p + E_p = E_m \Rightarrow 4\ m\ g\ h = E_m$

$4 \cdot 1{,}0 \cdot 10\ \ h = 2{,}0 \cdot 10^2$

$\boxed{h = 5{,}0\text{ m}}$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^2$ J; b) 5,0 m

42 Um jogador de voleibol, ao dar um saque, comunica à bola uma velocidade inicial de 10 m/s. A bola, cuja massa é de 400 g, passa a se mover sob a ação exclusiva do campo gravitacional ($|\vec{g}| = 10$ m/s²), descrevendo a trajetória indicada na figura:



Calcule:

a) a energia mecânica da bola no ponto **A** em relação ao plano de referência indicado;
b) o módulo da velocidade da bola ao passar pelo ponto **B** (mais alto da trajetória).

Resolução:

a) $E_m = \dfrac{m\ v_A^2}{2} = \dfrac{0{,}40\ (10)^2}{2}$ (J)

$\boxed{E_m = 20\text{ J}}$

b) $\dfrac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ h_B = E_m$

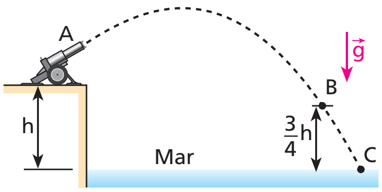
$\dfrac{0{,}40\ v_B^2}{2} + 0{,}40 \cdot 10 \cdot 3{,}2 = 20$

$0{,}20\ v_B^2 = 7{,}2$

Da qual: $\boxed{v_B = 6{,}0\text{ m/s}}$

Respostas: a) 20 J; b) 6,0 m/s

43 Do ponto **A**, situado no alto de uma plataforma de altura **h**, um canhão de dimensões desprezíveis dispara um projétil que, depois de descrever a trajetória indicada na figura, cai no mar (ponto **C**):



Sendo **g** o valor da aceleração da gravidade e v_0 o módulo da velocidade de lançamento do projétil, calcule o módulo de sua velocidade nos pontos **B** e **C**.

Resolução:

(I) $E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A}$

$$\frac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ \frac{3}{4}\ h = \frac{m\ v_0^2}{2} + m\ g\ h$$

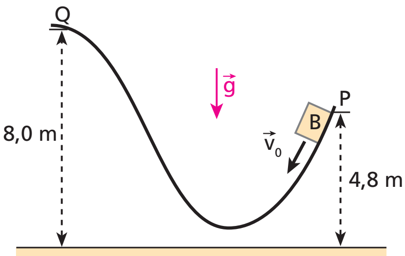
Da qual: $\boxed{v_B = \sqrt{v_0^2 + \frac{1}{2}\ g\ h}}$

(II) $E_{C_C} = E_{C_A} + E_{P_A} \Rightarrow \frac{m\ v_C^2}{2} = \frac{m\ v_0^2}{2} + m\ g\ h$

Donde: $\boxed{v_C = \sqrt{v_0^2 + 2\ g\ h}}$

Respostas: $v_B = \sqrt{v_0^2 + \frac{1}{2}\ g\ h}$; $v_C = \sqrt{v_0^2 + 2\ g\ h}$

44 Um pequeno bloco **B**, lançado do ponto **P** com velocidade de intensidade v_0, desliza sem atrito e sem sofrer influência do ar sobre a superfície **PQ**, contida em um plano vertical.



Sabendo que **B** inverte o sentido do movimento no ponto **Q** e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule o valor de v_0.

Resolução:

$E_{C_P} + E_{P_P} = E_{C_Q} + E_{P_Q}$

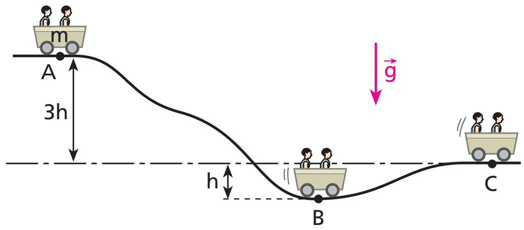
PHR em P:

$$\frac{m\ v_0^2}{2} = m\ g\ (h_Q - h_P) \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = 10\ (8,0 - 4,8)$$

Donde: $\boxed{v_0 = 8,0\ m/s}$

Resposta: 8,0 m/s

45 Um carrinho de dimensões desprezíveis, com massa igual a **m**, parte do repouso no ponto **A** e percorre o trilho ABC da figura, contido em um plano vertical, sem sofrer a ação de forças dissipativas:



Supõe-se conhecida a altura **h** e adota-se para a aceleração da gravidade o valor **g**. Considerando como plano horizontal de referência aquele que passa pelo ponto **C**, determine:

a) a energia potencial de gravidade do carrinho no ponto **B**;
b) a relação v_B/v_C entre os módulos da velocidade do carrinho nos pontos **B** e **C**.

Resolução:

a) $\boxed{E_{P_B} = -m\ g\ h}$

b) $E_{C_B} + E_{P_B} = E_{C_A} + E_{P_A}$

PHR em C:

$$\frac{m\ v_B^2}{2} - m\ g\ h = m\ g\ 3\ h \Rightarrow v_B = \sqrt{8\ g\ h}$$

$E_{C_C} + E_{P_C} = E_{C_A} + E_{P_A}$

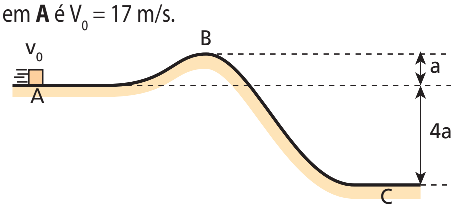
$$\frac{m\ v_C^2}{2} = m\ g\ 3\ h \Rightarrow v_C = \sqrt{6\ g\ h}$$

Logo:

$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{\sqrt{8\ g\ h}}{\sqrt{6\ g\ h}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_B}{v_C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$$

Respostas: a) $-m\ g\ h$; b) $\frac{v_B}{v_C} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

46 (UFPE) Um pequeno bloco é lançado no ponto **A** do trajeto mostrado na figura, contido em um plano vertical. O módulo da velocidade do bloco em **A** é $V_0 = 17$ m/s.



Sabendo que quando o bloco passa pelo ponto **B** sua velocidade tem módulo $\frac{V_0}{2}$, calcule o módulo da velocidade do bloco no ponto **C**, em m/s. Despreze os efeitos do atrito, bem como os da resistência do ar.

Resolução:

(I) $E_{m_A} = E_{m_B}$

PHR em A:

$$\frac{m\ v_0^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + m\ g\ a$$

Donde: $v_0^2 = \frac{8\ g\ a}{3}$ (I)

(II) $E_{m_A} = E_{m_A}$

PHR em C:

$$m\ g\ 4\ a + \frac{m\ v_0^2}{2} = \frac{m\ v_C^2}{2}$$

Donde: $v_0^2 = v_C^2 - 8\ g\ a$ (II)

Comparando (I) em (II), vem:

$$v_C^2 - 8\ g\ a = \frac{8\ g\ a}{3}$$

Donde: $v_C^2 = \frac{32\ g\ a}{3}$ (III)

De (III) e (I), segue que:

$$\left(\frac{v_C}{v_0}\right)^2 = \frac{32\ g\ a}{3} \cdot \frac{3}{8\ g\ a}$$

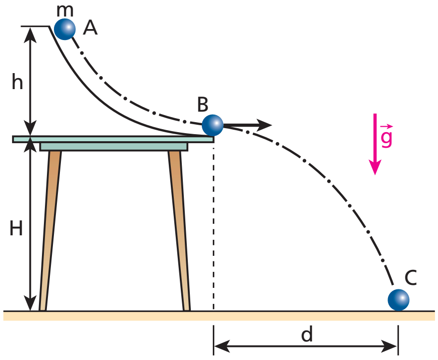
$$\left(\frac{v_C}{v_0}\right)^2 = 4 \Rightarrow v_C = 2\ v_0$$

$$v_C = 2 \cdot 17\ (m/s)$$

$$\boxed{v_C = 34\ m/s}$$

Resposta: 34 m/s

47 | E.R. Na montagem experimental esquematizada na figura, o trilho **AB** é perfeitamente liso. No local, reina o vácuo e a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Uma bolinha de massa **m**, abandonada do repouso no ponto **A**, desce o trilho e projeta-se horizontalmente no ponto **B**, atingindo o solo no ponto **C**. Supondo conhecidas as alturas **h** e **H**, calcule a distância **d** entre o pé da vertical baixada do ponto **B** e o ponto **C**.

Resolução:

I. **Cálculo de v_B:**
Sistema conservativo: $E_{m_B} = E_{m_A}$

PHR em B: $\frac{m\ v_B^2}{2} = m\ g\ h \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2g\ h}}$

II. **Cálculo de t_{BC}:**
Na vertical, o movimento da bolinha de **B** até **C** é uniformemente variado, logo:

$$H = \underbrace{v_{0_y} t_{BC}}_{\text{parcela nula}} + \frac{g}{2} t_{BC}^2 \Rightarrow \boxed{t_{BC} = \sqrt{\frac{2\ H}{g}}}$$

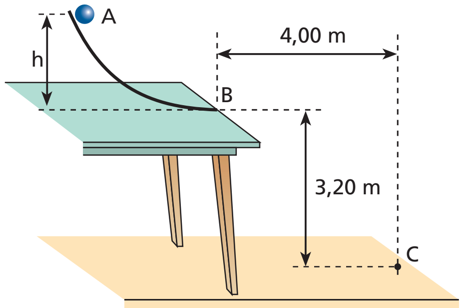
III. **Cálculo de d:**
Na horizontal, o movimento da bolinha de **B** até **C** é uniforme, logo:

$$d = v_B\ t_{BC} \Rightarrow d = \sqrt{2g\ h}\ \sqrt{\frac{2\ H}{g}}$$

Donde: $\boxed{d = 2\sqrt{h\ H}}$

Nota:
• **d** independe de **m** e de **g**.

48 (Mack-SP) Uma bolinha é abandonada do ponto **A** do trilho liso AB e atinge o solo no ponto **C**. Supondo que a velocidade da bolinha no ponto **B** seja horizontal, a altura **h** vale:



a) 1,25 m. b) 1,75 m. c) 2,00 m. d) 2,25 m. e) 2,50 m.

Resolução:
Analisemos o voo balístico da bolinha de **B** para **C**:
Movimento vertical: MUV

$$\Delta y = v_{0_y}\ t + \frac{\alpha_y}{2}\ t^2 \Rightarrow 3{,}20 = \frac{g}{2}\ t_{AC}^2 \Rightarrow t_{AC} = \sqrt{\frac{6{,}40}{g}}$$

Movimento na horizontal: MU

$$\Delta x = v_B\ t \Rightarrow 4{,}00 = v_B \sqrt{\frac{6{,}40}{g}} \Rightarrow v_B^2 = 2{,}5\ g$$

Trecho AB:

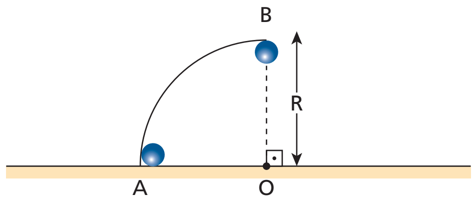
$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

PHR em B:

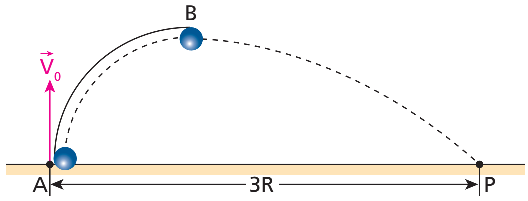
$$m\ g\ h = \frac{m\ v_B^2}{2} \Rightarrow g\ h = \frac{2{,}5\ g}{2} \Rightarrow \boxed{h = 1{,}25\ m}$$

Resposta: a

49 (UFRJ) Um trilho em forma de arco circular, contido em um plano vertical, está fixado em um ponto **A** de um plano horizontal. O centro do arco está em um ponto **O** desse mesmo plano. O arco é de 90° e tem raio **R**, como ilustra a figura.



Um pequeno objeto é lançado para cima, verticalmente, a partir da base **A** do trilho e desliza apoiado internamente a ele, sem atrito, até o ponto **B**, onde escapa horizontalmente, caindo no ponto **P** do plano horizontal onde está fixado o trilho. A distância do ponto **P** ao ponto **A** é igual a 3R.



Calcule o módulo da velocidade inicial $\vec{V}_0$ com que o corpo foi lançado, em função do raio **R** e do módulo da aceleração da gravidade **g**.

Resolução:

(I) Cálculo do tempo de voo de **B** para **P**:

Movimento vertical: MUV

$$\Delta y = v_{0_y}\ t + \frac{\alpha_y}{2}\ t^2$$

$$R = \frac{g}{2}\ t_{BP}^2 \Rightarrow \boxed{t_{BP} = \sqrt{\frac{2\ R}{g}}}$$

(II) Cálculo da intensidade da velocidade em **B**:

Movimento horizontal: MU

$$\Delta x = v_B\ t \Rightarrow 2\ R = v_B \sqrt{\frac{2\ R}{g}} \Rightarrow \boxed{v_B^2 = 2 \cdot g\ R} \quad \text{(I)}$$

(III) Cálculo de v_0:

$$E_{m_A} = E_{m_B}$$

PHR em A:

$$\frac{m\ v_0^2}{2} = \frac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ R$$

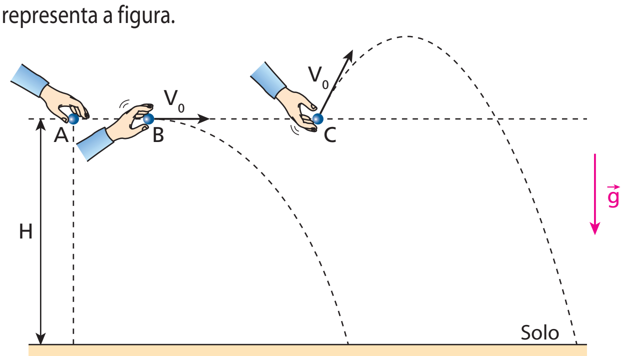
$$v_0^2 = v_B^2 + 2\ g\ R$$

Substituindo (I) em (II):

$$v_0^2 = 2\ g\ R + 2\ g\ R \Rightarrow \boxed{v_0 = 2\sqrt{g\ R}}$$

Resposta: $v_0 = 2\sqrt{g\ R}$

50 Três pequenos pedaços de giz, **A**, **B** e **C**, irão se movimentar no interior de uma determinada sala de aula a partir de uma mesma altura **H** sob a ação exclusiva da gravidade. O pedaço **A** será abandonado do repouso para despencar verticalmente e os pedaços **B** e **C** serão lançados com velocidades de mesma intensidade V_0 para realizarem voos balísticos, em trajetórias parabólicas. A velocidade inicial de **B** será horizontal, enquanto a de **C** será oblíqua e dirigida para cima, como representa a figura.



Representando-se respectivamente por T_A, T_B e T_C os tempos gastos por **A**, **B** e **C** em seus movimentos até o solo e por V_A, V_B e V_C as correspondentes intensidades das velocidades de impacto desses três pedaços de giz contra o chão, pede-se comparar:

a) T_A, T_B e T_C;
b) V_A, V_B e V_C.

Resolução:

a) Movimentos de **A** e **B** na vertical: MUV

$$\Delta y = v_{0_y}\ t + \frac{\alpha_y}{2}\ t^2 \Rightarrow H = \frac{g}{2}\ T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2\ H}{g}}$$

Logo:

$$\boxed{T_A = T_B = \sqrt{\frac{2\ \mu}{g}}}$$

Como o giz **C** sobe para depois descer, tem-se:

$$\boxed{T_A = T_B < T_C}$$

b) **(I)** Queda livre de **A**:

$$E_{m_f} = E_{m_i}$$

$$\frac{m\ v^2}{2} = m\ g\ H$$

$$\boxed{v = \sqrt{2\ g\ h}} \quad \text{(I)}$$

(II) Voos balísticos de **B** e **C**:

$$E_{m_f} = E_{m_i}$$

$$\frac{m\ v^2}{2} = \frac{m\ v_0^2}{2} + m\ g\ H$$

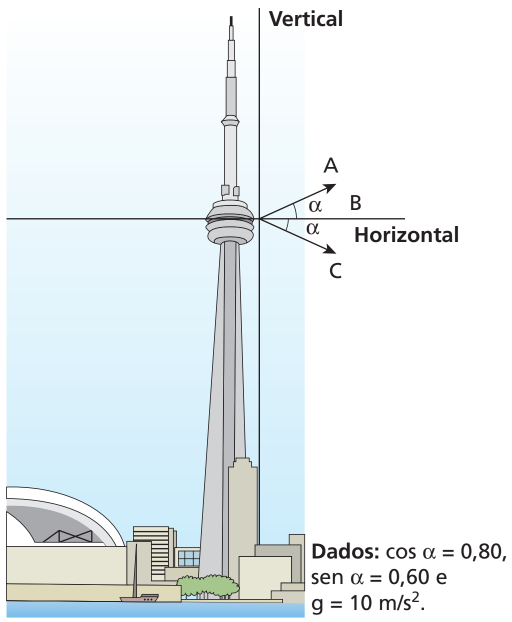
Do qual: $\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2\ g\ H}}$ (II)

Comparando (I) e (II), conclui-se que:

$$\boxed{V_A < V_B = V_C}$$

Respostas: a) $T_A = T_B < T_C$; b) $V_A < V_B = V_C$

51 (Olimpíada Brasileira de Física) A *CN Tower* de Toronto, Canadá, tem altitude máxima de 1 815 pés (553,33 m), constituindo-se no maior edifício do mundo. A 315 metros de altitude, os turistas têm acesso ao andar de observação. A partir desse andar, objetos de massa m = 0,40 kg são lançados com velocidades de mesmo módulo V_0 = 10 m/s, segundo direções **A**, **B** e **C**, conforme ilustra a figura.



Considerando-se o solo como altitude zero e a resistência do ar desprezível, pode-se afirmar:

a) Nas três situações, o tempo de queda do objeto é o mesmo.
b) O objeto atinge o solo com mais energia cinética quando lançado conforme a situação **C**.
c) Os três objetos atingem o solo num ponto cuja distância em relação à vertical que passa pelo ponto de lançamento é de 82,7 m (alcance horizontal).
d) Nas três situações, o módulo da velocidade de impacto do objeto com o solo vale 288 km/h.
e) Os três objetos atingem o solo com a mesma velocidade vetorial final.

Resolução:

a) Incorreta.
O tempo de queda só depende do movimento vertical, que é diferente para os três objetos, pois $\vec{V}_{0y}$ é diferente aos três casos.

$$\boxed{T_A > T_B > T_C}$$

b) Incorreta.
Por causa da conservação da energia mecânica, os três objetos, que têm massas iguais, atingem o solo com a mesma energia cinética.

c) Incorreta.
Os alcances horizontais são diferentes.

d) Correta.
Nos três casos: $E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR no solo:

$$\frac{m\ v^2}{2} = \frac{m\ v_0^2}{2} + m\ g\ H$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\ g\ H}$$

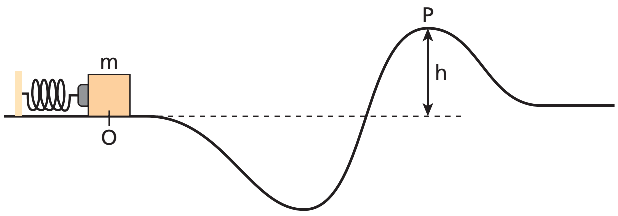
$$v = \sqrt{(10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 315}\ \ (m/s)$$

Donde: $\boxed{v = 80\ m/s = 288\ km/h}$

e) Incorreta.
As velocidades de impacto dos objetos contra o solo são diferentes, pois, embora tenham módulos iguais (288 km/h), têm direções diferentes.

Resposta: d

52 (Olimpíada Brasileira de Física) Um bloco de massa m = 0,60 kg, sobre um trilho de atrito desprezível, comprime uma mola de constante elástica $k = 2{,}0 \cdot 10^3$ N/m, conforme a figura abaixo.



Considere que a energia potencial gravitacional seja zero na linha tracejada. O bloco, ao ser liberado, passa pelo ponto **P** (h = 0,60 m), onde 75% de sua energia mecânica é cinética. Adote g = 10,0 m/s² e despreze o efeito do ar.

A compressão **x** da mola foi de:

a) 9,0 cm.
b) 12,0 cm.
c) 15,0 cm.
d) 18,0 cm.
e) 21,0 cm.

Resolução:

$$E_{m_O} = E_{m_P}$$

$$\frac{K\ x^2}{2} = \frac{m\ v_P^2}{2} + m\ g\ h$$

$$\frac{K\ x^2}{2} = 0{,}75\ \frac{K\ x^2}{2} + m\ g\ h$$

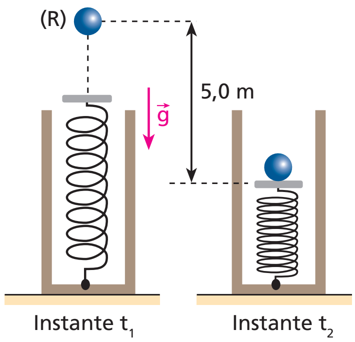
$$0{,}25 \cdot \frac{K\ x^2}{2} = m\ g \cdot h \Rightarrow x = \sqrt{\frac{8\ m\ g\ h}{K}}$$

$$x = \sqrt{\frac{8 \cdot 0{,}60 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}60}{2{,}0 \cdot 10^3}}\ \ (m)$$

$$\boxed{x = 0{,}12\ m = 12{,}0\ cm}$$

Resposta: b

53 E.R. Na figura seguinte, uma esfera de massa m = 5,0 kg é abandonada do ponto **R** no instante t_1, caindo livremente e colidindo com o aparador, que está ligado a uma mola de constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ N/m. As massas da mola e do aparador são desprezíveis, como também o são todas as dissipações de energia mecânica.

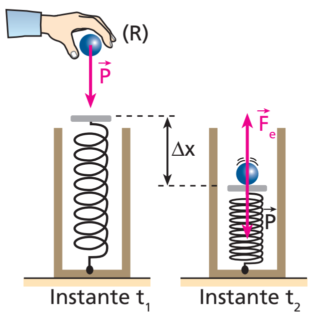


Considerando g = 10 m/s² e supondo que no instante t_2 a mola está sob compressão máxima, calcule:

a) a compressão da mola quando a esfera atinge sua máxima velocidade;
b) a compressão da mola no instante t_2.

Resolução:

a) Durante a queda livre, o movimento da esfera é uniformemente acelerado pela ação do peso constante $\vec{P}$.
Após a colisão com o aparador, entretanto, além do peso $\vec{P}$, passa a agir na esfera a força elástica $\vec{F}_e$ exercida pela mola, que, pela **Lei de Hooke**, tem intensidade proporcional à deformação Δx.
Assim, logo após a colisão, como a deformação da mola ainda é pequena, o mesmo ocorre com a intensidade de $\vec{F}_e$, havendo predominância de $\vec{P}$. Isso faz com que o movimento continue acelerado (não uniformemente).
A velocidade da esfera tem **intensidade máxima** no instante em que a força elástica equilibra o peso.



Na posição em que a velocidade é máxima:

$$\boxed{|\vec{F}_e| = |\vec{P}|}$$

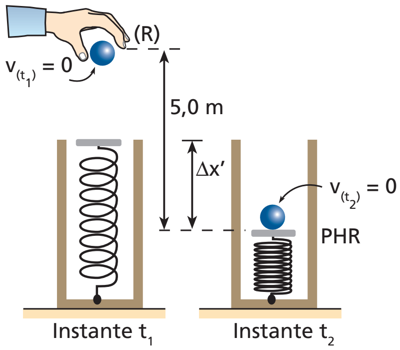
$$K\ \Delta x = m\ g$$

$$2{,}0 \cdot 10^3\ \Delta x = 5{,}0 \cdot 10$$

$$\boxed{\Delta x = 2{,}5 \cdot 10^{-2}\ m = 2{,}5\ cm}$$

Da posição de máxima velocidade para baixo, a esfera realiza um movimento retardado (não uniformemente) até parar (instante t_2).

b)



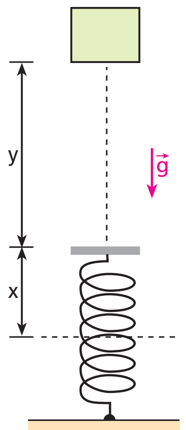
Adotando o nível do aparador na situação da mola sob máxima compressão como referência e observando que o sistema é conservativo, podemos dizer que a energia potencial elástica acumulada na mola no instante t_2 é igual à energia potencial de gravidade da esfera no instante t_1.

$$E_{e_{(t_2)}} = E_{p_{(t_1)}} \Rightarrow \frac{K\,(\Delta x')^2}{2} = m\,g\,h$$

$$\frac{2{,}0 \cdot 10^3\,(\Delta x')^2}{2} = 5{,}0 \cdot 10 \cdot 5{,}0$$

Donde: $\boxed{\Delta x' = 5{,}0 \cdot 10^{-1}\text{ m} = 50\text{ cm}}$

54 Um corpo de massa 1,0 kg cai livremente, a partir do repouso, da altura y = 6,0 m sobre uma mola de massa desprezível e eixo vertical, de constante elástica igual a $1{,}0 \cdot 10^2$ N/m.
Adotando g = 10 m/s² e desprezando todas as dissipações de energia mecânica, calcule a máxima deformação **x** da mola.



Resolução:

$E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR no nível em que a deformação da mola é máxima:

$$\frac{K\ \ x^2}{2} = m\ \ g\ \ (y + x)$$

$$\frac{1{,}0 \cdot 10^2\ \ x^2}{2} = 1{,}0 \cdot 10\ \ (6{,}0 + x)$$

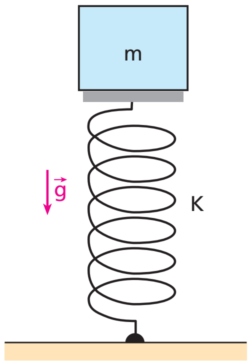
Donde: $5{,}0\ \ x^2 - 1{,}0\ \ x - 6{,}0 = 0$

Resolvendo-se a equação, obtém-se:

$\boxed{x = 1{,}2\text{ m}}$

Resposta: 1,2 m

55 (UFU-MG – mod.) Um bloco de massa m = 80 g é mantido encostado a uma mola de eixo vertical, não-deformada, de constante elástica K = 2,0 N/m e massa desprezível, conforme representa a figura. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s². Em determinado instante, esse bloco é abandonado, adquirindo movimento para baixo.



Considere as proposições:

I. O valor máximo da velocidade atingida pelo bloco é 2,0 m/s.
II. A força exercida pelo bloco sobre a mola no instante em que sua velocidade é máxima tem intensidade igual a $8{,}0 \cdot 10^{-1}$ N.
III. A deformação máxima da mola é de 80 cm.

É (são) correta(s):

a) apenas I.
b) apenas II.
c) apenas III.
d) apenas I e II.
e) I, II e III.

Resolução:

(I) Correta. No ponto em que a velocidade tem intensidade máxima: $F_e = P$. Logo:

$K\ \ \Delta x = m\ \ g \Rightarrow 2{,}0\ \ \Delta x = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$\boxed{\Delta x = 0{,}40\text{ m}}$

$E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR no nível em que a velocidade tem intensidade máxima:

$$\frac{m\ \ v^2_{máx}}{2} + \frac{K\ \ (\Delta x)^2}{2} = m\ \ g\ \ \Delta x$$

$$\frac{80 \cdot 10^{-3}\ \ v^2_{máx}}{2} + \frac{2{,}0 \cdot (0{,}40)^2}{2} = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0{,}40$$

$\boxed{v_{máx} = 2{,}0\text{ m/s}}$

(II) Correta. $F_e = K\ \ \Delta x \Rightarrow F_e = 2{,}0 \cdot 0{,}40$ (N)

$\boxed{F_e = 0{,}80\text{ N} = 8{,}0 \cdot 10^{-1}\text{ N}}$

(III) Correta. $E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR no nível em que a deformação da mola é máxima:

$$\frac{K \cdot (\Delta x_{máx})^2}{2} = m\ \ g\ \ \Delta x_{máx}$$

$$\frac{2{,}0 \cdot \Delta x_{máx}}{2} = 80 \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$\boxed{\Delta x_{máx} = 0{,}80\text{ m} = 80\text{ cm}}$

Resposta: e

56 (Unicamp-SP) *Bungee-jump* é um esporte radical, muito conhecido hoje em dia, em que uma pessoa salta de uma grande altura, presa a um cabo elástico. Considere o salto de uma pessoa de 80 kg. No instante em que a força elástica do cabo vai começar a agir, o módulo da velocidade da pessoa é de 20 m/s. O cabo adquire o dobro de seu comprimento natural quando a pessoa atinge o ponto mais baixo de sua trajetória. Para resolver as questões abaixo, despreze a resistência do ar e considere $g = 10\ m/s^2$.

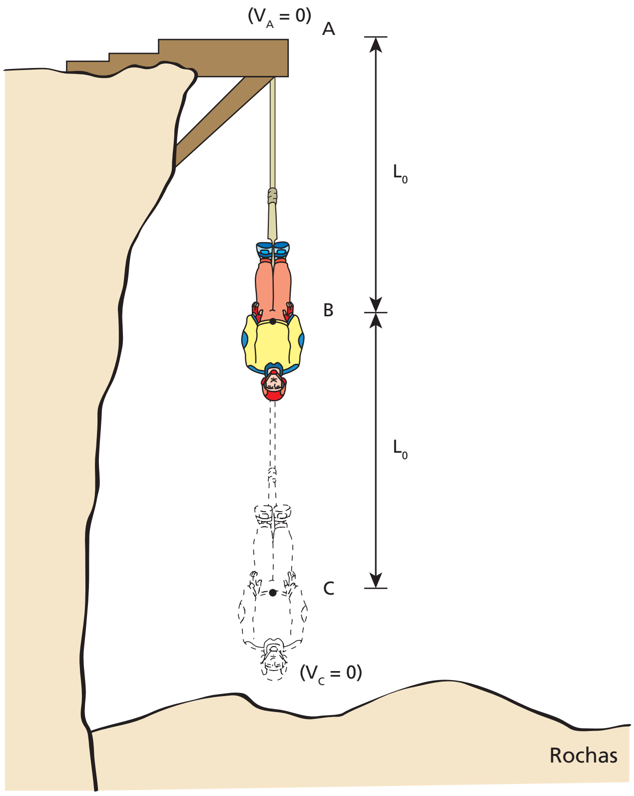
a) Calcule o comprimento normal do cabo.
b) Determine a constante elástica do cabo.

Resolução:

a) $E_{m_B} = E_{m_A}$

PHR em B:

$$\frac{m\ v_B^2}{2} = m\ g\ L_0$$



$$L_0 = \frac{v_B^2}{2\ g} \Rightarrow \frac{(20)^2}{2 \cdot 10}\ (m)$$

$$\boxed{L_0 = 20\ m}$$

b) $E_{m_C} = E_{m_A}$

PHR em C:

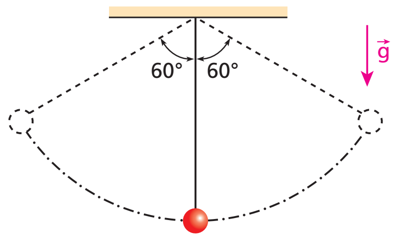
$$\frac{K \cdot L_0^2}{2} = m \cdot g\ 2\ L_0$$

$$K = \frac{4\ m\ g}{L_0} \Rightarrow \frac{4 \cdot 80 \cdot 10}{20}\ (N/m)$$

$$\boxed{K = 160\ N/m}$$

Respostas: a) 20 m; b) 160 N/m

57 E.R. O pêndulo da figura oscila para ambos os lados, formando um ângulo máximo de 60° com a vertical:

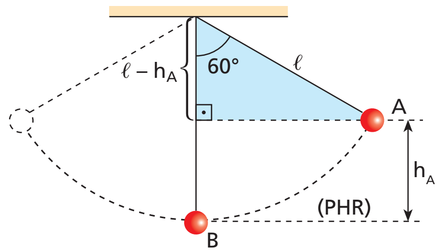


O comprimento do fio é de 90 cm e, no local, o módulo da aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$. Supondo condições ideais, determine:

a) o módulo da velocidade da esfera no ponto mais baixo de sua trajetória;
b) a intensidade da força que traciona o fio quando este se encontra na vertical (adotar, para a massa da esfera, o valor 50 g).

Resolução:

Vamos analisar, inicialmente, os aspectos geométricos do problema:



Considerando o triângulo retângulo destacado na figura, temos:

$$\cos 60° = \frac{\ell - h_A}{\ell} \Rightarrow \frac{1}{2}\ell = \ell - h_A$$

Daí: $$h_A = \frac{1}{2}\ell = \frac{90\ cm}{2} \Rightarrow \boxed{h_A = 45\ cm}$$

a) Como a única força que realiza trabalho é a da gravidade, o sistema é conservativo, permitindo-nos aplicar o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**:

$$E_{m_B} = E_{m_A}$$

$$E_{c_B} + E_{p_B} = E_{c_A} + E_{p_A}$$

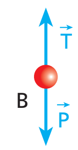
$$\frac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ h_B = \frac{m\ v_A^2}{2} + m\ g\ h_A$$

Sendo $h_B = 0$ e $v_A = 0$, calculamos v_B:

$$v_B = \sqrt{2g\ h_A} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}45}\ (m/s)$$

$$\boxed{v_B = 3{,}0\ m/s}$$

b) No ponto **B**, agem na esfera seu peso ($\vec{P}$) e a força aplicada pelo fio ($\vec{T}$):

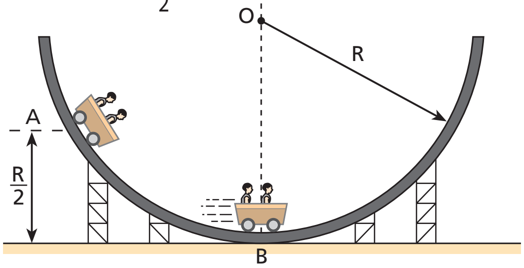


A resultante entre $\vec{P}$ e $\vec{T}$ deve ser **centrípeta**. Então, temos:

$$T - P = F_{cp_B} \Rightarrow T = m\left(\frac{v_B^2}{\ell} + g\right)$$

$$T = 50 \cdot 10^{-3}\left(\frac{3{,}0^2}{0{,}90} + 10\right) \Rightarrow \boxed{T = 1{,}0\ N}$$

58 (UFMG) A figura mostra um trecho de uma montanha-russa de formato circular de raio **R**. Um carro de massa M = 200 kg parte do repouso de uma altura $\frac{R}{2}$ (ponto **A**).



Considere o instante em que o carro passa pelo ponto mais baixo da trajetória (ponto **B**). Despreze as forças de atrito e use g = 10 m/s².

a) Faça uma figura representando as forças que atuam sobre o carro nesse instante.

b) Calcule a intensidade da força que a pista faz sobre ele nesse instante.

Resolução:

a) $\vec{P}$ = força da gravidade (peso)

$\vec{F}_n$ = força de contato aplicada pela pista da montanha-russa

b) $E_{m_B} = E_{m_A}$

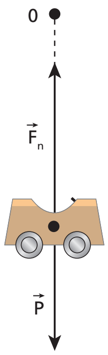
$$\frac{M\;v_B^2}{2} = M\;g\;\frac{R}{2}$$

$$\boxed{v_B^2 = g\;R} \qquad \text{(I)}$$

No ponto B:

$F_n - P = F_{cp}$

$$F_n - M\;g = \frac{M\;v_B^2}{2} \qquad \text{(II)}$$



Substituindo (I) em (II):

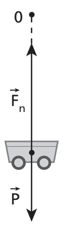
$F_n - M\;g = \frac{M}{R}\;g\;R$

$F_n = 2\;M\;g$

$F_n = 2 \cdot 200 \cdot 10$ (N)

$$\boxed{F_n = 4{,}0 \cdot 10^3\ \text{N} = 4{,}0\ \text{kN}}$$

Respostas: a)

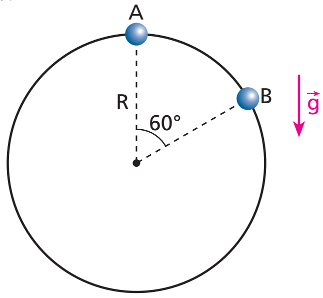


$\vec{P}$ = força da gravidade (peso)

$\vec{F}_n$ = força de contato aplicada pela pista da montanha-russa

b) 4,0 kN

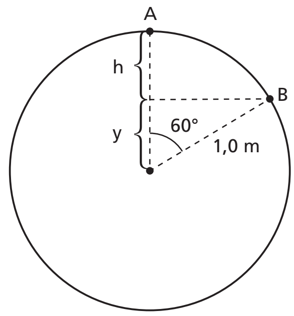
59 (UFPE) Uma pequena conta de vidro de massa igual a 10 g desliza sem atrito ao longo de um arame circular de raio R = 1,0 m, como indicado na figura.



Se a conta partiu do repouso na posição **A**, determine o valor de sua energia cinética ao passar pelo ponto **B**. O arame está posicionado verticalmente em um local em que $|\vec{g}|$ = 10 m/s².

Resolução:

(I)



$y = 1{,}0\;\cos 60° \Rightarrow y = 0{,}50$ m

$h = 1{,}0 - y = 1{,}0 - 0{,}50 \Rightarrow h = 0{,}50$ m

(II) **PHR em B:**

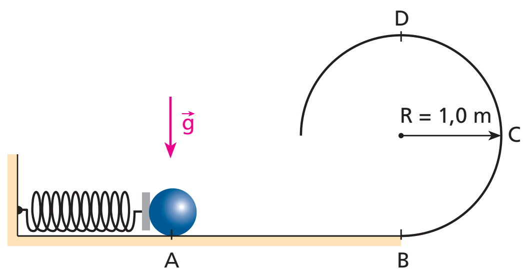
$E_{C_B} = E_{p_A} \Rightarrow E_{C_B} = m\;g\;h$

$E_{C_B} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 0{,}50$ (J)

$$\boxed{E_{C_B} = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{J}}$$

Resposta: $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ J

60 (UFU-MG) A mola da figura abaixo possui uma constante elástica K = 280 N/m e está inicialmente comprimida de 10 cm:



Uma bola com massa de 20 g encontra-se encostada na mola no instante em que esta é abandonada. Considerando g = 10 m/s² e que todas as superfícies são perfeitamente lisas, determine:

a) o valor da velocidade da bola no ponto **D**;

b) o valor da força que o trilho exerce na bola no ponto **D**;

c) o valor da aceleração tangencial da bola quando ela passa pelo ponto **C**.

Resolução:

a) $E_{m_D} = E_{m_A} \Rightarrow \dfrac{m\ v_D^2}{2} + m\ g\ 2\ R = \dfrac{K\ (\Delta x)^2}{2}$

$$20 \cdot 10^{-3}\left(\dfrac{v_D^2}{2} + 10 \cdot 2 \cdot 1{,}0\right) = \dfrac{280\ \ (0{,}10)^2}{2}$$

Donde: $\boxed{v_D = 10\ m/s}$

b) **Ponto D:**

$F_n + P = F_{cp} \Rightarrow F_n + m\ g = \dfrac{m\ v_D^2}{R}$

$F_n = 20 \cdot 10^{-3}\left(\dfrac{10^2}{1{,}0} - 10\right)(N)$

$\boxed{F_n = 1{,}8\ N}$

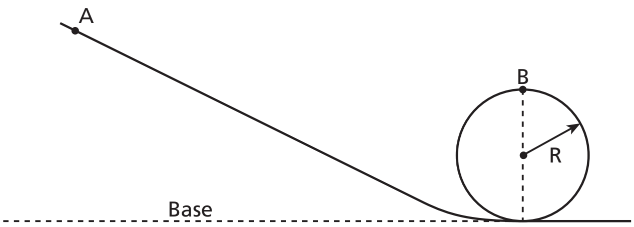
c) Como não há atritos, a força de contato que o trilho exerce sobre a bola é radial à trajetória e dirigida para o centro em cada instante. Por isso, no ponto **C**, a única força tangencial é o peso e, por isso:

$\vec{F}_t = \vec{P} \Rightarrow m \cdot \vec{a}_t = m\ \vec{g} \Rightarrow \vec{a}_t = \vec{g}$

Logo: $\boxed{a_t = 10\ m/s^2}$

Respostas: a) 10 m/s; b) 1,8 N; c) 10 m/s²

61 (Fatec-SP) A figura representa uma pista no plano vertical, por onde uma partícula desliza sem atrito. Abandonada do repouso no ponto **A**, a partícula passa por **B**, tendo nesse ponto aceleração 2 g (igual ao dobro da aceleração gravitacional). Sendo **R** o raio da circunferência descrita, a altura de **A** em relação à base é:



a) 1R. b) 2R. c) 3R. d) 4R. e) 5R.

Resolução:
Ponto B:

$a_{cp} = 2\ g \Rightarrow \dfrac{v_B^2}{R} = 2\ g \Rightarrow v_B^2 = 2\ g\ R$ (I)

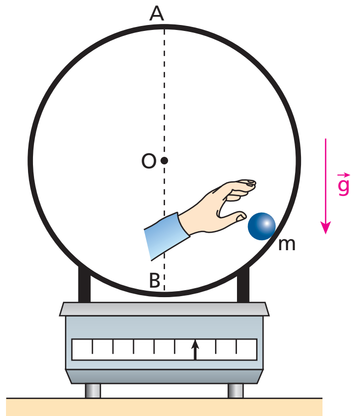
$E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow m\ g\ h_A = \dfrac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ 2\ R$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$g\ h_A = \dfrac{2\ g\ R}{2} + g\ 2\ R \Rightarrow \boxed{h_A = 3\ R}$

Resposta: c

62 Considere a situação esquematizada na figura em que um aro circular de raio R = 50 cm e massa M = 3,0 kg, disposto verticalmente, é apoiado sobre uma balança graduada em newtons. Uma pequena esfera de massa m = 200 g será lançada por um operador de modo a percorrer a parte interna do aro, sem perder o contato com a trajetória e sem sofrer a ação de forças de atrito.

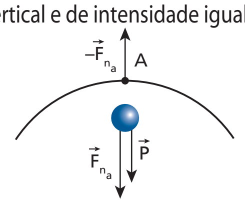


No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$. Supondo que nos instantes em que a esfera passa no ponto **A**, o mais alto do aro, a balança indique zero, determine:

a) a intensidade da velocidade da esfera no ponto **B**, o mais baixo do aro;
b) a indicação da balança nos instantes da passagem da esfera no ponto **B**.

Resolução:

a) Para que a balança indique zero nos instantes em que a esfera passa no ponto **A**, a força de contato trocada entre ela e o aro nesse ponto deve ser vertical e de intensidade igual ao peso do aro.



$F_{n_A} = P_{aro} = M \cdot g$

$F_{n_A} = 3{,}0 \cdot 10\ (N) \Rightarrow \boxed{F_{n_A} = 30\ N}$

Ponto A:

$F_{n_A} + P = F_{cp_A}$

$F_{n_A} + m\ g = \dfrac{m \cdot v_A^2}{R} \Rightarrow 30 + 0{,}20 \cdot 10 = \dfrac{0{,}20\ v_A^2}{0{,}50}$

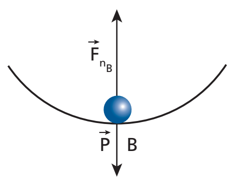
Donde: $v_A^2 = 80\ m/s^2$

Sistema conservativo:

$\dfrac{m\ v_B^2}{2} = \dfrac{m\ v_A^2}{2} + m\ g\ 2\ R$

$v_B^2 = 80 + 2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0{,}50 \Rightarrow \boxed{v_B = 10\ m/s}$

b) **Ponto B:**



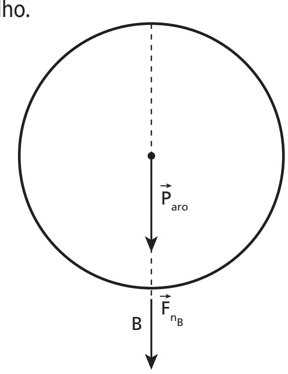
$F_{n_B} + P = F_{cp_B}$

$F_{n_B} - m\ g = \dfrac{m\ v_B^2}{R}$

$F_{n_B} - 0{,}20 \cdot 10 = \dfrac{0{,}20 \cdot (10)^2}{0{,}50}$

$\boxed{F_{n_B} = 42\ N}$

A indicação da balança nos instantes da passagem da esfera no ponto **B**, (I), corresponde à intensidade da força vertical total transmitida ao aparelho.



$I = P_{aro} + F_{n_B}$

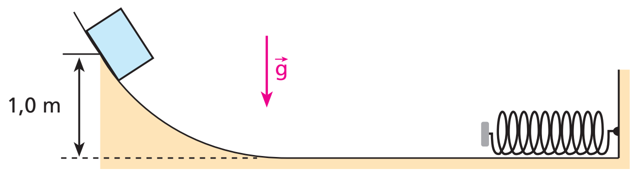
$I = M\ g + F_{n_B}$

$I = 3{,}0 \cdot 10 + 42$ (N)

$\boxed{I = 72\ N}$

Respostas: a) 10 m/s; b) 72 N

63 No esquema da figura, o bloco tem massa 3,0 kg e encontra-se inicialmente em repouso num ponto da rampa, situado à altura de 1,0 m:



Uma vez abandonado, o bloco desce atingindo a mola de constante elástica igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ N/m, que sofre uma compressão máxima de 20 cm. Adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule a energia mecânica dissipada no processo.

Resolução:

O sistema não é conservativo.

$E_{dis} = E_{m_i} - E_{m_f}$

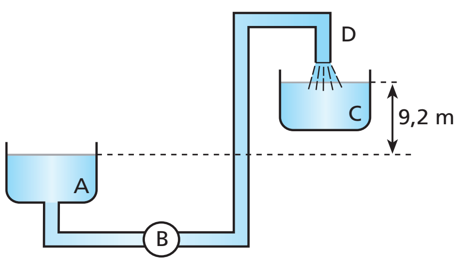
$E_{dis} = m\ g\ h - \dfrac{K\ (\Delta x)^2}{2}$

$E_{dis} = 3{,}0 \cdot 10 \cdot 1{,}0 - \dfrac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (0{,}20)^2}{2}$ (J)

$\boxed{E_{dis} = 10\ J}$

Resposta: 10 J

64 (Mack-SP) Uma bomba (**B**) recalca água, à taxa de $2{,}0 \cdot 10^{-2}\ m^3$ por segundo, de um depósito (**A**) para uma caixa (**C**) no topo de uma casa. A altura de recalque é de 9,2 m e a velocidade da água na extremidade do tubo de descarga (**D**) é de $4{,}0\ m \cdot s^{-1}$.



Considere $g = 10\ m \cdot s^{-2}$ e a massa específica da água igual a $1{,}0 \cdot 10^3\ kg \cdot m^{-3}$. Despreze as dissipações de energia. Qual a potência da bomba em kW?

Resolução:

$$Pot = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{m\ g\ h + \frac{m\ v^2}{2}}{\Delta t}$$

$$Pot = \frac{\mu\ V\ g\ h}{\Delta t} + \frac{\mu\ V\ v^2}{2\ \Delta t} \Rightarrow Pot = \mu\ Z \left(g\ h + \frac{v^2}{2}\right)$$

$$Pot = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \left(10 \cdot 9{,}2 + \frac{4{,}0^2}{2}\right) \text{ (W)}$$

$\boxed{Pot = 2{,}0\ kW}$

Resposta: 2,0 k W

65 Demonstre que, num sistema sujeito exclusivamente à ação de forças conservativas, o trabalho total é igual à variação da energia potencial com o sinal trocado.

Resolução:

Situação inicial:

$E_m = E_{C_i} + E_{p_i}$ (I)

Situação final:

$E_m = E_{C_f} + E_{p_f}$ (II)

(II) – (I), vem:

$0 = E_{C_f} - E_{C_i} + E_{p_f} - E_{p_i}$

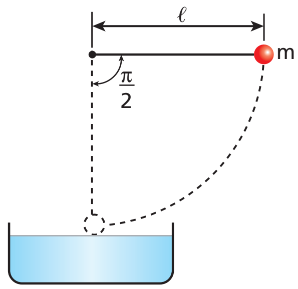
Mas: $\tau_{total} = E_{C_f} - E_{C_i}$

Logo: $0 = \tau_{total} + E_{p_f} - E_{p_i}$

$\boxed{\tau_{total} = -(E_{p_f} - E_{p_i}) = -\Delta_{E_p}}$

Resposta: Ver demonstração.

66 (ITA-SP) Um pêndulo de comprimento ℓ é abandonado da posição indicada na figura e, quando passa pelo ponto mais baixo da sua trajetória, tangencia a superfície de um líquido, perdendo, em cada uma dessas passagens, 30% da energia cinética que possui. Após uma oscilação completa, qual será, aproximadamente, o ângulo que o fio do pêndulo fará com a vertical?



a) 75° b) 60° c) 55° d) 45° e) 30°

Resolução:

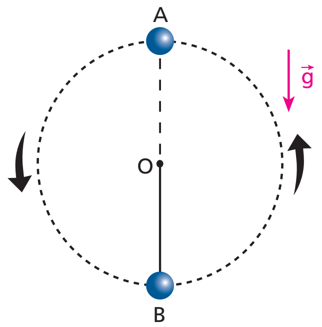
$E_{p_i} = 0{,}70\ E_{p_i} - 0{,}30\ (0{,}70 \cdot E_{p_i}) \Rightarrow E_{p_i} = 0{,}49\ E_{p_i}$

$m\ g\ \ell\ (1 - \cos\theta) = 0{,}49\ m\ g\ \ell$

$\cos\theta = 0{,}51 \Rightarrow \boxed{\theta \simeq 60°}$

Resposta: b

67 Uma esfera de massa **m**, ligada a um ponto fixo **O**, deverá realizar voltas circulares contidas em um plano vertical. No local, a aceleração da gravidade vale **g** e a influência do ar é desprezível. No ponto **B**, o mais baixo da trajetória, a velocidade da esfera tem a mínima intensidade de modo que permita a realização de uma volta completa.



Considerando a esfera no ponto **B**, calcule a intensidade da força de tração no elemento que a conecta ao ponto **O** nos seguintes casos:

a) o elemento de conexão é um fio inextensível, flexível e de massa desprezível;

b) o elemento de conexão é uma haste rígida de massa desprezível.

Resolução:

a) No ponto **A**, a força de tração no fio terá intensidade nula e o peso da esfera fará o papel de resultante centrípeta.

Ponto A:

$$P = F_{cp_A} \Rightarrow m \cdot g = \frac{m \cdot v_A^2}{L}$$

$$v_A^2 = g \cdot L \qquad \text{(I)}$$

$$E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow E_{C_B} = E_{C_A} + E_{P_A}$$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} = \frac{m \cdot v_A^2}{2} + m \cdot g \cdot 2 \cdot L$$

$$\frac{v_B^2}{2} = \frac{v_A^2}{2} + g \cdot 2 \cdot L \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II):

$$\frac{v_B^2}{2} = \frac{g \cdot L}{2} + 2 \cdot g \cdot L \Rightarrow v_B^2 = 5 \cdot g \cdot L \qquad \text{(III)}$$

Ponto B:

$$T_B - P = F_{cp_B} \Rightarrow T_B - m \cdot g = \frac{m \cdot v_B^2}{L} \qquad \text{(IV)}$$

(III) em (IV): $T_B - m \cdot g = \dfrac{m \cdot 5 \cdot g \cdot L}{L}$

Donde: $\boxed{T_B = 6 \cdot m \cdot g}$

b) No ponto **A**, a velocidade da esfera será praticamente nula.

$$E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow E_{C_B} = E_{P_A}$$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{2} = m \cdot g \cdot 2 \cdot L \Rightarrow v_B^2 = 4 \cdot g \cdot L \qquad \text{(I)}$$

Ponto B: $T_B - P = F_{cp_B} \Rightarrow T_B - m \cdot g = \dfrac{m \cdot v_B^2}{L}$ (II)

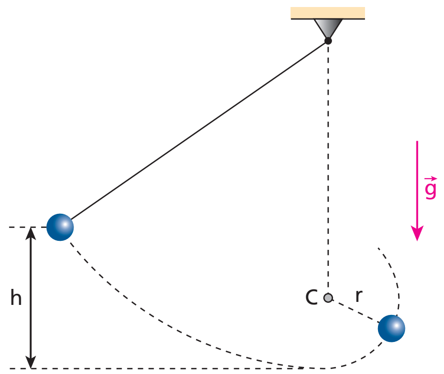
Substituindo (I) em (II):

$$T_B - m \cdot g = \frac{m \cdot 4 \cdot g \cdot L}{L}$$

Donde: $\boxed{T_B = 5 \cdot m \cdot g}$

Respostas: a) $6 \cdot m \cdot g$; b) $5 \cdot m \cdot g$

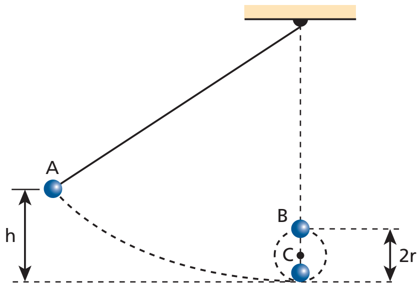
68 (Vunesp-UFTM-MG) A figura, fora de escala, mostra um pêndulo simples abandonado à altura **h** do ponto mais baixo da trajetória. Na vertical que passa pelo ponto de sustentação, um pino faz o fio curvar-se e o pêndulo passa a descrever uma trajetória circular de raio **r** e centro **C**.



O menor valor de **h** para que a esfera pendular descreva uma circunferência completa é igual a:

a) 1,0 r.
b) 1,5 r.
c) 2,0 r.
d) 2,5 r.
e) 3,0 r.

Resolução:



(I) No ponto B: $F_{cp_B} = P$

$$\frac{m \cdot v_B^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow v_B^2 = g \cdot r \qquad \text{(I)}$$

(II) Sistema conservativo:

$$E_{m_A} = E_{m_B} \qquad \text{(II)}$$

PHR em B: $m \cdot g \cdot (h - 2 \cdot r) = \dfrac{m \cdot v_B^2}{2}$

$$g \cdot h - 2 \cdot g \cdot r = \frac{v_B^2}{2} \qquad \text{(II)}$$

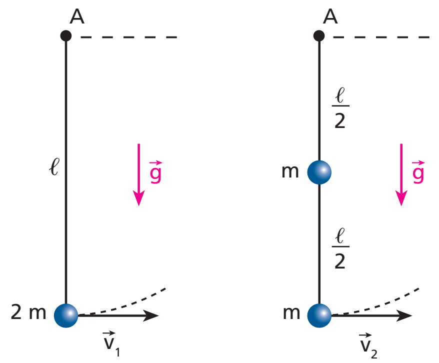
Substituindo (I) em (II):

$$g \cdot h - 2 \cdot g \cdot r = \frac{g \cdot r}{2}$$

Donde: $\boxed{h = \frac{5}{2} \cdot r = 2{,}5\ r}$

Resposta: d

69 (ITA-SP) Uma haste rígida de peso desprezível e comprimento ℓ carrega uma massa 2m em sua extremidade. Outra haste, idêntica, suporta uma massa **m** em seu ponto médio e outra massa **m** em sua extremidade. As hastes podem girar ao redor do ponto fixo **A**, conforme as figuras.



Qual a velocidade horizontal mínima que deve ser comunicada às suas extremidades para que cada haste deflita até atingir a horizontal? Considere conhecida a intensidade da aceleração da gravidade: **g**.

Resolução:
1ª situação:

$$\frac{2\ m\ v_1^2}{2} = 2\ m\ g\ \ell \Rightarrow v_1 = \sqrt{2\ g\ \ell}$$

2ª situação:
A massa colocada no ponto médio do fio terá a metade da velocidade linear da massa colocada na extremidade do fio, isto é, $\frac{v_2}{2}$.

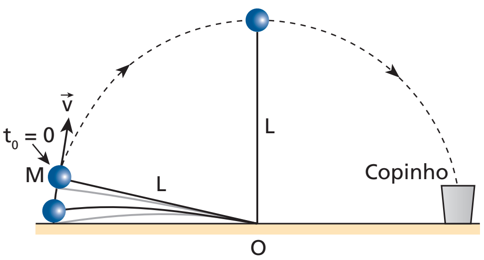
$$\frac{m\ v_2^2}{2} + \frac{m\left(\frac{v_2}{2}\right)^2}{2} + m\ g\ \frac{\ell}{2} = 2 \cdot m\ g\ \ell$$

$$\frac{5}{8}\ v_2^2 = \frac{3}{2}\ g\ \ell$$

Da qual: $\boxed{v_2 = \sqrt{2{,}4\ g\ \ell}}$

Respostas: $v_1 = \sqrt{2\ g\ \ell}$ e $v_2 = \sqrt{2{,}4\ g\ \ell}$

70 (UFRJ) Um brinquedo muito popular entre as crianças é a minicatapulta. Ela consiste de uma fina tira de madeira que pode ser flexionada a fim de impulsionar uma pequena esfera de massa **M**, presa a um dos extremos de um fio ideal de comprimento **L** (o outro extremo está fixo no ponto **O**), para que esta se encaixe em um copinho no extremo oposto do brinquedo, como ilustra a figura a seguir. Para que o arremesso seja bem-sucedido, é necessário que no ponto mais alto da trajetória da esfera o fio esteja esticado.



Suponha que no momento do lançamento ($t_0 = 0$) o fio encontre-se esticado e que a energia mecânica total da esfera nesse instante seja 5M g L, tomando como nível zero de energia potencial o nível do ponto **O**.
Admita que a energia mecânica da esfera permaneça constante.
a) Calcule a energia cinética da esfera no ponto mais alto de sua trajetória.
b) Calcule a força de tração no fio no ponto mais alto da trajetória da esfera e responda se esta se encaixará ou não no copinho.

Resolução:
a) $E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow E_{C_B} + M\ g \cdot L = 5\ M\ g\ L$

$E_{C_B} = 4\ M\ g\ L$

b) $\frac{M \cdot v_B^2}{2} + M \cdot g \cdot L = 5 \cdot M \cdot g \cdot L \Rightarrow v_B^2 = 8 \cdot g \cdot L$ (I)

Ponto B (mais alto da trajetória)**:**

$T_B + P = F_{cp_B} \Rightarrow T_B + M\ g = \frac{M\ v_B^2}{L}$ (II)

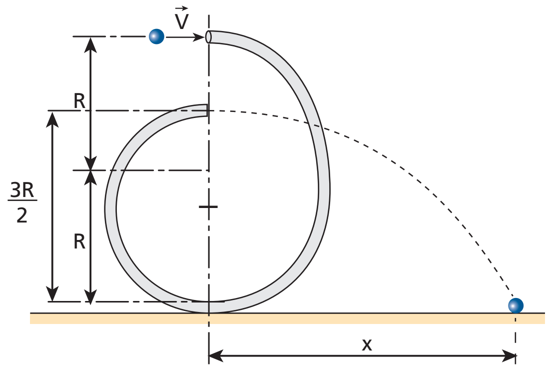
(I) em (II): $T_B + M \cdot g = \frac{M\ 8\ g\ L}{L}$

$\boxed{T_B = 7\ M\ g}$

Como em **B** o fio encontra-se tracionado, conclui-se, conforme o enunciado, que a esfera se encaixará no copinho.

Respostas: a) 4 M g L; b) 7 M g, sim

71 (ITA-SP) Uma pequena esfera penetra com velocidade $\vec{V}$ em um tubo oco, recurvado e colocado em um plano vertical, como mostra a figura, num local onde a aceleração da gravidade tem módulo igual a **g**. Supondo que a esfera percorra a região interior do tubo sem atrito e acabe saindo horizontalmente pela extremidade, pergunta-se: que distância **x**, horizontal, ela percorrerá até tocar o solo?



Resolução:
$E_{m_{saída}} = E_{m_{entrada}}$ (referencial no ponto de saída)

$\frac{m\ V_S^2}{2} = \frac{m\ V^2}{2} + m\ g\ \frac{R}{2} \Rightarrow V_s = \sqrt{V^2 + g\ R}$ (I)

Movimento balístico:

Na vertical: MUV

$\Delta y = v_{0y}\ t + \frac{\alpha_y}{2}\ t^2 \Rightarrow \frac{3\ R}{2} = \frac{g}{2}\ t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{3\ R}{g}}$ (II)

Na horizontal: MU

$\Delta x = v_H\ \Delta t \Rightarrow x = V_s\ t_q$ (III)

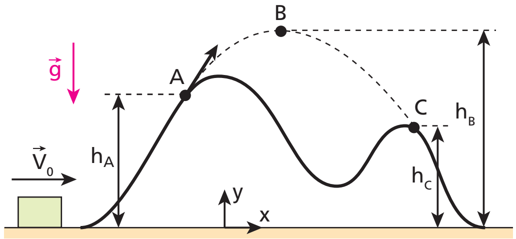
Substituindo (I) e (II) em (III):

$x = \sqrt{V^2 + g\ R}\ \sqrt{\frac{3\ R}{g}}$

Do qual: $\boxed{x = \sqrt{\frac{3\ R}{g}\ (V^2 + g\ R)}}$

Resposta: $\sqrt{\frac{3\ R}{g}\ (V^2 + g\ R)}$

72 (Fuvest-SP) Um corpo de massa **m** é lançado com velocidade inicial $\vec{V}_0$ na parte horizontal de uma rampa, como indicado na figura. Ao atingir o ponto **A**, ele abandona a rampa, com uma velocidade $\vec{V}_A$ (V_{Ax}, V_{Ay}), segue uma trajetória que passa pelo ponto de máxima altura **B** e retorna à rampa no ponto **C**. Despreze o atrito. Sejam h_A, h_B e h_C as alturas dos pontos **A**, **B** e **C**, respectivamente, $\vec{V}_B$ (V_{Bx}, V_{By}) a velocidade do corpo no ponto **B** e $\vec{V}_C$ (V_{Cx}, V_{Cy}) a velocidade do corpo no ponto **C**.



Considere as afirmações:

I. $V_0 = V_{Ax} = V_B = V_{Cx}$

II. $V_{Ax} = V_B = V_{Cx}$

III. $\frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} m V_A^2 - m g (h_B - h_A)$

IV. $\frac{1}{2} m V_0^2 = m g h_B$

V. $\frac{1}{2} m V_{Ay}^2 = m g (h_B - h_A)$

São corretas as afirmações:

a) todas.
b) somente I e II.
c) somente II, III e IV.
d) somente II, III, IV e V.
e) somente II, III e V.

Resolução:

(I) e (II): A velocidade horizontal do corpo mantém-se constante apenas no voo balístico (trecho ABC).

$$\boxed{V_{A_x} = V_B = V_{C_x}}$$

(III) $E_{m_B} = E_{m_A}$ (referencial em **A**):

$$\frac{1}{2} m V_B^2 + m g (h_B - h_A) = \frac{1}{2} m \cdot V_A^2$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m V_B^2 = \frac{1}{2} m V_A^2 - m g (h_B - h_A)}$$

(IV) $E_{m_0} = E_{m_B}$ (referencial em **O**):

$$\boxed{\frac{1}{2} m V_0^2 = \frac{1}{2} m V_B^2 + m g h_B}$$

(V) $E_{m_A} = E_{m_B}$ (referencial em **A**):

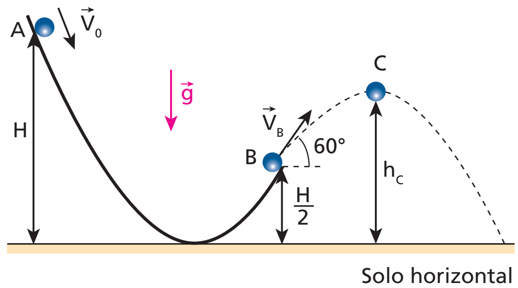
$$\frac{1}{2} m (V_{A_x}^2 + V_{A_y}^2) = \frac{1}{2} m V_B^2 + m g (h_B - h_A)$$

$$\frac{1}{2} m V_{A_x}^2 + \frac{1}{2} m V_{A_y}^2 = \frac{1}{2} m V_{A_x}^2 + m g (h_B - h_A)$$

$$\boxed{\frac{1}{2} m V_{A_y}^2 = m g (h_B - h_A)}$$

Resposta: e

73 (Unip-SP) No esquema da figura, uma pequena esfera desliza em uma trajetória sem atrito de **A** para **B** e, em seguida, fica sob a ação exclusiva da gravidade, descrevendo um arco de parábola de vértice **C**. O referencial para medir as energias é o solo e a trajetória parabólica não está na escala correta.



A esfera foi lançada, a partir do ponto **A**, com velocidade de intensidade V_0 e, ao abandonar o trilho em **B**, sua velocidade $\vec{V}_B$ forma ângulo de 60° com a horizontal.

Sabendo que no ponto **A** a energia mecânica da esfera vale 700 J e a energia cinética vale 100 J, podemos concluir que a altura do ponto **C**:

a) é igual a **H**.
b) é menor que **H**.
c) é maior que **H**.
d) vale $\frac{3}{4}$H.
e) não pode ser obtida em função de **H** com os dados apresentados.

Resolução:

Um recurso didático bastante eficaz para esse tipo de exercício é construir uma tabela com valores das energias cinética, potencial de gravidade e mecânica nos diversos pontos da trajetória.

	E_C (J)	E_p (J)	E_m (J)
A	100	600	700
B	400	300	700
C	100	600	700

(I) De **A** para **B**, a altura reduz-se à metade, o mesmo ocorrendo com a energia potencial da gravidade.

(II) Em **C**, a velocidade é a metade da de **B** ($V_C = V_B \cos 60° = 0{,}50 \; V_B$). Logo, a energia cinética em **C** é um quarto da de **B**.

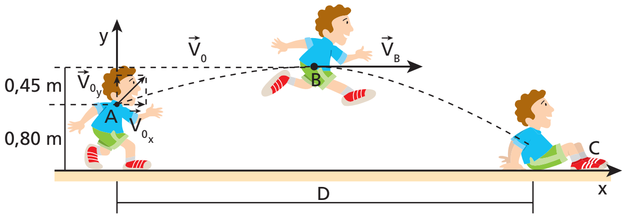
(III) A energia potencial de gravidade em **C** é igual à de **A**. Logo: $h_C = h_A = H$.

Resposta: a

74 Um atleta de massa igual a 64,0 kg prepara-se para realizar um salto a distância. Para isso, ele começa a correr numa pista horizontal, destacando-se do solo com uma velocidade oblíqua $\vec{V}_0$ que tem componente horizontal de intensidade 10,5 m/s. Nesse instante, o centro de massa do atleta encontra-se a uma altura de 80,0 cm em relação ao solo. No local, a aceleração da gravidade tem intensidade g = 10 m/s² e a influência do ar é desprezível. Tendo-se verificado que o centro de massa do atleta sofreu uma elevação máxima de 45,0 cm durante o voo e que ao encerrar-se o salto este ponto termina praticamente ao nível do chão, determine:

a) a energia cinética do atleta no instante em que se destaca do solo;
b) o intervalo de tempo transcorrido durante o voo;
c) a marca obtida pelo atleta em seu salto, isto é, a distância percorrida por ele durante o voo, paralelamente à pista.

Resolução:



Sistema conservativo:

$E_{m_A} = E_{m_B}$

$E_{C_A} = \dfrac{m\ v_B^2}{2} + m\ g\ \Delta h;\ V_B = V_{0_x} = 10{,}5\ \text{m/s}$

Logo: $E_{C_A} = \dfrac{64{,}0\ (10{,}5)^2}{2} + 64{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}45\ \text{(J)}$

$\boxed{E_{C_A} = 3816{,}0\ \text{J}}$

b) Movimento vertical de **A** para **B**: **MUV**

$V_y^2 = V_{0_y}^2 + 2\ \alpha_y\ \Delta y \Rightarrow 0 = V_{0_y}^2 + 2\ (-10{,}0)\ 0{,}45$

$\boxed{V_{0_y} = 3{,}0\ \text{m/s}}$

Movimento vertical de **A** para **C**: **MUV**

$\Delta y = V_{0_y}\ t + \dfrac{\alpha_y}{2}\ t^2 \Rightarrow -0{,}80 = 3{,}0\ t_V - \dfrac{10{,}0}{2}\ t_V^2$

$5{,}0\ t_V^2 - 3{,}0\ t_V - 0{,}80 = 0$

Resolvendo a equação, temos:

$\boxed{t_V = 0{,}80\ \text{s}}$

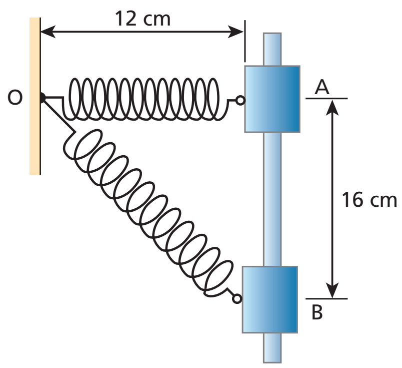
c) Movimento horizontal de **A** para **C**: **MU**

$\Delta x = V_{0_x}\ t \Rightarrow D = 10{,}5 \cdot 0{,}80\ \text{(m)}$

$\boxed{D = 8{,}4\ \text{m}}$

Respostas: a) 3816,0 J; b) 0,80 s; c) 8,4 m

75 Na figura, tem-se um cilindro de massa 5,0 kg, dotado de um furo, tal que, acoplado à barra vertical indicada, pode deslizar sem atrito ao longo dela. Ligada ao cilindro, existe uma mola de constante elástica igual a $5{,}0 \cdot 10^2$ N/m e comprimento natural de 8,0 cm, cuja outra extremidade está fixada no ponto **O**. Inicialmente, o sistema encontra-se em repouso (posição **A**) quando o cilindro é largado, descendo pela barra e alongando a mola. Calcule o módulo da velocidade do cilindro depois de ter descido 16 cm (posição **B**). Adote nos cálculos $g = 10\ \text{m/s}^2$.



Resolução:

$E_{m_f} = E_{m_i}$

PHR em B:

$\dfrac{m\ v_B^2}{2} + \dfrac{K\ (\Delta x_B)^2}{2} = m \cdot g \cdot h_A + \dfrac{K\ (\Delta x_A)^2}{2}$

$\dfrac{5{,}0\ v_B^2}{2} + \dfrac{5{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}12)^2}{2} = 5{,}0 \cdot 10 \cdot 0{,}16 + \dfrac{5{,}0 \cdot 10^2 \cdot (0{,}040)^2}{2}$

Da qual: $\boxed{v_B \simeq 1{,}4\ \text{m/s}}$

Resposta: $\simeq 1{,}4$ m/s

76 (ITA-SP) Um *bungee-jumper* de 2,0 m de altura e 100 kg de massa pula de uma ponte usando uma *bungee-cord* de 18 m de comprimento quando não alongada, constante elástica de 200 N/m e massa desprezível, amarrada aos seus pés. Na sua descida, a partir da superfície da ponte, a corda atinge a extensão máxima, sem que ele toque nas rochas embaixo. Das opções abaixo, a menor distância entre a superfície da ponte e as rochas é: (Adotar $g = 10\ \text{m/s}^2$.)

a) 26 m. b) 31 m. c) 36 m. d) 41 m. e) 46 m.

Resolução:

Seja **d** a distância pedida e **x** a máxima deformação da corda.

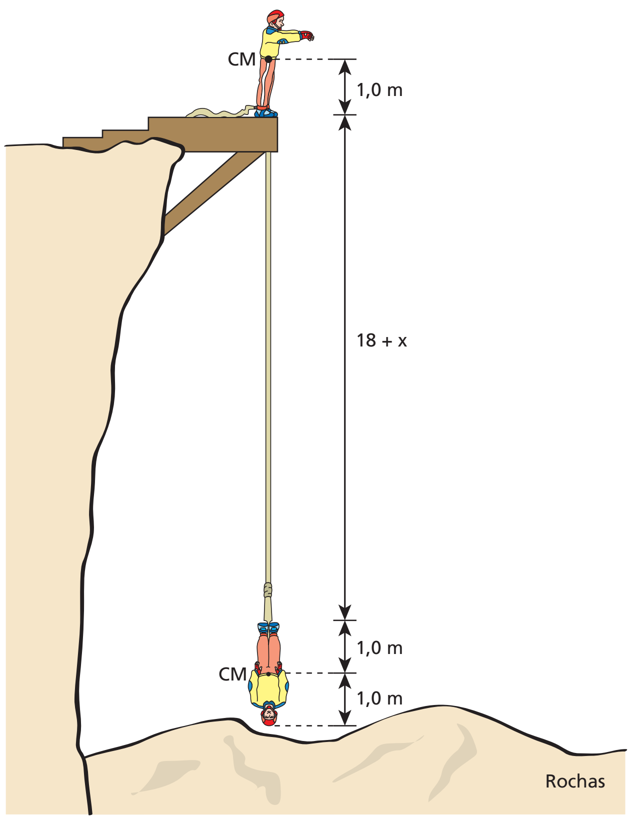
$d = 18 + x + 2{,}0$ (em metros)

$\boxed{d = 20 + x\ \text{(em metros)}}$

$E_{m_f} = E_{m_i}$ (referencial na posição mais baixa do centro de massa do *bungee-jumper*):

$\dfrac{K\ x^2}{2} = m\ g\ h \Rightarrow \dfrac{200\ x^2}{2} = 100 \cdot 10 \cdot (20 + x)$

$x^2 - 10\ x - 200 = 0$



Resolvendo-se a equação:

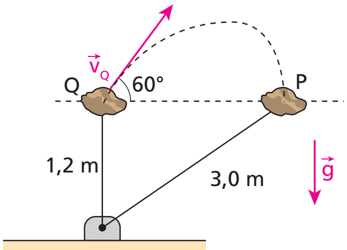
$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 800}}{2}$$

Donde: $\boxed{x = 20\text{ m}}$

Logo: d = 20 + 20 (em metros) $\Rightarrow$ $\boxed{d = 40\text{ m}}$

Resposta: d

77 Uma pedra **Q**, de massa igual a 2,0 kg, está presa a um fio elástico que possui constante elástica $K = 2,0 \cdot 10^2$ N/m. A pedra é projetada com velocidade $\vec{v}_Q$ de módulo 20 m/s, formando um ângulo de 60° com a horizontal. No instante do lançamento, o fio elástico estava esticado de 0,20 m. Desprezando a influência do ar e considerando $g = 10\text{ m/s}^2$, calcule o módulo da velocidade da pedra, em m/s, no instante em que ela atinge a posição **P**.



Resolução:

$$E_{m_P} = E_{m_Q}$$

$$\frac{K\ (\Delta x_P)^2}{2} + \frac{m\ v_P^2}{2} = \frac{K\ (\Delta x_Q)^2}{2} + \frac{m\ v_Q^2}{2}$$

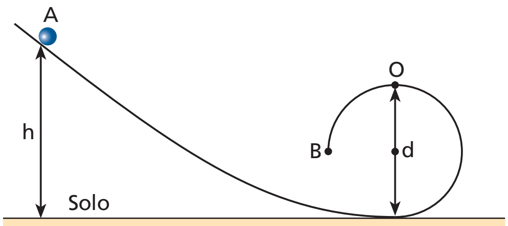
$$200\ (2,0)^2 + 2,0\ v_P^2 = 200\ (0,20)^2 + 2,0 \cdot 20^2$$

$$400 + v_P^2 = 4,0 + 400$$

Da qual: $\boxed{v_p = 2,0\text{ m/s}}$

Resposta: 2,0 m/s

78 Uma partícula, saindo do repouso do ponto **A**, percorre a guia representada no esquema, disposta em um plano vertical:



Sendo **h** a altura do ponto **A** em relação ao solo e **d** o diâmetro do arco de circunferência indicado, calcule o máximo valor admissível à relação d/h para que a partícula consiga chegar ao ponto **B** sem perder o contato com a guia. Despreze os atritos e a resistência do ar.

Resolução:
Ponto O:

$$P = F_{cp} \Rightarrow m\ g = \frac{m\ v_0^2}{\frac{d}{2}} \Rightarrow v_0^2 = \frac{g\ d}{2} \qquad \text{(I)}$$

$E_{m_O} = E_{m_A}$ (referencial em **O**):

$$\frac{m\ v_0^2}{2} = m\ g\ (h - d) \Rightarrow \frac{v_0^2}{2} = g\ (h - d) \qquad \text{(II)}$$

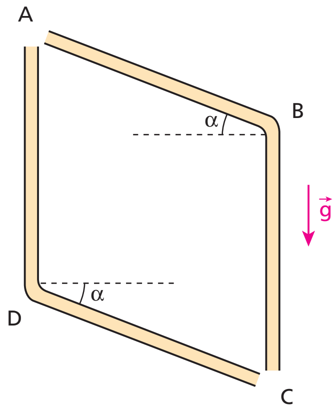
Substituindo (I) em (II):

$$\frac{\frac{g\ d}{2}}{2} = g\ (h - d) \Rightarrow d = 4\ h - 4\ d \Rightarrow 5\ d = 4\ h$$

Donde: $\boxed{\frac{d}{h} = \frac{4}{5}}$

Resposta: $\frac{d}{h} = \frac{4}{5}$

79 Na figura, ABC e ADC são tubos contidos em um mesmo plano vertical. Os segmentos AB, BC, AD e DC têm todos o mesmo comprimento **L**, estando AD e BC posicionados verticalmente.



Uma esfera I parte do repouso de **A**, percorre o tubo ABC e atinge **C** com velocidade de intensidade v_I, gastando um intervalo de tempo Δt_I. Uma outra esfera II também parte do repouso de **A**, percorre o tubo ADC e atinge **C** com velocidade de intensidade v_{II}, gastando um intervalo de tempo Δt_{II}. Despreze todos os atritos e as possíveis dissipações de energia mecânica nas colisões das esferas com as paredes internas dos tubos. Supondo conhecidos o ângulo α e a intensidade da aceleração da gravidade **g**, pede-se:

a) calcular v_I e v_{II};
b) comparar Δt_I com Δt_{II}.

Resolução:

a) Seja **h** o desnível entre **A** e **B** ou entre **D** e **C**.

$h = L \cdot \text{sen}\ \alpha$

Para os dois casos:

$$E_{m_C} = E_{m_A}$$

$$\frac{m\ V^2}{2} = m\ g\ (L + h) \Rightarrow \frac{V^2}{2} = g\ (L + L\ \text{sen}\ \alpha)$$

Logo: $\boxed{V = V_I = V_{II} = \sqrt{2\ g\ L\ (1 + \text{sen}\ \alpha)}}$

b)

$$\left.\begin{aligned} v_m &= \frac{\Delta s}{\Delta t} \\ v_m &= \frac{v_1 + v_2}{2}\ \text{(MUV)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}}$$

$$\frac{L}{\Delta t_{AB}} = \frac{0 + V_B}{2} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{2\ L}{V_B}$$

$$\frac{L}{\Delta t_{BC}} = \frac{V_B + V}{2} \Rightarrow \Delta t_{BC} = \frac{2 \cdot L}{V_B + V}$$

Então:

$$\boxed{\Delta t_I = \frac{2\ L}{V_B} + \frac{2 \cdot L}{V_B + V}}$$

$$\frac{L}{\Delta t_{AD}} = \frac{0 + V_D}{2} \Rightarrow \Delta t_{AD} = \frac{2\ L}{V_D}$$

$$\frac{L}{\Delta t_{DC}} = \frac{V_D + V}{2} \Rightarrow \Delta t_{DC} = \frac{2\ L}{V_D + V}$$

Então:

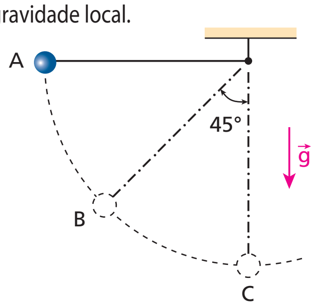
$$\boxed{\Delta t_{II} = \frac{2\ L}{V_D} + \frac{2\ L}{V_D + V}}$$

Nos trechos AB e AD, as distâncias percorridas pelas bolinhas são iguais a **L**. Sendo $a_{AB} = g\ \ \text{sen}\ \alpha$ e $a_{AD} = g$, pode-se inferir pela Equação de Torricelli que $V_D > V_B$. Logo:

$$\boxed{\Delta t_{II} < \Delta t_I}$$

Respostas: a) $V = V_I = V_{II} = \sqrt{2\ g\ L\ (1 + \text{sen}\ \alpha)}$; b) $\Delta t_{II} < \Delta t_I$

80 O pêndulo esquematizado na figura é constituído de uma pequena esfera de massa **m** e de um fio leve e inextensível que pode suportar uma tração máxima de intensidade m g, em que **g** é o módulo da aceleração da gravidade local.



Nas posições **A** e **C**, o fio apresenta-se, respectivamente, na horizontal e na vertical.

Admita que o pêndulo parta do repouso da posição **A**. Desprezando o efeito do ar, você poderá afirmar que:

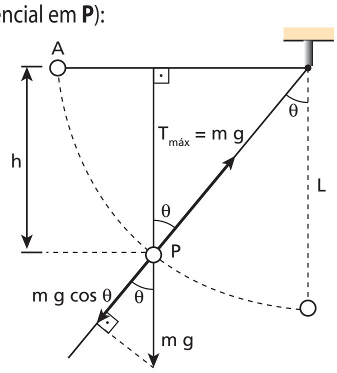
a) o fio se romperá entre as posições **A** e **B**;
b) o fio se romperá na posição **B**;
c) o fio se romperá entre as posições **B** e **C**;
d) o fio se romperá na posição **C**;
e) o pêndulo permanecerá oscilando indefinidamente.

Resolução:

Seja **P** o ponto em que o fio se rompe:

$$\cos\theta = \frac{h}{L} \Rightarrow h = L\ \cos\theta \qquad \text{(I)}$$

$E_{m_P} = E_{m_A}$ (referencial em **P**):



$$\frac{m\ v_P^2}{2} = m\ g\ h \Rightarrow v_P^2 = 2\ g\ h \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II):

$$v_P^2 = 2\ g\ L\ \cos\theta \qquad \text{(III)}$$

Ponto P: $m\ g - m\ g\ \cos\theta = \frac{m\ v_P^2}{L}$

$$g\ (1 - \cos\theta) = \frac{v_P^2}{L} \qquad \text{(IV)}$$

Substituindo (III) em (IV):

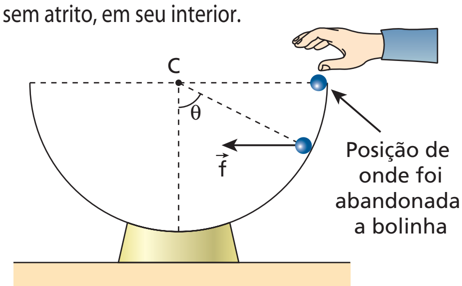
$$g\ (1 - \cos\theta) = \frac{2\ g\ L\ \cos\theta}{L}$$

$$1 - \cos\theta = 2\ \cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{3}$$

Donde: $\boxed{\theta \simeq 70{,}5°}$

Resposta: a

81 (UFRJ) Uma bolinha de gude de dimensões desprezíveis é abandonada, a partir do repouso, na borda de um hemisfério oco e passa a deslizar, sem atrito, em seu interior.



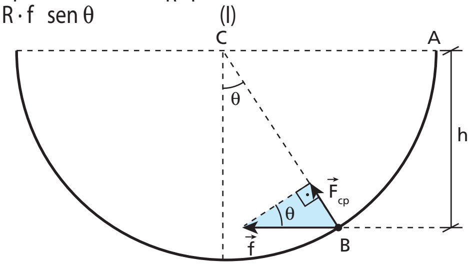
Calcule o ângulo **θ** (expresso por uma função trigonométrica) entre o vetor-posição da bolinha em relação ao centro **C** e a vertical para o qual a força resultante $\vec{f}$ sobre a bolinha é horizontal.

Resolução:

(I) A componente $\vec{f}$ na direção radial ao hemisfério é a resultante centrípeta.

$$\text{sen}\ \theta = \frac{F_{cp}}{f} \Rightarrow \text{sen}\ \theta = \frac{m\ v^2}{R\ f}$$

$$m\ v^2 = R \cdot f\ \text{sen}\ \theta \qquad \text{(I)}$$



Sistema conservativo:

$$E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow \frac{m\ v^2}{2} = m\ g\ h$$

Mas $h = R\ \cos\theta$; logo:

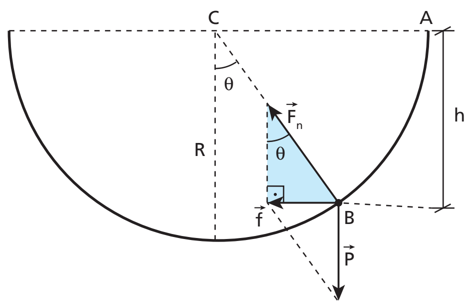
$$m\ v^2 = 2\ m\ g\ R\ \cos\theta \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II):

$$R\ f\ \text{sen}\ \theta = 2\ m\ g\ R\ \cos\theta$$

$$f\ \text{tg}\ \theta = 2\ m\ g \qquad \text{(III)}$$

(III)



Donde:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{f}{P} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = \frac{f}{m\ g}$$

Onde: $f = m \cdot g \cdot tg\,\theta$ (IV)

Substituindo (IV) em (III):

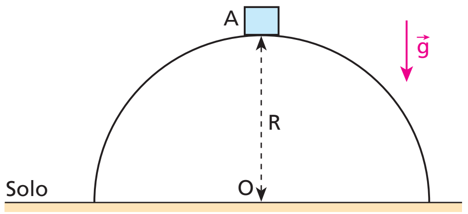
$m \cdot g \cdot tg\,\theta \cdot tg\,\theta = 2 \cdot m \cdot g$

$tg^2\,\theta = 2$

$$\boxed{tg\,\theta = \sqrt{2}}$$

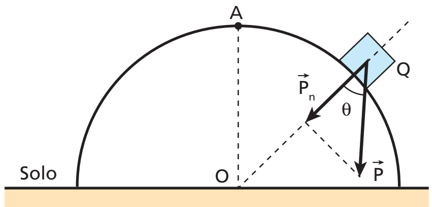
Resposta: $tg\,\theta = \sqrt{2}$

82 Um pequeno bloco de gelo parte do repouso do ponto **A** da superfície hemisférica representada na figura e desce sem sofrer ação de atritos ou da resistência do ar:



Sendo **R** o raio do hemisfério, calcule a que altura **h** do solo o bloco perde o contato com a superfície, passando a se mover sob a ação exclusiva da gravidade $\vec{g}$.

Resolução:



Ponto Q: $P_n = F_{cp}$

$m \cdot g \cdot \cos\theta = \dfrac{m \cdot v^2}{R}$

$v^2 = g \cdot R \cdot \cos\theta \Rightarrow v^2 = g \cdot h$ (I)

$E_{m_A} = E_{m_Q}$ (referencial no solo):

$m \cdot g \cdot R = \dfrac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h \Rightarrow g \cdot R = \dfrac{v^2}{2} + g \cdot h$ (II)

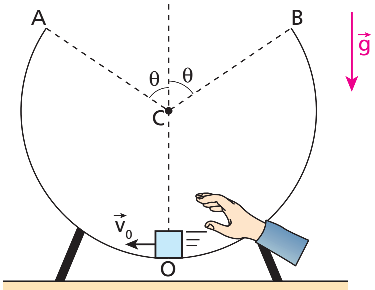
Substituindo (I) em (II), vem:

$g \cdot R = \dfrac{g \cdot h}{2} + g \cdot h \Rightarrow \boxed{h = \dfrac{2}{3} \cdot R}$

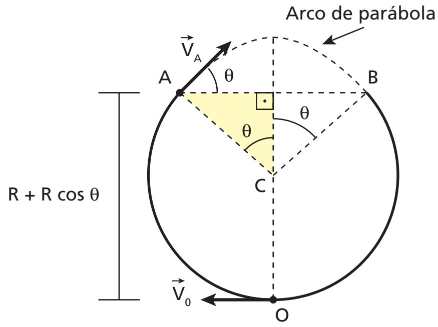
Resposta: $h = \dfrac{2}{3} \cdot R$

83 (Olimpíada Brasileira de Física) Considere um trilho envergado em forma de arco de circunferência com raio igual a **R** instalado verticalmente, como representa a figura. No local, a aceleração da gravidade tem módulo **g** e a resistência do ar é desprezível.

Supondo-se conhecido o ângulo **θ**, qual deve ser a intensidade da velocidade $\vec{V}_0$ com que se deve lançar um pequeno objeto do ponto **O**, o mais baixo do trilho, para que ele possa deslizar livremente saltando da extremidade **A** para a extremidade **B**, executando assim um movimento periódico?



Resolução:



(I) Do movimento balístico, o alcance horizontal pode ser calculado por:

$AB = \dfrac{V_A^2 \cdot sen\,2\theta}{g}$ ou

$AB = \dfrac{V_A^2 \cdot 2 \cdot sen\,\theta \cdot \cos\theta}{g}$ (I)

(II) Partindo-se do triângulo retângulo destacado, conclui-se que:

$AB = 2 \cdot R \cdot sen\,\theta$ (II)

Comparando-se (I) e (II):

$\dfrac{V_A^2 \cdot 2 \cdot sen\,\theta \cdot \cos\theta}{g} = 2 \cdot R \cdot sen\,\theta$

onde: $v_A^2 = \dfrac{g \cdot R}{\cos\theta}$ (III)

(III) **Sistema conservativo:**

$E_{m_O} = E_{m_A}$

PHR em O: $\dfrac{m \cdot V_0^2}{2} = \dfrac{m \cdot V_A^2}{2} + m \cdot g \cdot (R + R \cdot \cos\theta)$

$V_0^2 = V_A^2 + 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos\theta)$ (IV)

(III) em (IV): $V_0^2 = \dfrac{g \cdot R}{\cos\theta} + 2 \cdot g \cdot R \cdot (1 + \cos\theta)$

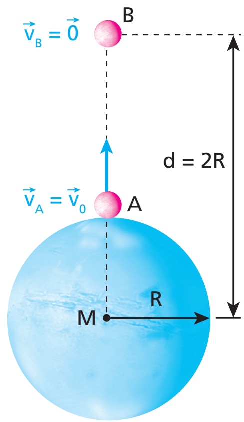
$$\boxed{V_0 = \sqrt{g \cdot R \cdot \left[\dfrac{1}{\cos\theta} + 2 \cdot (1 + \cos\theta)\right]}}$$

Resposta: $V_0 = \sqrt{g \cdot R \cdot \left[\dfrac{1}{\cos\theta} + 2 \cdot (1 + \cos\theta)\right]}$

84 E.R. Um artefato espacial sem propulsão, lançado verticalmente da superfície de um planeta de massa **M** e raio **R**, atinge uma altura máxima igual a **R**. Supondo que o planeta seja isolado, estacionário e sem atmosfera, calcule a intensidade da velocidade de lançamento do artefato. Considere conhecida a Constante da Gravitação **G**.

Resolução:

Sistema conservativo:



$E_{m_A} = E_{m_B}$

$\dfrac{m\,v_0^2}{2} - G\dfrac{M\,m}{R} = -G\dfrac{M\,m}{2R}$

$\dfrac{v_0^2}{2} = G\dfrac{M}{R} - G\dfrac{M}{2R}$

Donde: $\boxed{v_0 = \sqrt{\dfrac{G\,M}{R}}}$

85 Um corpo, lançado verticalmente da superfície da Terra (massa **M** e raio **R**), atinge uma altura máxima igual ao triplo do raio terrestre. Supondo a Terra estacionária no espaço, calcule a intensidade da velocidade de lançamento do corpo. Considere conhecida a Constante da Gravitação **G** e admita que, durante o movimento, a única força que age no corpo seja a gravitacional exercida pela Terra.

Resolução:

$$E_{m_i} = E_{m_f} \Rightarrow \frac{m\;v_i^2}{2} - G\,\frac{M\;m}{R} = -G\,\frac{M\;m}{4\;R}$$

$$\boxed{v_i = \sqrt{\frac{3\;G\;M}{2\cdot R}}}$$

Resposta: $\sqrt{\frac{3\;G\;M}{2\cdot R}}$

86 (Puccamp-SP) Calcular o módulo da velocidade que adquiriria um corpo se, partindo do repouso de um ponto **B**, infinitamente afastado, caísse livremente na superfície da Terra, num ponto **A**. Despreze todos os movimentos da Terra (raio igual a $6{,}4\cdot10^6$ m), a influência do ar e adote a aceleração da gravidade na superfície do planeta igual a 10 m/s^2.

Resolução:

$$E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{m\;v_A^2}{2} - G\,\frac{M\;m}{R} = 0$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2\;G\;M}{R}} = \sqrt{2\;R\;\frac{G\;M}{R^2}} = \sqrt{2\;R\;g_0}$$

$$v_A = \sqrt{2\cdot 6{,}4\cdot10^6\cdot 10}\ \text{(m/s)}$$

$$\boxed{v_A \simeq 11{,}3\cdot10^3\ \text{m/s} = 11{,}3\ \text{km/s}}$$

Resposta: 11,3 km/s

87 (UFG-GO) Um satélite, lançado da superfície da Terra, é destinado a permanecer em órbita terrestre a uma altura **R**. Supondo que a energia mecânica do satélite seja conservada, que **R** seja o raio da Terra e **g** a aceleração da gravidade em sua superfície, podemos afirmar que o módulo da velocidade de lançamento é:

a) $\left[\frac{3}{2}Rg\right]^{\frac{1}{2}}$.
b) $\left[2gR\right]^{\frac{1}{2}}$.
c) $\left[\frac{2}{3}gR\right]^{\frac{1}{2}}$.
d) $\left[3gR\right]^{\frac{1}{2}}$.
e) $\left[\frac{1}{2}gR\right]^{\frac{1}{2}}$.

Resolução:

$$E_{m_i} = E_{m_f} \Rightarrow \frac{m\;v_0^2}{2} - G\,\frac{M\;m}{R} = \frac{m\;v^2}{2} - G\,\frac{M\;m}{2\;R}$$

$$v_0 = \left[v^2 + G\,\frac{M}{R}\right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow v_0 = [v^2 + R\;g]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(I)}$$

$$F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M\;m}{(2\;R)^2} = \frac{m\;v^2}{2\;R} \Rightarrow v^2 = \frac{G\;M}{2\;R}$$

$$v^2 = \frac{R}{2}\,\frac{G\;M}{R^2} \Rightarrow v^2 = \frac{R\;g}{2} \qquad \text{(II)}$$

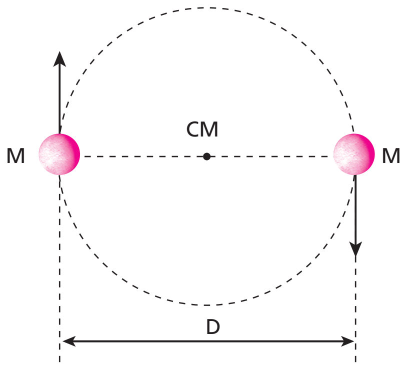
Substituindo (II) em (I):

$$v_0 = \left[\frac{R\;g}{2} + R\;g\right]^{\frac{1}{2}}$$

Donde: $\boxed{v_0 = \left[\frac{3}{2}\;R\;g\right]^{\frac{1}{2}}}$

Resposta: a

88 Na figura, dois corpos celestes de massas iguais a **M**, com centros de massa separados por uma distância **D**, descrevem movimento circular e uniforme em torno do centro de massa (CM) do sistema. As únicas forças a serem consideradas são as de atração gravitacional trocadas entre os dois corpos.



Sendo **G** a Constante da Gravitação, calcule:

a) a energia cinética de um dos corpos em relação ao centro de massa do sistema;

b) a energia de ligação entre os dois corpos. Considere nula a energia potencial gravitacional no caso de a distância entre os dois corpos ser infinita.

Resolução:

a) $F = F_{cp} \Rightarrow G\,\frac{M^2}{D^2} = \frac{M\;v^2}{\frac{D}{2}} \Rightarrow M\;v^2 = \frac{G\;M^2}{2\;D}$

$$\frac{m\;v^2}{2} = \frac{G\;M^2}{4\;D}$$

Logo: $\boxed{E_C = \frac{G\;M^2}{4\;D}}$

b) A energia de ligação correspondente à energia mecânica total do sistema.

$$E_{lig} = E_{m_{sist}}$$

$$E_{lig} = (E_C + E_p)_{sist}$$

$$E_{lig} = 2\;\frac{G\;M^2}{4\;D} - G\;\frac{M^2}{D}$$

Donde: $\boxed{E_{lig} = -\frac{G\;M^2}{2\;D}}$

Nota: O módulo de E_{lig} é igual ao trabalho requerido pelo sistema para parar os dois corpos e separá-los por uma distância infinita.

Respostas: a) $\frac{G\;M^2}{4\;D}$; b) $-\frac{G\;M^2}{2\;D}$

Tópico 8

1 Um ciclista, juntamente com sua bicicleta, tem massa de 80 kg. Partindo do repouso de um ponto do velódromo, ele acelera com aceleração escalar constante de 1,0 m/s². Calcule o módulo da quantidade de movimento do sistema ciclista-bicicleta decorridos 20 s da partida.

Resolução:

(I) **MUV:** $v = v_0 + \alpha t$

$v = 1{,}0 \cdot 20\ (\text{m/s}) \Rightarrow \boxed{v = 20\ \text{m/s}}$

(II) $Q = m\,v$

$Q = 80 \cdot 20 \left(\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$

$\boxed{Q = 1{,}6 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Resposta: $1{,}6 \cdot 10^3\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2 Considere duas partículas **A** e **B** em movimento com quantidades de movimento constantes e iguais. É necessariamente correto que:

a) as trajetórias de **A** e **B** são retas divergentes.
b) as velocidades de **A** e **B** são iguais.
c) as energias cinéticas de **A** e **B** são iguais.
d) se a massa de **A** for o dobro da de **B**, então, o módulo da velocidade de **A** será metade do de **B**.
e) se a massa de **A** for o dobro da de **B**, então, o módulo da velocidade de **A** será o dobro do de **B**.

Resolução:

a) Incorreta.
Se $\vec{Q}_A$ e $\vec{Q}_B$ são constantes e iguais, os movimentos das partículas **A** e **B** ocorrem em retas paralelas, no mesmo sentido.

b) Incorreta.
Isso só ocorre no caso particular em que $m_A = m_B$.

c) Incorreta.
Isso também só ocorre no caso particular em que $m_A = m_B$.

d) Correta.
$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A\,v_A = m_B\,v_B$
Se $m_A = 2m_B$:
$2m_B\,v_A = m_B\,v_B \Rightarrow \boxed{v_A = \frac{v_B}{2}}$

Resposta: d

3 **E.R.** Uma partícula de massa 8,0 kg desloca-se em trajetória retilínea, quando lhe é aplicada, no sentido do movimento, uma força resultante de intensidade 20 N. Sabendo que no instante de aplicação da força a velocidade da partícula valia 5,0 m/s, determine:

a) o módulo do impulso comunicado à partícula, durante 10 s de aplicação da força;
b) o módulo da velocidade da partícula ao fim do intervalo de tempo referido no item anterior.

Resolução:

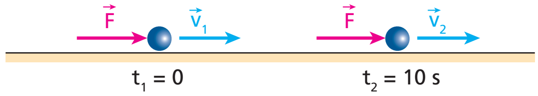
a) A intensidade do impulso da força referida no enunciado, suposta constante, é calculada por:

$$I = F\,\Delta t$$

Sendo $F = 20$ N e $\Delta t = 10$ s, calculemos **I**:

$$I = 20 \cdot 10\ (\text{N} \cdot \text{s}) \Rightarrow \boxed{I = 2{,}0 \cdot 10^2\ \text{N} \cdot \text{s}}$$

b) A força aplicada na partícula é a resultante. Por isso, o impulso exercido por ela deve ser igual à variação da quantidade de movimento da partícula (**Teorema do Impulso**):



$$I = \Delta Q \Rightarrow I = Q_2 - Q_1$$

$$I = m\,v_2 - m\,v_1 \Rightarrow I = m\,(v_2 - v_1)$$

Sendo $I = 2{,}0 \cdot 10^2$ N · s, $m = 8{,}0$ kg e $v_1 = 5{,}0$ m/s, calculemos v_2:

$$2{,}0 \cdot 10^2 = 8{,}0 \cdot (v_2 - 5{,}0) \Rightarrow \boxed{v_2 = 30\ \text{m/s}}$$

4 Uma bola de bilhar de massa 0,15 kg, inicialmente em repouso, recebeu uma tacada numa direção paralela ao plano da mesa, o que lhe imprimiu uma velocidade de módulo 4,0 m/s. Sabendo que a interação do taco com a bola durou $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ s, calcule:

a) a intensidade média da força comunicada pelo taco à bola;
b) a distância percorrida pela bola, enquanto em contato com o taco.

Resolução:

a) **Teorema do Impulso:**

$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}_m\ \Delta t = m\ \Delta\vec{V}$

$|\vec{F}_m| \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-2} = 0{,}15 \cdot 4{,}0$

Aonde: $\boxed{|\vec{F}_m| = 60\ \text{N}}$

b) **Teorema da Energia Cinética:**

$\tau = \Delta E_c \Rightarrow F_m\,d = \frac{m\,v^2}{2}$

$60\,d = \frac{0{,}15\,(4{,}0)^2}{2}$

Donde: $\boxed{d = 0{,}02\ \text{m} = 2{,}0\ \text{cm}}$

Respostas: a) 60 N ; b) 2,0 cm

5 (Cefet-MG) Um corpo de massa m = 10 kg se movimenta sobre uma superfície horizontal perfeitamente polida, com velocidade escalar $v_0 = 4{,}0$ m/s, quando uma força constante de intensidade igual a 10 N passa a agir sobre ele na mesma direção do movimento, porém em sentido oposto. Sabendo que a influência do ar é desprezível e que quando a força deixa de atuar a velocidade escalar do corpo é $v = -10$ m/s, determine o intervalo de tempo de atuação da força.

Resolução:

Teorema do Impulso:

$I = m\,v - m\,v_0$

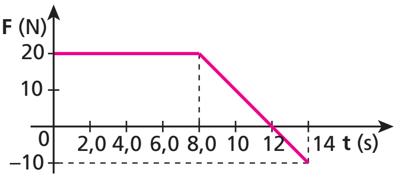
$F\Delta t = m\,(v - v_0)$

$-10\Delta t = 10\,(-10 - 4{,}0)$

$\boxed{\Delta t = 14\ \text{s}}$

Resposta: 14 s

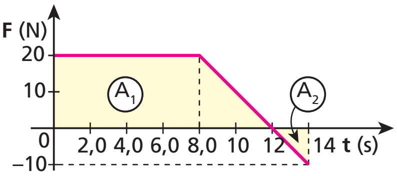
6 E.R. Um corpo de massa 38 kg percorre um eixo orientado com velocidade escalar igual a 15 m/s. No instante $t_0 = 0$, aplica-se sobre ele uma força resultante cujo valor algébrico varia em função do tempo, conforme o gráfico seguinte:



Admitindo que a força seja paralela ao eixo, calcule a velocidade escalar do corpo no instante t = 14 s.

Resolução:

Determinemos, inicialmente, o valor algébrico do impulso que a força resultante comunica ao corpo de $t_0 = 0$ a $t = 14$ s. Isso pode ser feito calculando-se a "área" destacada no diagrama a seguir:



$$I = A_1 + A_2 = \frac{(12 + 8,0) \cdot 20}{2} + \frac{2,0 \cdot (-10)}{2}$$

$$I = 190 \text{ N} \cdot \text{s}$$

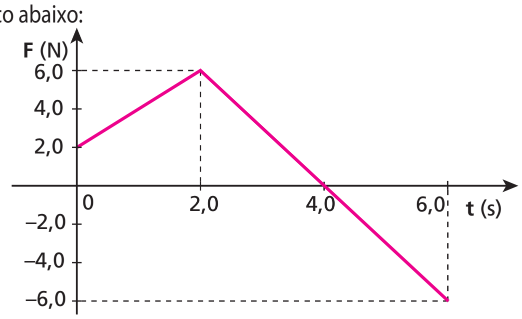
Aplicando ao corpo o **Teorema do Impulso**, vem:

$$I = Q_{14} - Q_0 = m\,v_{14} - m\,v_0$$

Sendo $I = 190$ N · s, m = 38 kg e $v_0 = 15$ m/s, calculemos v_{14}, que é a velocidade escalar da partícula no instante t = 14 s:

$$190 = 38 \cdot (v_{14} - 15) \Rightarrow \boxed{v_{14} = 20 \text{ m/s}}$$

7 Um carrinho de massa 2,0 kg encontra-se inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. A partir do instante $t_0 = 0$, passa a agir sobre ele uma força $\vec{F}$ de direção constante, paralela ao plano, cujo valor algébrico é dado em função do tempo, conforme o gráfico abaixo:



Desprezando a influência do ar, determine as velocidades escalares do carrinho nos instantes $t_1 = 2,0$ s, $t_2 = 4,0$ s e $t_3 = 6,0$ s.

Resolução:

$\boxed{I \simeq (\text{ÁREA})\, F \times t}$ e $\boxed{I = mv - mv_0}$

(I) $$I_{0 \to 2,0} = \frac{(6,0 + 2,0)2,0}{2} = 8,0 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$I_{0 \to 2,0} = m\,v_{2,0} - m\,v_0$$

$$8,0 = 2,0\,v_{2,0} \Rightarrow \boxed{v_{2,0} = 4,0 \text{ m/s}}$$

(II) $$I_{0 \to 4,0} = 8,0 + \frac{2,0 \cdot 6,0}{2} = 14 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$I_{0 \to 4,0} = m\,v_{4,0} - m\,v_0$$

$$14 = 2,0\,v_{4,0} \Rightarrow \boxed{v_{4,0} = 7,0 \text{ m/s}}$$

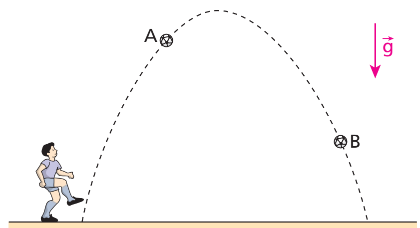
(III) $$I_{0 \to 6,0} = 14 + \frac{2,0\,(-6,0)}{2} = 8,0 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$I_{0 \to 6,0} = m\,v_{6,0} - m\,v_0$$

$$8,0 = 2,0\,v_{6,0} \Rightarrow \boxed{v_{6,0} = 4,0 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 4,0 m/s ; 7,0 m/s e 4,0 m/s

8 Um garoto chuta uma bola e esta descreve uma trajetória parabólica, como representa a figura, sob a ação exclusiva do campo gravitacional, considerado uniforme:



Indique a alternativa cuja seta melhor representa a variação da quantidade de movimento da bola entre os pontos **A** e **B**:

a) ⟶

b) ⟵

c) ↑

d) ↓

e) Faltam dados para uma conclusão possível.

Resolução:

Teorema do Impulso:

$\Delta\vec{Q} = \vec{I} \Rightarrow \Delta\vec{Q} = \vec{P}\,\Delta t$

Sendo Δt um escalar positivo, $\Delta\vec{Q}$ e $\vec{P}$ terão a mesma direção e sentido (verticais para baixo).

Resposta: d

9 Uma partícula percorre certa trajetória em movimento uniforme.

a) Podemos afirmar que a energia cinética da partícula é constante?
b) Podemos afirmar que a quantidade de movimento da partícula é constante?

Resolução:

a) **Sim**. A energia cinética (grandeza escalar) é constante em qualquer movimento uniforme.
b) **Não**. A quantidade de movimento (grandeza vetorial) só será constante se o movimento uniforme ocorrer em trajetória retilínea.

Respostas: a) Sim; b) Não

10 (Ufam) Um menino faz girar uma pedra presa a uma haste rígida e de massa desprezível de maneira que ela descreva um movimento circular uniforme num plano vertical, num local onde a aceleração da gravidade é constante. Sobre esse movimento, considere as seguintes grandezas relacionadas com a pedra:

I. Quantidade de movimento.
II. Energia potencial de gravidade.
III. Energia cinética.
IV. Peso

Dentre essas grandezas, as que variam, enquanto a pedra realiza seu movimento, são:

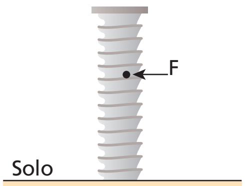
a) apenas I e IV.
b) apenas I e II.
c) apenas II e III.
d) apenas III e IV.
e) apenas I e III.

Resolução:

I. A quantidade de movimento ($\vec{Q} = m\,\vec{v}$) é variável, pois, embora tenha intensidade constante, varia em direção ao longo da trajetória.
II. A energia potencial de gravidade ($E_p = m\,g\,h$) é variável, já que **h** é variável.
III. A energia cinética $\left(E_c = \frac{m\,v^2}{2}\right)$ é constante, uma vez que o movimento é uniforme.
IV. O peso ($\vec{P} = m\,\vec{g}$) é constante.

Resposta: b

11 Uma formiga **F** sobe com velocidade escalar constante a "rosca" de um grande parafuso, colocado de pé sobre um solo plano e horizontal, como indica a figura. Em relação a um referencial no solo, podemos afirmar que:



a) as energias cinética e potencial de gravidade da formiga permanecem constantes.
b) a energia cinética e a quantidade de movimento da formiga permanecem constantes.
c) a energia cinética da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.
d) a quantidade de movimento da formiga permanece constante, mas sua energia potencial de gravidade aumenta.
e) a energia mecânica total da formiga permanece constante.

Resolução:

• **Energia cinética:** constante
• **Energia potencial de gravidade:** crescente
• **Quantidade de movimento:** variável (em direção)
• **Energia mecânica:** crescente

Resposta: c

12 Considere duas partículas **A** e **B** em movimento com energias cinéticas constantes e iguais. É necessariamente correto que:

a) as trajetórias de **A** e **B** são retas paralelas.
b) as velocidades de **A** e **B** têm módulos iguais.
c) as quantidades de movimento de **A** e **B** têm módulos iguais.
d) se a massa de **A** for o quádruplo da de **B**, então o módulo da quantidade de movimento de **A** será o quádruplo do de **B**.
e) se a massa de **A** for o quádruplo da de **B**, então o módulo da quantidade de movimento de **A** será o dobro do de **B**.

Resolução:

$$\boxed{E_c = \frac{Q^2}{2\,m}}$$

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{Q_A^2}{2m_A} = \frac{Q_B^2}{2m_B}$$

Se $m_A = 4\,m_B$:

$$\left(\frac{Q_A}{Q_B}\right)^2 = \frac{m_A}{m_B} = \frac{4m_B}{m_B} = 4$$

Donde: $\boxed{Q_A = 2Q_B}$

Resposta: e

13 A um pequeno bloco que se encontra inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal e lisa aplica-se uma força constante, paralela à mesa, que lhe comunica uma aceleração de 5,0 m/s². Observa-se, então, que, 4,0 s após a aplicação da força, a quantidade de movimento do bloco vale 40 kg m/s. Calcule, desprezando o efeito do ar, o trabalho da força referida desde sua aplicação até o instante t = 4,0 s.

Resolução:

(I) $I = \Delta Q \Rightarrow F\ \Delta t = Q - Q_0$

$F\ 4{,}0 = 40 \Rightarrow \boxed{F = 10\ N}$

(II) $F = m \cdot a \Rightarrow 10 = m\ 5{,}0 \Rightarrow \boxed{m = 2{,}0\ kg}$

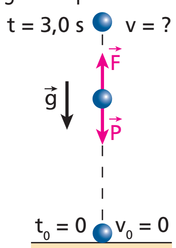
(III) $\tau = E_C - E_{C_0} \Rightarrow \tau = \frac{Q^2}{2\ m} = \frac{(40)^2}{2 \cdot 2{,}0}\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau = 4{,}0 \cdot 10^2\ J}$

Resposta: $4{,}0 \cdot 10^2$ J

14 E.R. Uma partícula de massa igual a 2,0 kg, inicialmente em repouso sobre o solo, é puxada verticalmente para cima por uma força constante $\vec{F}$, de intensidade 30 N, durante 3,0 s. Adotando g = 10 m/s² e desprezando a resistência do ar, calcule a intensidade da velocidade da partícula no fim do citado intervalo de tempo.

Resolução:

Apenas duas forças agem na partícula: $\vec{F}$ e $\vec{P}$ (peso).



Aplicando o **Teorema do Impulso**, temos:

$$\vec{I}_{total} = \vec{Q} - \vec{Q}_0$$

$$\vec{I}_{(\vec{F})} + \vec{I}_{(\vec{P})} = \vec{Q} - \vec{Q}_0$$

Algebricamente:

$$F\,\Delta t - m\,g\,\Delta t = m\,v - m\,v_0$$

Sendo F = 30 N, Δt = 3,0 s, m = 2,0 kg, g = 10 m/s² e $v_0 = 0$, calculemos o valor de **v**:

$$30 \cdot 3{,}0 - 2{,}0 \cdot 10 \cdot 3{,}0 = 2{,}0\,v$$

$$\boxed{v = 15\ m/s}$$

Nota:

• Este problema também poderia ser resolvido aplicando-se a **2ª Lei de Newton**.

15 (Unicamp-SP) As histórias de super-heróis estão sempre repletas de feitos incríveis. Um desses feitos é o salvamento, no último segundo, da mocinha que cai de uma grande altura. Considere a situação em que a desafortunada garota caia, a partir do repouso, de uma altura de 81 m e que nosso super-herói a intercepte 1,0 m antes de ela chegar ao solo, demorando $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ s para detê-la, isto é, para anular sua velocidade vertical. Considere que a massa da mocinha é de 50 kg e despreze a influência do ar.

a) Calcule a força média aplicada pelo super-herói sobre a mocinha para detê-la. Adote g = 10 m/s².

b) Uma aceleração 8 vezes maior que a da gravidade (8 g) é letal para um ser humano. Determine quantas vezes a aceleração à qual a mocinha foi submetida é maior que a aceleração letal.

Resolução:

a) **MUV:** $v^2 = v_0^2 + 2\ \alpha\ \Delta s$

$v^2 = 2 \cdot 10 \cdot 80 \Rightarrow v = 40$ m/s

$I_{total} = Q_f - Q_i \Rightarrow -(F - m\ \ g)\ \Delta t = 0 - m\ \ v$

$(F - 50 \cdot 10) \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 40$

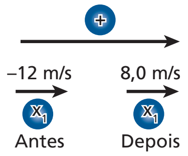
Donde: $\boxed{F = 40{,}5\text{ kN}}$

b) **MUV:** $\alpha = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = -\dfrac{40}{5{,}0 \cdot 10^{-2}} = -800$ m/s²

$|\alpha| = 10 \cdot 80$ m/s² $\Rightarrow \boxed{|\alpha| = 10\ \ a_{letal}}$

Respostas: a) 40,5 kN; b) 10 vezes

16 Uma bola de massa igual a 40 g, ao chegar ao local em que se encontra um tenista, tem velocidade horizontal de módulo 12 m/s. A bola é golpeada pela raquete do atleta, com a qual interage durante $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s, retornando horizontalmente em sentido oposto ao do movimento inicial. Supondo que a bola abandone a raquete com velocidade de módulo 8,0 m/s, calcule a intensidade média da força que a raquete exerce sobre a bola.



Resolução:

Teorema do Impulso:

$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}_m \cdot \Delta t = m\ \ \vec{v}_2 - m\ \ \vec{v}_1$

$\vec{F}_n\ \Delta t = m\ (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

Como o movimento da bola ocorre exclusivamente em uma única direção (horizontal), a equação acima pode ser reduzida a uma equação algébrica, a exemplo do que fazemos a seguir:

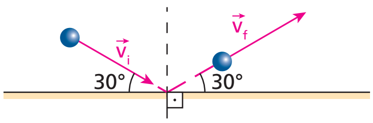
$F_m \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-2} = 40 \cdot 10^{-3}\ \ [8{,}0 - (-12)]$

$F_m = 2{,}0 \cdot 10^{-2} = 40 \cdot 10^{-3} \cdot 20$

Donde: $\boxed{F_m = 40\text{ N}}$

Resposta: 40 N

17 E.R. Uma bola de tênis de massa **m** é lançada contra o solo, com o qual interage, refletindo-se em seguida sem perdas de energia cinética. O esquema abaixo representa o evento:



Sabendo que $|\vec{v}_i| = V$ e que a interação tem duração Δt, calcule a intensidade média da força que o solo exerce na bola.

Resolução:

Como não há perdas de energia cinética, temos:

$$|\vec{v}_i| = |\vec{v}_f| = V$$

Aplicando à bola o **Teorema do Impulso**, vem:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{I} = m\,\Delta\vec{v}\quad \text{(I)}$$

Mas:

$$\vec{I} = \vec{F}_m\,\Delta t\quad \text{(II)}$$

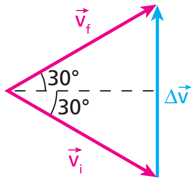
Comparando (I) e (II), segue que:

$$\vec{F}_m\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} \Rightarrow \vec{F}_m = \frac{m\,\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

Em módulo:

$$|\vec{F}_m| = \frac{m\,|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$$

Com base no diagrama vetorial abaixo, determinamos $|\Delta\vec{v}|$:



$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$$

O triângulo formado pelos vetores é equilátero, o que permite escrever:

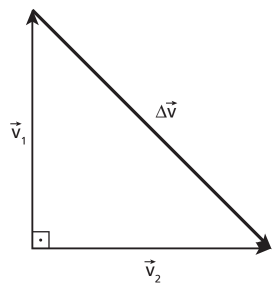
$$|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_i| = |\vec{v}_f| = V$$

Assim, finalmente, calculamos $|\vec{F}_m|$:

$$\boxed{|\vec{F}_m| = \frac{m\,V}{\Delta t}}$$

18 Considere um carro de massa igual a $8{,}0 \cdot 10^2$ kg que entra em uma curva com velocidade $\vec{v}_1$ de intensidade 54 km/h e sai dessa mesma curva com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade 72 km/h. Sabendo que $\vec{v}_2$ é perpendicular a $\vec{v}_1$, calcule a intensidade do impulso total (da força resultante) comunicado ao carro.

Resolução:



$\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{I} = m\ \ \Delta\vec{v} \Rightarrow |\vec{I}| = m \cdot |\Delta\vec{v}|$

$(\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1)$

Teorema de Pitágoras:

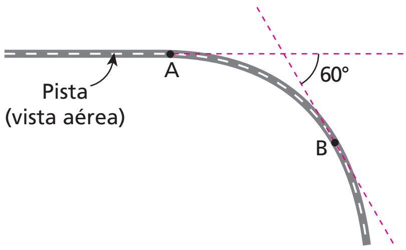
$|\Delta\vec{v}|^2 = (15)^2 + (20)^2 \Rightarrow \boxed{|\Delta\vec{v}| = 25\text{ m/s}}$

Logo: $|\vec{I}| = 8{,}0 \cdot 10^2 \cdot 25$ (N · s)

$\boxed{|\vec{I}| = 2{,}0 \cdot 10^4\text{ N} \cdot \text{s}}$

Resposta: $2{,}0 \cdot 10^4$ N · s

19 Um carro de massa igual a 1,0 tonelada percorre uma pista como a esquematizada na figura, deslocando-se do ponto **A** ao ponto **B** em movimento uniforme, com velocidade de intensidade igual a 90 km/h.



Sabendo que o comprimento do trecho AB é igual a 500 m, calcule:

a) o intervalo de tempo gasto pelo carro no percurso de **A** até **B**;

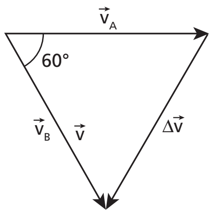
b) a intensidade da força capaz de provocar a variação de quantidade de movimento sofrida pelo carro de **A** até **B**.

Resolução:

a) **MU:** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \frac{90}{3,6} = \frac{500}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20 \text{ s}}$

b) $\vec{I} = \Delta\vec{Q} \Rightarrow \vec{F}\ \Delta t = m\ \Delta\vec{v}$

$|\vec{F}| = \frac{m\ |\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$



O triângulo ao lado é **equilátero**; logo:

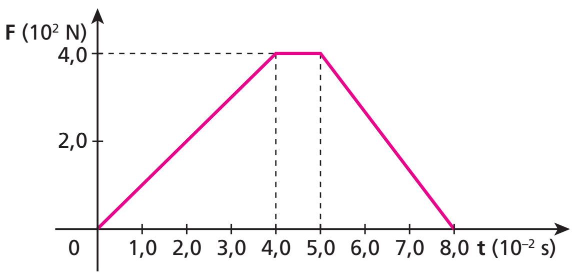
$|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_A| = |\vec{v}_B| = 25$ m/s

Assim:

$|\vec{F}| = \frac{1\,000 \cdot 25}{20}$ (N) $\Rightarrow \boxed{|\vec{F}| = 1\,250 \text{ N}}$

Respostas: a) 20 s; b) 1 250 N

20 Ao cobrar uma falta, um jogador de futebol chuta uma bola de massa igual a $4,5 \cdot 10^2$ g. No lance, seu pé comunica à bola uma força resultante de direção constante, cuja intensidade varia com o tempo, conforme o seguinte gráfico:



Sabendo que em $t_0 = 0$ (início do chute) a bola estava em repouso, calcule:

a) o módulo da quantidade de movimento da bola no instante $t_1 = 8,0 \cdot 10^{-2}$ s (fim do chute);

b) o trabalho realizado pela força que o pé do jogador exerce na bola.

Resolução:

a) $I \simeq$ (ÁREA) f × t

$I = \frac{(8,0 + 1,0)\ 10^{-2} \cdot 4,0 \cdot 10^2}{2} = 18 \text{ N} \cdot \text{s}$

Teorema do Impulso:

$\Delta Q = I \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 18 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

b) **Teorema da Energia Cinética:**

$\tau = \frac{Q^2}{2m} - \frac{Q_0^2}{2m}$

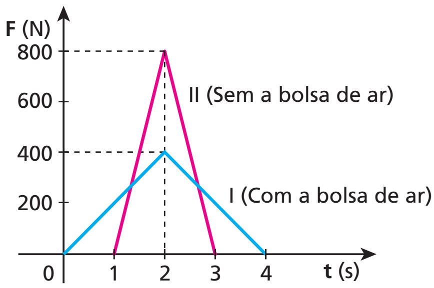
$\tau = \frac{(18)^2}{2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-1}}$ (J)

$\boxed{\tau = 360 \text{ J} = 3,6 \cdot 10^2 \text{ J}}$

Respostas: a) $18 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$; b) $3,6 \cdot 10^2$ J

21 (UFRN) Alguns automóveis dispõem de um eficiente sistema de proteção para o motorista, que consiste de uma bolsa inflável de ar. Essa bolsa é automaticamente inflada, do centro do volante, quando o automóvel sofre uma desaceleração súbita, de modo que a cabeça e o tórax do motorista, em vez de colidirem com o volante, colidem com ela.

A figura a seguir mostra dois gráficos da variação temporal da intensidade da força que age sobre a cabeça de um boneco que foi colocado no lugar do motorista. Os dois gráficos foram registrados em duas colisões de testes de segurança. A única diferença entre essas colisões é que, na colisão I, se usou a bolsa e, na colisão II, ela não foi usada.



Da análise desses gráficos, indique a alternativa que melhor conclui a explicação para o sucesso da bolsa como equipamento de proteção:

a) A bolsa diminui o intervalo de tempo da desaceleração da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.

b) A bolsa aumenta o intervalo de tempo da desaceleração da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.

c) A bolsa diminui o módulo do impulso total transferido para a cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força máxima que atua sobre a cabeça.

d) A bolsa diminui a variação total do momento linear da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.

e) A bolsa aumenta a variação total do momento linear da cabeça do motorista, diminuindo, portanto, a intensidade da força média que atua sobre a cabeça.

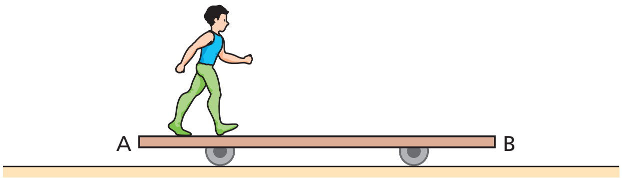
Resolução:

Nos dois casos, o impulso de retardamento exercido sobre a cabeça do motorista tem a mesma intensidade (as áreas sob os dois gráficos implicam impulsos de 800 N.s).

Utilizando-se a bolsa de ar (gráfico I) a frenagem ocorre durante um intervalo de tempo maior do que sem esse equipamento (gráfico II) e, por isso, no primeiro caso, a força média de retardamento tem menor intensidade que no segundo, o que justifica o sucesso da utilização da bolsa de ar.

Resposta: b

22 Considere o esquema a seguir, em que, inicialmente, tanto o homem quanto o carrinho estão em repouso em relação ao solo. No local não há ventos e a influência do ar é desprezível. O carrinho é livre para se mover para a esquerda ou para a direita sobre trilhos horizontais, sem atrito.



Em determinado instante, o homem sai do ponto **A** e dirige-se para o ponto **B**, movendo-se na direção do eixo longitudinal do carrinho. Admitindo que, ao chegar a **B**, o homem para em relação ao carrinho, analise as seguintes proposições:

(01) A quantidade de movimento total do sistema constituído pelo homem e pelo carrinho é nula em qualquer instante.
(02) Enquanto o homem dirige-se do ponto **A** para o ponto **B**, sua quantidade de movimento é não-nula e oposta à do carrinho.
(04) Enquanto o homem dirige-se do ponto **A** para o ponto **B**, sua velocidade é não-nula e oposta à do carrinho.
(08) Ao atingir o ponto **B**, o homem pára em relação ao carrinho e este, por sua vez, pára em relação ao solo.
(16) Após a chegada do homem a **B**, o sistema prossegue em movimento retilíneo e uniforme, por inércia.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

Resolução:

(01) Correta.
$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$

(02) Correta.
$\vec{Q}_H + \vec{Q}_C = \vec{0}$

$\boxed{\vec{Q}_H = -\vec{Q}_C}$

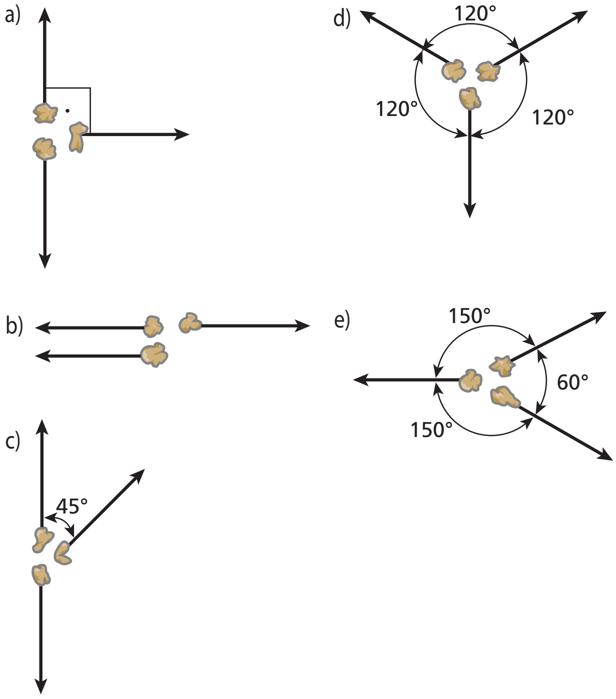
(04) Incorreta.
Isso só ocorre no caso particular de as massas do homem e do carrinho serem iguais.

(08) Correta.
Em qualquer instante, a quantidade de movimento total do sistema deve ser nula.

(16) Incorreta.

Resposta: 11

23 Uma bomba, inicialmente em repouso, explode, fragmentando-se em três partes que adquirem quantidades de movimento coplanares de intensidades iguais. Qual das alternativas a seguir melhor representa a situação das partes da bomba imediatamente após a explosão?



Resolução:
Explosão: sistema isolado de forças externas

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

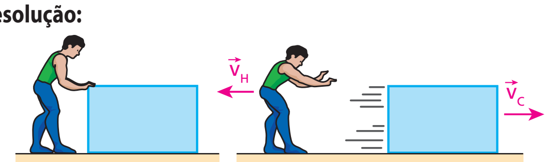
$\boxed{\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 = \vec{0}}$

Como $|\vec{Q}_1| = |\vec{Q}_2| = |\vec{Q}_3|$, a única alternativa que produz soma vetorial nula é a **d**.

Resposta: d

24 E.R. Sobre um plano horizontal e perfeitamente liso, repousam, frente a frente, um homem e uma caixa de massas respectivamente iguais a 80 kg e 40 kg. Em dado instante, o homem empurra a caixa, que se desloca com velocidade de módulo 10 m/s. Desprezando a influência do ar, calcule o módulo da velocidade do homem após o empurrão.

Resolução:



Imediatamente antes Imediatamente após

Nos elementos componentes do sistema (homem e caixa), a resultante das forças externas é nula. Por isso, o sistema é **isolado**, o que permite aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Como $\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$ (o sistema estava inicialmente em repouso), temos que:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{0}$$

Daí, vem:

$$\vec{Q}_H + \vec{Q}_C = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_H = -\vec{Q}_C$$

Considerando apenas os módulos das quantidades de movimento, pode-se escrever:

$$Q_H = Q_C \Rightarrow m_H v_H = m_C v_C$$

Então:

$$\frac{v_H}{v_C} = \frac{m_C}{m_H}$$

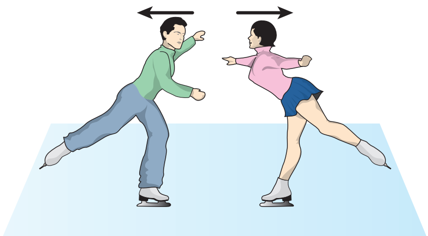
Sendo $v_C = 10$ m/s, $m_C = 40$ kg e $m_H = 80$ kg, calculemos v_H:

$$\frac{v_H}{10} = \frac{40}{80} \Rightarrow \boxed{v_H = 5{,}0 \text{ m/s}}$$

Nota:

- Nesse caso e em situações similares, as velocidades adquiridas pelos corpos têm intensidades inversamente proporcionais às respectivas massas.

25 (UFPE) Um casal participa de uma competição de patinação sobre o gelo. Em dado instante, o rapaz, de massa igual a 60 kg, e a garota, de massa igual a 40 kg, estão parados e abraçados frente a frente. Subitamente, o rapaz dá um empurrão na garota, que sai patinando para trás com uma velocidade de módulo igual a 0,60 m/s. Qual o módulo da velocidade do rapaz ao recuar, como consequência desse empurrão? Despreze o atrito com o chão e o efeito do ar.



Resolução:

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_R + \vec{Q}_G = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_R = -\vec{Q}_G$

Em módulo: $Q_R = Q_G$

$m_R v_R = m_G v_G \Rightarrow \frac{v_R}{v_G} = \frac{m_G}{m_R}$

$\frac{v_R}{0{,}60} = \frac{40}{60} \Rightarrow \boxed{v_R = 0{,}40 \text{ m/s}}$

Resposta: 0,40 m/s

26 Um homem de massa 70 kg, sentado em uma cadeira de rodas inicialmente em repouso sobre o solo plano e horizontal, lança horizontalmente um pacote de massa 2,0 kg com velocidade de intensidade 10 m/s. Sabendo que, imediatamente após o lançamento, a velocidade do conjunto homem-cadeira de rodas tem intensidade igual a 0,25 m/s, calcule a massa da cadeira de rodas.

Resolução:

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_{H,C} + \vec{Q}_P = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_{H,C} = -\vec{Q}_P$

Em módulo: $Q_{H,C} = Q_P$

$(m_H + m_C)\, v = m_P v_P$

$(70 + m_C)\, 0{,}25 = 2{,}0 \cdot 10$

$\boxed{m_C = 10 \text{ kg}}$

Resposta: 10 kg

27 Um astronauta de massa 70 kg encontra-se em repouso numa região do espaço em que as ações gravitacionais são desprezíveis. Ele está fora de sua nave, a 120 m dela, mas consegue mover-se com o auxílio de uma pistola que dispara projéteis de massa 100 g, os quais são expelidos com velocidade de $5{,}6 \cdot 10^2$ m/s. Dando um único tiro, qual o menor intervalo de tempo que o astronauta leva para atingir sua nave, suposta em repouso?

Resolução:

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_A + \vec{Q}_P = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A = -\vec{Q}_P$

Em módulo: $Q_A = Q_P$

$m_A v_A = m_P v_P \Rightarrow m_A \frac{\Delta s}{\Delta t} = m_P v_P$

$70 \cdot \frac{120}{\Delta t} = 0{,}10 \cdot 5{,}6 \cdot 10^2$

$\boxed{\Delta t = 150 \text{ s} = 2 \text{ min } 30 \text{ s}}$

Resposta: 2 min 30 s

28 (Acafe-SC) Num rinque de patinação, dois patinadores, João, com massa de 84 kg, e Maria, com massa 56 kg, estão abraçados e em repouso sobre a superfície do gelo, ligados por um fio inextensível de 10,0 m de comprimento. Desprezando-se o atrito entre os patinadores e a superfície do gelo, é correto afirmar que, se eles se empurrarem, passando a descrever movimentos retilíneos uniformes em sentidos opostos, a distância, em metros, percorrida por Maria, antes de o fio se romper, é:

a) 4,0. b) 5,0. c) 6,0. d) 8,0. e) 10,0.

Resolução:

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_J + \vec{Q}_M = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_M = -\vec{Q}_J$

Em módulo: $Q_M = Q_J$

$m_M v_M = m_J v_J \Rightarrow m_M \frac{D_m}{\Delta t} = m_J \frac{D_J}{\Delta t}$

$56\, D_M = 84\, D_J \Rightarrow 2D_M = 3D_J$ (1)

(II) $D_J + D_M = 10{,}0$

$D_J = 10{,}0 - D_M$ (2)

Substituindo-se (2) em (1):

$2D_M = 3\,(10{,}0 - D_M)$

$2D_M = 30{,}0 - 3D_M \Rightarrow 5D_M = 30{,}0$

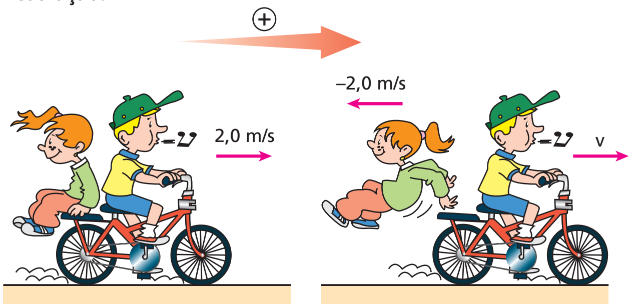
$\boxed{DM = 6{,}0 \text{ m}}$

Resposta: c

29 (UFPE) Uma menina de 40 kg é transportada na garupa de uma bicicleta de 10 kg, a uma velocidade constante de módulo 2,0 m/s, por seu irmão de 50 kg. Em dado instante, a menina salta para trás com velocidade de módulo 2,5 m/s em relação ao solo. Após o salto, o irmão continua na bicicleta, afastando-se da menina. Qual o módulo da velocidade da bicicleta, em relação ao solo, imediatamente após o salto? Admita que durante o salto o sistema formado pelos irmãos e pela bicicleta seja isolado de forças externas.

a) 3,0 m/s
b) 3,5 m/s
c) 4,0 m/s
d) 4,5 m/s
e) 5,0 m/s

Resolução:



$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = \vec{Q}_{inicial}$

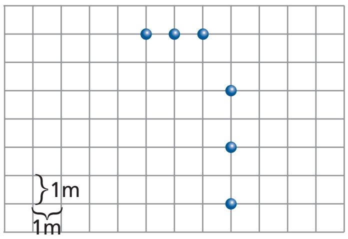
Como os movimentos ocorrem exclusivamente numa única direção (horizontal), a equação vetorial acima pode ser reduzida a uma equação algébrica, a exemplo do que fazemos a seguir:

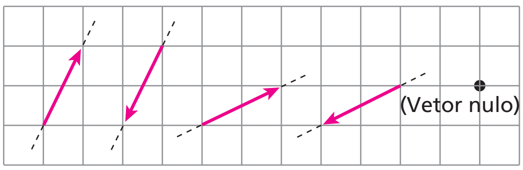
$(50 + 10)\, v + 40\, (-2,5) = (50 + 10 + 40)\, 2,0$

$60v - 100 = 200 \Rightarrow \boxed{v = 5,0 \text{ m/s}}$

Resposta: e

30 (FMABC-SP) Duas esferas idênticas, que deslizam sem atrito sobre uma superfície plana e horizontal, estão prestes a se chocar. A figura representa, para cada esfera, as posições ocupadas nos instantes 3, 2 e 1 segundos que antecedem ao choque. Admitindo-se que o choque entre elas seja perfeitamente elástico e que o movimento seja uniforme antes e depois do choque, qual dos vetores seguintes melhor representa a direção e o sentido do vetor quantidade de movimento total do sistema formado pelas esferas após o choque?





a) b) c) d) e)

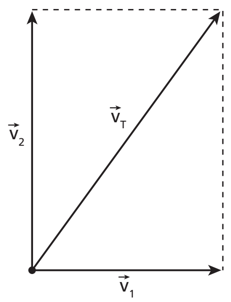
Resolução:

Colisão: sistema isolado de forças externas

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_{final} = M\vec{v}_1 + M\vec{v}_2$

$\vec{Q}_{final} = M(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$



$\boxed{\vec{Q}_{final} = m\vec{v}_T}$

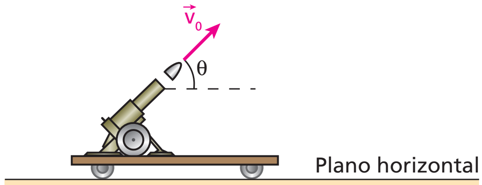
$|\vec{v}_2| = 2$ m/s

$|\vec{v}_1| = 1$ m/s

Como M é um escalar positivo, os vetores $\vec{Q}_{final}$ e $\vec{v}_T$ têm a mesma direção e sentido.

Resposta: a

31 E.R. Um canhão, juntamente com o carrinho que lhe serve de suporte, tem massa **M**. Com o conjunto em repouso, dispara-se obliquamente um projétil de massa **m**, que, em relação ao solo, desliga-se do canhão com uma velocidade de módulo v_0, inclinada de um ângulo **θ** com a horizontal. A figura abaixo retrata o evento:



Desprezando os atritos, determine o módulo da velocidade de recuo do conjunto canhão-carrinho.

Resolução:

Segundo a direção horizontal, o sistema é isolado de forças externas, o que permite aplicar a essa direção o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

mas $\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$ (o conjunto estava inicialmente em repouso), logo:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_C + \vec{Q}_P = \vec{0}$$

Daí:

$\vec{Q}_C = -\vec{Q}_P$ (movimentos horizontais em sentidos opostos)

Em módulo:

$$Q_C = Q_P \Rightarrow M\, v_C = m\, v_{0_h}$$

Na última equação, v_{0_h} é o módulo da componente horizontal de $\vec{v}_0$.

Sendo $v_{0_h} = v_0 \cos\theta$, vem:

$$M\, v_C = m\, v_0 \cos\theta \Rightarrow \boxed{v_C = \frac{m}{M} v_0 \cos\theta}$$

Nota:

- Na direção vertical, o sistema canhão-projétil **não é isolado** de forças externas. Isso ocorre devido à **força impulsiva** exercida pelo solo no ato do disparo. Essa força, que atua apenas durante o curtíssimo intervalo de tempo da explosão, tem intensidade significativa, produzindo um impulso considerável que modifica sensivelmente a quantidade de movimento nessa direção.

32 Um garoto de massa 48 kg está de pé sobre um *skate* de massa 2,0 kg, inicialmente em repouso sobre o solo plano e horizontal. Em determinado instante, ele lança horizontalmente uma pedra de massa 5,0 kg, que adquire uma velocidade de afastamento (relativa ao garoto) de módulo 11 m/s. Sendo v_G e v_P, respectivamente, os módulos da velocidade do garoto e da pedra em relação ao solo imediatamente após o lançamento, calcule v_G e v_P.

Resolução:

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_G + \vec{Q}_P = 0 \Rightarrow \vec{Q}_G = -\vec{Q}_P$

Em módulo: $Q_G = Q_P$

$m_G \; v_G = m_P \; v_P \Rightarrow 50 \; v_G = 5{,}0v_P$

Donde: $v_P = 10v_G$ (I)

(II) $v_G + v_P = 11$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$v_G + 10 \; v_G = 11 \Rightarrow \boxed{v_G = 1{,}0 \text{ m/s}}$

De (I):

$\boxed{v_P = 10 \text{ m/s}}$

Respostas: $v_G = 1{,}0$ m/s; $v_P = 10$ m/s

33 (Unicamp-SP) Imagine a seguinte situação: um dálmata corre e pula para dentro de um pequeno trenó, até então parado, caindo nos braços de sua dona. Em consequência, o trenó começa a se movimentar.

Considere os seguintes dados:

I. A massa do cachorro é de 10 kg;
II. A massa do conjunto trenó + moça é de 90 kg;
III. A velocidade horizontal do cachorro imediatamente antes de ser agarrado por sua dona é de 18 km/h.

a) Desprezando-se o atrito entre o trenó e o gelo, bem como a influência do ar, determine a velocidade horizontal do sistema trenó + moça + cachorro imediatamente após o cachorro ter caído nos braços de sua dona.
b) Determine a variação da energia cinética do sistema no processo.

Resolução:

$Q_{conjunto} = Q_{cachorro} = (m_M + m_T + m_C) \; V = m_C \; v_C$

a) $100 \cdot V = 10 \; \dfrac{18}{3{,}6}$

$\boxed{V = 0{,}50 \text{ m/s}}$

b) $\Delta E_C = E_{C_f} - E_{C_i}$

$$\Delta E_C = \frac{(m_M + m_T + m_C) \; V^2}{2} - \frac{m_C \; V_C^2}{2}$$

$$\Delta E_C = \frac{100 \; (0{,}50)^2}{2} - \frac{10 \; (5{,}0)^2}{2}$$

$\boxed{\Delta E_C = -112{,}5 \text{ J}}$

Respostas: a) 0,50 m/s; b) –112,5 J

34 (EEM-SP) Um canhão montado em um carro de combate em repouso dispara um projétil de massa m = 2,50 kg com velocidade horizontal v = 200 m/s. O conjunto canhão-carro tem massa $M = 5{,}00 \cdot 10^2$ kg. Mesmo com as rodas travadas, o carro recua, arrastando os pneus no solo, percorrendo uma distância L = 0,250 m até parar. A aceleração local da gravidade é $g = 9{,}75$ m/s². Calcule o coeficiente de atrito cinético entre os pneus e o solo.

Resolução:

(I) $Q_C = Q_P \Rightarrow 5{,}00 \cdot 10^2 \cdot v_C = 2{,}50 \cdot 200$

$\boxed{v_C = 1{,}00 \text{ m/s}}$

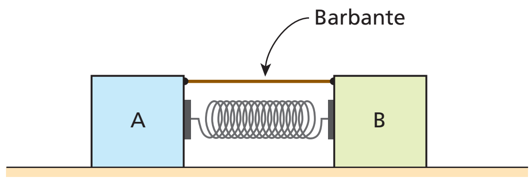
(II) Aplicando o **teorema da energia cinética** para o canhão, vem:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = E_{C_f} - E_{C_i} \Rightarrow -\mu \; M \; g \; L = 0 - \frac{M \cdot v_C^2}{2}$$

$$\mu \cdot 9{,}75 \cdot 0{,}250 = \frac{(1{,}00)^2}{2} \Rightarrow \boxed{\mu \simeq 0{,}205}$$

Resposta: $\simeq 0{,}205$

35 **E.R.** Dois blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 4,0 kg, encontram-se em repouso sobre um plano horizontal perfeitamente polido. Entre os blocos, há uma mola de massa desprezível, comprimida, que está impedida de expandir-se devido a um barbante que conecta os blocos.



Em determinado instante, queima-se o barbante e a mola se expande, impulsionando os blocos. Sabendo que o bloco **B** adquire velocidade de intensidade 3,0 m/s e que a influência do ar é desprezível, determine:

a) a intensidade da velocidade adquirida pelo bloco **A**;
b) a energia potencial elástica armazenada na mola antes da queima do barbante.

Resolução:

a) O sistema é isolado de forças externas, o que permite aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Com o sistema inicialmente em repouso, porém, temos:

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$$

Logo: $\vec{Q}_{final} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0}$

Donde: $\vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$ (movimentos em sentidos opostos)

Em módulo: $Q_A = Q_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B$

Sendo $m_A = 2{,}0$ kg, $m_B = 4{,}0$ kg e $v_B = 3{,}0$ m/s, calculemos v_A:

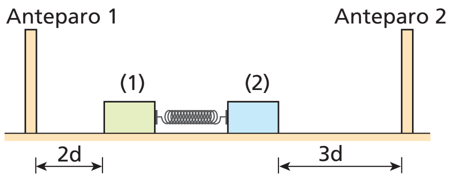
$$2{,}0 \; v_A = 4{,}0 \cdot 3{,}0 \Rightarrow \boxed{v_A = 6{,}0 \text{ m/s}}$$

b) A energia elástica armazenada inicialmente na mola pode ser calculada somando-se as energias cinéticas adquiridas pelos blocos:

$$E_e = E_{C_A} + E_{C_B} \Rightarrow E_e = \frac{m_A v_A^2}{2} + \frac{m_B v_B^2}{2}$$

$$E_e = \frac{2{,}0 \cdot (6{,}0)^2}{2} + \frac{4{,}0 \cdot (3{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_e = 54 \text{ J}}$$

36 Na figura, os blocos 1 e 2 têm massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 4,0 kg e acham-se inicialmente em repouso sobre um plano horizontal e liso. Entre os blocos, existe uma mola leve de constante elástica igual a $1{,}5 \cdot 10^2$ N/m, comprimida de 20 cm e impedida de distender-se devido a uma trava:



Em dado instante, a trava é liberada e a mola, ao se distender bruscamente, impulsiona os blocos, que, depois de percorrerem as distâncias indicadas, colidem com os anteparos. Não considerando o efeito do ar, determine:

a) a relação entre os intervalos de tempo gastos pelos blocos 1 e 2 para atingirem os respectivos anteparos;
b) as energias cinéticas dos blocos depois de perderem o contato com a mola.

Resolução:

a) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{2\,d\;\Delta t_2}{3\,d\;\Delta t_1} = \frac{4,0}{2,0} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{3}}$

b) $E_e = \frac{K\;(\Delta x)^2}{2} = \frac{1,5\cdot 10^2\;(0,20)^2}{2} = E_e = 3,0\ J$

$E_{C_1} + E_{C_2} = E_e \Rightarrow E_{C_1} + E_{C_2} = 3,0$ (I)

$Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_1^2 = Q_2^2 \Rightarrow 2\;m_1 \cdot E_{C_1} = 2 \cdot m_2\;E_{C_2}$

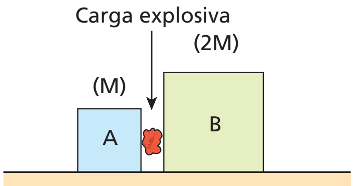
$2,0 \cdot E_{C_1} = 4,0\;E_{C_2} \Rightarrow E_{C_1} = 2,0\;E_{C_2}$ (II)

De (I) e (II):

$\boxed{E_{C_1} = 2,0\ J}$ e $\boxed{E_{C_2} = 1,0\ J}$

Respostas: a) $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{3}$; b) Bloco 1: 2,0 J, Bloco 2: 1,0 J

37 (UFV-MG) Dois blocos, **A** e **B**, feitos de materiais idênticos, um com massa **M** e o outro com massa **2M**, encontram-se inicialmente em repouso sobre uma superfície plana e com atrito, separados por uma carga explosiva de massa desprezível. A situação inicial do sistema está ilustrada na figura abaixo.



Após a explosão da carga, o bloco **A** percorre uma distância **L**, deslizando pela superfície até parar. É **correto** afirmar que a distância percorrida pelo bloco **B** será:

a) 4L. b) 2L. c) L. d) $\frac{L}{2}$. e) $\frac{L}{4}$.

Resolução:

(I) **Explosão:** sistema isolado de forças externas.

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_A + \vec{Q}_B = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_A = -\vec{Q}_B$

Em módulo: $Q_A = Q_B$

$Mv_A = 2Mv_B \Rightarrow v_A = 2v_B$

(II) **Teorema da Energia Cinética:**

$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$

$-\mu mgd = 0 - \frac{mv_0^2}{2}$

Donde: $\boxed{d = \frac{v_0^2}{2\mu g}}$

$\frac{d_B}{d_A} = \frac{v_B^2}{2\,\mu g} \cdot \frac{2\mu g}{v_A^2}$

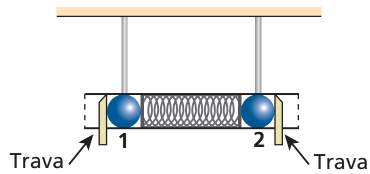
$\frac{d_B}{d_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2$ (2)

(1) em (2): $\frac{d_B}{L} = \left(\frac{v_B}{2v_B}\right)^2$

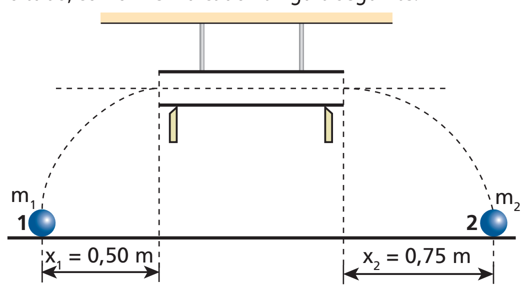
Donde: $\boxed{d_B = \frac{L}{4}}$

Resposta: e

38 (Unesp-SP) A figura representa duas esferas, 1 e 2, de massas m_1 e m_2, respectivamente, comprimindo uma mola e sendo mantidas por duas travas dentro de um tubo horizontal.



Quando as travas são retiradas simultaneamente, as esferas 1 e 2 são ejetadas do tubo, com velocidades de módulos v_1 e v_2, respectivamente, e caem sob a ação da gravidade. A esfera 1 atinge o solo num ponto situado à distância $x_1 = 0,50$ m, t_1 segundos depois de abandonar o tubo, e a esfera 2, à distância $x_2 = 0,75$ m, t_2 segundos depois de abandonar o tubo, conforme indicado na figura seguinte.



Desprezando a massa da mola e quaisquer atritos, determine:

a) as razões $\frac{t_2}{t_1}$ e $\frac{v_2}{v_1}$; b) a razão $\frac{m_2}{m_1}$.

Resolução:

a) As duas esferas realizam movimentos verticais idênticos, com tempos de queda calculados por:

MUV: $y = \frac{g}{2}\;t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2\;y}{g}} \Rightarrow \boxed{\frac{t_2}{t_1} = 1}$

$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{x_2}{t_2}}{\frac{x_1}{t_1}} = \frac{x_2}{x_1} = \frac{0,75}{0,50}$

Donde: $\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2}}$

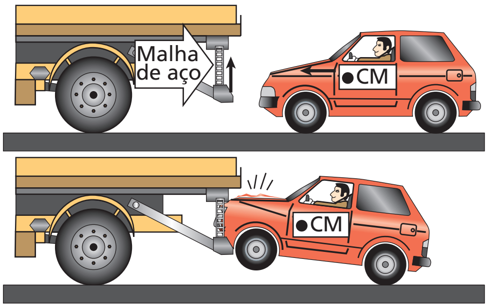
b) $Q_2 = Q_1$

$m_2\;v_2 = m_1\;v_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}$

Logo: $\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}}$

Respostas: a) $\frac{t_2}{t_1} = 1$; $\frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2}$; b) $\frac{2}{3}$

39 (Unicamp-SP) O chamado “parachoque alicate” foi projetado e desenvolvido na *Unicamp* com o objetivo de minimizar alguns problemas com acidentes. No caso de uma colisão de um carro contra a traseira de um caminhão, a malha de aço de um parachoque alicate instalado no caminhão prende o carro e o ergue do chão pela plataforma, evitando, assim, o chamado “efeito guilhotina”. Imagine a seguinte situação: um caminhão de 6 000 kg está a 54,0 km/h e o automóvel que o segue, de massa igual a 2 000 kg, está a 72,0 km/h. O automóvel colide contra a malha, subindo na rampa. Após o impacto, os veículos permanecem engatados um ao outro.



a) Qual o módulo da velocidade dos veículos imediatamente após o impacto?
b) Qual a fração da energia cinética inicial do automóvel que foi transformada em energia potencial gravitacional, sabendo-se que o centro de massa do veículo subiu 50 cm? Adote $g = 10\ m/s^2$.

Resolução:

a) **Colisão:** sistema mecânico isolado de forças externas.

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$(m_1 + m_2)\, v = m_1\, v_1 + m_2\, v_2$

$(6000 + 2000)\, v = 6000 \cdot 54,0 + 2000 \cdot 72,0$

Donde: $\boxed{v = 58,5\ km/h}$

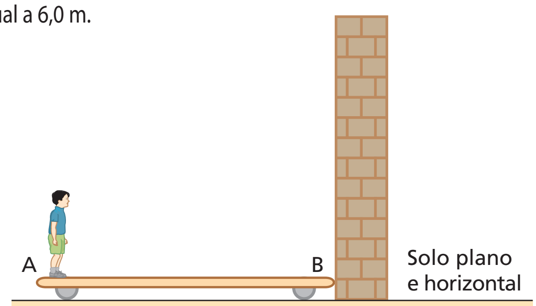
b) $f = \dfrac{E_p}{E_c} = \dfrac{m_2\, g\, \Delta h}{\dfrac{m_2 v_1^2}{2}}$

$f = \dfrac{2\, g\, \Delta h}{v_1^2} = \dfrac{2 \cdot 10 \cdot 0,50}{\left(\dfrac{72,0}{3,6}\right)^2}$

$\boxed{f = 0,025 = 25\%}$

Respostas: a) 58,5 km/h; b) 0,025 ou 25%

40 E.R. Na situação esquematizada na figura, um garoto de massa 40 kg está posicionado na extremidade **A** de uma prancha de madeira, de massa 120 kg, dotada de rodas, que tem sua extremidade **B** em contato com um muro vertical. O comprimento **AB** da prancha é igual a 6,0 m.



Em determinado instante, o garoto começa a caminhar de **A** para **B** com velocidade de módulo 1,2 m/s em relação à prancha.
Admitindo que o sistema garoto-prancha seja isolado de forças externas e que o garoto pare de caminhar ao atingir a extremidade **B**, calcule:

a) o módulo da velocidade da prancha em relação ao solo enquanto o garoto caminha de **A** para **B**;
b) a distância **x** entre a extremidade **B** da prancha e o muro no instante em que o garoto atinge a extremidade **B**.

Resolução:

a) Sendo o sistema garoto-prancha isolado de forças externas, aplica-se o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**.

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final}$$

Com o sistema inicialmente em repouso, porém, temos:

$$\vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$$

Logo: $\vec{Q}_{final} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_G + \vec{Q}_P = \vec{0}$

$\vec{Q}_G = -\vec{Q}_P$ (movimentos em sentidos opostos)

Em módulo: $Q_G = Q_P \Rightarrow m_G v_G = m_P v_P$

Sendo $m_G = 40$ kg e $m_P = 120$ kg, vem:

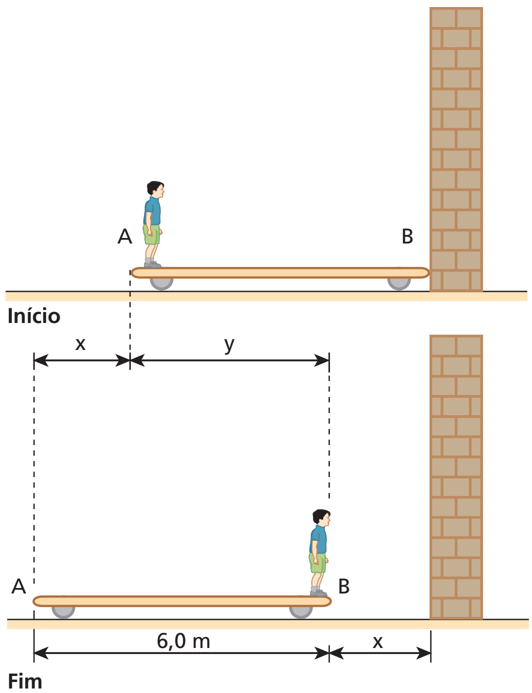
$40\, v_G = 120\, v_P \Rightarrow \boxed{v_G = 3\, v_P}$ (I)

Mas: $\boxed{v_G + v_P = 1,2}$ (II)

(I) em (II): $3\, v_P + v_P = 1,2 \Rightarrow v_P = 0,30\ m/s$

ou $\boxed{v_P = 30\ cm/s}$

b)



No esquema, **x** e **y** caracterizam, respectivamente, as distâncias percorridas pela prancha e pelo garoto em relação ao solo.

$\boxed{x + y = 6,0}$ (III)

$Q_G = Q_P \Rightarrow m_G v_G = m_P v_P$

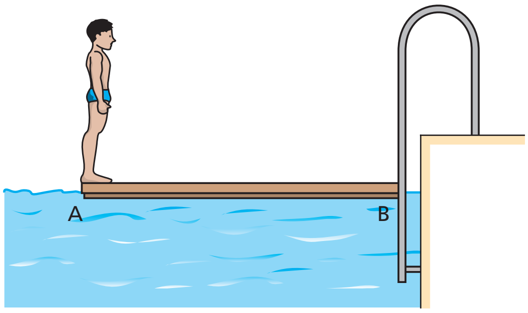
Como as velocidades do garoto e da prancha são constantes, temos:

$$40\,\frac{y}{\Delta t} = 120\,\frac{x}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{y = 3x} \quad \text{(IV)}$$

Substituindo (IV) em (III), vem:

$$x + 3x = 6{,}0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}5\ \text{m}}$$

41 A figura abaixo representa um homem de massa 60 kg, de pé sobre uma prancha de madeira, de massa 120 kg, em repouso na água de uma piscina. Inicialmente, o homem ocupa o ponto **A**, oposto de **B**, onde a prancha está em contato com a escada.



Em determinado instante, o homem começa a andar, objetivando alcançar a escada. Não levando em conta os atritos entre a prancha e a água, ventos ou correntezas, e considerando para a prancha comprimento de 1,5 m, calcule:

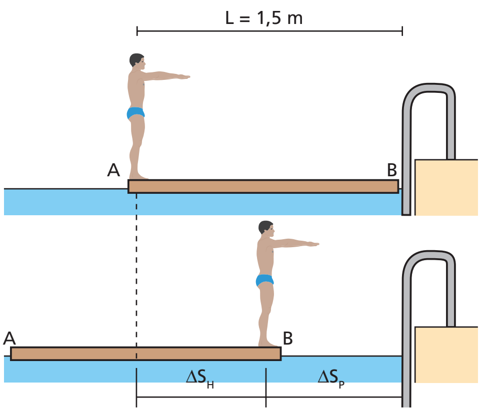
a) a relação entre os módulos das quantidades de movimento do homem e da prancha, enquanto o homem não alcança o ponto **B**;
b) a distância **x** do homem à escada, depois de ter atingido o ponto **B**;
c) o módulo da velocidade escalar média do homem em relação à escada e em relação à prancha, se, ao se deslocar de **A** até **B**, ele gasta 2,0 s.

Resolução:

a) $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{Q}_H + \vec{Q}_P = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_H = -\vec{Q}_P$

Em módulo: $\vec{Q}_H = \vec{Q}_P \Rightarrow \boxed{\frac{Q_H}{Q_P} = 1}$

b)



Da figura: $\Delta S_H + \Delta S_P = L$

$\Delta S_H + \Delta S_P = 1{,}5 \quad \text{(I)}$

Por outro lado:

$m_H\ v_H = m_P\ v_P$

$$m_H\ \frac{\Delta S_H}{\Delta t} = m_P\ \frac{\Delta S_P}{\Delta t}$$

$60\ \Delta S_H = 120\ \Delta S_P$

$\Delta S_H = 2\ \Delta S_P \quad \text{(II)}$

Substituindo (II) em (I), temos:

$2\ \Delta S_P + \Delta S_P = 1{,}5 \Rightarrow \Delta S_P = 0{,}50\ \text{m}$

Logo:

$$\boxed{x = \Delta S_P = 0{,}50\ \text{m}}$$

c) O deslocamento do homem em relação à escada é:

$\Delta S_H = 2\ \Delta S_P = 2 \cdot 0{,}50\ \text{m} \Rightarrow \Delta S_H = 1{,}0\ \text{m}$

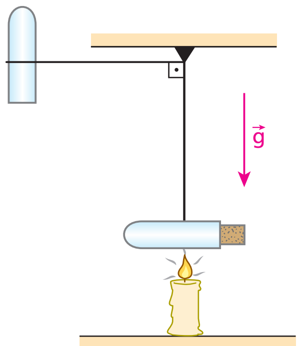
$$v_{H,E} = \frac{\Delta S_H}{\Delta t} = \frac{1{,}0\ \text{m}}{2{,}0\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{v_{H,E} = 0{,}50\ \text{m/s}}$$

Em relação à prancha, o homem desloca-se de **A** para **B**, percorrendo 1,5 m.

$$v_{H,P} = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{1{,}5\ \text{m}}{2{,}0\ \text{s}} \Rightarrow \boxed{v_{H,p} = 0{,}75\ \text{m/s}}$$

Respostas: a) $\frac{Q_H}{Q_P} = 1$; b) 50 cm; c) 0,50 m/s e 0,75 m/s

42 (Vunesp-SP) Um tubo de massa **M** contendo uma gota de éter de massa desprezível é suspenso por meio de um fio leve, de comprimento **L**, conforme ilustrado na figura. No local, despreza-se a influência do ar sobre os movimentos e adota-se para o módulo da aceleração da gravidade o valor **g**. Calcule o módulo da velocidade horizontal mínima com que a rolha de massa **m** deve sair do tubo aquecido para que ele atinja a altura do seu ponto de suspensão.



Resolução:

Conservação da quantidade de movimento do sistema pêndulo-rolha:

$$m\ \ v = M\ \ V \Rightarrow V = \frac{m}{M}\ v \qquad \text{(I)}$$

Conservação da energia mecânica do pêndulo:

$$M\ \frac{V^2}{2} = M\ \ g\ \ L \Rightarrow \frac{V^2}{2} = g\ \ L \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II):

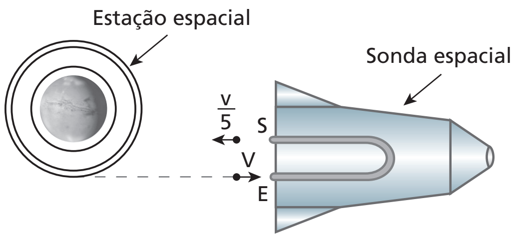
$$\frac{1}{2}\ \frac{m^2}{M^2}\ v^2 = g\ \ L \Rightarrow \boxed{v = \frac{M}{m}\sqrt{2\ g\ L}}$$

Resposta: $\frac{M}{m}\sqrt{2\ g\ L}$

43 (UnB-DF) Novos sistemas de propulsão de foguetes e de sondas espaciais estão sempre sendo estudados pela Nasa. Um dos projetos utiliza o princípio de atirar e receber bolas de metal para ganhar impulso. O sistema funcionaria da seguinte forma: em uma estação espacial, um disco, girando, atiraria bolas metálicas, a uma velocidade de

7 200 km/h. Uma sonda espacial as receberia e as mandaria de volta ao disco da estação. Segundo pesquisadores, esse sistema de receber e atirar bolas de metal poderia ser usado para dar o impulso inicial a naves ou sondas espaciais que já estivessem em órbita.

(**Adaptado de:** Jornal *Folha de S.Paulo*.)



Considere uma sonda espacial com massa de 1 tonelada, em repouso em relação a uma estação espacial, conforme ilustra a figura acima. Suponha que a sonda receba, pela entrada **E**, uma bola de 10 kg, atirada a 7 200 km/h pelo disco da estação, e a devolva, pela saída **S**, com um quinto do módulo da velocidade inicial. Calcule, em m/s, o módulo da velocidade da sonda em relação à estação no instante em que a bola é devolvida.

Resolução:

Sistema isolado de forças externas:

$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$

$10 \cdot \left(-\frac{7200}{5}\right) + 1000\ v_S = 10 \cdot 7200$

Donde: $\boxed{v_S = 86{,}4 \text{ km/h}}$

$\boxed{v_S = 24 \text{ m/s}}$

Resposta: 24 m/s

44 Um barco de massa **M**, pilotado por um homem de massa **m**, atravessa um lago de águas tranquilas com velocidade constante $\vec{v}_0$. Em dado instante, pressentindo perigo, o homem atira-se à água, desligando-se do barco com velocidade $-2\vec{v}_0$, medida em relação às margens do lago. Nessas condições, a velocidade do barco imediatamente após o homem ter-se atirado à água é mais bem expressada por:

a) $\frac{2m}{M}\vec{v}_0$.

b) $\frac{m}{M}\vec{v}_0$.

c) $\frac{(M + 3m)}{M}\vec{v}_0$.

d) $\frac{(M - m)}{M}\vec{v}_0$.

e) $\frac{(M + 2m)}{M}\vec{v}_0$.

Resolução:

Sistema isolado de forças externas:

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow -2\ m\ \vec{v}_0 + M\ \vec{v} = (M + m)\ \vec{v}_0$

$\boxed{\vec{v} = \frac{(M + 3\ m)\ \vec{v}_0}{M}}$

Resposta: $\frac{(M + 3\ m)\ \vec{v}_0}{M}$

45 Considere uma espaçonave em movimento retilíneo, com velocidade escalar de $2{,}0 \cdot 10^3$ m/s numa região de influências gravitacionais desprezíveis. Em determinado instante, ocorre uma explosão e a espaçonave se fragmenta em duas partes, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a **M** e **2M**. Se a parte **A** adquire velocidade escalar de $8{,}0 \cdot 10^3$ m/s, qual a velocidade escalar adquirida pela parte **B**?

Resolução:

Explosão:

Sistema isolado de forças externas.

$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$

$M\ 8{,}0 \cdot 10^3 + 2\ M\ V_B = 3 \cdot M \cdot 2{,}0 \cdot 10^3$

$\boxed{V_B = -1{,}0 \cdot 10^3 \text{ m/s}}$

Resposta: $-1{,}0 \cdot 10^3$ m/s

46 Uma bomba, em queda vertical nas proximidades da superfície terrestre, explode no instante em que a intensidade de sua velocidade é 20 m/s. A bomba fragmenta-se em dois pedaços, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 1,0 kg. Sabendo que, imediatamente após a explosão, o pedaço **A** se move para baixo, com velocidade de intensidade 32 m/s, determine:

a) a intensidade e o sentido da velocidade do pedaço **B** imediatamente depois da explosão;

b) o aumento da energia mecânica do sistema devido à explosão.

Resolução:

a) $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow 2{,}0 \cdot 32 + 1{,}0\ \ v_B = 3{,}0 \cdot 20$

$\boxed{v_B = -4{,}0 \text{ m/s}}$ (movimento para cima)

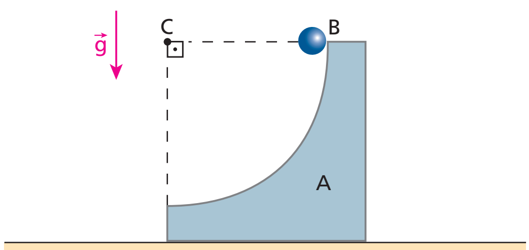
b) $\Delta E = E_{C_f} - E_{C_i}$

$\Delta E = \left[\frac{2{,}0\ \ (32)^2}{2} + \frac{1{,}0\ \ (4{,}0)^2}{2}\right] - \frac{3{,}0\ \ (20)^2}{2}$

Donde: $\boxed{\Delta E = 432 \text{ J}}$

Respostas: a) 4,0 m/s para cima; b) 432 J

47 Na figura, o bloco **A** (massa **4M**) e a esfera **B** (massa **M**) encontram-se inicialmente em repouso, com **A** apoiado em um plano horizontal:



Largando-se a esfera **B** na posição indicada, ela desce, descrevendo uma trajetória circular ($\frac{1}{4}$ de circunferência) de 1,0 m de raio e centro em **C**. Desprezando todos os atritos, bem como a influência do ar, e adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine os módulos das velocidades de **A** e de **B** no instante em que a esfera perde o contato com o bloco.

Resolução:

(I) $Q_A = Q_B \Rightarrow 4\,M\,v_A = M \cdot v_B \Rightarrow v_B = 4\,v_A$ (I)

(II) $E_{C_A} + E_{C_B} = E_{P_B} \Rightarrow \dfrac{4 \cdot M\,v_A^2}{2} + \dfrac{M\,v_B^2}{2} = M\,g\,R$

$2\,v_A^2 + \dfrac{v_B^2}{2} = 10$ (II)

De (I) e (II): $\boxed{v_A = 1{,}0\text{ m/s}}$ e $\boxed{v_B = 4{,}0\text{ m/s}}$

Respostas: (A): 1,0 m/s; (B): 4,0 m/s

48 Uma caixa de massa $1{,}0 \cdot 10^2$ kg, inicialmente vazia, desloca-se horizontalmente sobre rodas num plano liso, com velocidade constante de 4,0 m/s. Em dado instante, começa a chover e as gotas, que caem verticalmente, vão-se depositando na caixa, que é aberta.

a) Qual a velocidade da caixa depois de ter alojado $3{,}0 \cdot 10^2$ kg de água?
b) Se no instante em que a caixa contém $3{,}0 \cdot 10^2$ kg parar de chover e for aberto um orifício no seu fundo, por onde a água possa escoar, qual será a velocidade final da caixa depois do escoamento de toda a água?

Resolução:

a) O sistema é isolado na direção horizontal. Logo, aplicando-se o **princípio da conservação da quantidade de movimento** a essa direção, vem:

$Q_f = Q_i \Rightarrow (m_c + m_a)\ v = m_c\ v_0$

$(1{,}0 \cdot 10^2 + 3{,}0 \cdot 10^2) \cdot v = 1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 4{,}0$

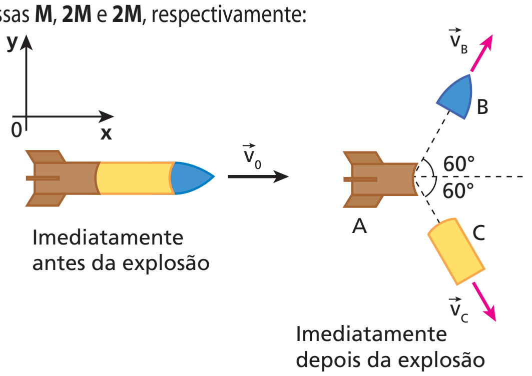
Donde: $\boxed{v = 1{,}0\text{ m/s}}$

b) A massa móvel na horizontal não se alterará; por isso, a caixa manterá a velocidade calculada no item **a**.

$\boxed{v' = 1{,}0\text{ m/s}}$

Respostas: a) 1,0 m/s; b) 1,0 m/s

49 E.R. Na situação do esquema seguinte, um míssil move-se no sentido do eixo **Ox** com velocidade $\vec{v}_0$, de módulo 40 m/s. Em dado instante, ele explode, fragmentando-se em três partes **A**, **B** e **C** de massas **M**, **2M** e **2M**, respectivamente:



Sabendo que, imediatamente após a explosão, as velocidades das partes **B** e **C** valem $v_B = v_C = 110$ m/s, determine as características da velocidade vetorial da parte **A**, levando em conta o referencial **Oxy**.

Resolução:

Como a explosão do míssil constitui um **sistema isolado de forças externas**, podemos aplicar o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

Segundo a direção Oy, podemos escrever:

$$\vec{Q}'_{y_A} + \vec{Q}'_{y_B} + \vec{Q}'_{y_C} = \vec{Q}_{y_A} + \vec{Q}_{y_B} + \vec{Q}_{y_C}$$

$$M\,v'_{y_A} + 2M\,v \cdot \text{sen }60° - 2M\,v \cdot \text{sen }60° = 0$$

$$M\,v'_{y_A} = 0 \Rightarrow v'_{y_A} = 0$$

O último resultado leva-nos a concluir que, segundo a direção Oy, a velocidade vetorial do fragmento **A** não apresenta componente imediatamente após a explosão.

Segundo a direção Ox, podemos escrever:

$$\vec{Q}'_{x_A} + \vec{Q}'_{x_B} + \vec{Q}'_{x_C} = \vec{Q}_{x_A} + \vec{Q}_{x_B} + \vec{Q}_{x_C}$$

$$M\,v'_{x_A} + 2M\,v \cdot \cos 60° + 2M\,v \cdot \cos 60° = 5M\,v_0$$

$$v'_{x_A} + 4v \cdot \cos 60° = 5v_0$$

$$v'_{x_A} + 4v\,\frac{1}{2} = 5v_0 \Rightarrow v'_{x_A} = 5v_0 - 2v$$

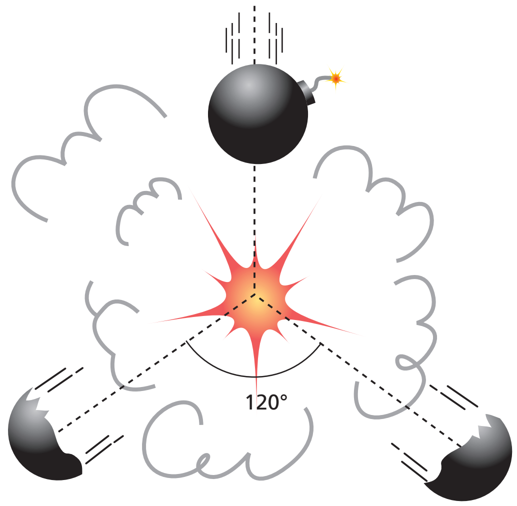
Sendo $v_0 = 40$ m/s e $v = 110$ m/s, calculemos v'_{x_A}, que é a componente, segundo Ox, da velocidade vetorial do fragmento **A** imediatamente após a explosão:

$$v'_{x_A} = 5 \cdot 40 - 2 \cdot 110 \Rightarrow \boxed{v'_{x_A} = -20\text{ m/s}}$$

Tendo em vista os valores obtidos para v'_{y_A} e v'_{x_A}, devemos responder:

Imediatamente após a explosão, o fragmento **A** tem velocidade na direção do eixo Ox, sentido oposto ao do referido eixo e módulo de 20 m/s.

50 (PUC-SP) O rojão representado na figura tem, inicialmente, ao cair, velocidade vertical de módulo 20 m/s. Ao explodir, divide-se em dois fragmentos de massas iguais, cujas velocidades têm módulos iguais e direções que formam entre si um ângulo de 120°.
Dados: sen 30° = cos 60° = 0,50; cos 30° = sen 60° ≃ 0,87.



O módulo da velocidade, em m/s, de cada fragmento, imediatamente após a explosão, será:

a) 10.
b) 20.
c) 30.
d) 40.
e) 50.

Resolução:
Conservação da quantidade de movimento total do sistema na direção vertical:

$\vec{Q}_{y_{final}} = \vec{Q}_{y_{inicial}}$

$2Mv \cos 60° = 2Mv_0$

$v \cdot \frac{1}{2} = 20 \Rightarrow \boxed{v = 40 \text{ m/s}}$

Resposta: d

51 (Unisa-SP) Um navio que se encontra inicialmente em repouso explode em três pedaços. Dois dos pedaços, de massas iguais, partem em direções perpendiculares entre si, com velocidades de módulo 100 km/h. Supondo que a massa do terceiro pedaço seja o triplo da massa de um dos outros dois, qual o valor aproximado do módulo de sua velocidade imediatamente após a explosão?

Resolução:
Explosão: Sistema isolado de forças externas.

$\vec{Q}_f = \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{Q}_f = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 + \vec{Q}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2 = -\vec{Q}_3$

$M \ \ V \cdot \cos 45° + M \ \ V \ \ \cos 45° = 3 \ \ M \ \ V$

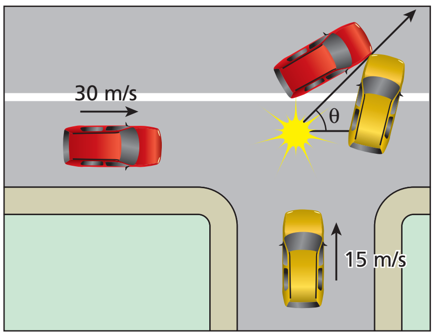
$M \ \ 100 \ \ \frac{\sqrt{2}}{2} + M \ \ 100 \ \ \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \ \ M \ \ V$

$M \ \ 100 \ \ \sqrt{2} = 3 \ \ M \ \ V$

Donde: $\boxed{V \simeq 47 \text{ km/h}}$

Resposta: $\simeq$ 47 km/h

52 (UEPB) Em um cruzamento da cidade de Campina Grande, durante uma manhã de muita chuva, um automóvel compacto com massa de 1 600 kg que se deslocava de Oeste para Leste, com uma velocidade de módulo 30 m/s, colidiu com uma picape (camionete) com massa de 2 400 kg que se deslocava do Sul para o Norte, avançando o sinal vermelho, com uma velocidade de módulo 15 m/s, conforme a figura a seguir. Felizmente, todas as pessoas, nesses veículos, usavam cintos de segurança e ninguém se feriu. Porém os dois veículos se engavetaram e passaram a se mover, após a colisão, como um único corpo, numa direção entre Leste e Norte. Desprezando-se o atrito entre os veículos e a pista, o módulo da velocidade dos carros unidos após a colisão, em m/s, foi de:



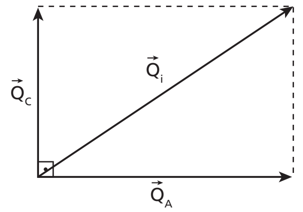
a) 15. b) 16. c) 18. d) 20. e) 22.

Resolução:

(I) $|\vec{Q}_A| = m_A v_A = 1600 \cdot 30 = 4,8 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$|\vec{Q}_C| = m_C v_C = 2400 \cdot 15 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Por Pitágoras :



Por Pitágoras:
$|\vec{Q}_i|^2 = |\vec{Q}_A|^2 + |\vec{Q}_B|^2$

$|\vec{Q}_i|^2 = (4,8 \cdot 10^4)^2 + (3,6 \cdot 10^4)^2$

Donde : $\boxed{|\vec{Q}_i| = 6,0 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

(II) **Colisão:** Sistema isolado de forças externas.

$Q_f = Q_i \Rightarrow (m_A + m_C)\, v = Q_i$

$(1600 + 2400)\, v = 6,0 \cdot 10^4$

$\boxed{v = 15 \text{ m/s}}$

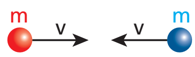
Resposta: a

53 Uma partícula **A** colide frontalmente com uma partícula **B**, na ausência de forças externas resultantes. A respeito dessa situação, indique a alternativa correta:

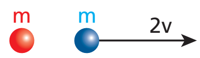
a) A energia cinética da partícula **A** aumenta.
b) O módulo da quantidade de movimento da partícula **B** aumenta.
c) A energia mecânica (total) do sistema formado pelas partículas **A** e **B** permanece constante no ato da colisão.
d) A quantidade de movimento total do sistema formado pelas partículas **A** e **B** permanece constante no ato da colisão.
e) As partículas **A** e **B** adquirem deformações permanentes devido à colisão.

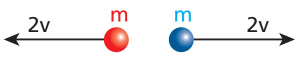
Resposta: d

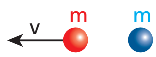
54 (Cesgranrio-RJ) Duas bolas de gude idênticas, de massa **m**, movimentam-se em sentidos opostos (veja a figura) com velocidades de módulo **v**:

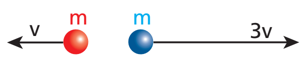


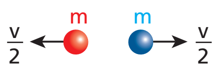
Indique a opção que pode representar as velocidades das bolas imediatamente depois da colisão:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Resolução:
(I) Deve ocorrer conservação da quantidade de movimento total.
No caso: $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$

(II) A energia cinética final pode superar a energia cinética inicial

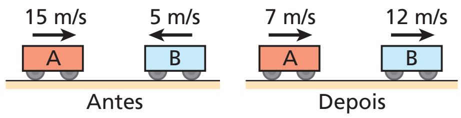
$E_{C_{final}} \leqslant E_{C_{inicial}}$

No caso: $E_{C_{final}} \leqslant 2 \cdot \dfrac{mv^2}{2}$

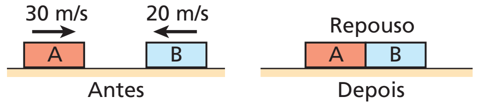
Resposta: e

55 Nas situações representadas nas figuras seguintes, as partículas realizam colisões unidimensionais. Os módulos de suas velocidades escalares estão indicados. Determine, em cada caso, o coeficiente de restituição da colisão, dizendo, ainda, se a interação ocorrida foi elástica, totalmente inelástica ou parcialmente elástica.

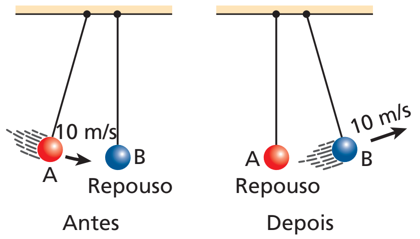
a)



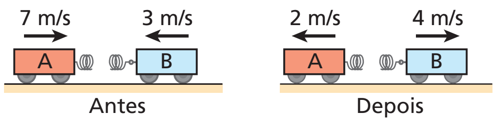
b)



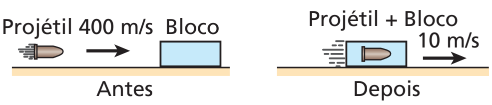
c)



d)



e)



Resolução:

a) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{12 - 7}{15 + 5}$

$\boxed{e = 0{,}25\text{; parcialmente elástica.}}$

b) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{0}{30 + 20}$

$\boxed{e = 0\text{; totalmente inelástica.}}$

c) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{10}{10}$

$\boxed{e = 1\text{; elástica.}}$

d) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{4 + 2}{7 + 3}$

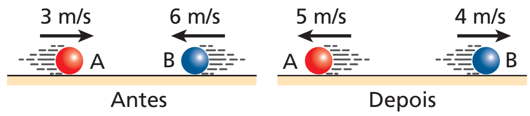
$\boxed{e = 0{,}6\text{ ; parcialmente elástica.}}$

e) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{0}{400}$

$\boxed{e = 0\text{ ; totalmente inelástica.}}$

Respostas: a) e = 0,25; parcialmente elástica; b) e = 0; totalmente inelástica; c) e = 1; elástica; d) e = 0,6; parcialmente elástica; e) e = 0; totalmente inelástica.

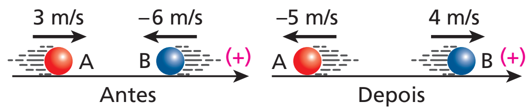
56 E.R. No esquema seguinte, estão representadas as situações imediatamente anterior e imediatamente posterior à colisão unidimensional ocorrida entre duas partículas **A** e **B**:



Sendo conhecidos os módulos das velocidades escalares das partículas, calcule a relação m_A/m_B entre suas massas.

Resolução:

Qualquer colisão mecânica constitui um **sistema isolado** de forças externas, o que permite a aplicação do **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:



$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$\vec{Q}_{f_A} + \vec{Q}_{f_B} = \vec{Q}_{i_A} + \vec{Q}_{i_B}$$

Como a colisão é unidimensional, levando em conta a orientação atribuída à trajetória, raciocinemos em termos escalares:

$$Q_{f_A} + Q_{f_B} = Q_{i_A} + Q_{i_B}$$

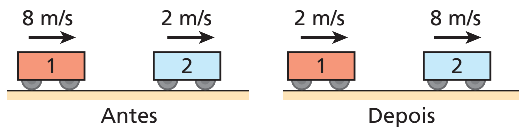
$$m_A\, v_{f_A} + m_B\, v_{f_B} = m_A\, v_{i_A} + m_B\, v_{i_B}$$

$$m_A\,(-5) + m_B\,(4) = m_A\,(3) + m_B\,(-6)$$

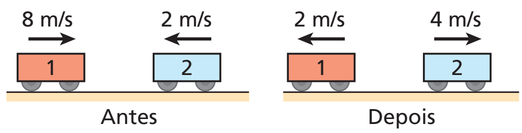
$$8m_A = 10m_B \Rightarrow \boxed{\dfrac{m_A}{m_B} = \dfrac{5}{4}}$$

57 Os carrinhos representados nas figuras a seguir, ao percorrer trilhos retilíneos, colidem frontalmente. Os módulos de suas velocidades escalares antes e depois das interações estão indicados nos esquemas. Calcule, para as situações dos itens **a** e **b**, a relação m_1/m_2 entre as massas dos carrinhos (1) e (2).

a)



b)



Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$m_1(2) + m_2(8) = m_1(8) + m_2(2)$

$6m_1 = 6m_2 \Rightarrow \boxed{\dfrac{m_1}{m_2} = 1}$

b) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

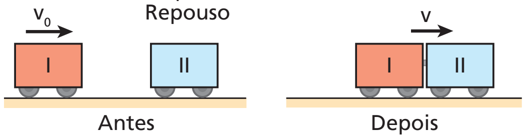
$m_1(-2) + m_2(4) = m_1(8) + m_2(-2)$

$10m_1 = 6m_2 \Rightarrow \boxed{\dfrac{m_1}{m_2} = 0{,}6}$

Respostas: a) $\dfrac{m_1}{m_2} = 1$; b) $\dfrac{m_1}{m_2} = 0{,}6$

58 E.R. Um vagão (I) de massa **M**, movendo-se sobre trilhos retos e horizontais com velocidade de intensidade v_0, colide com um vagão (II) de massa **m**, inicialmente em repouso. Se o vagão (I) fica acoplado ao vagão (II), determine a intensidade da velocidade do conjunto imediatamente após a colisão.

Resolução:
Os esquemas seguintes representam as situações imediatamente anterior e imediatamente posterior à colisão:



Aplicando o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$(M + m)\,v = M\,v_0 \;\Rightarrow\; \boxed{v = \frac{M}{M + m}\,v_0}$$

Destaquemos que a colisão é totalmente inelástica e que $v < v_0$.

59 Uma locomotiva de massa 200 t movendo-se sobre trilhos retos e horizontais com velocidade de intensidade 18,0 km/h colide com um vagão de massa 50 t inicialmente em repouso. Se o vagão fica acoplado à locomotiva, determine a intensidade da velocidade do conjunto imediatamente após a colisão.

Resolução:
$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$
$(M + m)v = M\,v_0$
$(200 + 50)\,v = 200 \cdot 18{,}0$
Donde $\Rightarrow \boxed{v = 14{,}4 \text{ km/h}}$

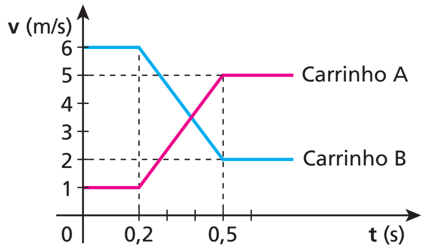
Resposta: 14,4 km/h

60 (Fuvest-SP) Dois patinadores de massas iguais deslocam-se numa mesma trajetória retilínea, com velocidades escalares respectivamente iguais a 1,5 m/s e 3,5 m/s. O patinador mais rápido persegue o outro. Ao alcançá-lo, salta verticalmente e agarra-se às suas costas, passando os dois a deslocarem-se com velocidade escalar **v**. Desprezando o atrito, calcule o valor de **v**.

Resolução:
$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$
$(m + m)v = mv_1 + mv_2$
$2m\,v = m\,(1{,}5 + 3{,}5)$
Donde: $\boxed{v = 2{,}5 \text{ m/s}}$

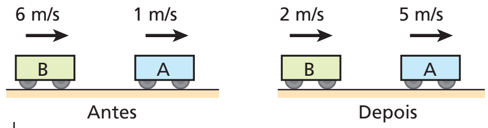
Resposta: 2,5 m/s

61 (UFPB) A figura a seguir apresenta os gráficos da velocidade *versus* tempo para a colisão unidimensional ocorrida entre dois carrinhos **A** e **B**:



Supondo que não existam forças externas resultantes e que a massa do carrinho **A** valha 0,2 kg, calcule:
a) o coeficiente de restituição da colisão;
b) a massa do carrinho **B**.

Resolução:



$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{5 - 2}{6 - 1}$$

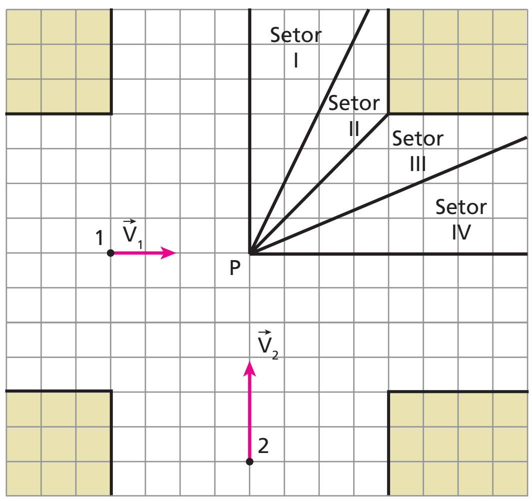
$\boxed{e = 0{,}6}$

(Colisão parcialmente elástica)

b) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$
$0{,}2(5) + m_B(2) = 0{,}2(1) + m_B(6)$
$4m_B = 0{,}8 \Rightarrow \boxed{m_B = 0{,}2 \text{ kg}}$

Respostas: a) 0,6; b) 0,2 kg

62 (UFRN) A figura a seguir mostra dois pequenos veículos, 1 e 2, de massas iguais, que estão prestes a colidir no ponto **P**, que é o ponto central do cruzamento de duas ruas perpendiculares entre si. Toda região em torno do cruzamento é plana e horizontal. Imediatamente antes da colisão, as velocidades dos veículos têm as direções representadas na figura, tendo o veículo 2 uma velocidade que é 1,5 vez maior que a do veículo 1.



Após a colisão, os veículos vão deslizar juntos pela pista molhada, praticamente sem atrito.

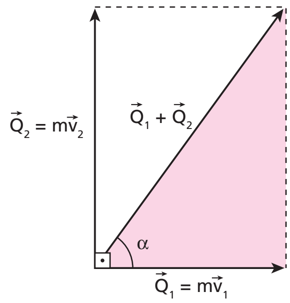
Com base nessas informações, pode-se afirmar que o setor ao longo do qual os veículos vão deslizar juntos é o:

a) Setor I.
b) Setor II.
c) Setor III.
d) Setor IV.

Resolução:

Deve ocorrer conservação da quantidade de movimento total do sistema.

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_2$



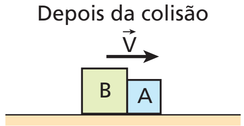
$\text{tg}\,\alpha = 1{,}5 \Rightarrow \alpha \cong 56°$

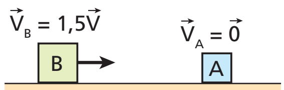
∴ Setor II.

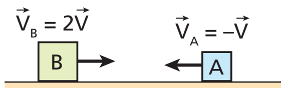
Resposta: b

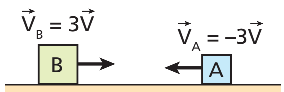
63 (Fuvest-SP) Sobre uma mesa horizontal de atrito desprezível, dois blocos **A** e **B** de massas **m** e **2m**, respectivamente, movendo-se ao longo de uma reta, colidem um com o outro. Após a colisão, os blocos se mantêm unidos e deslocam-se para a direita com velocidade $\vec{V}$, como indicado na figura. O **único** esquema que **não** pode representar os movimentos dos dois blocos antes da colisão é:

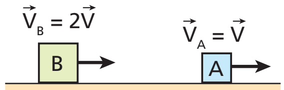
Depois da colisão

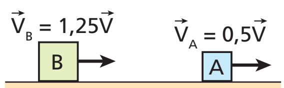


a)


b)


c)


d)


e)


Resolução:

$\vec{Q}_{inicial} = \vec{Q}_{final} = 3m\,\vec{v}$

No caso da alternativa **d**, $\vec{Q}_{inicial} = 2m \cdot 2\,\vec{v} + m\,\vec{v} = 5m\,\vec{v}$, o que não traduz a conservação da quantidade de movimento do sistema.

Resposta: d

64 E.R. Duas pequenas esferas de massas iguais realizam um choque unidimensional e perfeitamente elástico sobre uma mesa do laboratório. No esquema abaixo, mostra-se a situação imediatamente anterior e a imediatamente posterior ao evento:

Antes Depois

Supondo conhecidos os módulos de $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ (v_A e v_B), determine os módulos de $\vec{v}'_A$ e $\vec{v}'_B$ (v'_A e v'_B).

Resolução:

Aplicando ao choque o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, vem:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$\vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B = \vec{Q}_A + \vec{Q}_B$$

Escalarmente:

$$Q'_A + Q'_B = Q_A + Q_B$$

$$m\,v'_A + m\,v'_B = m\,v_A + m\,v_B$$

Donde:

$$v'_A + v'_B = v_A + v_B \qquad \text{(I)}$$

Sabemos também que:

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$$

Sendo o choque perfeitamente elástico, temos e = 1, decorrendo que:

$$1 = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B} \Rightarrow v'_B - v'_A = v_A - v_B \qquad \text{(II)}$$

Resolvendo o sistema constituído pelas equações (I) e (II), obtemos:

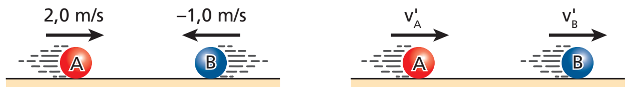
$$\boxed{v'_A = v_B} \quad \text{e} \quad \boxed{v'_B = v_A}$$

Cabe aqui uma observação importante:

> Num choque unidimensional e perfeitamente elástico entre partículas de massas iguais, estas **trocam suas velocidades**.

65 Duas bolas de boliche **A** e **B**, de massas iguais, percorrem uma mesma canaleta retilínea onde realizam um choque perfeitamente elástico. Se as velocidades escalares de **A** e **B** imediatamente antes da colisão valem $v_A = 2{,}0$ m/s e $v_B = -1{,}0$ m/s, quais as velocidades escalares v'_A e v'_B de **A** e **B** imediatamente depois da colisão?

Resolução:



Antes Depois

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$m\,v_A' + m\,v_B' = m\,(2{,}0) + m\,(-1{,}0)$

$v_A' + v_B' = 1{,}0$ (1)

(II) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1 = \dfrac{v_B' - v_A'}{2{,}0 + 1{,}0}$

$-v_A' + v_B' = 3{,}0$ (2)

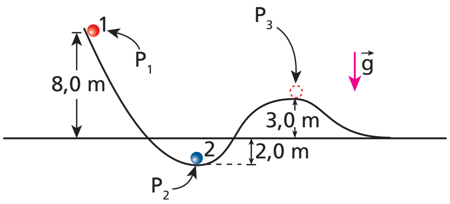
(1) + (2): $2v_B' = 4{,}0$

$\boxed{v_B' = 2{,}0\text{ m/s}}$

e $\boxed{v_A' =-1{,}0\text{ m/s}}$

Respostas: $v_A' = -1{,}0$ m/s ; $v_B' = 2{,}0$ m/s

66 (UFPI) A figura representa duas partículas idênticas, **1** e **2**, ambas de massa igual a **m**, e ambas em repouso nas posições indicadas, P_1 e P_2. O módulo da aceleração da gravidade no local é g = 10 m/s². A partícula **1** é então abandonada em sua posição inicial, indo colidir elasticamente com a partícula **2**.



Na ausência de qualquer atrito, qual a intensidade da velocidade da partícula **2** ao atingir a posição P_3?

Resolução:
Como ocorre numa colisão elástica entre massa iguais, as partículas **1** e **2** trocam de velocidades, por isso, tudo se passa como se tivéssemos uma única partícula deslocando-se de P_1 até P_3.

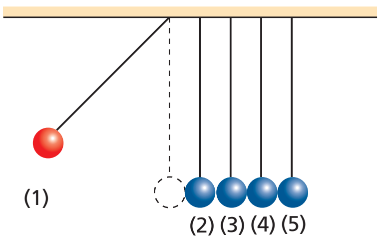
$E_{m_3} = E_{m_1} \Rightarrow E_{C_3} = E_{P_1}$ (PHR em P_3)

$\frac{m\ v_3^2}{2} = m\ g\ (h_1 - h_3) \Rightarrow \frac{v_3^2}{2} = 10\ (8{,}0 - 3{,}0)$

Donde: $\boxed{v_3 = 10\text{ m/s}}$

Resposta: 10 m/s

67 Considere a montagem experimental representada a seguir, em que a esfera 1 tem massa **2M** e as demais (2, 3, 4 e 5) têm massa **M**:



Abandonando-se a esfera 1 na posição indicada, ela desce, chegando ao ponto mais baixo de sua trajetória com velocidade $\vec{v}_0$. Supondo que todas as possíveis colisões sejam perfeitamente elásticas, podemos afirmar que, após a interação:

a) a esfera 5 sai com velocidade $2\vec{v}_0$.
b) as esferas 2, 3, 4 e 5 saem com velocidade $\frac{\vec{v}_0}{2}$.
c) as esferas 4 e 5 saem com velocidade $\vec{v}_0$.
d) as esferas 2, 3, 4 e 5 saem com velocidade $\vec{v}_0$.
e) todas as esferas permanecem em repouso.

Resolução:
Deve ocorrer conservação da quantidade de movimento do sistema e também da energia mecânica total. Para tanto, as esferas 4 e 5 devem sair com velocidade de $\vec{v}_0$.

Resposta: c

68 (Mack-SP) Na figura, representamos uma mesa perfeitamente lisa e duas esferas **A** e **B** que vão realizar uma colisão unidimensional e perfeitamente elástica.
A esfera **A** tem massa **m** e, antes da colisão, se desloca com velocidade constante de 60 m/s.
A esfera **B** tem massa **2m** e, antes da colisão, está em repouso.

Não considere a rotação das esferas.
Sejam E_A a energia cinética de **A** antes da colisão e E_B a energia cinética de **B** após a colisão. Indique a opção correta:

a) $E_B = \frac{4}{9} E_A$.
b) $E_B = \frac{8}{9} E_A$.
c) $E_B = E_A$.
d) $E_B = \frac{9}{8} E_A$.
e) $E_B = 2E_A$.

Resolução:
(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$mv_A' + 2mv_B' = m\,60$

$v_A' + 2v_B' = 60$ (1)

$e = \frac{|v_{raf}|}{|v_{rap}|} \Rightarrow 1 = \frac{v_B' - v_A'}{60}$

$-v_A' + v_B' = 60$ (2)

(1) + (2): $3v_B' = 120$

$\boxed{v_B' = 40\text{ m/s}}$

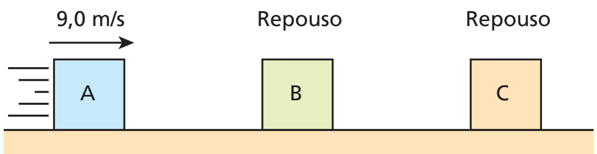
(II) $\frac{E_B}{E_A} = \frac{\frac{2m\,(v_B')^2}{2}}{\frac{m\,v_A^2}{2}}$

$\frac{E_B}{E_A} = 2\left(\frac{v_B'}{v_A}\right)^2 = 2\left(\frac{40}{60}\right)^2$

Donde: $\boxed{E_B = \frac{8}{9} E_A}$

Resposta: b

69 Três blocos, **A**, **B** e **C**, de dimensões idênticas e massas respectivamente iguais a **2M**, **M** e **M**, estão inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, alinhados num ambiente em que a influência do ar é desprezível. O bloco **A** é então lançado contra o bloco **B** com velocidade escalar de 9,0 m/s, conforme indica a figura.



Admitindo-se que as colisões entre **A**, **B** e **C** sejam unidimensionais e perfeitamente elásticas, determine as velocidades escalares desses blocos depois de ocorridas todas as colisões possíveis entre eles.

Resolução:

1ª colisão: entre **A** e **B**.

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$2mv'_A + mv'_B = 2m \cdot 9,0$

$2v'_A + v'_B = 18$ (1)

$e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1 = \dfrac{v'_B - v'_A}{9,0}$

$-2v'_A + v'_B = 18$ (2)

(1) + (2): $3v'_B = 36$

$\boxed{v'_B = 12\ m/s}$

e $\boxed{v'_A = 3,0\ m/s}$

2ª colisão: entre **B** e **C**.

Trata-se de uma colisão elástica entre massas iguais, havendo, portanto, troca de velocidades. Logo:

$\boxed{v''_C = 12\ m/s}$

e $\boxed{v'_B = 0}$

3ª colisão: entre **A** e **B**.

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$2mv'''_A + mv'''_B = 2m \cdot 3,0$

$2v'''_A + v'''_B = 6,0$ (3)

$e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1 = \dfrac{v'''_A - v'''_B}{3,0}$

$-2v'''_A + v'''_B = 6,0$ (4)

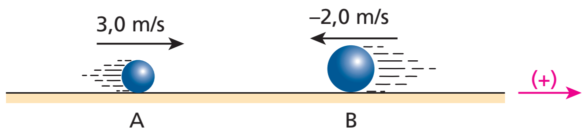
(3) + (4): $3v'''_B = 12$

$\boxed{v'''_B = 4,0\ m/s}$

e $\boxed{v_A''' = 1,0\ m/s}$

Respostas: Bloco A: 1,0 m/s; Bloco B: 4,0 m/s; Bloco C: 12m/s

70 E.R. A figura representa a situação imediatamente anterior à colisão unidimensional entre duas partículas **A** e **B**:



Sabendo que a massa de **B** é o dobro da de **A** e que o coeficiente de restituição da colisão vale 0,8, calcule as velocidades escalares de **A** e **B** imediatamente após o choque.

Resolução:

Aplicando o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**, temos:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$\vec{Q}'_A + \vec{Q}'_B = \vec{Q}_A + \vec{Q}_B$$

$$m\,\vec{v}'_A + 2m\,\vec{v}'_B = m\,\vec{v}_A + 2m\,\vec{v}_B$$

Escalarmente:

$$v'_A + 2v'_B = 3,0 + 2\,(-2,0)$$

$$\boxed{v'_A + 2v'_B = -1,0} \quad \text{(I)}$$

Sendo e = 0,8, vem:

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 0,8 = \frac{v'_B - v'_A}{3,0 + 2,0}$$

$$\boxed{v'_B - v'_A = 4,0} \quad \text{(II)}$$

Fazendo (I) + (II), calculamos v'_B:

$$3v'_B = 3,0 \Rightarrow \boxed{v'_B = 1,0\ m/s}$$

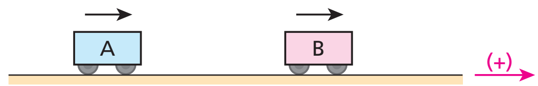
Substituindo em (I), obtemos v'_A:

$$v'_A + 2\,(1,0) = -1,0$$

$$\boxed{v'_A = -3,0\ m/s}$$

Observe que, imediatamente depois da colisão, **A** se moverá para a esquerda e **B**, para a direita.

71 A figura seguinte representa dois carrinhos **A** e **B** de massas **m** e **3m**, respectivamente, que percorrem um mesmo trilho retilíneo com velocidades escalares v_A = 15 m/s e v_B = 5,0 m/s:



Se o choque mecânico que ocorre entre eles tem coeficiente de restituição 0,2, quais as velocidades escalares após a interação? Despreze os atritos.

Resolução:

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$mv'_A + 3mv'_B = m \cdot 15 + 3m \cdot 5,0$

$v'_A + 3v'_B = 30$ (1)

(II) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 0,2 = \dfrac{v'_B - v'_A}{15 - 5,0}$

$-v'_A + v'_B = 2,0$ (2)

(1) + (2): $4v_B{}' = 32$

$\boxed{v'_B = 8,0\ m/s}$

e $\boxed{v'_A = 6,0\ m/s}$

Respostas: (A): 6,0 m/s; (B): 8,0 m/s

72 Duas partículas **1** e **2**, de massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg, percorrem uma mesma reta orientada com velocidades escalares $v_1 = 2{,}0$ m/s e $v_2 = -8{,}0$ m/s. Supondo que essas partículas colidam e que o coeficiente de restituição do impacto seja 0,5, determine:

a) as velocidades escalares de **1** e de **2** imediatamente após o impacto;

b) a relação entre as energias cinéticas do sistema (partículas **1** e **2**) imediatamente após e imediatamente antes do impacto.

Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$$3{,}0\ \ v'_1 + 2{,}0\ \ v'_2 = 3{,}0 \cdot 2{,}0 + 2{,}0 \cdot (-8{,}0)$$

$$3{,}0\ \ v'_1 + 2{,}0\ \ v'_2 = -10 \qquad \text{(I)}$$

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 0{,}5 = \frac{v'_2 - v'_1}{2{,}0 + 8{,}0} \Rightarrow v'_2 - v'_1 = 5{,}0 \qquad \text{(II)}$$

De (I) e (II):

$$\boxed{v'_1 = -4{,}0 \text{ m/s}} \text{ e } \boxed{v'_2 = 1{,}0 \text{ m/s}}$$

b)
$$\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{\dfrac{3{,}0\ \ (4{,}0)^2}{2} + \dfrac{2{,}0\ \ (1{,}0)^2}{2}}{\dfrac{3{,}0\ \ (2{,}0)^2}{2} + \dfrac{2{,}0\ \ (8{,}0)^2}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{5}{14}}$$

Respostas: a) (1): –4,0 m/s; (2): 1,0 m/s; b) $\frac{5}{14}$

73 Uma esfera **A**, de massa 200 g, colidiu frontalmente com uma outra, **B**, de massa 300 g, inicialmente em repouso. Sabendo que **A** atingiu **B** com velocidade escalar de 5,0 cm/s e que esta última adquiriu, imediatamente após a colisão, velocidade escalar de 3,0 cm/s, determine:

a) o coeficiente de restituição para a colisão ocorrida;

b) o percentual de energia cinética dissipada por efeito do impacto.

Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$ $\quad 200\ vA' + 300 \cdot 3{,}0 = 200 \cdot 5{,}0$

$$\boxed{v'_A = 0{,}5 \text{ cm/s}}$$

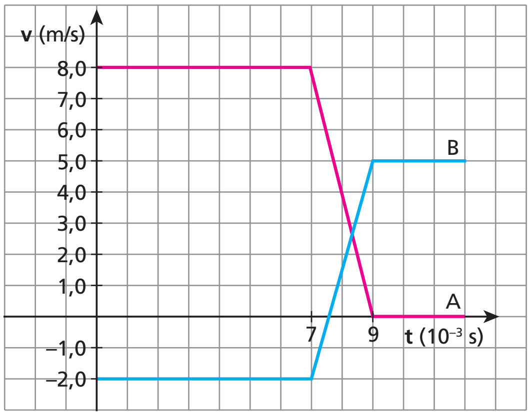
$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{3{,}0 - 0{,}50}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{e = 0{,}5}$$

b)
$$\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{\dfrac{200\ (0{,}50)^2}{2} + \dfrac{300\ (3{,}0)^2}{2}}{\dfrac{200\ (5{,}0)^2}{2}} = \frac{2\,750}{5\,000}$$

Donde: $\boxed{E_{c_f} = 55\%\ E_{c_i}}$ $\Rightarrow$ Dissipação de 45%

Respostas: a) 0,5; b) 45%

74 No diagrama seguinte, estão representadas as variações das velocidades escalares de duas partículas **A** e **B**, que realizam um choque unidimensional sobre uma mesa horizontal e sem atrito:



Com base no gráfico:

a) classifique o choque como elástico, totalmente inelástico ou parcialmente elástico;

b) calcule a massa de **B**, se a de **A** vale 7,0 kg;

c) determine a intensidade média da força trocada pelas partículas por ocasião do choque.

Resolução:

a)

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \frac{5{,}0}{8{,}0 + 2{,}0}$$

$\boxed{e = 0{,}5}$ (choque parcialmente elástico)

b) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$$m_B\ \ 5{,}0 = 7{,}0\ \ (8{,}0) + m_B\ \ (-2{,}0)$$

Donde: $\boxed{m_B = 8{,}0 \text{ kg}}$

c) Aplicando-se o **Teorema do Impulso** à partícula **A**, vem:

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

$$|\vec{F}_m| \cdot \Delta t = m_A\ \ |\Delta\vec{v}_A|$$

Do gráfico:

$\Delta t = 2 \cdot 10^{-3}$ s, logo:

$$|\vec{F}_m|\ \ 2 \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 8{,}0 \qquad \boxed{|\vec{F}_m| = 2{,}8 \cdot 10^4 \text{ N}}$$

Respostas: a) e = 0,5; parcialmente elástico; b) 8,0 kg; c) $2{,}8 \cdot 10^4$ N

75 (Unicamp-SP) Um objeto de massa $m_1 = 4{,}0$ kg e velocidade escalar $v_1 = 3{,}0$ m/s choca-se com um objeto em repouso, de massa $m_2 = 2{,}0$ kg. A colisão ocorre de modo que a perda de energia cinética é máxima, mas consistente com o Princípio de Conservação da Quantidade de Movimento.

a) Quais as velocidades escalares dos objetos imediatamente após a colisão?

b) Qual a variação da energia cinética do sistema?

Resolução:

a) Se a colisão ocorre com máxima dissipação de energia mecânica, então é **totalmente inelástica**.

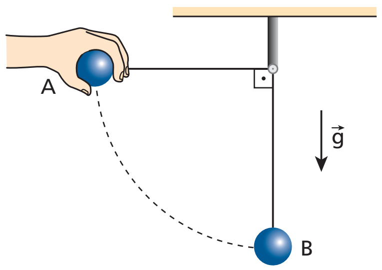
$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (4{,}0 + 2{,}0)\ \ v = 4{,}0 \cdot 3{,}0$$

$$\boxed{v = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

b)
$$\Delta E_C = \frac{(m_1 + m_2)\ v^2}{2} - \frac{m_1\ v_1^2}{20}$$
$$\Delta E_C = \frac{(4{,}0 + 2{,}0)\ (2{,}0)^2}{2} - \frac{4{,}0\ (3{,}0)^2}{2}$$
$$\boxed{\Delta E_C = -6{,}0\ \text{J}}$$

Respostas: a) 2,0 m/s; b) –6,0 J

76 Realiza-se, no laboratório, um experimento em que são utilizados dois pêndulos iguais, **A** e **B**, em cujos fios estão presas esferas de massa de vidraceiro. Inicialmente, os pêndulos encontram-se em repouso, dispostos conforme ilustra o esquema:



Largando-se o pêndulo **A**, ele desce sem sofrer os efeitos do ar, indo colidir de modo totalmente inelástico com o pêndulo **B**. Podemos afirmar que o percentual de energia mecânica dissipado nesse experimento, por efeito da colisão, vale:

a) 10%. b) 25%. c) 50%. d) 75%. e) 100%.

Resolução:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow 2\ m \cdot v' = m \cdot v \Rightarrow v' = \frac{v}{2}$$
$$\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{\frac{2\ m\ v^2}{2 \cdot 4}}{\frac{m\ v^2}{2}} = \frac{1}{2}$$
$$\boxed{E_{C_f} = 50\%\ E_{C_i}}$$

Dissipação de 50 %.

Resposta: c

77 (UFBA) Um bloco **A**, de massa 2,0 kg, deslocando-se sem atrito sobre uma superfície horizontal plana, com velocidade de módulo igual a **v**, atinge em uma colisão frontal um bloco **B**, de massa 3,0 kg, inicialmente em repouso. Após a colisão, **A** e **B** deslocam-se unidos, com velocidade de módulo igual a 6,0 m/s. Admita agora que a colisão ocorra, nas mesmas condições da colisão anterior, entre o bloco **A** e uma mola ideal. A mola tem constante elástica igual a $5{,}0 \cdot 10^5$ N/m e foi colocada no lugar de **B**, com uma das extremidades fixa.

Determine a deformação máxima da mola, em unidades do **SI** e em notação científica. Despreze qualquer perda de energia mecânica na interação entre o bloco **A** e a mola.

Resolução:

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (m_A + m_B)\ v' = m_A\ v$

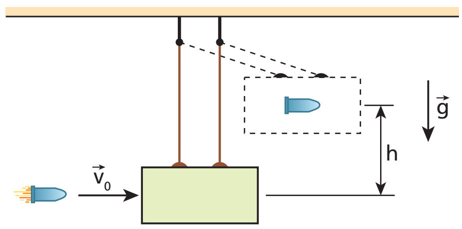
$(2{,}0 + 3{,}0)\ 6{,}0 = 2{,}0 \Rightarrow \boxed{v = 15\ \text{m/s}}$

(II) $E_e = E_{C_A} \Rightarrow \dfrac{K\ (\Delta x)^2}{2} = \dfrac{m_A\ v^2}{2}$

$5{,}0 \cdot 10^5\ (\Delta x)^2 = 2{,}0\ (15)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta x = 3{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}$

Resposta: $3{,}0 \cdot 10^{-2}$ m

78 E.R. O dispositivo representado na figura a seguir denomina-se **pêndulo balístico** e pode ser utilizado para a determinação da intensidade da velocidade de projéteis:



Considere desprezíveis os pesos das hastes e o efeito do ar. Um projétil de massa **m** é disparado horizontalmente com velocidade $\vec{v}_0$ contra o bloco de massa **M**, inicialmente em repouso. O projétil fica incrustado no bloco e o conjunto eleva-se a uma altura máxima **h**. Sendo **g** o módulo da aceleração da gravidade, determine, em função de **M**, **m**, **g** e **h**, a intensidade de $\vec{v}_0$.

Resolução:

Se o projétil fica incrustado no bloco, a colisão é totalmente inelástica. Calculemos o módulo **v** da velocidade do conjunto bloco-projétil, imediatamente após o impacto. Para tanto, apliquemos à colisão o **Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento**:

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (M + m)\ v = m\ v_0$$

Daí:

$$v = \frac{m}{M + m}\ v_0 \qquad \text{(I)}$$

Devido às condições ideais, imediatamente após a colisão, o sistema torna-se conservativo, valendo a partir daí o **Princípio da Conservação da Energia Mecânica**.

Adotemos o plano horizontal de referência passando pela posição inicial do centro de massa do conjunto bloco-projétil. Assim, imediatamente após o impacto, a energia mecânica do conjunto será puramente cinética e, no ponto de altura máxima, puramente potencial de gravidade.

$$E_{m_{final}} = E_{m_{inicial}} \Rightarrow E_p = E_c$$
$$(M + m)\ g\ h = \frac{(M + m)\ v^2}{2} \Rightarrow g\ h = \frac{v^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), vem:

$$g\ h = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M + m}\right)^2 v_0^2$$

Donde:

$$\boxed{v_0 = \frac{M + m}{m}\sqrt{2g\ h}}$$

Nota:

- Embora imediatamente após o impacto o sistema seja conservativo, analisado do início ao fim do fenômeno, ele assim não pode ser considerado, pois, devido à colisão totalmente inelástica ocorrida, uma fração da energia mecânica total é dissipada.

79 (UFJF-MG) A figura 1 a seguir ilustra um projétil de massa m_1 = 20 g disparado horizontalmente com velocidade de módulo v_1 = 200 m/s contra um bloco de massa m_2 = 1,98 kg, em repouso, suspenso na vertical por um fio de massa desprezível. Após sofrerem uma colisão perfeitamente inelástica, o projétil fica incrustado no bloco e o sistema projétil-bloco atinge uma altura máxima **h**, conforme representado na figura 2.

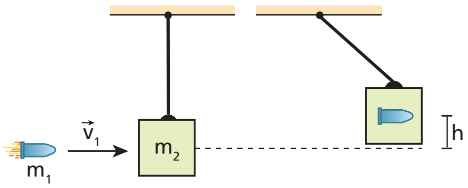


Figura 1 Figura 2

Desprezando-se a força de resistência do ar e adotando-se $g = 10\ m/s^2$, resolva os itens abaixo.

a) Calcule o módulo da velocidade que o sistema projétil-bloco adquire imediatamente após a colisão.

b) Aplicando-se o Princípio da Conservação da Energia Mecânica, calcule o valor da altura máxima **h** atingida pelo sistema projétil-bloco após a colisão.

Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$(m_1 + m_2)\ v_2 = m_1\ v_1$

$2{,}0\ v_2 = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \Rightarrow \boxed{v_2 = 2{,}0\ m/s}$

b) $E_{m_{final}} = E_{m_{inicial}}$

$(m_1 + m_2)\ g\ h = \dfrac{(m_1 + m_2)\ v_2^2}{2}$

$10\ h = \dfrac{(2{,}0)^2}{2} \Rightarrow \boxed{h = 0{,}20\ m = 20\ cm}$

Respostas: a) 2,0 m/s; b) 20 cm

80 Uma bola é abandonada, a partir do repouso, de um ponto situado a uma altura **H** em relação ao solo, admitido plano e horizontal. A bola cai livremente e, após chocar-se contra o solo, consegue atingir uma altura máxima **h**.

a) Calcule o coeficiente de restituição do choque em função de **H** e de **h**.

b) Classifique o choque como elástico, totalmente inelástico ou parcialmente elástico, nos seguintes casos: $h = H$, $0 < h < H$ e $h = 0$.

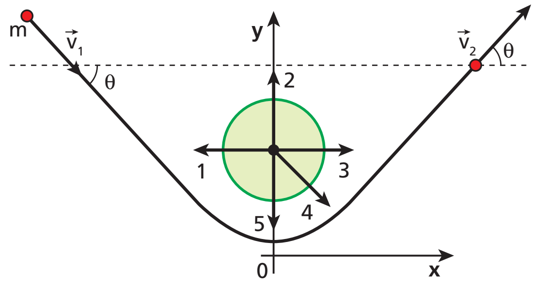
Resolução:

a) $e = \dfrac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} = \dfrac{v_{reflexão}}{v_{incidência}} = \dfrac{\sqrt{2\ g\ h}}{\sqrt{2\ g\ H}} \Rightarrow \boxed{e = \sqrt{\dfrac{h}{H}}}$

b) Se $h = H \Rightarrow e = 1 \Rightarrow$ elástico.
Se $0 < h < H \Rightarrow 0 < e < 1 \Rightarrow$ parcialmente elástico.
Se $h = 0 \Rightarrow e = 0 \Rightarrow$ totalmente inelástico.

Respostas: a) $e = \sqrt{\dfrac{h}{H}}$; b) $h = H$: elástico, $0 < h < H$: parcialmente elástico e $h = 0$: totalmente inelástico

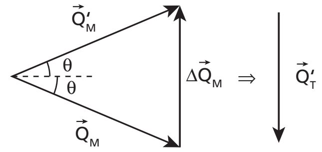
81 (Fuvest-SP) Um meteorito, de massa **m** muito menor que a massa **M** da Terra, dela se aproxima, seguindo a trajetória indicada na figura. Inicialmente, bem longe da Terra, podemos supor que sua trajetória seja retilínea e que sua velocidade seja igual a $\vec{v}_1$. Devido à atração gravitacional da Terra, o meteorito faz uma curva em torno do planeta e escapa para o espaço sem se chocar com a superfície terrestre. Quando se afasta suficientemente da Terra, atinge uma velocidade final $\vec{v}_2$ de forma que, aproximadamente, $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$, podendo sua trajetória ser novamente considerada retilínea. Ox e Oy são os eixos de um sistema de referência inercial, no qual a Terra está inicialmente em repouso.



Podemos afirmar que a direção e o sentido da quantidade de movimento adquirida pela Terra são indicados aproximadamente pela seta:

a) 1. c) 3. e) 5.
b) 2. d) 4.

Resolução:



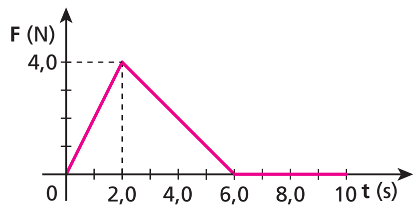
$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow \vec{Q}'_M + \vec{Q}'_T = \vec{Q}_M$

$\vec{Q}'_T = \vec{Q}_M - \vec{Q}'_M \Rightarrow \vec{Q}'_T = -(\vec{Q}'_M - \vec{Q}_M)$

$\boxed{\vec{Q}'_T = -\Delta\vec{Q}_M}$

Resposta: e

82 Uma caixa de dimensões desprezíveis tem massa $m = 2{,}0\ kg$ e encontra-se inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal, sem atrito. A partir do instante $t_0 = 0$, passa a agir sobre ela uma força paralela à mesa, cuja intensidade varia em função do tempo, conforme o gráfico a seguir:



Admitindo que a força tenha direção constante e que atue na caixa somente até o instante $t = 6{,}0\ s$, determine:

a) o instante em que a caixa atinge velocidade máxima;

b) o módulo da velocidade da caixa nos instantes $t = 2{,}0\ s$ e $t = 8{,}0\ s$.

Resolução:

a) A velocidade é máxima ao fim do impulso que a força exerce sobre a caixa, isto é, em $t = 6{,}0\ s$.

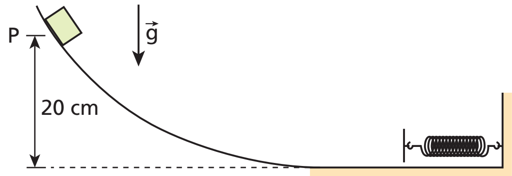
b)

$I]_0^2 = Q_2 - Q_0 \Rightarrow \dfrac{2{,}0 \cdot 4{,}0}{2} = 2{,}0\ v_2 \Rightarrow \boxed{v_2 = 2{,}0\ m/s}$

$I]_0^8 = Q_8 - Q_0 \Rightarrow \dfrac{6{,}0 \cdot 4{,}0}{2} = 2{,}0 \cdot v_8 \Rightarrow \boxed{v_2 = 6{,}0\ m/s}$

Respostas: a) t = 6,0 s; b) 2,0 m/s e 6,0 m/s

83 Na situação da figura, o bloco de massa m = 2,0 kg é abandonado no ponto **P**, de onde desce sem sofrer atritos ou resistência do ar:



O bloco colide com a mola e, após a interação, que acontece sem dissipação de energia mecânica, adquire movimento de sentido oposto em relação ao inicial. Sabendo que o bloco permanece em contato com a mola durante $2,0 \cdot 10^{-2}$ s e que $|\vec{g}| = 10\ m \cdot s^{-2}$, determine:

a) a intensidade média da força que o bloco troca com a mola, durante a interação;
b) a altura máxima que o bloco atinge após a interação com a mola.

Resolução:

a) $|\vec{V}| = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,20} \Rightarrow |\vec{V}| = 2,0$ m/s

$|\Delta\vec{V}| = 2,0 + 2,0 \Rightarrow |\Delta\vec{V}| = 4,0$ m/s

$|\vec{I}| = |\Delta\vec{Q}| \Rightarrow |\vec{F}|\ \Delta t = m\ |\Delta\vec{V}|$

$|\vec{F}|\ 2,0 \cdot 10^{-2} = 2,0 \cdot 4,0$

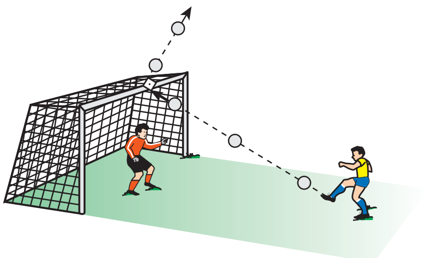
Donde: $\boxed{|F| = 4,0 \cdot 10^2\ N}$

b) Como não há dissipação de energia, temos:

$\boxed{h = 20\ cm}$

Respostas: a) $4,0 \cdot 10^2$ N; b) 20 cm

84 Numa importante final futebolística, um jogador cobra um pênalti e a bola, depois de chocar-se contra o travessão, sai numa direção perpendicular à do movimento inicial.



A bola, que tem 0,50 kg de massa, incide no travessão com velocidade de módulo 80 m/s e recebe deste uma força de intensidade média $5,0 \cdot 10^3$ N. Sabendo que o impacto da bola no travessão dura $1,0 \cdot 10^{-2}$ s, calcule:

a) o módulo da velocidade da bola imediatamente após o impacto;
b) a energia mecânica dissipada no ato do impacto.

Resolução:

a) $|\vec{I}| = m\ |\Delta\vec{V}| \Rightarrow |\vec{F}| \cdot \Delta t = m\ |\Delta\vec{V}|$

$5,0 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} = 0,50\ |\Delta\vec{V}|$

$|\Delta\vec{V}| = 100$ m/s

$(|\Delta\vec{V}|)^2 = (|\vec{V}_i|)^2 + (|\vec{V}_f|)^2 \Rightarrow (100)^2 = (80)^2 + (|\vec{V}_f|)^2$

Da qual: $\boxed{|\vec{V}_f| = 60\ m/s}$

b) $E_{dis} = E_{C_i} - E_{C_f} = \frac{0,50}{2}\ [(80)^2 - (60)^2]$

Donde: $\boxed{E_{dis} = 7,0 \cdot 10^2\ J}$

Respostas: a) 60 m/s; b) $7,0 \cdot 10^2$ J

85 Um barco de massa M = 160 kg encontra-se em repouso na superfície das águas de um lago, no qual não há correntezas. Dentro do barco está um homem de massa m = 80 kg, que em dado instante salta, deixando o barco com velocidade de módulo 2,0 m/s, paralela às águas e medida em relação às margens do lago. Desprezando os atritos e o efeito do ar, determine:

a) o módulo da velocidade do barco após o salto do homem;
b) o trabalho da força que o homem exerce no barco, por ocasião do seu salto.

Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} = \vec{0}$

$\vec{Q}_H + \vec{Q}_B = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_B = -\vec{Q}_H$

Em módulo:

$Q_B = Q_H$

$160\ v_B = 80 \cdot 2,0 \Rightarrow \boxed{v_B = 1,0\ m/s}$

b) Teorema da energia cinética para o barco:

$\tau = \frac{M\ v_B^2}{2} - \frac{M\ v_{0_B}^2}{2}$

$\tau = \frac{160\ (1,0)^2}{2}\ (J) \Rightarrow \boxed{\tau = 80\ J}$

Respostas: a) 1,0 m/s; b) 80 J

86 (Cesesp-PE) Um avião voando horizontalmente atira um projétil de massa 8,0 kg, que sai com velocidade de $5,0 \cdot 10^2$ m/s relativa ao solo. O projétil é disparado na mesma direção e no mesmo sentido em que voa o avião. Sabendo que a massa do avião sem o projétil vale 12 toneladas, calcule, em km/h, o decréscimo na velocidade da aeronave em consequência do tiro.

Resolução:

$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

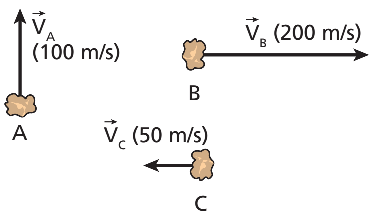
$12 \cdot 10^3\ v'_A + 8,0 \cdot 5,0 \cdot 10^2 = 12 \cdot 10^3\ v_A + \underbrace{8,0\ v_A}_{\text{Desprezível}}$

$12 \cdot 10^3\ (v_A - v'_A) = 4,0 \cdot 10^3$

$\boxed{v_A - v'_A \simeq 0,33\ m/s = 1,2\ km/h}$

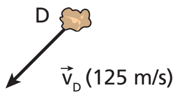
Resposta: 1,2 km/h

87 Um artefato explosivo, inicialmente em repouso, é detonado, fragmentando-se em quatro partes, **A**, **B**, **C** e **D**, de massas respectivamente iguais a 3,0 kg, 2,5 kg, 2,0 kg e 4,0 kg. Despreze a perda de massa do sistema no ato da explosão e admita que os quatro fragmentos sejam lançados com velocidades contidas em um mesmo plano. No esquema ao lado, são fornecidas as características das velocidades vetoriais adquiridas por **A**, **B** e **C**.

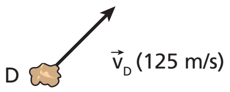


Aponte a alternativa que melhor traduz as características da velocidade vetorial adquirida por **D**:

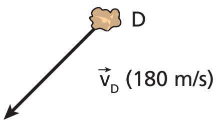
a)



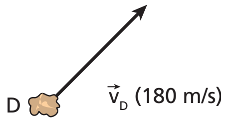
b)



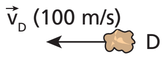
c)



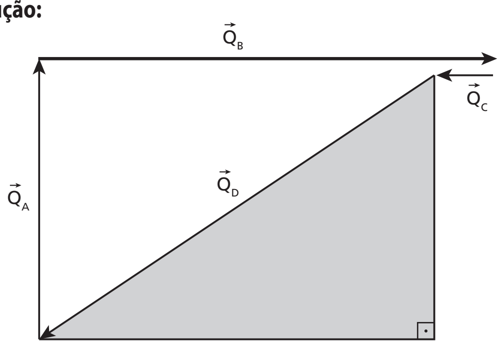
d)



e)



Resolução:



$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_A + \vec{Q}_B + \vec{Q}_C + \vec{Q}_D = \vec{0}$

$Q_A = m_A \; v_A = 3{,}0 \cdot 100 = 300 \text{ kg } \frac{m}{s}$

$Q_B = m_B \; v_B = 2{,}5 \cdot 200 = 500 \text{ kg } \frac{m}{s}$

$Q_C = m_C \; v_C = 2{,}0 \cdot 50 = 100 \text{ kg } \frac{m}{s}$

Teorema de Pitágoras:

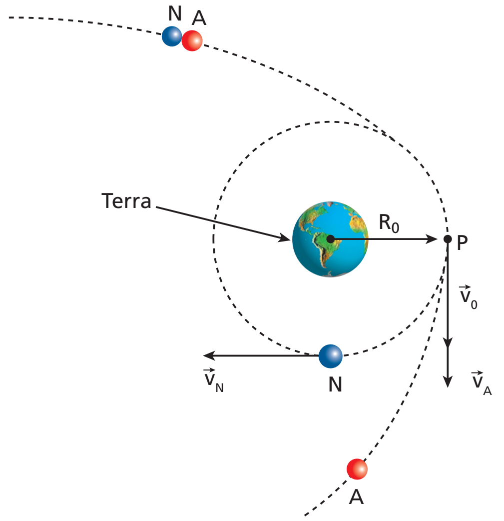
$Q_D^2 = (Q_B - Q_C)^2 + Q_A^2 \Rightarrow Q_D^2 = (400)^2 + (300)^2 \Rightarrow Q_D = 500 \text{ kg } \frac{m}{s}$

$m_D \; v_D = Q_D \Rightarrow 4{,}0 \; v_D = 500$

Donde: $\boxed{v_D = 125 \text{ m/s}}$

Resposta: 125 m/s

88 (Fuvest-SP – mod.) Alienígenas desejam observar o nosso planeta. Para tanto, enviam à Terra uma nave **N**, inicialmente ligada a uma nave auxiliar **A**, ambas de mesma massa. Quando o conjunto de naves se encontra muito distante da Terra, sua energia cinética e sua energia potencial gravitacional são muito pequenas, de forma que a energia mecânica total do conjunto pode ser considerada nula. Enquanto o conjunto é acelerado pelo campo gravitacional da Terra, sua energia cinética aumenta e sua energia potencial fica cada vez mais negativa, conservando a energia total nula. Quando o conjunto N-A atinge, com velocidade V_0 (a ser determinada), o ponto **P** de máxima aproximação da Terra, a uma distância R_0 do centro do planeta, um explosivo é acionado, separando **N** de **A**. A nave **N** passa a percorrer, em torno da Terra, uma órbita circular de raio R_0, com velocidade V_N (a ser determinada). A nave auxiliar **A** adquire uma velocidade V_A (a ser determinada). Suponha que a Terra esteja isolada no espaço e em repouso.



Note e adote:
1) A força de atração gravitacional **F**, entre um corpo de massa **m** e o planeta Terra, de massa **M**, tem intensidade dada por

$F = \frac{G\,M\,m}{R^2} = m\,g_R.$

2) A energia potencial gravitacional $\mathbf{E_P}$ do sistema formado pelo corpo e pelo planeta Terra, com referencial de potencial zero no infinito, é dada por: $E_P = \frac{-G\,M\,m}{R}$.

G: constante universal da gravitação.
R: distância do corpo ao centro da Terra.
$\mathbf{g_R}$**:** módulo da aceleração da gravidade à distância **R** do centro da Terra.

Determine, em função de **M**, **G** e $\mathbf{R_0}$:
a) o módulo da velocidade $\mathbf{V_0}$ com que o conjunto atinge o ponto **P**;
b) o módulo da velocidade $\mathbf{V_N}$, quando **N** percorre sua órbita circular;
c) o módulo da velocidade $\mathbf{V_A}$, logo após **A** se separar de **N**.

Resolução:

a) $E_{m_P} = E_{m_\infty} \Rightarrow \frac{-G\;M\;m}{R_0} + \frac{2\;m\;V_0^2}{2} = 0$

Do qual: $\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{2\;G\;M}{R_0}}}$

b) $F_{cp} = F \Rightarrow \frac{m\;V_N^2}{R_0} = \frac{G\;M\;m}{R_0^2}$

Donde: $\boxed{V_N = \sqrt{\frac{G\;M}{R_0}}}$

c) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow m\;V_N = m\;V_A = 2\;m \cdot V_0$

$V_A = 2\;V_0 - V_N$

Substituindo-se os valores calculados para V_0 e V_N:

$V_A = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot G\;M}{R_0}} - \sqrt{\frac{G\;M}{R_0}}$

Do qual: $\boxed{V_A = (\sqrt{8} - 1)\;\sqrt{\frac{G\;M}{R_0}}}$

Respostas: a) $\sqrt{\frac{2\;G\;M}{R_0}}$; b) $V_N = \sqrt{\frac{G\;M}{R_0}}$; c) $V_A = (\sqrt{8} - 1)\;\sqrt{\frac{G\;M}{R_0}}$

89 (UFBA) As leis de conservação da energia e da quantidade de movimento são gerais e valem para qualquer situação.
Um caso simples é o de um decaimento radioativo alfa. Um núcleo-pai, em repouso, divide-se, gerando dois fragmentos, um núcleo-filho e uma partícula alfa. Os fragmentos adquirem energia cinética, que é denominada energia de desintegração. Isso ocorre, porque uma parte da massa do núcleo-pai se transforma em energia cinética desses fragmentos, segundo a lei de equivalência entre massa e energia, proposta por Einstein.
Um exemplo do decaimento é o de um dos isótopos radioativos do urânio, que se transforma em tório, emitindo uma partícula alfa, um núcleo de hélio, ou seja:

$$_{92}U^{232} \rightarrow {}_{90}Th^{228} + {}_{2}He^{4}$$

Na notação empregada, o número inferior refere-se à carga nuclear e o superior, à massa aproximada do núcleo respectivo.
Sabe-se que o núcleo de urânio está em repouso e a energia de desintegração é E = 5,40 MeV.
Considerando-se as leis de consevação e o fato de a mecânica newtoniana permitir, com boa aproximação, o cálculo das energias cinéticas, determine a energia cinética da partícula alfa.

Resolução:

a) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$

$\vec{Q}_{Th} + \vec{Q}_{He} = \vec{0} \Rightarrow \vec{Q}_{Th} = -\vec{Q}_{He}$

Em módulo:

$Q_{Th} + Q_{He} \Rightarrow M_{Th}\ V_{Th} = M_{He}\ V_{He} \Rightarrow 228\ V_{Th} = 4\ V_{He}$

$V_{Th} = \dfrac{V_{He}}{57}$ (I)

Mas $E_{Th} + E_{He} = 5{,}40$ MeV, logo:

$\dfrac{228\ V_{Th}^2}{2} + E_{He} = 5{,}40$ (II)

(I) em (II):

$114 \left(\dfrac{V_{He}}{57}\right)^2 + E_{He} = 5{,}40$

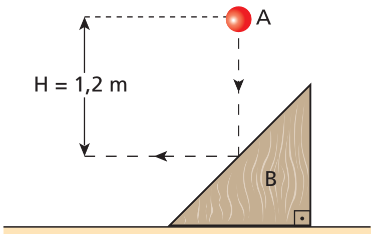
$\dfrac{2}{57}\ \dfrac{2\ E_{He}}{M_{He}} + E_{He} = 5{,}40$

$\dfrac{4\ E_{He}}{57\ 4} + E_{He} = 5{,}40 \Rightarrow 58\ E_{He} = 57 \cdot 5{,}40$

$\boxed{E_{He} \simeq 5{,}31\ \text{MeV}}$

Resposta: $\simeq 5{,}31$ MeV

90 (Unip-SP) Na figura, temos um plano horizontal sem atrito e um bloco **B**, em repouso, com o formato de um prisma. Uma pequena esfera **A** é abandonada do repouso, da posição indicada na figura, e, após uma queda livre, colide elasticamente com o prisma. Despreze o efeito do ar e adote $g = 10\ m \cdot s^{-2}$.



Sabe-se que, imediatamente após a colisão, a esfera **A** tem velocidade horizontal. A massa do prisma **B** é o dobro da massa da esfera **A**. A velocidade adquirida pelo prisma **B**, após a colisão, tem módulo igual a:
a) 2,0 m/s. b) 4,0 m/s. c) 8,0 m/s. d) 16 m/s. e) 1,0 m/s.

Resolução:
Em módulo:

$Q_B = Q_A \Rightarrow 2 \cdot m\ v_B = m \cdot v_A \Rightarrow v_A = 2\ v_B$ (I)

Sistema conservativo:

$\dfrac{2\ m\ V_B^2}{2} + \dfrac{m\ V_A^2}{2} = m \cdot g \cdot H$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$2\ v_B^2 + 4\ v_B^2 = 2 \cdot 10 \cdot 1{,}2$

Da qual: $\boxed{v_B = 2{,}0\ m/s}$

Resposta: 2,0 m/s

91 (EN-RJ) Uma partícula de massa 2,0 kg, que se desloca para a direita com velocidade de 9,0 m/s, colide de modo totalmente inelástico com outra partícula de massa 4,0 kg, que se desloca para a esquerda com velocidade de 6,0 m/s. O módulo do impulso, em unidades do **SI**, aplicado à partícula de 2,0 kg durante a colisão é:
a) 12. b) 16. c) 18. d) 20. e) 24.

Resolução:

(I) $\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (m_1 + m_2)\ v = m_1 \cdot v_1 + m_2\ v_2$

$(2{,}0 + 4{,}0)\ v = 2{,}0\ (9{,}0) + 4{,}0\ (-6{,}0)$

Da qual: $\boxed{v = -1{,}0\ m/s}$

(II) **Partícula 1:**

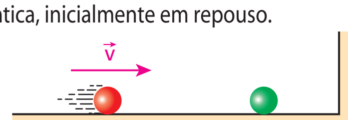
$\vec{I}_1 = \Delta\vec{Q}_1 \Rightarrow |\vec{I}_1| = m_1\ |\Delta\vec{v}_1|$

$|\vec{I}_1| = 2{,}0\ |-1{,}0 - 9{,}0|\ (N\ s)$

Donde: $\boxed{|\vec{I}_1| = 20\ N\ s}$

Resposta: d

92 (UFPB) Uma bola de aço de massa igual a 300 g desloca-se com velocidade de intensidade 90 m/s para a direita sobre um plano horizontal perfeitamente liso. Ela colide frontal e elasticamente com uma outra bola idêntica, inicialmente em repouso.



Qual o valor do impulso, em kg · m/s, exercido pela parede à direita sobre a segunda bola, sabendo-se que a colisão entre ambas é perfeitamente elástica?

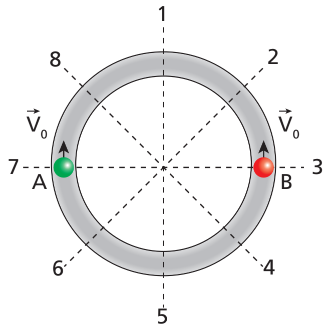
Resolução:
A segunda bola incide na parede com velocidade de intensidade de 90 m/s e retorna, após a colisão, com velocidade de intensidade de 90 m/s.

$\vec{I} = m\ \Delta\vec{v} \Rightarrow |\vec{I}| = 0{,}30\ [90 - (-90)] \left(kg\ \dfrac{m}{s}\right)$

Logo: $\boxed{|\vec{I}| = 54\ kg\ \dfrac{m}{s}}$

Resposta: $54\ kg\ \dfrac{m}{s}$

93 (Fuvest-SP) Em uma canaleta circular, plana e horizontal, podem deslizar duas pequenas bolas, **A** e **B**, com massas $M_A = 3\,M_B$, que são lançadas uma contra a outra, com igual velocidade $\vec{V}_0$, a partir das posições indicadas. Após o primeiro choque entre elas (em 1), que não é elástico, as duas passam a movimentar-se no sentido horário, sendo que a bola **B** mantém o módulo de sua velocidade $\vec{V}_0$.



Desprezando-se os atritos, pode-se concluir que o próximo choque entre elas ocorrerá nas vizinhanças da posição:

a) 3. b) 5. c) 6. d) 7. e) 8.

Resolução:

(I)

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial}$$

$$M_A\ v'_A + M_B\ v'_B = M_A\ v_A + M_B\ v_B$$

$$3\ m\ v'_A + m\ v_0 = 3\ M\ v_0 + m\ (-v_0)$$

Donde: $\boxed{v'_A = \dfrac{v_0}{3}}$

(II)

$$v_{rel} = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow v'_B - v'_A = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t}$$

$$v_0 - \frac{v_0}{3} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\Delta t}$$

Da qual: $\boxed{\Delta t = \dfrac{3\ \pi\ R}{v_0}}$

(III) **Bola B:**

$$\Delta s_B = v'_B\ \Delta t$$

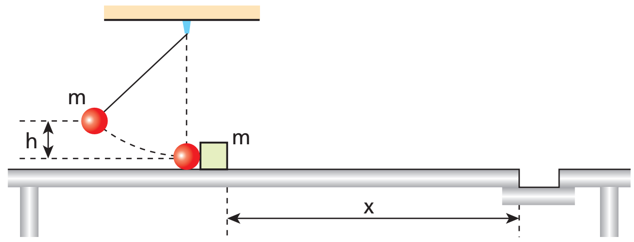
$$\Delta s_B = v_0\ \frac{3\ \pi\ R}{v_0}$$

$$\boxed{\Delta s_B = 3\ \pi\ R}$$

A bola **B** percorre a partir da posição **1** uma volta e meia, atingindo a bola **A** por trás na posição **5**, onde ocorre o segundo choque entre as bolas.

Resposta: b

94 (UFF-RJ) No brinquedo ilustrado na figura, o bloco de massa **m** encontra-se em repouso sobre uma superfície horizontal e deve ser impulsionado para tentar atingir a caçapa, situada a uma distância x = 1,5 m do bloco. Para impulsioná-lo, utiliza-se um pêndulo de mesma massa **m**. O pêndulo é abandonado de uma altura h = 20 cm em relação à sua posição de equilíbrio e colide elasticamente com o bloco no instante em que passa pela posição vertical. Considerando-se a aceleração da gravidade com módulo $g = 10\ m/s^2$, calcule:



a) a intensidade da velocidade da esfera do pêndulo imediatamente antes da colisão;

b) a intensidade da velocidade do bloco imediatamente após a colisão;

c) a distância percorrida pelo bloco sobre a superfície horizontal, supondo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e essa superfície seja μ = 0,20. Verifique se o bloco atinge a caçapa.

Resolução:

a)

$$E_{m_f} = E_{m_i} \Rightarrow \frac{m\ v_0^2}{2} = m\ g\ h \Rightarrow v_0 = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2\ 10\ 0{,}20}\ (m/s)$$

Donde: $\boxed{v_0 = 2{,}0\ m/s}$

b) Como as partículas realizam um choque unidimensional elástico e suas massas são iguais, ocorre troca de velocidades. Logo:

$$\boxed{v_B = v_0 = 2{,}0\ m/s}$$

c) Teorema da energia cinética para o escorregamento do bloco:

$$\tau_{\vec{F}_{at}} = \frac{m\ v^2}{2} - \frac{m\ v_B^2}{2} \Rightarrow -\mu \cdot m \cdot g \cdot d = 0 - \frac{m\ v_B^2}{2}$$

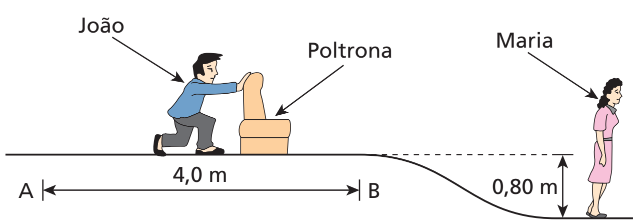
$$d = \frac{v_B^2}{2\ \mu\ g} = \frac{(2{,}0)^2}{2 \cdot 0{,}20 \cdot 10}\ (m)$$

Logo: $\boxed{d = 1{,}0\ m}$

Como d < x (1,0 m < 1,5 m), o bloco **não atinge a caçapa**.

Respostas: a) 2,0 m/s; b) 2,0 m/s; c) 1,0 m, e o bloco não atinge a caçapa.

95 (UFU-MG) João, num ato de gentileza, empurra horizontalmente uma poltrona (massa igual a 10 kg) para Maria (massa igual a 50 kg), que a espera em repouso num segundo plano horizontal 0,80 m abaixo do plano em que se desloca João, conforme indica a figura.



A poltrona é empurrada a partir do repouso de **A** até **B**, ao longo de 4,0 m, por uma força constante $\vec{F}$ de intensidade 25 N. Em **B**, ela é solta, descendo uma pequena rampa e atingindo Maria com velocidade de intensidade **V**, que se senta rapidamente. Com isso, o sistema poltrona-Maria passa a se deslocar com velocidade de intensidade **V'**. Desprezando-se os efeitos do ar e também os atritos sobre a poltrona e considerando-se $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o trabalho da força aplicada por João sobre a poltrona no percurso de **A** até **B**;
b) o valor de **V**;
c) o valor de **V'**.

Resolução:

a) $\tau_{\vec{F}} = |\vec{F}|\ |\vec{d}|\ \cos 0°$

$\tau_{\vec{F}} = 25 \cdot 4{,}0$ (J)

$\boxed{\tau_{\vec{F}} = 1{,}0 \cdot 10^2\ \text{J}}$

b) Teorema da energia cinética aplicado à poltrona:

$$\tau_{\vec{F}} + \tau_{\vec{P}} = \frac{m\ v^2}{2} - \frac{m\ v_0^2}{2} \Rightarrow 1{,}0 \cdot 10^2 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}80 = \frac{10\ v^2}{2}$$

Donde: $\boxed{v = 6{,}0\ \text{m/s}}$

c) $\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}}$

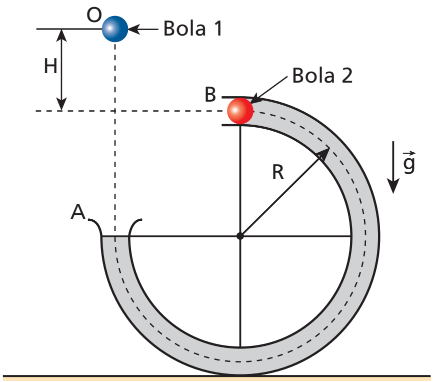
$(m_M + m_P)\ v' = m_P\ v$

$(50 + 10)\ v' = 10 \cdot 6{,}0$

Da qual: $\boxed{v' = 1{,}0\ \text{m/s}}$

Respostas: a) $1{,}0 \cdot 10^2$ J; b) 6,0 m/s; c) 1,0 m/s

96 (Fuvest-SP) Um brinquedo é constituído por um cano (tubo) em forma de $\frac{3}{4}$ de circunferência, de raio médio **R**, posicionado em um plano vertical, como mostra a figura. O desafio é fazer com que a bola 1, ao ser abandonada de certa altura **H** acima da extremidade **B**, entre pelo cano em **A**, bata na bola 2 que se encontra parada em **B**, ficando nela grudada, e ambas atinjam juntas a extremidade **A**. As massas das bolas 1 e 2 são M_1 e M_2, respectivamente. Despreze os efeitos do ar e das forças de atrito.



a) Determine a velocidade **v** com que as duas bolas grudadas devem sair da extremidade **B** do tubo para atingir a extremidade **A**.
b) Determine o valor de **H** para que o desafio seja vencido.

Resolução:

a) **Movimento balístico:**

Na vertical: MUV

$$R = \frac{g}{2}\ t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\ R}{g}}$$

Na horizontal: MU

$$v = \frac{R}{t} = \frac{R}{\sqrt{\frac{2\ R}{g}}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g\ R}{2}}}$$

b) **Movimento da bola 1:**

$E_{m_B} = E_{m_0}$ (referencial em **B**):

$$\frac{M_1\ v_1^2}{2} = M_1\ g\ H \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g\ h}$$

Colisão totalmente inelástica:

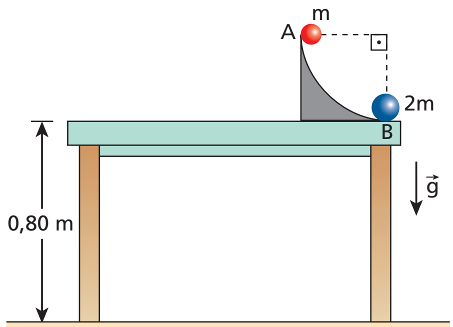
$\vec{Q}_{\text{final}} = \vec{Q}_{\text{inicial}} \Rightarrow (M_1 + M_2)\ v = M_1\ v_1$

$$(M_1 + M_2)\ \sqrt{\frac{g\ R}{2}} = M_1\ \sqrt{2\ g\ h}$$

Da qual: $\boxed{H = \frac{R}{4}\left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)^2}$

Respostas: a) $\sqrt{\frac{g\ R}{2}}$; b) $\frac{R}{4}\left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)^2$

97 (UFU-MG) Sobre uma mesa fixa, de altura 0,80 m, está conectada uma rampa perfeitamente polida em forma de quadrante de circunferência de raio 45 cm, conforme representa a figura. Do ponto **A** da rampa, abandona-se uma partícula de massa **m**, que vai chocar-se de modo perfeitamente elástico com outra partícula de massa **2m**, em repouso no ponto **B**, o mais baixo da rampa.



Sabendo que no local a influência do ar é desprezível e que $g = 10\ \text{m/s}^2$, determine:
a) a intensidade da velocidade da partícula de massa **2m** ao atingir o solo;
b) a altura, acima do tampo da mesa, atingida pela partícula de massa **m** após a colisão com a partícula de massa **2m**;
c) a distância entre os pontos de impacto das partículas com o solo.

Resolução:

a)

(I)

$$\frac{m\ v_1^2}{2} = m\ g\ R$$

$v_1 = \sqrt{2\ g \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}45}$ (m/s)

$\boxed{v_1 = 3{,}0\ \text{m/s}}$

(II)

$m\ v_1' + 2\ m\ v_2' = m\ 3{,}0 \Rightarrow v_1' + 2\ v_2' = 3{,}0$

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow 1 = \frac{v_2' - v_1'}{3{,}0} \Rightarrow v_2' - v_1' = 3{,}0$$

Resolvendo o sistema, obtém-se:

$v_1' = -1{,}0$ m/s e $v_2' = 2{,}0$ m/s

(III)

$$\frac{2\ m\ v_2''^2}{2} = \frac{2\ m\ v_2'^2}{2} + 2\ m\ g\ h$$

$$v_2''^2 = \sqrt{v_2'^2 + 2\ g\ h} = \sqrt{(2,0)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,80}\ \text{(m/s)}$$

Donde: $\boxed{v_2'' \simeq 4,5\ \text{m/s}}$

b)

$$m\ g\ h' = \frac{m\ v_1'^2}{2} \Rightarrow 10\ h' = \frac{(-1,0)^2}{2}$$

$\boxed{h' = 0,050\ \text{m} = 5,0\ \text{cm}}$

c) **Na vertical:** MUV

$$h = \frac{g}{2}\ t^2 \Rightarrow 0,80 = \frac{10}{2}\ t^2 \Rightarrow t = 0,40\ \text{s}$$

Na horizontal: MU

$x_1 = v_1'\ t = 1,0 \cdot 0,40\ \text{(m)} = 0,40\ \text{m}$

Observe que a partícula de massa **m**, ao retornar depois da colisão, inicia seu movimento balístico com velocidade escalar igual a 1,0 m/s.

$x_2 = v_2'\ t = 2,0 \cdot 0,40\ \text{(m)} = 0,80\ \text{m}$

$d = x_2 - x_1 \Rightarrow d = 0,80 - 0,40$ (em metros)

Logo: $\boxed{d = 40\ \text{cm}}$

Respostas: a) 4,5 m/s; b) 5,0 cm; c) 40 cm

98 (Unifesp-SP) Uma pequena esfera maciça é lançada de uma altura de 0,6 m na direção horizontal, com velocidade inicial de módulo 2,0 m/s. Ao chegar ao chão, somente pela ação da gravidade, colide elasticamente com o piso e é lançada novamente para o alto. Considerando-se $g = 10\ \text{m/s}^2$, o módulo da velocidade e o ângulo de lançamento da esfera, a partir do solo, em relação à direção horizontal, imediatamente após a colisão, são, respectivamente, dados por:

a) 4,0 m/s e 30°.
b) 3,0 m/s e 30°.
c) 4,0 m/s e 60°.
d) 6,0 m/s e 45°.
e) 6,0 m/s e 60°.

Resolução:

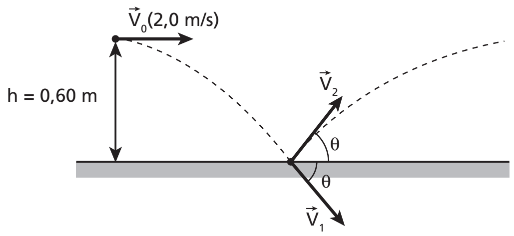
(I) **Cálculo de V_{1_y}:**

Na vertical: MUV

$V_{1_y}^2 = V_{0_y}^2 + 2 \cdot \alpha_y \cdot \Delta y$

$V_{1_y}^2 = 0 + 2 \cdot 10 \cdot 0,60$

$\boxed{V_{1_y}^2 = 2\sqrt{3}\ \text{m/s}}$



(II) **Cálculo de V_{1_x}:**

Na horizontal: MU

$\boxed{V_{1_x} = V_0 = 2,0\ \text{m/s}}$

(III) **Cálculo de θ:**

$$\text{tg}\ \theta = \frac{V_{1_y}}{V_{1_x}} = \frac{2,0\sqrt{3}}{2,0} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = \sqrt{3}$$

Logo: $\boxed{\theta = 60°}$

(IV) **Cálculo de V_1:**

Teorema de Pitágoras:

$V_1^2 = V_{1_x}^2 + V_{1_y}^2$

$V_1^2 = (2,0)^2 + (2,0\ \sqrt{3})^2$

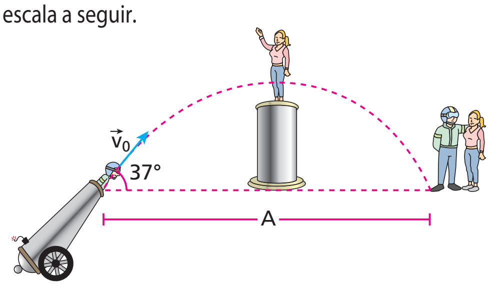
Donde: $\boxed{V_1 = 4,0\ \text{m/s}}$

(V) **Colisão elástica:**

$\boxed{V_2 = V_1 = 4,0\ \text{m/s}}$

Resposta: c

99 (AFA-SP) Num circo, um homem-bala de massa 60 kg é disparado por um canhão com velocidade $\vec V_0$ de módulo 25 m/s, sob um ângulo de 37° com a horizontal. Sua parceira, cuja massa é 40 kg, está em repouso numa plataforma localizada no topo da trajetória. Ao passar pela plataforma, o homem-bala e a parceira se agarram e vão cair em uma rede de segurança, na mesma altura que o canhão. Veja a figura fora de escala a seguir.



Desprezando-se a resistência do ar e considerando-se sen 37° = 0,60, cos 37° = 0,80 e $g = 10\ \text{m/s}^2$, pode-se afirmar que o alcance **A** atingido pelo homem é:

a) 60 m.
b) 48 m.
c) 36 m.
d) 24 m.

Resolução:

(I) Cálculo do tempo de subida:

Na vertical: **MUV**

$V_y = V_{0_y} + \alpha_y\ t$

$0 = 25\ \text{sen}\ 37° - 10\ t_1$

$t_1 = \frac{25 \cdot 0,60}{10}$ (s)

$\boxed{t_1 = 1,5\ \text{s}}$

(II) Cálculo da distância horizontal percorrida na subida:

Na horizontal: **MU**

$D_1 = V_{0_x}\ t_1 \Rightarrow D_1 = 25\ \cos 37° \cdot 1,5$ (m)

$\boxed{D_1 = 30\ \text{m}}$

(III) Colisão:

$\vec Q_{final} = \vec Q_{inicial}$

$(M + m)\ V_1 = M\ V_{0_x}$

$(60 + 40)\ V_1 = 60 \cdot 25\ \cos 37°$

Donde: $\boxed{V_1 = 12\ \text{m/s}}$

(IV) Cálculo da distância horizontal percorrida na descida:

$D_2 = V_1 \; t_1 \;\Rightarrow\; D_2 = 12 \cdot 1{,}5 \text{ (m)}$

$\boxed{D_2 = 18 \text{ m}}$

Nota: Observe que os tempos de subida e de descida são iguais.

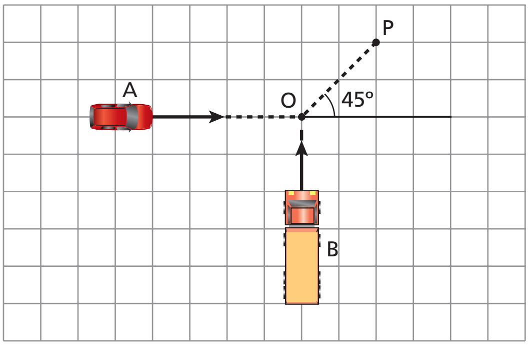
(V) **Cálculo de A:**

$A = D_1 + D_2 \;\Rightarrow\; A = 30 + 18 \text{ (em metros)}$

$\boxed{A = 48 \text{ m}}$

Resposta: b

100 Um automóvel (**A**) e um caminhão (**B**) colidem no ponto **O** indicado, após o que prosseguem unidos, deslocando-se na direção OP. A massa do caminhão é quatro vezes a do carro e sua velocidade, imediatamente antes da batida, valia 30,0 km/h.



Ao narrar a colisão à Polícia Rodoviária, o motorista do carro argumentou que, antes do choque, a velocidade de seu veículo era inferior à máxima permitida (80,0 km/h).

a) Verifique, justificando, se a afirmação do motorista do carro é falsa ou verdadeira.
b) Calcule a velocidade do conjunto carro-caminhão imediatamente após a batida.

Resolução:

a) Se a direção OP forma 45º com as direções dos movimentos iniciais do automóvel e do caminhão, tem-se que:

$Q_A = Q_B \;\Rightarrow\; M \; v_A = 4 \; M \; 30{,}0$

$\boxed{v_A = 120 \text{ km/h}}$

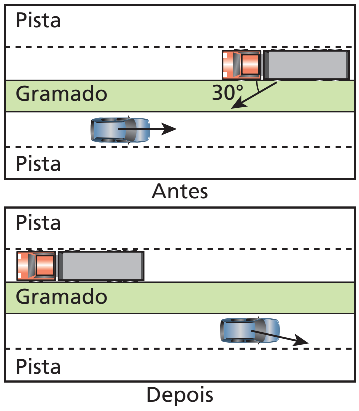
A afirmação do motorista do automóvel é **falsa**.

b) Considerando a conservação da quantidade de movimento na direção do movimento inicial do automóvel, temos:

$5 \; m \; v \; \cos 45° = m \; 120 \;\Rightarrow\; \boxed{v \simeq 33{,}9 \text{ km/h}}$

Respostas: a) A afirmação é **falsa**, pois seu veículo estava a 120 km/h; b) 33,9 km/h

101 (Unicamp-SP) Em uma autoestrada, por causa da quebra de uma ponta de eixo, a roda de um caminhão desprende-se e vai em direção à outra pista, atingindo um carro que vem em sentido oposto. A roda é lançada com uma velocidade de 72 km/h, formando um ângulo de 30° com a pista, como indicado na figura a seguir. A velocidade do carro antes da colisão é de 90 km/h; a massa do carro é igual a 900 kg e a massa da roda do caminhão é igual a 100 kg. A roda fica presa ao carro após a colisão.



a) Imediatamente após a colisão, qual é a componente da velocidade do carro na direção transversal à pista?
b) Qual é a energia cinética do conjunto carro-roda imediatamente após a colisão?

Se for necessário, use: sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87.

Resolução:

a) Conservação da quantidade de movimento do conjunto carro-roda na direção transversal à pista:

$\vec{Q}_{f_Y} = \vec{Q}_{i_Y} \;\Rightarrow\; (m_C + m_R) \; v_Y = m_R \; v_{R_Y}$

$(900 + 100) \; v_Y = 100 \cdot 72 \; \text{sen } 30°$

$\boxed{v_Y = 3{,}6 \text{ km/h} = 1{,}0 \text{ m/s}}$

b)

(I) Conservação da quantidade de movimento do conjunto carro-roda na direção da pista:

$\vec{Q}_{f_X} = \vec{Q}_{i_X} \;\Rightarrow\; (m_C + m_R) \; v_X = m_C \cdot v_{C_X} + m_R \; v_{R_X}$

$$(900 + 100) \; v_X = 900 \cdot \frac{90}{3{,}6} + 100 \left(\frac{-72}{3{,}6} \; \cos 30°\right)$$

$v_X = 22{,}5 - 1{,}74 \text{ (m/s)}$

$\boxed{v_X = 20{,}76 \text{ m/s}}$

(II) **Teorema de Pitágoras:**

$v^2 = v_X^2 + v_Y^2 \;\Rightarrow\; v^2 = (20{,}76)^2 + (10)^2$

$\boxed{v^2 \simeq 431{,}98 \text{ (m/s)}^2}$

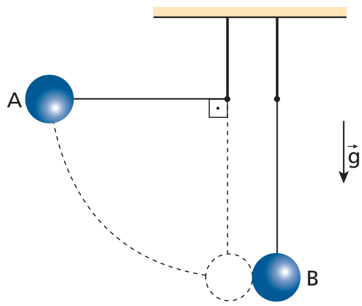
(III)

$$E_C = \frac{(m_C + m_R) \; v^2}{2} \;\Rightarrow\; E_C = \frac{(900 + 100) \cdot 431{,}98}{2} \text{ (J)}$$

Donde: $\boxed{E_C \simeq 2{,}16 \cdot 10^5 \text{ J}}$

Respostas: a) 1,0 m/s; b) ≃ 2,16 · 105 J

102 Na figura a seguir, há dois pêndulos idênticos, cujos fios inextensíveis e de pesos desprezíveis têm 3,2 m de comprimento. No local, reina o vácuo e a aceleração da gravidade vale 10 m/s².



Em determinado instante, a esfera **A** é abandonada da posição indicada, descendo e chocando-se frontalmente com a esfera **B**, inicialmente em repouso. Sabendo que o coeficiente de restituição do choque vale $\frac{1}{4}$, calcule:

a) os módulos das velocidades de **A** e de **B** imediatamente após o choque;
b) a relação h_A/h_B entre as alturas máximas atingidas por **A** e por **B** após o choque;
c) a relação entre as energias cinéticas do sistema imediatamente após o choque e imediatamente antes dele.

Resolução:

a)

$$v_A = \sqrt{2\ g\ h} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3{,}2}\ \text{(m/s)}$$

$$v_A = 8{,}0\ \text{m/s}$$

$$e = \frac{|v_{r_{af}}|}{|v_{r_{ap}}|} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{v'_B - v'_A}{8{,}0}$$

$$v'_B - v'_A = 2{,}0 \qquad \text{(I)}$$

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow m\ v'_B + m\ v'_A = m\ 8{,}0$$

$$v'_B + v'_A = 8{,}0 \qquad \text{(II)}$$

De (I) e (II):

$$\boxed{v'_A = 3{,}0\ \text{m/s};\ v'_B = 5{,}0\ \text{m/s}}$$

b)

$$\frac{m\ v^2}{2} = m\ g\ h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2\ g}$$

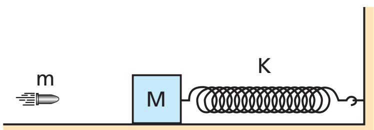
$$\frac{h_A}{h_B} = \left(\frac{v'_A}{v'_B}\right)^2 = \left(\frac{3{,}0}{5{,}0}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{h_A}{h_B} = \frac{9}{25}}$$

c)

$$\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{\frac{m\ (3{,}0)^2}{2} + \frac{m\ (5{,}0)^2}{2}}{\frac{m\ (8{,}0)^2}{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_{C_f}}{E_{C_i}} = \frac{17}{32}}$$

Respostas: a) 3,0 m/s e 5,0 m/s; b) $\frac{9}{25}$; c) $\frac{17}{32}$

103 (ITA-SP) Na figura a seguir, temos uma massa M = 132 gramas, inicialmente em repouso, presa a uma mola de constante elástica $K = 1{,}6 \cdot 10^4$ N/m, podendo deslocar-se sem atrito sobre a mesa em que se encontra. Atira-se um projétil de massa m = 12 gramas, que encontra o bloco horizontalmente, com velocidade $v_0 = 200$ m/s, incrustando-se nele.



Qual é a máxima deformação que a mola experimenta?

Resolução:

(I)

$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} \Rightarrow (132 + 12)\ v = 12 \cdot 200 \Rightarrow v = \frac{50}{3}\ \text{m/s}$$

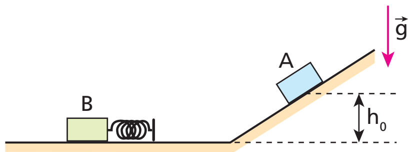
(II)

$$E_{P_e} = E_C \Rightarrow \frac{1{,}6 \cdot 10^4 \cdot (\Delta x)^2}{2} = \frac{144 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2}{2} \Rightarrow$$

Da qual: $\boxed{\Delta x = 0{,}050\ \text{m} = 5{,}0\ \text{cm}}$

Resposta: 5,0 cm

104 (Fuvest-SP) Sobre a parte horizontal da superfície representada na figura, encontra-se parado um corpo **B** de massa **M**, no qual está presa uma mola ideal de constante elástica **K**. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o corpo **B** e o plano são iguais e valem μ. Um outro corpo **A**, também de massa **M**, é abandonado na parte inclinada. O atrito entre o corpo **A** e a superfície é desprezível. A aceleração da gravidade local é constante e tem módulo igual a **g**.



Determine:

a) a máxima altura h_0 da qual o corpo **A** pode ser abandonado para que, após colidir com o corpo **B**, retorne até a altura original h_0;
b) o valor da deformação **x** da mola, durante a colisão, no instante em que os corpos **A** e **B** têm mesma velocidade, na situação em que o corpo **A** é abandonado de uma altura $H > h_0$. (Despreze o trabalho realizado pelo atrito durante a colisão.)

Resolução:

a)

$$F_{e_{MÁX}} = F_{at_d} \Rightarrow k\ x_0 = \mu\ M\ g \Rightarrow x_0 = \frac{\mu\ M\ g}{k} \qquad \text{(I)}$$

$$E_p = E_e \Rightarrow M\ g\ h_0 = \frac{k\ x_0^2}{2} \qquad \text{(II)}$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$M\ g\ h_0 = \frac{k}{2}\left(\frac{\mu\ M\ g}{k}\right)^2 \Rightarrow \boxed{h_0 = \left(\frac{\mu^2\ M\ g}{2\ k}\right)}$$

b) Descida de **A**:

$$\frac{M\ v^2}{2} = M\ g\ H \Rightarrow v = \sqrt{2\ g\ H}$$

Colisão totalmente inelástica:

$$2\ M\ v' = M\ v \Rightarrow 2\ M\ v' = M\ \sqrt{2\ g\ H} \Rightarrow v' = \frac{\sqrt{2\ g\ H}}{2}$$

Conservação da energia mecânica do sistema:

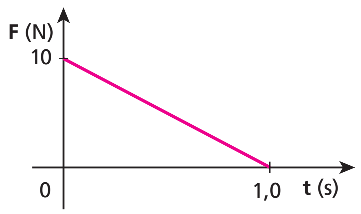
$$E_{C_f} + E_{e_f} = E_{P_i} \Rightarrow \frac{2\ M\ v'^2}{2} + \frac{k\ x^2}{2} = M\ g\ H$$

$$M\left(\frac{\sqrt{2\ g\ H}}{2}\right)^2 + \frac{k\ x^2}{2} = M\ g\ H$$

Donde: $\boxed{x = \sqrt{\frac{M\ g\ H}{k}}}$

Respostas: a) $h_0 = \left(\frac{\mu^2\ M\ g}{2\ k}\right)$; b) $x = \sqrt{\frac{M\ g\ H}{k}}$

105 Um índio lança uma flecha de massa igual a 200 g verticalmente para cima num local em que g = 10 m/s². O gráfico abaixo mostra a variação da intensidade da força total do arco sobre a flecha durante o lançamento, que teve início no instante $t_0 = 0$ e término no instante $t_1 = 1,0$ s:



Desprezando o efeito do ar, determine:
a) o instante em que a velocidade da flecha tem intensidade máxima;
b) a intensidade da velocidade da flecha no instante $t_1 = 1,0$ s.

Resolução:
a) A velocidade tem intensidade máxima no instante em que $F = P = m \; g$, o que significa $F = 2,0$ N.

$F = 10 - 10 \; t \Rightarrow 2,0 = 10 - 10 \; t \Rightarrow \boxed{t = 0,80 \text{ s}}$

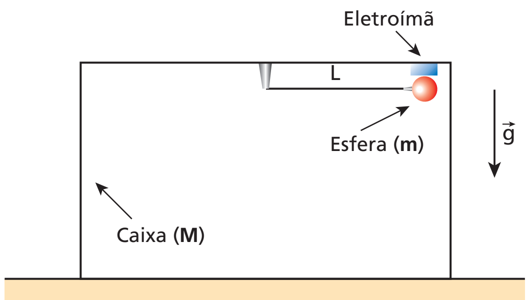
b) $\vec{I}_{total} = \vec{Q}_f - \vec{Q}_i \Rightarrow \vec{I}_{(\vec{F})} + \vec{I}_{(\vec{P})} = \vec{Q}_F - \vec{Q}_i$

$$\frac{1,0 \cdot 10}{2} - 0,20 \cdot 10 = 0,20 \; v_F$$

$$\boxed{v_f = 15 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 0,80 s; b) 15 m/s

106 Na situação esquematizada a seguir, uma caixa de massa **M** está em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Uma esfera metálica de massa **m**, ligada ao centro da parede superior da caixa por um fio leve e inextensível de comprimento **L**, também está em repouso presa magneticamente por um eletroímã.



Em certo instante, o eletroímã é desligado e o sistema entra em movimento sem sofrer efeitos do ar. Sendo **g** a intensidade da aceleração da gravidade, pede-se determinar a intensidade da máxima velocidade horizontal da esfera em relação às paredes verticais da caixa.

Resolução:
(I) Sistema isolado: $Q_C = Q_E$

$$MV_C = mV_E \Rightarrow \boxed{V_C = \frac{m}{M} V_E} \qquad \text{(I)}$$

(II) Sistema conservativo: $E_{m_f} = E_{m_i}$

$$\frac{M V_C^2}{2} + \frac{m V_E^2}{2} = mgL \qquad \text{(II)}$$

(I) em (II): $\frac{M}{2}\left(\frac{m}{M} V_E\right)^2 + \frac{m V_E^2}{2} = mgL$

$$\frac{m}{M} V_E^2 + V_E^2 = 2gL \Rightarrow \boxed{V_E = \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}} \qquad \text{(III)}$$

(III) em (I): $V_C = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}$

(III) $V_{rel} = V_E + V_C$

$$V_{rel} = \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL} + \frac{m}{M} \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}$$

$$V_{rel} = \left(1 + \frac{m}{M}\right) \sqrt{\frac{M}{M+m} 2gL}$$

$$V_{rel} = \sqrt{\frac{(M+m)^2}{M^2} \cdot \frac{M}{(M+m)} 2gL}$$

Donde: $\boxed{V_{rel} = \sqrt{\frac{(M+m)}{M} 2gL}}$

Resposta: $\sqrt{\frac{(M+m)}{M} 2gL}$

107 Uma bola de tênis é abandonada de uma altura **H**, acima do solo plano e horizontal. A bola cai verticalmente, choca-se com o solo e, depois do impacto, sobe também verticalmente, até parar. Depois da parada instantânea, a bola torna a cair, colidindo novamente com o solo. Supondo que seja **e** o coeficiente de restituição, calcule a altura máxima atingida pela bola depois de **n** choques sucessivos.

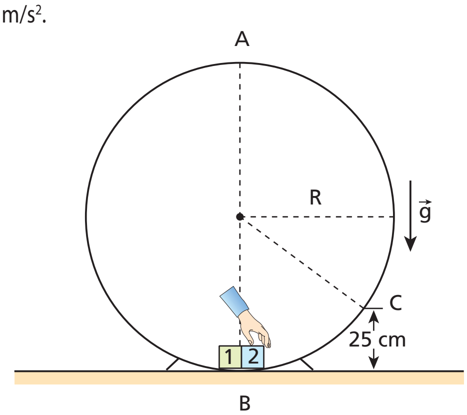
Resolução:

$e = \sqrt{\frac{h}{H}} \Rightarrow h = e^2 \; H$

1º choque: $h_1 = e^2 \; H$
2º choque: $h_2 = e^2 \; h_1 = e^4 \; H$
3º choque: $h_3 = e^2 \; h_2 = e^6 \; H$
. .
. .
. .
n-ésimo choque: $h_n = e^2 \; h_{(n-1)} \Rightarrow \boxed{h_n = e^{2n} \; H}$

Resposta: $e^{2n} \; H$

108 Na situação representada na figura a seguir, dois pequenos blocos 1 e 2 de massas iguais a 2,0 kg encontram-se em repouso no ponto **B** de uma calha circular de raio **R**, perfeitamente lisa, contida em um plano vertical. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se g = 10,0 m/s².



Em determinado instante, o bloco 2 é lançado para a direita, sendo-lhe comunicada uma velocidade de intensidade 10,0 m/s. Esse bloco realiza então um *loop* ao longo da parte interna da calha e em seguida se choca frontalmente com o bloco 1, parado no ponto **B**. Sabendo-se que após a colisão os blocos permanecem unidos e que ao passarem no ponto **A** eles não trocam forças com a calha, pede-se para calcular:

a) o valor de **R** em centímetros;

b) a intensidade da força de contato trocada entre o bloco **2** e a calha na sua primeira passagem no ponto **C**.

Resolução:

a) (I) Colisão: $\vec{Q}_f = \vec{Q}_i$

$$2m\,V_B = m\,V_0 \Rightarrow V_B = \frac{V_0}{2}$$

$$V_B = \frac{10{,}0}{2}\,(\text{m/s}) \Rightarrow \boxed{V_B = 5{,}0\ \text{m/s}}$$

(II) No ponto A: $F_{cp_A} = P_{1,2}$

$$\frac{2m\,V_A^2}{R} = 2mg \Rightarrow V_A^2 = gR \Rightarrow \boxed{V_A^2 = 10{,}0\,R}$$

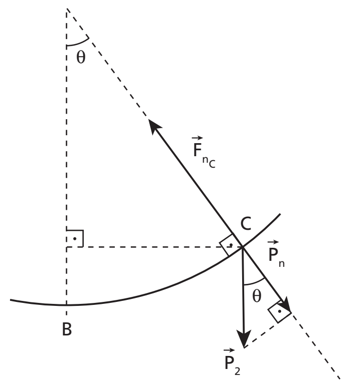
(III) $(E_{m_{1,2}})_A = (E_{m_{1,2}})_B \Rightarrow \dfrac{2m\,V_A^2}{2} + 2mg\,2R = \dfrac{2m\,V_B^2}{2}$

$$V_A^2 + 4gR = V_B^2 = 10{,}0\,R + 4 \cdot 10{,}0\,R = (5{,}0)^2$$

$$50{,}0\,R = 25{,}0 \Rightarrow \boxed{R = 5{,}0\ \text{m/s} = 50{,}0\ \text{cm}}$$

b) (I) $(E_{m_2})_C = (E_{m_2})_A \Rightarrow \dfrac{m\,V_C^2}{2} + mgh = \dfrac{m\,V_0^2}{2}$

$$V_C^2 + 2 \cdot 10{,}0 \cdot 0{,}25 = (10{,}0)^2 \Rightarrow \boxed{V_C^2 = 95{,}0\ (\text{m/s})^2}$$



(II) $\cos\theta = \dfrac{50 - 25}{50} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta = 60°}$

(III) Ponto C: $F_{n_C} - p_n = F_{cp_C}$

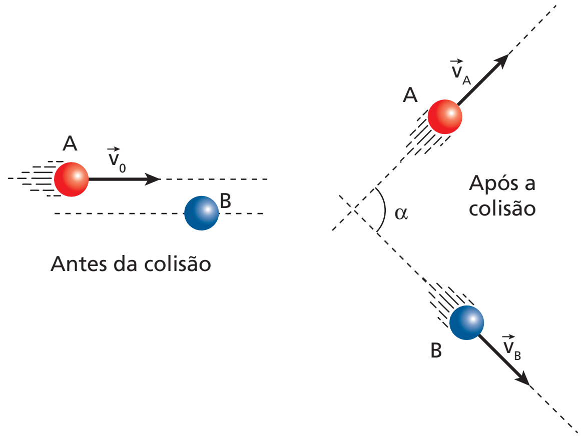
$$F_{n_C} - mg\cos\theta = \frac{m\,V_C^2}{R}$$

$$F_{n_C} - 2{,}0 \cdot 10{,}0 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2{,}0 \cdot 95{,}0}{0{,}50}$$

$$F_{n_C} - 10{,}0 = 380 \Rightarrow \boxed{F_{n_C} = 390\ \text{N}}$$

Respostas: a) 50,0 cm; b) 390 N

109 Na figura a seguir, vemos duas bolas de boliche **A** e **B** iguais, livres para se moverem num plano horizontal liso. A bola **A**, dotada inicialmente de velocidade de módulo v_0, colide elástica e obliquamente com a bola **B**, inicialmente em repouso.



Após a colisão, **A** e **B** adquirem, respectivamente, velocidades iguais a $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$, que formam entre si um ângulo α. Ignore o movimento de rotação das bolas.

a) Calcule o ângulo **α**.

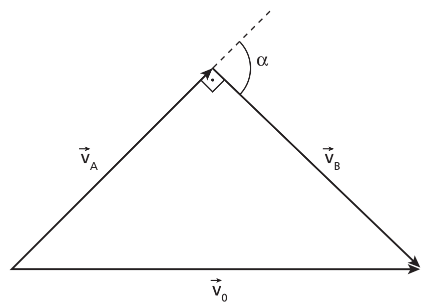
b) No caso em que $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ têm mesmo módulo **v**, calcule **v**.

Resolução:

a) Sendo a colisão elástica, a energia cinética total do sistema se conserva.

$$E_{c_f} = E_{c_i} \Rightarrow \frac{m\ v_A^2}{2} + \frac{m\ v_B^2}{2} = \frac{m\ v_0^2}{2} \Rightarrow \boxed{v_A^2 + v_B^2 = v_0^2}$$

Como os módulos de $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_0$ obedecem ao **Teorema de Pitágoras**, os vetores $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ e $\vec{v}_0$ formam um **triângulo retângulo**, conforme está indicado abaixo:



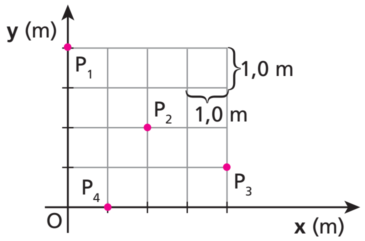
Logo:

$$\boxed{\alpha = 90°}$$

b) $v^2 + v^2 = v_0^2 \Rightarrow 2\ v^2 = v_0^2 \Rightarrow \boxed{v = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\ v_0}$

Respostas: a) α = 90°; b) $v = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\ v_0$

110 E.R. Quatro partículas, P_1, P_2, P_3 e P_4, de massas respectivamente iguais a 1,0 kg, 2,0 kg, 3,0 kg e 4,0 kg, encontram-se sobre um mesmo plano, posicionadas em relação a um referencial 0xy, conforme a figura abaixo:



Determine as coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ do centro de massa do sistema.

Resolução:
A abscissa $\bar{x}$ do centro de massa do sistema é calculada por:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 y_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$\bar{x} = \frac{1{,}0 \cdot 0 + 2{,}0 \cdot 2{,}0 + 3{,}0 \cdot 4{,}0 + 4{,}0 \cdot 1{,}0}{1{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0 + 4{,}0} = \frac{20}{10}\ (\text{m})$$

$$\boxed{\bar{x} = 2{,}0\ \text{m}}$$

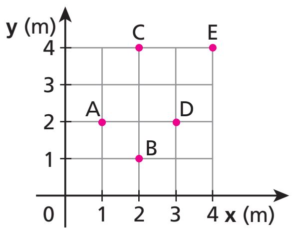
A ordenada $\bar{y}$ do centro de massa do sistema é calculada por:

$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$\bar{y} = \frac{1{,}0 \cdot 4{,}0 + 2{,}0 \cdot 2{,}0 + 3{,}0 \cdot 1{,}0 + 4{,}0 \cdot 0}{1{,}0 + 2{,}0 + 3{,}0 + 4{,}0} = \frac{11}{10}\ (\text{m})$$

$$\boxed{\bar{y} = 1{,}1\ \text{m}}$$

111 Três pontos materiais, P_1, P_2 e P_3, encontram-se em repouso sobre um mesmo plano. Suas características estão dadas a seguir, sendo expressas por m (x, y), em que **m** é a massa em kg e o par **x**, **y**, as coordenadas cartesianas em metros:



$P_1 \equiv 2(0, -1)$; $P_2 \equiv 1(1, 0)$; $P_3 \equiv 2(2, 6)$

O centro de massa do sistema é dado no diagrama acima, pelo ponto:
a) A b) B c) C d) D e) E

Resolução:

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2}{2 + 1 + 2}\ (\text{m})$$

$$\boxed{\bar{x} = 1\text{m}}$$

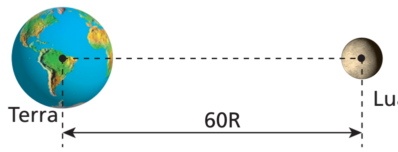
$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 6}{2 + 1 + 2}\ (\text{m})$$

$$\boxed{\bar{y} = 2\text{m}}$$

Resposta: a

112 Suponha a Terra e a Lua esféricas e com massas uniformemente distribuídas. A distância entre os centros da Terra e da Lua é de aproximadamente 60R, em que **R** representa o raio terrestre. No esquema a seguir os dois astros estão representados fora de escala e em cores-fantasia.



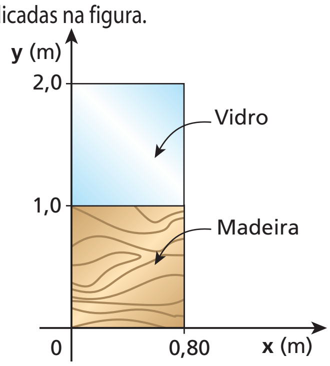
Sendo a massa da Terra aproximadamente igual a 80 vezes a massa da Lua:
a) determine a posição do centro de massa do sistema Terra-Lua em relação ao centro da Terra;
b) diga se o centro de massa do sistema é um ponto interno ou externo à esfera terrestre. Justifique a resposta.

Resolução:
a) $\bar{x} = \frac{80\ m\ \ 0 + M\ \ 60\ \ R}{81\ \ M} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = \frac{20}{27}\ R}$

b) Como $\frac{20}{27} < 1$, $\bar{x} < R$, o centro de massa do sistema é um ponto interno à esfera terrestre.

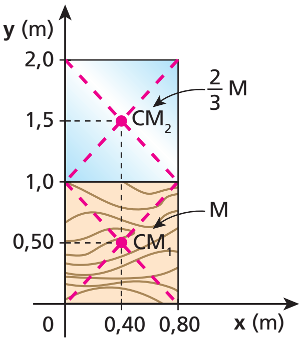
Respostas: a) $\bar{x} = \frac{20}{27}$ R; b) o centro de massa do sistema é um ponto interno à esfera terrestre, pois $\bar{x} < R$.

113 E.R. Uma porta que tem a sua metade inferior feita de madeira e sua metade superior feita de vidro tem espessura constante e as dimensões indicadas na figura.



Sabendo que a massa da parte de vidro é $\frac{2}{3}$ da massa da parte de madeira, determine as coordenadas $\bar{x}$ e $\bar{y}$ do centro de massa da porta, dadas pelo referencial 0xy.

Resolução:
Localizemos, inicialmente, os centros de massa da parte de madeira e da parte de vidro. Para isso, tracemos as diagonais das respectivas regiões retangulares, como está mostrado na figura a seguir.



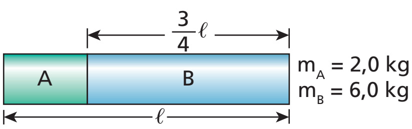
Como CM_1 e CM_2 pertencem à mesma vertical, a abscissa do centro de massa da porta ($\bar{x}$) fica determinada diretamente.

$$\boxed{\bar{x} = 0{,}40 \text{ m}}$$

$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \bar{y} = \frac{M\, 0{,}50 + \frac{2}{3} M\, 1{,}5}{M + \frac{2}{3} M}$$

$$\boxed{\bar{y} = 0{,}90 \text{ m}}$$

114 Uma barra metálica é constituída pela junção de dois cilindros **A** e **B**, co-axiais e de materiais diferentes:



Supondo que os dois cilindros tenham seções transversais constantes e iguais e admitindo uniforme a distribuição de massas em cada um deles, determine a posição do centro de massa da barra.

Resolução:

$$\bar{x} = \frac{m_A\ x_A + m_B\ x_B}{m_A + m_B} = \frac{2{,}0 \cdot \frac{1}{8}\ \ell + 6{,}0 \cdot \frac{5}{8}\ \ell}{8{,}0} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = \frac{1}{2}\ \ell}$$

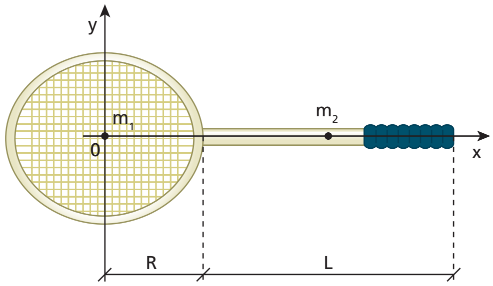
O centro de massa coincide com o centro geométrico da barra.

Resposta: $\frac{1}{2}\ \ell$

115 (Uerj) A forma de uma raquete de tênis pode ser esquematizada por um aro circular homogêneo de raio **R** e massa m_1, preso a um cabo cilíndrico homogêneo de comprimento **L** e massa m_2.
Quando $R = \frac{L}{4}$ e $m_1 = m_2$, a distância do centro de massa da raquete ao centro do aro circular vale:

a) $\frac{R}{2}$.
b) R.
c) $\frac{3R}{2}$.
d) 2R.

Resolução:



$$R = \frac{L}{4} \Rightarrow L = 4R\,;\, m_1 = m_2 = M$$

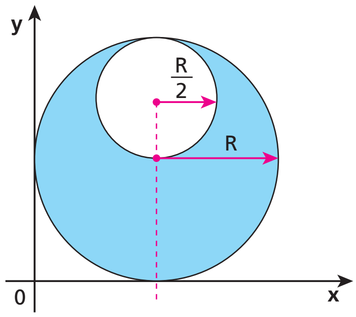
$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{x} = \frac{M \cdot 0 + M\left(\frac{4R}{2} + R\right)}{M + M} = \frac{M\, 3R}{2M}$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{3R}{2}}$$

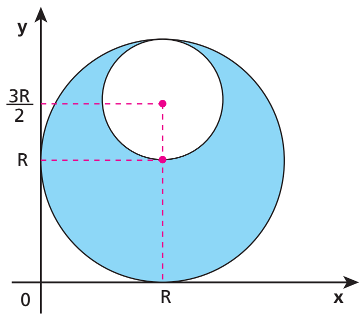
Resposta: c

116 Um artista plástico elaborou uma escultura que consiste em um disco metálico homogêneo de espessura constante e raio **R** dotado de um furo circular de raio = $\frac{R}{2}$, conforme representa a figura.



Levando-se em conta o referencial 0xy indicado, determine as coordenadas do centro de massa da peça.

Resolução:



Devido à simetria:

$$\boxed{\bar{x} = R}$$

Como o disco é homogêneo e de espessura constante, a massa é diretamente proporcional à área.

Disco "cheio": $m_1 = kA_1 = k\pi R^2$

Furo: $m_2 = -kA_2 = -k\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}k\pi R^2$

Observe que a "massa" do furo está sendo considerada **negativa** para efeito de cálculos.

$$\bar{y} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

$$\bar{y} = \frac{k\pi R^2 \cdot R - \frac{1}{4}k\pi R^2 \cdot \frac{3R}{2}}{k\pi R^2 - \frac{1}{4}k\pi R^2}$$

$$\bar{y} = \frac{R - \frac{3}{8}R}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5R}{8}}{\frac{3}{4}}$$

Donde: $\boxed{\bar{y} = \frac{5R}{6}}$

Respostas: $\bar{x} = R$ e $\bar{y} = \frac{5R}{6}$

117 E.R. O esquema seguinte representa dois carrinhos **A** e **B**, que percorrem uma reta orientada com as velocidades indicadas:

Sabendo que as massas de **A** e de **B** valem, respectivamente, 4,0 kg e 6,0 kg, calcule a velocidade do centro de massa do sistema.

Resolução:

A velocidade do centro de massa do sistema é dada por:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B}$$

Como os movimentos têm a mesma direção, podemos raciocinar em termos escalares:

$$v_{CM} = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B}$$

Sendo $m_A = 4,0$ kg, $v_A = +20$ m/s, $m_B = 6,0$ kg e $v_B = +10$ m/s, calculemos v_{CM}:

$$v_{CM} = \frac{4,0 \cdot 20 + 6,0 \cdot 10}{4,0 + 6,0} = \frac{140}{10} \text{ (m/s)}$$

$$\boxed{v_{CM} = 14 \text{ m/s}}$$

118 Uma bola de bilhar de 200 g de massa é lançada com velocidade de módulo 1,0 m/s contra outra igual, inicialmente em repouso. Qual o módulo da velocidade do centro de massa do sistema constituído pelas duas bolas?

Resolução:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m \cdot \vec{v}_A + m \cdot \vec{v}_B}{2 \cdot m} \Rightarrow |\vec{v}_{CM}| = \frac{m \;\; 1,0 + m \;\; 0}{2 \;\; m}$$

$$\boxed{|\vec{v}_{CM}| = 0,50 \text{ m/s}}$$

Resposta: 0,50 m/s

119 Dois navios, N_1 e N_2, de massas respectivamente iguais a 250 t e 150 t, partem de um mesmo ponto e adquirem movimentos retilíneos perpendiculares entre si. Sabendo que as velocidades de N_1 e N_2 têm módulos $v_1 = 32$ nós e $v_2 = 40$ nós, podemos afirmar que o centro de massa do sistema terá velocidade de módulo:

a) 35 nós. b) 25 nós. c) 20 nós. d) 5 nós. e) zero.

Resolução:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{total}}{m_{total}} = \frac{\vec{Q}_1 + \vec{Q}_2}{m_{total}} \Rightarrow |\vec{v}_{CM}| = \frac{\sqrt{(250 \cdot 32)^2 + (150 \cdot 40)^2}}{3 \;\; m} \text{ (nós)}$$

Donde: $\boxed{|\vec{v}_{CM}| = 25 \text{ nós}}$

Resposta: 25 nós

120 (UFC-CE) Um conjunto de três partículas, todas de igual massa **m**, está situado na origem de um sistema de coordenadas xy. Em dado instante, uma delas é atirada na direção **x**, com velocidade constante $v_x = 9,0$ m/s, e outra é atirada, simultaneamente, na direção **y**, com velocidade constante $v_y = 12$ m/s, ficando a terceira em repouso na origem. Determine o módulo da velocidade do centro de massa do conjunto.

Resolução:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{total}}{m_{total}} = \frac{\vec{Q}_X + \vec{Q}_Y}{m_{total}} \Rightarrow |\vec{v}_{CM}| = \frac{\sqrt{(m \;\; 9,0)^2 + (m \;\; 12)^2}}{3 \;\; m} = \frac{m \;\; 15}{3 \;\; m}$$

Donde: $\boxed{|\vec{v}_{CM}| = 5,0 \text{ m/s}}$

Resposta: 5,0 m/s

121 Na situação da figura abaixo, não há atritos nem resistência do ar; a corda que os garotos **A** e **B** seguram é leve e o plano em que apoiam seus carrinhos é horizontal. As massas de **A** e **B** adicionadas às de seus respectivos carrinhos valem, nesta ordem, 150 kg e 100 kg.

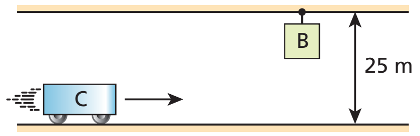
Estando inicialmente em repouso, os garotos começam a puxar a corda, objetivando provocar uma colisão entre os carrinhos. Durante o movimento mútuo de **A** e **B**, qual a velocidade do centro de massa do sistema?

Resolução:

O sistema é isolado de forças externas, por isso a velocidade do seu centro de massa deve permanecer **constante**. Como os carrinhos estavam inicialmente parados, o centro de massa do sistema permanecerá em repouso durante a mútua aproximação entre **A** e **B**.

Resposta: Velocidade nula.

122 Na situação da figura a seguir, as massas do bloco **B** e do carrinho **C** valem 2,0 kg e 3,0 kg, respectivamente. **C** percorre o plano horizontal com velocidade constante de módulo 10 m/s, enquanto **B** está fixo por um fio no suporte indicado:



Desejando-se encaixar o bloco dentro do carrinho, corta-se o fio num instante adequado e **B** passa a cair verticalmente com aceleração de módulo 10 m/s². Decorridos 2,0 s da queda de **B**, calcule:

a) o módulo da velocidade do centro de massa do conjunto B + C;

b) o módulo da aceleração do centro de massa do conjunto B + C.

Resolução:

a)

$$\Delta h_B = g \frac{t^2}{2} \Rightarrow \Delta h_B = 10 \frac{(2,0)^2}{2} \text{ (m)}$$

$$\Delta h_B = 20 \text{ m}$$

Para t = 2,0 s, **B** ainda está em queda.

$$v_B = g \ t \Rightarrow v_B = 10 \cdot 2,0 \text{ (m/s)} \Rightarrow v_B = 20 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{total}}{m_{total}} \Rightarrow |\vec{v}_{CM}| = \frac{\sqrt{(3,0 \cdot 10)^2 + (2,0 \cdot 20)^2}}{5,0} \text{ (m/s)}$$

Da qual: $\boxed{|\vec{v}_{CM}| = 10 \text{ m/s}}$

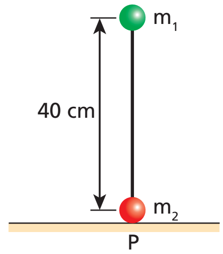
b)

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{total}}{m_{total}} \Rightarrow |\vec{a}_{CM}| = \frac{m_B \ |\vec{g}|}{m_A + m_B}$$

$$|\vec{a}_{CM}| = \frac{2,0 \cdot 10}{5,0} \text{ (m/s}^2\text{)} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_{CM}| = 4,0 \text{ m/s}^2}$$

Respostas: a) 10 m/s; b) 4,0 m/s²

123 (ITA-SP) As massas m_1 = 3,0 kg e m_2 = 1,0 kg foram fixadas nas extremidades de uma haste homogênea, de massa desprezível e 40 cm de comprimento. Esse sistema foi colocado verticalmente sobre uma superfície plana, perfeitamente lisa, conforme mostra a figura, e abandonado.



A massa m_1 colidirá com a superfície a uma distância **x** do ponto **P** dada por:

a) x = 0 (no ponto **P**).

b) x = 10 cm.

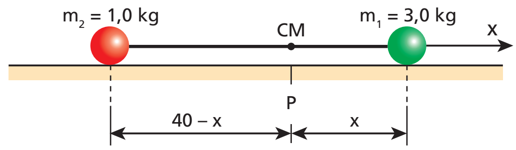
c) x = 20 cm.

d) x = 30 cm.

e) x = 40 cm.

Resolução

Como o sistema está isento de forças externas horizontais, seu centro de massa não sofre deslocamentos nessa direção, terminando diretamente sobre o ponto **P**, conforme representa a figura.



$$x_{CM} = \frac{m_1 \ x_1 + m_2 \ x_2}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{3,0 \ x + 1,0 \ [-(40 - x)]}{3,0 + 1,0}$$

$$3,0 \ x = 40 - x \Rightarrow 4,0 \ x = 40$$

$\boxed{x = 10 \text{ cm}}$

Resposta: b

Parte III – ESTÁTICA

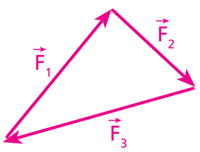
Tópico 1

1 Uma partícula encontra-se em equilíbrio, submetida a apenas duas forças. O que se pode concluir a respeito delas?

Resposta: Elas têm intensidades iguais, direções iguais e sentidos opostos.

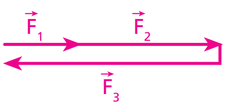
2 **E.R.** Um ponto material está em equilíbrio, submetido a apenas três forças. Qual é a condição que as intensidades dessas forças devem satisfazer?

Resolução:
1ª possibilidade: As forças têm direções diferentes. Nesse caso, posicionando-as segundo a regra do polígono, obtemos um triângulo:



Para o triângulo existir, é necessário que a medida de cada um dos seus lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois. Então, **a intensidade de cada uma das três forças tem de ser menor que a soma das intensidades das outras duas**. Por exemplo: $F_1 = 3$ N, $F_2 = 4$ N e $F_3 = 6$ N.

2ª possibilidade: As forças têm direções iguais. Agora, temos uma situação do seguinte tipo:



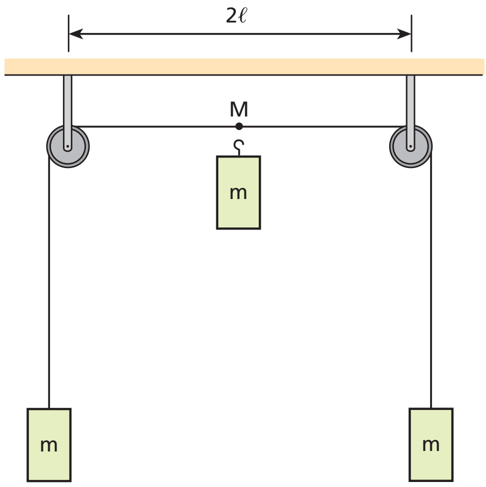
Isso significa que **a intensidade de uma das três forças tem de ser igual à soma das intensidades das outras duas**.

3 Uma partícula submetida a apenas três forças, de intensidades 3 N, 4 N e 20 N, pode estar em equilíbrio?

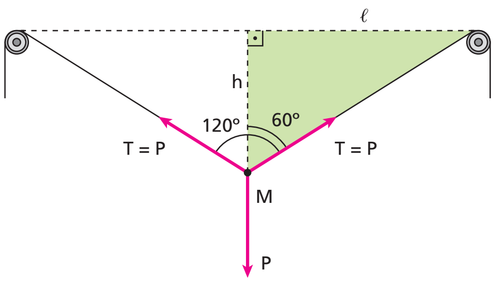
Resolução:
Não, porque 20N > 3N + 4N.

Resposta: Não

4 Em cada uma das extremidades de um fio considerado ideal, que passa por duas pequenas polias também supostas ideais, está suspenso um corpo de massa igual a **m**. Um terceiro corpo de massa **m** é suspenso do ponto médio **M** do fio e baixado até a posição de equilíbrio. Determine, em função de **ℓ** (ver figura), quanto desceu o terceiro corpo.



Resolução:

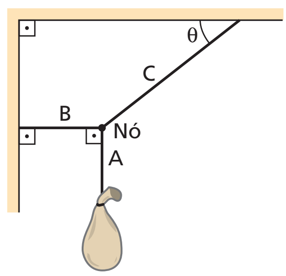


No triângulo destacado:

$$\text{tg } 60° = \frac{\ell}{h} \Rightarrow h = \frac{\ell}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{3}}$$

Resposta: $\dfrac{\ell\sqrt{3}}{3}$

5 **E.R.** Na figura, um corpo de peso 120 N encontra-se em equilíbrio, suspenso por um conjunto de três fios ideais **A**, **B** e **C**. Calcule as intensidades das trações $\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$ e $\vec{T}_C$, respectivamente nos fios **A**, **B** e **C**.

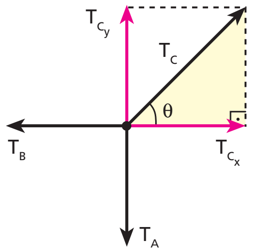


sen θ = 0,60
cos θ = 0,80

Resolução:
A tração no fio **A** tem a mesma intensidade do peso do corpo:

$$\boxed{T_A = 120\text{ N}}$$

Representemos as forças de tração que os fios exercem no nó e façamos a decomposição dessas forças segundo a vertical e a horizontal:



Do equilíbrio, vem:

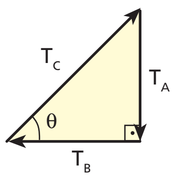
• $T_{C_y} = T_A \Rightarrow T_C \cdot \text{sen}\,\theta = T_A \Rightarrow T_C \cdot 0{,}60 = 120$

$$\boxed{T_C = 200\text{ N}}$$

• $T_B = T_{C_x} \Rightarrow T_B = T_C \cdot \cos\theta \Rightarrow T_B = 200 \cdot 0{,}80$

$$\boxed{T_B = 160\text{ N}}$$

Nota:
- Também podemos determinar T_B e T_C lembrando que o polígono das forças de tração exercidas pelos fios no nó é fechado.

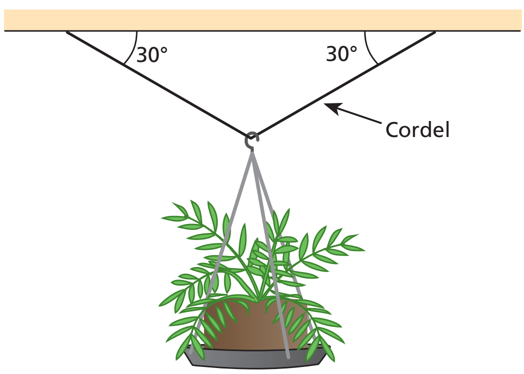


Assim, temos:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{T_A}{T_C} \Rightarrow 0{,}60 = \frac{120}{T_C} \Rightarrow \boxed{T_C = 200\text{ N}}$$

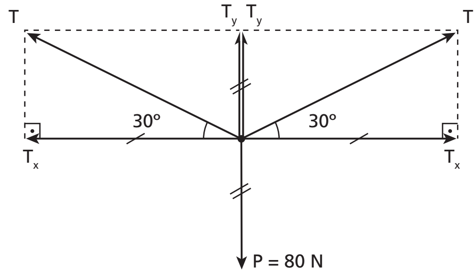
$$\cos\theta = \frac{T_B}{T_C} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{T_B}{200} \Rightarrow \boxed{T_B = 160\text{ N}}$$

6 Um ornamento de peso 80 N está suspenso por um cordel, como indica a figura:



No equilíbrio, calcule a intensidade da tração no cordel.

Resolução:



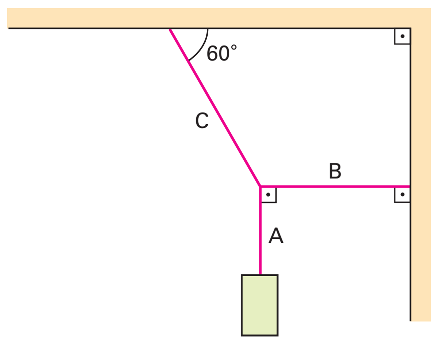
$2T_y = P$

$2T\,\text{sen}\,30° = P$

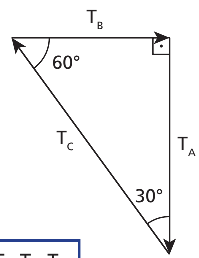
$2T \cdot \frac{1}{2} = 80 \Rightarrow \boxed{T = 80\text{ N}}$

Resposta: 80 N

7 Uma caixa é mantida em equilíbrio por três cordas **A**, **B** e **C**, como representa a figura. Coloque em ordem crescente as intensidades T_A, T_B e T_C das trações nessas cordas.



Resolução:



$\Rightarrow \boxed{T_B < T_A < T_C}$

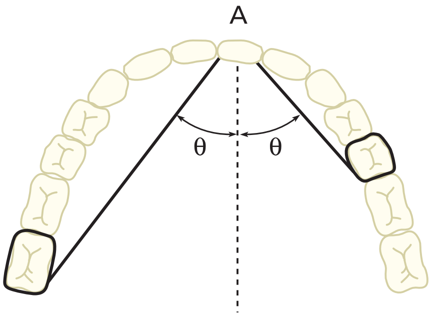
Resposta: T_B, T_A, T_C

8 Uma partícula encontra-se em equilíbrio sob a ação de um sistema constituído de apenas três forças, sendo o peso uma delas. A respeito das outras duas forças, podemos afirmar que:
a) elas são necessariamente horizontais;
b) elas são necessariamente verticais;
c) apenas uma pode ser vertical;
d) elas não podem ser ambas horizontais;
e) elas não podem ser ambas verticais;

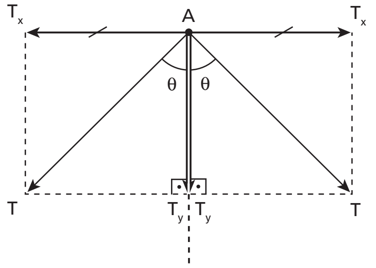
Resolução:
As outras duas forças têm de equilibrar o peso, que é vertical. Portanto, elas não podem ser ambas horizontais.

Resposta: d

9 (UFPE) Para corrigir o desalinhamento do dente incisivo **A** de um paciente, um dentista fez passar um elástico por esse dente e o amarrou a dois dentes posteriores, conforme a figura.
Sabendo que a tensão no elástico é de 10 N e que cos θ = 0,85, determine o valor em newtons da força total aplicada pelo elástico sobre o dente **A**.



Resolução:



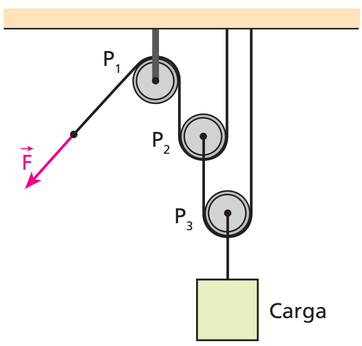
$F = 2T_y = 2T \cos\theta$

$F = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}85$

$\boxed{F = 17\ N}$

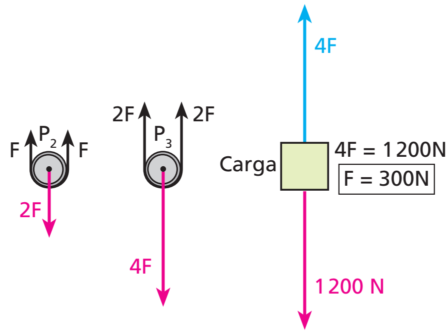
Resposta: 17

10 E.R. A figura representa um sistema constituído de fios e três polias P_1, P_2 e P_3, todos considerados ideais. A força $\vec{F}$, aplicada na extremidade de um dos fios, mantém o sistema em equilíbrio, sustentando uma carga de 1 200 N. Calcule a intensidade da força $\vec{F}$.

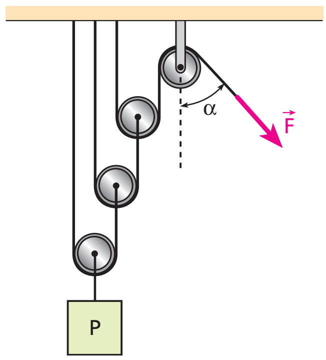


Resolução:
Para resolver esse tipo de exercício, é necessário lembrar que:
- Num **mesmo** fio ideal, a tração tem a mesma intensidade em todos os seus pontos.
- Em qualquer corpo em equilíbrio, a força resultante é nula (nas polias, a força resultante seria nula mesmo que não estivessem em equilíbrio, porque, sendo consideradas ideais, têm massas nulas).

Então, temos:



11 (Ufop-MG) O sistema de roldanas da figura está sendo usado para elevar, em equilíbrio, um objeto de peso **P**.



Então, o módulo da força $\vec{F}$ vale:

a) $F = \frac{P}{\cos\alpha}$;
b) $F = \frac{P}{3}$;
c) $F = \frac{P}{3}\cos\alpha$;
d) $F = \frac{P}{2^3}$;
e) $F = \frac{P}{2^3}\cos\alpha$.

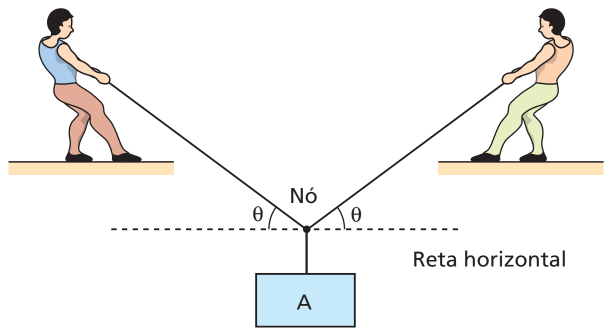
Resolução:
Temos de supor o sistema ideal.
De baixo para cima, as intensidades das trações nos fios que sustentam a primeira, a segunda e a terceira polias são, respectivamente, iguais a $\frac{P}{2}$, $\frac{P}{4}$ e $\frac{P}{8}$.

Portanto: $\boxed{F = \frac{P}{8} = \frac{P}{2^3}}$

O expoente **3** é o número de polias móveis.
O ângulo α não influi na situação proposta.

Resposta: d

12 E.R. Dois homens seguram as extremidades de uma corda leve, flexível e inextensível. No ponto médio da corda, um corpo **A** de peso igual a 800 N está suspenso em equilíbrio:



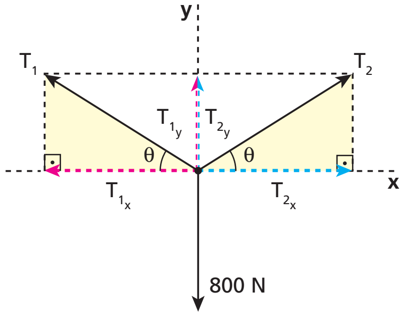
Analise as afirmações:

01. Se o ângulo **θ** for igual a 30°, a tração nos ramos da corda valerá 800 N.
02. Se o ângulo **θ** for duplicado, a intensidade da tração nos ramos da corda se reduzirá à metade.
04. Se os homens forem suficientemente fortes, conseguirão dispor a corda em equilíbrio exatamente na horizontal.
08. A tração nos ramos da corda terá intensidade mínima quando eles estiverem na vertical.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

Representemos as forças que atuam no nó e façamos sua decomposição na horizontal e na vertical:



Temos, então:

$T_{1_x} = T_{2_x} \Rightarrow T_1 \cdot \cos\theta = T_2 \cdot \cos\theta \Rightarrow T_1 = T_2 = T$

$T_{1_y} + T_{2_y} = 800 \Rightarrow T \cdot \text{sen}\,\theta + T \cdot \text{sen}\,\theta = 800 \Rightarrow 2T \cdot \text{sen}\,\theta = 800$

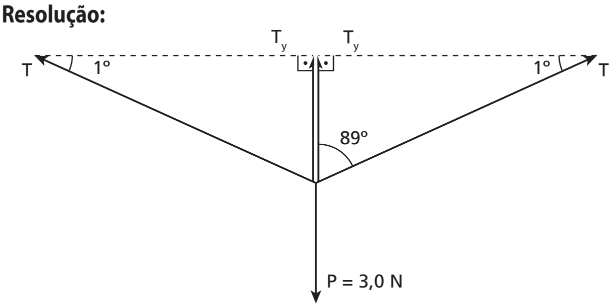
$$T = \frac{400}{\text{sen}\,\theta} \text{ (SI)}$$

01. Correta. Como sen 30° $= \frac{1}{2}$, temos $T = \frac{400}{\frac{1}{2}}$ (SI), ou seja, T = 800 N.
02. Incorreta. Quando θ é duplicado, sen θ aumenta, mas não duplica (**θ** e sen θ não são proporcionais). Assim, **T** se reduz, mas não à metade.
04. Incorreta. Quando se tenta levar a corda à horizontal, **θ** tende a zero, sen θ tende a zero e **T** tende a infinito. Note ainda que não haveria as componentes T_y para equilibrar a tração de 800 N se a corda estivesse na horizontal.
08. Correta. O valor mínimo de **T** acontece quando sen θ é máximo, ou seja, sen θ =1, o que implica θ = 90° (ramos da corda dispostos verticalmente).

Resposta: 09

13 Considere um fio suposto ideal esticado horizontalmente entre duas estacas. Um pássaro de peso igual a 3,0 N pousa no ponto médio do fio, aí permanecendo em equilíbrio. Calcule a tração em cada uma das metades do fio, sabendo que elas formam um ângulo de 178°. Adote sen 1° = 0,017.

Resolução:



$2T_y = P$

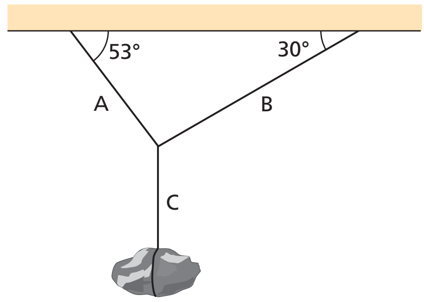
$2T \cdot \text{sen}\,1° = P$

$2T \cdot 0{,}017 = 3{,}0 \Rightarrow \boxed{T = 88 \text{ N}}$

Resposta: 88 N

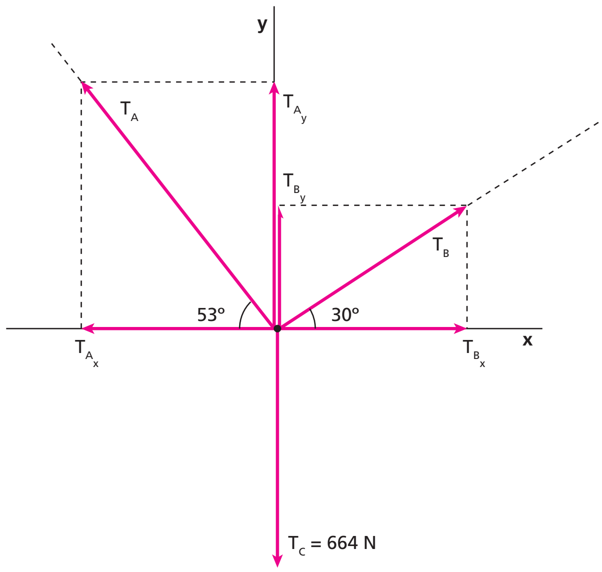
14 Uma pedra de 664 N de peso encontra-se em repouso, suspensa por três cordas leves **A**, **B** e **C**, como representa a figura. Calcule as intensidades das trações nessas cordas (T_A, T_B e T_C).

Use: sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,87; sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.



Resolução:

$T_c = P \Rightarrow \boxed{T_x = 664 \text{ N}}$



$T_{A_x} = T_{B_x} \Rightarrow T_A \cdot 0{,}60 = T_B \cdot 0{,}87$

$T_A = 1{,}45\, T_B$ (I)

$T_{A_y} + T_{B_y} = T_C$

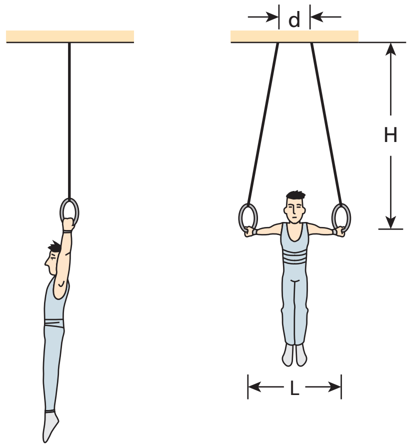
$T_A \cdot 0{,}80 + T_B \cdot 0{,}50 = 664$ (II)

De (I) e (II):

$\boxed{T_B = 400 \text{ N}}$ e $\boxed{T_A = 580 \text{ N}}$

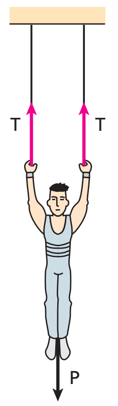
Respostas: $T_A = 580$ N; $T_B = 400$ N; $T_C = 664$ N

15 (Unicamp-SP) Uma das modalidades de ginástica olímpica é a das argolas. Nessa modalidade, os músculos mais solicitados são os dos braços, que suportam as cargas horizontais, e os da região dorsal, que suportam os esforços verticais. Considerando um atleta cuja massa é de 60 kg e sendo os comprimentos indicados na figura H = 3,0 m, L = 1,5 m e d = 0,5 m, responda ($g = 10\ m/s^2$):



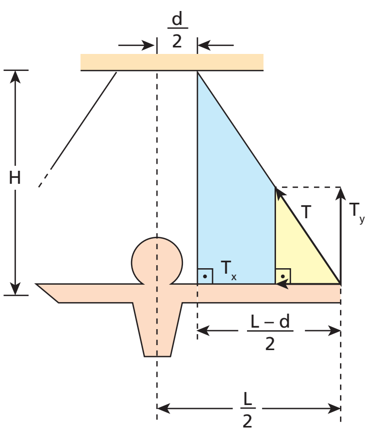
a) Qual a tensão em cada corda quando o atleta se encontra pendurado no início do exercício com os braços na vertical?
b) Quando o atleta abre os braços na horizontal, qual a componente horizontal da tensão em cada corda?

Resolução:
a) Somos forçados a supor que as cordas também estão na vertical.



Do equilíbrio do atleta:
$2T = P$
$2T = m\,g$
$2T = 60 \cdot 10$
$\boxed{T = 300\ N}$

b)



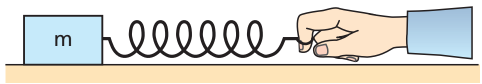
Na vertical:
$2\,T_y = P$
$2\,T_y = 600$
$T_y = 300\ N$
Da semelhança dos dois triângulos retângulos, temos:

$$\frac{H}{\frac{L-d}{2}} = \frac{T_y}{T_x} \Rightarrow T_x = \frac{L-d}{2} \cdot \frac{T_y}{H}$$

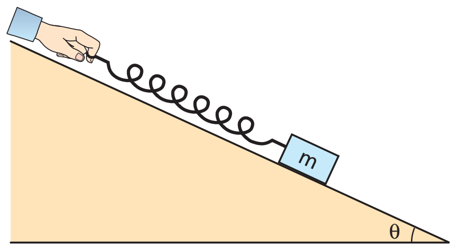
$$T_x = \frac{1{,}5 - 0{,}5}{2} \cdot \frac{300}{3{,}0} \Rightarrow \boxed{T_x = 50\ N}$$

Respostas: a) 300 N; b) 50 N

16 E.R. Nas situações **a** e **b** ilustradas a seguir, um mesmo bloco de massa **m** igual a 10 kg encontra-se na iminência de escorregar, tracionado elasticamente por uma mola de constante elástica **K** igual a 300 N/m.



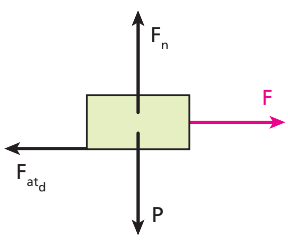
Situação **a**: bloco apoiado em um plano horizontal na iminência de escorregar.



Situação **b**: bloco apoiado em um plano inclinado de **θ** em relação à horizontal (sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80) na iminência de subir.

Sabendo que, nas duas situações, o coeficiente de atrito estático μ_e entre o bloco e o plano é igual a 0,45 e considerando **g** igual a $10\ m/s^2$, calcule a deformação da mola:
a) na situação **a**;
b) na situação **b**.

Resolução:
Como o bloco encontra-se na iminência de escorregar, a força de atrito atuante nele é a força de destaque, dada por $F_{at_d} = \mu_e\, F_n$, em que F_n é a intensidade da força normal com que o bloco e o plano se comprimem.
a) Representando as forças atuantes no bloco, temos:

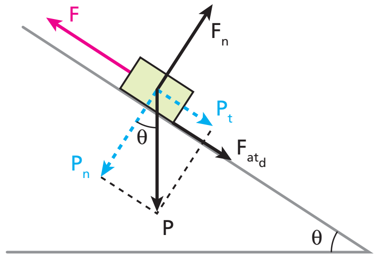


Do equilíbrio do bloco, vem:
$F_n = P = m\,g = 10 \cdot 10 \Rightarrow F_n = 100\ N$
$F = F_{at_d} = \mu_e\, F_n = 0{,}45 \cdot 100 \Rightarrow F = 45\ N$

Usando a Lei de Hooke, calculamos a deformação Δx:

$$F = K\,\Delta x \Rightarrow 45 = 300 \cdot \Delta x \Rightarrow \boxed{\Delta x = 15\ cm}$$

b) Representando as forças atuantes no bloco, temos:



Do equilíbrio do bloco, vem:

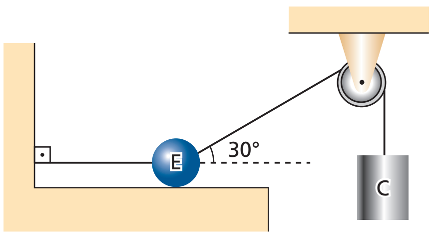
$F_n = P_n = P \cdot \cos\theta = m\,g \cdot \cos\theta = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}80 \;\Rightarrow\; F_n = 80\text{ N}$

$F = P_t + F_{at_d} = P \cdot \text{sen}\,\theta + \mu_e F_n = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}60 + 0{,}45 \cdot 80 \Rightarrow F = 96\text{ N}$

Usando a Lei de Hooke:

$$F = K\,\Delta x \;\Rightarrow\; 96 = 300 \cdot \Delta x \;\Rightarrow\; \boxed{\Delta x = 32\text{ cm}}$$

17 Uma esfera de aço (**E**) pesando 200 N encontra-se apoiada em um plano horizontal e amarrada a uma parede vertical por meio de um fio ideal:



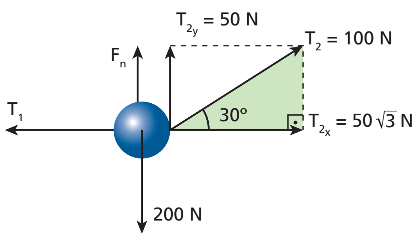
Um cilindro (**C**) de peso 100 N é ligado a um fio ideal, que passa por uma polia também ideal e vai prender-se à esfera. Calcule:

a) a intensidade da força de reação normal do plano horizontal sobre a esfera;

b) a intensidade da força de tração no fio que liga a esfera à parede vertical;

c) a intensidade do peso que o cilindro deveria ter para que a esfera ficasse na iminência de sair do plano.

Resolução:



a) $F_n + 50 = 200 \Rightarrow \boxed{F_n = 150\text{ N}}$

b) $\boxed{T_1 = 50\sqrt{3}\text{ N}}$

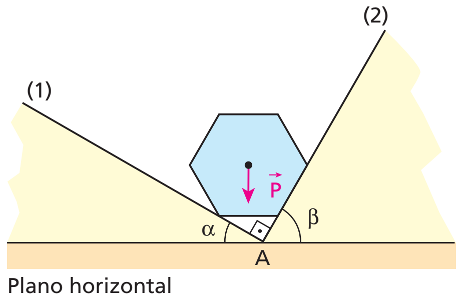
c) Teríamos: $F_n = 0$ e $T_{2y} = 200$ N

$$\text{sen}\,30° = \frac{T_{2y}}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{200}{T_2}$$

$$\boxed{T_2 = 400\text{ N}}$$

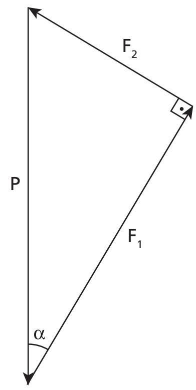
Respostas: a) 150 N; b) $50\sqrt{3}$ N; c) 400 N

18 Na figura a seguir, (1) e (2) são duas rampas planas perfeitamente lisas que se interceptam em uma reta horizontal, que passa por **A** e é perpendicular ao plano do papel. Nas rampas, apoia-se um prisma reto, hexagonal, regular e homogêneo, cujo peso $\vec{P}$ tem intensidade de 100 N.



Sabendo que sen $\alpha = \frac{3}{5}$ e cos $\alpha = \frac{4}{5}$, determine as intensidades das forças aplicadas pelo prisma sobre as rampas.

Resolução:

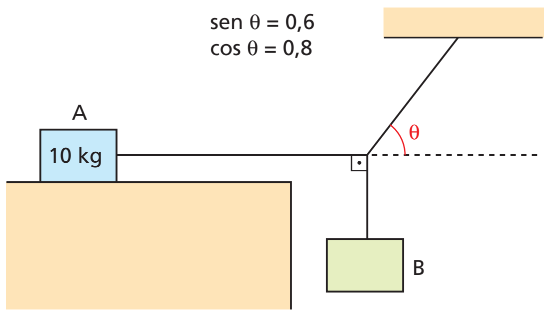


• $\cos\alpha = \frac{F_1}{P} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{F_1}{100} \Rightarrow \boxed{F_1 = 80\text{ N}}$

• $\text{sen}\,\alpha = \frac{F_2}{P} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{F_2}{100} \Rightarrow \boxed{F_2 = 60\text{ N}}$

Resposta: 80 N na rampa (1) e 60 N na rampa (2).

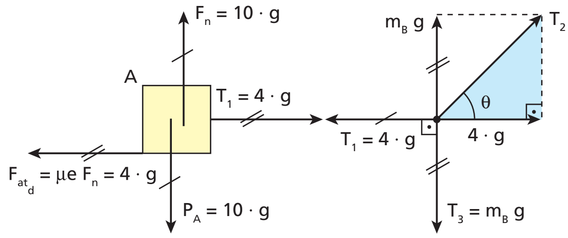
19 Na situação de equilíbrio esquematizada a seguir, os fios são ideais:



Sendo 0,4 o coeficiente de atrito estático entre o bloco **A** e o plano horizontal em que ele se apoia, determine a maior massa que o bloco **B** pode ter de modo que o equilíbrio se mantenha, supondo essa montagem feita:

a) na superfície da Terra; b) na superfície da Lua.

Resolução:
Na iminência de movimento, temos:



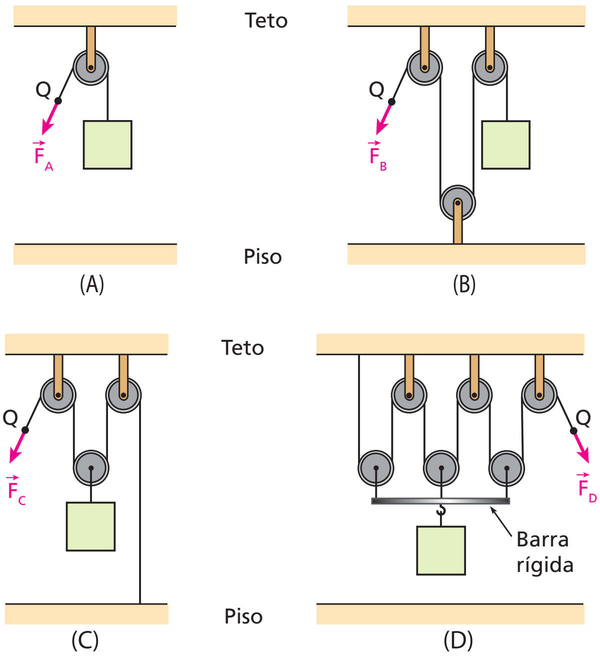
No triângulo destacado:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{m_B g}{4 \cdot g} \Rightarrow \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos \theta} = \frac{m_B g}{4 \cdot g} \Rightarrow \frac{0,6}{0,8} = \frac{m_B}{4} \Rightarrow \boxed{m_B = 3\ \text{kg}}$$

Observe que o resultado não depende da intensidade **g** do campo gravitacional.

Respostas: a) 3 kg; b) 3 kg

20 Nas montagens esquematizadas a seguir, considere ideais os fios, as polias e a barra rígida. Em todos os casos, a caixa suspensa tem peso de módulo **P**.



a) Determine as intensidades das forças $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ e $\vec{F}_D$, que equilibram os sistemas **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente.
b) Para que a caixa, ao ser erguida em equilíbrio, sofra um deslocamento de módulo **d**, quais deverão ser os módulos d_A, d_B, d_C e d_D dos deslocamentos do ponto **Q** nos sistemas **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente?

Resolução:

a) • $\boxed{F_A = P}$ $\boxed{F_B = P}$ $\boxed{F_C = \frac{P}{2}}$

• No conjunto formado pela caixa, pela barra e pelas três polias inferiores:

$$6\,F_D = P \Rightarrow \boxed{F_D = \frac{P}{6}}$$

b) Em todos os casos, o trabalho da força aplicada em **Q** é igual, pois corresponde a um mesmo fornecimento de energia potencial gravitacional Pd:

• $F_A\, d_A = P\, d \Rightarrow P d_A = P\, d \Rightarrow \boxed{d_A = d}$

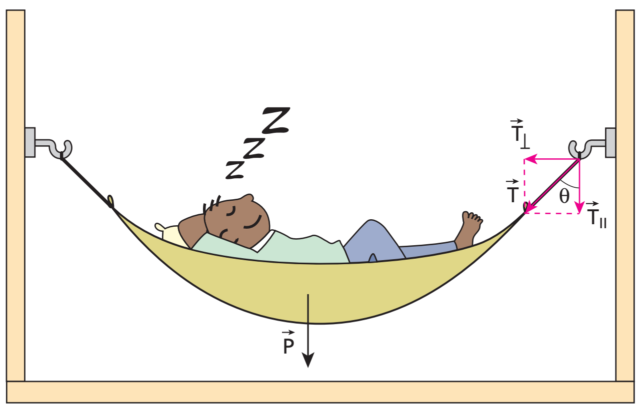
• $F_B\, d_B = P\, d \Rightarrow P d_B = P\, d \Rightarrow \boxed{d_B = d}$

• $F_C\, d_C = P\, d \Rightarrow \frac{P}{2} d_C = P\, d \Rightarrow \boxed{d_C = 2\, d}$

• $F_D\, d_D = P\, d \Rightarrow \frac{P}{6} d_D = P\, d \Rightarrow \boxed{d_D = 6\, d}$

Respostas: a) $F_A = P$, $F_B = P$, $F_C = \frac{P}{2}$, $F_D = \frac{P}{6}$;
b) $d_A = d$, $d_B = d$, $d_C = 2d$, $d_D = 6\,d$

21 (UFRN) O lendário Macunaíma, personagem criado por Mário de Andrade, costuma desfrutar do aconchego de sua “redinha”. Ávido por um descanso, Macunaíma, nosso anti-herói, está sempre improvisando um gancho para armar sua rede. Ele soube que sua segurança ao deitar-se na rede está relacionada com o ângulo **θ**, de inclinação dos punhos da rede com a parede e que essa inclinação pode ser mudada alterando-se o tamanho dos punhos, por exemplo, com auxílio de cordas.
A figura abaixo ilustra um desses momentos de descanso da personagem. Nessa figura, a força $\vec{T}$, exercida pela corda da rede sobre o gancho do armador, preso na parede, aparece decomposta em componentes, $\vec{T}_{\parallel}$ (paralela à parede) e $\vec{T}_{\perp}$ (perpendicular à parede).



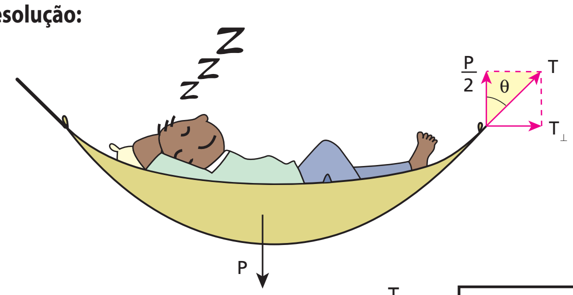
Representação esquemática de Macunaíma dormindo em sua rede.

Considere-se que:
I. o peso, $\vec{P}$, de Macunaíma está bem distribuído e o centro de gravidade do conjunto está no meio da rede;
II. as massas da rede e da corda são desprezíveis;
III. o armador pode ser arrancado somente em decorrência de um maior valor da componente $\vec{T}_{\perp}$, da força $\vec{T}$.

Podemos afirmar que, para uma maior segurança, Macunaíma deve escolher uma inclinação **θ** relativamente:

a) pequena, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2} \text{sen}\ \theta$;
b) pequena, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2} \text{tg}\ \theta$;
c) grande, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2} \cos \theta$;
d) grande, pois $T_{\perp} = \frac{P}{2} \text{cotg}\ \theta$.

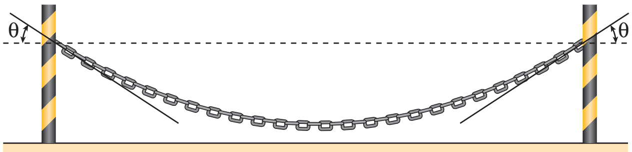
Resolução:



$$\text{tg}\,\theta = \frac{T_1}{\frac{P}{2}} \Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{P}{2}\,\text{tg}\,\theta}$$

Resposta: b

22 A figura a seguir representa uma corrente de peso igual a 40 N, cujas extremidades estão em um mesmo nível horizontal, presas em dois suportes.



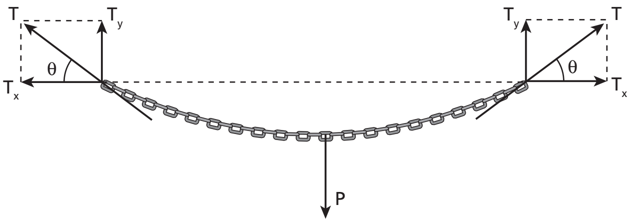
Considerando iguais a 45° os ângulos **θ** indicados na figura, determine a intensidade da força:

a) que a corrente exerce em cada suporte;

b) de tração no ponto mais baixo da corrente.

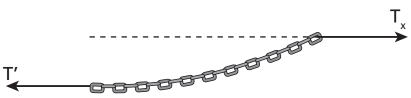
Resolução:

a)



$$2T_y = P \Rightarrow 2T\,\text{sen}\,\theta = P \Rightarrow 2T \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40 \Rightarrow \boxed{T = 20\sqrt{2}\text{ N}}$$

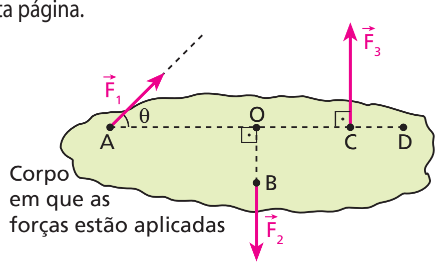
b) Numa das metades da corrente, temos, na horizontal:



$$T' = T_x = T\cos\theta = 20\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{T' = 20\text{ N}}$$

Respostas: a) $20\sqrt{2}$ N; b) 20 N

23 Considere as forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ e os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **O**, todos no plano desta página.



Julgue corretas ou incorretas as afirmações a seguir. Em cada uma delas, imagine a existência de um eixo de rotação perpendicular ao plano da figura passando pelo ponto citado.

01. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ e $\overline{OC}$ respectivamente.

02. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **O**, medem $\overline{OA} \cdot \text{sen}\,\theta$, zero e $\overline{OC}$ respectivamente.

04. Os braços de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, em relação a **A**, medem zero, $\overline{AO}$ e $\overline{AC}$ respectivamente.

08. Em relação a **O**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é nulo e o de $\vec{F}_3$ é anti-horário.

16. Em relação a **C**, o momento de $\vec{F}_1$ é horário, o de $\vec{F}_2$ é anti-horário e o de $\vec{F}_3$ é nulo.

32. Em relação a **D**, os momentos de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_3$ são horários e o de $\vec{F}_2$ é anti-horário.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:

Os braços são distâncias do polo às linhas de ação das forças.

01. Incorretas.

02. Correta.

04. Correta.

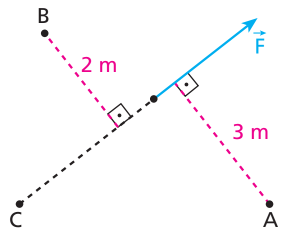
08. Correta.

16. Correta.

32. Correta.

Resposta: 62

24 E.R. A força $\vec{F}$, de módulo 20 N, e os pontos **A**, **B** e **C** estão todos no plano do papel. Os pontos representam as intersecções entre o plano do papel e três eixos perpendiculares a ele.



Convencionando positivos os momentos horários, calcule o momento escalar de $\vec{F}$ em relação a **A**, **B** e **C**.

Resolução:

Em relação a **A**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido horário. Sendo F = 20 N e b = 3 m, temos:

$$M = +F\,b = 20 \cdot 3 \Rightarrow \boxed{M = 60\text{ N m}}$$

Em relação a **B**, a força $\vec{F}$ dá tendência de rotação no sentido anti-horário. Sendo F = 20 N e b = 2 m, temos:

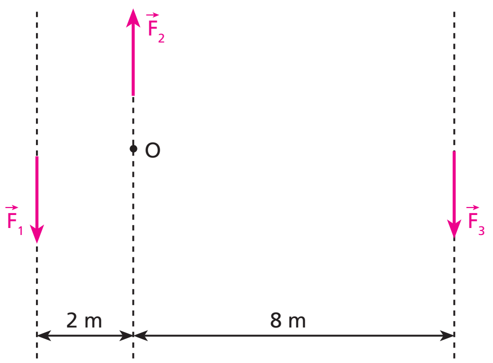
$$M = -F\,b = -20 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{M = -40\text{ N m}}$$

Em relação a **C**, a força $\vec{F}$ não dá tendência de rotação, pois b = 0:

$$M = F\,b = 20 \cdot 0 \Rightarrow \boxed{M = 0}$$

25 Considerando positivos os momentos horários, calcule os momentos das forças paralelas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ em relação ao ponto **O**.

Dados: $F_1 = 200$ N; $F_2 = 250$ N; $F_3 = 50$ N.

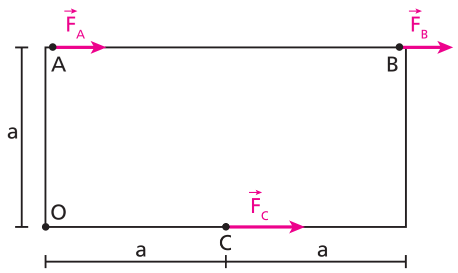


Resolução:

- $M_{\vec{F}_1} = -200 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = -400 \text{ N m}$
- $M_{\vec{F}_2} = 0$
- $M_{\vec{F}_3} = 50 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} = 400 \text{ N m}$

Resposta: – 400 N m, zero e 400 N m, respectivamente.

26 (Fuvest-SP) Três homens tentam fazer girar, em torno do pino fixo **O**, uma placa retangular de largura **a** e comprimento 2a, que está inicialmente em repouso sobre um plano horizontal, de atrito desprezível, coincidente com o plano do papel. Eles aplicam as forças $\vec{F}_A = \vec{F}_B$ e $\vec{F}_C = 2\vec{F}_A$ nos pontos **A**, **B** e **C**, como representadas na figura.



Designando, respectivamente, por M_A, M_B e M_C as intensidades dos momentos dessas forças em relação ao ponto **O**, é correto afirmar que:

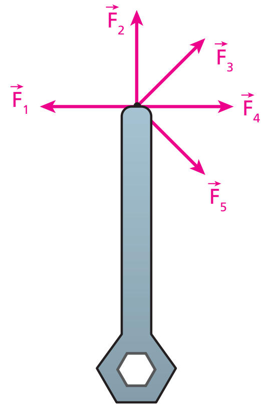
a) $M_A = M_B > M_C$ e a placa gira no sentido horário;
b) $M_A < M_B = M_C$ e a placa gira no sentido horário;
c) $M_A = M_B < M_C$ e a placa gira no sentido anti-horário;
d) $2M_A = 2M_B = M_C$ e a placa não gira;
e) $2M_A = M_B = M_C$ e a placa não gira.

Resolução:
Em relação a 0:

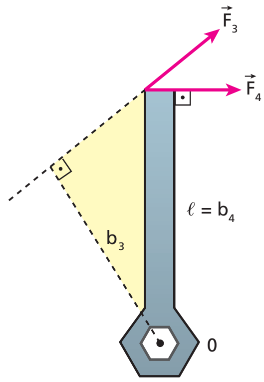
- $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ produzem momentos **horários** e, para ambas, o braço é igual a **a**. Então, temos: $M_A = M_B$, em que M_A e M_B são módulos.
- $\vec{F}_C$ não produz momento, pois seu braço é nulo : $M_C = 0$.

Resposta: a

27 Qual das forças aplicadas na extremidade da chave, todas de mesma intensidade, é mais eficiente para girar o parafuso no sentido horário?



Resolução:



O braço máximo é igual a ℓ (hipotenusa do triângulo destacado). O braço b_3, por exemplo, é cateto do mesmo triângulo.

Portanto, $\vec{F}_4$ é mais eficiente para girar o parafuso no sentido **horário**.

Resposta: $\vec{F}_4$

28 (UFRJ) Um jovem e sua namorada passeiam de carro por uma estrada e são surpreendidos por um furo num dos pneus.

O jovem, que pesa 75 kgf, pisa a extremidade de uma chave de roda, inclinada em relação à horizontal, como mostra a figura 1, mas só consegue soltar o parafuso quando exerce sobre a chave uma força igual a seu peso.

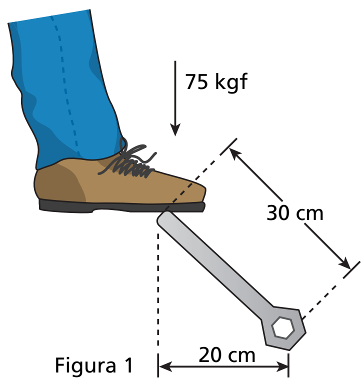


Figura 1

A namorada do jovem, que pesa 51 kgf, encaixa a mesma chave, mas na horizontal, em outro parafuso, e pisa a extremidade da chave, exercendo sobre ela uma força igual a seu peso, como mostra a figura 2.

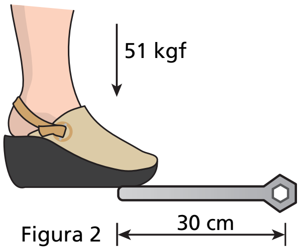


Figura 2

Supondo que este segundo parafuso esteja tão apertado quanto o primeiro e levando em conta as distâncias indicadas nas figuras, verifique se a moça consegue soltar esse segundo parafuso. Justifique sua resposta.

Resolução:

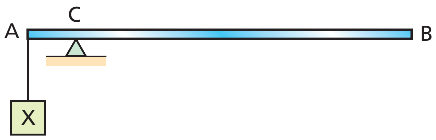
Figura 1: $M_1 = 75 \text{ kgf} \cdot 0{,}20 \text{ m} = 15 \text{ kgf m}$

Figura 2: $M_2 = 51 \text{ kgf} \cdot 0{,}30 \text{ m} = 15{,}3 \text{ kgf m}$

Como $M_2 > M_1$, a moça consegue.

Resposta: Consegue porque o torque da força de 51 kgf é mais intenso que o da força de 75 kgf.

29 **E.R.** Uma barra prismática homogênea AB de comprimento igual a 4,0 m e peso igual a 100 N apoia-se sobre a cunha **C**, colocada a 0,50 m de **A**. A barra fica em equilíbrio, como representa a figura, quando um corpo **X** é suspenso em sua extremidade **A**:

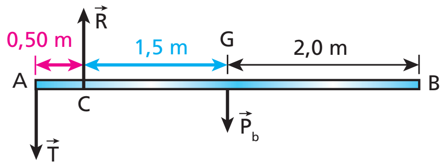


Calcule:

a) o peso do corpo **X**; b) a reação da cunha **C** sobre a barra.

Resolução:

Representemos as forças que atuam na barra:



- $\vec{P}_b$ é o peso da barra, aplicado em seu centro de gravidade **G** (ponto médio da barra homogênea);
- $\vec{T}$ é a tração exercida em **A** pelo fio; essa força tem a mesma intensidade do peso de **X** ($T = P_X$);
- $\vec{R}$ é a reação da cunha sobre a barra.

Para o equilíbrio de translação da barra, temos:

$$R = T + P_b$$

ou

$$R = P_X + P_b \Rightarrow \boxed{R = P_X + 100} \quad \text{(I)}$$

Para o equilíbrio de rotação da barra, a soma algébrica dos momentos escalares de todas as forças nela aplicadas deve ser nula em relação a **qualquer** polo. Em relação a **C**, por exemplo, devemos ter:

$$M_{\vec{T}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}_b} = 0$$

Convencionando positivos os momentos no sentido horário, temos:

$$-T \cdot \overline{AC} + R \cdot 0 + P_b \cdot \overline{CG} = 0$$

$$-P_X \cdot 0{,}50 + 100 \cdot 1{,}5 = 0$$

$$\boxed{P_X = 300 \text{ N}} \quad \text{(a)}$$

De (I), vem:

$$R = P_X + 100 = 300 + 100$$

$$\boxed{R = 400 \text{ N}} \quad \text{(b)}$$

Nota:

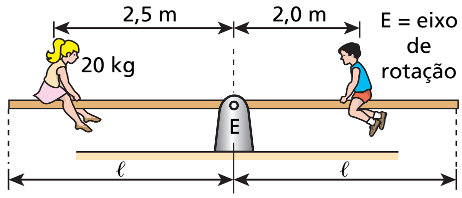
- O equilíbrio de rotação pode ser considerado em relação a **qualquer** polo, independentemente de passar ou não por ele um eixo de rotação real. Em relação a **A**, por exemplo, teríamos:

$$M_{\vec{T}} + M_{\vec{R}} + M_{\vec{P}_b} = 0$$

$$T \cdot 0 - R \cdot 0{,}50 + 100 \cdot 2{,}0 = 0$$

$$\boxed{R = 400 \text{ N}}$$

30 (UFV-MG) Um menino e uma menina estão brincando sobre uma prancha homogênea, conforme ilustra a figura. A posição das crianças estabelece uma condição de equilíbrio. Qual a massa do menino?



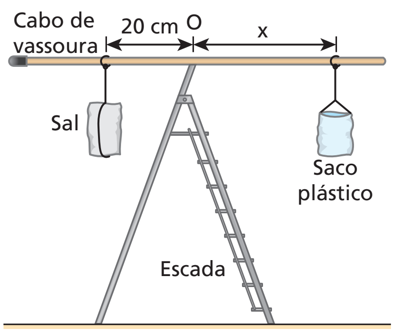
Resolução:

Em relação a **E**, temos, em módulo:

$m\,g \cdot 2{,}0 = 20g \cdot 2{,}5 \Rightarrow \boxed{m = 25 \text{ kg}}$

Resposta: 25 kg

31 Uma pessoa precisava separar 400 g de açúcar para fazer um doce, mas não tinha uma balança. Pegou, então, um cabo de vassoura e o apoiou em uma escada, de modo a ficar em equilíbrio na horizontal (o ponto **O** é o centro de gravidade do cabo).



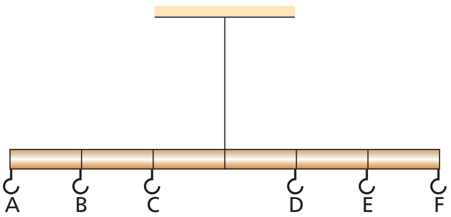
Usando um barbante, suspendeu no cabo um saco fechado de sal de cozinha, de 1 kg (1 000 g), a 20 cm do ponto de apoio (**O**). Usando outro barbante, suspendeu um saco plástico vazio e foi despejando açúcar nele até o cabo ficar novamente em equilíbrio na horizontal. Calcule a distância **x** que determina a posição em que o saco plástico deve ser colocado para que se consiga a quantidade de açúcar desejada.

Resolução:
Tomando os momentos em relação a **O**, em valor absoluto, e operando com as massas para evitar complicações desnecessárias, temos:

$1\,000\ g \cdot 20\ cm = 400\ g \cdot x \Rightarrow \boxed{x = 50\ cm}$

Resposta: 50 cm

32 Uma barra cilíndrica e homogênea, dividida em seis partes iguais, cada uma delas de comprimento **d**, encontra-se em equilíbrio na horizontal, como na figura.



a) Suspendendo-se um corpo de peso igual a 6 N no gancho **B**, qual deve ser o peso de um outro corpo suspenso do gancho **F** para que a barra se mantenha em equilíbrio como na figura?
b) Se um corpo de peso igual a 6 N for suspenso em **B**, e outros dois corpos, cada um pesando 3 N, forem suspensos em **D** e **E**, a barra continuará em equilíbrio como na figura?

Resolução:
a) $\Sigma M = 0$ em relação ao ponto de suspensão da barra:

$+ \; + 6 \cdot 2d - P_F \cdot 3d = 0 \Rightarrow \boxed{P_F = 4N}$

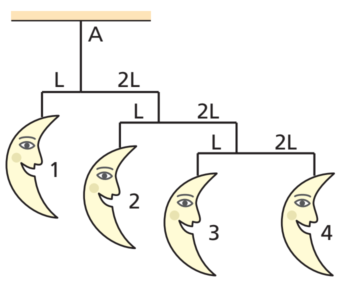
b) Não.
ΣM em relação ao ponto de suspensão da barra:

$+ \; + 6 \cdot 2d - 3 \cdot d - 3 \cdot 2d = + 3d$

Portanto, a barra vai girar no sentido anti-horário.

Respostas: a) 4 N; b) Não. A barra vai girar no sentido anti-horário.

33 (ITA-SP) Um brinquedo que as mamães utilizam para enfeitar quartos de crianças é conhecido como móbile. Considere o móbile de luas esquematizado na figura. As luas estão presas, por meio de fios de massas desprezíveis, a três barras horizontais, também de massas desprezíveis. O conjunto todo está em equilíbrio e suspenso de um único ponto **A**. Se a massa da lua 4 é de 10 g, então a massa da lua 1, em kg, é igual a:

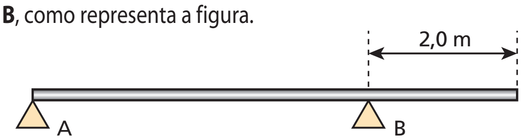


a) 180. b) 80. c) 0,36. d) 0,18. e) 9.

Resolução:
- $m_4 = 10g$
- Tomando os momentos em módulo e operando com massas, temos, de baixo para cima:
- $m_3\, L = m_4\, 2L \Rightarrow m_3 = 20g$ e $m_3 + m_4 = 30g$
- $m_2\, L = (m_3 + m_4)\, 2\, L \Rightarrow m_2 = 60\ g$ e $m_2 + m_3 + m_4 = 90g$
- $m_1\, L = (m_2 + m_3 + m_4)\, 2\, L \Rightarrow m_1 = 180\ g \Rightarrow \boxed{m_1 = 0{,}18\ kg}$

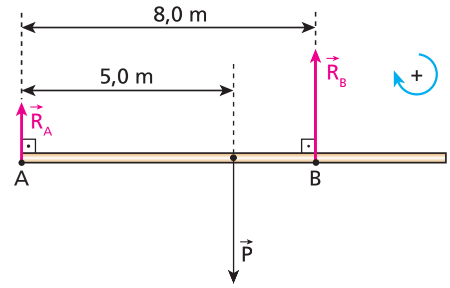
Resposta: d

34 **E.R.** Uma barra cilíndrica homogênea, de peso 200 N e 10,0 m de comprimento, encontra-se em equilíbrio, apoiada nos suportes **A** e **B**, como representa a figura.



a) Calcule as intensidades R_A e R_B das reações dos apoios **A** e **B** sobre a barra.
b) Usando-se uma corda leve, um bloco metálico de peso 400 N é dependurado na barra em um ponto **C** à direita de **B**. Determine a máxima distância **x** de **B** a **C** de modo que a barra não tombe.

Resolução:
a) Representando as forças que atuam na barra, temos:



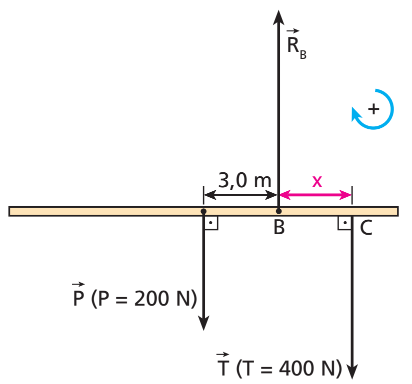
Em relação a **A**:

$$M_{\vec{R}_A} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{R}_B} = 0$$
$$R_A \cdot 0 + 200 \cdot 5{,}0 - R_B \cdot 8{,}0 = 0$$
$$\boxed{R_B = 125\ N}$$

Como $R_A + R_B = P$:

$$R_A + 125 = 200 \Rightarrow \boxed{R_A = 75\ N}$$

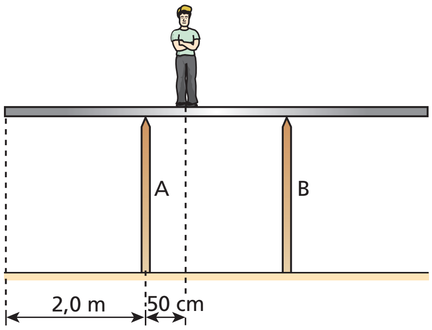
b) A máxima distância pedida corresponde à situação em que a barra está na iminência de tombar. Nessa situação, ela se apoia exclusivamente no suporte **B** e, portanto, a reação do suporte **A**, $\vec{R}_A$, é nula.
Representando as forças na barra, temos:



Em relação a **B**:

$$M_{\vec{R}_B} + M_{\vec{P}} + M_{\vec{T}} = 0$$
$$R_B \cdot 0 - 200 \cdot 3{,}0 + 400 \cdot x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}5\ m}$$

35 Sobre duas estacas **A** e **B**, distantes 2,0 m uma da outra, apoia-se uma viga prismática e homogênea de comprimento 6,0 m e massa 72 kg. Um pedreiro de massa 60 kg encontra-se em repouso na posição indicada, a 50 cm da estaca **A**.

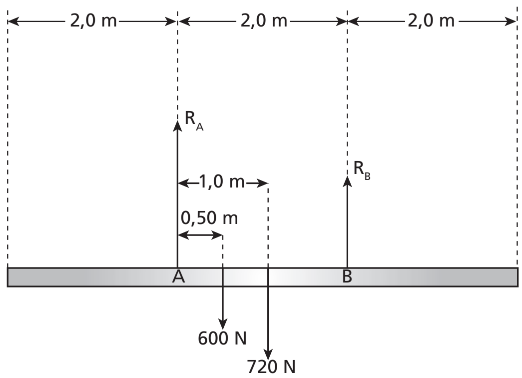


a) Calcule as intensidades das forças que a viga recebe das estacas ($g = 10\ m/s^2$).

b) O pedreiro começa a caminhar lentamente para a direita. Qual o máximo afastamento dele em relação ao ponto de apoio da viga na estaca **B** sem que ela tombe?

Resolução:

a)

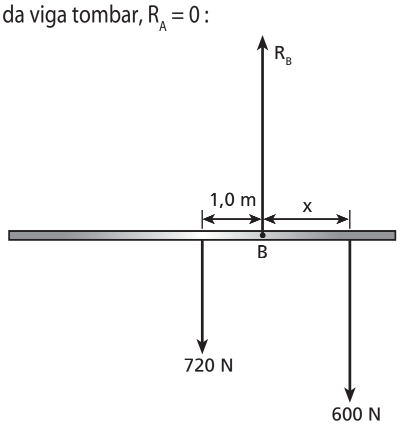


• Em relação a **A** (em módulo):

$600 \cdot 0{,}50 + 720 \cdot 1{,}0 = R_B \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{R_B = 510\ N}$

• $R_A + R_B = 600 + 720 \Rightarrow R_A + 510 = 1\,320 \Rightarrow \boxed{R_A = 810\ N}$

b) Na iminência da viga tombar, $R_A = 0$:

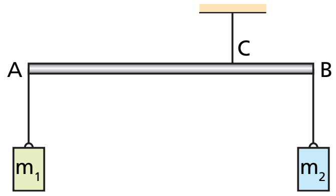


Em relação a **B**:

$600\ x = 720 \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{x = 1{,}2 m}$

Respostas: a) $R_A = 810\ N$; $R_B = 510\ N$; b) 1,2 m

36 (Cesgranrio-RJ) Uma barra homogênea de comprimento $\ell = 1{,}0$ m está em equilíbrio na posição horizontal, sustentada por uma única corda fixada no ponto **C**, como mostra a figura. Em suas extremidades **A** e **B** estão pendentes duas massas, $m_1 = 100$ g e $m_2 = 150$ g.

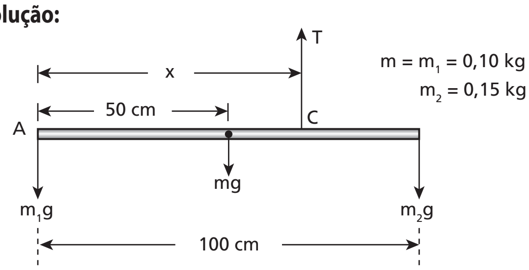


Considerando a massa da barra 100 g e a aceleração da gravidade local $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a tensão na corda fixa à barra no ponto **C**;

b) a distância do ponto **C** até o ponto **A**.

Resolução:



a) $T = m_1\,g + m\,g + m_2\,g = 1{,}0 + 1{,}0 + 1{,}5 \Rightarrow \boxed{T = 3{,}5\ N}$

b) Em relação a **A** (em módulo):

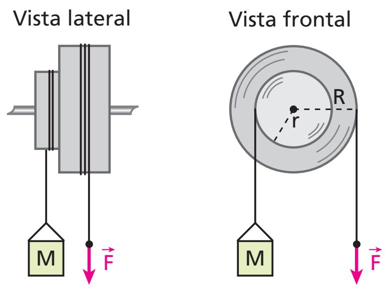
$m\,g \cdot 50\ cm + m_2\,g \cdot 100\ cm = T\,x$

$1{,}0 \cdot 50 + 1{,}5 \cdot 100 = 3{,}5\ x$

$\boxed{x = 57\ cm}$

Respostas: a) 3,5 N; b) 57 cm

37 A figura a seguir representa duas roldanas de raios r = 10 cm e R = 40 cm presas em um mesmo eixo que pode rotar praticamente sem atrito.



Cordas leves estão enroladas nessas roldanas. Em uma delas, está suspenso um bloco de massa **M** igual a 50 kg e o sistema é mantido em equilíbrio pela força vertical $\vec{F}$ aplicada na outra corda. Considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule a intensidade de $\vec{F}$.

Resolução:

Em relação ao eixo do sistema, temos, em valor absoluto:

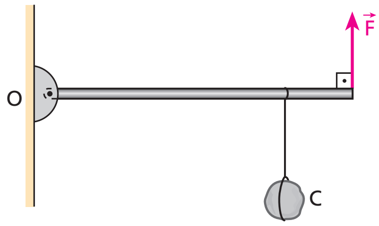
$F\,R = M\,g\,r$

$F \cdot 40\ cm = 50 \cdot 10 \cdot 10\ cm$

$\boxed{F = 125\ N}$

Resposta: 125 N

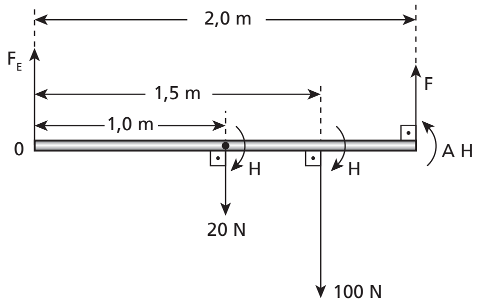
38 Uma barra rígida e homogênea, de peso 20 N e 2,0 m de comprimento, articula-se no eixo lubrificado **O**. Nela, está suspensa uma carga **C**, de peso 100 N, a 1,5 m do eixo **O**. A força vertical $\vec{F}$ mantém o sistema em equilíbrio.



Calcule a intensidade:

a) da força $\vec{F}$;
b) da força que a barra recebe do eixo.

Resolução:



a) Em relação a **O**, temos, em módulo:

$20 \cdot 1{,}0 + 100 \cdot 1{,}5 = F \cdot 2{,}0 \Rightarrow \boxed{F = 85\ N}$

b) A força resultante na barra é nula

$F_E + F = 20 + 100$

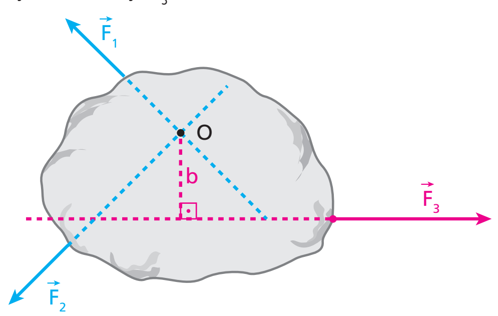
$F_E + 85 = 120 \Rightarrow \boxed{F_E = 35\ N}$

Respostas: a) 85 N; b) 35 N

39 E.R. Considere um corpo em equilíbrio submetido à ação de **apenas três forças**, $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ e $\vec{F_3}$, que precisam ser coplanares. Dado que elas têm **direções diferentes**, mostre que suas linhas de ação são concorrentes, necessariamente, num **mesmo** ponto.

Resolução:

Suponhamos que as linhas de ação de duas dessas forças ($\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$, por exemplo) sejam concorrentes num ponto **O** e que isso não aconteça com a força $\vec{F_3}$:

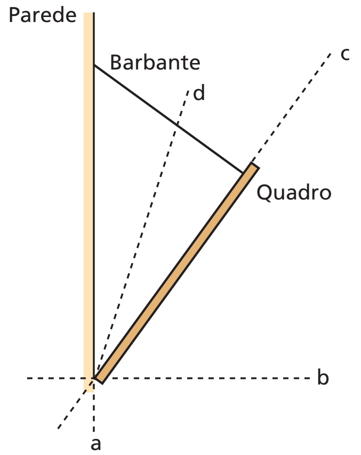


No equilíbrio, a soma algébrica dos momentos de todas as forças tem de ser nula e isso tem de acontecer em relação a **qualquer** polo, inclusive a **O**.

Em relação a **O**, os momentos de $\vec{F_1}$ e $\vec{F_2}$ são nulos, mas o momento de $\vec{F_3}$, não.

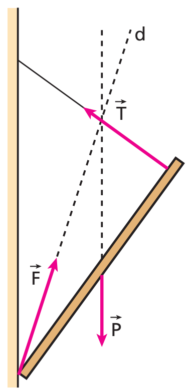
Assim, concluímos que a linha de ação de $\vec{F_3}$ também passa por **O**, pois, se isso não acontecesse, a soma dos três momentos em relação a **O** não seria nula e a condição de equilíbrio de rotação não estaria respeitada.

40 A figura abaixo representa um quadro retangular e homogêneo dependurado em uma parede e em equilíbrio. Qual das retas, **a**, **b**, **c** ou **d**, melhor representa a linha de ação da força que a parede exerce no quadro?



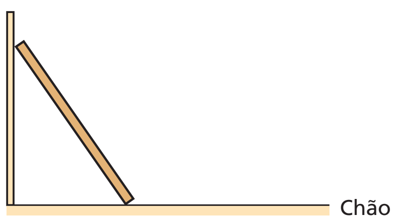
Resolução:

As três forças concorrem em um mesmo ponto.

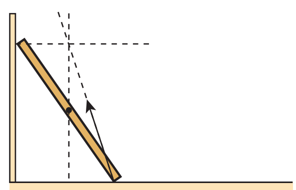


Resposta: d

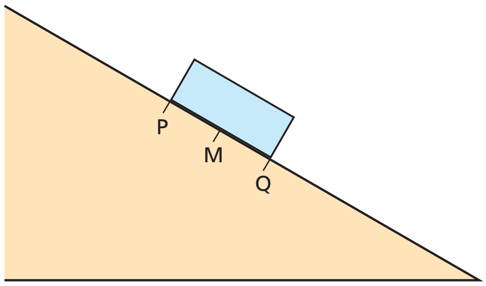
41 A figura a seguir representa uma escada homogênea, em equilíbrio, apoiada em uma parede vertical muito lisa. Reproduza a figura e trace nela o vetor que determina a direção e o sentido da força que a escada recebe do chão.



Resposta:



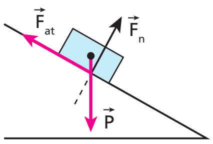
42 A figura representa um paralelepípedo homogêneo em repouso num plano inclinado. **M** é o ponto médio do segmento PQ.
A força normal resultante que o paralelepípedo recebe do plano está aplicada:



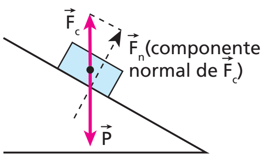
a) no ponto **M**;
b) no ponto **Q**;
c) entre **P** e **M**;
d) entre **M** e **Q**;
e) talvez no ponto **P**.

Resolução:

- Considerando a força normal e a força de atrito como sendo **duas** forças e lembrando que, num corpo em equilíbrio submetido a apenas **três** forças de direções diferentes, elas concorrem num mesmo ponto, temos a situação representada acima.



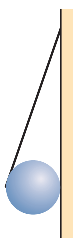
- A força de contato total $\vec{F}_c = \vec{F}_{at} + \vec{F}_n$ que o paralelepípedo recebe do plano inclinado tem de ser oposta ao peso e alinhada com ele.



Portanto, $\vec{F}_n$ está aplicada entre **M** e **Q**.

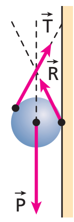
Resposta: d

43 A figura a seguir representa uma esfera homogênea em equilíbrio, sustentada por um fio e apoiada em uma parede vertical nas condições geométricas ilustradas. Reproduzindo a figura:



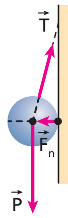
a) indique as forças atuantes na esfera;
b) desenhe a situação de equilíbrio supondo a parede perfeitamente lisa.

Resolução:
a)

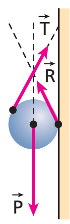


Observe que as três forças atuantes na esfera concorrem num mesmo ponto.

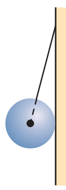
b) Se não houvesse atrito, a reação da parede seria exclusivamente normal:



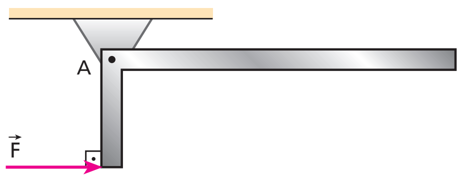
Respostas: a)



; b)

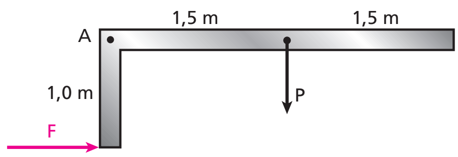


44 Na figura, temos uma barra homogênea de espessura e largura pequenas e uniformes, em forma de **L**, articulada sem atrito em **A**. A parte vertical da barra tem 1,0 m de comprimento, enquanto a parte horizontal mede 3,0 m. Sendo de 120 N o peso total da barra, calcule a intensidade da força horizontal $\vec{F}$, que mantém a barra em equilíbrio.



Resolução:

4 m ⇒ 120 N
3 m ⇒ P
⇒ P = 90 N



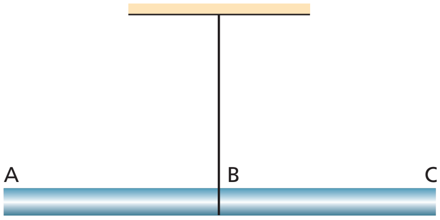
Em relação a A:

$P \cdot 1{,}5 = F \cdot 1{,}0 \Rightarrow \boxed{F = 135\ \text{N}}$

Nota: O peso da parte vertical da barra tem momento nulo em relação a **A** porque está alinhado com esse ponto.

Resposta: 135 N

45 A barra AC da figura está em equilíbrio na horizontal, suspensa pelo seu ponto médio **B**.

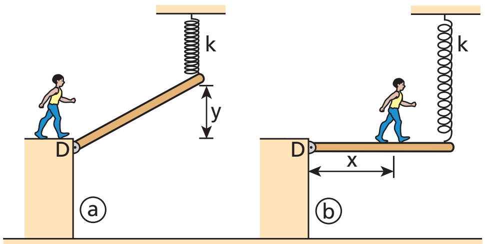


É necessariamente verdade que:
a) a barra é homogênea;
b) as partes AB e BC têm o mesmo peso;
c) os momentos dos pesos das partes AB e BC, em relação a **B**, têm o mesmo valor absoluto;
d) a massa da parte AB é maior que a da parte BC;
e) há mais de uma alternativa correta.

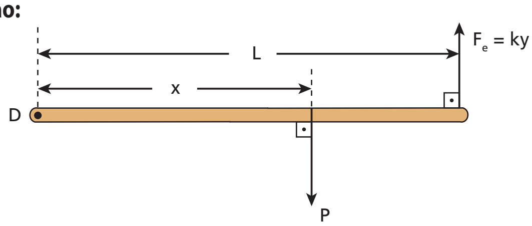
Resolução:
É **possível** que a barra seja homogênea, caso em que os pesos das partes AB e BC são iguais.
Entretanto, também **é possível** que ela não seja homogênea e tenha uma das metades mais pesadas que a outra. Nesse caso, os braços dos pesos das duas metades em relação a **B** serão diferentes, mas, para estar em equilíbrio, os valores absolutos dos momentos desses pesos em relação ao referido ponto serão necessariamente iguais.

Resposta: c

46 (UFC-CE) Na figura a seguir, uma tábua de massa desprezível e comprimento L = 3,0 m é articulada em uma de suas extremidades por meio de uma dobradiça **D**. Sua outra extremidade está presa (a uma altura y = 0,30 m acima da dobradiça) a uma mola ideal, de constante elástica k = 600 N/m (figura **a**). Um menino, de peso P = 300 N, partindo da dobradiça, caminha uma distância **x** sobre a tábua, até ela adquirir o equilíbrio, em posição horizontal (figura **b**). Suponha que a mola, ao se distender, tenha se mantido vertical. Determine o valor de **x**.



Resolução:



Em relação a D:

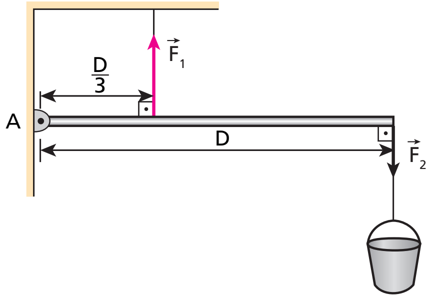
$P\,x = F_e\,L = k\,y\,L$

$x = \dfrac{k\,y\,L}{P} = \dfrac{600 \cdot 0{,}30 \cdot 3{,}0}{300}$

$\boxed{x = 1{,}8\text{ m}}$

Resposta: 1,8 m

47 (PUC-RS) A figura representa um balde vazio dependurado em uma barra rígida por meio de uma corda. A barra é articulada sem atrito em **A** e está ligada ao teto por outra corda. As trações que as cordas, consideradas ideais, exercem na barra são as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ indicadas.



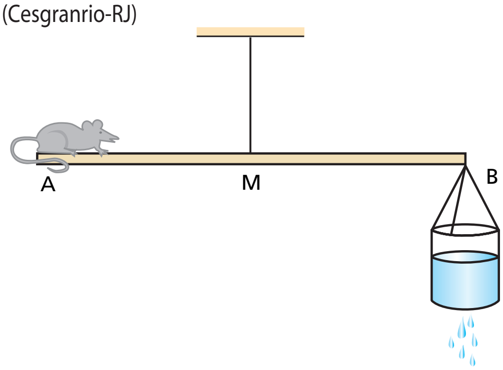
Introduzindo-se no balde uma quantidade de areia de 60 N de peso, qual é o aumento da intensidade da força $\vec{F}_1$?

Resolução:
Em relação ao ponto **A**, a areia produz um acréscimo de momento horário de módulo igual a 60 D. Então, o aumento ΔF_1 da intensidade de $\vec{F}_1$ deve produzir um acréscimo de momento anti-horário, de módulo $\Delta F_1\,\frac{D}{3}$, igual a 60 D:

$\Delta F_1\,\dfrac{D}{3} = 60\text{ D} \Rightarrow \boxed{\Delta F_1 = 180\text{ N}}$

Resposta: 180 N

48 (Cesgranrio-RJ)



Na figura acima, uma haste AB, homogênea e de seção reta uniforme, medindo 2,4 m, é suspensa pelo seu ponto médio **M**, por meio de um arame.
Na extremidade **B**, há um recipiente de massa desprezível contendo água, enquanto, na extremidade **A**, há um camundongo de massa 250 g. Nessa situação, a haste se mantém em repouso na posição horizontal.
Em determinado instante, o recipiente começa a vazar água na razão de 75 g/s e, em conseqüência disso, o camundongo passa a se mover no sentido de **A** para **M**, de modo a manter a haste na sua posição inicial. Para isso, qual deve ser o módulo **v** da velocidade do camundongo, em m/s?

Resolução:
Sejam:
m_1: massa de água que vaza por segundo ($m_1 = 75$ g);
m_2: massa do camundongo ($m_2 = 250$ g);
g: módulo da aceleração da gravidade;
Δs: deslocamento do camundongo em cada segundo.

Em cada segundo, em relação a **M** e em valor absoluto, a perda de momento horário ($m_1\,g\,\overline{MB}$) tem de ser igual à perda de momento anti-horário ($m_2\,g\,\Delta s$):

$m_2\,g\,\Delta s = m_1\,g\,\overline{MB}$

$250\,\Delta s = 75 \cdot 1{,}2 \Rightarrow \Delta s = 0{,}36$ m

Então: $\boxed{v = 0{,}36 \text{ m/s}}$

Resposta: 0,36 m/s

49 Uma viga prismática e homogênea, de 5,0 m de comprimento e 120 kg de massa, encontra-se em equilíbrio presa em uma corda e apoiada no chão, como mostra a figura 1. Na figura 2, uma pessoa de 50 kg se dependura na viga, mantendo-a em equilíbrio na horizontal.

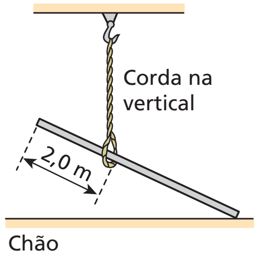


Figura 1

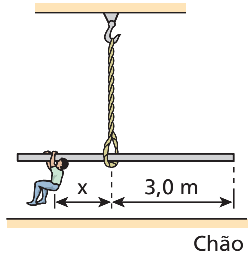


Figura 2

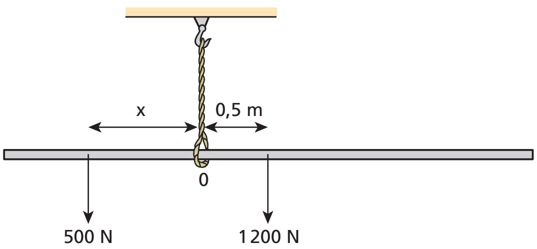
Calcule:

a) o comprimento **x** indicado na figura 2;

b) a intensidade da força que a viga recebe do chão na figura 1, considerando $g = 10$ m/s^2.

Resolução:

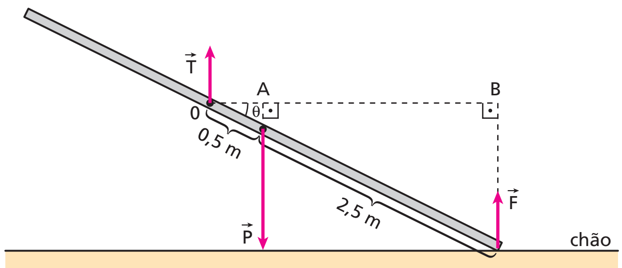
a)



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$1\,200 \cdot 0{,}5 = 500\,x \Rightarrow \boxed{x = 1{,}2 \text{ m}}$

b) Para que a resultante das forças seja nula, sendo $\vec{T}$ e $\vec{P}$ verticais, $\vec{F}$ necessariamente vertical.



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

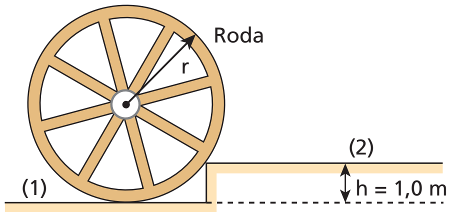
$P \cdot OA = F \cdot OB$

$1\,200 \cdot 0{,}5 \cos\theta = F \cdot 3{,}0 \cos\theta$

$\boxed{F = 200 \text{ N}}$

Respostas: a) 1,2 m; b) 200 N

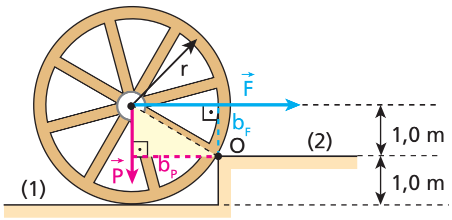
50 E.R. Na figura, temos uma roda, de peso igual a $100\sqrt{3}$ kgf e raio **r** igual a 2,0 m, que deve ser erguida do plano horizontal (1) para o plano horizontal (2). Calcule a intensidade da força horizontal, aplicada no centro de gravidade da roda, capaz de erguê-la, sabendo que o centro de gravidade da roda coincide com seu centro geométrico.



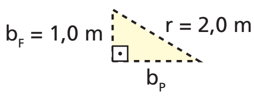
Resolução:

Na figura a seguir, estão representados o peso $\vec{P}$ da roda e a força horizontal $\vec{F}$ que vai erguê-la. A força que ela recebe em **O** não está representada porque vamos usar esse ponto para o cálculo dos momentos. Desse modo, o momento dessa força será nulo.

Observemos que a roda, assim que começar a subir, deixará de receber força normal do plano (1).



No triângulo destacado, temos:



$$r^2 = b_F^2 + b_P^2 \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

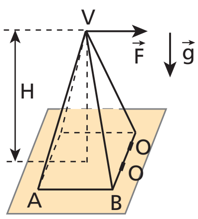
$$2{,}0^2 = 1{,}0^2 + b_P^2 \Rightarrow b_P = \sqrt{3{,}0} \text{ m}$$

Para a roda ser erguida, em relação ao ponto **O**, o módulo do momento horário de $\vec{F}$ tem de ser maior que o módulo do momento anti-horário de $\vec{P}$:

$$F\,b_F > P\,b_P$$

$$F \cdot 1{,}0 > 100\sqrt{3} \cdot \sqrt{3{,}0} \Rightarrow \boxed{F > 300 \text{ kgf}}$$

51 (Fuvest-SP) Uma pirâmide reta, de altura **H** e base quadrada de lado **L**, com massa **m** uniformemente distribuída, está apoiada sobre um plano horizontal. Uma força $\vec{F}$ com direção paralela ao lado AB é aplicada no vértice **V**. Dois pequenos obstáculos **O**, fixos no plano, impedem que a pirâmide se desloque horizontalmente. A força $\vec{F}$ capaz de fazer tombar a pirâmide deve ser tal que:



a) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\,H}{\sqrt{\left(\dfrac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$;

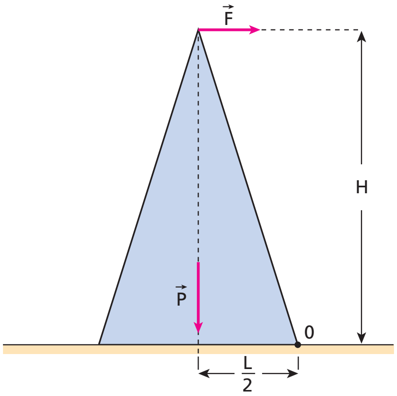
b) $|\vec{F}| > m\,g$;

c) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\,H}{\left(\dfrac{L}{2}\right)}$;

d) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\left(\dfrac{L}{2}\right)}{H}$;

e) $|\vec{F}| > \dfrac{m\,g\left(\dfrac{L}{2}\right)}{\sqrt{\left(\dfrac{L}{2}\right)^2 + H^2}}$.

Resolução:

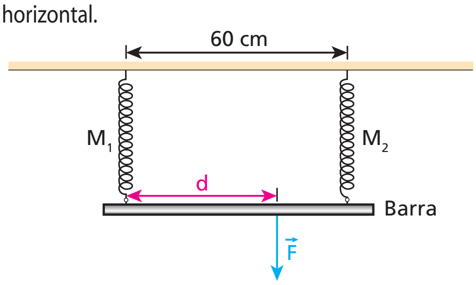


Em relação a **O**, o módulo do momento horário de $\vec{F}$ deve ser maior que o módulo do momento anti-horário de $\vec{P}$:

$$F\,H > m\,g\left(\frac{L}{2}\right) \Rightarrow \boxed{F > \frac{m\,g\left(\frac{L}{2}\right)}{H}}$$

Resposta: d

52 Uma barra leve encontra-se em equilíbrio dependurada em duas molas M_1 e M_2, de constantes elásticas iguais a 200 N/m e 600 N/m respectivamente. Uma força $\vec{F}$, vertical para baixo, é aplicada na barra, atingindo-se uma nova situação de equilíbrio na qual a barra permanece na horizontal.



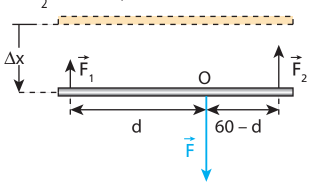
Calcule:

a) a distância **d** indicada na figura;

b) o deslocamento da barra da primeira para a segunda situação de equilíbrio supondo a intensidade de $\vec{F}$ igual a 120 N.

Resolução:

a) $K_1 = 200$ N/m e $K_2 = 600$ N/m



Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$F_1\,d = F_2\,(60 - d)$, com **d** em cm.

$K_1\,\Delta x\,d = K_2\,\Delta x\,(60 - d)$

$200\,d = 600\,(60 - d) \Rightarrow \boxed{d = 45 \text{ cm}}$

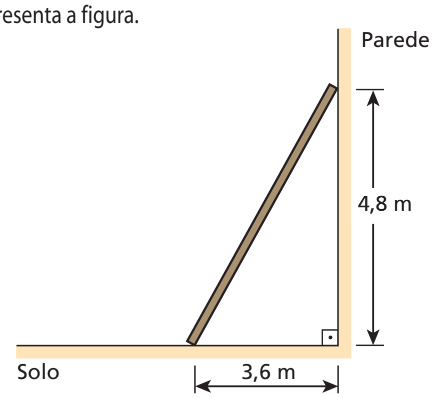
b) $F = F_1 + F_2 = K_1\,\Delta x + K_2\,\Delta x$

$120 = 200\Delta x + 600\Delta x$

$\boxed{\Delta x = 0{,}15 \text{ m} = 15 \text{ cm}}$

Respostas: a) 45 cm; b) 15 cm

53 Uma viga prismática e homogênea, de 6,0 m de comprimento e 360 N de peso, é posicionada apoiando-se em uma parede e no solo, como representa a figura.



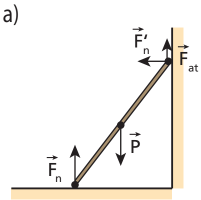
Supondo:

a) que exista atrito entre a viga e a parede, mas não entre a viga e o solo, responda: é possível que ela fique em equilíbrio, como na figura?

b) que não exista atrito entre a viga e a parede, calcule, no equilíbrio, as intensidades das componentes da força de contato que a viga recebe do solo (força normal $\vec{F}_n$ e força de atrito $\vec{F}_{at}$).

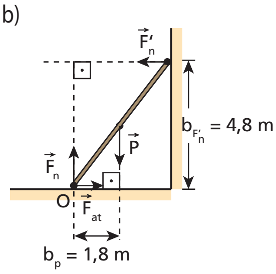
Resolução:

a)



Não é possível porque a força resultante não será nula na horizontal: não existe nenhuma força para equilibrar $\vec{F}'_n$.

b)



Resultante nula vertical:

$F_n = P \Rightarrow \boxed{F_n = 360 \text{ N}}$

Em relação a **O**, temos, em valor absoluto:

$P\,b_p = F'_n\,b_{F'_n} \Rightarrow 360 \quad 1{,}8 = F'_n \cdot 4{,}8$

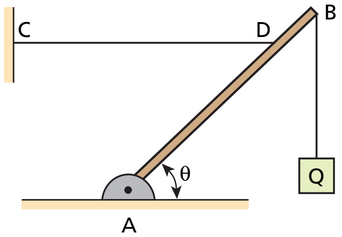
$\boxed{F'_n = 135 \text{ N}}$

Resultante nula na horizontal: $F_{at} = F'_n$

$\boxed{F_{at} = 135 \text{ N}}$

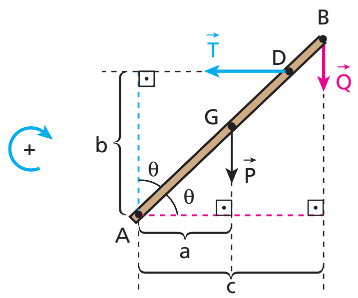
Respostas: a) Não é possível porque a força resultante não será nula na horizontal: não existe nenhuma força para equilibrar $\vec{F}'_n$.
b) $F_n = 360$ N; $F_{at} = 135$ N

54 E.R. (FEI-SP) No esquema, AB representa uma viga prismática e homogênea de peso P = 30 kgf e CD representa um cabo horizontal de peso desprezível:



São dados AD = 300 cm, DB = 100 cm e θ = 45°. A viga é articulada sem atrito em **A** e suporta em **B** um corpo de peso Q = 120 kgf. Determine o esforço no cabo e as componentes horizontal e vertical da força que a viga recebe na articulação em **A**.

Resolução:
Impondo $\Sigma M = 0$ em relação a **A**, podemos ignorar a força que a viga recebe da articulação (momento nulo). Desse modo, as únicas forças de interesse nesse cálculo estão esquematizadas na figura a seguir:



Q = 120 kgf
P = 30 kgf

$a = AG \cdot \cos\theta = 200\text{ cm} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}\text{ cm}$

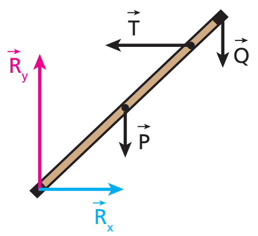
$b = AD \cdot \cos\theta = 300\text{ cm} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 150\sqrt{2}\text{ cm}$

$c = AB \cdot \cos\theta = 400\text{ cm} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 200\sqrt{2}\text{ cm}$

Fazendo $\Sigma M = 0$ em relação a **A**, temos:

$$P\,a + Q\,c - T\,b = 0$$
$$30 \cdot 100\sqrt{2} + 120 \cdot 200\sqrt{2} - T \cdot 150\sqrt{2} = 0$$
$$\boxed{T = 180\text{ kgf}}$$

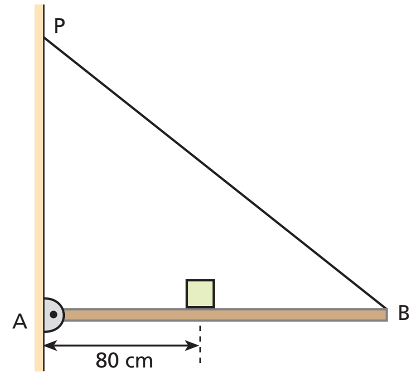
Na articulação, a viga recebe uma força cuja componente horizontal $\vec{R}_x$ equilibra $\vec{T}$ e cuja componente vertical $\vec{R}_y$ equilibra $\vec{P}$ e $\vec{Q}$:



$$R_x = T \Rightarrow \boxed{R_x = 180\text{ kgf}}$$

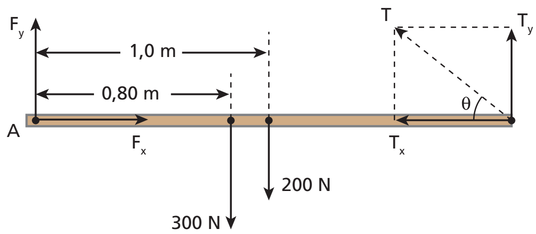
$$R_y = P + Q = 30 + 120 \Rightarrow \boxed{R_y = 150\text{ kgf}}$$

55 Uma barra AB, prismática e homogênea, de peso 200 N e comprimento 2,0 m, encontra-se em equilíbrio na horizontal. Ela está conectada a uma parede por meio de uma corda leve BP e sustenta um cubo homogêneo de peso 300 N, como representa a figura:



Supondo que a barra se articule praticamente sem atrito em **A**, determine as componentes horizontal e vertical da força recebida por ela nessa articulação. A distância AP é igual a 2,2 m.

Resolução:
• Forças na barra:



• Em relação a **A**:
$300 \cdot 0{,}80 + 200 \cdot 1{,}0 = T_y \cdot 2{,}0 \Rightarrow T_y = 220\text{ N}$

• $\text{tg}\,\theta = \dfrac{T_y}{T_x} \Rightarrow \dfrac{AP}{AB} = \dfrac{T_y}{T_x} \Rightarrow \dfrac{2{,}2}{2{,}0} = \dfrac{220}{T_x} \Rightarrow T_x = 200\text{N}$

• A força resultante na barra é nula:

• $F_x = T_x \Rightarrow \boxed{F_x = 200\text{ N}}$

• $F_y + T_y = 300 + 200 \Rightarrow F_y + 220 = 500 \Rightarrow \boxed{F_y = 280\text{ N}}$

Resposta: Horizontal: 200 N para a direita;
Vertical: 280 N para cima.

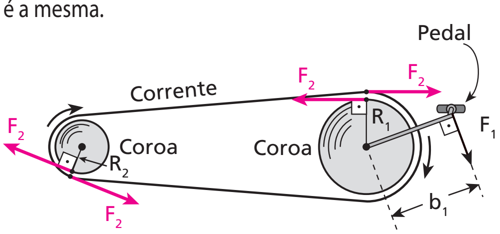
56 E.R. Uma bicicleta equipada com um câmbio de várias marchas possui algumas rodas dentadas (coroas) ligadas ao pedal e outras ligadas ao eixo da roda traseira (roda motriz). Essas coroas têm raios (R_i) diferentes. Para cada par de coroas acopladas pela corrente, temos uma marcha. Com relação à diversidade dos raios das coroas, qual é a melhor escolha (melhor marcha):

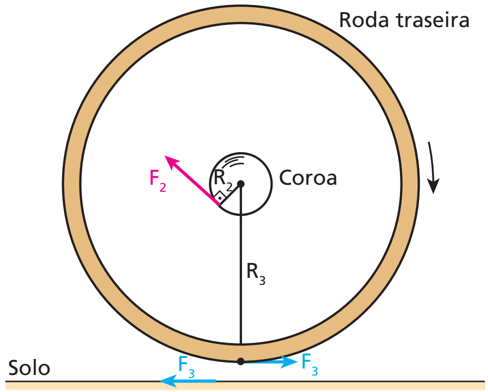
a) numa subida muito acentuada, situação em que o fundamental é conseguir subir, e não desenvolver altas velocidades?
b) quando se pretende desenvolver altas velocidades, numa pista horizontal?

Resolução:

Em todo o desenvolvimento desta resolução, expressaremos os torques em relação ao centro das coroas. Além disso, as coroas serão consideradas em equilíbrio de rotação, isto é, em movimento de rotação com velocidade angular constante. Assim, em módulo, os torques horário e anti-horário serão sempre iguais.

Nas figuras a seguir, estão representadas as forças relevantes à análise que vamos fazer. É bom lembrar que, com as coroas em equilíbrio de rotação, a intensidade (F_2) da tração em todos os pontos da corrente é a mesma.





No sistema constituído pelo pedal e pela coroa nele ligada, temos:

$$F_1\,b_1 = F_2\,R_1 \;\Rightarrow\; F_2 = \frac{F_1\,b_1}{R_1}$$

No sistema constituído pela roda traseira e pela coroa correspondente, temos:

$$F_3\,R_3 = F_2\,R_2 \;\Rightarrow\; F_3\,R_3 = \frac{F_1\,b_1}{R_1}\cdot R_2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; F_3 = F_1\cdot\frac{R_2}{R_1}\cdot\overbrace{\frac{b_1}{R_3}}^{\text{constante}}$$

a) A última expressão obtida permite concluir que, para um determinado valor de F_1, quanto **maior** for R_2 e **menor** for R_1, **maior será** F_3, ou seja, mais intensa será a força motriz que a bicicleta receberá do solo. Então, essa é a melhor combinação:

Menor coroa ligada ao pedal e maior coroa da roda traseira.

Como vimos no Tópico 4 de Cinemática, as frequências de rotação das coroas combinadas são inversamente proporcionais aos seus raios:

$$v_1 = v_2 \;\Rightarrow\; \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \;\Rightarrow\; 2\pi f_1 R_1 = 2\pi f_2 R_2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \frac{f_2}{f_1} = \frac{R_1}{R_2} \;\Rightarrow\; f_2 = f_1\cdot\frac{R_1}{R_2}$$

Note, então, que R_1 menor e R_2 maior minimizam f_2, que é a frequência da roda traseira (roda motriz). Por isso, altas velocidades não são conseguidas nessa situação.

b) Nesse caso, devemos maximizar f_2. Para tanto, interessam o **maior** valor de R_1 e o **menor** valor de R_2. Então, a melhor combinação é:

Maior coroa ligada ao pedal e menor coroa da roda traseira.

Nota:

- Veja que R_1 maior e R_2 menor tornam F_3 pequena. Isso, entretanto, não é importante, porque não são necessárias forças de grande intensidade para acelerar a bicicleta numa pista horizontal.

57 (Enem) Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, em que cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis, em que cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.

II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.

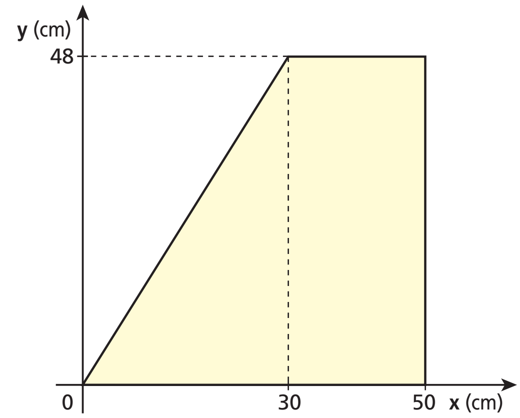
III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações acima, estão corretas:

a) I e III apenas.
b) I, II e III.
c) I e II apenas.
d) II apenas.
e) III apenas.

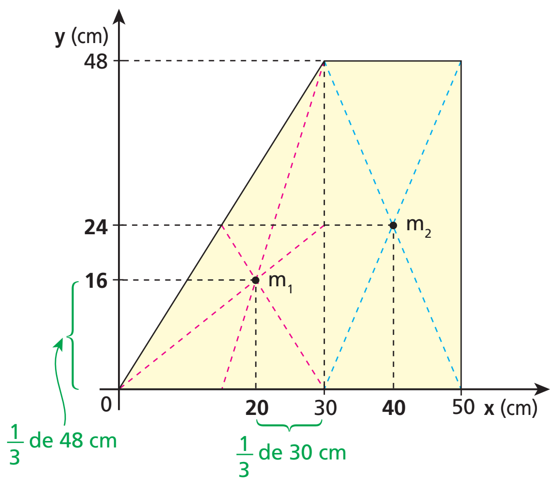
Resposta: a

58 E.R. Localize o centro de gravidade da chapa homogênea e de espessura uniforme, representada na figura:



Resolução:

Podemos dividir a chapa em duas partes: uma triangular, de massa m_1 e área A_1, cujo centro de gravidade está no baricentro do triângulo (ponto de encontro das medianas), e outra retangular, de massa m_2 e área A_2, cujo centro de gravidade está no cruzamento das diagonais.



$A_1 = \frac{30 \cdot 48}{2} \Rightarrow A_1 = 720\ cm^2$ $x_1 = 20\ cm$ $x_2 = 40\ cm$

$A_2 = 20 \cdot 48 \Rightarrow A_2 = 960\ cm^2$ $y_1 = 16\ cm$ $y_2 = 24\ cm$

Como a chapa é homogênea e tem espessura uniforme, a razão entre as massas de suas partes e as respectivas áreas é constante:

$$\frac{m_1}{A_1} = \frac{m_2}{A_2} \Rightarrow m_1 = m_2 \frac{A_1}{A_2} \quad (I)$$

Temos: $x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ (II)

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$x_{CG} = \frac{m_2 \frac{A_1}{A_2} x_1 + m_2 x_2}{m_2 \frac{A_1}{A_2} + m_2} \Rightarrow x_{CG} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} \quad (III)$$

Analogamente, temos:

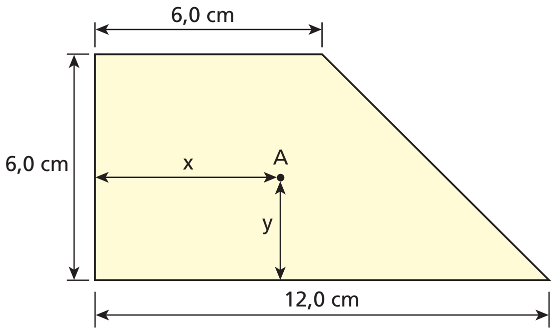
$$y_{CG} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} \quad (IV)$$

Substituindo em (III) e (IV) os valores de A_1, A_2, x_1, x_2, y_1 e y_2, obtemos:

$$x_{CG} = \frac{720 \cdot 20 + 960 \cdot 40}{720 + 960} \Rightarrow \boxed{x_{CG} = 31{,}4\ cm}$$

$$y_{CG} = \frac{720 \cdot 16 + 960 \cdot 24}{720 + 960} \Rightarrow \boxed{y_{CG} = 20{,}6\ cm}$$

59 (Mack-SP) Na figura a seguir, para que a placa homogênea e de espessura uniforme permaneça em equilíbrio indiferente ao ser suspensa pelo ponto **A**, as distâncias **x** e **y** devem valer, respectivamente:



a) 3,0 cm e 2,0 cm.

b) 2,0 cm e 3,0 cm.

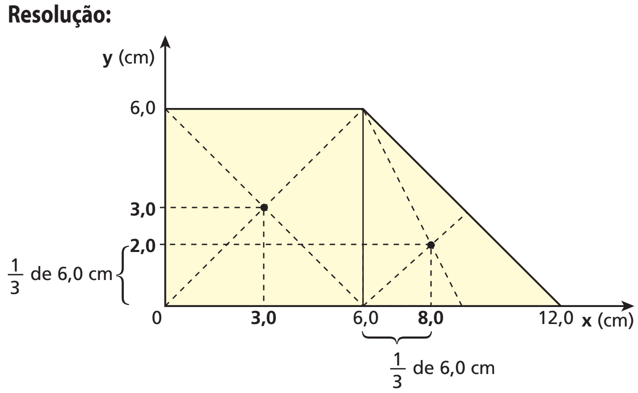
c) 6,0 cm e 3,0 cm.

d) $\frac{14}{3}$ cm e $\frac{8}{3}$ cm.

e) $\frac{8}{3}$ cm e $\frac{14}{3}$ cm.

Nota: O ponto **A** é o centro de gravidade da placa.

Resolução:



A área da parte quadrada é o dobro da área da triangular. Então, se **m** é a massa da triangular, a da quadrada é **2m**:

$$x_{CG} = \frac{2m \cdot 3{,}0 + m \cdot 8{,}0}{2m + m} \Rightarrow \boxed{x_{CG} = \frac{14}{3}\ cm}$$

$$y_{CG} = \frac{2m \cdot 3{,}0 + m \cdot 2{,}0}{2m + m} \Rightarrow \boxed{y_{CG} = \frac{8}{3}\ cm}$$

Resposta: d

60 (UFRN) Rafael gosta de fazer "pegadinhas" com seus colegas. Ele começou demonstrando um exercício físico de flexibilidade, tocando os pés sem flexionar os joelhos (figura 1). O bem-humorado Rafael, com ar de gozação, disse que seus colegas não seriam capazes de fazer esse exercício sem perder o equilíbrio do corpo e, por isso, daria a chance de eles realizarem o exercício encostados na parede (figura 2).

Figura 1 – Exercício feito por Rafael.

Figura 2 – Colega de Rafael encostado na parede, tentando repetir o exercício.

Esse procedimento proposto por Rafael, em vez de auxiliar, dificulta ainda mais o equilíbrio corporal da pessoa, pois a parede faz com que:

a) o centro de gravidade da pessoa seja deslocado para uma posição que impede o equilíbrio.

b) a força normal exercida na pessoa, pela parede, seja maior que a força que a pessoa faz na parede.

c) o torque exercido na pessoa, pela parede, seja maior que o torque que a pessoa faz na parede, ambos em relação aos pés da pessoa.

d) o centro de gravidade da pessoa não coincida com o seu próprio centro de massa.

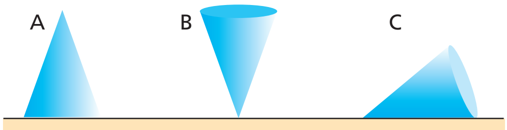
Resolução:

Para o corpo da pessoa se manter em equilíbrio, a vertical que passa pelo seu centro de gravidade precisa interceptar a menor superfície convexa determinada pelos pontos de apoio dos pés no chão:

Isso não acontece quando a pessoa permanece encostada na parede.

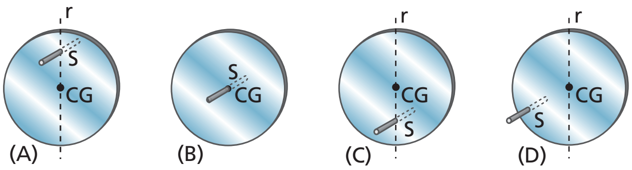
Resposta: a

61 De que tipo é o equilíbrio dos cones homogêneos **A**, **B** e **C** representados na figura: **estável**, **instável** ou **indiferente**?



Respostas: A: estável; **B:** instável; **C:** indiferente.

62 Nas figuras abaixo, temos um disco, cujo centro de gravidade é CG, que pode girar praticamente sem atrito em torno do pino de sustentação **S**.

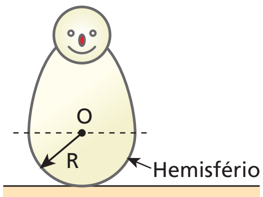


r é uma reta vertical

A cada figura, associe uma das alternativas seguintes:
a) Posição de equilíbrio estável.
b) Posição de equilíbrio instável.
c) Posição de equilíbrio indiferente.
d) Posição em que o disco não está em equilíbrio.

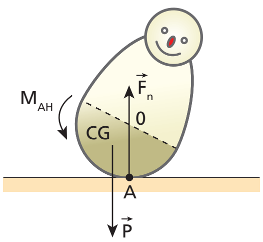
Respostas: a) A; b) C; c) B; d) D

63 Existe um boneco que insiste em ficar em pé após sofrer qualquer abalo. Imaginando sua base hemisférica de raio **R** e centro **O**, podemos afirmar que esse brinquedo exemplifica bem o equilíbrio:



a) estável, e seu centro de gravidade (CG) está acima de **O**.
b) estável, e seu CG está abaixo de **O**.
c) indiferente, e seu CG está em **O**.
d) estável, e seu CG está no contato com o chão.
e) instável, e seu CG está abaixo de **O**.

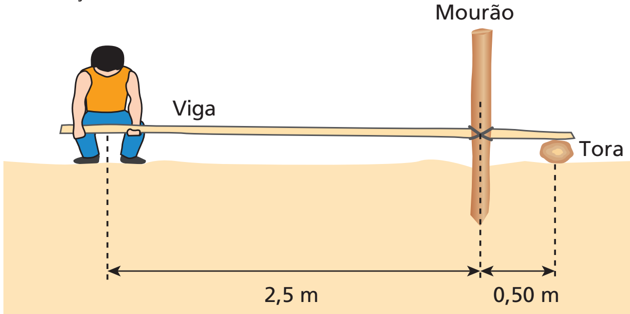
Resolução:



Quando o boneco é tombado, o peso $\vec{P}$ produz um momento em relação ao poto de apoio **A** e ele volta a ficar de pé.

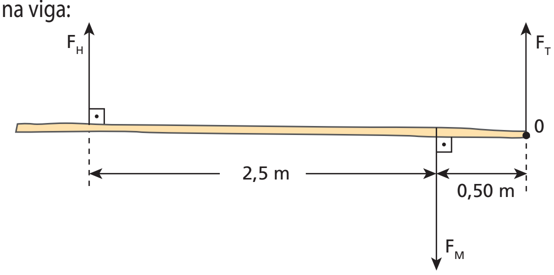
Resposta: b

64 Suponha que, para arrancar um mourão fincado no chão, um homem, puxando-o diretamente com as mãos, tivesse de exercer nele uma força de intensidade 1 800 N, no mínimo.



Usando uma viga amarrada no mourão e apoiada em uma tora, como sugere a figura, determine a mínima intensidade da força que o homem precisa exercer na viga para arrancar o mourão. Para simplificar, desconsidere o peso da viga e suponha que a força total exercida nela pelo homem esteja aplicada no ponto médio entre suas mãos.

Resolução:
• Forças na viga:

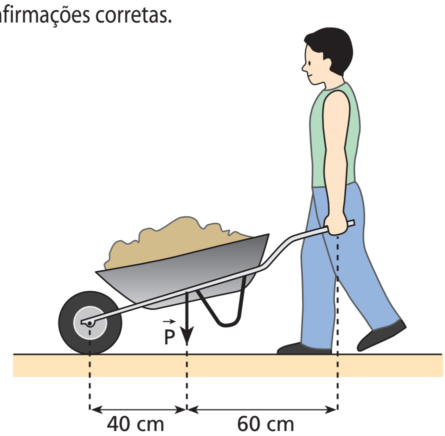


• E relação a **O**:
$F_H \cdot 3{,}0 = F_M \cdot 0{,}50 \Rightarrow F_H \cdot 3{,}0 = 1\,800 \cdot 0{,}50$

$\boxed{F_H = 300 \text{ N}}$

Resposta: 300 N

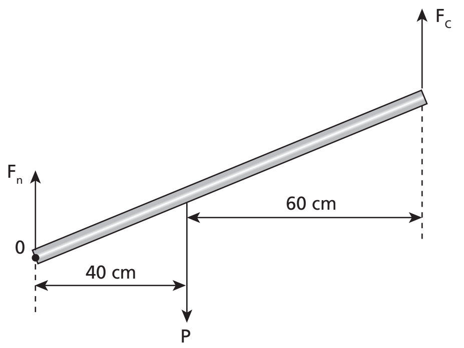
65 (UFMS) Um carrinho de pedreiro, de peso total P = 1 000 N, é mantido em equilíbrio estático na posição mostrada na figura. Analise as afirmações a seguir e dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.



(01) O módulo da força exercida pelo carregador é igual ao do peso do carrinho.
(02) O módulo da força exercida pelo carregador é 400 N.
(04) A força resultante sobre o carrinho é nula.
(08) O módulo da força normal exercida pelo solo sobre o carrinho é menor que 1 000 N.

Resolução:

• Forças no carrinho:



• Em relação a **O**:

$P \cdot 40\ cm = F_c \cdot 100\ cm$

$1\,000\ N \cdot 40\ cm = F_c \cdot 100\ cm \Rightarrow \boxed{F_c = 400\ N}$

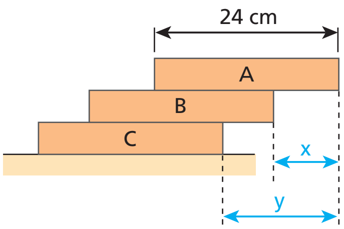
• $F_n + F_c = P \Rightarrow F_n + 400 = 1\,000 \Rightarrow \boxed{F_n = 600\ N}$

Portanto, são corretas as afirmações 02, 04 e 08.

Resposta: 14

66 E.R. Na figura, temos três tijolos idênticos de 24 cm de comprimento empilhados.

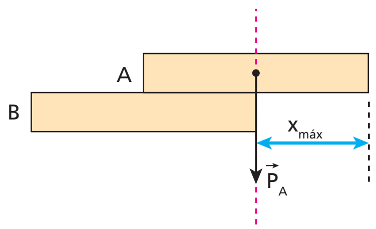
Determine os máximos valores de **x** e de **y** para que a pilha ainda se mantenha em equilíbrio, como mostra a figura.



Resolução:

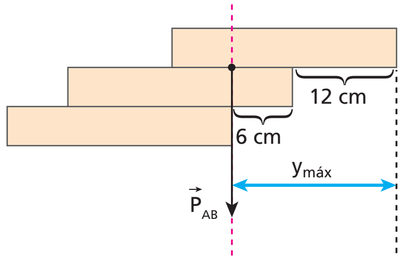
Para que a pilha se mantenha em equilíbrio, devemos impor que o tijolo **A** esteja em equilíbrio sobre **B** e que o conjunto AB esteja em equilíbrio sobre **C**.

Para o tijolo **A** estar em equilíbrio sobre **B**, é preciso que a linha de ação do peso de **A** intercepte a região de apoio de **A** sobre **B**. Assim, o máximo valor de **x** é 12 cm:



$$\boxed{x_{máx} = 12\ cm}$$

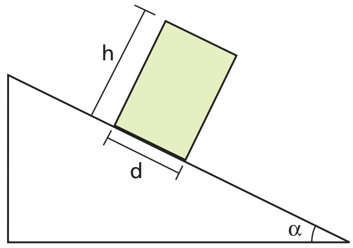
Para o conjunto AB estar em equilíbrio sobre **C**, é preciso que a linha de ação do peso de AB intercepte a região de apoio de AB sobre **C**.



Assim, temos:

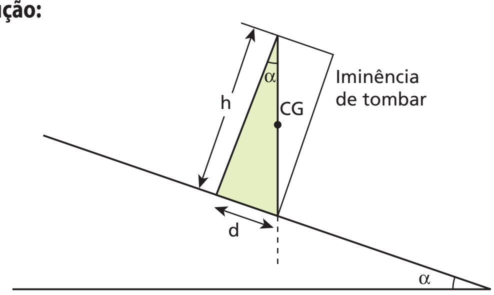
$$\boxed{y_{máx} = 18\ cm}$$

67 (ITA-SP) Considere um bloco de base **d** e altura **h** em repouso sobre um plano inclinado de ângulo **α**. Suponha que o coeficiente de atrito estático seja suficientemente grande para que o bloco não deslize pelo plano. O valor máximo da altura **h** do bloco para que a base **d** permaneça em contato com o plano é:



a) d/α.
b) d/sen α.
c) d/sen² α.
d) d cotg α.
e) d cotg α/sen α.

Resolução:



No triângulo destacado:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{d}{h} \Rightarrow \frac{1}{\text{cotg}\ \alpha} = \frac{d}{h} \Rightarrow \boxed{h = d\ \text{cotg}\ \alpha}$$

Resposta: d

68 (UFRJ) A figura 1 mostra o braço de uma pessoa (na horizontal) que sustenta um bloco de 10 kg em sua mão. Nela, estão indicados os ossos úmero e rádio (que se articulam no cotovelo) e o músculo bíceps.

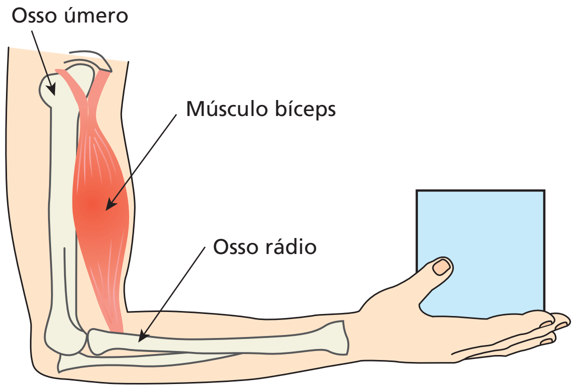


Figura 1

A figura 2 mostra um modelo mecânico equivalente: uma barra horizontal articulada em **O**, em equilíbrio, sustentando um bloco de 10 kg. A articulação em **O** é tal que a barra pode girar livremente, sem atrito, em torno de um eixo perpendicular ao plano da figura em **O**. Na figura 2, estão representados por segmentos orientados:

- a força $\vec{F}$ exercida pelo bíceps sobre o osso rádio, que atua a 4 cm da articulação **O**;
- a força $\vec{f}$ exercida pelo osso úmero sobre a articulação **O**;
- o peso $\vec{p}$ do sistema braço–mão, de massa igual a 2,3 kg e aplicado em seu centro de massa, a 20 cm da articulação **O**;
- o peso $\vec{P}$ do bloco, cujo centro de massa se encontra a 35 cm da articulação **O**.

Calcule o módulo da força $\vec{F}$ exercida pelo bíceps sobre o osso rádio, considerando $g = 10\ m/s^2$.

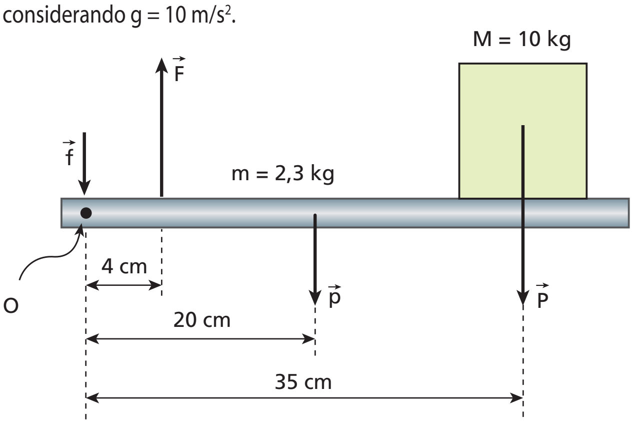


Figura 2

Resolução:

- $p = 23\ N$; $P = 100\ N$; $F = ?$
- Em relação a **O**:

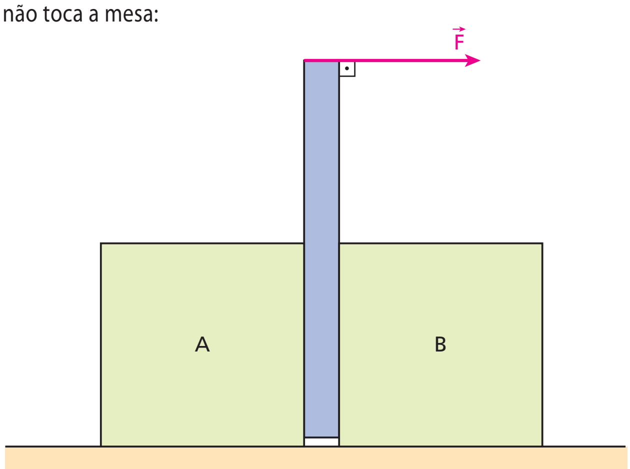
$F \cdot 4\ cm = p \cdot 20\ cm + P \cdot 35\ cm$

$\Rightarrow F \cdot 4 = 23 \cdot 20 + 100 \cdot 35$

$\boxed{F = 990\ N}$

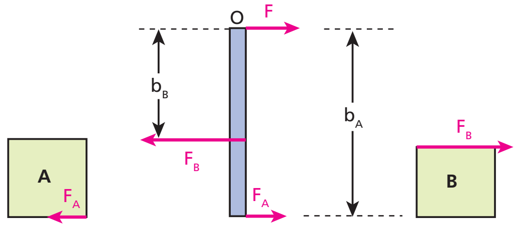
Resposta: 990 N

69 A figura a seguir representa duas caixas idênticas, **A** e **B**, apoiadas em uma mesa horizontal real. Entre elas, há uma barra que não toca a mesa:



Qual das duas caixas se move primeiro quando uma força horizontal $\vec{F}$ de intensidade crescente é aplicada na extremidade superior da barra?

Resolução:



A barra empurra **B** para a direita, recebendo uma reação para a esquerda, e empurra **A** para a esquerda, recebendo uma reação para a direita. Considerando a barra ainda em equilíbrio, temos, em relação a **O** e em valor absoluto:

$F_A b_A = F_B b_B$

Como $b_B < b_A \Rightarrow F_B > F_A$, concluímos que a caixa **B** se move antes.

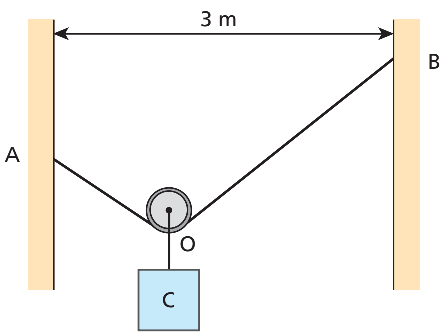
Podemos chegar à mesma conclusão de um modo mais simples: estando a barra em equilíbrio, temos:

$F_B = F + F_A$

Então, F_B é maior que F_A e a caixa **B** move-se antes.

Resposta: B

70 Na figura, temos duas paredes verticais, um fio ideal de 5 m de comprimento preso aos pontos **A** e **B** das paredes, uma polia ideal e um corpo **C**, suspenso em equilíbrio do eixo da polia, de 400 N de peso:



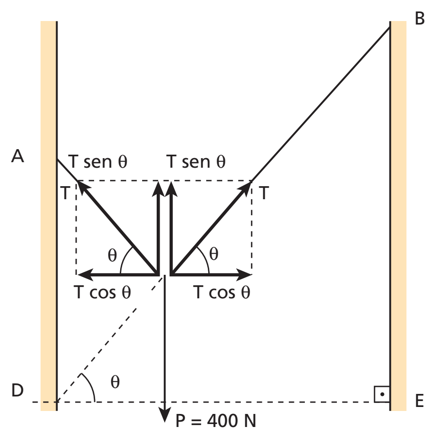
Responda:

a) Qual a intensidade da tração no fio?

b) A intensidade da tração no fio depende do desnível entre **A** e **B**?

Resolução:

a)



$2\,T \operatorname{sen} \theta = P$

$T = \dfrac{400}{2 \operatorname{sen} \theta}$ (I)

O triângulo BED é retângulo. Como $\overline{DE}$ = 3 m e $\overline{DB}$ = 5 m, temos $\overline{BE}$ = 4 m

Assim:

$\operatorname{sen} \theta = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DB}} = \dfrac{4}{5}$

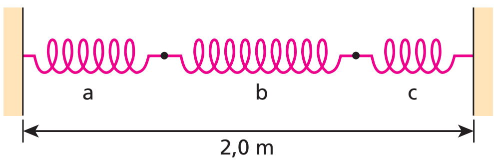
Em (I):

$T = \dfrac{400}{2 \cdot \frac{4}{5}} \Rightarrow \boxed{T = 250\text{ N}}$

b) Não depende porque esse desnível não participa do cálculo de **T**.

Respostas: a) 250 N; b) Não depende porque esse desnível não participa do cálculo de **T**.

71 (IME-RJ) Três molas, **a**, **b** e **c**, têm comprimento natural ℓ_a = 0,5 m, ℓ_b = 0,6 m e ℓ_c = 0,7 m e constante elástica k_a = 10 N/m, k_b = 15 N/m e k_c = 18 N/m. Elas são ligadas entre si e estiradas entre duas paredes distantes 2,0 metros uma da outra, onde as extremidades estão fixadas, conforme a figura a seguir. Qual o comprimento de cada uma das molas estiradas, em equilíbrio?



Resolução:

Comprimento natural da associação de molas:

0,5 m + 0,6 m + 0,7 m = 1,8 m

Sendo x_a, x_b e x_c as deformações das molas, devemos ter:

$x_a + x_b + x_c = 2{,}0\text{ m} - 1{,}8\text{ m} = 0{,}2\text{ m}$ (I)

Como a força elástica tem a mesma intensidade **F** nas três molas e $x = \dfrac{F}{k}$, temos, em (I):

$\dfrac{F}{10} + \dfrac{F}{15} + \dfrac{F}{18} = 0{,}2 \Rightarrow 9\,F + 6\,F + 5\,F = 18$

$20\,F = 18 \Rightarrow F = 0{,}9\text{ N}$

Assim, sendo **a**, **b** e **c** os comprimentos das molas deformadas:

$x_a = \dfrac{F}{10} = \dfrac{0{,}9}{10} \Rightarrow x_a = 9\text{ cm} \Rightarrow a = \ell_a + x_a$

$\boxed{a = 59\text{ cm}}$

$x_b = \dfrac{F}{15} = \dfrac{0{,}9}{15} \Rightarrow x_b = 6\text{ cm} \Rightarrow b = \ell_b + x_b$

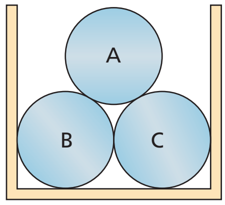
$\boxed{b = 66\text{ cm}}$

$x_c = \dfrac{F}{18} = \dfrac{0{,}9}{18} \Rightarrow x_c = 5\text{ cm} \Rightarrow c = \ell_c + x_c$

$\boxed{c = 75\text{ cm}}$

Respostas: a = 59 cm; b = 66 cm; c = 75 cm

72 (Fuvest-SP) Três cilindros iguais, **A**, **B** e **C**, cada um com massa **M** e raio **R**, são mantidos empilhados com seus eixos horizontais, por meio de muretas laterais verticais, como mostra a figura. Desprezando qualquer efeito de atrito, determine, em função de **M** e **g**:



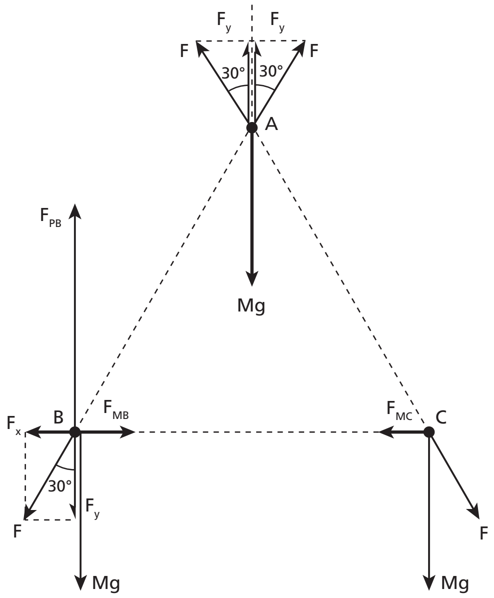
a) o módulo da força $\vec{F}_{AB}$ que o cilindro **A** exerce sobre o cilindro **B**;

b) o módulo da força $\vec{F}_{PB}$ que o piso exerce sobre o cilindro **B**;

c) o módulo da força $\vec{F}_{MC}$ que a mureta exerce sobre o cilindro **C**.

Nota:
- Suponha que os cilindros **B** e **C**, ao serem introduzidos no sistema, ficaram apenas justapostos, sem qualquer compressão entre eles.

Resolução:



a) $F_{AB} = F$

Equilíbrio de **A**:

$2\,F_y = M\,g \Rightarrow F_y = \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow F \cos 30° = \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow F\,\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{M\,g}{2}$

$\boxed{F_{AB} = F = \dfrac{M\,g\,\sqrt{3}}{3}}$

b) Equilíbrio de **B** analisado na vertical:

$F_{PB} = M\,g + F_y$

$F_{PB} = M\,g + \dfrac{M\,g}{2} \Rightarrow \boxed{F_{PB} = \dfrac{3\,M\,g}{2}}$

c) Equilíbrio de **B** analisado na horizontal:

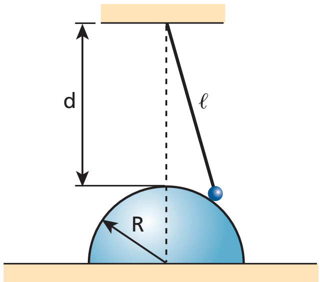
$F_{MC} = F_{MB}$

$F_{MB} = F_x + F \operatorname{sen} 30° = \dfrac{M\,g\,\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{1}{2}$

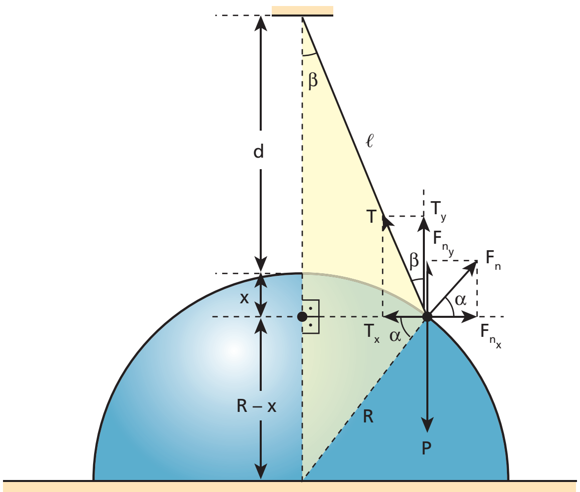
$\boxed{F_{MC} = F_{MB} = \dfrac{M\,g\,\sqrt{3}}{6}}$

Respostas: a) $\dfrac{M\,g\,\sqrt{3}}{3}$; b) $\dfrac{3\,M\,g}{2}$; c) $\dfrac{M\,g\,\sqrt{3}}{6}$

73 Uma bolinha de aço, de peso **P**, encontra-se em repouso presa em um fio suposto ideal, de comprimento **ℓ**, e apoiada em um hemisfério fixo de raio **R**, praticamente sem atrito. Sendo **d** a distância do polo do hemisfério ao ponto de suspensão do fio, determine a intensidade da força de tração exercida pelo fio em função de **P**, **ℓ**, **d** e **R**.



Resolução:



$F_{n_x} = T_x \Rightarrow F_n \cos\alpha = T \operatorname{sen}\beta \Rightarrow F_n = \dfrac{T \operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}$ (I)

$T_y + F_{n_y} = P \Rightarrow T\cos\beta + F_n \operatorname{sen}\alpha = P$ (II)

(I) em (II): $T\cos\beta + \dfrac{T\operatorname{sen}\beta}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = P$ (III)

Nos triângulos destacados:

$\cos\beta = \dfrac{d+x}{\ell}$, $\operatorname{sen}\beta = \dfrac{R\cos\alpha}{\ell}$ e $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{R-x}{R}$

Em (III):

$$T\frac{(d+x)}{\ell} + \frac{T\,\dfrac{R\cos\alpha}{\ell}\cdot\dfrac{(R-x)}{R}}{\cos\alpha} = P$$

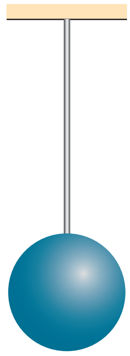
$$T = \frac{(d+x)}{\ell} + T\,\frac{(R-x)}{\ell} = P$$

$$T(d+x) + T(R-x) = P\,\ell$$

$$\boxed{T = \frac{P\,\ell}{d+R}}$$

Resposta: $\dfrac{P\,\ell}{d+R}$

74 A figura representa uma esfera maciça de chumbo, de peso **P**, suspensa em repouso de um cabo cilíndrico que está prestes a se romper.
O raio da seção transversal do cabo e o raio da esfera são respectivamente iguais a **r** e **R**.
Qual deve ser o raio **r'** da seção transversal de um outro cabo, feito do mesmo material, para suportar, também na iminência de ruptura, uma outra esfera maciça de chumbo de raio igual a 2R?

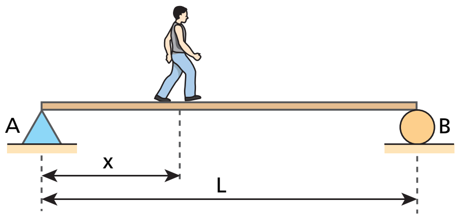


Resolução:
A carga máxima que o cabo pode suportar é proporcional à área de sua seção transversal.
Se a outra esfera tem raio dobrado, seu peso é 2^3 P, ou seja, 8P.
Então:

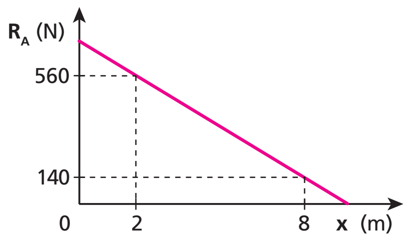
$$\frac{P}{\pi r^2} = \frac{8\,P}{\pi r'^2} \Rightarrow \boxed{r' = 2\sqrt{2}\,r}$$

Resposta: $2\sqrt{2}\,r$

75 (Faap-SP) Uma viga de peso desprezível é apoiada por suas extremidades **A** e **B**, sendo que um homem de peso **P** anda sobre ela:

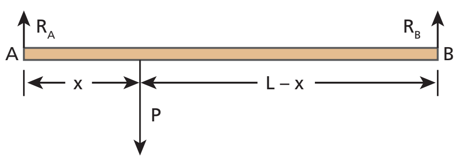


A intensidade R_A da reação do apoio **A** é dada pelo gráfico a seguir, em que **x** é a distância de **A** ao homem:



Calcule, então:
a) o peso **P** do homem;
b) o comprimento **L** da viga.

Resolução:



Quando x = 2 m, R_A = 560 N. Em relação a **B**, temos, em módulo:

$R_A\ L = P\ (L - x)$

$560\ \ L = P\ (L - 2)$ (I)

Quando x = 8 m, R_A = 140 N. Em relação a **B**, temos:

$140\ \ L = P\ (L - 8)$ (II)

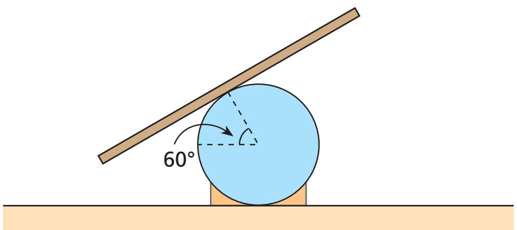
Resolvendo o sistema de equações (I) e (II), obtemos:

a) $\boxed{P = 700\ N}$ e

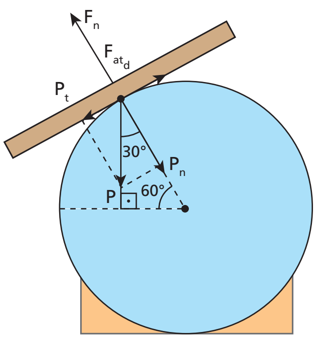
b) $\boxed{L = 10\ m}$

Respostas: a) 700 N; b) 10 m

76 (Mack-SP) Uma tábua rígida é colocada sobre um cilindro fixo, ficando em equilíbrio e na iminência de escorregar, como mostra a figura. Determine o coeficiente de atrito estático entre a tábua e o cilindro.



Resolução:



$P_t = F_{at_d} = \mu_e\ F_n$

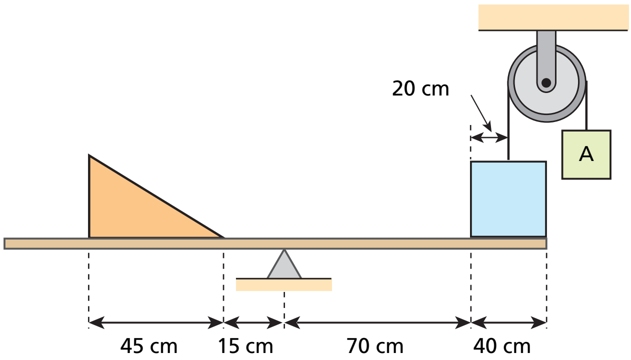
$P_n = F_n$

$$tg\ 30° = \frac{P_t}{P_n} = \frac{\mu_e\ F_n}{F_n}$$

$\boxed{\mu_e = tg\ 30° \simeq 0{,}58}$

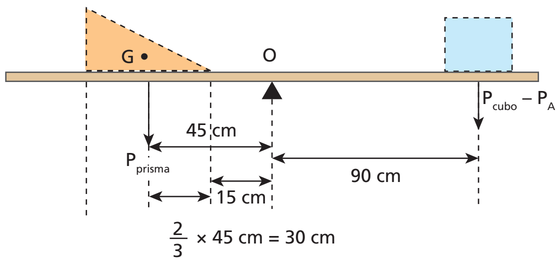
Resposta: 0,58

77 (FEI-SP) A figura indica, em corte, um prisma e um cubo homogêneos, de pesos iguais a 6,0 N e 5,5 N, respectivamente, sobre a travessão horizontal de uma balança em equilíbrio. O cubo é suspenso por um cabo de massa desprezível que, passando por uma polia ideal, sustenta um contrapeso **A**.



Calcule o peso de **A** e a tração no cabo.

Resolução:



Em relação a **O**, temos:

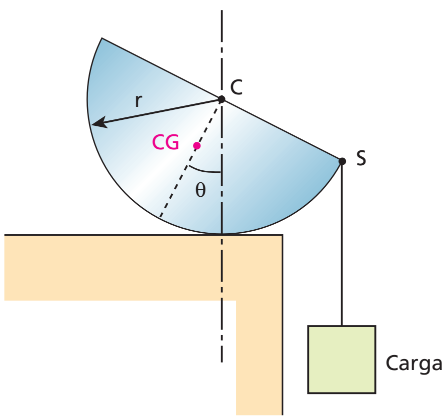
$(P_{cubo} - P_A)\ \ 90 = P_{prisma} \cdot 45$

$(5{,}5 - P_A)\ \ 90 = 6{,}0 \cdot 45$

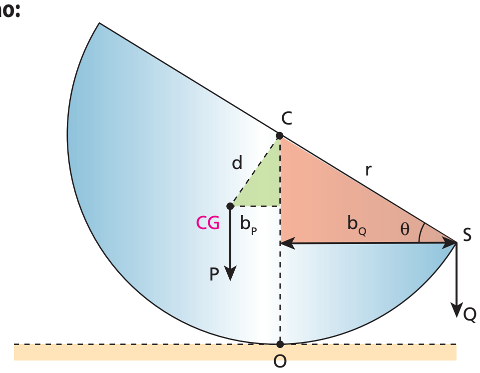
$\boxed{P_A = 2{,}5\ N}$ e $\boxed{T = 2{,}5\ N}$

Resposta: 2,5 N; 2,5 N

78 A figura representa uma seção transversal de um semicilindro homogêneo de peso **P** e base de raio **r**, apoiado em uma superfície plana e horizontal. O centro de gravidade do semicilindro (CG) e o ponto **S** pertencem à referida seção. O sólido citado se mantém em equilíbrio, como na figura, quando uma carga de peso **Q** está suspensa do ponto **S** por meio de uma corda leve. Sendo **d** a distância do ponto **C** ao centro de gravidade CG, determine **Q** em função de **P**, **d**, **r** e do ângulo **θ** indicado.



Resolução:



$b_P = d \operatorname{sen} \theta$
$b_Q = r \cos \theta$

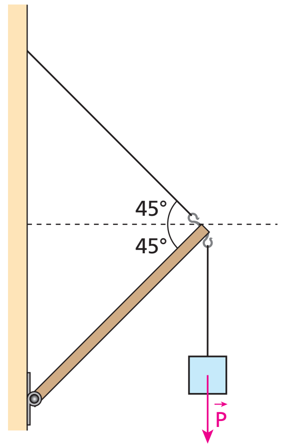
Os momentos de **P** e **Q**, em relação a **O**, tem módulos iguais:

$Qb_a = Pb_p$

$Q\, r \cos \theta = P\, d \operatorname{sen} \theta \Rightarrow \boxed{Q = \frac{P\, d \operatorname{tg} \theta}{r}}$

Resposta: $Q = \dfrac{P\, d \operatorname{tg} \theta}{r}$

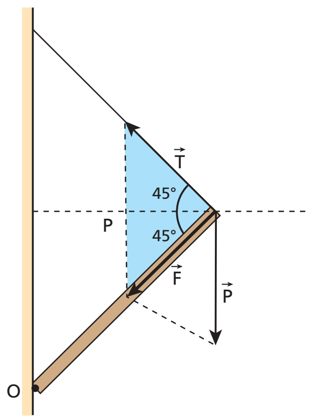
79 (Aman-RJ) Veja a figura seguinte. A tração máxima que a corda superior pode suportar é de $400\sqrt{2}$ N e a compressão máxima que a escora pode aguentar é de $600\sqrt{2}$ N. A corda vertical é suficientemente resistente para tolerar qualquer peso envolvido no problema.



O maior peso de um corpo em repouso que pode ser sustentado pela estrutura da figura, considerando desprezível o peso da escora, é:

a) 800 N. b) 1 000 N. c) 200 N. d) 600 N. e) 400 N.

Resolução:

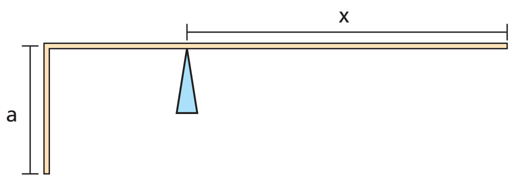


- Para a escora estar em equilíbrio de rotação, a resultante $\vec{F}$, de $\vec{P}$ e $\vec{T}$, precisa estar alinhada com o ponto **O**.
- O triângulo destacado é isósceles. Portanto: F = T
- À medida que **P** crescer, **T** e **F** também crescerão e $T_{máx}$ será atingida antes de $F_{máx}$.
- No triângulo destacado: $P = T\sqrt{2}$

Então: $P_{máx} = T_{máx}\sqrt{2} = 400\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{P_{máx} = 800 \text{ N}}$

Resposta: a

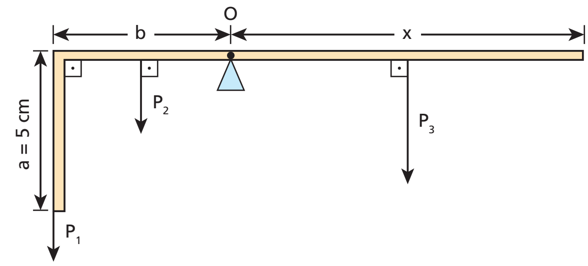
80 (UFPI) Um arame homogêneo de 23 cm de comprimento é dobrado, como indica a figura, em que a = 5 cm.



Para que o arame apoiado se mantenha em equilíbrio, o comprimento **x** deve ser, aproximadamente, de:

a) 6 cm.
b) 9 cm.
c) 11 cm.
d) 14 cm.
e) 15 cm.

Resolução:



- $a + b + x = 23 \Rightarrow b + x = 18 \Rightarrow b = 18 - x$ (I)
- Equilíbrio de rotação do arame em relação a **O**:

$$P_1\, b + P_2 \frac{b}{2} = P_3 \frac{x}{2} \quad \text{(II)}$$

Como o peso **P** de um pedaço de arame é proporcional ao seu comprimento ℓ ($P = k\, \ell$), temos, de (II):

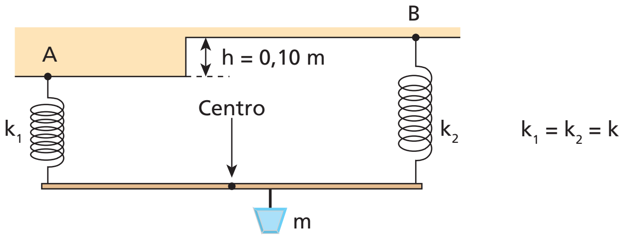
$$(k\, a)\, b + (k\, b) \frac{b}{2} = (k\, x) \frac{x}{2} \Rightarrow 2\, a\, b + b^2 = x^2 \quad \text{(III)}$$

Substituindo (I) em (III), temos:

$2\, a\, (18 - x) + (18 - x)^2 = x^2$
$(18 - x)\,(28 - x) = x^2$
$18 \cdot 28 - 46\, x + x^2 = x^2$
$46\, x = 18 \cdot 28 \Rightarrow \boxed{x \simeq 11 \text{ cm}}$

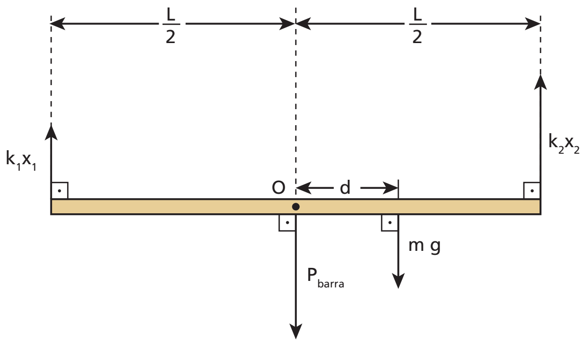
Resposta: c

81 (UFPE) A figura mostra uma barra homogênea, de comprimento L = 1,0 m, presa ao teto nos pontos **A** e **B** por molas ideais iguais, de constante elástica $k = 1{,}0 \cdot 10^2$ N/m. A que distância do centro da barra, em centímetros, deve ser pendurado um jarro de massa m = 2,0 kg, de modo que a barra permaneça na horizontal? Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Resolução:

- Para a barra ficar em equilíbrio na horizontal, as deformações x_2 e x_1 das molas de constantes elásticas respectivamente a k_2 e k_1 devem satisfazer a relação:
  $x_2 = x_1 + h$
- **Forças na barra:**



- Em relação a **O**:

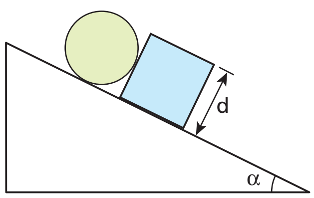
$$k_1\,x_1\,\frac{L}{2} + m\,g\,d = k_2\,x_2\,\frac{L}{2} \;\Rightarrow\; k\,\frac{L}{2}\,\overbrace{(x_2 - x_1)}^{h} = m\,g\,d \;\Rightarrow$$

$$d = \frac{k\,\frac{L}{2}\,h}{m\,g} = \frac{1{,}0 \cdot 10^2 \cdot 0{,}50 \cdot 0{,}10}{2{,}0 \cdot 10} \;\Rightarrow$$

$$\boxed{d = 0{,}25\text{ m} = 25\text{ cm}}$$

Resposta: 25 cm

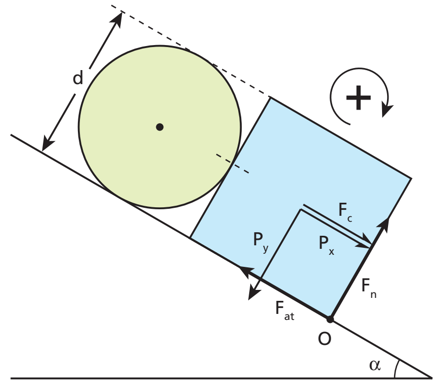
82 (ITA-SP) Considere o bloco cúbico homogêneo de lado **d** e massa **m** em repouso sobre um plano inclinado de ângulo **α**, que impede o movimento de um cilindro homogêneo de diâmetro **d** e massa **m** idêntica à do bloco, como mostra a figura. Suponha que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano seja suficientemente grande para que o bloco não deslize pelo plano e que o coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o bloco seja desprezível.



O valor máximo do ângulo **α** do plano inclinado, para que a base do bloco permaneça em contato com o plano, é tal que:

a) $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{2}$.
b) $\tan\alpha = 1$.
c) $\tan\alpha = 2$.
d) $\tan\alpha = 3$.
e) $\text{cotg}\,\alpha = 2$.

Resolução:



Quando o bloco está na iminência de tombar, a força normal que ele recebe do plano está aplicada em **O**. Na figura, P_x e P_y são as intensidades dos componentes do peso do bloco e F_c (também igual a P_x) é a intensidade da força que o cilindro exerce no bloco.
Em relação a **O**, temos:

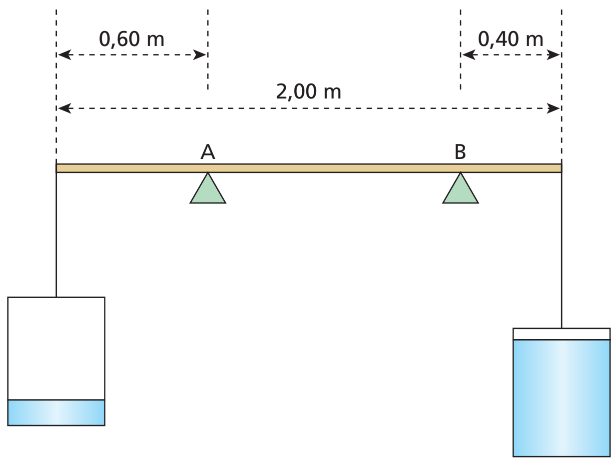
$$(F_c + P_x)\,\frac{d}{2} - P_y\,\frac{d}{2} = 0$$

$$2\,m\,g\,\text{sen}\,\alpha\,\frac{d}{2} = m\,g\cos\alpha\,\frac{d}{2}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} = 2 \;\Rightarrow\; \boxed{\text{cotg}\,\alpha = 2}$$

Resposta: e

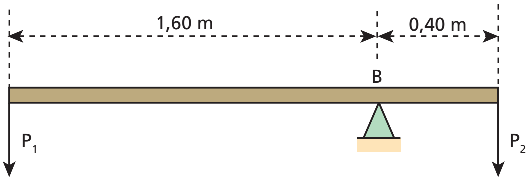
83 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma haste leve é apoiada nos pontos **A** e **B**; do seu extremo direito pende um balde com 50 ℓ de água e, do seu extremo esquerdo, pende outro balde com 10 ℓ de água, por meio de fios de massas desprezíveis, conforme o desenho. As massas dos baldes podem também ser desconsideradas.



Quais as quantidades mínima e máxima de água que devem ser transferidas do balde da direita para o da esquerda para que o sistema fique em equilíbrio?

Resolução:

- Analisando o sistema, nas condições da figura dada, constatamos que ele não se encontra em equilíbrio: a barra vai tombar, girando no sentido horário.
- A quantidade mínima pedida fica determinada considerando-se o sistema em equilíbrio, apoiado apenas no suporte **B**:



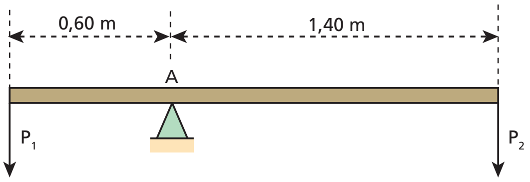
$P_2 \; 0{,}40 = P_1 \; 1{,}60 \Rightarrow P_2 = 4\,P_1$

$V_2 = 4\,V_1$, em que V_1 e V_2 são volumes.

$$\left.\begin{array}{l} V_2 = 4\,V_1 \\ V_2 + V_1 = 60 \end{array}\right\} \; V_1 = 12\,\ell \;\text{ e }\; V_2 = 48\,\ell$$

Portanto, 2ℓ de água devem ser transferidos da direita para a esquerda.

- A quantidade máxima pedida fica determinada considerando-se o sistema em equilíbrio, apoiado apenas no suporte **A**:



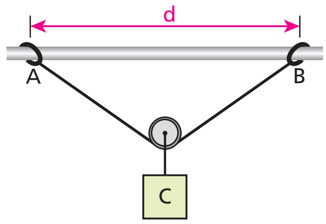
$P_2 \; 1{,}40 = P_1 \; 0{,}60 \Rightarrow V_2 \; 1{,}40 = V_1 \; 0{,}60 \Rightarrow 7V_2 = 3\,V_1$

$$\left.\begin{array}{l} 7V_2 = 3\,V_1 \\ V_2 + V_1 = 60 \end{array}\right\} \Rightarrow V_2 = 18\,\ell \;\text{ e }\; V_1 = 42\,\ell$$

Portanto, 32ℓ de água devem ser transferidos da direita para a esquerda.

Resposta: 2ℓ e 32ℓ, respectivamente.

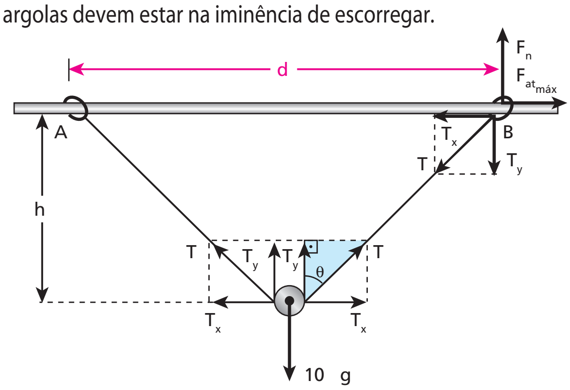
84 Na figura abaixo, temos um cano metálico horizontal e duas argolas leves, **A** e **B**, nas quais está amarrado um fio considerado ideal, de 1,20 m de comprimento. Desse fio, está suspenso, em equilíbrio, um corpo **C** de massa 10 kg por meio de uma pequena polia também considerada ideal.



Determine a máxima distância **d** permitida entre as argolas para que o sistema permaneça em equilíbrio, sendo 0,75 o coeficiente de atrito estático entre cada argola e o cano.

Resolução:

As argolas devem estar na iminência de escorregar.



Na argola B:

$T_x = F_{at_{máx}} = \mu_e F_n = \mu_e T_y = 0{,}75\,T_y$

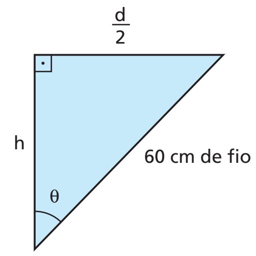
No triângulo destacado:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{T_x}{T_y} = \frac{0{,}75\,T_y}{T_y} = \frac{3}{4}$$

Então:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\frac{d}{2}}{h} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{d}{2\,h}$$

$$h = \frac{2\,d}{3}$$



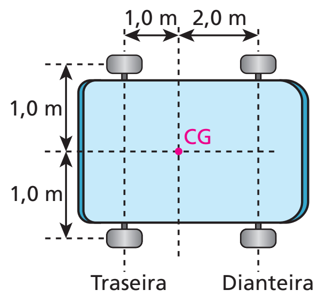
$$60^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 3600 = \left(\frac{2\,d}{3}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow 3600 = \frac{4d^2}{9} + \frac{d^2}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{d = 72\text{ cm}}$$

Resposta: 72 cm

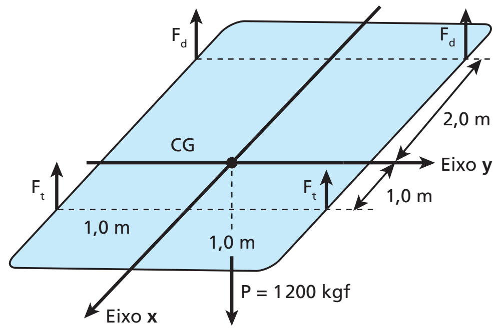
85 A figura representa um veículo visto de cima, em repouso numa superfície plana e horizontal. O veículo pesa 1 200 kgf e o ponto CG é seu centro de gravidade.

Determine as intensidades das forças que as rodas recebem da superfície onde se apoiam.



Resolução:

Por terem braços iguais em relação ao eixo **x**, as forças nas rodas traseiras têm a mesma intensidade F_t, o mesmo ocorrendo com as forças nas rodas dianteiras, que têm intensidade F_d:



Em relação ao eixo **y**, temos, em valor absoluto:

$2\,F_t \; 1{,}0 = 2\,F_d \; 2{,}0 \Rightarrow F_t = 2\,F_d$ (I)

Como a força resultante no veículo é nula:

$2\,F_t + 2\,F_d = P$

$2\,F_t + 2\,F_d = 1\,200 \Rightarrow F_t + F_d = 600$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$2\,F_d + F_d = 600 \Rightarrow \boxed{F_d = 200\text{ kgf}}$

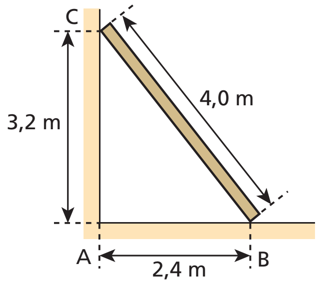
De (I):

$F_t = 2\,F_d = 2 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{F_t = 400\text{ kgf}}$

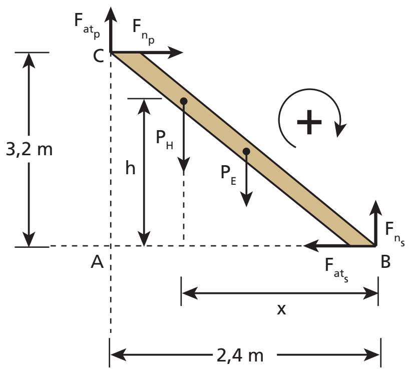
Resposta: 200 kgf em cada roda dianteira; 400 kgf em cada roda traseira.

86 (IME-RJ) Uma escada de 4,0 m de comprimento está apoiada contra uma parede vertical com a sua extremidade inferior a 2,4 m da parede, como mostra a figura. A escada pesa 20 kgf e seu centro de gravidade está localizado no ponto médio. Sabendo que os coeficientes de atrito estático entre a escada e o solo e entre a escada e a parede são, respectivamente, 0,50 e 0,20, calcule:

a) a altura máxima, em relação ao solo, a que um homem de 90 kgf de peso pode subir sem provocar o escorregamento da escada;
b) a distância máxima da parede a que se pode apoiar a parte inferior da escada vazia sem provocar escorregamento.



Resolução:



$P_E = 20$ kgf
$P_H = 90$ kgf
$\mu_{e_s} = 0,50$
$\mu_{e_p} = 0,20$

Como a escada está na iminência de escorregar:

$F_{at_s} = \mu_{e_s} F_{n_s} = 0,50\, F_{n_s}$

$F_{at_p} = \mu_{e_p} F_{n_p} = 0,20\, F_{n_p}$

• **Equilíbrio de translação:**

$F_{at_p} + F_{n_s} = P_H + P_E \Rightarrow 0,20\, F_{n_p} + F_{n_s} = 110$ (I)

$F_{n_p} = F_{at_s} \Rightarrow F_{n_p} = 0,50\, F_{n_s}$ (II)

De (I) e (II), vem:

$F_{n_s} = 100$ kgf

$F_{n_p} = 50$ kgf

Então: $F_{at_s} = 50$ kgf
$F_{at_p} = 10$ kgf

• **Equilíbrio de rotação** (em relação a **B**):

$F_{n_p}\ 3,2 + F_{at_p}\ 2,4 - P_H\ x - P_E\ 1,2 = 0$

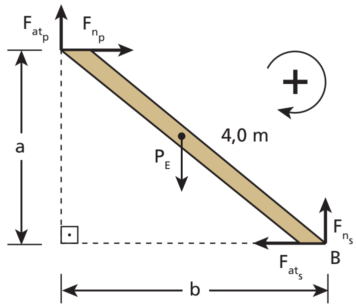
$50 \cdot 3,2 + 10 \cdot 2,4 - 90\, x - 20 \cdot 1,2 = 0$

$x = \frac{16}{9}$ m

$\frac{h}{x} = \frac{3,2}{2,4}$ (semelhança de triângulos)

$h = \frac{3,2}{2,4} x = \frac{3,2}{2,4} \cdot \frac{16}{9} \Rightarrow \boxed{h = 2,4 \text{ m}}$

b) Novamente, a escada está na iminência de escorregar.



$P_E = 20$ kgf

$F_{at_s} = 0,50\, F_{n_s}$

$F_{at_p} = 0,20\, F_{n_p}$

• **Equilíbrio de translação:**

$F_{n_p} = F_{at_s} \Rightarrow F_{n_p} = 0,50\, F_{n_s}$ (I)

$F_{at_p} + F_{n_s} = P_E \Rightarrow 0,20\, F_{n_p} + F_{n_s} = 20$ (II)

De (I) e (II), vem:

$F_{n_s} = \frac{20}{1,1}$ kgf e $F_{n_p} = \frac{10}{1,1}$ kgf

Então: $F_{at_s} = \frac{10}{1,1}$ kgf e $F_{at_p} = \frac{2}{1,1}$ kgf

• **Equilíbrio de rotação** (em relação a **B**):

$F_{at_p}\ b + F_{n_p}\ a - P_E\ \frac{b}{2} = 0$

$\frac{2}{1,1}\ b + \frac{10}{1,1}\ a - 20\ \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow a = \frac{9b}{10}$ (III)

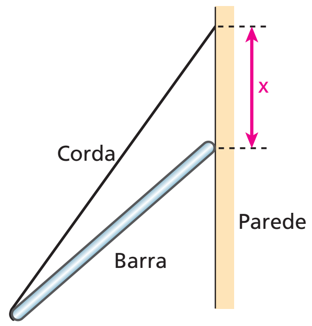
$a^2 + b^2 = 16$ (Teorema de Pitágoras) (IV)

Substituindo (III) em (IV):

$\frac{81\, b^2}{100} + b^2 = 16 \Rightarrow \boxed{b = 3,0 \text{ m}}$

Respostas: a) 2,4 m; b) 3,0 m

87 Uma barra cilíndrica e homogênea, de comprimento igual a 300 cm, encontra-se em equilíbrio sustentada por uma corda de comprimento igual a 400 cm e apoiada em uma parede vertical praticamente sem atrito, como representa a figura.



Determine a distância **x** entre o ponto da parede onde a corda está amarrada e o ponto da parede onde a barra se apoia.

Resolução:

Na barra atuam apenas três forças (peso, tração e normal), de direções diferentes. Como sabemos, essas forças são concorrentes num mesmo ponto. Se **B** é o ponto médio da barra, então **C** é o ponto médio da corda e **D** é o ponto médio de PQ.

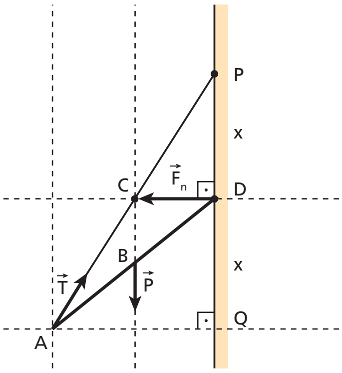
No triângulo AQD:

$\overline{AD}^2 = \overline{QD}^2 + \overline{AQ}^2$

$3^2 = x^2 + \overline{AQ}^2$

$\overline{AQ}^2 = 9 - x^2$

No triângulo AQP:



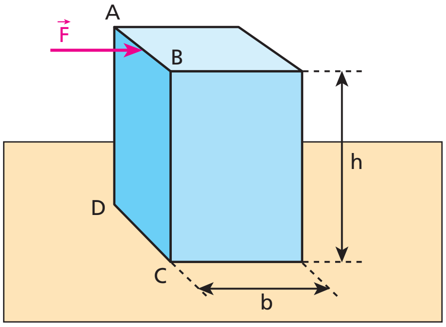
$\overline{AP}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{AQ}^2$

$4^2 = (2x)^2 + 9 - x^2$

$\boxed{x = 1{,}53 \text{ m} = 153 \text{ cm}}$

Resposta: 153 cm

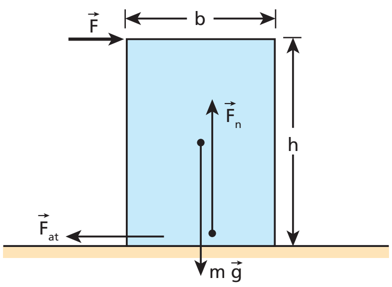
88 Um bloco prismático e homogêneo, de altura **h** e base quadrada de lado **b**, encontra-se em repouso em um piso plano e horizontal.



Uma força $\vec{F}$, de intensidade crescente a partir de zero, é aplicada no ponto médio da aresta AB, perpendicularmente à face ABCD. Sendo μ_e o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o piso, determine a relação entre **b** e **h** para que o bloco tombe antes de escorregar.

Resolução:

•

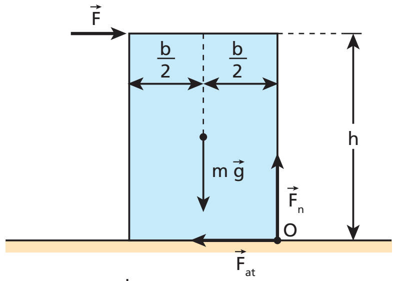


$F_{at_d} = \mu_e F_n = \mu_e m g$

O bloco só escorrega se:

$F > F_{at_d}$, ou seja, se $F > \mu_e m g$ (I)

• Na iminência de tombar, o bloco se encontra totalmente apoiado em uma região do plano onde está sua aresta inferior direita. Para tombar, o módulo do momento horário de $\vec{F}$, em relação a **O**, deve superar o módulo do momento anti-horário do peso $m\vec{g}$:



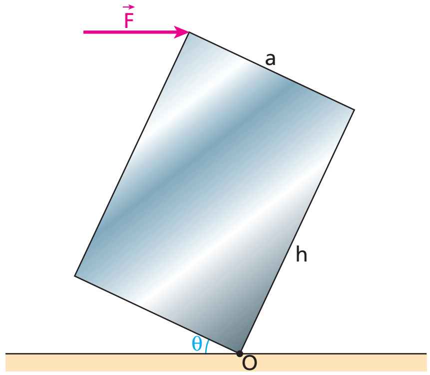
$F\,h > m\,g\,\frac{b}{2} \Rightarrow F > \frac{m\,g\,b}{2\,h}$ (II)

Para tombar antes de escorregar, a condição (II) deve ser verificada antes da (I), ou seja:

$\frac{m\,g\,b}{2\,h} < \mu_e m\,g \Rightarrow \boxed{b < 2\,\mu_e\,h}$

Resposta: $b < 2\,\mu_e\,h$

89 Uma chapa retangular homogênea, de espessura uniforme, largura **a** e comprimento **h**, está em repouso apoiada em uma superfície plana e horizontal, sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}$, como representa a figura. Essa força e o centro de gravidade da chapa estão em um mesmo plano vertical.



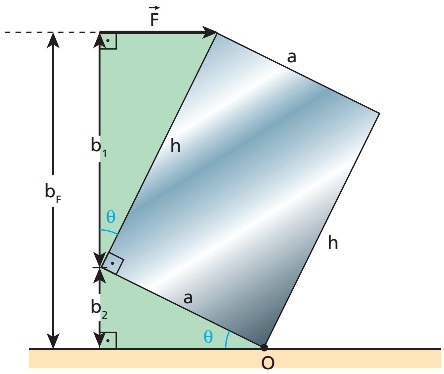
Sendo **P** a intensidade do peso da chapa, determine:

a) a intensidade da força $\vec{F}$, em função de **a**, **h**, **P** e do ângulo **θ** indicado na figura;

b) o ângulo θ_E (um valor de **θ**), correspondente à posição de equilíbrio instável da chapa (força $\vec{F}$ ausente), em função de **a** e **h**.

Resolução:

a) • Vamos determinar, em relação a **O**, o módulo do momento de $\vec{F}$:

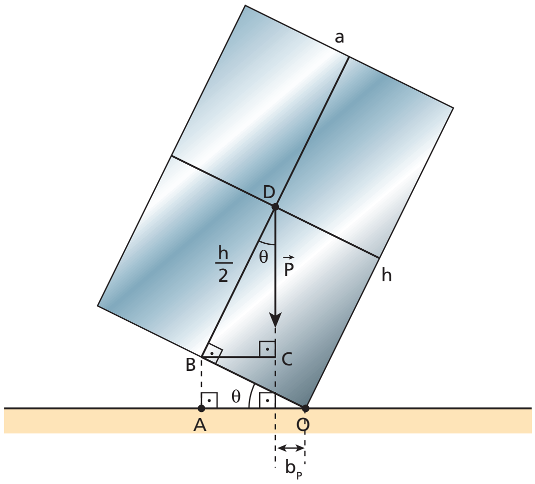


$M_F = Fb_F = F\,(b_1 + b_2)$

$\boxed{M_F = F\,(h \cos\theta + a \operatorname{sen}\theta)}$

(horário)

- Vamos determinar, agora, em relação a **O**, o módulo do momento do peso da chapa:



$M_P = Pb_P = P\,(\overline{OA} - \overline{BC})$

$M_P = P\,(\overline{OB}\cos\theta - \overline{BD}\,\text{sen}\,\theta)$

$$\boxed{M_P = P\left(\frac{a}{2}\cos\theta - \frac{h}{2}\,\text{sen}\,\theta\right)}$$

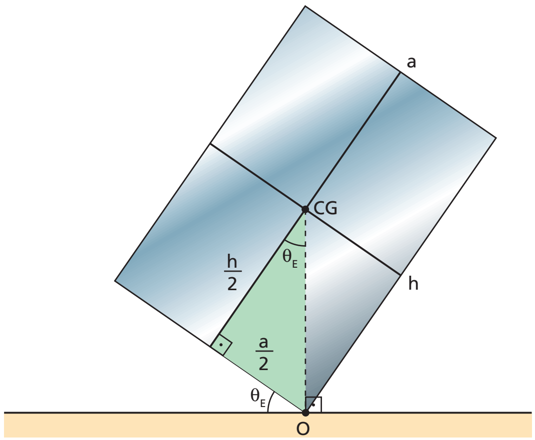
(anti-horário)

- Do equilíbrio de rotação da chapa:

$M_F = M_P \Rightarrow F\,(h\cos\theta + a\,\text{sen}\,\theta) = \frac{P}{2}(a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta)$

$$\boxed{F = \frac{P}{2}\left(\frac{a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta}{a\,\text{sen}\,\theta + h\cos\theta}\right)}$$

b) Na posição de equilíbrio (no caso, instável), a vertical traçada pelo centro de gravidade da chapa deve passar pelo ponto de apoio **O**:

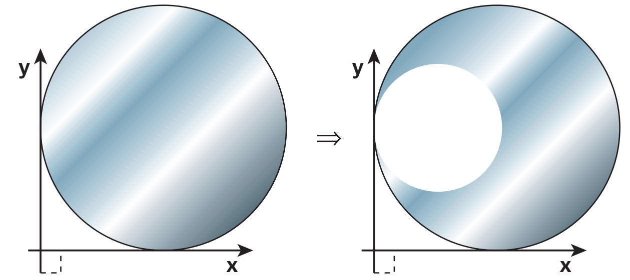


$$\text{tg}\,\theta_E = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{h}{2}} = \frac{a}{h}$$

$$\boxed{\theta_E = \text{arc tg}\left(\frac{a}{h}\right)}$$

Respostas: a) $M_F = F\,(h\cos\theta + a\,\text{sen}\,\theta)$; $M_P = P\left(\frac{a}{2}\cos\theta - \frac{h}{2}\,\text{sen}\,\theta\right)$; $F = \frac{P}{2}\left(\frac{a\cos\theta - h\,\text{sen}\,\theta}{a\,\text{sen}\,\theta + h\cos\theta}\right)$; β) arc tg$\left(\frac{a}{h}\right)$

90 (UFMS) Na figura (I) abaixo, tem-se um disco homogêneo, de raio (**R**) e peso (**W**), fixo em um plano xy vertical de eixos ortogonais. A figura (II) mostra que foi retirado, do primeiro disco da figura (I), um disco de diâmetro (**R**) cujo centro está horizontalmente alinhado com o centro do primeiro disco.



(I) (II)

É correto afirmar que:

(01) as coordenadas do centro de massa da peça da figura (II) são $\left(\frac{7R}{6}; R\right)$.

(02) da figura (I) para a figura (II), o centro de massa se deslocou no sentido oposto ao eixo **x** de uma distância $d = \frac{7R}{6}$.

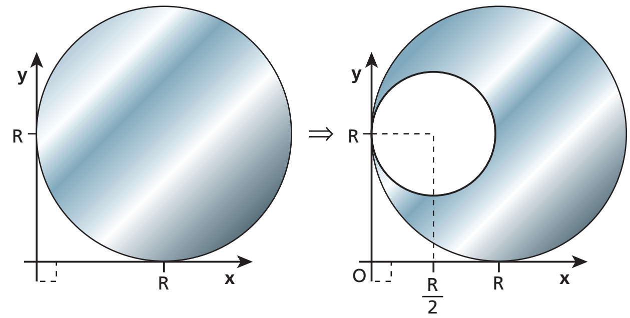
(08) as coordenadas do centro de massa do disco da figura (I) são (R ; R).

(16) o peso da peça da figura (II) é $\frac{W}{2}$.

(32) as coordenadas do centro do vazio de diâmetro (**R**) na figura (II) são $\left(\frac{R}{4}; R\right)$.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmações corretas.

Resolução:



(I) (II)

Disco da figura (I):

- Coordenadas do centro de massa: $x_1 = R$ e $y_1 = R$
- Área: $A_1 = \pi R^2$
- Massa: M_1

Disco retirado, imaginando-o posicionado no vazio da peça da figura (II):

- Coordenadas do centro de massa:

$$x_2 = \frac{R}{2} \text{ e } y_2 = R$$

- Área:

$$A_2 = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi\frac{R^2}{4} = \frac{A_1}{4}$$

- Massa: $M_2 = \frac{M_1}{4}$, pois as massas e as áreas são proporcionais.

Peça da figura (II):

- Coordenadas do centro de massa: $x_3 = ?$ e $y_3 = R$ (por simetria)
- Área: $A_3 = A_1 - A_2 = \frac{3\,A_1}{4}$
- Massa: $M_3 = \frac{3\,M_1}{4}$
- Peso: $\frac{3\,W}{4}$

Para determinar x_3, podemos imaginar o disco da figura (I) como sendo a peça da figura (II), com seu vazio preenchido pelo disco retirado:

$$x_1 = \frac{M_2x_2 + M_3x_3}{M_2 + M_3} \Rightarrow R = \frac{\frac{M_1}{4}\,\frac{R}{2} + \frac{3\,M_1}{4}\,x_3}{M_1} \Rightarrow \boxed{x_3 = \frac{7\,R}{6}}$$

Finalizando:

(001) Correta: $x_3 = \frac{7\,R}{6}$ e $y_3 = R$

(002) Falsa: o centro de massa se deslocou de $x_1 = R$ para $x_3 = \frac{7\,R}{6}$, no sentido do eixo x.

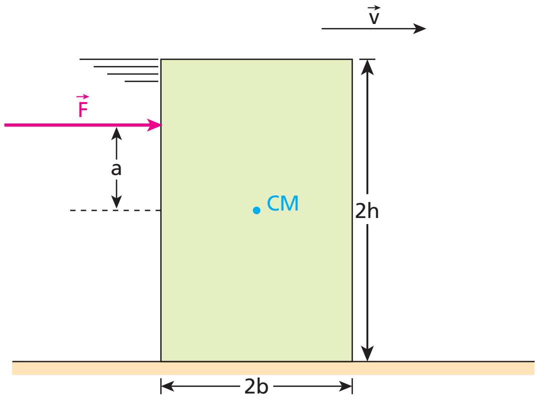
(008) Correta.

(016) Falsa.

(032) Falsa.

Resposta: 9

91 Um paralelepípedo homogêneo de massa **m**, base quadrada de aresta **2b** e altura **2h** encontra-se em movimento retilíneo uniformemente variado, escorregando numa superfície plana e horizontal. Em certo instante, passa a atuar nele uma força constante $\vec{F}$, na mesma direção e no mesmo sentido do movimento. A linha de ação dessa força e o centro de massa (CM) do corpo são coplanares e ela dista **a** de CM. Sendo **μ** o coeficiente de atrito cinético entre o paralelepípedo e a superfície em que se apoia e **g** a intensidade do campo gravitacional:



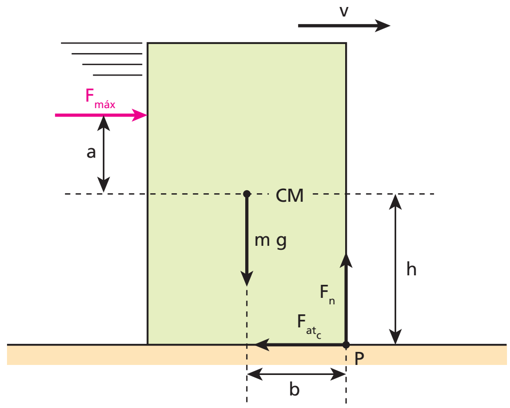
a) determine a intensidade de $\vec{F}$ para que o corpo não tombe;

b) determine o máximo valor de **μ** compatível com o não-tombamento (F = 0);

c) supondo satisfeita a condição do item **b**, qual é o valor de **a** que garante o não-tombamento, independentemente da intensidade de $\vec{F}$?

Resolução:

a) Vamos considerar o corpo na iminência de tombar, caso em que, para um determinado valor de **a**, **F** é máxima. Nessa situação, a força normal e a força de atrito recebidas pelo corpo estão aplicadas na aresta dianteira de sua base, simbolizada pelo ponto **P** na figura a seguir.



Em relação ao **centro de massa**, a soma dos momentos é nula:

$$F_{máx}\,a + F_{at_c}\,h = F_n\,b$$

$$F_{máx}\,a + \mu\,m\,g\,h = m\,g\,b$$

$$F_{máx} = \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}$$

Portanto: $\boxed{0 \leqslant F \leqslant \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}}$

b) Consideremos o corpo na iminência de tombar em virtude, exclusivamente, da força de atrito, ou seja, com F = 0.

Em relação ao centro de massa, temos:

$$F_{at_{c\,máx}}\,h = F_n\,b \Rightarrow \mu_{máx}\,m\,g\,h = m\,g\,b \Rightarrow \mu_{máx} = \frac{b}{h}$$

Portanto: $\boxed{\mu \leqslant \frac{b}{h}}$

c) Se **a** for igual a zero, $\vec{F}$ não produzirá momento em relação ao centro de massa, qualquer que seja sua intensidade.

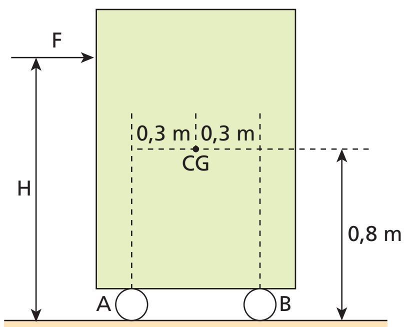
Nesse caso, o tombamento só poderia ser causado pela força de atrito. Portanto, satisfeita a condição do item **b**, com a = 0 o corpo nunca tombará.

Note, na mesma resolução do primeiro item, que **F** poderá tender a infinito desde que **a** tenda a zero.

$\boxed{a = 0}$

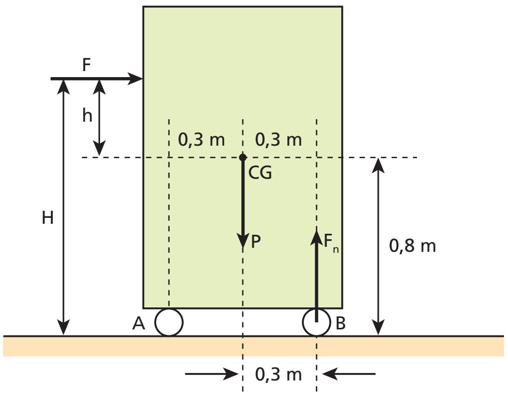
Respostas: a) $0 \leqslant F \leqslant \frac{m\,g\,(b - \mu\,h)}{a}$; b) $\mu \leqslant \frac{b}{h}$; a = 0

92 (Aman-RJ) Um armário de massa 20 kg é colocado sobre pequenas rodas **A** e **B** equidistantes das extremidades. As rodas permitem um movimento livre de atritos sobre o pavimento horizontal. O centro de gravidade (CG) do armário situa-se na posição mostrada na figura. Considere 10 m/s² a aceleração devida à gravidade. Se uma força **F** de módulo 150 N for aplicada horizontalmente em um ponto acima do centro de gravidade, podemos afirmar que o armário ficará na iminência de tombar para a frente quando a distância **H** medir:



a) 1,20 m. b) 1,30 m. c) 1,45 m. d) 1,50 m. e) 1,80 m.

Resolução:



Em relação ao centro de gravidade:

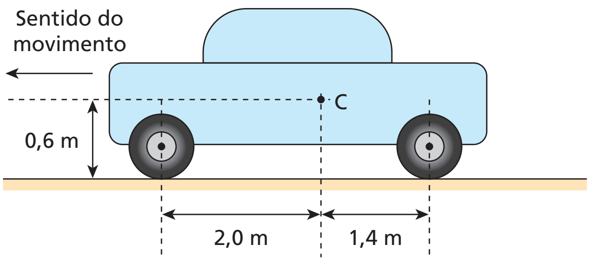
$F\,h = F_n\ \ 0,3$

$150\,h = 200 \cdot 0,3 \Rightarrow h = 0,4\ m$

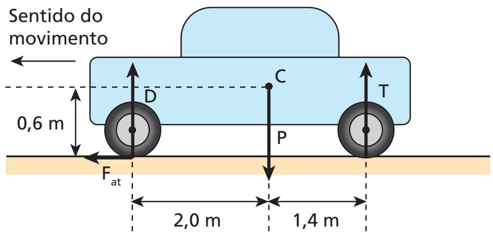
$H = h + 0,8 = 0,4 + 0,8 \Rightarrow \boxed{H = 1,2\ m}$

Resposta: a

93 (ITA-SP) Considere um automóvel de peso **P**, com tração nas rodas dianteiras, cujo centro de massa está em **C**, movimentando-se num plano horizontal. Considerando $g = 10\ m/s^2$, calcule a aceleração máxima que o automóvel pode atingir, sendo o coeficiente de atrito entre os pneus e o piso igual a 0,75.



Resolução:



- $D + T = P \Rightarrow \boxed{T = P - D}$ (I)

- Para não ocorrer a rotação do veículo, em módulo e em relação ao centro de massa, o momento horário total tem de ser menor ou igual ao momento anti-horário:

  $F_{at}\ \ 0,6 + D\ \ 0,20 \leqslant T\ \ 1,4$

  De (I): $0,6\,F_{at} + 2,0\,D \leqslant (P - D)\ \ 1,4 \Rightarrow F_{at} \leqslant \dfrac{1,4\,P - 3,4\,D}{0,6} \Rightarrow$

  $\Rightarrow F_{at_{máx}} = \dfrac{1,4\,P - 3,4\,D}{0,6}$ (II)

  Note que **D menor** implica $F_{at_{máx}}$ **maior** ($F_{at_{máx}}$ não é a força de destaque).

  De (II): $\dfrac{1,4\,P - 3,4\,D}{0,6} \leqslant \mu\,D \Rightarrow 1,4\,P - 3,4\,D \leqslant 0,6 \cdot 0,75\,D \Rightarrow$

  $\Rightarrow D \geqslant \dfrac{1,4\,P}{3,85} \Rightarrow D_{mín} = \dfrac{1,4\,P}{3,85}$ (III)

- $F_{at_{máx}} = m\,a_{máx}$

  De (II) e (III):

  $$\frac{1,4\,P - 3,4 \cdot \dfrac{1,4\,P}{3,85}}{0,6} = m\,a_{máx} \Rightarrow$$

  $\boxed{a_{máx} = 2,7\ m/s^2}$

Resposta: $2,7\ m/s^2$

Tópico 2

1 Em pressão e temperatura constantes, a massa específica de uma substância pura:

a) é diretamente proporcional à massa considerada;
b) é inversamente proporcional ao volume considerado;
c) é constante somente para pequenas porções da substância;
d) é calculada por meio do quociente da massa considerada pelo respectivo volume;
e) pode ser medida em kgf/m^3.

Resposta: d

2 Num local em que a aceleração da gravidade tem intensidade $10\ m/s^2$, 1,0 kg de água ocupa um volume de 1,0 L. Determine:

a) a massa específica da água, em g/cm^3;
b) o peso específico da água, em N/m^3.

Resolução:

a) $\mu = \dfrac{m}{V} \Rightarrow \mu = \dfrac{1{,}0\ kg}{1{,}0\ L}$

$$\boxed{\mu = 1{,}0\ \frac{kg}{L} = 1{,}0\ g/cm^3}$$

b) $\rho = \dfrac{P}{V} = \dfrac{m\,g}{V}$

$\rho = \dfrac{1{,}0 \cdot 10}{10^{-3}} = \dfrac{N}{m^3}$

Donde: $\boxed{\rho = 1{,}0 \cdot 10^4\ N/m^3}$

Respostas: a) $1{,}0\ g/cm^3$; b) $1{,}0 \cdot 10^4\ N/m^3$

3 Nas mesmas condições de pressão e temperatura, as massas específicas da água e da glicerina valem, respectivamente, $1{,}00\ g/cm^3$ e $1{,}26\ g/cm^3$. Nesse caso, qual a densidade da glicerina em relação à água?

Resolução:

$d_{G,A} = \dfrac{\mu_G}{\mu_A}$

$d_{G,A} = \dfrac{1{,}26}{1{,}00}$

Donde: $\boxed{d_{G,A} = 1{,}26}$

Resposta: 1,26

4 E.R. Um paralelepípedo de dimensões lineares respectivamente iguais a **a**, **b** e **c** (a > c) é apoiado sobre uma superfície horizontal, conforme representam as figuras 1 e 2.

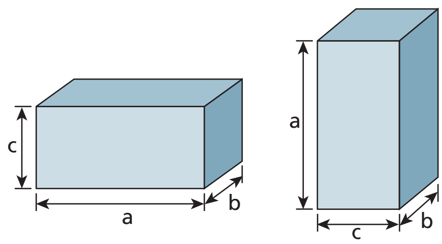


Figura 1 Figura 2

Sendo **M** a massa do paralelepípedo e **g** a intensidade da aceleração da gravidade, determine a pressão exercida por esse corpo sobre a superfície de apoio:

a) no caso da figura 1;
b) no caso da figura 2.

Resolução:

Em ambos os casos, a força normal de compressão exercida pelo paralelepípedo sobre a superfície horizontal de apoio tem intensidade igual à do seu peso.

$$|\vec{F}_n| = |\vec{P}| \Rightarrow |\vec{F}_n| = M\,g$$

a) $p_1 = \dfrac{|\vec{F}_n|}{A_1} \Rightarrow \boxed{p_1 = \dfrac{M\,g}{a\,b}}$

b) $p_2 = \dfrac{|\vec{F}_n|}{A_2} \Rightarrow \boxed{p_2 = \dfrac{M\,g}{b\,c}}$

Nota:

- Como a b > b c, temos $p_1 < p_2$.

5 Uma bailarina de massa 60 kg dança num palco plano e horizontal. Na situação representada na figura 1, a área de contato entre os seus pés e o solo vale $3{,}0 \cdot 10^2\ cm^2$, enquanto na situação representada na figura 2 essa mesma área vale apenas $15\ cm^2$.

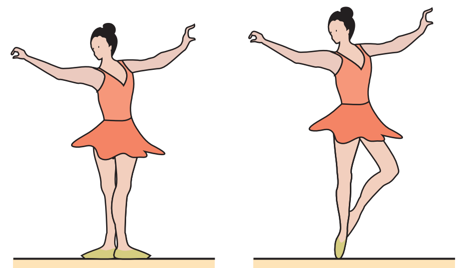


Figura 1 Figura 2

Adotando $g = 10\ m/s^2$, calcule a pressão exercida pelo corpo da bailarina sobre o solo:

a) na situação da figura 1;
b) na situação da figura 2.

Resolução:

a) $p_1 = \dfrac{|\vec{F}_{n_1}|}{A_1} = \dfrac{m\,g}{A_1}$

$p_1 = \dfrac{60 \cdot 10}{3{,}0 \cdot 10^{-2}}\ (N/m^2)$

$$\boxed{p_1 = 2{,}0 \cdot 10^4\ N/m^2}$$

b) $p_2 = \dfrac{|\vec{F}_{n_2}|}{A_2} = \dfrac{m\,g}{A_2}$

$p_2 = \dfrac{60 \cdot 10}{15 \cdot 10^{-4}}\ (N/m^2)$

$$\boxed{p_2 = 4{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2}$$

Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^4\ N/m^2$; b) $4{,}0 \cdot 10^5\ N/m^2$

6 (Fuvest-SP) Os chamados "Buracos negros", de elevada densidade, seriam regiões do Universo capazes de absorver matéria, que passaria a ter a densidade desses Buracos. Se a Terra, com massa da ordem de 10^{27} g, fosse absorvida por um "Buraco negro" de densidade igual a 10^{24} g/cm³, ocuparia um volume comparável ao:

a) de um nêutron.
b) de uma gota d'água.
c) de uma bola de futebol.
d) da Lua.
e) do Sol.

Resolução:

$$\mu_T = \mu_B \Rightarrow \frac{m_T}{V_T} = \mu_B$$

$$\frac{10^{27}}{V_T} = 10^{24} \Rightarrow V_T = 10^3 \text{ cm}^3$$

ou $\boxed{V_T = 1{,}0 \text{ L}}$ ∴ ocuparia o volume comparável ao de uma bola de futebol.

Resposta: c

7 E.R. Um volume V_A de um líquido **A** é misturado com um volume V_B de um líquido **B**. Sejam μ_A e μ_B as massas específicas dos líquidos **A** e **B**. Desprezando qualquer contração do volume no sistema e supondo que os líquidos **A** e **B** são miscíveis, determine a massa específica μ da mistura.

Resolução:

$$\mu = \frac{m_{total}}{V_{total}} \Rightarrow \mu = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \quad \text{(I)}$$

Em que:

$$\mu_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \mu_A V_A \quad \text{(II)}$$

$$\mu_B = \frac{m_B}{V_B} \Rightarrow m_B = \mu_B V_B \quad \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$$\boxed{\mu = \frac{\mu_A V_A + \mu_B V_B}{V_A + V_B}}$$

Nota:

- No caso particular em que $V_A = V_B$, teremos:

$$\boxed{\mu = \frac{\mu_A + \mu_B}{2}}$$

8 (UEL-PR) As densidades de dois líquidos **A** e **B**, que não reagem quimicamente entre si, são $d_A = 0{,}80$ g/cm³ e $d_B = 1{,}2$ g/cm³, respectivamente. Fazendo-se a adição de volumes iguais dos dois líquidos, obtém-se uma mistura cuja densidade é **x**. Adicionando-se massas iguais de **A** e de **B**, a mistura obtida tem densidade **y**. Os valores de **x** e **y**, em g/cm³, são, respectivamente, mais próximos de:

a) 1,1 e 1,1.
b) 1,0 e 1,1.
c) 1,0 e 0,96.
d) 0,96 e 1,0.
e) 0,96 e 0,96.

Resolução:

$$x = \frac{d_A V + d_B V}{V + V} = \frac{d_A + d_B}{2} \text{ (média aritmética)}$$

$$x = \frac{0{,}80 + 1{,}2}{2}\left(\frac{g}{cm^3}\right) \Rightarrow \boxed{x = 1{,}0 \text{ g/cm}^3}$$

$$y = \frac{m + m}{\frac{m}{d_A} + \frac{m}{d_B}} = \frac{2 d_A d_B}{d_A + d_B} \text{ (média harmônica)}$$

$$y = \frac{2 \cdot 0{,}80 \cdot 1{,}2}{0{,}80 + 1{,}2}\left(\frac{g}{cm^3}\right) \Rightarrow \boxed{y = 0{,}96 \text{ g/cm}^3}$$

Resposta: c

9 (UEL-PR) Um recipiente, quando completamente cheio de álcool (massa específica de 0,80 g/cm³), apresenta massa de 30 g e, quando completamente cheio de água (massa específica de 1,0 g/cm³), apresenta massa de 35 g. Qual a capacidade do recipiente em cm³?

Resolução:

$$30 = m_r + \mu_{álcool} V_r \Rightarrow 30 = m_r + 0{,}80 V_r \quad \text{(I)}$$

$$35 = m_r + \mu_{água} V_r \Rightarrow 35 = m_r + 1{,}0 V_r \quad \text{(II)}$$

$$\text{(II) – (I): } 5{,}0 = 0{,}20 V_r \Rightarrow \boxed{V_r = 25 \text{ cm}^3}$$

Resposta: 25 cm³

10 Um cubo, feito de material rígido e poroso, tem densidade igual a 0,40 g/cm³. Quando mergulhado em água, e após absorver todo o líquido possível, sua densidade passa a ser de 1,2 g/cm³. Sendo **M** a massa do cubo quando seco e **M'** a massa de água que ele absorve, responda: qual é a relação entre **M** e **M'**? (Considere que o volume do cubo não se altera após absorver o líquido.)

Resolução:

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \dfrac{M}{V} \Rightarrow 0{,}40 = \dfrac{M}{V} \\ \mu' = \dfrac{M + M'}{V} \Rightarrow 1{,}2 = \dfrac{M + M'}{V} \end{array}\right\} \frac{0{,}40}{1{,}2} = \frac{M}{M + M'}$$

Donde: $\boxed{\dfrac{M}{M'} = \dfrac{1}{2}}$

Resposta: $\frac{1}{2}$

11 Com uma faca bem afiada, um açougueiro consegue tirar bifes de uma peça de carne com relativa facilidade. Com essa mesma faca "cega" e com o mesmo esforço, entretanto, a tarefa fica mais difícil. A melhor explicação para o fato é que:

a) a faca afiada exerce sobre a carne uma pressão menor que a exercida pela faca "cega";
b) a faca afiada exerce sobre a carne uma pressão maior que a exercida pela faca "cega";
c) o coeficiente de atrito cinético entre a faca afiada e a carne é menor que o coeficiente de atrito cinético entre a faca "cega" e a carne;
d) a área de contato entre a faca afiada e a carne é maior que a área de contato entre a faca "cega" e a carne;
e) Nenhuma das anteriores explica satisfatoriamente o fato.

Resposta: b

12 Dois blocos cúbicos **A** e **B**, extraídos de uma mesma rocha maciça e homogênea, têm arestas respectivamente iguais a **x** e **3x** e estão apoiados sobre um solo plano e horizontal. Sendo p_A e p_B as pressões exercidas por **A** e **B** na superfície de apoio, determine a relação p_A/p_B.

Resolução:

Bloco A: $m_A = \mu v_A = \mu x^3$

$$p_A = \frac{m_A\, g}{A_A} = \frac{\mu x^3}{x^2}$$

$$\boxed{p_A = \mu x}$$

Bloco B: $m_A = \mu v_B = \mu (3x)^3$

$m_B = 27\, \mu x^3$

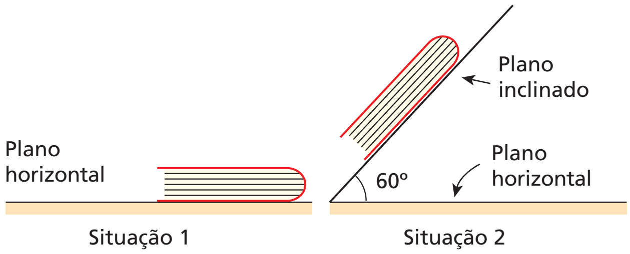
$$p_B = \frac{m_B\, g}{A_B} = \frac{27\, \mu x^3}{(3x)^2}$$

$$\text{Donde}: \boxed{p_B = 3\mu x}$$

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{\mu x}{3x\mu} \quad \boxed{\frac{p_A}{p_B} = \frac{1}{3}}$$

Resposta: $\dfrac{p_A}{p_B} = \dfrac{1}{3}$

13 Um mesmo livro é mantido em repouso apoiado nos planos representados nos esquemas seguintes:



Sendo p_1 a pressão exercida pelo livro sobre o plano de apoio na situação 1 e p_2 a pressão exercida pelo livro sobre o plano de apoio na situação 2, qual será o valor da relação p_2/p_1?

Resolução:

$$p_1 = \frac{m\, g}{A}$$

$$p_2 = \frac{m\, g \cos 60^\circ}{A} = \frac{1}{2}\ \frac{m\, g}{A}$$

$$\text{Logo}: \boxed{\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2}}$$

Resposta: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{1}{2}$

14 Seja uma caixa-d'água de massa igual a $8{,}0 \cdot 10^2$ kg apoiada em um plano horizontal. A caixa, que tem base quadrada de lado igual a 2,0 m, contém água ($\mu_a = 1{,}0$ g/cm³) até a altura de 1,0 m. Considerando $g = 10$ m/s², calcule, em N/m² e em atm, a pressão média exercida pelo sistema no plano de apoio.

Resolução:

$$p = \frac{(m_a + m_c)g}{A}$$

$$p = \frac{(\mu_a\, A\, h + m_c)g}{A}$$

$$p = \frac{(1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 4{,}0 \cdot 1{,}0 + 8{,}0 \cdot 10^2)10}{4{,}0}\ (\text{N/m}^2)$$

Donde: $\boxed{p = 1{,}2 \cdot 10^4\ \text{N/m}^2}$

ou $\boxed{p \simeq 0{,}12\ \text{atm}}$

Respostas: $1{,}2 \cdot 10^4$ N/m²; 0,12 atm

15 (Unicamp-SP) Ao se usar um saca-rolhas, a força mínima que deve ser aplicada para que a rolha de uma garrafa comece a sair é igual a 360 N.

a) Sendo $\mu_e = 0{,}2$ o coeficiente de atrito estático entre a rolha e o bocal da garrafa, encontre a força normal que a rolha exerce no bocal da garrafa. Despreze o peso da rolha.

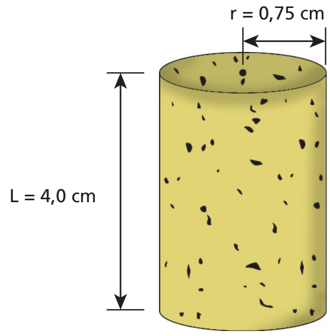
b) Calcule a pressão da rolha sobre o bocal da garrafa. Considere o raio interno do bocal da garrafa igual a 0,75 cm e o comprimento da rolha igual a 4,0 cm. Adote $\pi \simeq 3$.

Resolução:

a) $F_{mín} = F_{at_d} \Rightarrow F_{mín} = \mu_e\, F_n$

$360 = 0{,}2\, F_n \Rightarrow \boxed{F_n = 1{,}8 \cdot 10^3\ \text{N}}$

b)



Rolha

(I) $A = 2\, \pi\, r\, \ell$

$A = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}75 \cdot 4{,}0\ (\text{m}^2)$

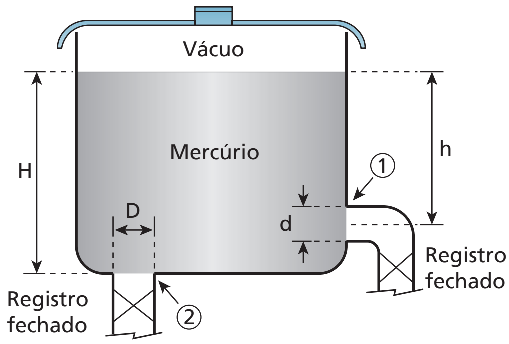
$$\boxed{A = 18\ \text{cm}^2 = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2}$$

(II) $p = \dfrac{F_n}{A}$

$$p = \frac{1{,}8 \cdot 10^3}{1{,}8 \cdot 10^{-3}}\ (\text{N/m}^2) \Rightarrow \boxed{p = 1{,}0 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 \text{ ou Pa}}$$

Respostas: a) $1{,}8 \cdot 10^3$ N; b) $1{,}0 \cdot 10^6$ N/m² ou Pa

16 (Ufop-MG) Considere o reservatório hermeticamente fechado esquematizado na figura:



No equilíbrio hidrostático, determine a relação entre as pressões **p** e **P**, respectivamente, na entrada dos tubos (1) (diâmetro **d**) e (2) (diâmetro **D**):

a) $\frac{p}{P} = \frac{d}{D}$

b) $\frac{p}{P} = \frac{D}{d}$

c) $\frac{p}{P} = \frac{h}{H}$

d) $\frac{p}{P} = \frac{H}{h}$

e) $\frac{p}{P} = \frac{d\,h}{D\,H}$

Resolução:

Entrada do tubo (1):

$p = \mu\, g\, h$

Entrada do tubo (2):

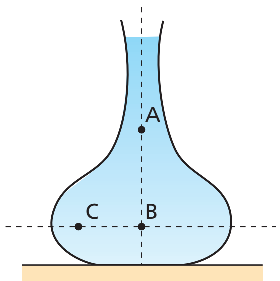
$P = \mu\, g\, h$

Logo: $\frac{p}{P} = \frac{\mu\, g\, h}{\mu\, g\, h}$

Donde: $\boxed{\frac{p}{P} = \frac{h}{H}}$

Resposta: c

17 (Unesp-SP) Um vaso de flores, cuja forma está representada na figura, está cheio de água. Três posições, **A**, **B** e **C**, estão indicadas na figura.



A relação entre as pressões p_A, p_B e p_C, exercidas pela água respectivamente nos pontos **A**, **B** e **C**, pode ser descrita como:

a) $p_A > p_B > p_C$.

b) $p_A > p_B = p_C$.

c) $p_A = p_B > p_C$.

d) $p_A = p_B < p_C$.

e) $p_A < p_B = p_C$.

Resolução:

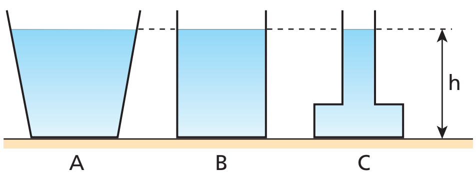
$p_A = \mu g h$; $p_B = p_C = \mu g H$

Sendo $h < H$:

$\boxed{p_A < p_B = p_C}$

Resposta: e

18 Considere os recipientes **A**, **B** e **C** da figura, cujas áreas das paredes do fundo são iguais. Os recipientes contêm o mesmo líquido homogêneo em equilíbrio, e em todos eles o nível livre do líquido atinge a altura **h**.



Sejam p_A, p_B e p_C e F_A, F_B e F_C, respectivamente, as pressões e as intensidades das forças exercidas pelo líquido nas paredes do fundo dos recipientes **A**, **B** e **C**. Compare:

a) p_A, p_B e p_C;

b) F_A, F_B e F_C.

Resolução:

a) Independentemente do formato do recipiente considerado, a pressão hidrostática exercida pelo líquido em sua base é dado por:

$p = \mu\, g\, h$

Como nos três casos μ, g e h são respectivamente iguais, então:

$\boxed{p_A = p_B = p_C}$

b) $p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p\, A$

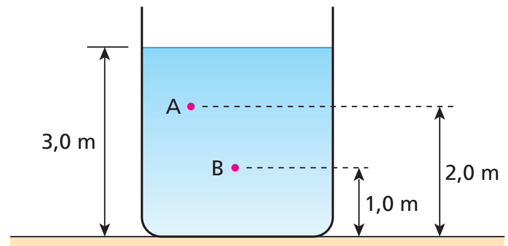
Como os três recipientes têm paredes do fundo com áreas iguais, conclui-se que:

$\boxed{F_A = F_B = F_C}$

Este resultado é conhecido como **Paradoxo Hidrostático**.

Respostas: a) $p_A = p_B = p_C$; b) $F_A = F_B = F_C$

19 E.R. O tanque representado na figura seguinte contém água ($\mu = 1{,}0\ g/cm^3$) em equilíbrio sob a ação da gravidade ($g = 10\ m/s^2$):



Determine, em unidades do Sistema Internacional:

a) a diferença de pressão entre os pontos **B** e **A** indicados;

b) a intensidade da força resultante devido à água na parede do fundo do tanque, cuja área vale $2{,}0\ m^2$.

Resolução:

a) A diferença de pressão entre os pontos **B** e **A** pode ser calculada pelo **Teorema de Stevin**:

$$p_B - p_A = \mu\, g\, h$$

Fazendo $p_B - p_A = \Delta p$, vem:

$$\Delta p = \mu\, g\, h$$

Sendo $\mu = 1{,}0\ g/cm^3 = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, $g = 10\ m/s^2$ e $h = 2{,}0\ m - 1{,}0\ m = 1{,}0\ m$, calculemos Δp:

$$\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1{,}0\ (N/m^2)$$

$$\boxed{\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^4\ N/m^2}$$

b) A intensidade **F** da força resultante que a água exerce na parede do fundo do tanque é dada por:

$$F = p_{fundo}\, A = \mu\, g\, H\, A$$

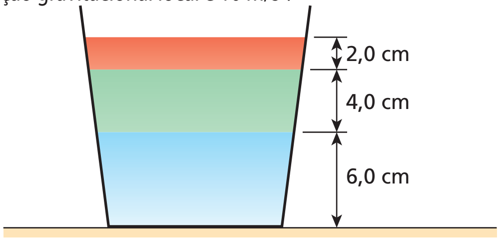
Sendo $H = 3{,}0\ m$ e $A = 2{,}0\ m^2$, vem:

$$F = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0\ (N)$$

$$\boxed{F = 6{,}0 \cdot 10^4\ N}$$

20 (PUC-RJ) Em um vaso em forma de cone truncado, são colocados três líquidos imiscíveis. O menos denso ocupa um volume cuja altura vale 2,0 cm; o de densidade intermediária ocupa um volume de altura igual a 4,0 cm, e o mais denso ocupa um volume de altura igual a 6,0 cm. Supondo que as densidades dos líquidos sejam

1,5 g/cm³, 2,0 g/cm³ e 4,0 g/cm³, respectivamente, responda: qual é a força extra exercida sobre o fundo do vaso devido à presença dos líquidos? A área da superfície inferior do vaso é 20 cm² e a área da superfície livre do líquido que está na primeira camada superior vale 40 cm². A aceleração gravitacional local é 10 m/s².



Resolução:

$F = (pA)_{fundo}$

$F = (p_A + p_B + p_C)A_{fundo}$

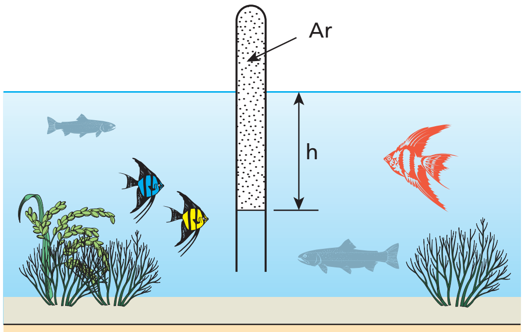
$F = (\mu_A h_A + \mu_B h_B + \mu_C h_C)g\, A_{fundo}$

$F = (1{,}5 \cdot 2{,}0 + 2{,}0 \cdot 4{,}0 + 4{,}0 \cdot 6{,}0)\ 10 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 10^{-4}$ (N)

Donde: $\boxed{F = 7{,}0\ N}$

Resposta: 7,0 N

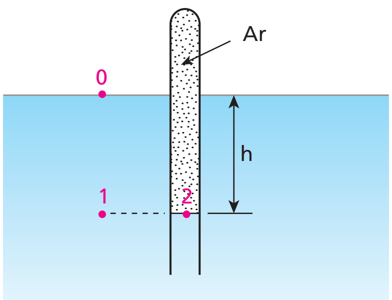
21 E.R. Um longo tubo de vidro, fechado em sua extremidade superior, é cuidadosamente mergulhado nas águas de um lago ($\mu_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³) com seu eixo longitudinal coincidente com a direção vertical, conforme representa a figura.



No local, a pressão atmosférica vale $p_0 = 1{,}0$ atm e adota-se $g = 10$ m/s².

Se o nível da água no interior do tubo sobe até uma profundidade $h = 5{,}0$ m, medida em relação à superfície livre do lago, qual é a pressão do ar contido no interior do tubo?

Resolução:



Aplicando o **Teorema de Stevin** aos pontos 0 e 1, temos:

$$p_1 - p_0 = \mu_{água}\, g\, h \Rightarrow p_1 = \mu_{água}\, g\, h + p_0$$

Concluímos, então, que a pressão total no ponto 1 é constituída por duas parcelas:

$\mu_{água}\, g\, h$, que é a pressão efetiva exercida pela água, e p_0, que é a pressão atmosférica.

É importante notar que a pressão atmosférica manifesta-se não apenas na superfície livre da água, mas também em todos os pontos do seu interior, como será demonstrado no item 13.

No ponto 2, temos:

$$p_2 = p_{ar}$$

Como os pontos 1 e 2 pertencem à água e estão situados no mesmo nível horizontal (mesma região isobárica), suportam pressões iguais. Assim:

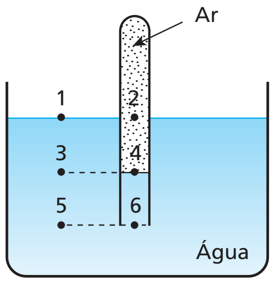
$$p_2 = p_1 \Rightarrow p_{ar} = \mu_{água}\, g\, h + p_0$$

Sendo $\mu_{água} = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³, $g = 10$ m/s², $h = 5{,}0$ m e $p_0 = 1{,}0$ atm $\simeq 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, calculemos p_{ar}:

$$p_{ar} = (1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 5{,}0 + 1{,}0 \cdot 10^5)\ \text{Pa}$$

$$\boxed{p_{ar} = 1{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa} \simeq 1{,}5\ \text{atm}}$$

22 (Unesp-SP) Emborca-se um tubo de ensaio em uma vasilha com água, conforme a figura. Com respeito à pressão nos pontos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, qual das opções abaixo é válida?



a) $p_1 = p_4$ b) $p_1 = p_6$ c) $p_5 = p_4$ d) $p_3 = p_2$ e) $p_3 = p_6$

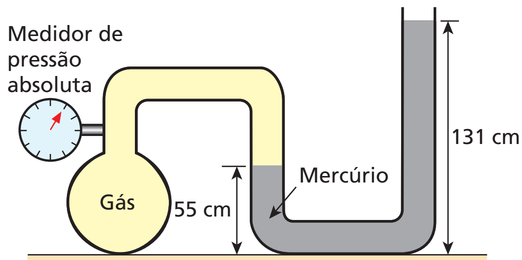
Resolução:

É correto que: $p_5 = p_6$; $p_3 = p_4$ e $p_2 = p_4$; logo:

$\boxed{p_3 = p_2}$

Resposta: d

23 A medição da pressão atmosférica reinante no interior de um laboratório de Física foi realizada utilizando-se o dispositivo representado na figura:



Sabendo que a pressão exercida pelo gás, lida no medidor, é de 136 cm Hg, determine o valor da pressão atmosférica no local.

Resolução:

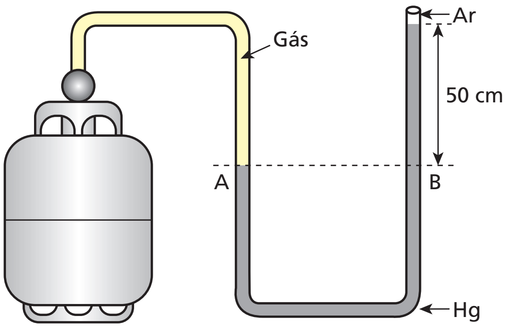
$p_0 + p_{Hg} = p_{gás}$

$p_0 + (131 - 55) = 136$

$\boxed{p_0 = 60 \text{ cmHg}}$

Resposta: 60 cmHg

24 (Faap-SP) Manômetro é um instrumento utilizado para medir pressões. A figura a seguir ilustra um tipo de manômetro, que consiste em um tubo em forma de **U**, contendo mercúrio (Hg), que está sendo utilizado para medir a pressão do gás dentro do botijão.



Se a pressão atmosférica local é igual a 72 cm Hg, qual é a pressão exercida pelo gás?

Resolução:

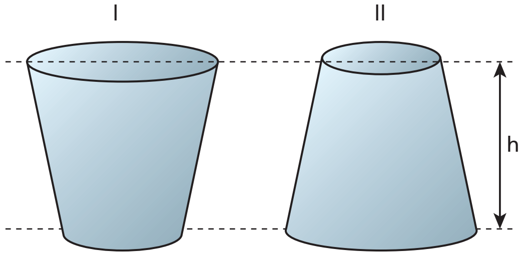
$p_A = p_B \Rightarrow p_{gás} = p_{Hg} + p_0$

$p_{gás} = 50 + 72 \text{ (cmHg)}$

$\boxed{p_{gás} = 122 \text{ cmHg}}$

Resposta: 122 cmHg

25 (UFRJ) A figura a seguir ilustra dois recipientes de formas diferentes, mas de volumes iguais, abertos e apoiados em uma mesa horizontal. Os dois recipientes têm a mesma altura **h** e estão cheios, até a borda, com água.



Calcule a razão $|\vec{f}_1|/|\vec{f}_2|$ entre os módulos das forças exercidas pela água sobre o fundo do recipiente I ($\vec{f}_1$) e sobre o fundo do recipiente II ($\vec{f}_2$), sabendo que as áreas das bases dos recipientes I e II valem, respectivamente, **A** e **4A**.

Resolução:

$p_1 = p_2 = \mu\, g\, h$

$|\vec{f}_1| = p_1 A_1 \Rightarrow |\vec{f}_1| = \mu\, g\, h\, A$

$|\vec{f}_2| = p_2 A_2 \Rightarrow |\vec{f}_2| = \mu\, g\, h\, 4A$

$$\frac{|\vec{f}_1|}{|\vec{f}_2|} = \frac{\mu\, g\, h\, A}{\mu\, g\, h\, 4A}$$

Donde: $\boxed{\dfrac{|\vec{f}_1|}{|\vec{f}_2|} = \dfrac{1}{4}}$

Resposta: $\dfrac{|\vec{f}_1|}{|\vec{f}_2|} = \dfrac{1}{4}$

26 (UFRJ) Um recipiente cilíndrico contém água em equilíbrio hidrostático (figura 1). Introduz-se na água uma esfera metálica maciça de volume igual a $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ m³, suspensa, por um fio ideal de volume desprezível, de um suporte externo. A esfera fica totalmente submersa na água sem tocar as paredes do recipiente (figura 2).

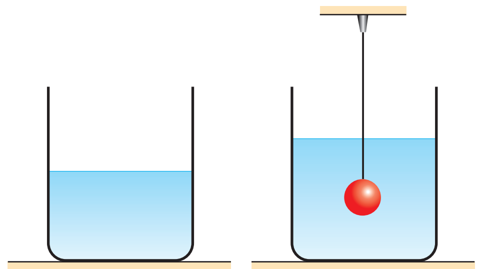


Figura 1 Figura 2

Restabelecido o equilíbrio hidrostático, verifica-se que a introdução da esfera na água provocou um acréscimo de pressão Δp no fundo do recipiente. A densidade da água é igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e a área da base do recipiente é igual a $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m². Considere $g = 10$ m/s².
Calcule o acréscimo de pressão Δp.

Resolução:

$\Delta V = A\, \Delta h \Rightarrow 5{,}0 \cdot 10^{-5} = 2{,}0 \cdot 10^{-3}\, \Delta h$

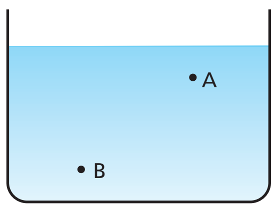
$\Delta h = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ m

$\Delta p = \mu\, g\, \Delta h \Rightarrow \Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ (Pa)

Donde: $\boxed{\Delta p = 2{,}5 \cdot 10^2 \text{ Pa}}$

Resposta: $2{,}5 \cdot 10^2$ Pa

27 A figura representa um recipiente contendo álcool (densidade relativa = 0,8) e dois pontos **A** e **B**, cuja diferença de cotas é igual a 17 cm. Adote $g = 9{,}8$ m/s² e a densidade relativa do mercúrio igual a 13,6. Sendo a pressão no ponto **B** igual a 780 mmHg, podemos dizer que a pressão no ponto **A** é de:



a) 760 mm Hg.
b) 765 mm Hg.
c) 770 mm Hg.
d) 775 mm Hg.
e) 790 mm Hg.

Resolução:

(I) $\Delta p_{mercúrio} = \Delta p_{álcool} \Rightarrow d_{r_M}\, g\, \Delta h_M = d_{r_A}\, g\, \Delta h_A$

$13{,}6\,\Delta h_M = 0{,}8 \cdot 17 \Rightarrow \Delta h_M = 1{,}0 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

(II) $p_B - p_A = p_{col._{Hg}} \Rightarrow 780 - p_A = 10$

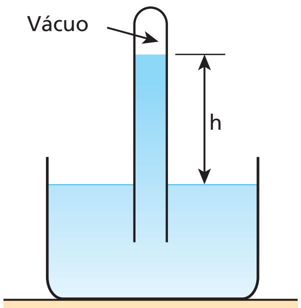
$\boxed{p_A = 770 \text{ mmHg}}$

Resposta: c

28 E.R. Se o experimento de Torricelli para a determinação da pressão atmosférica (p_0) fosse realizado com água ($\mu_{H_2O} = 1{,}0$ g/cm³) no lugar de mercúrio, que altura da coluna de água no tubo (em relação ao nível livre da água na cuba) faria o equilíbrio hidrostático ser estabelecido no barômetro? Desprezar a pressão exercida pelo vapor d'água e adotar, nos cálculos, $g = 10$ m/s². A pressão atmosférica local vale $p_0 = 1{,}0$ atm.

Resolução:

Na figura seguinte, está representado o barômetro de Torricelli.



Tendo em conta o equilíbrio hidrostático do sistema, podemos afirmar que a pressão exercida pela coluna de água de altura **h** em sua base (p_{H_2O}) é igual à pressão atmosférica (p_0).

$$p_{H_2O} = p_0 \;\Rightarrow\; \mu_{H_2O}\, g\, h = p_0$$

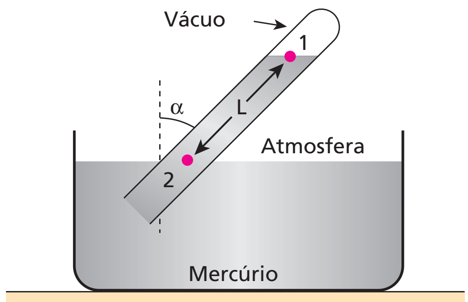
Em que:

$$h = \frac{p_0}{\mu_{H_2O}\, g}$$

Sendo $p_0 = 1{,}0 \text{ atm} \simeq 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa, $\mu_{H_2O} = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e $g = 10$ m/s², calculemos a altura **h**:

$$h = \frac{1{,}0 \cdot 10^5}{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10} \text{ (m)} \;\Rightarrow\; \boxed{h = 10 \text{ m}}$$

29 Numa região ao nível do mar, a pressão atmosférica vale $1{,}01 \cdot 10^5$ N/m² e $g = 9{,}81$ m/s². Repete-se o experimento de Torricelli, dispondo-se o tubo do barômetro conforme representa a figura.



A distância **L** entre os pontos 1 e 2 vale 151 cm e a massa específica do mercúrio é $\mu = 13{,}6$ g/cm³. Estando o sistema em equilíbrio, calcule o valor aproximado do ângulo α que o tubo forma com a direção vertical.

Resolução:

$p_2 - p_1 = \mu\, g\, h$

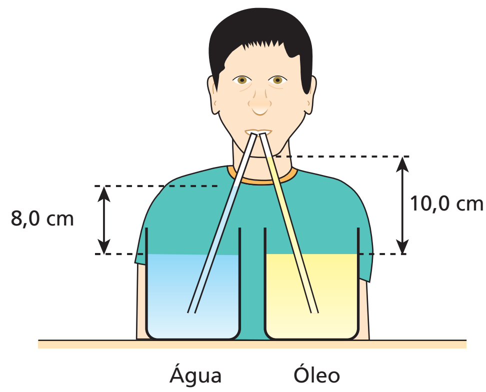
$1{,}01 \cdot 10^5 - 0 = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot h$

$h \simeq 0{,}757 \text{ m} \simeq 75{,}7 \text{ cm}$

$$\cos\alpha = \frac{h}{L} = \frac{75{,}7 \text{ cm}}{151 \text{ cm}} \simeq 0{,}501 \Rightarrow \boxed{\alpha \simeq 60^\circ}$$

Resposta: $\alpha \simeq 60^\circ$

30 (Cesgranrio-RJ) Um rapaz aspira ao mesmo tempo água e óleo, por meio de dois canudos de refrigerante, como mostra a figura. Ele consegue equilibrar os líquidos nos canudos com uma altura de 8,0 cm de água e de 10,0 cm de óleo.



Qual a relação entre as massas específicas do óleo e da água?

Resolução:

Água: $p_{ar_{boca}} + \mu_A\, g\, h_A = p_{atm}$ (I)

Óleo: $p_{ar_{boca}} + \mu_O\, g\, h_O = p_{atm}$ (II)

Comparando (I) e (II):

$p_{ar_{boca}} + \mu_A\, g\, h_A = p_{ar_{boca}} + \mu_O\, g\, h_O$

$$\frac{\mu_O}{\mu_A} = \frac{h_A}{h_O} \Rightarrow \frac{\mu_O}{\mu_A} = \frac{8{,}0}{10{,}0} \Rightarrow \boxed{\frac{\mu_O}{\mu_A} = 0{,}80}$$

Resposta: $\dfrac{\mu_O}{\mu_A} = 0{,}80$

31 Considere o experimento descrito a seguir:

Figura 1: Uma garrafa de vidro de altura igual a 40 cm é conectada a uma bomba de vácuo, que suga todo o ar do seu interior. Uma rolha de borracha obtura o gargalo, impedindo a entrada de ar.

Figura 2: A garrafa é emborcada em um recipiente contendo água e a rolha é retirada.

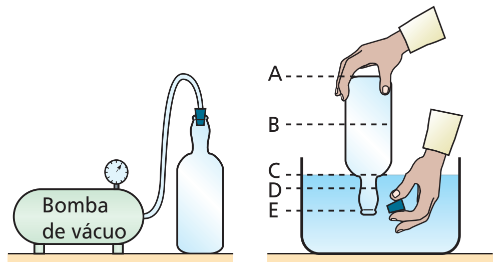


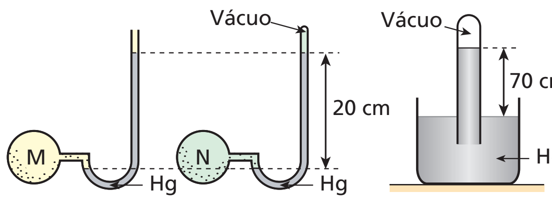
Figura 1 Figura 2

Dados: pressão atmosférica = 1,0 atm; densidade absoluta da água = 1,0 g/cm³; intensidade da aceleração da gravidade = 10 m/s²
Qual o nível da água na garrafa, depois de estabelecido o equilíbrio hidrostático?
a) A b) B c) C d) D e) E

Resolução:
A água invade a garrafa, preenchendo-a completamente, e ainda busca subir mais para produzir uma coluna de altura igual a 10 m, necessária para equilibrar a pressão atmosférica.

Resposta: a

32 Os três aparelhos abaixo estão situados no interior da mesma sala:



Fundamentado nas indicações das figuras, determine as pressões exercidas pelos gases contidos em **M** e **N**.

Resolução:
Observando-se o barlometro de Torricelli, conclui-se que:
$p_0 = 70$ cmHg
Gás M: $p_M = p_{Hg} + p_0$
$p_M = 20 + 70$ (cmHg)

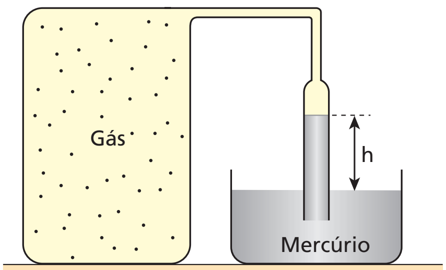
$\boxed{p_m = 90 \text{ cmHg}}$

Gás N: $p_N = p_{Hg}$

$\boxed{p_N = 20 \text{ cmHg}}$

Respostas: Gás **M**: 90 cm H; Gás **N**: 20 cm H

33 O sistema da figura encontra-se em equilíbrio sob a ação da gravidade, cuja intensidade vale 10 m/s²:



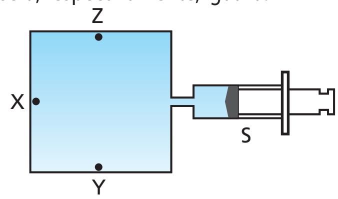
Dados: pressão atmosférica $p_0 = 1{,}0$ atm; massa específica do mercúrio $\mu = 13{,}6$ g/cm³; h = 50 cm. Considerando 1,0 atm = $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m², calcule, em atm, a pressão do gás contido no reservatório.

Resolução:
$p_{gás} + p_{Hg} = p_0$
$p_{gás} + \mu_{Hg} gh = p_0$
$p_{gás} + 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}50 = 1{,}0 \cdot 10^5$

$\boxed{p_{gás} = 0{,}32 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0{,}32 \text{ atm}}$

Resposta: 0,32 atm

34 (UFSE) Na figura, está representado um recipiente rígido, cheio de água, conectado a uma seringa **S**. **X**, **Y** e **Z** são pontos no interior do recipiente. Se a pressão que o êmbolo da seringa exerce sobre o líquido sofrer um aumento ΔP, a variação de pressão hidrostática nos pontos **X**, **Y** e **Z** será, respectivamente, igual a:



a) ΔP, ΔP e ΔP.
b) ΔP, zero e zero.
c) $\frac{\Delta P}{3}, \frac{\Delta P}{3}$ e $\frac{\Delta P}{3}$.
d) zero, $\frac{\Delta P}{2}$ e $\frac{\Delta P}{2}$.
e) zero, ΔP e zero.

Resolução:
O acréscimo de pressão Δp transmite-se a todos os pontos da água (Teorema de Pascal).

Resposta: a

35 (Fuvest-SP) O organismo humano pode ser submetido, sem consequências danosas, a uma pressão de, no máximo, $4{,}0 \cdot 10^5$ N/m² e a uma taxa de variação de pressão de, no máximo, $1{,}0 \cdot 10^4$ N/m² por segundo. Nessas condições, responda:
a) qual é a máxima profundidade recomendada a um mergulhador?
b) qual é a máxima velocidade de movimentação na vertical recomendada para um mergulhador?

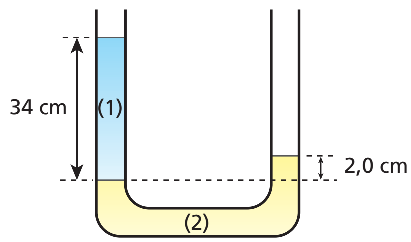
Adote os dados:
- pressão atmosférica: $1{,}0 \cdot 10^5$ N/m²;
- densidade da água: $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³;
- intensidade da aceleração da gravidade: 10 m/s².

Resolução:
a) $p_{máx} = \mu\, g\, h_{máx} + p_0$
$4{,}0 \cdot 10^5 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10\, h_{máx} + 1{,}0 \cdot 10^5$
Donde: $\boxed{h_{máx} = 30 \text{ m}}$

b) $\frac{\Delta p}{\Delta t} = T \Rightarrow \frac{\mu\, g\, \Delta h}{\Delta t} = T$
$\mu\, g\, v = T \Rightarrow 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10\, v = 1{,}0 \cdot 10^4$
Donde: $\boxed{v = 1{,}0 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 30 m; b) 1,0 m/s

36 (UFRJ) Um tubo em **U**, aberto em ambos os ramos, contém dois líquidos não-miscíveis em equilíbrio hidrostático. Observe, como mostra a figura, que a altura da coluna do líquido (1) é de 34 cm e que a diferença de nível entre a superfície livre do líquido (2), no ramo da direita, e a superfície de separação dos líquidos, no ramo da esquerda, é de 2,0 cm.



Considere a densidade do líquido (1) igual a 0,80 g/cm³.
Calcule a densidade do líquido (2).

Resolução:

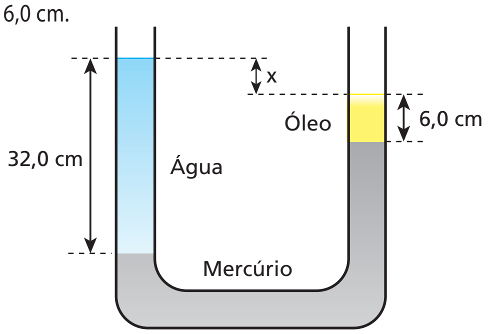
$p_{dir.} = p_{esq.}$

$\mu_2 g h_2 + p_0 = \mu_1 g h_1 + p_0$

$\mu_2\, 2{,}0 = 0{,}80 \cdot 34 \Rightarrow \boxed{\mu_2 = 13{,}6\ g/cm^3}$

Resposta: 13,6 g/cm³

37 Na situação esquematizada fora de escala na figura, um tubo em **U**, longo e aberto nas extremidades, contém mercúrio, de densidade 13,6 g/cm³. Em um dos ramos desse tubo, coloca-se água, de densidade 1,0 g/cm³, até ocupar uma altura de 32,0 cm. No outro ramo, coloca-se óleo, de densidade 0,80 g/cm³, que ocupa uma altura de 6,0 cm.



Qual é o desnível **x** entre as superfícies livres da água e do óleo nos dois ramos do tubo?

Resolução:

(I) $p_{dir.} = p_{esq.}$

$\mu_M g h_M + \mu_0 g h_0 + p_{atm} = \mu_A g h_A + p_{atm}$

$13{,}6\ h_M + 0{,}80 \cdot 6{,}0 = 1{,}0 \cdot 32{,}0$

Donde: $\boxed{h_M = 2{,}0\ cm}$

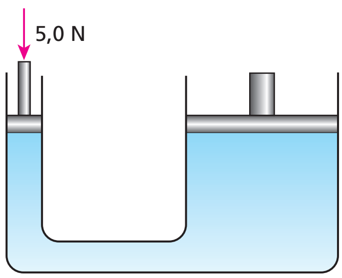
(II) $x = h_A - (h_M + h_0)$

$x = 32{,}0 - (2{,}0 + 6{,}0)$ (cm)

$x = 24{,}0$ cm

Resposta: 24,0 cm

38 (UFPE) Dois tubos cilíndricos interligados, conforme a figura, estão cheios de um líquido incompressível. Cada tubo tem um pistão capaz de ser movido verticalmente e, assim, pressionar o líquido. Se uma força de intensidade 5,0 N é aplicada no pistão do tubo menor, conforme a figura, qual a intensidade da força, em newtons, transmitida ao pistão do tubo maior? Os raios internos dos cilindros são de 5,0 cm (tubo menor) e 20 cm (tubo maior).



Resolução:

Teorema de Pascal:

$\Delta p_{dir.} = \Delta p_{esq.}$

$$\left(\frac{F}{A}\right)_{dir.} = \left(\frac{F}{A}\right)_{esq.}$$

$$\frac{F_{dir.}}{\pi R^2_{dir.}} = \frac{F_{esq.}}{\pi R^2_{esq.}}$$

$$F_{dir.} = \left(\frac{R_{dir.}}{R_{esq.}}\right)^2 F_{esq.}$$

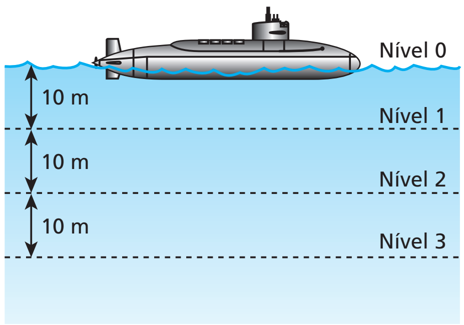
$$F_{dir.} = \left(\frac{20}{5{,}0}\right)^2 5{,}0\ (N)$$

$\boxed{F_{dir.} = 80\ N}$

Resposta: 80 N

39 Um submarino, inicialmente em repouso em um ponto do nível 0 (superfície da água), indicado na figura, inunda seus compartimentos de lastro e afunda verticalmente, passando pelos níveis 1, 2 e 3.

No local, a pressão atmosférica é normal (1,0 atm) e $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.



Sabendo que a densidade absoluta da água, suposta homogênea, é de $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$ e considerando $1{,}0\ atm = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa:

a) calcule o acréscimo de pressão registrado pelos aparelhos do submarino quando ele desce de um dos níveis referidos para o imediatamente inferior;

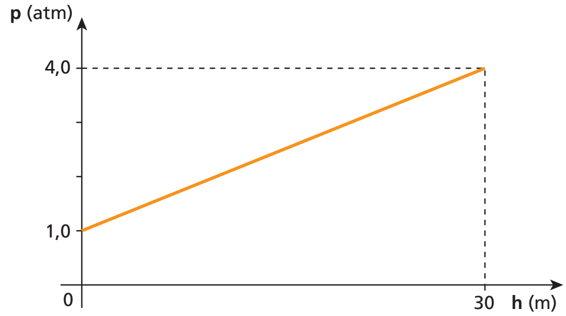
b) trace o gráfico da pressão total (em atm) em função da profundidade quando o submarino desce do nível 0 ao nível 3.

Resolução:

a) $\Delta p = \mu\, g\, \Delta h \Rightarrow \Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10$ (Pa)

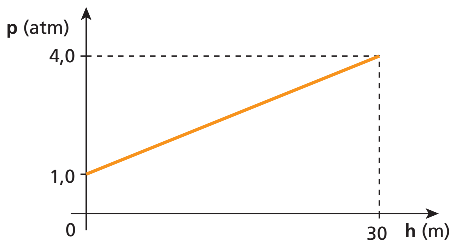
$\boxed{\Delta p = 1{,}0 \cdot 10^5\ Pa = 1{,}0\ atm}$

b)

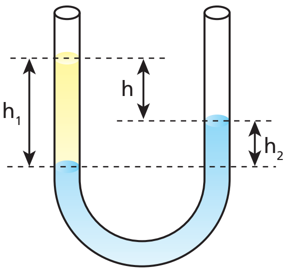


Respostas: a) 1,0 atm ou $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa

b)



40 (Mack-SP) No tubo em **U** da figura, de extremidades abertas, encontram-se dois líquidos imiscíveis, de densidades iguais a 0,80 g/cm³ e 1,0 g/cm³. O desnível entre as superfícies livres dos líquidos é h = 2,0 cm.



As alturas h_1 e h_2 são, respectivamente:

a) 4,0 cm e 2,0 cm.
b) 8,0 cm e 4,0 cm.
c) 10 cm e 8,0 cm.
d) 12 cm e 10 cm.
e) 8,0 cm e 10 cm.

Resolução:

$p_{esq.} = p_{dir.}$

$\mu_1 g h_1 + p_{atm} = \mu_2 g h_2 + p_{atm} \Rightarrow 0{,}80\, h_1 = 1{,}0\, h_2$ (I)

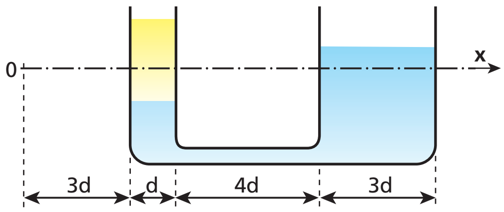
$h_1 - h_2 = 2{,}0$ (II)

(I) em (II): $h_1 - 0{,}80\, h_1 = 2{,}0 \Rightarrow \boxed{h_1 = 10 \text{ cm}}$

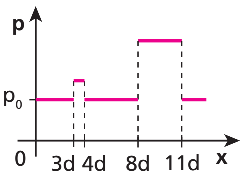
e $\boxed{h_2 = 8{,}0 \text{ cm}}$

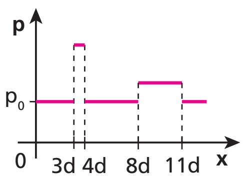
Resposta: c

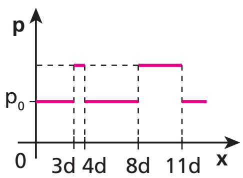
41 No esquema abaixo, representa-se um tubo em **U**, aberto nas extremidades, contendo dois líquidos imiscíveis em equilíbrio fluidostático sob a ação da gravidade:

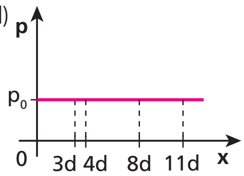


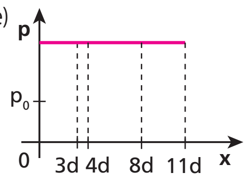
Considere o eixo 0x indicado, que atravessa o sistema. Sendo p_0 a pressão atmosférica, qual dos gráficos a seguir representa qualitativamente a variação da pressão absoluta em função da posição **x**?

a)


b)


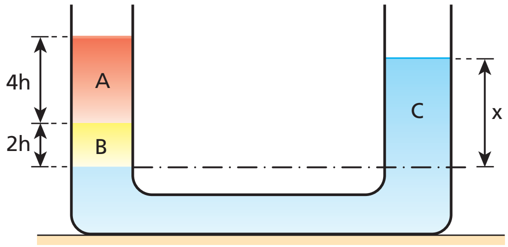
c)


d)


e)


Resposta: b

42 Na figura, representa-se o equilíbrio de três líquidos não-miscíveis **A**, **B** e **C**, confinados em um sistema de vasos comunicantes:



Os líquidos **A**, **B** e **C** têm densidades μ_A, μ_B e μ_C, que obedecem à relação:

$$\frac{\mu_A}{1} = \frac{\mu_B}{2} = \frac{\mu_C}{3}$$

Supondo o valor de **h** conhecido, responda: qual é o valor do comprimento **x** indicado?

Resolução:

$p_{dir.} = p_{esq.}$

$\mu_C g x + p_0 = \mu_B g\, 2h + \mu_A g\, 4h + p_0$

$\mu_C x = \mu_B 2h + \mu_A 4h$

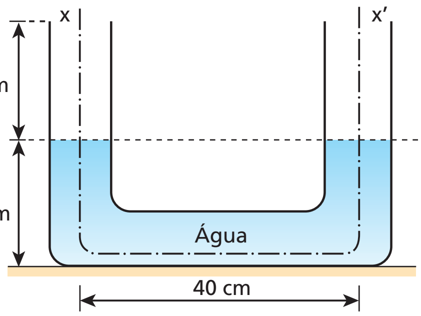
Fazendo-se: $\mu_B = 2\mu_A$ e $\mu_C = 3\mu_A$, vem:

$3\mu_A x = 2\mu_A 2h + \mu_A 4h$

$3x = 4h + 4h \Rightarrow \boxed{x = \frac{8}{3} h}$

Resposta: $\frac{8}{3}$ h

43 Na figura seguinte, é representado um tubo em **U**, cuja seção transversal tem área constante de 4,0 cm². O tubo contém, inicialmente, água (μ_a = 1,0 g/cm³) em equilíbrio.

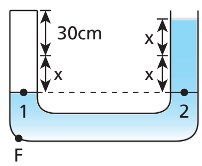


Supõe-se que a pressão atmosférica local seja de 1,00 · 10⁵ Pa e que g = 10 m/s².

a) Determine o máximo volume de óleo (μ_0 = 0,80 g/cm³) que poderá ser colocado no ramo esquerdo do tubo.
b) Trace o gráfico da pressão absoluta em função da posição ao longo da linha xx', supondo que no ramo esquerdo do tubo foi colocado o máximo volume de óleo, calculado no item **a**.

Resolução:

a)



(I) $p_1 = p_2$

$\mu_0\, g (30 + x) + p_0 = \mu_a\, g\, 2x + p_0$

$0{,}80\, (30 + x) = 1{,}0 \cdot 2x$

Donde: $\boxed{x = 20 \text{ cm}}$

(II) $V_{máx} = 4{,}0\, (30 + x) = 4{,}0 \quad (30 + 20)\ (\text{cm}^3)$

$\boxed{V_{máx} = 2{,}0 \cdot 10^2 \text{ cm}^3}$

b) $p_1 = \mu_0\, g\, h_0 + p_0$

$p_1 = 0{,}80 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}50 + 1{,}00 \cdot 10^5 \quad (\text{Pa})$

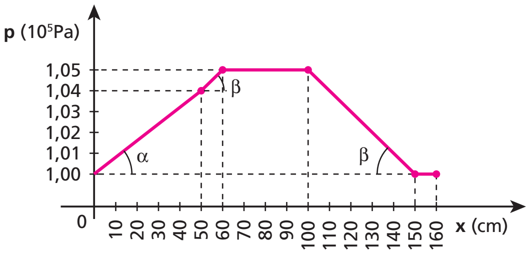
$\boxed{p_1 = 1{,}04 \cdot 10^5 \ (\text{Pa})}$

$p_F = \mu_a\, g\, h_a + p_1$

$p_F = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}10 + 1{,}04 \cdot 10^5 \quad (\text{Pa})$

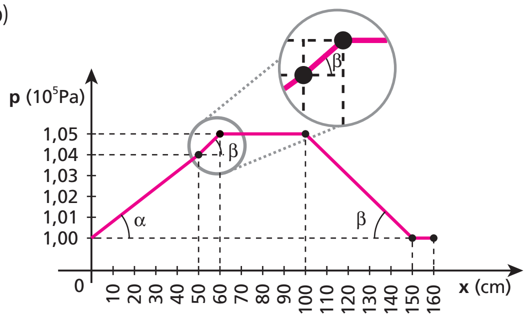
$\boxed{p_f = 1{,}05 \cdot 10^5 \ (\text{Pa})}$

Gráfico:

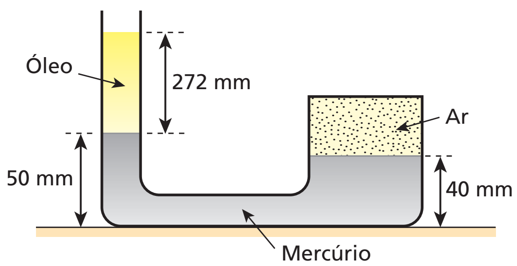


Respostas: a) $2{,}0 \cdot 10^2$ cm³;

b)



44 Um tubo cilíndrico contendo óleo (0,80 g/cm³) e mercúrio (13,6 g/cm³) é ligado a um reservatório que contém ar e mercúrio, conforme a figura abaixo:



Sendo de 760 mm Hg a pressão atmosférica local, qual é, em mm Hg, a pressão do ar dentro do reservatório?

Resolução:

(I) Inicialmente, devemos calcular a altura da coluna de mercúrio capaz de exercer a mesma pressão que uma coluna de óleo de altura igual a 272 mm.

$p_{Hg} = p_{óleo} \Rightarrow 13{,}6 \quad g \quad h_{Hg} = 0{,}80 \quad g \quad 272$

$\boxed{h_{Hg} = 16 \text{ mm}}$

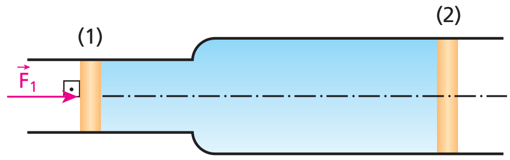
(II) $p_{ar} = p'_{Hg} + p_0$

$p_{ar} = (16 + 10) + 760 \ (\text{mm Hg})$

$\boxed{p_{ar} = 786 \text{ mm Hg}}$

Resposta: 786 mm Hg

45 E.R. Na figura seguinte, está representado um recipiente constituído pela junção de dois tubos cilíndricos co-axiais e de eixos horizontais. O recipiente contém um líquido incompressível aprisionado pelos êmbolos 1 e 2, de áreas respectivamente iguais a 0,50 m² e 2,0 m².



Empurrando-se o êmbolo 1 para a direita com a força $\vec{F}_1$ de intensidade 100 kgf, obtém-se, nesse êmbolo, um deslocamento de 80 cm. Desprezando os atritos, determine:

a) a intensidade da força horizontal $\vec{F}_2$ com que o líquido empurra o êmbolo 2;

b) o deslocamento do êmbolo 2.

Resolução:

a) Seja Δp o acréscimo de pressão que os pontos do líquido, vizinhos do êmbolo 1, recebem devido à aplicação de $\vec{F}_1$. Temos:

$$\Delta p = \frac{F_1}{A_1} \qquad \text{(I)}$$

Conforme o **Teorema de Pascal**, esse acréscimo de pressão transmite-se a todos os demais pontos do líquido, manifestando-se no êmbolo 2 por uma força $\vec{F}_2$, perpendicular ao êmbolo:

$$\Delta p = \frac{F_2}{A_2} \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), vem: $\dfrac{F_2}{A_2} = \dfrac{F_1}{A_1} \Rightarrow F_2 = \dfrac{A_2}{A_1} F_1$

Sendo $A_2 = 2{,}0$ m², $A_1 = 0{,}50$ m² e $F_1 = 100$ kgf, calculamos F_2:

$$F_2 = \frac{2{,}0}{0{,}50} \cdot 100 \ (\text{kgf}) \Rightarrow \boxed{F_2 = 400 \text{ kgf}}$$

b) Ao se deslocar, o êmbolo 1 expulsa do tubo de menor diâmetro um volume de líquido ΔV, dado por:

$$\Delta V = A_1 L_1 \qquad \text{(III)}$$

Como o líquido é incompressível, esse volume ΔV é integralmente transferido para o tubo de maior diâmetro, provocando no êmbolo 2 um deslocamento L_2. Temos, então, que:

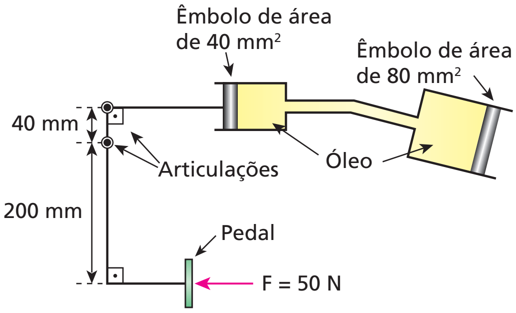
$$\Delta V = A_2 L_2 \qquad \text{(IV)}$$

De (III) e (IV), vem: $A_2 L_2 = A_1 L_1 \Rightarrow L_2 = \dfrac{A_1}{A_2} L_1$

Lembrando que $L_1 = 80$ cm, vem:

$$L_2 = \frac{0{,}50}{2{,}0} \cdot 80 \ (\text{cm}) \Rightarrow \boxed{L_2 = 20 \text{ cm}}$$

46 (Mack-SP) O diagrama abaixo mostra o princípio do sistema hidráulico do freio de um automóvel. Quando uma força de 50 N é exercida no pedal, a força aplicada pelo êmbolo de área igual a 80 mm² é de:



a) 100 N. b) 250 N. c) 350 N. d) 400 N. e) 500 N.

Resolução:

(I) Cálculo da intensidade da força transmitida ao êmbolo da área de 40 mm².

$F_1\ 40 = 50 \cdot 200 \Rightarrow \boxed{F_1 = 250\ \text{N}}$

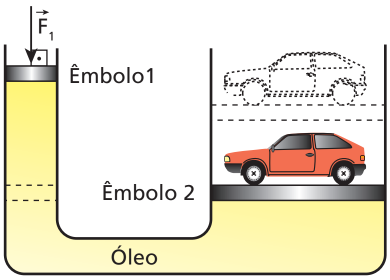
(II) Cálculo da intensidade da força transmitida ao êmbolo da área 80 mm².

$\dfrac{F_2}{80} = \dfrac{250}{40} \Rightarrow \boxed{F_2 = 500\ \text{N}}$

Resposta: e

47 Por meio do dispositivo da figura, pretende-se elevar um carro de massa $1{,}0 \cdot 10^3$ kg a uma altura de 3,0 m em relação à sua posição inicial. Para isso, aplica-se sobre o êmbolo 1 a força $\vec{F}_1$ indicada e o carro sobe muito lentamente, em movimento uniforme.

As áreas dos êmbolos 1 e 2 valem, respectivamente, 1,0 m² e 10 m². No local, g = 10 m/s². Desprezando a ação da gravidade sobre os êmbolos e sobre o óleo e também os atritos e a compressibilidade do óleo, determine:



a) a intensidade de $\vec{F}_1$;
b) o trabalho da força que o dispositivo aplica no carro, bem como o trabalho de $\vec{F}_1$.

Resolução:

a) $\dfrac{F_1}{A_1} = \dfrac{m\ g}{A_2} \Rightarrow \dfrac{F_1}{1{,}0} = \dfrac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10}{10}$

$\boxed{F_1 = 1{,}0 \cdot 10^3\ \text{N}}$

b) $\tau_2 = m\ g\ h_2 \Rightarrow \tau_2 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}0\ \text{(J)}$

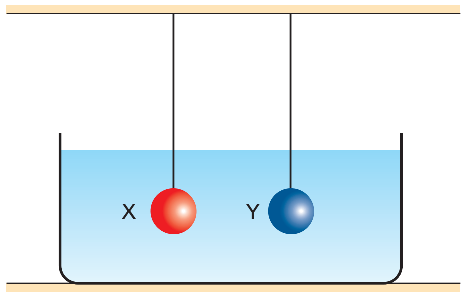
$\boxed{\tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}}$

$\tau_1 = \tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4\ \text{J}$

$\boxed{\tau_1 = \tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4\ \text{J (conservação do trabalho)}}$

Respostas: a) $1{,}0 \cdot 10^3$ N; b) $\tau_1 = \tau_2 = 3{,}0 \cdot 10^4$ J

48 As esferas, **X** e **Y**, da figura têm volumes iguais e são constituídas do mesmo material. **X** é oca e **Y**, maciça, estando ambas em repouso no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, presas a fios ideais.



Nessas condições, é correto afirmar que as esferas:
a) têm massas iguais;
b) possuem pesos de mesma intensidade;
c) apresentam a mesma densidade;
d) são sustentadas por fios igualmente tracionados;
e) estão submetidas a empuxos iguais.

Resolução:

a) $m_x < m_y$

b) $P_x < P_y$

c) $d_x = \dfrac{m_x}{V}$; $d_y = \dfrac{m_y}{V}$

$m_x < m_y \Rightarrow d_x < d_y$

d) $T_x + E_x = P_x \Rightarrow T_x = P_x - E_x$

$T_y + E_y = P_y \Rightarrow T_y = P_y - E_y$

Sendo $P_x < P_y$ e $E_x = E_y$,

Conclui-se que:

$\boxed{T_x < T_y}$

Resposta: e

49 (UFPA) Quando um peixe morre em um aquário, verifica-se que, imediatamente após a morte, ele permanece no fundo e, após algumas horas, com a decomposição, são produzidos gases dentro de seu corpo e o peixe vem à tona (flutua). A explicação correta para esse fato é que, com a produção de gases:
a) o peso do corpo diminui, diminuindo o empuxo.
b) o volume do corpo aumenta, aumentando o empuxo.
c) o volume do corpo aumenta, diminuindo o empuxo.
d) a densidade do corpo aumenta, aumentando o empuxo.
e) a densidade do corpo aumenta, diminuindo o empuxo.

Resolução:

$E = \mu_{Fl}\ V\ g$

V aumenta e faz.

E também aumentar. Por isso, o peixe sobe.

Resposta: b

50 (UFV-MG) Consegue-se boiar na água salgada do Mar Morto com maior facilidade que em uma piscina de água doce. Isso ocorre porque:

a) os íons Na^+, presentes em elevada concentração na água do Mar Morto, tendem a repelir os íons positivos encontrados na pele do banhista, levando-o a flutuar facilmente.
b) a densidade da água do Mar Morto é maior que a da água doce, o que resulta em um maior empuxo sobre o corpo do banhista.
c) a elevada temperatura da região produz um aumento do volume do corpo do banhista, fazendo com que sua densidade seja inferior à da água desse mar.
d) o Mar Morto se encontra à altitude de 390 m abaixo do nível dos oceanos e, consequentemente, o peso do banhista será menor e este flutuará com maior facilidade.
e) a alta taxa de evaporação no Mar Morto produz um colchão de ar que mantém o corpo do banhista flutuando sobre a água.

Resposta: b

51 E.R. Um balão indeformável de massa 2,0 kg apresenta, num local em que $g = 10\ m/s^2$, peso específico de $25\ N/m^3$. Supondo que o balão esteja totalmente imerso na água ($\mu_a = 1{,}0\ g/cm^3$), determine:

a) o volume de água deslocado;
b) o módulo do empuxo que o balão recebe da água.

Resolução:

a) Chamando de **ρ** o peso específico do balão, temos:

$$\rho = \frac{|\vec{P}|}{V} \Rightarrow \rho = \frac{m\,g}{V}$$

Sendo $\rho = 25\ N/m^3$, $m = 2{,}0$ kg e $g = 10\ m/s^2$, calculemos o volume **V** do balão.

$$25 = \frac{2{,}0 \cdot 10}{V} \Rightarrow V = \frac{20}{25}\ (m^3)$$

$$\boxed{V = 0{,}80\ m^3}$$

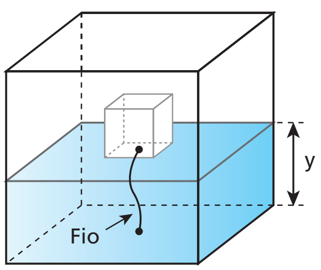
b) O empuxo recebido pelo balão tem intensidade **E**, dada por:

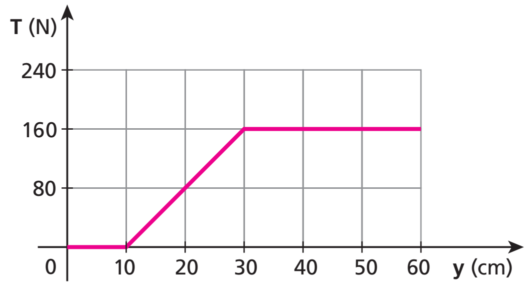
$$E = \mu_a\, V\, g$$

Sendo $\mu_a = 1{,}0\ g/cm^3 = 1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$, vem:

$$E = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}80 \cdot 10\ (N) \Rightarrow \boxed{E = 8{,}0 \cdot 10^3\ N}$$

52 (UFPE – mod.) Um cubo de isopor, de massa desprezível, é preso por um fio no fundo de um recipiente que está sendo preenchido com um fluido. O gráfico abaixo representa como a intensidade da força de tração no fio varia em função da altura **y** do fluido no recipiente.





Adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o comprimento **L** do fio e a aresta **A** do cubo, em cm;
b) a densidade do fluido em g/cm^3.

Resolução:

a) O cubo começa a ser envolvido pelo fluido quando y = 10 cm. Logo:

$$\boxed{L = 10\ cm}$$

O crescimento da intensidade da força de tração no fio indica que o bloco está sendo envolvido pelo fluido que sobe pelas suas paredes laterais.
Por isso:

$$A = \Delta y \Rightarrow A = (30 - 10)\ cm$$

$$\boxed{A = 20\ cm}$$

b) **Cubo totalmente imerso:**

$$E = T$$

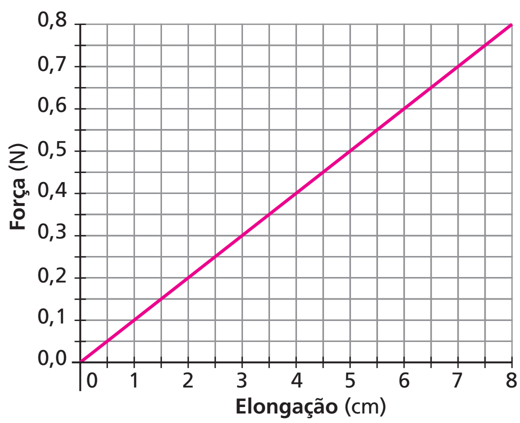
$$\mu_{fluido}\, V\, g = T \Rightarrow \mu_{fluido}\, A^3\, g = T$$

$$\mu_{fluido}\ (0{,}20)^3\ 10 = 160$$

$$\boxed{\mu_{fluido} = 2{,}0\ 10^3\ kg/m^3 = 2{,}0\ g/cm^3}$$

Respostas: a) 10 cm, 20 cm; b) $2{,}0\ 10^3\ kg/m^3 = 2{,}0\ g/cm^3$

53 (Unesp-SP) Um bloco de certo material, quando suspenso no ar por uma mola de massa desprezível, provoca uma elongação de 7,5 cm na mola. Quando o bloco está totalmente imerso em um líquido desconhecido, desloca $5{,}0 \cdot 10^{-5}\ m^3$ de líquido e a elongação da mola passa a ser 3,5 cm. A força exercida pela mola em função da elongação está dada no gráfico da figura:



Despreze o empuxo do ar e considere $g = 10\ m/s^2$.
Nessas condições, determine:

a) a intensidade do empuxo que o líquido exerce no bloco;
b) a massa específica (densidade) do líquido em kg/m^3.

Resolução:

a) (I) **Lei de Hooke:** $F = K \Delta x$

Do gráfico: $F = 0{,}8$ N $\Rightarrow$ $\Delta x = 0{,}08$ m

$0{,}8 = K\,0{,}08 \Rightarrow \boxed{K = 10 \text{ N/m}}$

(II) **Bloco suspenso no ar:**

$P = F_1 \Rightarrow P = K \Delta x_1$

$P = 10 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ N

$\boxed{P = 0{,}75 \text{ N}}$

(III) **Bloco suspenso no líquido:**

$E + F_2 = P \Rightarrow E + K \Delta x_2 = P$

$E + 10 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}75$

$\boxed{E = 0{,}40 \text{ N}}$

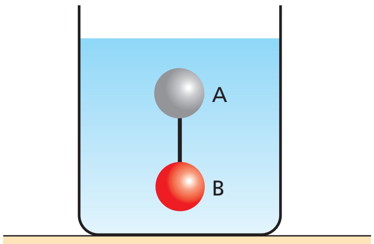
b) $E = \mu_{fluido} V g$

$0{,}40 = \mu_{fluido} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-5} \cdot 10$

$\boxed{\mu_{fluido} = 8{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^3}$

Respostas: a) 0,40 N; b) $8{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³

54 (Unip-SP) Para medirmos a densidade do álcool, utilizado como combustível nos automóveis, usamos duas pequenas esferas, **A** e **B**, de mesmo raio, unidas por um fio de massa desprezível. As esferas estão em equilíbrio, totalmente imersas, como mostra a figura, e o álcool é considerado homogêneo.



Sendo a densidade de **A** igual a 0,50 g/cm³ e a densidade de **B** igual a 1,0 g/cm³, podemos concluir que:

a) não há dados suficientes para obtermos a densidade do álcool.
b) a densidade do álcool vale 1,5 g/cm³.
c) a densidade do álcool vale 0,50 g/cm³.
d) a densidade do álcool vale 0,75 g/cm³.
e) a densidade do álcool vale 1,0 g/cm³.

Resolução:

Condição de equilíbrio:

$E_A + E_B = P_A + P_B$

$2\mu_{álcool} V g = m_A g + m_B g$

$2\mu_{álcool} V = \mu_A V + \mu_B V$

$$\mu_{álcool} = \frac{\mu_A + \mu_B}{2}$$

$$\mu_{álcool} = \frac{0{,}50 + 1{,}0}{2} \text{ (g/cm3)}$$

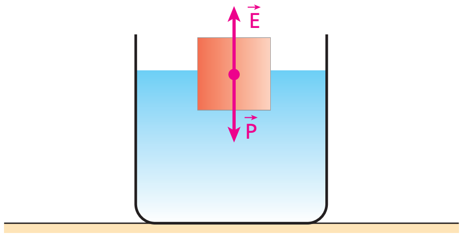
$\boxed{\mu_{álcool} = 0{,}75 \text{ g/cm}^3}$

Resposta: d

55 E.R. Um bloco de madeira flutua inicialmente na água com metade do seu volume imerso. Colocado a flutuar no óleo, o bloco apresenta $\frac{1}{4}$ do seu volume emerso. Determine a relação entre as massas específicas da água (μ_a) e do óleo (μ_0).

Resolução:

Analisemos, inicialmente, o equilíbrio do bloco parcialmente imerso em um fluido de massa específica μ_f:



Para que se verifique o equilíbrio, o empuxo recebido pelo volume imerso do bloco ($\vec{E}$) deve equilibrar a força da gravidade ($\vec{P}$):

$$\vec{E} + \vec{P} = \vec{O}$$

Ou, em módulo:

$$E = P.$$

Lembrando que $E = \mu_f V_i g$, vem:

$$\mu_f V_i g = P$$

Para a flutuação na água, temos:

$$\mu_a \frac{1}{2} V g = P \quad \text{(I)}$$

Para a flutuação no óleo, temos:

$$\mu_0 \frac{3}{4} V g = P \quad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), vem:

$$\mu_a \frac{1}{2} V g = \mu_0 \frac{3}{4} V g \Rightarrow \mu_a = \frac{3}{2} \mu_0$$

Donde:

$$\boxed{\frac{\mu_a}{\mu_0} = \frac{3}{2}}$$

56 Um bloco de gelo (densidade de 0,90 g/cm³) flutua na água (densidade de 1,0 g/cm³). Que porcentagem do volume total do bloco permanece imersa?

Resolução:

$E = P \Rightarrow \mu_a v_i g = m_g g$

$$\mu_a v_i = \mu_g v_g \Rightarrow \frac{v_i}{v_g} = \frac{\mu_g}{\mu_a}$$

$$\frac{v_i}{v_g} = \frac{0{,}90}{1{,}0} \Rightarrow v_i = 0{,}90\, v_g$$

$\boxed{v_i = 0{,}90\%\, v_g}$

Resposta: 90 %

57 (Unesp-SP) Um bloco de madeira de massa 0,63 kg é abandonado cuidadosamente sobre um líquido desconhecido, que se encontra em repouso dentro de um recipiente. Verifica-se que o bloco desloca 500 cm^3 do líquido, até que passa a flutuar em repouso.

a) Considerando $g = 10{,}0\ m/s^2$, determine a intensidade (módulo) do empuxo exercido pelo líquido no bloco.

b) Qual é o líquido que se encontra no recipiente? Para responder, consulte a tabela seguinte, após efetuar seus cálculos.

Líquido	Massa específica a temperatura ambiente (g/cm^3)
Álcool etílico	0,79
Benzeno	0,88
Óleo mineral	0,92
Água	1,00
Leite	1,03
Glicerina	1,26

Resolução:

a) Na situação de equilíbrio:

$E = P \Rightarrow E = m\,g$

$E = 0{,}63 \cdot 10{,}0\ (N)$

$\boxed{E = 6{,}3\ N}$

b) $E = \mu_{Fl}\, V_i\, g$

$6{,}3 = \mu_{Fl} \cdot 500 \cdot 10^{-6} \cdot 10$

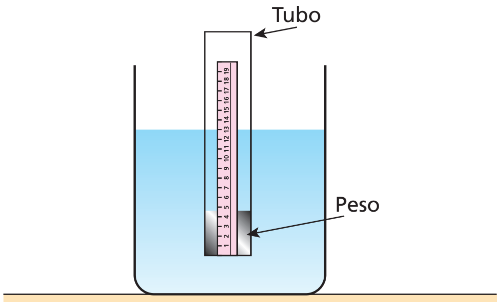
Donde:

$\mu_{Fl} = 1{,}26 \cdot 10^3\ kg/m^3 = 1{,}26\ g/cm^3$

O líquido é a **Glicerina**

Respostas: a) 6,3 N; b) Glicerina

58 (Unifesp-SP) Um estudante adota um procedimento caseiro para obter a massa específica de um líquido desconhecido. Para isso, utiliza um tubo cilíndrico transparente e oco, de seção circular, que flutua tanto na água quanto no líquido desconhecido. Uma pequena régua e um pequeno peso são colocados no interior desse tubo e ele é fechado. Qualquer que seja o líquido, a função da régua é registrar a porção submersa do tubo, e a do peso, fazer com que o tubo fique parcialmente submerso, em posição estática e vertical, como ilustrado na figura a seguir.



No recipiente com água, a porção submersa da régua é de 10,0 cm e, no recipiente com o líquido desconhecido, a porção submersa da régua é de 8,0 cm. Sabendo que a massa específica da água é 1,0 g/cm^3, o estudante deve afirmar que a massa específica procurada é:

a) 0,08 g/cm^3.
b) 0,12 g/cm^3.
c) 0,8 g/cm^3.
d) 1,0 g/cm^3.
e) 1,25 g/cm^3.

Resolução:

Flutuação: $E = P$

$\mu_{Fl}\, V_i\, g = P \Rightarrow \mu_{Fl}\, A \Delta h\, g = P$

No líquido desconhecido:

$\mu_L\, A\, 8{,}0\, g = P$ (I)

Na água:

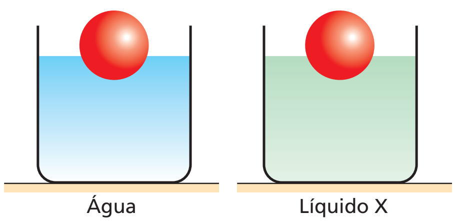
$1{,}0\, A\, 10{,}0\, g = P$ (II)

Logo: $\mu_L\, A\, 8{,}0\, g = 1{,}0\, A\, 10{,}0\, g$

$\boxed{\mu_L = 1{,}25\ g/cm^3}$

Resposta: e

59 (UFC-CE) Um corpo flutua em água com $\frac{7}{8}$ do seu volume emersos. O mesmo corpo flutua em um líquido **X** com $\frac{5}{6}$ do seu volume emersos. Qual a relação entre a massa específica do líquido **X** e a massa específica da água?



Resolução:

Flutuação: $E = P$

$\mu_{Fl}\, V_i\, g = P$

No líquido X:

$\mu_x \frac{1}{6} V g = P$ (1)

Na água:

$\mu_A \frac{1}{8} V g = P$ (2)

Comparando-se (1) e (2), vem:

$\mu_x \frac{1}{6} V g = \mu_A \frac{1}{8} V g$

Donde: $\boxed{\frac{\mu_x}{\mu_A} = \frac{3}{4}}$

Resposta: $\frac{3}{4}$

60 Uma esfera de isopor de volume $2,0 \cdot 10^2\ cm^3$ encontra-se inicialmente em equilíbrio presa a um fio inextensível, totalmente imersa na água (figura 1). Cortando-se o fio, a esfera aflora, passando a flutuar na superfície da água (figura 2).

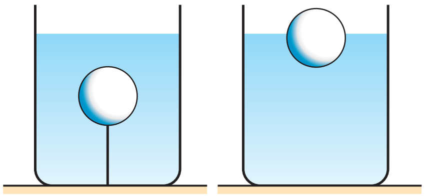


Figura 1 Figura 2

Sabendo que as massas específicas do isopor e da água valem, respectivamente, $0,60\ g/cm^3$ e $1,0\ g/cm^3$ e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule:

a) a intensidade da força de tração no fio na situação da figura 1;
b) a porcentagem do volume da esfera que permanece imersa na situação da figura 2.

Resolução:

a) **Na situação de equilíbrio:**

$T + P = E \Rightarrow T + m\,g = \mu_A\,vg$

$T + \mu_I\,v_g = \mu_A\,vg$

$T = (\mu_A - \mu_I)\,vg$

$T = (1,0 - 0,60)\,10^{-3} \cdot 2,0 \cdot 10^2 \cdot 10\ (N)$

$\boxed{T = 0,80\ N}$

b) **Flutuação:** $E' = P$

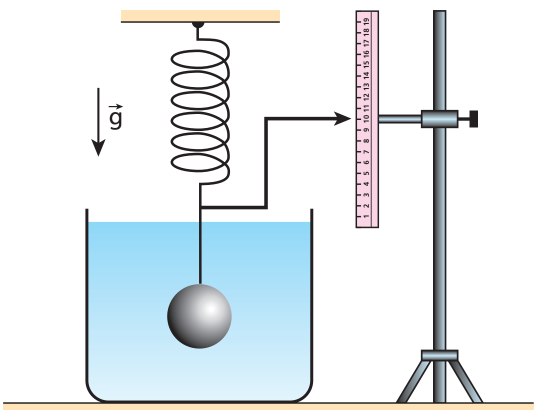
$\mu_A\,v_i\,g = m\,g \Rightarrow \mu_A\,v_i = \mu_i\,v$

$\frac{v_i}{v} = \frac{\mu_i}{\mu_A} = \frac{0,60}{1,0}$

$\boxed{v_i = 0,60\ V = 60\%\ V}$

Respostas: a) 0,80 N; b) 60%

61 Quando a esfera de aço representada na figura é imersa inteiramente na água, observa-se que o ponteiro, rigidamente fixado à mola de constante elástica $K = 1,0 \cdot 10^2\ N/m$, sofre um deslocamento vertical de 1,0 cm.



Adote $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e admita que a densidade absoluta da água vale $1,0\ g/cm^3$.

a) O deslocamento sofrido pelo ponteiro é para cima ou para baixo?
b) Qual o volume da esfera?

Resolução:

a) Com a imersão da esfera na água, a intensidade da força de tração na mola diminui. Com isso, a mola se contrai, fazendo o ponteiro deslocar-se **para cima**.

b) $E = \Delta T \Rightarrow \mu_A\,V\,g = K\,\Delta x$

$1,0 \cdot 10^3\ V\ \ 10 = 1,0 \cdot 10^2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2}$

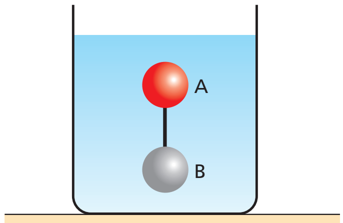
$\boxed{V = 1,0 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 1,0 \cdot 10^2\ cm^3}$

Respostas: a) para cima; b) $1,0 \cdot 10^2\ cm^3$

62 (UFPB) Dois corpos maciços e uniformes, ligados por um fio de massa e volume desprezíveis, estão em equilíbrio totalmente imersos em água, conforme ilustra a figura a seguir. Sabendo que o volume do corpo **A** é $3,0 \cdot 10^{-3}\ m^3$, que sua densidade é $6,0 \cdot 10^2\ kg/m^3$ e que a intensidade do empuxo sobre o corpo **B** vale 8,0 N, determine:

a) a intensidade do empuxo sobre o corpo **A**;
b) a intensidade da força que traciona o fio;
c) a massa do corpo **B**.

Dados: módulo da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$; densidade da água $= 1,0 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

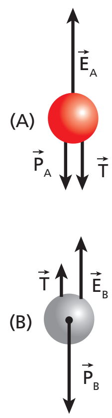


Resolução:

a) $E_A = \mu_A\,V_A\,g$

$E_A = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10\ (N)$

$\boxed{E_A = 30\ N}$



b) Equilíbrio de **A**:

$T + P_A = E_A \Rightarrow T + \mu_A\,V_A\,g = E_A$

$T + 6,0 \cdot 10^2 \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 30$

$\boxed{T = 12\ N}$

c) Equilíbrio de **B**:

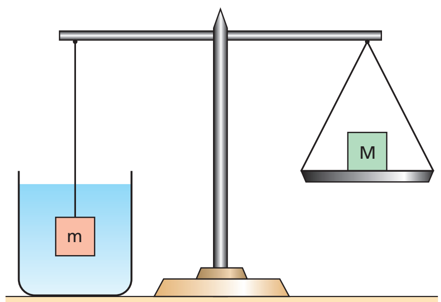
$T + E_B = P_B \Rightarrow T + E_B = m_B\,g$

$12 + 8,0 = m_B\,10$

$\boxed{m_B = 2,0\ kg}$

Respostas: a) 30 N; b) 12 N; c) 2,0 kg

63 (UFPE) Um bloco de massa $m = 5,0 \cdot 10^2\ g$ e volume igual a $30\ cm^3$ é suspenso por uma balança de braços iguais, apoiada em seu centro de gravidade, sendo completamente imerso em um líquido. Sabendo que para equilibrar a balança é necessário colocar uma massa $M = 2,0 \cdot 10^2\ g$ sobre o prato suspenso pelo outro braço, determine:



a) a intensidade do empuxo que o líquido exerce no bloco;
b) a densidade do líquido.
Adote $g = 10\ m/s^2$ e despreze o efeito do ar, bem como o peso do prato da balança.

Resolução:

a) $T_{esq} = T_{dir} \Rightarrow m\,g - E = M\,g$

$E = (m - M)g \Rightarrow E = (5{,}0 - 2{,}0) \cdot 10^{-1} \cdot 10\ (N)$

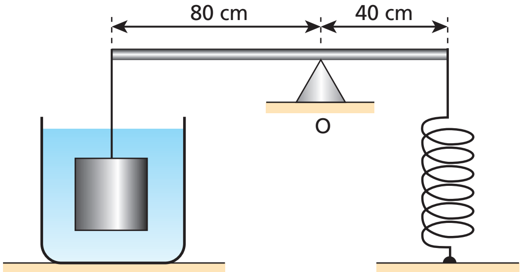
$\boxed{E = 3{,}0\ N}$

b) $E = \mu_{líq}\,V\,g \Rightarrow 3{,}0 = \mu_{líq}\ 30 \cdot 10^{-6} \cdot 10$

$\boxed{\mu_{líq} = 1{,}0 \cdot 10^4\ kg/m^3}$

Respostas: a) 3,0 N; b) $1{,}0 \cdot 10^4\ kg/m^3$

64 Na situação da figura, uma barra rígida e de peso desprezível está em equilíbrio na posição horizontal. Na extremidade esquerda da barra está pendurado um bloco de ferro (densidade de $8{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$), de volume igual a $1{,}0 \cdot 10^{-3}\ m^3$, que está totalmente imerso em água (densidade de $1{,}0 \cdot 10^3\ kg/m^3$). A extremidade direita da barra está presa a uma mola ideal de constante elástica $K = 2{,}8 \cdot 10^3\ N/m$.



Adotando $g = 10\ m/s^2$, calcule:
a) a intensidade do empuxo recebido pelo bloco;
b) a deformação da mola.

Resolução:

a) $E = \mu_{líq}\,V\,g \Rightarrow E = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 10\ (N)$

$\boxed{E = 10\ N}$

b) $F_e\,40 = T\,80 \Rightarrow F_e = 2\,(P - E)$

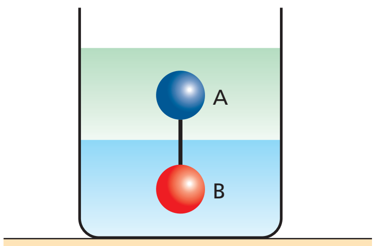
$K\,\Delta x = 2\,(\mu_{Fe}\,V\,g - E)$

$2{,}8 \cdot 10^3\ \Delta x = 2\,(8{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 10)$

$\boxed{\Delta x = 5{,}0 \cdot 10^{-2}\ m = 5{,}0\ cm}$

Respostas: a) 10 N; b) 5,0 cm

65 (Unip-SP) Na figura, as esferas maciças **A** e **B** estão ligadas por um fio ideal e o sistema está em equilíbrio. A esfera **A** está no interior de um líquido homogêneo de densidade **2d** e a esfera **B** está no interior de outro líquido homogêneo de densidade **3d**.



Sabendo que as esferas têm raios iguais e que a esfera **A** tem densidade **d**, podemos concluir que a densidade da esfera **B** vale:

a) d.
b) 2d.
c) 3d.
d) 4d.
e) 5d.

Resolução:

Condição de equilíbrio:

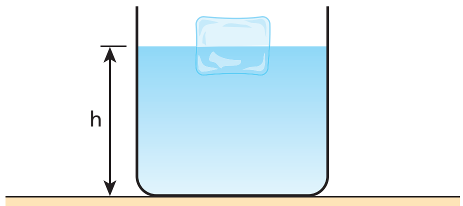
$P_A + P_B = E_A + E_B$

$d\,V\,g + d_B\,V\,g = 2d\,V\,g + 3d\,V\,g$

Donde : $\boxed{d_B = 4d}$

Resposta: d

66 E.R. Um bloco de gelo flutua na água, conforme representa a figura a seguir. O gelo e a água encontram-se em equilíbrio térmico, num local em que a pressão atmosférica é normal. Demonstre que, se o gelo se fundir, o nível da água no recipiente na situação final não se alterará. Admita que na situação final a temperatura do sistema ainda seja de 0 °C.



Resolução:

Para que o gelo permaneça em equilíbrio, flutuando na água, seu peso deve ter módulo igual ao do empuxo recebido pela fração imersa de seu volume. Assim:

$$m_G\ g = \mu_A\,V_i\,g \Rightarrow m_G = \mu_A\,V_i \quad \text{(I)}$$

Para que a água proveniente da fusão do gelo permaneça em equilíbrio, seu peso deve ter módulo igual ao do empuxo recebido. Assim:

$$m_A\ g = \mu_A\,V_A\,g \Rightarrow m_A = \mu_A\,V_A \quad \text{(II)}$$

Considerando, entretanto, a conservação da massa do gelo que se funde, podemos escrever:

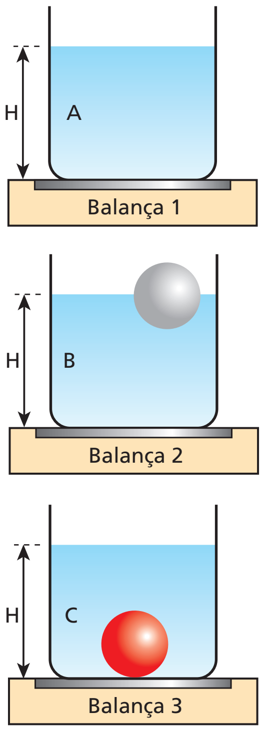
$$m_A = m_G$$

Portanto, de (I) e (II), vem:

$$\mu_A\,V_A = \mu_A\ V_i \Rightarrow \boxed{V_A = V_i}$$

Temos, então, que o volume de água proveniente da fusão do gelo (V_A) é igual ao volume da fração do gelo imersa inicialmente na água (V_i). Assim, se o volume de água deslocado pelo gelo e pela água oriunda de sua fusão é o mesmo, podemos afirmar que o nível da água no recipiente não se alterará.

67 (Unip-SP) Considere três recipientes idênticos, contendo um mesmo líquido homogêneo, até a mesma altura **H**, colocados em cima de balanças idênticas em um plano horizontal. O recipiente **A** só contém líquido. O recipiente **B**, além do líquido, contém uma esfera homogênea que está em equilíbrio flutuando em sua superfície. O recipiente **C**, além do líquido, contém uma esfera homogênea que, por ser mais densa que o líquido, afundou e está comprimindo o fundo do recipiente.



As balanças 1, 2 e 3, calibradas em newtons, indicam, respectivamente, F_1, F_2 e F_3. Podemos afirmar que:

a) $F_1 = F_2 = F_3$.
c) $F_3 < F_2 < F_1$.
e) $F_1 = F_2 < F_3$.
b) $F_3 > F_2 > F_1$.
d) $F_1 = F_2 > F_3$.

Resposta: e

68 (Unesp-SP) Um bloco de madeira, de volume **V**, é fixado a outro bloco, construído com madeira idêntica, de volume 5V, como representa a figura 1.

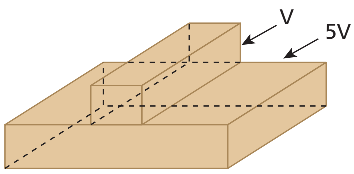


Figura 1

Em seguida, o conjunto é posto para flutuar na água, de modo que o bloco menor fique em cima do maior. Verifica-se, então, que $\frac{3}{5}$ do volume do bloco maior ficam imersos e que o nível da água sobe até a altura **h**, como mostra a figura 2.

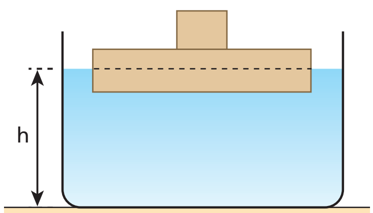


Figura 2

Se o conjunto for virado, de modo a flutuar com o bloco menor embaixo do maior:

a) a altura **h** diminuirá e $\frac{1}{5}$ do volume do bloco maior permanecerá imerso.
b) a altura **h** permanecerá a mesma e $\frac{2}{5}$ do volume do bloco maior permanecerão imersos.
c) a altura **h** aumentará e $\frac{3}{5}$ do volume do bloco maior permanecerão imersos.
d) a altura **h** permanecerá a mesma e $\frac{4}{5}$ do volume do bloco maior permanecerão imersos.
e) a altura **h** aumentará e $\frac{5}{5}$ do volume do bloco maior permanecerão imersos.

Resolução:

Situação I: $E_I = P$
Situação II: $E_{II} = P$

$\left.\begin{matrix} \\ \end{matrix}\right\} E_{II} = E_I$

$\mu_a (V + f\,5\,V)\,g = \mu_a \frac{3}{5} 5\,V\,g$

$\boxed{f = \frac{2}{5}}$ (**f** é a fração imersa do volume do bloco maior)

Resposta: b

69 (Mack-SP) Um cubo de madeira (densidade = 0,80 g/cm³) de aresta 20 cm flutua em água (massa específica = 1,0 g/cm³) com a face superior paralela à superfície livre da água. Adotando g = 10 m/s², a diferença entre a pressão na face inferior e a pressão na face superior do cubo é:

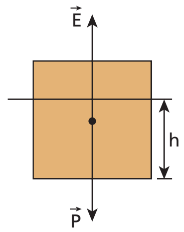
a) $1{,}2 \cdot 10^3$ Pa.
b) $1{,}6 \cdot 10^3$ Pa.
c) $2{,}4 \cdot 10^3$ Pa.
d) $3{,}0 \cdot 10^3$ Pa.
e) $4{,}0 \cdot 10^3$ Pa.

Resolução:

(I) $E = P \Rightarrow \mu_A V_i g = \mu_C V g$

$1{,}0 a^2 h = 0{,}80 a^2\, 20$

$\boxed{h = 16\text{ cm} = 0{,}16\text{ m}}$



(II) $\Delta p = \mu_A\, g\, h \Rightarrow \Delta p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}16$ (Pa)

$\boxed{\Delta p = 1{,}6 \cdot 10^3\text{ Pa}}$

Resposta: b

70 (UFPI) Um cubo de madeira, de aresta a = 20 cm, flutua, parcialmente imerso em água, com $\frac{2}{5}$ de cada aresta vertical fora d'água (a densidade da água é $\rho_A = 1{,}0$ g/cm³), conforme a figura **a**. Um fio é então amarrado, prendendo a base do cubo ao fundo do recipiente, como na figura **b**. Se o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s², a intensidade da força tensora no fio é:

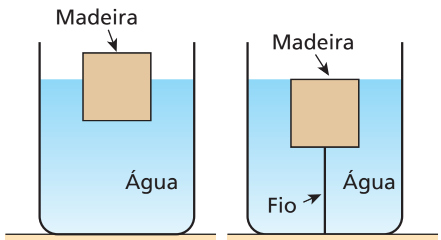


Figura a Figura b

a) 64 N.
b) 48 N.
c) 32 N.
d) 16 N.
e) 8,0 N.

Resolução:

(I) $P = E_1 \Rightarrow P = \rho_A V_i g$

$P = 1{,}0 \cdot 10^3 \frac{3}{5} (0{,}20)^3\ 10\ (N) \Rightarrow \boxed{P = 48\ N}$

(II) $T + P = E_2 \Rightarrow T + 48 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (0{,}20)^3 \cdot 10$

$\boxed{T = 32\ N}$

Resposta: c

71 (UFF-RJ) Recentemente, alguns cubanos tentaram entrar ilegalmente nos Estados Unidos. Usaram um caminhão Chevrolet 1951 amarrando-o em vários tambores de óleo vazios, utilizados como flutuadores. A guarda costeira norte-americana interceptou o caminhão próximo ao litoral da Flórida e todos os ocupantes foram mandados de volta para Cuba.


Reprodução

Dados:

- massa do caminhão $M_C = 1\,560$ kg;
- massa total dos tambores $m_T = 120$ kg;
- volume total dos tambores $V_T = 2\,400$ litros;
- massa de cada um dos cubanos m = 70 kg;
- densidade da água $\rho = 1{,}0$ g/cm³ = 1,0 kg/litro.

Supondo-se que apenas os tambores são responsáveis pela flutuação de todo o sistema, é correto afirmar que o número máximo de passageiros que o "caminhão-balsa" poderia transportar é igual a:

a) 8. b) 9. c) 10. d) 11. e) 12.

Resolução:

Flutuação: $P = E$

$(M_C + m_T + N\,m)g = \rho_A V_T g$

$1\,560 + 120 + N\,70 = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 2400 \cdot 10^{-3}$

$N \simeq 10{,}3$ pessoas

Para o "caminhão-balsa" não afundar:

$\boxed{N_{máx} = 10 \text{ pessoas}}$

Resposta: c

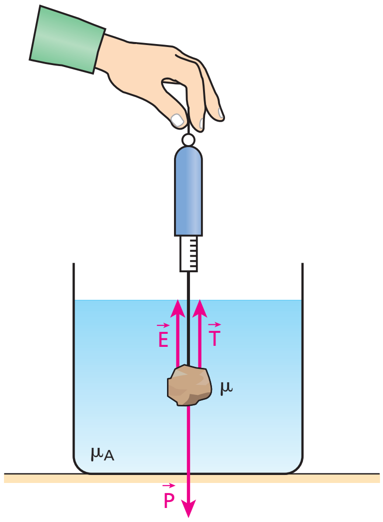
72 E.R. Um estudante, utilizando uma balança de mola tipo dinamômetro, faz no ar e na água a pesagem de um corpo maciço, constituído de um metal de massa específica **μ**.

Sendo **P** a medida obtida no ar e μ_A a massa específica da água, determine a medida obtida na água.

Resolução:

O peso aparente P_{ap} registrado pela balança corresponde à intensidade da força de tração exercida em suas extremidades.

Com o corpo totalmente imerso na água, temos o esquema de forças da figura a seguir:



$\vec{T}$ = força de tração (peso aparente registrado pela balança);
$\vec{E}$ = empuxo;
$\vec{P}$ = peso.

Na situação de equilíbrio:

$\vec{T} + \vec{E} + \vec{P} = \vec{0}$

Em módulo:

$$T + E = P$$

$$T = P - E \Rightarrow P_{ap} = P - \mu_A V g \quad (I)$$

Sendo $\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\mu}$ (II)

Substituindo (II) em (I), vem:

$$P_{ap} = P - \mu_A \frac{m}{\mu} g \Rightarrow P_{ap} = P - \frac{\mu_A}{\mu} P$$

$$\boxed{P_{ap} = P\left(1 - \frac{\mu_A}{\mu}\right)}$$

73 Um objeto maciço, de massa específica igual a 8,0 g/cm³, está totalmente mergulhado em certo líquido e apresenta, nessas condições, um peso aparente igual a $\frac{3}{4}$ do seu peso no ar. Desprezando o empuxo do ar, calcule a massa específica do líquido em g/cm³.

Resolução:

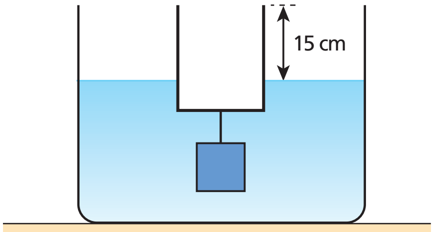
$P_{ap} = P\left(1 - \frac{\mu_L}{\mu}\right)$ (Ver ER 72)

$\frac{3}{4} P = P\left(1 - \frac{\mu_L}{8{,}0}\right) \Rightarrow \frac{\mu_L}{8{,}0} = \frac{1}{4}$

$\boxed{\mu_L = 2{,}0\ g/cm^3}$

Resposta: 2,0 g/cm³

74 O esquema abaixo representa uma lata que flutua em água, de densidade igual a 1,0 g/cm³. A altura da parte emersa da lata é de 15 cm, e o corpo pendurado ao seu fundo é um bloco de forma cúbica de 10 cm de aresta.



Sabendo que a base da lata é um quadrado de 20 cm de lado, se o bloco for introduzido dentro da lata, a altura da parte emersa:

a) não será alterada;
b) passará a ser de 17,5 cm;
c) passará a ser de 14,5 cm;
d) passará a ser de 12,5 cm;
e) o sistema afundará.

Resolução:

Situação inicial: $P_{total} = E_L + E_B$ (I)

Situação final: $P_{total} = E'_L$ (II)

Comparando (I) e (II):

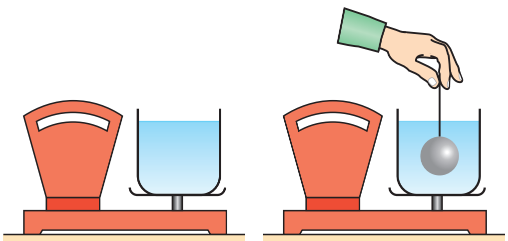
$E_L + E_B = E'_L \Rightarrow \mu_a V_i g + \mu_a V_B g = \mu_a V'_i g$

$400 (h - 15) + 1\,000 = 400 (h - h'_e)$

Donde: $\boxed{h'_e = 12,5 \text{ cm}}$

Resposta: d

75 E.R. Na situação 1 da figura a seguir, tem-se um recipiente com água em equilíbrio sobre o prato de uma balança que, nessas condições, indica 80 N. Na situação 2, uma esfera de chumbo de $2,0 \cdot 10^2$ cm³ de volume é totalmente imersa na água, permanecendo suspensa por um fio de espessura desprezível sem contatar as paredes do recipiente.



Situação 1 Situação 2

Sabendo que a densidade da água vale 1,0 g/cm³ e que g = 10 m/s², determine a indicação da balança no caso da situação 2.

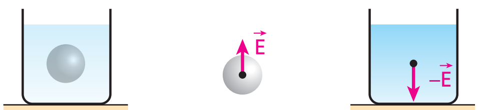
Resolução:

Pelo fato de estar imersa na água, a esfera recebe o empuxo $\vec{E}$, força vertical e dirigida para cima, que corresponde à ação da água. Conforme a Terceira Lei de Newton, entretanto, ao empuxo $\vec{E}$ deve corresponder uma reação $-\vec{E}$, e isso se verifica. A esfera reage na água com uma força de mesma intensidade que o empuxo, vertical e dirigida para baixo, que provoca aumento na indicação da balança.

A esfera está em equilíbrio, totalmente imersa na água. Nessas condições, ela interage com a água, havendo troca de forças de ação e reação.

A água age na esfera, aplicando-lhe a força $\vec{E}$ (empuxo).

A esfera reage na água, aplicando-lhe a força $-\vec{E}$.



Sendo **I'** e **I**, respectivamente, as indicações final e inicial da balança, temos:

$$I' = I + E$$

em que a intensidade **E** da força que a esfera troca com a água é calculada por:

$$E = \mu_a V g$$

Como $\mu_a = 1,0 \text{ g/cm}^3 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$,

$V = 2,0 \cdot 10^2 \text{ cm}^3 = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, vem:

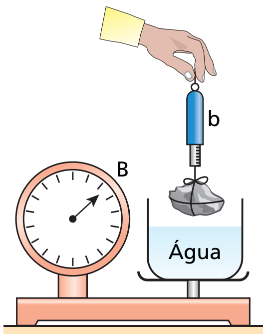
$$I' = I + \mu_a V g$$

$$I' = 80 + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \quad (\text{N})$$

Assim:

$$\boxed{I' = 82 \text{ N}}$$

76 (FMPA-MG) Um vaso com água está sobre o prato de uma balança (**B**), a qual indica determinado peso. Acima do vaso, uma pedra está dependurada por um barbante em uma balança de mola (**b**), do tipo usado por verdureiros. Se abaixarmos (**b**) de modo a mergulhar a pedra na água, mas sem a encostar no fundo do vaso, o que ocorrerá com as indicações de (**B**) e (**b**)?



Resposta: A indicação de (**B**) aumentará, enquanto a indicação de (**b**) diminuirá.

77 (Unifor-CE) Um corpo, constituído de um metal cuja densidade é 7,5 g/cm³, é abandonado no interior de um líquido de densidade 1,5 g/cm³. A aceleração que o corpo adquire no interior desse líquido assim que inicia o movimento, em m/s², vale:

(**Dado:** aceleração da gravidade = 10 m/s².)

a) 8,0. b) 6,0. c) 5,0. d) 4,0. e) 2,5.

Resolução:

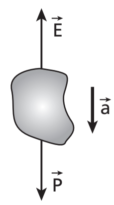
2ª Lei de Newton: $P - E = m\,a$

$m\,g - \mu_L V g = m\,a$

$\mu_C V g - \mu_L V g = \mu_C V a$

$$a = \frac{(\mu_C - \mu_L)}{\mu_C} g$$

$$a = \frac{(7,5 - 1,5)}{7,5} 10 \ (\text{m/s}^2)$$

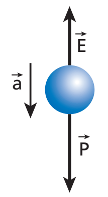


$$\boxed{a = 8,0 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: a

78 Uma esfera de massa 1,0 kg e de volume $9,8 \cdot 10^{-4}$ m³ é abandonada na água de um tanque, percorrendo, em movimento vertical e acelerado, 2,5 m até chegar ao fundo. Sendo a densidade da água igual a $1,0 \cdot 10^3$ kg/m³ e $g = 10$ m/s², calcule depois de quanto tempo a esfera chega ao fundo do tanque. Considere desprezível a força de resistência viscosa da água.

Resolução:



$P = m\,g = 1,0 \cdot 10$ (N)

$P = 10$ N

$E = \mu_{água} V g = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 10^{-4} \cdot 10$ (N)

$E = 9,8$ N

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton, vem:

$P - E = m\,a$

$10 - 9,8 = 1,0\ a \Rightarrow a = 0,20$ m/s²

O tempo é calculado por:

$\Delta s = v_0\,t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow 2,5 = \frac{0,20}{2}t^2 \Rightarrow \boxed{t = 5,0\text{ s}}$

Resposta: 5,0 s

79 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma bola homogênea de densidade igual a $\frac{2}{3}$ da densidade da água é solta de uma altura $h = 10$ m acima do nível da água de uma piscina bem profunda. Despreze o efeito do ar e adote $g = 10$ m/s².

a) Qual a profundidade máxima que a bola atinge em relação à superfície da água? Despreze quaisquer efeitos de turbulência que poderão ocorrer durante o movimento. Considere que a força que a água aplica na bola seja apenas o empuxo de Arquimedes, isto é, despreze a força de resistência viscosa. Não considere perdas de energia mecânica na colisão da bola com a água.

b) Qual é o tempo gasto pela bola durante a sua primeira permanência dentro da água?

Resolução:

a) **(I)** $E = \mu_a V g$ (I)

$P = m\,g \Rightarrow P = \mu_B V g$

$P = \frac{2}{3}\mu_a V g$ (II)

Dividindo (I) por (II):

$\frac{E}{P} = \frac{\mu_a V g}{\frac{2}{3}\mu_a V g} \Rightarrow \boxed{E = \frac{3}{2}P}$

(II) Teorema da energia cinética:

$\tau_{total} = \Delta E_C$

$\tau_{\vec{P}} + \tau_{\vec{E}} = 0$

$P(h + x) - E\,x = 0$

$P(10 + x) - \frac{3}{2}P\,x = 0$

$2(10 + x) = 3x$

$20 + 2x = 3x \Rightarrow \boxed{x = 20\text{ m}}$

b) Cálculo do tempo de queda livre da bola até a superfície da água:

MUV: $\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$

$10 = 0 + \frac{10}{2}t_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{2}\text{ s}}$

Teorema do impulso para toda a descida da bola:

$|\vec{I}_{total}| = |\Delta\vec{Q}|$

$P(t_1 + t_2) - E\,t_2 = 0$

$P(\sqrt{2} + t_2) - \frac{3}{2}P\,t_2 = 0$

$2\sqrt{2} + 2t_2 = 3t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = 2\sqrt{2}\text{ s}}$

O tempo de subida e o tempo de descida no interior da água são iguais. Logo:

$T = 2t_2 \Rightarrow \boxed{T = 4\sqrt{2}\text{ s}}$

Respostas: a) 20 m; b) $4\sqrt{2}$ s

80 (Mack-SP) Num processo industrial de pintura, as peças recebem uma película de tinta de 0,1 mm de espessura. Considere a densidade absoluta da tinta igual a $0,8\ g \cdot cm^{-3}$. A área pintada com 10 kg de tinta é igual a:

a) 1 250 m².
b) 625 m².
c) 125 m².
d) 75 m².
e) 50 m².

Resolução:

$\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\mu} = \frac{10\,000}{0,8}$ (cm³)

$V = 12\,500$ cm³ $= 12,5 \cdot 10^{-3}$ m³

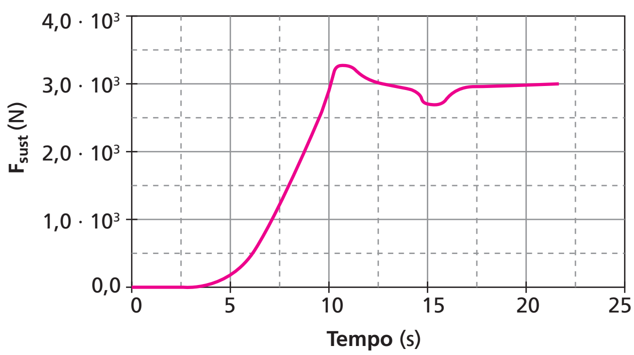
$A\,e = V \Rightarrow A\,0,1 \cdot 10^{-3} = 12,5 \cdot 10^{-3}$

$\boxed{A = 125\text{ m}^2}$

Resposta: c

81 (Unicamp-SP) O avião estabeleceu um novo paradigma nos meios de transporte. Em 1906, **Alberto Santos-Dumont** realizou em Paris um voo histórico com o 14-Bis. A massa desse avião, incluindo o piloto, era de 300 kg e a área total das duas asas era de aproximadamente 50 m².

A força de sustentação de um avião, dirigida verticalmente de baixo para cima, resulta da diferença de pressão entre a parte inferior e a parte superior das asas. O gráfico representa, de forma simplificada, o módulo da força de sustentação aplicada ao 14-Bis em função do tempo, durante a parte inicial do voo.



a) Em que instante a aeronave decola, ou seja, perde contato com o chão?

b) Qual é a diferença de pressão entre a parte inferior e a parte superior das asas, $\Delta p = p_{inf} - p_{sup}$, no instante $t = 20$ s?

Resolução:

a) A aeronave decola quando a força de sustentação aplicada pelo ar supera seu peso. Isso ocorre a partir do instante t = 10 s (leitura do gráfico).

b) Para t = 20 s, temos, do gráfico: $F_{sust} = 3{,}0 \cdot 10^3$ N

$\Delta p = \frac{F_{sust}}{A} = \frac{3{,}0 \cdot 10^3}{50}$ (N/m²)

Donde: $\boxed{\Delta p = 60 \text{ Nm}^2}$

Respostas: a) A aeronave decola quando a força de sustentação aplicada pelo ar supera seu peso.; b) 60 Nm²

82 (UFSCar-SP) Quando efetuamos uma transfusão de sangue, ligamos a veia do paciente a uma bolsa contendo plasma, posicionada a uma altura **h** acima do paciente. Considerando-se g = 10 m/s² e a densidade do plasma igual a 1,04 g/cm³, se uma bolsa de plasma for colocada 2,0 m acima do ponto da veia por onde se fará a transfusão, a pressão hidrostática do plasma ao entrar na veia será de:

a) 0,0016 mm Hg.
b) 0,016 mm Hg.
c) 0,156 mm Hg.
d) 15,6 mm Hg.
e) 158 mm Hg.

Resolução:

$p = \mu g h \Rightarrow p = 1{,}04 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2{,}0$ (Pa)

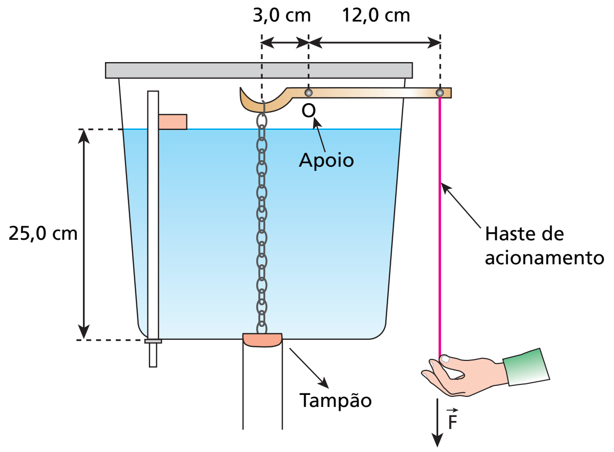
$\boxed{p = 0{,}208 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0{,}208 \text{ atm}}$

1 atm ——— 760 mm Hg
0,208 atm — p

$\boxed{p \simeq 158 \text{ mmHg}}$

Resposta: e

83 (Olimpíada Brasileira de Física) A superfície livre da água em uma caixa de descarga residencial está a uma altura de 25,0 cm de sua base, onde existe um orifício de diâmetro 4,0 cm para a saída da água. Um tampão de massa desprezível fecha o orifício, devido à ação das forças de pressão exercidas pela água. A descarga é disparada por meio de uma alavanca, também de massa desprezível, com apoio **O** a 3,0 cm da vertical sobre o tampão e a 12,0 cm da haste de acionamento. Um esboço da caixa está na figura a seguir.



A densidade da água vale $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e a aceleração da gravidade tem módulo g = 10 m/s². Adotando-se $\pi \simeq 3$, responda:
Qual a intensidade da força vertical $\vec{F}$ necessária para liberar o tampão?

Resolução:

(I) Como o tampão está sujeito à pressão atmosférica em sua face de cima e em sua face de baixo, devemos considerar apenas a pressão hidrostática exercida pela água sobre ele.

$p = \mu g h \Rightarrow p = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}25$ (N/m²)

$\boxed{p = 2{,}5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}$

(II) Cálculo da intensidade da força da água sobre o tampão:

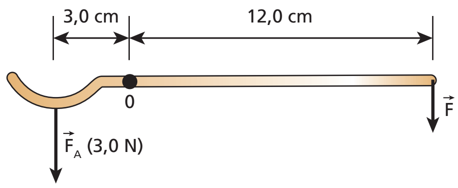
$p = \frac{F_A}{A} \Rightarrow F_A = p\,A$

$F_A = p\,\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2 = p\,\pi\,\frac{D^2}{2}$

$F_A = 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot \frac{(4{,}0 \cdot 10^{-2})^2}{4}$ (N)

Donde: $\boxed{F_A = 3{,}0 \text{ N}}$

(III)



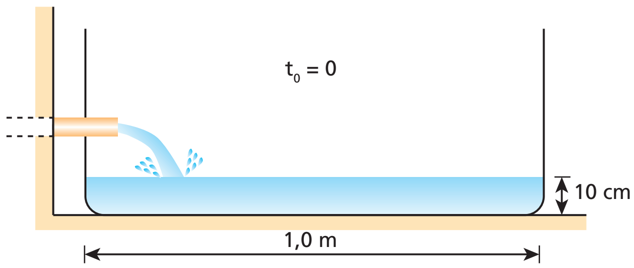
Momento nulo em relação a **O**:

$F \cdot 12{,}0 = 3{,}0 \cdot 3{,}0$

$\boxed{F = 0{,}75 \text{ N}}$

Resposta: 0,75 N

84 No esquema seguinte, está representada, no instante $t_0 = 0$, uma caixa-d'água, cuja base tem área igual a 1,0 m². A partir desse instante, a caixa passa a ser preenchida com a água proveniente de um tubo, que opera com vazão constante de $1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m³/min.



Desprezando-se as perturbações causadas pela introdução da água na caixa, adotando-se g = 10 m/s² e considerando-se que a água tem densidade igual a 1,0 g/cm³, pede-se:

a) traçar o gráfico quantitativo da pressão exercida pela água na base do reservatório, desde o instante $t_0 = 0$ até o instante t = 20 min (admita que não ocorram transbordamentos);

b) calcular, no instante t = 20 min, as intensidades das forças resultantes aplicadas pela água nas cinco paredes molhadas da caixa.

Resolução:

a) Pressão hidrostática em $t_0 = 0$:

$p_i = \mu_a\,g\,h_i = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10^{-2}$ (Pa)

$\boxed{p_i = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ Pa}}$

Cálculo da altura final da coluna de água:

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A\,\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \Delta h = \frac{Z\,\Delta t}{A}$$

$$\Delta h = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot 20}{1{,}0}\ (\text{m}) \Rightarrow \Delta h = 20\ \text{cm}$$

$$h_f = h_i + \Delta h \Rightarrow h_f = 10 + 20\ (\text{cm})$$

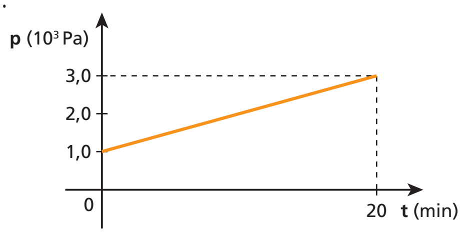
$$\boxed{h_f = 30\ \text{cm}}$$

Pressão hidrostática em t = 20 min:

$$p_f = \mu_a\, g\, h_f = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 30 \cdot 10^{-2}\ (\text{Pa})$$

$$\boxed{p_f = 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{Pa}}$$

A função p = f(t) é do **1º grau** e o gráfico correspondente está dado a seguir:



b) Na **parede do fundo** tem-se:

$$F_F = p_F\, A_F = 3{,}0 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0\ (\text{N})$$

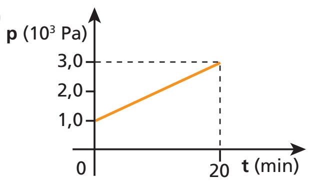
$$\boxed{F_F = 3{,}0 \cdot 10^3\ \text{N}}$$

Nas **paredes laterais**, tem-se:

$$F_l = \frac{p_f}{2} A_L = \frac{3{,}0 \cdot 10^3}{2} \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}30\ (\text{N})$$

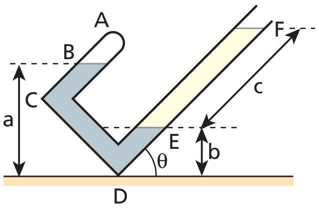
$$\boxed{F_l = 4{,}5 \cdot 10^2\ \text{N}}$$

Respostas: a)



b) **Parede do fundo:** $3{,}0 \cdot 10^3$ N
paredes laterais: $4{,}5 \cdot 10^2$ N

85 Um tubo de vidro, com uma extremidade fechada, **A**, e outra aberta, conforme a figura, apóia-se em **D** sobre um plano horizontal. O trecho AB do tubo contém ar, o trecho BCDE contém mercúrio e o trecho EF contém um líquido que não se mistura nem se combina com o mercúrio. Verifica-se que, girando o tubo em torno do ponto **D** num plano vertical, a pressão do trecho AB se torna igual à pressão atmosférica reinante, quando θ = 30°.
Nessa posição, tem-se a = 10 cm, b = 8 cm e c = 45 cm.



Sendo a densidade absoluta do mercúrio igual a 13,5 g/cm³, calcule a densidade do líquido contido no trecho EF do tubo.

Resolução:

$$p_{Hg} + p_{ar} = p_L + p_{atm}$$

Como $p_{ar} = p_{atm}$, vem:

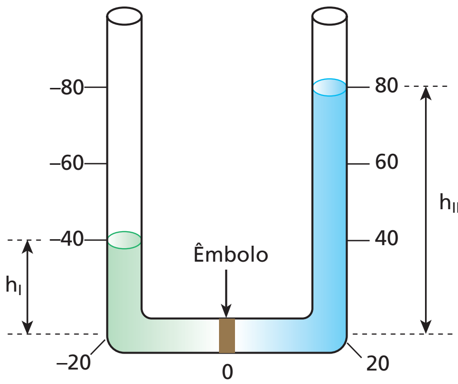
$$p_{Hg} = p_L \Rightarrow \mu_{Hg}\, g\,(a - b) = \mu_L\, g\, c \operatorname{sen}\theta$$

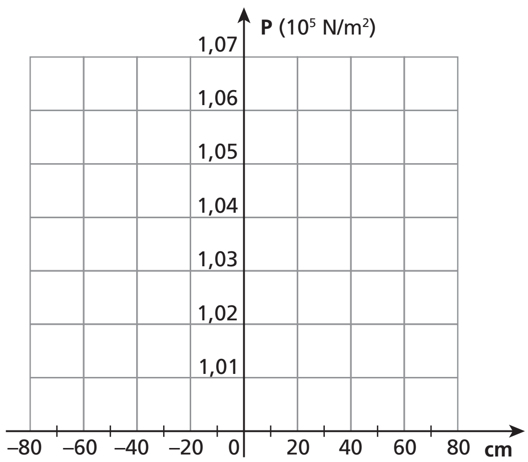
$$13{,}5\,(10 - 8) = \mu_L\, 45 \cdot 0{,}50$$

$$\boxed{\mu_L = 1{,}2\ \text{g/cm}^3}$$

Resposta: 1,2 g/cm³

86 (Fuvest-SP – mod.) Um tubo em forma de **U**, graduado em centímetros, de pequeno diâmetro, secção constante, aberto nas extremidades, contém dois líquidos I e II, incompressíveis, em equilíbrio e que não se misturam. A densidade do líquido I é $\rho_I = 1{,}8 \cdot 10^3$ kg/m³ e as alturas $h_I = 20$ cm e $h_{II} = 60$ cm, dos respectivos líquidos, estão representadas na figura. A pressão atmosférica local vale $P_0 = 1{,}0 \cdot 10^5$ N/m². Os líquidos estão separados por um pequeno êmbolo que pode deslizar livremente sem atrito.





a) Determine o valor da densidade ρ_{II} do líquido II.
b) Utilizando um sistema de eixos semelhante ao desenhado anteriormente, faça um gráfico quantitativo da pressão **P** nos líquidos em função da posição ao longo do tubo. Considere zero (0) o ponto médio da base do tubo; à direita do zero, situam-se as marcas positivas no tubo e à esquerda, as marcas negativas.

Resolução:

a) $p_{II} = p_I$

$$\rho_{II}\, g\, h_{II} + p_0 = \rho_I\, g\, h_I + p_0$$

$$\rho_{II}\, h_{II} = \rho_I\, h_I \Rightarrow \rho_{II}\, 60 = 1{,}8 \cdot 10^3 \cdot 20$$

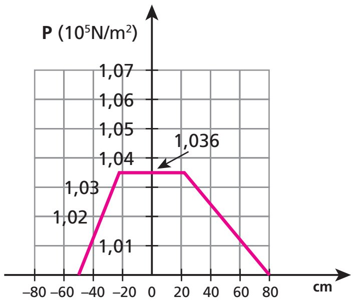
$$\boxed{\rho_{II} = 6{,}0 \cdot 10^2\ \text{kg/m}^3}$$

b) Cálculo da pressão absoluta no fundo do tubo:

$p = p_l\, g\, h_l + p_0$

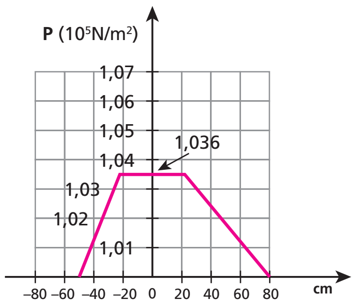
$p = 1{,}8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}20 + 1{,}0 \cdot 10^5$ (N/m²)

$\boxed{p = 1{,}036 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}$

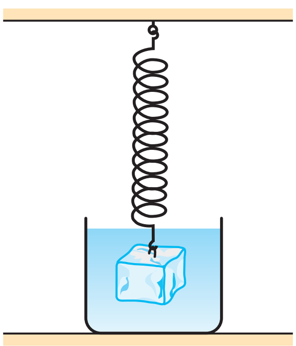


Respostas: a) $6{,}0 \cdot 10^2$ kg/m³;

b)



87 Um cubo de gelo a 0 °C, preso a uma mola, é totalmente imerso em um recipiente com água a 25 °C, conforme representa a figura. À medida que o gelo for se fundindo, podemos afirmar que:



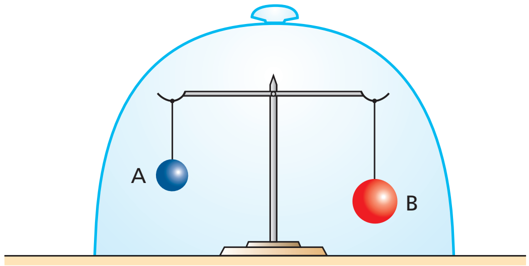
a) o comprimento da mola permanecerá constante.
b) o comprimento da mola irá aumentando.
c) o comprimento da mola irá diminuindo.
d) o nível livre da água no recipiente permanecerá inalterado.
e) o nível livre da água no recipiente irá subindo.

Resolução:

Inicialmente, a mola acha-se comprimida porque o gelo, que é menos denso que a água, tende a subir, buscando emergir parcialmente. Após a fusão do gelo, no entanto, a força de compressão sobre a mola desaparece e esta se alonga, recobrando seu comprimento natural.

Resposta: b

88 O esquema abaixo representa uma balança de travessão de braços iguais confinada no interior de uma campânula, na qual existe ar. A balança está em equilíbrio, tendo em suas extremidades os corpos **A** (volume V_A) e **B** (volume V_B). Sabe-se que $V_A < V_B$.



Se, por um processo qualquer, for retirado o ar de dentro da campânula:

a) a balança não sofrerá perturbações.
b) o travessão penderá para o lado do corpo **A**.
c) o travessão penderá para o lado do corpo **B**.
d) os corpos **A** e **B** perderão seus pesos.
e) os corpos **A** e **B** receberão empuxos diferentes.

Resolução:

Sejam T_A e T_B as intensidades iniciais das forças transmitidas às extremidades do braço do travessão pelos corpos **A** e **B**, respectivamente.

Tem-se que:

$T_A = T_B \Rightarrow P_A - E_A = P_B - E_B$

Como $V_B > V_A$, implica $E_B > E_A$ e também:

$P_B > P_A$

Com a retirada do ar do interior da campânula, os empuxos E_A e E_B desaparecem e, sendo $P_B > P_A$, o travessão pende para o lado do corpo **B**.

Resposta: c

89 (Fuvest-SP) Considere uma mola ideal de comprimento L_0 = 35 cm presa no fundo de uma piscina vazia (figura 1). Prende-se sobre a mola um recipiente cilíndrico de massa m = 750 g, altura h = 12,5 cm e seção transversal externa S = 300 cm², ficando a mola com comprimento L_1 = 20 cm (figura 2). Quando, enchendo-se a piscina, o nível da água atinge a altura **H**, começa a entrar água no recipiente (figura 3).

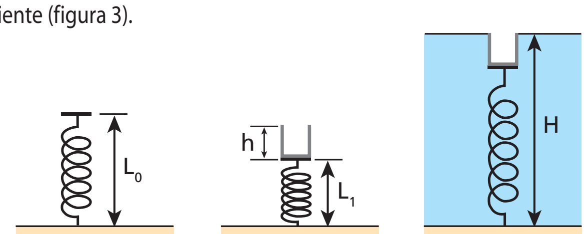


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Dados: $\rho_{água}$ = 1,0 g/cm³; g = 10 m/s².

a) Qual o valor da constante elástica da mola?
b) Qual o valor, em **N**, da intensidade da força que traciona a mola quando começa a entrar água no recipiente?
c) Qual o valor da altura **H** em cm?

Resolução:

a) **Figura 2:** $F_e = P \Rightarrow K\,\Delta x = m\,g$

$K\,(L_0 - L) = m\,g$

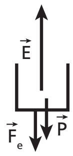
$K\,(35 - 20)\,10^{-2} = 0{,}75 \cdot 10$

Donde: $\boxed{K = 50 \text{ N/m}}$

b) $F_e + P = E \Rightarrow F_e + m\,g = \rho_{água}\,S\,h\,g$

$F_e + 0,75 \cdot 10 = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot 10^{-4} \cdot 12,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10$

$F_e + 7,5 = 37,5 \Rightarrow \boxed{F_e = 30\text{ N}}$



c) $F_e = K\,(L - L_0) \Rightarrow 30 = 50\,(L - 0,35) \Rightarrow$

$\boxed{L = 0,95\text{ m}}$

$H = L + h \Rightarrow H = 0,95 + 0,125$ (em metros)

$\boxed{H = 1,075\text{ m} = 107,5\text{ cm}}$

Respostas: a) 50 N/m; b) 30 N; c) 107,5 cm

90 (Fuvest-SP) Imagine que, no final deste século XXI, habitantes da Lua vivam em um grande complexo pressurizado, em condições equivalentes às da Terra, tendo como única diferença a aceleração da gravidade, que é menos intensa na Lua. Considere as situações imaginadas bem como as possíveis descrições de seus resultados, se realizadas dentro desse complexo, na Lua:

I. Ao saltar, atinge-se uma altura maior que quando o salto é realizado na Terra.
II. Se uma bola está boiando em uma piscina, essa bola manterá maior volume fora da água que quando o experimento é realizado na Terra.
III. Em pista horizontal, um carro, com velocidade v_0, consegue parar completamente em uma distância maior que quando o carro é freado na Terra.

Assim, pode-se afirmar que estão corretos apenas os resultados propostos em:

a) I. b) I e II. c) I e III. d) II e III. e) I, II e III.

Resolução:

(I) Correto.

MUV:

$v^2 = v_0^2 + 2\,\alpha\,\Delta s$

$0 = v_0^2 + 2(-g)\,H \Rightarrow \boxed{H = \dfrac{v_0^2}{2\,g}}$

H é inversamente proporcional a **g**. Assim, reduzindo-se **g**, **H** aumenta.

(II) Incorreto.

Flutuação:

$E = P$

$\mu_A\,V_i\,g = m\,g$

$\mu_A\,V_i = \mu_B\,V \Rightarrow \boxed{V_i = \dfrac{\mu_A}{\mu_B}\,V}$

O volume imerso independe da intensidade da aceleração da gravidade.

(III) Correto.

Teorema da energia cinética:

$\tau_{\vec{F}_{at}} = E_C - E_{C_0}$

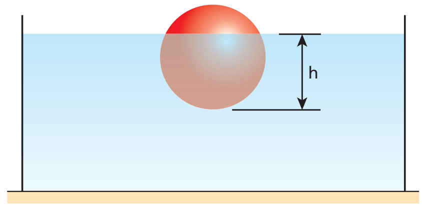
$-\mu\,m\,g\,d = 0 - \dfrac{m\,v_0^2}{2}$

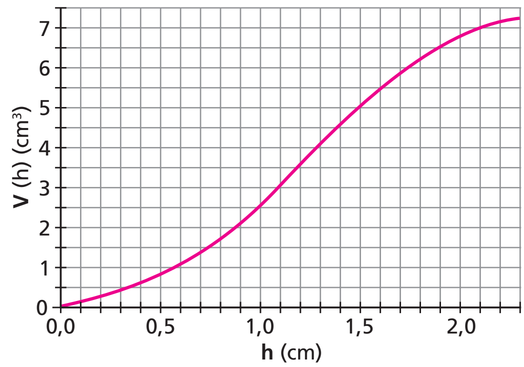
Donde: $\boxed{d = \dfrac{v_0^2}{2\,\mu\,g}}$

d é inversamente proporcional a **g**, assim, reduzindo-se **g**, **d** aumenta.

Resposta: c

91 (Unicamp-SP) Uma esfera de raio 1,2 cm e massa 5,0 g flutua sobre a água, em equilíbrio, deixando uma altura **h** submersa, conforme a figura. O volume submerso como função de **h** é dado no gráfico. Sendo a densidade da água 1,0 g/cm³ e g = 10 m/s²:





a) calcule o valor de **h** no equilíbrio;
b) ache a intensidade da força vertical para baixo necessária para afundar a esfera completamente.

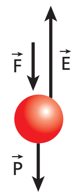
Resolução:

a) $E = P \Rightarrow \mu_a\,V_i\,g = m\,g$

$1,0\,V_i = 5,0 \Rightarrow \boxed{V_i = 5,0\text{ cm}^3}$

Do gráfico, para $V_i = 5,0\text{ cm}^3$, obtemos:

$\boxed{h = 1,5\text{ cm}}$



b) $F + P = E \Rightarrow F + m\,g = \mu_a\,V\,g$

Do gráfico, para h = 2R = 2,4 cm, obtemos:

$V \simeq 7,2\text{ cm}^3$

Logo: $F + 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 1,0 \cdot 10^3 \cdot 7,2 \cdot 10^{-6} \cdot 10$

$\boxed{F = 2,2 \cdot 10^{-2}\text{ N}}$

Respostas: a) 1,5 cm; b) $2,2 \cdot 10^{-2}$ N

92 (UFRJ) Uma esfera maciça flutua na água contida em um recipiente. Nesse caso, a superfície livre da água encontra-se a uma altura **h** do fundo do recipiente, como mostra a figura 1.

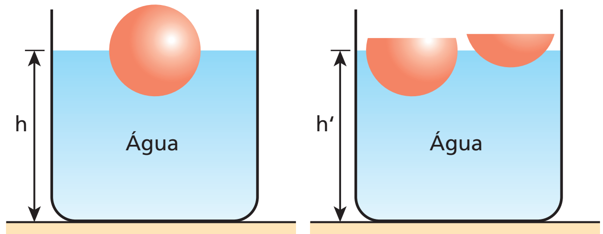


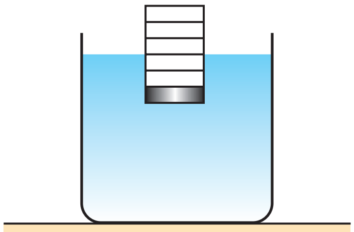
Figura 1 Figura 2

Corta-se a esfera em dois pedaços que, quando postos de volta na água, também flutuam, como mostra a figura 2. Nesse caso, a superfície livre da água encontra-se a uma altura h' do fundo do recipiente. Verifique se h' > h, h' = h ou h' < h. Justifique.

Resolução:
O peso total, da esfera ou de suas partes, é o mesmo nas duas situações. Por isso, o empuxo total requisitado para o equilíbrio também é o mesmo, o que exige o mesmo volume imerso.
$A\,h = V_{água} + V_{imerso}$
Como **A**, $V_{água}$ e V_{imerso} são constantes, concluímos que **h** também deve permanecer constante. Logo:
$\boxed{h' = h}$

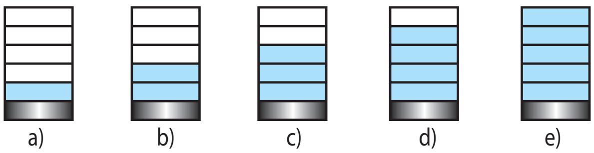
Resposta: h' = h

93 (Fuvest-SP) Um recipiente cilíndrico vazio flutua em um tanque de água com parte de seu volume submerso, como na figura abaixo.

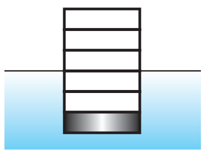


Quando o recipiente começa a ser preenchido, lentamente, com água, a altura máxima que a água pode atingir em seu interior, sem que ele afunde totalmente, é mais bem representada por:

O recipiente possui marcas graduadas igualmente espaçadas, paredes laterais de volume desprezível e um fundo grosso e pesado.

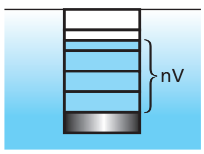


Resolução:
De acordo com a figura, o volume **V** do lastro é igual ao volume de cada divisão da escala do cilindro.
(I) Situação inicial:



$P_{lastro} = E_1$
$P_{lastro} = \mu_A\,3\,V\,g$

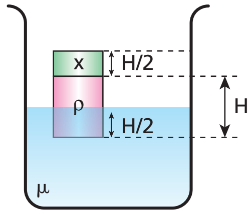
(II) Situação final:



$P_{lastro} + P_{água} = E_2$
$\mu_A\,3\,V\,g + \mu_A\,n\,V\,g = \mu_A\,6\,V\,g$
$3 + n = 6 \Rightarrow \boxed{n = 3}$
Portanto, a água deve preencher 3 divisões do cilindro.

Resposta: c

94 (UFF-RJ) Um cilindro, formado por duas substâncias de massas específicas **x** e **ρ**, flutua em equilíbrio na superfície de um líquido de massa específica **μ** na situação representada na figura.
A massa específica **x** pode ser obtida em função de **μ** e **ρ** por meio da expressão:

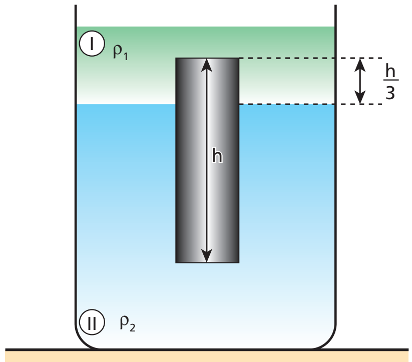


a) $2\mu + \rho$.
b) $\mu - 2\rho$.
c) $\frac{\mu}{2} + \rho$.
d) $\mu + 2\rho$.
e) $\frac{\mu}{2} - \rho$.

Resolução:
$P = E \Rightarrow \rho\,V_1\,g + x\,V_2\,g = \mu\,V_1\,g$
$\rho\,A\,H + x\,A\,\frac{H}{2} = \mu\,A\,\frac{H}{2} \Rightarrow \boxed{x = \mu - 2\rho}$

Resposta: b

95 (Fuvest-SP) Um recipiente contém dois líquidos, I e II, de massas específicas (densidades) ρ_1 e ρ_2, respectivamente.
Um cilindro maciço de altura **h** encontra-se em equilíbrio, na região da interface entre os líquidos, como mostra a figura.



Podemos afirmar que a massa específica do material do cilindro vale:

a) $\frac{(\rho_1 + 2\rho_2)}{2}$.
b) $\frac{(\rho_1 + \rho_2)}{2}$.
c) $\frac{(2\rho_1 + \rho_2)}{3}$.
d) $\frac{(\rho_1 + 2\rho_2)}{3}$.
e) $\frac{2(\rho_1 + \rho_2)}{3}$.

Resolução:
No equilíbrio:
$P = E_{total}$
$P = E_1 + E_2$
$M\,g = \rho_1\,V_1\,g + \rho_2\,V_2\,g$
$\rho\,(V_1 + V_2) = \rho_1\,V_1 + \rho_2\,V_2$
$\rho\,A\,h = \rho_1\,A\,\frac{h}{3} + \rho_2\,A\,\frac{2h}{3}$

Donde: $\boxed{\rho = \frac{\rho_1 + 2\,\rho_2}{3}}$

Resposta: d

96 Um corpo aparenta ter massa de 45 g no ar e de 37 g quando totalmente imerso na água (massa específica de 1,0 g/cm³). Sabendo que a massa específica do material de que é feito o corpo vale 9,0 g/cm³, calcule o volume da cavidade que, certamente, deve existir no corpo. Considere desprezível o empuxo do ar, bem como o ar existente na cavidade do corpo.

Resolução:

(I) Cálculo do volume externo do corpo:

$P_{ap} = P - E \Rightarrow m_{ap}\, g = m\, g - \mu_a V_{ext}\, g$

$37 = 45 - 1{,}0\, V_{ext} \Rightarrow \boxed{V_{ext} = 8{,}0\ cm^3}$

(II) Cálculo do volume de material:

$\mu_{mat} = \dfrac{m_{mat}}{V_{mat}} \Rightarrow 9{,}0 = \dfrac{45}{V_{mat}}$

$\boxed{V_{mat} = 5{,}0\ cm^3}$

(III) $V_{cav} = V_{ext} - V_{mat} \Rightarrow V_{cav} = 8{,}0 - 5{,}0\ (cm^3)$

$\boxed{V_{cav} = 3{,}0\ cm^3}$

Resposta: 3,0 cm³

97 Um barco de madeira de massa 500 kg é transportado de um rio para o mar. Supondo que a densidade da água do rio valha 1,00 g/cm³ e que a da água do mar valha 1,03 g/cm³, calcule a massa adicional que deve ser colocada sobre o barco para que o volume da parte imersa seja o mesmo, no rio e no mar.

Resolução:

Equilíbrio na água do rio:

$P_{barco} = E$

$m_b\, g = \mu\, V_i\, g \Rightarrow m_b = \mu\, V_1 \quad \text{(I)}$

Equilíbrio na água do mar:

$P_{total} = E'$

$(m_b + m_a)\, g = \mu'\, V_i\, g \Rightarrow m_b + m_a = \mu'\, V_i \quad \text{(II)}$

Dividindo (II) por (I), vem:

$\dfrac{m_b + m_a}{m_b} = \dfrac{\mu'}{\mu} \Rightarrow \dfrac{500 + m_a}{m_b} = \dfrac{1{,}03}{1{,}00}$

Donde: $\boxed{m_a = 15\ kg}$

Resposta: 15 kg

98 Um barqueiro dispõe de uma chata que permite o transporte fluvial de cargas até 10 000 N. Ele aceitou um trabalho de transporte de um lote de 50 barras maciças de ferro (10 g/cm³) de 200 N cada. Por um erro de contagem, a firma enviou 51 barras. Não querendo perder o freguês, mas também procurando não ter prejuízo com duas viagens, o barqueiro resolveu amarrar certo número **n** de barras embaixo do barco, completamente submersas. Qual deve ser o número **n** mínimo para que a travessia das 51 barras seja feita numa só viagem? Densidade da água: 1,0 g/cm³.

Resolução:

$10\,000 + P_{ch} = E_{ch} \quad \text{(I)}$

$10\,200 + P_{ch} = E_{ch} + E_{Fe} \quad \text{(II)}$

De (I) em (II), vem:

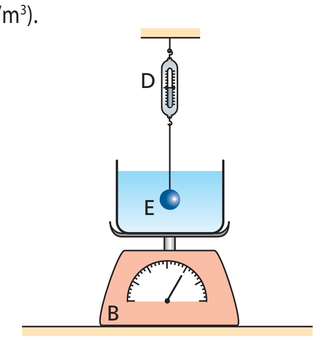
$10\,200 + P_{ch} = 10\,000 + P_{ch} + E_{Fe} \Rightarrow E_{Fe} = 200\ N$

$E_{Fe} = n\, \mu_a \dfrac{m_b}{\mu_b}\, g = n\, \mu_a \dfrac{P_b}{\mu_b}$

$n = \dfrac{\mu_b\, E_{Fe}}{\mu_a\, P_b} = \dfrac{10 \cdot 200}{1{,}0 \cdot 200} \Rightarrow \boxed{n = 10}$

Resposta: 10

99 Na montagem experimental ao lado, o dinamômetro **D** e a balança **B** têm escalas calibradas em kgf. No local, a gravidade é normal. A esfera **E**, de 20,0 kg de massa e volume igual a 2,40 litros, encontra-se em equilíbrio totalmente imersa na água (densidade de 1,00 · 10³ kg/m³).



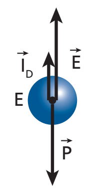
A esfera, inicialmente sustentada pelo fio ideal, não toca as paredes do frasco. Sabendo que o peso do conjunto frasco–água vale 40,0 kgf:

a) determine as indicações de **D** e de **B**;

b) calcule a nova indicação de **B** supondo que o fio que sustenta **E** seja cortado (admita **E** em repouso no fundo do frasco).

Resolução:

a) Representamos, no esquema seguinte, as forças que agem inicialmente em **E**:



Observemos que o módulo $\vec{I}_D$ corresponde à indicação **D**. No equilíbrio, tem-se:

$I_D + E = P \Rightarrow I_D = P - E$

$I_D = 20{,}0\ kgf - 1{,}00 \cdot 10^3 \cdot 2{,}40 \cdot 10^{-3}\ kgf$

$\boxed{I_D = 17{,}6\ kgf}$

A indicação de **B** é dada por:

$I_B = P' + E = 40{,}0\ kgf + 2{,}40\ kgf$

$\boxed{I_B = 42{,}4\ kgf}$

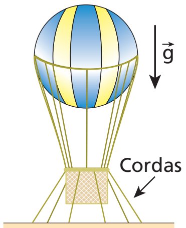
b) Neste caso, **B** indicará o peso total do sistema, isto é, o peso de **E** mais o peso do conjunto frasco-água.

$I_B = P + P' = 20{,}0\ kgf + 40{,}0\ kgf$

$\boxed{I_B = 60{,}0\ kgf}$

Respostas: a) 17,6 kg; 42,4 kgf; b) 60,0 kgf

100 (Fuvest-SP) Um balão de pesquisa, cheio de gás hélio, está sendo preparado para sua decolagem. A massa do balão vazio (sem gás) é M_B e a massa do gás hélio no balão é M_H. O balão está parado devido às cordas que o prendem ao solo. Se as cordas forem soltas, o balão iniciará um movimento de subida vertical com aceleração de $0,2\ m/s^2$.



Para que o balão permaneça parado, sem a necessidade das cordas, deve-se adicionar a ele um lastro de massa igual a:

(Adote $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.)

a) $0,2\ M_B$.
b) $0,2\ M_H$.
c) $0,02\ M_H$.
d) $0,02\ (M_B + M_H)$.
e) $0,02\ (M_B - M_H)$.

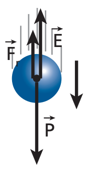
Resolução:
Balão com as amarras cortadas:

2ª Lei de Newton: $E - P = (M_B + M_H)\ a$
$E - (M_B + M_H)\ 10 = (M_B + M_H)\ 0,2$
Logo: $E = (M_B + M_H)\ 10,2$
Balão em repouso com as amarras cortadas, mas com um lastro de massa **m**:
$P' = E \Rightarrow (M_B + M_H + m)\ 10 = (M_B + M_H)\ 10,2$
$M_B + M_H + m = 1,02\ M_B + 1,02\ M_H$
Donde: $\boxed{m = 0,02\ (M_B + M_H)}$

Resposta: d

101 Um corpo constituído de um material de peso específico de $2,4 \cdot 10^4\ N/m^3$ tem volume externo de $2,0 \cdot 10^3\ cm^3$. Abandonado no interior da água (densidade de $1,0\ g/cm^3$), ele move-se verticalmente, sofrendo a ação de uma força resistente cuja intensidade é dada pela expressão $F_r = 56\ V$ (SI), em que **V** é o módulo de sua velocidade. Sendo $g = 10\ m/s^2$, calcule a velocidade-limite do corpo, isto é, a máxima velocidade atingida em todo o movimento.

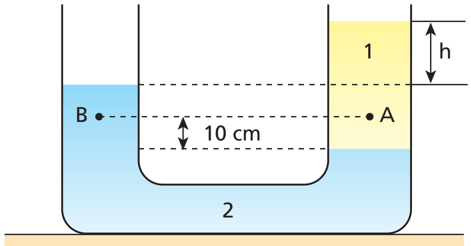
Resolução:



O corpo atinge a velocidade limite a partir do instante em que:
$F_r + E = P$
$56 v_{lim} + \mu_a V g = \rho V$
$56 v_{lim} + 1,0 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 2,4 \cdot 10^4 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3}$
$\boxed{v_{lim} = 0,50\ m/s = 50\ cm/s}$

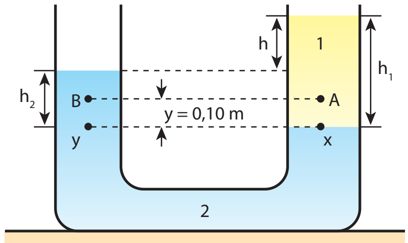
Resposta: 50 cm/s

102 (Vunesp-FMJ-SP) O sistema de vasos comunicantes representado na figura contém dois líquidos imiscíveis, 1 e 2, de densidades ρ_1 e ρ_2, respectivamente. A diferença de pressão entre os pontos **A** e **B** é igual a $1,0 \cdot 10^3$ Pa e a densidade do líquido mais denso é igual a $2,0 \cdot 10^3\ kg/m^3$.
Dado: $g = 10\ m/s^2$



a) Determine a densidade do líquido menos denso.
b) Estabeleça a relação entre a distância da superfície de separação dos líquidos e a superfície livre de cada líquido e o desnível **h**.

Resolução:



$p_y = p_x \Rightarrow \rho_2\ g\ y + p_B = \rho_1\ g\ y + p_A$
$g\ y\ (\rho_2 - \rho_1) = p_A - p_B$
$10 \cdot 0,10\ (2,0 \cdot 10^3 - \rho_1) = 1,0 \cdot 10^3$
Da qual:
$\boxed{\rho_1 = 1,0 \cdot 10^3\ kg/m^3}$

b) $p_y = p_x$
$\rho_2\ g\ h_2 + p_{atm} = \rho_1\ g\ h_1 + p_{atm}$
$2,0 \cdot 10^3\ h_2 = 1,0 \cdot 10^3\ h_1$
$h_1 = 2h_2$ (I)

$h_1 - h_2 = h$ (II)
Substituindo (I) em (II), temos:
$2h_2 - h_2 = h \Rightarrow h_2 = h$

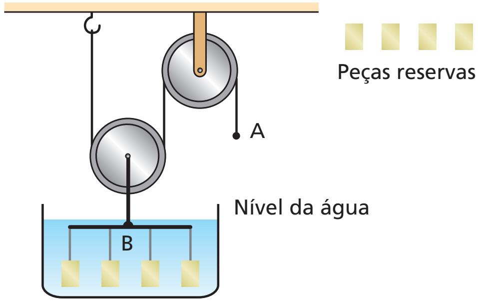
$\boxed{\dfrac{h_2}{2} = 1}$

De (I): $h_1 = 2h_2 \Rightarrow h_1 = 2\ h$

$\boxed{\dfrac{h_1}{h} = 2}$

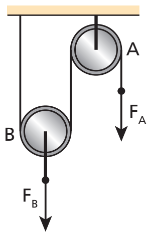
Respostas: a) $1,0 \cdot 10^3\ kg/m^3$; b) 2

103 No sistema de polias da figura, considere que no ponto **B** estão presas quatro peças iguais de metal, as quais estão mergulhadas em água, e que no ponto **A**, inicialmente livre, pode-se também fixar peças de metal reservas, iguais às citadas anteriormente. Desprezando-se as massas dos fios, dos conectores e das polias, assim como todos os atritos, pode-se afirmar que:



a) o ponto **B** se movimentará para baixo se colocarmos duas peças reservas no ponto **A**;
b) o ponto **B** se movimentará para cima se colocarmos duas peças reservas no ponto **A**;
c) o ponto **B** se manterá em equilíbrio se deslocarmos duas peças desse ponto para o ponto **A**;
d) o ponto **B** se movimentará para baixo se colocarmos as quatro peças reservas no ponto **A**;
e) o ponto **B** se manterá em equilíbrio se colocarmos duas peças reservas no ponto **A**.

Resolução:

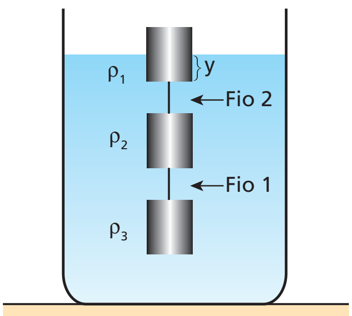


$$\left.\begin{array}{l} F_A = T \\ F_B = 2\,T \end{array}\right\} F_B = 2\,F_A$$

Se não houvesse a imersão na água, 2 peças de metal conectadas em **A** equilibrariam 4 peças de metal presas em **B**. A imersão dessas 4 peças na água reduz, devido ao empuxo, a solicitação no eixo da polia **B**, que é acelerado para cima.

Resposta: b

104 (Olimpíada Brasileira de Física) Três cilindros de mesma área da base **A** e altura **h** têm densidades $\rho_1 = 0{,}3\rho$, $\rho_2 = 1{,}1\rho$ e $\rho_3 = 1{,}2\rho$, em que ρ é a densidade da água. Esses três objetos estão ligados entre si por fios de massas desprezíveis e estão em equilíbrio num reservatório com água, como representado na figura abaixo.

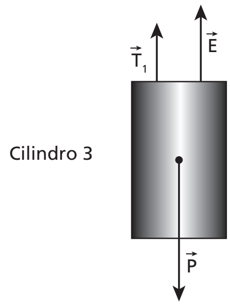


Calcule as intensidades das trações nos fios 1 e 2 e o comprimento **y** da parte submersa do cilindro de densidade ρ_1. A aceleração da gravidade tem módulo **g**.

Resolução:

(I)

$$T_1 + E = P$$
$$T_1 + \rho\,V\,g = 1{,}2\,\rho\,V\,g$$
$$T_1 = 0{,}2\,\rho\,V\,g \Rightarrow \boxed{T_1 = 0{,}2\,\rho\,A\,h\,g}$$



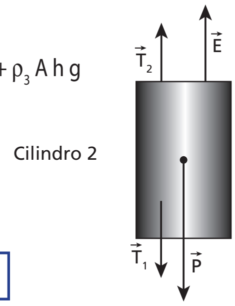
(II)

$$T_2 + E = T_1 + P$$
$$T_2 + \rho\,V\,g = 0{,}2\,\rho\,V\,g + 1{,}1\,\rho\,V\,g$$
$$T_2 = 0{,}3\,\rho\,V\,g \Rightarrow \boxed{T_1 = 0{,}3\,\rho\,A\,h\,g}$$

(III) Equilíbrio do sistema:

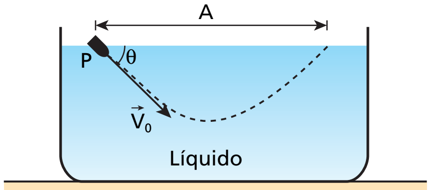
$$E_{total} = P_{total}$$
$$\rho\,(2\,A\,h + A\,y)\,g = \rho_1\,A\,h\,g + \rho_2\,A\,h\,g + \rho_3\,A\,h\,g$$
$$\rho\,(2h + y) = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)\,h$$
$$\rho\,y = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3)\,h - 2\,\rho\,h$$
$$\rho\,y = (0{,}3\rho + 1{,}1\rho + 1{,}2\rho)\,h - 2\,\rho\,h$$

Donde: $\boxed{y = 0{,}6\,h}$



Respostas: $0{,}2\,\rho\,A\,h\,g$; $0{,}3\,\rho\,A\,h\,g$; $0{,}6\,h$

105 (Aman-RJ) Mergulha-se a boca de uma espingarda de rolha no ponto **P** da superfície de um líquido de densidade 1,50 g/cm³ contido em um tanque. Despreze o atrito viscoso e considere que no local a aceleração da gravidade tem módulo 10,0 m/s². O cano da espingarda forma um ângulo (θ) de 45° abaixo da horizontal.



Supondo-se que a velocidade inicial ($\vec{V}_0$) da rolha tenha módulo igual a 6,0 m/s e que sua densidade seja igual a 0,60 g/cm³, pode-se afirmar que a rolha irá aflorar à superfície da água a uma distância (**A**) do ponto **P** igual a:

a) 1,4 m. b) 1,8 m. c) 2,4 m. d) 2,5 m. e) 2,8 m.

Resolução:

(I) 2ª Lei de Newton:

$$E - P = m\,a$$
$$\mu_L\,V\,g - \mu_R\,V\,g = \mu_R\,V\,a$$
$$a = \frac{(\mu_L - \mu_R)}{\mu_R}\,g$$
$$a = \frac{(1{,}50 - 0{,}60)}{0{,}60}\,10{,}0\ (\text{m/s}^2)$$
$$\boxed{a = 15{,}0\ \text{m/s}^2}$$

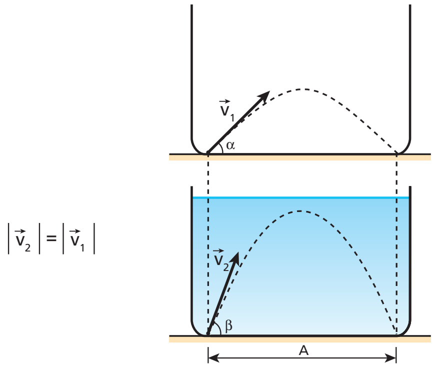
(II) Do movimento balístico:

$$A = \frac{v_0^2\,\text{sen}\,2\theta}{a}\ (a = \text{gravidade aparente})$$
$$A = \frac{(6{,}0)^2\,\text{sen}\,(2 \cdot 45°)}{15{,}0}\ (\text{m})$$

Donde: $\boxed{A = 2{,}4\ \text{m}}$

Resposta: c

106 Um projétil de densidade ρ_p é lançado com um ângulo α em relação à horizontal no interior de um recipiente vazio. A seguir, o recipiente é preenchido com um superfluido de densidade ρ_s, e o mesmo projétil é novamente lançado dentro dele, só que sob um ângulo **β** em relação à horizontal. Observa-se, então, que, para uma velocidade inicial $\vec{V}$ do projétil, de mesmo módulo que a do experimento anterior, não se altera seu alcance horizontal **A**.
Veja as figuras abaixo.



Sabendo-se que são nulas as forças de atrito num superfluido, pode-se então afirmar, com relação ao ângulo **β** de lançamento do projétil, que:

a) $\text{sen}\, \beta = (1 - \frac{\rho_s}{\rho_p})\, \text{sen}\, \alpha$

b) $\text{sen}\, 2\beta = (1 - \frac{\rho_s}{\rho_p})\, \text{sen}\, 2\alpha$

c) $\text{sen}\, 2\beta = (1 + \frac{\rho_s}{\rho_p})\, \text{sen}\, 2\alpha$

d) $\cos \beta = (1 - \frac{\rho_s}{\rho_p}) \cos \alpha$

e) $\cos 2\beta = (1 + \frac{\rho_s}{\rho_p})\, \text{sen}\, 2\alpha$

Resolução:

(I) Cálculo da gravidade aparente no movimento do projétil no interior do superfluido:

$m\, g_{ap} = P - E$

$\rho_P\, V\, g_{ap} = \rho_P\, V\, g - \rho_S\, V\, g$

Donde: $\boxed{g_{ap} = \left(1 - \frac{\rho_S}{\rho_P}\right) g}$ (I)

(II) Do movimento balístico:

$A = \frac{v_0^2\, \text{sen}\, 2\theta}{g}$

Como $A_2 = A_1 \Rightarrow \frac{v_0^2\, \text{sen}\, 2\beta}{g_{ap}} = \frac{v_0^2\, \text{sen}\, 2\alpha}{g}$

$\text{sen}\, 2\beta = \frac{g_{ap}}{g}\, \text{sen}\, 2\alpha$ (II)

Substituindo (I) em (II):

$$\text{sen}\, 2\beta = \frac{\left(1 - \frac{\rho_S}{\rho_P}\right) g}{g}\, \text{sen}\, 2\alpha$$

Donde: $\boxed{\text{sen}\, 2\beta = \left(1 - \frac{\rho_S}{\rho_P}\right) \text{sen}\, 2\alpha}$

Resposta: b

Apêndice

1 **E.R.** Uma mangueira tem em sua extremidade um esguicho de boca circular cujo diâmetro pode ser ajustado. Admita que essa mangueira, operando com vazão constante, consiga encher um balde de 30 L em 2 min 30s.

a) Se a área da boca do esguicho for ajustada em 1,0 cm², com que velocidade a água sairá da mangueira?

b) Reduzindo-se o diâmetro da boca do esguicho à metade, com que velocidade a água sairá da mangueira nessa nova situação?

Resolução:

a) A vazão (**Z**) através da boca do esguicho é calculada por:

$$Z = A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Sendo $A = 1{,}0\ cm^2 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$; $\Delta V = 30\ L = 30 \cdot 10^{-3}\ m^3$ e $\Delta t = 2{,}5\ min = 150\ s$, calculemos a velocidade **v** de escoamento da água.

$$1{,}0 \cdot 10^{-4}\ v = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{150} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$$

b) Como a área do círculo é diretamente proporcional ao quadrado do seu raio, ou do seu diâmetro $\left(A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}\right)$, se reduzirmos o diâmetro à metade, a área será reduzida à quarta parte. Assim, aplicando-se a Equação da Continuidade, vem:

$$A'\,v' = A\,v \Rightarrow \frac{A}{4}\,v' = A \cdot 2{,}0$$

Da qual:

$$\boxed{v' = 8{,}0\ m/s}$$

2 (UFPE) A velocidade do sangue na artéria aorta de um adulto, que possui em média 5,4 litros de sangue, tem módulo aproximadamente igual a 30 cm/s. A área transversal da artéria é cerca de 2,5 cm². Qual o intervalo de tempo, em segundos, necessário para a aorta transportar o volume de sangue de um adulto?

Resolução:

$$Z = A\,v \quad \text{ou} \quad Z = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Logo: $A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{\Delta v}$

$$\Delta t = \frac{5{,}4 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 30}\ (s)$$

Donde: $\boxed{\Delta t = 72\ s}$

Resposta: 72 s

3 (Unama-AM) Uma piscina, cujas dimensões são 18 m × 10 m × 2 m, está vazia. O tempo necessário para enchê-la é 10 h, através de um conduto de seção A = 25 cm². A velocidade da água, admitida constante, ao sair do conduto, terá módulo igual a:

a) 1 m/s
b) 2 km/s
c) 3 cm/min
d) 4 m/s
e) 5 km/s

Resolução:

(I) Capacidade da piscina:

$\Delta V = a\ b\ c$

$\Delta V = 18 \cdot 10 \cdot 2\ (m^3)$

$\boxed{\Delta V = 360\ m^3}$

(II) Vazão:

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad Z = A\,v$$

Logo: $A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$$25 \cdot 10^{-4}\ v = \frac{360}{10 \cdot 3\,600}$$

Donde: $\boxed{v = 4\ m/s}$

Resposta: d

4 (UFPA) Considere duas regiões distintas do leito de um rio: uma larga **A**, com área de seção transversal de 200 m², e outra estreita **B**, com 40 m² de área de seção transversal.
A velocidade das águas do rio na região **A** tem módulo igual a 1,0 m/s. De acordo com a Equação da Continuidade aplicada ao fluxo de água, podemos concluir que a velocidade das águas do rio na região **B** tem módulo igual a:

a) 1,0 m/s
b) 2,0 m/s
c) 3,0 m/s
d) 4,0 m/s
e) 5,0 m/s

Resolução:

$Z_B = Z_A \Rightarrow A_B\,v_B = A_A\,v_A$

$40\ v_B = 200 \cdot 1{,}0$

Donde: $\boxed{v_B = 5{,}0\ m/s}$

Resposta: e

5 (UFJF-MG) Um fazendeiro decide medir a vazão de um riacho que passa em sua propriedade e, para isso, escolhe um trecho retilíneo de 30,0 m de canal. Ele observa que objetos flutuantes gastam em média 60,0 s para percorrer esse trecho. No mesmo lugar, observa que a profundidade média é de 0,30 m e a largura média, 1,50 m. A vazão do riacho, em litros de água por segundo, é:

a) 1,35
b) 3,65
c) 225
d) 365
e) 450

Resolução:

(I) Cálculo da intensidade da velocidade da água no canal:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{30{,}0\ m}{60{,}0\ s}$$

$\boxed{v = 0{,}50\ m/s}$

(II) Cálculo da vazão:

$Z = Av \Rightarrow Z = L\,p\,v$

$Z = 1{,}50 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}50\ (m^3/s)$

$\boxed{Z = 0{,}225\ m^3/s = 225\ L/s}$

Resposta: c

6 E.R. O aneurisma é uma dilatação anormal verificada em um trecho de uma artéria pela distensão parcial de suas paredes. Essa patologia, de origem congênita ou adquirida, pode provocar o rompimento do duto sanguíneo com escape de sangue, o que em muitos casos é fatal. Trata-se do que popularmente se denomina *derrame*.
Admita que uma pessoa tenha um aneurisma de aorta, de modo que a área da seção reta de sua artéria dobre. Considere o sangue um fluido ideal, de massa específica 1,2 g/cm³, escoando inicialmente com velocidade de 20 cm/s. Devido ao aneurisma, qual a variação da pressão estática do sangue no local da lesão, expressa em unidades do SI?

Resolução:
I. Pela **Equação da Continuidade**:

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1 \Rightarrow 2A_1 v_2 = A_1 20$$

Assim:

$$\boxed{v_2 = 10 \text{ cm/s} = 0{,}10 \text{ m/s}}$$

II. Pelo **Teorema de Bernoulli** aplicado a um mesmo ponto do interior da artéria, tem-se:

$$p + \frac{\mu v^2}{2} = C \text{ (Constante)}$$

$$p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{\mu}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Delta p = \frac{1{,}2 \cdot 10^3}{2}(0{,}20^2 - 0{,}10^2) \text{ (Pa)} \Rightarrow \boxed{\Delta p = 18 \text{ Pa}}$$

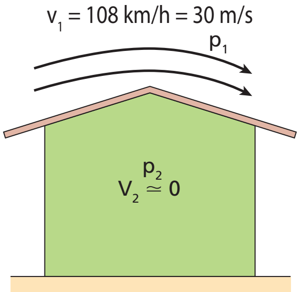
7 (ITA-SP) Durante uma tempestade, Maria fecha as janelas do seu apartamento e ouve o zumbido do vento lá fora. Subitamente o vidro de uma janela se quebra. Considerando-se que o vidro tenha soprado tangencialmente à janela, o acidente pode ser mais bem explicado pelo(a):
a) princípio de conservação da massa.
b) princípio de Bernoulli.
c) princípio de Arquimedes.
d) princípio de Pascal.
e) princípio de Stevin.

Resolução:
Em virtude de o vento aumentar a velocidade da massa de ar, a pressão externa à janela diminui, de acordo com o princípio de Bernoulli.
A diferença entre a pressão interna (maior) e a externa (menor) quebra a janela, fazendo com que os fragmentos de vidro sejam jogados para fora.

Resposta: b

8 O ar de um furacão sopra sobre o telhado de uma casa com velocidade de módulo igual a 108 km/h. A densidade do ar vale 1,2 kg/m³. A diferença entre a pressão do lado interno e do lado externo do telhado vale:
a) zero b) 500 Pa c) 520 Pa d) 540 Pa e) 560 Pa

Resolução:



Trata-se de uma aplicação direta do Teorema de Bernoulli para pontos no mesmo nível horizontal.

$$p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2}$$

Sendo $v_2 \simeq 0$ (o ar dentro da casa está praticamente em repouso) vem:

$$p_2 - p_1 = \frac{\mu v_1^2}{2} \Rightarrow \Delta p = \frac{1{,}2 \ (30)^2}{2} \text{ (Pa)}$$

$$\boxed{\Delta p = 540 \text{ Pa}}$$

Resposta: d

9 (Unicamp-SP) "**Tornado destrói telhado de ginásio da Unicamp**. Um tornado com ventos de 180 km/h destruiu o telhado do ginásio de esportes da Unicamp [...] Segundo engenheiros da universidade, a estrutura destruída pesa aproximadamente 250 toneladas." (*Folha de S.Paulo*, 29/11/95)
Uma possível explicação para o fenômeno seria considerar uma diminuição de pressão atmosférica, devida ao vento, na parte superior do telhado. Para um escoamento ideal de ar, essa redução de pressão é dada por: $\frac{\rho v^2}{2}$, em que ρ = 1,2 kg/m³ é a densidade do ar e **v** é a intensidade da velocidade do vento. Considere que o telhado do ginásio tem 5 400 m² de área e que estava simplesmente apoiado sobre as paredes. Adote g = 10 m/s².
a) Calcule a variação da pressão externa devida ao vento.
b) Quantas toneladas poderiam ser levantadas pela força devida a esse vento?
c) Qual a menor intensidade da velocidade do vento (em km/h) que levantaria o telhado?

Resolução:
a) Deve-se utilizar a expressão dada, que nada mais é que o Teorema de Bernoulli.

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}$$

Sendo $\rho = 1{,}2$ kg/m³ e $v = 180 \frac{km}{h} = \frac{180 \text{ m}}{3{,}6 \text{ s}} = 50 \frac{m}{s}$, vem:

$$\Delta p = \frac{1{,}2 \ (50)^2}{2} \text{ (N/m}^2) \Rightarrow \boxed{\Delta p = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}$$

b) $$\frac{F}{A} = \Delta p \Rightarrow \frac{M g}{A} = \Delta p$$

$$\frac{M \ 10}{5400} = 1{,}5 \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{M = 810 \cdot 10^3 \text{ kg} = 810 \text{ toneladas}}$$

c) **(I)** $$\Delta p' = \frac{F'}{A} \Rightarrow \Delta p' = \frac{M' g}{A}$$

$$\Delta p' = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 10}{5400} \text{ (N/m}^2) \Rightarrow \boxed{\Delta p' = \frac{25}{54} \cdot 10^3 \text{ (N/m}^2)}$$

(II) $$\frac{\rho v'^2}{2} = \Delta p' \Rightarrow \frac{1{,}2 \ v'^2}{2} = \frac{25}{54} \cdot 10^3$$

Donde: $\boxed{v' \simeq 27{,}78 \text{ m/s}}$

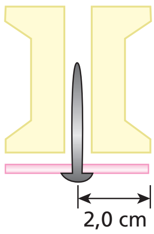
$$v' \simeq 27{,}78 \cdot 3{,}6 \text{ (km/h)}$$

$$\boxed{v' \simeq 100 \text{ km/h}}$$

Respostas: a) 1,5 · 10³ N/m²; b) 810 toneladas; c) ≃ 100 km/h

10 (UFBA) Um fenômeno bastante curioso, associado ao voo dos pássaros e do avião, pode ser visualizado através de um experimento simples, no qual se utiliza um carretel de linha para empinar pipas, um prego e um pedaço circular de cartolina.

O prego é colocado no centro da cartolina e inserido no buraco do carretel, conforme a figura. Soprando de cima para baixo pelo buraco superior do carretel, verifica-se que o conjunto cartolina-prego não cai.



Considere a massa do conjunto cartolina-prego igual a 10 g, o raio do disco igual a 2,0 cm e a aceleração da gravidade local com módulo igual a 10 m/s^2.
A partir dessas informações, apresente a lei física associada a esse fenômeno e calcule a diferença de pressão média mínima, entre as faces da cartolina, necessária para impedir que o conjunto caia.

Resolução:

(I) A lei física associada ao fenômeno é o Princípio de Bernoulli. Devido ao jato de ar que sopra de cima para baixo ao longo do eixo do carretel, reduz-se a pressão sobre a face de cima do disco de cartolina. Com isso, ele fica sujeito a um esforço resultante de pressão dirigido de baixo para cima que o mantém suspenso, sem cair.

(II) $F_{ar} = P$

$$\Delta p\, A = m\, g$$

$$\Delta p = \frac{m\, g}{A} = \frac{m\, g}{\pi R^2}$$

$$\Delta p = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{\pi\,(2{,}0 \cdot 10^{-2})^2}\ (\text{N/m}^2)$$

$$\boxed{\Delta p \simeq 79{,}6\ \text{N/m}^2}$$

Resposta: $\simeq 79{,}6$ N/m^2

11 (ITA-SP) Considere uma tubulação de água que consiste de um tubo de 2,0 cm de diâmetro por onde a água entra com velocidade de módulo 2,0 m/s sob uma pressão de $5{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Outro tubo de 1,0 cm de diâmetro encontra-se a 5,0 m de altura, conectado ao tubo de entrada. Considerando-se a densidade da água igual $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3 e desprezando-se as perdas, calcule a pressão da água no tubo de saída. Adote g = 10 m/s^2.

Resolução:

(I) Equação da Continuidade:

$$Z_1 = Z_2 \ \Rightarrow\ A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi R_2^2 v_2 = \pi R_1^2 v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_1 \ \Rightarrow\ v_2 = \left(\frac{1{,}0}{0{,}50}\right)^2 2{,}0\ (\text{m/s})$$

$$\boxed{v_2 = 8{,}0\ \text{m/s}}$$

(II) Teorema de Bernoulli:

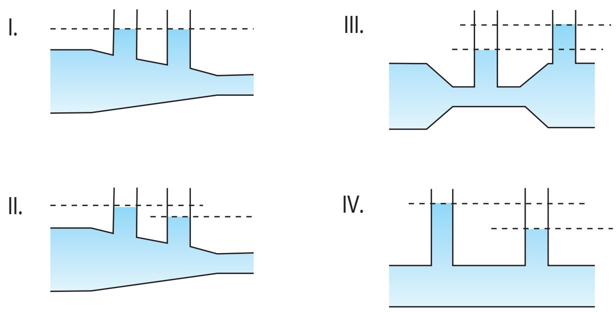
$$p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} + \mu g (h_1 - h_2)$$

$$p_2 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (8{,}0)^2}{2} = 5{,}0 \cdot 10^5 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (2{,}0)^2}{2} + 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10\,(-5{,}0)$$

Donde: $\boxed{p_2 = 4{,}2 \cdot 10^5\ \text{Pa}}$

Resposta: $4{,}2 \cdot 10^5$ Pa

12 (UFSM-RS) As figuras representam secções de canalizações por onde flui, da esquerda para a direita, sem atrito e em regime estacionário, um líquido incompressível. Além disso, cada secção apresenta duas saídas verticais para a atmosfera, ocupadas pelo líquido até as alturas indicadas.



As figuras em acordo com a realidade física são:

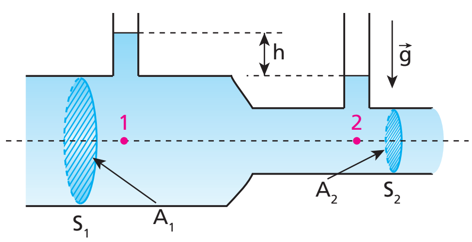
a) II e III.
b) I e IV.
c) II e IV.
d) III e IV.
e) I e III.

Resolução:

Nos trechos de maior diâmetro (tubos mais "grossos"), a intensidade da velocidade de escoamento do líquido é **menor** e a pressão estática é **maior**. Por isso, nesses trechos, o líquido atinge alturas maiores nos tubos verticais (tubos de Venturi), como ocorre nas situações das figuras II e III.
Tal fato pode ser explicado pelo Teorema de Bernoulli.

Resposta: a

13 E.R. Considere a tubulação hidráulica esquematizada abaixo por onde escoa água em regime permanente. Os pontos **1** e **2** indicados, pertencentes a uma mesma horizontal, estão situados sob dois tubos verticais abertos em que se observa no líquido um desnível de altura **h**. No local, a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Supondo conhecidas as áreas A_1 e A_2 as seções retas S_1 e S_2, respectivamente, e considerando a água um fluido ideal, determine a intensidade da velocidade do líquido no ponto **1**.

Resolução:

I. Equação da Continuidade:

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1$$

Assim:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \quad \text{(I)}$$

II. Teorema de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

$$\mu g h_1 + P_{atm} + \frac{\mu v_1^2}{2} = \mu g h_2 + P_{atm} + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

Da qual:

$$g(h_1 - h_2) + \frac{v_1^2}{2} = \frac{v_2^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Observando-se que $h_1 - h_2 = h$ e substituindo-se (I) em (II), vem:

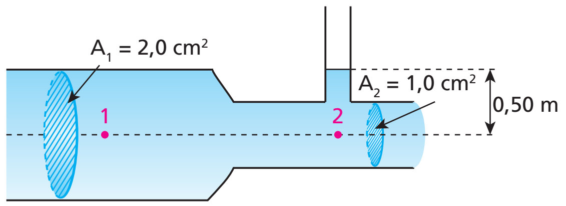
$$g h + \frac{v_1^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2$$

$$2 g h = v_1^2 \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

Assim:

$$\boxed{v_1 = \left[\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

14 Na tubulação horizontal esquematizada na figura a seguir, o líquido escoa com vazão de 400 cm^3/s e atinge a altura de 0,50 m no tubo vertical. A massa específica do líquido, admitido ideal, é 1,0 g/cm^3.



Adotando-se $g = 10 m/s^2$ e supondo-se o escoamento em regime permanente, pede-se para calcular a pressão efetiva no ponto **1**, que é a diferença entre a pressão estática nesse ponto e a pressão atmosférica.

Resolução:

(I) Cálculo de v_1 e v_2:

$$A_1 v_1 = Z \Rightarrow 2{,}0\, v_1 = 400 \Rightarrow \boxed{v_1 = 200 \text{ cm/s} = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

$$A_2 v_2 = Z \Rightarrow 1{,}0\, v_2 = 400 \Rightarrow \boxed{v_2 = 400 \text{ cm/s} = 4{,}0 \text{ m/s}}$$

(II) Cálculo de $P_{ef_1} = P_1 - P_{atm}$:

Teorema de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \Rightarrow P_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = \mu g h + P_{atm} + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

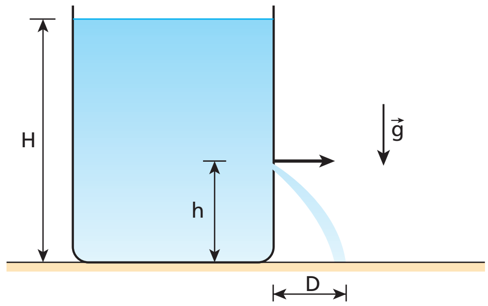
$$P_1 - P_{atm} = \mu g h + \frac{\mu}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{ef_1} = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}50 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3}{2}(4{,}0^2 - 2{,}0^2) \text{ (N/m}^2)$$

Donde: $\boxed{P_{ef_1} = 1{,}1 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2}$

Resposta: $1{,}1 \cdot 10^4$ N/m²

15 E.R. Em uma caixa-d'água cilíndrica de eixo vertical a superfície livre de água atinge uma altura **H**. Faz-se um pequeno furo na parede lateral da caixa, a uma altura **h**, por onde a água extravasa, projetando-se horizontalmente, conforme ilustra a figura. No local, a resistência do ar é desprezível e a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Sendo **D** o alcance horizontal atingido pela água, determine:

a) o máximo valor de **D**;
b) os valores de **h** para os quais se obtêm alcances horizontais iguais.

Resolução:

a) A intensidade da velocidade de escoamento da água através do furo é **v**, dada pela **Equação de Torricelli**:

$$v = \sqrt{2 g (H - h)} \quad \text{(I)}$$

O movimento das gotas d'água a partir do furo é uniformemente variado na vertical; logo:

$$\Delta y = v_{0_y} t + \frac{\alpha_y}{2} t^2 \Rightarrow h = \frac{g}{2} t_q^2$$

Da qual:

$$t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{(II)}$$

O movimento das gotas d'água a partir do furo é uniforme na horizontal; logo:

$$\Delta x = v t \Rightarrow D = v t_q \quad \text{(III)}$$

Substituindo-se (I) e (II) em (III), segue que:

$$D = \sqrt{2 g (H - h)} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

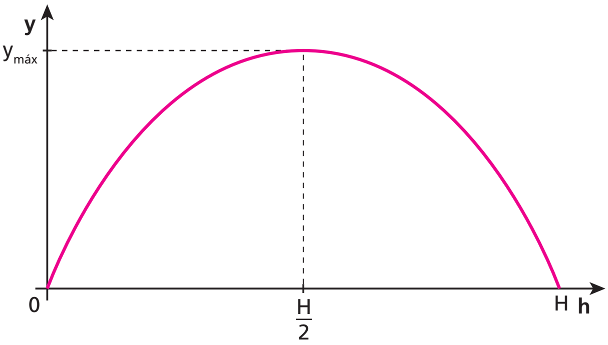
Assim:

$$\boxed{D = 2\sqrt{(H - h)\, h}}$$

Chamemos de **y** o radicando $(H - h)\, h$.

$$y = (H - h)\, h$$

A função $y = f(h)$ é do Segundo grau e sua representação gráfica é um arco de parábola com concavidade voltada para baixo, conforme aparece a seguir:



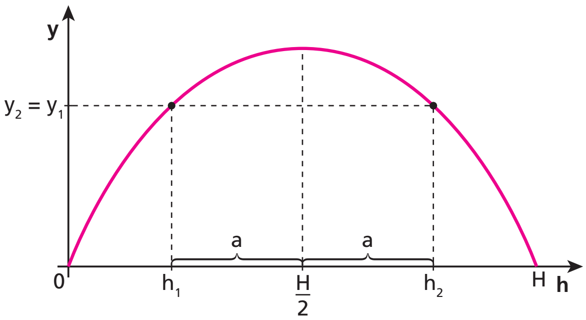
Observando-se que $y = 0$ para $h = 0$ e $h = H$, tem-se:

Para $h = \frac{H}{2} \Rightarrow y_{máx} \Rightarrow D_{máx}$

Logo: $D_{máx} = 2\sqrt{\left(H - \frac{H}{2}\right)\frac{H}{2}}$

Donde: $\boxed{D_{máx} = H}$

b) Alcances horizontais iguais são obtidos para um mesmo valor de **y**, isto é, quando $y_2 = y_1$.
Analisando-se o gráfico anterior, vem:



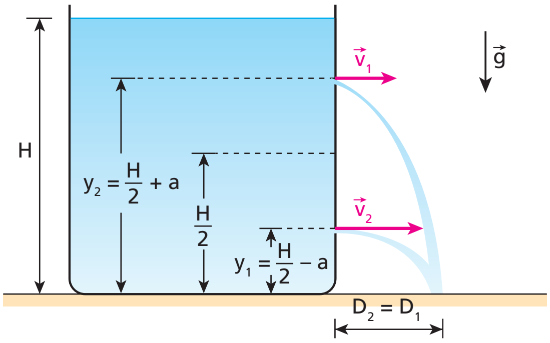
$$D_2 = D_1 \Rightarrow y_2 = y_1$$

Nesse caso:

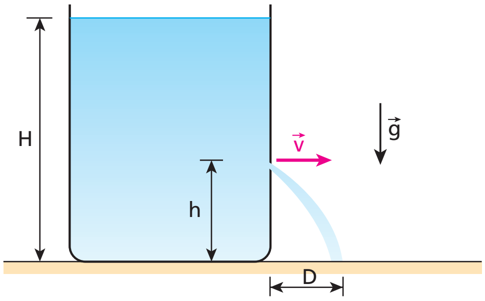
$$\boxed{h_1 = \frac{H}{2} - a \text{ e } h_2 = \frac{H}{2} + a}$$

$$\left(\text{com } 0 < a < \frac{H}{2}\right)$$

A figura a seguir ilustra o exposto.



16 Na figura a seguir está esquematizado um grande tanque aberto cheio de água até uma altura **H** apoiado sobre uma superfície horizontal.



Faz-se um pequeno furo na parede lateral do reservatório, a uma altura **h** em relação à sua base, por onde jorra um filete d'água com velocidade horizontal de intensidade **v**. No local, a resistência do ar é desprezível e a acelereção da gravidade tem módulo igual a **g**. Sendo **D** o alcance horizontal da água, determine em função de **H**, **h** e **g**:

a) o valor de **v**;
b) o valor de **D**.

Resolução:

a) O desnível **d** entre a superfície livre de água e o orifício é $d = H - h$.
Aplicando-se a equação de Torricelli, vem:

$$v = \sqrt{2\,g\,d} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2\,g\,(H - h)}}$$

b) (I) Cálculo do tempo de queda (t_q) da água:

Na vertical: **MUV**

$$\Delta y = v_{0_y}\,t + \frac{\alpha_y}{2}t^2 \Rightarrow h = \frac{g}{2}t_q^2$$

Donde: $t_q = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$

(II) Cálculo do alcance horizontal da água:

Na horizontal: **MU**

$$\Delta x = v\,t \Rightarrow D = v\,t_q$$

Substituindo-se os valores de **v** e de t_q, vem:

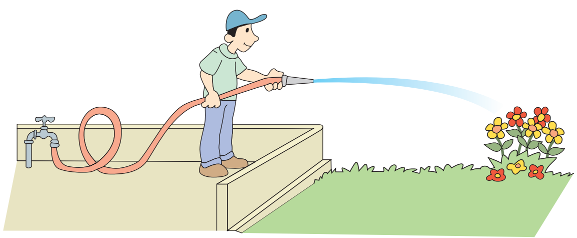
$$D = \sqrt{2\,g\,(H - h)}\sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

Do qual: $\boxed{D = 2\sqrt{(H - h)\,h}}$

Nota: D independe de **g**.

Respostas: a) $\sqrt{2\,g\,(H - h)}$; b) $D = 2\sqrt{(H - h)\,h}$

17 (Unirio-RJ) Um menino deve regar o jardim de sua mãe e pretende fazer isso da varanda de sua residência, segurando uma mangueira na posição horizontal, conforme a figura abaixo.



Durante toda a tarefa, a altura da mangueira, em relação ao jardim, permanecerá constante. Inicialmente, a vazão de água, que pode ser definida como o volume de água que atravessa a área transversal da mangueira na unidade de tempo, é φ_0. Para que a água da mangueira atinja a planta mais distante no jardim, ele percebe que o alcance inicial deve ser quadruplicado. A mangueira tem em sua extremidade um dispositivo com orifício circular de raio variável. Para que consiga molhar todas as plantas do jardim sem molhar o resto do terreno, ele deve:

a) reduzir o raio do orifício em 50% e quadruplicar a vazão de água.
b) manter a vazão constante e diminuir a área do orifício em 50%.
c) manter a vazão constante e diminuir o raio do orifício em 50%.
d) manter constante a área do orifício e dobrar a vazão de água.
e) reduzir o raio do orifício em 50% e dobrar a vazão de água.

Resolução:

(I) **Vazão:** $\varphi_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = Av$

Logo: $v = \frac{\varphi_0}{A}$ ①

(II) **Tempo de queda da água:**

MUV: $\Delta y = v_{0_y} t + \frac{x_y}{2} t^2$

$H = \frac{g}{2} t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ②

(III) **Alcance horizontal da água:**

MU: $D = v\, t_q$ ③

(IV) ① e ② em ③:

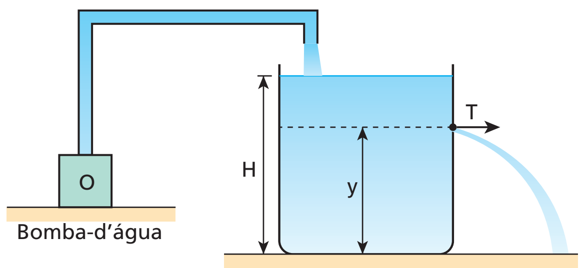
$$D = \frac{\varphi_0}{A} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\boxed{D = \frac{\varphi_0}{\pi R^2} \sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

Sendo **H** e **g** constantes, pode-se quadruplicar **D** mantendo-se φ_0 constante e reduzindo-se **R** à metade (redução de 50%).

Resposta: c

18 (Unirio-RJ) Uma bomba-d'água enche o reservatório representado na figura a seguir até a altura **H**. Assim que a água atinge esse nível, a tampa **T** de um escoadouro é aberta. A tampa está a uma altura **y** do fundo do reservatório e sua vazão é igual à da bomba, que permanece ligada o tempo todo. Sabendo que a água sai horizontalmente pela tampa, determine a expressão para o alcance máximo, $A_{máx}$, atingido pela água e a altura **y** do escoadouro.



Despreze os atritos.

a) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{2}$
b) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{4}$
c) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{3}$
d) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{6}$
e) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{5}$

Resolução:

(I) **Equação de Torricelli:**

$v = \sqrt{2gh}$

Sendo $h = H - y$, vem:

$v = \sqrt{2g(H-y)}$ (I)

(II) **Tempo de queda da água:**

MUV: $\Delta y = v_{0_y} t + \frac{\alpha_y}{2} t^2$

$y = \frac{g}{2} t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2y}{g}}$ (II)

(III) **Alcance horizontal:**

MU: $A_{máx} = v\, t_q$ (III)

Substituindo (I) e (II) em (III), vem:

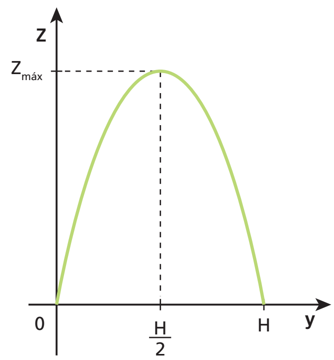
$$A_{máx} = \sqrt{2g(H-y)} \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

Donde:

$$\boxed{A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}}$$

(IV) Analisemos a função $z = y(H - y)$

O gráfico $z = f(y)$ é uma parábola com concavidade voltada para baixo.



Logo, para $y = \frac{H}{2} \Rightarrow Z_{máx} \Rightarrow A_{máx}$

Resposta: a