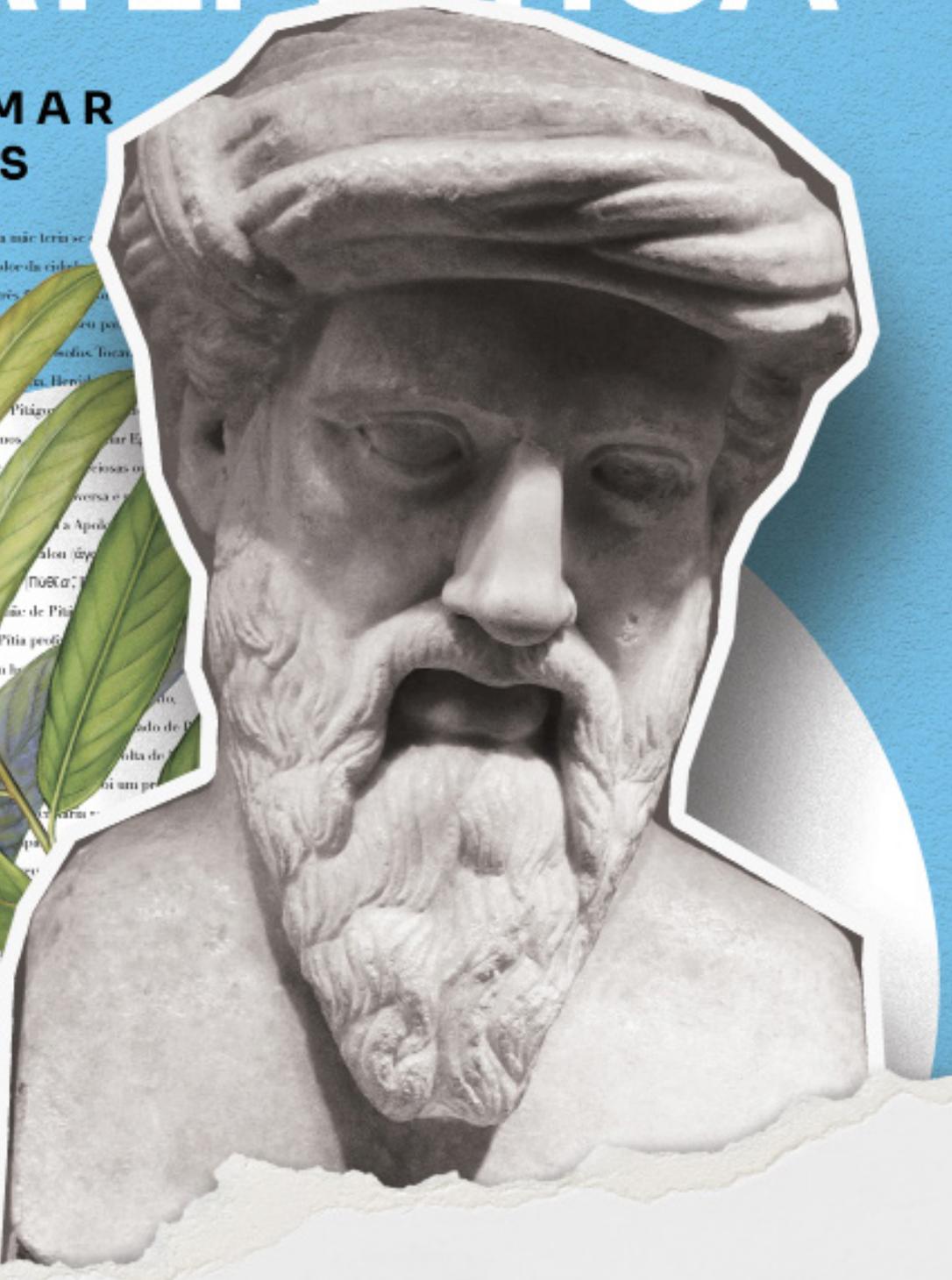


MATEMÁTICA

COM
**VALDEMAR
SANTOS**

Nascido na ilha grega de Samos, sua mãe teria se casado com um mercador de Mursara, supostamente um mercador de cidadania. Pítagoras teria tido os pais ou três pais, pois ele teria sido criado em Samos embora estajado em Mursara. Seu pai teria sido um dos melhores comerciantes, aléu, talvez um filósofo. Tocou a matemática, geometria, astronomia, música. Heródoto, o primeiro historiador, conta que Pítagoras foi o primeiro filósofo que se interessou em investigar a natureza da realidade. Diz-se que seu pai era um comerciante de escravos e que ele se interessou por comércio e filosofia. O nome de Pítagoras vem-o de sua mãe, a Apolonia. Crente em que a natureza é governada por leis matemáticas, a verdade é que ele foi um filósofo (Πυθαγόρας). A fonte mais antiga sobre a vida de Pítagoras é o Júbilo de Aristóteles. Pítagoras profeta estava próximo de um filósofo, um filósofo benéfico para a humanidade. Aristóteles afirma que Pítagoras morreu aos 90 anos, o que é uma lenda. Durante os anos de sua vida, ele foi um professor cultural conhecido por seus alunos, incluindo a construção do Templo de Apolo, um importante centro comercial e mercadorias do Oriente Próximo. Esses comerciantes quase certamente do Oriente Próximo. O início da vida florescimento da filosofia natural e contemporâneo dos filósofos Anaxágoras, Heacataen, todos os quais viviam em Samos. Acredita-se tradicionalmente parte de sua educação no Oriente mostraram que a cultura da Grécia cultura do Oriente Próximo. Com da Grécia, Pítagoras teria estudado cerca de 535 a.C., alguns anos após a morte de Sócrates. combateu os temp...



**GEOMETRIA PLANA:
TRIÂNGULOS (PARTE 2)**
EXERCÍCIOS

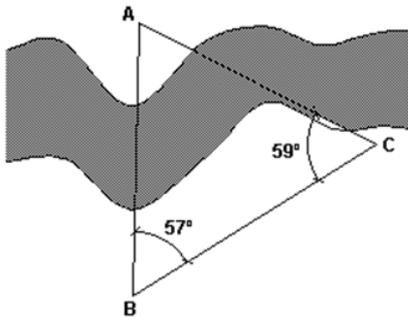


CURSO
FERNANDA PESSOA
ONLINE

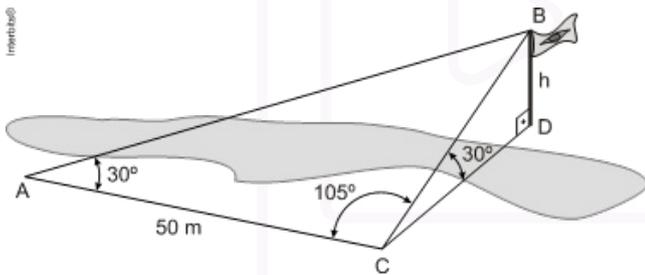
 Exercícios

Leis dos senos e cossenos

1. (UFPE) Uma ponte deve ser construída sobre um rio, unindo os pontos A e B, como ilustrado na figura a seguir. Para calcular o comprimento AB, escolhe-se um ponto C, na mesma margem em que B está, e medem-se os ângulos $CBA = 57^\circ$ e $ACB = 59^\circ$. Sabendo que BC mede 30m, indique, em metros, a distância AB. (Dado: use as aproximações $\text{sen}(59^\circ) \approx 0,87$ e $\text{sen}(64^\circ) \approx 0,90$)



2. (UNESP) Uma pessoa se encontra no ponto A de uma planície, às margens de um rio e vê, do outro lado do rio, o topo do mastro de uma bandeira, ponto B. Com o objetivo de determinar a altura h do mastro, ela anda, em linha reta, 50 m para a direita do ponto em que se encontrava e marca o ponto C. Sendo D o pé do mastro, avalia que os ângulos $B\hat{A}C$ e $B\hat{C}D$ valem 30° , e o $A\hat{C}B$ vale 105° , como mostra a figura:



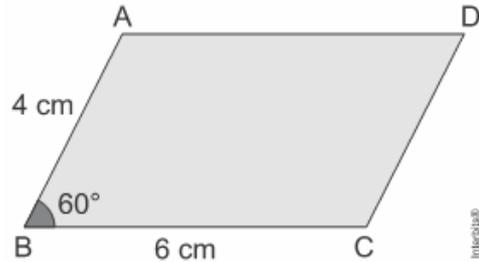
A altura h do mastro da bandeira, em metros, é

- a) 12,5.
- b) $12,5\sqrt{2}$.
- c) 25,0.
- d) $25,0\sqrt{2}$.
- e) 35,0.

3. (UECE) Sejam x, y e z as medidas dos lados do triângulo XYZ e R a medida do raio da circunferência circunscrita ao triângulo. Se o produto dos senos dos ângulos internos do triângulo é $\frac{k \cdot x \cdot y \cdot z}{R^3}$, então o valor de k é

- a) 0,500.
- b) 0,250.
- c) 0,125.
- d) 1,000.

4. (UPE 2022) No paralelogramo ABCD da figura, as medidas dos segmentos AB e BC são, respectivamente, 4 cm e 6 cm, e a medida do ângulo formado por esses segmentos é 60° .



Qual a medida, em cm, da diagonal AC? Use $\sqrt{7} = 2,65$

- a) 5,1
- b) 5,3
- c) 5,6
- d) 6,2
- e) 6,8

5. (UECE 2022) Desejando-se cercar uma área plana na forma de um triângulo cujos vértices estão nos pontos X, Y e Z, ao iniciar a construção da cerca, verificou-se que a localização do ponto Y tinha desaparecido. O mapa indicava que o comprimento do lado XZ era 20 m e o comprimento do lado YZ era 30 m. Além disso, o ângulo (interno ao triângulo) entre ZX e XY era 120 graus. Nestas condições, pode-se afirmar corretamente que o comprimento do lado XY, em metros, é aproximadamente

Se precisar, use o número 49 como valor aproximado de $\sqrt{2400}$.

- a) 13,6.
- b) 14,5.
- c) 14,0.
- d) 15,1.

6. (UECE 2020) A medida, em graus, do maior dos ângulos internos de um triângulo, cujas medidas dos lados são, respectivamente, 3 m, 5 m e 7 m, é

- a) 120.
- b) 80.
- c) 130.
- d) 100.

Gabarito:

6: [A]
5: [B]
4: [B]

3: [C]
2: [B]
1: 29 metros

Anotações

Teorema de Tales e semelhança de triângulos

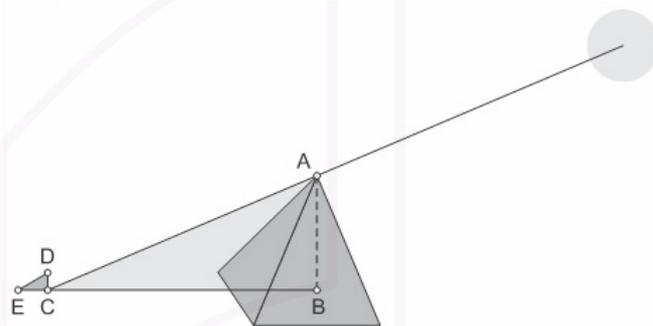
1. (G1 - IFSC) Como foi medida a altura da pirâmide de Quéops? Há duas versões para este fato.

Hicrônimos, discípulo de Aristóteles, diz que Tales mediu o comprimento da sombra da pirâmide no momento em que nossas sombras são iguais a nossa altura, assim medindo a altura da pirâmide.

Plutarco diz que fincando uma vara vertical no extremo da sombra projetada pela pirâmide, construímos à sombra projetada da vara, formando no solo dois triângulos semelhantes.

Notamos que, neste relato, é necessário o conhecimento de teoremas sobre triângulos semelhantes.

Observando o desenho abaixo, a vara colocada no extremo da sombra da pirâmide forma, com sua sombra, o triângulo que é semelhante ao triângulo



Fonte da imagem e do texto: <http://www.matematica.br/historia/calpiramide.html>

Sabendo que a altura da vara é de 2 m, a sua sombra projetada é de 3 m e a distância entre B e C é de 210 m, qual é a altura aproximada da pirâmide de Quéops?

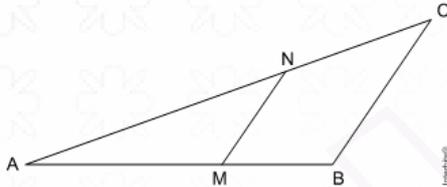
Assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) 160 m
- b) 140 m
- c) 150 m
- d) 180 m
- e) 170 m

2. (G1 - IFCE) O triângulo ABC é retângulo em A e tem catetos medindo 12 cm e 24 cm. Os pontos D, E e F são tomados em AB, BC e AC, respectivamente, de tal forma que ADEF é um quadrado. A área desse quadrado, em cm^2 , vale

- a) 25.
- b) 49.
- c) 36.
- d) 64.
- e) 81.

3. (G1 - CFTMG) No triângulo ABC da figura a seguir, $MN \parallel BC$ e a medida de \overline{AC} é igual a 30 cm. Sabe-se que o ponto M dista 8 cm do vértice B, que \overline{AB} mede $\frac{2}{3}$ da medida medida de \overline{AC} e que a medida de \overline{BC} vale a metade da medida de \overline{AC} .



O perímetro do triângulo AMN da figura, mede, em cm,

- a) 15.
- b) 21.
- c) 27.
- d) 39.

4. (G1 - IFSUL) A sombra de uma Torre mede 4,2 m de comprimento. Na mesma hora, a sombra de um poste de 3 m de altura é 12 cm de comprimento. Qual é a altura da torre?

- a) 95 m.
- b) 100 m.
- c) 105 m.
- d) 110 m.

5. (UCS) Uma escada está apoiada em uma parede a uma altura de 16 m do solo plano. A distância do pé da escada até a parede é igual a 12 m. O centro de gravidade da escada está a um terço do comprimento dela, medido a partir do seu apoio no chão. Nessa situação, o comprimento da escada e a altura aproximada do seu centro de gravidade até o chão são, respectivamente, iguais a

- a) 20 m e 5,3 m.
- b) 20 m e 6,6 m.
- c) 28 m e 9,3 m.
- d) $\sqrt{56}$ m e 5,3 m.
- e) $\sqrt{56}$ m e 2,6 m.

6. (FMJ) A produção global de plásticos pode chegar a 550 milhões de toneladas em 2030. A ilustração a seguir apresenta uma projeção linear dessa produção.

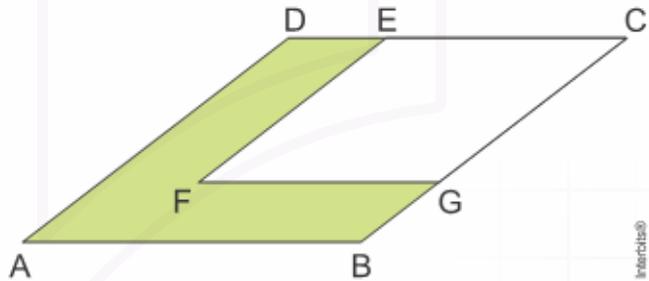


(<https://revistaspesquisa.fapesp.br>. Adaptado.)

Segundo essa projeção linear, a produção global de plásticos para o ano 2020 deverá ser, em milhões de toneladas, igual a

- a) 437.
- b) 473.
- c) 440.
- d) 425.
- e) 443.

7. (UNESP) Na figura, o losango FGCE possui dois lados sobrepostos aos do losango ABCD e sua área é igual à área indicada em verde.



Se o lado do losango ABCD mede 6 cm, o lado do losango FGCE mede

- a) $2\sqrt{5}$ cm.
- b) $2\sqrt{6}$ cm.
- c) $4\sqrt{2}$ cm.
- d) $3\sqrt{3}$ cm.
- e) $3\sqrt{2}$ cm.

8. (FMP) Os lados de um triângulo medem 13 cm, 14 cm e 15 cm, e sua área mede 84 cm^2 . Considere um segundo triângulo, semelhante ao primeiro, cuja área mede 336 cm^2 .

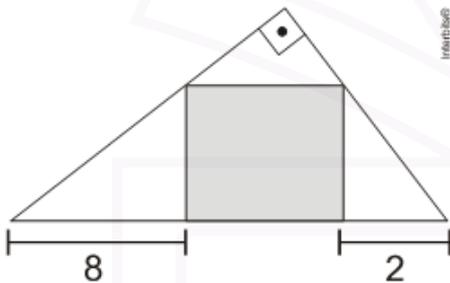
A medida do perímetro do segundo triângulo, em centímetros, é

- a) 42
- b) 84
- c) 126
- d) 168
- e) 336

9. (G1 - CFTMG) Numa festa junina, além da tradicional brincadeira de roubar bandeira no alto do pau de sebo, quem descobrisse a sua altura ganharia um prêmio. O ganhador do desafio fincou, paralelamente a esse mastro, um bastão de 1m. Medindo-se as sombras projetadas no chão pelo bastão e pelo pau, ele encontrou, respectivamente, 25 dm e 125 dm. Portanto, a altura do “pau de sebo”, em metros, é

- a) 5,0.
- b) 5,5.
- c) 6,0.
- d) 6,5.

10. (G1 - IFCE)

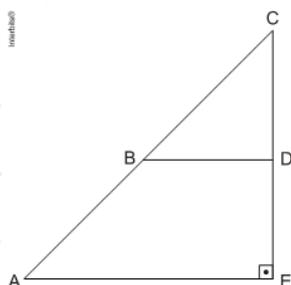


O valor do lado de um quadrado inscrito em um triângulo retângulo, conforme o esboço mostrado na figura, é

- a) 10.
- b) 8.
- c) 6.
- d) 4.
- e) 2.

11. (CEFET MG) A figura abaixo tem as seguintes características:

- o ângulo \hat{E} é reto;
- o segmento de reta \overline{AE} é paralelo ao segmento \overline{BD} ;
- os segmentos \overline{AE} , \overline{BD} e \overline{DE} , medem, respectivamente, 5, 4 e 3.



O segmento \overline{AC} , em unidades de comprimento, mede

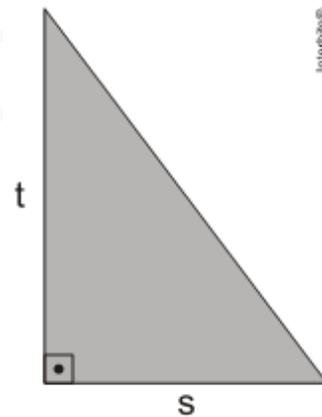
- a) 8.
- b) 12.
- c) 13.
- d) $\sqrt{61}$.
- e) $5\sqrt{10}$.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Suzana quer construir uma piscina de forma triangular em sua casa de campo, conforme a figura abaixo (ilustrativa).

Ela deseja que:

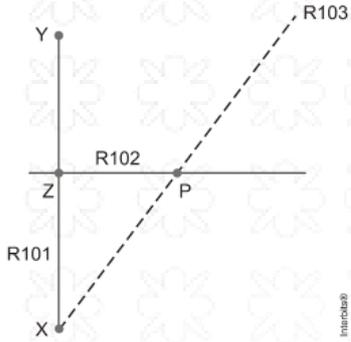
- as medidas s e t sejam *diferentes*;
- a área da piscina seja 50 m^2 ;
- a borda de medida s seja revestida com um material que custa 48 reais o metro linear;
- a borda de medida t seja revestida com um material que custa 75 reais o metro linear.



12. (INSPER) Ao conversar com o arquiteto, porém, Suzana foi informada de que já foi construída uma saída de água que fica a uma distância de 3 m da borda de medida t e a 7 m da borda de medida s . Para que a terceira borda da piscina passe por esse ponto, t deve ser aproximadamente igual a

- a) 10,00 m.
- b) 13,33 m.
- c) 16,67 m.
- d) 20,00 m.
- e) 23,33 m.

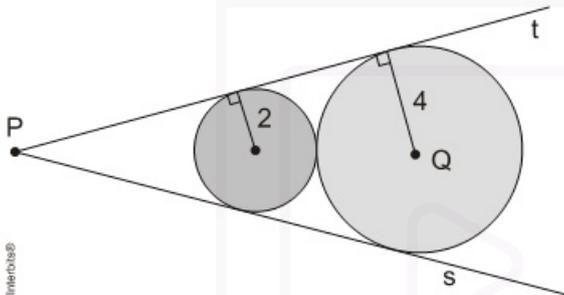
13. (INSPER) Duas cidades X e Y são interligadas pela rodovia R101, que é retilínea e apresenta 300 km de extensão. A 160 km de X, à beira da R101, fica a cidade Z, por onde passa a rodovia R102, também retilínea e perpendicular à R101. Está sendo construída uma nova rodovia retilínea, a R103, que ligará X à capital do estado. A nova rodovia interceptará a R102 no ponto P, distante 120 km da cidade Z.



O governo está planejando, após a conclusão da obra, construir uma estrada ligando a cidade Y até a R103. A menor extensão, em quilômetros, que esta ligação poderá ter é

- a) 250.
- b) 240.
- c) 225.
- d) 200.
- e) 180.

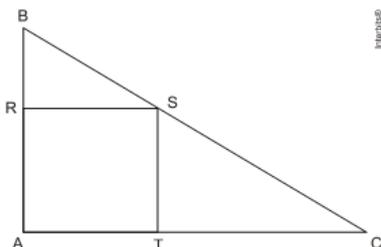
14. (UFRGS) Observe os discos de raios 2 e 4, tangentes entre si e às semirretas s e t, representados na figura abaixo.



A distância entre os pontos P e Q é

- a) 9.
- b) 10.
- c) 11.
- d) 12.
- e) 13.

15. (FGV) No triângulo retângulo abaixo, os catetos \overline{AB} e \overline{AC} medem, respectivamente, 2 e 3. A área do quadrado ARST é que porcentagem da área do triângulo ABC?



- a) 42%
- b) 44%
- c) 46%
- d) 48%
- e) 50%

16. (UFRN) Numa projeção de filme, o projetor foi colocado a 12 m de distância da tela. Isto fez com que aparecesse a imagem de um homem com 3 m de altura. Numa sala menor, a projeção resultou na imagem de um homem com apenas 2 m de altura. Nessa nova sala, a distância do projetor em relação à tela era de

- a) 18 m.
- b) 8 m.
- c) 36 m.
- d) 9 m.

17. (G1 - IFCE) Sobre os lados AB e AC do triângulo ABC, são marcados os pontos D e E, respectivamente, de tal forma, que $DE \parallel BC$, $AE = 6$ cm, $DB = 2$ cm, $EC = 3$ cm e $DE = 8$ cm. Nessas condições, a soma das medidas dos segmentos AD e BC, em centímetros, vale

- a) 12.
- b) 16.
- c) 18.
- d) 24.
- e) 30.

18. (UDESC) Quando olhamos para um ambiente qualquer, a percepção de profundidade é possível devido a nossa visão binocular. Por estarem separados em média "65" "mm" em adultos, cada um dos nossos olhos registra uma imagem de um ângulo ligeiramente diferente. Ao interpretar essas imagens ao mesmo tempo, o cérebro forma um "mapa" dessas diferenças, tornando possível estimar a distância dos objetos em relação a nós.

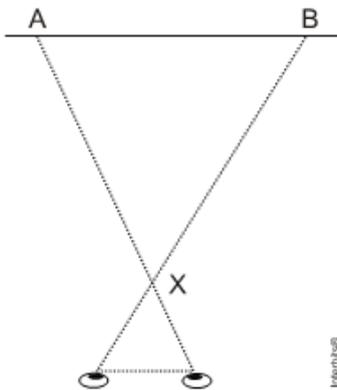
A estereoscopia (popularmente conhecida como "imagem 3D") é uma técnica que consiste em exibir imagens distintas para cada olho do observador, representando o que se observaria em uma situação real. Assim, o cérebro pode ser "enganado" a interpretar os objetos representados como se estivessem flutuando diante da tela ou atrás dela.

Diversas tecnologias existem atualmente para conseguir isso. A mais comum delas, usada nas salas de cinema 3D, funciona com o uso de óculos polarizadores que filtram a imagem projetada na tela, permitindo que cada olho receba somente a imagem correspondente.

Um observador está em uma sala de cinema 3D usando óculos polarizadores e sobre a tela são projetados dois pontos A e B a uma distância de 30 cm um do outro, com A à esquerda de B. Os filtros polarizadores dos óculos fazem com que o ponto A seja visto apenas por seu olho direito e

o ponto B apenas por seu olho esquerdo, de forma que as linhas de visão de cada um dos olhos se interseccionem em um ponto X, conforme a figura. O observador verá apenas um único ponto, resultado da junção em seu cérebro dos pontos A e B, localizado em X.

Sabendo que a reta imaginária que passa por seus olhos é paralela àquela que passa pelos pontos A e B e estas distam 20 m entre si, e que sua distância interocular é de 60 “mm”, a distância da tela em que ele verá a imagem virtual, formada no ponto X, é aproximadamente:



- a) 6,6 m
- b) 3,3 m
- c) 4 m
- d) 16,7 m
- e) 16 m

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Considere um triângulo ABC cuja base \overline{AB} mede 27dm. Traçando-se uma reta “t”, paralela à base, ela determina sobre os lados \overline{AC} e \overline{BC} , respectivamente, os pontos D e E. Sabe-se que \overline{DC} mede 14dm, \overline{BE} mede 8dm e \overline{DE} mede 18dm.

19. (G1 - IFAL) Assinale a alternativa falsa.

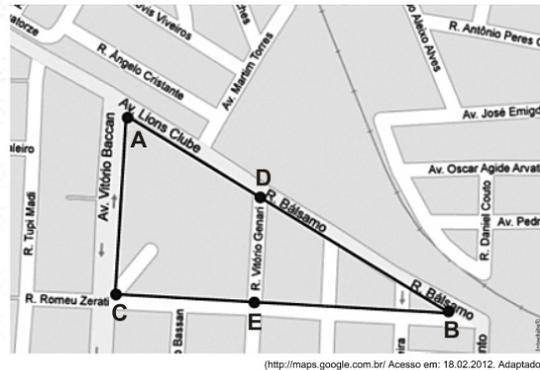
- a) Os triângulos ABC e DEC são semelhantes.
- b) Os triângulos ABC e CDE são semelhantes.
- c) $CD=2 \cdot AD$.
- d) A razão de semelhança é $\frac{3}{2}$
- e) O lado \overline{BC} mede 24dm.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

As ruas e avenidas de uma cidade são um bom exemplo de aplicação de Geometria.

Um desses exemplos encontra-se na cidade de Mirassol, onde se localiza a Etec Prof. Mateus Leite de Abreu.

A imagem apresenta algumas ruas e avenidas de Mirassol, onde percebemos que a Av. Vitório Bacchan, a Rua Romeu Zerati e a Av. Lions Clube/Rua Bálsamo formam uma figura geométrica que se aproxima muito de um triângulo retângulo, como representado no mapa.



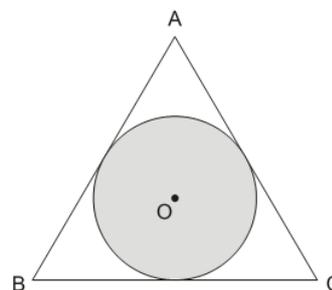
Considere que

- a Rua Bálsamo é continuação da Av. Lions Clube;
- o ponto A é a intersecção da Av. Vitório Bacchan com a Av. Lions Clube;
- o ponto B é a intersecção da Rua Romeu Zerati com a Rua Bálsamo;
- o ponto C é a intersecção da Av. Vitório Bacchan com a Rua Romeu Zerati;
- o ponto D é a intersecção da Rua Bálsamo com a Rua Vitório Genari;
- o ponto E é a intersecção da Rua Romeu Zerati com a Rua Vitório Genari;
- a medida do segmento \overline{AC} é 220 m;
- a medida do segmento \overline{BC} é 400 m e
- o triângulo ABC é retângulo em C.

20. (G1 - CPS) Considere que o trecho \overline{DE} da rua Vitório Genari é paralelo ao trecho \overline{AC} da Av. Vitório Bacchan. Sabendo que a medida do segmento \overline{DE} é 120 m, então a medida do trecho \overline{CE} da Rua Romeu Zerati é, em metros, mais próxima de

- a) 182.
- b) 198.
- c) 200.
- d) 204.
- e) 216.

21. (G1 - EPCAR (CPCAR)) A figura abaixo representa o logotipo que será estampado em 450 camisetas de uma Olimpíada de Matemática realizada entre os alunos do “Colégio Alfa”. Essa figura é formada por um círculo de centro O inscrito num triângulo isósceles cuja base \overline{BC} mede 24 cm e altura relativa a esse lado mede 16 cm. O círculo será pintado com tinta cinza e sabe-se que é necessário, exatamente, 1 pote de tinta cinza para pintar 5400 cm².



Adote $\pi=3$

Com base nesses dados, é correto afirmar que o número de potes necessários para pintar o círculo em todas as camisetas é igual a

- a) 9
- b) 10
- c) 11
- d) 12

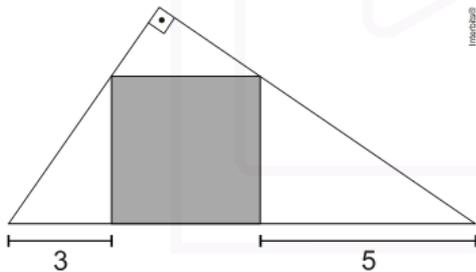
22. (UFPR) Um telhado inclinado reto foi construído sobre três suportes verticais de aço, colocados nos pontos A, B e C, como mostra a figura ao lado. Os suportes nas extremidades A e C medem, respectivamente, 4 metros e 6 metros de altura.



A altura do suporte em B é, então, de:

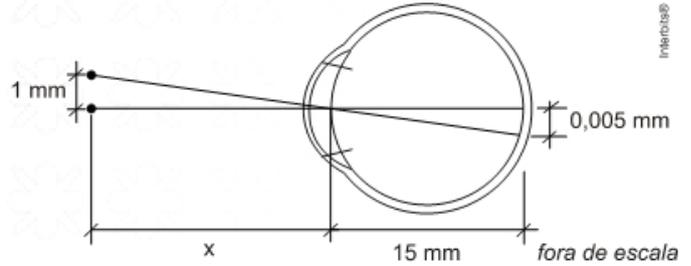
- a) 4,2 metros.
- b) 4,5 metros.
- c) 5 metros.
- d) 5,2 metros.
- e) 5,5 metros.

23. (MACKENZIE) A área do quadrado assinalado na figura é igual a



- a) 15
- b) 20
- c) 12
- d) 18
- e) 16

24. (UNESP) Para que alguém, com o olho normal, possa distinguir um ponto separado de outro, é necessário que as imagens desses pontos, que são projetadas em sua retina, estejam separadas uma da outra a uma distância de 0,005 mm.

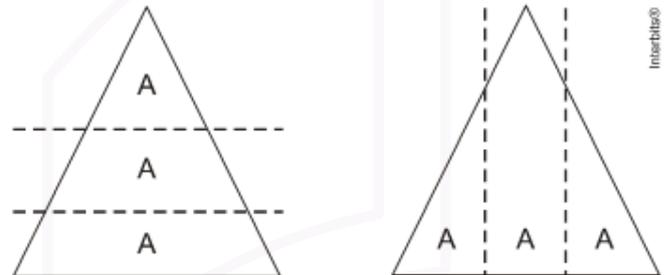


Adotando-se um modelo muito simplificado do olho humano no qual ele possa ser considerado uma esfera cujo diâmetro médio é igual a 15 mm, a maior distância x , em metros, que dois pontos luminosos, distantes 1 mm um do outro, podem estar do observador, para que este os perceba separados, é

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

TEXTO PARA AS PRÓXIMAS 2 QUESTÕES:

Os dois triângulos da figura são congruentes, ambos isósceles com base e altura medindo 1.



O triângulo da esquerda foi dividido em três partes de áreas iguais por duas retas paralelas à sua base e o da direita foi dividido em três partes de áreas iguais por duas retas perpendiculares à sua base.

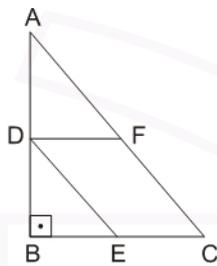
25. (INSPER) A distância entre as duas retas perpendiculares à base no triângulo da direita é igual a

- a) $\frac{3-\sqrt{2}}{6}$
- b) $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
- c) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$
- d) $\frac{6-\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$
- e) $\frac{3-\sqrt{6}}{3}$

26. (INSPER) A distância entre as duas retas paralelas tracejadas no triângulo da esquerda é igual a

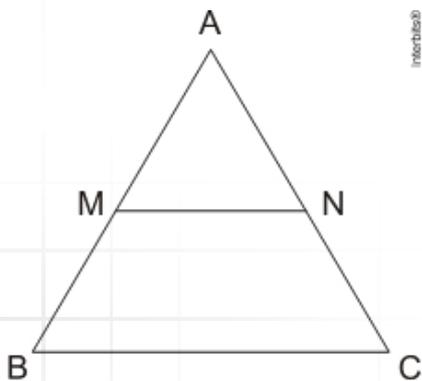
- a) $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$
- b) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- c) $\frac{\sqrt{6}-1}{3}$
- d) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$
- e) $\frac{\sqrt{6}-3}{\sqrt{3}}$

27. (FUVEST) Na figura, o triângulo ABC é retângulo com catetos $BC=3$ e $AB=4$. Além disso, o ponto D pertence ao cateto \overline{AB} , o ponto E pertence ao cateto \overline{BC} e o ponto F pertence à hipotenusa \overline{AC} , de tal forma que DECF seja um paralelogramo. Se $DE=\frac{3}{2}$, então a área do paralelogramo DECF vale



- a) $\frac{63}{25}$
- b) $\frac{12}{5}$
- c) $\frac{58}{25}$
- d) $\frac{56}{25}$
- e) $\frac{11}{5}$

28. (UNEMAT) No triângulo equilátero ABC, os pontos M e N são respectivamente pontos médios dos lados AB e AC. O segmento MN mede 6 cm.

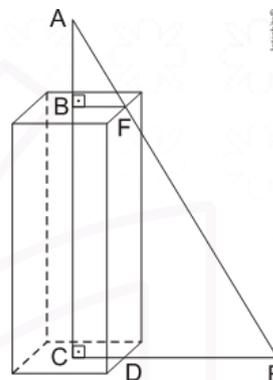


A área do triângulo ABC mede:

- a) $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- b) $24\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- c) $30\sqrt{2} \text{ cm}^2$
- d) $30\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- e) $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

29. (G1 - CPS) Marcelo mora em um edifício que tem a forma de um bloco retangular e, no topo desse edifício, está instalada uma antena de 20 metros.

Após uma aula de Matemática, cujo tema era Semelhança de Triângulos, Marcelo resolveu aplicar o que aprendeu para calcular a altura do prédio onde mora. Para isso, tomou algumas medidas e construiu o seguinte esquema:



- O segmento \overline{AC} é perpendicular aos segmentos \overline{BF} e \overline{CE} ;
- o segmento \overline{AB} representa a antena;
- o segmento \overline{BC} representa a altura do prédio;
- ponto D pertence ao segmento \overline{CE} ;
- o ponto F pertence ao segmento \overline{AE} ;
- o ponto B pertence ao segmento \overline{AC} ;
- os segmentos \overline{BC} e \overline{FD} são congruentes;
- a medida do segmento \overline{BF} é 12 m;
- a medida do segmento \overline{DE} é 36 m.

Assim, Marcelo determinou que a altura do prédio é, em metros,

- a) 45.
- b) 50.
- c) 60.
- d) 65.
- e) 70.

Gabarito:

- | | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| 1: [B] | 9: [A] | 17: [B] | 25: [E] |
| 2: [D] | 10: [D] | 18: [D] | 26: [D] |
| 3: [D] | 11: [E] | 19: [B] | 27: [A] |
| 4: [C] | 12: [E] | 20: [A] | 28: [E] |
| 5: [A] | 13: [E] | 21: [A] | 29: [C] |
| 6: [C] | 14: [D] | 22: [D] | |
| 7: [E] | 15: [D] | 23: [A] | |
| 8: [B] | 16: [B] | 24: [C] | |