FRENTE: MATEMÁTICA IV

PROFESSOR(A): MARCELO MENDES

EAD – ITA/IME

AULAS 33 E 34

ASSUNTO: PROBABILIDADE

Resumo Teórico

Probabilidade

Espaço amostral Ω

É o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório (como o conjunto universo da Teoria dos Conjuntos). Por exemplo, no experimento lançar um dado, a face virada para cima está em $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Evento

Qualquer subconjunto do espaço amostral Ω é um evento. Por exemplo, o evento $A = \{2, 3, 5\}$ corresponde a faces (de um dado) para cima com número primo.

Apesar de os termos mudarem de nome aqui no estudo das Probabilidades, as operações ($\cap$, $\cup$, $\supset$, $\subset$, $\times$, ^{C}, ...) da Teoria dos Conjuntos serão todas utilizadas.

Probabilidade

Definição. Seja Ω um espaço amostral. Uma função P definida para todos os subconjuntos de Ω é chamada uma PROBABILIDADE se:

1. $0 \le P(A) \le 1, \forall A \subset \Omega$;
2. $P(\varnothing) = 0$ e $P(\Omega) = 1$;
3. Se A e B são eventos disjuntos (ou mutuamente exclusivos), então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

No caso em que todos os eventos são igualmente prováveis, cada probabilidade é dada pelo quociente

$$\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{total de casos}}$$

Teoremas

1. Se A e B são eventos e $A \subset B$, então $P(A) = P(B) - P(B - A)$ e, portanto, $P(A) \le P(B)$.
2. Se A e B são eventos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. Se A é um evento, então $P(A^C) = 1 - P(A)$.

Exercícios de Fixação

01. (EUA) Cada inteiro de 1 a 9 é escrito separadamente em 9 tiras de papel, que são colocadas dentro de um chapéu. Lucas pega uma dessas tiras ao acaso e a coloca de volta no chapéu. Em seguida, Camila pega uma tira também aleatoriamente. Que dígito é mais provável ser o das unidades da soma dos inteiros de Lucas e de Camila?

A) 0
B) 1
C) 8
D) 9
E) Cada dígito é igualmente provável

02. (Fuvest) Escolhem-se ao acaso dois números naturais distintos de 1 a 20. Qual a probabilidade de o produto dos números escolhidos ser ímpar?

A) $\frac{9}{38}$ B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{9}{20}$ D) $\frac{1}{4}$
E) $\frac{8}{25}$

03. (EUA) Seis inteiros distintos são tomados ao acaso do conjunto {1, 2, 3, ..., 10}. Qual é a probabilidade de, dentre os selecionados, o segundo menor ser 3?

A) 1/60 B) 1/6
C) 1/3 D) 1/2
E) NDA

04. (ITA) São dados dois cartões, sendo que um deles tem ambos os lados na cor vermelha, enquanto o outro tem um lado na cor vermelha e o outro na cor azul. Um dos cartões é escolhido ao acaso e colocado sobre uma mesa. Se a cor exposta é vermelha, calcule a probabilidade de o cartão escolhido ter a outra cor também vermelha.

05. (ITA) Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é:

A) 0,21 B) 0,25
C) 0,28 D) 0,35
E) 0,40

047.337 - 161137/22

Exercícios Propostos

01. Suponhamos que as probabilidades de que um candidato ao curso superior escolha engenharia, medicina ou outras profissões sejam, respectivamente, 0,20, 0,30 e 0,50. Selecionando-se ao acaso três candidatos ao curso superior, a probabilidade de que pelo menos um escolha engenharia vale:
A) 0,384
B) 0,488
C) 0,512
D) 0,200
E) 0,168

02. Um estudante de uma sala de garotos e garotas será escolhido para representar a classe. Cada estudante é igualmente provável de ser escolhido e a probabilidade de um garoto ser escolhido é 2/3 da probabilidade de uma garota ser escolhida. A proporção entre o número de garotos e o número total do número de garotos e garotas é:
A) 1/3
B) 2/5
C) 1/2
D) 3/5
E) 2/3

03. Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um é todo amarelo, outro é todo vermelho e o terceiro é vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado lance, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra ao jogador. A probabilidade de a face vista pelo juiz ser vermelha e de a outra face mostrada ao jogador ser amarela é:
A) 1/2
B) 2/5
C) 1/5
D) 2/3
E) 1/6

04. Três bolas marcadas com 1, 2 e 3 são colocadas em uma urna. Uma bola é retirada, seu número é gravado e, então, a bola é recolocada na urna. Esse processo é repetido e então repetido mais uma vez, e cada bola é igualmente provável de ser retirada em cada ocasião. Se a soma dos números gravados é 6, então qual é a probabilidade de a bola numerada com 2 ser retirada três vezes?
A) 1/27
B) 1/8
C) 1/7
D) 1/6
E) 1/3

05. Uma urna contém 1 bola preta e 9 brancas. Uma segunda urna contém **x** bolas pretas e as restantes, brancas, num total de 10 bolas. Uma bola é extraída, ao acaso, da primeira urna e colocada, sem que se veja a sua cor, na segunda urna. Então, uma bola é extraída da segunda urna. A probabilidade de que essa bola seja preta vale:
A) $\frac{x}{10}+\frac{1}{10}$
B) $\frac{x}{11}+\frac{1}{10}$
C) $\frac{x}{11}+\frac{1}{11}$
D) $\frac{x}{10}+\frac{1}{110}$
E) $\frac{x}{11}+\frac{1}{110}$

06. Um caixa contém onze bolas, numerados com 1, 2, 3, …, 11. Se seis bolas são retiradas simultaneamente ao acaso, qual é a probabilidade de a soma dos números das bolas retiradas ser ímpar?
A) $\frac{100}{231}$
B) $\frac{115}{231}$
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{118}{231}$
E) $\frac{6}{11}$

07. A probabilidade de o evento A ocorrer é 3/4; já a probabilidade de o evento B ocorrer é 2/3. Seja **p** a probabilidade de ambos os eventos A e B ocorrerem. O menor intervalo necessariamente contendo **p** é:
A) $\left[\frac{1}{12}, \frac{1}{2}\right]$
B) $\left[\frac{5}{12}, \frac{1}{2}\right]$
C) $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$
D) $\left[\frac{5}{12}, \frac{2}{3}\right]$
E) $\left[\frac{1}{12}, \frac{2}{3}\right]$

08. Um dígito não-nulo é escolhido de tal forma que a probabilidade de escolher o dígito **d** é $\log_{10}(d + 1) - \log_{10}d$. A probabilidade do dígito 2 ser escolhido é exatamente 1/2 da probabilidade do dígito escolhido estar no conjunto:
A) {2,3}
B) {3,4}
C) {4,5,6,7,8}
D) {5,6,7,8,9}
E) {4,5,6,7,8,9}

09. (ITA) Uma caixa branca contém 5 bolas verdes e 3 azuis, e uma caixa preta contém 3 bolas verdes e 2 azuis. Pretende-se retirar uma bola de uma das caixas. Para tanto, 2 dados são atirados. Se a soma resultante dos dois dados for menor que 4, retira-se uma bola da caixa branca. Nos demais casos, retira-se uma bola da caixa preta. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola verde?

10. (ITA) São dadas duas caixas, uma delas contém três bolas brancas e duas pretas e a outra contém duas bolas brancas e uma preta. Retira-se, ao acaso, uma bola de cada caixa. Se P_1 é a probabilidade de que pelo menos uma bola seja preta e P_2 a probabilidade de as duas bolas serem da mesma cor, então $P_1 + P_2$ vale:
A) $\frac{8}{15}$
B) $\frac{7}{15}$
C) $\frac{6}{15}$
D) 1
E) $\frac{17}{15}$

Gabarito

Exercícios de Fixação

01	02	03	04	05
A	A	C	*	E

***04:** 2/3

Exercícios Propostos

01	02	03	04	05
B	B	E	C	E
06	**07**	**08**	**09**	**10**
D	D	C	*	E

***09:** 289/480

Anotações

DIG.: SOFIA – REV.: ALEXANDRE