Questão 1

Encontre o termo geral da progressão aritmética (PA) abaixo:

A = (3, 7, ...)

Questão 2

A soma dos 20 termos de uma PA é 500. Se o primeiro termo dessa PA é 5, qual é a razão **r**dessa PA?

Questão 3

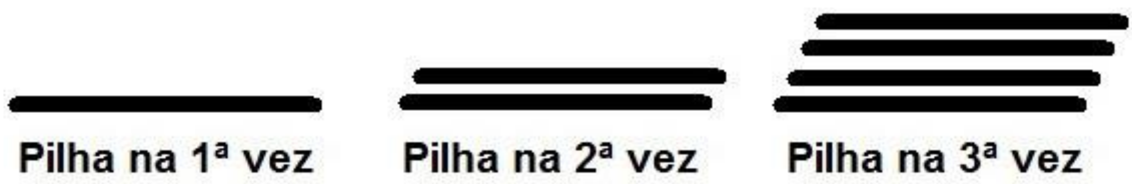
(UF – CE) A soma dos 15 primeiros termos de uma progressão aritmética é 150. O 8° termo dessa PA é:
a) 10
b) 15
c) 20
d) 25
e) 30

Questão 4

(Osec – SP) Um jardim tem uma torneira e dez roseiras dispostas em linha reta. A torneira dista**50 m** da primeira roseira e cada roseira dista **2 m** da seguinte. Um jardineiro, para regar as roseiras, enche um balde na torneira e despeja seu conteúdo na primeira. Volta à torneira e repete a operação para cada roseira seguinte. Após regar a última roseira e voltar à torneira para deixar o balde, ele terá andado:
a) 1200 m.
b) 1180 m.
c) 1130 m.
d) 1110 m.
e) 1000 m.

Questão 5

(Vunesp) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. A espessura de cada tábua é 0,5 cm. Forma-se uma pilha de tábuas colocando-se uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha.



Determine, ao final de nove dessas operações:
a) quantas tábuas terá a pilha;
b) a altura, em metros, da pilha.

Questão 6

Determine a soma dos 10 primeiros termos da PG (1, 3, 9, 27).

Resposta Questão 1

Apesar de a sequência apresentar apenas dois elementos, já podemos destacar dois termos importantes. Temos o primeiro elemento (**$a_1 = 3$)** e ainda a razão, que é dada pela diferença de um termo pelo termo imediatamente anterior. Portanto, a razão **r** é dada por **r = 7 – 3 = 4**. Dessa forma, é possível determinar a fórmula de seu termo geral:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$
$$a_n = 3 + (n - 1).4$$
$$a_n = 3 + 4n - 4$$
$$a_n = 4n - 1$$

Então, o termo geral da PA (3, 7, …) é **$a_n = 4n - 1$**.

Resposta Questão 2

As informações das quais dispomos são que **n = 20, $S_n = 500$ e $a_1 = 5$**. Vamos utilizar a fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética para encontrar o último termo dessa sequência:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$
$$500 = \frac{(5 + a_{20}).20}{2}$$
$$500.2 = (5 + a_{20}).20$$
$$1000 = 100 + 20.a_{20}$$
$$1000 - 100 = 20.a_{20}$$
$$900 = 20.a_{20}$$
$$a_{20} = \frac{900}{20}$$
$$a_{20} = 45$$

Vamos agora utilizar a fórmula do termo geral para encontrar o valor da razão **r**:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$
$$45 = 5 + (20 - 1).r$$
$$45 - 5 = 19.r$$
$$r = \frac{40}{19} \approx 2$$

Portanto, a razão dessa PA é de aproximadamente **2 cm.**

Resposta Questão 3

Se a soma dos 15 primeiros termos é 150, na fórmula da soma de uma PA, teremos que **$S_n = 150$** e **n = 15**. Logo:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$
$$150 = \frac{(a_1 + a_{15}).15}{2}$$
$$300 = (a_1 + a_{15}).15$$
$$\frac{300}{15} = a_1 + a_{15}$$
$$a_1 + a_{15} = 20$$

Nesse exercício, não temos determinada a razão da progressão aritmética. Portanto, utilizaremos uma ideia que pode facilmente ser demonstrada em uma progressão aritmética qualquer. Um elemento da sequência é igual à média aritmética do elemento que o antecede e do elemento que o sucede. Por exemplo, dada a progressão aritmética **$A_n = (a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1})$,** temos que:

$$A_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}$$

Sendo assim, podemos dizer que:

$$A_8 = \frac{a_7 + a_9}{2}$$

Além disso, em uma progressão aritmética, a soma dos termos equidistantes é igual. Para esse exercício, temos a sequência:

$\mathbf{A_n = (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15})}$

$\mathbf{a_1 + a_{15}} = a_2 + a_{14} = a_3 + a_{13} = \ldots = \mathbf{a_7 + a_9}$

Retornando às equações anteriores, podemos então reescrever o termo $\mathbf{A_8}$, substituindo a soma "$\mathbf{a_7 + a_9}$" por "$\mathbf{a_1 + a_{15}}$", que é equivalente, portanto:

$$A_8 = \frac{a_1 + a_{15}}{2}$$

$$A_8 = \frac{20}{2}$$

$$A_8 = 10$$

A alternativa correta é a letra **a**.

Resposta Questão 4

Para regar a primeira roseira, o jardineiro está próximo à torneira e precisa andar 50 m para chegar à roseira e outros 50 m para retornar à torneira, andando nesse primeiro momento**100 metros**.

Novamente, o jardineiro sairá de próximo da torneira e andará 50 m até a primeira roseira e mais dois metros até a segunda roseira para então retornar, andando assim outros 52 metros de volta, o que totaliza **104 metros** de caminhada.

Para regar a terceira roseira, o jardineiro fará o mesmo percurso que acabara de fazer com o acréscimo de dois metros na ida e dois metros na volta, em decorrência da distância entre a segunda e a terceira roseira, totalizando **108 metros** de percurso.

O trajeto percorrido pelo jardineiro pode ser considerado uma progressão aritmética de razão 4, observe:

$$A_{10} = (100, 104, 108, \ldots, a_{10})$$

Vamos identificar o último termo dessa sequência, que corresponde ao trajeto do jardineiro ao regar a décima roseira. Utilizaremos a fórmula do termo geral para encontrar o $\mathbf{a_{10}}$.

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_{10} = a_1 + (10 - 1).r$$

$$a_{10} = 100 + 9.r$$

$$a_{10} = 100 + 9.4$$

$$a_{10} = 100 + 36$$

$$a_{10} = 136$$

Se queremos saber o percurso total percorrido pelo jardineiro, podemos calcular a soma dos termos dessa progressão aritmética:

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}).10}{2}$$

$$S_{10} = \frac{(100 + 136).10}{2}$$

$$S_{10} = 236.5$$

$$S_{10} = 1.180$$

Portanto, a alternativa que corresponde ao percurso total feito pelo jardineiro é a letra **b**.

Resposta Questão 5

a) Se nós organizarmos a quantidade de madeiras em cada pilha, teremos formada uma progressão geométrica (1, 2, 4,...). Vamos identificar a razão dessa PG:

$$q = \frac{a_2}{a_1}$$
$$q = {}^2/_1$$
$$q = 2$$

Agora que já identificamos que a razão da PG é **2**, podemos utilizar a fórmula do termo geral para saber quantas tábuas haverá na nona pilha:

$$a_n = a_1.q^{n-1}$$
$$a_9 = a_1.q^8$$
$$a_9 = 1 . 2^8$$
$$a_9 = 256$$

A nona pilha será composta por **256 tábuas**.

b) Se cada tábua possui 0,5 cm de espessura, basta multiplicar esse valor pela quantidade de tábuas da nona pilha. Portanto, **0,5 . 256 = 128 cm** ou **1,28 m**.

Resposta Questão 6

Vamos identificar a razão **q** dessa PG:

$$q = \frac{a_2}{a_1}$$
$$q = \frac{3}{1}$$
$$q = 3$$

Identificada a razão **q = 3**, vamos utilizar a fórmula da soma dos *n* primeiros termos:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$
$$S_{10} = \frac{1(3^{10} - 1)}{3 - 1}$$
$$S_n = \frac{59049 - 1}{3 - 1}$$
$$S_n = \frac{59048}{2}$$
$$S_n = 29524$$