MÓDULO 11

1. POTENCIAÇÃO: EXPOENTE NATURAL

Seja **a** um número real e n um número natural. Potência de base a e exponente n é o número a^n tal que:

$$\begin{cases} a^0 = 1 \\ a^n = a^{n-1} \cdot a, \ \forall n, \ v \geq 1 \end{cases}$$

2. PROPRIEDADES

a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

b) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$ e $m \geq n$

c) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

d) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

e) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

3. POTÊNCIA DE EXPOENTE INTEIRO NEGATIVO

Dado um número real a, **não nulo**, e um número n natural, defini–se a potência a^{-n} pela relação

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

4. RAIZ ENÉSIMA ARITMÉTICA

Dados um número a ≥ 0 e um número natural n, demonstra–se que sempre existe um **número real positivo ou nulo** b tal que $b^n = a$.

Ao número b chamaremos raiz enésima aritmética de a e indicaremos pelo símbolo em que a é chamado radicando e n é o índice.

Exemplos:

1º) $\sqrt[5]{32} = 2$, pois $2^5 = 32$

2º) $\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$

3º) $\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$

4º) $\sqrt[7]{0} = 0$, pois $0^7 = 0$

5º) $\sqrt[6]{1} = 1$, pois $1^6 = 1$

Obs.:

1ª) Da definição decorre $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$, para todo a ≥ 0.

2ª) Observemos na definição dada que:

$$\sqrt{36} = 6 \text{ e não } \sqrt{36} = \pm 6$$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \text{ e não } \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm 3$$

são sentenças verdadeiras em que o radical "não é causador" do sinal que o antecede.

3ª) Devemos estar atentos no cálculo da raiz quadrada de um quadrado perfeito:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Exemplos:

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5 \text{ e não } \sqrt{(-5)^2} = -5$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \text{ e não } \sqrt{x^2} = x$$

5. PROPRIEDADES DE RAIZ

Se $a \in IR_+$, $b \in IR_+$, $m \in Z$, $n \in N^*$ e $p \in N^*$, temos:

a) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}$

b) $\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$

c) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, $b \neq 0$

d) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

e) $\sqrt[p]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[p.n]{a}$

6. POTÊNCIA DE EXPOENTE RACIONAL

Dados $a \in R_+^*$ e $\dfrac{p}{q} \in Q (p \in Z \text{ e } q \in N^*)$, define–se

potência de base a e expoente $\dfrac{p}{q}$ pela relação:

$$\boxed{a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}}$$

7. EXERCÍCIOS DE PROVAS ANTERIORES

1) (ESA 2019)

Seja a função definida por tal que $f(x) = 2^x$. Então, f(a + 1) – f(a) é igual a:

a) 2
b) 1
c) f(a)
d) f(1)
e) 2.f(a)

2) (ESA 2014)

Encontre o valor numérico da expressão: $\boldsymbol{E = 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7 + 11^7.}$

a) 11^8
b) 11^{14}
c) 11^{77}
d) 12^{17}
e) 121^{77}

3) (ESA 2013)
Se $5^{x+2} = 100$, então 5^{2x} é igual a:
a) 4.
b) 8.
c) 10.
d) 16.
e) 100.

4) (ESA 2016)
O valor de x tal que $3^4.3^5.3^6 \dots 3^x = 3^{30}$ é:
a) 6
b) 7
c) 8
d) 12
e) 13

5) (EEAR)
A expressão $\frac{8^{4a}-4^{2a}}{8^{2a}-4^{a}}$ é equivalente a:
a) $1 - 2^{4a}$
b) $2^{2a}(2^{4a} + 1)$
c) $3^2 \cdot 2^{2a}$
d) $2^{4a}(2^{4a} + 1)$

3. Gabarito

1) C
2) A
3) D
4) C
5) B

4. Anotações