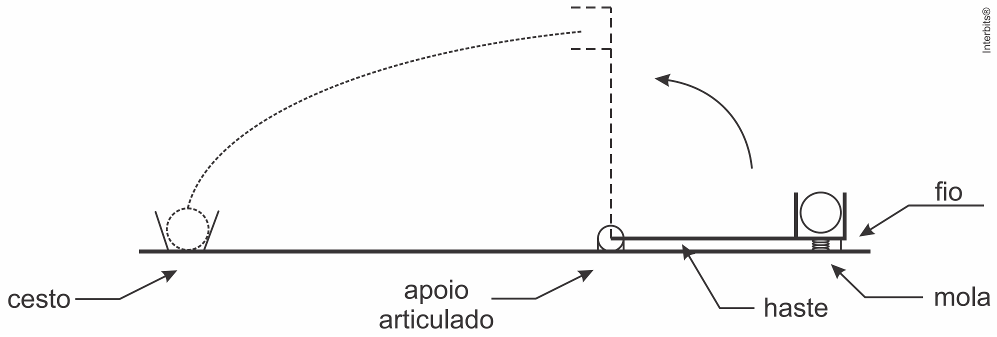
1. (Ime 2019)



A figura mostra uma haste de massa desprezível com um apoio articulado em uma extremidade. A outra extremidade possui um recipiente apoiado em uma mola e amarrado ao solo por um fio. A haste é mantida na posição horizontal e a mola comprimida. Uma bola é colocada nesse recipiente e, após o corte do fio, o sistema é liberado com distensão instantânea da mola.

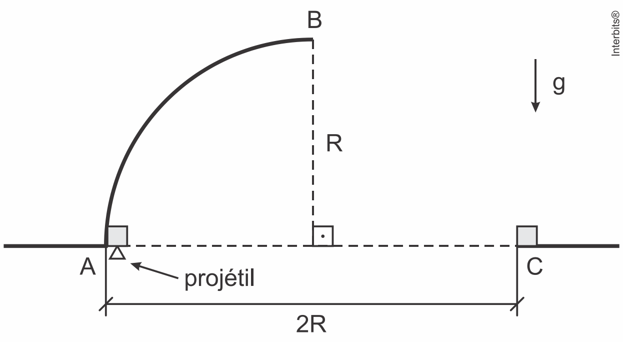
A constante elástica da mola, em N/m, para que, quando a prancha estiver perpendicular ao solo, a bola seja lançada e acerte o cesto é:

Dados:
- comprimento da prancha: $1\,m$;
- distância do apoio ao cesto: $5\,m$;
- massa da bola: $200\,g$;
- deformação inicial da mola: $10\,cm$; e
- aceleração da gravidade: $10\,m/s^2$.

Observação:
- despreze as dimensões da bola.

a) 400
b) 500
c) 2.900
d) 3.400
e) 12.900

2. (Ime 2018)



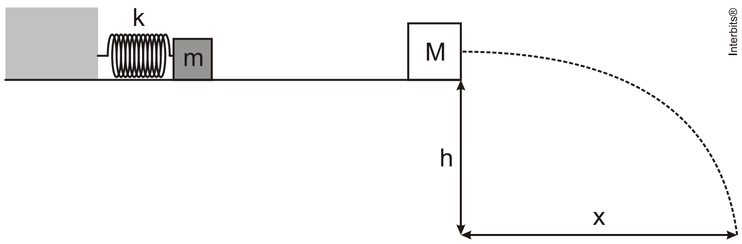
Conforme a figura acima, um corpo, cuja velocidade é nula no ponto A da superfície circular de raio R, é atingido por um projétil, que se move verticalmente para cima, e fica alojado no corpo. Ambos passam a deslizar sem atrito na superfície circular, perdendo o contato com a superfície no ponto B. A seguir, passam a descrever uma trajetória no ar até atingirem o ponto C, indicado na figura. Diante do exposto, a velocidade do projétil é:

Dados:

- massa do projétil: m;
- massa do corpo: $9m$; e
- aceleração da gravidade: g.

a) $10\sqrt{\frac{5Rg}{2}}$
b) $10\sqrt{\frac{3Rg}{2}}$
c) $10\sqrt{\frac{5Rg}{3}}$
d) $10\sqrt{\frac{3Rg}{5}}$
e) $10\sqrt{\frac{2Rg}{3}}$

3. (Ufg 2014) Um bloco de massa m preso a uma mola de constante elástica k, ao ser pendurado verticalmente, atinge o equilíbrio quando a mola sofre uma elongação x_e. Em seguida, o bloco é desacoplado da mola e esse arranjo é montado sobre uma mesa horizontal sem atrito, conforme a figura apresentada a seguir.



Nessa situação, a mola com o bloco é comprimida de x_m e depois solta. O bloco de massa m colide com o bloco de massa M, que se encontra em repouso na extremidade da mesa, e fica preso a ele. Os dois blocos caem a uma distância x da extremidade da mesa. Sabe-se que a razão $h/x_e = 200$, que $M/m = 3$ e que $g = 10\ m/s^2$. Considerando o exposto, determine:

a) o valor de x_e, em metros, para um tempo de queda de $1{,}0\ s$, e a razão m/k.
b) a razão x/x_m, para um tempo de queda qualquer.

4. (Uerj 2009) Um avião, em trajetória retilínea paralela à superfície horizontal do solo, sobrevoa uma região com velocidade constante igual a 360 km/h.

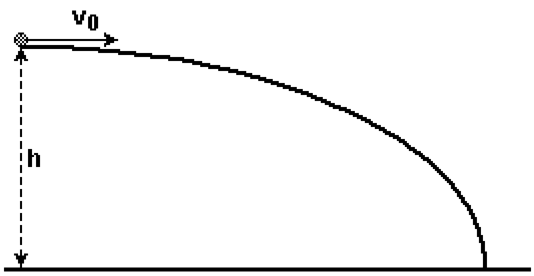
Três pequenas caixas são largadas, com velocidade inicial nula, de um compartimento na base do avião, uma a uma, a intervalos regulares iguais a 1 segundo.

Desprezando-se os efeitos do ar no movimento de queda das caixas, determine as distâncias entre os respectivos pontos de impacto das caixas no solo.

5. (Pucrj 2008) Em um campeonato recente de voo de precisão, os pilotos de avião deveriam "atirar" um saco de areia dentro de um alvo localizado no solo. Supondo que o avião voe horizontalmente a 500 m de altitude com uma velocidade de 144 km/h e que o saco é deixado cair do avião, ou seja, no instante do "tiro" a componente vertical do vetor velocidade é zero, podemos afirmar que: Considere a aceleração da gravidade $g=10m/s^2$ e despreze a resistência do ar)

a) o saco deve ser lançado quando o avião se encontra a 100 m do alvo;
b) o saco deve ser lançado quando o avião se encontra a 200 m do alvo;
c) o saco deve ser lançado quando o avião se encontra a 300 m do alvo;
d) o saco deve ser lançado quando o avião se encontra a 400 m do alvo;
e) o saco deve ser lançado quando o avião se encontra a 500 m do alvo.

6. (Pucpr 2007) Um corpo de massa m é lançado horizontalmente com velocidade v_0 a uma altura h do solo, como mostra a figura.



Despreze a resistência do ar. Considere a energia potencial no solo igual a zero. A energia cinética do corpo quando este está na altura h/4 vale:

a) $(mv_0) + \left(\frac{3}{4}\right)$ mgh

b) $[(mv_0^2)/2] + \left(\frac{3}{4}\right)$ mgh

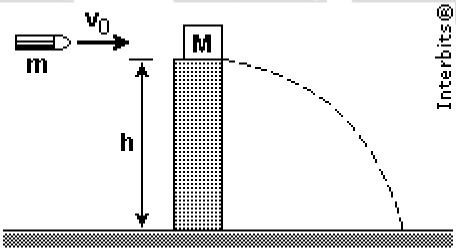
c) $\left(\frac{3}{4}\right)$ mgh

d) $[(mv_0^2)/2] - mgh$

e) $[(mv_0^2)/2] + (mgh)/4$

7. (Ita 2007) Uma bala de massa m e velocidade v_0 é disparada contra um bloco de massa M, que inicialmente se encontra em repouso na borda de um poste de altura h, conforme mostra a figura. A bala aloja-se no bloco que, devido ao impacto, cai no solo.

Sendo g a aceleração da gravidade, e não havendo atrito e nem resistência de qualquer outra natureza, o módulo da velocidade com que o conjunto atinge o solo vale



a) $\sqrt{\left(\frac{mv_0}{m+M}\right)^2 + 2gh}$

b) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2ghm^2}{(m+M)^2}}$

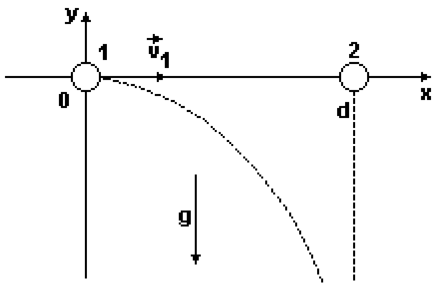
c) $\sqrt{v_0^2 + \frac{2mgh}{M}}$

d) $\sqrt{v_0^2 + 2gh}$

e) $\sqrt{\frac{mv_0^2}{m+M} + 2gh}$

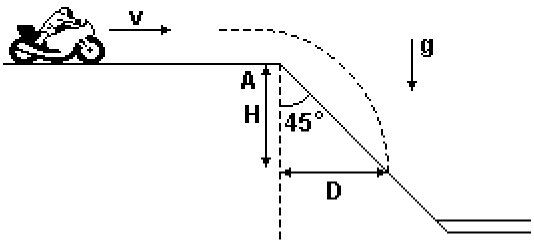
8. (Ufu 2007) Na figura a seguir, o objeto 1 parte da origem do sistema de coordenadas com velocidade $\vec{v}_1$ na direção x e, no mesmo

instante, o objeto 2 parte do repouso da posição x = d, realizando um movimento de queda livre. Ambos estão sob a ação da aceleração da gravidade, cujo módulo é g.



Desprezando a resistência do ar, determine as coordenadas x e y da posição (em função de d, v_1 e g) onde os objetos 1 e 2 encontrar-se-ão.

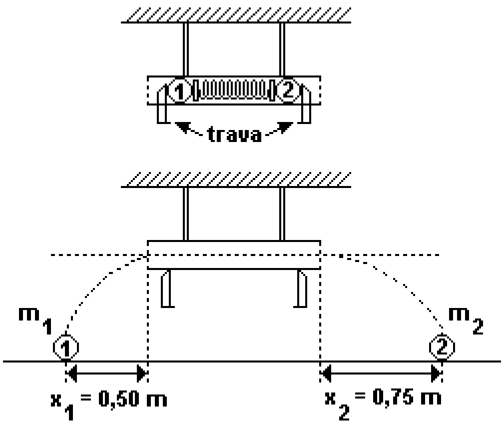
9. (Fuvest 2001) Um motociclista de motocross move-se com velocidade v=10m/s, sobre uma superfície plana, até atingir uma rampa (em A), inclinada de 45° com a horizontal, como indicado na figura.



A trajetória do motociclista deverá atingir novamente a rampa a uma distância horizontal D (D=H), do ponto A, aproximadamente igual a

a) 20 m
b) 15 m
c) 10 m
d) 7,5 m
e) 5 m

10. (Unesp 1999) A figura mostra duas esferas, 1 e 2, de massas m_1 e m_2, respectivamente, comprimindo uma mola e mantidas por duas travas dentro de um tubo horizontal.



Quando as travas são retiradas simultaneamente, as esferas 1 e 2 são ejetadas do tubo, com velocidades v_1 e v_2, respectivamente, e caem sob ação da gravidade. A esfera 1 atinge o solo num ponto situado à distância x_1 = 0,50 m, t_1 segundos depois de abandonar o tubo, e a esfera 2 à distância x_2 = 0,75 m, t_2 segundos depois de abandonar o tubo, conforme indicado na figura.

Desprezando a massa de mola e quaisquer atritos, determine

a) as razões t_2/t_1 e v_2/v_1.

b) a razão m_2/m_1.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

Após o lançamento, teremos:
Tempo de queda:

$$h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1}{10}} \Rightarrow t=\frac{1}{\sqrt{5}}\text{ s}$$

Velocidade horizontal:

$$d=vt \Rightarrow 5=v\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow v=5\sqrt{5}\text{ m/s}$$

Por conservação de energia para o lançamento, obtemos:

$$\frac{kx^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+mgh \Rightarrow \frac{k\cdot 0{,}1^2}{2}=\frac{0{,}2\cdot\left(5\sqrt{5}\right)^2}{2}+0{,}2\cdot 10\cdot 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow k\cdot 0{,}01=0{,}2\cdot 25\cdot 5+2\cdot 2 \Rightarrow 0{,}01k=29$$
$$\therefore k=2900\text{ N/m}$$

Resposta da questão 2:
[A]

Sendo v a velocidade do projétil e v_A a velocidade do conjunto corpo + projétil após a colisão, por conservação da quantidade de movimento, temos:

$$mv=10mv_A \Rightarrow v_A=\frac{v}{10}$$

Por conservação de energia, a velocidade do conjunto no ponto B será:

$$E_{m_A}=E_{m_B}$$
$$\frac{10m{v_A}^2}{2}=10mgR+\frac{10m{v_B}^2}{2} \Rightarrow v_B=\sqrt{\frac{v^2}{100}-2gR}$$

Para o lançamento horizontal, temos:
Em y:

$$R=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Em x:

$$R=v_Bt=\sqrt{\frac{v^2}{100}-2gR}\cdot\sqrt{\frac{2R}{g}} \Rightarrow$$
$$R^2=\frac{2v^2R}{100g}-4R^2 \Rightarrow v^2=100\cdot\frac{5gR}{2}$$
$$\therefore v=10\sqrt{\frac{5gR}{2}}$$

Resposta da questão 3:
a) - Valor de x_e

Dados: $t = 1\,s;\ \dfrac{h}{x_e} = 200;\ g = 10\ m/s^2.$

Aplicando a equação do tempo de queda para o lançamento horizontal:

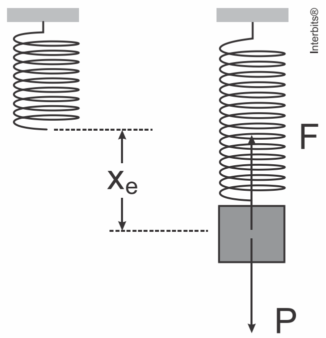
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\times 10 \times 1^2 \Rightarrow h = 5\,m.$$

Aplicando esse resultado na expressão dada:

$$\frac{h}{x_e} = 200 \Rightarrow x_e = \frac{h}{200} = \frac{5}{200} \Rightarrow \boxed{x_e = 2{,}5\times 10^{-2}\,m.}$$

- A razão m/k.

Para a situação de equilíbrio, com o bloco de massa m suspenso:



$$P = F \Rightarrow mg = kx_e \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{x_e}{g} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{2{,}5\times 10^{-2}}{10}\left[\frac{m}{m/s^2}\right] \Rightarrow \boxed{\frac{m}{k} = 2{,}5\times 10^{-3}\ s^2.}$$

b) Aplicando a conservação da energia mecânica para calcular a velocidade do bloco de massa m ao abandonar a mola:

$$E_{pot} = E_{cin} \Rightarrow \frac{k\,x_m^2}{2} = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v = x_m\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Aplicando a conservação da quantidade de movimento para o choque inelástico entre os blocos de massa m e $M = 3m,$ calcula-se a velocidade de saída do conjunto depois do choque:

$$mv = (m+M)v' \Rightarrow mv = 4mv' \Rightarrow v' = \frac{v}{4} \Rightarrow v' = \frac{1}{4}\left(x_m\sqrt{\frac{k}{m}}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{v' = \frac{x_m}{4}\sqrt{\frac{k}{m}}.}\quad \text{(I)}$$

Mas:

$$\left\{\begin{array}{l} v' = \dfrac{x}{t} \\ t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} \end{array}\right\rangle \Rightarrow \boxed{v' = \frac{x}{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}.}\quad \text{(II)}$$

Combinando (**I**) e (**II**):

$$\frac{x_m}{4}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{x}{\sqrt{\dfrac{2h}{g}}} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{k}{m}\times\frac{2h}{g}}.}\quad \text{(III)}$$

Mas:

$$\left\{ \frac{k}{m} = \frac{1}{m/k} = \frac{1}{2,5\times 10^{-3}} = 400\ s^{-2}. \right.$$

Portanto, voltando em (III):

$$\frac{x}{x_m} = \frac{1}{4}\sqrt{400\times\frac{2h}{g}} \Rightarrow \frac{x}{x_m} = \frac{1}{4}\sqrt{400\times\frac{2h}{10}} \Rightarrow \frac{x}{x_m} = \frac{5}{\sqrt{5}}\sqrt{h} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m} = \sqrt{5}\sqrt{h}.}$$

Nesse ponto, a questão se complica porque o enunciado dá que $h/x_e = 200$.
Se a expressão vale para os itens a) e b), a altura de queda tem valor único, $h = 5\,m$, calculado no item a), pois o valor de x_e é fixo, $x_e = 2,5\times 10^{-2}$. Consequentemente, o tempo de queda também é único, igual a $1\,s$, como já calculado.
Assim, não existe **tempo de queda qualquer** e o item b) não tem sentido como está.
Para que ele tenha sentido, deveria ser pedido apenas a razão x/x_m, que teria como resposta:

$$\frac{x}{x_m} = \frac{5}{\sqrt{5}}\sqrt{5} \Rightarrow \boxed{\frac{x}{x_m} = 5.}$$

Resposta da questão 4:
Por inércia as três caixas continuaram em movimento com a mesma velocidade horizontal do avião de 360 km/h. Desta forma os impactos no solo ocorrerão sobre a mesma linha reta, separadas pela distância percorrida pelo avião durante aquele 1 s entre os lançamentos das caixas. A velocidade de 360 km/h corresponde a 100 m/s e desta forma a distância entre os pontos de impacto será de 100 m.

Resposta da questão 5:
[D]

Resolução
O tempo de queda do saco de areia será:
$h = gt^2/2 \longrightarrow 500 = 10.t^2/2 \longrightarrow t^2 = 100 \longrightarrow t = 10$ s
Isto significa que o saco deve ser abandonado 10 s antes do avião sobrevoar do alvo. Como o avião está a 144 km/h ou 40 m/s, o saco deverá ser abandonado a 40.10 = 400 m antes do alvo.

Resposta da questão 6:
[B]

Resposta da questão 7:
[A]

Resposta da questão 8:
O encontro ocorre nas coordenadas (x,y) onde x = d e y = $-g.d^2/(2v_1^2)$

Resposta da questão 9:
[A]

Resposta da questão 10:
a) $t_2/t_1 = 1$; $V_2/V_1 = 1,5$

b) $\frac{2}{3}$