Capítulo 7
Matemática financeira

Para pensar

1. O grupo de alimentação e bebidas.

2. Resposta pessoal.

Exercícios propostos

1. a) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

b) $36\% = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$

c) $120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5}$

d) $0{,}5\% = \frac{0{,}5}{100} = \frac{5}{1.000} = \frac{1}{200}$

e) $0{,}01\% = \frac{0{,}01}{100} = \frac{1}{10.000}$

2. a) $60\% = \frac{60}{100} = 0{,}6$

b) $6\% = \frac{6}{100} = 0{,}06$

c) $0{,}6\% = \frac{0{,}6}{100} = 0{,}006$

d) $25{,}4\% = \frac{25{,}4}{100} = 0{,}254$

e) $245\% = \frac{245}{100} = 2{,}45$

3. a) $0{,}15 = 0{,}15 \cdot \frac{100}{100} = \frac{15}{100} = 15\%$

b) $0{,}07 = 0{,}07 \cdot \frac{100}{100} = \frac{7}{100} = 7\%$

c) $0{,}009 = 0{,}009 \cdot \frac{100}{100} = \frac{0{,}9}{100} = 0{,}9\%$

d) $1{,}8 = 1{,}8 \cdot \frac{100}{100} = \frac{180}{100} = 180\%$

e) $2 = 2 \cdot \frac{100}{100} = \frac{200}{100} = 200\%$

4. a) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

b) $\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 4\%$

c) $\frac{3}{50} = \frac{6}{100} = 6\%$

d) $\frac{9}{5} = \frac{180}{100} = 180\%$

e) $\frac{6}{300} = \frac{2}{100} = 2\%$

5. $25\% \cdot 50\% = \frac{25}{100} \cdot \frac{50}{100} = \frac{1.250}{10.000} = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$

6. Sendo x = 6% e y = 2%, temos:

$x + y = 6\% + 2\% = \frac{6}{100} + \frac{2}{100} = 0{,}06 + 0{,}02 = 0{,}08$

$x - y = 6\% - 2\% = \frac{6}{100} - \frac{2}{100} = 0{,}06 - 0{,}02 = 0{,}04$

Logo, um índice inflacionário para o ano seguinte estará dentro das expectativas se pertencer ao intervalo [0,04; 0,08].
Alternativa **d**.

7. $0{,}84 \cdot 625 = 525$
Logo, dos 625 estudantes entrevistados, 525 trabalham.

8. Há várias maneiras possíveis, por exemplo:
(I) $15 \cdot 48 \div 100$
(II) $15 \div 100 \cdot 48$
(III) $0{,}15 \cdot 48$

9. O total t arrecadado, em dólares, é dado por:
$t = 0{,}0001 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{12} \cdot 5 \cdot 52 = 3{,}12 \cdot 10^{10}$, que equivale a 31,2 bilhões de dólares.
Alternativa **d**.

10. Como a razão da quantidade de cobre para a quantidade de zinco é $\frac{7}{3}$, para cada 10 partes de latão, 3 são compostas por zinco. Assim, temos:
$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$
Logo, o percentual de zinco que compõe o latão é 30%.

11. Sendo p o percentual de votos do vencedor em relação ao total de eleitores participantes da eleição, temos:
$p = 51\% \cdot (100\% - 9\% - 11\%) = 51\% \cdot 80\%$
$\therefore p = 40{,}8\%$
Alternativa **b**.

12. Massa total do troféu: 420 g + 120 g + 60 g = 600 g

a) $\frac{420}{600} = \frac{70}{100} = 70\%$

b) $\frac{120}{600} = \frac{20}{100} = 20\%$

c) $\frac{60}{600} = \frac{10}{100} = 10\%$

13. a) $x = 135{,}4 - 91{,}2 = 44{,}2$
$y = 152{,}28 - 94{,}82 = 57{,}46$

b) O percentual p de crescimento da balança comercial de 2013 para 2014 é dado por:
$p = \frac{57{,}46 - 44{,}2}{44{,}2} = 0{,}3 = 30\%$

14. Sendo A a área dos estabelecimentos agropecuários no ano 2000, temos:
$0{,}06 \cdot A = 15 \Rightarrow A = \frac{15}{0{,}06} = 250$
Portanto, a área dos estabelecimentos em 2000 era de 250 milhões de hectares.

15. Sendo m_i e m_f a massa total da mistura antes e depois da evaporação, respectivamente, temos:
$60\% \cdot m_f = 5{,}4 \Rightarrow m_f = \frac{5{,}4}{0{,}06} = 9$
Logo, a massa total da mistura após a evaporação foi de 9 kg.

Assim, sendo s a massa de sal dessa mistura, que não se altera com a evaporação, e sabendo que após a evaporação essa quantidade correspondia a 100% − 60%, ou seja, 40%, temos:

$s = 40\% \cdot 9 = 0{,}4 \cdot 9 = 3{,}6$

Logo, a massa de sal corresponde a 3,6 kg.

Como antes da evaporação a massa de sal correspondia a 36% da massa total, temos:

$36\% \cdot m_i = 3{,}6 \Rightarrow m_i = \dfrac{3{,}6}{0{,}36} = 10$

Portanto, a quantidade de água salgada colocada inicialmente no recipiente foi de 10 kg.

16. Sendo t o total de investimentos, em bilhão de reais, no ano de 2011, temos:

$30\% \cdot t = 180 \Rightarrow t = \dfrac{180}{0{,}3} = 600$

Portanto, 600 bilhões de reais seriam gastos com instalações submarinas.

Sendo p o valor do PIB brasileiro de 2011, em bilhão de reais, temos:

$15\% \cdot p = 600 \Rightarrow t = \dfrac{600}{0{,}15} = 4.000$

Portanto, o valor estimado do PIB brasileiro de 2011 era de 4.000 bilhões de reais, ou seja, 4 trilhões de reais.

17. Sendo n o número de habitantes em 2013, temos:

$n + 0{,}012n = 484.200 \Rightarrow 1{,}012n = 484.200$

$\therefore n = \dfrac{484.200}{1{,}012} \approx 478.458$

Assim, a população no final de 2013 era de aproximadamente 478.458.

18. Sendo m o número de mulheres, temos que o número de homens é $(315 - m)$; portanto:

$0{,}25m = 0{,}2(315 - m) \Rightarrow m = 140$

Logo, 140 mulheres participam dessa assembleia.

Alternativa **a**.

19. Sendo n e n' o número inicial e final de alunos por sala, respectivamente, m e m' a mensalidade antes e depois do reajuste e x o percentual de aumento na mensalidade do aluno, temos:

$n' = n - 0{,}2n = 0{,}8n$

$m' = m + xm$

Como a receita é constante, podemos fazer:

$n \cdot m = n' \cdot m' \Rightarrow n \cdot m = 0{,}8n \cdot (1 + x)m$

$\therefore nm = 0{,}8(1 + x)nm \Rightarrow 1 + x = \dfrac{1}{0{,}8}$

$\therefore 1 + x = 1{,}25 \Rightarrow x = 0{,}25$

Logo, o percentual de aumento na mensalidade paga por aluno foi de 25%.

20. a) $72 - 45 = 27$

Logo, o lucro obtido com essa venda foi de R$ 27,00.

b) $\dfrac{V - C}{C} = \dfrac{27}{45} = 0{,}6 = 60\%$

Logo, o lojista teve um lucro de 60% sobre o preço de compra.

c) $\dfrac{V - C}{V} = \dfrac{27}{72} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

Logo, o lojista teve um lucro de 37,5% sobre o preço de venda.

21. a) Sendo c o preço de compra dessa caneta, em real, temos:

$\dfrac{12 - c}{c} = 0{,}25 \Rightarrow c = 9{,}6$

Logo, o preço de compra dessa caneta foi R$ 9,60.

b) Sendo l o lucro obtido com essa venda, temos:

$l = 12 - 9{,}6 = 2{,}4$

Logo, o lucro obtido com essa venda foi de R$ 2,40.

c) Sendo p_v o percentual de lucro sobre o preço de venda, temos:

$p_v = \dfrac{2{,}4}{12} = 0{,}2 = 20\%$

Logo, o percentual de lucro sobre o preço de venda foi de 20%.

22. a) Sendo V o preço de venda antes da redução e V′ o preço de venda após a redução, temos:

$\dfrac{|V' - V|}{V} = 0{,}4 \Rightarrow \dfrac{|1{,}2 - V|}{V} = 0{,}4$

Como $V > 1{,}2$, temos:

$\dfrac{V - 1{,}2}{V} = 0{,}4 \Rightarrow V = 2$

Logo, o preço de venda do pé de alface antes da redução era R$ 2,00.

b) Sendo C o preço de compra do pé de alface, temos:

$C = 0{,}64 \cdot 2 = 1{,}28$

Assim, temos:

$\left|\dfrac{V - C}{C}\right| = \left|\dfrac{1{,}2 - 1{,}28}{1{,}28}\right| = 0{,}0625$

Logo, o percentual de prejuízo sobre o preço de compra, provocado por essa redução, foi de 6,25%.

23. O lucro mensal L, em real, para x cintos produzidos e vendidos é dado por:

$L = 3{,}50x - 6.000 - 2x \Rightarrow L = 1{,}5x - 6.000$

Atualmente, o lucro é R$ 9.000,00; portanto:

$9.000 = 1{,}50x - 6.000 \Rightarrow x = 10.000$

Ou seja, a venda da produção de 10.000 cintos gera o lucro de R$ 9.000,00. Para dobrar o lucro sem aumentar o custo fixo e o preço de venda, devem ser produzidos e vendidos y cintos; assim:

$18.000 = 1{,}5y - 6.000 \Rightarrow y = 16.000$

Concluímos, então, que o percentual p de aumento na produção deve ser:

$p = \dfrac{6.000}{10.000} = 0{,}6 \Rightarrow p = 60\%$

Alternativa **d**.

24. Sendo p o preço que essa moto é vendida na concessionária, temos:

$p = 11.800 - 0{,}12 \cdot 11.800 = 10.384$

Logo, essa moto é vendida por R$ 10.384,00.

25. Sendo p o preço de etiqueta, em real, temos:

$(1 - 0{,}18)x = 180{,}40 \Rightarrow 0{,}82x = 180{,}40$

$\therefore x = 220$

Logo, o preço de etiqueta é R$ 220,00.

26. Sendo x o preço de uma mercadoria antes dos dois descontos, temos que após os descontos o preço passou a ser $0{,}85 \cdot 0{,}80 \cdot x$, ou seja, $0{,}68x$.

Logo, o percentual p de desconto é dado por:

$$p = \frac{x - 0{,}68x}{x} = 0{,}32 = 32\%$$

27. Com o primeiro desconto, o preço anunciado p_1 é dado por:

$p_1 = 80 - 0{,}15 \cdot 80 = 68$

Assim, no segundo desconto o preço da mercadoria foi reduzido em R\$ 68,00 − R\$ 51,00, ou seja, R\$ 17,00.

Desse modo, temos:

$$\frac{17}{68} = 0{,}25 = 25\%$$

Logo, $p = 25$.

28. Sendo x o preço do litro da gasolina antes dos aumentos, temos que após os aumentos o preço passou a ser $1{,}02 \cdot 1{,}05x$, ou seja, $1{,}071x$.

Logo, o percentual p de aumento é dado por:

$$p = \frac{1{,}071x - x}{x} = 0{,}071 = 7{,}1\%$$

29. Sendo x o preço que o comprador pagou por esse produto, temos:

$1{,}25x = 41 \Rightarrow x = 32{,}80$

Assim, esse comerciante lucrou R\$ 32,80 − R\$ 20,50 a mais pelo produto, ou seja, R\$ 12,30.

Desse modo, temos:

$$\frac{12{,}3}{20{,}5} = 0{,}6 = 60\%$$

Logo, $p = 60$.

30. Sendo V o preço de venda e C o preço de custo, podemos montar o seguinte sistema:

$$\begin{cases} V - C = 5.000 \\ 0{,}9V - C = 0{,}2C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V - C = 5.000 \\ 0{,}9V - 1{,}2C = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, encontramos $C = 15.000$ e $V = 20.000$. Logo, o preço de custo é R\$ 15.000,00.

Alternativa **b**.

31. Sendo x o preço de custo da mercadoria, temos que o preço de venda do produto deve ser no mínimo $1{,}44x$ e o lojista prepara a tabela com o preço valendo $1{,}80x$. Assim, o maior desconto que ele pode conceder é $1{,}80x - 1{,}44x$, ou seja, $0{,}36x$. Como esse desconto é dado sobre o preço de tabela, para calculá-lo, podemos fazer:

$$\frac{0{,}36x}{1{,}80x} = 0{,}20 = 20\%$$

Alternativa **c**.

32. Sendo x o preço de tabela, temos que o cliente pediu para pagar $0{,}6x$. Para o desconto que o vendedor ofereceu, temos:

$0{,}9 \cdot 0{,}7 \cdot x = 0{,}63x$

Assim, temos uma diferença de $0{,}03x$, ou seja, 3% do preço da tabela.

Alternativa **b**.

33. Esquematizando a situação, temos:

	Quantidade vendida (kg)	Preço de venda por quilograma (R\$)	Receita apurada (R\$)
2013	q	v	qv
2014	$1{,}08q$	$1{,}03v$	$1{,}08q \cdot 1{,}03v$

Assim, o percentual p de aumento da receita de 2013 para 2014 é dado por:

$$p = \frac{1{,}08q \cdot 1{,}03v - qv}{qv} = 0{,}1124$$

$\therefore p = 11{,}24\%$

Alternativa **b**.

34. De acordo com o gráfico, temos:

- Lucro nulo ($R = C$), quando a quantidade produzida e vendida for 10 e 30.
- Lucro positivo ($R > C$), quando a quantidade produzida e vendida estiver entre 10 e 30.
- Prejuízo ($R < C$), quando a quantidade produzida e vendida for menor que 10 e maior que 30.

Alternativa **e**.

35. O valor v, em real, pago pelo empresário é dado por:

$v = 32.000 \cdot 3{,}5 = 112.000$

Logo, o empresário pagou R\$ 112.000,00.

36. Temos:

$1 \text{ iene} = 0{,}0213 \text{ real} \Rightarrow 1 \text{ real} = \frac{1}{0{,}0213} \text{ iene (I)}$

$1 \text{ dólar} = 2{,}5134 \text{ real (II)}$

Substituindo (I) em (II), concluímos:

$1 \text{ dólar} = 2{,}5134 \cdot \frac{1}{0{,}0213} \text{ ienes}$

$\therefore 1 \text{ dólar} = 118 \text{ ienes}$

37. Temos:

$1 \text{ rublo} = 0{,}074 \text{ real (I)}$

$1 \text{ rúpia} = 0{,}047 \text{ real} \Rightarrow 1 \text{ real} = \frac{1}{0{,}047} \text{ rúpia (II)}$

Substituindo (II) em (I), obtemos:

$1 \text{ rublo} = 0{,}074 \cdot \frac{1}{0{,}047} \text{ rúpia}$

Logo:

$2.400 \text{ rublos} = 2.400 \cdot 0{,}074 \cdot \frac{1}{0{,}047} \text{ rúpias} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2.400 \text{ rublos} \approx 3.778{,}72 \text{ rúpias}$

38. **a)** O iene desvalorizou R\$ 0,001 em R\$ 0,026; logo, o percentual de desvalorização foi:

$$\frac{0{,}001}{0{,}026} \approx 0{,}0385 = 3{,}85\%$$

b) Na primeira cotação 1 real valia $\frac{1}{0{,}026}$ iene e, na segunda, valia $\frac{1}{0{,}025}$ iene. Dividindo o valor final do real (em iene) pelo inicial, temos:

$$\frac{\frac{1}{0{,}025}}{\frac{1}{0{,}026}} = \frac{0{,}026}{0{,}025} = 1{,}04 = 104\%$$

Assim, na segunda cotação, o real valia 104% do valor inicial; logo, sua valorização foi de 4%.

39. a) O real desvalorizou 0,15 pesos em 2,54 pesos; logo, o percentual de desvalorização foi:

$\frac{0,15}{2,54} \approx 0,059 = 5,9\%$

b) Na primeira cotação 1 peso valia $\frac{1}{2,54}$ real e, na segunda, valia $\frac{1}{2,39}$ real. Dividindo o valor final do peso (em real) pelo inicial, temos:

$$\frac{\frac{1}{2,39}}{\frac{1}{2,54}} = \frac{2,54}{2,39} \approx 1,0628 = 106,28\%$$

Assim, na segunda cotação, o peso valia 106,28% do valor inicial; logo, sua valorização foi de 6,28%, aproximadamente.

40. C = R\$ 3.200,00

$i = 1,4\% = 0,014$ (taxa mensal)

$t = 8$ meses

a) $J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 3.200 \cdot 0,014 \cdot 8 = 358,4$

Logo, o juro produzido nesse período foi R\$ 358,40.

b) $M = C + J \Rightarrow M = 3.200 + 358,4 = 3.558,4$

Logo, o montante acumulado nesse período foi R\$ 3.558,40.

41. C = R\$ 8.000,00

$i = 1,8\% = 0,018$ (taxa mensal)

J = R\$ 1.008,00

$t = ?$

Logo:

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 1.008 = 8.000 \cdot 0,018 \cdot t$

$\therefore t = 7$

Concluímos, então, que o capital ficou aplicado durante 7 meses.

42. A multa é o juro simples J produzido pelo capital R\$ 250,00 aplicado durante o tempo de atraso, ou seja, 9 dias à taxa de 0,18% ao dia. Assim, temos:

$J = 250 \cdot 0,0018 \cdot 9 = 4,05$

Logo, o valor da multa foi R\$ 4,05.

43. $C = ?$

$t = 9$

$i = 2,2\% = 0,022$

M = R\$ 4.312,80

Assim:

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = C \cdot 0,022 \cdot 9$ (I)

$M = C + J \Rightarrow 4.312,80 = C + J$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$4.312,80 = C + C \cdot 0,022 \cdot 9 \Rightarrow 4.312,80 = 1,198C$

$\therefore C = 3.600$

Logo, o capital aplicado foi R\$ 3.600,00.

44. Sendo C o capital aplicado, devemos calcular o tempo t para que o juro produzido seja C. Assim, temos:

$C = C \cdot 0,20 \cdot t \Rightarrow t = 5$

Logo, o capital duplica em 5 anos.

Alternativa **e**.

45. Temos:

C = R\$ 1.800,00

$t = 30$ meses

$i = 2,5\% = 0,025$ (taxa mensal)

$J = ?$

Logo:

$J = 1.800 \cdot 0,025 \cdot 30 \Rightarrow J = 1.350$

Concluímos, então, que o juro foi R\$ 1.350,00.

46. Para calcular o preço que Joana pagou pelo liquidificador, podemos fazer:

$0,9 \cdot 120 = 108$

Desse modo, temos:

J = R\$ 120,00 − R\$ 108,00 = R\$ 12,00

Assim, a taxa de juro é calculada pela razão entre R\$ 12,00 e o saldo devedor, que é de R\$ 48,00, ou seja, $\frac{12}{48} = 25\%$.

Logo, Joana pagaria 25% de juro mensal.

47.

	Débito de Pedro (R\$)	
Anos	**Credor A**	**Credor B**
1	$10.000 + 1.000$	$10.000(1,1)^1$
2	$10.000 + 2 \cdot 1.000$	$10.000(1,1)^2$
3	$10.000 + 3 \cdot 1.000$	$10.000(1,1)^3$
4	$10.000 + 4 \cdot 1.000$	$10.000(1,1)^4$
n	$10.000 + n \cdot 1.000$	$10.000(1,1)^n$

48. Temos:

C = R\$ 10.000,00

$t = 2$

$i = 20\% = 0,2$ (taxa anual)

a) $M = C(1 + i)^t \Rightarrow M = 10.000(1 + 0,2)^2 =$

$= 10.000\,(1,2)^2$

$\therefore M = 10.000 \cdot 1,44 \Rightarrow M = 14.400$

Concluímos, então, que o montante acumulado foi R\$ 14.400,00.

b) $J = M - C \Rightarrow J = 14.400 - 10.000 = 4.400$

Concluímos, assim, que o juro produzido foi R\$ 4.400,00.

49. O valor v, em real, do imóvel daqui a 3 anos é obtido por:

$v = 100.000(1 + 0,2)^3 \Rightarrow v = 172.800$

Logo, o valor do imóvel será R\$ 172.800,00.

50. Temos:

C = R\$ 5.000,00

$t = 6$ meses

$i = 2\% = 0,02$ (taxa mensal)

a) $M = C(1 + i)^t \Rightarrow M = 5.000(1 + 0,02)^6 =$

$= 5.000(1,02)^6$

$\therefore M = 5.000 \cdot 1,13 \Rightarrow M = 5.650$

Concluímos, então, que o montante acumulado será R\$ 5.650,00.

b) $J = M - C \Rightarrow J = 5.650 - 5.000 = 650$

Concluímos, assim, que o juro produzido foi R\$ 650,00.

51. Sendo C o capital aplicado e t o tempo, em ano, devemos ter:
$2C = C(1 + 0,5)^t \Rightarrow 2 = 1,5^t$
De acordo com a tabela, temos que t é igual a 1,72 ano, ou seja, 1 ano, 8 meses e 19 dias, aproximadamente.
Alternativa **c**.

52. Sendo:
C = R$ 3.000,00
t = 2 anos
J = R$ 1.320,00
i = ? (taxa anual)
Temos:
$4.320 = 3.000(1 + i)^2 \Rightarrow 1,44 = (1 + i)^2$
$\therefore\ 1 + i = 1,2 \Rightarrow i = 0,2$
Logo, a taxa anual foi 20%.

53. Devemos primeiro encontrar o capital aplicado. Temos:
$C = ?$
$t = 2$
$i = 40\% = 0,4$ (taxa anual)
M = R$ 9.800,00
$M = C(1 + i)^t \Rightarrow 9.800 = C(1 + 0,4)^2$
$\therefore\ 9.800 = C \cdot 1,4^2 \Rightarrow C = \dfrac{9.800}{1,96}$
$\therefore\ C = 5.000$
Logo, o capital aplicado foi R$ 5.000,00. Assim, o juro foi R$ 9.800,00 − R$ 5.000,00, ou seja, R$ 4.800,00.
Agora, para calcular a taxa de juros simples para que esse mesmo capital resulte no mesmo montante, o que significa render um juro de R$ 4.800,00, podemos fazer:
$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 4.800 = 5.000 \cdot i \cdot 2$
$\therefore\ i = \dfrac{4.800}{10.000} = 0,48 = 48\%$
Assim, concluímos que a taxa anual de juros simples para que o mesmo capital aplicado durante o mesmo tempo resulte no mesmo montante é 48%.

54. Temos:
$M = 21.000$
$C = 20.000$
$i = 2\% = 0,02$ (taxa mensal)
$t = ?$
$M = C(1 + i)^t \Rightarrow 21.000 = 20.000(1 + 0,02)^t$
$\therefore\ (1,02)^t = \dfrac{21.000}{20.000} \Rightarrow (1,02)^t = 1,05$
Logo, devemos encontrar t tal que $(1,02)^t \geqslant 1,05$.
Para $t = 1$, temos $(1,02)^t = (1,02)^1 = 1,02$
Para $t = 2$, temos $(1,02)^t = (1,02)^2 = 1,0404$
Para $t = 3$, temos $(1,02)^t = (1,02)^3 = 1,061208$
Assim, concluímos que, para $t = 3$, atingimos uma taxa maior que 1,05. Calculando o montante, temos:
$M = 20.000 \cdot 1,061208 \approx 21.225$
Logo, R$ 225,00 a mais que o necessário.
Alternativa **c**.

55. Temos:
C = R$ 158,20
$t = 5$
$i = -6\% = -0,06$ (taxa diária)
$M = C(1 + i)^t \Rightarrow M = 158,20 \cdot (1 - 0,06)^5 =$
$= 158,20 \cdot (0,94)^5$
Alternativa **b**.

56. O valor v, em real, do terreno após os 3 anos é dado por:
$v = 10.000(1 + 0,2)(1 + 0,1)(1 + 0,05) \Rightarrow$
$\Rightarrow v = 10.000 \cdot 1,2 \cdot 1,1 \cdot 1,05$
$\therefore\ v = 13.860$
Logo, o valor do terreno após os 3 anos era R$ 13.860,00.

57. **a)** Sendo p_3 o preço final do produto, temos:
$p_3 = p(1 - 0,12)(1 - 0,05)(1 - 0,03) \Rightarrow$
$\Rightarrow p_3 = 0,81092p$
b) O percentual i de desconto é dado por:
$i = \dfrac{p - 0,81092p}{p} = 0,18908 = 18,908\%$

Exercícios complementares

Exercícios técnicos

1. $0,3 \cdot 30\% = 9\%$
Alternativa **d**.

2. Temos:
$\dfrac{2 + x}{3 + x} = (1 + 0,25) \cdot \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{2 + x}{3 + x} = 1,25 \cdot \dfrac{2}{3}$
No entanto:
$1,25 \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{2,5}{3} = \dfrac{25}{30} = \dfrac{5}{6}$
Assim, temos:
$\dfrac{2 + x}{3 + x} = \dfrac{5}{6} \Rightarrow x = 3$
Alternativa **a**.

Exercícios contextualizados

3. $0,68 \cdot 5.400 = 3.672$
Logo, 3.672 alunos do colégio não prestaram a prova do Enem.

4. Sendo x e y os totais de lotes de 300 m^2 e de 500 m^2, respectivamente, temos:
$\begin{cases} 300x + 500y + 0,1 \cdot 60.000 = 60.000 \\ 300x = 500y \end{cases} \Rightarrow$
$\Rightarrow \begin{cases} 300x + 500y = 54.000 \\ 300x = 500y \end{cases}$
Resolvendo o sistema, obtemos $x = 90$ e $y = 54$. Logo, $x + y = 144$.
Alternativa **b**.

5. A quantidade de megawatt de energia nuclear em 2013 foi $0,03 \cdot 80.000$, ou seja, 2.400 MW. Essa mesma quantidade de energia nuclear foi produzida em 2014, correspondendo a 2% de toda a energia Q fornecida pela matriz energética nesse ano; logo:
$0,02Q = 2.400$ MW $\Rightarrow Q = 120.000$ MW

Assim, podemos calcular as quantidades t_1 e t_2 de energia termoelétrica em 2013 e 2014, respectivamente:

$t_1 = 0{,}09 \cdot 80.000$ MW $\Rightarrow t_1 = 7.200$ MW

e

$t_2 = 0{,}17 \cdot 120.000$ MW $\Rightarrow t_2 = 20.400$ MW

Concluímos, então, que de 2013 para 2014 houve um aumento de 13.200 MW no fornecimento de energia termoelétrica.

6. Sendo a e p os salários de Antônio e Pedro, respectivamente, e sabendo que o salário de Pedro é maior, temos:

$$\begin{cases} a = 0{,}9p \\ p - a = 500 \end{cases} \Rightarrow p = 5.000 \text{ e } a = 4.500$$

Logo, o salário de Pedro é R$ 5.000,00 e o de Antônio, R$ 4.500,00.

Alternativa **b**.

7. **a)** Como diariamente são distribuídas 3.000 porções de sopa e sabendo que cada preparação rende 10 porções, são utilizados por dia 3.000 : 10 kg, ou seja, 300 kg de mistura.

Sendo p o preço de 1 kg da nova mistura, temos:

$p = (1 - 0{,}12) \cdot 8 = 0{,}88 \cdot 8 = 7{,}04$

Portanto, com a mistura nova há uma economia de R$ 8,00 − R$ 7,04, ou seja, R$ 0,96 a cada 1 kg. Como são distribuídos 300 kg de mistura ao dia, podemos fazer:

$300 \cdot 0{,}96 = 288$

Assim, concluímos que, preparando-se a nova mistura, se economiza diariamente R$ 288,00.

b) $288 : 7{,}04 \approx 40{,}9$

Assim, não chegamos a conseguir comprar 41 kg. Logo, o maior número inteiro de quilogramas da nova mistura que poderiam ser comprados com a economia de 1 dia é 40 kg.

c) $40 \cdot 10 = 400$

Logo, poderiam ser preparadas 400 porções de sopa.

8. Primeiramente, precisamos saber o montante que foi destinado para o aumento. Assim, vamos descobrir o montante em 2009 e depois o montante em 2010.

Sendo v o valor da bolsa em 2009, podemos fazer:

$(1 + 0{,}2)v = 360 \Rightarrow 1{,}2v = 360$

$\therefore v = 300$

Como em 2009 havia 29 mil bolsas de R$ 300,00, sendo M_1 o montante em 2009, temos:

$M_1 = 29.000 \cdot 300 = 8.700.000$

Sendo n o número de bolsas em 2010, temos:

$n = (1 + 0{,}48) \cdot 29.000 = 1{,}48 \cdot 29.000 = 42.920$

Assim, o número de bolsas em 2010 era 42.920.

Logo, em 2010 havia 42.920 bolsas de R$ 360,00. Sendo M_2 o montante em 2010, temos:

$M_2 = 42.920 \cdot 360 = 15.451.200$

Portanto, o montante destinado ao aumento das bolas foi de R$ 15.451.200,00 − R$ 8.700.000,00, ou seja, R$ 6.751.200,00.

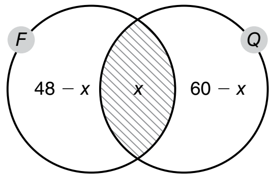
Supondo que esse montante fosse destinado para incrementar mais bolsas de iniciação com o valor de 2009, ou seja, R$ 300,00, temos:

$6.751.200 : 300 = 22.504$

Assim, concluímos que poderiam ser oferecidas em 2010 mais 22.504 bolsas, ou seja, aproximadamente 22,5 mil bolsas.

Alternativa **c**.

9. Sejam F e Q os conjuntos dos habitantes do sexo feminino e dos habitantes com mais de 40 anos, respectivamente. Indicando pelo Índice 100 o número de habitantes da cidade, temos o seguinte diagrama:



Logo, $48 - x + x + 60 - x = 100 \Rightarrow x = 8$.

Concluímos, assim, que 8% dos habitantes dessa cidade são mulheres com mais de 40 anos.

10. O percentual p dos eleitores que compareceram às urnas e responderam "não" é dado por:

$p = 63{,}9\% \cdot (100\% - 3{,}07\%) \Rightarrow p \approx 61{,}9\%$

Alternativa **c**.

11. O percentual p construído é dado por:

$p = 40\% + 40\%(100\% - 40\%) \Rightarrow$

$\Rightarrow p = 40\% + 40\% \cdot 60\%$

$\therefore p = 40\% + 24\% = 64\%$

Logo, faltam 36% da obra a ser construída.

Alternativa **c**.

12. O total s de soja, em tonelada, produzido nessa região é dado por:

$s = 75\% \cdot 68\% \cdot 45.800 \Rightarrow$

$\Rightarrow s = 0{,}75 \cdot 0{,}68 \cdot 45.800 = 23.358$

Foram produzidas 23.358 toneladas de soja nessa região no ano passado.

13. **a)** V, pois, se 82% da população com 100 anos ou mais residia na área rural, então o restante residia na área urbana, ou seja, 18%.

b) F, pois, se aproximadamente 28% das pessoas dessa faixa etária que residiam na área rural eram do sexo masculino, então o restante era do sexo feminino, ou seja, 72%.

c) F, pois, se cerca de 62% das pessoas dessa faixa etária que residiam na área urbana eram do sexo feminino, então o restante era do sexo masculino, ou seja, 38%.

d) V, pois cerca de 23% da população dessa faixa etária que reside na área rural é do sexo masculino ($0{,}28 \cdot 0{,}82 = 0{,}2296$) e cerca de 7% da população dessa faixa etária que reside na área urbana é do sexo masculino ($0{,}38 \cdot 0{,}18 = 0{,}0684$), então cerca de 30% da população dessa faixa etária é do sexo masculino (23% + 7%).

14. Como são tratados 36% do esgoto desse município, concluímos que os 8 bilhões de litros de esgoto não tratados correspondem a 64% do total gerado. Logo, o total de esgoto gerado corresponde a 12,5 bilhões de litros ($8 \cdot 100\% : 64\% = 12{,}5$).

Para reduzir o esgoto não tratado para 4 bilhões de litros, temos:

$\frac{4}{12,5} = 0,32 = 32\%$

Assim, o percentual de esgoto tratado passará a ser 68%.

Alternativa **b**.

15. A taxa final t de glicose após as duas reduções é dada por:

$t = 300(1 - 0,3)(1 - 0,1) \Rightarrow t = 300 \cdot 0,7 \cdot 0,9$

$\therefore\ t = 189$

Logo, a taxa de glicose após as duas reduções era 189 mg/dL, o que o inclui na categoria Diabetes Melito.

Alternativa **d**.

16. Dividindo o número acumulado de chamadas atendidas em 15 minutos pelo total de chamadas, obtemos:

$\frac{94}{100} = 94\%$

$\frac{189}{200} = 94,5\%$

$\frac{283}{300} \approx 94,3\%$

$\frac{379}{400} = 94,75\%$

$\frac{458}{482} \approx 95,02\%$

Concluímos, então, que a meta estabelecida foi atingida no fim do dia.

Alternativa **e**.

17. O percentual p da superfície da Terra coberta por água é dado por:

$p = \frac{3,61 \cdot 10^8}{5,1 \cdot 10^8} \approx 0,708 \Rightarrow p \approx 70,8\%$

Alternativa **e**.

18. Sejam c e $3c$ os custos de produção de cada torneira e de cada chuveiro, respectivamente.

O percentual p, que representa o custo diário de produção dos chuveiros em relação ao custo de toda a produção diária, é dado por:

$p = \frac{200 \cdot 3c}{200 \cdot 3c + 400c} = \frac{600c}{1.000c} = 0,6 = 60\%$

Alternativa **b**.

19. Sendo p o percentual pedido, temos:

$p = \frac{1,5}{1.000} = 0,0015 = 0,15\%$

Alternativa **b**.

20. A quantidade de suco concentrado contida na mistura é 20% de 30 L, ou seja, 6 L.

Assim, sendo x a quantidade, em litro, de suco concentrado que deve ser acrescentada à mistura, temos:

$\frac{6 + x}{30 + x} = 0,25 \Rightarrow x = 2$

Logo, devem ser acrescentados 2 L de suco concentrado de laranja.

21. O aumento percentual p é dado por:

$p = \frac{\frac{4}{5} - \frac{4}{6}}{\frac{4}{6}} = 0,2 \Rightarrow p = 20\%$

Alternativa **e**.

22. Sendo x e y, respectivamente, o PNB e a população do país em 2013, temos que o PNB *per capita* naquele ano era $\frac{x}{y}$.

Com o crescimento do PNB e da população, o PNB *per capita* em 2014 passou a ser:

$\frac{1,2x}{1,05y} \approx 1,143 \cdot \frac{x}{y}$

Logo, o aumento percentual do PNB *per capita* foi de 14,3%, aproximadamente.

Alternativa **b**.

23. Sendo n o número de desempregados, temos:

$\frac{n}{1.600.000} = 0,30 \Rightarrow n = 480.000$

Logo, há 480.000 pessoas desempregadas nessa cidade.

24. O crescimento percentual p é dado por:

$p = \frac{10,61 - 4,98}{4,98} \approx 1,13 \Rightarrow p = 113\%$

Alternativa **b**.

25. **a)** $\frac{504}{1.200} = 0,42 = 42\%$

Logo, 42% dos entrevistados votariam em A.

b) $\frac{576}{1.200} = 0,48 = 48\%$

Logo, 48% dos entrevistados votariam em B.

c) Podemos fazer:

$100\% - 42\% - 48\% = 10\%$

Logo, 10% dos entrevistados votariam em branco ou anulariam o seu voto.

26. A porcentagem p de acréscimo é dada por:

$p = \frac{720}{24.000} = 0,03 = 3\%$

Esse valor está entre 2,5% e 3,5%.

Alternativa **b**.

27. A quantidade q de sódio contida em 1.500 mL é dada por:

$\frac{35}{350} = \frac{q}{1.500} \Rightarrow q = 150$

Sendo p a porcentagem de sódio consumida em relação aos 500 mg, que são necessidade diária, temos:

$p = \frac{150}{500} = 0,3 = 30\%$

Alternativa **d**.

28. Sendo x o valor atual do produto, o aumento percentual p sofrido pelo preço do produto é dado por:

$p = \frac{x - 0,8x}{0,8x} = \frac{0,2x}{0,8x} = 0,25 = 25\%$

Alternativa **d**.

29. Sendo q o total de energia solar, em joule, recebida pela Terra anualmente, temos:

$0,003q = 1,6 \cdot 10^{22} \Rightarrow q \approx 5,3 \cdot 10^{24}$

Logo, o total de energia solar recebida anualmente pela Terra é $5,3 \cdot 10^{24}$ J, aproximadamente.

30. Os 133 funcionários que não usavam luvas de aço correspondem a 70% do total de funcionários. Sendo t o total de funcionários que estavam trabalhando nesse dia, temos:

$0,7t = 133 \Rightarrow t = 190$

Logo, 190 funcionários estavam trabalhando no frigorífico nesse dia.

31. Como, de cada 100 pessoas, 60% eram homens, ou seja, 60 são homens e, consequentemente, 40 são mulheres. Das mulheres, 30% estão infectadas. Assim, sendo n o número de mulheres infectadas, temos:

$n = 0,3 \cdot 40 = 12$

Portanto, 12 mulheres estavam infectadas. Como para ambos os sexos o número de casos confirmados era igual, então 12 homens, num total de 60, estavam infectados. Desse modo, o percentual p de homens infectados por essa doença é dado por:

$p = \frac{12}{60} = 0,2 = 20\%$

Alternativa **b**.

32. Sendo t_1 e t_2 o total de frequentadores no clube de dança, temos:

$0,3t_1 = 60 \Rightarrow t_1 = 200$

$0,24t_2 = 84 \Rightarrow t_2 = 350$

Logo, antes do aumento tínhamos 60 homens e 140 mulheres, mas após o aumento o número de homens passou para 84 e o de mulheres para 266.

Assim, o aumento p, em porcentagem, do número de mulheres que frequentam esse clube é dado por:

$p = \frac{266 - 140}{140} = \frac{126}{140} = 0,9 = 90\%$

Alternativa **d**.

33. O preço p desse casaco, antes do aumento, é dado por:

$1,08p = 162 \Rightarrow p = 150$

Logo, o preço desse casaco, antes do aumento, era R$ 150,00.

34. Sendo e, c e s o salário de cada encarregado, carregador e supervisor de cargas, respectivamente, temos:

$$\begin{cases} 2s + 6e + 40c = 57.000 \quad \text{(I)} \\ e = c + 400 \quad \text{(II)} \\ e = 0,75s \quad \text{(III)} \end{cases}$$

Por (II) e (III), temos:

$c + 400 = 0,75s \Rightarrow c = 0,75s - 400$ (IV)

Substituindo (III) e (IV) em (I), temos:

$2s + 6 \cdot 0,75s + 40 \cdot (0,75s - 400) = 57.000 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2s + 4,5s + 30s - 16.000 = 57.000$

$\therefore 36,5s = 73.000 \Rightarrow s = 2.000$

Logo, o salário de cada supervisor de cargas é R$ 2.000,00. E o salário do encarregado é dado por:

$e = 0,75s = 0,75 \cdot 2.000 = 1.500$

Alternativa **c**.

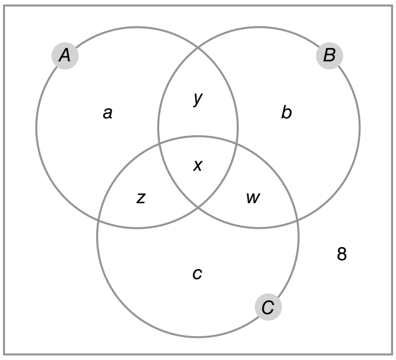
35. Como 8 alunos não acertaram nenhuma questão, temos que 72 alunos acertaram pelo menos uma questão. Do gráfico, o número de alunos que acertaram a 1ª, a 2ª e a 3ª questões é dado por:

1ª questão: $0,7 \cdot 80 = 56$

2ª questão: $0,6 \cdot 80 = 48$

3ª questão: $0,4 \cdot 80 = 32$

Sendo A o conjunto dos alunos que acertaram a 1ª questão, B o conjunto dos que acertaram a 2ª e C o conjunto dos que acertaram a 3ª, temos o seguinte diagrama:



Como 52 alunos acertaram pelo menos duas questões, ou seja, 52 alunos acertaram duas ou três questões e, consequentemente, 72 − 52 acertaram exatamente uma questão, ou seja, 20 alunos. Assim, temos:

$$\begin{cases} a + b + c + x + y + w + z = 72 \quad \text{(I)} \\ a + b + c = 20 \quad \text{(II)} \\ x + y + w + z = 52 \quad \text{(III)} \\ a + x + y + z = 56 \quad \text{(IV)} \\ b + x + y + w = 48 \quad \text{(V)} \\ c + x + w + z = 32 \quad \text{(VI)} \end{cases}$$

Somando (IV), (V) e (VI), temos:

$a + b + c + 3x + 2y + 2w + 2z = 136$

Substituindo (II) na equação obtida anteriormente, temos:

$20 + 3x + 2y + 2w + 2z = 136 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x + 2y + 2w + 2x = 116$

De (III), tiramos que $2x + 2y + 2w + 2z = 104$. Substituindo essa equação na equação obtida acima, temos:

$3x + 2y + 2w + 2x = 116 \Rightarrow$

$\Rightarrow x + 2x + 2y + 2w + 2x = 116$

$\therefore x + 104 = 116 \Rightarrow x = 12$

Logo, 12 alunos acertaram as três questões.

Alternativa **c**.

36. No grupo de pessoas que possuem anemia, 80% também possuem verminose; logo, 20% possuem somente anemia. Dentro do grupo dos que possuem verminose, 50% também possuem anemia; logo, 50% possuem somente verminose.

Sendo a o número total de pessoas com anemia e v o número total de pessoas com verminose, o total de pessoas que realizaram os exames é dado pela soma das pessoas que possuem somente anemia (20%a), com as que possuem somente verminose (50%v), com as que possuem as duas doenças (80%a ou 50%v) e aquelas que não possuem nem verminose nem anemia. Assim, temos:

$20\%a + 80\%a + 50\%v + 220 = 400$

Como $50\%v = 80\%a$, temos:

$20\%a + 80\%a + 50\%v + 220 = 400 \Rightarrow$

$\Rightarrow 20\%a + 80\%a + 80\%a + 220 = 400$

$\therefore 0{,}2a + 0{,}8a + 0{,}8a + 220 = 400 \Rightarrow 1{,}8a = 180$

$\therefore a = 100$

Logo, a porcentagem p correspondente ao número de pessoas que possuem anemia é dada por:

$p = \dfrac{100}{400} = 0{,}25 = 25\%$

Alternativa **c**.

37. **a)** A taxa percentual p_c de lucro sobre o preço de custo é dada por:

$p_c = \dfrac{40.000 - 32.000}{32.000} = 0{,}25 = 25\%$

b) A taxa percentual p_v de lucro sobre o preço de venda é dada por:

$p_c = \dfrac{40.000 - 32.000}{40.000} = 0{,}2 = 20\%$

38. Sendo v o preço de venda, em real, desse produto, temos:

$\dfrac{v - 140}{v} = 0{,}3 \Rightarrow v = 200$

Logo, o preço de venda do produto foi R$ 200,00.

39. Temos que o preço de venda v é dado por:

$v = c + 0{,}25c = 1{,}25c$

Assim, a taxa percentual de lucro sobre o preço de venda p_v é dada por:

$p_v = \dfrac{0{,}25c}{1{,}25c} = 0{,}2 = 20\%$

Alternativa **d**.

40. $c = 0{,}64v \Rightarrow v = 1{,}5625c = 156{,}25\%c$

Alternativa **a**.

41. **a)** O percentual p_c de prejuízo sobre o preço de custo é dado por:

$p_c = \left|\dfrac{1{,}60 - 2}{2}\right| = 0{,}2 \Rightarrow p_c = 20\%$

b) O percentual p_v de prejuízo sobre o preço de venda é dado por:

$p_v = \left|\dfrac{1{,}60 - 2}{1{,}60}\right| = 0{,}25 \Rightarrow p_v = 25\%$

42. Sendo c o preço de custo dessa bicicleta, temos:

$\left|\dfrac{312 - c}{c}\right| = 0{,}025$

Como se trata de um prejuízo, temos:

$\left|\dfrac{312 - c}{c}\right| = 0{,}025 \Rightarrow \dfrac{c - 312}{c} = 0{,}025$

$\therefore c = 320$

Logo, o preço de custo dessa bicicleta foi R$ 320,00.

43. Ao todo são descontados 27% do salário bruto. Assim, sendo s_b o salário bruto de Paulo, temos:

$(1 - 0{,}27)s_b = 2.190 \Rightarrow s = 3.000$

Logo, o salário bruto de Paulo é R$ 3.000,00.

Alternativa **b**.

44. Sendo s_b o salário bruto de tal servidor, temos:

$0{,}11 \cdot s_b = 363{,}77 \Rightarrow s_b = 3.307$

Logo, o salário bruto de tal servidor nesse mês foi R$ 3.307,00.

45. Sendo p_i o preço inicial dessa mercadoria e p_f o seu preço final, temos:

$p_f = (1 + 0{,}25)(1 - 0{,}2)p_i \Rightarrow p_f = p_i$

Logo, a mercadoria teve o seu preço mantido.

Alternativa **e**.

46. Sendo x o lucro sobre o preço de custo e c o preço de custo dessa mercadoria, temos que o lucro sobre a mercadoria, junto com o desconto sobre o preço final, é de 20% sobre o preço de custo. Assim, podemos fazer:

$(1 + x)(1 - 0{,}2)c = (1 + 0{,}2)c \Rightarrow (1 + x) \cdot 0{,}8c = 1{,}2c$

$\therefore 1 + x = 1{,}5 \Rightarrow x = 0{,}5 = 50\%$

Logo, se o desconto não fosse dado, seu lucro seria 50%.

Alternativa **c**.

47. Sendo x o preço de cada mercadoria, levando dois produtos sem a promoção pagaríamos $2x$. No entanto, aproveitando a promoção, com esse valor, levaríamos três mercadorias, ou seja, cada mercadoria sairia por $\dfrac{2x}{3}$. Nessa situação, o desconto d sobre cada mercadoria é dado por:

$d = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} = \dfrac{100}{3 \cdot 100} = \dfrac{100}{3}\%$

Alternativa **e**.

48. Sejam x o desconto que o lojista deverá dar sobre o preço de venda para atender sua pretensão e c o preço de custo dessas mercadorias. Como o lucro sobre a mercadoria, junto com o desconto sobre o preço venda, deve ser 25% sobre o preço de custo, podemos fazer:

$(1 + 1{,}5)(1 - x)c = (1 + 0{,}25)c \Rightarrow 2{,}5(1 - x)c = 1{,}25c$

$\therefore 1 - x = 0{,}5 \Rightarrow x = 0{,}5 = 50\%$

Logo, o desconto que ele deverá dar sobre o preço de venda para atender sua pretensão é 50%.

Alternativa **a**.

49. $(1 - k)^2X = (1 - 0{,}19)X \Rightarrow (1 - k)^2 = 0{,}81$

$\therefore 1 - k = 0{,}9 \Rightarrow k = 0{,}1 = 10\%$

Alternativa **e**.

50. Sendo a, b e c os descontos das residências A, B e C, respectivamente, se os descontos fossem diretamente proporcionais, teríamos a seguinte expressão:

$\dfrac{a}{28} = \dfrac{b}{14} = \dfrac{c}{7} = \dfrac{56}{28 + 14 + 7} = \dfrac{56}{49} = \dfrac{8}{7}$

Assim:

$\frac{a}{28} = \frac{8}{7} \Rightarrow a = 32$

$\frac{b}{14} = \frac{8}{7} \Rightarrow b = 16$

$\frac{c}{7} = \frac{8}{7} \Rightarrow c = 8$

Como são grandezas inversamente proporcionais, devemos inverter os valores. Logo, a residência A teve um desconto de R$ 8,00, a residência B, de R$ 16,00, e a residência C, de R$ 32,00.

51. Corrigindo pelo índice de inflação um preço x do início do trimestre, temos que, no fim do trimestre, o preço passa a ser $1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2x$, ou seja, $1{,}728x$. Logo, o percentual p de inflação no fim do trimestre é dado por:

$$p = \frac{1{,}728x - x}{x} = 0{,}728 = 72{,}8\%$$

52. Sendo x o valor total das quatro peças, marcado nas etiquetas, esquematizamos:

	Valor marcado nas etiquetas (R$)	Valor pago (R$)
Camisa	$0{,}2x$	$0{,}9 \cdot 0{,}2x = 0{,}18x$
Calça	$0{,}28x$	$0{,}8 \cdot 0{,}28x = 0{,}224x$
Blusa	$0{,}4x$	$0{,}4x$
Cinto	$0{,}12x$	$0{,}12x$
Soma	x	$0{,}924x$

Assim, o percentual p de desconto sobre o valor total marcado nas etiquetas é dado por:

$$p = \frac{x - 0{,}924x}{x} = 0{,}076 = 7{,}6\%$$

Alternativa **a**.

53. Resumindo as informações em uma tabela, temos:

	2010	2014
Número de ligações locais	n	$1{,}3n$
Tempo médio por ligação (min)	t	$1{,}2t$
Preço cobrado por minuto (R$)	x	$1{,}5x$
Receita (R$)	ntx	$1{,}3n \cdot 1{,}2t \cdot 1{,}5x$

Logo, o percentual p de crescimento da receita é dado por:

$$p = \frac{1{,}3n \cdot 1{,}2t \cdot 1{,}5x - ntx}{ntx} = \frac{2{,}34ntx - ntx}{ntx} = 1{,}34$$

$\therefore p = 134\%$

Alternativa **b**.

54. Sendo s o salário anual de João, sem os descontos, temos:

$p\% \cdot 28.000 + (p + 2)\% \cdot (s - 28.000) = (p + 0{,}25)\% \cdot s$

$\therefore p \cdot 28.000 + ps - p \cdot 28.000 + 2s - 2 \cdot 28.000 =$

$= ps + 0{,}25s$

$\therefore 2s - 56.000 = 0{,}25s \Rightarrow 2s - 0{,}25s = 56.000$

$\therefore s = 32.000$

Alternativa **b**.

55. O valor v, em real, recebido pelo frigorífico é dado por:

$v = 28.000 \cdot 2{,}20 = 61.600$

Logo, o frigorífico recebeu R$ 61.600,00.

56. Como a capacidade do galão é 3,8 L, o volume v, em litro, de gasolina consumido essa semana é dado por:

$v = 50 \cdot 3{,}8 = 190$

Como o custo total desses 190 litros foi 152 dólares, o custo c_d, em dólar, de cada litro de gasolina é dado por:

$c_d = 152 : 190 = 0{,}8$

Logo, cada litro de gasolina custou 0,8 dólar. Sendo c_r o custo, em real, de cada litro de gasolina, temos:

$c_r = 0{,}8 \cdot 1{,}60 = 1{,}28$

Assim, o valor de 1 L de gasolina era R$ 1,28.

Alternativa **a**.

57. Sendo c_1 o gasto da empresa, em real, com a compra de 1.000.000 de dólares, temos:

$c_1 = 1.000.000x$

Sendo c_2 o gasto da empresa, em real, com a quitação de 1.000.000 de dólares emprestados, temos:

$c_2 = 1.000.000 \cdot 2{,}32 = 2.320.000$

Como nessa transação a empresa teve um prejuízo de R$ 600.000,00, esse é o valor da diferença entre os valores de c_1 e c_2. Logo:

$c_2 - c_1 = 600.000 \Rightarrow 2.320.000 - 1.000.000x = 600.000$

$\therefore x = 1{,}72$

58. Temos:

(I) 3.060 reais = 1.500 dólares $\Rightarrow$ 1 dólar =

$= \frac{3.060}{1.500}$ reais

$\therefore$ 1 dólar = 2,04 reais

(II) 3.250 reais = 1.250 euros $\Rightarrow$ 1 euro =

$= \frac{3.250}{1.250}$ reais

$\therefore$ 1 euro = 2,6 reais

Assim, a cotação do euro em relação ao dólar é dada por:

$$\frac{1 \text{ euro}}{1 \text{ dólar}} = \frac{2{,}60 \text{ reais}}{2{,}04 \text{ reais}} \approx 1{,}2745$$

Alternativa **a**.

59. a) Dividindo o valor final do rublo, em real, pelo valor inicial, temos:

$$\frac{0{,}064}{0{,}058} \approx 1{,}1034 \approx 110{,}34\%$$

Assim, na segunda cotação o rublo valia aproximadamente 110,34% do valor inicial; logo, sua valorização foi de 10,34%.

b) Na primeira cotação o real valia $\frac{1}{0{,}058}$ rublo e na segunda cotação, $\frac{1}{0{,}064}$ rublo. Dividindo o valor final, em rublo, pelo inicial, temos:

$$p_2 = \frac{\frac{1}{0{,}064}}{\frac{1}{0{,}058}} = \frac{0{,}058}{0{,}064} = 0{,}90625 = 90{,}625\%$$

Assim, na segunda cotação o real valia 90,625% do valor inicial; logo, sua desvalorização foi de 9,375%.

60. Se a cotação era de 196,50 pesos para cada real, temos que cada peso valia $\frac{1}{196{,}5}$ real. Assim, para fazer a conversão de peso para real, bastava multiplicar o calor em peso por $\frac{1}{196{,}5}$.

No entanto, como Jorge estava sem calculadora, podemos fazer:

$$\frac{1}{196{,}5} = \frac{1}{\frac{1.965}{10}} = \frac{10}{1.965} \approx \frac{10}{2.000} = \frac{1}{200}$$

Assim, a regra que Jorge deveria utilizar para efetuar essa conversão com o menor erro seria dividir o preço em pesos por 2 e, no valor obtido, mover a vírgula duas casas decimais para a esquerda, que significa dividir por 100.

Alternativa **a**.

61. Sendo C e C' o capital aplicado inicialmente e nos último 5 meses, respectivamente, e M o montante após a segunda aplicação, temos:

$M = C' + C' \cdot 0{,}04 \cdot 5 \Rightarrow 234 = C' + 0{,}2C'$

$\therefore\ C' = 195$

Temos que C' é o montante da primeira aplicação. Assim, podemos fazer:

$C' = C + C \cdot 0{,}06 \cdot 5 \Rightarrow 195 = C + 0{,}3C$

$\therefore\ C = 150$

Logo, a quantia aplicada inicialmente é R$ 150,00.

62. Temos:

C = R$ 4.800,00

$t = 117 \text{ dias} = \frac{117}{30} \text{ meses} = 3{,}9 \text{ meses}$

$i = 13\% = 0{,}13$ (taxa mensal)

a) $J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 4.800 \cdot 0{,}13 \cdot 3{,}9 = 2.433{,}6$

Logo, o juro foi R$ 2.433,60.

b) $M = C + J \Rightarrow M = 4.800 + 2.433{,}6 = 7.233{,}6$

Logo, o montante acumulado foi R$ 7.233,60.

63. Temos:

C = R$ 500,00

t = 1 mês

(I) Calculando o montante quando o investimento for na poupança:

$i = 0{,}560\% = 0{,}0056$ (taxa mensal)

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 500 \cdot 0{,}0056 \cdot 1 = 2{,}8$

$M = C + J \Rightarrow M = 500 + 2{,}8 = 502{,}8$

Logo, o montante acumulado foi R$ 502,80.

(II) Calculando o montante quando o investimento for CDB:

$i = 0{,}876\% = 0{,}00876$ (taxa mensal)

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow J = 500 \cdot 0{,}00876 \cdot 1 = 4{,}38$

Se optar pelo CDB, sobre o ganho de R$ 4,38, será descontado o IR. Sendo q essa quantia descontada, temos:

$q = 0{,}04 \cdot 4{,}38 = 0{,}1752$

Assim, pela CDB o montante M é dado por:

$M = 500 + 4{,}38 - 0{,}1752 \Rightarrow M = 504{,}2048 \approx 504{,}21$

Logo, a aplicação mais vantajosa é o CDB, pois totalizará um montante de R$ 504,21.

Alternativa **d**.

64. Temos:

C = R$ 600,00

$i = 30\% = 0{,}3$ (taxa anual)

M = R$ 1.320,00

$t = ?$

$M = C + J \Rightarrow 1.320 = 600 + J$

$\therefore\ J = 730$

Logo, o juro produzido nessa aplicação foi R$ 730,00.

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 720 = 600 \cdot 0{,}3 \cdot t$

$\therefore\ t = 4$

Logo, o tempo de aplicação foi 4 anos.

Alternativa **d**.

65. Temos:

C = R$ 1.500,00

t = 20 meses

Pela leitura do gráfico, temos M = R$ 1.800,00.

a) $i = ?$

$M = C + J \Rightarrow 1.800 = 1.500 + J$

$\therefore\ J = 300$

Logo, o juro produzido nessa aplicação foi R$ 300,00.

$J = C \cdot i \cdot t \Rightarrow 300 = 1.500 \cdot i \cdot 20$

$\therefore\ t = 0{,}01 = 1\%$

Logo, a taxa mensal de juro dessa aplicação é 1%.

b) $J = 1.500 \cdot 0{,}01 \cdot 8 \Rightarrow J = 120$

$M = 1.500 + 120 \Rightarrow M = 1.620$

Logo, o montante acumulado nos primeiros 8 meses dessa aplicação foi R$ 1.620,00.

c) Pelo item **b**, concluímos que o juro produzido nos primeiros 8 meses dessa aplicação foi R$ 120,00.

66. Como o cliente paga R$ 200,00 no ato da compra, fica faltando R$ 184,00. No entanto, sobre esse valor haverá juro, resultando em R$ 200,00. Assim, podemos dizer que a loja emprestou R$ 184,00 ao cliente.

Logo, a taxa i de juro é dada por:

$$i = \frac{200 - 184}{184} \approx 0{,}087 \Rightarrow i \approx 8{,}7\%$$

Alternativa **c**.

67. Sendo C e $(30.000 - C)$ os capitais aplicados que renderam juros J_1 e J_2, com

$J_1 = C \cdot 0{,}08 \cdot 1 = 0{,}08C$

e

$J_2 = (30.000 - C) \cdot 0{,}12 \cdot 1 = 3.600 - 0{,}12C$

Temos:

$J_1 = J_2 \Rightarrow 0{,}08C = 3.600 - 0{,}12C$

$\therefore\ 0{,}2C = 3.600 \Rightarrow C = 18.000$

Logo, o capital inicial em uma das aplicações foi R$ 18.000,00 e na outra foi R$ 12.000,00. Portanto, a diferença entre os capitais aplicados foi R$ 6.000,00.

Alternativa **c**.

68. Analisando todas as formas de pagamento citadas, temos:

a) Renegociando suas dívidas com o banco:
$18 \cdot$ R\$ 125,00 = R\$ 2.250,00
O total pago seria R\$ 2.275,00.

b) Para pagar as duas dívidas imediatamente, João pagaria:
$10 \cdot$ R\$ 150,00 = R\$ 1.500,00
$0,75 \cdot (5 \cdot$ R\$ 80,00) = R\$ 300,00
Logo, a dívida de João seria de R\$ 1.800,00. Pegando esse dinheiro emprestado de José, João pagaria:
$1,25 \cdot$ R\$ 1.800,00 = R\$ 2.250,00
O total pago seria R\$ 2.250,00.

c) Recusando o empréstimo de José e pagando todas as parcelas pendentes nos devidos prazos:
$12 \cdot$ R\$ 150,00 = R\$ 1.800,00
$5 \cdot$ R\$ 80,00 = R\$ 400,00
O total pago seria R\$ 2.200,00.

d) Pegando emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagando as parcelas do cartão de crédito:
$1,25 \cdot (10 \cdot$ R\$ 150,00) = R\$ 1.875,00
$5 \cdot$ R\$ 80,00 = R\$ 400,00
O total pago seria R\$ 2.275,00.

e) Pegando emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagando as parcelas do cheque especial:
$1,25 \cdot (0,75 \cdot 5 \cdot$ R\$ 80,00) = R\$ 375,00
$12 \cdot$ R\$ 150,00 = R\$ 1.800,00
O total pago seria R\$ 2.175,00.

Assim, concluímos que a opção que daria a João o menor gasto seria pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.
Alternativa **e**.

69. Temos:
C = R\$ 12.000,00
$t = 24$ meses
$i = 3\% = 0,03$ (taxa mensal)
$M = ?$
Logo, $M = 12.000 \cdot (1 + 0,03)^{24} = 12.000 \cdot (1,03)^{24}$.
Alternativa **d**.

70. Calculando o montante nos dois primeiros anos de aplicação, temos:
$M = 10.000(1 + 0,1)^3 = 13.310$
Daqui a 3 anos serão acrescentados R\$ 12.000,00. Logo, o capital aplicado será R\$ 25.310,00, que deverá ser aplicado por mais um ano. Assim, temos:
$M = 25.310(1 + 0,1)^1 = 27.841$
Logo, o montante daqui a 4 anos será R\$ 27.841,00, que pertence ao intervalo [27.800; 27.900].
Alternativa **d**.

71. Temos:
C = R\$ 16.000,00
$t = 15$ meses
$i = 1,8\% = 0,018$ (taxa mensal)
$J = ?$
$M = C(1 + i)^t = 16.000(1 + 0,018)^{15} \approx 20.909,16$
$M = C + J \Rightarrow 20.909,16 = 16.000 + J$
$\therefore J = 4.909,16$
Logo, o juro produzido nessa aplicação foi de aproximadamente R\$ 4.909,16.

72. Sendo C o capital aplicado, temos:
$t = ?$
$i = 20\% = 0,2$ (taxa anual)
$M = 2C$
$M = C(1 + i)^t \Rightarrow 2C = C(1 + 0,20)^t$
$\therefore 1,2^t = 2 \Rightarrow t \cdot \log 1,2 = \log 2$
$\therefore t \approx 3,8$
Assim, seriam necessários aproximadamente 3,8 anos.

73. Pensando nas aplicações, temos:

- Opção 1: R\$ 55.000,00
- Opção 2:
  Entrada: R\$ 30.000,00
  Aplicação de R\$ 25.000,00 por 6 meses:
  $M = 25.000 \cdot 1,1 = 27.500$
  Pagando com esses R\$ 27.500,00 a prestação, restariam R\$ 1.500,00.
- Opção 3:
  Entrada: R\$ 20.000,00
  Aplicação de R\$ 35.000,00 por 6 meses:
  $M = 35.000 \cdot 1,1 = 38.500$
  Pagando R\$ 20.000,00, restariam R\$ 18.500,00. Aplicando esse valor por mais 6 meses, temos:
  $M = 18.500 \cdot 1,1 = 20.350$
  Pagando com esses R\$ 20.350,00 a prestação, restariam R\$ 2.350,00.
- Opção 4:
  Entrada: R\$ 15.000,00
  Aplicando o restante, temos:
  $M = 40.000(1,1)^2 = 48.400$
  Pagando com esses R\$ 48.400,00 a prestação, restariam R\$ 9.400,00.
- Opção 5:
  Aplicando os R\$ 55.000,00, temos:
  $M = 55.000(1,1)^2 = 66.550$
  Pagando com esses R\$ 66.550,00 a prestação, restariam R\$ 6.550,00.
  Concluímos que é mais vantajoso financeiramente escolher a opção 4.
  Alternativa **d**.

74. Sendo:
$i_1 = 12\% = 0,12$ (taxa anual) e i_2 a taxa mensal equivalente, temos:

a) $J = C \cdot i \cdot t$
$J_1 = J_2$
Assim:
$$C \cdot 0,12 \cdot 1 = C \cdot i_2 \cdot 12 \Rightarrow i_2 = \frac{0,12}{12} = 0,01 = 1\%$$
Logo, a taxa mensal é 1%.

b) Com juros e capital inicial iguais, o montante também será igual. Assim:
$M = C(1 + i)^t$
$M_1 = M_2$
$C(1 + 0,12)^1 = C(1 + i_2)^{12} \Rightarrow 1,12 = (1 + i_2)^{12}$
$1 + i \approx 1,0095 \Rightarrow i = 0,0095 = 0,95\%$
Logo, a taxa mensal é de aproximadamente 0,95%.

75. O valor v, em real, pelo qual a máquina foi vendida é dado por:
$v = 10.000(1 - 0{,}05)^4 \Rightarrow v = 10.000(0{,}95)^4$
$\therefore v \approx 8.145$
Logo, a máquina foi vendida por R$ 8.145,00, aproximadamente.

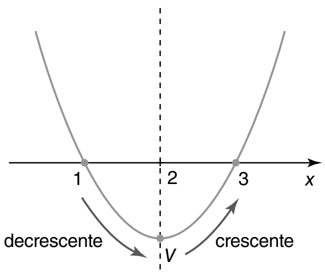
76. O preço final p_f do produto é dado por:
$p_f = p(1 + 0{,}05)(1 + 0{,}03)(1 - 0{,}04) \Rightarrow$
$\Rightarrow p_f = p \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}03 \cdot 0{,}96$
Alternativa **c**.

Pré-requisitos para o capítulo 8

1. a) $>$
b) $<$

2. a) Crescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) > f(x_1)$.
b) Decrescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) < f(x_1)$.
c) Crescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) > f(x_1)$.
d) Decrescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) < f(x_1)$.
e) Crescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) > f(x_1)$.
f) Decrescente, pois para quaisquer números x_1 e x_2, com $x_2 > x_1$, temos que $f(x_2) < f(x_1)$.

3. $f(x) = x^2 - 4x + 3$
Vamos esboçar o gráfico de $f(x)$:
Para $y = 0$, temos:
$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = 1$ ou $x = 3$
Como $a = 1$, ou seja, $a > 0$, a concavidade da parábola estará voltada para cima e o vértice será $V(2, -1)$.
Assim, temos:



a) Pelo gráfico, concluímos que f é crescente para: $x \in [2, \infty[$
b) Pelo gráfico, concluímos que f é decrescente para: $x \in]-\infty, 2]$

4. $a^5 > a^4$
Para $a = 2$, temos:
$a^5 = 2^5 = 32$
$a^4 = 2^4 = 16$
Portanto, a sentença é verdadeira para esse valor.
Para $a = 0{,}1$, temos:
$a^5 = 0{,}1^5 = 0{,}00001$
$a^4 = 0{,}1^4 = 0{,}0001$
E, nesse caso, a sentença é falsa.
a) Logo, a sentença é verdadeira para qualquer valor real positivo maior que 1.
b) Logo, a sentença é falsa para qualquer valor real positivo entre 0 e 1.

5. a) $\neq$
b) $=$
c) injetora e sobrejetora

6. a) V
b) F
c) V
d) V

Trabalhando em equipe

Matemática sem fronteiras

1. Sendo A o valor atual do televisor, ou seja, o preço à vista, e A_1, A_2 e A_3 os valores das parcelas (sem juros), temos:
$A_1 = \dfrac{500}{1{,}08}$, $A_2 = \dfrac{500}{(1{,}08)^2}$ e $A_3 = \dfrac{500}{(1{,}08)^3}$
E, portanto:
$A = \dfrac{500}{1{,}08} + \dfrac{500}{(1{,}08)^2} + \dfrac{500}{(1{,}08)^3}$
$\therefore A \approx 1.288{,}55$
Logo, o preço desse televisor à vista é R$ 1.288,55.

2. Sendo p o valor das prestações e A_1, A_2, A_3 e A_4 os valores das parcelas (sem juros), temos:
$1{,}05 \cdot A_1 = p \Rightarrow A_1 = \dfrac{p}{1{,}05}$

$(1{,}05)^2 \cdot A_2 = p \Rightarrow A_2 = \dfrac{p}{(1{,}05)^2}$

$(1{,}05)^3 \cdot A_3 = p \Rightarrow A_3 = \dfrac{p}{(1{,}05)^3}$

$(1{,}05)^4 \cdot A_4 = p \Rightarrow A_4 = \dfrac{p}{(1{,}05)^4}$

Logo, podemos fazer:
$\dfrac{p}{1{,}05} + \dfrac{p}{(1{,}05)^2} + \dfrac{p}{(1{,}05)^3} + \dfrac{p}{(1{,}05)^4} = 1.000 \Rightarrow$
$\Rightarrow p \cdot \left(\dfrac{1}{1{,}05} + \dfrac{1}{(1{,}05)^2} + \dfrac{1}{(1{,}05)^3} + \dfrac{1}{(1{,}05)^4}\right) = 1.000$
$\therefore p \approx 282{,}01$
Logo, o valor de cada prestação é R$ 282,01.

Análise de resolução

COMENTÁRIO: O aluno errou ao calcular o percentual em relação à medida de um lado, e não em relação ao perímetro do quadrado.
Resolução correta:
Sendo p o perímetro do quadrado original, temos que cada lado desse quadrado mede $\dfrac{p}{4}$. Assim, cada lado do quadrado aumentado mede $\dfrac{p}{4} + \dfrac{10}{100} \cdot \dfrac{p}{4} = \dfrac{11p}{40}$.
Logo, o perímetro Q do quadrado maior é dado por:
$Q = 4 \cdot \dfrac{11p}{40} = 1{,}1p$
Concluímos, então, que o perímetro Q é 10% maior que o perímetro do quadrado original.