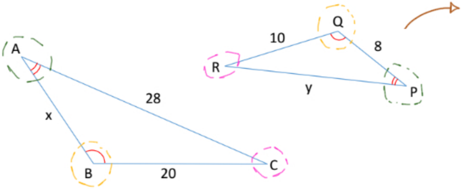
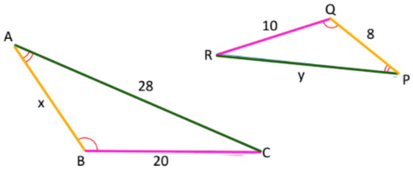
1. Os triângulos ABC e PQR são semelhantes. Determine *x* e *y*.



Observe que se os ângulos estão marcados da mesma maneira isso significa que eles são CONGRUENTES ou IGUAIS ! Portanto podemos dizer que os lados desses triângulos são semelhantes



Assim : $\frac{x}{8} = \frac{20}{10} = \frac{28}{y}$ ➡ $\frac{x}{8} = 2 = \frac{28}{y}$

$\frac{x}{8} = 2$

$x = 2 \cdot 8$

$x = 16$

$2 = \frac{28}{y}$

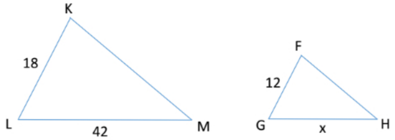
$2 \cdot y = 28$

$y = \frac{28}{2}$

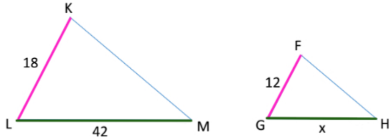
$y = 14$

$$\boxed{x = 16 \quad ; \quad y = 14}$$

2. Se o triângulo KLM é semelhante ao triângulo FGH, determine *x*.



Observe a proporcionalidade entre os triângulos:



$$\frac{18}{12} = \frac{42}{X}$$

$$\frac{18}{12} \times \frac{42}{X}$$

$$18 \cdot X = 42 \cdot 12$$

$$18X = 504$$

$$X = \frac{504}{18}$$

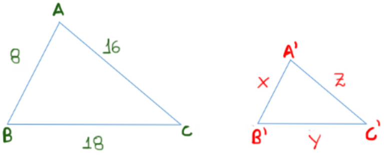
$$X = 28$$

$$\boxed{X = 28}$$

---

3. Os três lados de um triângulo ABC medem 8 cm, 18 cm e 16 cm. Determine os lados de um triângulo A'B'C' semelhante a ABC, sabendo que a razão de semelhança do primeiro para o segundo é igual a 3.

Isso significa que os lados do triângulo A'B'C' são 3x menores que os do triângulo ABC!



$$X = \frac{AB}{3} \qquad Y = \frac{BC}{3} \qquad Z = \frac{AC}{3}$$

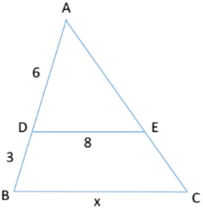
$$X = \frac{8}{3} \qquad Y = \frac{18}{3} \qquad Z = \frac{16}{3}$$

$$Y = 6$$

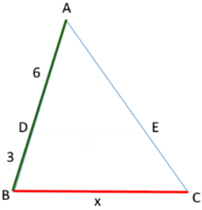
$$\boxed{8/3\ \text{cm};\ 6\ \text{cm};\ 16/3\ \text{cm}}$$

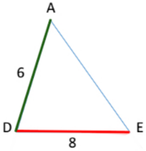
Se $\overline{DE}$ é paralelo a $\overline{BC}$, determine *x* nos casos:

4.



veja que desta Figura podemos extrair dois triângulos:





Assim: $\frac{6+3}{6} = \frac{x}{8}$

$\frac{9}{6} \times \frac{x}{8}$

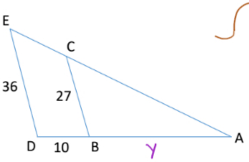
$6 \cdot x = 9 \cdot 8$

$x = \frac{72}{6} \Rightarrow x = 12$

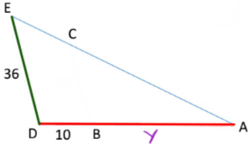
$$\boxed{x = 12}$$

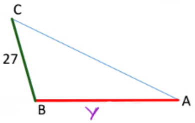
---

5. $X = AD$



Novamente, desta Figura podemos extrair dois triângulos:





Assim $\frac{10+y}{y} = \frac{36}{27}$

$\frac{10+y}{y} \times \frac{36}{27}$

$27 \cdot (10+y) = 36 \cdot y$

$$270 + 27Y = 36Y$$

$$270 = 36Y - 27Y$$

$$9Y = 270$$

$$Y = \frac{270}{9}$$

$$Y = 30$$

Mas, $X = AD = 10 + Y$

$$X = 10 + 30$$

$$X = 40$$

$$\boxed{X = 40}$$

---

6. O perímetro de um triângulo é 60 m e um dos lados tem 25 m. Qual o perímetro do triângulo semelhante cujo lado homólogo ao lado dado mede 15 m?

↳ Se um lado é homólogo ao outro, isso significa que há uma RAZÃO entre eles:

$$\frac{25^{:5}}{15_{:5}} = \frac{5}{3}$$

Assim, sendo os triângulos SEMELHANTES a mesma razão se dá de um perímetro para o outro:

$$60 \div \frac{5}{3} = 60 \times \frac{3}{5} = 36\text{m}$$

$$\boxed{36\text{ m}}$$

---

7. Os lados de um triângulo medem 8,4 cm, 15,6 cm e 18 cm. Esse triângulo é semelhante a um triângulo cujo perímetro mede 35 cm. Calcule o maior lado do segundo triângulo.

→ Vamos calcular o Perímetro desse triângulo:

$$P = 8{,}4 + 15{,}6 + \underbrace{18}_{\text{MAIOR LADO}} = 42\text{ cm}$$

↳ Vamos então encontrar a razão entre os dois perímetros:

$$\frac{42^{:7}}{35_{:7}} = \frac{6}{5}$$

→ Essa razão é a mesma entre cada um dos lados dos dois triângulos afinal eles são semelhantes:

Sendo 18cm a medida do maior lado do triângulo de maior perímetro

$$\text{Lado} = 18 \div \frac{6}{5} = 18 \times \frac{5}{6} = 15\text{ cm}$$

$$\boxed{15\text{ cm}}$$

8. Num triângulo ABC os lados medem AB = 4 cm, BC = 5 cm e AC = 6 cm. Calcule os lados de um triângulo semelhante a ABC, cujo perímetro mede 20 cm.

Vamos novamente calcular o Perímetro do triângulo ABC:

$P = AB + BC + AC$

$P = 4 + 5 + 6$

$P = 15 \text{ cm}$

Novamente também vamos encontrar a razão entre os dois perímetros:

$$\frac{20}{15} \overset{:5}{\underset{:5}{=}} \frac{4}{3}$$

A razão entre as medidas dos perímetros é a mesma entre cada um dos lados dos dois triângulos, contudo dessa vez buscamos os lados do maior triângulo:

$$AB' = AB \times \frac{4}{3} \Rightarrow 4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \text{ cm}$$

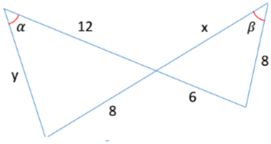
$$BC' = BC \times \frac{4}{3} \Rightarrow 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

$$AC' = AC \times \frac{4}{3} \Rightarrow 6 \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8 \text{ cm}$$

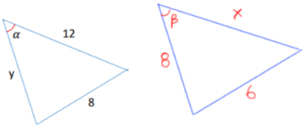
$$\boxed{16/3 \text{ cm}; \quad 20/3 \text{ cm}; \quad 8 \text{ cm}}$$

Se $\alpha = \beta$, determine *x* e *y* em cada caso:

9.



Repare que se $\alpha = \beta$, isso significa que os dois triângulos são proporcionais! Tudo fica ainda mais claro quando "espelhamos" um dos triângulos:



Assim pode-se dizer que:

$$\frac{Y}{8} = \frac{8}{6} = \frac{12}{x}$$

$$\frac{Y}{8} = \frac{8}{6} \qquad \frac{8}{6} = \frac{12}{x}$$

$6 \cdot Y = 8 \cdot 8$

$Y = \frac{64}{6}$

$Y = \frac{32}{3}$

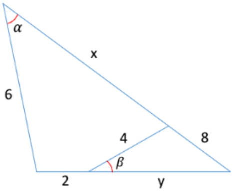
$8 \cdot X = 12 \cdot 6$

$X = \frac{72}{8}$

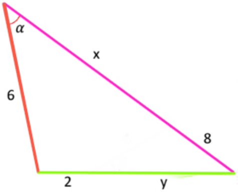
$X = 9$

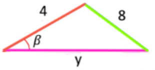
$$\boxed{X = 9 \; ; \; Y = 32/3}$$

10.



Novamente temos triângulos Proporcionais ! Vamos retirar um de dentro do outro para tornar tudo mais claro:





Assim Fica claro que:

$$\frac{2+Y}{8} = \frac{6}{4} = \frac{X+8}{Y}$$

$$\frac{2+Y}{8} = \frac{6}{4}$$

$4 \cdot (2+Y) = 6 \cdot 8$

$8 + 4 \cdot Y = 48$

$4Y = 48 - 8$

$Y = \frac{40}{4}$

$Y = 10$

$$\frac{6}{4} = \frac{X+8}{Y}$$

$6 \cdot Y = 4 \cdot (X + 8)$

$6 \cdot Y = 4 \cdot X + 32$

$6 \cdot 10 = 4X + 32$

$4X = 60 - 32$

$4X = 28$

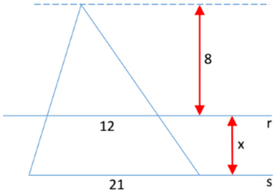
$X = \frac{28}{4}$

$X = 7$

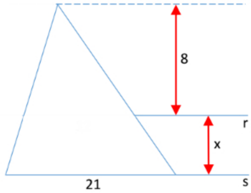
$$\boxed{X = 7 \,;\; Y = 10}$$

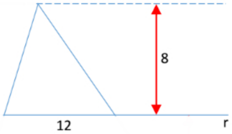
---

11. Sendo *r* e *s* retas paralelas, determine o valor de *x*:



Observe que as retas r e s acabam dividindo a figura em dois triângulos, cuja medida de um de seus lados (base) e das alturas de ambos é dada:





Assim, podemos dizer que:

$$\frac{\text{Base maior}}{\text{Base menor}} = \frac{\text{Altura maior}}{\text{Altura menor}}$$

$$\frac{21}{12} = \frac{8 + X}{8}$$

$$\frac{21}{12} \times \frac{8 + X}{8}$$

$$21 \cdot 8 = 12 \cdot (8 + X)$$

$$168 = 96 + 12 \cdot X$$

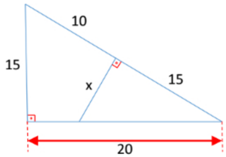
$$12X = 168 - 96$$

$$12X = 72$$

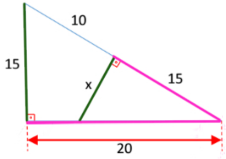
$$X = \frac{72}{12} \Rightarrow X = 6$$

$$\boxed{X = 6}$$

12. Dada a figura, determine o valor de *x*.



Observando o ângulo reto dos dois triângulos, podemos encontrar os lados semelhantes:



Assim: $\frac{15}{x} = \frac{20}{15}$

$$\frac{15}{x} \times \frac{20}{15}$$

$$15 \cdot 15 = 20 \cdot x$$

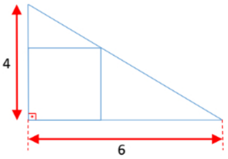
$$225 = 20x$$

$$x = \frac{225}{20} \Rightarrow x = \frac{45}{4}$$

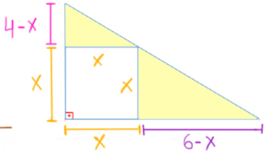
$$\boxed{x = 45/4}$$

---

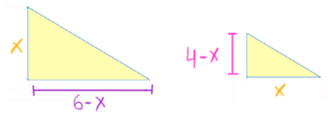
13. Determine a medida do lado do quadrado da figura abaixo.



Sabendo que as medidas de todos os lados do quadrado são iguais, podemos dizer que:



Observe que foram formados dois triângulos retângulos, os quais podemos comparar:



Assim:

$$\frac{x}{4-x} = \frac{6-x}{x}$$

$$\frac{x}{4-x} \times \frac{6-x}{x}$$

$$(4-x)\cdot(6-x) = x \cdot x$$

$$24 - 4\cdot x - 6\cdot x + x^2 = x^2$$

$$24 - 10x + \cancel{x^2} - \cancel{x^2} = 0$$

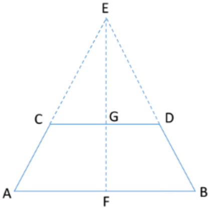
$$24 = 10x$$

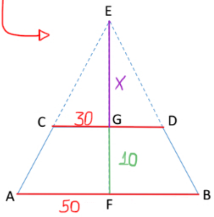
$$x = \frac{24^{:2}}{10^{:2}} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$\boxed{x = 12/5}$$

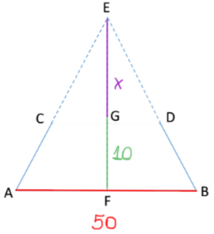
---

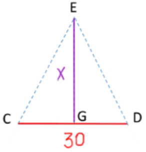
14. As bases de um trapézio ABCD medem 50 cm e 30 cm e a altura 10 cm. Prolongando-se os lados não paralelos, eles se interceptam num ponto E. Determine a altura $\overline{EF}$ do triângulo ABE e a altura $\overline{EG}$ do triângulo CDE.





Separando o triângulo ABE do CDE, temos:





Assim podemos dizer que as alturas (h):

$h_{EF} = 10 + x$

$h_{EG} = x$

$$\frac{\text{Base maior}}{\text{Base menor}} = \frac{h_{EF}}{h_{EG}}$$

$$\frac{50}{30} = \frac{10+x}{x}$$

$$\frac{50}{30} \times \frac{10+x}{x}$$

$$50 \cdot x = 30 \cdot (10 + x)$$

$$50x = 300 + 30x$$

$$50x - 30x = 300$$

$$20x = 300$$

$$x = \frac{300}{20} \Rightarrow x = 15$$

$h_{EF} = 10 + x \Rightarrow h_{EF} = 25 \text{ cm}$

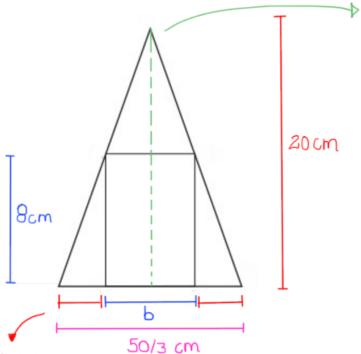
$h_{EG} = x \Rightarrow h_{EG} = 15 \text{ cm}$

$$\boxed{h_{EF} = 25\text{cm};\quad h_{EG} = 15\text{cm}}$$

---

15. Num triângulo isósceles de 20 cm de altura e 50/3 cm de base está inscrito um retângulo de 8 cm de altura com base na base do triângulo.

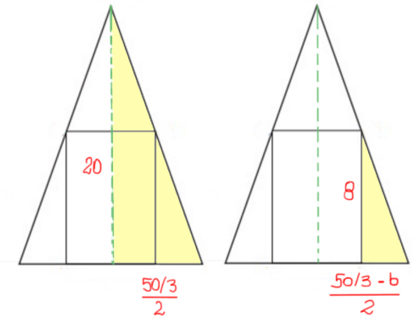
Calcule a medida da base do retângulo.



Traçando uma linha no centro do triângulo, podemos enxergar a formação de alguns triângulos retângulos:

PARTES IGUAIS

$$\frac{50/3 - b}{2}$$



$$\frac{50/3}{2} \qquad \frac{50/3 - b}{2}$$

Assim podemos definir que:

$$\frac{20}{8} = \frac{\frac{50/3}{2}}{\frac{50/3-b}{2}}$$

$$\frac{20}{8} = \frac{\frac{50/3}{\cancel{2}}}{\frac{50/3-b}{\cancel{2}}}$$

$$20(50/3 - b) = 8\cdot(50/3)$$

$$\frac{1000}{3} - 20b = \frac{400}{3}$$

$$\frac{1000-60b}{\cancel{3}} = \frac{400}{\cancel{3}}$$

$$1000 - 400 = 60b$$

$$60b = 600$$

$$b = \frac{600}{60} \Rightarrow b = 10\text{ cm}$$

$$\boxed{b = 10\text{ cm}}$$