Números e Algarismos

Poliedro Curso

Algoritmo de Euclides:

$$\begin{array}{r|l} N & D \\ \hline \vdots & Q \\ R & \end{array}$$

N → Dividendo

D → Divisor

Q → Quociente

R → Resto

- $N = D \cdot Q + R$
- $0 \leq \text{Resto} < D$

1. (Ufrn 2013) Uma instituição pública recebeu **n** computadores do Governo Federal. A direção pensou em distribuir esses computadores em sete salas colocando a mesma quantidade em cada sala, mas percebeu que não era possível, pois sobrariam três computadores. Tentou, então, distribuir em cinco salas, cada sala com a mesma quantidade de computadores, mas também não foi possível, pois sobrariam quatro computadores. Sabendo que, na segunda distribuição, cada sala ficou com três computadores a mais que cada sala da primeira distribuição, responda:

a) Quantos computadores a instituição recebeu?

b) É possível distribuir esses computadores em quantidades iguais? Justifique.

I. $\begin{array}{r|l} n & 7 \\ \hline \vdots & Q \\ 3 & \end{array}$

II. $\begin{array}{r|l} n & 5 \\ \hline \vdots & Q+3 \\ 4 & \end{array}$

a. $\begin{cases} n = 7Q + 3 \\ n = 5(Q+3) + 4 \end{cases}$

logo, $7Q + 3 = 5Q + 15 + 4 \rightarrow 2Q = 16 \rightarrow Q = 8$

Portanto, a instituição recebeu $n = 7 \cdot 8 + 3 = 59$ computadores

b. Sim, sendo $n = 59$ um número primo, a distribuição pode ser feita em 59 salas ou todos colocados em uma única sala

2. (Puccamp Direito 2022) Como forma de incentivo à cultura, um museu disponibilizou ingressos gratuitos para serem distribuídos a estudantes de escolas públicas. A secretaria de educação distribuiu 12 ingressos por escola e sobraram 4 ingressos. Ao ser lembrada de que duas novas escolas haviam sido inauguradas, a secretaria redistribuiu os ingressos, ficando cada escola com 10 ingressos, sem sobras. O número de ingressos disponibilizados pelo museu foi:

a) 76 b) 64 c) 52 ~~d)~~ 100 e) 88

$$\begin{cases} N = 12E + 4 \\ N = 10(E+2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|l} N & E \\ \hline \vdots & 12 \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} N & E+2 \\ \hline \vdots & 10 \\ 0 & \end{array}$$

$12E + 4 = 10E + 20$

$2E = 16$

$E = 8$ e $N = 100$

letra D

4. (Enem 2022) Um atleta iniciou seu treinamento visando as competições de fim de ano. Seu treinamento consiste em cinco tipos diferentes de treinos: treino T_1, treino T_2, treino T_3, treino T_4, e treino T_5. A sequência dos treinamentos deve seguir esta ordem:

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
Treino	T_1	R	R	T_2	R	R	T_3	R	T_4	R	R	T_5	R

A letra R significa repouso. Após completar a sequência de treinamentos, o atleta começa novamente a sequência a partir do treino T_1, e segue a ordem descrita. Após 24 semanas completas de treinamento, se dará o início das competições.

A sequência de treinamentos que o atleta realizará na 24ª semana de treinos é

a) T_3 R T_4 R R T_5 R. ~~b)~~ R T_3 R T_4 R R T_5. c) R T_4 R R T_5 R T_1.
d) R R T_5 R T_1 R R. e) R T_5 R T_1 R R T_2.

24 semanas = 24 . 7 dias

= 168 dias

Como 1 sequência completa tem 13 dias, segue

$$\begin{array}{r|l} 168 & 13 \\ \hline -13 & 12 \\ 38 & \\ -26 & \\ 12 & \end{array}$$

12 sequências completas

12 dias

12 dias

Dia	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º
Treino	T_1	R	R	T_2	R	R	T_3	R	T_4	R	R	T_5	R

24° semana

letra B

Muito Importante : se o resto R = 0, então

$$\begin{array}{r|l} N & D \\ \hline \vdots & Q \\ 0 & \end{array}$$

→ N é divisível por D

→ N é múltiplo de D

→ D é divisor de N

3. (Unesp 2012) O número de quatro algarismos 77XY, onde X é o dígito das dezenas e Y o das unidades, é divisível por 91. Determine os valores dos dígitos X e Y.

$$7700 \leqslant 77XY \leqslant 7799 \longrightarrow$$

$$\begin{array}{r|l} 7799 & 91 \\ \cline{2-2} -\underline{728} & 85 \\ 519 & \\ -\underline{455} & \\ 64 & \end{array}$$

sendo assim, $7799 - 64 = 7735$

é divisível por 91.

$X = 3$ e $Y = 5$

15. (Fatec 2017) Os números naturais de 0 a 3.000 foram dispostos, consecutivamente, conforme a figura, que mostra o começo do processo.

5ª linha					4							12								20					
4ª linha				3		5					11		13						19		21				
3ª linha			2				6			10				14				18				22			
2ª linha		1						7		9					15		17							....	
1ª linha	0								8							16									....

Nessas condições, o número 2.017 está na

a) 1ª linha. b) 2ª linha. c) 3ª linha. d) 4ª linha. e) 5ª linha.

Um ciclo da sequência é composta por 8 números.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 | 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 | 16, ...

Ciclo 1 | Ciclo 2 |

$$\begin{array}{r|l} 2017 & 8 \\ \cline{2-2} -\underline{16} & \\ 41 & 252 \\ -\underline{40} & \\ 17 & \\ -\underline{16} & \\ 1 & \end{array}$$

252 Ciclos completos

1 ⟶ representa o 2° termo do ciclo, que está na 2° linha

Letra B

Critérios de divisibilidade :

- **Divisibilidade por 2 :** Um número é divisível por 2 se, e somente se, o algarismo da unidade for divisível por 2

12 é divisível por 2

307 NÃO é divisível por 2.

- **Divisibilidade por 3 :** Um número é divisível por 3 se, e somente se, a soma dos algarismos for divisível por 3.

3018 é divisível por 3
↳ 3 + 0 + 1 + 8 = 12

514 NÃO é divisível por 3
↳ 5 + 1 + 4 = 10

- **Divisibilidade por 4 :** Um número é divisível por 4 se, e somente se, o número formado pelos algarismos da dezena e unidade é divisível por 4.

53422 NÃO é divisível por 4

31036 é divisível por 4

- **Divisibilidade por 5 :** Um número é divisível por 5 se, e somente se, o algarismo da unidade é 0 ou 5.

2410 é divisível por 5

321023 NÃO é divisível por 5

- **Divisibilidade por 6 :** Um número é divisível por 6 se, e somente se, é divisível por 2 e por 3.

18 é divisível por 6.
↳ divisível por 2 e por 3.

- **Divisibilidade por 8 :** Um número é divisível por 8 se, e somente se, o número formado pelos algarismos da centena, dezena e unidade é divisível por 8.

301040 é divisível por 8

215202 NÃO é divisível por 8.

- **Divisibilidade por 9 :** Um número é divisível por 9 se, e somente se, a soma dos algarismos for divisível por 9.

130482 é divisível por 9
↳ 1 + 3 + 0 + 4 + 8 + 2 = 18

12306 NÃO é divisível por 9
↳ 1 + 2 + 3 + 0 + 6 = 12

Números primos : todo número natural p que possui exatamente 4 divisores distintos : $-1, +1, -p, +p$.

Números primos $= \{ \underline{2}, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots \}$

$\underline{2}$ → único número primo par.

5. (Pucrj 2021) Lembre que um inteiro positivo p maior do que 1 é primo se os seus únicos divisores inteiros positivos forem 1 e p. Assim, por exemplo, 13 é primo, mas 15 não é primo.

Quantos números primos existem entre 40 e 50?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5

$\{\underline{41}, 42, \underline{43}, 44, 45, 46, \underline{47}, 48, 49\}$

41 → número primo
43 → número primo
47 → número primo

letra C

Vale saber . . .

Soma	Produto :
Par + Par = Par	Par x Par = Par
Par + Ímpar = Ímpar	Par x Ímpar = Par
Ímpar + Ímpar = Ímpar	Ímpar x Ímpar = Ímpar

Par $= 2n$, com $n \in \mathbb{Z}$.

Ímpar $= 2n+1$, com $n \in \mathbb{Z}$.

6. (Unesp 2013) A soma de quatro números é 100. Três deles são primos e um dos quatro é a soma dos outros três. O número de soluções existentes para este problema é

a) 3.
b) 4.
c) 2.
d) 5.
e) 6.

Pelo enunciado, segue

$$\begin{cases} a + b + c + d = 100 \\ a + b + c = d \end{cases}$$

logo, $2d = 100 \rightarrow d = 50$

Com a, b e c sendo números primos, temos que um deles será 2, pois $a + b + c = 50$.

As soluções possíveis são →

2	5	43
2	7	41
2	11	37
2	17	31
2	19	29

5 soluções

Sistema Decimal : $ABCD = 1000A + 100B + 10C + D$

- D → unidade
- C → dezena
- B → Centena
- A → milhar

$45 = 4 . 10 + 5$

$321 = 3 . 100 + 2 . 10 + 1$

$4073 = 4 . 1000 + 0 . 100 + 7 . 10 + 3$

Algarismos = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

8. (cftmg 2014) Sobre um número natural *n* formado por dois algarismos, sabe-se que:

- o algarismo das unidades excede o triplo do das dezenas em 1;
- a inversão da ordem dos algarismos produz um número que excederá o dobro do original em 18 unidades.

A soma dos algarismos do número *n* que atende as condições acima é

a) 5
b) 7
c) 9
d) 11

$N = AB$

- B → unidade
- A → dezena

letra C

- $B = 3A + 1$
- $BA = 2AB + 18$

$$\rightarrow \begin{cases} B = 3A + 1 \\ 10B + A = 2(10A + B) + 18 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} B = 3A + 1 \\ 10B + A = 20A + 2B + 18 \end{cases}$$

logo, $10 . (3A + 1) + A = 20A + 2(3A + 1) + 18$

$\rightarrow 30A + 10 + A = 20A + 6A + 2 + 20$

$\rightarrow A = 2$ e $B = 7$ $\quad \therefore A + B = 9$