caderno de competências 2

PROFESSOR

MATEMÁTICA

conecte

Editora Saraiva

caderno de
competências 2

MATEMÁTICA

conecte

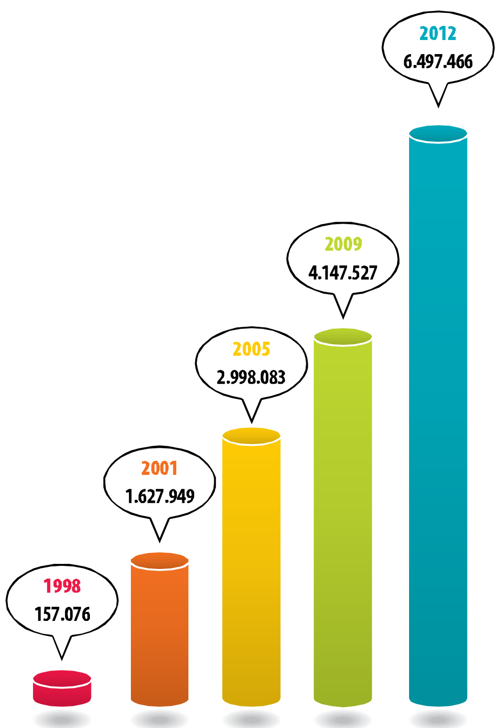
Editora Saraiva

Sumário

Enem

O Enem — Exame Nacional do Ensino Médio — foi instituído em 1998 como forma de avaliar o desenvolvimento de competências por parte dos egressos do ensino médio e, consequentemente, nortear a criação de políticas públicas que pudessem resultar em melhores desempenhos. A partir de 2009, passou a funcionar como instrumento de admissão aos cursos de destacadas universidades brasileiras. Como reflexo de sua importância, o Enem vem sendo realizado por número crescente de alunos ao longo desses 15 anos, como demonstra o gráfico a seguir.

Número de alunos inscritos em edições marcantes do Enem



- Primeira aplicação do Enem
- Alunos egressos da escola pública ficam isentos do pagamento de taxa de inscrição
- O resultado do Enem passa a ser usado como critério de distribuição de bolsas pelo ProUni
- Primeira aplicação do novo modelo de prova, cujo resultado é usado para o ingresso direto em diversas universidades
- A mais recente edição do Enem, com adesão recorde de quase cem instituições federais de ensino

Fonte: Inep/MEC.

O sucesso no Enem necessariamente passa pelo conhecimento das características do exame, que não é mais fácil nem mais difícil do que a maioria dos vestibulares tradicionais e avaliações comuns no ensino médio, mas certamente tem diferenças em relação a eles.

Dica:

Até a época da realização da prova, consulte regularmente o portal do Enem (www.enem.inep.gov.br) e leia todas as informações disponíveis.

Os objetivos

Atualmente, os educadores concordam que uma sólida formação geral — adquirida na educação básica — é absolutamente necessária para a continuidade dos estudos e para a inserção do indivíduo no mundo do trabalho, cada vez mais exigente e competitivo. A formação não inclui apenas os conteúdos tradicionais das diversas áreas do saber científico, mas também o desenvolvimento de estratégias cognitivas que permitam enfrentar problemas e tomar decisões em situações cotidianas.

A velocidade com que a moderna arquitetura social se modifica e altera a nossa vida exige que a educação básica — educação infantil, ensino fundamental e ensino médio — desenvolva competências com as quais os cidadãos busquem e assimilem novas informações, interpretem códigos e linguagens e empreguem os conhecimentos adquiridos, tomando decisões autônomas e socialmente relevantes.

A atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/1996) já propunha profundas transformações no ensino médio, para que, ao concluí-lo, o aluno fosse capaz de:

I. dominar os princípios científicos e tecnológicos que regem o atual mundo do trabalho e da produção;

II. reconhecer e decodificar as diversas formas contemporâneas de linguagem;

III. dominar conhecimentos de filosofia e de sociologia necessários ao exercício da cidadania.

Foi diante dessa perspectiva que o MEC implementou o Enem para todos os alunos concluintes do ensino médio. É importante, todavia, perceber que algumas diretrizes dessa avaliação sofreram alterações durante os últimos anos. Nos documentos que nortearam a primeira versão do Enem (1998), o objetivo fundamental era "avaliar o desempenho do aluno ao término da escolaridade básica, para aferir o desenvolvimento de competências fundamentais ao exercício pleno da cidadania".

Tal meta permanece válida, em conjunto com as que foram anunciadas na remodelação do exame, em 2009:

- servir de referência para que cada cidadão possa proceder à autoavaliação com vistas a suas escolhas futuras, tanto em relação ao mundo do trabalho quanto no que se refere à continuidade de estudos;
- funcionar como modalidade alternativa ou complementar aos processos de seleção nos diferentes setores do mundo do trabalho;
- servir como modalidade alternativa ou complementar aos exames de acesso aos cursos profissionalizantes pós-médios e à educação superior;
- possibilitar a participação e criar condições de acesso a programas governamentais, como o ProUni;
- promover a certificação de jovens e adultos no nível de conclusão do ensino médio;
- promover a avaliação do desempenho acadêmico das escolas de ensino médio, de forma que cada unidade escolar receba o resultado global;
- promover a avaliação do desempenho acadêmico dos estudantes ingressantes nas instituições de educação superior.

ProUni e Enem

O **ProUni — Programa Universidade para Todos** — foi criado pelo Ministério da Educação, em 2004, e oferece bolsa de estudo integral ou parcial em instituições privadas de educação superior a estudantes de baixa renda e que ainda não possuam diploma de nível superior. As bolsas do ProUni são destinadas a estudantes que cursaram todo o ensino médio em escola pública e aos que cursaram escola particular com bolsa integral. Em ambos os casos, os alunos devem ser provenientes de famílias de baixa renda.

O resultado do Enem é o critério utilizado para a distribuição das bolsas, concedidas conforme as notas. Os estudantes com as melhores notas no Enem terão maiores chances de escolher o curso e a instituição em que desejam estudar.

Caso o estudante obtenha acesso a uma bolsa de 50% do valor da anuidade e não possa pagar os restantes 50%, o MEC pode financiar o valor restante por meio do **Financiamento Estudantil** (**Fies**). Informações atualizadas a respeito do ProUni podem ser obtidas pela internet, no endereço eletrônico http://portal.mec.gov.br/prouni. Nessa página, além de outros dados, encontra-se a relação de todas as instituições de ensino participantes do programa.

A página da Caixa Econômica Federal na internet (www.caixa.gov.br) traz mais detalhes a respeito do programa de Financiamento Estudantil.

Atenção!

Há bolsas de estudo do ProUni reservadas para cidadãos portadores de deficiência e para os que se autodeclaram negros, pardos ou índios. Entretanto, o candidato a essas bolsas deve também se enquadrar nos demais critérios de seleção do programa, como renda familiar e desempenho no Enem.

O Enem e as universidades

A partir de 1998, quando foi criado, o Enem passou a ser usado por diversas instituições de ensino superior do país como forma de acesso aos cursos.

Em 2008, já eram mais de 500 as instituições que consideravam a pontuação obtida pelos candidatos no Enem — isoladamente ou acoplada a outras formas de avaliação — como critério de acesso. Algumas instituições reservam vagas aos participantes que obtêm média igual ou superior a determinado escore; outras acrescentam pontos à nota obtida pelos candidatos na primeira ou na segunda fase de seus vestibulares tradicionais; algumas, por sua vez, aboliram seus próprios vestibulares, usando como critério de seleção, única e exclusivamente, a nota média obtida pelos concorrentes na prova do Enem.

São pelo menos quatro as formas previstas de utilização do Enem pelas universidades. As instituições podem optar por empregar a pontuação obtida no Enem:

- como critério único de seleção, em substituição do vestibular tradicional;
- como primeira fase do processo seletivo, mantendo a segunda fase elaborada pela instituição;
- com a concessão de um acréscimo à pontuação do candidato no processo seletivo elaborado pela instituição, dependendo da pontuação obtida no Enem;
- como critério de preenchimento de vagas remanescentes.

O Inep vem apontando, como vantagem do Enem e de seu uso pelas instituições de ensino superior, a promoção da mobilidade dos alunos pelo país. Dito de outra forma, um candidato de determinada região do Brasil poderá ser aprovado e passar a frequentar uma universidade federal de outra região. Espera-se, dessa forma, democratizar o acesso às universidades federais.

Até a edição de 2008, a prova do Enem trazia uma proposta de redação e, na parte objetiva, 63 itens (ou questões) interdisciplinares, sem articulação direta com os conteúdos apresentados no ensino médio. Outra característica do antigo Enem era a impossibilidade de comparação de resultados, ou seja, estatisticamente era impossível dizer se um candidato com determinada pontuação em uma prova teve um desempenho superior ou inferior a outro com a mesma pontuação em outra edição do exame.

Com a reformulação do Enem, em 2009, o exame passa a ser comparável no tempo. Em outras palavras, a pontuação obtida por um candidato na versão de 2009 pode ser cotejada com a pontuação obtida na prova de 2010, por exemplo, e assim por diante.

Além disso, a prova aborda mais explicitamente os componentes curriculares apresentados no ensino médio. Cada prova será relativa a uma área do conhecimento:

I. linguagens, códigos e suas tecnologias (incluindo a prova de redação);
II. matemática e suas tecnologias;
III. ciências da natureza e suas tecnologias;
IV. ciências humanas e suas tecnologias.

Interdisciplinaridade e contextualização

Embora as questões estejam agrupadas em quatro grandes áreas do conhecimento (linguagens e códigos, matemática, ciências da natureza e ciências humanas), não são separadas por disciplina. Isso significa que, ao se ler o enunciado da questão, pode ser difícil afirmar se ela está associada apenas à biologia ou à química. Essa estratégia evidencia que o conhecimento humano é historicamente adquirido e não se subdivide em "gavetas" e que deve ser concebido como uma ampla rede, mutável e heterogênea. Na realidade, as disciplinas escolares são "estratégias didáticas" que facilitam a caminhada pela intricada rede do conhecimento.

Outra característica das questões do Enem é a **contextualização**, cujo objetivo é estabelecer relações entre o conhecimento e o mundo que nos cerca, envolvendo aspectos sociais, políticos, culturais e tecnocientíficos, sempre ligados ao cotidiano.

No enunciado, as questões do Enem trazem uma **situação-problema**, desafiadora e claramente relacionada ao contexto. Para sua resolução, o aluno deverá apoiar-se nas informações trazidas no próprio enunciado e em conhecimentos prévios. Por isso é tão importante a leitura atenta dos enunciados de todas as questões.

Ao realizar as provas do Enem o candidato terá cinco notas diferentes, uma para cada área do conhecimento e uma para a redação. Não haverá peso diferente para cada uma dessas notas. Entretanto, ao utilizarem as notas em seus processos seletivos, as instituições de ensino superior poderão conferir a elas pesos diferenciados, a fim de classificarem os candidatos entre as carreiras pleiteadas.

O Enem é elaborado de acordo com uma metodologia baseada na **Teoria da Resposta ao Item** (TRI), que permite que as notas de diferentes edições da prova sejam comparadas. As questões das provas do Enem têm diferentes graus de dificuldade e de complexidade. Então, para efeito de cálculo da nota final de cada área, questões mais difíceis devem ter maior valor ponderal que questões mais simples.

Diferentemente do que acontece em alguns vestibulares, as provas do Enem não incluem questões regionais. Assim, as questões de geografia, história e biologia, por exemplo, têm caráter nacional e não tratam de assuntos estritamente regionais. Com isso, pretende-se garantir a isenção do processo de avaliação, dando aos candidatos oriundos de qualquer lugar do país igualdade de condições na disputa por vagas nas universidades participantes do processo.

As provas do Enem sempre foram organizadas por habilidades, explorando a capacidade de leitura e interpretação e a abordagem interdisciplinar. Desde 2009, as provas correlacionam mais diretamente as habilidades ao conjunto dos conteúdos habitualmente estudados no ensino médio. Preserva-se, dessa maneira, o predomínio absoluto de questões que buscam explorar não o simples resgate da informação, mas a aplicação prática do conhecimento.

As provas do Enem deverão manter o **caráter operatório**, não baseado na memorização e na "decoreba".

O Enem tem questões de língua estrangeira moderna, com opção entre inglês e espanhol.

Dicas para você, que vai prestar o Enem

1 Leia e analise textos predominantemente descritivos, como manuais de instrução de jogos ou de aparelhos eletrodomésticos, e tente executar uma tarefa proposta seguindo as orientações do texto. Em um texto informativo, selecione e destaque as informações principais e secundárias.

2 Leia gráficos (de barras, de setor ou linhas), diagramas, tabelas e infográficos que aparecem diariamente em jornais e revistas. Identifique as informações, reorganize-as em itens, reescreva-as em um texto discursivo, relacionando informações verbais com informações procedentes de outras fontes de referência (ilustrações, fotos, gráficos, tabelas, infográficos etc.). Nos gráficos, identifique variáveis, descubra o comportamento da variável em um dado trecho e os trechos em que ela é constante, crescente ou decrescente; analise a taxa de variação. Leia o texto que acompanha os gráficos e diagramas, verificando se as suas interpretações correspondem aos comentários do texto.

3 Leia questões de provas anteriores do Enem e assinale as palavras-chave. Destaque o problema indicado; interprete e relacione as informações disponíveis nas questões. Estude as possibilidades de resolução por meio das linguagens e métodos das áreas curriculares, integre-as ao seu conhecimento e estabeleça um processo de resolução

4 Leia textos literários de diversas naturezas, atentando para a biografia do autor e o contexto sócio-histórico das produções, identificando as principais características dos movimentos literários dos quais fazem parte. Procure distinguir os diversos tipos de linguagem, se possível, relacionando-os a determinada produção cultural da língua portuguesa. Escreva textos baseados na linguagem coloquial, até com o registro de gírias e vícios da linguagem oral. Reescreva-os, transformando-os em textos formais

5 Em *sites* de busca na internet, procure palavras e expressões, como fontes alternativas de energia, transformações de energia, hidreletricidade, energia nuclear etc. Analise e interprete diferentes tipos de textos e comunicações referentes ao conhecimento científico e tecnológico da área.

6 Interprete informações de caráter biológico, químico e físico em notícias e artigos de jornais, revistas e televisão, a respeito de resíduos sólidos e reciclagem, aquecimento global e efeito estufa, chuva ácida, camada de ozônio, concentração de poluentes, defensivos agrícolas, aditivos em alimentos, cloro e flúor na água. Assista a documentários que abordem a temática da água e leia documentos e livros sobre seca, poluição das águas, tratamento de esgotos, degelo das geleiras, recursos naturais não renováveis etc.

7 Em revistas e jornais, procure diferentes enfoques de autores que discorram sobre perturbações ou impactos ambientais e as implicações socioeconômicas dos processos de uso dos recursos naturais, materiais ou energéticos e tente elaborar argumentos concordantes e discordantes referentes às diversas opiniões

8 Em *sites* da internet, procure escalas do tempo geológico, que se divide em eras, que se dividem em períodos, que se dividem em épocas. Com base nessas informações, tente compreender a estrutura da Terra, a origem e a evolução da vida e as modificações no espaço geográfico. Procure uma tabela que traga o tempo histórico (da Pré-História à Idade Contemporânea) e compare as duas diferentes escalas para compreender os tempos do Universo, do planeta e da humanidade.

9 Leia textos sobre a diversidade da vida; identifique padrões constitutivos dos seres vivos dos pontos de vista biológico, físico ou químico

10 Pesquise e escreva sobre situações que contribuem para a melhoria da qualidade de vida em sua cidade, na defesa da qualidade de infraestruturas coletivas ou na defesa dos direitos do consumidor. Elabore um texto descrevendo as intervenções humanas no meio ambiente, fazendo relação de causa e efeito e propondo medidas que poderiam contribuir para minimizar problemas

11 Assista a documentários que abordem situações concretas evidenciando a relação entre biologia e ética, na definição de melhores condições de vida. Sugerem-se temas como biodiversidade, biopirataria, transgênicos, bioengenharia, transplantes e doação presumida, conflitos entre necessidades humanas e interesses econômicos etc.

12 Observe os objetos a sua volta quanto à forma e ao tamanho; perceba as formas geométricas planas ou espaciais no mundo real. Identifique-os e caracterize-os de acordo com suas propriedades. Estabeleça relações entre os elementos observados; faça comparações entre objetos com o mesmo formato, avaliando quantas vezes um é maior que o outro.

13 Pesquise situações-problema ambientais ou de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas etc. Proponha soluções que envolvam o uso e a aplicação de conhecimentos e métodos probabilísticos e estatísticos, realizando previsão de tendência, interpolação e interpretação.

14 Elabore uma tabela com os principais poluentes ambientais e como atuam; proponha formas de intervenção para reduzir e controlar os efeitos da poluição ambiental, buscando refletir sobre a possibilidade de redistribuição espacial das fontes poluidoras. Consulte jornais, revistas e *sites* que enfoquem assuntos sobre fontes energéticas e, por meio de comparações, avalie as que proporcionam menores impactos negativos ao ambiente e mais benefícios à sociedade.

15 Como treino da capacidade de argumentação, escreva uma carta solicitando ressarcimento de eventuais gastos no conserto de eletrodomésticos que se danificaram em consequência da interrupção do fornecimento de energia elétrica, argumentando com clareza e apresentando justificativas consistentes.

16 Assista a filmes que retratem o teor político, religioso e ético de manifestações da atualidade; compare as problemáticas atuais e as de outros momentos com base na interpretação de suas relações entre o passado e o presente.

17 Analise textos e compare os diferentes contextos históricos que contribuíram para o desenvolvimento da tolerância e do respeito pelas identidades e pela diversidade cultural. Observe as diversas formas de preconceito e de racismo no cotidiano.

18 Escolha determinado tema que apresente uma realidade sócio-histórica e leia dois ou três comentaristas com opiniões divergentes sobre a questão. Identifique os pressupostos de cada um, observe e elabore uma lista dos diferentes pontos de vista.

19 Conheça a realidade social e econômica de certo país e elabore uma tabela correlacionando os aspectos socioeconômicos com traços distintivos daquele fenômeno histórico-social.

20 Escolha um acontecimento histórico e escreva sobre ele, destacando a relação entre o tempo histórico, o espaço geográfico e os fatores sociais, políticos, econômicos e culturais constitutivos desse acontecimento. Posteriormente leia sobre o assunto escolhido, identifique os aspectos que foram observados e reescreva o texto, completando-o com as informações obtidas pela leitura.

Para ler o mundo

Uma característica marcante do Enem é cobrar dos candidatos a capacidade de ler o enunciado dos itens (ou questões). Parece óbvio, mas a maioria das questões traz, no próprio enunciado, as informações necessárias e suficientes para a tomada de decisão. Mesmo com as informações introduzidas em 2009, ainda que sejam exigidos os conteúdos comumente trabalhados no ensino médio, a leitura atenta dos enunciados continua sendo a “chave” para o bom desempenho.

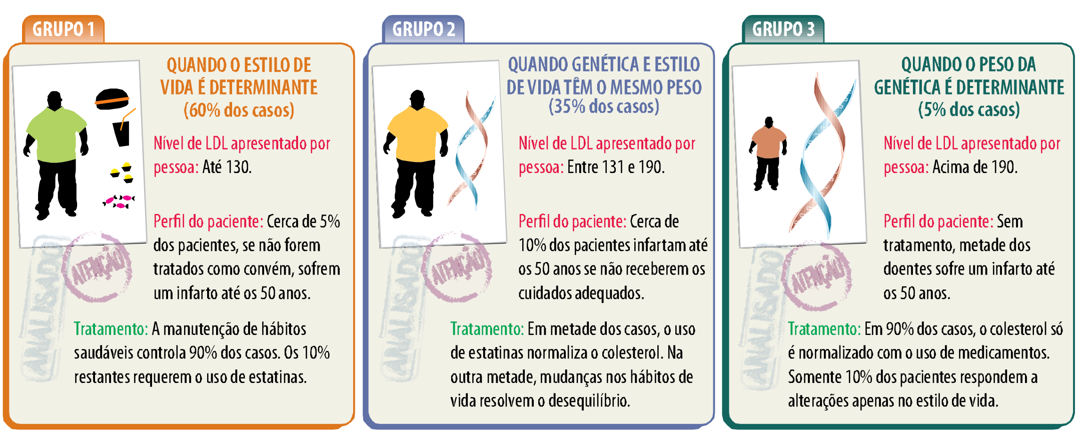
Para ler o texto

Se fosse necessário resumir a prova do Enem em uma competência, certamente seria a **competência leitora**, ou seja, a capacidade de ler e compreender o que se leu. E não se trata apenas da leitura de textos formais, mas também da leitura das múltiplas linguagens com as quais o conhecimento e a cultura se transmitem, entre elas o texto, os infográficos e os diagramas, os mapas, a publicidade, as tirinhas e as charges.

Infográficos

Informações de diversas naturezas são frequentemente apresentadas em jornais, noticiários de TV e revistas de circulação nacional, na forma de textos ilustrados denominados infográficos, como os que são exemplificados a seguir.

1 Atualmente, é comum as pessoas buscarem hábitos saudáveis e bons modos de vida, praticando atividades físicas e preocupando-se com a alimentação. Entretanto, fatores hereditários também são importantes na determinação de alguns problemas de saúde, como, por exemplo, níveis elevados de colesterol.



Fonte: editoria de arte, com base em informações médicas.

Com base nas informações apresentadas, é correto afirmar que:

a) fatores genéticos são os principais causadores de níveis elevados de colesterol.

b) para pessoas com níveis de LDL (popularmente chamado de “colesterol ruim”) acima de 190, o estilo de vida é o principal fator determinante do colesterol elevado.

c) pacientes com LDL acima de 190 podem se manter controlados, bastando para isso que pratiquem hábitos saudáveis.

d) o uso de medicação é recomendado para controlar o colesterol das pessoas com LDL inferior a 130.

e) há pessoas para as quais os fatores hereditários parecem pesar tanto quanto a manutenção de hábitos saudáveis.

Para pessoas com LDL entre 130 e 190, parece haver equilíbrio na importância dos fatores genéticos e ambientais. Assim, está correta a alternativa e.

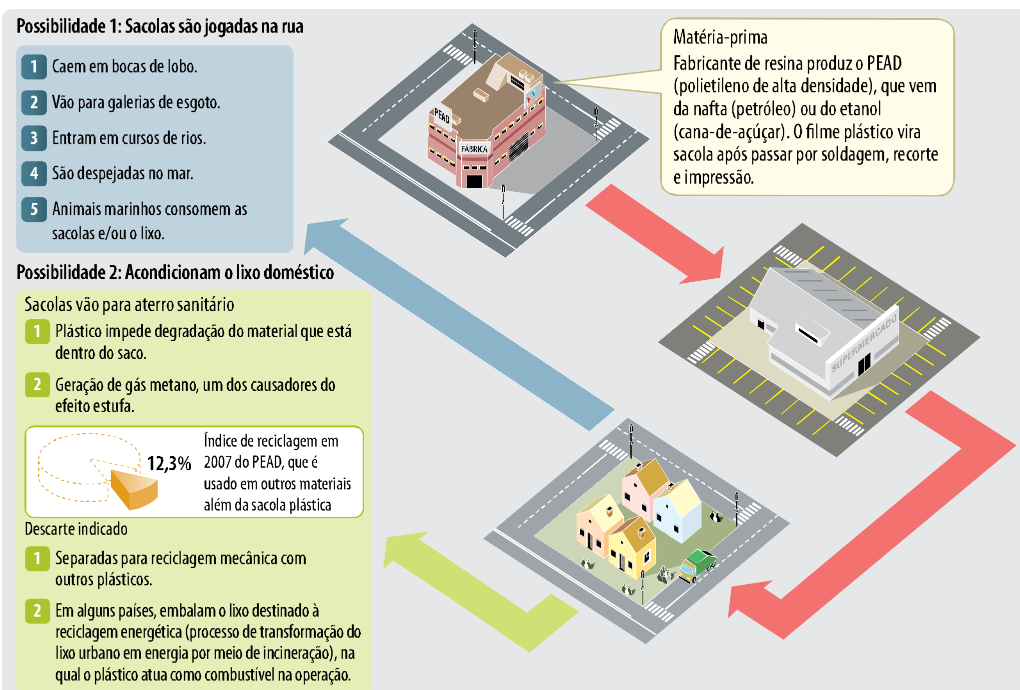
a) Incorreta. A afirmação é verdadeira apenas para determinado grupo de pessoas (aquelas com LDL muito elevado).

b) Incorreta. A análise das informações mostra que, para esse grupo, o fator determinante é o genético.

c) Incorreta. Dos membros desse grupo, 90% necessitam de medicação, não bastando alterar o estilo de vida.

d) Incorreta. Apenas 10% das pessoas com LDL inferior a 130 necessitam de medicação.

2 Discute-se muito o uso de sacolas plásticas descartáveis, comumente empregadas para acondicionar compras de supermercados, em razão dos potenciais danos ambientais que podem acarretar.



Fontes: Abrelpe, Greenpeace e Plastivida.

Considerando-se as informações, pode-se afirmar que:

a) no fabricante de resina, o polietileno de alta densidade (PEAD) obtido do petróleo é convertido em etanol.

b) uma vez lançadas no ambiente, as sacolas plásticas sofrem decomposição antes de atingirem rios e oceanos.

c) nos aterros sanitários, as sacolas plásticas facilitam a decomposição do material orgânico componente do lixo doméstico.

d) separado do lixo, o PEAD pode ser reciclado e, se for incinerado, pode ser usado na geração de energia.

e) o PEAD é usado, exclusivamente, na confecção de sacolas plásticas descartáveis.

O infográfico destaca, com a possibilidade 2, a separação dos plásticos para reciclagem e sua eventual atuação como combustível na incineração do lixo com vistas à obtenção de energia. Isso corresponde ao que afirma a alternativa d.

a) Incorreta. O PEAD pode ser obtido do petróleo ou do etanol e não convertido neste último.

b) Incorreta. As sacolas plásticas não se decompõem com facilidade e atingem rios e mares.

c) Incorreta. As sacolas plásticas dificultam a decomposição do lixo doméstico.

e) Incorreta. O PEAD é usado na confecção de outros materiais, além de sacolas.

3 Muito se discute a respeito das condições de infraestrutura do Brasil para grandes eventos esportivos, como a Copa do Mundo, em 2014, e a Olimpíada de 2016. Um dos "gargalos" está no transporte de cargas e passageiros.

Fonte: editoria de arte, com base em dados do Ipea.

A partir das informações apresentadas, pode-se afirmar que:

a) entre os países que compõem o chamado BRIC (Brasil, Rússia, Índia e China), o Brasil é o que apresenta a maior porcentagem de estradas pavimentadas.

b) ainda que triplicasse a proporção de rodovias pavimentadas em um prazo de cinco anos, o Brasil continuaria apresentando o menor percentual de estradas pavimentadas entre os países do BRIC.

c) o transporte de 50 toneladas de Rio Verde (GO) para o porto de Paranaguá (PR) custa cerca de US$ 75,00. Nos Estados Unidos, o transporte de carga equivalente, na mesma distância, custaria US$ 18,00.

d) no Brasil, a duração média de um amortecedor de caminhão é quase o dobro da duração em países desenvolvidos.

e) rodando na Argentina, pneus de caminhão apresentam durabilidade três vezes maior do que se rodassem na Alemanha.

Mesmo triplicando o percentual de estradas pavimentadas (de 6% para 18%), o Brasil continuaria com o menor percentual entre os países do BRIC, o que torna correta a alternativa b.

a) Incorreta. O infográfico mostra exatamente o oposto.

c) Incorreta. US$ 75,00 é o preço de uma tonelada transportada entre Rio Verde e Paranaguá. Portanto, 50 toneladas custariam US$ 3.750,00.

d) Incorreta. A duração média de um amortecedor de caminhão, rodando no Brasil, equivale à metade da duração em países desenvolvidos.

e) Incorreta. Rodando na Argentina, pneus de caminhão apresentam durabilidade menor do que se rodassem na Alemanha.

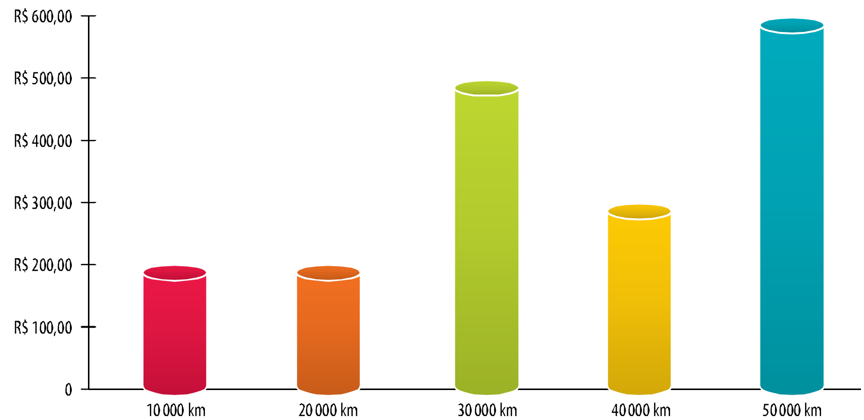
Gráficos

Ao abrirmos um jornal ou revista de grande circulação, é comum encontrarmos notícias que empregam linguagem matemática expressa em equações, índices, fórmulas, tabelas e gráficos. As situações apresentadas a seguir exigem a compreensão de diferentes tipos de gráficos e seu diálogo com tabelas, diagramas e textos, mostrando como nossa compreensão do mundo é bastante facilitada pela habilidade de se trabalhar com tais recursos.

1 Uma indústria automobilística publicou, nos jornais, material publicitário com a tabela de custos de manutenção de certa marca de veículo produzido por ela.

Tabela de preços de revisão					
Quilometragem	10 000 km	20 000 km	30 000 km	40 000 km	50 000 km
Peças	R$ 200,00	R$ 200,00	R$ 400,00	R$ 200,00	R$ 400,00
Mão de obra	Gratuita	Gratuita	60 minutos	60 minutos	120 minutos

Em outra propaganda, a mesma indústria divulgou o gráfico ao lado, que traz o custo total das revisões programadas (de 10 000 km a 50 000 km).

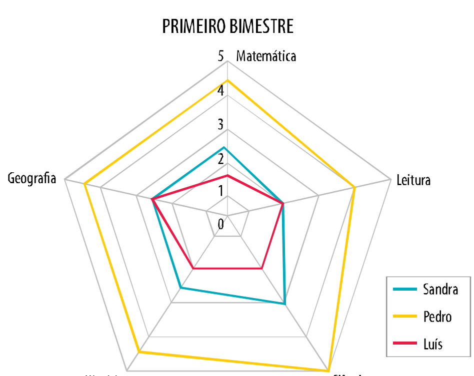


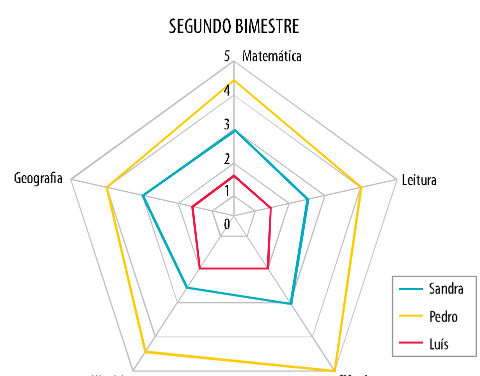
Qual é o custo de uma hora da mão de obra?

a) R$ 10,00
b) R$ 50,00
c) R$ 100,00
d) R$ 200,00
e) R$ 300,00

Vejamos, por exemplo, a revisão de 30 000 km. Ela custa R$ 500,00 (dos quais R$ 400,00 de peças) e consome 60 minutos de mão de obra. Portanto, essa hora trabalhada custa R$ 100,00. A alternativa c é a correta.

2 Três alunos de uma classe (Sandra, Pedro e Luís) tiveram seu desempenho comparado em cinco componentes curriculares (Matemática, Leitura, Ciências, História e Geografia) e em dois bimestres consecutivos. Seus escores foram distribuídos em gráficos do tipo "radar", mostrados a seguir.





A afirmação corretamente associada aos dados apresentados pelos gráficos é:

a) No primeiro bimestre, a pontuação média de Luís foi superior à pontuação média de Sandra.
b) No primeiro bimestre, Sandra e Luís alcançaram a mesma pontuação em Leitura e em Geografia.
c) Do primeiro bimestre para o segundo bimestre, Pedro elevou seu desempenho em todos os componentes curriculares.
d) No segundo bimestre, o rendimento escolar médio de Luís foi superior ao do primeiro bimestre.
e) No segundo bimestre, o componente curricular que atingiu a maior pontuação média entre os três alunos foi Geografia.

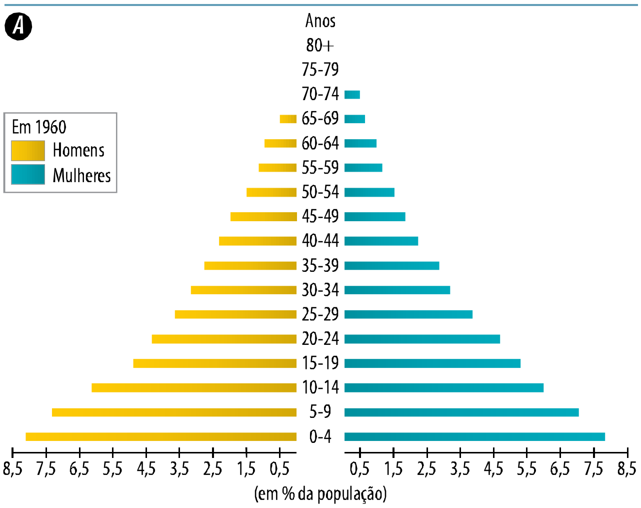
Quando dois alunos apresentam a mesma pontuação, as curvas que os representam se tangenciam. Isso acontece duas vezes no gráfico referente ao primeiro bimestre, indicando igualdade entre as notas de Geografia e Leitura de Sandra e Luís. Dessa forma, está correta a alternativa b.

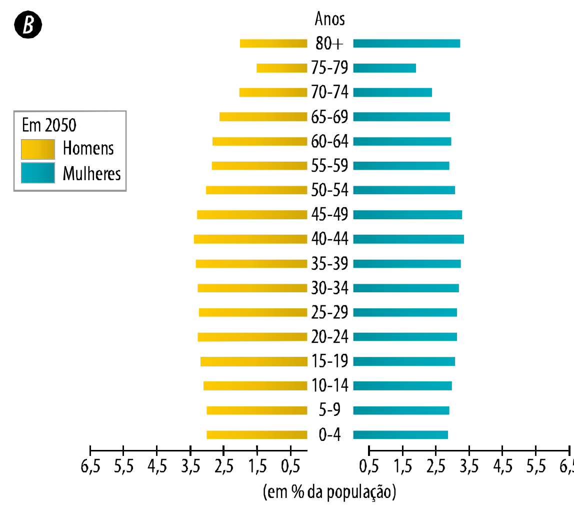
a) Incorreta. No primeiro bimestre, a média de Sandra foi maior que a de Luís.
c) Incorreta. A pontuação de Pedro em Geografia diminuiu de 4,5 para 4,0.
d) Incorreta. O desempenho médio de Luís diminuiu do primeiro para o segundo bimestre.
e) Incorreta. A maior pontuação média no segundo bimestre foi a de Ciências (média de 3,3), e não a de Geografia (média de 2,8).

3 As pirâmides a seguir mostram (*A*) a distribuição etária da população brasileira em 1960 e (*B*) a projeção para 2050.

DISTRIBUIÇÃO ETÁRIA BRASILEIRA

Pirâmides etárias





Fonte: IBGE.

Após a análise cuidadosa das pirâmides, pode-se afirmar que:

a) se nota, no período, um nítido "envelhecimento" da população brasileira.
b) a distribuição etária brasileira, em 1960, se assemelhava à distribuição etária atual de países europeus desenvolvidos e a projetada para 2050 se assemelha à atual distribuição de países da África subsaariana.
c) pirâmide de distribuição etária do tipo *A* pressiona os gastos com previdência social (aposentadorias e pensões), ao passo que distribuição do tipo *B* acarreta gastos proporcionalmente maiores com saúde e educação.
d) a transição da pirâmide etária do tipo *A* para a pirâmide do tipo *B* decorre de elevação da taxa de natalidade e redução da expectativa média de vida.
e) a transição de *A* para *B* decorre do rápido aumento da população total do país.

A comparação entre as duas pirâmides mostra redução na quantidade de jovens e ampliação da faixa etária correspondente aos idosos, o que indica aumento da expectativa de vida, como assinala a alternativa a.

b) Incorreta. A distribuição brasileira de 1960 lembra a atual pirâmide africana, enquanto a pirâmide projetada para 2050 se assemelha à atual pirâmide de países desenvolvidos europeus.
c) Incorreta. Pirâmide do tipo *A* indica país com predomínio de crianças e jovens, com maiores gastos em saúde e educação; pirâmide do tipo *B* indica população mais velha e implica maiores gastos com previdência social.
d) Incorreta. A transição da pirâmide etária do tipo *A* para a pirâmide do tipo *B* decorre de redução da taxa de natalidade e aumento da expectativa média de vida.
e) Incorreta. A transição de *A* para *B*, em geral, é acompanhada por crescimento lento, estabilização ou mesmo redução da população total do país.

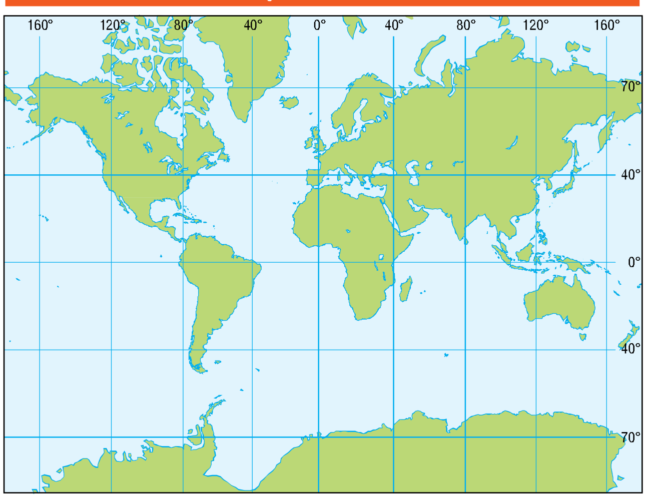
Ler os mapas para ler o mundo

Assim como os gráficos, os mapas também não são livres de influências econômicas, geopolíticas, religiosas etc. Isso pode ser observado pela escolha da **projeção cartográfica**.

A **projeção de Mercator**, por exemplo, distorce a proporção do tamanho dos continentes, mas mantém correta a forma (contorno). Quanto ao aspecto ideológico, a projeção de Mercator reforça uma visão eurocêntrica — a Europa como o centro do mundo.

Repare o tamanho proporcional da Europa e da América do Norte em relação à América do Sul e à África. Na projeção de Mercator, à medida que se afastam da linha do Equador, as massas continentais em médias e altas latitudes apresentam tamanho distorcido, desproporcionalmente maior.

PROJEÇÃO DE MERCATOR

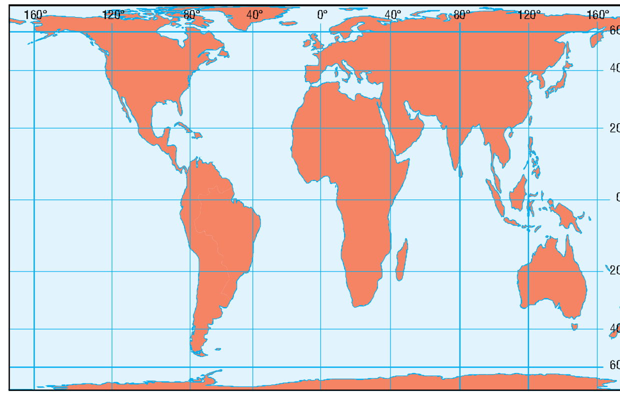


Fonte: *Atlas 2000: la France et le monde*. Paris: Nathan, 1998.

Já a **projeção de Peters** não altera as áreas relativas, mantendo verdadeiras as proporções entre a área de uma região no mapa e a área correspondente na superfície da Terra.

A projeção de Peters distorce a forma dos continentes, alongando-os no sentido norte-sul, mas mantém corretas as proporções entre suas áreas. Não por acaso, essa projeção é chamada de “mapa para um mundo solidário”, pois é vista como uma representação que valoriza os países subdesenvolvidos e tenta eliminar a visão de superioridade dos países do hemisfério norte sobre os países do hemisfério sul.

PROJEÇÃO DE PETERS

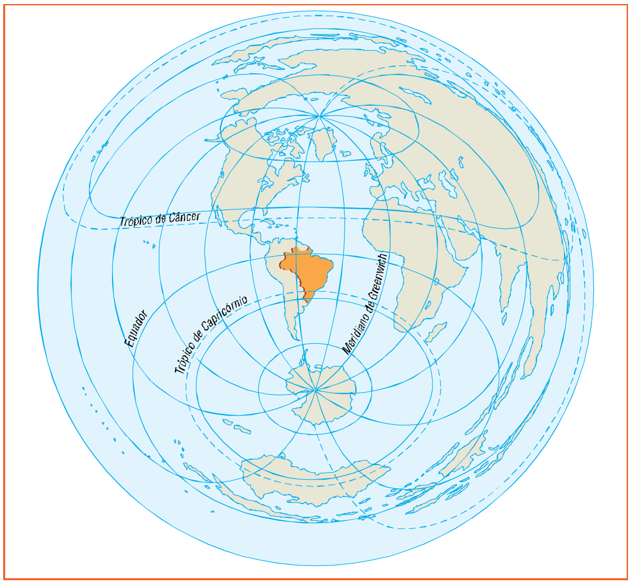


Fonte: *Atlas 2000: la France et le monde*. Paris: Nathan, 1998.

Na **projeção azimutal**, a superfície terrestre é projetada sobre um plano a partir de determinada região. O ponto escolhido é projetado sempre no centro do mapa e, consequentemente, os meridianos são vistos como linhas divergentes, partindo do centro do mapa, enquanto os paralelos são apresentados como círculos concêntricos (com o centro no ponto de onde parte a projeção). Essa projeção tem forte caráter ideológico e transmite uma ideia: determinado ponto é “o centro do planeta”. Evidentemente, a escolha do ponto do qual parte essa projeção tem efeito marcante no aspecto final do mapa. Compare os exemplos a seguir:

PROJEÇÃO AZIMUTAL CENTRADA NO POLO NORTE

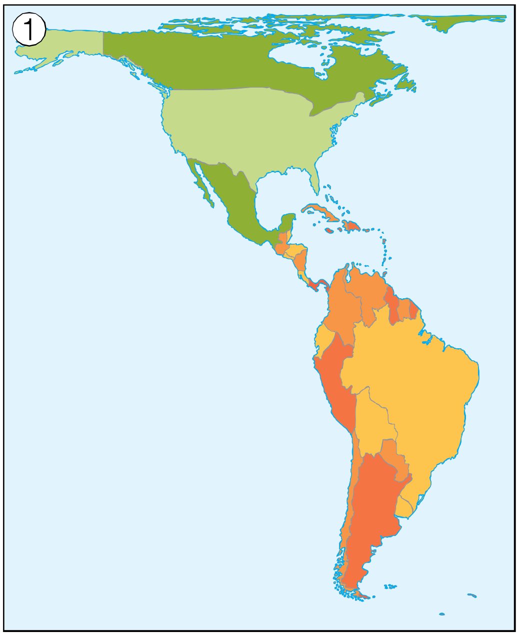
PROJEÇÃO AZIMUTAL CENTRADA NO BRASIL



Fonte: *Atlas 2000: la France et le monde*. Paris: Nathan, 1998.

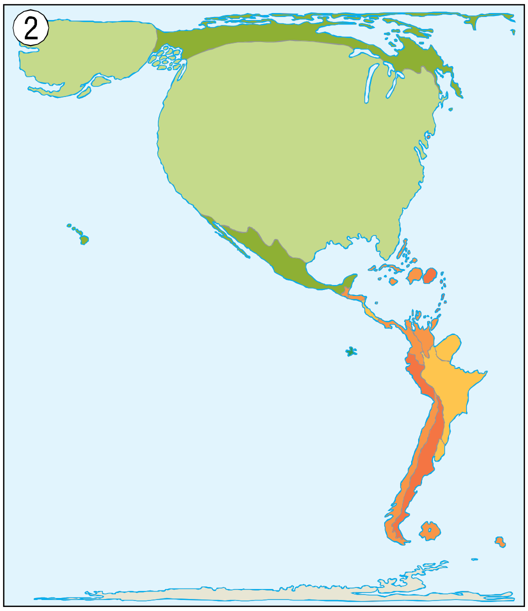
Um tipo de mapa que merece destaque é a **anamorfose** (ou cartograma). Trata-se de uma representação cartográfica em que as áreas de logradouros (municípios, estados, países ou continentes) sofrem deformações matematicamente calculadas, tornando-se diretamente proporcionais a determinado parâmetro que se está considerando. Por exemplo, numa anamorfose, a área de certa região aumenta ou diminui proporcionalmente à sua população, ao produto interno bruto (PIB), ao consumo de petróleo etc. Veja alguns exemplos.

No mapa 1, a área dos países corresponde exatamente à superfície real de cada um.

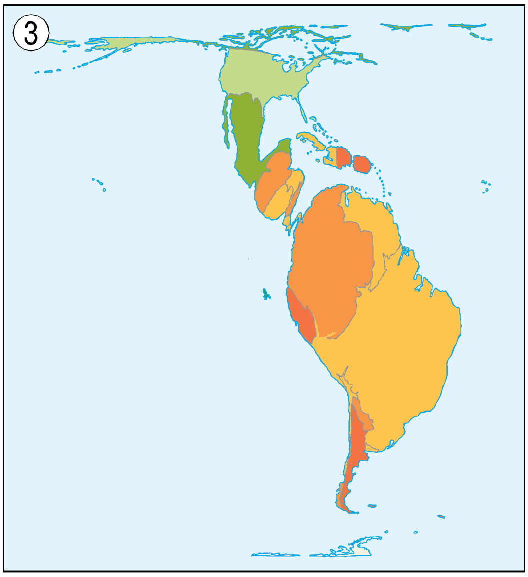


No mapa 2, a área dos países corresponde à taxa de acesso à internet em 2008.

Repare no efeito obtido. Os Estados Unidos "engordam" bastante, ao passo que o Brasil "emagrece". Isso significa que o Brasil possui, proporcionalmente, menos usuários da internet que os Estados Unidos.



Na anamorfose 3, o parâmetro considerado é a ocorrência de mortes violentas por 100 mil habitantes.



A Colômbia fica "enorme", assim como alguns países da América Central. O México adquire quase o mesmo "tamanho" que os Estados Unidos, indicando maior taxa proporcional de mortes violentas. O Canadá, por sua vez, quase "desaparece".

A linguagem publicitária

Peça essencial em uma sociedade de consumo, a publicidade está presente, sobretudo, nos estudos da área de linguagens, mas também surge nas demais áreas. Em uma peça publicitária, é preciso não somente compreender a ideologia e o contexto que a permeiam, mas todo um jogo de palavras, cujo propósito é vender um objeto ou uma ideia. Para tanto, palavras e imagens (textos verbais e não verbais) procuram seduzir, encantar e conquistar o interlocutor (leitor/consumidor), fazendo com que ele se identifique com aquilo que é comunicado, quebrando-lhe qualquer resistência.

A linguagem publicitária faz uso da função apelativa (ou conativa) e emprega outros recursos, simples ou sofisticados, de acordo com o público-alvo: os sentidos denotativo e conotativo, a ambiguidade, as figuras e os vícios de linguagem, as variações linguísticas, a ironia, o humor. Sob imagens e palavras, escondem-se informações importantes que somente conseguimos "enxergar" com a experiência da leitura e os conhecimentos adquiridos.

O estudo da propaganda e da linguagem publicitária em sala de aula deve ir além das imagens e dos jogos de palavras. Precisa, sobretudo, mostrar o efeito que esse conjunto tem sobre o indivíduo e a coletividade e a responsabilidade dos publicitários e do próprio consumidor na sociedade, já que o consumo excessivo está afetando o meio ambiente e comprometendo a sustentabilidade do planeta.

Potencializando fantasias e desejos

Peças publicitárias não somente apelam para fantasias, sonhos e desejos do consumidor, como também os potencializam. Na busca incessante para atingir o padrão ideal de beleza de nossa sociedade (corpo perfeito e "sarado", pele macia e sem marcas de expressão, cabelos sedosos e brilhantes etc.), o consumidor se deixa seduzir, sem lhes opor resistência, pelos apelos das propagandas. Em contrapartida, existe uma (pequena) vertente da publicidade que explora o cotidiano e associa seus produtos a pessoas reais e não a estereótipos consagrados.

Mobilizando a população

A publicidade alcança pessoas dos mais longínquos lugares, com hábitos e padrões de vida distintos. As campanhas em massa do Ministério da Saúde que alertam e mobilizam a população em geral são exemplo disso.

Campanha Nacional de Combate à Dengue – 2010/2011 – Ministério da Saúde, Governo Federal

Nesta campanha referente à saúde pública, os verbos são usados no imperativo ("Cuide", "Fale", "Converse"), mas não se percebe intenção de impor ou obrigar a uma ação; o que se faz é uma solicitação à participação da população, deixando claro que evitar a dengue somente será possível se todos ajudarem a combatê-la.

Campanha Nacional de vacinação Contra a Gripe – 2011 – Ministério da Saúde, Governo Federal

A campanha de vacinação contra a gripe conquista a atenção pela simpatia de seus "modelos": artistas conhecidos do grande público que gozam de boa reputação e representam indivíduos que fazem parte dos grupos a que a peça se refere. A maioria do público-alvo se identifica com eles e age da mesma forma, buscando um posto de saúde para ser vacinada. Além disso, a peça chama a atenção da população para um direito assegurado pelo Sistema Único de Saúde (SUS), que, nas campanhas de vacinação, é bastante efetivo.

Mudando comportamentos

Existem peças publicitárias que vendem ideias capazes de levar a mudanças (positivas) de comportamento e de costumes ou, ao menos, propor uma reflexão sobre o assunto.

Controladoria Geral da União – CGU

A peça faz parte de uma campanha contra a corrupção e busca promover a reflexão sobre práticas comuns no dia a dia. Nela são apresentadas atitudes vistas com frequência na sociedade, que muitas vezes minimiza a gravidade desses comportamentos. As frases contundentes não dão margem a outras interpretações: o cidadão tem o dever de lutar contra a corrupção; do contrário, também será corrupto por omissão (e, portanto, por conivência) ou por adotar o mesmo comportamento nas situações mais corriqueiras.

Publicidade interativa

Especialistas da área de publicidade definem dois tipos de propaganda: a tradicional baseia-se em uma relação na qual o consumidor assimila a mensagem e, então, está cumprido o papel da comunicação; a moderna vislumbra o consumidor como multiplicador de opinião e, assim, a relação que há na propaganda tradicional revela-se apenas parcial.

O novo consumidor tem audiência própria, conhece o mercado e domina as redes de comunicação, especialmente as de relacionamento. Nesse contexto entra a propaganda interativa — se o consumidor é um multiplicador de conceitos, ideias e opiniões, a interatividade convoca-o a participar diretamente e, consequentemente, (com)partilhar sua experiência com grupos e pessoas, gerando novos hábitos, comportamentos e consumos.

Em 2006, uma empresa do ramo de automóveis, comemorando 30 anos no Brasil, convidou os brasileiros a pensar no futuro daqui a 30 anos. Os depoimentos foram gravados em diversos tipos de mídia. O material foi transformado em um documento e guardado para divulgação em 2036, quando se saberá o que o brasileiro pensava sobre o futuro, 30 anos antes.

TBWA SWITZERLAND/MCDonald's

Aqui, a rua, especificamente a faixa de pedestres, foi o local escolhido para interagir com as pessoas. A faixa foi substituída pelas batatas fritas de uma conhecida rede de lanchonetes, durante um festival em Zurique, na Suíça. Além de criativa, essa peça publicitária emprega estratégia ousada, usando um espaço destinado ao pedestre, que podia não decifrar os códigos como tais.

Quanto mais poderosa a publicidade, maior sua responsabilidade com o consumidor. Ela pode vender fantasias, mas não mentiras; pode induzir, mas não enganar. A leitura atenta dos textos publicitários é o caminho para compreendê-los na totalidade, incluindo informações implícitas, e deve ser reforçada no ambiente da sala de aula por meio de discussões e troca de conhecimentos, uma vez que abrangem as diversas áreas do saber.

Tiras, quadrinhos e charges

Quadrinhos e charges frequentemente estão presentes nos mais diversos exames (vestibulares, Enem, concursos públicos etc.), tratando dos mais variados temas. Como reúnem textos verbais e não verbais, empregando linguagem concisa e, comumente, bem-humorada, ganham a simpatia dos leitores, especialmente dos jovens. Embora tenham semelhanças, apresentam também diferenças significativas.

As tiras e os quadrinhos podem ou não apresentar um ponto de vista político e, usando cores, movimentos, formas, sombras e desenhos (principalmente), incitam o leitor a exercer suas habilidades interpretativas visuais e verbais. A linguagem visual é questionadora e ainda é potencializada pela criação do artista e pela interpretação do leitor.

Fernando Gonsales

Esta tira discute dois temas relacionados a disciplinas distintas: a lei da selva, expressão que, tomada ao "pé da letra", pertence à biologia ou, em sentido figurado, à sociologia; e a lei da gravidade, à física. Para o ratinho, ambas representam vida e morte: se fosse destinado à lei da selva (a sobrevivência dos mais fortes e adaptados), ele morreria; como prevaleceu a lei da gravidade (força que atrai para o centro da Terra todos os corpos), ele foi salvo.

As ciências da natureza usam esquemas e fórmulas para facilitar a apresentação, a explicação e a apreensão de determinados assuntos. Isso pode ser feito de forma descontraída e bem-humorada por meio das tiras, uma excelente ferramenta pedagógica que torna o estudo mais lúdico e produtivo.

Gaturro, Nik© 2006 Nik/Dist. by Universal Uclick

Neste exemplo, os significados diferentes de uma mesma expressão são explorados para produzir o humor.

Muitas cartilhas recorrem a histórias em quadrinhos para falar sobre assuntos polêmicos e importantes, como aids, dengue, drogas, desmatamento, desperdício de água e energia, poluição etc. Com outros meios, não atingiriam, sensivelmente, tantas pessoas.

A charge tem características peculiares. Na definição de um estudioso, "a charge é essencialmente política em todos os sentidos da palavra e, obrigatoriamente, carrega grande força crítica, poder reivindicatório e contestador. A simbologia das personagens e temáticas de que o chargista se apossa indica e aponta para um mundo vivido. Somente há sentido fazer charge de figuras públicas e que sejam reconhecidas pela grande massa da população, que é o que produz o impacto maior no humor" (CONFORTINI, 1999:84).

Bessinha

Diogo Salles/AGÊNCIA ESTADO/AE

Embora frequentemente explore o humor, como no exemplo à esquerda, a charge não tem a obrigatoriedade de provocar o riso, até porque algumas situações retratadas não são nada engraçadas. O exemplo à direita revela a dificuldade de os japoneses lidarem com o vazamento de energia nuclear (provocado pelo maior terremoto de sua história, seguido de um tsunami), que não poderia ser controlado com medidas tradicionais (representadas pelo guerreiro samurai).

A charge reaviva a memória e a história. Como seu "prazo de validade" é curto, exige do leitor um acompanhamento dos fatos: o que aconteceu, onde, como, quando e quem está envolvido. Quem estiver desprovido dessas informações dificilmente entenderá a charge, seja no que ela tem de explícito, seja no que tem de implícito.

Pelicano

Neste exemplo, há uma crítica à elevação do preço do etanol, o que levou proprietários de carros *flex* a abastecê-los frequentemente com gasolina, daí a interpretação de "abstinência de álcool" do carro da charge, frequentando o Alcoólicos Anônimos (AA).

Como linguagens distintas que são, tiras, quadrinhos e charges, como quaisquer outros textos, não devem ser usados apenas como pretexto. O trabalho com as diversas áreas do saber vai muito além da transmissão de conteúdos de seus componentes curriculares. Ele adentra o domínio das linguagens, que permeia os saberes específicos. Seus esquemas e fórmulas continuam sendo importantes, mas, aliados a outros tipos de texto, tornam-se vigorosos e ganham sentidos mais concretos na vida dos alunos.

Os eixos cognitivos

O Enem está estruturado em cinco grandes **eixos cognitivos**, os mesmos para as quatro áreas do conhecimento. Até a edição de 2008, esses eixos cognitivos compunham as cinco **competências gerais**.

Afinal, o que são essas "competências"?

Imagine a seguinte situação: você está dirigindo um automóvel, à noite, por uma estrada que une duas cidades. De repente, os faróis se apagam. Você se encontra em uma autêntica **situação-problema**. Como resolvê-la, contando apenas com os recursos disponíveis?

Em primeiro lugar, você analisa a situação, respondendo a algumas questões, e a primeira delas deve ser: por que os faróis se apagaram?

Você levanta algumas hipóteses, que serão confirmadas ou refutadas. Será que a bateria está sem carga? Não, pois você verifica que outros equipamentos elétricos, como a buzina e o rádio, estão funcionando normalmente. Será que a lâmpada está queimada? Essa hipótese também não parece boa, pois os dois faróis apagaram-se simultaneamente. Nesse momento, você percebe que a causa do problema pode ser um fusível queimado. Olhando os fusíveis, você constata que, de fato, um deles está com o filamento metálico interrompido, o que ocorre em situação de sobrecarga elétrica.

Com o diagnóstico feito, como resolver o problema? Você não traz consigo fusíveis de reserva, mas encontra um clipe de metal, desses usados para prender papéis. Desfazendo as dobras do clipe, você o transforma em um "fio" improvisado, coloca-o no lugar do fusível queimado e — eureca! — os faróis voltam a funcionar.

Atenção!
Improvisar também é arriscado. Aliás, sem ter verificado a razão da sobrecarga que fez queimar o fusível, não se pode excluir a possibilidade de que o "quebra-galho" feito com o clipe de metal acabe por provocar um curto-circuito.

Para resolver a situação-problema apresentada, você precisou usar conhecimentos científicos com os quais entrou em contato durante sua vida escolar, sendo o mais relevante a informação de que metais são bons condutores de eletricidade.

O que estava em jogo não eram apenas **conhecimentos**, mas determinadas **competências**, por meio das quais você conseguiu estabelecer relações entre situações, fatos, informações, pessoas etc.

Chama-se **competência** a capacidade de agir eficazmente em determinado tipo de situação, apoiada em conhecimentos, mas sem se limitar a eles. Veja que foi fundamental saber que "metal conduz eletricidade" (esse é um conhecimento), mas só o domínio dessa informação não seria suficiente. Você empregou uma certa competência e fez a correlação que o tornou capaz de agir eficazmente nessa situação, apoiado em um conhecimento, mas sem se limitar a ele. As competências não são, em si, conhecimentos, mas são elas que mobilizam, utilizam e integram os conhecimentos.

A matriz do Enem

A matriz do Enem estrutura-se sobre os cinco eixos cognitivos, em associação com as **competências de área**, específicas de cada uma das áreas do conhecimento que compõem o exame (linguagens e códigos, ciências da natureza, ciências humanas e matemática). O cruzamento entre os eixos cognitivos e as competências de área define as **habilidades** a serem avaliadas, que decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do "saber fazer".

Esse cruzamento origina uma **matriz de referência**, como mostra o esquema abaixo.

	EIXOS COGNITIVOS (OU COMPETÊNCIAS GERAIS)				
Competências de área	I	II	III	IV	V
1	H1	H2	...		
2					
...					
...					...

Além disso, o documento oficial do Enem incorpora um conjunto de conteúdos das diferentes áreas do conhecimento, com o objetivo de atuar sobre o currículo do ensino médio. Assim, o Enem exige os mesmos conteúdos dos vestibulares, mas o formato da prova é diferente. Os estudantes precisam usar mais a capacidade de raciocínio e compreensão do que a memorização. Estes são os cinco eixos cognitivos sobre os quais se estrutura o Enem:

I. Dominar a norma culta da língua portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica. O Enem pretende verificar se o aluno é capaz de compreender as múltiplas linguagens que escrevem a realidade, se é capaz de decifrar os diversos códigos verbais e não verbais, gerando significado a partir deles.

II. Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas. A avaliação desse eixo cognitivo procura aferir o conhecimento nas diferentes áreas do saber. É avaliada a capacidade de empregar os conceitos já aprendidos e a capacidade de inter-relacioná-los. É importante destacar, porém, que não basta ter "decorado" fórmulas, resumos e esquemas. É preciso conseguir aplicá-los para interpretar corretamente situações concretas.

III. Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representadas de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema. O aluno é avaliado por sua capacidade de resolver problemas, aplicando conhecimentos adquiridos na escola, mas sem se limitar a eles, pois assim é na vida prática. O Enem procura perceber se o aluno consegue abrir a caixa de "ferramentas intelectuais" adquiridas durante a vida escolar, escolher a ferramenta mais apropriada e usá-la adequadamente.

IV. Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente. A prova do Enem avalia a capacidade de argumentação, isto é, se diante de determinado assunto o aluno assume uma posição e a defende, usando para isso argumentos consistentes. Não se trata de "adivinhar" o que o examinador quer, mas de expor opiniões com convicção, fundamentação e coerência.

V. Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para a elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural. Verifica a competência para analisar problemas concretos, opinar sobre eles e propor soluções, exercendo a cidadania em plenitude. Nesse eixo cognitivo, incluem-se ações que visam à proteção dos recursos naturais, à preservação dos valores democráticos, às estratégias de combate às desigualdades e a todas as formas de preconceito e de racismo, como atenuar os efeitos perversos da globalização da economia, como lutar pela melhoria das condições de vida, saúde e educação da população e muitos outros aspectos da vida em comunidade.

• Matemática e suas tecnologias

Em grego, *mathema* significa "pensamento" e "aprendizagem". Ensinar matemática hoje é o desafio de preparar o aluno para um futuro que se afigura altamente tecnológico e que exige de cada um o desenvolvimento do potencial criativo que permita lidar com situações da vida cotidiana e do mundo do trabalho, cada vez mais diversificadas e complexas.

Pode-se considerar a matemática a construção do conhecimento que trata das relações qualitativas e quantitativas do espaço e do tempo, a atividade humana que trata de padrões, resolução de problemas, raciocínio lógico etc., na tentativa de compreender o mundo e fazer uso desse conhecimento. Assim, a matemática é um modo de pensar, é um patrimônio cultural da humanidade.

O conhecimento matemático surgiu e desenvolveu-se em diferentes culturas, ao longo da história, principalmente como resposta às necessidades de contar, medir, desenhar, planejar, localizar, explicar e julgar.

Uma das questões fundamentais na área educacional quando se trata do processo de ensinar e aprender matemática na escola básica é o entendimento do que são hoje as competências matemáticas essenciais a todos os cidadãos. A natureza da competência matemática depende do tempo histórico em que ela é considerada. Há 50 anos, saber matemática era sinônimo de saber "fazer contas", e ainda hoje isso ocorre. Costuma-se identificar as necessidades básicas da matemática com o desenvolvimento das competências e habilidades de cálculo, de aplicação de algoritmos (regras), fórmulas e procedimentos algébricos de rotina. Esta é uma visão ultrapassada e inadequada do que deve ser um indivíduo matematicamente competente. Claro que as competências de cálculo — no sentido explicitado — são fundamentais e não perderam sua importância; porém, não bastam para que os indivíduos possam mobilizar conhecimentos diante de situações-problema em contextos diferentes nem são capazes de colocar alunos em condições de pensar matematicamente.

Atualmente existem até menos exigências de cálculo no dia a dia do que existiam no passado. As máquinas fazem os cálculos, determinam o troco e registram os valores. Mesmo assim, é cada vez mais variada e abundante a informação numérica com a qual lidamos no cotidiano e nos mais diferentes contextos. Realizamos cálculos de despesas e pagamentos de impostos, examinamos alternativas para contrair empréstimos, estimamos valores aproximados, precisamos compreender propagandas ou notícias baseadas em tabelas e gráficos, questionamos se uma amostra é representativa de uma determinada população etc. Também são rotineiras e relevantes as situações que pedem competências ligadas à visualização e à orientação espacial, por exemplo, quando se interpreta uma imagem, uma construção, uma figura ou um trajeto.

Paralelamente, o mundo está cada vez mais "matematizado". A evolução na concepção e no uso de modelos matemáticos foi além da aplicação nas áreas clássicas de engenharia, tecnologia e ciências experimentais (física, química, biologia), e esses modelos são usados em uma crescente diversidade de atividades, em um processo que abrange a economia, o mundo dos negócios, a medicina, a arte e as ciências sociais.

Estão aí, "cheias de matemática", a informática, a arquitetura de computadores, a eletrônica e a computação, a física teórica, a astrofísica, a econometria, as telecomunicações, as ciências da saúde em geral, a robótica etc.

A matemática está também muito presente nos fenômenos sociais. Em outras palavras, a sociedade é cada vez mais regulada por modelos matemáticos complexos, que exigem o desenvolvimento da capacidade de lidar com esses modelos, de perceber sua presença, de criticar o modo como são aceitos pela sociedade, de compreender as intenções e maneiras com que são produzidos etc.

Dito de outra forma, falamos de uma matemática da qual se devem conhecer os fatos e conceitos, mas cujo aspecto essencial é o uso como recurso estruturante do pensamento, da reflexão e da ação.

Por motivos didáticos e organizacionais, a matemática está dividida em grandes temas:

- números, operações e funções;
- espaço e forma;
- grandezas e medidas;
- tratamento da informação.

Evidentemente, trata-se de uma divisão artificial, no sentido da grande conexão que existe — e que deve ser preservada, incentivada, explicitada — entre os temas. Fiquemos em apenas dois exemplos: 1º) a noção de semelhança em geometria amplia seu significado quando se estudam e são compreendidas as relações numéricas de proporcionalidade; 2º) o conceito de proporção torna-se claro quando associado à preservação da forma geométrica de uma figura, variadas as suas dimensões. Quando tratamos de áreas e perímetros, lidamos com a geometria, e também quando trabalhamos com grandezas e medidas, números, relações e funções.

Portanto, vale a pena refletir um pouco sobre esses grandes temas no sentido das expectativas em relação ao desenvolvimento das competências e habilidades.

• **Números, operações e funções.** Refere-se à necessidade de quantificar para se entender e organizar o mundo. As ideias de quantidade estão presentes na matemática em todos os níveis, tendo como centro o conceito de número, operações e suas relações e representações. A ideia de algebrizar está relacionada com a capacidade de simbolizar, operar simbolicamente e interpretar as relações simbólicas.

Neste tema, espera-se que o aluno seja capaz de:

a) construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros, racionais e reais;

b) aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas, envolvendo variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas.

• **Espaço e forma.** Trata da observação de padrões e formas do mundo e da relação entre formas e imagens ou representações visuais. Assim como nos problemas de contagem, a percepção do espaço e a exploração das propriedades dos objetos — bem como suas relações — estão presentes no cotidiano. Essas habilidades vão desde o reconhecimento e a exploração visual ou tátil até o tratamento formal, lógico-dedutivo, dos fatos referentes às figuras planas e espaciais.

Nesse campo, espera-se que o aluno possa empregar o conhecimento geométrico para fazer a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

• **Grandezas e medidas.** Refere-se à necessidade de, além de quantificar, também medir para entender e organizar o mundo. As ideias de grandeza e medida estão presentes na matemática em todos os níveis, tendo como centro as relações entre grandezas, suas medidas e representações. Espera-se do aluno o desenvolvimento de competências para construir e ampliar noções de grandezas, suas variações e medidas, para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

• **Tratamento da informação.** Provavelmente, este é o tema que evidencia mais claramente a importância da formação matemática, pois trata da habilidade de compreender o discurso jornalístico e o científico, que fazem uso da estatística e da probabilidade. Está relacionado com a capacidade de ler, interpretar e analisar dados e fazer julgamentos e opções a partir dessa análise.

Neste quesito, espera-se que o aluno seja capaz de:

a) interpretar informações de natureza científica e social, obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação;

b) compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e usar instrumentos adequados para medidas e cálculos de probabilidade e para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

Finalmente, merece destaque a importância da linguagem universal de palavras e símbolos, usada para comunicar ideias de número, espaço, formas, padrões e problemas do cotidiano. A cada dia essa linguagem se faz mais presente e necessária: no cotidiano, nos meios de comunicação, nas ciências e na tecnologia. Estudos e pesquisas enfatizam o papel fundamental da linguagem matemática no sucesso dos processos de aprendizagem nessa área.

Matemática e seus objetos do conhecimento

- **Conhecimentos numéricos.** Operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais); desigualdades; divisibilidade; fatoração; razões e proporções; porcentagem e juros; relações de dependência entre grandezas; sequências e progressões; princípios de contagem.
- **Conhecimentos geométricos.** Características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
- **Conhecimentos de estatística e probabilidade.** Representação e análise de dados; medidas de tendência central (média, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
- **Conhecimentos algébricos.** Gráficos e funções; funções algébricas de primeiro e segundo graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
- **Conhecimentos algébricos/geométricos.** Plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade; sistemas de equações.

Resolução de problemas

"Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de um problema qualquer. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Um professor de Matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas, se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os conhecimentos destes e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes certos meios para alcançar este objetivo."

(Extraído de: POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. (Prefácio). Rio de Janeiro: Interciência, 1978.)

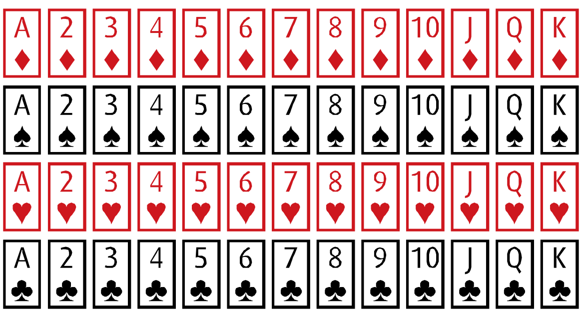
As situações-problema têm por objetivo mobilizar o aluno na busca de soluções e motivá-lo para a construção dos conceitos que serão trabalhados e que poderão auxiliá-lo na busca de caminhos.

É importante que o professor também dê espaço para a socialização dos procedimentos encontrados pelos alunos, discussão do número de soluções, estimativa dos resultados, compatibilidade das respostas apresentadas etc.

Atividades

C7 • H28

1 Um baralho tradicional é composto de 52 cartas, sendo que há 13 cartas de cada naipe, 4 naipes (ouros, espadas, copas e paus) e nenhum coringa. A figura a seguir apresenta todas as cartas de um baralho tradicional completo:



TPG

Alguém embaralha todas as cartas e, sem observar nenhuma, separa-as em dois montes com quantidades diferentes de cartas.

Qual é o número mínimo de cartas que o maior dos montes deve possuir para que se possa afirmar, com absoluta certeza, que nesse monte há pelo menos uma carta de cada naipe?

a) 4
b) 5
c) 13
d) 14
x e) 40

C7 • H28

2 Num famoso jogo de tabuleiro que simula uma guerra, há dados vermelhos, que são usados para o ataque, e dados amarelos, que são usados para a defesa.


Cristina Xavier

Um ataque é bem-sucedido quando o resultado do dado vermelho supera o resultado do dado amarelo, ou seja, resultados iguais privilegiam a defesa.

Sabendo que todos os dados são honestos, têm forma de cubo e são numerados de 1 a 6, qual é a probabilidade de um ataque ser bem-sucedido no lançamento de um dado de cada cor?

a) $\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{4}$
c) $\frac{1}{3}$
x d) $\frac{5}{12}$
e) $\frac{1}{2}$

1. Se o maior dos montes tiver exatamente 39 cartas, ainda existe uma pequena probabilidade de que no menor dos montes estejam todas as 13 cartas de um mesmo naipe. Portanto, para que se possa afirmar, com absoluta certeza, que no maior dos montes há pelo menos uma carta de cada naipe, esse monte deve ter um número mínimo de 40 cartas.

2. Entre os 36 pares ordenados (amarelo; vermelho) que representam os possíveis resultados obtidos nos dados, há exatamente 6 casos de empate. Como a metade dos 30 casos restantes caracteriza um ataque bem-sucedido, temos que esta probabilidade é $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

C7 • H28

3 A previsão do tempo para este fim de semana afirma que a probabilidade de chover no sábado é de 50% e a probabilidade de chover no domingo também é de 50%.

Supondo que essas previsões estejam corretas e que os dois eventos sejam independentes, pode-se concluir que a probabilidade de chover neste fim de semana é de:

a) 25%
b) 50%
x c) 75%
d) 90%
e) 100%

3. Sendo p(S) a probabilidade de chover no sábado e p(D) a probabilidade de chover no domingo, temos:

$p(S) = p(D) = 50\%$

Logo, a probabilidade de chover no sábado ou no domingo, supondo esses eventos independentes, é dada por:

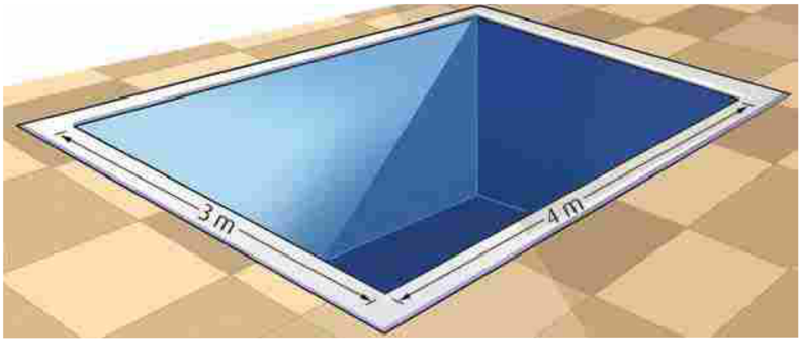
$p(S \cup D) = p(S) + p(D) - p(S) \cdot p(D)$

$p(S \cup D) = 50\% + 50\% - 50\% \cdot 50\%$

$p(S \cup D) = 100\% - 25\% = 75\%$

Texto para as questões 4 e 5

Paulo foi contratado por Mário para pintar as paredes e o piso da piscina de sua casa. A piscina tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo com 2 m de profundidade:



Cartoon Estúdio

Mário fez uma pesquisa e concluiu que a tinta adequada para esse tipo de pintura custa R$ 30,00 por galão e que cada galão pinta uma área de 10 m².

C2 • H8

4 Quantos galões deverão ser usados na pintura da piscina?

a) 1
b) 2
c) 3
x d) 4
e) 5

4. As quatro paredes dessa piscina são retangulares, sendo que duas delas têm 3 m por 2 m e as outras duas 4 m por 2 m, e o piso também é retangular e tem 3 m por 4 m.

Assim, a área total que será pintada é de:
$2(3\text{ m} \cdot 2\text{ m} + 4\text{ m} \cdot 2\text{ m}) + 3\text{ m} \cdot 4\text{ m} = 40\text{ m}^2$.

Portanto, o número de galões que serão usados na pintura da piscina é: $\frac{40\text{ m}^2}{10\text{ m}^2} = 4$.

5. Como Paulo cobrará R$ 200,00 pela pintura da piscina e cada galão de tinta custa R$ 30,00, o custo total para Mário será de: R$ 200,00 + 4 · R$ 30,00 = R$ 320,00.

C3 • H12

5 Se pelo serviço Paulo pretende cobrar R$ 200,00, quanto Mário deverá gastar com a pintura da piscina de sua casa?

a) R$ 200,00

b) R$ 230,00

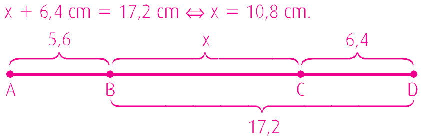
c) R$ 260,00

d) R$ 290,00

x e) R$ 320,00

6. Organizando as informações presentes no enunciado e nas tabelas, pode-se obter a figura a seguir, na qual se observa que:

$x + 6{,}4 \text{ cm} = 17{,}2 \text{ cm} \Leftrightarrow x = 10{,}8 \text{ cm}.$



Portanto, usando a escala dada de 1:1 000 000, temos que a distância entre as cidades *B* e *C* é de 108 km.

C3 • H11

6 Num mapa, os pontos que indicam as cidades *A*, *B*, *C* e *D* encontram-se alinhados nessa ordem. As distâncias entre essas quatro cidades no mapa são dadas, em centímetros, pelas tabelas a seguir:

	A	D
B	5,6	17,2
C	16,4	6,4

	A	B
C	16,4	x
D	22,8	17,2

Sabendo-se que a escala do mapa é de 1:1 000 000, pode-se concluir que a distância real entre as cidades *B* e *C* é de:

a) 112 km

x b) 108 km

c) 120 km

d) 160 km

e) 220 km

7 Após uma longa negociação com o governo federal, o MST (Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem Terra) conseguiu assentar 50 famílias. A área do assentamento tem 15 000 m^2 e as famílias decidiram reservar 2 500 m^2 para fazer uma horta coletiva.

Os terrenos para cada família serão retangulares, e todos terão a mesma área. Se a frente de um desses terrenos tiver 10 m, então a outra dimensão desse terreno medirá:

a) 15 m

b) 20 m

x c) 25 m

d) 30 m

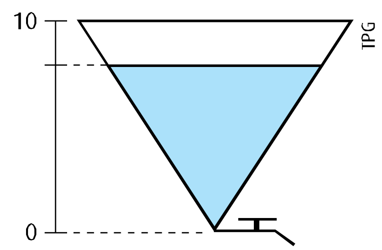
e) 35 m

7. Descontando-se, da área total do terreno, a área reservada para a horta coletiva, ainda sobram 15 000 m^2 – 2 500 m^2 = 12 500 m^2, que serão divididos igualmente pelas 50 famílias, portanto a área do terreno de cada família será de 250 m^2.

Como os terrenos de cada família serão retangulares e terão uma de suas dimensões com medida igual a 10 m, temos que a outra dimensão desses terrenos terá uma medida igual a 250 m^2 ÷ 10 m = 25 m.

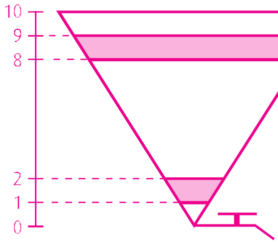
Texto para as questões 8 e 9

Um recipiente de água tem o formato de um cone, como mostra a figura a seguir:



Uma torneira na parte inferior do recipiente permite controlar a quantidade de água que sai por unidade de tempo, ou seja, a vazão. Ao lado do recipiente há uma escala que indica a altura, em centímetros, do nível da água em relação ao seu ponto mais baixo.

8. Considere um tronco de cone determinado, por exemplo, pelas alturas 8 cm e 9 cm, e outro determinado pelas alturas 1 cm e 2 cm, conforme a figura:

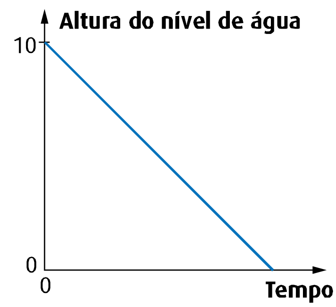


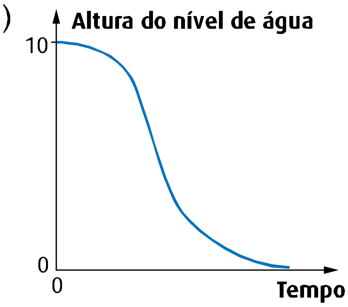
Como o volume do tronco superior é maior que o do tronco inferior, é necessário mais tempo para que o nível da água desça de 9 cm para 8 cm do que de 2 cm para 1 cm.

Dessa forma, o nível da água no recipiente desce mais lentamente no começo, sempre aumentando a velocidade de descida à medida que se aproxima da torneira, e o único gráfico que mostra essa tendência é o da alternativa *c*.

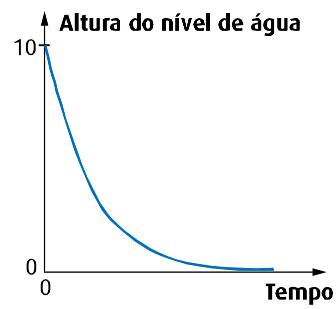
C2 • H7

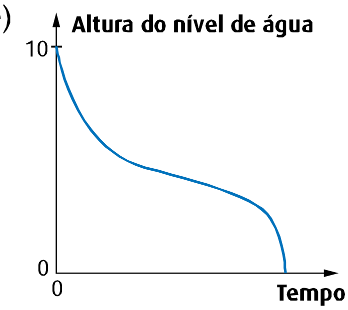
8 Se o recipiente estiver inicialmente cheio e a abertura da torneira for fixada para garantir uma vazão constante, qual dos gráficos a seguir melhor representa a variação do nível da água ao longo do tempo, até o esvaziamento completo?

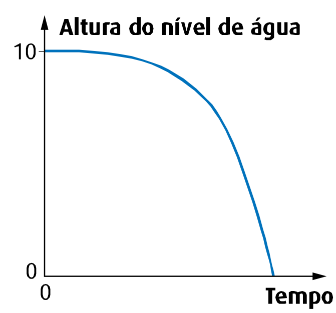
a)


d)


Gráficos: TPG

b)


e)


x c)


C2 • H7

9 Com o recipiente vazio, deseja-se completá-lo de água usando uma pequena mangueira introduzida pela parte superior do recipiente. Se quisermos que o nível da água suba a uma velocidade constante, como devemos controlar a vazão da mangueira?

a) Devemos mantê-la constante.

x b) Devemos aumentar sua vazão à medida que o nível sobe.

c) Devemos diminuir sua vazão à medida que o nível sobe.

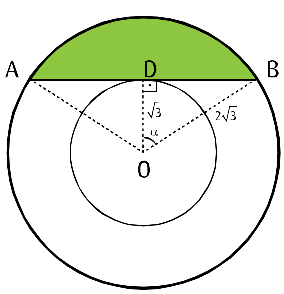
d) Devemos mantê-la constante até que o nível atinja a altura de 5 cm e depois aumentá-la.

e) Não é possível ajustá-la de modo que o nível suba com velocidade constante.

9. Como a variação da altura do nível da água no recipiente exige mais vazão da mangueira quando o nível está na porção superior do recipiente, para garantir que suba com velocidade constante, é necessário aumentar a vazão da mangueira à medida que o nível da água sobe.

C3 • H12

10 Sejam duas circunferências concêntricas de raios $\sqrt{3}$ cm e $2\sqrt{3}$ cm. Uma corda $\overline{AB}$ da circunferência maior é tangente à circunferência menor. Calcule a área da região entre a corda $\overline{AB}$ e o arco $\overset{\frown}{AB}$.



a) $\left(\pi - \sqrt{3}\right)$ cm²

b) $3\left(\pi - \sqrt{3}\right)$ cm²

c) $2\left(\pi - \sqrt{3}\right)$ cm²

d) $\left(\pi - 4\sqrt{3}\right)$ cm²

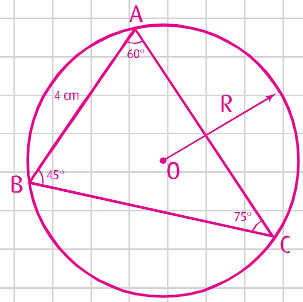
x e) $\left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)$ cm²

10. $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°$.

Portanto, a área (A) pedida será igual a:

$$A = \frac{120° \cdot \pi \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2}{360°} - \frac{1}{2} \cdot \text{sen } 120° \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow A = \left(4\pi - 3\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$$

11.



Pela figura, verifica-se que $A\hat{C}B = 75°$.

$\text{sen } 75° = \text{sen } 30° \cdot \cos 45° + \text{sen } 45° \cdot \cos 30° = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

Assim, pelo teorema dos senos:

$\dfrac{4}{\text{sen } 75°} = 2R \Rightarrow \dfrac{4}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}} = 2R \Rightarrow R = \dfrac{8}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \dfrac{8}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \Rightarrow R = \dfrac{8(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} \Rightarrow$

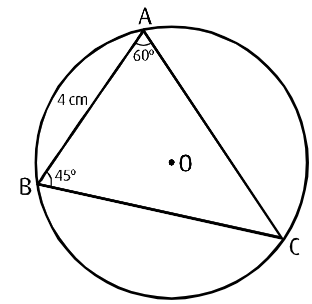
$R = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ cm

Portanto:

$A = \pi\left[2(\sqrt{6}-\sqrt{2})\right]^2 \Rightarrow A = 16\pi(2-\sqrt{3})$ cm²

C3 • H12

11 Observe a figura.



Determine a área da circunferência de centro O, circunscrita ao triângulo ABC.

a) $16\pi\left(4-\sqrt{3}\right)$ cm²

b) $4\pi\left(5-\sqrt{2}\right)$ cm²

c) $8\pi\left(4-\sqrt{2}\right)$ cm²

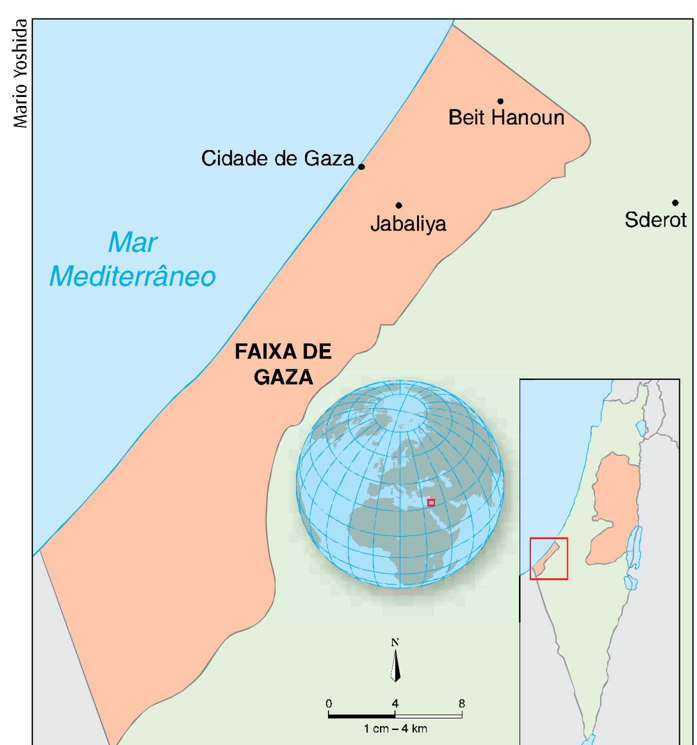
d) $4\pi\left(5-\sqrt{3}\right)$ cm²

x e) $16\pi\left(2-\sqrt{3}\right)$ cm²

C3 • H12

12 A Faixa de Gaza é um território situado no Oriente Médio, limitado a oeste pelo mar Mediterrâneo, a norte e a leste por Israel e ao sul pelo Egito. Ela recebe esse nome porque seu formato é praticamente o de uma faixa de terra com cerca de 41 km de comprimento. É um dos territórios mais densamente povoados do planeta, com 1,4 milhão de habitantes para uma área de 360 km². Infelizmente a Faixa de Gaza, há muito tempo, é foco de notícias no mundo por causa de conflitos entre israelenses e palestinos.

A figura abaixo mostra um mapa da região.



Supondo que o formato da região fosse retangular, de acordo com o texto, qual a largura aproximada da faixa?

a) 900 metros.
b) 4 000 metros.
x c) 9 000 metros.
d) 40 000 metros.
e) 90 000 metros.

12. De acordo com o texto, a área é de 360 km^2, e o comprimento de aproximadamente 41 km.
Como a área de um retângulo é igual ao produto entre seu comprimento e sua largura, sendo *x* a largura aproximada do retângulo que representa a Faixa de Gaza, temos que: $41\ km \cdot x = 360\ km^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{360\ km^2}{41\ km} \cong \frac{360\ km^2}{40\ km} = 9\ km$, que equivalem a 9 000 m.

C4 • H16

13 Uma fábrica possui uma caixa-d'água cilíndrica cujo consumo de 75 litros faz com que a altura do nível da água diminua em 30%. Pode-se afirmar que a capacidade total dessa caixa é de:

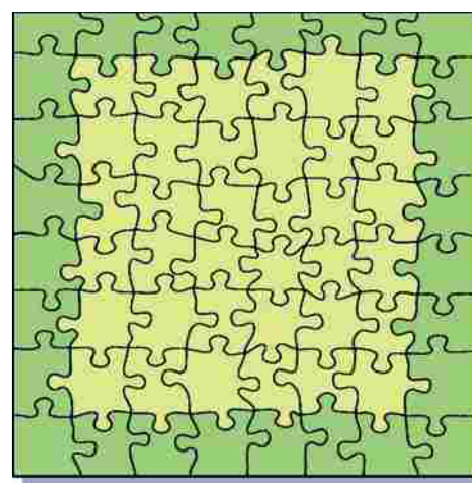
a) 750 litros.
b) 300 litros.
c) 500 litros.
d) 225 litros.
x e) 250 litros.

13. O volume de água numa caixa cilíndrica é diretamente proporcional à altura do nível da água dentro da caixa. Assim, sendo *V* o volume total da caixa, temos:

$$\left.\begin{array}{l} 75\ \ell - 30\% \\ V - 100\% \end{array}\right\} \Leftrightarrow V = 250\ \ell$$

C5 • H19

14 Um quebra-cabeça é um passatempo muito comum, apreciado por pessoas de todas as idades. A figura apresenta um quebra-cabeça 8 × 8, ou seja, com oito linhas e oito colunas, com um total de 64 peças, das quais 28 são peças de borda (destacadas com a cor mais escura na figura), que têm algum dos lados reto.



Cartoon Estúdio

As peças de borda geralmente são separadas e montadas primeiro, pois sua montagem é mais fácil. Num quebra-cabeça a × b, o total de peças de borda é dado pela expressão:

a) $2a + 2b$
b) $2a \cdot 2b - 4$
x c) $a \cdot b - (a - 2) \cdot (b - 2)$
d) $a^2 - b^2$
e) $a \cdot b - 36$

14. O total de peças do quebra-cabeça é igual ao produto: $a \cdot b$. A quantidade de peças de centro é igual ao produto: $(a - 2) \cdot (b - 2)$.
Logo, a quantidade de peças de borda é igual à diferença: $a \cdot b - (a - 2) \cdot (b - 2)$.

C5 • H21

15 Um bloco metálico sofre variação de volume de acordo com a mudança de sua temperatura. As variáveis presentes nesse fenômeno podem ser relacionadas através da expressão: $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t$, em que V_0 é o volume inicial, γ é o coeficiente de dilatação volumétrica ($°C^{-1}$) e Δt é a variação da temperatura (°C).

Um bloco cúbico constituído por um metal específico sofre uma variação de 10 cm^3 em seu volume quando sua temperatura sofre uma mudança de 10 °C.

Um pesquisador utilizava um termômetro na escala Fahrenheit e notou, nesse mesmo bloco, uma variação de temperatura de 50 °F para 104 °F. Sabendo que a relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit é expressa por $\frac{C}{100} = \frac{F - 32}{180}$, em que *C* e *F* representam, respectivamente, a temperatura na escala Celsius e a

15. Como o cubo metálico sofre uma variação de 10 cm³ em seu volume quando sua temperatura sofre uma mudança de 10 °C, temos que:

$10\ cm^3 = V_0 \cdot \gamma \cdot 10\ °C \Leftrightarrow V_0 \cdot \gamma = 1\ cm^3/°C$

Para F = 50, temos: $\frac{C}{100} = \frac{50 - 32}{180} \Leftrightarrow C = 10.$

Para F = 104, temos: $\frac{C}{100} = \frac{104 - 32}{180} \Leftrightarrow C = 40.$

Portanto, a variação de temperatura na escala Celsius é $\Delta t = 30\ °C$.

Então, a variação de volume do cubo, durante a pesquisa, foi de:

$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta t = 1\ cm^3/°C \cdot 30\ °C = 30\ cm^3$

16. Em um dia de trabalho são consumidos 100 · 8 g + + 50 · 10 g = 1300 g do ingrediente *B*. Então, considerando os 7 dias trabalhados, a quantidade é 7 · 1300 g = 9 100 g, que equivalem a 9,1 kg.

17. O custo dos ingredientes usados na produção de um doce do tipo *X* é:

0,01 · R$ 10,00 + 0,008 · R$ 20,00 + 0,02 · R$ 12,00 = = R$ 0,50

O custo dos ingredientes usados na produção de um doce do tipo *Y* é:

0,015 · R$ 10,00 + 0,01 · R$ 20,00 + 0,01 · R$ 12,00 = = R$ 0,47

Logo, a diferença entre esses custos é de:

R$ 0,50 − R$ 0,47 = R$ 0,03.

18. Sendo *n* a quantidade de doces vendidos, temos que a receita nesse dia é de R$ 2,50 · n e que o custo de produção dos doces vendidos é de R$ 100,00 + R$ 0,50 · n.

Assim, para evitar prejuízo devemos ter receita = custo, ou seja:

R$ 2,50 · n = R$ 100,00 + R$ 0,50 · n ⇔ x = 50

na escala Fahrenheit, determine qual foi a variação de volume sofrida pelo bloco, em centímetros cúbicos.

a) 10 b) 20 x c) 30 d) 40 e) 50

Texto para as questões 16, 17 e 18

Para fabricar dois tipos de doce, são usados três ingredientes, *A*, *B* e *C*. As quantidades em gramas dos ingredientes utilizados e o preço do quilograma de cada ingrediente são apresentados pela tabela a seguir:

	Doce X	Doce Y	Preço por quilograma
Ingrediente A	10 g	15 g	R$ 10,00
Ingrediente B	8 g	10 g	R$ 20,00
Ingrediente C	20 g	10 g	R$ 12,00

C6 • H25

16 Se uma doceria fabrica diariamente 100 doces do tipo *X* e 50 doces do tipo *Y*, então qual é a quantidade de ingrediente *B* utilizado durante uma semana (7 dias), considerando todos os dias trabalhados?

a) 1,3 kg
x b) 9,1 kg
c) 7 kg
d) 188 g
e) 1050 g

C6 • H25

17 Qual é a diferença no custo dos ingredientes para a produção de um doce de cada tipo?

a) R$ 0,01
x b) R$ 0,03
c) R$ 0,10
d) R$ 0,13
e) R$ 0,30

C5 • H21

18 Se a doceria tem um custo de produção diário de R$ 100,00 que independe da quantidade de doces fabricados, e num certo dia ela só produz doces do tipo *X*, que serão vendidos a R$ 2,50 a unidade, qual é a quantidade mínima de doces que ela deverá produzir para evitar prejuízo?

x a) 50 b) 80 c) 100 d) 200 e) 500

C1 • H5

19 Cláudia foi comprar 4 pneus novos para seu carro, cada um no valor de R$ 300,00. Como era uma compra de valor alto, ela imaginou que poderia ter um desconto razoável caso optasse por pagar à vista. Porém, na hora de pagar, foi informada de que a margem de lucro sobre os pneus era muito baixa e, por causa disso, o desconto máximo à vista seria de R$ 10,00 por pneu. Caso não quisesse pagar à vista, poderia fazer em três vezes sem juros no cartão de crédito.

Cláudia é comerciante e sabe que, quando uma empresa recebe algum pagamento em cartão de crédito, a operadora (empresa que fornece o cartão para os clientes e o sistema de recebimento para as lojas) cobra uma taxa de 12% sobre o valor total da compra, além de não repassar no ato para a loja o valor pago pelo cliente. Dessa forma, argumentou que seria mais vantajoso para a empresa dar um desconto para o cliente que fosse, no mínimo, igual à taxa cobrada pela operadora. Portanto, Cláudia solicitou um desconto de quantos reais a mais que o que lhe fora oferecido por pneu?

a) R$ 36,00
b) R$ 30,00
x c) R$ 26,00
d) R$ 20,00
e) R$ 16,00

19. Se o desconto à vista for igual à taxa cobrada pela operadora, cada pneu terá um desconto de:
12% · R$ 300,00 = R$ 36,00.

Como o desconto oferecido inicialmente era de apenas R$ 10,00, Cláudia pediu um desconto de R$ 26,00 a mais.

C5 • H21

20 Uma prova contém 20 questões de múltipla escolha, cada questão com 4 alternativas, sendo que apenas uma alternativa é a correta. Determine o número de formas possíveis para que um candidato acerte exatamente 90% das questões.

a) 190
b) 520
x c) 1710
d) 1920
e) 2310

20. Nessa prova, o candidato tem de acertar 18 ($0,9 \cdot 20 = 18$) questões. Em cada questão, o candidato tem uma opção para acertar e 3 opções para errar. Como ele deve acertar 18 questões e errar 2, tem-se que:

$$\overbrace{1^{18} \cdot \binom{20}{18}}^{\text{acertar 18}} \cdot \overbrace{3^2}^{\text{errar 2}} = 1710$$

C7 • H29

21 Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos do terceiro ano decidiram sortear uma viagem ao nordeste brasileiro através de uma rifa com 100 bilhetes numerados de 1 a 100. Todos os números foram vendidos. Ana, Beatriz e Camila compraram, respectivamente, 5, 10 e 15 bilhetes. Considerando-se equiprovável o sorteio de qualquer um dos 100 bilhetes, é correto afirmar que:

a) a probabilidade de alguma das três amigas ganhar o prêmio é superior a 40%.
b) a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é o dobro da probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio.
c) a probabilidade de Camila ganhar é o dobro da probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio.
x d) a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é um terço da probabilidade de Camila ganhar o prêmio.
e) a probabilidade de alguma das três amigas ganhar o prêmio é inferior a 20%.

21. A probabilidade de Ana ganhar o prêmio é de 5%.
A probabilidade de Beatriz ganhar o prêmio é de 10%.
A probabilidade de Camila ganhar o prêmio é de 15%.
Logo, a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é um terço da probabilidade de Camila ganhar o prêmio.

C4 • H16

22 O texto a seguir é do professor José Luiz Pastore Mello e foi publicado na *Folha de S.Paulo* em outubro de 2007:

> Muitos fenômenos físicos e sociais de comportamento cíclico podem ser modelados com auxílio de funções trigonométricas, daí a enorme aplicação do estudo desse conteúdo em campos da ciência como acústica, astronomia, economia, engenharia, medicina etc.

22. Do gráfico, temos que o período é de 0,75 segundo por batimento; assim, sendo x o número de batimentos por minuto, temos:

$\left.\begin{array}{l} 0{,}75\ s - 1 \\ 60\ s - x \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 80$

23. O volume da piscina da casa de Marcos é:

$1{,}5\ m \cdot 5\ m \cdot 10\ m = 75\ m^3$.

O volume da piscina olímpica é:

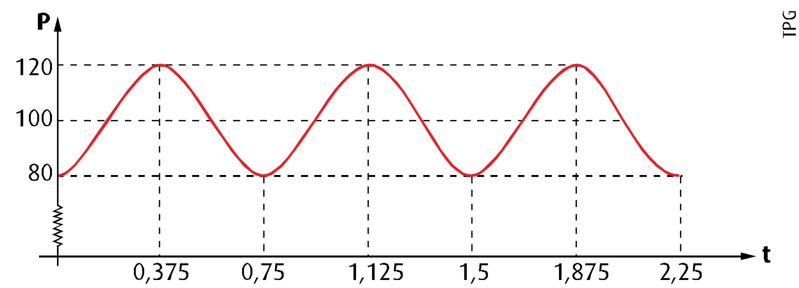
$2\ m \cdot 25\ m \cdot 50\ m = 2\,500\ m^3$.

A razão entre os volumes das piscinas é:

$\frac{2\,500\ m^3}{75\ m^3} = 33{,}33...$

Logo, a estimativa inicial de Marcos era muito alta, sendo a piscina olímpica apenas cerca de 33 vezes maior.

Um exemplo de relação que pode ser modelada por uma função trigonométrica é a variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos de certo indivíduo em função do instante de coleta dessa medida. O gráfico representa uma investigação desse tipo onde se analisa a situação clínica de um paciente, sendo P a pressão nas paredes dos vasos sanguíneos, em milímetros de mercúrio (mmHg) e t o tempo (em segundos).



Em geral, a pressão indicada no gráfico obedece a um ciclo, sendo que cada ciclo completo equivale a um batimento cardíaco.

Fonte: *Folha de S.Paulo* – 9/10/2007 – Caderno Fovest – p. 6.

Considerando-se o comportamento periódico das funções trigonométricas e a situação clínica do paciente apresentada pelo gráfico, qual é a frequência cardíaca, em batimentos por minuto, dessa pessoa?

a) 75 b) 60 x c) 80 d) 100 e) 120

C1 • H4

23 Marcos, de 9 anos, foi pela primeira vez em sua vida a um clube esportivo e, ao deparar-se com uma das piscinas olímpicas, exclamou: "Mãe, essa piscina é umas mil vezes maior do que a nossa!".

Sua mãe respondeu: "Isso é fácil de descobrir. Basta sabermos a largura, o comprimento e a profundidade das duas piscinas. Em casa eu te ensino a fazer essa conta".

Chegando em casa, mediram a própria piscina e pesquisaram na internet para descobrir as dimensões de uma piscina olímpica. Descobriram os seguintes dados.

Dimensão	Piscina da casa de Marcos	Piscina olímpica
Profundidade (m)	1,5	2
Largura (m)	5	25
Comprimento (m)	10	50

Depois, a mãe ensinou a Marcos como fazer os cálculos. Se eles fizeram os cálculos corretamente, então, a respeito da estimativa inicial do menino, eles devem ter concluído que:

a) Estava correta.

x b) Era alta, pois a piscina olímpica é apenas cerca de 33 vezes maior que a de Marcos.

c) Era alta, pois a piscina olímpica é apenas cerca de 50 vezes maior que a de Marcos.

d) Era baixa, pois a piscina olímpica é cerca de 1 500 vezes maior que a de Marcos.
e) Era baixa, pois a piscina olímpica é cerca de 2 000 vezes maior que a de Marcos.

C5 • H21

24 Uma grande cadeia de restaurantes *fast food* irá iniciar as suas atividades em uma grande cidade do Brasil, inaugurando 3 restaurantes simultaneamente. Para isso, a empresa definiu 6 bairros que possuem grande potencial de consumo dos seus produtos. Entretanto, para que um de seus restaurantes não faça concorrência com os outros dois, foi definido que, em um determinado bairro, poderá haver, no máximo, duas das três lojas. O número de maneiras de distribuir os restaurantes entre os 6 bairros é:

a) 20 b) 35 c) 40 x d) 50 e) 55

24. De acordo com o enunciado, têm-se duas situações a serem analisadas: 2 restaurantes em um mesmo bairro e 1 restaurante em outro bairro e os 3 restaurantes em bairros diferentes.

- 2 restaurantes em um mesmo bairro e 1 restaurante em outro bairro

Para escolher 2 restaurantes em um mesmo bairro, tem-se $6 \cdot 5 = 30$ opções.

- os 3 restaurantes em bairros diferentes

Para essa situação, tem-se uma combinação (pois a ordem dos restaurantes não importa) de seis bairros, tomados 3 a 3. Assim:

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!.3!} = 20$$

Portanto, há 50 (30 + 20) maneiras diferentes de alocar os restaurantes.

Texto para as questões 25 e 26

Numa farmácia, 3 embalagens do xampu *A* custam R$ 10,00, o mesmo preço de 5 embalagens do sabonete *B*. Além disso, 4 embalagens do xampu *B* custam R$ 12,00, sendo este R$ 1,00 mais barato do que o preço de 6 embalagens do sabonete *A*.

C1 • H3

25 Comprando-se 2 embalagens do xampu mais barato (*A* ou *B*) e 3 embalagens do sabonete mais barato (*A* ou *B*), quanto se gasta?

a) R$ 13,20
b) R$ 12,66
c) R$ 12,54
x d) R$ 12,00
e) R$ 11,66

25. Os preços de cada produto são:

Xampu *A*: $\frac{\text{R\$ } 10{,}00}{3} \approx \text{R\$ } 3{,}33$

Xampu *B*: $\frac{\text{R\$ } 12{,}00}{4} = \text{R\$ } 3{,}00$

Sabonete *A*: $\frac{\text{R\$ } 13{,}00}{6} \approx \text{R\$ } 2{,}17$

Sabonete *B*: $\frac{\text{R\$ } 10{,}00}{5} = \text{R\$ } 2{,}00$

Logo, o xampu *B* e o sabonete *B* são os mais baratos. Comprando-se 2 embalagens do primeiro e 3 do segundo, gastam-se: $2 \cdot \text{R\$ } 3{,}00 + 3 \cdot \text{R\$ } 2{,}00 = \text{R\$ } 12{,}00$.

C1 • H3

26 Caso se opte por comprar 2 embalagens do xampu mais caro e 3 embalagens do sabonete mais caro, qual é aproximadamente, em porcentagem, o valor que se gasta a mais em relação à compra dessas mesmas quantidades de xampu e sabonete nas suas versões mais baratas?

a) 14% b) 12% x c) 10% d) 8% e) 6%

26. O xampu *A* e o sabonete *A* são os mais caros. Comprando-se 2 embalagens do primeiro e 3 do segundo, gastam-se aproximadamente:

$2 \cdot \text{R\$ } 3{,}33 + 3 \cdot \text{R\$ } 2{,}17 = \text{R\$ } 13{,}17$.

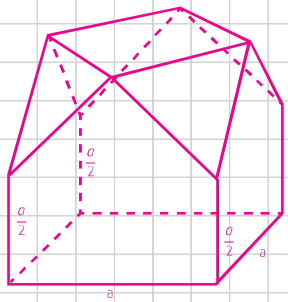
Logo, o percentual a mais é:

$$\frac{\text{R\$ } 13{,}17 - \text{R\$ } 12{,}00}{\text{R\$ } 12{,}00} = \frac{\text{R\$ } 1{,}17}{\text{R\$ } 12{,}00} = 9{,}75\% \cong 10\%$$

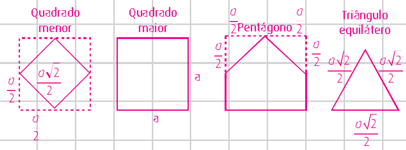
C7 • H28

27 Considere um cubo de aresta *a*. De cada um dos quatro vértices de uma das faces desse cubo foi retirado um tetraedro, de modo que os planos que definem cada corte feito para retirar tais tetraedros passam pelos pontos médios das três arestas que concorrem no mesmo vértice. O sólido gerado servirá como um dado

27. De acordo com o enunciado, são retirados 4 tetraedros, formando o sólido a seguir:



Esse sólido terá 10 faces, cujas dimensões são mostradas na figura abaixo.



Assim:

Área do quadrado menor:

$A = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow A = \frac{a^2}{2}$

Área do quadrado maior:

$A = (a)^2$

Área do pentágono:

$A = a^2 - 2\frac{\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}}{2} \Rightarrow A = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow A = \frac{3a^2}{4}$

Área do triângulo:

$A = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2\cdot\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Assim, a área total do sólido será:

$A = 4\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{8} + 4\cdot\frac{3a^2}{4} + a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow A = \frac{a^2}{2}\left(9+\sqrt{3}\right)$

Portanto, a probabilidade de o dado ser lançado e não se apoiar em uma face pentagonal será:

$P = \frac{4\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{8} + a^2 + \frac{a^2}{2}}{\frac{a^2}{2}\cdot\left(9+\sqrt{3}\right)} \Rightarrow P = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)}{\left(9+\sqrt{3}\right)}\cdot\frac{9-\sqrt{3}}{9-\sqrt{3}} \Rightarrow$

$P = \frac{3\left(4+\sqrt{3}\right)}{39}$

28. Considerando-se os dados da tabela, temos:

$x = \frac{20}{80} = \frac{2}{8}$

$y = \frac{35 + 20 + 15}{80} = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$

Logo: $7x = 2y$.

29. Considerando os dados da tabela, temos:

$p = \frac{35}{45} = \frac{7}{9}$ e $q = \frac{35}{55} = \frac{7}{11}$

Logo:

$p^{-1} + q^{-1} = \frac{9}{7} + \frac{11}{7} = \frac{20}{7} \Leftrightarrow 7(p^{-1} + q^{-1}) = 20$

de jogo, de modo que, ao ser lançado, ele poderá se apoiar em qualquer uma das faces. Supondo que a probabilidade de o dado se apoiar em uma determinada face seja a razão entre a sua área e a área total, determine a probabilidade de o dado ser lançado e não se apoiar em uma face pentagonal.

x a) $\frac{3\cdot\left(4+\sqrt{3}\right)}{39}$

b) $\frac{6\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{39}$

c) $\frac{8\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}{25}$

d) $\frac{3\cdot\left(4+\sqrt{2}\right)}{25}$

e) $\frac{6\cdot\left(5+\sqrt{3}\right)}{39}$

Texto para as questões 28 e 29

A tabela a seguir apresenta a distribuição dos alunos de uma sala de aula de um curso pré-vestibular. Essa distribuição leva em consideração o sexo e a maioridade dos alunos.

	Homens	**Mulheres**
Menores de idade	35	20
Maiores de idade	10	15

C7 • H28

28 Se um aluno dessa sala é sorteado aleatoriamente, a probabilidade x de esse aluno ser menor de idade **e** do sexo feminino e a probabilidade y de esse aluno ser menor de idade **ou** do sexo feminino são tais que:

a) $3x = 2y$

b) $5x = 2y$

x c) $7x = 2y$

d) $5x = 3y$

e) $7x = 3y$

C7 • H28

29 Sabendo que, sorteado ao acaso um aluno do sexo masculino, a probabilidade de que ele seja menor de idade é igual a p e que, sorteado ao acaso um aluno menor de idade, a probabilidade de que ele seja do sexo masculino é igual a q, o valor da expressão $7(p^{-1} + q^{-1})$ é:

x a) 20

b) 15

c) 10

d) 5

e) 1

C7 • H28

30 Durante o recreio, a professora colocou sobre a mesa dois saquinhos: um marrom e o outro vermelho. Dentro desses saquinhos havia "bolas-surpresa", indistinguíveis entre si, umas contendo chocolate e outras, brinquedo.

A tabela a seguir apresenta a quantidade de bolas de cada tipo nos dois saquinhos:

	Marrom	Vermelho
Chocolate	4	3
Brinquedo	2	1

Um aluno transferiu uma bola, escolhida ao acaso, do saquinho marrom para o saquinho vermelho. Se, após a transferência, outro aluno retirar, ao acaso, uma bola do saquinho vermelho, então a probabilidade de esta bola conter chocolate é de:

x a) $\frac{11}{15}$

b) $\frac{11}{30}$

c) $\frac{8}{15}$

d) $\frac{8}{11}$

e) $\frac{1}{10}$

30. A bola transferida do saquinho marrom para o vermelho tem probabilidade $\frac{4}{6}$ de ser de chocolate e $\frac{2}{6}$ de ser de brinquedo.

Se a bola transferida for de chocolate, a probabilidade de que a bola retirada do saquinho vermelho, pelo segundo garoto, seja também de chocolate é $\frac{4}{5}$, mas, se a bola transferida for de brinquedo, a probabilidade de que a bola retirada do saquinho vermelho seja de chocolate é $\frac{3}{5}$.

Assim, considerando esses dois casos, temos que a probabilidade de o segundo garoto retirar uma bola de chocolate do saquinho marrom é:

$\frac{4}{6} \cdot \frac{4}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{16 + 6}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

C7 • H30

31 Numa festa beneficente de final de ano, será realizado o sorteio de um carro em que cada participante tem direito a escolher um número de 000 a 999.

O sorteio é realizado por meio de um globo giratório de bingo em que são colocadas 30 bolinhas numeradas de 0 a 9, sendo três com cada algarismo.

Thinkstock/Getty Images

Depois disso, são sorteadas consecutivamente e sem reposição três bolinhas desse globo. A primeira bolinha sorteada representará o algarismo das centenas, a segunda o algarismo das dezenas e a terceira o algarismo das unidades do número vencedor.

Quando Gisele foi escolher seu número para o sorteio do carro, as únicas opções disponíveis eram os números: 444, 335, 287, 020 e 599. Usando seus conhecimentos de probabilidade, decida qual dos números disponíveis é a melhor escolha para Gisele.

a) 444 b) 335 x c) 287 d) 020 e) 599

31. Da forma como o sorteio é descrito, temos que a probabilidade do sorteio de um número com três algarismos iguais, como 444, é:

$\frac{3}{30} \cdot \frac{2}{29} \cdot \frac{1}{28} = \frac{1}{4060}$

Já a probabilidade de que seja sorteado um número com apenas dois algarismos iguais, como 335, é:

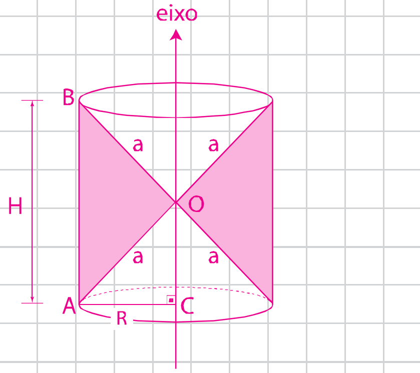
$\frac{3}{30} \cdot \frac{2}{29} \cdot \frac{3}{28} = \frac{3}{4060}$

E a probabilidade de que seja sorteado um número com os três algarismos distintos, como 287, é:

$\frac{3}{30} \cdot \frac{3}{29} \cdot \frac{3}{28} = \frac{9}{4060}$

Logo, a melhor opção para Gisele é escolher um número com os três algarismos distintos.

32. O sólido obtido é o mesmo sólido obtido quando, a partir de um cilindro equilátero, são retirados dois cones congruentes cujas bases coincidem com as bases do cilindro. Seja *H* a altura do cilindro e *R* o raio da sua base.



Do triângulo AOB, tem-se que:

$H^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow H = a\sqrt{2}$ cm

Do triângulo ACO, tem-se que:

$a^2 = R^2 + \left(\frac{H}{2}\right)^2 \Rightarrow a^2 = R^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ cm

$V_{sólido} = V_{cilindro} - 2V_{cone} \Rightarrow V_{sólido} = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a\sqrt{2} -$

$-2\left(\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow V_{sólido} = \frac{a^3\sqrt{2}\pi}{3}$ cm^3

33. Para que a esfera não passe pelo orifício quadrado, é necessário que o lado do quadrado seja menor que o diâmetro da esfera. Logo, deve-se impor a condição: $a < 2r$.

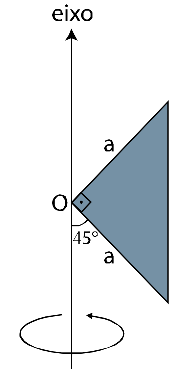
E, para que o cubo não passe pelo orifício circular, é necessário que o diâmetro do círculo seja menor que a diagonal dos quadrados que cercam o cubo. Logo, deve-se impor a condição:

$2r < a\sqrt{2}$.

C2 • H8

32 Considere o sólido obtido por meio da rotação do triângulo retângulo isósceles em torno do eixo indicado na figura abaixo.

Considerando as medidas em centímetros, determine o volume desse sólido.



a) $\frac{a^3\sqrt{3\pi}}{2}$

b) $\frac{a^3\sqrt{3\pi}}{3}$

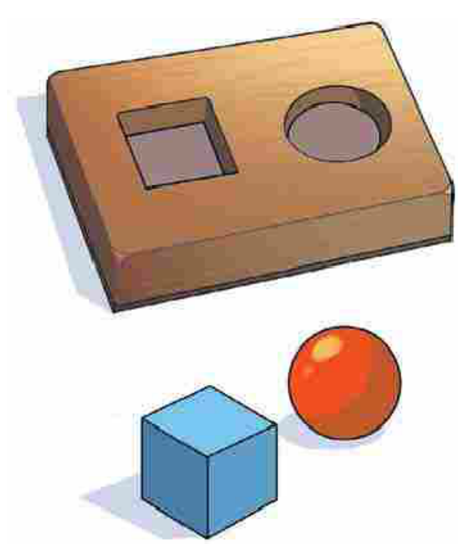
c) $\frac{a^3\sqrt{2\pi}}{2}$

x d) $\frac{a^3\sqrt{2\pi}}{3}$

e) $\frac{a^3\sqrt{2\pi}}{4}$

C2 • H9

33 Um brinquedo educativo muito comum é o de encaixe de sólidos em orifícios. Nesse brinquedo, o número de peças é igual ao número de orifícios, e cada peça só pode entrar em um dos orifícios, ou seja, há somente um “lugar” para cada peça.



Cartoon Estúdio

Uma fundação encomendou brinquedos desse tipo para distribuição em associações, creches e instituições de caridade. A encomenda foi feita a uma marcenaria, de modo que o brinquedo tenha somente duas peças e dois orifícios: um cubo de aresta *a* que deve passar por um orifício quadrado de lado *a*, e uma esfera de raio *r* que deve passar por um orifício circular de raio *r*. Para garantir que qualquer uma das duas peças possa entrar somente no seu orifício, o projetista da marcenaria deve impor qual das seguintes condições?

a) $2r > a$

b) $2r < a\sqrt{2}$

c) $r < 2a$

x d) $a < 2r < a\sqrt{2}$

e) $a < r < 2a$

C3 • H12

34 Considere um cubo de aresta *a*. Os pontos médios das arestas da base do cubo e o ponto médio de uma aresta da face oposta a essa base formam um sólido. Determine o volume desse sólido.

a) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

b) $\frac{a^3}{2}$

c) $\frac{a^3}{3}$

x d) $\frac{a^3}{6}$

e) $\frac{a^3}{9}$

C2 • H8

35 Uma figura interessante, que aparece na moeda italiana de 1 euro, é a do Homem Vitruviano, desenhada por Leonardo da Vinci, em que um homem nu aparece dentro de duas figuras geométricas: um quadrado e um círculo.

PjrStudio/Alamy/Other Images

Nessa figura, a área do quadrado é igual à do círculo prateado. Se a parte dourada da moeda tivesse área igual à da parte prateada, e o lado do quadrado tivesse 1 cm, o raio externo da moeda, em centímetros, seria igual a:

a) 2

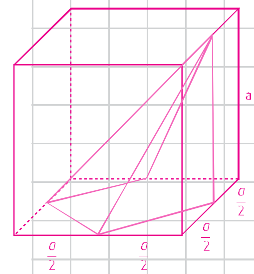
b) $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

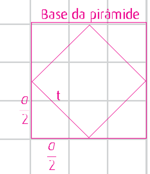
c) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

d) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

x e) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

34. O sólido formado é uma pirâmide quadrangular. Seja *t* a medida da aresta da base dessa pirâmide.





$t^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow t^2 = \left(\frac{2a^2}{4}\right) \Rightarrow t = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Portanto, o volume dessa pirâmide será igual a:

$V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot a \Rightarrow V_{pirâmide} = \frac{a^3}{6}$

35. Como o círculo prateado e o quadrado têm a mesma área, e sendo *r* e *R*, respectivamente, as medidas dos raios interno e externo da coroa circular dourada, temos:

$\pi \cdot r^2 = 1\ cm^2 \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\ cm$

Como a coroa circular dourada e o quadrado têm a mesma área, temos também que:

$\pi \cdot (R^2 - r^2) = 1\ cm^2$

Então, substituindo a medida encontrada para o raio interno, temos:

$\pi\left(R^2 - \frac{1}{\pi}\ cm^2\right) = 1\ cm^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R^2 - \frac{1}{\pi}\ cm^2 = \frac{1}{\pi}\ cm^2 \Leftrightarrow R^2 = \frac{2}{\pi}\ cm^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\ cm$

C3 • H12

36 Uma construtora foi contratada para a construção de duas paredes, uma com o dobro da área da outra. No primeiro dia, todos os funcionários trabalharam na construção da parede maior. No segundo dia, enquanto a metade dos funcionários terminava a parede maior, a outra metade trabalhou na construção da parede menor e, ao final do segundo dia de trabalho, restou ainda uma parte da construção da parede menor, que foi executada em dois outros dias por um único funcionário.

Todos os funcionários dessa equipe são igualmente capazes e trabalharam o mesmo número de horas por dia. Qual foi o número de funcionários dessa equipe de construção?

a) 6
b) 10
c) 14
d) 12
x e) 8

36. Sendo *n* o número de funcionários, *s* a área da parede menor e *c* a fração da área da parede construída por dia e por funcionário, temos que:

- para a parede menor:

  $s = 1\text{ (dia)} \cdot \frac{n}{2}\text{ (funcionários)} \cdot c + 2\text{ (dias)} \cdot 1\text{ (funcionário)} \cdot c \Leftrightarrow \frac{s}{c} = \left(\frac{n}{2} + 2\right)$
- para a parede maior:

  $2s = 1\text{ (dia)} \cdot n\text{ (funcionários)} \cdot c + 1\text{ (dia)} \cdot \frac{n}{2}\text{ (funcionários)} \cdot c = \frac{3n}{2} \Leftrightarrow \frac{s}{c} = \frac{3n}{4}$

Logo: $\frac{n}{2} + 2 = \frac{3n}{4} \Rightarrow n = 8.$

C2 • H6

37 Um cavalo se encontra preso num cercado completamente gramado, cuja forma é um retângulo com dimensões 50 m por 70 m. Ele está amarrado a uma corda de 50 m que está fixada em um dos cantos da pastagem, ou seja, em um dos vértices do retângulo.

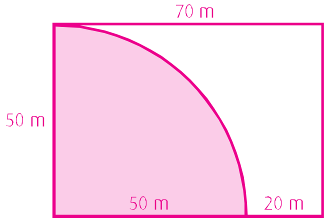
É correto afirmar que:

a) O cavalo tem ao seu alcance 50% da pastagem existente no cercado.

b) O perímetro do cercado é de 200 m.

37. Como o cavalo está amarrado a uma corda de 50 m presa num dos vértices do cercado retangular, temos que ele não pode se afastar desse vértice mais do que 50 m.

A figura a seguir representa o cercado e a região de alcance do cavalo:



Na figura, podemos observar que a região ao alcance do cavalo tem a forma de um setor circular de 90° cujo raio mede 50 m. Assim, temos que sua área é de:

$\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (50\text{ m})^2 = \frac{2\,500 \cdot \pi}{4}\text{ m}^2 < \frac{2\,500 \cdot 3{,}15}{4}\text{ m}^2 =$
$= 1\,968{,}75\text{ m}^2 < 2\,000\text{ m}^2$

x c) A área de pastagem ao alcance do cavalo é menor que 2 000 m^2.

d) A área de pastagem ao alcance do cavalo é metade da área fora de seu alcance.

e) O perímetro da área ao alcance do cavalo é de 150 m.

C2 • H8

38 Há algum tempo, constatou-se uma situação peculiar no país: muitos produtos sofreram redução na sua quantidade original. Por exemplo, algumas barras de chocolate eram vendidas com 180 g e passaram a ser vendidas com 160 g. O mesmo ocorreu com certa marca de papel higiênico, cujos rolos tinham 30 m de papel e atualmente são vendidos em rolos com apenas 20 m.

Os antigos rolos de papel dessa marca tinham 4 cm de diâmetro interno e 10 cm de diâmetro externo. Os atuais rolos de papel dessa marca têm o mesmo diâmetro interno, a mesma altura e a mesma densidade, mas, como têm menos papel, a medida do seu diâmetro externo diminuiu para:

x a) $6\sqrt{2}$ cm

b) $\frac{20}{3}$ cm

c) 15 cm

d) 18 cm

e) $5\sqrt{3}$ cm

38. Sendo V_A o volume de papel contido no rolo cilíndrico antigo, e h a altura dos cilindros de diâmetros 10 cm e 4 cm, temos:

$V_A = V_{cilindro\ maior} - V_{cilindro\ menor} =$

$= \pi \cdot \left(\frac{10}{2}\right)^2 \cdot h - \pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot h = 21 \cdot \pi \cdot h$

O volume V_N de papel contido no rolo novo é $\frac{20\ m}{30\ m} =$

$= \frac{2}{3}$ do volume de papel contido no rolo antigo.

Ou seja: $V_N = \frac{2}{3} \cdot V_A = \frac{2}{3} \cdot 21 \cdot \pi \cdot h = 14 \cdot \pi \cdot h$.

Assim, a medida d, em centímetros, do diâmetro externo do rolo novo é tal que:

$\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h - \pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot h = 14 \cdot \pi \cdot h$

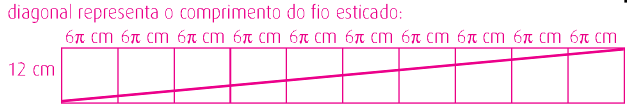
Como h e π não são nulos, temos que:

$\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 14 \Leftrightarrow d = 6\sqrt{2}$

39. O comprimento da circunferência da lata é:

$2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{2}$ cm $= 6 \cdot \pi$ cm

Como o fio de cobre deve contornar a latinha 10 vezes, temos, colocando lado a lado dez planificações da latinha, a seguinte figura, em que o segmento diagonal representa o comprimento do fio esticado:



Do teorema de Pitágoras temos que, sendo *c* o comprimento desse fio:

$c^2 = (12 \text{ cm})^2 + (10 \cdot 6 \cdot \pi \text{ cm})^2 =$

$= (144 + 3600 \cdot \pi^2) \text{ cm}^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c = \sqrt{144 + 3600 \cdot \pi^2}$ cm

C2 • H8

39 Um componente muito comum em aparelhos elétricos é a bobina elétrica, esquematizada na figura 1. Pedrinho resolveu construir sua própria bobina, seguindo as instruções de uma página da internet que apresentava a figura 2.

Figura 1

Ilustrações: Paulo César Pereira

Figura 2

Para isso, pegou uma lata que tem 12 cm de altura e 6 cm de diâmetro e decidiu enrolar de maneira uniforme o fio de cobre sobre a lata. Qual deverá ser o comprimento, em centímetros, do fio de cobre que Pedrinho utilizará, de modo que o fio dê dez voltas completas na lata?

x a) $\sqrt{144 + 3600\,\pi^2}$

b) $12\sqrt{1 + 100\,\pi^2}$

c) $12(1 + 5\pi)$

d) 60π

e) 60

C2 • H8

40 O azeite, extraído da prensagem da azeitona, traz inúmeros benefícios à saúde. Por isso, tem feito, cada vez mais, parte das mesas brasileiras. O azeite é fonte de gordura monoinsaturada, reduzindo o LDL, conhecido como "mau" colesterol. Também contém ômega-3, que reduz o nível de pressão arterial e o "mau" colesterol, vitamina E, um potente antioxidante que combate o envelhecimento precoce, além de substâncias denominadas ligninas, que protegem contra o câncer ao reprimir precocemente as mudanças de células cancerígenas.

Existem diversos tipos de recipiente para armazenar e servir o azeite, como os apresentados na figura a seguir:

Paulo César Pereira

40. O volume de um prisma reto de base quadrada com 5 cm na aresta da base e 20 cm de altura é de $(5\ cm)^2 \cdot 20\ cm = 500\ cm^3$, que equivalem a 500 mℓ. Assim, sendo V_1, V_2, V_3 e V_4 os respectivos volumes dos recipientes 1, 2, 3 e 4, temos:

$V_2 = 500\ m\ell$, $V_3 = \frac{500\ m\ell}{2} = 250\ m\ell$ e

$V_1 = V_4 = \frac{250\ m\ell}{2} = 125\ m\ell$

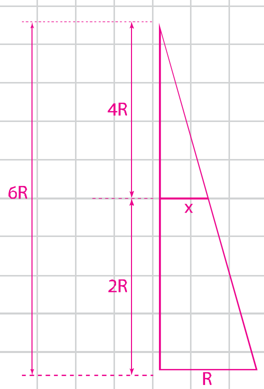
Portanto, $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 =$

$= 125\ m\ell + 500\ m\ell + 250\ m\ell + 125\ m\ell = 1\,000\ m\ell$.

Como Arlete comprou 1 000 mℓ de azeite (duas latas de 500 mℓ), ela conseguirá preencher completamente todos os seus quatro recipientes.

41. Como o cilindro é equilátero, h = 2R. Quando os volumes do cilindro e do cone forem equivalentes, tem-se que:

$V_{cil} = V_{cone} \Rightarrow \pi R^2 2R = \frac{1}{3}\pi R^2 H \Rightarrow H = 6R$



Sendo *x* o raio da seção determinada no cone, tem-se que:

$\frac{4R}{x} = \frac{6R}{R} \Rightarrow x = \frac{2R}{3}$

Portanto, a área da coroa circular será:

$A = \pi\left[R^2 - \left(\frac{2R}{3}\right)^2\right] \Rightarrow A = \pi R^2 \cdot \left[1 - \frac{4}{9}\right] \Rightarrow A = \frac{5\pi R^2}{9}$

O recipiente 2 armazena o dobro do volume do recipiente 3, e este, o dobro do volume do recipiente 1. Os recipientes 1 e 4 são equivalentes. Podemos aproximar o formato do azeite contido no recipiente 2 para um prisma reto de base quadrada com 5 cm na aresta da base e 20 cm de altura.

Arlete comprou duas latas de 500 mℓ de azeite virgem português e possui um recipiente de cada um dos quatro tipos em sua casa para armazená-lo. Então, Arlete conseguirá preencher completamente:

a) somente os recipientes 1, 2 e 3.

b) somente os recipientes 2 e 3.

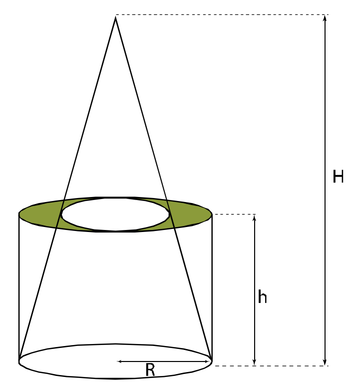
c) somente os recipientes 1 e 4.

x d) todos os quatro recipientes.

e) somente o recipiente 3.

C3 • H12

41 Considere um cilindro equilátero com base de raio *R* e altura *h* e um cone reto de altura *H*, com H > h. Ambos compartilham da mesma base, como mostra a figura abaixo.



A base superior do cilindro determina uma seção no cone que, se subtraída da base do cilindro, formará uma coroa circular. Determine a área dessa coroa em função de *R*, quando os volumes do cilindro e do cone forem equivalentes.

a) $\frac{4\pi R^2}{7}$

b) $\frac{2\pi R^2}{3}$

c) $\frac{4\pi R^2}{9}$

d) $\frac{5\pi R^2}{8}$

x e) $\frac{5\pi R^2}{9}$

C3 • H12

42 Uma pirâmide octogonal regular tem altura 20 cm e é seccionada por um plano paralelo à base, obtendo-se uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide. Se o volume da pirâmide menor tem $\frac{1}{27}$ do volume da pirâmide original, determine a razão entre o volume da pirâmide menor e o tronco de pirâmide.

a) $\frac{1}{20}$

b) $\frac{1}{22}$

c) $\frac{1}{24}$

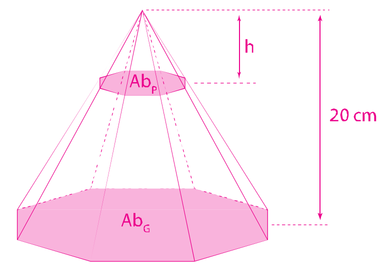
x d) $\frac{1}{26}$

e) $\frac{1}{28}$

42. Do enunciado, tem-se que:

$$\frac{V_G}{V_P} = k^3 \Rightarrow \frac{V_G}{\frac{1}{27}V_G} = k^3 \Rightarrow k = 3$$

Assim:



$$\frac{20}{h} = k \Rightarrow \frac{20}{h} = 3 \Rightarrow h = \frac{20}{3}$$

$$\frac{Ab_G}{Ab_P} = k^2 \Rightarrow \frac{Ab_G}{Ab_P} = 3^2 \Rightarrow \frac{Ab_G}{Ab_P} = 9$$

Então:

$$V_T = V_G - V_P \Rightarrow V_T = \frac{1}{3}Ab_G 20 - \frac{1}{3}Ab_P\frac{20}{3} \Rightarrow$$

$$V_T = \frac{1}{3}(9Ab_P)20 - \frac{1}{3}Ab_P\frac{20}{3} \Rightarrow$$

$$V_T = \frac{1}{3}Ab_P\left(180 - \frac{20}{3}\right) \Rightarrow V_T = \frac{1}{3}Ab_P\left(\frac{520}{3}\right)$$

Portanto:

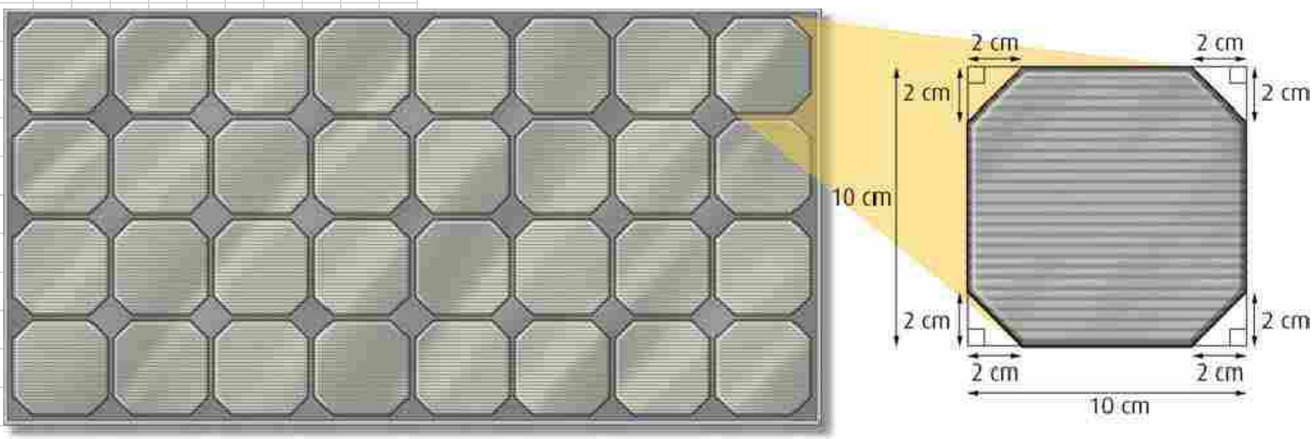
$$\frac{V_P}{V_T} = \frac{\frac{1}{3}Ab_P\left(\frac{20}{3}\right)}{\frac{1}{3}Ab_P\left(\frac{520}{3}\right)} \Rightarrow \frac{V_P}{V_T} = \frac{1}{26}$$

C2 • H8

43 Células fotovoltaicas são dispositivos capazes de transformar a energia luminosa, proveniente do Sol ou de outra fonte de luz, em energia elétrica. Também são chamadas de células solares. Atualmente, apresentam eficiência de conversão de aproximadamente 16%. Isso significa que 16% da energia luminosa recebida é convertida em energia elétrica.

Considerando que em determinado lugar da Terra, onde serão instaladas células solares, a energia por unidade de tempo e por unidade de área recebida pela Terra é de 800 W/m², qual é a energia disponibilizada para uso pelas células, por unidade de tempo, de acordo com a quantidade e o formato especificados nas figuras a seguir?

Paulo César Pereira



a) 240 W

b) 240 MW

c) 38 400 W

x d) 38,4 W

e) 80 W

43. A área de cada célula octogonal é igual à área do quadrado de lado 10 cm menos as áreas dos quatro triângulos com 2 cm de base e de altura:

$(10\text{ cm})^2 - 4 \cdot \left(\dfrac{2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm}}{2}\right) =$

$= 100\text{ cm}^2 - 8\text{ cm}^2 = 92\text{ cm}^2$

No painel há $4 \cdot 8 = 32$ células; portanto, a área total ocupada pelas células receptoras é de $32 \cdot 92\text{ cm}^2 = 2944\text{ cm}^2$, que equivalem a aproximadamente $0{,}3\text{ m}^2$.

Assim, sendo x o valor da energia recebida por unidade de tempo nesse painel, temos:

$\left.\begin{array}{l} 800\text{ W} — 1\text{ m}^2 \\ x — 0{,}3\text{ m}^2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 240\text{ W}$

Mas, considerando que apenas 16% dessa energia é convertida em energia elétrica, temos que a energia disponibilizada por unidade de tempo por esse painel é de:

$16\% \cdot 240\text{ W} = \dfrac{16}{100} \cdot 240\text{ W} = 38{,}4\text{ W}$

Texto para as questões 44 e 45

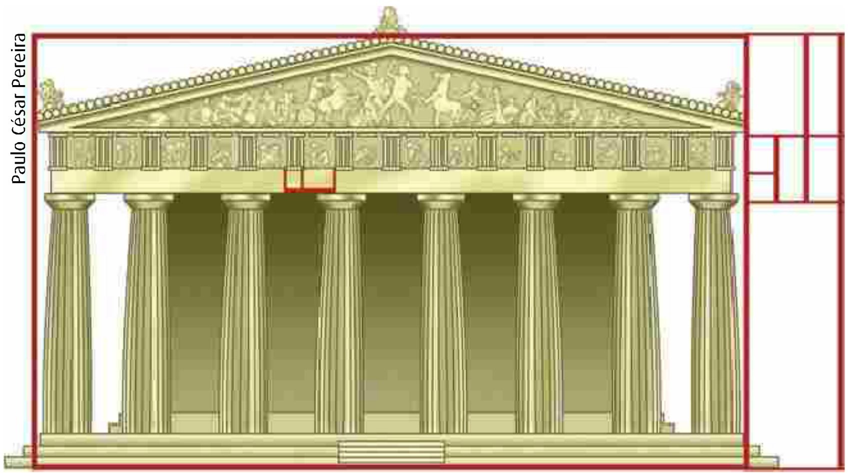
O número áureo (ou razão áurea) é uma famosa constante matemática representada pela letra grega Φ (fi maiúsculo), cujo valor exato é $\dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ e cujo valor aproximado é 1,618.

Sua fama se dá devido a diversos contextos naturais onde aparece. Por exemplo, se dividirmos o comprimento de cada falange (ossos que formam os dedos) pelo comprimento da falange menor ligada a ela, obteremos, para a maior parte dos seres humanos, um valor bastante próximo de Φ.

Justamente por essa ocorrência natural, muitos artistas consideram que a razão áurea é naturalmente agradável aos olhos e tentam reproduzi-la em suas obras. No Partenon, templo dedicado à deusa grega Atena, construído há mais de 1 500 anos, a razão áurea aparece em várias ocasiões. Uma delas é a própria fachada: se dividirmos a largura da construção por sua altura obteremos um valor próximo a Φ.

O retângulo cuja razão entre os lados é igual a Φ é denominado retângulo áureo.

Paulo César Pereira



Um conceito intimamente ligado ao número áureo é a sequência de Fibonacci, cujos dois primeiros termos são iguais a 1 e cujos termos a partir do terceiro são iguais à soma dos dois termos anteriores: (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...).

Essa sequência é tal que, escolhido um termo qualquer a partir do segundo, o quociente entre esse termo e seu antecessor é tão mais próximo de Φ quanto maior for o termo escolhido.

C1 • H3

44 Pedro quer construir uma mesa cujo tampo tenha a forma de um retângulo áureo. Se um dos lados desse retângulo tiver 1 m, qual das alternativas apresenta uma medida possível para o outro lado?

a) 6,18 m
b) 1,68 m
x c) 0,618 m
d) 0,168 m
e) 0,162 m

C1 • H4

45 Ao chegar à loja, Pedro constatou que comprar o tampo retangular num formato pré-fabricado seria muito mais barato. As opções disponíveis na loja eram as seguintes:

I) 2 m × 1 m

II) 130 cm × 80 cm

III) 110 cm × 68 cm

Qual ou quais dessas opções apresenta(m) formato mais próximo do retângulo áureo?

a) A opção I é a mais próxima.
b) A opção II é a mais próxima.
x c) A opção III é a mais próxima.
d) As opções II e III são igualmente mais próximas que a opção I.
e) As três opções são igualmente próximas.

44. Sendo *x* a medida do outro lado do retângulo, temos que, se o lado menor do retângulo for o de 1 m, então $\frac{x}{1\text{ m}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow x \approx 1{,}618\text{ m}$, valor que não é apresentado por nenhuma das alternativas. Mas, se o lado maior do retângulo for o de 1 m, então:

$$\frac{1\text{ m}}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\text{ m}}{\sqrt{5}+1} = \frac{2\text{ m}}{\sqrt{5}+1} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} =$$

$$= \frac{2\left(\sqrt{5}-1\right)\text{m}}{4} \Leftrightarrow x \approx 0{,}618\text{ m}$$

45. Os dez primeiros termos da sequência de Fibonacci são: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 e 55, portanto os quocientes entre as medidas do maior e do menor lado em cada formato são:

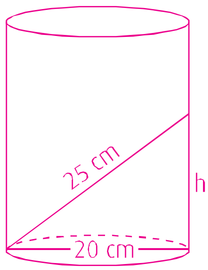
I) $\frac{2\text{ m}}{1\text{ m}} = \frac{2}{1} = \frac{\text{terceiro termo}}{\text{segundo termo}}$

II) $\frac{130}{80} = \frac{13}{8} = \frac{\text{sétimo termo}}{\text{sexto termo}}$

III) $\frac{110}{68} = \frac{55}{34} = \frac{\text{décimo termo}}{\text{nono termo}}$

Como, das três opções, é o formato III que tem as medidas representadas pelos maiores termos da sequência de Fibonacci, este é o formato que mais se aproxima do retângulo áureo.

46. A figura a seguir representa a lata de tinta com o pincel dentro:



Sendo h > 0 a altura mínima que o pincel pode atingir dentro da lata, temos que:

$h^2 + (20\text{ cm})^2 = (25\text{ cm})^2 \Leftrightarrow h = 15\text{ cm}$ (do teorema de Pitágoras).

Dessa forma, o volume mínimo de tinta necessário para cobrir completamente o pincel é $\pi \cdot (10\text{ cm})^2 \cdot 15\text{ cm} \approx 4\,500\text{ cm}^3$, que equivalem a 4,5 ℓ.

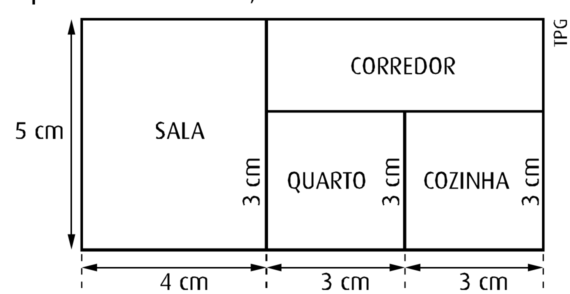
C2 • H8

46 Uma lata de tinta tem a forma de um cilindro circular reto com 50 cm de altura e cujo raio da base mede 10 cm. Um pincel com 25 cm de comprimento caiu dentro da lata e ficou completamente submerso na tinta. Qual é o volume mínimo de tinta dentro da lata, em litros, para que isso seja possível? (Considere $\pi = 3$.)

a) 10
x b) 4,5
c) 15
d) 5
e) 8

C3 • H13

47 Três amigos, Arnaldo, Bernaldo e Cernaldo, decidiram morar juntos numa república, mas, antes da mudança, será preciso colocar piso na sala, no quarto e na cozinha da casa. A figura a seguir apresenta a planta dessa casa, numa escala de 1:100.



O mestre de obras contratado para o serviço informou aos amigos que cada caixa de piso contém o suficiente para apenas 3 m² e que está prevista uma perda de 12 m² com eventuais quebras e com a colocação dos rodapés.

Os amigos pretendem gastar o mínimo possível. Arnaldo diz que 20 caixas serão suficientes; Bernaldo acha que 13 caixas serão suficientes; Cernaldo afirma: "15 caixas serão suficientes".

Se as informações dadas pelo mestre de obras estão corretas, pode-se afirmar que:

a) Arnaldo pediu o número exato de caixas.

x b) Arnaldo está exagerando em aproximadamente 3 caixas.

c) Bernaldo pediu o número exato de caixas.

d) Bernaldo está exagerando em aproximadamente 3 caixas.

e) Cernaldo pediu o número exato de caixas.

47. Como a planta está na escala 1:100, cada centímetro da planta corresponde a 1 m da medida real. Portanto, a área total dos três cômodos é:

$$\overbrace{4\text{ m}\cdot 5\text{ m}}^{\text{Sala}} + \overbrace{3\text{ m}\cdot 3\text{ m}}^{\text{Quarto}} + \overbrace{3\text{ m}\cdot 3\text{ m}}^{\text{Cozinha}} = 38\text{ m}^2$$

Como foi prevista uma perda de 12 m², a quantidade de piso a ser comprada deve preencher uma área de $38\text{ m}^2 + 12\text{ m}^2 = 50\text{ m}^2$.

Se cada caixa de piso contém o suficiente para 3 m², então os amigos deverão comprar $\frac{50\text{ m}^2}{3\text{ m}^2} = 16{,}666... \approx$ $\approx$ 17 caixas de piso. Arnaldo disse que 20 caixas seriam suficientes, portanto ele está correto, mas exagerando em aproximadamente 3 caixas.

C4 • H17

48 Para encher uma piscina, Cláudio mantém duas torneiras abertas ininterruptamente. A primeira tem vazão de 30 litros por minuto, e a segunda, de 20 litros por minuto. Sabendo que a piscina tem o formato de um paralelepípedo com 10 metros de comprimento, 6 metros de largura e 1,5 m de profundidade, quanto tempo levará para que a piscina fique totalmente cheia?

a) 10 horas

b) 15 horas

c) 20 horas

d) 25 horas

x e) 30 horas

48. O volume da piscina de Cláudio é $10\text{ m}\cdot 6\text{m}\cdot 1{,}5\text{ m} = 90\text{ m}^3$, que equivalem a 90 000 ℓ.

Sendo x o tempo necessário para encher completamente a piscina, como as duas torneiras juntas fornecem uma vazão de 50 litros por minuto, temos:

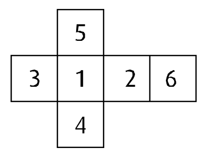
$$\left.\begin{array}{l} 50\ \ell \;—\; 1\text{ min} \\ 90\,000\ \ell \;—\; x \end{array}\right\} \Leftrightarrow x = 1800\text{ min} = 30\text{ h}$$

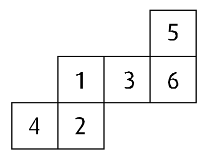
49. Note que em todas as alternativas temos a planificação de um cubo. No entanto, a única alternativa em que a soma das faces que ficarão opostas é sete é a alternativa *b*, com os seguintes pares de lados opostos: 1 e 6; 2 e 5; 3 e 4.

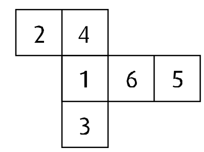
C2 • H7

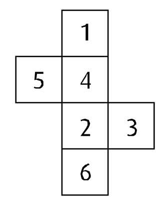
49 Sabe-se que um dado de seis faces pode ser feito a partir de um cubo, e este pode ser montado a partir de uma folha de cartolina, recortando-a e dobrando-a convenientemente.

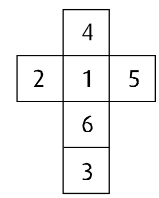
Se num dado de seis faces, com um número inteiro de 1 a 6 em cada face, a soma dos números apresentados em faces opostas do cubo é igual a sete, então uma folha de cartolina que poderia formar esse dado é:

a) 

x b) 

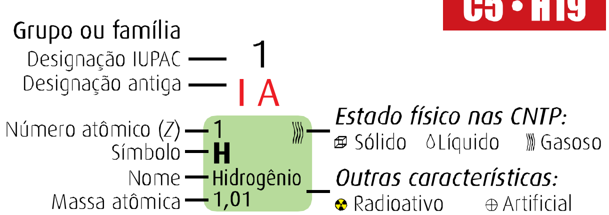
c) 

d) 

e) 

TPG

C5 • H19



50 Os elementos químicos são classificados de acordo com a tabela periódica a seguir, em que o elemento hidrogênio, por exemplo, está na primeira linha e primeira coluna, e o elemento ferro está na quarta linha e oitava coluna.

Tabela periódica dos elementos

Metais | Não metais | Gases nobres

Períodos	1 — I A	2 — II A	3 — III B	4 — IV B	5 — V B	6 — VI B	7 — VII B	8 — VIII B	9 — VIII B	10 — VIII B	11 — I B	12 — II B	13 — III A	14 — IV A	15 — V A	16 — VI A	17 — VII A	18 — 0
1	1 H Hidrogênio 1,01																	2 He Hélio 4,00
2	3 Li Lítio 6,94	4 Be Berílio 9,01											5 B Boro 10,8	6 C Carbono 12,0	7 N Nitrogênio 14,0	8 O Oxigênio 16,0	9 F Flúor 19,0	10 Ne Neônio 20,2
3	11 Na Sódio 23,0	12 Mg Magnésio 24,3											13 Aℓ Alumínio 27,0	14 Si Silício 28,1	15 P Fósforo 31,0	16 S Enxofre 32,1	17 Cℓ Cloro 35,5	18 Ar Argônio 39,9
4	19 K Potássio 39,1	20 Ca Cálcio 40,1	21 Sc Escândio 45,0	22 Ti Titânio 47,9	23 V Vanádio 50,9	24 Cr Crômio 52,9	25 Mn Manganês 54,9	26 Fe Ferro 55,8	27 Co Cobalto 58,9	28 Ni Níquel 58,7	29 Cu Cobre 63,5	30 Zn Zinco 65,4	31 Ga Gálio 69,7	32 Ge Germânio 72,6	33 As Arsênio 74,9	34 Se Selênio 79,0	35 Br Bromo 79,9	36 Kr Criptônio 83,8
5	37 Rb Rubídio 85,5	38 Sr Estrôncio 87,6	39 Y Ítrio 88,9	40 Zr Zircônio 91,2	41 Nb Nióbio 92,9	42 Mo Molibdênio 95,9	43 Tc Tecnécio [98]	44 Ru Rutênio 101	45 Rh Ródio 103	46 Pd Paládio 106	47 Ag Prata 108	48 Cd Cádmio 112	49 In Índio 115	50 Sn Estanho 119	51 Sb Antimônio 122	52 Te Telúrio 128	53 I Iodo 127	54 Xe Xenônio 131
6	55 Cs Césio 133	56 Ba Bário 137		72 Hf Háfnio 178	73 Ta Tantálio 181	74 W Tungstênio 184	75 Re Rênio 186	76 Os Ósmio 190	77 Ir Irídio 192	78 Pt Platina 195	79 Au Ouro 197	80 Hg Mercúrio 201	81 Tℓ Tálio 204	82 Pb Chumbo 207	83 Bi Bismuto 209	84 Po Polônio 210	85 At Astato 210	86 Rn Radônio 222
7	87 Fr Frâncio [223]	88 Ra Rádio [226]		104 Rf Rutherfórdio [261]	105 Db Dúbnio [262]	106 Sg Seabórguio [263]	107 Bh Bóhrio [262]	108 Hs Hássio [265]	109 Mt Meitnério [266]	110 Ds Darmstádio [269]	111 Rg Roentgênio [272]	112 Cn Copernício [285]	113 Uut Unúntrio [284]	114 Uuq Ununquádio [289]	115 Uup Ununpêntio [289]	116 Uuh Ununhéxio ou Ununéxio [291]	117 Uus* Ununséptio	118 Uuo Ununóctio [294]

Série dos lantanídios

57 La Lantânio 139	58 Ce Cério 140	59 Pr Praseodímio 141	60 Nd Neodímio 144	61 Pm Promécio 147	62 Sm Samário 150	63 Eu Európio 152	64 Gd Gadolínio 157	65 Tb Térbio 159	66 Dy Disprósio 163	67 Ho Hólmio 165	68 Er Érbio 167	69 Tm Túlio 169	70 Yb Itérbio 173	71 Lu Lutécio 175

Série dos actinídios

89 Ac Actínio [227]	90 Th Tório [232]	91 Pa Protactínio [231]	92 U Urânio [238]	93 Np Neptúrio [237]	94 Pu Plutônio [242]	95 Am Amerício [243]	96 Cm Cúrio [247]	97 Bk Berquélio [247]	98 Cf Califórnio [251]	99 Es Einstênio [254]	100 Fm Férmio [253]	101 Md Mendelévio [256]	102 No Nobélio [253]	103 Lr Lawrêncio [257]

TPG

Os elementos nesta fronteira, com exceção do alumínio, apresentam características de metais e de não metais.

* Elemento ainda não identificado.

Os elementos com número atômico acima de 112 ainda não foram reconhecidos pela IUPAC.

[ ] Número de massa do elemento mais comum.

Sejam respectivamente *i* e *j* os números que designam a linha e a coluna de um elemento químico da tabela e *N* o número atômico desse elemento. Uma característica comum aos elementos carbono, nitrogênio, oxigênio, fósforo, enxofre e cloro é:

a) $N = 8i + 8j - 122$

b) $N = i + 8j - 24$

c) $N = 16i + j - 40$

d) $N = 8i + 2j - 28$

x e) $N = 8i + j - 24$

C5 • H21

51 Calcule o determinante da matriz $\begin{bmatrix} \text{sen } 430° & 1 & 1 \\ \cos 440° & \sec 40° & 1 \\ \text{sen } 370° & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

a) sen 40°

b) cos 40°

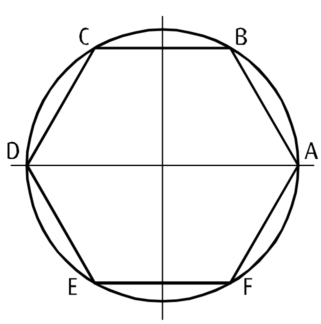
x c) tg 40°

d) sec 40°

e) cotg 40°

C2 • H6

52 Considere o hexágono regular, de vértices *A*, *B*, *C*, *D*, *E* e *F*, inscrito no círculo trigonométrico abaixo.



Determine, em radianos, a soma dos arcos, de imagens positivas, do ponto diametralmente oposto a *B* na segunda volta e do ponto *F* na primeira volta do círculo trigonométrico.

a) 2π

b) 3π

c) 4π

x d) 5π

e) 6π

50. Como cada uma das alternativas sugere uma relação de dependência entre as variáveis *i*, *j* e *N*, do tipo $N = ai + bj - c$, em que os coeficientes *a*, *b* e *c* são números naturais, temos:

Para o elemento carbono: $6 = 2a + 14b - c$ (I).

Para o elemento nitrogênio: $7 = 2a + 15b - c$ (II).

Para o elemento fósforo: $15 = 3a + 15b - c$ (III).

Assim, subtraindo as equações II e I, obtemos: $b = 1$.

Subtraindo as equações III e II, obtemos: $a = 8$.

Substituindo os valores encontrados na equação I, obtemos: $c = 24$.

Verificando a expressão $N = 8i + j - 24$ para os elementos enxofre e cloro, obtemos as sentenças fechadas:

$16 = 8 \cdot 3 + 16 - 24$ e $17 = 8 \cdot 3 + 17 - 24$, que são verdadeiras.

Portanto, a expressão $N = 8i + j - 24$ é uma característica comum a esses cinco elementos.

51. Reduzindo aos arcos do primeiro quadrante, tem-se que:

$\begin{bmatrix} \text{sen } 70° & 1 & 1 \\ \cos 80° & \sec 40° & 1 \\ \text{sen } 10° & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Assim, o determinante (D) será igual a:

$D = \text{sen } 70° \cdot \sec 40° + \text{sen } 10° - \text{sen } 10° \cdot \sec 40° - \cos 80°$

Como $\text{sen } 10° = \cos 80°$:

$D = \sec 40° \cdot (\text{sen } 70° - \text{sen } 10°) \Rightarrow$

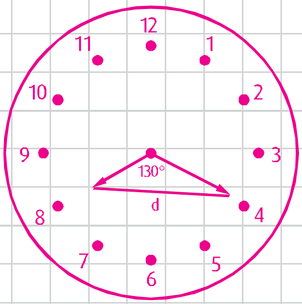
$\Rightarrow D = \sec 40° \cdot \left(2 \cdot \text{sen}\left(\frac{70° - 10°}{2}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{70° + 10°}{2}\right)\right) \Rightarrow$

$D = \sec 40° \cdot (2 \cdot \text{sen }(30°) \cdot \text{sen }(40°)) \Rightarrow D = \text{tg } 40°$

52. O ponto diametralmente oposto ao ponto *B* corresponde ao ponto *E*, que corresponde à imagem do arco $\frac{4\pi}{3}$ rad na primeira volta; na segunda volta do círculo trigonométrico, corresponde a $\frac{10\pi}{3}$ rad $\left(\frac{4\pi}{3} + 2\pi\right)$. Já o ponto *F* corresponde à imagem do arco $\frac{5\pi}{3}$ rad na primeira volta do círculo trigonométrico. Portanto, a soma desses arcos será igual a: $\frac{4\pi}{3} + 2\pi + \frac{5\pi}{3} = 5\pi$ rad

53. Em 20 minutos, o ponteiro das horas já percorreu um arco de 10°, pois em 60 minutos ele percorre 30° $\left(\frac{20 \text{ min} \cdot 30°}{60 \text{ min}} = 10°\right)$.

Portanto, no instante indicado, o menor ângulo entre os ponteiros do relógio é de 130° (4 · 30°+10°=130°).

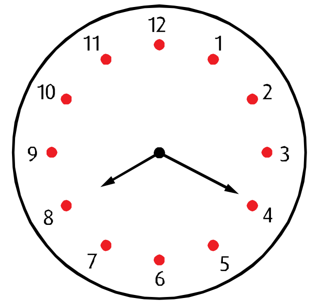


Seja d a distância entre as extremidades dos ponteiros e lembrando que cos 130° = −cos 50°, pelo teorema dos cossenos, temos que:

$$d^2 = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot (-\cos 50°) \Rightarrow d^2 = 1010{,}68 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow d \cong 31{,}75 \text{ cm}$$

C3 • H12

53 Considere a hora marcada no relógio abaixo:



Se o ponteiro das horas mede 15 cm e o ponteiro dos minutos 20 cm, determine a distância, aproximada, entre as extremidades dos ponteiros no instante mostrado na figura.

Considere: sen 50° = 0,7660; cos 50° = 0,6428.

a) 12,45 cm
b) 84,2 cm
c) 46,85 cm
d) 17,6 cm
x e) 31,75 cm

C7 • H29

54 O texto a seguir foi publicado pela revista *Crescer* em novembro de 2010.

Um levantamento do IBGE divulgado nesta sexta-feira, 12 de novembro de 2010, comprovou que as mulheres estão realmente se tornando mães cada vez mais tarde. De acordo com as Estatísticas de Registro Civil, de 1999 a 2009 o número de mães na faixa etária de 30 a 34 anos aumentou (de 14,4% para 16,8%).

Cláudio Crespo, gerente de estatísticas vitais do IBGE, explica que há duas razões para essa alteração: uma social e outra demográfica. “Há o caso das mulheres com mais escolaridade, que se dedicam à carreira, além da questão do envelhecimento da população, que faz com que cresça proporcionalmente o número de mulheres com mais de 30 anos”, explica.

Fonte: <http://revistacrescer.globo.com/Revista/Crescer/0,,EMI187443-10510,00.html>. Acesso em: 11 dez. 2013.

A tabela a seguir mostra o aumento da participação de mães com 30 anos ou mais no total de registros de nascimentos.

	Menos de 15	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	Mais de 40	Idade ignorada
1999	0,7%	20,6%	30,5%	23,7%	14,8%	6,6%	2,0%	1,1%
2004	0,7%	19,9%	30,7%	23,7%	14,8%	7,3%	2,1%	0,8%
2009	0,8%	18,2%	28,3%	25,2%	16,8%	8,0%	2,3%	0,5%

Fonte: http://fernandonogueiracosta.wordpress.com. Acesso em: 7 fev. 2014.

De acordo com essa tabela, é correto afirmar que, se em 2009 fosse escolhida uma mãe ao acaso, então a probabilidade de ela ter sido mãe:

a) com idade menor ou igual a 24 anos é de 28,3%.

b) com menos de 15 anos é de 8%.

x c) com idade menor ou igual a 24 anos é de 47,3%.

d) com idade superior a 34 anos é de 27,6%.

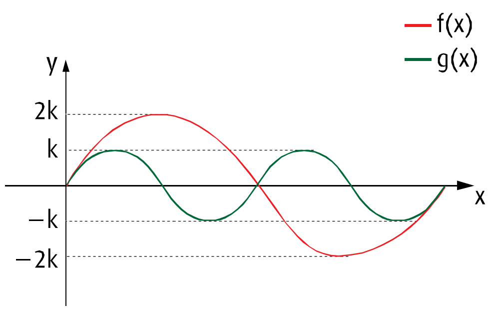
e) com idade inferior a 19 anos é de 18,2%.

54. A porcentagem de mães com idade menor ou igual a 24 anos em 2009 é igual a 28,3% + 18,2% + + 0,8% = 47,3% do total de mães.

Logo, a probabilidade pedida é de 47,3%.

C6 • H25

55 Observe os gráficos de duas funções trigonométricas, para $k > 0$:



Considere as seguintes afirmações:

I. a amplitude da função f(x) é o quádruplo da da função g(x).

II. a função f(x) pode ser do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}\,(bx + t)$, sendo a, b, x e t pertencentes ao conjunto dos números reais.

III. a função g(x) pode ser do tipo $g(x) = a \cdot \cos\,(bx + t)$, sendo a, b, x e t pertencentes ao conjunto dos números reais.

IV. o período da função g(x) é a metade do período da função f(x).

V. o conjunto imagem de f(x) será Im = [0; 2k].

Assinale a alternativa que apresenta as afirmações corretas.

x a) II, III e IV

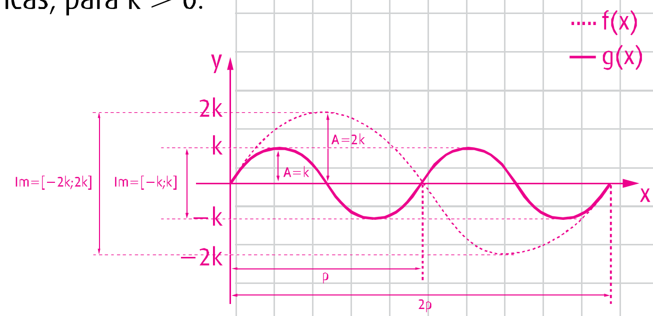
b) II, IV e V

c) I, II e V

d) I, III e IV

e) I, IV e V

55. Observe a imagem. Nela, é possível verificar que:



– a amplitude (A) da função f(x) é o dobro da da função g(x).

– o período (p) da função g(x) é a metade do período da função f(x).

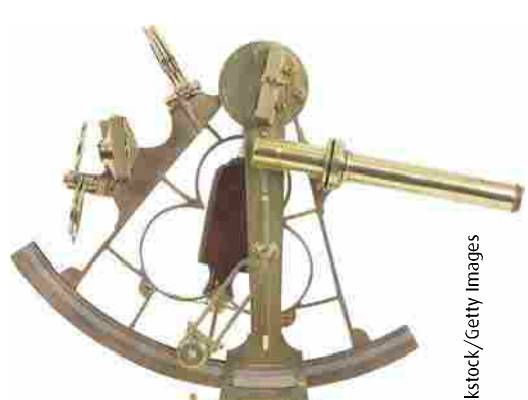
– o conjunto imagem de f(x) será Im = [−2; 2k].

– a função f(x) pode ser do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx + t)$, para $a = 1$, $b = 1$ e $t = 0$.

– a função g(x) pode ser do tipo $g(x) = a \cdot \cos\,(bx + t)$, para $a = 1$, $b = 1$ e $t = -\frac{\pi}{2}$.

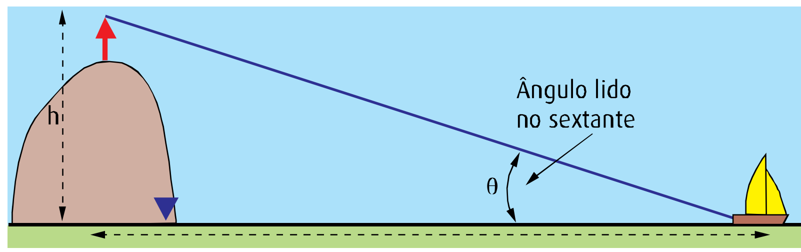
C2 • H8

56 O sextante é um instrumento elaborado para fins de posicionamento na navegação. Ele mede a abertura angular entre a vertical de um astro e o horizonte. Também pode ser usado para calcular distâncias, comparando o tamanho aparente de objetos.



Thinkstock/Getty Images

Uma forma de utilizar o sextante é medindo o ângulo formado pelo horizonte e pela linha imaginária que liga o observador ao topo de uma ilha, conforme o esquema a seguir:



TPG

Uma equipe de resgate precisa salvar uma pessoa que está perdida numa ilha, a uma altura aproximadamente igual à metade da altura do ponto mais alto da ilha. O barco em que se encontra a equipe está a 5,5 km dessa ilha e mede, com um sextante, o ângulo θ de 1 grau e 18 minutos. Sendo assim, a altura em que a pessoa perdida está em relação ao nível do mar, em metros, é expressa por:

a) $5\,500 \cdot \text{tg}\,(1^\circ 18')$
x b) $2\,750 \cdot \text{tg}\,(1^\circ 18')$
c) $5\,500 \cdot \text{tg}\,(49')$
d) $5{,}5 \cdot \text{tg}\,(49')$
e) $2\,750 \cdot \text{tg}\,(49')$

56. Sendo *x* a altura em metros do local onde a pessoa está perdida, no triângulo retângulo da figura temos:
$\text{tg}\,(1^\circ 18') = \frac{2x}{5\,500} \Rightarrow x = 2\,750 \cdot \text{tg}\,(1^\circ 18')$.

Texto para as questões 57 e 58

Maré é o movimento periódico de elevação ou abaixamento das águas do mar.

A altura da maré pode ser descrita por uma função periódica, pois oscila regularmente entre maré alta e baixa.

A altura da maré, em metros, no porto de Santos é aproximada pela função a seguir, em que *t* é o tempo, em horas, a partir das duas horas da madrugada do dia 10 de fevereiro de 2010:

$$f(t) = 1{,}5 + 1{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

C5 • H23

57 Um bom momento para ir pescar na praia é o de maré crescente, que começa no instante em que a maré está em altura mínima e vai começar a subir, ou o de vazante, que começa no instante em que a maré está em altura máxima e vai começar a baixar.

Se Pedro quisesse ir pescar no dia 10 de fevereiro, na maré crescente, então a partir de que horas ele deveria estar na praia?

a) 3 horas da manhã.
x b) 5 horas da manhã.
c) 6 horas da manhã.
d) 9 horas da manhã.
e) 11 horas da manhã.

57. A maré crescente começa quando a altura da maré é mínima, e isso acontece quando temos:
$\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{2}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{2} = \pi + k \cdot 2\pi$, com $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = 3 + 12k$, com $k \in \mathbb{Z}$.
Logo, para $k = 0$, temos $t = 3$, o que corresponde às 5 horas da manhã do dia 10 de fevereiro de 2010.

C5 • H21

58 Uma função equivalente à função dada, só que para t, em horas, desde as 12 horas do dia 10 de fevereiro de 2010, é expressa por:

a) $y = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6}(t + 10)\right]$

b) $y = 1,5 + 1,5 \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{6}(t + 1)\right]$

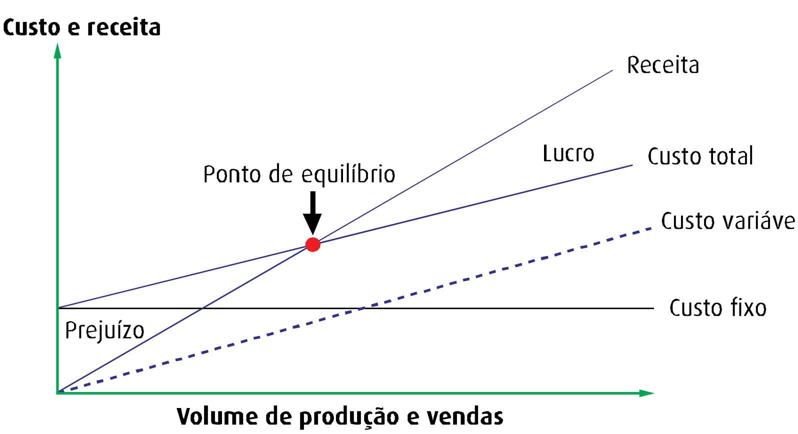
x c) $y = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6}(t + 1)\right]$

d) $y = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{3}(t + 1)\right]$

e) $y = 1,5 + 1,5 \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{3}(t + 10)\right]$

Texto para as questões 59 e 60

Um conceito muito importante em administração é o de ponto de equilíbrio, que determina o volume de produção de uma indústria para que a receita total (ou seja, o total das vendas) cubra todas as despesas fixas e variáveis. A figura a seguir apresenta os gráficos que determinam o ponto de equilíbrio:



TPG

Como os gráficos são representados por retas, as expressões que representam as variáveis do gráfico são funções constantes ou funções do primeiro grau. Assim, sendo x o volume de produção em unidades, a receita R, em reais, é dada por $R = a \cdot x$, ao passo que o custo variável C_V, também em reais, é dado por $C_V = b \cdot x$, e as despesas fixas C_F, em reais, são dadas por $C_F = k$, em que a, b e k são constantes reais positivas. Já o custo total C_T é igual à soma do custo variável com o custo fixo: $C_T = C_V + C_F$.

Indicando por y a receita e por z o custo total de uma indústria em um mês, temos que, sendo x a quantidade produzida e vendida, a equação matricial que determina o ponto de equilíbrio é:

$$\begin{bmatrix} a & -1 & 0 \\ b & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix}$$

58. A função $f(t) = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right]$, dada inicialmente, aproxima a altura da maré a partir das duas horas da madrugada do dia 10 de fevereiro. Para que ela passe a aproximar essa altura a partir das 12 horas do mesmo dia, devemos substituir a variável t pela expressão $t + 10$. Assim, temos:

$y = f(t + 10) = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6}(t + 10) + \frac{\pi}{2}\right]$.

Como $\frac{\pi}{6}(t + 10) + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}t + \frac{10\pi}{6} + \frac{\pi}{2} =$

$= \frac{\pi}{6}t + \frac{13\pi}{6} = \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{\pi}{6}(t + 1) + 2\pi$

representa um arco côngruo $\frac{\pi}{6}(t + 1)$, temos que a função pedida pode ser expressa por:

$y = 1,5 + 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6}(t + 1)\right]$.

59. Com os valores de a, b e k fornecidos, a equação matricial fica:

$$\begin{bmatrix} 200 & -1 & 0 \\ 120 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 168\,000 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 200x - y = 0 \\ 120x - z = 0 \\ y - z = 168\,000 \end{cases}$$

Da primeira equação temos que $y = 200x$, e da segunda, que $z = 120x$. Substituindo essas expressões na terceira equação, obtemos:

$200x - 120x = 168\,000 \Leftrightarrow x = 2\,100$.

60. O determinante da matriz dos coeficientes é:

$$D = \begin{vmatrix} a & -1 & 0 \\ b & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = a - b$$

Como para $D \neq 0$ o sistema é possível e determinado, ou seja, tem solução única, se $a \neq b$ haverá apenas um ponto de equilíbrio. Portanto a afirmação I é verdadeira.

O sistema obtido da equação matricial é linear, logo não pode admitir exatamente duas soluções. Portanto, a afirmação II é falsa.

No caso em que $a = b$ temos o sistema: $\begin{cases} ax - y = 0 \\ ax - z = 0 \\ y - z = k \end{cases}$.

Da primeira equação temos que $y = ax$, e da segunda, que $z = ax$. Substituindo essas expressões na terceira equação, obtemos: $ax - ax = k \Leftrightarrow k = 0$.

Assim, se $k \neq 0$, o sistema será impossível, ou seja, não haverá ponto de equilíbrio. Portanto, a afirmação III é verdadeira.

C5 • H21

59 Se para uma determinada indústria tem-se, em um mês: $a = 200$, $b = 120$ e $k = 160\,000$, quantas unidades devem ser produzidas e vendidas para que essa indústria atinja o ponto de equilíbrio nesse mês?

x a) 2 100
b) 8 400
c) 21 000
d) 42 000
e) 84 000

C5 • H22

60 Sobre a equação matricial que determina o ponto de equilíbrio, considere as seguintes afirmações:

I. Para $a \neq b$ o ponto de equilíbrio é único.
II. Para $a = b$ e $k = 0$ existirão exatamente dois pontos de equilíbrio.
III. Para $a = b$ e $k \neq 0$ não haverá ponto de equilíbrio.

Qual ou quais são as afirmações verdadeiras?

a) I e II
x b) I e III
c) II e III
d) II
e) I, II e III

Texto para as questões 61 e 62

A figura a seguir mostra um quadrado mágico 4×4.

16	**3**	**2**	**13**
5	**10**	**11**	**8**
9	**6**	**7**	**12**
4	**15**	**14**	**1**

Note que um quadrado mágico é uma matriz quadrada que tem as seguintes propriedades:

P1: A soma de todos os elementos de uma mesma fileira (linha ou coluna) é constante.

P2: As somas de todos os elementos da diagonal principal e da secundária são iguais.

P3: Todos os elementos de um quadrado mágico são números distintos entre si.

C1 • H4

61 Sejam as matrizes: $A = (a_{ij})_{2 \times 2}$, com $a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ 0, \text{ se } i \neq j \end{cases}$,

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 8 \\ 9 & 5 & 1 \\ 2 & 7 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 18 & 23 & 16 \\ 17 & 19 & 21 \\ 22 & 15 & 20 \end{bmatrix}.$$

De acordo com as propriedades citadas, qual ou quais das matrizes são quadrados mágicos?

a) *A* e *B*
b) *A* e *C*
x c) *B* e *C*
d) Somente *C*
e) Somente *A*

61. De acordo com o enunciado, a matriz *A* é igual a $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, que não satisfaz nenhuma das propriedades. Já as matrizes B e C satisfazem todas as propriedades.

C5 • H19

62 Considere uma matriz quadrada $A = (a_{ij})_4$, que é um quadrado mágico, e as sentenças a seguir, que descrevem as propriedades de um quadrado mágico com 4 linhas e 4 colunas:

I. $a_{11} + a_{22} + a_{33} + a_{44} = a_{14} + a_{23} + a_{33} + a_{41}$

II. $a_{i1} + a_{i2} + a_{i3} + a_{i4} = a_{1j} + a_{2j} + a_{3j} + a_{4j}$, para todo $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ e $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

A associação correta entre essas sentenças e as propriedades P1, P2 e P3 é:

a) A sentença I descreve a propriedade P1 e a sentença II descreve a propriedade P2.
b) A sentença I descreve a propriedade P2 e a sentença II descreve a propriedade P3.
c) A sentença I descreve a propriedade P3 e a sentença II descreve a propriedade P1.
x d) A sentença I descreve a propriedade P2 e a sentença II descreve a propriedade P1.
e) A sentença I descreve a propriedade P1 e a sentença II descreve a propriedade P3.

62. Como os elementos a_{11}, a_{22}, a_{33} e a_{44} estão todos na diagonal principal da matriz *A* e os elementos a_{14}, a_{23}, a_{33} e a_{41} estão todos na diagonal secundária dessa matriz, podemos concluir que a sentença I descreve a propriedade P2.

Para $i = 1$ e $j = 3$, a sentença II fica:

$a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} = a_{13} + a_{23} + a_{33} + a_{43}$,

expressando que a soma dos elementos da primeira linha é igual à soma dos elementos da terceira coluna, por exemplo. Portanto, pode-se concluir, desse caso particular, que a sentença II descreve a propriedade P1.

C7 • H29

63 Numa reunião executiva de uma multinacional estão presentes diretores de três nacionalidades. A tabela a seguir apresenta a distribuição de frequências das nacionalidades dos diretores presentes nessa reunião:

Brasileiros	3
Norte-americanos	2
Japoneses	5

A finalidade dessa reunião é formar uma comissão, composta por exatamente 3 diretores, para um estudo de mercado.

63. O número total de possibilidades para a formação de uma comissão composta por três diretores dentre os presentes é:

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{6 \cdot 7!} = 120.$$

Para que não haja duas pessoas da mesma nacionalidade nessa comissão, ela deverá ser formada por exatamente um brasileiro, um norte-americano e um japonês. Como, nesse caso, há apenas $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ possibilidades, temos que: $X = \frac{30}{120} = 25\%$.

Já para uma comissão com dois japoneses e uma pessoa de outra nacionalidade há $\binom{5}{2} \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50$ possibilidades e, portanto, temos que:

$$Y = \frac{50}{120} \approx 41{,}67\%.$$

Finalmente, uma comissão formada apenas por diretores ocidentais deve conter 3 integrantes não japoneses. Como, nesse caso, há apenas $\binom{5}{3} = 10$ possibilidades, temos que: $Z = \frac{10}{120} \approx 8{,}33\%$.

Portanto: $Z < X < Y$.

64. Sendo P a probabilidade pedida, temos que $P = 100\% - \overline{P}$, em que $\overline{P}$ indica a probabilidade de a placa em questão não possuir o algarismo 5 em nenhuma das quatro posições.

Como o carro em questão obedece ao rodízio às quintas-feiras, sua placa não termina com o algarismo 5.

Logo, temos: $\overline{P} = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{729}{1000} = 72{,}9\%$ e, portanto, $P = 100\% - 72{,}9\% = 27{,}1\%$.

Depois de muita discussão, os diretores decidiram sortear aleatoriamente os integrantes da comissão. Assim, sendo *X* a probabilidade de que na comissão sorteada não haja duas pessoas da mesma nacionalidade, *Y* a probabilidade de que na comissão sorteada haja exatamente 2 japoneses e *Z* a probabilidade de que a comissão sorteada seja formada apenas por diretores ocidentais, pode-se afirmar que:

x a) $Z < X < Y$
b) $X < Y < Z$
c) $Y < X < Z$
d) $Y < Z < X$
e) $Z < Y < X$

C7 • H28

64 Na cidade de São Paulo, o rodízio municipal de veículos foi criado para diminuir os índices de poluição da cidade. A lei número 12.490, de 3 de outubro de 1997, determina que, das 7 às 10 horas e das 17 às 20 horas, alguns veículos particulares e de empresas de qualquer cidade não podem circular no centro expandido da capital em um determinado dia da semana (de segunda a sexta-feira), com exceção dos feriados.

O dia da semana em que cada veículo fica impedido de circular é determinado de acordo com o dígito final da placa de licenciamento. Veja a tabela:

Dia da semana	Dígito final da placa
Segunda	1 e 2
Terça	3 e 4
Quarta	5 e 6
Quinta	7 e 8
Sexta	9 e 0

Essa lei faz exceções para motocicletas e veículos que realizem funções essenciais, como transportes urbanos, escolares, médicos e de produtos perecíveis. Dessa forma, se o veículo com a placa a seguir não pertencer a nenhuma das categorias de exceção, ele deve obedecer à lei do rodízio às segundas-feiras.

Cartoon Estúdio

Suponha equiprovável a presença de qualquer algarismo numa placa de automóvel, em qualquer das quatro posições. Qual é a probabilidade de que um veículo particular, que obedece à lei do rodízio às quintas-feiras, tenha o algarismo 5 em sua placa?

a) 20%
x b) 27,1%
c) 41,68%
d) 66,67%
e) 72,9%

C5 • H21

65 Em um plano há 20 pontos distintos, dos quais 10 estão na reta *t*. Quantos triângulos podem ser formados utilizando esses pontos como vértice, de forma que seja utilizado, no máximo, um ponto que pertence à reta *t*?

a) 200
x b) 570
c) 990
d) 1140
e) 1580

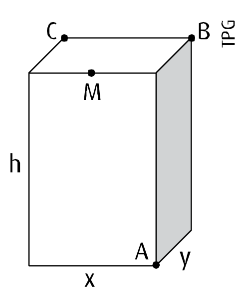
C5 • H21

66 Determine o coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(1 + x + x^3)^6$.

a) 22
b) 33
c) 44
d) 55
x e) 66

C2 • H6

67 Uma formiga está no vértice *A* de um prédio que tem o formato de um paralelepípedo reto-retângulo, de altura *h*, largura *y* e comprimento *x*, conforme a figura abaixo.



Essa formiga deve passar pelos pontos *B* e *M* (não necessariamente nessa ordem), com *M* sendo ponto médio da aresta a que ele pertence, e terminar seu percurso no ponto *C*, sempre percorrendo, entre dois pontos, o segmento de reta que os une. Essa formiga, então, tem duas opções de caminho:

Caminho 1: passando primeiro por *B*, depois por *M* e finalmente chegando a *C*.

Caminho 2: passando primeiro por *M*, depois por *B* e chegando a *C*.

Considere os seguintes casos:

1º caso: h = 40 m, x = 60 m e y = 30 m.

2º caso: h = 30 m, x = 80 m e y = 40 m.

3º caso: h = 20 m, x = 10 m e y = 5 m.

65. Como podemos utilizar, no máximo, um ponto da reta *t*, temos de calcular todos os triângulos que podem ser formados com esses pontos e subtrair os que utilizam 3 e 2 pontos da reta *t*. Assim:

$$n = C_3^{20} - C_3^{10} - C_2^{10} \cdot C_1^{10}$$

$$n = \frac{20!}{3!17!} - \frac{10!}{3!7!} - \frac{10!}{2!8!} \cdot \frac{10!}{1!9!}$$

$$n = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{3 \cdot 2 \cdot 17!} - \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 7!} - \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2 \cdot 8!} \cdot \frac{10 \cdot 9!}{9!}$$

$$n = 1140 - 120 - 45 \cdot 10$$

$$n = 1140 - 120 - 450$$

$$n = 570$$

66. Seja T_I o termo geral do binômio $\left[(1+x)+x^3\right]^6$:

$$T_I = \binom{6}{p}(1+x)^{6-p}\left(x^3\right)^p$$

Seja T_{II} o termo geral do binômio $(1 + x)^{6-p}$:

$$T_{II} = \binom{6-p}{q}(1)^{6-p-q}(x)^q \Rightarrow T_{II} = \binom{6-p}{q}(x)^q$$

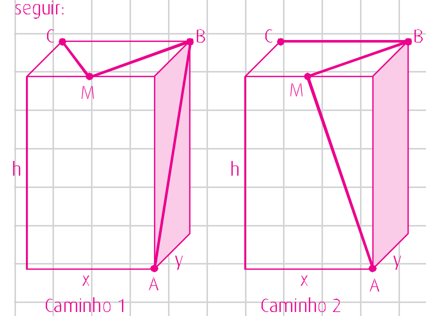
Assim:

$$T_I = \binom{6}{p}\binom{6-p}{q}(x)^q\left(x^3\right)^p \Rightarrow \binom{6}{p}\binom{6-p}{q}(x)^{q+3p}$$

Para que $(x)^{q+3p} = (x)^5 \Rightarrow q + 3p = 5$. Como *p* e *q* são números naturais, então: p = 0 e q = 5 ou p = 1 e q = 2. Assim:

$$T_I = \binom{6}{0}\binom{6-0}{5}(x)^5 + \binom{6}{1}\binom{6-1}{2}(x)^5 \Rightarrow 66x^5$$

67. Os dois caminhos possíveis estão nas figuras a seguir:



Note que, nos dois caminhos, o segmento $\overline{BM}$ é comum. Portanto, basta analisar os comprimentos dos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{MC}$ do primeiro caminho e os segmentos $\overline{AM}$ e $\overline{BC}$ do segundo caminho. Assim, $\overline{BC} = x$ e, do Teorema de Pitágoras, temos, nos triângulos I, II e III, que:

$$MC = \sqrt{y^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}, \quad AB = \sqrt{y^2 + h^2} \text{ e}$$

$$AM = \sqrt{h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2}$$

Assim, no **primeiro caso**, com h = 40 m, x = 60 m e y = 30 m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 30\sqrt{2}\text{ m} + 50\text{ m} \approx 95\text{ m} \\ AM + BC = 50\text{ m} + 60\text{ m} = 110\text{ m} \end{cases}$$

No **segundo caso**, com h = 30 m, x = 80 m e y = 40 m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 40\sqrt{2}\text{ m} + 50\text{ m} \cong 110\text{ m} \\ AM + BC = 50\text{ m} + 80\text{ m} = 130\text{ m} \end{cases}$$

Finalmente, no **terceiro caso**, com h = 20 m, x = 10 m e y = 5 m, temos:

$$\begin{cases} MC + AB = 5\sqrt{2}\text{ m} + 5\sqrt{17}\text{ m} \cong 27\text{ m} \\ AM + BC = 5\sqrt{17}\text{ m} + 10\text{ m} \cong 31\text{ m} \end{cases}$$

Como todos os casos verificam a desigualdade $\overline{MC} + \overline{AB} < \overline{AM} + \overline{BC}$, verifica-se que o primeiro caminho é o mais curto nos três casos.

Em qual ou quais casos o caminho 1 é o mais curto?

a) Somente no primeiro caso.

b) Somente no segundo caso.

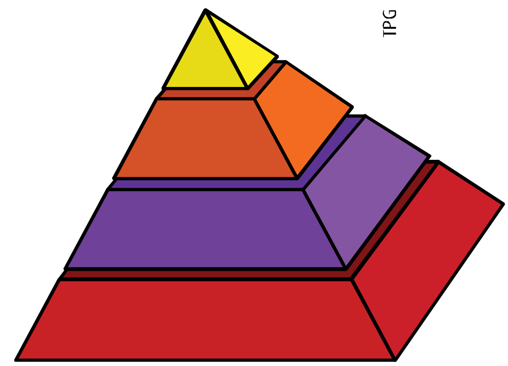
c) Somente no terceiro caso.

d) No segundo e no terceiro caso.

x e) Em todos os casos.

C2 • H8

68 A figura ao lado apresenta uma pirâmide quadrangular regular que foi dividida em 4 partes de mesma altura.



Cada uma das partes é um recipiente para armazenar alimentos, de tal forma que o conjunto forme também uma peça decorativa. Se o conjunto todo é capaz de armazenar 6,4 litros, então o volume do maior recipiente, em litros, é igual a:

x a) 3,7

b) 3,4

c) 3,2

d) 2,8

e) 2,4

68. A peça amarela no topo da figura é uma pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto todo, e a razão dessa semelhança é de 1:4, pois a altura da peça amarela é $\frac{1}{4}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_1 o volume da peça amarela, temos que:

$\frac{V_1}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \Leftrightarrow V_1 = 0{,}1\ \ell$.

Juntas, as duas peças superiores do conjunto — amarela e laranja — formam outra pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto, mas a razão dessa semelhança é 1:2, pois a altura da pirâmide formada pelas duas peças é $\frac{1}{2}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_2 o volume da peça laranja, temos que:

$\frac{0{,}1\ \ell + V_2}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow V_2 = 0{,}7\ \ell$.

As três peças superiores do conjunto — amarela, laranja e roxa — juntas formam outra pirâmide semelhante à pirâmide formada pelo conjunto, mas a razão dessa semelhança é 3:4, pois a altura da pirâmide formada pelas três peças é $\frac{3}{4}$ da altura do conjunto todo. Assim, sendo V_3 o volume da peça roxa, temos que:

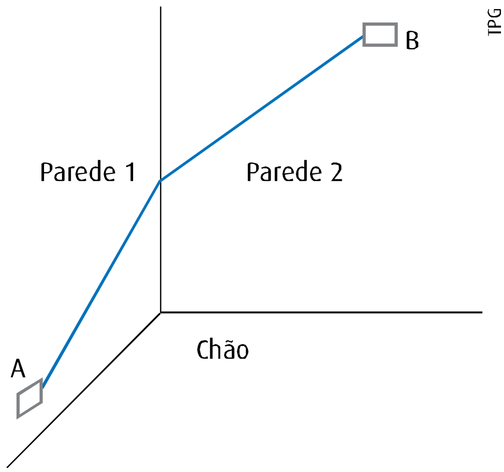
$\frac{0{,}1\ \ell + 0{,}7\ \ell + V_3}{6{,}4\ \ell} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \Leftrightarrow V_3 = 1{,}9\ \ell$.

A peça vermelha na base do conjunto é o maior dos quatro recipientes e o volume V_4 desta peça é tal que:

$V_4 + 0{,}1\ \ell + 0{,}7\ \ell + 1{,}9\ \ell = 6{,}4\ \ell \Leftrightarrow V_4 = 3{,}7\ \ell$.

C2 • H8

69 Um eletricista instalou conduítes (tubulações que servem para passagem de fios elétricos) de um ponto *A* situado na parte de baixo da parede 1, para um ponto *B* situado na parte de cima da parede 2, conforme a figura:



Ao medir o comprimento de cada um dos conduítes ele obteve 5 metros e 3 metros. Se a distância entre os pontos é de 7 metros e os conduítes estão esticados como segmentos de reta em cada parede, então o ângulo formado pelos conduítes, nas paredes 1 e 2, mede:

a) 90°

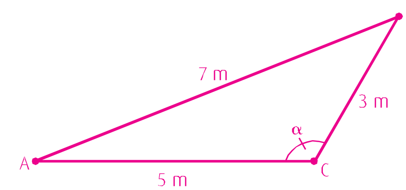
b) 105°

c) 110°

x d) 120°

e) 150°

69. Desenhando-se, num mesmo plano, os conduítes do enunciado, temos a figura:



Assim, sendo α a medida do ângulo formado pelos conduítes, do teorema dos cossenos temos:

$7^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos\alpha \Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$.

Como $0° < \alpha < 180°$, temos que $\alpha = 120°$.

70. Sendo V o volume de cada pote, como na primeira opção o pote é cúbico e tem 6 cm de aresta, temos que: $V = (6 \text{ cm})^3 = 216 \text{ cm}^3$.

Sendo $a > 0$ a medida da aresta da base do pote em forma de prisma da segunda opção, temos que:

$a^2 \cdot 8{,}64 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3 \Rightarrow a = 5 \text{ cm}^3$.

E, sendo $r > 0$ a medida do raio da base do pote cilíndrico da terceira opção, temos que:

$\pi \cdot r^2 \cdot 2 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3 \Rightarrow r \approx 6 \text{ cm}$.

Como as espessuras são as mesmas, o gasto com o material será diretamente proporcional à área total da superfície externa de cada pote. Essas áreas são:

Pote cúbico: $5 \cdot (6 \text{ cm})^2 = 180 \text{ cm}^2$.

Pote em forma de prisma: $a^2 + 4 \cdot a \cdot 8{,}64 \text{ cm} =$

$= (5 \text{ cm})^2 + 4 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 8{,}64 \text{ cm} = 197{,}8 \text{ cm}^2$.

Pote cilíndrico: $\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot 2 \text{ cm} \approx$

$\approx 3 \cdot (6 \text{ cm})^2 + 6 \cdot 6 \text{ cm} = 180 \text{ cm}^2$.

Logo, o pote em forma de prisma é o que gastará mais material para ser produzido.

C3 • H13

70 Um fabricante de recipientes de vidro tem três opções para criar um novo tipo de pote para requeijão, todos de mesmo volume:

1ª opção: pote em forma de um cubo de aresta 6 cm.

2ª opção: pote em forma de um prisma quadrangular regular de altura 8,64 cm.

3ª opção: pote em forma de um cilindro reto de altura 3 cm.

Nos três casos, a tampa será metálica e, portanto, não haverá gasto do fabricante com material para a tampa. Sabendo que a espessura das bordas e das bases de todos os potes será a mesma, considerando-se o valor de π como sendo 3, são feitas as afirmações:

I. Para esse fabricante tanto faz qual opção escolher, pois o gasto de material para a confecção dos potes será o mesmo nos três casos.

II. O gasto de material, para o fabricante, é maior na segunda opção.

III. O pote de forma cilíndrica é menos vantajoso, pois terá menor quantidade do produto.

Qual ou quais destas afirmações estão corretas?

a) I e II

b) I e III

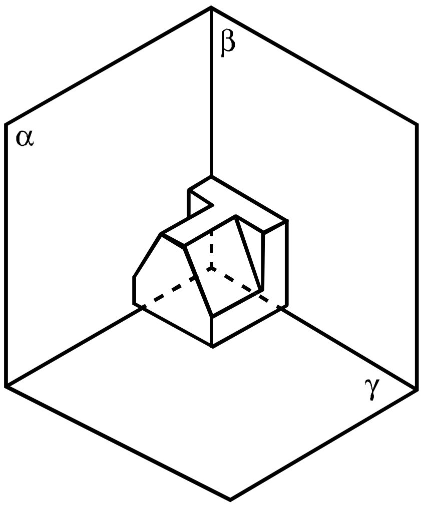
c) II e III

x d) II

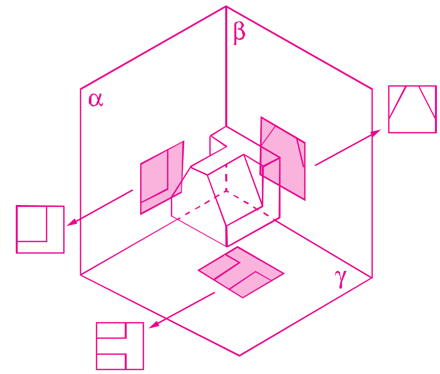
e) III

C3 • H14

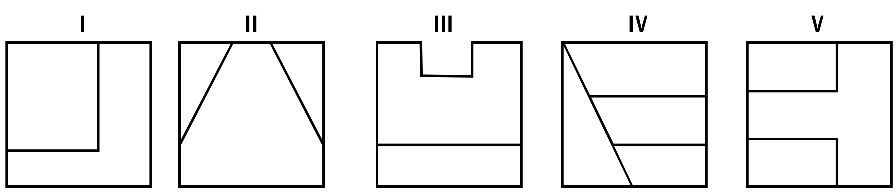
71 Na figura abaixo, os planos α, β e γ são planos ortogonais.



71. A imagem abaixo ilustra as projeções ortogonais da peça nos planos α, β e γ.



Das vistas abaixo, quais não correspondem à projeção ortogonal do sólido nos planos α, β e γ?

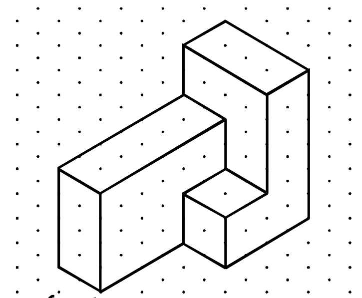


a) I e IV
b) II e IV
x c) III e IV
d) III e V
e) II e V

72. A vista I é frontal e a vista IV é lateral direita.

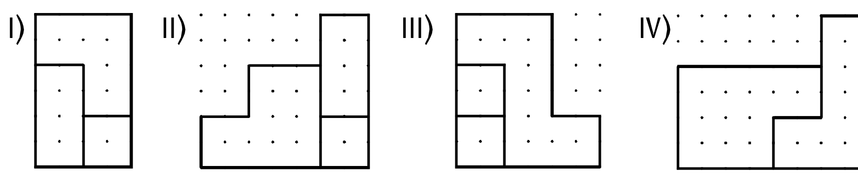
C2 • H7

72 Observe este esquema de um edifício:



frente

Com relação às projeções a seguir, pode-se afirmar que:



a) as projeções I e II não correspondem às vistas da peça.

b) as projeções II e IV não correspondem às vistas da peça.

c) as projeções III e IV não correspondem às vistas da peça.

d) as projeções I e IV não correspondem às vistas da peça.

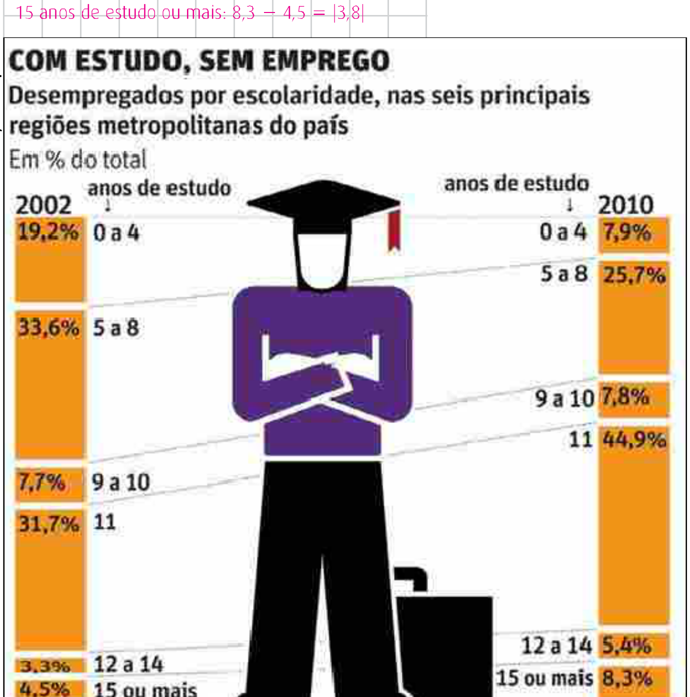
x e) as projeções II e III não correspondem às vistas da peça.

73. Variação do emprego:
De 0 a 4 anos de estudo: 7,9 − 19,2 = |11,3|
De 5 a 8 anos de estudo: 25,7 − 33,6 = |7,9|
De 9 a 10 anos de estudo: 7,8 − 7,7 = |0,1|
11 anos de estudo: 44,9 − 31,7 = |13,2|
De 12 a 14 anos de estudo: 5,4 − 3,3 = |2,1|
15 anos de estudo ou mais: 8,3 − 4,5 = |3,8|

C6 • H24

73 O gráfico a seguir compara a quantidade de desempregados no país, por grau de escolaridade, em dois momentos: 2002 e 2010.

Editoria de Arte/Folhapress



Folha de S.Paulo, 20 mar. 2011.

De acordo com o gráfico e com o contexto do país, é incorreto afirmar que:

a) O desemprego aumentou mais entre os mais escolarizados.

b) O nível de desemprego diminuiu entre as pessoas que possuem até o ensino fundamental 2.

c) O avanço da economia impulsionou, principalmente, os setores que contratam mão de obra com pouca qualificação.

d) Quase metade dos indivíduos que têm apenas o ensino médio está desempregada.

x e) A maior variação de desemprego aparece na faixa dos que possuem apenas o ensino fundamental 1.

C4 • H16

74 Na imagem vê-se um pescador fazendo pose para uma foto. Os óculos do pescador têm 16 cm de largura. Na tela da máquina fotográfica, os óculos do pescador e o peixe medem, respectivamente, 2 cm e 9 cm. Considerando que o peixe e os óculos do pescador pertencem a um plano paralelo ao plano da lente da máquina, determine o comprimento do peixe.

Stephen Mcsweeny/Glow Images

a) 23 cm

b) 55 cm

c) 65 cm

x d) 72 cm

e) 80 cm

74. Com base no enunciado, as dimensões dos óculos do pescador e do peixe diminuem na mesma proporção quando aparecem na tela da máquina fotográfica. Assim:

$\frac{16}{2} = \frac{Comp_{peixe}}{9} \Rightarrow Comp_{peixe} = 72$ cm

C3 • H12

75 Uma das teorias que explicam como foi feito o povoamento da América mostra que povos da Ásia provavelmente atravessaram o estreito de Bering (localização aproximada: 65°47′ N – 169°01′ O) durante a última glaciação. Supondo que a Terra tenha a forma de uma esfera com raio igual a 6 375 km, qual seria a distância aproximada percorrida por esses povos (logo após a passagem pelo estreito de Bering) se caminhassem em linha reta (sobre a mesma longitude) até a linha do Equador?

Adote π = 3,1.

a) 4 380 km

b) 12 750 km

c) 19 762 km

d) 6 375 km

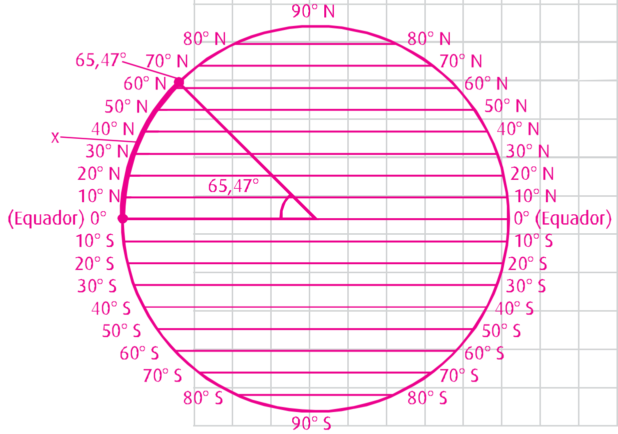
x e) 7 188 km

75.

$180° \ — \ \pi R$

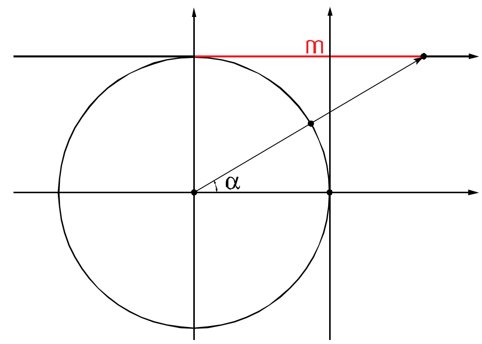
$65{,}47° \ — \ x$

$x = \frac{65{,}47° \cdot 3{,}1 \cdot 6\,375}{180°} \Rightarrow x = 7\,188$ km



C6 • H24

76 Considere o círculo trigonométrico abaixo:



O segmento de medida *m* corresponde a:

a) sec α

b) cossec α

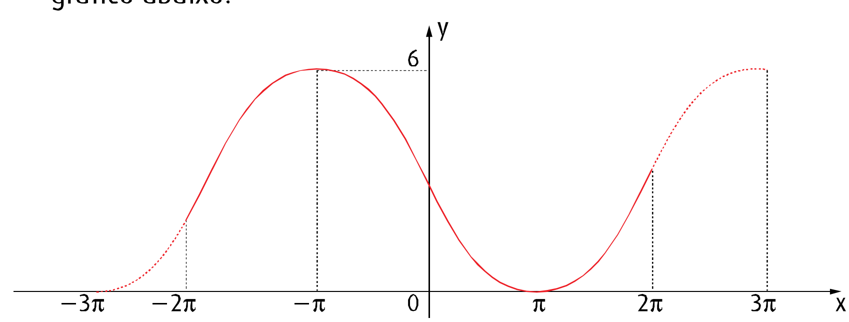
c) tg α

x d) cotg α

e) sen α

C6 • H26

77 Assinale a alternativa que corresponde à função representada pelo gráfico abaixo:



a) $y = 3 \cdot \text{sen}\left(\dfrac{x}{2} - \pi\right) + 3$

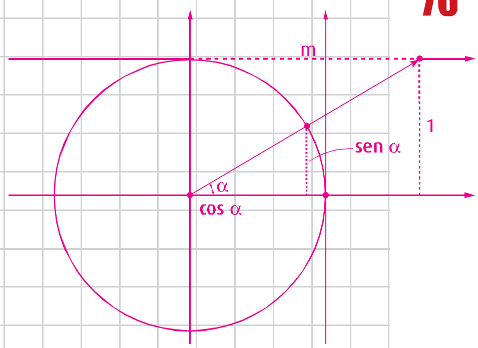
x b) $y = 3 \cdot \text{sen}\left(\dfrac{x}{2} + \pi\right) + 3$

c) $y = 3 \cdot \text{sen}(2x + \pi) + 6$

d) $y = 3 \cdot \text{sen}(2x - \pi) + 6$

e) $y = 3 \cdot \text{sen}(x + \pi) + 3$

76. Observe a figura:



Assim, por semelhança de triângulos, tem-se que:

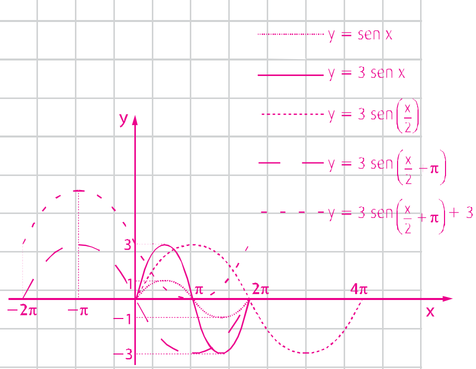
$\dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{1}{m} \Rightarrow m = \dfrac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} \Rightarrow m = \text{cotg}\,\alpha$

77. A partir da função f(x) = sen x, com conjunto imagem Im = [−1,1], período p = 2π e $0 \leq x \leq 2\pi$, pode-se verificar que:

- $f(x) = 3 \cdot \text{sen}\,x \Rightarrow Im = [-3, 3]$, período $p = 2\pi$ e $0 \leq x \leq 2\pi$;
- $f(x) = 3 \cdot \text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) \Rightarrow Im = [-3, 3]$, período $p = 4\pi$ e $0 \leq x \leq 4\pi$; $p = \dfrac{2}{\frac{1}{2}} = 4\pi$
- $f(x) = 3 \cdot \text{sen}\left(\dfrac{x}{2} + \pi\right) \Rightarrow Im = [-3, 3]$, período $p = 4\pi$ e $-2\pi \leq x \leq 2\pi$;

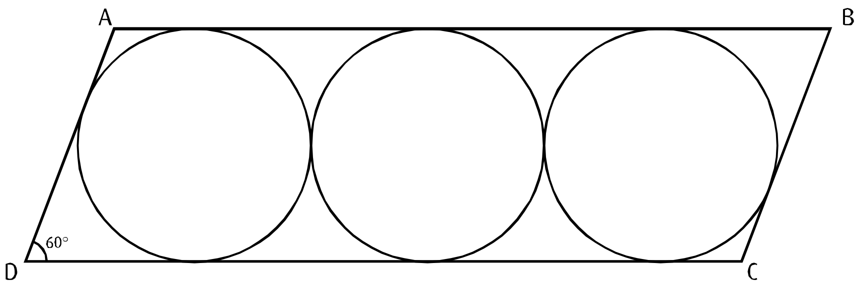
$0 \leq \dfrac{x}{2} + \pi \leq 2\pi \Rightarrow -\pi \leq \dfrac{x}{2} \leq \pi \Rightarrow -2\pi \leq x \leq 2\pi$

- $f(x) = 3 \cdot \text{sen}\left(\dfrac{x}{2} + \pi\right) \Rightarrow Im = [0, 6]$, período $p = 4\pi$ e $-2\pi \leq x \leq 2\pi$.



C3 • H12

78 Na figura abaixo, as circunferências de raio unitário são tangentes entre si e tangenciam os lados do paralelogramo ABCD. Determine a área do paralelogramo.



a) $4 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$

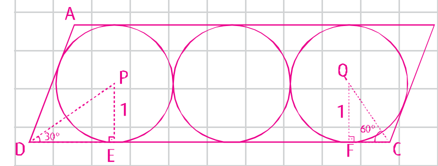
x b) $8 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$

c) $2 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$

d) $8 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + 2\right)$

e) $4 \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + 4\right)$

78. Sejam os pontos P e Q os centros da primeira e da última circunferência, e os pontos E e F os pontos de tangência, tem-se que:



$\operatorname{tg} 30° = \dfrac{1}{DE} \Rightarrow DE = \dfrac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow DE = \sqrt{3}$

$\operatorname{tg} 60° = \dfrac{1}{FC} \Rightarrow FC = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow DE = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Assim, a base CD do paralelogramo medirá:

$CD = \sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{3} + 4 \Rightarrow CD = \dfrac{4\sqrt{3}}{3} + 4$

Como a altura do paralelogramo corresponde ao diâmetro das circunferências, a sua área será igual a:

$A = \left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3} + 4\right) \cdot 2 \Rightarrow A = 8\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)$

C3 • H12

79 Rafael ganhou de seu pai um carrinho para a coleção que está iniciando, uma miniatura idêntica a um veículo real, com comprimento 17,6 cm e com a especificação de que a escala era de 1:24. A prateleira de que dispõe mede 1,50 m de comprimento e Rafael quer colocar nela o maior número possível de miniaturas. Ele lembrou que tinha visto na loja vários modelos na escala 1:32, incluindo um do mesmo modelo do que ele ganhou. Então, calculou o número máximo de carrinhos que caberiam em sua prateleira se ele obtivesse os modelos em tamanho menor. Esse número foi:

a) 9

b) 10

x c) 11

d) 12

e) 13

79. Como a escala de seu presente era de 1:24 e os modelos vistos na loja eram de 1:32, então a escala entre eles é de 24:32 ou, ainda, de 3:4. Logo, o comprimento dos carrinhos da loja é igual a $\dfrac{3}{4} \cdot 17{,}6 = 13{,}2$ cm. O número máximo de carrinhos que Rafael conseguirá colocar na prateleira será de $\dfrac{150 \text{ cm}}{13{,}2 \text{ cm}} = 11{,}36$. Como a quantidade deve ser inteira, caberiam 11 carrinhos.

80. Considerando que a caixa atual tenha 10 m × 10 m × 10 m = 1 000 m³, dobrando sua largura e triplicando sua altura, as novas medidas seriam 20 m × 30 m × 10 m = 6 000 m³.

C2 • H8

80 Um reservatório de água tem a forma de um cubo com capacidade para 1 000 m³ de água. Com o objetivo de aumentar sua capacidade, devido ao crescimento populacional, dobrou-se sua largura e triplicou-se sua altura. A capacidade do novo reservatório, em metros cúbicos, passou a ser de:

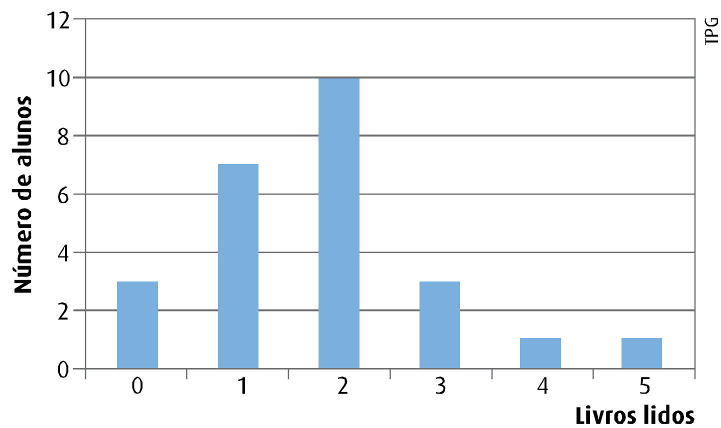
a) 2 000
b) 3 000
c) 4 500
x d) 6 000
e) 9 000

81. Para saber o total de livros lidos, deve-se multiplicar o número de alunos pela quantidade de livros que cada um leu. Organizando os dados em uma tabela:

Número de alunos	Quantidade de livros	Total de livros lidos
3	0	0
7	1	7
10	2	20
3	3	9
1	4	4
1	5	5
25 alunos		45 livros

C6 • H26

81 Foi realizada uma pesquisa sobre o número de livros que cada aluno de uma turma do 3º ano do ensino médio tinha lido nas férias. Os resultados da pesquisa estão representados no gráfico que se segue:



A respeito do gráfico, podemos afirmar que:

a) 50% dos alunos leram exatamente dois livros.
x b) essa turma leu exatamente 45 livros.
c) a média da quantidade dos livros lidos foi de 2,25 livros.
d) o total de alunos desta turma é 24 alunos.
e) todos os alunos leram pelo menos um livro.

C4 • H16

82 Leia o texto do jornal *Folha de S.Paulo*, publicado em 18 de novembro de 2010.

Companhia quer que cliente voe em pé

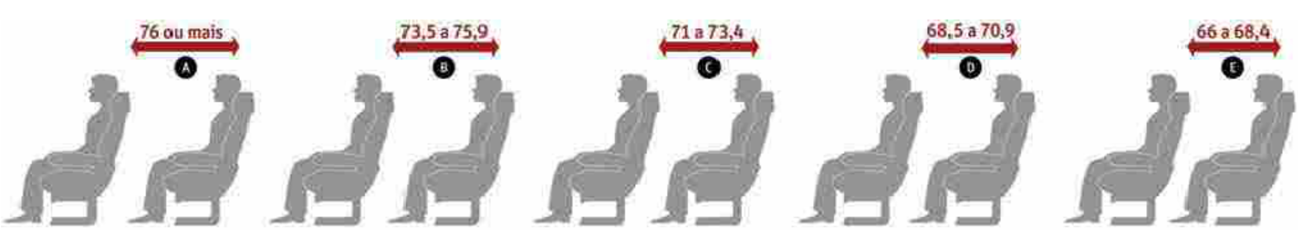
A irlandesa Ryanair polemiza ao anunciar os "assentos verticais"...

O espaço entre a "poltrona" em pé é de 58 cm; passageiro deve usar cinto e permanecer levemente apoiado.

Fotos: Editoria de Arte/Folhapress

A maioria dos passageiros reclama de falta de espaço na classe econômica. Mas isso ainda pode piorar! Pelo menos na Ryanair, empresa aérea *low cost* (de baixo custo) europeia, que planeja diminuir o preço dos bilhetes e atrair clientes nas viagens de até uma hora.

O assento em pé — em inglês, *vertical seating* — foi revelado em setembro na feira Aircraft Interiors Expo Americas. Assim como as poltronas comuns, ele tem cinto de segurança.



82. Considerando que o espaço disponível na classe A para cada passageiro é de 76 cm, temos uma redução de 76 − 58 = 18 cm ao trocar o lugar por um *vertical seating*. Assim: $\frac{18}{76} \approx 23{,}7$. A redução foi de aproximadamente 24% do espaço disponível.

Para se ter uma ideia do aperto: enquanto a distância entre as poltronas da classe A costuma ser de 76 cm ou mais, de acordo com informações das empresas aéreas que operam no país, repassadas à Anac, o espaço dos assentos verticais é de 58 cm – ou menos.

Fonte: <http://www1.folha.uol.com.br/fsp/turismo/fx1811201007.htm>.
Acesso em: 11 dez. 2013.

Considerando como referência a distância de 76 cm entre uma poltrona e outra na classe A de um avião, determine aproximadamente o percentual de redução de espaço para um passageiro ao trocar uma poltrona convencional por um *vertical seating* com 58 cm de distância entre os assentos.

a) 76%

x b) 24%

c) 58%

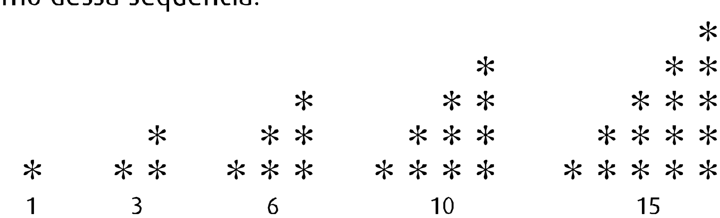
d) 18%

e) 42%

C1 • H2

83. Os números triangulares são representados pela seguinte expressão: $\frac{n(n+1)}{2}$. Portanto, para n = 10, temos: $\frac{10(10+1)}{2} = 55$.

83 Observe os números triangulares abaixo e determine o décimo termo dessa sequência.



a) 40

b) 45

x c) 55

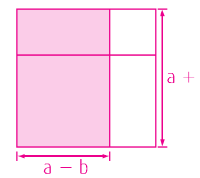
d) 66

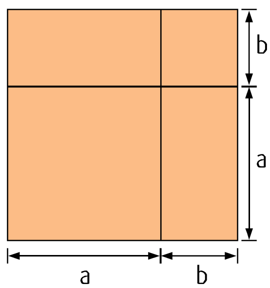
e) 70

C5 • H22

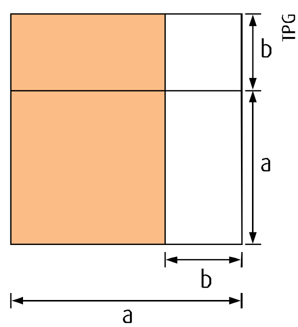
84 A área colorida da figura representa o desenvolvimento do produto notável $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

84. A área da parte laranja da figura corresponde ao produto da soma pela diferença de dois números.





Dentre as alternativas, que valor corresponde à área da parte laranja da figura ao lado?



a) o cubo da soma

b) o quadrado da soma

x c) o produto da soma pela diferença

d) o quadrado da diferença

e) o cubo da diferença

85. figura 1 — prisma
figura 2 — pirâmide
figura 3 — cilindro
figura 4 — cone
figura 5 — prisma
figura 6 — pirâmide

C2 • H7

85 As figuras abaixo correspondem à planificação de alguns sólidos geométricos. Assinale a alternativa que não relaciona corretamente as planificações com os respectivos sólidos.

figura 1

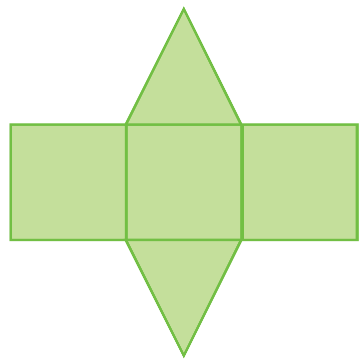
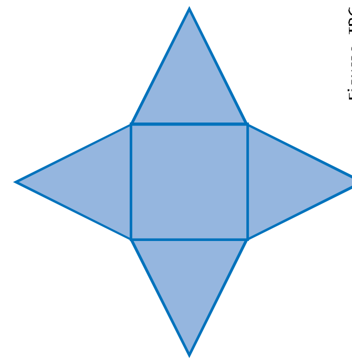


figura 2



Figuras: TPG

figura 3

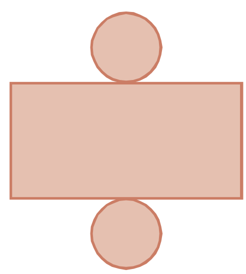


figura 4

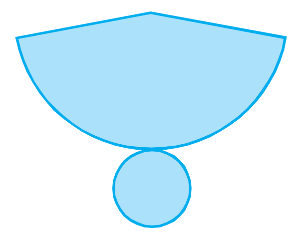


figura 5

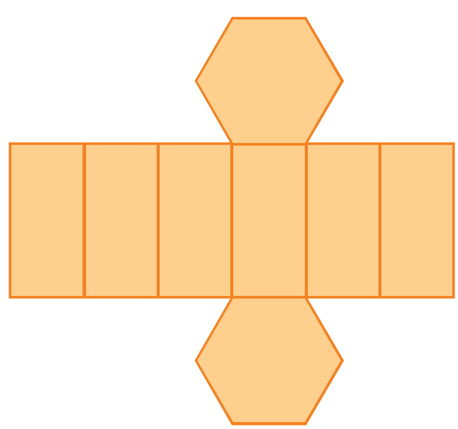
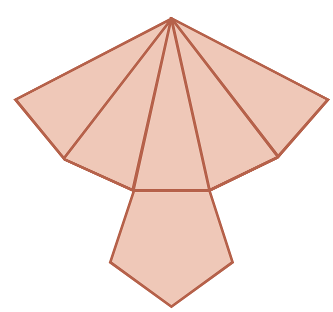


figura 6



a) figura 4 — cone; figura 2 — pirâmide

x b) figura 3 — cilindro; figura 1 — pirâmide

c) figura 5 — prisma; figura 3 — cilindro

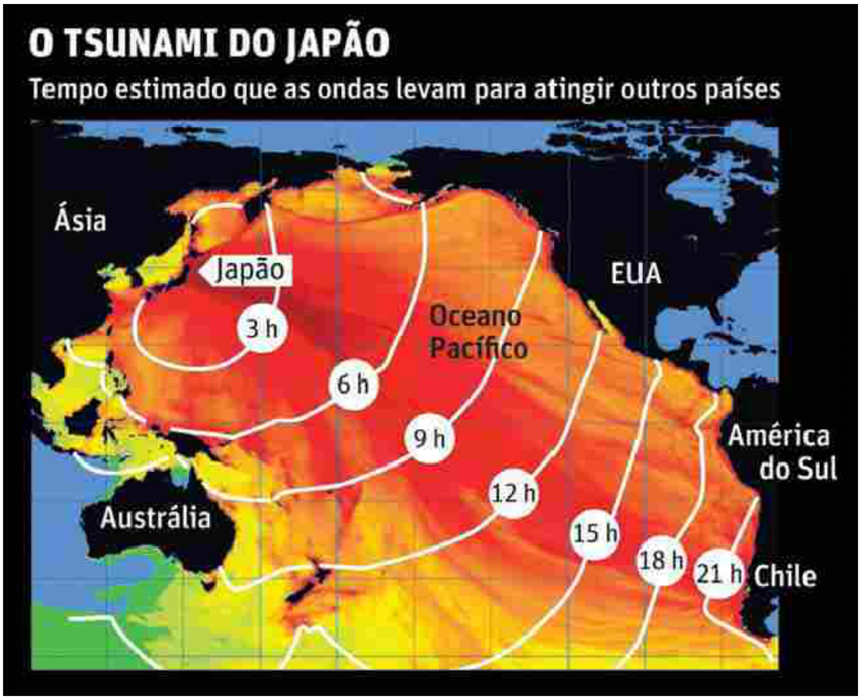
d) figura 1 — prisma; figura 3 — cilindro

e) figura 2 — pirâmide; figura 6 — pirâmide

C3 • H12

86 A energia liberada pelo terremoto de 9 pontos na escala Richter que atingiu a costa nordeste do Japão em março de 2011 provocou um grande *tsunami*, que foi sentido até no Chile, na América do Sul. A figura abaixo mostra uma previsão, feita pelos cientistas, do tempo necessário para que as ondas cheguem a outros países.

Editoria de Arte/Folhapress



Folha de S.Paulo, 12 mar. 2011.

Se o Chile está a aproximadamente 17 000 km do Japão, pode-se verificar que a velocidade do *tsunami* é equivalente à velocidade de um(a):

a) tartaruga.

b) maratonista.

c) carro.

x d) jumbo.

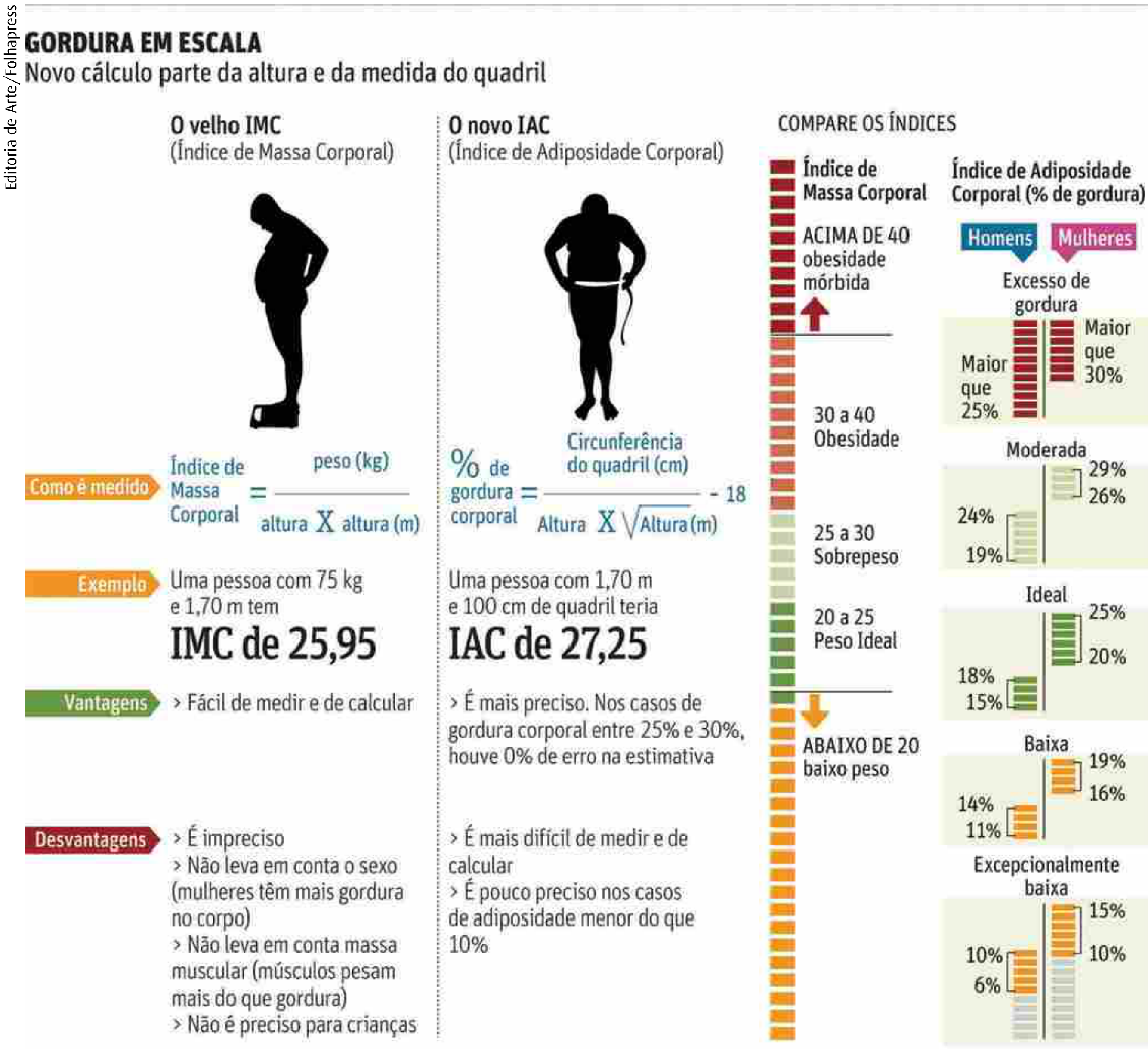
e) avião supersônico.

86. Com os dados apresentados, a velocidade do *tsunami* será de, aproximadamente:
$v = \frac{17\,000}{21} \cong 810$ km/h, que é equivalente à velocidade de um jumbo.

C4 • H17

87 O IMC (Índice de Massa Corporal) é um dos métodos utilizados para medir o grau de magreza ou obesidade de uma pessoa. Recentemente, foi apresentado à comunidade científica um novo método chamado de IAC (Índice de Adiposidade Corporal) que utiliza o comprimento da circunferência do quadril e a altura da pessoa.

Veja o quadro abaixo:



Folha de S.Paulo, 4 mar. 2011.

Pode-se afirmar que:

a) uma pessoa com 75 kg, 1,70 m e 100 cm de quadril estaria em uma situação pior se fosse mulher.

x b) se um homem com 75 kg, 1,70 m e 100 cm de quadril entrar em uma dieta, intensificar os exercícios físicos e conseguir diminuir 20% da circunferência do quadril, ele ficará em uma situação ideal, de acordo com o novo cálculo.

c) com o novo índice, uma pessoa com 1,60 m e com IMC > 50 será classificada de forma diferente.

d) se a pessoa for muito magra, é preferível utilizar IAC em vez de IMC.

e) todos os métodos são precisos nos resultados.

87. a) Falso. Utilizando o IMC, não importa o gênero, ambos estariam com sobrepeso. Utilizando o IAC, se for homem, estará com excesso de gordura, se for mulher, com gordura moderada. Portanto, estará em uma situação pior se for homem.

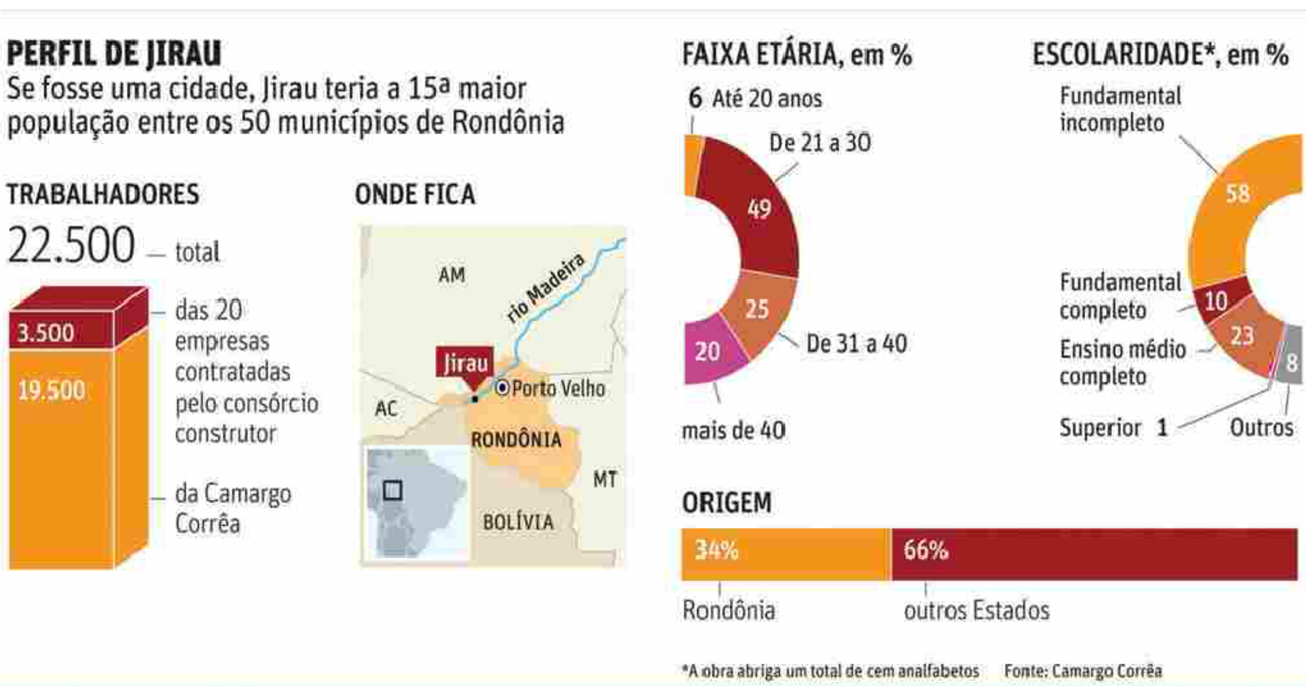
b) Verdadeiro. IAC $= \frac{80}{1,7 \cdot \sqrt{1,7}} \cong 18,20$

c) Uma pessoa com 1,75 m e com IMC > 50 terá massa superior a 144 kg.

As afirmações *d* e *e* são contraditórias em relação ao texto.

C6 • H25

88 Em 27 de março de 2010, a *Folha de S.Paulo* publicou um infográfico com o perfil dos trabalhadores da hidrelétrica de Jirau, que fica no estado de Rondônia.



Editoria de Arte/Folhapress

88. a) Verdadeiro. 22 500 · 80% = 18 000; 18 000 < 19 500

b) Verdadeiro. 22 500 · 10% = 2 250

c) Verdadeiro. 6% (até 20 anos) + 49% (entre 20 e 30 anos) = 55%

d) Verdadeiro. 22 500 · 66% = 14 850

e) Falso. Apenas 1% dos trabalhadores (225) possui ensino superior.

Com base nos gráficos, é incorreto afirmar que:

a) mais de 80% dos trabalhadores são funcionários da Camargo Corrêa.

b) 2 250 trabalhadores possuem apenas o ensino fundamental completo.

c) a maior parte dos trabalhadores tem menos de 30 anos.

d) do total, 14 850 trabalhadores são de outros estados.

x e) apenas 1 trabalhador possui ensino superior.

C4 • H15

89 Qual é a temperatura aproximada, em graus Celsius, indicada no termômetro ao lado?

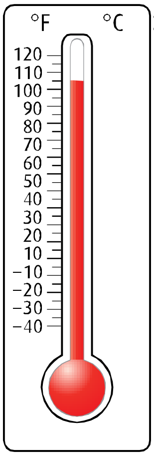
a) 35 °C

x b) 40 °C

c) 45 °C

d) 50 °C

e) 55 °C



TPG

89. Pelo gráfico, a temperatura indicada pelo termômetro é, aproximadamente, de 104 °F. Assim:

$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{C}{5} = \frac{104 - 32}{9} \Rightarrow C = 40\ °C$

Respostas

1. e
2. d
3. c
4. d
5. e
6. b
7. c
8. c
9. b
10. e
11. e
12. c
13. e
14. c
15. c
16. b
17. b
18. a
19. c
20. c
21. d
22. c
23. b
24. d
25. d
26. c
27. a
28. c
29. a
30. a
31. c
32. d
33. d
34. d
35. e
36. e
37. c
38. a
39. a
40. d
41. e
42. d
43. d
44. c
45. c
46. b
47. b
48. e
49. b
50. e
51. c
52. d
53. e
54. c
55. a
56. b
57. b
58. c
59. a
60. b
61. c
62. d
63. a
64. b
65. b
66. e
67. e
68. a
69. d
70. d
71. c
72. e
73. e
74. d
75. e
76. d
77. b
78. b
79. c
80. d
81. b
82. b
83. c
84. c
85. b
86. d
87. b
88. e
89. b

Conecte Matemática – Caderno de competências – 2º ano (Ensino médio)

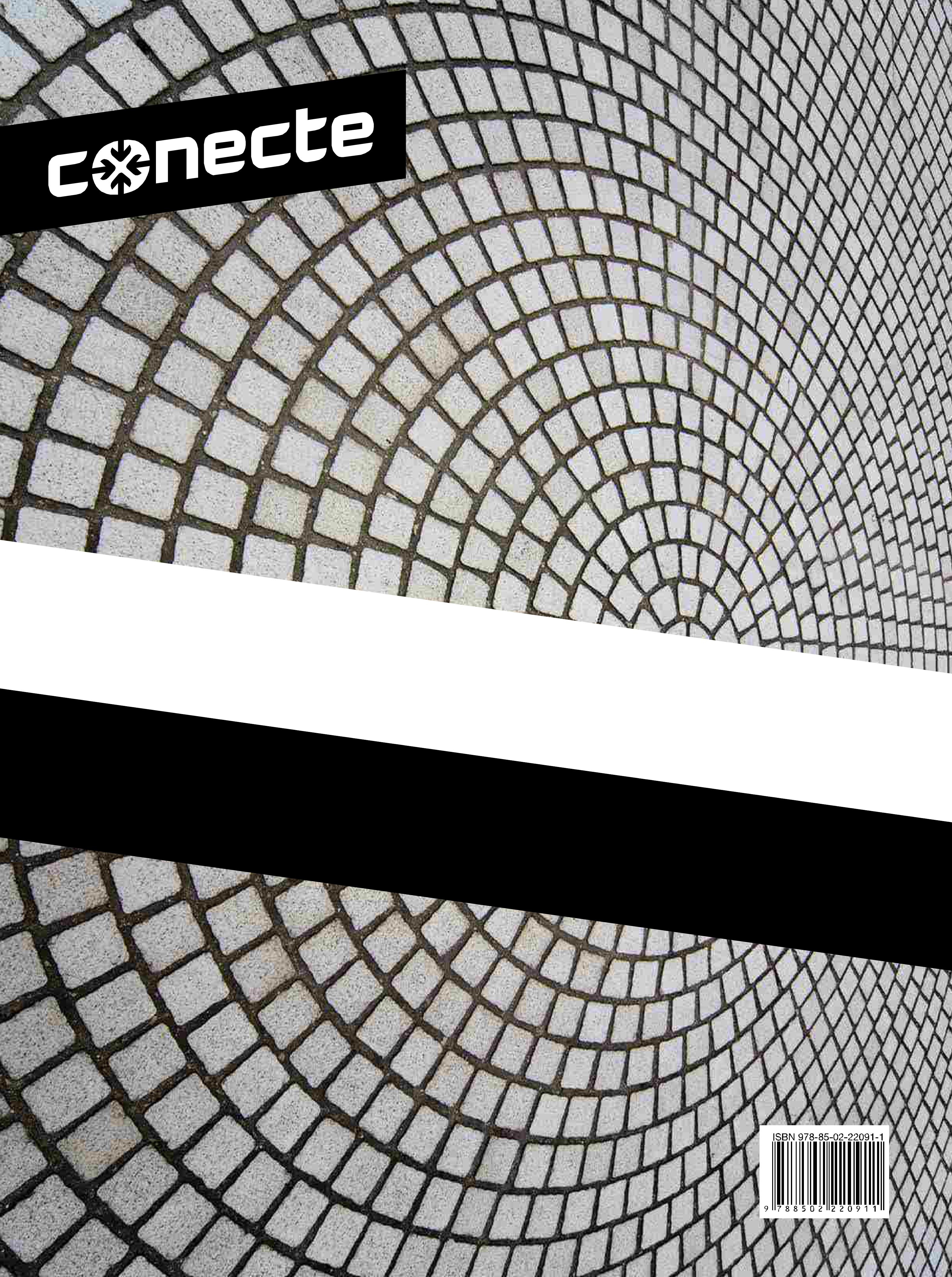
Gerente editorial	M. Esther Nejm
Editor responsável	Viviane de L. Carpegiani Tarraf
Editor	Erich Gonçalves da Silva
Coordenador de revisão	Camila Christi Gazzani
Revisores	Eduardo Sigrist, Rachel Reis, Raquel Alves Taveira
Coordenador de iconografia	Cristina Akisino
Pesquisa iconográfica	Danielle de Alcântara
Gerente de artes	Ricardo Borges
Coordenador de artes	José Maria de Oliveira
Produtor de artes	Narjara Lara
Design	Homem de Melo & Troia Design
Foto de capa	Ed Freeman/Photodisc/Getty Images
Diagramação	Elcyr Alberto de Oliveira, Marcos Zolezi
Ilustrações	Cartoon Estúdio, Paulo Cesar Pereira, TPG
Cartografia	Mario Yoshida
Assistente	Paula Regina Costa de Oliveira
Tratamento de imagens	Emerson de Lima
Produtor gráfico	Robson Cacau Alves
Impressão e acabamento	

731.895.002.001

Editora Saraiva

SAC 0800-0117875
De 2ª a 6ª, das 8h30 às 19h30
www.editorasaraiva.com.br/contato

Rua Henrique Schaumann, 270 – Cerqueira César – São Paulo/SP – 05413-909



conecte

ISBN 978-85-02-22091-1