

Problemas e Sistemas do Segundo Grau

MATEMÁTICA 1

Competência(s):
5

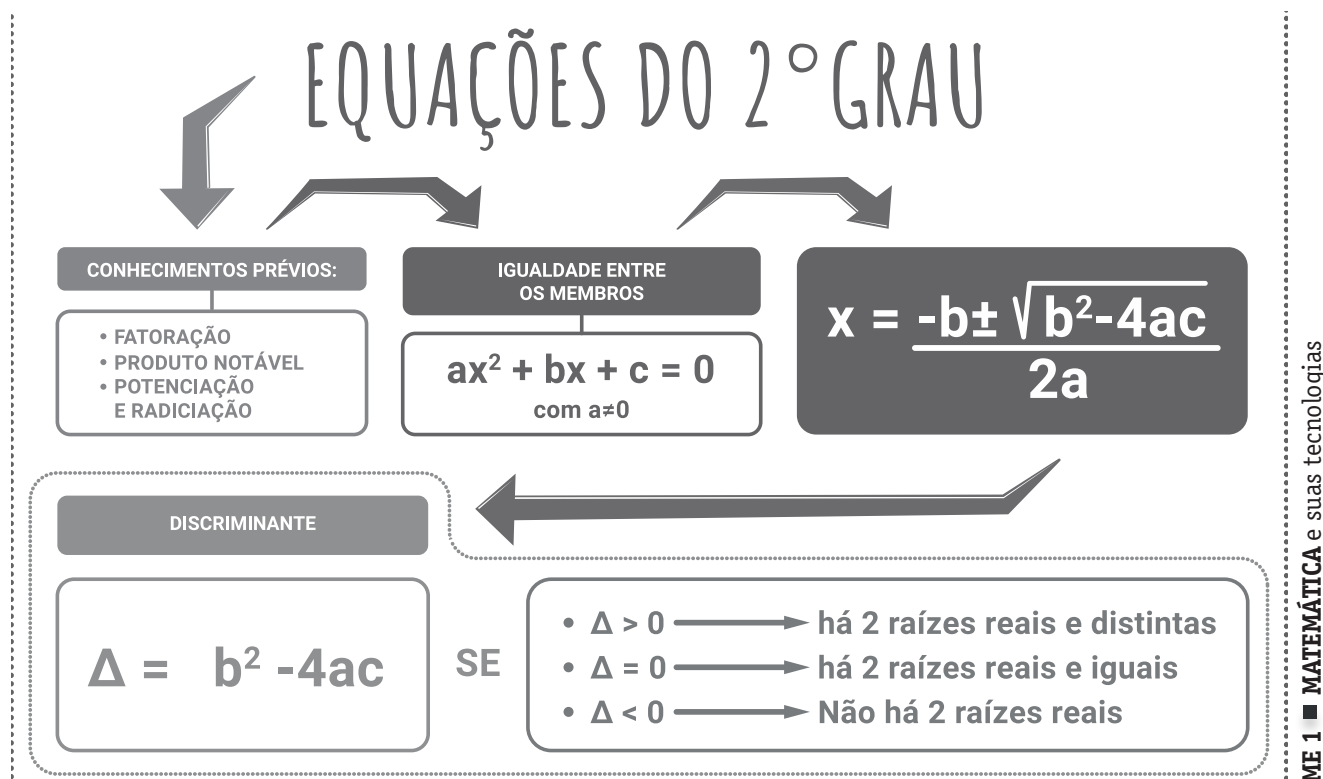
Habilidade(s):
19, 21, 22 e 23

AULAS 5 e 6

VOCÊ DEVE SABER!

Equações do segundo grau
Equações do 2º grau incompletas
Equações do 2º grau completas
O discriminante
Forma fatorada
Soma e produto das raízes
Equações biquadradas

MAPEANDO O SABER



ANOTAÇÕES

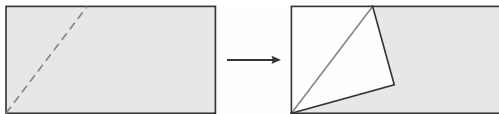


EXERCÍCIOS DE SALA

- (FUVEST)** Os funcionários de um salão de beleza compraram um presente no valor de R\$ 200,00 para a recepcionista do estabelecimento. No momento da divisão igualitária do valor, dois deles desistiram de participar e, por causa disso, cada pessoa que ficou no grupo precisou pagar R\$ 5,00 a mais que a quantia originalmente prevista. O valor pago por pessoa que permaneceu na divisão do custo do presente foi:
 - R\$ 10,00
 - R\$ 15,00
 - R\$ 20,00
 - R\$ 25,00
 - R\$ 40,00
- (G1 - IFSP)** A soma das soluções inteiras da equação $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 25) \cdot (x^2 - 5x + 6) = 0$ é
 - 1.
 - 3.
 - 5.
 - 7.
 - 11.
- (G1 - UTFPR)** O(s) valor(es) de m para que a equação $x^2 + mx + 3 = 0$ tenha apenas uma raiz real é(são):
 - 0.
 - ± 4 .
 - 12.
 - $\pm 2\sqrt{3}$.
 - inexistente para satisfazer esta condição.
- (G1 - IFAL)** Determine o valor de k na equação $x^2 - 12x + k = 0$, de modo que uma raiz seja o dobro da outra:
 - 12.
 - 18.
 - 24.
 - 28.
 - 32.
- (UNESP)** Uma pessoa, em seu antigo emprego, trabalhava uma quantidade x de horas por semana e ganhava R\$ 60,00 pela semana trabalhada. Em seu novo emprego, essa pessoa continua ganhando os mesmos R\$ 60,00 por semana. Trabalha, porém, 4 horas a mais por semana e recebe R\$ 4,00 a menos por hora trabalhada. O valor de x é
 - 6.
 - 8.
 - 10.
 - 12.
 - 14.
- (FUVEST)** Um empreiteiro contratou um serviço com um grupo de trabalhadores pelo valor de R\$ 10.800,00 a serem igualmente divididos entre eles. Como três desistiram do trabalho, o valor contratado foi dividido igualmente entre os demais. Assim, o empreiteiro pagou, a cada um dos trabalhadores que realizaram o serviço, R\$ 600,00 além do combinado no acordo original.
 - Quantos trabalhadores realizaram o serviço?
 - Quanto recebeu cada um deles?
- (UNESP)** Um grupo de x estudantes se juntou para comprar um computador portátil (notebook) que custa R\$ 3.250,00. Alguns dias depois, mais três pessoas se juntaram ao grupo, formando um novo grupo com $x + 3$ pessoas. Ao fazer a divisão do valor do computador pelo número de pessoas que estão compondo o novo grupo, verificou-se que cada pessoa pagaria R\$ 75,00 a menos do que o inicialmente programado para cada um no primeiro grupo. O número x de pessoas que formavam o primeiro grupo é:
 - 9.
 - 10.
 - 11.
 - 12.
 - 13.
- (UNESP)** Em uma loja, todos os CDs de uma determinada seção estavam com o mesmo preço, y . Um jovem escolheu, nesta seção, uma quantidade x de CDs, totalizando R\$ 60,00.
 - Determine y em função de x .
 - Ao pagar sua compra no caixa, o jovem ganhou, de bonificação, 2 CDs a mais, da mesma seção e, com isso, cada CD ficou R\$ 5,00 mais barato. Com quantos CDs o jovem saiu da loja e a que preço saiu realmente cada CD (incluindo os CDs que ganhou)?

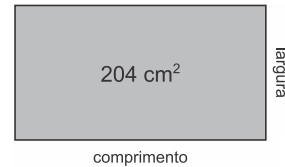
ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

- (G1 - IFCE)** A solução real positiva da equação $x^2 - \sqrt{2} \cdot x - 12 = 0$ é o número
 - $2\sqrt{2}$.
 - $3\sqrt{2}$.
 - $\sqrt{2}$.
 - $4\sqrt{2}$.
 - $5\sqrt{2}$.
- (UFRGS)** As raízes da equação $2x^2 + bx + c = 0$ são 3 e -4. Nesse caso, o valor de $b - c$ é:
 - 26.
 - 22.
 - 2.
 - 22.
 - 26.
- (G1 - UTFPR)** Assinale a alternativa que apresenta a solução da equação biquadrada $x^4 + x^2 - 6 = 0$, no conjunto dos números reais.
 - $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.
 - $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$.
 - $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$.
 - $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right\}$.
 - $\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$.
- (UEFS)** Uma folha de papel retangular de área 32 cm^2 , colorida na frente e branca no verso, é dobrada ao longo de uma linha tracejada. Após essa dobra, a parte do verso da folha que fica visível tem a forma de um triângulo e a parte colorida que não ficou encoberta tem a forma de um pentágono, conforme mostra a figura.



- Dado que o perímetro desse pentágono é 24 cm, a diferença entre o maior e o menor lado dessa folha de papel é
- 2 cm.
 - 3 cm.
 - 4 cm.
 - 5 cm.
 - 6 cm.

- (UFRGS)** Se a e b são as raízes da equação $x^2 - 6x + 3 = 0$, então o valor de $\left(\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}\right)^{-2}$ é
 - 2.
 - 4.
 - 6.
 - 8.
 - 10.
- (G1 - CMRJ)** A figura ilustra uma chapa metálica retangular bem fina cuja superfície vale 204 cm^2 .



Devido à dilatação térmica, a maior das dimensões (comprimento) foi aumentada de 3 cm e a largura, de 2 cm, fazendo com que essa superfície seja aumentada de 76 cm^2 .

“Observe que a área de um retângulo corresponde ao produto do comprimento pela largura.”

- Nessas condições, o comprimento pode ter dois valores, ambos contidos no intervalo
- [11,0; 12,5].
 - [13,5; 15,5].
 - [14,5; 16,5].
 - [16,5; 18,5].
 - [17,5; 19,5].

- (FAMEMA)** Um grupo de N amigos decidiu comprar um presente para uma de suas professoras. O preço do presente é R\$ 396,00 e será dividido em partes iguais entre eles. No dia de comprar o presente, um dos amigos desistiu de participar da compra, o que resultou em um aumento de R\$ 3,00 na parte de cada um dos amigos que restou no grupo. O número N de amigos no grupo original era igual a
 - 11.
 - 18.
 - 12.
 - 9.
 - 6.
- (FGV)** As duas raízes da equação $x^2 - 63x + k = 0$ na incógnita x são números inteiros e primos. O total de valores distintos que k pode assumir é
 - 4.
 - 3.
 - 2.
 - 1.
 - 0.

9. **(Pucsp)** Atribui-se aos pitagóricos a regra para a determinação da tríade que fornece os três lados de um triângulo retângulo. Essa regra é dada por $\left(\frac{m^2-1}{2}, m, \frac{m^2+1}{2}\right)$ sendo m um número inteiro ímpar e $m \geq 3$.

Fonte: Carl B. Boyer: História da matemática - Editora Edgard Blücher - 1974 (Adaptado)

Considere um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c , com $b > c$, cujos lados obedeçam a essa regra. Se $a + b + c = 90$, o valor de $a \cdot c$, é

- a) 327
b) 345
c) 369
d) 381
10. **(UNIFOR - MEDICINA)** A tabela abaixo corresponde às quantidades de atendimentos realizados por especialização na emergência de um determinado hospital, nos anos considerados

Quantidades de Atendimentos				
Especialização	2018	2019	2020	TOTAL
Neurologista	$1.180 + y$	$2.400 + z$	$1.401 + y$	4.995
Cardiologista	$224 + y$	$851 + 2z$	$1.132 - z$	2.215
Gastroenterologista	12	$790 + w$	969	1.779
Ortopedista	700	617	310	1.627
Total	$3.848 - 20x$	$4.500 + 2x$	$1.967 + 0,25x^2$	10.616

Considerando essa tabela e sabendo que, em 2019, foram realizados mais de 4.600 atendimentos, é correto afirmar que

- a) $x + 2z = 10y + 3w + 6$.
b) $x > 5y + 10z + 6w$.
c) $x + z < y + w$.
d) $5z + 10w > 2x + y$.
e) $x + 5z = y + 10w$.
11. **(Uece)** Considere a equação $x^2 + px + q = 0$, onde p e q são números reais. Se as raízes desta equação são dois números inteiros consecutivos, positivos e primos, então, o valor de $(p + q)^2$ é igual a
- a) 1.
b) 4.
c) 9.
d) 16.
12. **(G1 - epcar (Cpcar))** Numa doceria comprei dois tipos de doce. Do primeiro tipo, 6 unidades de determinado valor unitario. Do segundo tipo, cujo valor unitario é 3 reais mais caro que o primeiro tipo, comprei uma quantidade que equivale ao dobro do valor unitario do primeiro tipo. Entreguei seis notas de 50 reais para pagar tal compra e recebi 30 reais de troco. Dos dois tipos de doce que comprei, gastei com o mais caro, em reais, um total de
- a) 216
b) 198
c) 162
d) 146
13. **(Enem PPL)** Uma fábrica utiliza sua frota particular de caminhões para distribuir as 90 toneladas de sua produção semanal. Todos os caminhões são do mesmo modelo e, para aumentar a vida útil da frota, adota-se a política de reduzir a capacidade máxima de carga de cada caminhão em meia tonelada. Com essa medida de redução, o número de caminhões necessários para transportar a produção semanal aumenta em 6 unidades em relação ao número de caminhões necessários para transportar a produção, usando a capacidade máxima de carga de cada caminhão.

Qual é o número atual de caminhões que essa fábrica usa para transportar a produção semanal, respeitando-se a política de redução de carga?

- a) 36
- b) 30
- c) 19
- d) 16
- e) 10

14. Em março de 2016, Jorge, professor de Matemática, desejava comprar certa quantidade de calculadoras modelo "X" para poder realizar algumas atividades com seus alunos em sala de aula. Após algumas buscas pela internet, observou, na época, que gastaria R\$ 300,00 no total.

Como o professor achou que o preço unitário do produto não aumentaria ao longo do ano e como as atividades em que usaria as calculadoras só ocorreriam em setembro, resolveu esperar um pouco. Lembrou-se de fazer uma segunda verificação em julho, quando descobriu que o preço unitário da mercadoria tinha sofrido um acréscimo de R\$ 20,00. Como pretendia gastar ainda os mesmos R\$ 300,00, percebeu que acabaria comprando, no total, menos quatro peças do que compraria em março.

Sabe-se que o professor pretendia que cada aluno de sua turma recebesse uma calculadora para realizar as atividades planejadas. Sendo assim, podemos afirmar que

- a) em março, ele compraria mais de 8 calculadoras.
- b) em março, cada peça custaria menos que R\$ 30,00.
- c) em julho, cada peça custaria mais que R\$ 50,00.
- d) em julho, ele compraria menos de 6 calculadoras.

15. (PUCPR MEDICINA) Trabalhando juntas, duas máquinas fazem um determinado trabalho em quatro horas a menos do que a mais rápida delas levaria para fazê-lo sozinha. A mais lenta dentre as duas, por sua vez, para fazer sozinha esse mesmo trabalho, levaria cinco horas a mais do que levaria sozinha a mais rápida. Quanto tempo é necessário para que, juntas, essas máquinas possam efetuar dois desses trabalhos?

- a) 10 horas.
- b) 12 horas.
- c) 15 horas.
- d) 18 horas.
- e) 20 horas.

16. (UEL) Considere a fórmula do termo geral de uma sequência finita de números primos, apresentada a seguir, em que a_n representa o n -ésimo termo e n corresponde a um número natural, tal que $1 \leq n \leq 40$.

$$a_n = n^2 - n + 41$$

A partir dessas informações, responda aos itens a seguir.

- a) Determine o primeiro e o último número primo dessa sequência. Justifique sua resposta, apresentando os cálculos realizados na resolução deste item.
- b) Qual a posição do número primo 251 nessa sequência? Justifique sua resposta, apresentando os cálculos realizados na resolução deste item.

17. (UEL) João é dono de um *food truck*, uma espécie de lanchonete estruturada em uma carroceria de um veículo móvel (caminhão) e utilizada para preparar e vender lanches. Ele quer enfeitar uma das faces da carroceria de seu caminhão, cujo formato é retangular, contornando-a com fita de led.

Considerando que João precisa de exatamente 700 cm de fita de led e que a área retangular limitada pela fita de led deve ser igual a 30.000 cm², determine as dimensões desse retângulo.

Justifique sua resposta apresentando os cálculos realizados na resolução desta questão.

18. (G1) Resolva em IR:

- a) $16x^4 + 9 = 40x^2$
- b) $\sqrt{5x+1} + 1 = x$

19. (Ufpr) Tripla pitagórica é uma sequência de três números inteiros positivos que satisfazem o famoso Teorema de Pitágoras. Em outras palavras, se a sequência (a, b, c) é uma tripla pitagórica, então o triângulo de lados a, b e c é um triângulo retângulo. Por exemplo, $(5, 12, 13)$ e $(5, 12, 13)$ são triplas pitagóricas.

- a) Verifique se a sequência $(20, 21, 29)$ é uma tripla pitagórica. Justifique sua resposta.
- b) Justifique por que a sequência de números inteiros $(n, n + 3, n + 5)$ não constitui uma tripla pitagórica para nenhum n inteiro positivo.

20. (Unicamp) Uma transportadora entrega, com caminhões, 60 toneladas de açúcar por dia. Devido a problemas operacionais, em um certo dia cada caminhão foi carregado com 500kg a menos que o usual, tendo sido necessário, naquele dia, alugar mais 4 caminhões.

- a) Quantos caminhões foram necessários naquele dia?
- b) Quantos quilos transportou cada caminhão naquele dia?

GABARITO

1. B 2. E 3. C 4. C 5. B
6. D 7. C 8. D 9. C 10. A
11. A 12. A 13. A 14. A 15. B

16.

a) Calculando:

$$a_1 = 1^2 - 1 + 41 \Rightarrow a_1 = 41$$

b) Calculando:

$$251 = n^2 - n + 41 \Rightarrow n^2 - n - 210 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-210) = 841$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{841}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 29}{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 15 \Rightarrow 251 = a_{15} \\ \text{ou} \\ n = -14 \text{ (não convém)} \end{cases}$$

17.

Calculando:

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 700 \\ x \cdot y = 30000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 350 \rightarrow x = 350 - y \end{cases}$$

$$x + y = 350 \rightarrow x = 350 - y$$

$$(350 - y) \cdot y = 30000 \rightarrow y^2 - 350y + 30000 = 0 \rightarrow \begin{cases} y' = 150 \rightarrow x' = 200 \\ y'' = 200 \rightarrow x'' = 150 \end{cases}$$

Assim, as dimensões do retângulo são 150 e 200 centímetros.

18.

a) $V = \{ \pm 3/2 ; \pm 1/4 \}$

b) $V = \{ 7 \}$

19.

a) A sequência (20, 21, 29) é uma tripla pitagórica.

Calculando:

$$29^2 = 21^2 + 20^2 \Rightarrow 841 = 441 + 400$$

b) Calculando:

$$(n+5)^2 = (n+3)^2 + n^2 \Rightarrow n^2 + 10n + 25 = n^2 + 6n + 9 + n^2 \Rightarrow n^2 - 4n - 16 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 16 + 64 \Rightarrow \Delta = 80$$

$$n = \frac{4 \pm \sqrt{80}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \cdot (1 + \sqrt{5}) \\ \text{ou} \\ n = 2 \cdot (1 - \sqrt{5}) \end{cases}$$

Logo, não há número inteiro n que satisfaça o Teorema de Pitágoras para a sequência dada.

20.

a) 24

b) 2.500 kg