Curso
Preparatório
CIDADE

FÍSICA

2ª EDIÇÃO - 2017

Agradecimentos

Em primeiro lugar, meu agradecimento especial e minha consideração a dois professores extraordinários – aqueles que me levaram a gostar de ensinar com excelência – Dometildes Tinoco e Euzébio Cidade. (Olá, Mamãe e Papai!)

Um agradecimento sincero aos meus queridos alunos e a excelente e dedicada equipe de professores da Cadeira de Física, liderada pelo Professor Alexandre, profissional ímpar, e que reúne as qualidades de um verdadeiro líder. Coordena com esmero a cadeira de exatas do Curso Cidade, com seu trabalho de incomensurável valor pedagógico reconhecido pela Direção do Curso, pela equipe que coordena e pelos demais alunos que já se prepararam em nosso Curso. Agradeço também ao prestativo colaborador de todas as horas e inestimável amigo Prof. Jonnhy, que procedeu a atualização dos conteúdos para o corrente ano. Um agradecimento especial a Laura Maciel pela coordenação da equipe de TI que executou excelente trabalho de formatação e diagramação deste material.

Finalizando um agradecimento muito especial aos professores André Luiz e Felício Mourão, que com dedicação e competência auxiliaram na confecção desta apostila de história que apresenta 20 questões por subtópico, além das questões cobradas nos últimos concursos. Questões necessárias e fundamentais para um adestramento simples, rápido e eficaz para o concurso da EsFCEx.

Esperamos que você utilize esta obra, exercitando com atenção cada item apresentado e pesquisando na bibliografia àqueles que apresentaram maior grau de dificuldade. Traga para a aula as dúvidas das questões cuja resposta não esteja de acordo com seu conhecimento ou envie-as por e-mail para seu professor.

Aceite nossa companhia nesta viagem de treinamento Rumo à EsFCEx.

Bons Estudos !!

Luiz Cidade

Diretor

Prezado aluno do Curso de Física

O conhecimento, o entendimento e o perfeito domínio da Física, em suas diversas muitas vertentes, são ferramentas essenciais para o sucesso em qualquer concurso – especialmente no âmbito da carreira militar, com provas cada dia mais seletivas que abordam diversas particularidades e singularidades da nossa Física.

Tendo em vista, essencial e prioritariamente, o sucesso de seus alunos, o Curso Cidade, por intermédio de sua equipe da Cadeira de História, apresenta este material. Confeccionado a partir de um sólido embasamento teórico, calcado na Bibliografia do concurso. A presente apostila traz cerca de mil exercícios gabaritados, com o intuito de fortalecer e solidificar a teoria aprendida em sala, trabalhada na apostila e praticada nos simulados semanais, cujo objetivo é ajudar a pensar com fluidez a nossa história, sem recorrer a estratégias mnemônicas ineficazes e ideias generalizadas, desprovidas de lógica.

Aproveite! O material é seu: faça um ótimo uso dele!

Temos certeza de que aquele que se dedicar com afinco à resolução das questões aqui apresentadas irá melhorar sobremaneira o seu desempenho nos exames vindouros. Nosso principal objetivo, com este material, é contribuir para melhorar o desempenho de todo candidato que, de fato, queira aprender.

Estamos aqui torcendo e trabalhando pelo seu sucesso!

Bom trabalho e bom estudo!

Equipe de História do Brasil

E Q U I P E

Diretor Geral
Luiz Alberto Tinoco Cidade

Diretora Executiva
Clara Marisa May

Diretor de Artes
Fabiano Rangel Cidade

Coordenação Geral dos Cursos Preparatórios
Profº Luiz Alberto Tinoco Cidade

Coordenação dos Cursos de Idiomas EAD
Profº Dr. Daniel Soares Filho

Secretaria
Evelin Drunoski Mache

Suporte
Laura Maciel Cruz
Jefferson de Araújo
Geraldo Luís da Silva Júnior

Editoração Gráfica
Edilva de Lima do Nascimento

Fonoaudióloga e Psicopedagoga
Mariana Ramos – CRFa 12482-RJ/T-DF

Assessoria Jurídica
Luiza May Schmitz – OAB/DF – 24.164

Assessoria de Línguas Estrangeiras
Cleide Thieves (Poliglota-EEUU)
João Jorge Gonçalves (Poliglota-Europa)

Equipe de Professores

Professores dos Idiomas
Luiz Cidade – Espanhol
Maristella Mattos Silva – Espanhol (EAD)
Monike Cidade – Espanhol (EAD)
Genildo da Silva – Espanhol
Leonardo dos Santos – Espanhol
Diego Fernandes – Espanhol
Rita de Cássia de Deus Vindo - Inglês
Márcia Mattos da Silva – Francês (EAD)
Marcos Henrique – Francês

Professores dos Concursos
Drº Adriano Andrade – Geografia do Brasil
Gibrailto Soares - Geografia do Brasil (EAD)
Drº Daniel Soares Filho – Espanhol (EAD)
Drª Simone Tostes – Inglês (EAD)
Edson Antonio S. Gomes – Administração de Empresas
Tomé de Souza – Administração de Empresas (EAD)
Sormany Fernandes – História do Brasil
Djalma Augusto – História do Brasil
André Luís Gonçalves – História
Felício Mourão Freire – História Geral (EAD)
Albert Iglésias – Língua Portuguesa e Literatura
Valber Freitas Santos – Gramática, Redação e Literatura (EAD)
Alexandre Santos de Oliveira – Direito
Lúcio dos Santos Ferreira – Direito
Emerson Marques Lima – Direito
Ms Edson da Costa Rodrigues – Ciências Contábeis
Genilson Vaz Silva Sousa – Ciências Contábeis
Paulo Augusto Moreira – Ciências Contábeis
Anderson Silva de Aguiar – Ciências Contábeis
Jorge Basílio – Matemática Financeira
Ricardo Sant'Ana – Informática
Cláudio Lobo – Informática
Eliel Martins – Informática
Cintia Lobo César – Enfermagem
Elaine Moretto – Enfermagem (EAD)

CURSO CIDADE - ESFCEX

Conteúdo

AULA 01 - INTRODUÇÃO À FÍSICA 11

EXERCÍCIOS 12

AULA 02 - MOVIMENTO UNIFORME..... 13

Velocidade de um móvel 13

Movimento Uniforme 14

EXERCÍCIOS 16

AULA 03 - MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO - MUV 19

Aceleração Escalar Média..... 19

Aceleração Escalar Instantânea..... 19

EXERCÍCIOS 21

AULA 04 - MOVIMENTO VERTICAL..... 27

EXERCÍCIOS 28

AULA 05 - LANÇAMENTOS 30

Lançamento Horizontal 30

Lançamento Oblíquo 30

EXERCÍCIOS 32

AULA 06 - VETORES..... 36

EXERCÍCIOS 38

AULA 07 - MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME 40

EXERCÍCIOS 42

AULA 08 - COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS 44

EXERCÍCIOS 45

AULA 09 - LEIS DE NEWTON..... 46

1ª Lei de Newton: Lei da Inércia. 46

2ª Lei de Newton: Princípio Fundamental da Dinâmica 46

3ª Lei de Newton: Lei da ação e reação. 46

EXERCÍCIOS 49

AULA 10 - FORÇAS DE ATRITO 55

EXERCÍCIOS 57

AULA 11 - TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA..... 61

Trabalho de uma Força 61

Conservação da Energia Mecânica 62

CURSO CIDADE - EsPCEx

Teorema Trabalho – Energia Cinética **63**
EXERCÍCIOS 64
AULA 12 - IMPULSO E MOVIMENTO LINEAR **70**
Quantidade de Movimento **70**
EXERCÍCIOS 72
AULA 13 - GRAVITAÇÃO **76**
Leis de Kepler **76**
1ª Lei de Kepler: Lei das órbitas **77**
2ª Lei de Kepler: Lei das Áreas **77**
3ª Lei de Kepler: Lei dos Períodos **77**
Lei da Gravitação Universal **77**
Corpos em órbita **78**
EXERCÍCIOS 79
AULA 14 - ESTÁTICA **82**
Estática de um Ponto Material **82**
Estática de um Corpo Extenso **82**
EXERCÍCIOS 84
AULA 15 - HIDROSTÁTICA **90**
Pressão **90**
Densidade e Massa Específica **90**
Pressão de uma Coluna de Líquido **90**
Teorema de Stevin **90**
Princípio de Pascal **91**
Teorema de Arquimedes **91**
EXERCÍCIOS 93
AULA 16 - TERMOMETRIA **101**
Escalas Termométricas **101**
EXERCÍCIOS 102
AULA 17 - CALORIMETRIA **105**
Princípio das Trocas de Calor **105**
Curvas de Aquecimento **105**
EXERCÍCIOS 107
AULA 18 - DILATAÇÃO **110**

CURSO CIDADE - EsPCEX

Dilatação de Sólidos **110**

Dilatação de Líquidos **110**
EXERCÍCIOS 112
AULA 19 - PROPAGAÇÃO DE CALOR **114**

Diagrama de fases **114**
EXERCÍCIOS 116
AULA 20 - ESTUDO DOS GASES **120**

EXERCÍCIOS 122
AULA 21 - TERMODINÂMICA **125**

EXERCÍCIOS 129
AULA 22 - PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA **134**

Reflexão: **134**

Refração: **134**

Absorção: **135**

Difração: **135**

Sombra e Penumbra: **135**

Câmara escura: **135**

Cor de um corpo: **136**
EXERCÍCIOS 137
AULA 23 - ESPELHOS PLANOS **139**

Campo Visual: **139**

Associação de espelhos: **140**
EXERCÍCIOS 141
AULA 24 - ESPELHOS ESFÉRICOS **143**

Análise Geométrica de Imagens **143**

Leis de Reflexão dos espelhos esféricos: **143**

Construção geométrica de imagens: **144**

Estudo Analítico: **145**
EXERCÍCIOS 147
AULA 25 - ÍNDICE DE REFRAÇÃO **149**

EXERCÍCIOS 151
AULA 26 - LENTES ESFÉRICAS **155**

Elementos Geométricos das Lentes Esféricas **155**

CURSO CIDADE - EsPCEx

Estudo Analítico **155**

Fórmula dos Fabricantes de Lentes **156**

Vergência: **156**
EXERCÍCIOS 157
AULA 27 - ÓPTICA DA VISÃO **159**

Miopia **159**

Hipermetropia **160**

Presbiopia **160**

Astigmatismo **160**
EXERCÍCIOS 161
AULA 28 - MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES **163**

EXERCÍCIOS 166
AULA 29 - ONDAS **168**

Ondas Periódicas **169**
EXERCÍCIOS 171
AULA 30 - INTERFERÊNCIA DAS ONDAS **175**

Propriedades das Ondas **175**

Princípio da Superposição **175**

Ondas Estacionárias **175**
EXERCÍCIOS 178
AULA 31 - SOM **180**

Ondas Sonoras **180**

Qualidades do Som **180**

Propriedades do Som **181**

Ondas em Cordas e Tubos **182**
EXERCÍCIOS 184
AULA 32 - CARGA ELÉTRICA **188**

Processos de eletrização **188**
EXERCÍCIOS 190
FIS 33 FORÇA ELÉTRICA **191**

Lei de Coulomb **191**
EXERCÍCIOS 192
AULA 34 - CAMPO ELÉTRICO **195**

Campo Elétrico Uniforme - CEU **196**

CURSO CIDADE - ESPCEX

EXERCÍCIOS 198
AULA 35 - POTENCIAL ELÉTRICO 199
EXERCÍCIOS 202
AULA 36 - CAPACITORES 205
Associação em Série de Capacitores 205
Associação em Paralelo de Capacitores 206
Condutores em Equilíbrio 206
Condutores Esféricos 206
EXERCÍCIOS 208
AULA 37 - CORRENTE ELÉTRICA 211
Circuitos Elétricos 211
EXERCÍCIOS 213
AULA 38 - RESISTÊNCIA ELÉTRICA 215
Associação de Resistores 216
EXERCÍCIOS 218
AULA 39 - GERADORES ELÉTRICOS 223
Associação de Geradores 223
Receptores Elétricos 224
Instrumentos de Medidas Elétricas 224
Leis de Kirchhoff 225
EXERCÍCIOS 226
FIS 40 MAGNETISMO 228
Fio Retilíneo Longo 230
Espira Circular 230
Bobina Circular 230
Solenóide 230
EXERCÍCIOS 232
AULA 41 - FORÇA MAGNÉTICA 236
Força Magnética em um fio imerso em um Campo Magnético 237
Partícula penetrando em uma região de campo magnético uniforme 237
Força Magnética entre dois fios paralelos 238
EXERCÍCIOS 240
AULA 42 - INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA 243

CURSO CIDADE - EsPCEx

Transformadores **244**
EXERCÍCIOS 247
AULA 43 – TÓPICOS DE FÍSICA MODERNA **249**

O átomo de Bohr **249**

O efeito fotoelétrico **251**

A Teoria da Relatividade **253**
EXERCÍCIOS 256
GABARITOS **258**

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 01 - INTRODUÇÃO À FÍSICA

A física é uma ciência exata, que estuda os fenômenos da natureza procurando explicá-los matematicamente, de modo que possamos tentar entender e prever eventos futuros. Basicamente o que se faz na física é ***medir grandezas****. Uma grandeza é qualquer coisa que possa ser medida. Por exemplo: a altura de uma pessoa pode ser medida – portanto, altura é uma grandeza.*

Existem grandezas que ficam bem explicadas somente dizendo o seu valor e sua unidade. Tais grandezas são ditas ***escalares****. Por exemplo, a massa de uma pessoa pode ser expressa somente por 75 kg.*

Outras grandezas não ficam bem descritas somente com o seu valor e uma unidade. Tais grandezas são ditas ***vetoriais****, e para serem bem definidas, necessitam ainda de uma direção e sentido especificados. Exemplo: um homem caminhou 100 km na direção norte – sul, com sentido para o sul.*

Uma mesma grandeza pode ser expressa em diversas unidades, por exemplo: o comprimento de uma estrada pode ser dado em quilômetros, metros, centímetros... Para estabelecer um padrão de referência quanto às unidades, foi criado o Sistema Internacional de unidades, o S.I. Esse sistema estabelece as unidades padrão para as principais grandezas na física. Todas as demais grandezas possuem unidades secundárias que derivam das unidades principais. O SI estabelece as seguintes unidades:

Grandeza	Unidade	Símbolo
Comprimento	Metro	m
Massa	Quilograma	Kg
Tempo	Segundo	s

Às vezes, a unidade escolhida para descrever determinada grandeza é muito pequena ou muito grande comparada com o que se pretende medir. Quando isso acontece, utilizamos os prefixos, que são símbolos que representam uma quantidade expressa por uma potência de base dez.

Os prefixos mais usados são os seguintes:

Prefixo	Ordem n da potência 10^n	Símbolo
Giga	9	G
Mega	6	M
Quilo	3	K
centi	-2	c
mili	-3	m
micro	-6	μ
nano	-9	n

Ex. 1 – Efetue as seguintes conversões:

a) 4h em segundos:
Para converter 4h em segundos podemos usar diretamente uma regra de três da seguinte forma:

1h- 60 min
4h- x min

Assim, x.1 = 60 .4 => x= 240 min.
Repetindo agora para segundos, temos:

1 min- 60 s
240 min- y s

E portanto y = 60 .240 = 14.400 s.

Poderíamos ter feito o mesmo exemplo de maneira mais direta, apenas trocando a unidade pelo respectivo valor:

4 h = 4 . 60 <u>min</u> = 4 .60 .<u>60 s</u> = 14.400 s.

b) 72 km/h em m/s:
Vamos realizar esta conversão substituindo os respectivos valores de unidades. Assim temos:

$72\ \frac{km}{h} = 72 \times 1000\ \frac{m}{h} = 72 \times 1000\ \frac{m}{3600\ s} =$ 72 x

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$\frac{1}{3,6}\frac{m}{s} = 20 \text{ m/s}$$

Note que na prática, dividimos o valor 72 por 3,6. A regra geral é:

Para converter de km/h para m/s, divide-se o valor por 3,6. Para passar de m/s para km/h, multiplicamos o valor por 3,6.

Para expressarmos números muito grandes ou muito pequenos, frequentemente usamos a **notação científica***, que consiste em expressar o número através de uma potência de 10. Na notação científica o número a ser expresso deve conter apenas uma casa antes da vírgula e diferente de zero, multiplicado pela potência de 10 associada, comumente chamada de ordem de grandeza.*

$$\mathbf{N = c \times 10^{n}}$$

Aqui o valor c deve ser um número expresso por meio de um decimal maior ou igual a 1 e menor que 10 e a ordem da potência n deve ser um número inteiro. A potência de dez associada ao número expresso em notação científica é chamada de ordem de grandeza, e deve seguir a seguinte regra:

Quando c ≥3,16, a ordem de grandeza de N será 10^{n+1}.

Quando c < 3,16, a ordem de grandeza de N será 10^{n}.

O número 3,16 é o valor utilizado como limite de aproximação pois se refere ao ponto médio do intervalo 10^{0} e 10^{1} ou seja é igual a $10^{0,5}$.

Vejamos um exemplo:

Ex. 2 – Expresse os valores em notação científica:

a) 315 = 3,15 . 10^{2} (aqui 10^{2} é a ordem de grandeza!)

b) 7943 = 7,943 . 10^{3} (aqui a ordem de grandeza é 10^{4}!)

c) 0,06 = 6 . 10^{-2}

EXERCÍCIOS

1) *Quantas horas, minutos e segundos há em:*

(A) *21,86 h ?*
(B) *15,25 min ?*

2) *Uma máquina produz 10 cm de fita magnética por segundo. Então, no mesmo ritmo de produção, quantos quilômetros de fita são produzidos em 1h 20 min e 30 s?*

3) *Escreva em notação científica os seguintes números:*

(A) *157000*
(B) *0,0000038*
(C) *290 . 10^{6}*
(D) *0,008 . 10^{-2}*

4) *Qual é a ordem de grandeza da quantidade mínima de canetas esferográficas comuns necessárias para cobrir a distância São Paulo – Rio de Janeiro de 400 km?*

5) *Faça a conversão para m/s das seguintes velocidades:*

(A) *36 km/h*
(B) *540 km/h*
(C) *2100 cm/s*
(D) *1800 m/min*

6) *Um corredor percorre 0,2 km em linha reta em um intervalo de tempo de 6,0 min. Qual é a sua velocidade média em km/h?*

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 02 - MOVIMENTO UNIFORME

Dentro da **cinemática**, utilizamos alguns conceitos fundamentais para o entendimento de como ocorrem os movimentos. Na maioria dos exercícios, nos depararemos com expressões que dão a característica de cada movimento. Desta forma é interessante nos familiarizar com estes conceitos básicos e fundamentais:

Posição e trajetória: Chamamos de posição ou espaço, o lugar geométrico onde o corpo em estudo está localizado. Definimos a letra **s** para representar este lugar, ou seja, a posição do corpo. Quando o corpo muda de posição, ou seja, sai de uma posição inicial (s_0) e segue para uma posição final (s), ele realizou um deslocamento, ou seja, uma variação na sua posição. Essa variação na posição é chamada de ΔS.

As sucessivas posições de um móvel durante certo tempo formam o que chamamos de **trajetória** do corpo. A trajetória pode ter qualquer forma, sendo frequente o estudo na cinemática de trajetórias retilíneas e circulares.

Referencial: Num movimento qualquer, é sempre necessário definir um referencial, ou seja, uma referência para que possamos descrever tal movimento. A referência pode ser um objeto, uma pessoa, um lugar ou algo que possa ajudar o interlocutor a entender o movimento em questão. Essa referência é denominada referencial, e na cinemática todos os movimentos serão descritos utilizando-se referenciais inerciais, ou seja, referenciais que ou estão em repouso, ou se deslocam num movimento uniforme. O próprio movimento depende de um referencial.

Por exemplo: Um carro se deslocando numa pista com velocidade de 80 km/h está em movimento ou em repouso? A resposta é: **depende do referencial**. Para uma pessoa no interior do veículo, o carro não muda sua posição com o tempo, ou seja, a pessoa vê o volante sempre na mesma distância do seu corpo, desta forma, para esta pessoa, o carro está em repouso. Já para uma pessoa parada em um ponto de ônibus que vê o carro passar por ela, verá que o carro está em movimento, já que a distância do carro em relação a esta pessoa muda com o tempo.

Ponto Material e Corpo Extenso: Um corpo cujas dimensões não são importantes no estudo de determinado movimento, é denominado ponto material. Por exemplo: Um carro se deslocando em uma estrada que liga duas cidades distantes, se parece como um ponto para alguém que esteja acompanhando o movimento do alto de um helicóptero por exemplo. Como as dimensões do carro são desprezíveis considerando a distância entre as cidades, dizemos que ele é um ponto material.

Já se as dimensões do objeto não puderem ser desprezadas no estudo de tal movimento, então dizemos que o objeto é um corpo extenso. Por exemplo, uma formiga andando sobre o mesmo carro do exemplo anterior. Neste caso, as dimensões do carro não são desprezíveis para a formiga, e portanto, o carro é considerado um corpo extenso. Pontos materiais são frequentemente chamados de corpos puntiformes.

Velocidade de um móvel

Acostumamo-nos a associar a velocidade de um corpo à sua rapidez. A rapidez está diretamente relacionada com o tempo com que determinado evento acontece. Se o tempo é pequeno, dizemos que aconteceu mais rapidamente. Se por outro lado o tempo é grande, dizemos que o evento aconteceu mais lentamente. Podemos associar o evento à uma mudança nas posições de um móvel. Desta forma, quanto mais rápido ele mudar a sua posição, mais veloz ele será, ou seja, sua velocidade será maior.

CURSO CIDADE - EsPCEX

Velocidade Escalar Média

Na física, definimos velocidade escalar média (Vm) como sendo:

$$Vm = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Onde S é a posição do móvel e t é o instante de tempo considerado. Desta forma, a velocidade escalar média de um corpo num certo tempo, é calculada como sendo a rapidez com que um corpo varia sua posição numa determinada trajetória. Se após um certo tempo, a posição final do corpo for igual à inicial, dizemos que a velocidade média foi igual a zero. A unidade de velocidade no SI é o m/s, mas podemos encontrar muitas vezes a unidade km/h. Se o corpo mantiver sempre o mesmo sentido de movimento, a velocidade média pode ser simplificada como sendo a distância percorrida pelo tempo gasto no percurso.

É importante frisar que as posições são definidas a partir de um referencial, por exemplo uma régua cujos valores crescem para a direita. Desta forma um corpo que estiver se movimentando sobre esta régua, teria uma velocidade positiva (no sentido positivo da régua) caso se locomovesse para a direita, e uma velocidade negativa, caso se locomovesse para a esquerda (sentido negativo dos valores da régua).

Quando um corpo possui velocidade positiva (sentido positivo da "régua"), dizemos que seu movimento é ***progressivo****. Se a sua velocidade for negativa, dizemos que seu movimento é* ***retrógrado****.*

Velocidade Instantânea

Nem sempre a velocidade média de um corpo ao longo de um percurso, é igual em todos os pontos do percurso. A velocidade de um corpo num determinado momento ou instante, é chamada de velocidade instantânea. Essa é a velocidade marcada no velocímetro de um carro a cada instante. Essa velocidade pode ser definida por:

$$V = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

ou seja, é o valor do espaço percorrido por um corpo num determinado intervalo de tempo, quando este intervalo de tempo tende a zero (muito pequeno, quase um instante).

Movimento Uniforme

É aquele movimento no qual a velocidade do corpo ao longo do tempo permanece constante e não nula. Desta forma, a velocidade escalar média do corpo ao longo do trajeto é exatamente a velocidade instantânea em cada instante, ou seja, Vm = V. Nestas condições, o corpo percorre sempre distâncias iguais em tempos iguais. Podemos então, encontrar uma expressão para a posição do corpo numa determinada trajetória, em cada instante de tempo considerado. Assim temos:

$$Vm = v = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Se considerarmos que o instante inicial ocorre em t=0, temos que:

$$v = \frac{S - S_0}{t}$$

E portanto, podemos escrever:

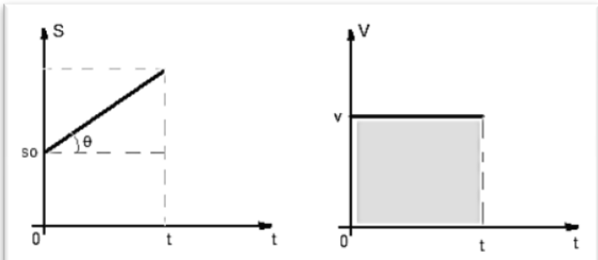
$$S = S_0 + v.t$$

Que é chamada, ***função horária dos espaços*** *ou posições do Movimento Uniforme. Podemos*

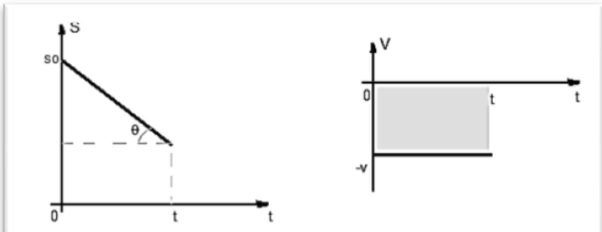
CURSO CIDADE - ESPCEX

notar, que a posição S do objeto, é função de t, ou seja, depende de t. Para cada t, teremos um valor de S, desta forma, agora temos como dizer exatamente onde o corpo está num determinado instante, desde que saibamos de onde partiu (So) e com que velocidade constante partiu (v). Note ainda que trata-se de uma função do primeiro grau, ou seja, o gráfico de S em função de t, é uma reta.

Gráficos do M.U.



Movimento Progressivo (v > 0)



Movimento Retrógrado (v < 0)

A inclinação da curva S x t nos dá a velocidade, isto é, tan$\theta = \Delta S/\Delta t$ = v. Quanto mais inclinada for a curva em relação à horizontal, maior será a velocidade do corpo.

Como se trata de um M.U. a velocidade do corpo é constante, desta forma, a curva Vxt é uma reta paralela ao eixo dos tempos. Interessante notar que a área da figura sombreada, (um retângulo), nos dá o espaço percorrido pelo móvel nos instantes de 0 a t.

$$\boldsymbol{A = \Delta S}$$

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Um móvel percorre a primeira metade de um percurso com velocidade de 60 km/h e o restante com velocidade de 90 km/h. Determine a velocidade escalar média do móvel para todo o percurso.*

Devemos lembrar que a velocidade média é calculada por Vm = $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, assim devemos conhecer todo o percurso e todo o tempo gasto. Se chamarmos de x a distância referente a cada trecho percorrido, a distância total seria 2x. Desta forma, podemos calcular o tempo gasto para percorrer cada trecho, usando a mesma relação acima. Assim temos:

V1 = $\frac{\Delta S_1}{\Delta t_1}$ o que nos leva a 60 = x / Δt_1 e portanto Δt_1 = x/60. Da mesma forma para o segundo trecho temos:

V2 = $\frac{\Delta S_2}{\Delta t_2}$ o que nos leva a 90 = x / Δt_2 e portanto Δt_2 = x/90.

Finalmente temos que a velocidade média em todo percurso seria dado por:

Vm = $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{2x}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$ e como a soma dos tempos nos dá 5x /180 (lembre-se de tirar o m.m.c.) , temos que:

$$Vm = \frac{2x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2x}{\frac{5x}{180}} = \frac{2x\,.180}{5x} = \frac{360}{5} =$$

$$72\ km/h$$

Perceba que a velocidade média não é a média aritmética das velocidades!!!

***Exemplo 2** – Dois homens estão distantes 20m quando um passa a ir ao encontro do outro na mesma trajetória retilínea. Um deles possui a velocidade de 2 m/s enquanto que o outro possui* *uma velocidade em módulo igual a 3m/s. Determine em quanto tempo os homens se encontram.*

Para resolver este exercício, devemos notar que as velocidades não mudam com o tempo, tratando-se desta forma de um problema de M.U. Sendo assim, construímos as funções horárias de cada um. A função horária no Movimento Uniforme é dada pela expressão:

$$S = S_0 + v.t$$

E aplicando para cada homem (identificados por A e B) temos:

$S_A = 0 + 2.t$ e $S_B = 20 - 3t$ (no caso B, o homem parte da posição 20m considerando o A na posição 0. O valor negativo da velocidade ocorre por considerar o homem B na direção contrária ao crescimento das posições).

No local do encontro, os homens estão na mesma posição, portanto $S_A = S_B$ e assim:

*2t = 20 – 3t => 5t = 20 =>**t = 4s**.*

Resp: Os homens se encontram após 4s de movimento!

Note que para obtermos a posição do encontro, bastaria substituir t= 4s em qualquer uma das funções horárias. Neste caso encontraríamos 80m.

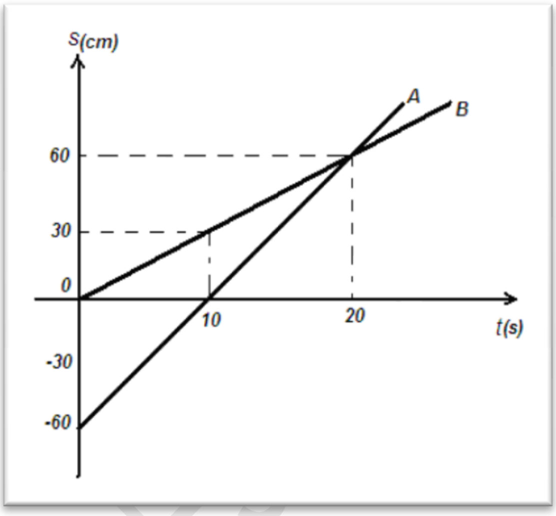
EXERCÍCIOS

1) *O diagrama seguinte mostra as posições de duas partículas, A e B, sobre a mesma trajetória:*

(a) em que instante A ultrapassa B?

(b) que distância separa as partículas no instante t=10s?

(c) que velocidades são desenvolvidas pelas partículas?



2) *(AFA) Um automóvel faz uma viagem em que, na primeira metade do percurso, é obtida uma velocidade média de 100 km/h. Na segunda metade a velocidade média desenvolvida é de 150 km/h. Pode-se afirmar que a velocidade média, ao longo de todo o percurso, é, em km/h,*

(A) 120.
(B) 125.
(C) 110.
(D) 130.

3) *(EFOMM) Uma estrada de ferro retilínea liga duas cidades A e B separadas por uma distância de 440 km. Um trem percorre esta distância com movimento uniforme em 8h. Após 6h de viagem, por problemas técnicos, o trem fica parado 30 minutos. Para que a viagem transcorresse sem atraso, a velocidade constante, em km/h, que o trem deveria percorrer o restante do percurso seria de aproximadamente:*

(A) 55,0
(B) 61,2
(C) 73,3
(D) 100,0

__4)__ (EEAER) Durante uma Olimpíada, um velocista corre um quarto de um percurso retilíneo com velocidade escalar média v e o restante do percurso, com velocidade escalar média 2v. No percurso total, a velocidade escalar média do atleta é de:

(A) 1,2v
(B) 1,4v
(C) 1,6v
(D) 1,8v

***5)** (ITA) Um trem e um automóvel caminham paralelamente e num mesmo sentido, num trecho retilíneo. Os seus movimentos são uniformes e a velocidade do automóvel é o dobro da velocidade do trem. Desprezando-se o comprimento do automóvel e sabendo que o trem tem 100m de comprimento, pergunta-se qual o espaço que o automóvel percorre desde que alcança o trem até o instante em que o ultrapassa.*

***6)** (AFA) Com relação ao movimento de um ponto material numa trajetória orientada, são feitas três afirmações:*

I – Se o movimento se dá no sentido da trajetória, a variação de espaço é positiva.

II- Se o movimento se dá em sentido oposto ao da trajetória, a variação de espaço é negativa.

III- No sistema internacional (SI), o espaço é medido em quilômetros.

Assinale a alternativa correta:

(A) *Apenas as afirmações I e II são corretas.*
(B) *Apenas as afirmações I e III são corretas.*
(C) *As três afirmações são corretas.*
(D) *Nenhuma das afirmações é correta.*

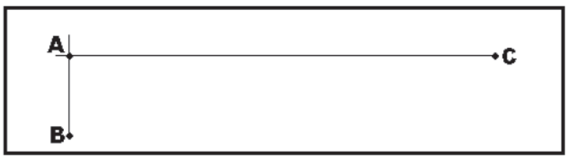
***7)** (EEAER) Dois trens trafegam, no mesmo trilho e no mesmo sentido, em um trecho retilíneo de uma ferrovia. O trem que vai à frente está com velocidade constante de módulo igual a 36 km/h, e o outro, que está atrás, mantém a velocidade constante de módulo igual a 72 km/h. Assinale a alternativa em que está indicado o tempo mínimo necessário para que o trem mais rápido colida com o outro de menor velocidade, a partir do instante em que a distância entre eles for de 18 km.*

(A) *30 minutos*
(B) *45 minutos*
(C) *60 minutos*
(D) *90 minutos*

***8)** (ESPCEX) Um caminhão de 10 m de comprimento, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme, ingressa em uma ponte com uma velocidade de 36 km/h. Passados 20 s, o caminhão conclui a travessia da ponte. O comprimento da ponte é de:*

(A) *100 m.*
(B) *110 m.*
(C) *190 m.*
(D) *200 m.*
(E) *210 m.*

***9)** (ESPCEX) Um avião bombardeiro deve interceptar um comboio que transporta armamentos inimigos quando este atingir um ponto A, onde as trajetórias do avião e do comboio se cruzarão. O comboio partirá de um ponto B, às 8 h, com uma velocidade constante igual a 40 km/h, e percorrerá uma distância de 60 km para atingir o ponto A. O avião partirá de um ponto C, com velocidade constante igual a 400 km/h, e percorrerá uma distância de 300 km até atingir o ponto A. Consideramos o avião e o comboio como partículas descrevendo trajetórias retilíneas. Os pontos A, B e C estão representados no desenho abaixo.*



Desenho Ilustrativo

CURSO CIDADE - ESPCEX

Para conseguir interceptar o comboio no ponto A, o avião deverá iniciar o seu voo a partir do ponto C às:

(A) *8 h e 15 min*
(B) *8 h e 30 min*
(C) *8 h e 45 min*
(D) *9 h e 50 min*
(E) *9 h e 15 min*

10) *(ESPCEX) Um automóvel percorre a metade de uma distância D com uma velocidade média de 24 m/s e a outra metade com uma velocidade média de 8 m/s. Nesta situação, a velocidade média do automóvel, ao percorrer toda a distância D, é de:*

(A) *12 m/s*
(B) *14 m/s*
(C) *16 m/s*
(D) *18 m/s*
(E) *32 m/s*

11) *(Espcex – 2016) Um trem de 150 m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16 m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50 s desde a entrada até a saída completa de dentro dele. O comprimento do túnel é de:*

(A) *500 m*
(B) *650 m*
(C) *800 m*
(D) *950 m*
(E) *1100 m*

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 03 - MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO - MUV

O movimento uniformemente variado (M.U.V.) é aquele em que a velocidade do móvel varia de maneira uniforme, isto é, a uma mesma taxa constante. Desta forma poderíamos citar o exemplo de um carro que viajando a uma velocidade de 2 m/s aumentasse sua velocidade em 2 m/s (taxa) a cada segundo. Desta forma, após um segundo de movimento sua velocidade saltaria de 2m/s para 4 m/s. Após mais um segundo sua velocidade saltaria de 4 m/s para 6 m/s e assim por diante. Importante lembrar que essa variação é uniforme e não acontece em saltos como o exemplo poderia sugerir, ou seja, ao variar sua velocidade de 2m/s para 4 m/s no primeiro segundo, esta variação acontece de maneira suave, é como se o ponteiro do velocímetro do carro andasse a uma velocidade constante entre o valor 2 e o 4.

Aceleração Escalar Média

*A "rapidez" com que a velocidade muda, seja aumentando o seu valor ou diminuindo, é chamada de **aceleração**, e no caso do MUV, é constante.*

Desta forma, a aceleração é a taxa de variação da velocidade, ou seja, a rapidez com que a velocidade varia com o tempo. No MUV essa taxa é constante, e, portanto, a aceleração média é sempre igual a aceleração em qualquer instante do movimento (instantânea). Podemos determinar a aceleração escalar média pela expressão:

$$a_m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_0}{t - t_0}$$

Não podemos esquecer que a aceleração também é um vetor, possui módulo, direção e sentido, além da unidade. No SI, a unidade de aceleração é o m/s^2. Desta forma um corpo que possui uma aceleração de 5 m/s^2, varia a sua velocidade em 5m/s a cada segundo que passa em média.

*No MUV o movimento pode ser classificado em dois tipos: **Acelerado ou Retardado**. O movimento acelerado é aquele em que o módulo da velocidade do corpo aumenta com o tempo. Isto pode acontecer se a velocidade inicial for positiva e a aceleração apontar no mesmo sentido (positiva), assim como a velocidade do corpo aumenta em módulo, o movimento é dito **acelerado**.*

*Caso a velocidade do corpo e a aceleração apontem em sentidos contrários, o valor da velocidade (módulo) diminuirá com o tempo, e portanto o movimento é dito **retardado**.*

Aceleração Escalar Instantânea

A aceleração instantânea pode ser determinada como o valor da aceleração de um corpo em um determinado instante. Assim se considerarmos o tempo tendendo a zero na expressão da aceleração média, teremos para a aceleração instantânea a expressão:

$$a = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Função Horária das Velocidades

Da mesma forma que podíamos construir uma função para localizar o corpo ao longo do tempo em uma trajetória no MU, a chamada função horária dos espaços, também podemos fazê-lo para o caso do MUV. Podemos então partir da expressão da aceleração média:

$$a_m = a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Se considerarmos que o instante inicial ocorre em t=0, temos que:

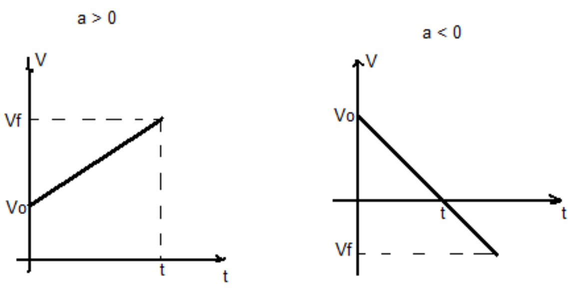
CURSO CIDADE - EsPCEx

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

E portanto, podemos escrever:

$$v = v_0 + a.t$$

Que é chamada, **função horária das velocidades** do Movimento Uniformemente Variado. Podemos notar que se trata de uma função do primeiro grau, ou seja, o gráfico de v em função de t, é uma reta no MUV.



A área sob a curva é igual ao espaço percorrido!

No MUV, a velocidade média se encontra exatamente na metade da reta (curva) do gráfico, ou seja, seu valor é a média aritmética entre a velocidade inicial e a velocidade final.

$$Vm = \frac{v + v_0}{2}$$

Função Horária das Posições

No MUV também podemos determinar a posição do móvel ao longo da trajetória em função do tempo de maneira semelhante à realizada no caso do movimento uniforme. Comecemos por lembrar o conceito de velocidade média que no caso do MUV é realizado da mesma forma, ou seja:

$$\text{Vm} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Como no MUV a velocidade média é dada pela média aritmética das velocidades:

$$Vm = \frac{v + v_0}{2}$$

Temos portanto:

$$\frac{S - S_0}{t} = \frac{v + v_0}{2}$$

E portanto, podemos escrever:

$$S = (S_0 + v.t + v_0.t)/2$$

Substituindo em v a expressão da função horária das velocidades, ou seja,

$$v = v_0 + a.t$$

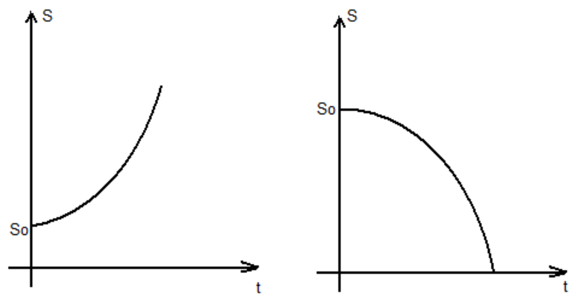
Encontramos:

$$S = (S_0 + (v_0 + a.t).t + v_0.t)/2$$

Que finalmente nos dá:

$$\boldsymbol{S = S_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2}$$

que é a expressão denominada função horária dos espaços para o MUV, ou seja, para cada instante de tempo, encontramos um valor de S (posição). Note que a expressão é uma função do segundo grau com o tempo, isto é, o gráfico de S em função de t é uma parábola.



Movimento Progressivo Movimento Retrógrado

CURSO CIDADE - ESPCEX

Equação de Torricelli

As expressões encontradas até agora tem uma relação direta com o tempo. Podemos determinar uma expressão que relacione as velocidades iniciais e finais do corpo sem que o tempo esteja envolvido. Para tanto, devemos isolar o tempo na equação da função horária das velocidades e inserirmos o resultado na expressão da função horária dos espaços. O resultado é a chamada equação de Torricelli, dada por:

$$\boldsymbol{v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta s}$$

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1 *– Um móvel parte do repouso e 5s depois sua velocidade é igual a 20 m/s. Determine a sua aceleração média e a sua velocidade média no trajeto sabendo que o corpo descreveu um movimento uniformemente variado.*

Devemos lembrar que a aceleração média é dada por:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Substituindo os valores temos:

$$a = \frac{20 - 0}{5 - 0}$$

Desta forma a aceleração média vale a = 4 m/s^2*. Isto é, a cada segundo, a velocidade do corpo mudou em média 4 m/s.*

Para a velocidade média poderíamos usar Torricelli para determinar a distância percorrida e aplicar na conhecida equação da velocidade média. Como trata-se de um MUV, podemos apenas determinar a média aritmética das velocidades, o que daria 0 + 20 /2 , ou seja v_m *= 10 m/s.*

Exemplo 2 *– Um carro viaja a velocidade de 72 km/h quando pisa nos freios e pára em 10s. Determine a distância percorrida pelo carro até parar.*

Para resolver este exercício, devemos primeiramente determinar a aceleração média do carro no percurso. Isto pode ser feito usando a função horária das velocidades, ou seja:

$$\boldsymbol{v = v_0 + a.t}$$

E aplicando os valores na equação acima temos:

$$0 = 20 + a.(10)$$

Note que usamos 20 m/s ao invés de 72 km/h, já que as unidades devem ser compatíveis entre si. Desta forma encontramos o valor de a = -2 m/s^2*. Note ainda que o valor negativo encontrado significa que a velocidade do carro está diminuindo com o tempo, o que é perfeitamente coerente com o exercício. Aplicando este valor na equação de Torricelli temos:*

$$v^2 = v_0{}^2 + 2a\Delta s$$

Que no nosso caso fornece:

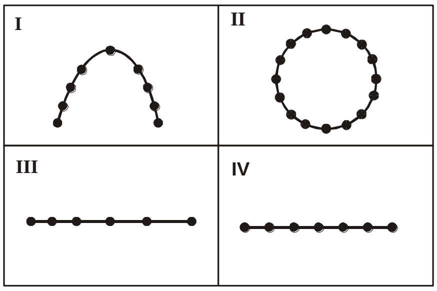
$$0^2 = (20)^2 + 2.(-2)\Delta s$$

E assim encontramos que a distância vale:

$$\Delta s = 100m$$

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) As figuras abaixo apresentam pontos que indicam as posições de um móvel, obtidas em intervalos de tempos iguais.*

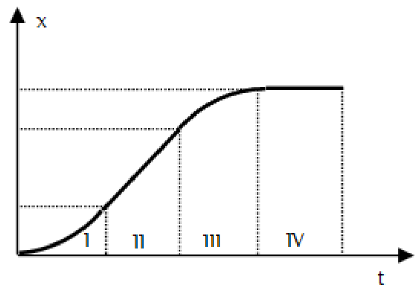


CURSO CIDADE - ESPCEX

Em quais figuras o móvel apresenta aceleração ***NÃO*** *nula?*

a) *Apenas em I, III e IV.*
b) *Apenas em II e IV.*
c) *Apenas I, II e III.*
d) *Em I, II, III e IV.*

2) *(AFA) A posição* ***x*** *de um corpo que se move ao longo de uma reta, em função do tempo* ***t****, é mostrada no gráfico. Analise as afirmações abaixo e marque a alternativa correta.*



a) *A velocidade do corpo é positiva nos quatro trechos.*
b) *A aceleração do corpo é nula apenas no trecho IV.*
c) *A trajetória descrita pelo corpo no trecho I é parabólica.*
d) *O movimento descrito pelo corpo no trecho III é progressivo e retardado.*

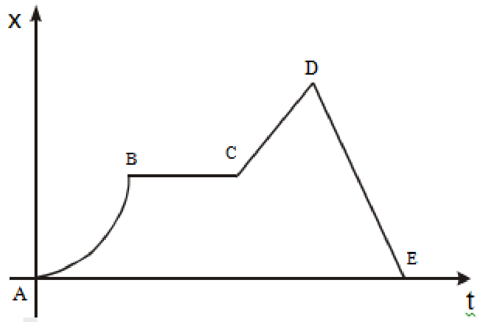
3) *(AFA) A maior aceleração (ou retardamento) tolerada pelos passageiros de um trem urbano é 1,5 m/s^2. A maior velocidade que pode ser atingida pelo trem, que parte de uma estação em direção a outra, distante 600 m da primeira, em m/s, é*

a) *42.*
b) *30.*
c) *68.*
d) *54.*

4) *(AFA) Um automóvel faz uma viagem em que, na primeira metade do percurso, é obtida uma velocidade média de 100 km/h. Na segunda metade a velocidade média desenvolvida é de 150 km/h. Pode-se afirmar que a velocidade média, ao longo de todo o percurso, é, em km/h,*

a) *120.*
b) *125.*
c) *110.*
d) *130.*

5) *(AFA) Um móvel desloca-se ao longo de uma linha reta, sendo sua posição em função do tempo dada pelo gráfico abaixo.*



Pode-se afirmar que

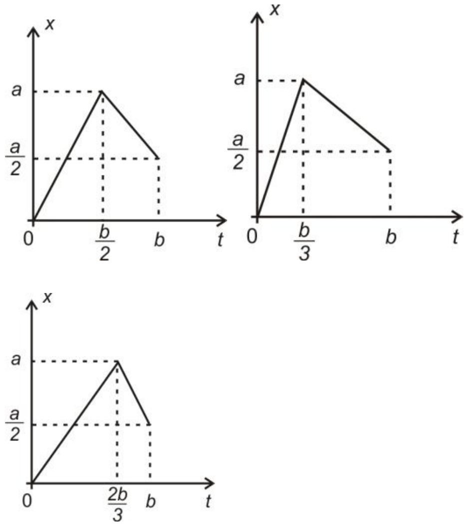
a) *nos trechos* CD *e* DE*, o movimento foi acelerado.*
b) *no trecho* DE*, a velocidade é negativa.*
c) *no trecho* BC*, a velocidade foi constante e não nula.*
d) *no trecho* AB*, a velocidade é decrescente.*

6) *(AFA) Uma estrada de ferro retilínea liga duas cidades A e B separadas por uma distância de 440 km. Um trem percorre esta distância com movimento uniforme em 8h. Após 6h de viagem, por problemas técnicos, o trem fica parado 30 minutos. Para que a viagem transcorresse sem atraso, a velocidade constante, em km/h, que o trem deveria percorrer o restante do percurso seria de aproximadamente:*

a) *55,0*
b) *61,2*
c) *73,3*

d) 100,0

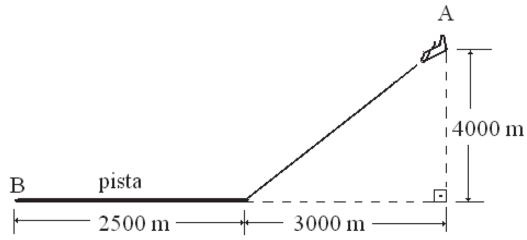
7) *(AFA) Os gráficos a seguir referem-se a movimentos unidimensionais de um corpo em três situações diversas, representando a posição como função do tempo.*



Nas três situações, são iguais as velocidades

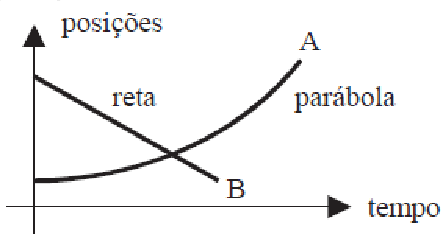
a) *finais.*
b) *médias.*
c) *instantâneas.*
d) *iniciais.*

8) *(EFOMM) Uma aeronave de dimensões desprezíveis está voando a 300 km/h a uma altitude de 4000 m e a 3000 m do início de uma pista retilínea de 2500 m de extensão, quando inicia o procedimento de descida, com aceleração constante, conforme pode ser visto na figura. Ao tocar o solo com uma velocidade de 100 km/h, no início da pista, aciona os freios, mantendo uma aceleração constante até o final da pista, onde a aeronave para. Determine o tempo gasto, pela aeronave, em segundos, desde o início do procedimento de descida (ponto A) até o instante em que ocorre o repouso (ponto B).*



a) 90
b) 80
c) 270
d) 360

9) *(EEAER) Dois ciclistas, A e B, deslocam-se simultaneamente numa mesma estrada,ambos em movimento retilíneo, conforme representado no gráfico (posições X tempo) abaixo. Os movimentos dos ciclistas A e B, respectivamente, são classificados como:*



a) uniforme e acelerado.
b) uniforme e retardado.
c) acelerado e uniforme.
d) acelerado e retardado.

10) *(EFOMM) Um automóvel, de 3,5 metros de comprimento, pretende atravessar uma ponte de 70 metros de extensão. Sabe-se que este veículo consegue, em aceleração máxima, atingir de 0 a 108 km/h em 10 segundos. Assinale a alternativa que indica o tempo mínimo necessário para que o automóvel, partindo do repouso, exatamente no início da ponte, consiga atravessá-la totalmente mantendo o tempo todo a aceleração máxima.*

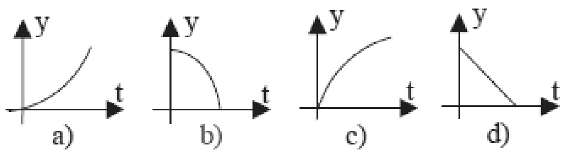
a) 5,0 s
b) 6,8 s
c) 7,0 s
d) 8,3 s

CURSO CIDADE – ESPCEX

***11)** (EEAER) Considere uma nuvem em repouso a uma altura y do solo (adotado como referencial). Cada gota de água que abandona a nuvem com velocidade nula, cai verticalmente até o solo. A alternativa que apresenta corretamente o gráfico da função horária da posição da gota, em relação ao solo, é: considerações:*

- despreze a resistência e as correntes de ar.

- considere constante a aceleração da gravidade.



***12)** (EFOMM) Durante a Segunda Guerra Mundial os aviões japoneses, conhecidos por "zero", executavam sempre a mesma manobra para escaparem dos aviões americanos. Os pilotos mergulhavam as aeronaves em direção ao solo com velocidade inicial máxima na vertical, dada pela potência máxima do motor. A partir dessas considerações pode-se afirmar corretamente que:*

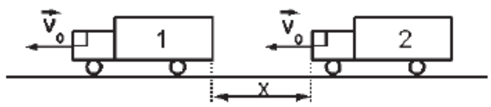
OBS: considere desprezível a resistência do ar.

a) a velocidade dos "zeros" eram altas e sempre constantes.
b) a aceleração dos "zeros" se alteravam 9,8m/s2 a cada segundo.
c) a velocidade dos "zeros" se alteravam 9,8m/s a cada segundo.
d) a velocidade dos "zeros" eram iguais a 9,8m/s independente da velocidade máxima inicial.

***13)** (EEAER) Um ônibus (considerado corpo extenso) gasta 10 s para atravessar, totalmente e num único sentido, uma ponte retilínea de 67 m de comprimento. O ônibus entra na ponte com velocidade de 36 km/h e, ao abandoná-la, possui velocidade de 18 km/h. Supondo constante a relação entre a variação de velocidade do ônibus e o intervalo de tempo correspondente, pode-se afirmar que o comprimento desse ônibus, em metros, é de:*

a) 8,0
b) 8,5
c) 9,0
d) 10,0

***14)** (ESPCEX) No desenho abaixo, estão representados os caminhões 1 e 2. Quando a distância entre eles é x, ambos têm a mesma velocidade* $\vec{v}_0$*, e o instante é t = 0 s.*



Desenho Ilustrativo

O caminhão 1 descreve um **movimento retilíneo e uniforme***. O caminhão 2 descreve um* **movimento retilíneo com aceleração constante***, sendo que essa aceleração tem sentido contrário ao da sua velocidade* $\vec{v}_0$*.*

Com relação à distância entre os caminhões, a partir de t = 0 s, é correto afirmar que ela:

[A] *diminui e é uma função do 2º grau do tempo decorrido.*
[B] *aumenta e é uma função do 1º grau do tempo decorrido.*
[C] *permanece constante ao longo do tempo decorrido.*
[D] *aumenta e é uma função do 2º grau do tempo decorrido.*
[E] *diminui e é uma função do 1º grau do tempo decorrido.*

***15)** (ESPCEX) O gráfico abaixo indica a velocidade escalar em função do tempo de um automóvel que se movimenta sobre um trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.*

CURSO CIDADE - DCEX

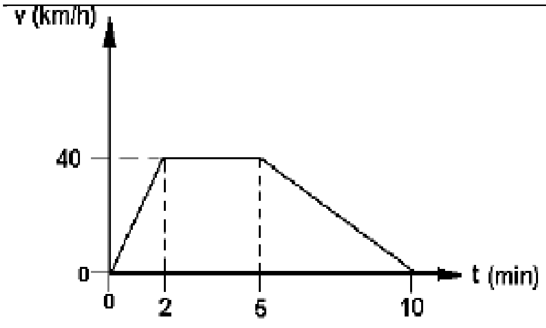


Gráfico Fora de Escala

Podemos afirmar que o automóvel:

[A] *entre os instantes 0 min e 2 min, descreve um movimento uniforme.*
[B] *entre os instantes 2 min e 5 min, está em repouso.*
[C] *no instante 5 min, inverte o sentido do seu movimento.*
[D] *no instante 10 min, encontra-se na mesma posição que estava no instante 0 min.*
[E] *entre os instantes 5 min e 10 min, tem movimento retardado.*

16) *(AFA) Em uma mesma pista, duas partículas puntiformes A e B iniciam seus movimentos no mesmo instante com as suas posições medidas a partir da mesma origem dos espaços. As funções horárias das posições de A e B, para S, em metros, e T, em segundos, são dadas, respectivamente, por $S_A = 40 + 0,2T$ e $S_B = 10 + 0,6T$. Quando a partícula B alcançar a partícula A, elas estarão na posição:*

[A] *55 m.*
[B] *65 m.*
[C] *75 m.*
[D] *105 m.*
[E] *125 m.*

17) *(EFOMM) O gráfico abaixo indica a posição (S) em função do tempo (t) para um automóvel em movimento num trecho horizontal e retilíneo de uma rodovia.*

Da análise do gráfico, pode-se afirmar que o automóvel:
[A] *está em repouso, no instante 1 min.*
[B] *possui velocidade escalar nula, entre os instantes 3 min e 8 min.*
[C] *sofreu deslocamento de 4 km, entre os instantes 0 min e 3 min.*
[D] *descreve movimento progressivo, entre os instantes 1 min e 10 min.*
[E] *tem a sua posição inicial coincidente com a origem da trajetória.*

Gráfico Fora de Escala

18) *(ESPCEX) Um menino abandona uma pedra de um ponto situado a 125 m do solo. Um segundo mais tarde, ele arremessa verticalmente para baixo, do mesmo ponto, uma segunda pedra. Ambas as pedras chegam ao solo ao mesmo tempo. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, pode-se afirmar que a velocidade com que o menino arremessou a segunda pedra foi de:*

[A] *10,30 m/s.*
[B] *10,50 m/s.*
[C] *11,25 m/s.*
[D] *12,50 m/s.*
[E] *13,45 m/s.*

19) *(EFOMM) O gráfico abaixo representa a velocidade(v) de uma partícula que se desloca sobre uma reta em função do tempo(t). O deslocamento da partícula, no intervalo de 0 s a 8 s, foi de:*

CURSO CIDADE - EX

[A] *– 32 m*
[B] *– 16 m*
[C] *0 m*
[D] *16 m*
[E] *32 m*

20) *(ESPCEX) Um carro está desenvolvendo uma velocidade constante de 72 km/h em uma rodovia federal. Ele passa por um trecho da rodovia que está em obras, onde a velocidade máxima permitida é de 60 km/h. Após 5 s da passagem do carro, uma viatura policial inicia uma perseguição, partindo do repouso e desenvolvendo uma aceleração constante. A viatura se desloca 2,1 km até alcançar o carro do infrator. Nesse momento, a viatura policial atinge a velocidade de:*

[A] 20 m/s
[B] 24 m/s
[C] 30 m/s
[D] 38 m/s
[E] 42 m/s

21) *(ESPCEX) Um móvel descreve um movimento retilíneo uniformemente acelerado. Ele parte da posição inicial igual a* $40\,m$ *com uma velocidade de* $30\,m/s$, *no sentido contrário à orientação positiva da trajetória, e a sua aceleração é de* $10\,m/s^2$ *no sentido positivo da trajetória. A posição do móvel no instante* $4s$ *é*

[A] *0 m*
[B] *40 m*
[C] *80 m*
[D] *100 m*
[E] *240 m*

CURSO CIDADE - EsPCEx

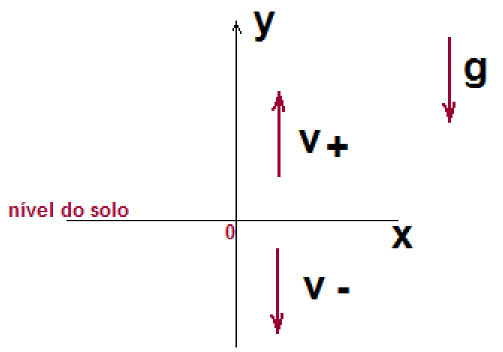
AULA 04 - MOVIMENTO VERTICAL

Um caso especial de MUV é o Lançamento Vertical. Num lançamento vertical o corpo descreve uma trajetória retilínea ao longo da direção vertical, realizando um movimento de sobe e desce sendo acelerado somente pela gravidade local.

Na direção vertical, a aceleração da gravidade atua durante todo o movimento, sempre apontando para baixo, fazendo com que o movimento de subida do corpo seja retardado, ou seja, a velocidade do corpo vai diminuindo com o tempo e ainda, o movimento de descida do corpo seja acelerado, aumentando a velocidade do corpo com o tempo. A taxa de variação dessa velocidade é sempre constante e igual à aceleração gravitacional.

Desta forma as equações conhecidas do MUV podem perfeitamente ser aplicadas aqui, apenas fazendo algumas considerações com relação ao referencial.

Para resolução de problemas, consideraremos o eixo vertical como sendo o eixo y, e a gravidade apontando sempre no sentido negativo de y. Um corpo que sobe o eixo y, teria velocidade positiva e aquele que desce o eixo y, velocidade negativa. Consideramos para simplificação, que o ponto zero do eixo y, se refere ao nível do solo, e portanto, durante a subida o corpo varia sua posição em y, ou seja, sua altura em relação ao solo.



Sendo assim, as expressões utilizadas no movimento vertical podem ser escritas como:

$$v_y = v_{0_y} - g.t$$

$$v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 - 2g\Delta H$$

$$\Delta H = v_{0_y}.t - \frac{1}{2}gt^2$$

Aqui consideramos a =g e a posição y seria dado por h (altura em relação ao solo). Note que o sinal negativo nas fórmulas representa o sentido adotado para g. Em relação à última expressão, podemos escrevê-la na forma de função horária das posições em y, e teríamos:

$$y = y_0 + v_{0_y}.t - \frac{1}{2}gt^2$$

Que poderia ser usada para achar a posição no eixo y (altura em relação ao solo), do corpo em qualquer instante de tempo. Se considerarmos um corpo abandonado de uma certa altura em relação ao solo, a palavra abandonado significaria que a velocidade inicial do corpo seria 0, e portanto, teríamos:

$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

Que isolando o tempo nos dá:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Que é o tempo que o corpo gasta para cair uma altura H ao ser ***abandonado****.*

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1 *– Um garoto atira uma pedra verticalmente para cima com velocidade de 20 m/s. Determine a altura máxima atingida pela pedra e o tempo gasto para que ela retorne à mão do garoto. Use g= 10 m/s^2.*

Devemos lembrar que no ponto mais alto (altura máxima) o corpo pára! Portanto a velocidade final y é zero, $v_y = 0$. Podemos determinar a altura máxima usando Torricelli, o que nos dá:

$$0^2 = (20)^2 - 2.10.\Delta H$$

$$\Delta H = \frac{400}{20} = 20\ m$$

Para o tempo em que a pedra gasta no voo, basta somarmos o tempo de subida, que pode ser calculado considerando a velocidade no ponto mais alto (onde termina a subida) igual a zero:

$$v_y = v_{0_y} - g.t$$

$$0 = 20 - 10.t$$

E encontramos:

$$t = 2s$$

Este é o tempo de subida. Para calcular o tempo de descida, supomos que o corpo foi abandonado do ponto mais alto e inicia a sua queda até o solo (altura de 20 m). Assim temos:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2.20}{10}} = \sqrt{\frac{40}{10}} = 2s.$$

Note que o tempo de queda é igual ao tempo de subida!!! Assim o tempo total seria de 4s.

***Exemplo 2** – Um homem deixa cair uma pedra do alto de um edifício. Sabendo que a pedra toca o solo após 3s, determine a altura do edifício e a velocidade da pedra ao tocar o solo. Use g= 10 m/s^2.*

Para resolver este exercício, devemos lembrar que se a pedra foi largada, sua velocidade inicial é zero na direção y. Desta forma temos:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$3 = \sqrt{\frac{2.H}{10}} = \sqrt{\frac{H}{5}}$$

Podemos simplificar a expressão elevando os dois lados da equação ao quadrado (cuidado com este artifício, pois essa simplificação implica na perda de raízes da equação!), assim temos:

$$9 = \frac{H}{5}$$

O que nos dá:

$$H = 45m.$$

Podemos usar o tempo fornecido para determinar a velocidade com que a pedra toca o solo.

$$v_y = v_{0_y} - g.t$$

$$v_y = 0 - 10.3 = -30\ m/s$$

Aqui o sinal negativo indica a direção do vetor velocidade no momento em que toca o solo (aponta para baixo!).

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Uma bola abandonada de uma altura **H**, no vácuo, chega ao solo e atinge, agora, altura máxima **h**. A razão entre a velocidade com que a bola chega ao solo e aquela com que ela deixa o solo é*

a) $\left(\frac{H}{h}\right)^{1/2}$

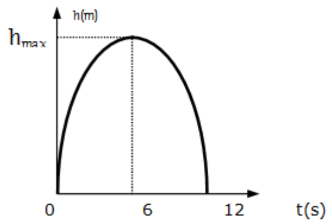
b) $\frac{H}{h}$

c) $\left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}$

d) $\left(\frac{H}{h}\right)^{2}$

CURSO CIDADE - EsPCEX

2) *(AFA) O gráfico mostra a variação, com o tempo, da altura de um objeto lançado verticalmente para cima a partir do solo.*



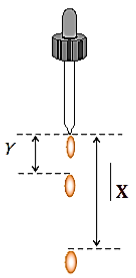
Desprezando a resistência do ar, a altura máxima atingida pelo objeto vale, em m,

a) *180.*
b) *240.*
c) *60.*
d) *300.*

3) *(AFA) Uma equipe de resgate se encontra num helicóptero, parado em relação ao solo, a 305 m de altura. Um paraquedista abandona o helicóptero e cai livremente durante 1,0 s, quando abre o paraquedas. A partir desse instante, mantendo-se constante sua velocidade, o paraquedista atingirá o solo em:*

a) *30s*
b) *28s*
c) *60s*
d) *15s*

4) *(AFA) Certa mãe, ao administrar um medicamento para o seu filho, utiliza um conta-gotas pingando em intervalos de tempo iguais. A figura a seguir mostra a situação no instante em que uma das gotas está se soltando.*



Considerando que cada pingo abandone o conta gotas com velocidade nula e desprezando a resistência do ar, pode-se afirmar que a razão $\frac{X}{Y}$, *entre as distâncias X e Y, mostradas na figura, vale:*

a) *1/2*
b) *4*
c) *1/4*
d) *2*

5) *(ITA) Um menino solta uma pedra, em queda livre, do topo de um prédio. A pedra após cair uma altura H adquire velocidade v. Admitindo as mesmas condições, para que ao cair, atinja uma velocidade igual a 4v, a pedra deve ser abandonada de uma altura de:*

a) *4H.*
b) *8H.*
c) *16H.*
d) *32H.*

6) *(AFA) Um corpo é abandonado em queda livre do alto de uma torre de 245 m de altura em relação ao solo, gastando um determinado tempo t para atingir o solo. Qual deve ser a velocidade inicial de um lançamento vertical, em m/s, para que este mesmo corpo, a partir do solo, atinja a altura de 245 m, gastando o mesmo tempo t da queda livre? Obs.: Use* $g = 10\ m/s^2$

a) *7*
b) *14*
c) *56*
d) *70*

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 05 - LANÇAMENTOS

Lançamento Horizontal

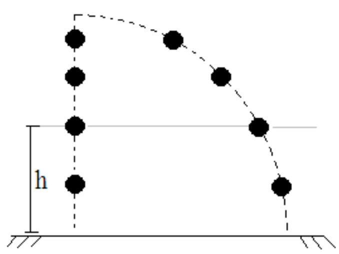
Um lançamento horizontal é aquele em que o corpo é lançado horizontalmente para frente, de uma altura h do solo, geralmente de uma plataforma.

Ao ser lançado, sua velocidade inicial só possui componente na direção x (horizontal). Por exemplo, um jato de água que sai por um furo na lateral de uma garrafa. A medida que o corpo se move, passa a adquirir uma velocidade na direção y, já que é acelerado pela gravidade nessa direção. O movimento completo é uma composição desses dois movimentos nas direções x e y.

Na direção x, o movimento é uniforme (M.U.), já que nenhuma força passa a atuar no corpo nessa direção após o lançamento.

Na direção y, o movimento é uniformemente variado (MUV), com a gravidade atuando ao longo da trajetória conforme vimos anteriormente.

O movimento na direção horizontal, ocorre devido à inércia do corpo após o lançamento. Desta forma dois corpos, um lançado horizontalmente e outro apenas abandonado da mesma altura, caem da mesma forma, isto é, ocupam sempre as mesmas posições verticais a medida em que o tempo passa.



A distância horizontal máxima atingida pelo móvel ao ser lançado é denominada ***alcance****, e pode ser calculado lembrando que na direção x o movimento é uniforme. Desta forma:*

$$\text{Vm} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\text{V}_0 = \frac{A}{\Delta t}$$

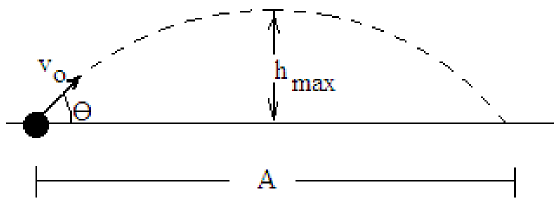
$$A = v_0 . t_q$$

Onde t_q é o tempo de queda do corpo (igual ao tempo em que o corpo gasta para percorrer o eixo x) ao longo da trajetória, e pode ser resumido pela equação:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Lançamento Oblíquo

Denominamos lançamento oblíquo, o lançamento em que o móvel é atirado com um certo ângulo θ em relação à horizontal. Desta forma, a velocidade inicial de lançamento possui componentes na direção x e y e os dois movimentos podem ser estudados de forma independente, lembrando que na direção x o movimento é uniforme e na direção y, uniformemente variado.



As equações do lançamento oblíquo podem ser encontradas partindo inicialmente da decomposição do vetor velocidade inicial, nas suas componentes x e y (ver aula de vetores):

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$v_{0x} = v_0.\cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0.sen\theta$$

Desta forma, a altura máxima poderia ser calculada, analisando o movimento na vertical e considerando o valor de v_y =0 no ponto mais alto (altura máxima). Assim temos:

$$v_y{}^2 = v_{0y}{}^2 - 2g\Delta H$$

Substituindo os valores de v_{0y} e v_y encontramos para a altura máxima:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2.sen^2\theta}{2g}$$

Na direção x podemos determinar o alcance. Lembrando que nesta direção o movimento é uniforme e assim temos para o alcance horizontal:

$$v_{0x} = A/\Delta t$$

$$A = v_{0x}.\Delta t = v_{0x}.2\,ts = v_{0x}.2.\frac{v_{0y}}{g} = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$$

$$A = \frac{v_0{}^2 2.sen\theta.cos\theta}{g}$$

Que pode ser melhorada utilizando uma relação trigonométrica, resultando em:

$$A = \frac{v_0{}^2 sen2\theta}{g}$$

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Um projétil é lançado horizontalmente de uma altura de 5m com velocidade de 20 m/s. Determine o alcance horizontal do projétil. Use g= 10m/s^2 e despreze a resistência do ar.*

Devemos lembrar que na direção x o movimento é uniforme. Assim temos que o alcance horizontal seria dado por:

$$A = v_0.t_q$$

Onde o tempo de queda será igual ao tempo em que o projétil percorrerá o eixo x. Desta forma, o tempo de queda pode ser encontrado por:

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2.5}{10}} = 1s$$

Desta forma o alcance pode ser obtido usando o resultado para o tempo de queda, que nos dá:

$$A = v_0.t_q = 20.1 = 20\,m$$

***Exemplo 2** – Um objeto é lançado obliquamente a partir do solo com velocidade inicial de 20 m/s que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Sendo g =10 m/s^2 e desprezando-se a resistência do ar, determine:*

a) *A altura máxima atingida pelo objeto.*

b) *O alcance horizontal do objeto.*

c) *O tempo de voo do objeto.*

a) *Podemos encontrar a altura máxima aplicando a relação definida acima, ou seja, a altura máxima é dada por:*

CURSO CIDADE - EsPCEx

$$h_{max} = \frac{v_0^2 . sen^2\theta}{2g}$$

Assim, substituindo os valores encontramos:

$$H_{max} = \frac{v_0{}^2 sen^2\theta}{2g} = \frac{(20)^2 sen^2(30°)}{2.10} = \frac{400.(0,25)}{20} = 5m$$

b) *Para o alcance horizontal, temos:*

$$A = \frac{v_0{}^2 sen2\theta}{g}$$

substituindo os valores encontramos:

$$A = \frac{v_0{}^2 sen2\theta}{g} = \frac{(20)^2 sen(2x30°)}{10} = \frac{400\ .0,86}{10} = 34,4\ m$$

c) *O tempo de voo é dado pela soma dos tempos de subida e de descida (que são iguais). Escolhendo calcular o tempo de queda (já que conhecemos a altura máxima), podemos fazer:*

$$t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2.5}{10}} = 1s$$

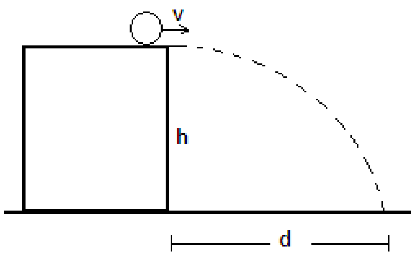
Assim, o tempo de queda é igual ao tempo de subida de forma que o tempo total de voo é igual a 2s.

EXERCÍCIOS

1) *(EEAER) Uma bola é lançada para cima em uma direção que forma 60º com a horizontal. Sabe-se que a velocidade da bola ao alcançar a altura máxima é de 20 m/s. Pode-se afirmar, então, que a velocidade de lançamento da bola tem módulo:*

a) 10 m/s
b) 20 m/s
c) 40 m/s
d) 23 m/s
e) 46 m/s

2) *(EFOMM) Para a situação representada na figura abaixo (bolinha disparada horizontalmente da borda de uma mesa), pode-se deduzir a seguinte relação matemática entre as grandezas d (deslocamento horizontal), h (altura de queda), v (velocidade de disparo), g (aceleração da gravidade):*



a) $v^2 = d.h/2g$

b) $h = d.g^2/4v$

c) $g = \sqrt{2vh/d}$

d) $d = v.\sqrt{2h/g}$

e) $v^{2.}.g = 2dh$

3) *(AFA) Durante um jogo de basquetebol, um jogador arremessa a bola com velocidade inicial de 10 m/s formando um ângulo de 30º acima da horizontal. Sabendo-se que a altura do cesto é 3,05 m e que o lançamento foi feito*

CURSO CIDADE - EsPCEX

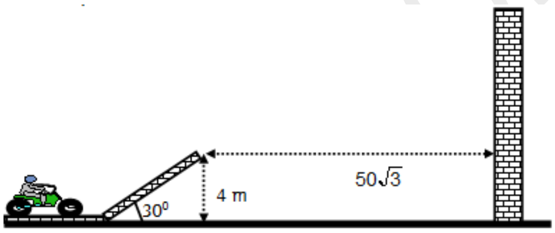
de uma altura de 2 m, a distância horizontal, em metros, do jogador ao cesto, para que ele consiga fazer os pontos sem o auxílio da tabela, deverá ser aproximadamente:

a)2,02
b) 4,00
c) 6,09
d) 7,05

4) *(AFA) Um corpo é abandonado do topo de um precipício. O ruído produzido pela queda do corpo ao atingir o chão é ouvido 10 s após o seu abandono. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, pode-se afirmar que a altura do precipício, em metros, é aproximadamente:*

a) 200
b) 288
c) 391
d) 423

5) *(AFA) Um audacioso motociclista deseja saltar de uma rampa de 4 m de altura e inclinação 30^0 e passar sobre um muro (altura igual a 34 m) que está localizado a $50\sqrt{3}$ m do final da rampa.*

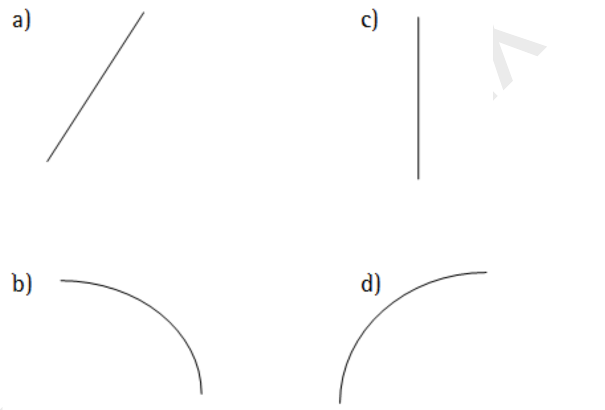


obs.: o desenho está fora de escala.

Para conseguir o desejado, a velocidade mínima da moto no final da rampa deverá ser igual a:

a) 144 km/h.
b) 72 km/h.
c) 180 km/h.
d) 50 km/h.

6) *(AFA) Um garoto está em repouso sobre o vagão de um trem que se move com velocidade constante igual a 10 m/s em relação à Terra. Num certo instante o garoto chuta uma bola com uma velocidade de módulo 20 m/s, em relação ao vagão, formando um ângulo de 120^o com o sentido do movimento do trem. Para uma pessoa que está em repouso na Terra, a trajetória da bola é MELHOR representada pela alternativa*



7) *(AFA) Dois projéteis A e B são lançados obliquamente em relação à horizontal. Sabendo que ambos permanecem no ar durante o mesmo intervalo de tempo e que o alcance de B é maior que o alcance de A, afirma-se que:*

I - *Ambos atingem a mesma altura máxima.*

II - *A velocidade inicial de B é maior que a de A.*

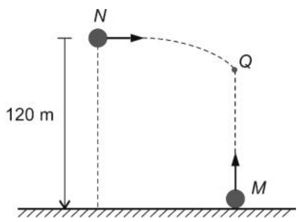
III - *A maior altura é atingida por A que foi lançado com maior velocidade.*

É(são) verdadeira(s) apenas

a) II. c) III.

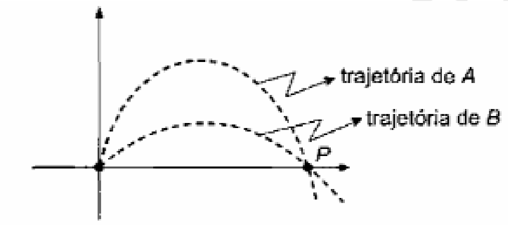
b) I e II. d) I.

8) *(AFA) Considere uma partícula M lançada verticalmente para cima com uma velocidade de 30 m/s. No mesmo instante, uma outra partícula N é lançada horizontalmente de um* *ponto situado a 120 m do solo. Sabe-se que elas irão se chocar em um ponto Q, conforme a figura. Desprezando os efeitos do ar, a altura do ponto Q é*



a) 40 m
b) 60 m
c) 15 m
d) 80 m

9) *(AFA) A figura abaixo representa as trajetórias de dois projéteis A e B lançados no mesmo instante num local onde o campo gravitacional é constante e a resistência do ar é desprezível. Ao passar pelo ponto P, ponto comum de suas trajetórias, os projéteis possuíam a mesma*



a) velocidade tangencial
b) velocidade horizontal
c) aceleração centrípeta.
d) aceleração resultante.

10) *Em um helicóptero em voo retilíneo e horizontal, um atirador sentado posiciona seu rifle a sua direita e a 90° em relação à trajetória da aeronave. Assinale a alternativa que indica o valor da tangente do ângulo entre a trajetória do projétil e a do helicóptero.*

Considere que:

1- não atuam sobre o projétil a gravidade e a resistência do ar.

2- o módulo da velocidade do projétil é de 2.000 km/h.

3- o módulo da velocidade do helicóptero é 200 km/h.

a) 10.
b) 20.
c) 0,1.
d) 0,2.

11) *(EFOMM) Na tentativa de defender os comboios de abastecimento, foram enviados dois encouraçados ingleses para combater o encouraçado Bismarck da marinha alemã. Após vários disparos, um dos navios ingleses foi atingido por um projétil que atravessou sua parte superior e atingiu o depósito de munições, acarretando uma enorme explosão e seu afundamento. Para realizar esse disparo no alcance máximo, desprezando a resistência do ar, os artilheiros do Bismarck dispararam o projétil*

a) obliquamente a 45° em relação ao nível do mar
b) obliquamente a 60° em relação ao nível do mar.
c) horizontalmente.
d) verticalmente.

12) *(ESPCEX) Um projétil é lançado obliquamente, a partir de um solo plano e horizontal, com uma velocidade que forma com a horizontal um ângulo* α *e atinge a altura máxima de* $8{,}45\text{ m}$.

Sabendo que, no ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é $9{,}0\text{ m/s}$, *pode-se afirmar que o alcance horizontal do lançamento é:*

CURSO CIDADE - ESPCEX

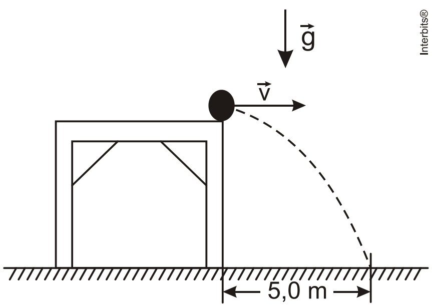
Dados:

intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

despreze a resistência do ar

a) 11,7 m
b) 17,5 m
c) 19,4 m
d) 23,4 m
e) 30,4 m

13) *(ESPCEX) Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo v=5 m/s da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa conforme o desenho abaixo.*

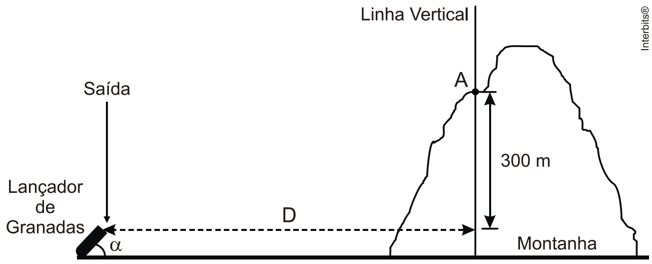


desenho ilustrativo - fora de escala

Desprezando a resistência do ar, o módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é de:

Dado: *Aceleração da gravidade: g=10 m/s²*
a) $4\ m/s$
b) $5\ m/s$
c) $5\sqrt{2}\ m/s$
d) $6\sqrt{2}\ m/s$
e) $5\sqrt{5}\ m/s$

14) *(ESPCEX) Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Este ponto está localizado em uma montanha a* 300 m *de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho abaixo.*



A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de $100\ m/s$ *e forma um ângulo "α" com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a* $10\ m/s^2$ *e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível de ser atingido por ela, a distância D deve ser de:*

Dados: $\cos\alpha = 0,6;\ \ \text{Sen}\,\alpha = 0,8.$

a) 240 m
b) 360 m
c) 480 m
d) 600 m
e) 960 m

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 06 - VETORES

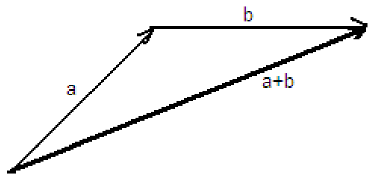
Quando realizamos medidas físicas com grandezas vetoriais, devemos informar o valor da medida a unidade e além disso, a direção e sentido daquela medida. A **força** é um exemplo de grandeza vetorial. Para tratarmos grandezas vetoriais, devemos fazer uso de uma representação matemática para tal grandeza denominada **vetor**.

Todo vetor, deve ter: módulo, direção e sentido. O módulo é a intensidade ou o valor do vetor. A direção é a linha na qual o vetor estará representado, por exemplo horizontal, e, o sentido é dado pela ponta da seta do vetor, responsável pela orientação do mesmo, por exemplo: para a direita.

Ao utilizamos vetores para representar uma grandeza física, não devemos esquecer de relacionar a unidade considerada. As operações básicas podem ser realizadas com vetores, de maneira geométrica ou analítica. Geometricamente existem duas formas de representar e somar vetores: a **regra do paralelogramo** e a **regra do polígono fechado**.

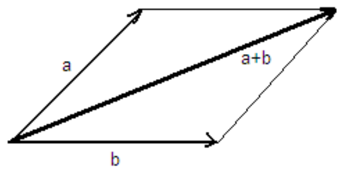
Regra do polígono fechado:

Os vetores a serem somados, são representados ligando-se o final de um ao início do outro e a resultante é traçada ligando-se os pontos inicial e final dos vetores somados.



Regra do paralelogramo:

Os vetores a serem somados são representados a partir de uma mesma origem. O paralelogramo deve ser construído representando os lados paralelos dos dois vetores e a resultante será o vetor originado na origem e que termina onde os dois lados paralelos aos vetores se encontram.



Soma de vetores:

Matematicamente, a resultante de dois vetores pode ser calculada usando a chamada Lei dos cossenos:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2.a.b.cos\theta}$$

Onde a e b são os módulos dos vetores envolvidos na soma. Aqui θ é o ângulo entre os vetores a e b. O resultado R, é o módulo do vetor soma obtido. Essa expressão é muito importante na soma de grandezas vetoriais e será usada em diversos capítulos ao longo do nosso estudo.

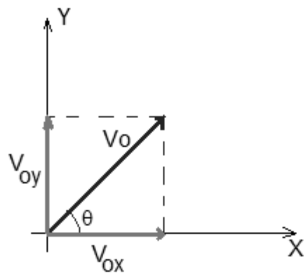
Subtração de vetores:

Matematicamente, a subtração de dois vetores pode ser calculada da mesma forma que uma soma, basta lembrar que **a** – **b** = **a** + (-**b**) onde o vetor **–b** é o chamado vetor oposto de **b**, que possui o mesmo módulo e direção do vetor **b**, porém sentido contrário.

Decomposição de Vetores:

Decompor um vetor é representá-lo a partir de suas projeções ao longo de x e y. Seria como determinar o tamanho da sobra do vetor no eixo x e no eixo y, partindo do vetor original. Desta forma a regra simples é:

CURSO CIDADE - ESPCEX



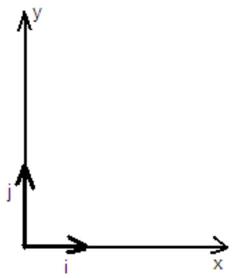
Aqui as componentes v_{ox} e v_{oy} são determinadas a partir do ângulo θ da figura. Desta forma temos:

$$v_{0x} = v_0 . \cos\theta \qquad v_{0y} = v_0 . sen\theta$$

Importante: As componentes do vetor Vo são apenas números, cujo valor dá o módulo da componente ao longo de cada eixo. O caráter vetorial é dado ao multiplicar este número por um vetor unitário.

Vetores unitários:

*Ao representar vetores na forma de vetores unitários, utilizamos as projeções de vetores sobre um plano de vetores de tamanho igual a 1, representados por **i**,**j** e **k**. Os vetores são representados na forma: **a** = a_x**i** + a_y**j** + a_z**k**, e as operações de soma e subtração são realizadas apenas somando-se cada componente.*



Produto escalar de dois vetores:

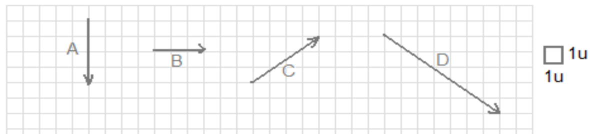
O produto escalar de dois vetores é descrito pela relação:

$$a \cdot b = |a|.|b| \cos\theta$$

Onde θ é o ângulo entre os vetores a e b.

Vejamos dois exemplos:

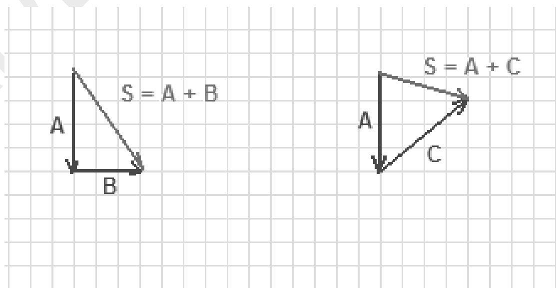
***Exemplo 1** – Dados os seguintes vetores abaixo,*



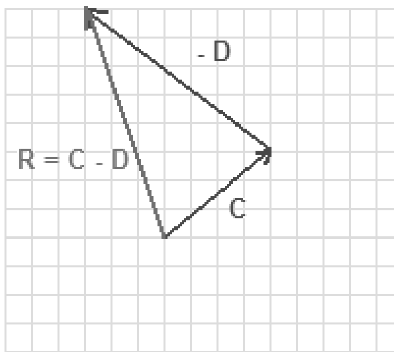
determine graficamente os seguintes vetores:

a) A + B   b) A + C   c) C - D

Devemos lembrar que graficamente podemos usar a regra do polígono fechado para determinar as resultantes pedidas. Para A +B e A + C temos:



Podemos usar a mesma regra para determinar C – D, apenas determinando o vetor –D e somando ao vetor C. Assim temos:



Desta forma podemos determinar a resultante de dois vetores geometricamente! Para determinar o valor de cada resultante, podemos usar a lei dos Cossenos.

***Exemplo 2** – Em relação aos mesmos vetores iniciais, determine usando vetores unitários, o valor da resultante de C – D.*

Como vimos anteriormente, graficamente é relativamente fácil determinar a soma de dois vetores, porém seu valor numérico é um pouco mais difícil. Neste caso, para usar a lei dos cossenos, deveríamos conhecer o módulo de C (seu tamanho) e do vetor –D. Além disso, determinar o ângulo entre os vetores, para então determinarmos o valor do vetor resultante usando a Lei dos Cossenos. O nosso trabalho fica facilitado quando aplicamos os conhecimentos de vetores unitários. Assim, vamos escrever os vetores C e –D, na forma de vetores unitários, ou seja:

$$\vec{C} = C_x\vec{\imath} + C_y\vec{\jmath}$$

$$\vec{C} = 4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$$

Pois o vetor C tem um tamanho de 4 unidades na direção x (sentido positivo) e 3 unidades na direção y (3 quadradinhos para cima). Da mesma forma, o vetor –D fica:

$$\overrightarrow{-D} = -7\vec{\imath} + 5\vec{\jmath}$$

Pois o vetor D tem um tamanho de 7 unidades na direção negativa de x (sentido negativo) e 5 unidades na direção y (5 quadradinhos para cima). Assim, o vetor resultante R = C – D é simplesmente a soma dos vetores C e –D, ou seja, somar as componentes x e y de C e -D, de modo que:

$$\vec{R} = (4-7)\vec{\imath} + (3+5)\vec{\jmath} = -3\vec{\imath} + 8\vec{\jmath}$$

Repare que o resultado é exatamente o vetor R da figura, ou seja, 3 quadradinhos para trás em x e 8 para cima (eixo y). Como queremos saber o módulo (valor) de R, basta somarmos vetorialmente suas componentes, ou seja, aplicar a relação de Pitágoras que nos dá:

$$R = \sqrt{{R_x}^2 + {R_y}^2}$$

Ou seja:

$$R = \sqrt{(-3)^2 + (8)^2} = \sqrt{9+64} = \sqrt{73}$$
$$= 8{,}5\,u\ \ aproxima damente$$

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Duas forças A e B estão aplicadas em um mesmo ponto material. A força A**,** de intensidade 8,0 N, e a força B, de intensidade 5,0 N, formam vetores coplanares e que variando o ângulo θ entre eles, resulta em um vetor resultante C de intensidade 7,0 N. Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela na qual está indicado corretamente o valor do ângulo θ, em graus, entre os vetores A e B que torna válido a soma vetorial citada.*

a) 30
b) 60
c) 120
d) 50

2) *(AFA) Um avião decola de uma cidade A, rumo a outra cidade B, distante 600 km ao norte de A. O piloto mantém a aeronave paralela ao eixo sul–norte, e com uma velocidade constante de 300 km/h, em sentido ao norte, durante toda a viagem. Ao final de duas horas de voo, era de se esperar que estivesse sobre a cidade B, porém, durante todo o trajeto de A até B o avião sofreu a ação de um vento lateral na direção oeste-leste, cujo sentido apontou para leste, com velocidade constante de 50 km/h. Com base nessas informações, assinale a alternativa que indica a distância e a direção que o avião realmente estará da cidade B. Utilize os pontos cardeais:*

a) O avião estará a 50 km ao sul de B.
b) O avião estará a 100 km ao leste de B.

CURSO CIDADE - ESPCEX

c) *O avião estará a 50 km ao sudeste de B.*
d) *O avião estará a 100 km ao nordeste de B.*

3) *(EEAER) Uma força, de módulo F, foi decomposta em duas componentes perpendiculares entre si. Verificou-se que a razão entre os módulos dessas componentes vale $\sqrt{3}$. O ângulo entre esta força e sua componente de maior módulo é de:*

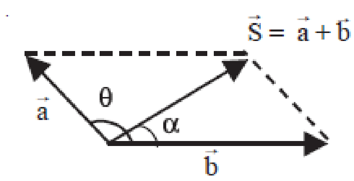
a) 30°.
b) 45°.
c) 60°.
d) 75°.

4) *(EFOMM) Um jovem desejando chegar a um determinado endereço recebe a seguinte orientação: "Para chegar ao destino desejado basta, a partir daqui, caminhar, em linha reta, uma distância de 300 metros. Em seguida, vire à direita, num ângulo de 90° e percorra uma distância, em linha reta, de 400 metros." Seguindo o trajeto proposto o jovem chegou ao seu destino, onde percebeu que a distância, em uma única linha reta, do ponto de partida até o seu destino final, era de ______ metros.*

a) 700
b) 500
c) 400
d) 300

5) *(AFA) Na operação vetorial representada na figura, o ângulo α, em graus, é: Dados: |b|= 2|a| e θ= 120°*

a) 30
b) 45
c) 60
d) maior que 60

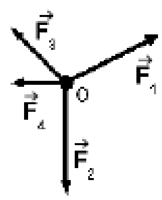


6) *(ESPCEX) Sabendo que a = 6 N e b = 4 N, o módulo do vetor soma dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, que formam um ângulo de 60º entre si e atuam sobre um ponto material, vale:*
Dados: considere sen 60º = 0,87 e cos 60º = 0,50.

a) $2\sqrt{5}\,N$.
b) $2\sqrt{7}\,N$.
c) $2\sqrt{13}\,N$.
d) $2\sqrt{14 N}$.
e) $2\sqrt{19}\,N$.

7) *(ESPCEX) Uma partícula "O" descreve um movimento retilíneo uniforme e está sujeita à ação exclusiva das forças $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}\, e\, \vec{F_4}$ conforme o desenho abaixo. Podemos afirmar que:*

[A] $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = -\vec{F_4}$.
[B] $\vec{F_1} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{F_2}$.
[C] $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_4} = -\vec{F_3}$.
[D] $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_4} = \vec{F_3}$.
[E] $\vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{F_1}$.

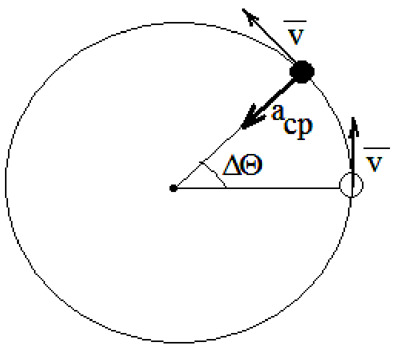


Desenho Ilustrativo

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 07 - MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

*O Movimento Circular Uniforme **M.C.U.** é um movimento no qual um corpo descreve uma trajetória circular com uma velocidade constante em módulo. Neste tipo de movimento, a velocidade vetorial da partícula é sempre tangente à trajetória e aponta no sentido do movimento. Como a direção do vetor muda com o tempo, a velocidade muda com o tempo, o que faz com que o MCU seja um movimento **acelerado**!!!*



No Movimento circular uniforme o módulo da velocidade linear permanece constante, porém a direção do vetor velocidade varia com o tempo, devido à aceleração centrípeta.

*A aceleração atua na direção e sentido da força que faz com que a partícula descreva o movimento circular. Essa aceleração aponta para o centro da curva, e desta forma é chamada de **centrípeta.***

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

*O tempo necessário para que a partícula descreva uma volta completa é denominado **período (T)** e o número de repetições que ela descreve num determinado intervalo de tempo é denominado **frequência (f)** do movimento. A frequência pode ser calculada por:*

$$f = \frac{n^\circ \text{ de voltas}}{\text{tempo}}$$

Desta forma, a unidade de frequência pode ser: rotações por minuto, ciclos por hora, voltas por segundo. Na física, chamamos a unidade "por segundo" ou s^{-1} de Hz (Hertz). Podemos ver que a frequência é o inverso do período.

$$T = \frac{1}{f}$$

Ao descrever um movimento circular, a partícula assume dois tipos de velocidade: a linear ou tangencial e a angular.

A velocidade escalar linear pode ser calculada na forma de um M.U. e portanto é dada por:

$$v = \Delta S / \Delta t$$

ou ainda $v = 2\pi R / T$, onde R é o raio da trajetória e T o período.

Já a velocidade angular média (ω), é calculada pela variação angular da partícula num determinado tempo:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Para uma volta completa, podemos calcular a velocidade angular média por:

$$\omega = 2\pi / T$$

(dada em radianos por segundo)

Importante: O radiano é o ângulo pelo qual o comprimento do arco é igual ao tamanho do raio da circunferência!

Como a frequência é o inverso do período, a velocidade angular de um corpo descrevendo um MCU também pode ser escrita como sendo:

$$\omega = 2\pi f$$

Podemos associar a velocidade linear de um corpo em um MCU com a velocidade angular, pela expressão:

$$v = \omega . R$$

Vejamos alguns exemplos:

***Exemplo 1** – Um antigo toca-discos possui um diâmetro de 40 cm e gira a uma frequência de 48 r.p.m. Determine a velocidade linear e a velocidade angular de um ponto na parte mais externa do disco.*

Devemos lembrar que o diâmetro é o dobro do raio. Portanto o raio do disco é 20 cm. Com a informação da frequência, podemos encontrar o período (o tempo necessário para uma volta) e assim teríamos:

$$f = 48\, r.p.m = \frac{48}{60\, s} = 0{,}8\, Hz$$

Como o período é o inverso da frequência, temos que:

$$T = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25s$$

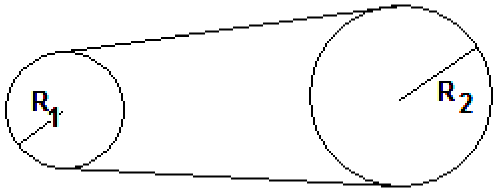
A velocidade angular, pode ser calculada diretamente a partir do período, ou seja, a cada 1,25s o disco percorre uma volta completa, ou um ângulo de 2π radianos. Assim temos:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi . 0{,}8 = 1{,}6\pi\, rad/s$$

A velocidade linear, pode ser calculada diretamente a partir da velocidade angular, o que nos dá:

$$v = \omega . R = 1{,}6\pi . 20 = 32\pi \frac{cm}{s} \approx 100{,}5 \frac{cm}{s} \approx 1\, m/s$$

1) ***Exemplo 2** – Uma cinta funciona solidária com dois cilindros de raios R_1=5 cm e R_2=15 cm. Supondo-se que o cilindro maior tenha uma frequência de rotação f_2= 100 rpm: (a) Qual a frequência de rotação do cilindro menor? (b) qual a velocidade linear da cinta?*



a) Podemos encontrar a frequência do cilindro menor lembrando que a cinta deve ter a mesma velocidade em todos os pontos, assim podemos pegar dois pontos quaisquer da cinta e compará-los. De acordo com a figura, temos:

$V_A = V_B$
$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$
$2\pi f_1 . R_1 = 2\pi f_2 . R_2$

$f_1 . R_1 = f_2 . R_2$

Substituindo os valores do enunciado, temos:

$f_1 . 5 = 100.15$
$f_1 = 300\, rpm$

b) Podemos encontrar a velocidade da cinta usando qualquer uma das polias. Escolhendo a polia 1, temos que:

$$v_1 = \omega_1 R_1 = 2\pi f_1 . R_1 = 2\pi . 300.5 = 3000\pi\, cm/min$$

Que podemos converter para m/s apenas modificando cada uma das unidades:

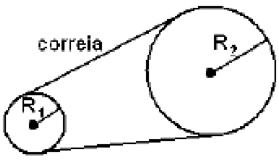
$$v_1 = 3000\pi\, cm / min = 30\pi\, m/ 60\, s = \frac{\pi}{2}\, m/s$$

CURSO CIDADE - ESPCEX

EXERCÍCIOS

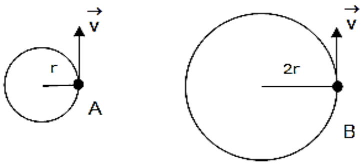
1) (ESPCEX) Uma máquina industrial é movida por um motor elétrico que utiliza um conjunto de duas polias, acopladas por uma correia, conforme figura abaixo. A polia de raio R_1 = 15 cm está acoplada ao eixo do motor e executa 3000 rotações por minuto. Não ocorre escorregamento no contato da correia com as polias. O número de rotações por minuto, que a polia de raio R_2 = 60 cm executa, é de:

[A] 250
[B] 500
[C] 750
[D] 1000
[E] 1200



Desenho Ilustrativo

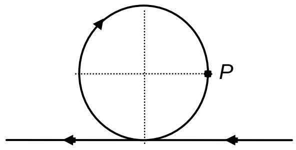
2) (AFA) Dois corpos **A** e **B** giram em movimento circular uniforme presos aos extremos de cordas de comprimentos, respectivamente, ***r*** e **2*r***. Sabendo que eles giram com a mesma velocidade tangencial, pode-se dizer que



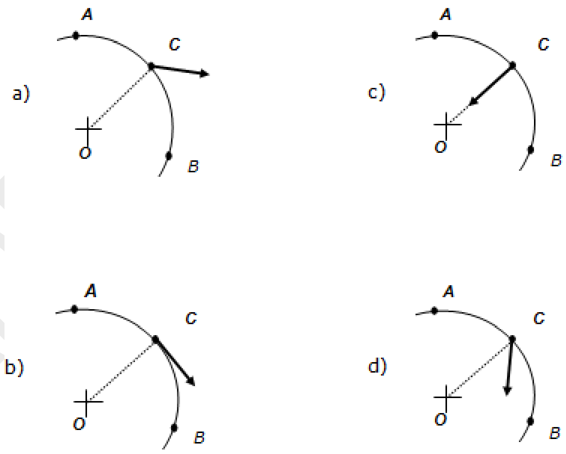
a) ambos desenvolverão mesma velocidade angular.
b) ambos estarão submetidos à mesma força centrípeta.
c) num mesmo intervalo de tempo o corpo **A** dará maior número de voltas que o **B**.
d) o corpo **A** desenvolve menor aceleração centrípeta que o **B**.

3) (AFA) Um piloto de 80 kg executa um loop perfeito de raio 90 m. Se no ponto ***P*** do loop, conforme figura, a velocidade do avião é de 216 km/h, o módulo da força com a qual o piloto comprimirá a poltrona, em newtons, é igual a

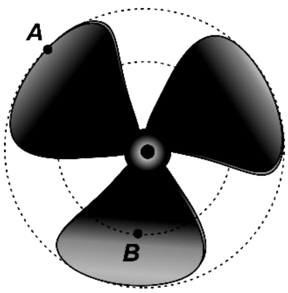
a) 1800.
b) 2400.
c) 2700.
d) 3200.



4) (AFA) Um corpo desenvolve movimento circular em um plano horizontal. Se no ponto Aa velocidade escalar tem intensidade menor que no ponto B, então a opção em que o vetor aceleração em C está **MELHOR** representado é



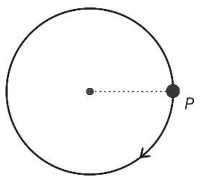
5) (AFA) Observe os pontos A e B marcados nas pás de um ventilador que gira com frequência constante, conforme a figura abaixo.



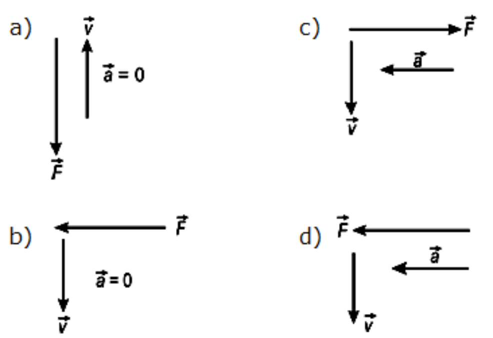
É ***INCORRETO*** afirmar que em A

a) a velocidade escalar é maior que em B.
b) a aceleração é menor que em B.
c) a velocidade angular é a mesma que em B.
d) o período é o mesmo que em B.

6) *(AFA) Uma partícula descreve trajetória circular com movimento uniforme, no sentido horário, como mostra a figura.*



O conjunto de vetores que melhor representa a força resultante $\vec{F}$, a velocidade $\vec{v}$ e a aceleração $\vec{a}$ da partícula, no ponto P indicado na figura é



7) *(AFA) Em uma pista circular de raio igual a 600 m um ciclista executa movimento circular uniforme. Admitindo que o mesmo executa uma volta completa em 10 min, qual deve ser, em m/s, a velocidade linear deste ciclista?*
a) 2π.
b) 3π.
c) 6π.
d) 12π.

8) *(EEAER) Uma mosca pousa sobre um disco que gira num plano horizontal, em movimento circular uniforme, executando 60 rotações por minuto. Se a distância entre a mosca e o centro do disco é de 10 cm, a aceleração centrípeta, em π^2 cm/s^2, a qual a mosca está sujeita sobre o disco, é de:*
a) 20.
b) 40.
c) 60.
d) 120.

9) *(EFOMM) Para explicar como os aviões voam, costuma-se representar o ar por pequenos cubos que deslizam sobre a superfície da asa. Considerando que um desses cubos tenha a direção do seu movimento alterada sob as mesmas condições de um movimento circular uniforme (MCU), pode-se afirmar corretamente que a aceleração _____ do "cubo" é _____ quanto maior for o módulo da velocidade tangencial do "cubo".*
a) tangencial; maior.
b) tangencial; menor.
c) centrípeta; menor.
d) centrípeta; maior.

10) *(EFOMM) Devido ao mau tempo sobre o aeroporto, uma aeronave começa a executar um movimento circular uniforme sobre a pista, mantendo uma altitude constante de 1000 m. Sabendo que a aeronave possui uma velocidade linear de 500 km/h e que executará o movimento sob um raio de 5 km, qual será o tempo gasto, em h, para que essa aeronave complete uma volta.*
a) $\pi/50$.
b) $\frac{10}{4}\pi$.
c) 10π.
d) $\frac{50}{4}\pi$

11) *(EEAER) Pilotos de aviões-caça da Segunda Grande Guerra atingiam até a velocidade de 756 km/h em mergulho. A essa velocidade podiam realizar uma manobra em curva com um raio aproximado, em m, de:*
OBS: a aceleração máxima que um ser humano suporta sem desmaiar é de 70 m/s^2.
a) 30
b) 130
c) 330
d) 630

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 08 - COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

Ao considerarmos a velocidade como um vetor, devemos considerar a direção e o sentido do movimento do móvel estudado em relação a um determinado referencial. Nas seções anteriores vimos movimentos compostos como no caso do lançamento horizontal e oblíquo, onde o corpo descreve um movimento ao longo do eixo x simultaneamente a um movimento no eixo y. Estes movimentos são independentes um do outro.

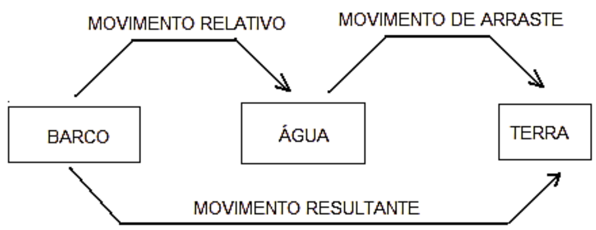
Um barco subindo um rio, por exemplo, pode parecer parado para quem olha da margem. Desta forma, quando temos dois ou mais movimentos ocorrendo simultaneamente, as velocidades relativas entre eles podem ser obtidas, considerando o estudo vetorial.

Num movimento composto, cada um dos movimentos que o compõe, ocorre simultaneamente e independentemente dos demais, podendo ser estudados separadamente (princípio da simultaneidade de Galileu).

Se considerarmos o movimento de um corpo 1 em relação à um referencial 2 e um segundo movimento, o do referencial 2 em relação a um referencial 3, podemos compor esses movimentos por uma relação geral:

$$\vec{v}_{13} = \vec{v}_{12} + \vec{v}_{23}$$

Devemos lembrar de que se trata de uma soma vetorial! Aqui, o primeiro termo da equação refere-se à velocidade do corpo 1 em relação ao referencial 3. Um exemplo prático seria o de uma pessoa caminhando sobre uma esteira. Se a esteira tiver uma velocidade de 3 m/s para trás e o homem caminhar para frente com a mesma velocidade, um observador externo veria a cena como o homem sempre na mesma posição. Um esquema geral pode ser representado da seguinte forma para um barco em movimento num rio:



Vejamos um exemplo:

***Exemplo 1** – Um rio de 100 m de largura constante, é atravessado por um barco, cuja máxima velocidade própria (barco em relação à água) é de 4 m/s. A correnteza tem velocidade constante de 3 m/s.*

a) Determine o tempo mínimo de travessia.

b) Em quantos metros o barco é arrastado rio abaixo durante a travessia em tempo mínimo?

c) Calcule a velocidade resultante (barco em relação à terra), nas condições anteriores.

a) Devemos ter em mente que o movimento do barco e o movimento do rio acontecem simultaneamente porém são completamente independentes, isto é, se pudéssemos "desligar" o rio, o barco seguiria com a mesma velocidade de antes, e levaria o mesmo tempo que levaria para fazer a travessia com a correnteza atuando. Assim, para fazer a travessia no menor tempo, basta escolher a menor distância, atravessando o rio perpendicularmente às margens. Sendo assim, considerando que a velocidade do barco é constante (M.U.) fazemos:

$$V_b = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$4 = \frac{100}{\Delta t}$$

E assim o tempo mínimo de travessia seria de 25s.

CURSO CIDADE - ESPCEX

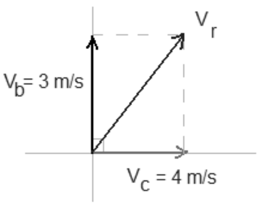
b) Enquanto o barco realiza a travessia, a correnteza o arrasta rio abaixo. Desta forma, a correnteza atuará enquanto durar a correnteza, ou seja, durante 25s. Assim:

$$V_c = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$3 = \frac{\Delta S}{25}$$

Assim o barco será arrastado 75m rio abaixo enquanto atravessa o rio.

c) Para um observador externo, o movimento do barco teria a mesma direção e sentido do vetor velocidade resultante. Uma pessoa na margem veria o barco num movimento na diagonal, e sua velocidade resultante seria a soma vetorial dos dois vetores velocidade perpendiculares:



$$v_r = \sqrt{{v_b}^2 + {v_c}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m/s$$

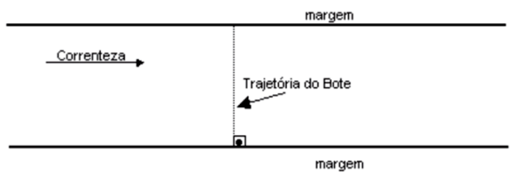
EXERCÍCIOS

1) *(ITA) Um barco, com motor em regime constante, desce um trecho de um rio em 2 h e sobe o mesmo trecho em 4h. Quanto tempo levará o barco para percorrer o mesmo trecho, rio abaixo, com o motor desligado?*
A) 8h
B) 6h
C) 2h
D) 10h

2) *(ESPCEX) Qual é a velocidade da correnteza de um rio, se um barco se move a 50 km/h rio abaixo e a 14 km/h rio acima, mantendo-se a mesma velocidade própria?*
a) 18 m/s
b) 15 m/s
c) 5 m/s
d) 5 km/h
e) 36 km/h

3) *(EFOMM) Durante a batalha que culminou no afundamento do encouraçado alemão Bismarck, os ingleses utilizaram aviões biplanos armados com torpedos para serem lançados próximos ao encouraçado. A velocidade horizontal do torpedo, desprezando qualquer resistência por parte da água e do ar, em relação a um observador inercial, logo após atingir a superfície do mar é dada*
a) pela soma da velocidade do avião com a velocidade produzida pelo motor do torpedo.
b) pela soma das velocidades do motor do torpedo e do navio Bismarck.
c) somente pela velocidade do avião.
d) somente pelo motor do torpedo.

4) *(ESPCEX) Um bote de assalto deve atravessar um rio de largura igual a 800 m, numa trajetória perpendicular à sua margem, num intervalo de tempo de 1 minuto e 40 segundos, com velocidade constante. Considerando o bote como uma partícula, desprezando a resistência do ar e sendo constante e igual a 6 m/s a velocidade da correnteza do rio em relação à sua margem, o módulo da velocidade do bote em relação à água do rio deverá ser de:*
[A] *4 m/s.*
[B] *6 m/s.*
[C] *8 m/s.*
[D] *10 m/s.*
[E] *14 m/s.*



CURSO CIDADE ESPCEX

AULA 09 - LEIS DE NEWTON

*Na **dinâmica** estudamos os movimentos dos corpos fazendo uma correlação entre suas causas e efeitos. Desta forma nos interessa saber tanto como o movimento está ocorrendo quanto como ele se iniciou.*

*O agente causador do movimento é denominado **força**. As forças são grandezas vetoriais e podem ser de contato ou de campo, dependendo de sua forma de atuação.*

As forças de contato são assim chamadas por atuarem diretamente entre duas superfícies em contato macroscópico. Já as forças de campo, atuam à distância, sem que haja o contato macroscópico direto.

As forças podem causar dois efeitos nos corpos em que são aplicadas: uma deformação e/ou uma aceleração. No SI, as forças são dadas em newtons (N), onde temos que:

$$1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2$$

Quando várias forças atuam simultaneamente sobre um corpo, a soma vetorial dessas forças é denominada força resultante, e o corpo se comporta como estivesse submetido apenas sob a ação dessa força, sendo acelerado na sua direção.

A dinâmica é regida pelas chamadas Leis de Newton, que estabelecem relações entre causa e efeito, do movimento dos corpos. São elas:

1ª Lei de Newton: Lei da Inércia.

"Um corpo tende a manter o seu estado de movimento até que uma força haja sobre ele".

Exemplo: Uma pessoa é jogada para frente dentro de um ônibus que freia bruscamente. Isto acontece porque antes da freada a pessoa possuía uma velocidade na direção de movimento do ônibus, que ao frear, interrompe esse movimento. A pessoa tende a continuar o movimento!

2ª Lei de Newton: Princípio Fundamental da Dinâmica

É uma das mais importantes relações da física, que estabelece uma ligação entre causa e efeito de um movimento. É dada por:

$$\mathbf{F_r = m.a}$$

*Essa Lei nos diz que toda vez que uma **força resultante** (diferente de força simples) atuar sobre um corpo de massa m, este corpo adquire uma aceleração na direção da força resultante!*

3ª Lei de Newton: Lei da ação e reação.

"À toda ação existe uma reação de igual intensidade e direção contrária."

Uma pessoa ao dar um soco em uma parede, a mesma exerce uma força contrária de igual intensidade na mão da pessoa.

Existem vários tipos de forças, dependendo da sua natureza podem ser mecânicas, elétricas, magnéticas, etc. Dentro das forças mecânicas, temos algumas que são frequentemente aplicadas em problemas na física. Vamos detalhar as mais importantes:

I - Força Peso (P):

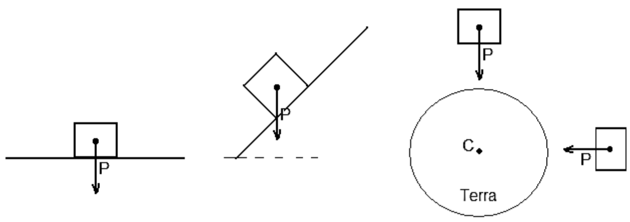
Também chamada de força gravitacional, está relacionada com a força que a Terra exerce sobre os corpos em sua superfície, atraindo-os para o seu centro. Desta forma, ela aponta sempre na direção do centro da Terra e deve ser

CURSO CIDADE - EsPCEx

representada saindo do centro de massa do corpo. Seu valor pode ser calculado pela Expressão:

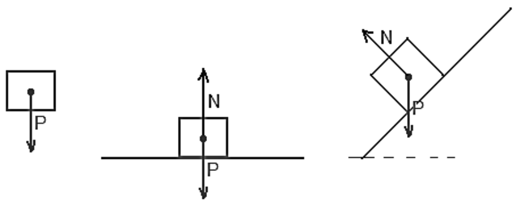
$$\vec{P} = m.\vec{g}$$

Onde g é a aceleração da gravidade local. Vejamos alguns exemplos de representação da força peso:



II - Força Normal (N):

É a força que a superfície de apoio exerce sobre o corpo. Aponta sempre na direção perpendicular à superfície. Se não tivermos apoio, não teremos a força normal. Vejamos exemplos de representação:



III - Força Elástica (F_{el}):

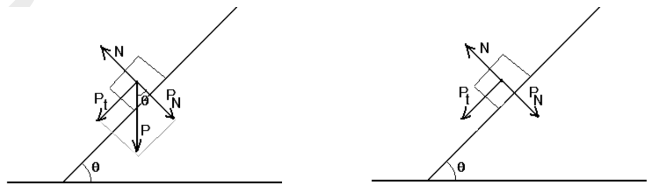
Essa força está presente em corpos elásticos como molas, arcos flexíveis, etc. Sua intensidade é calculada pela Lei de Hooke:

$$F_{el} = -k\,.\,x$$

Onde k é a chamada constante elástica da "mola", dada em N/m no SI. Essa constante está relacionada com a dureza da mola, isto é, se o k é grande, isto significa que a mola é dura. Na equação, x representa a elongação ou deformação da mola. É quanto a mola aumentou (distendeu) ou diminuiu (contraiu) o seu comprimento, cuidado para não confundir com o comprimento natural da mola. O sinal negativo na expressão, indica que a força tem o sentido contrário ao do deslocamento da mola, isto é, ao comprimir a mola, a mola exerce em quem a comprime uma força no sentido contrário a esse deslocamento, dificultando esse processo.

IV - Forças num plano inclinado:

Num plano inclinado, podemos decompor a força peso em duas componentes: O peso tangencial (tangente ao plano) e o peso Normal (perpendicular ao plano, na direção da força normal).



Aqui podemos notar que ao decompormos a força peso, sua componente normal anula a força normal no plano (já que não há movimento nesta direção) e o corpo experimenta uma força resultante dada por P_t (na ausência de outras forças). As componentes tangencial e normal da força peso são dadas por:

$$P_t = P.sen\theta$$

$$P_N = P.cos\theta$$

V - Força Centrípeta (F_{cp}):

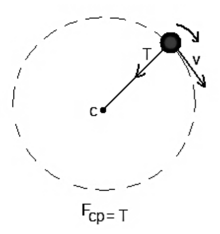
A força centrípeta está presente sempre que temos um movimento curvilíneo. Na verdade não se trata de uma força especifica, mas sim da resultante das forças que atuam no corpo para que ele realize o movimento curvilíneo. Para que o movimento curvilíneo como o MCU por exemplo aconteça, é necessário a presença de uma força resultante que aponte para o centro da curva possibilitando o movimento. Caso não exista essa força, o corpo não faria a curva, saindo na direção tangente à curva no ponto de estudo. A resultante centrípeta pode ser calculada por:

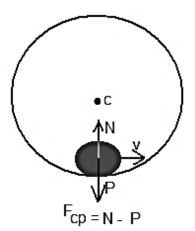
$$\vec{F}_{cp} = m.\vec{a}_{cp}$$

Onde a_{cp} é o valor da aceleração centrípeta do movimento. Assim, a resultante centrípeta pode ser calculada por:

$$\vec{F}_{cp} = m.\frac{v^2}{R}$$

Onde R é o raio da curva. Vejamos dois exemplos:





No primeiro exemplo, temos uma pedra presa a um fio girando num MCU com velocidade v em módulo. A tensão no fio é o que prende o corpo à curva, e portanto a tensão T é a resultante centrípeta neste caso. No segundo exemplo, temos um corpo dentro de uma esfera, como um globo da morte, ao passar pelo ponto mais baixo, atuam no corpo a força Peso e a força Normal. A resultante dessas forças aponta para o centro da curva, e portanto é a resultante centrípeta neste caso.

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Uma força constante de 80N é aplicada num corpo de massa 2 kg, inicialmente em repouso. Sabendo que essa é a única força atuante e que ela atua paralelamente ao deslocamento do corpo, determine a velocidade do corpo após 5s.*

Inicialmente podemos determinar a aceleração adquirida pelo corpo devido à ação da força. Assim teríamos:

$$Fr = m.a$$

$$80 = 2.a$$

$$a = 40\ m/s^2$$

De posse da aceleração, podemos aplicar uma das relações vistas na cinemática para um MUV, e determinar a velocidade do corpo. Sendo assim:

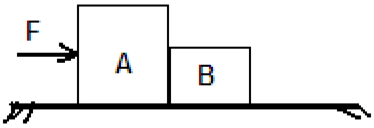
$$v = v_0 + a.t$$

$$v = 0 + 40.5$$

$$v = 200\ m/s$$

***Exemplo 2** – Os corpos A e B movem-se juntos sobre uma superfície horizontal sem atrito, com aceleração de módulo 4 m/s^2 no sentido indicado pela figura. A força total F horizontal, que produz essa aceleração, tem intensidade de 100 N. A massa de B é 10 kg. Determine: (a) a massa de A (b) a força que A exerce sobre B.*

SO CIDADE - ESPCEX



a) Inicialmente podemos imaginar o sistema como sendo composto por um único bloco de massa M=Ma +Mb. Esse bloco possui a aceleração de 4 m/s^2, e portanto, aplicando a 2ª Lei de Newton, teríamos:

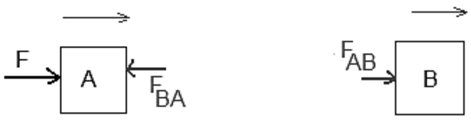
Fr = m.a => F = (Ma + 10).a => 100 = (Ma +10).4

Desta forma, isolando Ma, teríamos:

Ma + 10 = 100/4 = 25

O que nos dá Ma= 15 kg.

b) Para encontrar a força que A exerce em B, isolamos os blocos pois se trata de uma força interna. Ao mesmo tempo em que A atua em B, B exerce uma força de igual valor em A no sentido contrário. Desta forma teríamos:



Escolhendo o corpo B, aplicaríamos a 2ª Lei e teríamos:

Fr = m.a => $F_{AB} = M_B.a_B$ => F_{AB} = 10.4 = 40 N.

EXERCÍCIOS

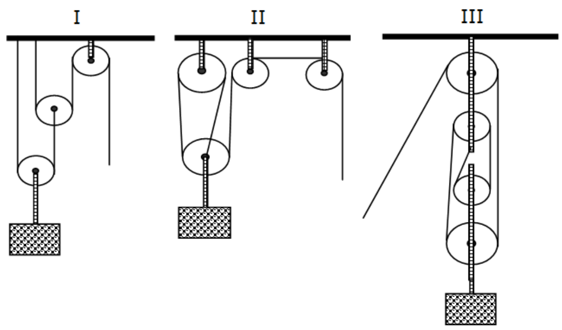
1) *(AFA) Um automóvel com o motorista e um passageiro move-se em movimento retilíneo uniforme. Repentinamente, o motorista faz uma curva para a esquerda, e o passageiro é deslocado para a direita. O fato relatado pode ser explicado pelo princípio da:*

a) inércia.
b) ação e reação.
c) conservação de energia
d) conservação do momento angular.

2) *(AFA) Assinale a alternativa correta.*

a) As forças de ação e reação são duas forças sempre iguais.
b) O peso de um corpo é uma grandeza física que é igual a intensidade da força de reação do apoio.
c) A condição necessária e suficiente para um corpo permanecer em repouso é que a somatória de forças sobre ele seja zero.
d) Um canhão dispara um projétil para a direita e sofre um recuo para a esquerda. A variação da quantidade de movimento do sistema é nula.

3) *(AFA) Para levantar um pequeno motor até determinada altura, um mecânico dispõe de três associações de polias:*



Aquela(s) que exigirá(ão) ***MENOR*** *esforço do mecânico é (são) somente*

a) I.
b) II.
c) I e III.
d) II e III.

CURSO CIDADE - EsPCEX

4) (EFOMM) Uma partícula de massa 1 kg se move ao longo do eixo Ox. O módulo da força, em newtons, que atua sobre a partícula é dado por F(x) = 2x – 2. Se a partícula estava em repouso na posição x = 0, a sua velocidade na posição x = 4 m é:

a) 3,5 m/s.
b) 4,0 m/s.
c) 4,5 m/s.
d) 5,0 m/s.

5) (EEAER) A relação entre o peso aparente $\boldsymbol{P_A}$ e o real **P** de um astronauta no interior de uma nave espacial que gira em torno da Terra, em órbita circular, é

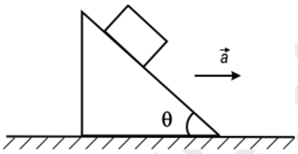
a) $\frac{P_A}{P} = 0$.

b) $\frac{P_A}{P} = 1$.

c) $\frac{P_A}{P} > 1$.

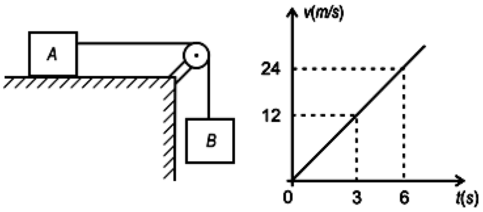
d) $\frac{P_A}{P} < 1$.

6) (AFA) Um bloco encontra-se em repouso sobre um plano inclinado que se move com aceleração horizontal de intensidade a, como indica a figura. Desprezando-se o atrito entre quaisquer superfícies, o valor de a é proporcional a



a) cossecθ
b) cotgθ
c) tgθ
d) cosθ

7) O conjunto abaixo, constituído de fio e polia ideais, é abandonado do repouso no instante t = 0 e a velocidade do corpo A varia em função do tempo segundo o gráfico dado.



Desprezando o atrito, a razão entre a massa de A e a massa de B é

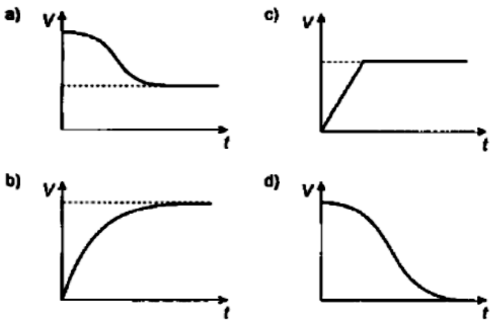
a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 2

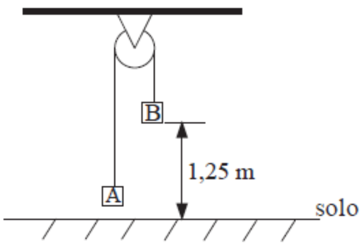
d) $\frac{1}{2}$

8) (AFA) Um paraquedista, ao saltar na vertical de um avião que se desloca na horizontal em relação ao solo, sofre uma redução crescente da aceleração até atingir a velocidade limite. O gráfico que **MELHOR** representa o módulo da componente vertical da velocidade do paraquedista em função do tempo, a partir do instante em que começa a cair, é



9) (EFOMM) Um sistema, inicialmente em repouso, é constituído por dois blocos A e B, de massas, respectivamente, iguais a 9 kg e 15 kg, que estão unidos por um fio que passa por uma polia presa ao teto, conforme pode ser

observado na figura. Logo após o sistema iniciar o movimento, qual o **tempo mínimo**, em s, necessário para que a parte inferior do bloco B toque o solo? (Considere o fio e a polia como ideais, a aceleração da gravidade *no local igual a 10 m/s^2 e despreze os efeitos da resistência do ar).*



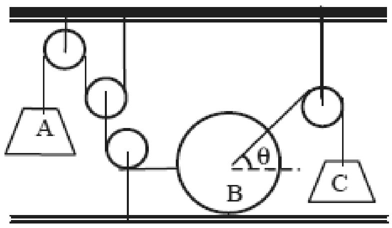
a) *1,0*
b) *2,0*
c) *2,5*
d) *3,0*

10) *(EEAER) Um bloco encontra-se em movimento retilíneo uniforme até que ao atingir a posição 2 m passa a estar sob a ação de uma única força, também na direção horizontal. Finalmente, na posição 12 m esse bloco atinge o repouso. O módulo, em newtons, e o sentido dessa força são*

Considere que
1- o trabalho realizado por essa força seja igual a –100 J.
2- o referencial adotado seja positivo a direita.
a) 20 para esquerda.
b) 10 para esquerda.
c) 20 para direita.
d) 10 para direita.

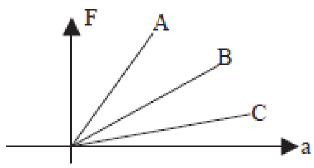
11) *(EFOMM) Considerando o conceito de constante elástica de uma mola (K), exposto na Lei de Hooke, podemos afirmar, corretamente, que*
a) Quanto maior for o valor de K de uma mola, mais fácil será deformá-la.
b) Quanto maior for o valor de K de uma mola, mais difícil será deformá-la.
c) O valor de K de uma mola nada tem a ver com a facilidade ou dificuldade em deformá-la.
d) O valor de K de uma mola varia com a deformação que esta sofre ao ser submetida a uma força.

12) *(EFOMM) No equilíbrio do sistema esquematizado, a esfera B está na iminência de sair do plano onde se apóia, isto é, não recebe a reação normal do apoio. Sabe-se que o bloco A e a esfera B pesam, respectivamente, 40 N e 60 N. Considere os fios e as roldanas (ideais) de massas desprezíveis. O peso do bloco C, em N, vale:*



a) 90
b) 100
c) 120
d) 160

13) *O gráfico a seguir relaciona as diferentes intensidades de forças que são aplicadas em três corpos diferentes, A, B e C, e as respectivas acelerações que imprimem. Sendo MA, MB e MC as massas dos corpos A, B e C, respectivamente, podemos afirmar, corretamente que*



a) MA=MB=MC
b) MA>MB>MC
c) MA<MB<MC
d) MA<MB>MC

14) *(ESPCEX) Um bloco parte da posição 1 e desloca-se em movimento retilíneo uniformemente variado sobre uma superfície horizontal com atrito até parar na posição 3, conforme a figura abaixo.*

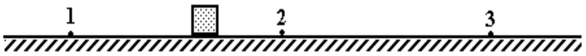
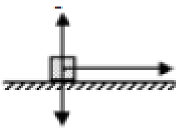


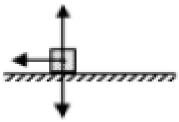
Figura ilustrativa

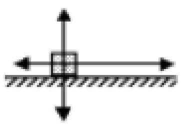
Desprezando a resistência do ar, o diagrama que melhor representa todas as forças que atuam sobre o bloco, quando ele está passando pelo ponto 2, é:

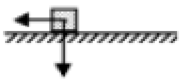
Obs.: Todas as forças estão representadas no centro de massa do bloco.

[A] 

[B] 

[C] 

[D] 

[E] 

15) *(ESPCEX) Dois blocos A e B, de massas respectivamente iguais a 8 kg e 6 kg, estão apoiados em uma superfície horizontal e perfeitamente lisa. Uma força horizontal, constante e de intensidade F = 7 N, é aplicada no bloco A, conforme a figura abaixo.*

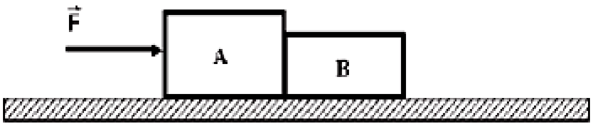
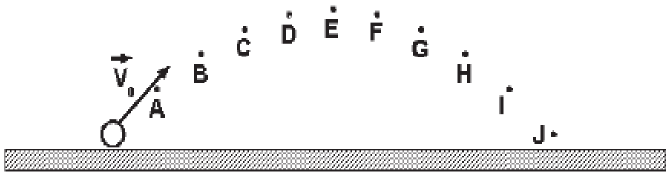


Figura Ilustrativa

Nessas condições, podemos afirmar que o bloco B adquire uma aceleração de:

[A] *0,50 m/s^2.*
[B] *0,87 m/s^2.*
[C] *1,16 m/s^2.*
[D] *2,00 m/s^2.*
[E] *3,12 m/s^2.*

16) *(ESPCEX) Uma bola é lançada obliquamente a partir do solo, com velocidade inicial $\vec{V_0}$, e descreve uma parábola, conforme representada no desenho abaixo. Os pontos de A até J representam posições sucessivas da bola. A força de resistência do ar é nula e o ponto E é o mais alto da trajetória.*

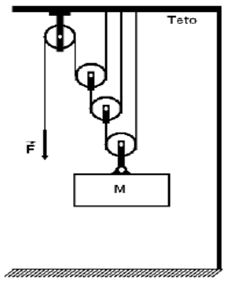


Desenho Ilustrativo

Com base nas informações acima, o desenho que representa corretamente a(s) força(s) que age(m) sobre a bola, no ponto B, quando ela está subindo, é:

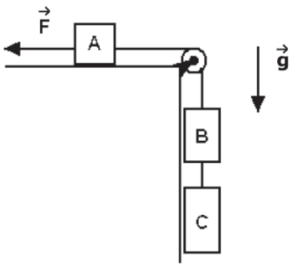
17) *(ESPCEX) Um trabalhador utiliza um sistema de roldanas conectadas por cordas para elevar uma caixa de massa M = 60 kg. Aplicando uma força $\vec{F}$ sobre a ponta livre da corda conforme representado no desenho abaixo, ele mantém a caixa suspensa e em equilíbrio. Sabendo que as cordas e as roldanas são ideais e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, o módulo da força $\vec{F}$ vale:*

[A] *10 N.*
[B] *50 N.*
[C] *75 N.*
[D] *100 N.*
[E] *150 N.*



Desenho Ilustrativo

18) *(EFOMM) Três blocos A, B e C de massas 4 kg, 6 kg e 8 kg, respectivamente, são dispostos, conforme representado no desenho abaixo, em um local onde a aceleração da gravidade g vale 10 m/s^2. Desprezando todas as forças de atrito e considerando ideais as polias e os fios, a intensidade da força horizontal F que deve ser aplicada ao bloco A, para que o bloco C suba verticalmente com uma aceleração constante de 2 m/s^2, é de:*



[A] *100 N.*
[B] *112 N.*
[C] *124 N.*
[D] *140 N.*
[E] *176 N.*

19) *(EFOMM) Deseja-se imprimir a um objeto de 5 kg, inicialmente em repouso, uma velocidade de 15 m/s em 3 segundos. Assim, a força média resultante aplicada ao objeto tem módulo igual a:*

[A] *3 N.*
[B] *5 N.*
[C] *15 N.*
[D] *25 N.*
[E] *45 N.*

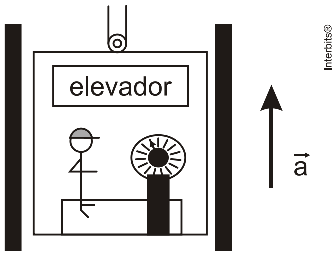
20) *(AFA) Um elevador possui massa de 1500 kg. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10m/s^2, a tração no cabo do elevador, quando ele sobe vazio, com uma aceleração de 3 m/s^2, é de:*

[A] 4500 N
[B] 6000 N
[C] 15500 N
[D] 17000 N
[E] 19500 N

21) *(ESPCEX) Um corpo de massa igual a 4 kg é submetido à ação simultânea e exclusiva de duas forças constantes de intensidades iguais a 4 N e 6 N, respectivamente. O maior valor possível para a aceleração desse corpo é de:*

[A] 10,0 m/s^2
[B] 6,5 m/s^2
[C] 4,0 m/s^2
[D] 3,0 m/s^2
[E] 2,5 m/s^2

22) *(ESPCEX) Uma pessoa de massa igual a* 80 kg *está dentro de um elevador sobre uma balança calibrada que indica o peso em newtons, conforme desenho abaixo. Quando o elevador está acelerado para cima com uma aceleração constante de intensidade* $a = 2{,}0\ m/s^2$, *a pessoa observa que a balança indica o valor de*



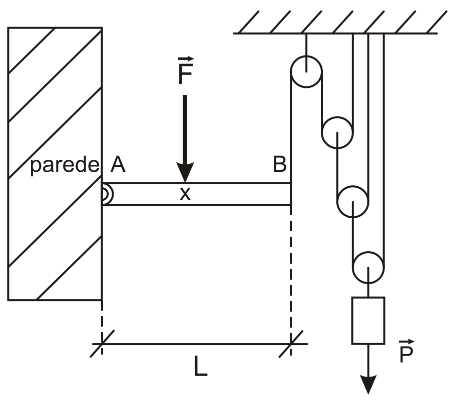
Dado: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

a) 160 N
b) 640 N
c) 800 N
d) 960 N
e) 1600 N

23) *(ESPCEX) O desenho abaixo representa um sistema composto por cordas e polias ideais de mesmo diâmetro. O sistema sustenta um bloco com peso de intensidade* P *e uma barra rígida* AB *de material homogêneo de*

CURSO CIDADE - ESPCEX

comprimento L. *A barra* AB *tem peso desprezível e está fixada a uma parede por meio de uma articulação em* A. *Em um ponto* X *da barra é aplicada uma força de intensidade* F *e na sua extremidade* B *está presa uma corda do sistema polias-cordas. Desprezando as forças de atrito, o valor da distância* AX *para que a força* $\vec{F}$ *mantenha a barra* AB *em equilíbrio na posição horizontal é*



desenho ilustrativo-fora de escala

a) $\dfrac{P \cdot L}{8 \cdot F}$

b) $\dfrac{P \cdot L}{6 \cdot F}$

c) $\dfrac{P \cdot L}{4 \cdot F}$

d) $\dfrac{P \cdot L}{3 \cdot F}$

e) $\dfrac{P \cdot L}{2 \cdot F}$

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 10 - FORÇAS DE ATRITO

A força de atrito é uma força de natureza microscópica e existe devido ao "contato" entre as partes que deslizam umas sobre as outras. Basicamente o que ocorre é que microscopicamente as partes que realmente se tocam quando duas superfícies polidas se tocam é mínima, algo em torno de 1 parte em 10.000. Desta forma, no ponto de contato real, ocorre uma micro-solda que acaba prendendo as duas partes. Quando uma força maior do que esta de contato é aplicada sobre as partes, essa solda se quebra, liberando som e calor.

A força de atrito desta forma independe da área de contato, e o que realmente importa é a natureza dos materiais que se tocam.

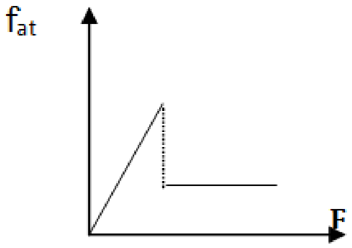
A força de atrito pode ser de dois tipos: ***dinâmica*** *e* ***estática****.*

A força de ***atrito estático*** *ocorre quando dois corpos em contato não deslizam entre si, mesmo quando submetidos à ação de uma força externa. A força de* ***atrito dinâmico*** *ocorre quando uma força externa faz com que uma superfície deslize sobre outra e durante esse movimento as soldas vão se formando e se quebrando sucessivamente.*

A força de atrito é calculada por:

$$\vec{f}_{at} = \mu . \vec{N}$$

Onde o coeficiente de atrito μ pode ser μ_e (estático) ou μ_d (dinâmico) dependendo do tipo de força. Importante lembrar que $\mu_e > \mu_d$ já que é necessário uma força maior para quebrar as soldas do que para manter o corpo em movimento. O gráfico da força de atrito em função de uma força F aplicada sobre o corpo é dado abaixo:



Podemos notar que em princípio ele é linear com a força (estático). Quando a força F atinge o valor máximo para quebrar as soldas, a força F se torna maior que o atrito estático e o corpo se move com a força de atrito dinâmico sendo constante.

A força de resistência do ar, frequentemente desconsiderada nos exercícios, também é uma força de atrito. Essa força de resistência depende da velocidade do corpo. Ela atua a partir do início do movimento do corpo pelo ar, e vai aumentando sua intensidade na medida em que a velocidade vai aumentando. Quando a resistência do ar assume um valor igual ao da força que está provocando o movimento, a força resultante sobre o corpo passa a ser zero, e desta forma, o corpo desenvolve sua trajetória com velocidade constante, denominada ***velocidade limite*** *ou terminal. A força de resistência do ar é dada por:*

$$R = k.v^2$$

Onde k é uma constante que depende do meio. A constante k é igual a:

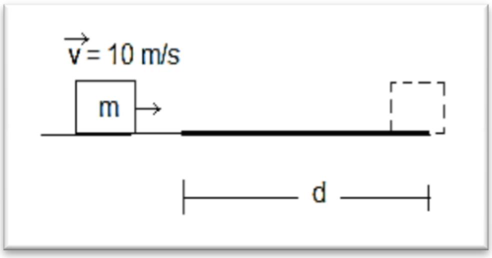
$$k = \frac{1}{2}\rho.A.C_x$$

Onde ρ é a densidade do meio, A é a área de contato perpendicular ao movimento e C_x é o coeficiente de arrasto aerodinâmico, para os carros é aproximadamente 0,5.

CURSO CIDADE EsPCEx

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Um corpo de massa igual a 4 kg desloca-se numa superfície completamente polida, com uma velocidade constante de 10 m/s. Após um certo tempo, ele encontra uma superfície áspera, com coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a mesma de 0,2. Supondo ambas as superfícies horizontais, determine a distância em metros, que o corpo percorre na superfície áspera até parar. (g=10 m/s^2)*



Inicialmente podemos determinar a aceleração adquirida pelo corpo devido à ação da força de atrito, que neste caso é a força resultante que atua sobre o corpo. Assim teríamos:

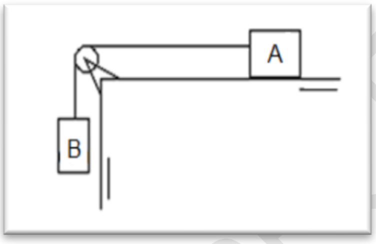
$$Fr = m.a$$
$$-fat = m.a$$
$$-\mu.\vec{N} = m.a$$
$$-\mu.\vec{P} = m.a$$
$$-\mu.m.g = m.a$$
$$a = -\mu.\frac{g}{m} = -0{,}2.\frac{10}{4} = -0{,}5\ m/s^2$$

Agora podemos determinar a distância percorrida pelo corpo enquanto a força de atrito atuou sobre ele, assim:

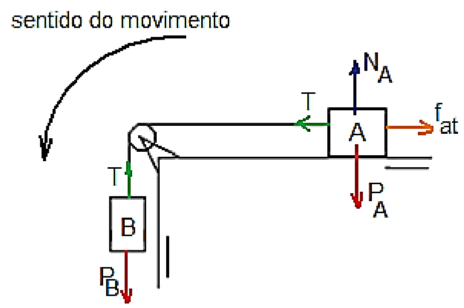
$$v^2 = {v_0}^2 + 2.a.\Delta s$$
$$(0)^2 = (10)^2 + 2.(-0{,}5).d$$

$$d = 100\ m$$

***Exemplo 2** – A figura representa dois corpos de massa m_A= 6 kg e m_B= 4kg ligados por um fio flexível e inextensível, de massa desprezível e o coeficiente de atrito entre o coro de massa m_A e o plano horizontal é μ=0,40. Sendo g=10 m/s^2, calcule: (a) a aceleração do sistema (b) a tensão no fio.*



a)Inicialmente podemos determinar a aceleração adquirida pelo sistema representando todas as forças que atuam sobre ele, escolhendo um sentido de movimento para o conjunto e aplicando a 2ª Lei de Newton. Assim teríamos:



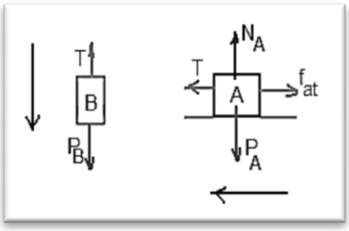
No sentido do movimento, teríamos (desprezando-se a tensão T no fio que é uma força interna):

$$Fr = m.a$$
$$P_B - fat_A = (m_A + m_B).a$$
$$m_B.g - \mu.N_A = (m_A + m_B).a$$
$$m_B.g - \mu.P_A = (m_A + m_B).a$$
$$4.10 - 0{,}4.60 = (6 + 4).a$$
$$16 = 10.a$$
$$a = 1{,}6\ m/s^2$$

b) Para a Tensão no fio, como se trata de uma força interna, devemos isolar os blocos e escolher um deles para aplicar a

CURSO CIDADE - ESPCEX

2ª Lei de Newton. Escolhendo o corpo B, teríamos:



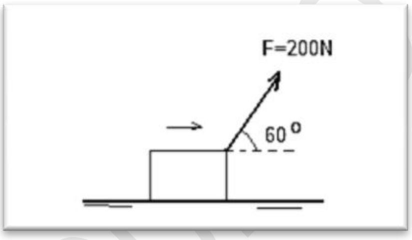
$$Fr = m.a$$
$$P_B - T = m_B.a$$
$$40 - T = 4 \,.\, 1{,}6$$
$$40 - 6{,}4 = T$$
$$T = 33{,}6\ N$$

EXERCÍCIOS

1) *(ESPCEX) O bloco da figura move-se com velocidade constante, no sentido indicado. A força de atrito em newtons, vale:*

Dados: cos 60 = 0,5 sen 60 = 0,86

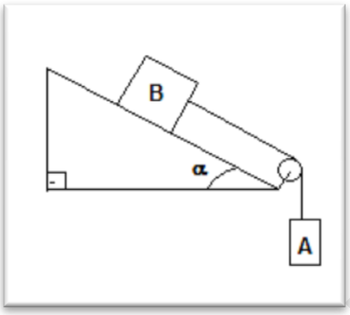
a) 100
b) 116
c) 150
d) 172
e) 86



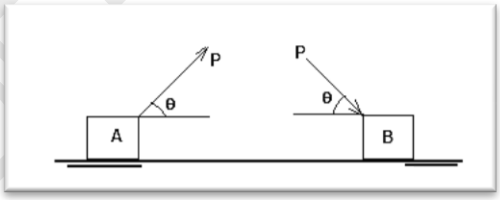
2) *(AFA) A ilustração abaixo refere-se a uma certa tarefa na qual o bloco B, dez vezes mais pesado que o A, deverá descer pelo plano inclinado com velocidade constante. Considerando que o fio e a polia são ideais, o coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e o plano deverá ser:*

Dados: senα = 0,6cos α = 0,8

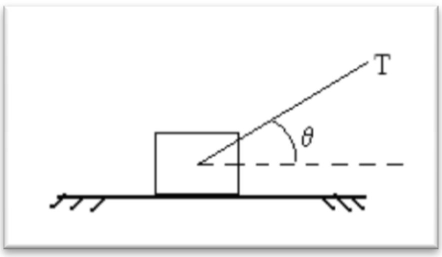
a) *0,500*
b) *0,750*
c) *0,875*
d) *1,33*



3) *Dois blocos A e B estão sujeitos a forças de mesma intensidade P, como na figura, sendo que A é puxado e B empurrado. Os corpos se deslocam com velocidade constante. Suas massas são iguais. Entre qual corpo e a superfície de apoio o coeficiente de atrito é maior?*



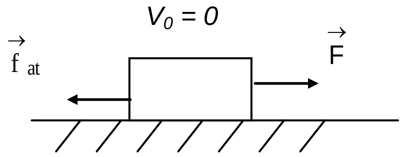
4) *(ESPCEX) Um bloco de massa m é arrastado à velocidade constante sobre uma superfície horizontal por uma força aplicada a uma corda, conforme o esquema da figura abaixo. Sendo μ o coeficiente de atrito entre as superfícies, o módulo de fat é:*

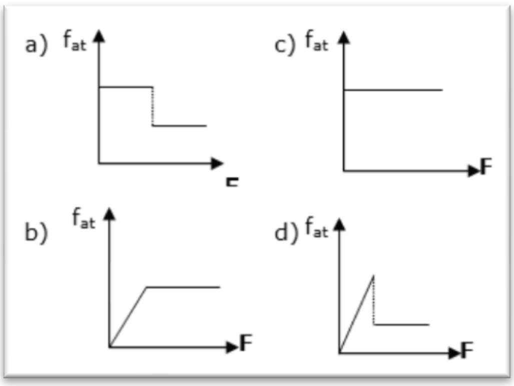


a) *μ(T – mg)*
b) *μ(mg + Tsenθ)*
c) *Tcosθ*
d) *Tsenθ*
e) *T (tanθ + m)*

CURSO CIDADE - ESPCEX

5) *(AFA) Sobre uma partícula situada num plano horizontal aplica-se uma força $\vec{F}$ variável, somente em módulo, cujo valor cresce desde zero. Assinale, dentre os gráficos abaixo, aquele que **MELHOR** representa a intensidade da força de atrito (**f_{at}**) em função da força (**F**) aplicada.*

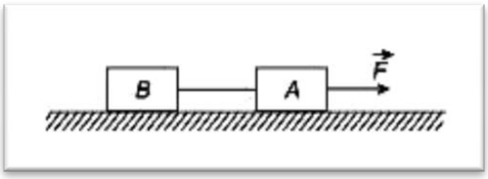




6) *(EFOMM) Um automóvel desloca-se numa estrada horizontal com velocidade constante de 30 m/s. Num dado instante o carro é freado e, até parar, desliza sobre a estrada numa distância de 75 m. O coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada vale*

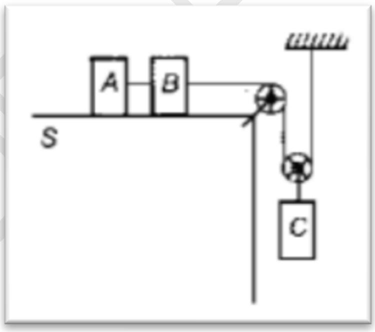
a) 0,4.
b) 0,6.
c) 0,5.
d) 0,3.

7) *(AFA) Os blocos* A e B *, de massas iguais a 2 kg e 3 kg, respectivamente, ligados por um fio ideal, formam um sistema que submetido a ação de uma força constante* F *de intensidade 15 N, desloca-se com aceleração de 1 m/s^2, conforme a figura abaixo. Se a tração no fio que liga os blocos durante o deslocamento é de 9 N, pode-se afirmar que a razão entre os coeficientes de atrito dos blocos* A e B *com a superfície*



a) *1*
b) *3/2*
c) *2/3*
d) *1/3*

8) *(ITA) Três blocos, cujas massas $m_A = m_B = m$ e $m_C = 2m$, são ligados através de fios e polias ideais, conforme a figura. Sabendo-se que C desce com uma aceleração de 1m/s^2 e que 0,2 é coeficiente de atrito entre B e a superfície S, pode-se afirmar que o coeficiente de atrito entre A e S vale*



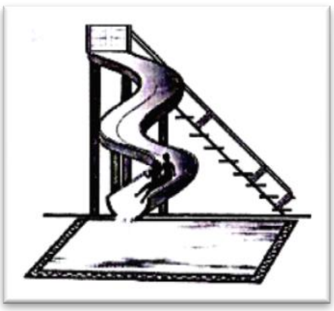
a) *0,10*
b) *0,20*
c) *0,30*
d) *0,40*

9) *(AFA) Com relação à força de atrito, apresentam-se três situações e uma afirmação relativa a cada uma.*
Situação 1*: Um automóvel faz uma curva em que o lado interno da pista é mais baixo que o lado externo.*

CURSO CIDADE EsPCEx

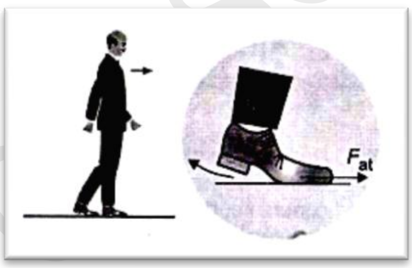
Afirmação 1*: A força de atrito entre os pneus e a pista depende do número de passageiros do automóvel.*

Situação 2*: Duas crianças de diferentes pesos descem um toboágua permanecendo em contato físico.*



Afirmação 2*: Por efeito da força de atrito, a criança mais leve, que está na frente, será empurrada pela outra.*

Situação 3*: Uma pessoa se movimenta em relação ao solo.*



Afirmação 3*: A força de atrito é oposta ao sentido de movimento da sola do sapato.*

Estão corretas as afirmações:

a) 1 e 2 apenas.
b) 2 e 3 apenas.
c) 1 e 3 apenas.
d) 1, 2 e 3.

10) *(EFOMM) Das afirmativas a seguir sobre os valores das forças envolvidas no fenômeno de atrito entre um bloco e uma superfície, segundo as Leis de Coulomb, a única que* ***não*** *está correta é*

a) A força de atrito de escorregamento depende da natureza das superfícies em contato.
b) A força de atrito de escorregamento é independente da área de contato entre as superfícies.
c) A força de atrito estático tem valor máximo igual ao valor do coeficiente de atrito multiplicado pela força normal (perpendicular) às superfícies em contato.
d) A força de atrito dinâmico é sempre maior que a força de atrito estático máxima.

11) *(EEAER) Um corpo de massa m cai de uma altura h, até o chão. Se considerarmos o atrito com o ar, podemos concluir, corretamente, que, nesse caso, a energia mecânica*

a) é nula, pois o atrito é uma força dissipativa.
b) conserva-se, pois a energia não pode ser destruída e nem criada, apenas transformada.
c) conserva-se, pois a força peso cancela a existência de atrito e, assim, o corpo cai com velocidade constante.
d) não se conserva, pois a energia potencial não será convertida totalmente em energia cinética.

12) *(EFOMM) Dois estudantes estão alterando a disposição dos móveis na república estudantil onde residem. Ao tentarem arrastar um grande baú que possuem, não conseguem movê-lo. Das alternativas a seguir assinale aquela que indica uma iniciativa, fisicamente correta, dos estudantes para conseguirem deslocar o baú.*

a) Colocar o baú de pé para que, diminuindo a área de contato do baú com o chão, possam minimizar o atrito.
b) Amarrar uma corda no baú e puxá-la horizontalmente e, dessa forma, somar às suas forças a tração que surge na corda.
c) Colocar um tapete embaixo do baú para que, dessa forma, haja uma diminuição do

CURSO CIDADE - EsPCEx

coeficiente de atrito e, consequentemente, da força de atrito.

d) Um dos estudantes deverá sentar sobre o baú para que assim, o outro estudante consiga um maior apoio e possa puxar mais facilmente o baú.

13) *(ESPCEX) Um bloco B sobe a rampa de um plano inclinado, descrevendo um movimento retilíneo uniformemente acelerado. Sobre ele, age uma força $\vec{F}$ constante, conforme a figura abaixo. Há força de atrito entre as superfícies do bloco e da rampa.*

Com relação às forças que agem no bloco, podemos afirmar que:

[A] *a força $\vec{F}$ realiza um trabalho negativo.*
[B] *a força peso realiza um trabalho positivo.*
[C] *a força normal não realiza trabalho.*
[D] *a força de atrito não realiza trabalho.*
[E] *a força resultante não realiza trabalho.*

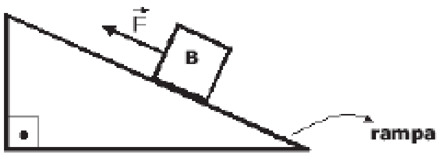
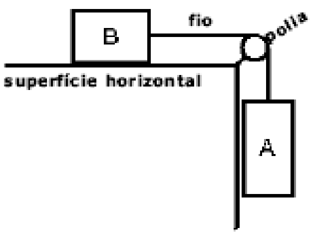


Figura Ilustrativa

14) *(ESPCEX) Dois blocos A e B, de massas M_A = 5 kg e M_B = 3 kg estão dispostos conforme o desenho abaixo em um local onde a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2 e a resistência do ar é desprezível. Sabendo que o bloco A está descendo com uma velocidade constante e que o fio e a polia são ideais, podemos afirmar que a intensidade da força de atrito entre o bloco B e a superfície horizontal é de:*

[A] *0 N.*
[B] *30 N.*
[C] *40 N.*
[D] *50 N.*
[E] *80 N.*



Desenho Ilustrativo

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 11 - TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA

Trabalho de uma Força

A palavra trabalho está presente em nossas vidas em diversas oportunidades, sempre lembrando algo que temos de fazer, e que geralmente nos consumirá certa energia. Fisicamente, a palavra trabalho não difere muito desse conceito que trazemos desde criança conosco. Na verdade o trabalho na física pode ser definido como uma energia necessária à realização de determinada atividade, geralmente o deslocamento de um corpo de um ponto a outro.

Para que um corpo altere seu estado de movimento, é necessária a aplicação de uma força resultante sobre ele. Vimos que um dos efeitos da aplicação dessa força é uma aceleração, que por sua vez provoca um deslocamento do corpo por uma determinada distância. O trabalho realizado pode ser determinado pela relação entre essa causa (força) e o efeito (deslocamento) do corpo:

$$\tau = F \, . \, d \, . \cos\theta$$

Onde o ângulo θ é o ângulo entre o vetor força e o vetor deslocamento do corpo. Note que se a força aplicada for perpendicular ao deslocamento do corpo ela não realiza trabalho sobre ele. No SI, a unidade de trabalho é o ***Joule****, onde temos que 1 J = 1 N x 1 m.*

Quando várias forças atuarem simultaneamente sobre o corpo, o trabalho total pode ser dado pela soma dos trabalhos individuais de cada força, que é equivalente ao trabalho da força resultante.

Um caso interessante é o trabalho realizado pela força peso. Quando elevamos um corpo a uma altura h a partir de uma posição h_0, o trabalho realizado pela força peso é dado por:

$$\tau = -m . g . \Delta h$$

Note que este trabalho depende somente da diferença de altura imposta ao corpo dentro do campo gravitacional, independendo do caminho escolhido para esse deslocamento. Isso é uma característica de campos conservativos e podemos resumir da seguinte forma:

"O trabalho da força peso independe do caminho"

Podemos definir o rendimento de um motor por exemplo, através do cálculo do trabalho útil pelo trabalho total realizado, ou seja:

$$\eta = \frac{\tau_{util}}{\tau_{total}}$$

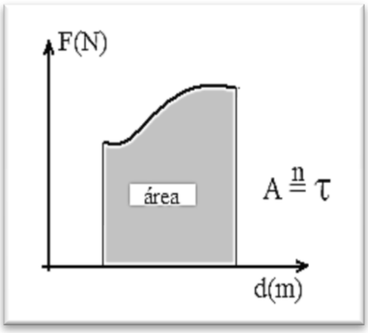
A rapidez com que um trabalho é realizado é denominado potência. Quanto mais rápido um trabalho for realizado, mais potente terá sido o agente causador do movimento. A potência é definida por:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t}$$

No SI, a potência é dada em ***Watts****, onde 1 W = 1 J/ 1 s.*

Podemos notar pela definição de trabalho, que para que possamos aplicar a relação, é necessária a presença de uma força constante. Em alguns casos, a força é variável e o trabalho pode ser calculado pela área sob a curva F x d.

CURSO CIDADE - EsPCEX



Conservação da Energia Mecânica

Na física, podemos definir energia como algo capaz de realizar trabalho. Embora este conceito seja muito simples e certamente vago em alguns pontos, ela define bem o que podemos fazer quando se tem energia: realizar um trabalho.

Na natureza, a energia pode ser encontrada em diversas formas: energia luminosa, sonora, elétrica, etc. No momento estamos interessados em um tipo particular de energia, denominada energia mecânica, relacionada à dinâmica dos corpos.

A energia mecânica é definida como a soma das energias relacionadas ao movimento dos corpos. Podemos defini-la por:

$$E_M = E_C + Ep + E_{pel}$$

Onde E_C é denominada energia cinética, que está diretamente relacionada ao movimento dos corpos. Um corpo só possui energia cinética se estiver em movimento em relação à um referencial inercial definido. É dada por:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

A energia potencial é uma energia que pode ser "armazenada" nos corpos. Isto se dá dependendo do tipo de campo em que o corpo está imerso. Por exemplo, devido à grande massa da Terra, nosso planeta cria ao seu redor um campo de atração denominado campo gravitacional, e todo corpo imerso neste campo sente essa atração. Desta forma, um corpo dentro desse campo pode armazenar sob certas condições, energia capaz de realizar um determinado trabalho. Essa energia armazenada devido ao campo gravitacional da Terra é denominada Energia Potencial Gravitacional, e existe desde que haja uma altura em relação à um ponto de referência neste campo, geralmente o solo. É definida por:

$$Ep = m.g.h$$

A energia potencial, também pode ser encontrada em corpos elásticos como uma mola por exemplo. Ao comprimirmos uma mola, estamos dando a ela parte de nossa energia, que fica na mola, e pode ser usada no futuro, por exemplo, para atirar uma flecha. Essa energia potencial de corpos elásticos ou simplesmente energia potencial elástica é definida por:

$$Epel = \frac{1}{2}k.x^2$$

Na expressão acima, **k** *é a chamada constante elástica da mola e* **x** *a deformação imposta à mola.*

Num sistema conservativo, ou seja, um sistema em que as forças que ali atuam, não dissipam energia, vale um dos principais princípios da física: O princípio da Conservação da Energia Mecânica. Esse princípio nos diz que a energia mecânica em tais condições, não pode ser criada nem destruída, apenas muda de forma. Sendo assim, a energia mecânica se conserva.

$$EM\,(antes) = EM\,(depois)$$

Aqui (antes) e (depois) referem-se a um determinado evento em questão, por exemplo: atirar uma pedra para cima num local onde podemos desprezar todos os atritos.

CURSO CIDADE - ESPCEX

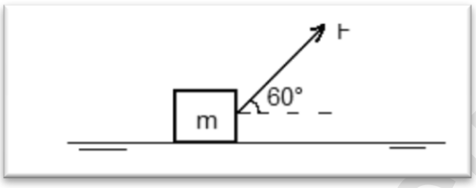
Teorema Trabalho – Energia Cinética

Um importante teorema da física refere-se ao fato de que para alterar a velocidade de um corpo, devemos dar ou retirar energia cinética do corpo, ou seja, realizar trabalho sobre ele. Assim, o trabalho realizado por uma força sobre um corpo (causa), faz com que sua velocidade se altere, ou seja, altera sua energia cinética. Desta forma temos o chamado Teorema trabalho energia:

$$\tau = \Delta E_C = E_C\,(final) - E_C\,(inicial)$$

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Um bloco de 30 kg é puxado por uma força F, de intensidade de F=40N, que forma com a horizontal um ângulo de 60º, sofrendo um deslocamento de 20 m. Calcule o trabalho realizado pela força F.*



Podemos determinar o trabalho realizado no deslocamento de 20 m usando a definição de trabalho, já que a força é constante. Assim temos:

$$\tau = F\,.\,d\,.\cos\theta$$

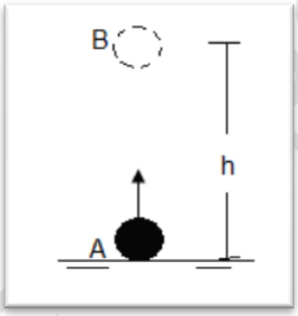
$$\tau = 40\,.\,20\,.\cos 60°$$

$$\tau = 800\,.\frac{1}{2} = 400\,J$$

Note que o trabalho é positivo, sendo chamado de trabalho motor. O trabalho negativo é chamado de trabalho resistente, ou seja, ele tira energia do corpo durante o deslocamento.

***Exemplo 2** – Uma pedra com massa m= 0,10 kg é lançada verticalmente para cima com velocidade de 20 m/s. Qual a altura máxima atingida pela pedra? Considere g =10 m/s² e despreze a resistência do ar.*

Inicialmente devemos notar que não existe nenhum tipo de atrito no movimento, desta forma a energia mecânica se conserva. Chamando o ponto de lançamento de A, e o ponto de altura máxima de B, temos:



$$EM_A = EM_B$$

$$E_{C_A} + E_{P_A} + E_{PEL_A} = E_{C_B} + E_{P_B} + E_{PEL_B}$$

Podemos simplificar a expressão notando que não temos corpos elásticos envolvidos no problema, portanto nem no ponto A nem no ponto B teríamos o termo de energia potencial. Da mesma forma, no ponto A não existe altura em relação ao solo, ou seja, não temos o termo de energia potencial em A. Já no ponto B, não teríamos o termo de energia cinética, já que no ponto mais alto o corpo para. Sendo assim teríamos:

$$E_{C_A} = E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}m.{v_A}^2 = m.g.h$$

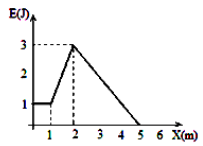
$$\frac{1}{2}{v_A}^2 = g.h$$

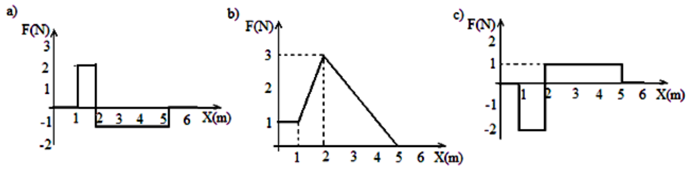
$$\frac{1}{2}(20)^2 = 10.h$$

$$h = \frac{200}{10} = 20\,m$$

EXERCÍCIOS

1) *(UnB) A energia cinética E de um corpo de massa m, que se desloca sobre uma reta, é mostrada na figura em função do deslocamento X. O gráfico da força resultante que atua sobre o corpo, em função do deslocamento X, é:*





2) *(EEAER) Quando um corpo é elevado verticalmente por uma força constante maior que seu peso, há variação*

a) *apenas da energia cinética.*
b) *apenas da energia potencial.*
c) *tanto da energia cinética como da potencial.*
d) *da energia cinética, da energia potencial e do trabalho.*

3) *(ESPCEX) Uma bomba necessita enviar 200 ℓ de óleo a um reservatório colocado a 6 metros de altura, em 25 minutos. A potência média da bomba, em watts, para que isso ocorra, é aproximadamente:*

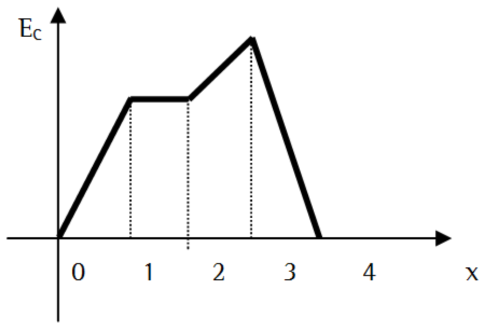
Dado: densidade do óleo = 0,8 kg/l

a) *5,15*
b) *6,40*
c) *7,46*
d) *8,58*

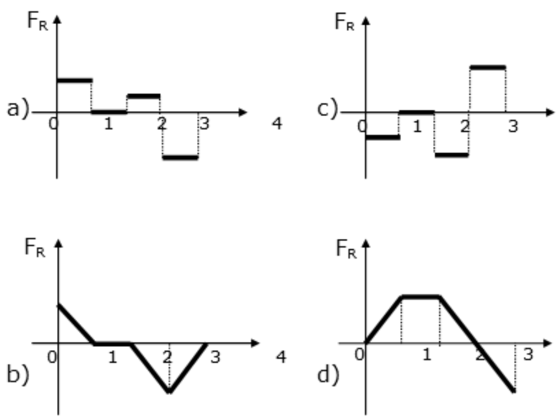
4) *(AFA) Uma bola de borracha é lançada verticalmente para baixo com energia cinética K_1, a partir de uma altura h. Após colidir elasticamente com o solo, a bola desloca-se para cima atingindo um ponto cuja altura é 25% maior que a da posição inicial. Considere K_2 a energia cinética da bola imediatamente antes de chocar-se com o solo e calcule a razão K_1/K_2. Despreze a resistência do ar.*

a) *0,25*
b) *0,20*
c) *0,75*
d) *1,25*

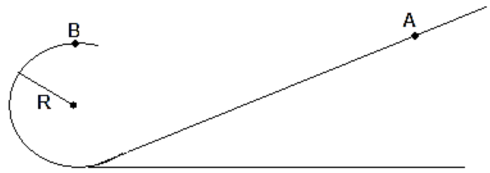
5) *(AFA) A energia cinética **E_C** de um corpo de massa **m** que se desloca sobre uma superfície horizontal e retilínea é mostrada no gráfico em função do deslocamento **x**.*



*O gráfico da força resultante **F_R** que atua sobre o corpo em função do deslocamento **x** é:*



6) *(EFOMM) A figura abaixo representa uma pista pertencente ao plano vertical. O raio* R*da parte circular vale 4 m. Um corpo parte do repouso no ponto* A*. Desprezando o atrito e a resistência do ar e considerando que, em* B*, a força que comprime o móvel contra a pista vale 1/4 do seu peso, pode-se afirmar que, a sua velocidade em* B *vale, em m/s, aproximadamente:*



a) 3,2.
b) 7,1.
c) 5,5.
d) 6,3.

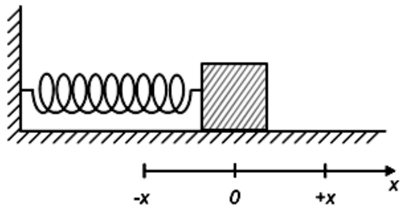
7) *(ESPCEX) Um homem de dois metros de altura, com peso igual a 900 N, preso por um dos pés a uma corda elástica, pula de uma ponte de 100 m de altura sobre um rio. Sendo a constante elástica da corda equivalente a 300 N/m e seu comprimento igual a 72 m, pode-se afirmar que a menor a distância entre a cabeça do homem e a superfície da água foi, em metros:*

a) 0
b) 4
c) 6
d) 2

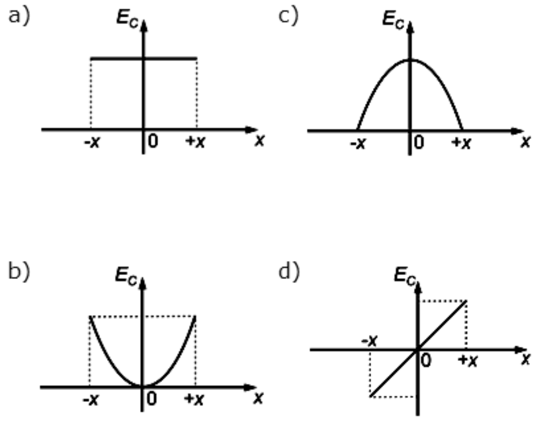
8) *(ESPCEX) Um corpo é abandonado em queda livre, a partir do repouso, sob ação da gravidade. Se sua velocidade, depois de perder uma quantidade* E *de energia potencial gravitacional, é* v*, pode-se concluir que a massa do corpo é dada por*

a) 2Ev
b) $2Ev^2$
c) $\frac{2v^2}{E}$
d) $\frac{2E}{v^2}$

9) *(AFA) Um bloco ligado a uma mola presa a um parede oscila em torno de* 0*, sobre uma superfície sem atrito, como mostra a figura.*



O gráfico que ***MELHOR*** *representa a energia cinética* E_C*em função de* x *é:*



10) *(EEAER) Um guindaste eleva uma carga de 3.103 kg a uma altura de 12 m em 40 s. Se esse guindaste fosse substituído por outro, com o dobro da potência média, qual seria o tempo gasto para realizar o mesmo trabalho? (considere g = 10 m/s2 e despreze as perdas)*
a) 10 s
b) 15 s
c) 20 s
d) 30 s

11) *(EEAER) O motor de um guindaste em funcionamento, consome 1,0 kW para realizar um trabalho de* 10^4 *J, na elevação de um bloco de concreto durante 20 s. O rendimento deste motor é de*
a) 5 %.
b) 10 %.
c) 20 %.
d) 50 %.

12) *(EFOMM) Em uma montanha russa, o carrinho é elevado até uma altura de 54,32*

CURSO CIDADE

metros e solto em seguida. Cada carrinho tem 345 kg de massa e suporta até 4 pessoas de 123 kg cada. Suponha que o sistema seja conservativo, despreze todos os atritos envolvidos e assinale a alternativa que completa corretamente a frase abaixo, em relação à velocidade do carrinho na montanha russa. A velocidade máxima alcançada ...

a) independe do valor da aceleração da gravidade local.

b) é maior quando o carrinho está com carga máxima.

c) é maior quando o carrinho está vazio.

d) independe da carga do carrinho.

13) *Na Idade Média, os exércitos utilizavam catapultas chamadas "trabucos". Esses dispositivos eram capazes de lançar projéteis de 2 toneladas e com uma energia cinética inicial igual a 4000 J. A intensidade da velocidade inicial de lançamento, em m/s, vale*

a) 1.

b) 2.

c) 2,3.

d) 2,2.

14) *(AFA) Uma mola, de comprimento igual a 10 cm e constante elástica 10N/m, é comprimida em 2cm pelo peso de um bloco de massa M. A energia potencial elástica acumulada, em J, vale*

a) 0,002.

b) 0,200.

c) 20,00.

d) 320,0.

15) *Um disco de massa igual a 2,0 kg está em movimento retilíneo sobre uma superfície horizontal com velocidade igual a 8,0 m/s, quando sua velocidade gradativamente reduz para 4,0 m/s. Determine o trabalho, em J, realizado pela força resistente nesta situação.*

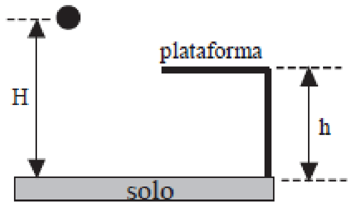
a) – 48.

b) – 60.

c) + 60.

d) + 100.

16) *(ESPCEX) Um corpo de massa m está a uma altura H em relação ao solo. Considerando uma plataforma de altura h em relação ao solo, conforme a figura, podemos afirmar, corretamente, que a energia potencial gravitacional do corpo,* ***em relação à plataforma****, é dada por*



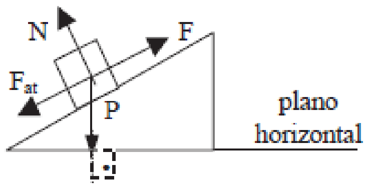
a) mg (H – h)

b) mg (h +H)

c) mgh

d) mgH

17) *Considere um bloco subindo um plano inclinado que oferece atrito. De todas as forças que atuam no bloco quantas não realizam trabalho?*



a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

18) *(AFA) Uma mola ideal de constante elástica k = 256 N/m está presa a um anteparo fixo e é comprimida de 0,5 m contra ele por um bloco A de massa 2 kg. O bloco A não está preso à mola e se apoia sobre uma superfície horizontal e sem atrito. Soltando-se a mola, esta empurra o bloco ao longo da superfície até perderem o contato entre si. O bloco prossegue deslizando até realizar um choque perfeitamente inelástico com um bloco B de massa 2 kg, inicialmente em repouso, conforme a figura abaixo.*

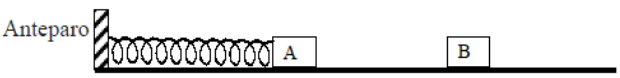


Figura ilustrativa

Desprezando todas as forças dissipativas, pode-se afirmar que a velocidade final dos dois blocos será de:

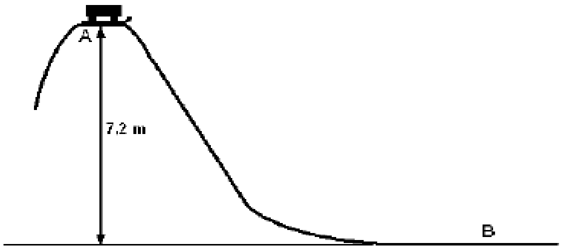
[A] *4 m/s.*
[B] $2\sqrt{2}\ m/s.$
[C] $4\sqrt{2}\ m/s.$
[D] $\sqrt{2}\ m/s$
[E] $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ m/s.$

19) *(ESPCEX) Um menino de 30 kg desce em um escorregador de altura 3 m, a partir do repouso, em um local onde a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2. Sabendo que 40% da sua energia mecânica inicial são dissipados durante a descida, pode-se afirmar que a velocidade do menino ao atingir o solo é de:*

[A] $2\sqrt{15}\ m/s.$
[B] *6 m/s.*
[C] $2\sqrt{6}\ m/s.$
[D] *3 m/s.*
[E] $\dfrac{\sqrt{15}}{2}\ m/s.$

20) *(ESPCEX) Um trenó, de massa M, desce uma montanha partindo do ponto A, com velocidade inicial igual a zero, conforme desenho abaixo. Desprezando-se todos os atritos e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , quando o trenó atingir o ponto B, que se encontra 7,2 m abaixo do ponto A, sua velocidade será de:*

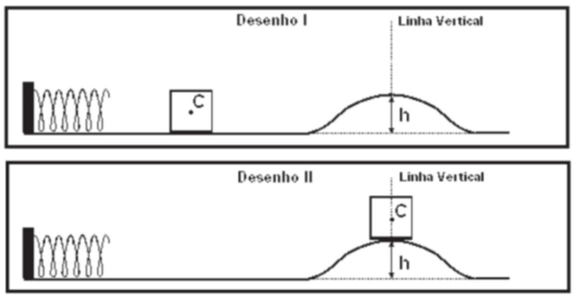
[A] *6 m/s.*
[B] *6 $\sqrt{2}$ m/s.*
[C] *12 m/s.*
[D] *12 $\sqrt{2}$ m/s.*
[E] *144 m/s.*



Desenho Ilustrativo

21) *(AFA) A mola ideal, representada no desenho I abaixo, possui constante elástica de 256 N/m. Ela é comprimida por um bloco, de massa 2 kg, que pode mover-se numa pista com um trecho horizontal e uma elevação de altura h = 10 cm. O ponto C, no interior do bloco, indica o seu centro de massa. Não existe atrito de qualquer tipo neste sistema e a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2. Para que o bloco, impulsionado exclusivamente pela mola, atinja a parte mais elevada da pista com a velocidade nula e com o ponto C na linha vertical tracejada, conforme indicado no desenho II, a mola deve ter sofrido, inicialmente, uma compressão de:*

[A] *1,50 · 10-3 m.*
[B] *1,18 · 10-2 m.*
[C] *1,25 · 10-1 m.*
[D] *2,5 · 10-1 m.*
[E] *8,75 · 10-1 m.*



22) *(AFA)Um bloco, puxado por meio de uma corda inextensível e de massa desprezível, desliza sobre uma superfície horizontal com atrito, descrevendo um movimento retilíneo e uniforme. A corda faz um ângulo de 53° com a horizontal e a tração que ela transmite ao*

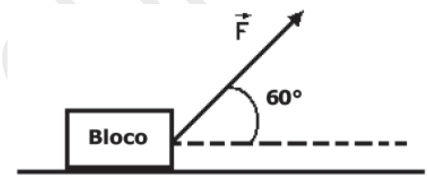
CURSO CIDADE - EsPCEx

bloco é de 80 N. Se o bloco sofrer um deslocamento de 20 m ao longo da superfície, o trabalho realizado pela tração no bloco será de:
(Dados: sen 53° = 0,8 e cos 53° = 0,6)

[A] 480 J.
[B] 640 J.
[C] 960 J.
[D] 1280 J.
[E] 1600 J.

23) *(EFOMM) Um corpo de massa 4 kg está em queda livre no campo gravitacional da Terra e não há nenhuma força dissipativa atuando. Em determinado ponto, ele possui uma energia potencial, em relação ao solo, de 9 J, e sua energia cinética vale 9 J. A velocidade do corpo, ao atingir o solo, é de:*
[A] 5 m/s
[B] 4 m/s
[C] 3 m/s
[D] 2 m/s
[E] 1 m/s

24) *(ESPCEX) Uma força constante de intensidade 25 N atua sobre um bloco e faz com que ele sofra um deslocamento horizontal. A direção da força forma um ângulo de 60º com a direção do deslocamento. Desprezando todos os atritos, a força faz o bloco percorrer uma distância de 20 m em 5 s. A potência desenvolvida pela força é de:*
Dados: sen 60° = 0,87
cos 60º = 0,50



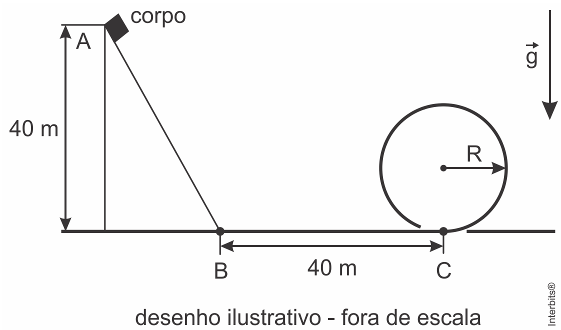
[A] 87 W
[B] 50 W
[C] 37 W
[D] 13 W
[E] 10 W

25) *(EEAER) Um carrinho parte do repouso, do ponto mais alto de uma montanha-russa. Quando ele está a 10 m do solo, a sua velocidade é de 1 m/s. Desprezando todos os atritos e considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s2, podemos afirmar que o carrinho partiu de uma altura de*

[A] 10,05 m
[B] 12,08 m
[C] 15,04 m
[D] 20,04 m
[E] 21,02 m

26) *(ESPCEX) Um corpo de massa* 300 kg *é abandonado, a partir do repouso, sobre uma rampa no ponto* A, *que está a* 40 m *de altura, e desliza sobre a rampa até o ponto* B, *sem atrito. Ao terminar a rampa* AB, *ele continua o seu movimento e percorre* 40 m *de um trecho plano e horizontal* BC *com coeficiente de atrito dinâmico de* 0,25 *e, em seguida, percorre uma pista de formato circular de raio* R, *sem atrito, conforme o desenho abaixo. O maior raio* R *que a pista pode ter, para que o corpo faça todo trajeto, sem perder o contato com ela é de*

Dado: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

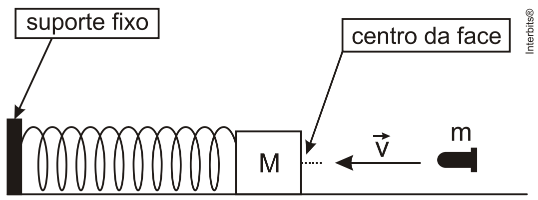


desenho ilustrativo - fora de escala

CURSO CIDADE - EsPCEX

a) 8 m
b) 10 m
c) 12 m
d) 16 m
e) 20 m

27) (ESPCEX) Um bloco de massa M=180 g está sobre urna superfície horizontal sem atrito, e prende-se a extremidade de uma mola ideal de massa desprezível e constante elástica igual a $2 \cdot 10^3$ N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra o desenho. Inicialmente o bloco se encontra em repouso e a mola no seu comprimento natural, Isto é, sem deformação.



desenho ilustrativo - fora de escala

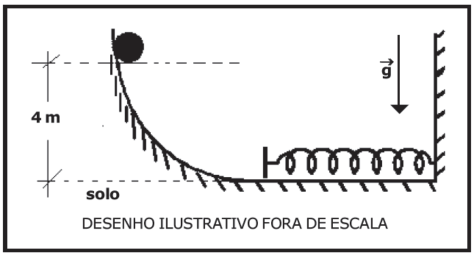
Um projétil de massa m=20 g é disparado horizontalmente contra o bloco, que é de fácil penetração. Ele atinge o bloco no centro de sua face, com velocidade de v=200 m/s. Devido ao choque, o projétil aloja-se no interior do bloco. Desprezando a resistência do ar, a compressão máxima da mola é de:
a) 10,0 cm
b) 12,0 cm
c) 15,0 cm
d) 20,0 cm
e) 30,0 cm

28) (ESPCEX) Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:

a) 0,1 m
b) 0,2 m
c) 1,2 m
d) 0,6 m
e) 0,3 m

29) (Espcex – 2016) Um prédio em construção de 20m de altura, possui na parte externa da obra, um elevador de carga com massa total de 6 ton, suspenso por um cabo inextensível e de massa desprezível. O elevador se desloca, com velocidade constante, do piso térreo até a altura de 20m, em um intervalo de tempo igual a 10s. Desprezando as forças dissipativas e considerando a intensidade da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2, podemos afirmar que a potência média útil desenvolvida por esse elevador é:
a) 120 kW
b) 180 kW
c) 200 kW
d) 360 kW
e) 600 kW

30) (Espcex – 2016) Uma esfera, sólida, homogênea e de massa 0,8 kg é abandonada de um ponto a 4m de altura do solo em uma rampa curva. Uma mola ideal de constante elástica k= 400 N/m é colocada no fim dessa rampa, conforme desenho abaixo. A esfera colide com a mola e provoca uma compressão. Desprezando as forças dissipativas, considerando a intensidade da aceleração da gravidade g=10 m/s^2 e que a esfera apenas desliza e não rola, a máxima deformação sofrida pela mola é de:



a) 8 cm
b) 16 cm
c) 20 cm
d) 32 cm
e) 40 cm

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 12 - IMPULSO E MOVIMENTO LINEAR

Quantidade de Movimento

*Quando um corpo está em movimento, ele transporta consigo uma quantidade deste “movimento”, que na Física pode ser também chamado de **Momento Linear** ou simplesmente **Momento**. O momento é uma grandeza vetorial que depende basicamente de duas outras grandezas: a massa e a velocidade do corpo. O momento linear de um corpo é definido como sendo:*

$$\vec{Q} = m\,.\vec{v}$$

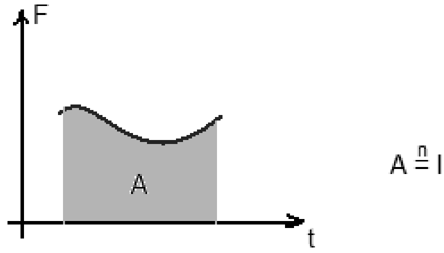
*Onde m é a massa do corpo, geralmente em Kg e v é a velocidade em m/s. A quantidade de movimento de um corpo está diretamente relacionada ao **impacto** que esse corpo produz ao se chocar contra um obstáculo, quanto maior **Q**, maior o impacto sentido. Para variarmos **Q**, devemos variar a velocidade do corpo, e isso pode ser conseguido aplicando-se no corpo uma força F, capaz de realizar trabalho sobre ele e desta forma, alterar sua velocidade e conseqüentemente, alterar a sua quantidade de movimento. Chamamos de impulso (**I**) essa variação na quantidade de movimento de um corpo:*

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q}$$

Também podemos relacionar o impulso com a força aplicada no corpo durante um certo tempo de interação, que pode ser escrito como:

$$\vec{I} = \vec{F}\,.\Delta t$$

O impulso pode ser dado tanto em kg.m/s ou em N.s. Na relação acima, a força F representa a força média durante a interação. Para o caso de uma força variável atuar no sistema, podemos determinar o impulso graficamente.



A área sob a curva num gráfico F x t é numericamente igual ao impulso da força F neste tempo.

Para um sistema isolado, ou seja, livre da ação de forças externas ou mesmo que essas forças sejam desprezíveis para o estudo, a quantidade de movimento do sistema como um todo se conserva e portanto:

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$$

Colisões

Chamamos de colisões, qualquer interação de contato entre dois corpos. Durante a colisão, os corpos interagem durante certo tempo e transferem momento entre si. As colisões podem ser descritas como:

I-Perfeitamente elásticas: São aquelas em que não há perda de energia mecânica.

e=1 .

II- Parcialmente elásticas: Existe uma perda parcial de energia mecânica durante a interação.

0 < e < 1.

III- Inelásticas: São aquelas em que a energia mecânica se transforma em outro tipo de energia, fazendo com que os corpos permaneçam unidos após o choque. Nestas colisões:

e = 0.

Em todos os casos, o momento linear se conserva, ou seja, para o sistema, Q $_{antes}$ = Q

CURSO CIDADE EsPCEx

depois. *Aqui,* **e** *é o coeficiente de restituição da colisão, definido por:*

$$e = \frac{|\,velocidade\ relativa\ entre\ os\ corpos\ após\ a\ colisão\,|}{|velocidade\ relativa\ entre\ os\ corpos\ antes\ da\ colisão|}$$

Vejamos três exemplos:

***Exemplo 1** – Um veículo de 300 kg parte do repouso com aceleração constante e 10s após, encontra-se a 40 m da posição inicial. Qual o valor da quantidade de movimento nesse instante*

Para determinarmos a quantidade de movimento final do veículo devemos ter o valor da massa e da velocidade final do veículo. Como não temos a velocidade final do veículo, devemos primeiro determiná-la. Desta forma, vamos determinar a aceleração do veículo nesse deslocamento:

$$\Delta s = v_0 . t + \frac{1}{2} . a . t^2$$

$$40 = 0 + \frac{1}{2} . a . (10)^2$$

$$40 = 50 . a$$

$$a = 0{,}8\ m/s^2$$

De posse da aceleração, podemos determinar a velocidade final do móvel através da relação:

$$v = v_0 + a . t$$

$$v = 0 + 0{,}8 . 10$$

$$v = 8\ m/s$$

Agora finalmente podemos determinar a quantidade de movimento final do móvel através da relação:

$$\vec{Q} = m . \vec{v}$$

$$Q = 300 . 8$$

$$Q = 2400\ kg.m/s$$

Note que esse é o valor do módulo da quantidade de movimento do veículo após 10s de movimento. A quantidade de movimento é um vetor, e portanto, possui também direção e sentido que neste caso são os mesmos do vetor velocidade nesse instante.

***Exemplo 2** – Um homem de 80 kg está em repouso e segura uma mochila de 10 kg sobre um skate em uma superfície perfeitamente lisa. Ao atirar a mochila para frente com uma velocidade de 8m/s o que acontece com o homem?*

Como não existem forças externas atuando sobre o sistema homem-mochila, a quantidade de movimento do sistema se conserva. Desta forma:

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$$

Como inicialmente nem o homem nem a mochila possuíam movimento, a quantidade de movimento inicial do sistema era igual a zero. Assim:

$$0 = m_H . v_H + m_M . v_M$$

$$0 = 80 . v_H + 10 . 8$$

$$80 . v_H = -80$$

$$v_H = -1\ m/s$$

Note que o valor da velocidade do homem é negativo, significando que o homem recua no sentido contrário ao da mochila. Podemos notar ainda que a massa do homem era oito vezes maior que a da mochila e portanto, sua velocidade é oito vezes menor em módulo, que a da mochila após o lançamento.

***Exemplo 3** – Dois corpos A (m_A=2 kg) e B (m_B=6 kg), chocam-se frontalmente conforme a figura. As velocidades de A e B em módulo antes da colisão são respectivamente iguais a 10 m/s e 2 m/s. Considerando a colisão perfeitamente elástica, determine as velocidades dos corpos após a colisão.*

CURSO CIDADE - ESPCEX

Como não existem forças externas atuando sobre o sistema, a quantidade de movimento do sistema se conserva. Desta forma:

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois}$$

Devemos levar em consideração o sinal das velocidades e "chutar" um sentido para o movimento dos corpos após a colisão. Neste caso, vamos supor que após a colisão os corpos retornam em suas direções iniciais. Sendo assim usando a notação "'" para representar os termos após a colisão, temos:

$$m_A \,.\, v_A + m_B \,.\, v_B = m_A \,.\, v'_A + m_B \,.\, v'_B$$

$$2 \,.\, 10 + 6 \,.\, (-2) = 2 \,.\, (-v'_A) + 6 .\, v'_B$$

$$8 = -\,2\, v'_A + 6 .\, v'_B$$

$- \, v'_A + 3\, v'_B = 4$

Chegamos a uma relação entre as velocidades finais dos corpos, mas são duas incógnitas e somente uma equação, assim, temos que encontrar outra equação. Note que o enunciado diz que a colisão foi perfeitamente elástica, e portanto, e=1. Assim temos:

$$e = \frac{|\,velocidade\ relativa\ entre\ os\ corpos\ após\ a\ colisão\,|}{|velocidade\ relativa\ entre\ os\ corpos\ antes\ da\ colisão|}$$

$$e = \frac{|\,v'_A + v'_B|}{|v_A + v_B|}$$

Estamos somando as velocidades porque tanto antes como depois da colisão, os corpos se deslocam em sentidos contrários, devendo então somarmos as suas velocidades para encontrarmos a velocidade relativa entre eles. Desta forma:

$$1 = \frac{|\,v'_A + v'_B|}{|10 + 2|}$$

$$v'_A + v'_B = 12$$

Que é a segunda equação que precisávamos para resolver o problema. Assim, temos um sistema:

$$\begin{cases} v'_A + v'_B = 12 \\ -v'_A + 3v'_B = 4 \end{cases}$$

Podemos somar as equações acima encontrando:

$$4\, v'_B = 16$$

$$v'_B = 4\, m/s$$

E assim substituindo em qualquer das equações encontramos:

$$v'_A = 8\, m/s$$

Note que ambos os valores são positivos, o que indica que o nosso "chute" sobre a direção do movimento ao final da colisão estava certo. Caso encontrássemos um valor negativo para algum dos corpos, significaria apenas que a direção do chute para aquele corpo estaria invertida com a direção real.

EXERCÍCIOS

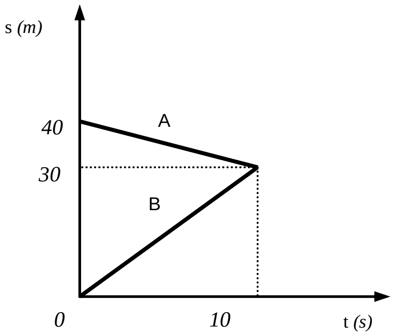
1) *(AFA) Uma partícula de massa* ***m*** *e velocidade* ***v,*** *colide com outra de massa* ***3m*** *inicialmente em repouso. Após a colisão elas permanecem juntas, movendo-se com velocidade* ***V****. Então, pode-se afirmar que*

a) V = v.
b) 2V = v.
c) 3V = v.
d) 4V = v.

2) *(AFA) Dois carrinhos* A *e* B, *de massa 2 kg cada, movem-se sobre trilhos retilíneos horizontais e sem atrito. Eles se chocam e passam a se mover grudados. O gráfico*

CURSO CIDADE - EsPCEX

representa a posição de cada carrinho em função do tempo, até o instante da colisão.



A energia dissipada com o choque, em joules, é igual a

a) 8.
b) 32.
c) 0.
d) 40.

3) *(AFA) Um atirador utiliza alvos móveis. Em um treinamento, deixa cair um bloco de massa* M*, a partir de uma altura* h*. Ao final do primeiro segundo de queda, o bloco é atingido horizontalmente por uma bala de massa* m *e velocidade* v*. A bala se aloja no bloco e observa-se um desvio horizontal* x *na sua trajetória em relação ao ponto que tocaria o chão, caso não houvesse acontecido a colisão. O valor de* x *é dado por*

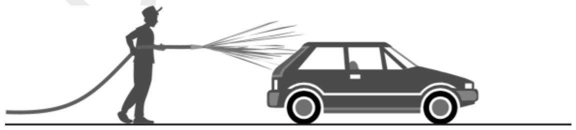
a) $\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}[\frac{m}{(M+m)}]v$

b) $[\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}-1][\frac{m}{(M+m)}]v$

c) $[\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}-1][\frac{(M+m)}{m}]v$

d) $\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}(M+m)v$

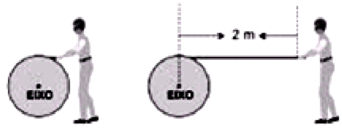
4) *(AFA) Um lavador de carros segura uma mangueira do modo que aparece na figura abaixo:*



Qual a força necessária para manter o bico da mangueira estacionário na horizontal, sabendo que a vazão da água é de 0,60 kg/s, com a velocidade de saída na mangueira de 25 m/s?

a) 15,0 N
b) 10,0 N
c) 20,0 N
d) 5,0 N

5) *(AFA) Um operário puxa a extremidade de um cabo que está enrolado num cilindro. À medida que o operário puxa o cabo o cilindro vai rolando sem escorregar. Quando a distância entre o operário e o cilindro for igual a 2 m (ver figura abaixo), o deslocamento do operário em relação ao solo será de:*



a) 1 m
b) 2 m
c) 6 m
d) 4 m

6) *(EEAER) Um soldado lança verticalmente para cima uma granada que é detonada ao atingir a altura máxima. Considerando que a granada, após a explosão seja um sistema isolado, pode-se afirmar que*

a) os fragmentos da granada movem-se todos na vertical.

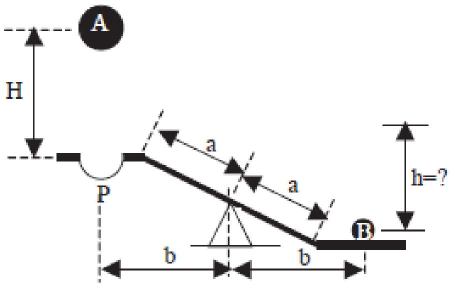
b) os fragmentos da granada movem-se todos na horizontal.

c) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é diferente de zero.

d) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é igual a zero.

7) *(EFOMM) Considere a figura abaixo, que representa uma gangorra apoiada em seu centro. Admita que a esfera A, cuja massa é o dobro da massa da esfera B, é solta de uma altura H, igual a 20 cm. Ao se chocar com a gangorra, a esfera A transfere totalmente a quantidade de movimento para a esfera B que é imediatamente lançada para cima. Desconsiderando a massa da gangorra e qualquer tipo de atrito, admitindo que a aceleração da gravidade local seja igual a 10m/s^2 e que a articulação da gangorra seja*

ideal, a altura h, em metros, alcançada pela esfera B, vale:



a) 0,2
b) 0,4
c) 0,8
d) 2,0

8) *(ESPCEX) Na figura abaixo, um projétil de massa m = 10 g bate em um pêndulo balístico de massa M = 1 kg e se aloja dentro dele. Depois do choque, o conjunto atinge uma altura máxima h = 80 cm. Os fios que compõem o pêndulo são inextensíveis, têm massa desprezível, permanecem paralelos entre si e não sofrem qualquer tipo de torção. Considerando que a resistência do ar é desprezível e que a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s², a intensidade da velocidade* $\vec{v}$ *com que o projétil atingiu o pêndulo vale:*

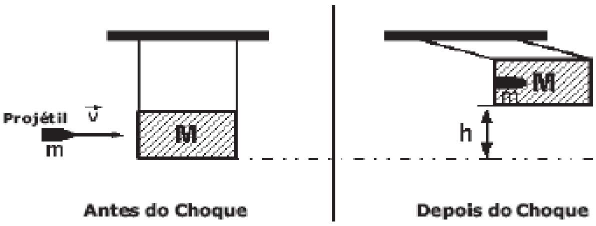


Figura Ilustrativa

[A] *4,4 m/s.*
[B] *17,6 m/s.*
[C] *244 m/s.*
[D] *404 m/s.*
[E] *1616 m/s.*

9) *(EFOMM) Um móvel movimenta-se sob a ação de uma força resultante de direção e sentido constantes, cuja intensidade (F_R) varia com o tempo (t) de acordo com o gráfico abaixo. O módulo do impulso dessa força resultante, no intervalo de tempo de 0 s a 12 s, é de:*

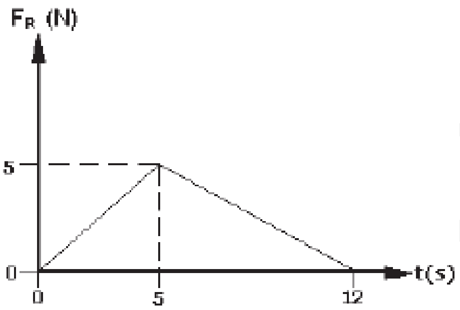
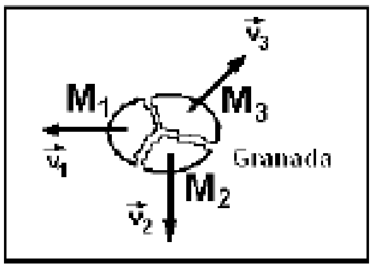


Gráfico Fora de Escala

[A] *5 Ns.*
[B] *12 Ns.*
[C] *25 Ns.*
[D] *30 Ns.*
[E] *60 Ns.*

10) *(EFOMM) Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explodiu sobre uma mesa, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmentou-se em três pedaços de massas M_1, M_2 e M_3 que adquiriram velocidades coplanares e paralelas ao plano da mesa, conforme representadas no desenho abaixo. Imediatamente após a explosão, a massa M_1 = 100 g adquire uma velocidade v_1 = 30m/s e a massa M_2 = 200 g adquire uma velocidade v_2 = 20 m/s, cuja direção é perpendicular à direção de v_1. A massa M_3 = 125 g adquire uma velocidade inicial v_3 igual a:*



mesa vista de cima

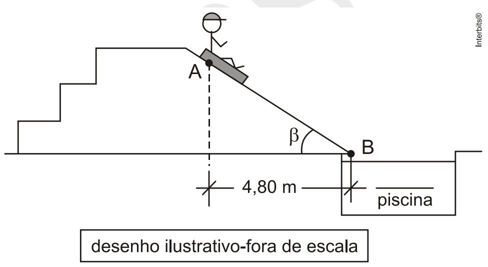
Desenho Ilustrativo

[A] *45 m/s.*
[B] *40 m/s.*
[C] *35 m/s.*
[D] *30 m/s.*
[E] *25 m/s.*

11) *(ESPCEX) Um canhão, inicialmente em repouso, de massa 600 kg, dispara um projétil de massa 3 kg com velocidade horizontal de 800 m/s. Desprezando todos os atritos, podemos afirmar que a velocidade de recuo do canhão é de:*

[A] *2 m/s*
[B] *4 m/s*
[C] *6 m/s*
[D] *8 m/s*
[E] *12 m/s*

12) *(ESPCEX) Em um parque aquático, um menino encontra-se sentado sobre uma prancha e desce uma rampa plana inclinada que termina em uma piscina no ponto* B, *conforme figura abaixo. O conjunto menino-prancha possui massa de* 60 kg, *e parte do repouso do ponto* A *da rampa. O coeficiente de atrito cinético entre a prancha e a rampa vale* 0,25 *e* β *é o ângulo entre a horizontal e o plano da rampa. Desprezando a resistência do ar, a variação da quantidade de movimento do conjunto menino-prancha entre os pontos* A *e* B *é de*



Dados: intensidade da aceleração da gravidade g=10 m/s2

considere o conjunto menino-prancha uma partícula

$\cos\beta = 0{,}8$ *e* $\operatorname{sen}\beta = 0{,}6$

a) $40\sqrt{3}\ \mathrm{N \cdot s}$

b) $60\sqrt{3}\ \mathrm{N \cdot s}$

c) $70\sqrt{3}\ \mathrm{N \cdot s}$

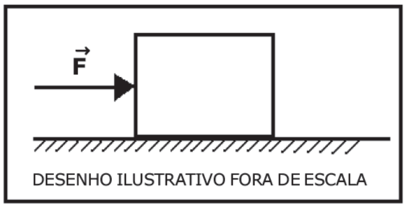
d) $180\sqrt{3}\ \mathrm{N \cdot s}$

e) $240\sqrt{3}\ \mathrm{N \cdot s}$

13) *(ESPCEX) Deseja-se imprimir a um objeto de 5 kg, inicialmente em repouso, uma velocidade de 15 m/s em 3 segundos. Assim, a força média resultante aplicada ao objeto tem módulo igual a:*

a) 3 N
b) 5 N
c) 15 N
d) 25 N
e) 45 N

14) *(Espcex – 2016) Um cubo de massa 4 kg está inicialmente em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Durante 3s, aplica-se sobre o cubo uma força constante F, horizontal e perpendicular no centro de uma de suas faces, fazendo com que ele sofra um deslocamento retilíneo de 9 m, nesse intervalo de tempo, conforme representado no desenho abaixo. No final do intervalo de tempo de 3s, os módulos do impulso da força F e da quantidade de movimento do cubo são respectivamente:*



a) 36 N.s e 36 kg. m/s
b) 24 N.s e 36 kg. m/s
c) 24 N.s e 24 kg. m/s
d) 12 N.s e 36 kg. m/s
e) 12 N.s e 12 kg. m/s

AULA 13 - GRAVITAÇÃO

Leis de Kepler

A contemplação das estrelas é uma das coisas que mais fascinam os humanos desde os tempos mais remotos. Os antigos se perguntavam o que eram e o que significavam os pontos que visualizavam no céu e tentavam achar correlação entre as estrelas e as suas vidas aqui na Terra, e o fazem até hoje, basta abrir o jornal de domingo e ler o seu horóscopo.

Hoje já sabemos muito mais do que há um século atrás. Sabemos que em no nosso "infinito" universo, existem bilhões de galáxias, cada uma com bilhões de estrelas de todos os tipos e tamanhos, buracos negros, etc. Já entendemos como o nosso planeta está inserido nesse universo, sua idade, como ele se relaciona com outros planetas entre outras coisas. Temos telescópicos e sondas que podem explorar o universo numa escala nunca antes vista, e computadores capazes de modular e prever a trajetória de astros localizados a distâncias inimagináveis.

Para os antigos, nada disto era conhecido. Imagine olhar para o céu todas as noites, ficar fascinado com o "movimento" de alguns pontos no céu, e não entender sequer o que eram. Nossa humanidade já deu longos passos para o entendimento do nosso sistema solar. Mas como todo esse conhecimento foi formado?

Os povos antigos acreditavam que a Terra era plana e que as estrelas pertenciam a uma grande esfera sustentada por deuses. Ao observar o céu, criteriosamente, os povos antigos perceberam que alguns pontos se moviam na esfera celeste enquanto que outros pareciam imóveis. Esses pontos que vagavam pelo céu com o passar das noites, foram chamados de planetas (errantes) e da observação dessas trajetórias surgiu um primeiro modelo que tentava explicar o movimento desses astros. Esse modelo sugerido por Pitágoras por volta do século VI a.c., foi chamado de modelo geocêntrico, ou seja, a Terra era o centro do Universo, e a trajetória de cada planeta conhecido, do Sol e da Lua, era representada por 10 esferas concêntricas onde a última seria a esfera das estrelas. Por volta do século IV a.c. Aristóteles reformulou o modelo pitagórico para um modelo de 54 esferas, divididas entre dois campos o sublunar onde tudo era feito dos 4 elementos: fogo, ar, terra e água; e o campo divino, constituído pela 5ª essência ou elemento. No século II, Ptolomeu introduziu os epiciclos, pequenos círculos efetuados pelos planetas durante a sua órbita, que corrigiam algumas distorções dos antigos modelos.

Embora simples, o modelo geocêntrico de Ptolomeu explicava razoavelmente o movimento dos planetas observados, mas falhava em explicações simples como eclipses. Nele também, a Terra era considerada imóvel. Somente séculos depois, é que surgiu um modelo que melhorava e corrigia as distorções observadas no modelo de Ptolomeu. Esse modelo sugerido por Copérnico era o modelo heliocêntrico, onde a Terra não mais era o centro do Universo. Justamente por isso, a igreja foi severamente contra essa ideia e perseguiu durante anos qualquer um que se atrevesse a defendê-la. No modelo sugerido por Copérnico, o Sol era o centro do universo (finito) com os planetas girando ao seu redor em órbitas circulares, a lua girando ao redor da Terra e as estrelas numa esfera mais externa chamada esfera celeste.

No entanto, Copérnico sugeriu que a Terra também não estava imóvel, ela se movia. Durante séculos, esse modelo funcionou perfeitamente, explicando com clareza vários fenômenos observados. Foi combatido pela igreja, mas defendido por pessoas de grande importância como Galileu Galilei (1564-1642), o inventor do telescópio. Com a invenção deste instrumento, Galileu pode melhorar o modelo de Copérnico e pode enfim provar que a Terra se movia também. Embora o modelo funcionasse para explicar como se dava o movimento no céu, ele não explicava o mecanismo, entendendo que

CURSO CIDADE - EsPCEx

para isso, anjos empurravam os planetas através de um universo de éter.

Somente séculos depois, com mais de 20 anos de anotações bem detalhadas a respeito do movimento dos planetas no céu, realizada por um astrônomo muito criterioso, porém com uma vida completamente mundana, chamado Tycho Brahe (1546-1601), que se pôde catalogar esse movimento. Embora tenha estudado e observado durante décadas os astros, faltava a ele um conhecimento matemático para retirar desses dados as Leis que regiam o movimento desses astros. Coube ao seu aluno, Johannes Kepler (1571-1630) essa tarefa, já que possuía um conhecimento matemático apurado e com os dados de Tycho na mão após a sua morte, conseguiu extrair três leis importantíssimas para a evolução da humanidade. São elas:

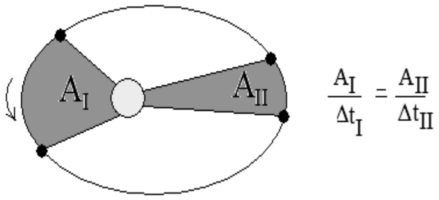
1ª Lei de Kepler: Lei das órbitas

"Os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol que ocupa um dos focos da elipse".

2ª Lei de Kepler: Lei das Áreas

"Os planetas varrem áreas iguais em tempos iguais".

O raio vetor que liga o planeta ao sol, descreve um movimento que num certo tempo varre uma área A_I Como a trajetória é elíptica, no mesmo tempo o planeta varreria uma área A_{II} igual à área A_I. Como consequência desta lei, quando o planeta está mais próximo do Sol (periélio) sua velocidade é maior do que quando está mais afastado do Sol (afélio).



3ª Lei de Kepler: Lei dos Períodos

Compreende uma relação entre o período de translação do planeta em relação à distância que está do Sol. Kepler percebeu que independente do planeta, a razão do quadrado do período pelo cubo do raio de órbita é uma constante:

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = constante$$

Lei da Gravitação Universal

A partir da descoberta das três leis de Kepler, a ciência deu um passo importante em direção ao conhecimento do cosmos. Mas ainda faltava explicar o porque as coisas funcionavam desse jeito. Coube a Isaac Newton (1642-1727), o gênio da ciência, exprimir a relação que fazia com que as coisas funcionassem desta forma. Essa relação foi denominada Lei da Gravitação Universal, que exprime as condições e a forma em que dois corpos que possuem massa exercem força entre si. Esta relação vale tanto para planetas e estrelas como para pessoas ou objetos aqui na Terra. Ela é exprimida por:

$$F_g = \frac{G.M.m}{d^2}$$

Onde G é a chamada constante de Gravitação Universal, que vale no SI, 6,67 x 10^{-11} N.m^2/kg^2. M e m são as massas dos corpos envolvidos e d é a distância entre os corpos. Cabe ressaltar que essa força é de interação entre dois corpos, e no caso gravitacional, de atração.

CURSO CIDADE - ESPCEX

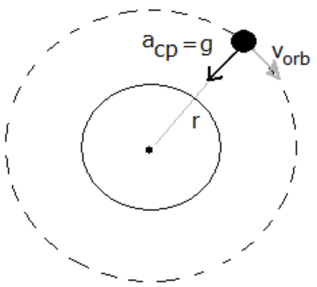
Como veremos adiante, a forma geral, força = campo x partícula, cabe também nesse caso, sendo o campo gravitacional dado pela expressão:

$$g = \frac{G.M}{R^2}$$

Onde: g é denominada aceleração da gravidade ou simplesmente campo gravitacional, e R é o raio da circunferência do planeta.

Corpos em órbita

Para colocar um corpo em órbita ao redor de outro corpo de massa M, este deve possuir uma velocidade que é proporcional ao raio de órbita. Um corpo em órbita possui como aceleração centrípeta a própria aceleração da gravidade. Sendo assim temos que a velocidade de órbita pode ser dada por:



$$v_{orb} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Aqui **r** *é a distância do centro do planeta até o centro do corpo em órbita. Caso a órbita seja rasante, a distância* **r** *é o próprio raio do planeta* **R**.

Para que um corpo consiga escapar da gravidade de um planeta ele deve possuir uma velocidade mínima de lançamento tal que sua energia cinética e potencial sejam iguais a zero no infinito. Desta forma, a velocidade de escape pode ser definida por:

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Onde R é o raio do planeta de que se pretende lançar o corpo.

A energia potencial gravitacional de um corpo de massa m em relação à um corpo de massa M, é tomada como sendo zero no infinito e depende da distância r do centro do corpo de massa m e do centro do corpo de massa M. Ela é dada por:

$$E_{pot} = \frac{-G.M.m}{r}$$

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – De quantos anos terrestres seria o período de um planeta que, girando em torno do Sol, tivesse o raio médio de sua órbita 9 vezes maior do que o raio médio de órbita da Terra?*

Podemos determinar o período do planeta utilizando a terceira Lei de Kepler, ou Lei dos Períodos. Aqui R é o raio médio de órbita do planeta em torno do Sol. Desta forma temos:

$$\frac{{T_T}^2}{{R_T}^3} = \frac{{T_P}^2}{{R_P}^3}$$

$$\frac{(1)^2}{{R_T}^3} = \frac{{T_P}^2}{(9R_T)^3}$$

Onde usamos 1 para o período da Terra (1 ano) e substituímos o raio de órbita do planeta por 9 vezes o raio de órbita da Terra. Assim:

$$\frac{1}{{R_T}^3} = \frac{{T_P}^2}{9^3{R_T}^3}$$

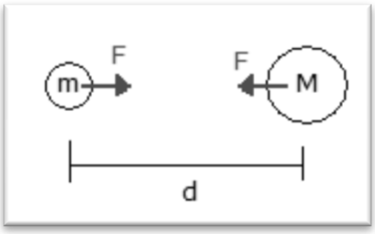
$${T_P}^2 = 9^3$$

$$T_P = \sqrt{9^3} = \sqrt{9^2.9^1} = 9\,.3 = 27\ anos$$

CURSO CIDADE - EsPCEx

***Exemplo 2** – A força de atração entre dois corpos esféricos de massas M e m, separados por uma distância d é F. Qual seria a nova força de atração em função de F se dobrássemos a massa de um deles e diminuíssemos a distância entre eles pela metade?*

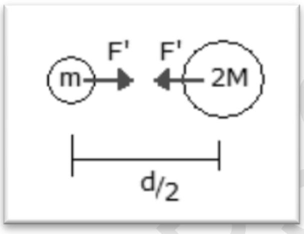
Para a situação inicial temos a seguinte configuração:



Desta forma, a força de interação gravitacional entre eles será dada por:

$$F = \frac{G.M.m}{d^2}$$

Para a nova situação temos a seguinte configuração:



Nessa nova situação, a força de interação gravitacional F' entre eles será dada por:

$$F' = \frac{G.2M.m}{(\frac{d}{2})^2}$$

$$F' = \frac{2.G.M.m}{\frac{d^2}{4}}$$

$$F' = \frac{4.2.G.M.m}{d^2} = 8\frac{G.M.m}{d^2}$$

Podemos notar na última relação, que o termo após o oito é exatamente o valor da força inicial, e portanto:

$$F' = 8.F$$

Ou seja, a força entre os corpos aumenta oito vezes!

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) A razão entre os diâmetros dos planetas Marte e Terra é ½ e entre as respectivas massas é 1/10. Sendo de 160 N o peso de um garoto na Terra, pode-se concluir que seu peso em Marte será de: (Despreze a aceleração centrípeta que age sobre o garoto).*
a) 160 N
b) 80 N
c) 64 N
d) 32 N

2) *(ESPCEX) Se a Lua tivesse o triplo de massa que tem e se sua órbita fosse a mesma, o seu período de revolução em torno da Terra teria:*
a) o triplo do valor atual.
b) 1/3 do valor atual.
c) 9 vezes o valor atual.
d) 1/9 do valor atual.
e) o mesmo valor atual.

3) *Um determinado sistema planetário é composto por uma estrela e 5 planetas orbitando em torno dela. A massa da estrela é igual a 3,2 x 10^{33} kg e a do 3º planeta é de 1,6 x 10^{26} kg. Sabendo-se que a distância do planeta à estrela vale 3,3 x 10^{8} km e que sua órbita é aproximadamente circular, a sua quantidade de movimento, em kg m/s, vale, aproximadamente*
Dado: G = 6,6 x 10^{-11} N m^2/kg^2

CURSO CIDADE – EsPCEX

a) $1,28 \times 10^{32}$
b) $3,20 \times 10^{32}$
c) $6,48 \times 10^{31}$
d) $8,00 \times 10^{31}$

4) (AFA) A partir da superfície da Terra, um foguete, sem propulsão, de massa m, é lançado verticalmente, com velocidade $\vec{v}_0$ e atinge uma altitude máxima igual ao raio R da Terra. Sendo M a massa da Terra e G a constante de gravitação universal, o módulo de $\vec{v}_0$ é dado por:

a) $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

b) $\sqrt{\dfrac{GM}{2R}}$

c) $\sqrt{\dfrac{3GM}{4R}}$

d) $\sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$

5) (AFA) A relação entre o peso aparente $\mathbf{P_A}$ e o real **P** de um astronauta no interior de uma nave espacial que gira em torno da Terra, em órbita circular, é

a) $\dfrac{P_A}{P} = 0$.

b) $\dfrac{P_A}{P} = 1$.

c) $\dfrac{P_A}{P} > 1$.

d) $\dfrac{P_A}{P} < 1$.

6) (AFA) Considere a Terra um planeta de raio **R** estacionário no espaço. A razão entre os períodos de dois satélites, de mesma massa, em órbitas circulares de altura **R** e **3R**, respectivamente, é

a) $\dfrac{1}{2}$

b) $\dfrac{3}{4}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

7) (AFA) Em telecomunicações são utilizados satélites geoestacionários que se mantêm imóveis em relação a um observador na Terra. Um destes satélites é colocado em órbita circular, a uma altura 5R, onde R é o raio da Terra, acima da linha do Equador. A velocidade linear do satélite é

a) $\pi R/2$
b) R
c) R/2
d) πR

8) (AFA) Os satélites de comunicação são operados normalmente em órbitas cuja velocidade angular w é igual à da Terra, de modo a permanecerem imóveis em relação às antenas receptoras. Na figura abaixo, estão representados dois destes satélites, A e B, em órbitas geoestacionárias e em diferentes alturas. Sendo a massa de A maior que a de B, pode-se afirmar que as relações entre os módulos das velocidades vA e vB e os períodos de rotação TA e TB dos satélites A e B estão representados corretamente n alternativa

a) vA = vB e TA = TB
b) vA<vB e TA < TB
c) vA>vB e TA > TB
d) vA>vB e TA = TB

9) (EEAER) Em uma galáxia muito distante, dois planetas de massas iguais a $3 \cdot 10^{24}$ kg e $2 \cdot 10^{22}$ kg, estão localizados a uma distância de $2 \cdot 10^{5}$ km um do outro. Admitindo que a constante de gravitação universal G vale $6,7 \cdot 10^{-11}$ N . m²/kg², determine a intensidade, em N, da força gravitacional entre eles.

a) $20,1 \cdot 10^{27}$

CURSO CIDADE - EsPCEX

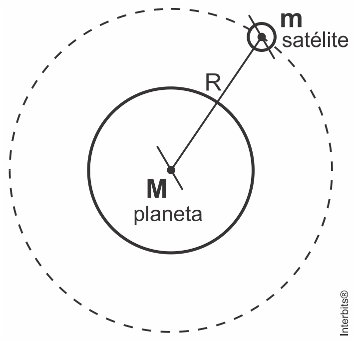
b) 20,1.10^{43}
c) 10,05 .10^{19}
d) 10,05 .10^{25}

10) *(AFA) Um astronauta afirmou que dentro da estação orbital a melhor sensação que ele teve foi a ausência de gravidade. Com relação a essa afirmação, pode-se dizer que está*
a) correta, pois não há presença de massa no espaço.
b) correta, pois a estação está tão longe que não há ação do campo gravitacional.
c) incorreta, pois o módulo da aceleração da gravidade não se altera com a altitude.
d) incorreta, pois mesmo a grandes distâncias existe ação do campo gravitacional.

11) *(ESPCEX) O campo gravitacional da Terra, em determinado ponto do espaço, imprime a um objeto de massa de 1 kg a aceleração de 5 m/s². A aceleração que esse campo imprime a um outro objeto de massa de 3 kg, nesse mesmo ponto, é de:*
[A] *0,6 m/s².*
[B] *1 m/s².*
[C] *3 m/s².*
[D] *5 m/s².*
[E] *15 m/s².*

12) *(ESPCEX) Consideramos que o planeta Marte possui um décimo da massa da Terra e um raio igual à metade do raio do nosso planeta. Se o módulo da força gravitacional sobre um astronauta na superfície da Terra é igual a 700 N, na superfície de Marte seria igual a:*
[A] 700 N
[B] 280 N
[C] 140 N
[D] 70 N
[E] 17,5 N

13) *(ESPCEX) Um satélite esférico, homogêneo e de massa* m, *gira com velocidade angular constante em torno de um planeta esférico, homogêneo e de massa* M, *em uma órbita circular de raio* R *e período* T, *conforme figura abaixo. Considerando* G *a constante de gravitação universal, a massa do planeta em função de* R, T *e* G *é:*



desenho ilustrativo - fora de escala

a) $\dfrac{4\pi^2 R^3}{T\,G}$

b) $\dfrac{4\pi^2 R^2}{T\,G}$

c) $\dfrac{4\pi^2 R^2}{T^2\,G}$

d) $\dfrac{4\pi^2 R}{T^2\,G}$

e) $\dfrac{4\pi^2 R^3}{T^2\,G}$

AULA 14 - ESTÁTICA

Estática de um Ponto Material

A estática é a parte da física que estuda as condições necessárias para que os corpos permaneçam em equilíbrio. Existem dois tipos de equilíbrio: **estático e dinâmico**.

O **equilíbrio estático** é aquele em que o corpo permanece em repouso mesmo quando submetido à ação de um conjunto de forças.

O **equilíbrio dinâmico** é aquele em que o corpo possui uma velocidade constante numa trajetória retilínea. Um exemplo é um pára-quedista caindo com velocidade constante ao abrir o seu pára-quedas.

Em ambos os casos, a condição fundamental para a existência do equilíbrio é que o somatório das forças que atuam sobre o corpo seja igual a zero, isto é, a força resultante que atua sobre o corpo seja nula.

Para um ponto material essa condição de que a força resultante que atua sobre o ponto seja nula é suficiente para garantir o equilíbrio, assim:

$$Fr = 0$$

Ou de outra forma:

$$\sum F_x = 0$$

e também:

$$\sum F_y = 0$$

Que significa que o somatório de todas as forças que atuam na direção x (e y) deve ser simultaneamente igual a zero!

Caso o corpo não seja pontual, a condição acima ainda será válida, mas não é suficiente.

Estática de um Corpo Extenso

No caso de um corpo extenso, mesmo que a força resultante atuante sobre ele seja zero, ele ainda pode não estar em equilíbrio, podendo girar por exemplo. Nestes casos, a condição de equilíbrio suficiente é a que o somatório dos momentos das forças que atuam sobre o corpo seja nulo. Definimos Momento ou Torque por:

$$M = \pm F . d$$

Onde F é a intensidade da força aplicada e d é a distância do ponto de aplicação desta força até o eixo de rotação do sistema. Nesta definição, F e d são sempre perpendiculares entre si. Os sinais $\pm$ na equação, referem-se à tendência de giro do corpo no sentido horário (+) ou anti-horário (-) devido à ação da força F. Desta forma, o Torque pode ser entendido como uma “facilidade” ao movimento de rotação do corpo. Sua unidade é o N.m no S.I.

Desta forma, para corpos extensos a condição de equilíbrio pode ser expressa por:

$$\sum M = 0$$

Que é a somatória de todos os momentos das forças ser igual à zero, isso garante que o corpo estará em equilíbrio.

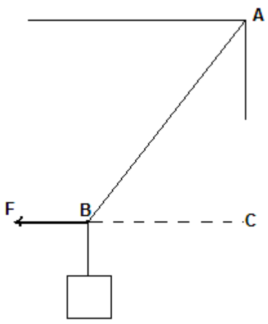
Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1 – O bloco da figura tem peso de 80 N e é mantido em equilíbrio por meio do fio ideal AB de 1,0 m de comprimento e pela força F horizontal. Sendo AC =80 cm, qual é a intensidade:

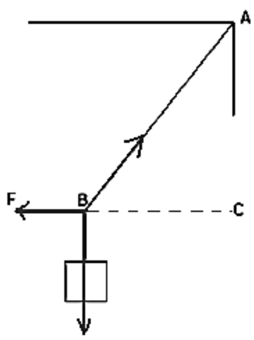
a) da tração no fio AB?

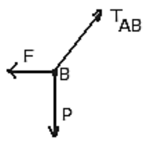
b) de F?

CURSO CIDADE - EsPCEx

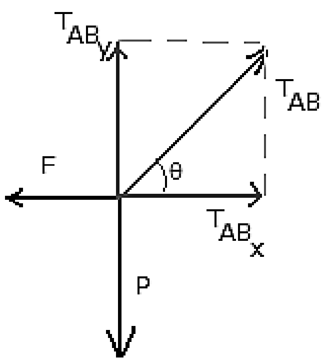


Inicialmente, como o sistema está em equilíbrio, escolhemos um ponto do sistema (geralmente onde as forças estão aplicadas em sua maioria, no nosso caso o ponto B), e representamos todas as forças que atuam no ponto, desta forma teríamos:





Como o ponto B se encontra em equilíbrio, podemos aplicar as condições de equilíbrio vistas acima para um corpo pontual e determinar a tração em AB e o valor de F. Assim temos:



$$\sum F_x = 0 \ e \ \sum F_y = 0$$

Aqui decompomos a tração no fio AB em suas componentes x e y. Se o ponto B permanece em equilíbrio, na direção x F deve ser igual a T_{ABX} e na direção y P deve ser igual a T_{ABY}. Sendo assim, na direção y:

$$T_{ABy} = P$$

$$T_{AB}.sen\theta = P$$

$$T_{AB}.\frac{CO}{HIP} = P$$

$$T_{AB}.\frac{0,80}{1} = 80$$

$$T_{AB} = \frac{80}{0,80} = 100\ N$$

Aqui usamos o cateto oposto CO como sendo o comprimento do trecho AC e a hipotenusa HIP como sendo o comprimento do fio. Podemos usar a direção x agora para determinar o valor de F. Sendo assim:

$$T_{ABx} = F$$

$$T_{AB}.cos\theta = F$$

$$T_{AB}.\frac{CA}{HIP} = F$$

$$100.\frac{CA}{1} = F$$

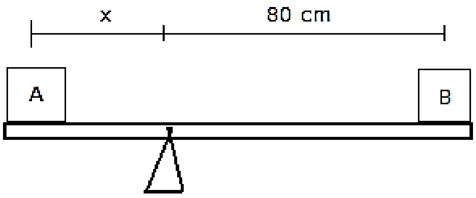
$$F = 100.CA$$

Onde CA é o cateto adjacente ao ânguloθ. Como não sabemos seu valor, podemos usar Pitágoras e determinar o valor desse cateto, encontrando 60 cm. Assim, temos que a força F será igual a:

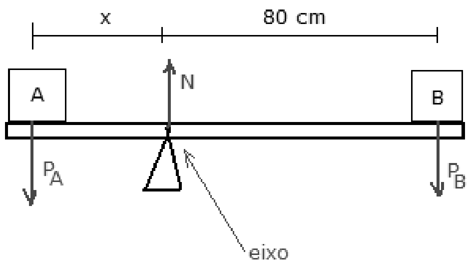
$$F = 100 \times 0,60 = 60N$$

***Exemplo 2** – Dois corpos de massas m_A= 60 kg e m_B= 40 kg estão sobre uma gangorra de massa desprezível, conforme figura. Sabendo que o sistema encontra-se em equilíbrio estático, determine o valor da distância x. Use g =10 m/s^2.*

CURSO CIDADE ESPCEX



Inicialmente devemos notar que não se trata de um equilíbrio de ponto material. O comprimento da gangorra ajuda a manter o equilíbrio. Nestes casos devemos usar a condição de que a somatória dos torques ou momentos sobre a barra deve ser nula. Sendo assim, primeiramente estabelecemos um ponto como sendo o eixo do sistema (no nosso caso o ponto de apoio da gangorra) e em seguida representamos todas as forças que atuam na barra:



Agora aplicamos a condição de equilíbrio sobre a barra. Sendo assim:

$$\sum M = 0$$

$$M_{PA} + M_N + M_{PB} = 0$$

$$P_A \times d_A + N \times d_N + P_B \times d_B = 0$$

$$-600.x + N.0 + 400.80 = 0$$

Aqui o sinal negativo no primeiro termo, refere-se à tendência de giro da barra (sentido anti-horário) caso apenas o peso de A atuasse sobre ela. O valor zero no segundo termo é a distância do ponto de aplicação da força Normal ao eixo (como ela está sobre o eixo sua distância é zero!); e o terceiro termo é positivo, pois se somente o peso de B atuasse sobre a barra ela giraria no sentido horário. Assim, temos:

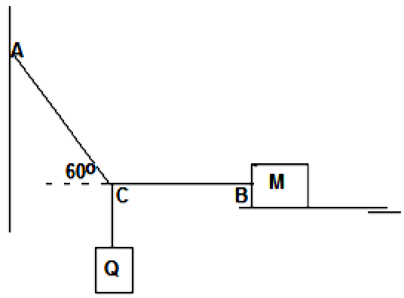
$$-600.x + 400.80 = 0$$

$$600.x = 32000$$

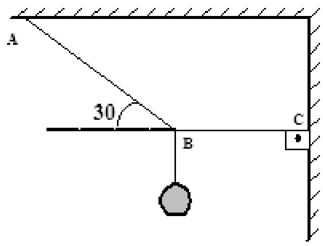
$$x = \frac{32000}{600} = 53{,}3\ cm$$

EXERCÍCIOS

1) *Uma corda AB tem a sua extremidade A fixa, enquanto a B está ligada ao bloco M em forma de paralelepípedo de peso 120 N. Esse bloco repousa sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito entre o plano e o bloco é 0,30. Em um ponto C da corda é dependurado um peso Q, tal que o ângulo formado pelo trecho AC com a horizontal seja 60º; o trecho CB é horizontal. (A) qual a força de atrito exercida pelo plano sobre o bloco quando o mesmo estiver na iminência de movimento? (b) qual o peso máximo que se pode pendurar em C?*



2) *(AFA) Um corpo é sustentado por duas cordas inextensíveis, conforme a figura.*



*Sabendo-se que a intensidade da tração na corda **AB** é de80 N, a intensidade da tração na corda **BC** será:*

a) 60 N.

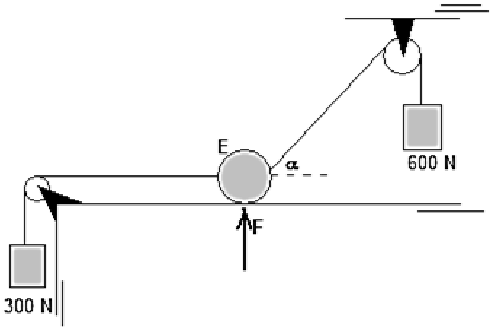
CURSO CIDADE - ESPCEX

b) 40 N.

c) $40\sqrt{3}$ N.

d) $60\sqrt{3}$ N.

3) *(AFA) Na figura, E é uma esfera de peso $400\sqrt{3}$ N, em equilíbrio, apoiada sobre um plano horizontal indeformável. Desprezando-se os pesos dos fios e das roldanas, bem como todos os atritos, quais os valores da reação do apoio F e do ângulo α?*



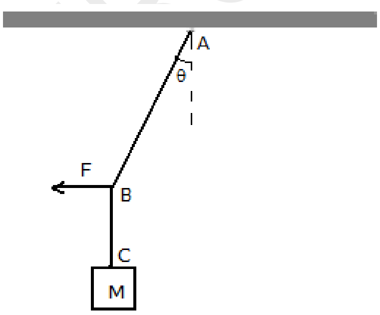
4) *(AFA) Na figura, os fios são ideais, o corpo tem massa* M *e a aceleração da gravidade no localtem módulo* g*. A intensidade da tração no fio* AB *e a intensidade da força* $\vec{F}$ *que mantém o sistema em equilíbrio, valem, respectivamente:*

a) $\frac{Mg}{\cos\theta}$; Mgsenθ

b) $\frac{Mg}{\cos\theta}$; Mgtgθ

c) Mg cos θ ; Mgsenθ

d) Mgsenθ ; Mg cosθ



5) *(AFA) Uma prancha de comprimento 4m e de massa 2kg está apoiada nos pontos A e B, conforme a figura. Um bloco de massa igual a 10kg é colocado sobre a prancha à distância x= 1m da extremidade da direita e o sistema permanece em repouso. Nessas condições, o módulo da força que a prancha exerce sobre o apoio no ponto B é, em newtons,*

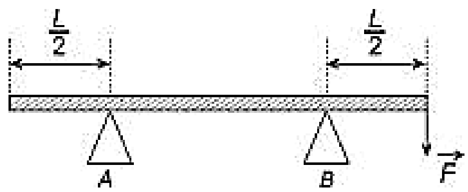
a) 340

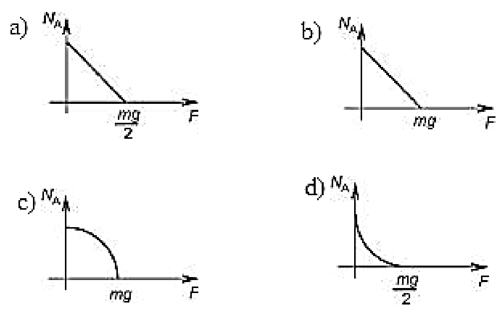
b) 100

c) 85

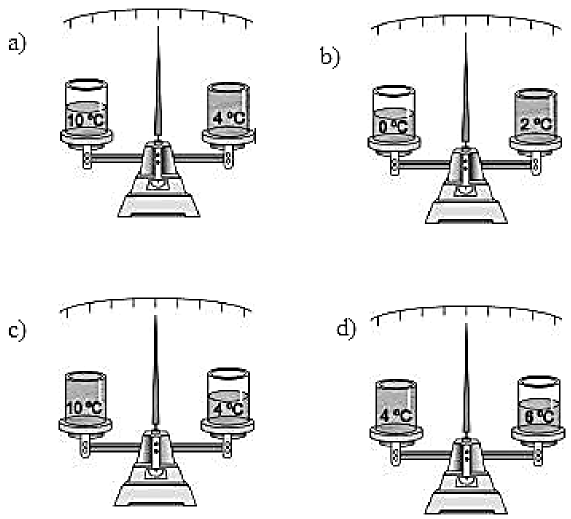
d) 35

6) *(AFA) Uma barra rígida homogênea de comprimento 2* L *e massa* m *está apoiada em dois suportes* A *e* B*, como mostra a figura abaixo. O gráfico que melhor indica a intensidade* N_A *da reação que o apoio* A *exerce sobre a barra, em função da intensidade da força* F *aplicada na extremidade é:*

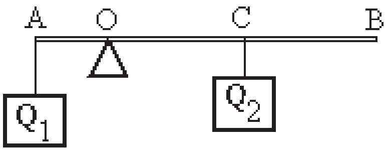




7) *(AFA) Dispõe-se de uma balança de braços iguais e recipientes idênticos contendo água cuja temperatura está indicada na figura de cada alternativa. Aquela que mostra corretamente a situação de equilíbrio é:*

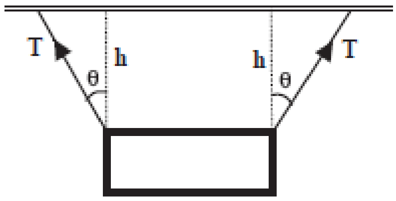


8) (AFA) Uma barra AB, rígida e homogênea, medindo 50 cm de comprimento e pesando 20 N, encontra-se equilibrada na horizontal, conforme a figura abaixo. O apoio, aplicado no ponto O da barra, está a 10 cm da extremidade A, onde um fio ideal suspende a carga Q1 = 50 N. A distância, em cm, entre a extremidade B e o ponto C da barra, onde um fio ideal suspende a carga Q2 = 10 N, é de:



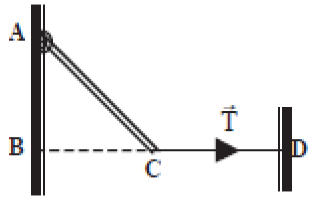
a) 5.
b) 10.
c) 15.
d) 20.

9) (AFA) A figura representa uma placa de propaganda, homogênea e uniforme, pesando 108 kgf, suspensa por dois fios idênticos, inextensíveis e de massas desprezíveis, presos ao teto horizontal de um supermercado. Cada fio tem 2 metros de comprimento e a vertical (**h**), entre os extremos dos fios presos na placa e o teto, mede 1,8 metros. A tração (**T**), em Kgf, que cada fio suporta para o equilíbrio do sistema, vale:



a) 48,6
b) 54,0
c) 60,0
d) 80,0

10) (EEAER) Uma barra rígida, uniforme e homogênea, pesando 720 N tem uma de suas extremidades articulada no ponto A da parede vertical AB = 8 m, conforme a figura. A outra extremidade da barra está presa a um fio ideal, no ponto C, que está ligado, segundo uma reta horizontal, no ponto D da outra parede vertical. Sendo a distância BC = 6 m, a intensidade da tração (T), em N, no fio CD, vale:



a) 450
b) 360
c) 300
d) 270

11) (EFOMM) Considere as seguintes afirmações:

I- O equilíbrio de um corpo rígido ocorre se a resultante das forças sobre o corpo for nula;

II- O equilíbrio de um corpo rígido ocorre se a soma dos momentos que atuam sobre o corpo, em relação a qualquer ponto do mesmo, for nula.

Assinale a alternativa que relaciona ***incorretamente*** as afirmações com as definições físicas de alguns movimentos.

a) no MRU ocorre a afirmação I.
b) no MRUV ocorre afirmação I.
c) no MCU sempre ocorre a afirmação II.

CURSO CIDADE ESPCEX

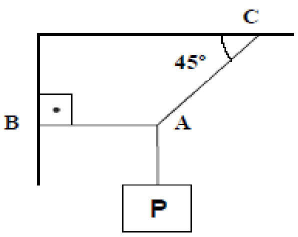
Curso Preparatório Cidade

d) as afirmações I e II não ocorrem em qualquer movimento.

12) *(ESPCEX) Um corpo P de peso 80 N é sustentado por fios ideais e encontra-se em equilíbrio estático no vácuo, conforme a figura abaixo. Pode-se afirmar que a tensão no fio AB vale:*

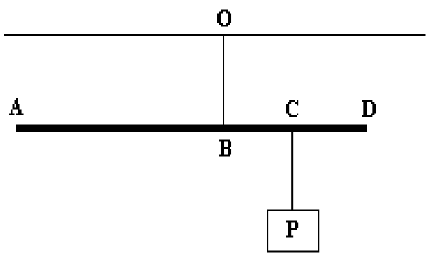
Dados: sen 45º = cos 45º = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

[A] *80 N.*
[B] $40\sqrt{2}$ N.
[C] *40 N.*
[D] *20 N.*
[E] $10\sqrt{2}$ N.



Obs.: desenho fora de escala

13) *(ESPCEX) Uma haste AD homogênea e rígida encontra-se em equilíbrio estático, na posição horizontal, sustentada pela corda ideal OB. No ponto C, que dista 5 m do ponto A, está pendurado um peso P, conforme o desenho abaixo.*



Obs.: desenho fora de escala

Sabendo que o peso da haste é igual a 4P, que o seu comprimento é igual a 6 m e que o sistema está no vácuo, podemos afirmar que a distância do ponto A ao ponto B vale:

[A] *2,4 m.*
[B] *2,5 m.*
[C] *3,2 m.*
[D] *3,4 m.*
[E] *4,2 m.*

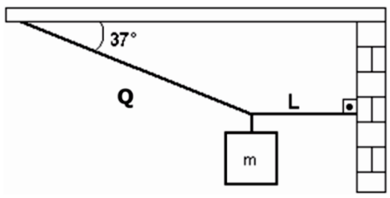
14) *(ESPCEX) Uma barra rígida e homogênea, de massa desprezível, está na posição horizontal e apoiada sobre dois cones nos pontos A e B. A distância entre os pontos A e B é de 2,0 m. No ponto C, a uma distância d = 0,4 m do ponto A, encontra-se apoiada, em repouso, uma esfera homogênea de peso 80 N, conforme o desenho abaixo. Podemos afirmar que, para que todo o sistema acima esteja em equilíbrio estático, a força de reação do cone sobre a barra, no ponto B, é de*

Figura Ilustrativa

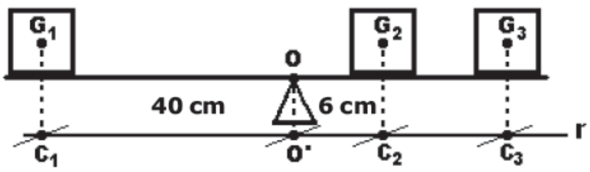
[A] *2,5 x* 10^{-3} *N.*
[B] *1,0 x* 10^{-2} *N.*
[C] *1,6 x 10 N.*
[D] *3,2 x* 10^{2} *N.*
[E] *4,0 x* 10^{2} *N.*

15) *(ESPCEX) Um bloco de massa m = 24 kg é mantido suspenso em equilíbrio pelas cordas L e Q, inextensíveis e de massas desprezíveis, conforme figura abaixo. A corda L forma um ângulo de 90° com a parede e a corda Q forma um ângulo de 37° com o teto. Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s², o valor da força de tração que a corda L exerce na parede é de:*
(Dados: cos 37° = 0,8 e sen 37° = 0,6)

[A] *144 N.*
[B] *180 N.*
[C] *192 N.*
[D] *240 N.*
[E] *320 N.*



16) *(ESPCEX) Uma barra horizontal rígida e de peso desprezível está apoiada em uma base no ponto O. Ao longo da barra estão distribuídos três cubos homogêneos com* *pesos P1, P2 e P3 e centros de massa G1, G2 e G3 respectivamente. O desenho abaixo representa a posição dos cubos sobre a barra com o sistema em equilíbrio estático.*

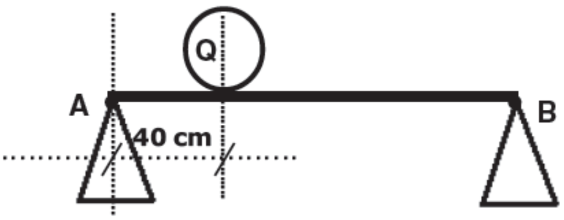


Desenho Ilustrativo

O cubo com centro de massa em G2 possui peso igual a 4P1 e o cubo com centro de massa em G3 possui peso igual a 2P1. A projeção ortogonal dos pontos G1, G2, G3 e O sobre a reta r paralela à barra são, respectivamente, os pontos C1, C2, C3 e O'. A distância entre os pontos C1 e O' é de 40 cm e a distância entre os pontos C2 e O' é de 6 cm. Nesta situação, a distância entre os pontos O' e C3 representados no desenho, é de:

[A] 6,5 cm
[B] 7,5 cm
[C] 8,0 cm
[D] 12,0 cm
[E] 15,5 cm

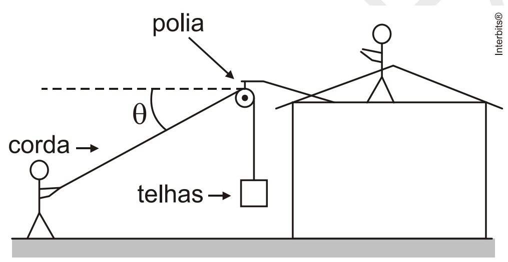
17) *(EFOMM) Uma barra homogênea de peso igual a 50 N está em repouso na horizontal. Ela está apoiada em seus extremos nos pontos A e B, que estão distanciados de 2 m. Uma esfera Q de peso 80 N é colocada sobre a barra, a uma distância de 40 cm do ponto A, conforme representado no desenho abaixo:*



A intensidade da força de reação do apoio sobre a barra no ponto B é de:

[A] 32 N
[B] 41 N
[C] 75 N
[D] 82 N
[E] 130 N

18) *(ESPCEX) Um trabalhador da construção civil tem massa de 70 kg e utiliza uma polia e uma corda ideais e sem atrito para transportar telhas do solo até a cobertura de uma residência em obras, conforme desenho abaixo.*



desenho ilustrativo - fora de escala

O coeficiente de atrito estático entre a sola do sapato do trabalhador e o chão de concreto é $\mu_e = 1{,}0$ *e a massa de cada telha é de 2 kg. O número máximo de telhas que podem ser sustentadas em repouso, acima do solo, sem que o trabalhador deslize, permanecendo estático no solo, para um ângulo* θ *entre a corda e a horizontal, é:*

Dados:
Aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$
$\cos\theta = 0{,}8$
$\text{sen}\theta = 0{,}6$

a) 30

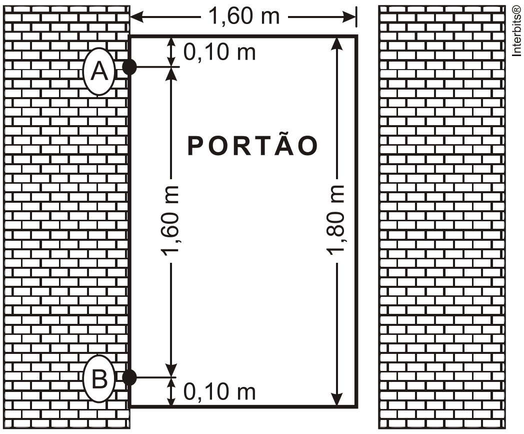
b) 25

c) 20

d) 16

e) 10

19) *(ESPCEX) Um portão maciço e homogêneo de 1,60 m de largura e 1,80 m de comprimento, pesando 800 N, está fixado em* *um muro por meio das dobradiças "A", situada a 0,10 m abaixo do topo do portão, e "B", situada a 0,10 m de sua parte inferior. A distância entre as dobradiças é de 160 m, conforme o desenho abaixo.*



desenho ilustrativo - fora de escala

Elas têm peso e dimensões desprezíveis, e cada dobradiça suporta uma força cujo módulo da componente vertical é metade do peso do portão.

Considerando que o portão está em equilíbrio, e que o seu centro de gravidade está localizado em seu centro geométrico, o módulo da componente horizontal da força em cada dobradiça "A" e "B" vale, respectivamente:

a) 130 N e 135 N

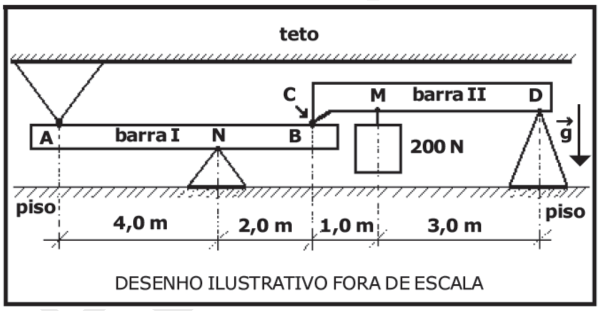
b) 135 N e 135 N

c) 400 N e 400 N

d) 450 N e 450 N

e) 600 N e 650 N

20) *(Espcex – 2016) O desenho abaixo representa um sistema composto por duas barras rígidas I e II, homogêneas e de massas desprezíveis na posição horizontal, dentro de uma sala. O sistema está em equilíbrio estático. No ponto M da barra II, é colocado um peso de 200 N suspenso por um cabo de massa desprezível. A barra I está apoiada no ponto N no vértice de um conte fixo no piso. O ponto A da barra toca o vértice de um cone fixo no teto. O ponto B da barra I toca o ponto C, na extremidade da barra II. O ponto D, localizado na outra extremidade da barra II, está apoiado no vértice de um cone fixo no piso. Os módulos das forças de contato sobre a barra I, nos pontos A e N, são respectivamente:*



a) 75 N, 150 N
b) 150 N, 80 N
c) 80 N, 175 N
d) 75 N, 225 N
e) 75 N, 100 N

CURSO CIDADE

AULA 15 - HIDROSTÁTICA

Pressão

A hidrostática é a parte da física que estuda as condições de equilíbrio para corpos imersos em fluidos em geral. Um fluido é um corpo que pode escoar, como um líquido ou um gás por exemplo.

Definimos a pressão como sendo o módulo da força perpendicular aplicada em uma determinada área, ou seja:

$$P = \frac{F}{A}$$

Desta forma, quanto maior a área de aplicação da força, menor será a pressão naquele ponto. A pressão pode ser dada em N/m^2, PSI, Bar, atm e outras unidades, sendo a usual no SI dado em Pascal (Pa), onde:

1 Pa = 1 N/m^2

Densidade e Massa Específica

A densidade de um corpo é a medida da sua massa pelo seu volume, ou seja, o espaço ocupado pelo corpo. Um corpo maciço e homogêneo, possui sua massa distribuída uniformemente por todo o seu volume. Alguns corpos possuem irregularidades nessa distribuição ou mesmo espaços vazios. Nestes corpos a densidade é calculada da mesma forma, porém se pudéssemos suprimir esses espaços vazios teríamos outro valor para a densidade, levando-se em conta apenas o material de que é feito o corpo. A essa grandeza denominamos massa específica, que relaciona a densidade do material de que é feito o corpo. Para corpos homogêneos, a densidade é igual à massa específica do material, como no caso dos líquidos. Assim temos:

$$D = \frac{m}{V}$$

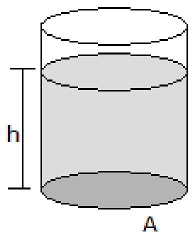
As unidades mais comuns para densidade são: g/cm^3, kg/m^3, kg/L . Vale lembrar de algumas relações úteis:

$$\mathbf{1\ m^3 = 10^3 litros}$$

$$\mathbf{1\ L = 10^3 cm^3}$$

Pressão de uma Coluna de Líquido

Podemos definir a pressão que uma coluna de líquido exerce no fundo de um recipiente pela expressão:



$$p_{Líq} = \frac{F}{A} = \frac{P_{Líq}}{A} = \frac{m_{Líq}.g}{A} = \frac{D.V.g}{A} = \frac{D.A.h.g}{A}$$

$$P_{Líq} = D.g.h$$

Onde h é a altura da coluna de líquido e D é a densidade. Na verdade podemos notar que trata-se do peso da coluna de líquido sobre a área do fundo do recipiente.

Teorema de Stevin

Em relação ao caso anterior, vimos que a pressão no fundo do recipiente seria dada por D.g.h. Essa pressão é referente apenas à contribuição da coluna líquida. Existe ainda,

CURSO CIDADE - EsPCEX

acima do líquido, uma porção de ar, que também exerce pressão sobre o fundo do recipiente. Essa pressão do ar, relacionada com a coluna de ar existente sobre a superfície do líquido, é denominada pressão atmosférica.

Torricelli mediu a pressão atmosférica e observou que seu valor era igual a pressão de uma coluna líquida de mercúrio de 76cm de altura. Assim ficou estabelecido que a pressão atmosférica ao nível do mar, seria igual a 76 cmHg ou como também usamos, 1 atmosfera (1 atm).

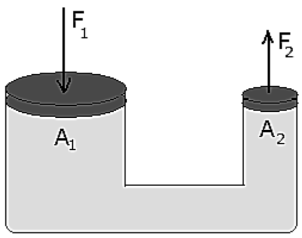
Desta forma, a pressão em um ponto do líquido seria dada pela pressão referente à coluna líquida somada à pressão atmosférica acima da superfície do líquido. A essa relação denominamos Teorema de Stevin:

$$P_{ponto} = P_{atm} + D.g.h$$

O Teorema de Stevin mostra que a pressão num ponto de um líquido depende diretamente da profundidade (altura da coluna líquida), ou seja, pontos que estejam à mesma profundidade no mesmo líquido teriam a mesma pressão.

Princípio de Pascal

Também conhecido como princípio da prensa hidráulica ele nos diz que quando exercemos uma força num ponto de um líquido, essa força é transmitida a todos os pontos do líquido mantendo constante a pressão num mesmo nível. Assim, temos:



$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Assim, podemos notar que ao aplicarmos uma força pequena em uma área pequena (2), essa força seria maior numa área maior (1) para manter a proporção. Esse princípio é largamente utilizado em macacos hidráulicos para elevar carros.

Teorema de Arquimedes

Quando um corpo é colocado em um líquido, devido à diferença de pressão existente entre diferentes níveis de profundidade do líquido, surge uma força sobre o corpo, exercida pelo líquido, sempre de baixo para cima, que tende a diminuir o peso aparente do corpo imerso. Isto vale para qualquer fluido.

A essa força denominamos Empuxo, e seu valor é igual ao peso do volume de líquido deslocado pelo corpo. Desta forma:

$$E = P_{líq}$$

$$E = m_{líq}.g$$

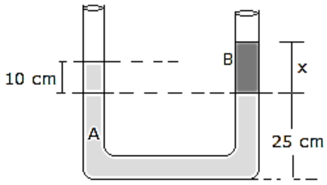
$$\vec{E} = D_{líq}.V_{líq}.g$$

Aqui $V_{líq}$ é o volume de líquido deslocado pelo corpo. Caso o corpo esteja totalmente imerso no fluido, o volume de líquido será o próprio volume do corpo. Note que o empuxo é uma força!

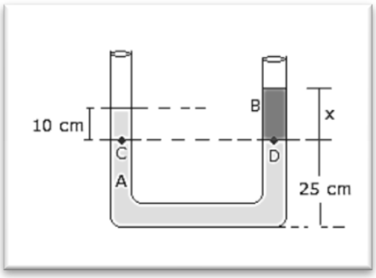
Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Dois líquidos imiscíveis A e B de densidades respectivamente iguais a 0,4 g/cm^3 e 0,2 g/cm^3, são colocados em um tubo em forma de U com extremidades abertas (figura) e se encontram em equilíbrio. Determine o valor da altura x do líquido B.*

CURSO CIDADE EsPCEX



Inicialmente, como os líquidos estão em equilíbrio, todos os pontos de um mesmo líquido terão a mesma pressão a um determinado nível. Sendo assim, escolhemos dois pontos dentro do líquido A à um mesmo nível horizontal, neste caso, os pontos C e D da figura abaixo, e partimos do pressuposto que suas pressões são iguais. Assim:



$$p_C = p_D$$

$$p_{atm} + D_A . g . h_A = p_{atm} + D_B . g . h_B$$

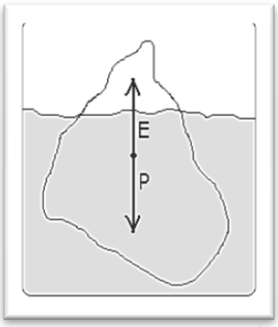
$$D_A . h_A = D_B . h_B$$

$$0{,}4 . 10 = 0{,}2 . x$$

$$4 = 0{,}2 . x$$

$$x = 20\ cm$$

Exemplo 2 *– Um iceberg possui densidade de 0,9 g/cm^3 e está em equilíbrio estático imerso na água do mar. Considerando a densidade da água do mar igual a 1 g/cm^3, determine a porção do iceberg que fica fora da água.*



Inicialmente, como o iceberg se encontra em equilíbrio estático, a força resultante sobre ele é nula. Desta forma, a força peso do iceberg deve ser igual ao empuxo sobre ele (aqui vamos considerar somente o empuxo devido ao mar e desprezar o empuxo devido ao ar sobre a porção que fica fora d'água por ser muito pequeno). Assim temos:

$$E = P$$

$$D_{líq} . V_{líq} . g = m . g$$

$$D_{líq} . V_{líq} = m$$

$$D_{líq} . V_{líq} = D_g . V_g$$

$$1 . V_{líq} = 0{,}9 . V_g$$

$$V_{líq} = 0{,}9 . V_g$$

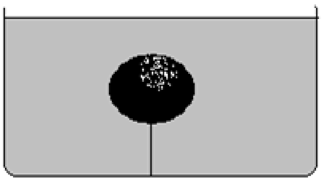
Como o volume de líquido deslocado é igual a 0,9 vezes o volume do gelo (90%), isto significa que o volume que fica fora d'água corresponde a 10% do volume total do gelo.

CURSO CIDADE - ESPCEX

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Uma esfera, cujo peso vale P, flutua sobre um líquido, mantendo imersa somente metade do seu volume. Através de um fio, essa esfera é totalmente submersa no líquido, conforme mostra o esquema. A tração exercida pelo fio tem valor:*

a) P/3
b) P/2
c) P
d) 2P



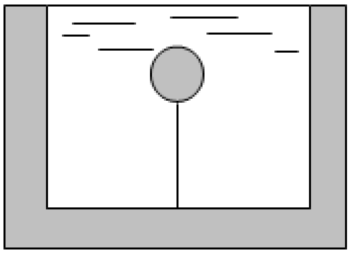
2) *(AFA) O empuxo, em newtons, que a atmosfera exerce sobre uma pessoa de massa 60 kg é aproximadamente.*
Dados:
densidade média do corpo humano=1,08 g/cm^3
densidade do ar = 1,22 kg/m^3

a) $4,22 \times 10^{-1}$
b) $5,34 \times 10^{-3}$
c) $6,77 \times 10^{-1}$
d) $7,28 \times 10^{-3}$

3) *(AFA) Misturando-se massas iguais de duas substâncias, obtém-se densidade igual a2,4 g/ℓ, misturando-se volumes iguais dessas substâncias, a densidade é 2,5 g/ℓ. As densidades das substâncias, em g/ℓ, são:*

a) 2 e 3
b) 3 e 5
c) 5 e 7
d) 7 e 9

4) *(AFA) Uma bola de peso **P** é mantida totalmente submersa em uma piscina por meio de um fio inextensível submetido a uma tensão **T**, como mostra a figura.*



A intensidade do empuxo sobre a bola pode ser calculada por

a) P
b) T
c) P + T
d) P – T

5) *(AFA) Um garoto segura uma bexiga de 10 g, cheia de gás, exercendo sobre o barbante uma força para baixo de intensidade 0,1 N. Nessas condições, pode-se afirmar que*

a) a densidade média da bexiga é menor que a do ar que a envolve.
b) a pressão no interior da bexiga é menor que a pressão atmosférica local.
c) o empuxo que a bexiga sofre vale 0,1 N.
d) o empuxo que a bexiga sofre tem a mesma intensidade que seu peso.

6) *(AFA) Um estudante tendo encontrado um líquido estranho em sua casa, tentou descobrir o que era. Inicialmente observou que esse era miscível em água, cuja densidade ele conhecia ($d_{água}$ = 1 g/cm^3), mas imiscível em óleo. Logo depois, colocou em vasos comunicantes, uma coluna de 10 cm de óleo sobre água, obtendo o equilíbrio mostrado na figura 1. Por fim derramou sobre o óleo, conforme figura 2, uma coluna de 5 cm do líquido estranho, alcançando novamente o equilíbrio.*

CURSO CIDADE - EsPCEx

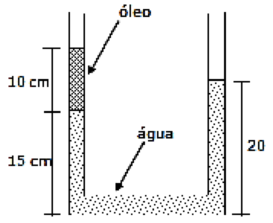


Figura 1

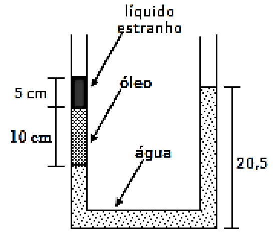


Figura 2

Depois de fazer seus cálculos descobriu que a densidade do líquido estranho valia, em g/cm^3,

a) 0,30.
b) 0,40
c) 0,20.
d) 0,50

7) (AFA) Um barril flutua na superfície de um lago, deslocando 30 litros de água. Colocando-se esse mesmo barril para flutuar sobre um líquido 1,5 vezes mais denso que a água, quantos litros desse líquido ele irá deslocar?

a) 20.
b) 30.
c) 15.
d) 45.

8) (AFA) Uma vela acesa, flutuando em água, mantém-se sempre em equilíbrio, ocupando a posição vertical. Sabendo-se que as densidades da vela e da água são respectivamente, 0,8 g/cm^3 e 1,0 g/cm^3, qual a fração da vela que permanecerá sem queimar, quando a chama se apagar ao entrar em contato com a água?

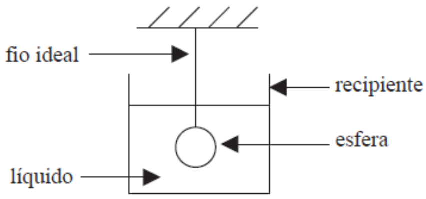
a) 0
b) 1/5
c) 1/4
d) 4/5

9) (AFA) Uma pessoa deita-se sobre uma prancha de madeira que flutua mantendo sua face superior no mesmo nível da superfície da água. A prancha tem 2 m de comprimento, 50 cm de largura e 15cm de espessura. As densidades da água e da madeira são, respectivamente, 1000 kg/m^3 e 600 kg/m^3. Considerando g = 10 m/s^2, pode-se afirmar que o peso da pessoa é:

a) 700 N
b) 600 N
c) 400 N
d) 500 N

10) (EEAER) Uma esfera metálica de massa igual a 500 g e volume de 50 cm3 está presa por um fio ideal e imersa em um líquido dentro de um recipiente, conforme o desenho. Nessas condições, a tração no fio é de _____ newtons. Considere:

1- que a esfera está em equilíbrio;
2- a densidade do líquido igual a 1g/cm3;
3- a aceleração da gravidade local igual a 10 m/s2.



a) 5,0
b) 4,5
c) 5,5
d) 0,0

11) (EFOMM) Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna do texto a seguir. Um aluno afirma que uma amostra de 10 g de água pura sempre terá uma densidade igual a 1 g/cm^3. O seu professor de física procura corrigi-lo afirmando, corretamente, que a densidade dessa amostra é sempre 1 g/cm^3______________

a) devido à gravidade ser constante.
b) devido à massa ser sempre constante.
c) independente da temperatura e pressão.
d) para um determinado valor de pressão e temperatura.

12) (EEAER) Um pescador de ostras mergulha a 40m de profundidade da superfície da água do mar. Que pressão absoluta, em 10^5Pa, o *citado mergulhador suporta nessa profundidade? Dados:*

Pressão atmosférica = 10^5 N/m^2

Densidade da água do mar = 1,03 g/cm^3

Aceleração da gravidade no local = 10 m/s^2

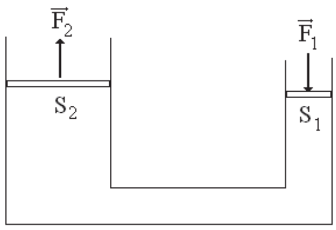
a) 4,12
b) 5,12
c) 412,0
d) 512,0

13) *(EFOMM) Alguns balões de festa foram inflados com ar comprimido, e outros com gás hélio. Assim feito, verificou-se que somente os balões cheios com gás hélio subiram. Qual seria a explicação para este fato?*
a) O gás hélio é menos denso que o ar atmosférico.
b) O ar comprimido é constituído, na sua maioria, pelo hidrogênio.
c) O gás hélio foi colocado nos balões a uma pressão menor que a do ar comprimido.
d) Os balões com gás hélio foram preenchidos a uma pressão maior que a do ar comprimido.

14) *(EFOMM) Uma substância desconhecida apresenta densidade igual a 10 g/cm3. Qual o volume, em litros, ocupado por um cilindro feito dessa substância cuja massa é de 200 kg?*
a) 0,2
b) 2,0
c) 20,0
d) 200,0

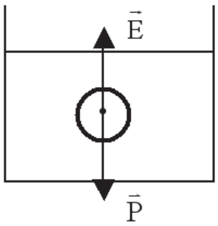
15) *(EEAER) Um cubo, com aresta de 3 cm, tem massa igual a 81 g. Portanto, o material do qual esse cubo é constituído tem densidade, em kg / m3, igual a:*
a) 3.
b) 60.
c) 3000.
d) 6000.

16) *(AFA) Os ramos de uma prensa hidráulica tem áreas iguais a S1 e S2, conforme pode ser visto na figura. Sendo S2=8 e S1=1 , qual deve ser a intensidade da força F1 aplicada ao êmbolo de área S1 para resultar no êmbolo de área S2 uma força F2 de intensidade igual a 800 N?*



a) 8 N
b) 80 N
c) 100 N
d) 1000 N

17) *Uma esfera se encontra totalmente imersa no interior de um tanque com água, conforme a figura. Admitindo P como o vetor força peso e E representando o vetor empuxo, utilizando os conceitos físicos de empuxo e vetor, assinale a única alternativa que apresenta uma afirmação* ***incorreta****.*



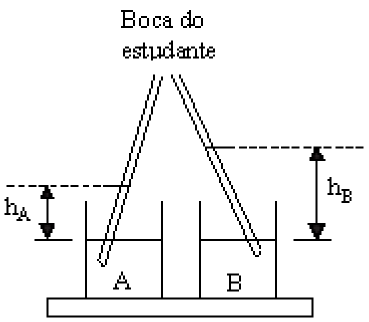
a) Se o módulo do vetor força peso for maior que o módulo do empuxo, a esfera irá afundar.
b) Se o módulo do vetor força peso for igual o módulo do vetor empuxo, a esfera permanecerá em equilíbrio na posição que se encontra.
c) O vetor empuxo e o vetor força peso sempre terão sentidos opostos, mesmo se a esfera estiver em equilíbrio.
d) Para que a esfera possa emergir, o módulo do vetor empuxo deve ser menor que o módulo do vetor força peso.

18) *(AFA) Um bloco de massa m, em formato de paralelepípedo, está apoiado sobre uma superfície exercendo sobre esta uma pressão P. Se esse bloco for apoiado sobre outra face com o dobro da área anterior, a nova pressão exercida por ele será igual a*

CURSO CIDADE - EsPCEx

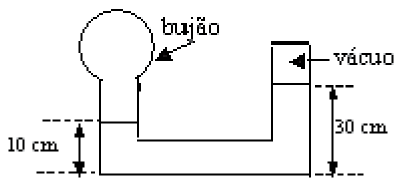
a)P/4 .
b)P/2 .
c) 2P.
d) 4P.

19) *(EFOMM) Num local sob ação da pressão atmosférica, um estudante equilibra os líquidos A e B, em alturas diferentes, sugando a parte do ar dentro dos canudinhos de refrigerantes, como está indicado na figura a seguir. Sabendo-se que a densidade do líquido B é 0,8 vezes a densidade do líquido A, podemos afirmar, corretamente, que*



a) hB = 0,80 hA.
b) hB = 0,75 hA.
c) hB = 1,25 hA.
d) hB = 2,55 hA.

20) *(EFOMM) Desejando medir a pressão de um gás contido em um bujão, um técnico utilizou um barômetro de mercúrio de tubo fechado, como indica a figura a seguir. Considerando a pressão atmosférica local igual a 76 cmHg, a pressão do gás, em cmHg, vale:*



a) 20.
b) 30
c) 40.
d) 96.

21) *(AFA) Num recipiente cilíndrico, cuja área da base é igual a 3 cm^2, coloca-se 408 gramas de mercúrio. Sabendo-se que a densidade do mercúrio vale 13,6 g/cm^3 e que a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2, determine, em pascal (Pa), a pressão no fundo do recipiente, desconsiderando a pressão atmosférica local. Dado: Considere o mercúrio um líquido ideal e em repouso.*
a) 13600.
b) 22300.
c) 33400.
d) 62000.

22) *(EEAER) Em hidrostática, pressão é uma grandezafísica*
a) escalar, diretamente proporcional à área.
b) vetorial, diretamente proporcional à área.
c) escalar, inversamente proporcional à área.
d) vetorial, inversamente proporcional à área.

23) *Um mergulhador submerso no oceano, constata, mediante consulta a um manômetro, preso em seu pulso, que está submetido a uma pressão absoluta de 276 cmHg. Sendo assim, a profundidade, em relação à superfície do oceano na qual o mergulhador se encontra submerso vale ____ metros. Observações:*
1 – Considere a água do oceano um fluido ideal e em repouso;
2 – Admita a pressão atmosférica na superfície do oceano igual a 76 cmHg;
3 – Adote a densidade do mercúrio igual a 13,6 g/cm^3;
4 – Considere a densidade da água do oceano igual a 1 g/cm^3; e
5 – Admita a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2.
a) 13,6.
b) 22,4.
c) 27,2.
d) 36,5.

24) *(AFA) Desejando conhecer a altitude de sua cidade, em relação ao nível do mar, um estudante de Física acoplou na extremidade de uma câmara de gás de um pneu, cuja pressão é conhecida e vale 152 cmHg, um barômetro de mercúrio de tubo aberto. Com a experiência o aluno percebeu um desnível da* *coluna de mercúrio do barômetro de exatamente 1 metro. Admitindo a densidade do ar, suposta constante, igual a 0,001 g/cm^3 e a densidade do mercúrio igual a 13,6 g/cm^3, a altitude, em metros, da cidade onde o estudante mora em relação ao nível do mar vale*

a) 864
b) 1325
c) 2500
d) 3264

25) *(EEAER) Na experiência de Torricelli, para determinar a pressão atmosférica, a coluna barométrica tem altura maior quando o líquido é a água, e menor quando o líquido for o mercúrio, por que*

a) o mercúrio é mais denso que a água.
b) a água é transparente e o mercúrio não.
c) o mercúrio se congela a uma temperatura menor que a da água.
d) a água é um solvente universal e o mercúrio só pode ser utilizado em ocasiões específicas.

26) *(EEAER)Um copo de volume "V", altura "h" e área da base "A" é colocado em um recipiente contendo água. Mergulha-se na água até que o líquido começa a transbordar. Posteriormente, coloca-se esse copo sobre uma balança cuja mola é comprimida de um valor igual a "x". Considerando a aceleração da gravidade igual a "g" e a densidade da água igual a μ, a expressão que determina a constante elástica da mola é dada por:*
OBS: Despreze o peso do copo.

a) μgVx
b) x/ μgV
c) μgV/x
d) μg/Vx

27) *(AFA) Um garoto percebeu que seu barômetro acusava 76 cmHg, quando se encontrava na parte térrea de um prédio. Ao subir no telhado desse prédio constatou que o barômetro acusava 75 cmHg. Dessa forma é possível considerar corretamente que a altura, em metros, do prédio vale: Considere:*
A aceleração da gravidade igual a 10m/s^2.
A densidade do ar, suposta constante, igual a 0,00136 g/cm^3.
A densidade do mercúrio igual a 13,6 g/cm^3.

a) 50
b) 100
c) 150
d) 10000

28) *(EEAER) Das afirmações a seguir, assinale aquela que é* ***IMPOSSÍVEL*** *para um ambiente sem pressão atmosférica.*

a) Ocorrer o congelamento de água.
b) Tomar refrigerante de canudinho.
c) Um ser humano manter-se de pé sem flutuar.
d) Evaporar água por intermédio de um aquecedor elétrico.

29) *(EFOMM) Um corpo apresenta 80N de peso aparente quando mergulhado totalmente na água. Se o peso real desse corpo vale 120N, então sua densidade em kg/l, é igual a*
Dado: densidade da água igual a 1kg/l.

a) 3,0
b) 0,3
c) 0,03
d) 0,003

30) *(EFOMM) Uma bola de papel amassado flutua em equilíbrio na superfície de um lago. Considerando que a água está em repouso e que o papel seja impermeável, podemos afirmar corretamente, que*

a) o peso da bola de papel é maior que o empuxo recebido por parte do líquido.
b) o empuxo exercido por parte do líquido sobre a bola de papel, é menor que o peso da mesma.
c) a bola de papel apresenta um peso de igual valor, ao empuxo exercido pelo líquido sobre a mesma.
d) a flutuação da bola de papel não depende do seu peso, ou do empuxo recebido por parte do líquido, mas tão somente do material de que é feito o papel.

CURSO CIDADE - ESPCEX

31) *(EEAER) Os jogadores de futebol dos times brasileiros, via de regra, sentem mais dificuldade em jogar em cidades localizadas em altitudes maiores, do que aquelas a que estão adaptados. Por isso é mais fácil para eles jogarem no Rio de Janeiro, do que em La Paz na Bolívia. Assinale entre as alternativas, aquela que indica uma possível causa*
a) a gravidade em La Paz é igual a do Rio de Janeiro.
b) a gravidade em La Paz é maior do que no Rio de Janeiro.
c) a pressão atmosférica em La Paz é maior do que no Rio de Janeiro
d) a pressão atmosférica em La Paz é menor do que no Rio de Janeiro.

32) *(ESPCEX) Um estudante de Física observa o comportamento de três objetos de mesmo peso e densidades diferentes abandonados na superfície de um recipiente com água. Após a água e os objetos atingirem o equilíbrio estático, ele observa que o objeto 1 está boiando com a metade do seu volume submerso; que o objeto 2 está totalmente submerso e não toca o fundo do recipiente e que o objeto 3 submerge totalmente ficando apoiado no fundo, pressionando-o. Considerando a densidade da água constante em todos os pontos no interior do recipiente, pode-se afirmar que a intensidade:*

[A] *do empuxo no objeto 1 é a metade do empuxo no objeto 2.*
[B] *do empuxo no objeto 2 é igual ao empuxo no objeto 3.*
[C] *do empuxo no objeto 1 é maior do que o empuxo no objeto 2.*
[D] *do empuxo no objeto 3 é menor do que o empuxo no objeto 1.*
[E] *dos empuxos nos três objetos são iguais.*

33) *(ESPCEX) A figura abaixo representa um elevador hidráulico. Esse elevador possui dois pistões circulares 1 e 2, de massas desprezíveis, sendo o menor com raio R_1 e o maior com raio $R_2 = 5\ R_1$. O líquido que movimenta os pistões é homogêneo e incompressível.*

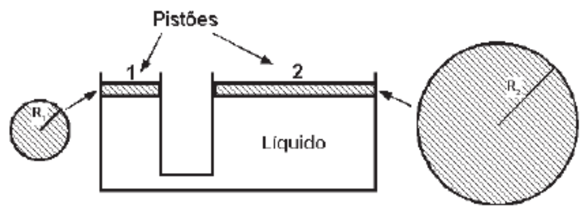


Figura Ilustrativa

Colocamos um corpo de massa M sobre o pistão maior e, para que o conjunto fique em equilíbrio estático, será necessário colocar sobre o pistão menor um outro corpo cuja massa vale:

[A] *M/5.*
[B] *M/25.*
[C] *M.*
[D] *5 M.*
[E] *25 M.*

34) *(ESPCEX) Um bloco maciço flutua, em equilíbrio, dentro de um recipiente com água. Observa-se que 2/5 do volume total do bloco estão dentro do líquido. Desprezando a pressão atmosférica e considerando a densidade da água igual a $1,0 \cdot 10^3$ kg/m^3, pode-se afirmar que a densidade do bloco vale:*
[A] *$1,2 \cdot 10^2$ kg/m^3.*
[B] *$1,6 \cdot 10^2$ kg/m^3.*
[C] *$2,4 \cdot 10^2$ kg/m^3.*
[D] *$3,0 \cdot 10^2$ kg/m^3.*
[E] *$4,0 \cdot 10^2$ kg/m^3.*

35) *(ESPCEX) A pressão (P) no interior de um líquido homogêneo, incompressível e em equilíbrio, varia com a profundidade (X) de acordo com o gráfico abaixo.*

CURSO CIDADE - ESPCEX

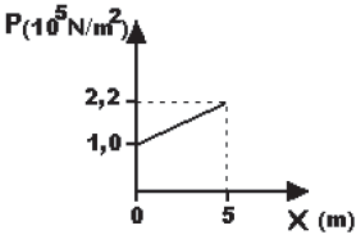


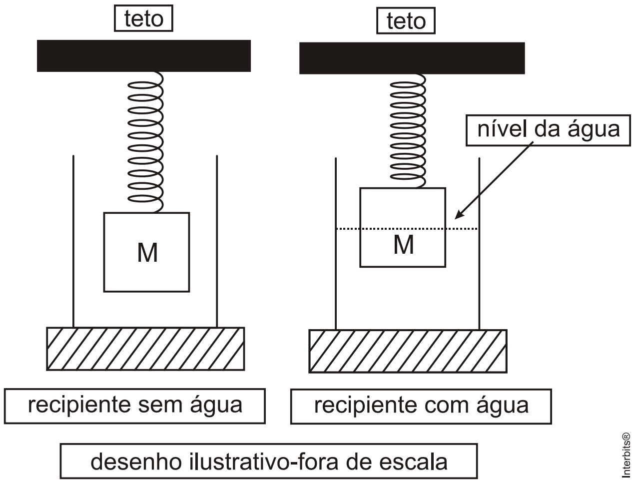
Gráfico fora de escala

Considerando a aceleração da gravidade igual a 10 m/s2, podemos afirmar que a densidade do líquido é de:

[A] $1,1 \cdot 10^5$ kg/m^3
[B] $6,0 \cdot 10^4$ kg/m^3
[C] $3,0 \cdot 10^4$ kg/m^3
[D] $4,4 \cdot 10^3$ kg/m^3
[E] $2,4 \cdot 10^3$ kg/m^3

36) (ESPCEX) Um elevador hidráulico de um posto de gasolina é acionado por um pequeno êmbolo de área igual a $4 \cdot 10^{-4}$ m^2. O automóvel a ser elevado tem peso de $2 \cdot 10^4$ N e está sobre o êmbolo maior de área 0,16 m^2. A intensidade mínima da força que deve ser aplicada ao êmbolo menor para conseguir elevar o automóvel é de:
[A] 20 N
[B] 40 N
[C] 50 N
[D] 80 N
[E]120 N

37) (ESPCEX) No interior de um recipiente vazio, é colocado um cubo de material homogêneo de aresta igual a $0,40\ \text{m}$ e massa $M = 40\ \text{kg}$. O cubo está preso a uma mola ideal, de massa desprezível, fixada no teto de modo que ele fique suspenso no interior do recipiente, conforme representado no desenho abaixo. A mola está presa ao cubo no centro de uma de suas faces e o peso do cubo provoca uma deformação de $5\ \text{cm}$ na mola. Em seguida, coloca-se água no recipiente até que o cubo fique em equilíbrio com metade de seu volume submerso. Sabendo que a densidade da água é de $1000\ \text{kg/m}^3$, a deformação da mola nesta nova situação é de



Dado: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ \text{m/s}^2$

a) 3,0 cm

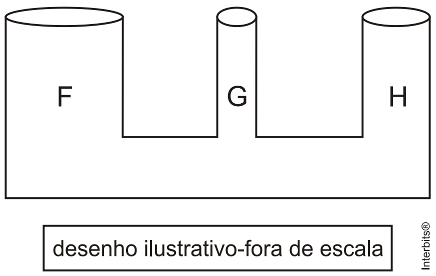
b) 2,5 cm

c) 2,0 cm

d) 1,5 cm

e) 1,0 cm

38) (ESPCEX) Pode-se observar, no desenho abaixo, um sistema de três vasos comunicantes cilíndricos F, G e H distintos, abertos e em repouso sobre um plano horizontal na superfície da Terra. Coloca-se um líquido homogêneo no interior dos vasos de modo que não haja transbordamento por nenhum deles. Sendo h_F, h_G e h_H o nível das alturas do líquido em equilíbrio em relação à base nos respectivos vasos F, G e H, então, a relação entre as alturas em cada *vaso que representa este sistema em equilíbrio estático é:*



desenho ilustrativo-fora de escala

a) $h_F = h_G = h_H$

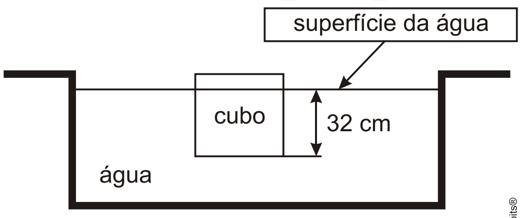
b) $h_G > h_H > h_F$

c) $h_F = h_G > h_H$

d) $h_F < h_G = h_H$

e) $h_F > h_H > h_G$

39) *(ESPCEX) Um cubo maciço e homogêneo, com 40 cm de aresta, está em equilíbrio estático flutuando em uma piscina, com parte de seu volume submerso, conforme desenho abaixo.*



desenho ilustrativo - fora de escala

Sabendo-se que a densidade da água é igual a 1 g/cm³ e a distância entre o fundo do cubo (face totalmente submersa) e a superfície da água é de 32 cm, então a densidade do cubo:

a) 0,20 g/cm³

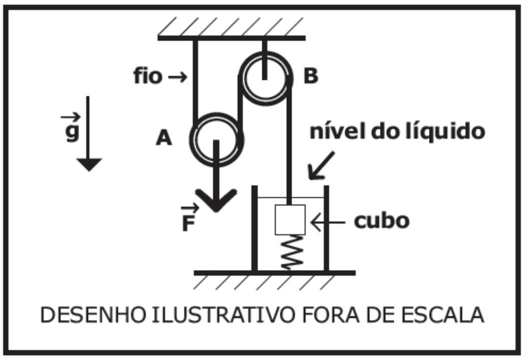
b) 0,40 g/cm³

c) 0,60 g/cm³

d) 0,70 g/cm³

e) 0,80 g/cm³

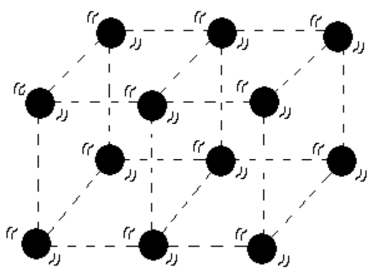
40) *(Espcex – 2016) Um cubo homogêneo de densidade ρ e volume V encontra-se totalmente imerso em um líquido homogêneo de densidade ρ_0 contido em um recipiente que está fixo a uma superfície horizontal. Uma mola ideal, de volume desprezível e constante elástica k, tem uma de suas extremidades presa ao centro geométrico da superfície inferior do cubo e a outra extremidade presa ao fundo do recipiente de modo que ela fique posicionada verticalmente. Um fio ideal vertical está preso ao centro geométrico da superfície superior do cubo e passa por duas roldanas idênticas e ideais A e B. A roldana A é móvel a roldana B é fica e estão montadas conforme o desenho abaixo. Uma força vertical de intensidade F é aplicada ao eixo central da roldana A fazendo com que a distensão na mola seja x e o sistema todo fique em equilíbrio estático, com o cubo totalmente imerso no líquido. Considerando a intensidade da aceleração da gravidade igual a g, o módulo da força F é:*



a) $[Vg(\rho_0 - \rho) + kx]$
b) $2\,[Vg(\rho - \rho_0) - kx]$
c) $2\,[Vg(\rho_0 + \rho) + kx]$
d) $[Vg(\rho_0 - \rho) - kx]$
e) $2\,[Vg(\rho - \rho_0) + kx]$

AULA 16 - TERMOMETRIA

Num sólido, os átomos se agrupam por meio de ligações elétricas e químicas, formando o que chamamos de estrutura cristalina. Nesta estrutura, os átomos não ficam parados numa determinada posição, eles possuem um estado de vibração em torno de uma posição de equilíbrio, possuindo desta forma certa energia cinética de vibração. Ao receber energia, um átomo em geral, passa a vibrar mais rapidamente e mais distante da posição de equilíbrio.



Modelo de uma estrutura cristalina. Os pontos pretos representam os átomos da estrutura que vibram em torno de posições fixas de equilíbrio.

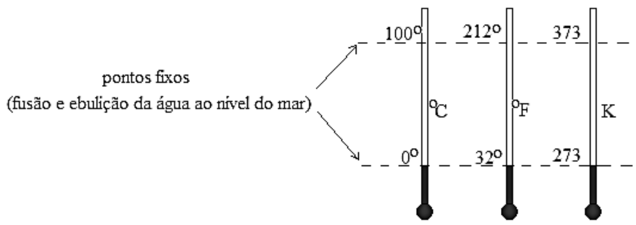
É a partir desse estado de vibração que medimos a energia interna de um corpo e alguns dos conceitos fundamentais como:

- **Temperatura:** Medida do estado de agitação das partículas de um corpo. Quanto mais agitado estiverem os átomos do corpo, maior a temperatura.
- **Calor:** Energia em trânsito, que flui do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura, até que seja atingido o equilíbrio térmico.

O valor 0K, (Zero Kelvin) também chamado Zero Absoluto, é o menor valor de temperatura que pode existir. Ele representa o estado em que os átomos de um corpo estariam "congelados". Fisicamente, este valor é inatingível!!

Escalas Termométricas

Podemos medir a temperatura de um corpo usando um dispositivo chamado termômetro. No termômetro a temperatura é medida de forma indireta, a partir da altura de uma coluna de mercúrio. Quando um corpo é colocado em contato com o bulbo do termômetro, calor passa do corpo mais quente para o bulbo, que ao receber este calor (energia), transfere para os átomos do mercúrio (substância termométrica). Estes por sua vez, se agitam e se distanciam uns dos outros, fazendo com que o volume do mercúrio aumente e a coluna suba. O valor referente à altura atingida pelo mercúrio depende da calibração do aparelho e pode variar dependendo da escala termométrica adotada. Existem três escalas principais: Celsius, Fahrenheit e Kelvin. Estas escalas se relacionam da seguinte forma:



$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5}$$

Se quisermos estabelecer uma relação entre as variações de temperatura entre essas escalas chegaremos à relação:

$$\frac{\Delta C}{5} = \frac{\Delta F}{9} = \frac{\Delta K}{5}$$

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1 – Existe alguma temperatura que possua o mesmo valor nas escalas Celsius e Fahrenheit?

CURSO CIDADE - ESPCEX

Aqui queremos saber se um valor de temperatura possui o mesmo valor nas escalas Celsius e Fahrenheit, ou seja, se uma das escalas marcar 5° a outra também deve marcar 5°. Como não sabemos que valor seria este, chamemos tal valor de X. Desta forma temos na comparação entre as escalas Celsius e Fahrenheit:

$$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$$

$$\frac{X}{5} = \frac{X-32}{9}$$

$$9X = 5X - 160$$

$$4X = -160$$

$$X = -\frac{160}{4} = -40\ °C\ ou\ °F.$$

Exemplo 2 *– Uma escala termométrica, que mede a temperatura em graus L, indica 30º L e 50º L, respectivamente, para as temperaturas de 10º C e 90º C. Determine quantos graus L a escala indica para o ponto de vapor da água ao nível do mar.*

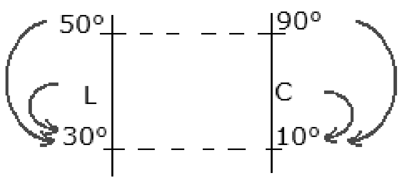
a) *52,5*

b) *75,0*

c) *100,0*

d) *105,0*

Aqui queremos estabelecer uma correspondência entre uma escala L e a escala Celsius. Desta forma, primeiramente devemos descobrir qual a relação entre elas. Assim, escolhemos como pontos fixos os pontos dados no enunciado:



Como as alturas das colunas de mercúrio são iguais (mesmas temperaturas), podemos usar a relação de proporcionalidade para cada termômetro. Assim:

$$\frac{L-30}{50-30} = \frac{C-10}{90-10}$$

$$\frac{L-30}{20} = \frac{C-10}{80}$$

$$L - 30 = \frac{C-10}{4}$$

$$4L - 120 = C - 10$$

$$L = \frac{C+110}{4}$$

Substituindo C por 100, ponto de vapor da água na escala Celsius, temos o valor correspondente na escala L:

$$L = \frac{100+110}{4} = \frac{210}{4} = 52{,}5\ °L$$

Resposta letra (a).

EXERCÍCIOS

1) *(ESPCEX) Um sistema A está em equilíbrio térmico com outro B e este não está em equilíbrio térmico com um outro C. Então podemos dizer que:*

a) *Os sistemas A e C possuem a mesma quantidade de calor.*

b) *A temperatura de A é diferente da de B.*

c) *Os sistemas A e B possuem a mesma temperatura.*

d) *A temperatura de B é diferente da de C, mas C pode ter a temperatura igual à de A.*

e) *Nda*

2) *(EFOMM) A indicação de uma temperatura na escala Fahrenheit excede em 2 unidades o*

CURSO CIDADE - ESPCEX

dobro da correspondente indicação na escala Celsius. Essa temperatura é em graus Celsius:

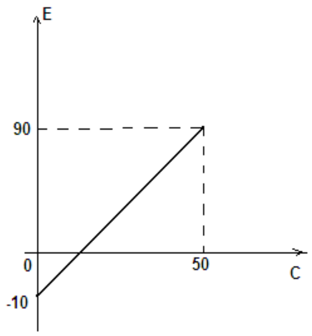
a) *300*
b) *170*
c) *150*
d) *100*

3) *(AFA) A antiga escala Réaumur adotava 0ºR e 80º R para os pontos fixos fundamentais. A que temperatura as escalas Réaumur e Fahrenheit fornecem temperaturas iguais?*

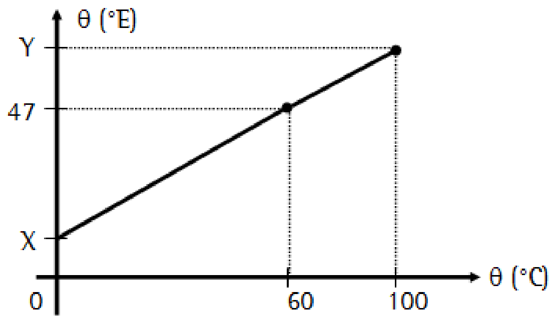
a) *-18,4º F*
b) *-25,6º F*
c) *-14,3º F*
d) *-20,4º F*

4) *(EFOMM) Comparando-se a escala E de um termômetro com a escala C (Celsius), obteve-se o seguinte gráfico de correspondência entre as medidas. Quando o termômetro Celsius estiver registrando 90º C, o termômetro E estará marcando:*

a) *100º E*
b) *120º E*
c) *150º E*
d) *170º E*
e) *200º E*



5) *(AFA) O gráfico abaixo, representa a relação entre a temperatura medida numa escala arbitrária E e a temperatura na escala Celsius.*



*A equação que representa corretamente a relação entre **Y** e **X** é*

a) $Y = \frac{235 - 2X}{3}$
b) $Y = \frac{141 + 2X}{3}$
c) $Y = \frac{235 + 8X}{5}$
d) $Y = \frac{141 - 8X}{5}$

6) *(EFOMM) Um equipamento eletrônico foi entregue na Sala de Física da Escola de Especialistas de Aeronáutica, porém, na etiqueta da caixa estava escrito que o equipamento deveria funcionar sob uma temperatura de 59 ºF. Logo, os professores providenciaram um sistema de refrigeração, que deveria ser ajustado em valores na escala Celsius. Portanto, a temperatura correta que o sistema deve ser ajustado, em ºC, é de:*

a) 15,0
b) 32,8
c) 42,8
d) 59,0

7) *(EEAER) Antes de embarcar, rumo aos Estados Unidos da América, Pedro ligou para um amigo que lhe informou que a temperatura na cidade onde desembarcaria estava 59 ºF abaixo dos 35 ºC do aeroporto de São Paulo. Logo, na cidade onde Pedro deverá desembarcar, a temperatura, no momento do telefonema, é de ___ ºF.*

a) 15
b) 24
c) 36
d) 95

8) *(EEAER) Considere o seguinte enunciado: "Se um corpo 1 está em equilíbrio térmico com um corpo 2 e este está em equilíbrio térmico com um corpo 3, então, pode-se concluir corretamente que o corpo 1 está em* *equilíbrio térmico com o corpo 3". Esse enunciado refere-se*

a) ao ponto triplo da água.

b) a Lei zero da Termodinâmica.

c) às transformações de um gás ideal.

d) à escala Termodinâmica da temperatura.

9) *(ESPCEX) Um cientista dispõe de um termômetro de mercúrio com a escala totalmente ilegível. Desejando medir a temperatura de uma substância X com o termômetro, ele adotou o seguinte procedimento: sob a condição de pressão normal (1 atm), mergulhou o termômetro na água em ebulição e observou que a coluna de mercúrio atingiu o comprimento de 10 cm; posteriormente, colocando o termômetro em gelo fundente, o comprimento da coluna de mercúrio passou a ser de 2 cm. Após esse procedimento, ele colocou o termômetro em contato com a substância X e encontrou o comprimento de 5,2 cm para a coluna de mercúrio. Baseado nessas informações, a temperatura da substância X medida pelo cientista, em graus Celsius, é de:*

[A] *65° C.*

[B] *52° C.*

[C] *48° C.*

[D] *40° C.*

[E] *32° C.*

10) *(ESPCEX) Um termômetro digital, localizado em uma praça da Inglaterra, marca a temperatura de 10,4 °F. Essa temperatura, na escala Celsius, corresponde a*

[A] – 5 °C

[B] –10 °C

[C] – 12 °C

[D] – 27 °C

[E] – 39 °C

11) *(ESPCEX) A utilização do termômetro, para a avaliação da temperatura de um determinado corpo, é possível porque, após algum tempo de contato entre eles, ambos adquirem a mesma temperatura.*

Neste caso, é válido dizer que eles atingem a (o)

a) equilíbrio térmico.

b) ponto de condensação.

c) coeficiente de dilatação máximo.

d) mesma capacidade térmica.

e) mesmo calor específico.

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 17 - CALORIMETRIA

O calor, por ser uma forma de energia, ao ser absorvido pelo sistema, deve provocar algum efeito. Basicamente, os efeitos sobre um corpo que absorve calor podem ser basicamente de dois tipos:

1- *A energia absorvida faz com que as partículas do corpo vibrem com mais intensidade e cada vez mais distante de suas posições de equilíbrio. Caso isto ocorra, o corpo aumenta sua temperatura e o seu volume. Tal calor absorvido é chamado de* ***calor sensível****.*

2- *A energia absorvida é usada para quebrar as ligações entre os átomos, mudando dessa forma, o estado físico do corpo de maneira gradual. Tal calor absorvido é chamado de* ***calor latente****.*

Assim:

Calor sensível: *é o calor dado a um corpo, responsável pela mudança em sua temperatura. Pode ser medido pela relação:*

$$\Delta Q = m.c.\Delta\theta$$

Onde m é a massa do corpo, c é o calor específico sensível do corpo e $\Delta\Theta$ é a variação de temperatura do corpo.

Aqui, o calor específico sensível é a quantidade de calor que um corpo deve receber ou ceder para que a temperatura de um grama deste material varie 1º C.

Calor latente: *é o calor dado a um corpo, responsável pela mudança em seu estado físico.*

$$\Delta Q = mL$$

Onde L é o calor latente da substância, que é a quantidade de calor necessária para mudar o estado físico de 1g da substância. Durante a mudança de estado físico, a temperatura do corpo permanece constante.

Capacidade Térmica: *é a quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura de um corpo em 1º C.*

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta}$$

O calor por ser uma forma de energia pode ser dado em Joules. Entretanto, dependendo do sistema de unidades usado, pode ser medido em calorias (cal). A equivalência entre as duas unidades é dada por:

1 cal = 4,18 J

Devemos lembrar ainda que para alimentos existe a unidade de energia Kcal ou Cal (C maiúscula) que equivale a 1000 cal (minúscula).

Princípio das Trocas de Calor

Em um sistema isolado, a quantidade de calor perdida por um ou mais corpos é numericamente igual à quantidade de calor absorvida pelos demais corpos envolvidos na mistura.

$$Q_{recebido} + Q_{cedido} = 0$$

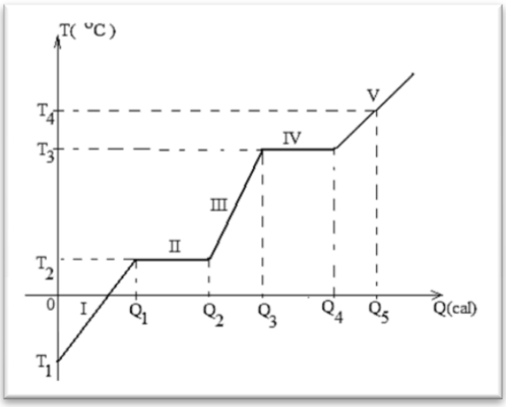
Curvas de Aquecimento

Vimos que um dos tipos de calor que um corpo pode receber ou ceder, é o chamado calor latente, onde a energia absorvida é usada para quebrar as ligações entre os átomos, mudando dessa forma, o estado físico do corpo de maneira gradual. Durante tal mudança, a temperatura do corpo não varia, até que todo o corpo tenha

CURSO CIDADE - ESPCEX

mudado de estado físico, e novamente, sua temperatura volte a subir.

O processo de transformação de um sólido em um gás por absorção de calor pode ser representado graficamente pela chamada curva de aquecimento do corpo. A forma geral dessa curva é a seguinte:



Podemos notar pelo gráfico, 5 etapas distintas:

Na etapa I o corpo encontrava-se à temperatura T_1 e recebeu uma quantidade de calor igual a Q_1, passando a apresentar ao final do aquecimento a temperatura T_2.

Na etapa II, ele continuou a receber calor numa quantidade igual a $Q_2 - Q_1$, sem que, no entanto, sua temperatura se alterasse, o que só voltou a acontecer na etapa III, quando ao receber uma quantidade de calor igual a $Q_3 - Q_2$, sua temperatura saltou para T_3.

Podemos observar que nas etapas II e IV a temperatura permanece constante mesmo com absorção de calor. Nessas etapas o calor fornecido é latente!!

Nas etapas em que há mudança de temperatura quando da absorção de calor, temos calor sensível.

Cada substância possui a sua curva de aquecimento específica, que também depende da massa. O principal é reconhecer onde temos calor sensível e onde temos calor latente, usando dessa forma a expressão mais adequada para cada caso.

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – Uma garrafa térmica contém 0,6 L de um líquido a uma temperatura de 40º C. São derramados mais 0,2 L a 20º C na garrafa. Se a capacidade calorífica da garrafa for desprezível, qual será a temperatura final da mistura?*

***a)** 25º C*

***b)** 30º C*

***c)** 40º C*

***d)** 50º C*

***e)** 60º C*

Como não há mudança de estado físico nessa mistura, temos somente a transferência de calor sensível. Assim, todo o calor cedido pelo líquido que estava inicialmente na garrafa (quente) será absorvido pelo líquido adicionado (frio). Usando o princípio das trocas de calor temos:

$$Q_A + Q_B = 0$$

$$m_A.c_A.\Delta\theta + m_B.c_B.\Delta\theta = 0$$

Substituindo as massas pelo volume multiplicado pela densidade e, sabendo que se trata do mesmo líquido $c_A=c_B=c$ e $D_A=D_B=D$, temos:

$$D_A.V_A.c.\Delta\theta + D_B.V_B.c.\Delta\theta = 0$$

$$D.V_A.c.\Delta\theta + D.V_B.c.\Delta\theta = 0$$

$$D.0{,}6.c.(\theta_F - 40) + D.0{,}2.c.(\theta_F - 20) = 0$$

$$D.0{,}6.c.(\theta_F - 40) = -D.0{,}2.c.(\theta_F - 20)$$

$$0{,}6.(\theta_F - 40) = -0{,}2(\theta_F - 20)$$

CURSO CIDADE - EsPCEX

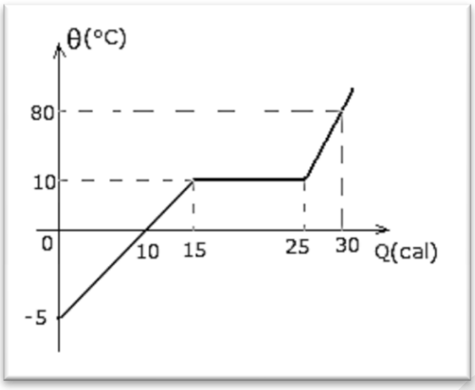
$$0{,}6\theta_F - 24 = -0{,}2\theta_F - 4$$

$$0{,}8\theta_F = 20$$

$$\theta_F = \frac{20}{0{,}8} = 25\,°C$$

Resposta: letra (a)

Exemplo 2*– A curva de aquecimento de 50g de uma substância X inicialmente no estado líquido é dada abaixo. Determine o calor latente de vaporização desta substância.*



Podemos notar pela curva acima que o calor latente ocorre na parte horizontal do gráfico, já que nessa parte a temperatura da substância permanece constante (mudança de fase). Assim, podemos aplicar a expressão para o calor latente nesta parte do gráfico e encontrar o calor latente de vapor da substância X:

$$Q = m.L$$

$$25 - 15 = 50.L$$

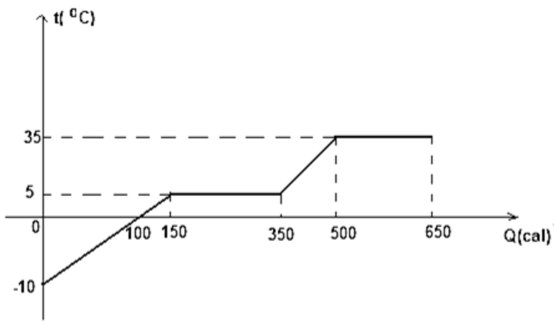
$$10 = 50.L$$

$$L = \frac{10}{50} = 0{,}2\ cal/g$$

Que significa que para que 1g da substância X no estado líquido se transforme em vapor, ela deve receber 0,2 cal.

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) O gráfico refere-se à transformação de 20 g de uma substância que se encontra, inicialmente, no estado sólido.*



Após analisar o gráfico, assinale a afirmação ERRADA:

a) O ponto de vaporização da substância é 35º C.

b) O calor específico da substância no estado sólido é igual a 0,5 cal/gºC.

c) O ponto de fusão da substância é 5º C.

d) O calor latente de fusão da substância é igual a 10 cal/g.

d) A capacidade térmica da substância no estado líquido é igual a 10 cal/ºC.

2) *(EEAER) Um pedaço de gelo de 150 g à temperatura de -20º C é colocado dentro de uma garrafa térmica contendo 400g de água à temperatura de 22º C. Considerando a garrafa térmica como um sistema perfeitamente isolado e com capacidade térmica desprezível, pode-se dizer que ao atingir o equilíbrio térmico o sistema no interior da garrafa apresenta-se como: (dados: $c_{água}$= 1 cal/g ºC e L_f= 80 cal/ g)*

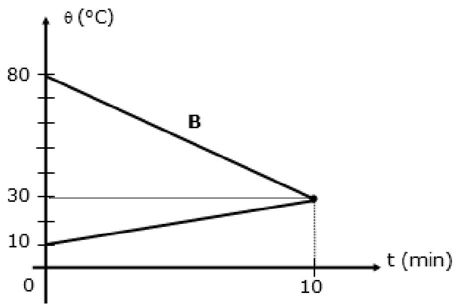
a) um líquido a 10,5º C

b) um líquido a 15,4º C

c) uma mistura sólido/líquido a 0ºC

d) um líquido a 0 ºC

e) um sólido a 0 ºC.

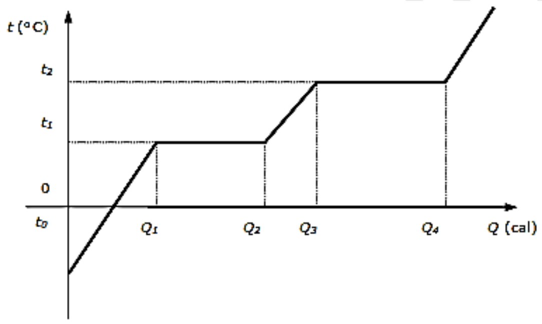


3) *(AFA) Um corpo **A** foi colocado em contato com outro corpo **B**, e suas temperaturas variam de acordo com o gráfico abaixo.*

*Sendo a massa de **B** o dobro da massa de **A**, e considerando que as trocas de calor tenham ocorrido apenas entre os dois, a razão entre o calor específico de **A** e o calor específico de **B** (c_A/c_B) vale*

a) *2,5.*
b) *5,0.*
c) *0,4.*
d) *0,2.*

4) *(AFA –2002) Considere o diagrama abaixo que mostra a curva de aquecimento de* m *gramas de uma substância pura ao receber calor.*



É correto afirmar que

a) *O calor específico da substância no estado sólido é* $Q_1/(m.t_1)$.
b) *O calor latente de fusão é* Q_2/m.
c) *Após o fornecimento da quantidade de calor* (Q_2 – Q_1)/2 *tem-se* m/2 *gramas da substância no estado sólido.*
d) *O calor específico da substância no estado líquido é* $Q_1/[m(t_2 - t_1)]$.

5) *(AFA –2002) Duas substâncias,* A *e* B, *se encontram à mesma temperatura de 20 °C e cada qual termicamente isolada. Fornecendo a mesma quantidade de calor a cada uma delas, verifica-se que a temperatura de* A *passa a ser de 60 °C e que a temperatura de* B *passa a ser de 80 °C. A partir dessa situação, as substâncias são colocadas em contato térmico. A temperatura final de equilíbrio é, em °C,*

a)64.

b)72.

c)70.
d)68.

6) *(AFA –2002) Um projétil de chumbo (c = 120 J/kg.ºC) se movimenta horizontalmente com velocidade de 100 m/s e colide com uma parede ficando nela alojado. Durante o choque, 60% da energia cinética se transforma em calor e 80% desse calor é absorvido pelo projétil. A temperatura correspondente ao ponto de fusão do chumbo é 327 ºC e o projétil se encontra inicialmente à temperatura de 25 ºC. Nessas condições, pode-se afirmar que o projétil*

a) *se funde, pois o calor que ele absorve é mais que o necessário para ele atingir 327 ºC.*
b) *não se funde, pois sua temperatura não varia.*
c) *não se funde, mas sua temperatura atinge 327 ºC.*
d) *não se funde, pois sua temperatura aumenta apenas 20 ºC.*

7) *(EEAER) Calorímetros são recipientes termicamente isolados utilizados para estudar a troca de calor entre corpos. Em um calorímetro, em equilíbrio térmico com uma amostra de 100 g de água a 40 ºC, é colocado mais 60 g de água a 80 ºC. Sabendo que o sistema atinge uma temperatura de equilíbrio igual a 52 ºC, qual a capacidade térmica, em cal/ºC, deste calorímetro? Dado: calor específico da água 1 cal/g°C*
a) 20
b) 40
c) 100
d) 240

8) *(ESPCEX) Um cozinheiro necessita preparar 1,5 litros de café com leite a uma temperatura de 42° C. Ele dispõe de 700 mililitros de café a 82° C. Considerando que somente haja troca de calor entre o café e o leite e que ambos tenham o mesmo calor específico e a mesma densidade, para conseguir o seu intento, a temperatura inicial do leite que será misturado ao café deve ser de:*

[A] 62° C.
[B] 40° C.
[C] 35° C.
[D] 11° C.
[E] 7° C.

9) *(ESPCEX) A utilização do termômetro, para a avaliação da temperatura de um determinado corpo, é possível porque, após algum tempo de contato entre eles, ambos adquirem a mesma temperatura. Neste caso, é válido dizer que eles atingem a (o):*

[A] equilíbrio térmico.
[B] ponto de condensação.
[C] coeficiente de dilatação máximo.
[D] mesma capacidade térmica.
[E] mesmo calor específico.

10) *(EFOMM) Para elevar a temperatura de 200 g de uma certa substância, de calor específico igual a 0,6 cal/g°C, de 20° C para 50° C, será necessário fornecer-lhe uma quantidade de energia igual a:*

[A] 120 cal.
[B] 600 cal.
[C] 900 cal.
[D] 1800 cal.
[A] 3600 cal.

11) *(EFOMM) Dois blocos metálicos de materiais diferentes e inicialmente à mesma temperatura são aquecidos, absorvem a mesma quantidade de calor e atingem uma mesma temperatura final sem ocorrer mudança de fase. Baseado nessas informações, podemos afirmar que eles possuem o(a) mesmo(a):*

[A] densidade.
[B] calor específico.
[C] volume.
[D] capacidade térmica.
[E] massa.

12) *(ESPCEX) Em uma casa moram quatro pessoas que utilizam um sistema de placas coletoras de um aquecedor solar para aquecimento da água. O sistema eleva a temperatura da água de 20°C para 60°C todos os dias. Considere que cada pessoa da casa consome 80 litros de água quente do aquecedor por dia. A situação geográfica em que a casa se encontra faz com que a placa do aquecedor receba por cada metro quadrado a quantidade de $2{,}016 \cdot 10^8$ J de calor do sol em um mês.*

Sabendo que a eficiência do sistema é de 50%, a área da superfície das placas coletoras para atender à demanda diária de água quente da casa é de:

Dados:
Considere um mês igual a 30 dias
Calor específico da água: c=4,2 J/g °C
Densidade da água: d=1 kg/L

a) 2,0 m^2

b) 4,0 m^2

c) 6,0 m^2

d) 14,0 m^2

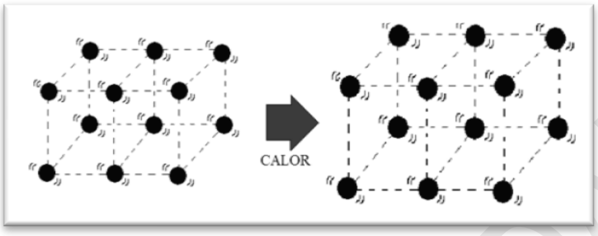
e) 16,0 m^2

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 18 - DILATAÇÃO

Dilatação de Sólidos

Sabemos que uma substância pode ser encontrada nos estados sólido, liquido e gasoso, dependendo de sua temperatura e pressão. No caso de um sólido, os átomos se agrupam por meio de ligações elétricas, químicas e etc. de modo a formar uma estrutura cristalina, onde vibram em torno de suas posições de equilíbrio. Ao receber calor (energia), suas vibrações aumentam (temperatura sobe) e ainda passam a oscilar cada vez mais distante de suas posições de equilíbrio, o que macroscopicamente pode ser visto como um aumento de suas dimensões, a dilatação.



Essa dilatação ocorre uniformemente nas três dimensões, e depende basicamente das dimensões iniciais do corpo, do material de que é constituído e da variação de temperatura em que foi submetido, mas para fins didáticos pode ser estudada separadamente em cada direção. Assim temos:

- ***Dilatação linear:*** *Considera apenas a dilatação no comprimento (em 1D).*

$$\Delta L = L_0.\alpha.\Delta\theta$$

Onde L_0 é o comprimento inicial do corpo, α é o coeficiente de dilatação do corpo e $\Delta\theta$ é a variação de temperatura. O comprimento final do corpo, é a soma do comprimento inicial do corpo com a dilatação sofrida:

$$L_F = L_0 + \Delta L$$

ou ainda podemos escrever

$$L_F = L_0[1+\alpha\Delta\theta]$$

- ***Dilatação superficial:*** *Considera a dilatação de sua área (em 2D). Na verdade o estudo ocorre como se calculássemos a dilatação linear em cada direção. Esse efeito é computado no coeficiente de dilatação superficial β. Assim podemos calcular a dilatação superficial por:*

$$\Delta S = S_0.\beta.\Delta\theta$$

onde $\beta = 2\alpha$

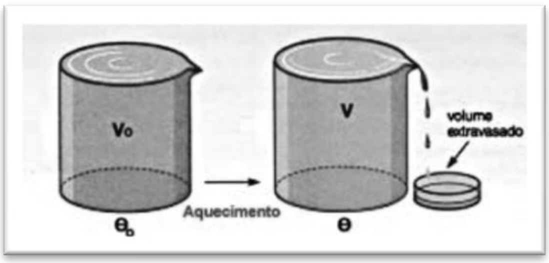
- ***Dilatação Volumétrica:*** *É a dilatação real, nas três dimensões. Todo o volume do corpo é levado em consideração.*

$$\Delta V = V_0.\gamma.\Delta\theta$$

onde $\gamma = 3\alpha$

Dilatação de Líquidos

Os líquidos se dilatam muito mais que os sólidos nas mesmas condições. Para o estudo da dilatação de líquidos, os recipientes que os contém devem ser considerados, já que também sofrem dilatação ao serem aquecidos.



CURSO CIDADE - EsPCEx

Desta forma, a dilatação real de um líquido não é só a que vemos, e sim a soma do que vemos com o que ficou dentro do recipiente que também dilatou. Assim temos:

$$\Delta V_{liq} = \Delta V_{ap} + \Delta V_{rec}$$

Onde ΔV_{ap} *é a dilatação aparente, aquela que vemos (por exemplo: o líquido que derrama de uma panela inicialmente cheia ao ser aquecida) e* ΔV_{rec} *é a dilatação do recipiente. Aqui também podemos considerar uma importante relação:*

$$\gamma_{liq} = \gamma_{ap} + \gamma_{rec}$$

Anomalia da água

A maioria dos corpos quando aquecidos, dilatam-se. A água apresenta um comportamento diferente ao ser aquecida entre 0°C e 4°C. Nessa faixa de temperatura, ao ser aquecida, seu volume diminui. Isto ocorre porque as ligações entre as moléculas de água, chamadas de pontes de hidrogênio, se quebram, fazendo com que as moléculas de água (polares), se atraiam, diminuindo o volume do corpo. Isto explica porque o gelo tem uma densidade menor que a da água líquida, já que mesmo estando a uma temperatura menor, a distância média entre as moléculas acaba sendo maior que a 4°C deixando-o menos denso que a água no estado líquido.

Vejamos alguns exemplos práticos:

***Exemplo 1** – O comprimento de uma barra metálica, à temperatura de θ_0, é igual a L_0. Produzindo-se uma elevação de 30º C na temperatura da barra, seu comprimento sofre uma variação de 5% em relação ao comprimento inicial L_0. Nessas condições, calcule o coeficiente de dilatação linear térmico do material, suposto constante.*

Como o problema refere-se ao comprimento da barra, temos um caso típico de dilatação linear, ou seja, consideraremos que a barra dilata-se apenas no seu comprimento (sabemos que isso é só uma forma de ver o problema, já que ela dilata-se em todas as direções). Desta forma, podemos usar a expressão para a dilatação linear:

$$\Delta L = L_0 . \alpha . \Delta\theta$$

Como sabemos que a barra sofre uma variação de 5% em relação ao comprimento inicial, ΔL = 5% L_0. Desta forma:

$$5\% L_0 = L_0 . \alpha . 30$$

$$\frac{5}{100} L_0 = L_0 . \alpha . 30$$

$$\alpha = \frac{5}{3000} = \frac{1}{600} = 0{,}00167$$

$$\alpha = 1{,}67 \times 10^{-3}\ °C^{-1}$$

***Exemplo 2** – Suponha um recipiente com capacidade de 5 litros, cheio com um líquido que tem o coeficiente de dilatação volumétrica cinco vezes maior que o coeficiente do material do recipiente. Qual a quantidade de líquido que transbordará quando o conjunto sofrer uma variação de temperatura de 10º C? Dado: coeficiente de dilatação volumétrica do líquido = 2 . 10^{-5} ºC^{-1}*

Como vimos, quando se trata de dilatação de líquidos, devemos considerar a dilatação do recipiente também. Assim, a quantidade de líquido que transborda (extravasa) é a chamada dilatação aparente (o que vemos). Desta forma, podemos calculá-la por:

$$\Delta V_{ap} = V_0 . \gamma_{ap} . \Delta\theta$$

$$\Delta V_{ap} = 5 . \gamma_{ap} . 10$$

CURSO CIDADE - ESPCEX

Note que não temos o valor do coeficiente de dilatação volumétrica aparente do líquido, mas sabemos que o coeficiente do líquido é 5 vezes maior que o do recipiente. Assim podemos fazer:

$$\gamma_{ap} = \gamma_{liq} - \gamma_{rec}$$

$$\gamma_{ap} = 2.10^{-5} - 0{,}4.10^{-5}$$

$$\gamma_{ap} = 1{,}6.10^{-5}\ °C^{-1}$$

Usando este valor na primeira equação, temos:

$$\Delta V_{ap} = 5.\gamma_{ap}.10$$

$$\Delta V_{ap} = 5.\ 1{,}6.10^{-5}.10$$

$$\Delta V_{ap} = 8.10^{-4}\ litros$$

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Uma chapa metálica feita de um material cujo coeficiente de dilatação superficial vale $\beta = 2 \times 10^{-5}$ ºC^{-1} apresenta um orifício circular de área igual a 1000 cm^2.Quando a chapa é aquecida e sua temperatura varia 50 ºC, a área do orifício, em cm^2, passa a ser:*

a) 999
b) 1000
c) 1001
d) 1010

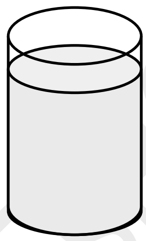
2) *(AFA) Um recipiente de vidro de 200 mℓ de volume, está completamente cheio de mercúrio, e ambos se encontram a 30 ºC. Se a temperatura do sistema líquido-recipiente sobe para 90 ºC, qual é o volume de mercúrio, em mℓ, que transborda do recipiente?*

Dados: $\gamma_{Hg} = 1{,}8 \times 10^{-4}$ ºC^{-1}

$\gamma_{vidro} = 3 \times 10^{-5}$ ºC^{-1}

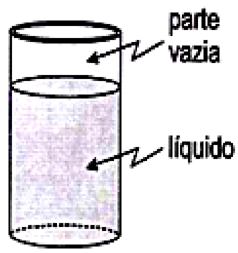
a) 1,8
b) 2,6
c) 5,0
d) 9,0

3) *(EEAER) A figura abaixo mostra um recipiente que está com 95% de volume ocupado por um líquido, inicialmente a 10 ºC. Sendo os coeficientes de dilatação linear do recipiente e volumétrico do líquido, respectivamente, iguais a 1,7 . 10^{-5} ºC^{-1} e 5,8 . 10^{-4} ºC^{-1}, pode-se afirmar que o*



a) *recipiente estará completamente cheio a 110 ºC.*
b) *volume da parte vazia não se altera.*
c) *recipiente estará com 98% de seu volume ocupado a 110 ºC.*
d) *recipiente só estará completamente cheio a 220 ºC.*

4) *(AFA) O recipiente mostrado na figura apresenta 80% de sua capacidade ocupada por um líquido. Verifica-se que, para qualquer variação de temperatura, o volume da parte vazia permanece constante. Pode-se afirmar que a razão entre os coeficientes de dilatação volumétrica do recipiente e do líquido vale:*



a) 0,72
b) 1,00
c) 0,92
d) 0,80

5) *O coeficiente de dilatação linear (α) é uma constante característica do material. Na*

CURSO CIDADE - ESPCEX

tabela a seguir mostra-se o valor de αde duas substâncias.

Substância	Coeficiente de dilatação linear ($^oC^{-1}$)
Alumínio	$24 \, . \, 10^{-6}$
Aço	$12 \, . \, 10^{-6}$

Considere duas barras separadas, sendo uma de aço e outra de alumínio, ambas medindo 0,5 m a 0 ºC. Aquecendo as barras ao mesmo tempo, até que temperatura, em ºC, essas devem ser submetidas para que a diferença de comprimento entre elas seja exatamente de 6.10^{-3} cm?

a) 1

b) 10

c) 20

d) 50

6) *A maioria das substâncias tende a diminuir de volume (contração) com a diminuição da temperatura e tendem a aumentar de volume (dilatação) com o aumento da temperatura. Assim,* ***desconsiderando as exceções****, quando diminuímos a temperatura de uma substância, sua densidade tende a*
Obs.: Considere a pressão constante.

a) diminuir.

b) aumentar.

c) manter-se invariável.

d) aumentar ou a diminuir dependendo do intervalo de temperatura considerado.

7) *Uma barra de aço, na temperatura de 59 ºF, apresenta 10,0 m de comprimento. Quando a temperatura da barra atingir 212 ºF, o comprimento final desta será de .... m. Adote: Coeficiente de dilatação linear térmica do aço: $1{,}2.10^{-5}\,^oC^{-1}$.*

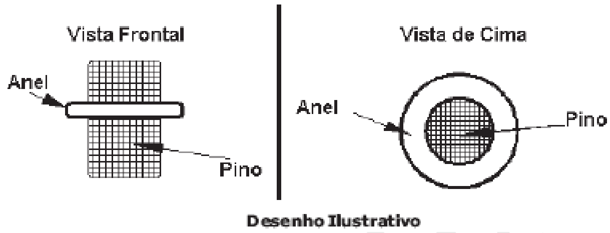
a) 10,0102

b) 10,102

c) 11,024

d) 11,112

8) *(ESPCEX) Quatro metais diferentes X, Y, Z e W possuem, respectivamente, os coeficientes de dilatação superficial β_x, β_y, β_z e β_w, os quais são constantes para a situação a ser considerada a seguir. As relações entre os coeficientes de dilatação são: $\beta_x > \beta_y$, $\beta_z > \beta_w$ e $\beta_y = \beta_z$. A figura abaixo mostra uma peça onde um anel envolve um pino de forma concêntrica, e o anel e o pino são feitos de metais diferentes.*



À temperatura ambiente, o pino está preso ao anel. Se as duas peças forem aquecidas uniforme e simultaneamente, é correto afirmar que o pino se soltará do anel se:

[A] *Y for o metal do anel e X for o metal do pino.*

[B] *Y for o metal do anel e Z for o metal do pino.*

[C] *W for o metal do anel e Z for o metal do pino.*

[D] *X for o metal do anel e W for o metal do pino.*

[E] *Z for o metal do anel e X for o metal do pino.*

9) *(ESPCEX) Um estudante de Física, desejando medir o coeficiente de dilatação volumétrico de uma substância líquida, preenche completamente um recipiente de 400 cm^3 de volume interno com a referida substância. O conjunto encontra-se inicialmente à temperatura de equilíbrio t_1 = 10º C e é aquecido até a temperatura de equilíbrio t_2 = 90º C. O coeficiente de dilatação volumétrica do recipiente é y = 4,0 · 10^{-5} $^oC^{-1}$. Sabendo que houve um transbordamento de 20 cm^3 do líquido, o coeficiente de dilatação da substância líquida é de:*

[A] $2{,}25 \cdot 10^{-4}\,^oC^{-1}$.

[B] $5{,}85 \cdot 10^{-4}\,^oC^{-1}$.

[C] $6{,}25 \cdot 10^{-4}\,^oC^{-1}$.

[D] $6{,}65 \cdot 10^{-4}\,^oC^{-1}$.

[E] $1{,}03 \cdot 10^{-3}\,^oC^{-1}$.

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 19 - PROPAGAÇÃO DE CALOR

Vimos que ao receber calor, um corpo direciona este calor para um aumento na agitação molecular (um aumento na temperatura), e/ou um aumento na distância média entre as suas moléculas, fazendo com que o corpo se dilate. O corpo pode ainda mudar de estado físico ao receber calor. Mas como podemos dar calor a um corpo?

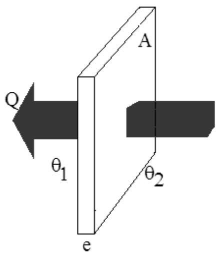
Um corpo pode ceder ou receber calor de outro corpo através de três formas diferentes: condução, convecção e irradiação. Vamos detalhar cada forma:

- ***Condução**: O calor se propaga pelo contato direto. Ocorre pela transmissão de energia realizado de molécula para molécula vizinha, se espalhando de forma gradual pela estrutura. É comum em sólidos. Ex: Uma faca exposta ao calor da chama do fogão.*

- ***Convecção**: O calor se propaga através do deslocamento de matéria. Ocorre em meios fluidos como líquidos e gases, onde devido à diferença de temperatura, a densidade do meio muda, fazendo com que partes mais leves tendam a ficar em posições mais elevadas em relação às mais frias (mais densas e portanto mais pesadas). Ex: O resfriamento de uma sala com um ar-condicionado.*

- ***Irradiação**: O calor se propaga por meio de ondas eletromagnéticas. Não necessita de um meio material, já que ondas eletromagnéticas podem viajar no vácuo. Ex: Uma faca sendo aquecida ao sol, um forno de microondas.*

*No caso da condução, um corpo pode conduzir calor através de sua estrutura obedecendo a uma relação que leva em conta suas dimensões e o material de que é feito. Desta forma, ao considerarmos uma chapa metálica isolada, a quantidade de calor que flui de uma das faces da chapa para a outra num certo tempo, é denominada **fluxo de calor**, e é dado por:*



$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} \quad \text{(cal/s)}$$

Este fluxo representa a rapidez com que um sólido conduz calor. Ele pode ser calculado pela expressão:

$$\Phi = \frac{K.A.(\theta_2 - \theta_1)}{e}$$

Onde:

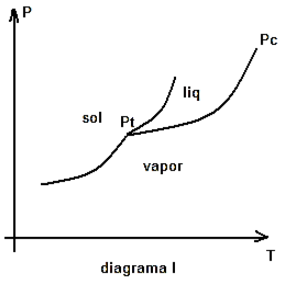
- *K é a constante de condutividade térmica do material;*
- *A é a área da superfície;*
- Φ *éa temperatura de cada face da chapa;*
- ***e** é a espessura da chapa.*

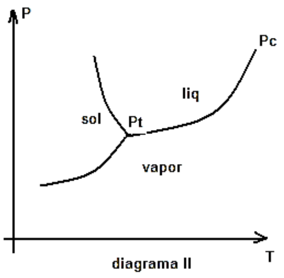
Diagrama de fases

Um diagrama de fases compreende todos os pontos de temperatura e pressão de uma

CURSO CIDADE ESPCEX

determinada substância, associando a cada par pressão-temperatura, um estado físico correspondente. Para a maioria das substâncias o diagrama de fases corresponde a um diagrama do tipo I. Para substâncias que se contraem na fusão (água), o diagrama correspondente é o II:

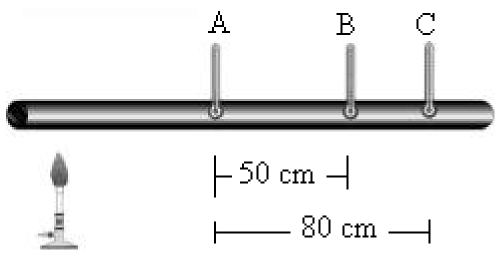




Aqui Pt e Pc são os pontos triplo e crítico respectivamente. O ponto triplo corresponde a um estado de pressão e temperatura em que a substância pode ser encontrada nos três estados físicos simultaneamente e o ponto crítico é o ponto a partir do qual, o vapor não pode ser liquefeito por simples compressão, se transformando num gás.

Vejamos dois exemplos:

***Exemplo 1** – A figura mostra uma barra metálica de secção reta constante sendo aquecida por uma chama de um fogareiro. Quando se estabelece o regime estacionário de condução do calor, os termômetros* A *e* C *registram 200 °C e 80 °C, respectivamente. Assim, a leitura no termômetro* B *será de*



a) 100 °C

b) 140 °C

c) 125 °C

d) 155 °C

Como o sistema encontra-se no regime estacionário, isto é, a quantidade de calor que entra no sistema é igual à quantidade que sai do sistema, ou ainda, o fluxo de calor ao longo da barra é constante. Desta forma, o fluxo de calor entre os pontos A e B deve ser igual ao fluxo entre os pontos B e C. Partindo desse raciocínio temos:

$$\emptyset_{AB} = \emptyset_{BC}$$

$$k_{AB}.A.\frac{\theta_B - \theta_A}{e_{AB}} = k_{BC}.A.\frac{\theta_C - \theta_B}{e_{BC}}$$

Como se trata da mesma barra, o k é o mesmo em qualquer ponto e também a área de secção reta é a mesma entre os pontos AB e BC. Assim:

$$\frac{\theta_B - \theta_A}{e_{AB}} = \frac{\theta_C - \theta_B}{e_{BC}}$$

$$\frac{\theta_B - 200}{50} = \frac{80 - \theta_B}{30}$$

$$30(\theta_B - 200) = 50(80 - \theta_B)$$

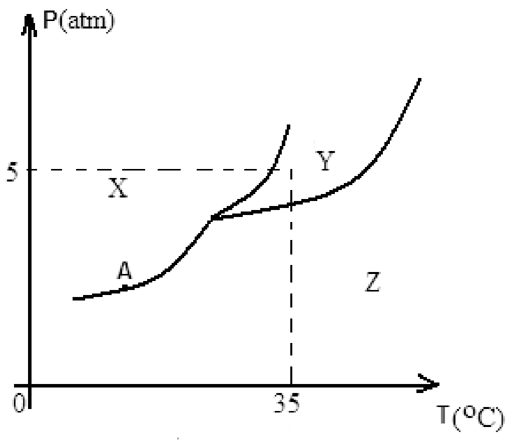
$$30\theta_B - 6000 = 4000 - 50\theta_B$$

$$80\theta_B = 10000$$

$$\theta_B = \frac{10000}{80} = 125°C$$

Assim, a alternativa correta é a letra “c” !

***Exemplo 2** – A figura representa o diagrama de fases de uma substância simples. Julgue os itens a seguir:*



a. *Na passagem do estado X para o estado Y ocorre a vaporização.*

b. *Na passagem do estado Y para o estado Z ocorre a fusão.*

c. *Sob pressão de 5 atm e temperatura de 35 ºC, a substância se encontra no estado líquido.*

d. *Se a substância for expandida isotermicamente a partir do estado X, ela poderá sofrer sublimação.*

e. *O ponto A está sobre a curva de sublimação.*

Vamos analisar cada uma das afirmações separadamente:

A afirmação (a) refere-se à passagem do estado X para o estado Y. Podemos notar que em X a substância encontra-se no estado sólido, e em Y no estado líquido. Portanto a passagem de X para Y refere-se a uma fusão. **(falso)**

A afirmação (b) refere-se à passagem de Y para Z. Note que em Z a substância encontra-se no estado de vapor. Desta forma, de Y para Z teríamos uma vaporização.**(falso)**

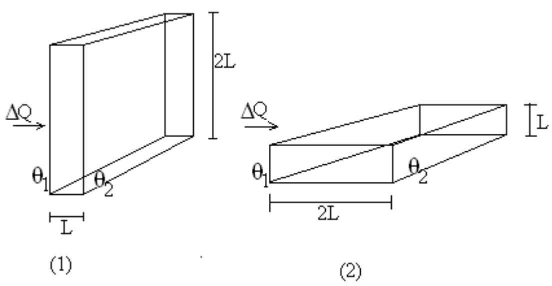
A afirmação (c) diz que a substância seria líquida sob pressão de 5 atm e temperatura de 35°C. Note que pelo gráfico, esse par pressão-temperatura se encontra na região Y, portanto a substância realmente está em sua forma líquida.**(verdadeiro)**

A afirmação (d) afirma que se expandirmos isotermicamente a substância a partir do estado X ela sofreria sublimação. Isotermicamente significa manter a temperatura constante, ou seja, seria uma expansão (aumento no volume) sem modificar a temperatura, o que faz com que a pressão diminua. Assim, tome um ponto dentro da região X e trace uma reta diminuindo a sua pressão. Note que em dado momento sua reta corta a curva do gráfico e passa para a região Z, ou seja muda de sólido para vapor diretamente. Isto é uma sublimação. **(verdadeiro)**

A afirmação (e) localiza o ponto A sobre a curva que divide os estados sólido e líquido da substância. Portanto ele se encontra sobre a curva de sublimação da substância. **(verdadeiro)**

EXERCÍCIOS

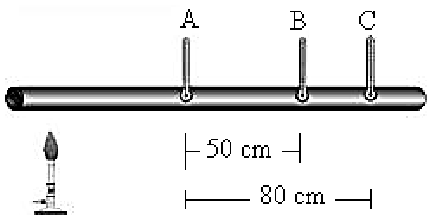
1) *(AFA) Suponha que uma determinada quantidade de calor ΔQ flua em regime estacionário através de uma barra de uma superfície mantida à temperatura θ_1 para a superfície oposta mantida À temperatura θ_2 nas situações 1 e 2 abaixo ilustradas. A mesma quantidade de calor ΔQ gasta tempos ΔT_1 e ΔT_2 para atravessar a barra nas situações 1 e 2 respectivamente. A razão $\Delta T_2 / \Delta T_1$ vale:*



a) ¼

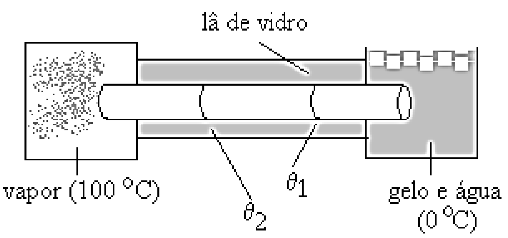
b) ½
c) 2
d) 4

2) *(AFA) A figura mostra uma barra metálica de secção reta constante sendo aquecida por uma chama de um fogareiro. Quando se estabelece o regime estacionário de condução do calor, os termômetros* A *e* C *registram 40°C e 16°C, respectivamente. Assim, a leitura no termômetro* B *será de*



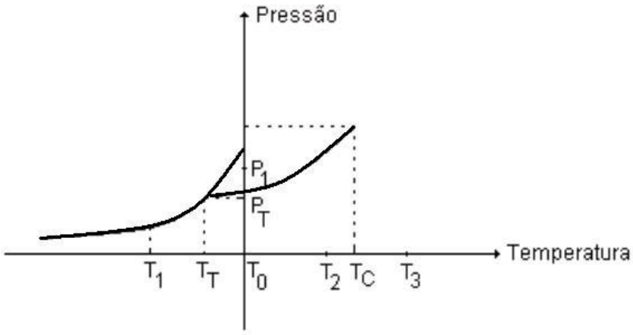
a) 100 °C
b) 25 °C
c) 20 °C
d) 155 °C

3) *(AFA) Três barras cilíndricas idênticas em comprimento e secção são ligadas formando uma única uma barra, cujas extremidades são mantidas a 0o C e 100o C. A partir da extremidade mais quente, as condutividades térmicas dos materiais das barras valem k, k/2 e k/5. Supondo-se que, em volta das barras, exista um isolamento de lã de vidro e desprezando quaisquer perdas de calor, a razão $\theta 2$ / $\theta 1$ entre as temperaturas nas junções onde uma barra é ligada à outra, conforme mostra a figura é*



a) 1,5
b) 1,4
c) 1,2
d) 1,6

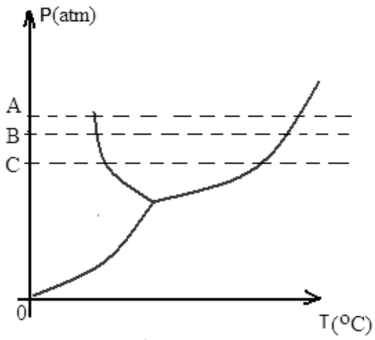
4) *(EFOMM) O gráfico abaixo representa o diagrama de fases de uma determinada substância.*



Da análise do gráfico, conclui-se que:

a) aumentando a pressão e mantendo a temperatura constante em T1, ocorrerá vaporização da substância
b) à temperatura T3 é possível liquefazer a substância.
c) sob pressão PT e temperatura T0 a substância apresentará pelo menos a fase líquida.
d) com a pressão mantida constante em P1 e variando a temperatura de T1 a T2, a substância sofrerá duas mudanças de estado.

5) *O gráfico ao lado representa o diagrama defases da água. A linha A corresponde a pressão na cidade de Paranaguá, no litoral paranaense. A linha B, na cidade de Londrina e a linha C no pico Paraná. Com base nesse gráfico, são feitas as seguintes afirmações:*



I. Utilizando-se sistemas de aquecimento idênticos, para aquecer massas iguais de água com as mesmas temperaturas iniciais, até o ponto de vapor, gasta-se mais energia na cidade de Londrina que no pico Paraná.

II. Nas três localidades, o gasto de energia para aquecer quantidades iguais de água, do ponto de gelo até o ponto de vapor, é o mesmo.

III. A temperatura do ponto de gelo em Paranaguá é maior que a temperatura do ponto de gelo em Londrina.

Assinale a alternativa correta:

a) *Apenas I é correta.*

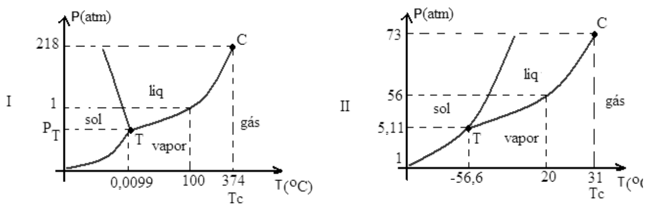
b) *Apenas II é correta.*

c) *Apenas I e III são corretas.*

d) *Todas são corretas.*

e) *Apenas II e III são corretas.*

6) *Na figura abaixo estão representados os diagramas de estado de duas substâncias puras.*



Com base nesses diagramas, a alternativa que apresenta a afirmativa correta é:

a) *No diagrama I, se a pressão aumenta, a temperatura de fusão também aumenta.*

b) *A substância do diagrama II pode ser encontrada na forma liquida acima de 31º C.*

c) *A substância do diagrama I não pode ser encontrada no estado de vapor acima de 374º C.*

d) *A substância do diagrama II não pode ser encontrada no estado sólido acima de 20ºC.*

e) *Para a substância do diagrama II, aumento de pressão provoca diminuição da temperatura de fusão.*

7) *(EFOMM) Após a tsunami atingir a cidade japonesa de Fukushima, o sistema elétrico que mantinha o resfriamento dos reatores dessa cidade parou de funcionar. Esses reatores são conhecidos como de segunda geração. Já os reatores de terceira geração, mais modernos, para manter a temperatura do núcleo constante utilizam o movimento, devido à convecção, de um fluido de refrigeração próximo ao núcleo do reator (a uma temperatura TR) até um reservatório em que este fluido está a uma temperatura TA. Entre as alternativas, assinale aquela que indica uma situação em que* ***não ocorre*** *o processo de convecção.*

a) TR > TA

b) TR = TA

c) Usar água do mar como fluido, para TR > TA.

d) Usar ar atmosférico como fluido, para TR >TA.

8) *(EFOMM) As trocas de energia térmica envolvem processos de transferências de calor. Das alternativas a seguir, assinale a única que* ***não*** *se trata de um processo de transferência de calor.*

a) ebulição.

b) radiação.

c) condução.

d) convecção.

9) *(EFOMM) O processo de vaporização é a passagem de uma substância da fase líquida para a fase gasosa, e, de acordo com a maneira que ocorre, existem três tipos de vaporização:*

a) Evaporação, ebulição e calefação.

b) Sublimação, ebulição e evaporação.

c) Condensação, sublimação e ebulição.

d) Convecção, sublimação e evaporação.

10) *(EEAER) Os satélites artificiais, em geral, utilizam a energia solar para recarregar suas baterias. Porém, a energia solar também produz aquecimento no satélite. Assinale a alternativa que completa corretamente a frase: “Considerando um satélite em órbita, acima da atmosfera, o Sol aquece este* satélite por meio do processo de transmissão de calor chamado de ______________.”

a) condução

b) irradiação

c) convecção

d) evaporação

11) (EEAER) Um elemento dissipador de calor tem a função de manter a temperatura de um componente, com o qual esteja em contato, constante. Considerando apenas a temperatura do componente (TC), do dissipador (TD) e do meio (TM), assinale a alternativa correta quanto aos valores de temperatura TC, TD e TM ideais para que o fluxo de calor sempre ocorra do componente, passando pelo dissipador até o meio.

OBS: Considere que o calor específico não muda com a temperatura e que o componente esteja envolto totalmente pelo dissipador e este totalmente pelo meio.

a) TD < TM < TC

b) TC < TD < TM

c) TC < TM < TD

d) TM < TD < TC

12) (EEAER) Das alternativas a seguir, aquela que explica corretamente as brisas marítimas é:

a) o calor específico da água é maior que o da terra.

b) o ar é mais rarefeito nas regiões litorâneas facilitando a convecção.

c) o movimento da Terra produz uma força que move o ar nas regiões litorâneas.

d) há grande diferença entre os valores da aceleração da gravidade no solo e na superfície do mar.

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 20 - ESTUDO DOS GASES

No estado gasoso, um corpo tem as suas moléculas constituintes livres, isto é, sem nenhuma ligação com as demais. Um gás não tem volume próprio, ele ocupa o volume do recipiente que o contém. Para o estudo dos gases, vamos introduzir o conceito de ***gás ideal****, que é um gás hipotético cujas moléculas se encontram em movimento contínuo e desordenado regido pelos princípios da mecânica newtoniana. Não existem forças de coesão entre as moléculas e não há perda de energia durante as colisões entre as moléculas.*

Definimos a situação de momento de um gás, como sendo o estado do gás, definido por três variáveis de estado: pressão, volume e temperatura.

A pressão de um gás está relacionada com as colisões entre as moléculas do gás e entre as moléculas e o recipiente.

A temperatura do gás é sempre medida em termos absolutos, isto é, na escala Kelvin, e está diretamente relacionada com a velocidade das partículas constituintes do gás. As variáveis de estado se relacionam entre si pela famosa equação de Clayperon:

$$P.V = n.R.T$$

Aqui R é a constante universal dos gases. R= 8,31 J/mol.K ou também R= 0,082 atm.l/mol.K.

Quando um gás sofre uma transformação em seu estado, ou seja, muda uma de suas variáveis de estado, pelo menos mais uma variável muda. Isto é o que chamamos de transformação gasosa. Para essas transformações, a relação existente entre o antigo estado e o novo estado, pode ser dada pela equação geral dos gases, desde que não entre e nem saia gás do sistema.

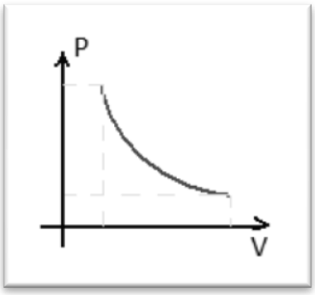
$$\frac{P_1.V_1}{T_1} = \frac{P_2.V_2}{T_2}$$

Algumas transformações de estado recebem nomes especiais. São aquelas em que uma das variáveis de estado permanecem constante:

- ***Isotérmica****: A temperatura permanece constante. Como T é constante, podemos eliminá-lo na equação geral dos gases, ficando com a chamada Lei de Boyle, onde P e V são inversamente proporcionais.*

$$P_1.V_1 = P_2.V_2$$

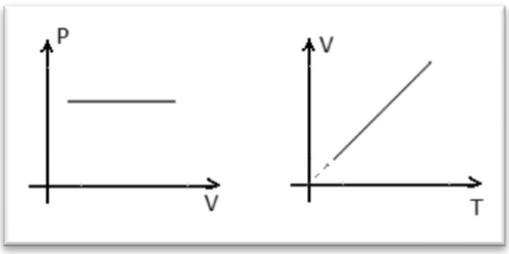
Numa transformação isotérmica, temos graficamente uma hipérbole equilátera denominada isoterma, no qual todos os pontos sobre a curva possuem a mesma temperatura.



- ***Isobárica****: A pressão permanece constante. Eliminando P na equação geral dos gases, obtemos a equação:*

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

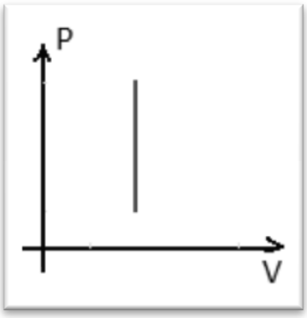
Note que V e T são diretamente proporcionais. Graficamente temos:



CURSO CIDADE - EsPCEx

- ***Isocórica, isométrica ou isovolumétrica**: O volume permanece constante, dessa forma pressão e temperatura são diretamente proporcionais.*

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$



Teoria Cinética dos Gases

Um gás ideal confinado em uma caixa, tem suas moléculas num movimento desordenado que segue as leis da mecânica newtoniana, como vimos acima. Podemos determinar algumas variáveis cinéticas do gás, como: pressão, Energia cinética média, velocidade média, etc...

Para a pressão média de um gás confinado em uma caixa de volume V, temos:

$$p = m.\frac{\bar{v}^2}{3V}$$

Onde $\bar{v}$ é a velocidade média das moléculas constituintes do gás.

A energia cinética média do gás, pode ser dada pela equação:

$$\bar{E}_c = \frac{3}{2}n.R.T$$

A velocidade média das partículas do gás pode ser calculada pela equação:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Onde podemos notar que a velocidade média das partículas do gás depende da temperatura do gás. Aqui M é a massa molar do gás em questão. Podemos calcular a energia cinética média por molécula do gás, pela expressão:

$$\bar{e}_c = \frac{3}{2}k.T$$

*Onde podemos notar que a energia cinética média por molécula do gás, depende apenas da temperatura do gás. Aqui **k** é a chamada constante de Boltzmann.*

Vejamos alguns exemplos:

***Exemplo 1** - Um recipiente contém gás perfeito sob pressão de 2.10^5 N/m^2 e temperatura de 27º C. O recipiente é aquecido até que a sua pressão passe a ser de 6.10^5 N/m^2. Desprezando a dilatação do recipiente, calcule a temperatura que o gás atingiu em °C.*

Como nenhuma quantidade de gás entra ou sai do sistema durante a transformação, podemos usar a lei geral dos gases, tomando o cuidado para não usar as temperaturas diretamente em graus Celsius, já que estamos tratando com gases, devendo portanto, utilizar somente temperaturas absolutas (em Kelvin). Como podemos desprezar a dilatação do recipiente, o volume de gás não se altera, assim a transformação é isocórica. Desta forma podemos fazer:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{2.10^5}{300} = \frac{6.10^5}{T_2}$$

$$2.T_2 = 6 \times 300$$

$$T_2 = 900\ K$$

Ou ainda

$$T_2 = 627\ °C$$

CURSO CIDADE - EsPCEx

Exemplo 2 *- Um recipiente continha inicialmente 10 kg de gás sob pressão de 10 . 10^6 N/m^2. Uma quantidade m de gás saiu do recipiente sem que a temperatura variasse. Determine m, sabendo que a pressão caiu para 2,5 . 10^6 N/m^2.*

Como uma quantidade m de gás saiu do recipiente, não podemos usar a Lei Geral dos Gases na sua forma mais comum. Desta forma, devemos construir uma nova relação entre os estados inicial e final do gás, levando-se em conta o número de mols do gás antes e depois da transformação. A equação de Clayperon pode ser usada tanto antes e depois da transformação, o que dá:

$$P_1.V_1 = n_1.R.T_1$$

e

$$P_2.V_2 = n_2.R.T_2$$

Isolando R nas equações, podemos fazer:

$$\frac{P_1.V_1}{n_1.T_1} = \frac{P_2.V_2}{n_2.T_2}$$

Como a temperatura é constante, o volume também não varia (não há dilatação), podemos fazer:

$$\frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2}$$

O número de mols n, é o quociente entre a massa m do gás e a sua massa molar M. Assim temos:

$$\frac{P_1}{\frac{m_1}{M_1}} = \frac{P_2}{\frac{m_2}{M_2}}$$

Como temos o mesmo gás, a massa molar é constante, e portanto:

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_2}$$

Ou ainda, considerando a massa final como sendo a inicial menos o que vazou, temos:

$$\frac{P_1}{m_1} = \frac{P_2}{m_1 - m}$$

$$\frac{10.10^6}{10} = \frac{2,5.10^6}{10 - m}$$

$$100 - 10m = 25$$

$$10m = 75$$

$$m = 7,5\ kg$$

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Um pequeno recipiente de gás, tem 5 litros de volume e, à temperatura de 27º C, apresenta pressão interna de 12 atm. Resfriando-se o recipiente até a temperatura de -23º C e desprezando-se a variação externa de seu volume, qual será a pressão final, em atm, do gás? Considere o gás ideal.*
a) 3,2
b) 6,4
c) 10,0
d) 12,0

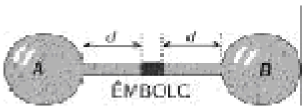
2) *(EEAER) Considere as afirmações abaixo com relação às transformações físicas de um gás. "A energia cinética média das moléculas do gás se mantém constante". "A pressão do gás é diretamente proporcional à sua temperatura". Estas afirmações se referem, respectivamente às transformações:*
a) isobárica e adiabática
b) isotérmica e isotrópica
c) isobárica e isovolumétrica
d) isotérmica e isovolumétrica.

3) *(EFOMM) Um sistema é formado por dois reservatórios, A e B, de mesmo volume, ligados por um tubo longo, com área de secção transversal constante e igual a S, conforme indica o esquema abaixo: Enche-se os reservatórios com dois tipos de gases ideais, à mesma temperatura absoluta T0 e mesmo volume V0, que ficam separados por um êmbolo que pode deslizar sem atrito. O êmbolo permanece no interior do tubo*

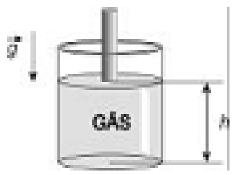
CURSO CIDADE EsPCEX

durante uma transformação em que a temperatura do gás do reservatório A é duplicada, enquanto o gás do reservatório B é mantido sob temperatura constante T0. Assim, o deslocamento do êmbolo foi de:

a) $2V_0/S$
b) $3SV_0$
c) $V_0/3S$
d) $4V_0/3S$



4) (AFA) A figura mostra um cilindro que contém um gás ideal, com um êmbolo livre para se mover sem atrito. À temperatura de 27 °C, a altura h na qual o êmbolo se encontra em equilíbrio vale 20 cm. Aquecendo-se o cilindro à temperatura de 39 °C e mantendo-se inalteradas as demais características da mistura, a nova altura h será, em cm,
a) 10,8
b) 20,4
c) 10,4
d) 20,8



5) O comportamento de um gás real aproxima-se de um gás ideal quando submetido a:
a. Baixas temperaturas e baixas pressões.
b. Altas temperaturas e altas pressões.
c. Baixas temperaturas independentemente da pressão.
d. Altas temperaturas e baixas pressões.

6) Considerando uma amostra de hidrogênio e outra de oxigênio à uma mesma temperatura, considere as seguintes afirmações:

I - Se duplicarmos a temperatura absoluta das amostras, os valores das energias cinéticas médias das moléculas não se alteram.

II - A energia cinética das moléculas de hidrogênio é menor que a energia cinética das moléculas de oxigênio.

III - A velocidade média das moléculas de oxigênio é maior que a velocidade média das moléculas de hidrogênio.

IV- A energia cinética das moléculas de hidrogênio não se anula no zero absoluto.

Em relação às afirmações acima, podemos dizer que são falsas:
a) I ,III e IV
b) I, II e III
c) II , III e IV
d) Todas

7) (EEAER) Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna do texto a seguir. Um recipiente cilíndrico de raio igual a 1 m, tampado com um êmbolo, possui uma amostra de gás ideal a uma pressão de 10^5Pa e ocupando um volume de 10 litros. Essa amostra de gás passa a ocupar 5 litros após uma transformação isotérmica na qual o êmbolo a comprime. O valor do módulo da força aplicada sobre o êmbolo, **enquanto a amostra ocupa 5 litros,** é de ____ 10^5 newtons.
a) 2
b) 2π
c) $\pi/2$
d) 1/2

8) (EFOMM) Uma certa massa de um gás ideal ocupa um volume de 3 L, quando está sob uma pressão de 2 atm e à temperatura de 27 ºC. A que temperatura, em ºC, esse gás deverá ser submetido para que o mesmo passe a ocupar um volume de 3,5 L e fique sujeito a uma pressão de 3 atm?
a) 47,25
b) 100,00
c) 252,00
d) 525,00

9) Considere a mesma amostra de gás ideal recebendo a mesma quantidade de calor, no mesmo intervalo de tempo, em duas situações diferentes. A primeira situação mantendo a amostra a pressão constante e a

CURSO CIDADE EsPCEX

segunda a volume constante. É correto afirmar que

a) a temperatura aumenta mais rapidamente, quando a amostra é mantida a volume constante.

b) a temperatura aumenta mais rapidamente, quando a amostra é submetida a pressão constante.

c) as duas situações resultam em variações iguais de temperatura.

d) nas duas situações, quando a amostra recebe essa quantidade de calor não ocorre qualquer variação de temperatura.

10) (EFOMM) Um gás ideal, sob uma pressão de 6,0 atm, ocupa um volume de 9,0 litros a 27,0 ºC. Sabendo que ocorreu uma transformação isobárica, determine, respectivamente, os valores do volume, em litros, e da pressão, em atm, desse gás quando a temperatura atinge 360,0 K.

a) 6,0 e 6,0

b) 6,0 e 7,5

c) 10,8 e 6,0

d) 10,8 e 7,5

11) (AFA) 20 litros de um gás perfeito estão confinados no interior de um recipiente hermeticamente fechado, cuja temperatura e a pressão valem, respectivamente, 27° C e 60 Pa. Considerando R, constante geral dos gases, igual a 8,3 J/mol.K, determine, aproximadamente, o número de mols do referido gás.

a) $1,5x10^{-4}$

b) $4,8x10^{-4}$

c) $6,2x10^{-4}$

d) $8,1x10^{-4}$

12) (ESPCEX) Em um experimento de aquecimento de gases, observa-se que um determinado recipiente totalmente fechado resiste a uma pressão interna máxima de $2,4.10^4 N/m^2$. No seu interior, há um gás perfeito com temperatura de 230 K e pressão de $1,5.10^4 N/m^2$. Desprezando a dilatação térmica do recipiente, podemos afirmar que a máxima temperatura que o gás pode atingir, sem romper o recipiente, é de:

[A] 243 K.

[B] 288 K.

[C] 296 K.

[D] 340 K.

[E] 368 K.

13) (ESPCEX) Para um gás ideal ou perfeito temos que:

[A] as suas moléculas não exercem força uma sobre as outras, exceto quando colidem.

[B] as suas moléculas têm dimensões consideráveis em comparação com os espaços vazios entre elas.

[C] mantido o seu volume constante, a sua pressão e a sua temperatura absoluta são inversamente proporcionais.

[D] a sua pressão e o seu volume, quando mantida a temperatura constante, são diretamente proporcionais.

[E] sob pressão constante, o seu volume e a sua temperatura absoluta são inversamente proporcionais.

14) (ESPCEX) Em um laboratório, um estudante realiza alguns experimentos com um gás perfeito. Inicialmente o gás está a uma temperatura de 27 °C; em seguida, ele sofre uma expansão isobárica que torna o seu volume cinco vezes maior. Imediatamente após, o gás sofre uma transformação isocórica e sua pressão cai a um sexto do seu valor inicial. O valor final da temperatura do gás passa a ser de

[A] 327 °C

[B] 250 °C

[C] 27 °C

[D] – 23 °C

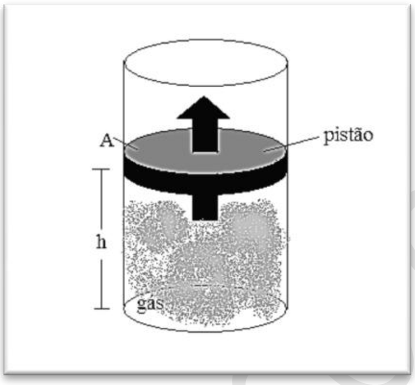
[E] – 72 °C

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 21 - TERMODINÂMICA

TRABALHO DE UM GÁS

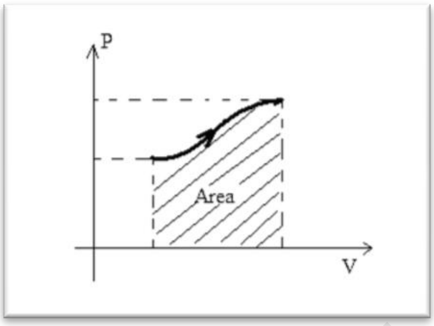
Um gás ideal quando aquecido, recebe calor de uma fonte externa, e desta forma está recebendo energia. Para onde vai esta energia? Essa energia fica armazenada no gás sob a forma de energia cinética das moléculas e também em alguns casos pode ser usada para aumentar o volume do gás. Para que o volume seja alterado, é necessário que o recipiente seja maleável como um pistão por exemplo. Considere um pistão contendo um gás ideal. Ao ser aquecido, as moléculas aumentam o número de colisões entre si e entre as paredes do recipiente (pressão aumenta), fazendo com que surja uma força sobre as paredes. Como o êmbolo do pistão é móvel, ele se desloca aumentando o volume do recipiente e consequentemente o do gás.



Ao elevar o pistão, o gás realizou trabalho que pode ser calculado por:

$$\tau = p.\Delta V$$

Note que para calcularmos o trabalho pela expressão acima, a pressão do gás deve ter um valor constante. Caso não seja constante, o trabalho pode ser calculado graficamente pela área sob a curvaPxV:



Numa compressão, o trabalho é negativo (sobre o gás), numa expansão o trabalho é positivo (pelo gás).

Primeira Lei da Termodinâmica

Em um sistema isolado, a energia total do sistema permanece constante. Desta forma, a energia térmica que é absorvida pelo gás, deve ser transformada na mesma quantidade. Esse balanço energético, é dado pela primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau$$

Onde ΔU é a variação da energia interna do gás, que por sua vez, é função exclusiva de sua temperatura e independe da natureza do gás:

$$U = \frac{3}{2} n.R.T$$

Q é a quantidade de calor recebida e τ é o trabalho realizado. Uma transformação gasosa corresponde a uma mudança no estado de um gás. Em qualquer transformação a 1ª lei da termodinâmica é satisfeita. Temos alguns casos especiais:

a) *Transformação isotérmica: T = constante eportanto $\Delta U = 0$. Assim, $Q = \tau$.*

b) *Transformação isocórica: V = const., $\tau = 0$, e portanto $\Delta U = Q = m.c_V \Delta T$.*

CURSO CIDADE - EsPCEx

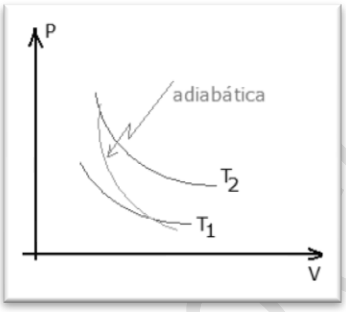
c) Transformação isobárica: p = const. Assim, $\Delta U = Q - \tau$, onde $Q = m.c_p \Delta T$.

Relação de Mayer: C_p-C_V =R, onde C_V=M.c_V.

Existem dois tipos de transformação ainda não discutidos. A primeira é a chamada transformação adiabática, onde um gás ao ser comprimido ou expandido rapidamente, não troca calor com o ambiente. Ex: Uma bola de futebol ao ser cheia por uma bomba. Assim, na transformação adiabática:

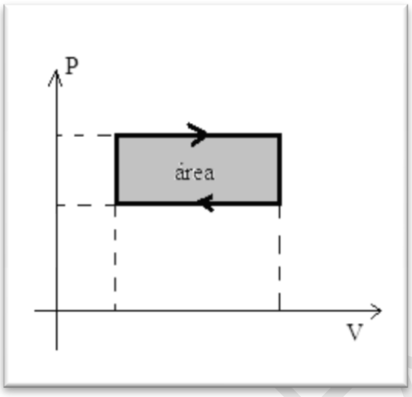
Q=0, e portanto $\Delta U = -\tau$.

O gráfico de uma transformação adiabática também é uma hipérbole, como no caso isotérmico, porém a hipérbole não é equilátera. Na verdade ela liga duas isotermas à diferentes temperaturas.



A outra transformação é a chamada transformação cíclica. Onde após algumas transformações intermediárias, um gás retorna ao seu estado inicial. Desta forma para uma transformação cíclica:

$\Delta U = 0$, e portanto $Q = \tau$.



Numa transformação cíclica, o módulo do trabalho realizado é igual a área interna do gráfico fechado p xV. Se $\tau > 0$ dizemos que o calor é convertido em trabalho. Caso $\tau < 0$, dizemos que o trabalho é convertido em calor.

2ª Lei da Termodinâmica

Na natureza existem transformações que são reversíveis e aquelas que são irreversíveis. Uma transformação é reversível se as condições iniciais do sistema puderem ser recuperadas após a transformação. Um exemplo seria uma garrafa plástica contendo gás, e que ao ser comprimida muda suas variáveis de estado, mas que ao tirarmos a mão retorna às suas condições iniciais, sem a necessidade de nenhum trabalho extra.

Numa transformação irreversível, as condições iniciais do sistema não podem mais ser naturalmente atingidas. Um exemplo seria um ovo, que ao ser abandonado se quebra, sem que nenhuma outra transformação o faça voltar ao seu estado inicial.

Na física as transformações reversíveis podem ser muito úteis na construção de máquinas que facilitem a realização de determinada atividade. As transformações irreversíveis sempre perdem energia durante sua realização, sendo impossível a sua recuperação integral. Essa energia perdida na forma de calor, som, etc., e que não pode mais ser aproveitada, é denominada **entropia**, e está relacionada com a desordem do sistema.

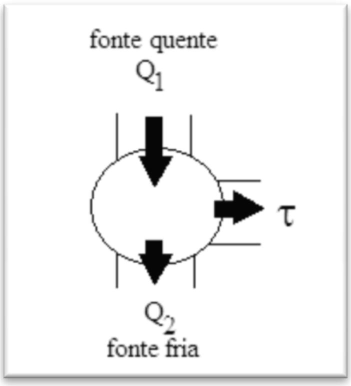
CURSO CIDADE - ESPCEX

"A entropia de um sistema sempre aumenta com o tempo".

Máquinas térmicas

Uma máquina térmica utiliza transformações cíclicas para transformar calor em trabalho mecânico. Um exemplo de máquina térmica são os motores a vapor e os motores a combustão interna, como o dos carros atuais.

A representação de uma máquina térmica é a seguinte:



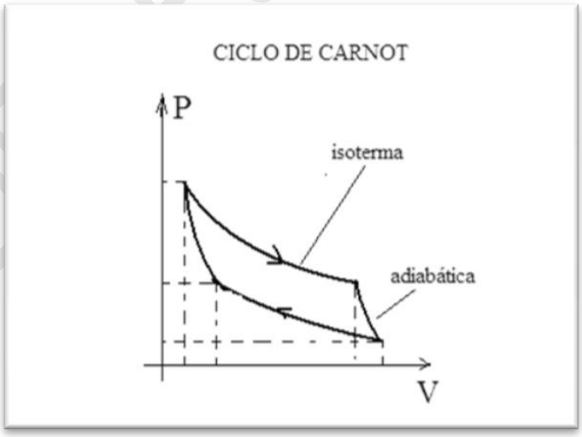
O calor entra a partir da fonte quente Q_1 que se encontra a uma temperatura T_1. A máquina a maior quantidade possível desse calor e transforma em trabalho. A energia não aproveitada é eliminada através da fonte fria Q_2 que se encontra a uma temperatura T_2. Dessa forma uma máquina eficiente seria aquela que conseguisse transformar a maior parte do calor da fonte quente em trabalho. Assim, o rendimento de uma máquina térmica pode ser medido por:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_1} \qquad \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Já uma máquina frigorífica funciona de forma semelhante, porém como queremos fazer com que ela retire calor de uma fonte fria e mande para a fonte quente, é necessária a aplicação de um trabalho externo, já que essa transformação não ocorre naturalmente. A eficiência de uma máquina frigorífica que transforma trabalho em calor é dada por:

$$e = \frac{Q_1}{\tau}$$

Por volta do século XIX, um cientista chamado Sadi Carnot (1796-1832), estudando as máquinas térmicas, conseguiu mostrar que uma máquina ideal, que tivesse o maior rendimento possível durante suas etapas, realizaria todo o processo através de quatro transformações gasosas: duas adiabáticas (uma expansão e uma compressão) e duas isotérmicas (uma expansão e uma compressão). Nesse ciclo, denominado ciclo de Carnot, a máquina térmica teria o maior rendimento possível e o calor trocado seria diretamente proporcional às temperaturas da fonte quente e fria, da forma:



$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Dessa forma, o rendimento de uma máquina de Carnot pode ser calculado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Importante lembrarmos que as temperaturas devem ser expressas em Kelvin, já que estamos tratando com gases. Mesmo uma máquina de Carnot, não teria rendimento de 100%. Essa é uma forma de definirmos a 2ª Lei da Termodinâmica:

"É impossível construir uma máquina térmica que operando em ciclos, tenha um rendimento de 100%".

Vejamos alguns exemplos de aplicação.

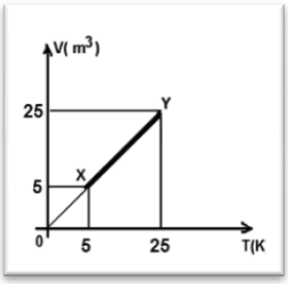
Exemplo 1- *Uma amostra de gás perfeito passa do estado X para o estado Y, sob pressão constante de 20 N/m², absorvendo 1200 J de calor. O volume V e a temperatura T dessa amostra estão representados no gráfico ao lado. Durante a transformação, o aumento de energia interna da amostra, em joules, é igual a:*

a) 1000

b) 2000

c) 800

d) 500



Como vimos anteriormente, o aumento ou diminuição da energia interna pode ser calculada pela primeira lei da Termodinâmica.

$$\Delta U = Q - \tau$$

Neste caso, temos a quantidade de calor absorvida, mas devemos tomar cuidado com o gráfico. Note que não se trata de um gráfico P x V e sim V x T, dessa forma a área sob a curva não dá o trabalho. Como a expansão se dá com pressão constante, o trabalho pode ser calculado diretamente pela expressão:

$$\tau = p.\Delta V$$

$$\tau = 20.(25 - 5)$$

$$\tau = 20.(20) = 400\,Joules$$

Desta forma podemos retornar à primeira Lei da Termodinâmica e encontrar a variação da energia interna:

$$\Delta U = Q - \tau$$

$$\Delta U = 1200 - 400$$

$$\Delta U = 800\,Joules$$

Exemplo 2- *Uma máquina térmica funcionando segundo o ciclo de Carnot entre as temperaturas T_1=600K e T_2= 150K, recebe da fonte quente 1000 J de calor. O calor rejeitado em joules, para a fonte fria é aproximadamente:*

a) 420

b) 250

c) 600

d) 750

Aqui podemos ver que estamos dentro de um caso ideal, ou seja, a máquina térmica é uma máquina de Carnot. Desta forma, podemos usar a expressão para o rendimento de uma máquina ideal:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{150}{600}$$

$$\eta = \frac{600 - 150}{600}$$

$$\eta = \frac{450}{600} = 0,75 = 75\%$$

De posse do rendimento, podemos encontrar a quantidade de calor rejeitada para a fonte fria através da expressão do rendimento de uma máquina qualquer:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

CURSO CIDADE - EsPCEX

$$0{,}75 = 1 - \frac{Q_2}{1000}$$

$$\frac{Q_2}{1000} = 1 - 0{,}75$$

$$\frac{Q_2}{1000} = 0{,}25$$

$$Q_2 = 250\,Joules$$

Esse resultado poderia ter sido encontrado de forma mais direta, apenas considerando que o rendimento da máquina era de 75%, dessa forma 25% da energia disponível não era aproveitado, ou seja, a parte rejeitada era 25% da energia total, ou 25% de 1000J. Resposta letra “b”.

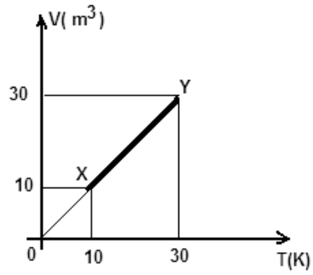
EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Nas transformações isotérmicas dos gases perfeitos, é incorreto afirmar que:*

a) Não há variação de temperatura.
b) A variação de energia interna do gás é nula.
c) Não ocorre trocas de calor entre o gás e o ambiente.
d) O calor trocado pelo gás com o exterior é igual ao trabalho realizado no mesmo processo.

2) *(AFA) Uma amostra de gás perfeito passa do estado X para o estado Y, sob pressão constante de 50 N/m^2, absorvendo 1500 J de calor. O volume V e a temperatura T dessa amostra estão representados no gráfico ao lado. Durante a transformação, o aumento de energia interna da amostra, em joules, é igual a:*

a) 10
b) 50
c) 200
d) 500



3) *Em uma transformação adiabática, o trabalho realizado por um sistema gasoso é:*

a) proporcional ao calor absorvido pelo sistema
b) proporcional ao calor cedido pelo sistema
c) sempre igual à energia interna final do sistema
d) sempre nulo, porque a energia interna é constante
e) igual, em valor absoluto, à variação de energia interna

4) *(AFA) Das afirmações abaixo:*

I- A energia interna de um gás ideal depende só da pressão.
II- Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, o calor trocado é o mesmo qualquer que seja o processo.
III- Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, a variação da energia interna é a mesma qualquer que seja o processo.
IV- Um gás submetido a um processo quase-estático não realiza trabalho.
V- O calor específico de uma substância não depende do processo como ela é aquecida.
VI- Quando um gás ideal recebe calor e não há variação de volume, a variação da energia interna é igual ao calor recebido.
VII- Numa expansão isotérmica de um gás ideal o trabalho realizado é

CURSO CIDADE - ESPCEX

sempre menor do que o calor absorvido.

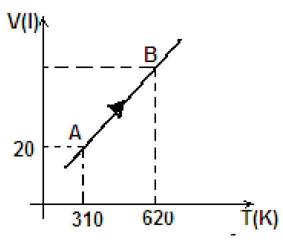
As duas corretas são:

a) II e III
b) III e IV
c) III e V
d) I e VII
e) III e VI

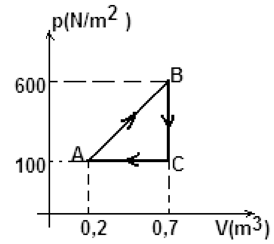
5) *(ESPCEX) O rendimento de certa máquina térmica de Carnot é de 25% e a fonte fria é a própria atmosfera a 27º C. A temperatura da fonte quente é:*
a) 5,4º C
b) 52º C
c) 104º C
d) 127º C
e) 227º C

6) *(ESPCEX) De acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, a entropia do Universo:*
a) não pode ser criada nem destruída.
b) acabará transformada em energia.
c) tende a aumentar com o tempo.
d) tende a diminuir com o tempo.
e) permanece sempre constante.

7) *(AFA) O volume de um mol de gás ideal varia linearmente em função da temperatura, conforme o gráfico abaixo. O trabalho realizado pelo gás ao passar do estado A para o estado B, em joules é: (Dado: R= 8,3 J/mol.K = 0,082 atm.l /mol.K*
a) 25
b) 51
c) 2573
d) 5146



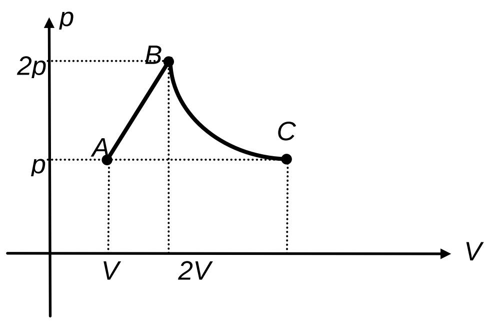
8) *(AFA) Um gás sofre a transformação cíclica ABCA indicada no gráfico abaixo, a quantidade de calor em Joules, trocada no ciclo é:*
a) 125
b) 175
c) 300
d) 600



9) *(EFOMM) Uma máquina térmica funcionando segundo o ciclo de Carnot entre as temperaturas T_1=700K e T_2= 300K, recebe da fonte quente 1250 J de calor. O calor rejeitado em joules, para a fonte fria é aproximadamente:*
a) 423
b) 536
c) 641
d) 712

10) *(AFA) Um motor térmico que funciona segundo o Ciclo de Carnot, absorve 400 cal de uma fonte quente a 267 °C e devolve 220 cal para uma fonte fria. A temperatura da fonte fria, em °C, é*
a) *12.*
b) *24.*
c) *147.*
d) *297.*

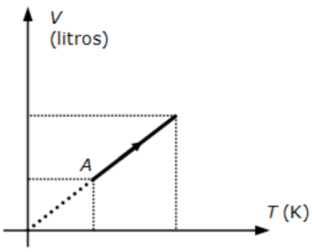
11) *(AFA) Um gás ideal monoatômico sofre as transformações AB e BC representadas no gráfico p x V abaixo.*



Analisando o gráfico pode-se afirmar que, na transformação

a) AB, o gás recebe calor do meio externo.
b) BC, a energia interna do gás aumenta.
c) AB, o gás perde calor para o meio externo.
d) BC, a energia interna do gás diminui.

12) (AFA) Um gás ideal evolui de um estado A para um estado B, de acordo com o gráfico a seguir:



São feitas três afirmações a respeito desse gás ao evoluir de A para B.

I - A sua pressão aumentou.
II - Ele realizou trabalho.
III - Ele recebeu calor.

É(são) verdadeiro(s) apenas o(s) item(ns)

a) II.
b) II e III.
c) I e III.
d) I.

13) (AFA) Com recursos naturais cada vez mais escassos, urge-se pensar em novas fontes alternativas de energia. Uma das ideias sugeridas consiste em se aproveitar a energia térmica dos oceanos, cuja água pode apresentar em uma superfície uma temperatura de 20 °C e no fundo temperatura em torno de 5,0 °C. Um motor térmico operando neste intervalo de temperatura poderia ter um rendimento de

a) 7,5%
b) 3,0%
c) 9,0%
d) 27%

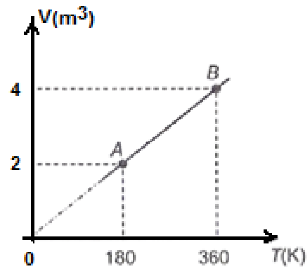
14) (EFOMM) N mols de um gás ideal possui volume v e pressão p. quando sofre as seguintes transformações sucessivas:

I - expansão isobárica até atingir o volume 2v;
II - aquecimento isométrico até a pressão tornar-se igual a 3p;
III - compressão isobárica até retornar ao volume v; e
IV - resfriamento isométrico até retornar ao estado inicial.

Assim, o trabalho trocado pelo gás, ao percorrer o ciclo descrito pelas transformações acima, vale:

a) zero
b) - 2pv
c) 3pv
d) – Npv.

15) (AFA) A variação volumétrica de um gás, em função da temperatura, à pressão constante de 26 N/ m^2está indicada no gráfico.



Se, durante a transformação de A para B, o gás receber uma quantidade de calor igual a 20 joules, a variação da energia interna do gás será em módulo igual, em joules, a:

a) 32
b) 24
c) 12
d) 8

16) (EEAER) Uma certa amostra de gás monoatômico ideal, sob pressão de 5 x 10^5Pa, ocupa um volume de 0,002 m^3. Se o gás realizar um trabalho de 6000 joules, ao

CURSO CIDADE - EsPCEX

sofrer uma transformação isobárica, então irá ocupar o volume de ___ m^3.

a) 0,014

b) 0,012

c) 0,008

d) 0,006

17) *A expressão $\Delta U = Q - \tau$; onde ΔU é a variação da energia interna de um gás, Q o calor trocado pelo gás e τ o trabalho realizado pelo ou sobre o gás, refere-se à*

a) Lei zero da Termodinâmica

b) Lei geral dos gases perfeitos.

c) Segunda Lei da Termodinâmica.

d) Primeira Lei da Termodinâmica.

18) *(ESPCEX) Um motor térmico funciona segundo o ciclo de Carnot. A temperatura da fonte quente vale 323º C e a da fonte fria vale 25º C. O rendimento desse motor é de:*

[A] 8%.

[B] 13%.

[C] 50%.

[D] 70%.

[E] 92%.

19) *(EFOMM) Um gás perfeito expande-se adiabaticamente e realiza um trabalho sobre o meio externo de módulo igual a 430 J. A variação da energia interna sofrida pelo gás, nessa transformação, é de:*

[A] –430 J.

[B] –215 J.

[C] 0 J.

[D] 215 J.

[E] 430 J.

20) *(ESPCEX) Podemos afirmar que, para um gás ideal, ao final de toda transformação cíclica:*

[A] o calor total trocado pelo gás é nulo.

[B] a variação da energia interna do gás é nula.

[C] o trabalho realizado pelo gás é nulo.

[D] a pressão interna do gás diminui.

[E] o volume interno do gás aumenta.

21) *(EFOMM) O gráfico da pressão (P) em função do volume (V) no desenho abaixo representa as transformações sofridas por um gás ideal. Do ponto A até o ponto B, o gás sofre uma transformação isotérmica; do ponto B até o ponto C, sofre uma transformação isobárica e do ponto C até o ponto A, sofre uma transformação isovolumétrica. Considerando T_A, T_B e T_C as temperaturas absolutas do gás nos pontos A, B e C, respectivamente, pode-se afirmar que:*

[A] $T_A = T_B$ e $T_B < T_C$.

[B] $T_A = T_B$ e $T_B > T_C$.

[C] $T_A = T_C$ e $T_B > T_A$.

[D] $T_A = T_C$ e $T_B < T_A$.

[E] $T_A = T_B = T_C$.

Gráfico Ilustrativo

22) *(AFA) Um gás ideal sofre uma compressão isobárica sob a pressão de $4\cdot10^3 N/m^2$ e o seu volume diminui 0,2 m^3. Durante o processo, o gás perde $1,8\cdot10^3 J$ de calor. A variação da energia interna do gás foi de:*

[A] 1,8·103 J

[B] 1,0·103 J

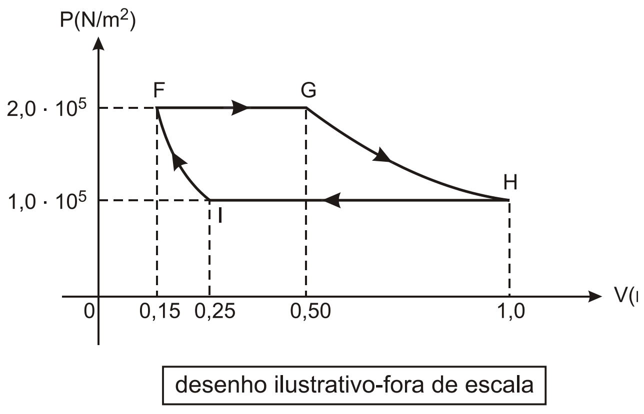
[C] -8,0·102 J

[D] -1,0·103 J

[E] -1,8·103 J

23) *(ESPCEX) Em uma fábrica, uma máquina térmica realiza, com um gás ideal, o ciclo FGHIF no sentido horário, conforme o desenho abaixo. As transformações FG e HI são isobáricas, GH é isotérmica e IF é adiabática. Considere que, na transformação FG, 200 kJ de calor tenham sido fornecidos ao gás e que na transformação HI ele tenha perdido 220 kJ de calor para o meio externo.*

CURSO CIDADE - ESPCEX



A variação de energia interna sofrida pelo gás na transformação adiabática IF *é*

a) –40 kJ

b) –20 kJ

c) 15 kJ

d) 25 kJ

e) 30 kJ

24) *(Espcex – 2016) Durante um experimento, um gás perfeito é comprimido, adiabaticamente, sendo realizado sobre ele um trabalho de 800 J. Em relação ao gás, ao final do processo, podemos afirmar que:*

a) O volume aumentou, a temperatura aumentou e a pressão aumentou.
b) O volume diminuiu, a temperatura diminuiu e a pressão aumentou.
c) O volume diminuiu, a temperatura aumentou e a pressão diminuiu.
d) O volume diminuiu, a temperatura aumentou e a pressão aumentou.
e) O volume aumentou, a temperatura aumentou e a pressão diminuiu.

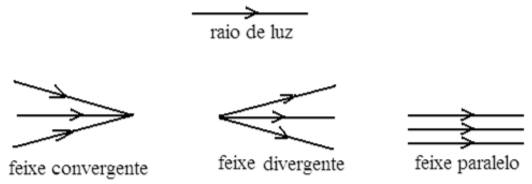
CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 22 - PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

A óptica geométrica é a parte da física que estuda os fenômenos relacionados à luz, sem se interessar na sua natureza. A luz é um tipo de energia radiante, que se comporta como partícula ou como onda dependendo do fenômeno estudado.

No vácuo, a luz viaja em linha reta a uma velocidade constante igual a aproximadamente c = 300.000 km/s. Essa é a maior velocidade encontrada em nosso Universo.

A luz pode ser representada geometricamente por um traço orientado, denominado raio de luz. Um conjunto de raios de luz é denominado feixe de luz, e pode ser: convergente, divergente ou paralelo.



Uma fonte de luz é um objeto que emite raios de luz, que podem ser provenientes dela própria, ou seja, ela produz sua própria luz (fonte primária) como o Sol, ou também, ela pode refletir a luz que chega até ela através de uma fonte primária. Nesse caso a fonte é dita secundária e um exemplo é a Lua. As fontes de luz podem ser denominadas pontuais (se suas dimensões forem desprezíveis para o estudo do fenômeno) ou extensas (caso suas dimensões não possam ser desprezadas).

Os objetos podem interagir com a luz de várias formas. Dependendo de como ocorre esta interação, podemos definir os meios onde a luz pode se propagar: transparente, translúcido e opaco.

O meio transparente é aquele no qual a maior parte da luz que chega até ele, atravessa completamente sem sofrer qualquer tipo de dissipação. Ex: vidros em geral.

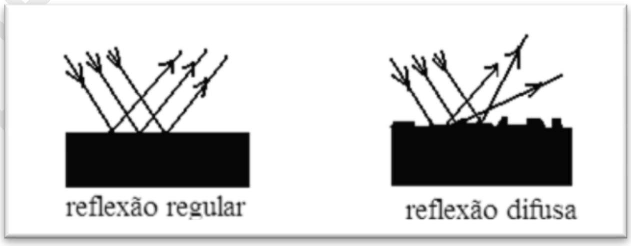
O meio translúcido é aquele em que parte da luz consegue atravessá-lo, e parte da luz é dissipada ou difundida. Ex: Box de banheiro.

O meio opaco é aquele que não permite a passagem da luz, que é absorvida ou refletida completamente por ele. Ex: uma parede.

Dependendo do meio que a luz encontra para se propagar, podemos observar os seguintes fenômenos:

Reflexão:

Ocorre quando um raio de luz encontra um meio opaco e toda a luz que chega até ele é refletida. Pode ser de dois tipos: a reflexão regular - quando a superfície for regular e polida; ou ainda, reflexão difusa – quando a superfície for irregular.



Refração:

Ocorre quando a luz viajando em um meio encontra uma superfície de separação entre dois meios transparentes e muda a sua velocidade. Em geral é acompanhada de um desvio em sua trajetória.

CURSO CIDADE - EsPCEX

Absorção:

Ocorre quando a luz encontra um meio opaco negro, de forma que toda a luz que chega ao meio é absorvida por ele, não sendo nenhuma parte refletida ou refratada.

Na absorção o corpo recebe energia e desta forma sua temperatura em geral aumenta!!

Difração:

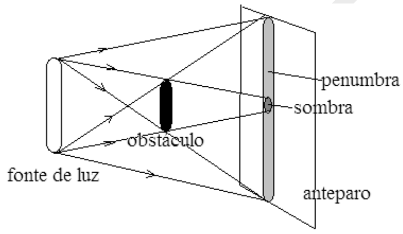
Ocorre quando a luz consegue contornar obstáculos. Esse fenômeno evidencia o caráter ondulatório da luz.

Existem três princípios básicos em que se baseia a Óptica Geométrica. São eles:

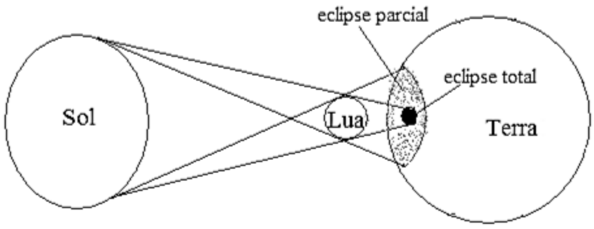
- ***Princípio da Propagação retilínea dos raios de luz**: Um raio de luz viaja sempre em linha reta.*
- ***Princípio da independência dos raios de luz:** Dois raios de luz são completamente independentes entre si. Ao se cruzarem, cada um segue sua trajetória inicial sem nenhuma alteração de intensidade ou mudança de cor ou trajetória.*
- ***Princípio da reversibilidade dos raios de luz:** Um raio de luz sempre percorre o mesmo caminho independente do sentido em que viaja.*

Sombra e Penumbra:

Quando uma fonte de luz extensa emite luz na direção de um objeto opaco, um anteparo localizado logo atrás do objeto mostra regiões claras e escuras denominadas sombra e penumbra. A penumbra é uma região de sombra parcialmente iluminada pela fonte.



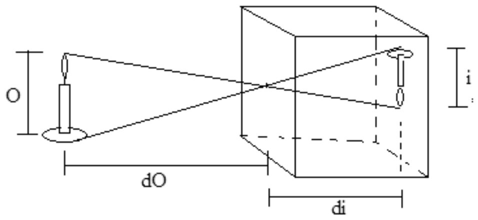
Um exemplo muito interessante é o eclipse Solar, que ocorre quando a Lua fica entre o Sol e a Terra, provocando na Terra regiões de sombra (eclipse total) e de penumbra (eclipse parcial).



* obs: O desenho está fora de escala

Câmara escura:

Uma câmara escura é uma caixa que utiliza o princípio de propagação retilínea da luz para formar imagens de objetos colocados em sua frente. Por geometria podemos notar que:



$$\frac{O}{dO} = \frac{i}{di}$$

Note que para um observador localizado atrás da câmara, a imagem é completamente invertida em relação ao objeto, ou seja, direita – esquerda e cima – baixo, são inversos. Uma aplicação importantíssima das câmaras escuras são as máquinas fotográficas atuais.

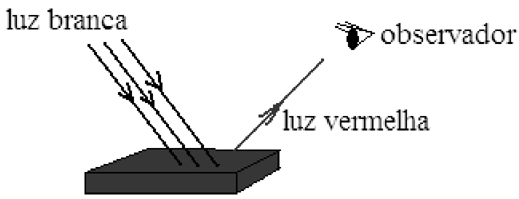
Cor de um corpo:

Vimos que a luz é uma energia de radiação que viaja em linha reta a uma velocidade de aproximadamente 300.000 km/s. Com relação à sua cor, a luz pode ser de dois tipos: policromática ou monocromática.

A luz ***policromática*** *é aquela composta de várias cores juntas. Um exemplo é a luz branca proveniente do Sol.*

A luz ***monocromática*** *é composta apenas de uma cor. Um exemplo são as luzes emitidas por laser.*

Quando uma luz policromática atinge um objeto, este pode absorver parte dessa radiação e refletir outra parte. Dependendo das frequências absorvidas e emitidas, vemos a cor desse corpo. Por exemplo, um corpo vermelho sob a luz do Sol, é visto dessa forma por absorver praticamente toda a radiação policromática que chega até ele, mas refletir a radiação vermelha e suas cores mais próximas, dando a impressão da cor vermelha para esse corpo.



exemplo de um corpo vermelho

Dois casos especiais são interessantes: o corpo branco reflete todas as cores que chegam até ele, e o corpo negro não reflete nenhuma luz que chega até ele, não sendo desta forma, visto, o que dá a sensação de preto.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1 *- Um feixe luminoso, partindo de fonte puntiforme, incide sobre um bastão de 30 cm de comprimento. Sabendo-se que a distância da fonte ao bastão é metade da distância deste ao anteparo e que os planos da fonte, do bastão e do anteparo são paralelos, pode-se afirmar que o comprimento da sombra projetada sobre o anteparo é de:*

a) 10 cm

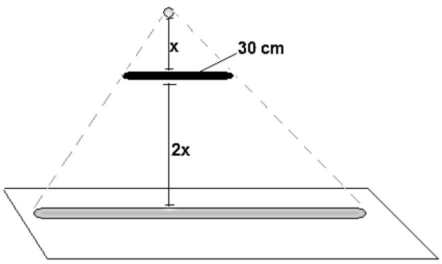
b) 45 cm

c) 30 cm

d) 90cm

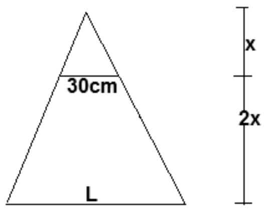
e) 150 cm

Primeiramente devemos tentar representar o problema na forma de um esquema ou desenho para facilitar a visualização. De acordo com os dados do problema teríamos:



CURSO CIDADE - EsPCEx

Desta forma podemos notar dois triângulos semelhantes, e assim utilizar a regra de proporcionalidade entre as alturas e as bases dos respectivos triângulos*:*



Assim, teríamos:

$$\frac{x}{30} = \frac{3x}{L}$$

$$L.x = 90x$$

$$L = 90\ cm$$

Resposta letra "d"!

Exemplo 2 *- Um homem de 1,80 metros de altura, coloca-se a 60 cm de uma câmara escura (de orifício) de comprimento 40 cm. O Tamanho da imagem formada no interior da câmara é:*

a) 0,8 m

b) 1,0 m

c) 1,2 m

d) 1,4 m

Para resolver este exercício, basta partirmos diretamente para a expressão da câmara escura, lembrando que o tamanho do objeto **O** é igual a 1,80 m, **dO** (distância do objeto ao furo da câmara) vale 60 cm, a largura da câmara **di**, vale 40 cm e portanto falta apenas o tamanho da imagem **i.** Assim:

$$\frac{i}{O} = \frac{di}{dO}$$

$$\frac{i}{1{,}8} = \frac{40}{60}$$

$$60.i = 40 \,.\, 1{,}8$$

$$i = 1{,}2\ m$$

Resposta letra "c".

Note que este resultado pôde ser encontrado sem que precisássemos colocar todas as variáveis na mesma unidade, já que como di e dO estavam em cm, ao dividirmos uma pela outra a unidade desaparece, restando somente o m do outro lado da equação.

EXERCÍCIOS

1) *Num cômodo escuro, uma bandeira do Brasil é iluminada por uma luz monocromática amarela. O retângulo, o losango, o círculo, e a faixa central da bandeira apresentariam, respectivamente, as cores:*

a) *verde, amarela, azul e branca*

b) *preta, amarela, preta e branca*

c) *preta, amarela, preta e amarela*

a) *verde, amarela, verde, amarela*

b) *amarela, amarela, amarela, amarela*

2) *Um feixe luminoso, partindo de fonte puntiforme, incide sobre um disco de 10 cm de diâmetro. Sabendo-se que a distância da fonte ao disco é 1/3 da distância deste ao anteparo e que os planos da fonte, do disco e do anteparo são paralelos, pode-se afirmar que o raio da sombra projetada sobre o anteparo é de:*

a) 20 cm

b) 25 cm

c) 30 cm

d) 40cm

3) *(AFA) A relação entre os tamanhos das imagens de um indivíduo de 1,80 m de altura, formadas numa câmara escura através de um orifício, quando o indivíduo se encontra,*

CURSO CIDADE - EsPCEX

respectivamente, às distâncias de 24 m e 36 m será:

a) 1,5
b)2/3
c) 1/3
d) 1/25

4) *A objetiva de uma máquina fotográfica forma, sobre o filme, uma imagem real ou virtual? Justifique sua resposta.*

5) *A Lua encontra-se a trezentos e oitenta mil quilômetros da Terra. Emitindo-se um feixe de raio laser da Terra em direção à Lua, quanto tempo ele levaria para retornar, depois de refletir-se na superfície lunar?*

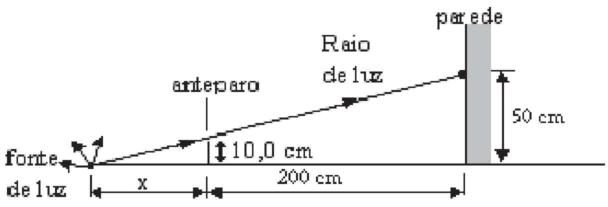
6) *A altura de uma imagem de um objeto fornecida por uma câmara escura de orifício é diminuída quando:*

a) *Diminuímos o diâmetro da câmara.*
b) *Aproximamos a câmara do objeto.*
c) *Afastamos a câmara do objeto.*
d) *Aumentamos o diâmetro do orifício.*
e) *Diminuímos o diâmetro do orifício.*

7) *Um homem de 2,0 metros de altura, coloca-se a 0,5 m de uma câmara escura (de orifício) de comprimento 30 cm. O Tamanho da imagem formada no interior da câmara é:*

a) 0,8 m
b) 1,0 m
c) 1,2 m
d) 1,4 m

8) *(EEAER) Um estudante de Física coloca um anteparo com um orifício na frente de uma fonte de luz puntiforme. Quando a fonte de luz é acesa, um dos raios de luz passa pelo orifício do anteparo, que está a 10,0 cm de altura da superfície plana, e produz um ponto luminoso na parede, a 50 cm de altura da superfície, conforme a figura. Sabendo-se que a distância entre o anteparo e a parede é de 200 cm, determine a distância, em cm, entre a fonte luminosa e o anteparo.*



a) 5
b) 25
c) 50
d) 75

9) *(EFOMM) Um radar detecta um avião por meio da reflexão de ondas eletromagnéticas. Suponha que a antena do radar capture o pulso refletido um milissegundo depois de emití-lo. Isso significa que o avião está a uma distância de ___ quilômetros da antena.*
Obs.: Utilize a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no ar igual a 300.000 km/s.

a) 30
b) 150
c) 600
d) 900

10) *(EEAER) Um aviso é colocado em um local onde incide, em momentos diferentes, raios de luz monocromática de cores distintas. Entre as alternativas, assinale aquela que indica a cor que se deve usar, respectivamente, nas letras e no restante do aviso de forma a permitir* ***sempre*** *a visualização desse aviso.*

a) amarela; branca
b) branca; branca
c) branca; preta
d) preta; preta

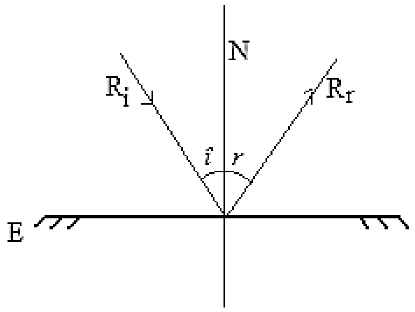
CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 23 - ESPELHOS PLANOS

Os espelhos são superfícies refletoras ideais que podem ser planos, esféricos, parabólicos, etc., dependendo de sua forma, as imagens produzidas podem ser diferentes do objeto original. Por exemplo, podem aumentar, inverter, reduzir o tamanho de imagens etc.

Os espelhos evidenciam o caráter de partícula da luz, já que a reflexão é uma característica corpuscular. Devido à superfície perfeitamente plana e polida, um espelho plano utiliza a propriedade de reflexão regular da luz para produzir as imagens.

Podemos representar um espelho plano conforme a figura abaixo, onde N representa a reta normal ao plano do espelho no ponto onde o raio toca o espelho; R_i é o raio incidente, Rr o raio refletido e î e r os ângulos de incidência e reflexão em relação à reta normal (N):

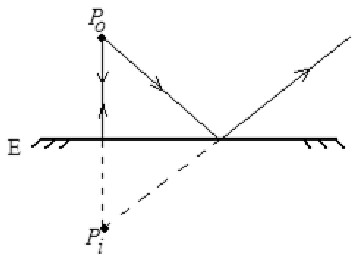


A construção de imagens em espelhos planos obedece 2 Leis:

1ª - O raio incidente, o refletido e a reta normal (N), são coplanares.

2ª - O ângulo de incidência (î) é igual ao ângulo de reflexão (r). **î = r**

A imagem de um objeto pontual pode ser obtida traçando dois raios de luz, à partir do objeto (ponto objeto), que chegam ao espelho, e são refletidos obedecendo à 2ª Lei da reflexão. O ponto onde os raios refletidos se interceptam, é denominado ponto imagem. Note que no caso de espelhos planos, esse ponto é obtido prolongando os raios refletidos, e fica sempre "atrás"do espelho. As imagens obtidas atrás do espelho são ditas virtuais. Geometricamente podemos provar que a distância do ponto objeto ao espelho é igual à distância do ponto imagem ao espelho.



As imagens geradas por espelhos planos são sempre: **virtuais, iguais e direitas** em relação ao objeto que as criou.

Alguns detalhes devem ser lembrados quando deslocamos o espelho em relação a um objeto fixo:

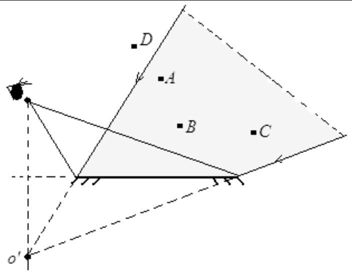
1- O deslocamento da imagem é o dobro do deslocamento do espelho.

2- A velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho.

3- Se girarmos o espelho de um ângulo α, os raios refletidos giram um ângulo de 2α.

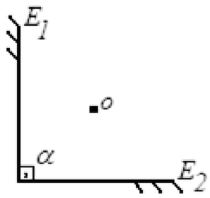
Campo Visual:

O campo visual de um espelho plano pode ser obtido determinando o ponto imagem do observador e, a partir desse ponto, traçar dois raios ligando esse ponto às extremidades do espelho. Todos os objetos contidos nesse "cone" estarão dentro do campo visual do espelho.



note que o ponto D não pode ser visto pelo observador por reflexão, por estar fora do campo visual.

Associação de espelhos:



$$N = \frac{360^o}{\alpha} - 1$$

Quando associamos dois espelhos planos, o número de imagens formadas pode ser obtido pela relação:

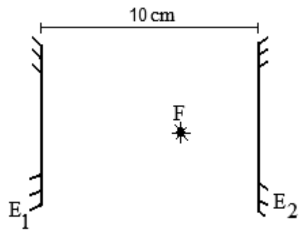
Observando dois casos:

1 – Se a razão 360º /α for um número ímpar, a relação é válida se o objeto for colocado no plano bissetor do espelho.

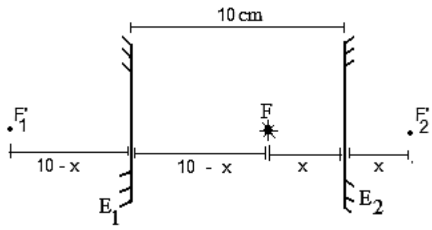
2- Se a razão 360º /α for um número par, a relação é válida para qualquer posição do objeto entre os espelhos.

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1- *Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2, estão frente a frente, separados por uma distância de 10 cm. Entre eles há uma fonte luminosa F, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura. Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2.*



Podemos resolver este exemplo lembrando que a fonte produz infinitas imagens nos dois espelhos, já que como estão frente a frente, o ângulo entre eles seria de zero grau. Nos interessa somente as primeiras imagens produzidas, que por definição, se situam à mesma distância do objeto ao espelho. Sendo assim, chamamos a distância da fonte ao espelho E_2 (mais próximo) de x. A imagem da fonte F no espelho E_2 também deve estar a uma distância x do espelho. Repetindo o raciocínio para o espelho E_1, temos o seguinte esquema:



Sendo assim, a distância entre as primeiras imagens de F nos espelhos E_1 e E_2 é a soma de todas essas distâncias. Assim temos:

$$d = (10 - x) + (10 - x) + x + x$$

$$d = 20\ cm$$

Exemplo 2- *Uma caneta é colocada no plano bissetor entre dois espelhos planos que formam entre si um ângulo de 90°. Quantas canetas um observador localizado no plano bissetor em frente aos espelhos e atrás do objeto verá?*

O número de imagens formadas é dado diretamente pela expressão:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1$$

CURSO CIDADE - EsPCEx

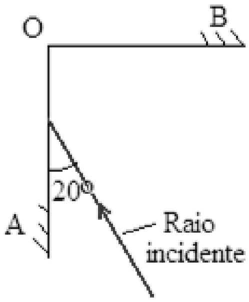
$$N = \frac{360°}{90°} - 1$$

$$N = 4 - 1 = 3\ imagens$$

Note que obtivemos 3 imagens, porém o observador externo vê as três imagens e a caneta verdadeira (objeto). A pergunta do exemplo não era qual o número de imagens e sim o número de canetas que o observador via. Desta forma ele vê 4 canetas!

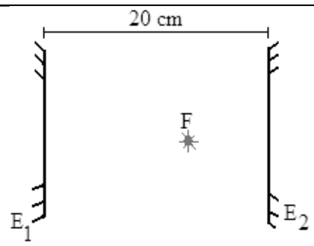
EXERCÍCIOS

1) *(AFA) A figura mostra a vista superior de dois espelhos planos, montados verticalmente, um perpendicular ao outro. Sobre o espelho AO incide um raio de luz horizontal, no plano do papel, mostrado na figura. Após a reflexão nos dois espelhos, o raio emerge formando um ângulo θ com a normal ao espelho OB. O ângulo θ vale:*

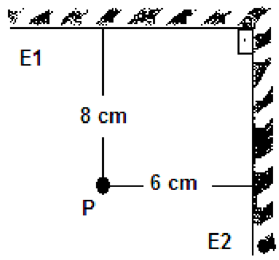


a) 0º
b) 10º
c) 20º
d) 30º

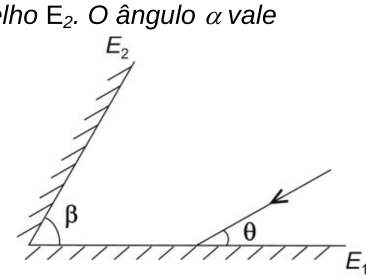
2) *Dois espelhos planos paralelos, E_1 e E_2, estão frente a frente, separados por uma distância de 20 cm. Entre eles há uma fonte luminosa F, de pequenas dimensões, na posição indicada na figura. Calcule a distância entre a primeira imagem fornecida pelo espelho E_1 e a primeira imagem fornecida pelo espelho E_2.*



3) *(AFA) Considere dois espelhos planos E1 e E2, ortogonais entre si, e um objeto P, conforme esquema. Nessa situação, formam-se três imagens do ponto P. As distâncias entre o ponto P e as imagens são, em centímetros, iguais a:*
a) 6 – 8 – 10
b) 6 – 8 – 14
c) 12 – 16 – 20
d) 12 – 16 – 28



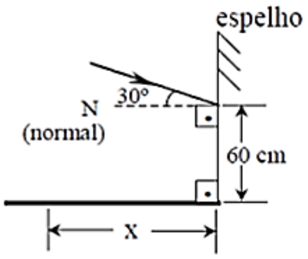
4) *(EEAER) A figura abaixo mostra uma vista superior de dois espelhos planos E_1 e E_2 que formam entre si um ângulo β. Sobre o espelho E_1 incide um raio de luz horizontal e que forma com este espelho um ângulo θ. Após reflexão nos dois espelhos, o raio emerge formando um ângulo α com a normal ao espelho E_2. O ângulo α vale*



a) $\beta + \theta$
b) $\beta + \theta + 90°$
c) $\beta - \theta$
d) $\beta + \theta - 90°$

CURSO CIDADE - EsPCEx

5) *(AFA) Uma luz monocromática incide em um espelho plano, conforme mostrado na figura. Sabendo que do ponto onde incide a luz até uma superfície plana tem-se uma altura de 60 cm, determine a distância x, em cm, que a luz refletida vai incidir na superfície plana.*



a) 15
b) 20
c) 30
d) 60

6) *(EFOMM) Em decoração de ambientes costuma-se dizer que o uso de espelhos planos e verticais dá às pessoas, a sensação de que o ambiente é ampliado. Conhecendo os princípios de formação de imagens em espelhos planos, pode se afirmar, corretamente, que essa sensação está relacionada à visualização de imagens a uma distância sempre ____ a do objeto ao espelho plano.*

a) igual
b) menor
c) 2 vezes maior
d) 4 vezes menor

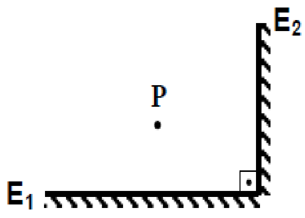
7) *(EEAER) Um construtor deseja colocar um piso cerâmico na garagem de uma residência. Seguindo instruções do proprietário, o construtor adquiriu um piso antiderrapante. Com relação à superfície desse piso, podemos afirmar que*
OBS: Considere que esse piso tem a superfície rugosa.

a) ela conjuga imagens nítidas de objetos.
b) ela não conjuga imagens nítidas de objetos.
c) o acabamento não interfere na conjugação de imagens.
d) raios de luz incidentes são refletidos de maneira regular.

8) *(EEAER) Alguns motoristas seguem o princípio de ultrapassar o carro a frente somente após se certificar de que o motorista desse outro carro o viu pelo espelho retrovisor. A situação descrita, considerando válidos os princípios da óptica geométrica, pode servir de comprovação do princípio da(o)____ dos raios de luz.*
OBS: Considere o meio homogêneo.

a) propagação curvilínea
b) independência
c) reversibilidade
d) transparência

9) *(ESPCEX) Dois espelhos planos E_1 e E_2 formam entre si um ângulo reto. Um ponto objeto real P dista $3\sqrt{2}$ m do espelho E_1 e $4\sqrt{2}$ m do espelho E_2, conforme o desenho abaixo. A distância entre o objeto P e a sua imagem formada no ângulo morto da associação dos espelhos é de:*



Obs.: desenho fora de escala

[A] $10\sqrt{2}$ m.
[B] *10 m.*
[C] $7\sqrt{2}$ m.
[D] $5\sqrt{2}$ m.
[E] *5 m.*

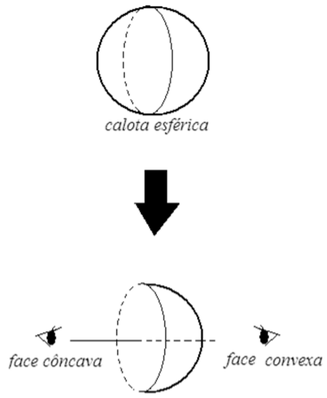
CURSO CIDADE - ESPCEX

Curso Preparatório Cidade

AULA 24 - ESPELHOS ESFÉRICOS

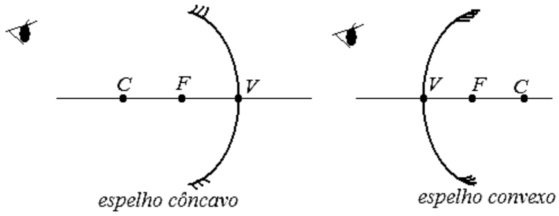
Análise Geométrica de Imagens

Os espelhos esféricos se originam de uma calota esférica oca espelhada por dentro e por fora, que quando seccionada, fica com duas faces espelhadas semelhantes a forma de uma colher. Uma das faces é denominada côncava e a outra convexa.



Todo espelho esférico, por derivar de uma esfera, possui um centro de curvatura, que nos espelhos côncavos fica na frente do espelho (real) e que, para os espelhos convexos fica na parte de trás do espelho (virtual).

A reta imaginária que corta perpendicularmente o espelho em duas partes passando pelo centro da esfera, num ponto denominado vértice, é chamada de eixo principal. Existem infinitos eixos secundários, mas para o nosso estudo o eixo principal será o escolhido para traçarmos as imagens. Quando um feixe de raios paralelos atinge um espelho esférico, esse feixe ao ser refletido pelo espelho, converge os raios (ou seus prolongamentos) para um ponto sobre o eixo principal denominado foco do espelho. O foco pode ser real (no caso dos espelhos côncavos) ou virtual (no caso dos espelhos convexos).



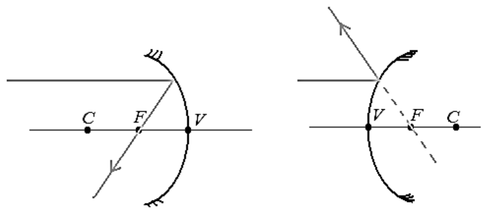
A distância focal, ou seja, a distância do foco ao vértice do espelho, fica exatamente na metade da distância do centro de curvatura ao vértice, isto é:

$$f = R/2$$

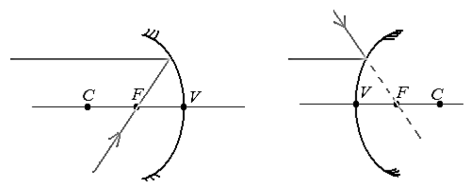
Leis de Reflexão dos espelhos esféricos:

Os espelhos esféricos obedecem às seguintes leis de reflexão para a construção geométrica de imagens:

1- *Todo raio de luz que incide no espelho esférico paralelamente ao eixo principal, reflete numa direção que passa pelo foco.*

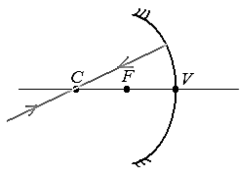


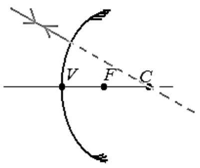
2- *Todo raio de luz que incide no espelho esférico numa direção que passa pelo foco, reflete numa direção paralela ao eixo principal.*



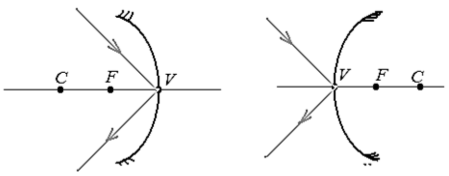
3- *Todo raio de luz que incide no espelho esférico numa direção que passa pelo centro de curvatura do espelho, reflete sobre si próprio.*

CURSO CIDADE - EsPCEX





4- *Todo raio de luz que incide no espelho esférico sobre o vértice, reflete sob o mesmo ângulo que incidiu.*

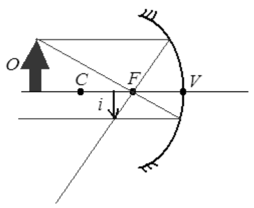


Construção geométrica de imagens:

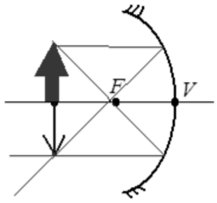
As imagens geradas pelos espelhos esféricos podem ser obtidas escolhendo-se duas das leis acima e traçando os respectivos raios incidente e refletido. As características da imagem obtida por espelhos côncavos, dependem da posição do objeto em relação ao vértice do espelho.

- **Espelhos Côncavos:**

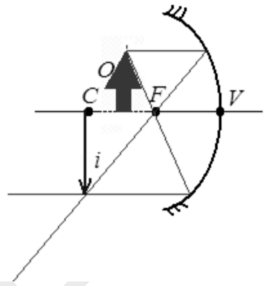
a) *Objeto antes de C: imagem real, menor e invertida.*



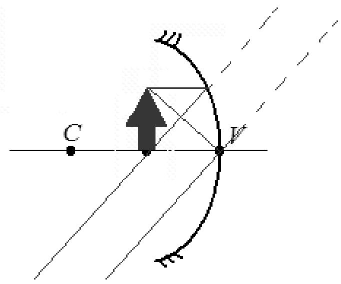
b) *Objeto em C: imagem real, igual e invertida.*



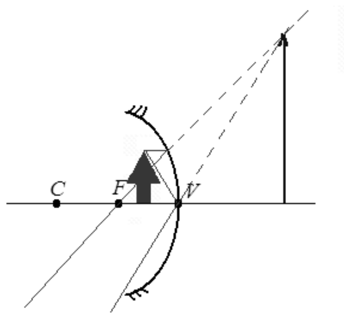
c) *Objeto entre C e F: imagem real, maior e invertida.*



d) *Objeto em F: imagem imprópria*

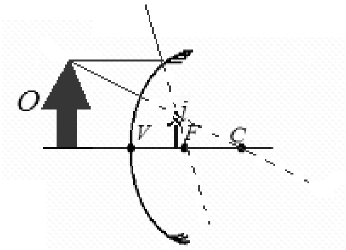


e) *Objeto entre F e V: imagem virtual, maior e direta.*



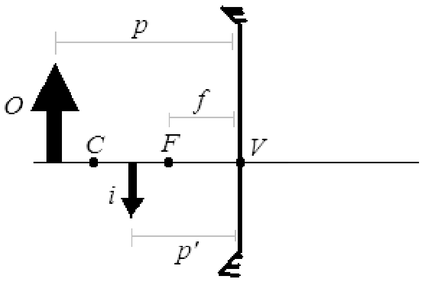
- **Espelho Convexo**:

Os espelhos convexos somente produzem imagens virtuais, menores e direitas.



Estudo Analítico:

Podemos obter as características das imagens geradas por espelhos esféricos, fazendo uso da chamada Lei de Gauss. Essa Lei funciona para qualquer espelho esférico de Gauss, ou seja, com um ângulo de abertura pequeno (<10º). Para esses espelhos valem as relações:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$A = \frac{i}{O}$$

$$A = \frac{-p'}{p}$$

Aqui A é o aumento linear que representa quantas vezes a imagem é maior/ menor que o objeto. Devemos ter em mente o referencial de Gauss, que estabelece:

- *P'>0 : imagem real (na frente do espelho)*
- *P'<0 : imagem virtual (atrás do espelho)*
- *f > 0: espelho côncavo.*
- *f < 0: espelho convexo.*
- *|A| =1: imagem do mesmo tamanho do objeto.*
- *|A| > 1: imagem maior que o objeto.*
- *|A| < 1: imagem menor que o objeto.*
- *Sinal de A positivo: imagem direita.*
- *Sinal de A negativo: imagem invertida.*

Vejamos alguns exemplos práticos:

***Exemplo 1 –** Um objeto real de 20 cm de altura é colocado a 15 cm de um espelho côncavo de raio 20 cm. Determine:*

a) As características da imagem.

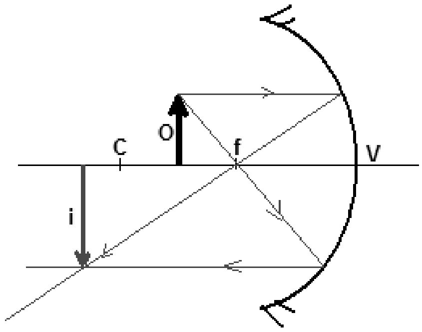
b) A altura da imagem.

a)Podemos determinar as características da imagem, representando geometricamente o problema. Assim, usando as duas primeiras leis da reflexão em espelhos esféricos:

I – Todo raio que incide paralelo ao eixo principal, reflete passando pelo foco;

II – Todo raio que incide numa direção que passa pelo foco, reflete paralelo ao eixo principal.

Assim, como o raio de curvatura vale 20 cm, a distância focal é a metade deste valor, ou seja, 10 cm. O objeto está a 15 cm do vértice e portanto temos:



Podemos notar pela figura, que a imagem produzida está em frente ao espelho e, portanto é real. Nota-se ainda que ela aponta para baixo (se situa abaixo do eixo principal) e portanto é invertida. E finalmente, podemos notar diretamente pela figura que a imagem é maior que o objeto (observe o tamanho das setas). Assim, as características da imagem são: real, maior e invertida!

b) Para determinar o valor da imagem, podemos usar as relações definidas acima. Assim, o tamanho da imagem pode ser encontrado pela expressão do aumento linear:

$$A = \frac{i}{O}$$

Sabemos o valor de O (tamanho do objeto), mas ainda não temos o A. Podemos encontrá-lo pela expressão:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

Onde podemos determinar p' pela equação:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{15} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{3-2}{30} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{p'}$$

$$p' = 30\ cm$$

Com o valor de p' em mãos, determinamos A:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{30}{15} = -2$$

Assim, o valor de A indica que a imagem é duas vezes maior que o objeto e ainda, o valor negativo mostra que é invertida como já tínhamos visto geometricamente. Assim, o tamanho da imagem seria de:

$$A = \frac{i}{O}$$

$$-2 = \frac{i}{20}$$

$$i = -40\ cm$$

Onde o sinal negativo apenas indica que a imagem é invertida em relação ao objeto.

Exemplo 2 *– Em relação ao exemplo anterior, determine as características da imagem se o espelho fosse convexo.*

Se o espelho fosse convexo, a única mudança seria o sinal do raio de curvatura e da distância focal, que passariam de 20 cm para -20 cm e de 10 cm para -10 cm respectivamente. Desta forma teríamos:

CURSO CIDADE - EsPCEX

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$$

$$-\frac{1}{10}=\frac{1}{15}+\frac{1}{p'}$$

$$-\frac{1}{10}-\frac{1}{15}=\frac{1}{p'}$$

$$\frac{-3-2}{30}=\frac{1}{p'}$$

$$\frac{-5}{30}=\frac{1}{p'}$$

$$p'=-\frac{30}{5}=-6\ cm$$

Esse resultado mostra que a imagem se encontra 6cm atrás do vértice do espelho. Podemos determinar o aumento linear*:*

$$A=-\frac{p'}{p}$$

$$A=-\frac{(-6)}{15}=+\frac{2}{5}=+\,0{,}4$$

Assim as características da imagem agora seriam:

I- Como p' foi negativo, a imagem é virtual (atrás do espelho);

II- Como A foi menor que 1 (0,4), temos que a imagem é menor que o objeto;

III- Como A foi positivo (+), significa que a imagem é direta ou direita.

Resposta: virtual, menor e direita.

EXERCÍCIOS

1) *Um jovem estudante, para fazer a barba mais eficiente, resolve comprar um espelho esférico que aumente duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?*

a) convexo com R = 50 cm
b) convexo com R =67 cm.
c) côncavo com R = 200 cm
d) Um espelho diferente dos mencionados.
e) côncavo com R = 33,3 cm

2) *Espelhos convexos são frequentemente utilizados como retrovisores em carros e motos. Quais das seguintes afirmações estão corretas?*

I. A área refletida para o olho por um espelho circular convexo é maior que a refletida por um espelho plano de igual diâmetro na mesma posição.
II. A imagem é formada atrás do espelho sendo portanto, real.
III. A imagem é menor que o objeto e não invertida.
IV. A distância entre a imagem e o espelho é ilimitada tornando-se cada vez maior, à medida que o objeto se afasta.

a) somente I e III
b) somente I, III e IV
c) somente I, II e III
d) somente II e IV
e) e) somente II, III e IV.

3) *Uma vela acesa se encontra entre um espelho esférico côncavo e uma parede. A distância entre o espelho e a parede é de 220 cm e a imagem que se forma da vela sobre a parede é 10 vezes maior que a vela. Qual é o raio do espelho (em centímetros)?*

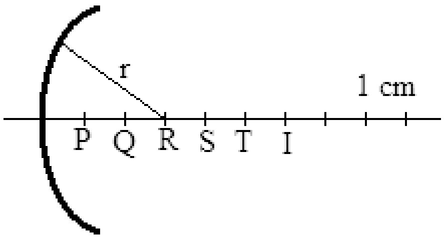
4) *Um espelho côncavo tem raio de curvatura igual a 24 cm. Um objeto de 4 cm de altura é colocado a 48 cm à frente do espelho.*

CURSO CIDADE - ESPCEX

a) *A que distância do espelho se forma a imagem?*
b) *Que se pode dizer a respeito da natureza e tamanho dessa imagem?*

5) *Um espelho esférico convexo tem distância focal igual a 30 cm. Colocamos uma seta luminosa de 10 cm de altura a 30 cm do vértice do espelho. Observamos que a imagem tem as seguintes características:*
a) *Está distante do espelho 15 cm e é virtual.*
b) *Está distante do espelho 15 cm e é real.*
c) *Está distante do espelho 10 cm e é virtual.*
d) *Está distante do vértice 30 cm e é real.*
e) *Não há formação de imagem neste caso.*

6) *Um espelho côncavo tem um raio de curvatura igual a r, conforme indica a figura. Para projetar a imagem de um objeto sobre um anteparo colocado na posição I, em que ponto deve ser colocado o objeto?*



a) *P*
b) *Q*
c) *R*
d) *S*
e) *T*

7) *(ESPCEX) Um espelho côncavo cujo raio de curvatura mede 20 cm, fornece uma imagem de um objeto colocado entre o centro de curvatura e o foco principal. Se afastarmos o objeto 5 cm do espelho, sua imagem se formará a 20 cm do vértice. A distância primitiva do objeto ao espelho é:*
a) *10 cm*
b) *20 cm*
c) *30 cm*
d) *40 cm*
e) *15 cm*

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 25 - ÍNDICE DE REFRAÇÃO

A refração é o fenômeno pelo qual a luz ao encontrar uma superfície de separação entre dois meios diferentes, atravessa de um meio para o outro mudando a sua velocidade. Na maioria dos casos, essa variação na velocidade vem acompanhada de uma mudança na direção de propagação dos raios.

A velocidade da luz no vácuo é c ≈ 300.000 km/s, mas em meios densos essa velocidade diminui. De acordo com a velocidade assumida pela luz em cada meio, definimos o índice de refração do meio, que de uma forma subjetiva, está diretamente ligado à densidade do meio:

$$n = \frac{c}{v}$$

O índice de refração é adimensional.

O eventual desvio sofrido pelo raio pode ser determinado pela importante relação conhecida como Lei de Snell- Descartes:

$$n_1 sen\hat{\imath} = n_2 sen\hat{r}$$

Onde n_1 é o índice de refração do meio 1, n_2 é o índice de refração do meio 2, î é o ângulo de incidência com a normal e r é o ângulo de refração.

Importante:

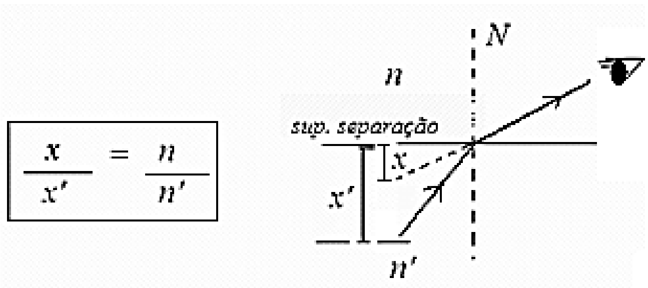
- *Quando um raio de luz refrata passando de um meio mais refringente para um meio menos refringente, ele se afasta da normal.*
- *Quando um raio de luz refrata passando de um meio menos refringente para um meio mais refringente, ele se aproxima da normal.*
- *Somente não haverá desvio se o raio atravessar a superfície de separação exatamente sobre a reta normal, isto é, se î = 0.(mas ainda assim ocorre mudança na velocidade do raio de luz)*
- *Quando um raio de luz incide de um meio menos refringente para um mais refringente, sempre haverá refração.*
- *Quando um raio de luz incide de um meio mais refringente para um menos refringente, existe um ângulo máximo, no qual o raio refrata rasante à superfície de separação. Esse ângulo máximo é denominado ângulo limite, e é dado por:*

$$sen\hat{L} = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

Algumas relações importantes:

Dioptro Plano:

Um dioptro plano é qualquer superfície de separação regular plano. Exemplo: a superfície calma das águas de um lago. Num dioptro plano ar – água, um observador na superfície da água, observa objetos no interior da água como se estivessem mais próximos da superfície.

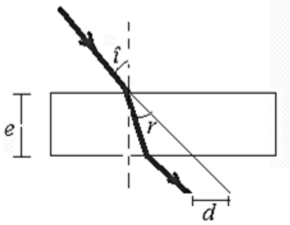


aqui, x representa a distância em que o objeto é visto em relação à superfície pelo observador; x'é a distância real, n é o índice de refração do meio onde se encontra o observador e n' é o índice de refração do meio onde se encontra o objeto.

Lâmina de faces paralelas:

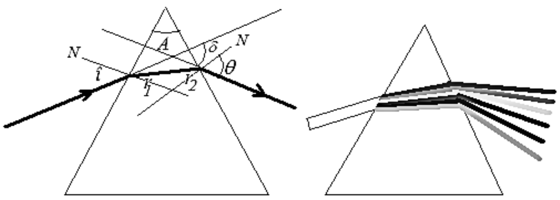
É um exemplo de dioptro duplo: ar – vidro/ vidro – ar. Um raio de luz ao atravessar a lâmina, sofre um desvio lateral d, que pode ser calculado pela relação.

$$\boxed{d = e\,\frac{sen(i - r)}{\cos r}}$$



Prisma:

É uma peça feita com um material de índice de refração diferente do ar, geralmente triangular, que faz com que um raio que incida em uma de suas faces sofra sucessivas refrações e/ou reflexões, fazendo com que o raio refratado ao sair do prisma, tenha um desvio angular em relação à direção original de propagação.



$$\boxed{A = r_1 + r_2}$$

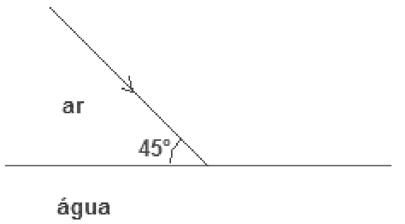
$$\boxed{\delta = \hat{i} + \theta - A}$$

Podemos usar um prisma para decompor a luz branca, já que em um meio qualquer, cada cor possui sua própria velocidade, e portanto, em relação ao prisma, cada uma sentiria um índice de refração diferente. Desta forma, a cor vermelha que possui a maior velocidade, sofre o menor desvio, enquanto que a cor violeta (azul) sofre o maior desvio por possuir a menor velocidade.

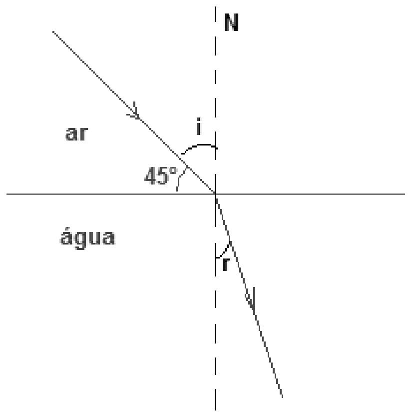
Vejamos dois exemplos práticos:

Exemplo 1- *Um raio de luz propagando-se no ar (n=1) incide sobre uma superfície de separação plana entre o ar e a água (n=$\sqrt{2}$) fazendo um ângulo de 45° com a superfície. Determine o desvio angular sofrido por este raio de luz.*

Vamos tentar visualizar o problema graficamente:



Devemos lembrar que os ângulos de incidência e refração são sempre calculados em relação à Normal e nunca diretamente com a superfície de separação. Desta forma, o ângulo de incidência vale 45° pois o ângulo entre o raio incidente e a normal também seria 45°, já que entre a normal e a superfície deve haver 90°. Como o raio vai de um meio de índice de refração menor para um de índice maior, o raio refratado se aproxima da normal, e portanto temos:



Podemos calcular r pela Lei de Snell:

$$n_1 sen\hat{i} = n_2 sen\hat{r}$$

$$(1)sen45° = \sqrt{2}.sen\hat{r}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.sen\hat{r}$$

$$sen\hat{r} = \frac{1}{2}$$

$$\hat{r} = 30°$$

Já que o ângulo cujo seno é igual a ½ é o ângulo de 30°. Desta forma, o raio sofre um desvio em sua trajetória de 15°.

Exemplo 2- *Uma mancha de tinta foi feita no fundo de uma bacia contendo água cujo índice de refração vale* $\sqrt{2}$*. Percebe-se que a uma distância de 50 cm da vertical que passa pela mancha, a mesma não pode mais ser vista diretamente por um observador na superfície (ar, n=1). Determine a profundidade que se encontra a mancha.*

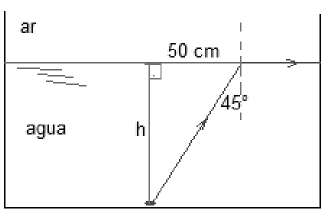
No momento em que o observador não consegue mais ver a mancha, o ângulo entre o raio que sai da mancha e a normal que passa pela superfície nesse ponto é igual ao ângulo limite. Assim:

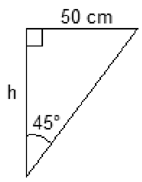
$$sen\hat{L} = \frac{n_{menor}}{n_{maior}}$$

$$sen\hat{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\hat{L} = 45°$$

Desta forma, se L=45°, temos a seguinte representação:





E usando a expressão para a tangente de um ângulo, temos finalmente:

$$tan\theta = \frac{CO}{CA}$$

$$tan45° = \frac{50}{h}$$

$$h = \frac{50}{tan45°}$$

$$h = 50\ cm$$

O que mostra que a profundidade da mancha é de 50 cm em relação à superfície.

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Um ladrão escondeu seu roubo numa caixa pendurada por uma corda de 2,4 m de comprimento e amarrada na base de uma bóia de base circular. A bóia estava em águas de índice de refração 5/4. De qualquer ponto da superfície era impossível a caixa ser vista devido à base da bóia, cujo raio mínimo era de:*

a) 3,20 m
b) 1,40 m
c) 3,90 m
d) 2,60 m

2) *(AFA) A luz solar, ao atravessar um prisma de vidro, é separada em luzes de diversas cores, porque:*

a) a transparência do material do prisma varia com a cor da luz incidente.
b) O índice de refração do material do prisma é diferente para luzes de cores diferentes.
c) A luz atravessa mais lentamente os meios mais densos.
d) O índice de refração do material do prisma depende da densidade do meio.

3) *O índice de refração de um certo meio é √2 para a luz vermelha e √3 para a violeta. Dois*

RSO CIDADE - EsPCEX

raios luminosos monocromáticos, um vermelho e outro violeta, após propagarem-se no meio considerado, passam para o ar. O ângulo de incidência de ambos é de 30º . O ângulo formado pelos dois raios refratados entre si vale:

a) 0°

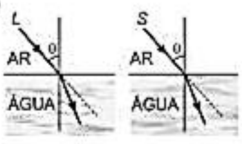
b) 15º

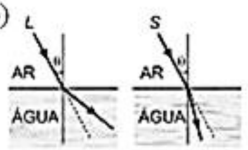
c) 30º

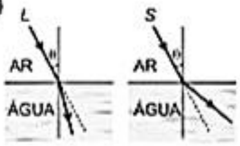
d) 45º

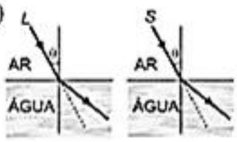
e) 60º

4) *(AFA) Considere uma superfície de separação plana e horizontal entre o ar e a água. Se uma onda luminosa* (L) *e uma onda sonora* (S) *incidem sobre essa superfície, com um ângulo de incidência* θ *, a opção que* ***MELHOR*** *ilustra a configuração física das ondas luminosa e sonora, que se refratam é:*

a)


b)


c)


d)


5) *(AFA) Um raio de luz monocromática incide na primeira face de um prisma, sob um ângulo de 0º com a normal, atravessando o prisma e saindo na segunda face. O prisma possui índice de refração igual a* $\sqrt{2}$ *, ângulo de refringência igual a 45º e está imerso no ar (n=1). Determine, respectivamente, o ângulo de refração na primeira face do prisma e o ângulo de emergência na segunda face.*

a) 30º e 60º.

b) 45º e 45º.

c) 60º e 30º .

d) 0º e 90º.

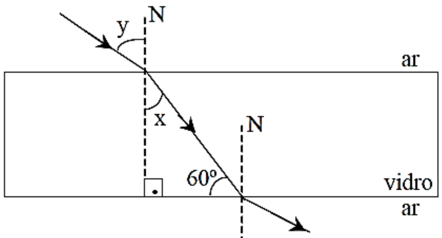
6) *(AFA) Um raio de luz monocromático incide sobre a superfície de uma lâmina de vidro de faces paralelas, formando um ângulo y com a normal, conforme a figura. Sabendo que o ângulo de refração na primeira face vale x e que o raio de luz que incide na segunda face forma com esta um ângulo de 60º, determine o valor de y.*

Admita:

- A velocidade da luz no vácuo e no ar igual a c;

- A velocidade da luz no vidro igual a $c/\sqrt{2}$*;*

- O índice de refração do ar igual a 1,0.



a) 15º

b) 30º

c) 45º

d) 60º

7) *(EFOMM) Um raio de luz monocromática propaga-se no ar com velocidade de* 3.10^8 *m/s. Ao penetrar num bloco de vidro reduz sua velocidade de propagação para* 2.10^8 *m/s. O índice de refração desse vidro para esse raio luminoso vale*

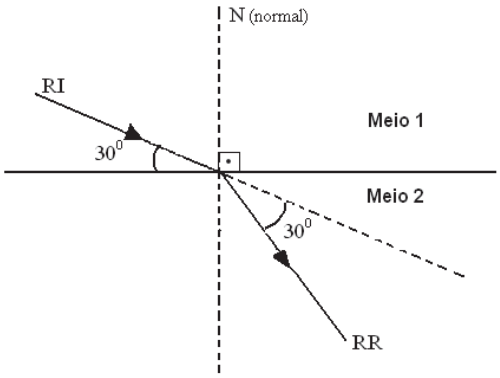
a) 2/3.

b) 1,0.

c) 1,5.

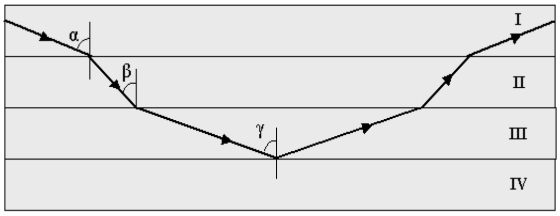
d) 1500.

8) *(EFOMM) Um raio de luz monocromática (RI) passa do meio 1 para o meio 2, sofrendo, em relação ao raio refratado (RR), um desvio de 30º, conforme mostrado na figura. Determine o índice de refração do meio 2, sabendo que o meio 1 é o ar, cujo índice de refração vale 1.*



a)1/2
b) 2
c) $\sqrt{3}$
d)$\sqrt{3}/2$

9) *(ESPCEX) A figura abaixo mostra a trajetória de um feixe de luz monocromático que vem de um meio I, atravessa os meios II e III, é totalmente refletido na interface dos meios III e IV. Os ângulos α, β e γ são os ângulos formados entres as normais às superfícies de separação dos meios e o feixe de luz monocromático, sendo $\alpha>\gamma>\beta$. Os meios são homogêneos, transparentes, estão em equilíbrio estático e as interfaces são planas e paralelas.*

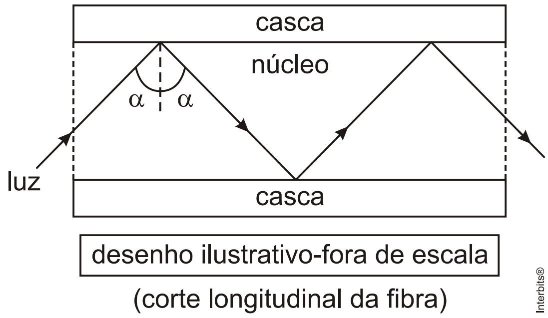


Sabe-se que o índice de refração absoluto do vidro é maior que o da água e que o índice de refração absoluto da água é maior que o do ar. Baseado nestas informações é correto afirmar que os meios I, II, III e IV podem ser, respectivamente:

(A) *ar, vidro, água e ar.*
(B) *vidro, ar, água e vidro.*
(C) *água, vidro, ar e água.*
(D) *vidro, água, ar e vidro.*
(E) *ar, água, vidro e ar.*

10) *(ESPCEX) Uma fibra óptica é um filamento flexível, transparente e cilíndrico, que possui uma estrutura simples composta por um núcleo de vidro, por onde a luz se propaga, e uma casca de vidro, ambos com índices de refração diferentes.*

Um feixe de luz monocromático, que se propaga no interior do núcleo, sofre reflexão total na superfície de separação entre o núcleo e a casca segundo um ângulo de incidência á, conforme representado no desenho abaixo (corte longitudinal da fibra).



Com relação à reflexão total mencionada acima, são feitas as afirmativas abaixo.

I. O feixe luminoso propaga-se do meio menos refringente para o meio mais refringente.

II. Para que ela ocorra, o ângulo de incidência α deve ser inferior ao ângulo limite da superfície de separação entre o núcleo e a casca.

III. O ângulo limite da superfície de separação entre o núcleo e a casca depende do índice de refração do núcleo e da casca.

IV. O feixe luminoso não sofre refração na superfície de separação entre o núcleo e a casca.

Dentre as afirmativas acima, as únicas corretas são:

a) I e II

b) III e IV

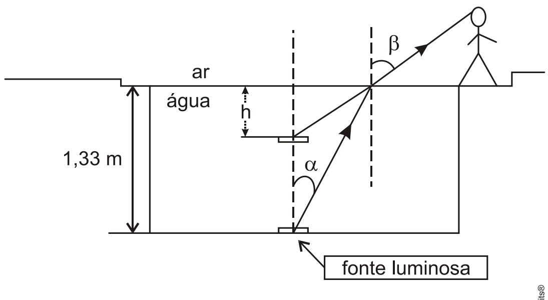
c) II e III

d) I e IV

e) I e III

11) *(ESPCEX) Uma fonte luminosa está fixada no fundo de uma piscina de profundidade igual a 1,33 m.*

Uma pessoa na borda da piscina observa um feixe luminoso monocromático, emitido pela fonte, que forma um pequeno ângulo α com a normal da superfície da água, e que, depois de refratado, forma um pequeno ângulo β com a normal da superfície da água, conforme o desenho.



desenho ilustrativo - fora de escala

A profundidade aparente "h" da fonte luminosa vista pela pessoa é de:

Dados: *sendo os ângulos α e β pequenos, considere $tg\alpha \cong sen\alpha$ e $tg\beta \cong sen\beta$.*

índice de refração da água: $n_{água}=1,33$

índice de refração do ar: $n_{ar}=1$

a) 0,80 m

b) 1,00 m

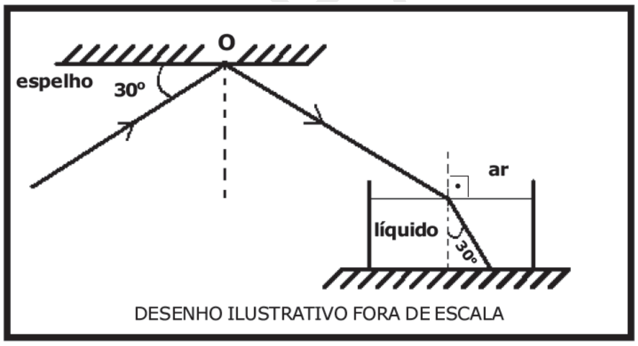
c) 1,10 m

d) 1,20 m

e) 1,33 m

12) *(Espcex – 2016) Um raio de luz monocromática propagando-se no ar incide no ponto O, na superfície de um espelho, plano e horizontal, formando um ângulo de 30° com sua superfície. Após ser refletido no ponto O desse espelho, o raio incide na superfície plana e horizontal de um liquido e sofre refração. O raio refratado forma um ângulo de 30° com a reta normal à superfície do líquido, conforme o desenho abaixo. Sabendo que o índice de refração do ar é 1, o índice de refração do líquido é:*

Dados: sen30°=1/2 e cos60°=1/2; sen60°=cos30°=$\sqrt{3}$/2.



DESENHO ILUSTRATIVO FORA DE ESCALA

a) $\sqrt{3}/3$

b) $\sqrt{3}/2$

c) $\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{3}/3$

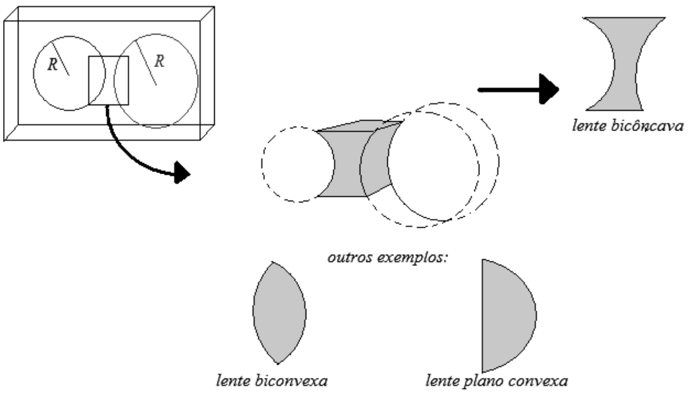
e) $2\sqrt{3}$

CURSO CIDADE EX

AULA 26 - LENTES ESFÉRICAS

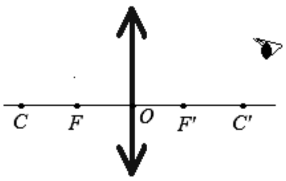
Elementos Geométricos das Lentes Esféricas

Uma lente esférica é construída de forma semelhante ao caso dos espelhos esféricos. É constituída de um material de índice de refração diferente do ar, e cortada mantendo a simetria esférica. O nome da lente é dado respeitando o maior raio de curvatura. Por exemplo:

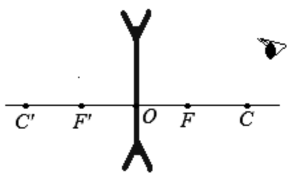


As lentes esféricas têm os mesmos elementos dos espelhos, com a diferença de que agora são duas faces esféricas, e portanto, temos dois centros de curvatura (ou pontos antiprincipais), dois focos (um do lado do observador (virtual) chamado foco imagem, e outro do lado do objeto (real), denominado foco objeto e o vértice nos espelhos, aqui é substituído pelo chamado centro óptico da lente.

As lentes podem convergir ou divergir um feixe de raios paralelos que incidirem em uma de suas faces. De acordo com o comportamento da lente, ela é chamada de lente convergente ou divergente. Amesma lente pode ser tanto convergente quanto divergente, dependendo do meio onde é imersa.



Representação de uma lente convergente



Representação de uma lente divergente

As lentes esféricas possuem propriedades semelhantes aos espelhos esféricos. São elas:

1- *Todo raio de luz que incide numa lente esférica paralelamente ao seu eixo principal, refrata numa direção que passa pelo foco imagem.*

2- *Todo raio de luz que incide numa lente esférica numa direção que passa pelo foco objeto, refrata numa direção paralela ao eixo principal.*

3- *Todo raio de luz que incide na lente esférica numa direção que passa pelo centro óptico da lente, refrata sobre si próprio.*

Estudo Analítico

É realizado da mesma forma que no caso dos espelhos esféricos. Apenas devemos ter em mente a regra de sinais:

** Objetos (reais) sinal sempre positivo.*

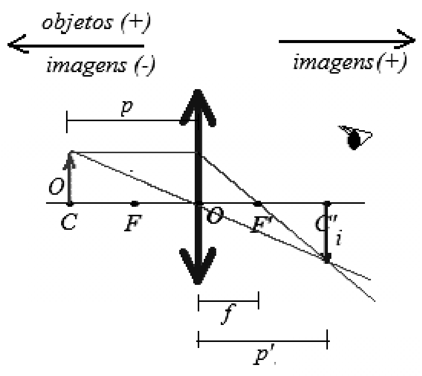
** Imagens do lado do observador (reais), sinal positivo;*

** Imagens do lado do objeto (virtuais), sinal negativo.*

** Lentes divergentes: foco negativo.*

** Lentes convergentes: foco positivo.*

CURSO CIDADE - EsPCEx



$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}}$$

$$\boxed{A = \frac{i}{O}}$$

$$\boxed{A = \frac{-p'}{p}}$$

Aqui A é o aumento linear, que representa quantas vezes a imagem é maior/ menor que o objeto. Devemos ter em mente o referencial de Gauss, que estabelece:

- *P'>0 : imagem real (do lado do observador)*
- *P'<0 : imagem virtual (do lado do objeto)*
- *|A| =1: imagem do mesmo tamanho do objeto.*
- *|A| > 1: imagem maior que o objeto.*
- *|A| < 1: imagem menor que o objeto.*
- *Sinal de A positivo: imagem direita.*
- *Sinal de A negativo: imagem invertida.*

Fórmula dos Fabricantes de Lentes

É uma fórmula que relaciona os raios de curvatura da lente com o seu poder de convergência de acordo com o seu índice de refração.

$$\boxed{\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{lente}}{n_{meio}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

Aqui R é o raio de curvatura de cada face. Se a face for convexa, usamos o sinal positivo; para a face côncava, usamos o sinal negativo.

Vergência:

A vergência de uma lente é o poder de convergência que ela possui. É definida de maneira bem simples por:

$$\boldsymbol{V = \frac{1}{f}}$$

Para lentes divergentes, temos f < 0 e portanto, V é negativo. Caso tenhamos lentes convergentes, V >0. Avergência pode ser dada em cm^{-1}, m^{-1}, etc. Caso a distância focal seja dada em metros, a unidade de vergência no SI é denominada dioptria (Di). Popularmente a dioptria é chamada de grau.

Vejamos alguns exemplos:

***Exemplo 1 –** Um objeto de 10 cm está colocado a 25 cm de uma lente convergente de distância focal 50 cm. Determine as características da imagem.*

Podemos determinar as características da imagem usando a lei de Gauss para determinar a posição da imagem. Assim temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{25} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{50} - \frac{1}{25} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1-2}{50} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{-1}{50} = \frac{1}{p'}$$

$$p' = -50\ cm$$

CURSO CIDADE ESPCEX

Podemos determinar o aumento linear pela expressão usual:

$$A = -\frac{p'}{p}$$

$$A = -\frac{(-50)}{25} = +2$$

Agora podemos determinar as características da imagem apenas analisando os resultados de p' e A. De p' podemos notar que seu valor é negativo, o que significa que a imagem está do lado do objeto, portanto virtual. O sinal de A, mostra que a imagem é direta e o valor 2, significa que a imagem é duas vezes maior que o objeto. Assim, as características da imagem são: virtual, maior e direta. Neste caso a lente está funcionando como uma lupa!

Exemplo 2 – *Um sistema de lentes de um projetor artesanal pode ser entendido como uma fina lente convergente de distancia focal igual a 5 cm. A que distancia da lente deve estar uma tela para receber a imagem de um slide a 6 cm da lente?*

A tela deve receber a imagem proveniente da passagem dos raios de luz emitidos pelo objeto (slide) na lente. Assim, a imagem deve ser real, e a distância da tela à lente seria a distância da imagem à lente (p'). Desta forma temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{6} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{6-5}{30} = \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{p'}$$

$$p' = 30\ cm$$

Assim, a tela deve ser colocada a 30 cm da lente para que a imagem seja bem focalizada.

EXERCÍCIOS

1) *(EFOMM) Um objeto real é colocado perpendicularmente ao eixo principal de uma lente delgada e a distância do objeto à lente é de 10 cm. A imagem conjugada por esta lente é real e seu tamanho é 4 vezes maior que o do objeto. Portanto, trata-se de uma lente _________ e cuja vergência vale _______ di. Assinale a alternativa que preenche corretamente as lacunas do texto acima.*

a) convergente; 12,5

b) divergente; 0,125

c) convergente; 2,0

d) divergente; 8,0

2) *(AFA) Uma lupa é basicamente uma lente convergente, com pequena distância focal. Colocando-se um objeto real entre o foco objeto e a lente, a imagem obtida será:*

a) real, direita e maior.

b) virtual, direita e maior.

c) real, invertida e menor.

d) virtual, invertida e menor.

3) *(EEAER) Uma lente plano-convexa, constituída de vidro (n=1,5), imersa no ar (n=1), possui um raio de curvatura igual a 20 cm. Dessa forma, trata-se de uma lente ______, com distância focal igual a ________ cm. Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela que preenche corretamente a frase anterior.*

a) divergente, 20

b) divergente, 40

c) convergente, 20

d) convergente, 40

4) *Uma lente plano-convexa tem o raio de curvatura da face convexa igual a 20 cm. Sabendo que a lente está imersa no ar (n=1) e que sua convergência é de 2,5 di, determine*

CURSO CIDADE - ESPCEX

o valor do índice de refração do material que constitui essa lente.

a) 1,25
b) 1,50
c) 1,75
d) 2,00

5) *(EEAER) Foram justapostas duas lentes, uma de distância focal igual a 5 cm e outra de convergência igual a – 4 di. A distância focal da associação destas lentes, em centímetros, é dada por:*

a) 6,25
b) 20,0
c) –1,00
d) –20,0

6) *(EFOMM) Um filatelista utiliza uma lupa para ampliar em 5 vezes um selo colocado a 4 cm do centro óptico da lente. Para que isto ocorra a lupa deve ser constituída de uma lente __________ de _________ dioptrias. Dentre as alternativas abaixo, assinale aquela que preenche corretamente o texto acima.*

a) divergente; 5
b) divergente; 20
c) convergente; 5
d) convergente; 20

7) *(ESPCEX) Um objeto é colocado sobre o eixo principal de uma lente esférica delgada convergente a 70 cm de distância do centro óptico. A lente possui uma distância focal igual a 80 cm. Baseado nas informações anteriores, podemos afirmar que a imagem formada por esta lente é:*

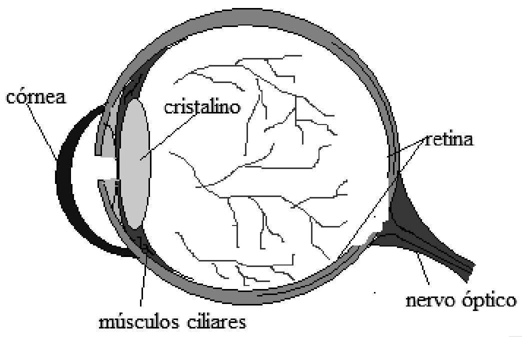
[A] real, invertida e menor que o objeto.
[B] virtual, direita e menor que o objeto.
[C] real, direita e maior que o objeto.
[D] virtual, direita e maior que o objeto.
[E] real, invertida e maior que o objeto.

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 27 - ÓPTICA DA VISÃO

O olho humano funciona como uma câmara escura de orifício. Nosso olho é um sofisticadíssimo sistema de lentes e sensores, capazes de absorver a radiação visível e transformá-la em imagens no nosso cérebro. Do ponto de vista da física, o olho humano pode ser descrito de maneira simples pelos seguintes componentes:

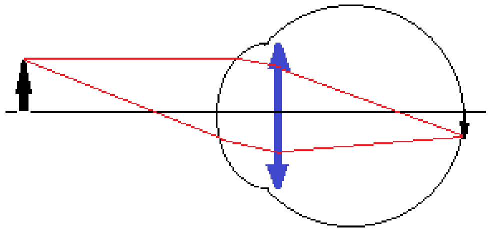
GLOBO OCULAR



A luz proveniente de uma fonte penetra no olho através da córnea, uma membrana fina e transparente e avascularizada. Sua curvatura é responsável por 2/3 da convergência no olho. Ao passar pela córnea a luz chega até a íris, um conjunto de músculos circulares que se contraem e dilatam, de forma a controlar a entrada da luz por um orifício denominado pupila.

Ao penetrar no olho, a luz passa pelo cristalino, um sistema de finas membranas superpostas e transparentes, que formam uma lente convergente, responsável por focalizar a imagem no fundo do olho, sobre a retina, uma região formada por milhões de células foto-receptoras, capazes de converter a luz que chega até ela, em impulsos elétricos que são enviados ao cérebro, que traduz esses impulsos em imagens.

A imagem formada no interior do olho é invertida em relação ao objeto, de maneira semelhante a uma máquina fotográfica. Para ficar nítida, a imagem deve ser formada exatamente sobre a retina o que não acontece em alguns casos, como veremos agora.



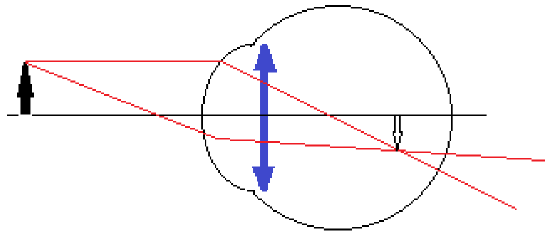
olho normal

*Uma pessoa com visão normal pode enxergar objetos situados desde uma distância média convencional de 25 cm (**ponto próximo**) até o infinito (**ponto remoto**).*

Defeitos de visão:

Miopia

É uma doença do olho, no qual o globo ocular é mais alongado que o normal, formando a imagem antes da retina. A correção pode ser feita utilizando lentes divergentes, que fazem com que os raios provenientes do infinito (paralelos) emirjam como se proviessem do ponto remoto. Desta forma o foco imagem da lente deve coincidir com o ponto remoto do olho.

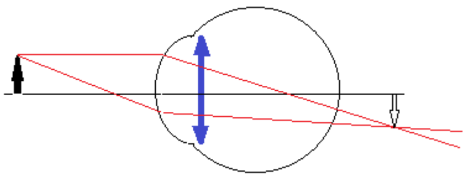


olho míope

$$f = -p_R$$

Hipermetropia

É uma doença na qual o globo ocular é mais curto que o normal e a imagem se forma após a retina. A correção pode ser feita usando lentes convergentes que fazem com que um objeto situado a 25 cm, forneça uma imagem situada no ponto próximo do olho.

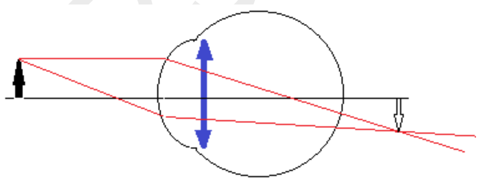


olho hipermétrope

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}25} - \frac{1}{p_p}$$

Presbiopia

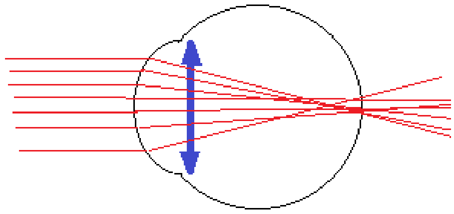
É uma doença na qual o olho embora de tamanho normal, forma imagens após a retina. A diferença é que esse defeito é causado por um enrijecimento do cristalino, que com o passar do tempo acaba perdendo seu poder de convergência. É também chamada de vista cansada. A correção pode ser feita usando lentes convergentes.



olho presbíope

Astigmatismo

É uma doença na qual, os raios de luz paralelos que penetram no olho, não convergem todos para o foco imagem do cristalino (olho). A sensação é de uma visão embaçada. Isto ocorre devido a uma má curvatura da córnea (mais comum) ou do cristalino. A correção pode ser feita usando lentes cilíndricas.



olho astigmático

Vejamos um exemplo:

***Exemplo 1 -** Uma pessoa míope tem o seu ponto remoto a 4m do olho. Qual a vergência e a distancia focal da lente que corrige este defeito?*

Uma pessoa com miopia forma as imagens antes da retina, desta forma a lente que corrige o defeito é divergente, para "espalhar" os raios na direção da retina. No míope o ponto remoto é finito e próximo ao olho. Como vimos, a distância focal da lente que corrige o defeito é dada por:

$$f = -p_R$$

$$f = -4\,m$$

Sendo assim, a vergência da lente que corrige o defeito vale:

$$V = \frac{1}{f} = \frac{1}{-4} = -0{,}25\;di$$

Ou seja, a lente deve ser divergente e de 0,25 dioptrias (ou graus).

***Exemplo 2 -** Uma pessoa hipermetrope tem seu ponto próximo situado a 50 cm da vista. Para que possa enxergar nitidamente objetos situados a 25 cm de distância, determine a vergência da lente que deve usar.*

Admitindo que a distância que separa a lente do olho é desprezível, a lente deve fornecer uma imagem no ponto próximo do olho (50 cm) de um objeto situado a 25 cm. Assim temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25} + \frac{1}{(-50)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2-1}{50} = \frac{1}{50}$$

$$f = 50\ cm$$

Aqui usamos o sinal negativo para p' pois a imagem deve ser virtual. A vergência é dada pelo inverso da distância focal em metros. Assim, temos:

$$V = \frac{1}{f}$$

$$V = \frac{1}{05}$$

$$V = 2\ di$$

Ou dois graus (popularmente usado).

EXERCÍCIOS

1) *(EEAER) Uma pessoa para ler um jornal, precisa colocá-lo à distância de 50 cm; se quiser lê-lo à distancia de 25 cm, deverá utilizar óculos com lentes esféricas de distancia focal:*
a) 50 cm
b) 25 cm
c) -50 cm
d) -25 cm
e) 20 cm

2) *Para que os raios luminosos sempre convirjam na retina, os músculos ciliares, que garantem também sustentação mecânica ao globo ocular, podem contrair-se variando a curvatura das faces do cristalino. Quando um objeto se aproxima do olho, o cristalino:*
a) atua como lente convergente e os músculos ciliares ficam relaxados.
b) atua como lente divergente e os músculos ciliares vão se contraindo, diminuindo a distância focal do cristalino.
c) atua como lente convergente e os músculos ciliares vão se contraindo, diminuindo a distância focal do cristalino.
d) atua como lente divergente e os músculos ciliares ficam relaxados.

3) *(AFA) Das afirmações abaixo a respeito do olho humano e dos defeitos da visão:*
I- A forma do cristalino é modificada com o auxílio dos músculos ciliares.
II- A miopia pode ser corrigida com o uso de lentes divergentes.
III- A hipermetropia é um defeito da visão que se deve ao alongamento do globo ocular em relação ao comprimento normal.
São corretas:
a) I e II
b) I e III
c) II e III
d) I, II e III

4) *(AFA) A miopia e o estrabismo são defeitos da visão que podem ser corrigidos usando, respectivamente, lentes*
a) convergente e prismática.
b) convergente e cilíndrica.
c) divergente e prismática.
d) divergente e cilíndrica.

5) *(ESPCEX) Um estudante foi ao oftalmologista, reclamando que, de perto, não enxergava bem. Depois de realizar o exame, o médico explicou que tal fato acontecia porque o ponto próximo da vista do rapaz estava a uma distância superior a 25 cm e que ele, para corrigir o problema, deveria usar óculos com "lentes de 2,0 graus", isto é, lentes possuindo vergência de 2,0 dioptrias.*

CURSO CIDADE - ESPCEX

Do exposto acima, pode-se concluir que o estudante deve usar lentes

a) divergentes com 40 cm *de distância focal.*

b) divergentes com 50 cm *de distância focal.*

c) divergentes com 25 cm *de distância focal.*

d) convergentes com 50 cm *de distância focal.*

e) convergentes com 25 cm *de distância focal.*

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 28 - MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

O M.H.S. (Movimento Harmônico Simples) é um tipo de movimento periódico, isto é, um movimento que se repete em intervalos de tempos iguais. Além de ser um movimento periódico, para ser considerado MHS, o movimento deve se dar em uma trajetória retilínea.

Todo movimento periódico deve possuir um tempo de repetição denominado ***período*** *(T). O número de repetições que ocorrem em um determinado intervalo de tempo é chamado:* ***frequência*** *(f). O período e a frequência se relacionam pela expressão:*

$$T = \frac{1}{f}$$

Onde a frequência pode ser determinada pela expressão:

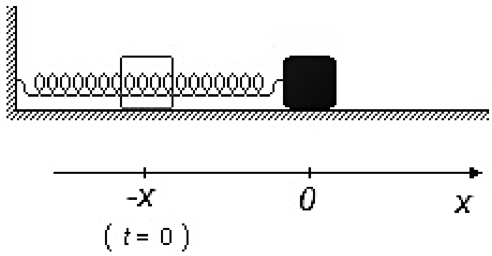
$$f = \frac{n°\ de\ repetições}{tempo}$$

Note que a unidade de frequência é um número por uma unidade de tempo, por exemplo: rotações por minuto (r.p.m.) ou ciclos por segundo (1/s). A unidade "por segundo" ou s^{-1} é denominada Hertz (Hz) e será a unidade de frequência adotada no S.I.

Podemos estudar dois casos como exemplos de um M.H.S. são eles: O sistema massa mola e o pêndulo simples.

Sistema Massa-Mola

No sistema massa mola, um corpo de massa ***m*** *está preso à uma mola de constante* ***k*** *posto à oscilar na ausência de qualquer força dissipativa. Isto faz com que toda energia inicial dada ao sistema seja conservada e fique "presa" no sistema que oscilaria eternamente nestas condições, se deixado livre.*



Tudo começa quando uma força externa comprime ou distende a mola de sua posição de equilíbrio O, armazenando uma energia potencial na mola. Ao liberar o sistema, este passa a oscilar entre as posições +x e –x denominadas elongação. Quando a elongação é máxima, ou seja, o corpo atinge o ponto de retorno, chamamos esta posição de amplitude do movimento (A).

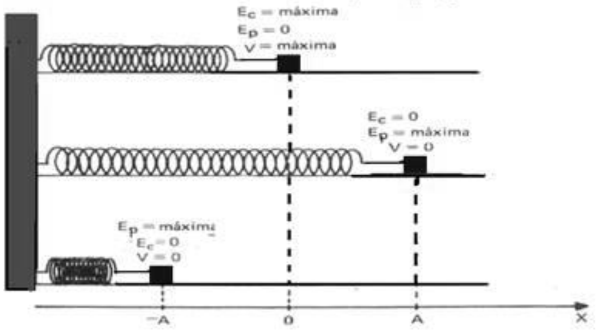
Ao ser abandonado da posição –x, a mola passa a transferir sua energia armazenada (potencial) para o bloco que passa a se mover com uma velocidade v. Como uma força elástica atua no bloco, este descreve um movimento acelerado, mas cuidado, não se trata de um MUV já que a força é variável e, portanto, a aceleração do bloco também.

Quando o corpo passa pela posição O, a mola se encontra na sua posição de equilíbrio, ou seja, nem distendida nem comprimida, o que faz com que nenhuma energia esteja na mola e sim no bloco que neste momento, possui velocidade máxima (ponto de maior energia cinética).

Desta forma podemos notar que no movimento de vai e vem do bloco, nos extremos sua energia potencial é máxima e a energia cinética é mínima (o corpo para) e no centro, sua energia potencial é mínima (zero) e a cinética é máxima.

Note que em qualquer ponto do movimento, a energia total (cinética + potencial) deve ser constante, ou seja, a energia mecânica do movimento se conserva.

CURSO CIDADE - EsPCEx



As equações para esse tipo de movimento são:

- ***Período do movimento:***

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Onde m é a massa do bloco e k é a constante elástica da mola. Note que o período não depende da amplitude do movimento!

A energia mecânica do sistema é constante e as energias cinética e potencial do sistema são dadas pelas mesmas expressões usadas no capítulo de energia, são elas:

- ***Energia cinética (K):***

$$K = m.\frac{v^2}{2}$$

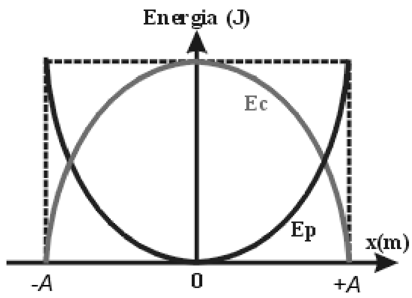
- ***Energia Potencial (U):***

$$U = k.\frac{x^2}{2}$$

E ainda lembrando que no ponto máximo x=A, a energia potencial máxima do sistema, ou ainda, a energia total do MHS, pode ser dada por:

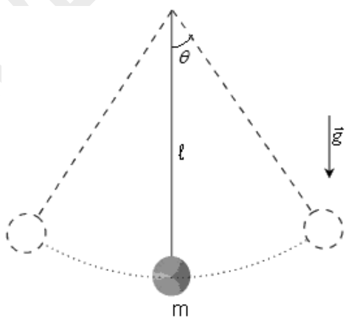
$$U_{MÁX} = k.\frac{x^2}{2}$$

A curva de energia potencial em função da amplitude do bloco é uma parábola!



- ***Pêndulo simples***

O pêndulo simples pode ser considerado como um outro exemplo de MHS, embora de uma maneira geral sua trajetória não seja retilínea. Neste caso, tomamos o ângulo θ muito pequeno, de forma que sua trajetória nesse caso seja praticamente retilínea.



Sendo assim, o movimento de vai e vem do corpo de massa m preso a um fio de comprimento l, se dá praticamente sobre uma reta e o período do movimento (MHS) pode ser dado de forma semelhante ao do caso massa-mola, ou seja:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Onde podemos notar que o período de um pêndulo simples independe da massa do objeto e da amplitude do movimento (desde que θ seja pequeno!).

CURSO CIDADE - EsPCEX

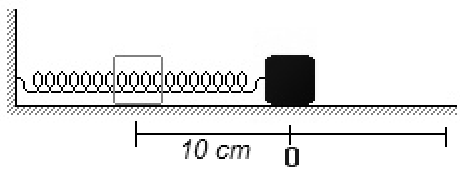
Vejamos alguns exemplos:

***Exemplo 1 –** Um corpo de massa m=2 kg está preso a uma mola de constante elástica k= 50 N/m. Por meio de uma força externa, a mola é comprimida 10 cm e o conjunto é abandonado, começando a oscilar num MHS sem a presença de forças dissipativas. Nestas condições, determine:*

a) O período do movimento.

b) A amplitude de oscilação do movimento.

c) Após quanto tempo a contar do instante em que o bloco é abandonado, ele retornará a essa mesma posição?



a) Para determinarmos o período de um sistema massa-mola, basta aplicarmos diretamente a relação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2}{50}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{2.\pi}{5} \approx 1{,}25\ s$$

b) A amplitude de oscilação é a distancia entre os extremos e o ponto de equilíbrio da mola. Neste caso, como a mola inicialmente foi comprimida 10 cm, o corpo oscilará entre esta posição e a posição 10 cm à frente de O. Assim, a amplitude A= 10 cm.

c) Ao ser abandonado, o corpo passa a oscilar entre –A e +A. O tempo em que o corpo retorna à mesma posição após um ciclo completo é o período do corpo, portanto 1,25 s aproximadamente.

***Exemplo 2 –** Um relógio de pêndulo é calibrado no frio inverno gaúcho. Considerando que o período desse relógio é dado por:*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Onde L é o comprimento do pêndulo e g é a aceleração local da gravidade, pergunta-se:

a) Esse relógio atrasará ou adiantará quando transportado para o quente verão nordestino?

b) Se o relógio for transportado do Nordeste para a superfície da Lua, nas mesmas condições de temperatura, ele atrasará ou adiantará?

a) Note que o período do relógio é o mesmo de um pêndulo simples e sendo assim, depende apenas do comprimento do fio e da gravidade local. No caso em questão, ao ser transportado para o quente verão nordestino, a temperatura aumenta, e desta forma o fio se dilata aumentando o valor de L. Se L aumenta, o período aumenta e desta forma o tempo de vai e vem do pêndulo será maior, o que fará com que o relógio atrase!

b) Ao ser transportado para a Lua nas mesmas condições de temperatura, o comprimento do fio será o mesmo, porém, como a gravidade lunar é menor que a terrestre, o valor de g diminuiria fazendo com que o valor na

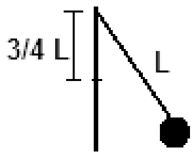
CURSO CIDADE – ESPCEX

raiz seja maior, desta forma o período do pêndulo aumentaria, fazendo com que novamente o relógio atrasasse.

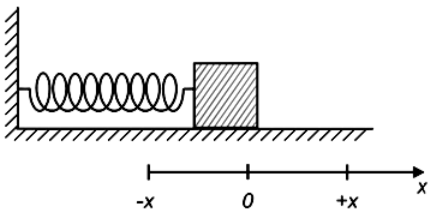
EXERCÍCIOS

1) *(ITA) Um pêndulo simples oscila com um período de 2,0 s. Se cravarmos um pino a uma distância 3L/4 do ponto de suspensão e na vertical que passa por aquele ponto, como mostrado na figura, qual será o novo período do pêndulo? Desprezar os atritos. Considere ângulos pequenos tanto antes quanto depois de atingir o pino.*

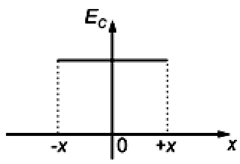
a) 1,5 s
b) 2,7 s
c) 3,0 s
d) 4,0 s
e) o período não se altera

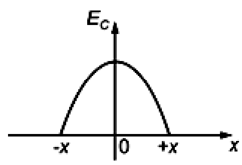


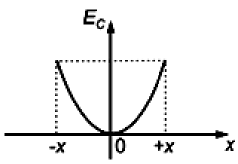
2) *(AFA) Um bloco ligado a uma mola presa a um parede oscila em torno de 0, sobre uma superfície sem atrito, como mostra a figura.*

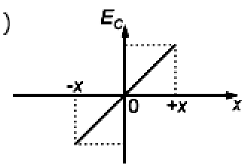


O gráfico que ***MELHOR*** *representa a energia cinética* E_C *em função de x é:*

a)


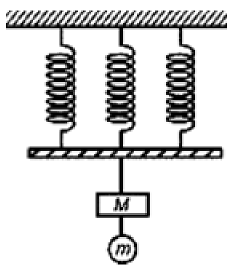
c)


b)


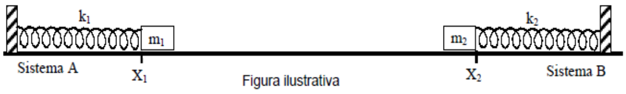
d)


3) *(AFA) Considere o sistema apresentado na figura abaixo formado por um conjunto de três molas ideais e de constantes elásticas iguais acopladas em paralelo e ligadas por meio de uma haste de massa desprezível a um segundo conjunto, formado por duas massas* M e m, *tal que* M = 2m. *Considere, ainda, que o sistema oscila verticalmente em MHS (movimento harmônico simples) com frequência* f1. *Se o fio ideal que une a massa* m *ao sistema for cortado simultaneamente com a mola central da associação de molas, o sistema passará a oscilar com uma nova frequência* f2, *tal que a razão* f2/f1 *seja:*

a)1/2
b)1
c) 2
d)2/3



4) *(ESPCEX) Em um sistema massa-mola ideal, sem forças dissipativas, a freqüência de oscilação f de uma massa m é dada por* $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$, *onde k representa a constante elástica da mola. Nos sistemas A e B representados abaixo, as forças dissipativas são nulas, as molas são ideais, X1 e X2* *representam a posição de elongação máxima das molas e as massas m1 e m2 são iguais. Para que a situação indicada na figura se repita a cada 3 oscilações do sistema A e 2 oscilações do sistema B, a razão entre k1 e k2 é igual a:*



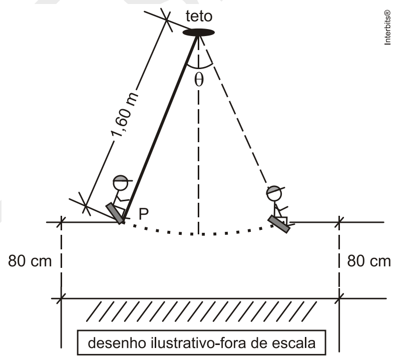
[A] *0,667.*
[B] *1,500.*
[C] *0,444.*
[D] *1,120.*
[E] *2,250.*

5) *(ESPCEX) Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:*
[A] 0,1 m
[B] 0,2 m
[C] 1,2 m
[D] 0,6 m
[E] 0,3 m

6) *(ESPCEX) Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica- se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa-mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando π= 3,14, o período do movimento executado pelo corpo é de:*

[A] 1,256 s
[B] 2,512 s
[C] 6,369 s
[D] 7,850 s
[E] 15,700s

7) *(ESPCEX) Uma criança de massa* 25 kg *brinca em um balanço cuja haste rígida não deformável e de massa desprezível, presa ao teto, tem* 1,60 m *de comprimento. Ela executa um movimento harmônico simples que atinge uma altura máxima de* 80 cm *em relação ao solo, conforme representado no desenho abaixo, de forma que o sistema criança mais balanço passa a ser considerado como um pêndulo simples com centro de massa na extremidade* P *da haste. Pode-se afirmar, com relação à situação exposta, que*



Dados: intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

considere o ângulo de abertura não superior a 10°.

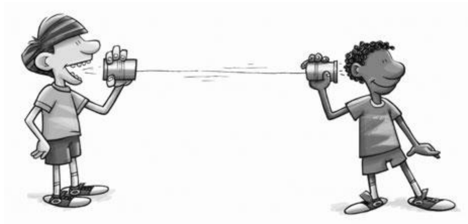
[A] *a amplitude do movimento é* 80 cm.
[B] *a frequência de oscilação do movimento é* 1,25 Hz.
[C] *o intervalo de tempo para executar uma oscilação completa é de* 0,8π s.
[D] *a frequência de oscilação depende da altura atingida pela criança.*
[E] *o período do movimento depende da massa da criança.*

AULA 29 - ONDAS

*Ondas são perturbações produzidas num meio e que se propagam através dele transportando **energia**. Ondas transportam energia entre dois pontos do meio sem que haja o transporte de matéria entre esses pontos. As ondas podem se deslocar ao longo de uma única direção (linha) no caso são chamadas **unidimensionais**, como ondas produzidas numa corda esticada. Podem se propagar ao longo de um plano como uma mesa ou na superfície da água, e serem chamadas de **bidimensionais**, ou ainda, se propagar nas três dimensões como no caso do som, denominadas **tridimensionais**.*

Quanto à sua natureza, as ondas podem ser classificadas como: mecânicas e eletromagnéticas.

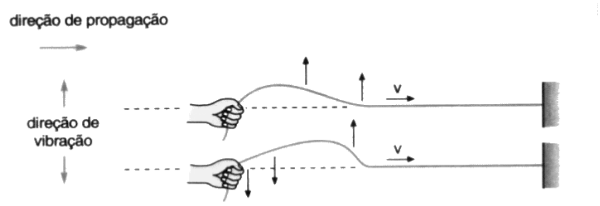
*As ondas **mecânicas** são aquelas que necessitam obrigatoriamente de um meio material para se propagar, como o som por exemplo.*



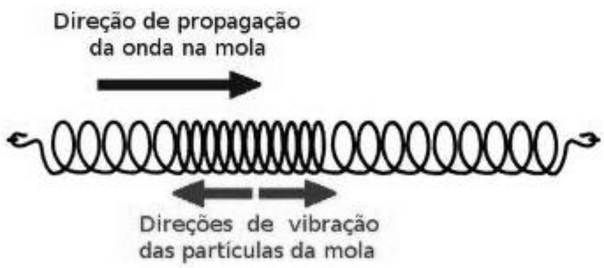
*Já as ondas **eletromagnéticas** podem se propagar mesmo na ausência de um meio material, a luz por exemplo.*

Dependendo da forma de vibração, as ondas podem ser classificadas em: transversais, longitudinais e mistas.

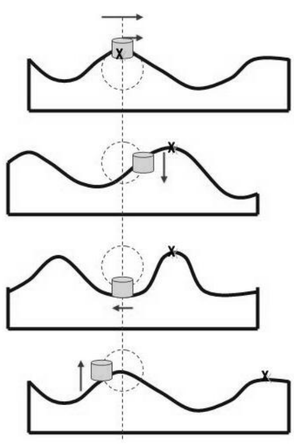
*As ondas **transversais** são aquelas em que cada ponto do meio vibra numa direção e a propagação da onda se dá numa direção perpendicular à de vibração. Por exemplo, ao produzirmos ondas em uma corda horizontalmente esticada, cada ponto da corda vibra para cima e para baixo (vertical), enquanto o pulso se desloca ao longo da corda, (horizontalmente). A luz também é um exemplo de uma onda transversal.*



*Já as ondas **longitudinais**, são aquelas em que a direção de propagação é a mesma de vibração dos pontos do meio. Numa mola helicoidal, quando colocamos a mola para vibrar ao longo de seu comprimento, temos um exemplo de onda longitudinal. O som também é um exemplo de uma onda longitudinal.*



*Quando a propagação da onda se dá tanto de forma longitudinal quanto transversal, dizemos que trata-se de uma onda **mista**. Um exemplo de onda mista são as ondas do mar, que fazem com que um corpo na superfície seja "jogado" para frente e para trás ao mesmo tempo em que é jogado para cima e para baixo, quando da passagem da onda.*



Propagação de um pulso em meios unidimensionais

Como vimos, uma corda pode ser considerado um meio unidimensional para passagem de uma onda. Desta forma, ao esticarmos uma corda entre dois pontos, teremos uma tração T na mesma. Um pulso produzido nessa corda teria uma velocidade constante dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Onde μ é a densidade linear da corda, dada por:

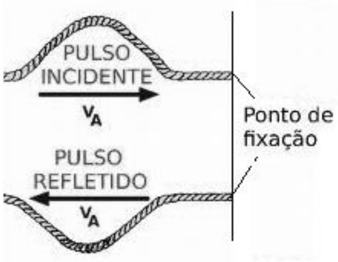
$$\mu = \frac{m}{L}$$

Onde L é o comprimento da corda. Note que a velocidade de um pulso numa corda (onda) depende apenas das condições do meio!!

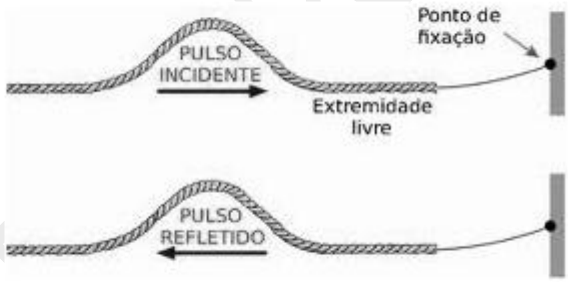
Reflexão e Refração de pulsos

Da mesma forma como vimos em óptica, a luz ao encontrar um obstáculo poderia tanto ser refletida como refratada. A luz é uma onda, desta forma, outros tipos de onda também devem fazê-lo. Um pulso se deslocando ao longo de uma corda esticada também pode sofrer tanto reflexão quanto refração ao encontrar um "obstáculo". Vejamos como isso acontece.

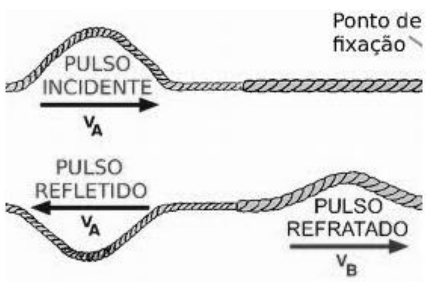
Reflexão: *Ocorre quando o pulso viajando numa corda cuja extremidade esteja fixa, ao colidir, volta com a mesma velocidade em módulo, porém com a fase invertida.*



Quando o pulso encontra uma extremidade móvel, um anel amarrado a uma corda e deslizando sobre um bastão liso por exemplo, ele volta com a mesma velocidade em módulo e com a mesma fase inicial.

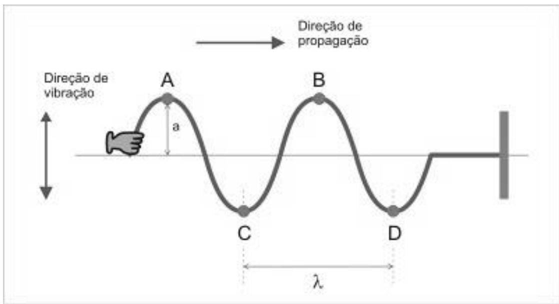


Refração: *Ocorre quando um pulso viajando em um meio, encontra uma superfície de separação para um outro meio (uma corda grossa para uma corda fina por exemplo). Neste caso, teremos dois pulsos, um refratado (que segue o caminho do pulso original) e um pulso refletido (que retorna na direção inicial do movimento e com a mesma velocidade do pulso original). A fase do pulso refletido dependerá do sentido do pulso original, ou seja, se está indo de um meio mais denso para o menos denso e vice-versa.*



Ondas Periódicas

Ao produzirmos sucessivos pulsos de ondas ao longo de uma corda, de uma forma constante, isto *é, com a mesma frequência, esse trem de ondas passa a se deslocar ao longo da corda, produzindo pontos de mesma amplitude ao longo da corda e formando uma figura bem definida.*



Nas ondas que se propagam ao longo da corda, os pontos mais altos são comumente chamados de cristas e os pontos mais baixos de vales. A distância entre duas cristas sucessivas ou dois vales sucessivos é exatamente o comprimento do pulso produzido numa repetição, período. Assim essa distância é denominada comprimento de onda, representado por λ. Assim, a velocidade das ondas ao longo da corda (constante), pode ser dada por:

$$v = \lambda . f$$

Onde f é a frequência dos pulsos na corda, ou seja, a frequência da própria fonte que produz os pulsos. Podemos escrever a equação acima em função do período da onda, ou seja:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Como uma onda é uma perturbação que se propaga num meio com um determinado período, costumamos determinar a posição ao longo do eixo y de um ponto da corda num determinado instante, fazendo uso de uma função cosseno, que também é uma função periódica, oscila sempre entre -1 $\leq \cos\theta \leq$ 1. Desta forma, a ***função de onda*** *é dada por:*

$$y = A.cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

Onde A é a amplitude da onda, T o período, t o instante em que se deseja saber a posição y, x a posição do ponto ao longo do eixo x e φ_0 é a chamada fase inicial da onda, usada para "calibrar" a sua função, já que podemos escolher como instante inicial, qualquer valor que se queira.

Caso Bidimensional

Ondas bidimensionais possuem as mesmas propriedades vistas no caso unidimensional. O que muda, é que fazemos uso de uma visualização diferente do problema, ao invés de considerarmos um ponto da corda, supomos o pulso vibrando num lençol por exemplo, desta forma toda uma área do lençol vibraria simultaneamente. Essa região de vibração é chamada ***frente de onda****.*

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1- *Um garoto produz vibrações de 0,2s em 0,2 s na extremidade livre de uma corda esticada, cujo comprimento é 10m. O tempo que cada crista da onda gerada leva para atingir a outra extremidade fixa é 4,0 s. O comprimento de onda das ondas assim formadas é:*

a) 10 cm

b) 2 cm

c) 40 cm

d) 50 cm

Podemos notar pelo enunciado que se o garoto produz vibrações a cada 0,2s, isso equivale ao período da fonte (garoto). Como o período da fonte é o mesmo da onda temos que T= 0,2s. A velocidade das ondas na corda só depende do meio (corda) e é constante. Sendo assim temos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$v = \frac{10}{4} = 2,5\ m/s$$

Como a velocidade da onda pode ser calculada em função do período também, temos que:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

$$2,5 = \frac{\lambda}{0,2}$$

$$\lambda = 2,5\ .0,2 = 0,5\ m$$

$$\lambda = 50\ cm$$

resposta letra "d".

Exemplo 2- *Uma onda se propaga de acordo com a função y = A cos (bt – ax), onde a=8,0 m^{-1} e b= 2,0 . 10^2rad/s. Determine o período da onda e o seu comprimento.*

Como vimos, a função de onda é dada pela equação:

$$y = A.\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Assim devemos colocar a função dada na forma acima, ou seja, vamos reescrever a equação da seguinte forma:

$$y = A.\cos\left[\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\right]$$

Sendo assim, podemos comparar a equação acima com a equação dada no enunciado, ou seja:

$$y = A.\cos[(bt - ax)]$$

Desta forma, fica fácil notar que:

$b = \frac{2\pi}{T}$ e $a = \frac{2\pi}{\lambda}$

O período é então calculado pela primeira relação:

$$b = \frac{2\pi}{T}$$

não se altera

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2.10^2} = \pi.10^{-2} = 3,1 \times 10^{-2}\ s$$

O comprimento da onda pode ser dado por:

$$a = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{a} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} = 0,8\ m$$

EXERCÍCIOS

1) *Ondas periódicas propagam-se na superfície da água. Um observador em repouso registra a passagem de uma crista de onda a cada 0,50 s. Quando o observador se move no sentido contrário ao da propagação das ondas, com velocidade de 12 cm/s, observa-se a passagem de uma crista de onda a cada 0,20 s. Com base nesses dados, pode-se afirmar corretamente que o comprimento de onda em cm, é igual a:*

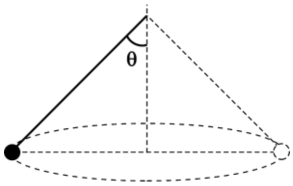
a) 2,4
b) 4,0
c) 6,0
d) 24

2) *(EFOMM) Uma onda se propaga de acordo com a função y = A cos 2π(bt – ax), onde a=2,00 m^{-1} e b= 6,0 . 10^3rad/s. Nesse caso:*

a) o comprimento de onda é igual a 2,00 m.
b) o período da onda é 2,00 . 10^{-3} s.
c) a onda se propaga com a velocidade de 3,0 . 10^3 m/s.
d) a velocidade da onda é 3,4 . 10^2 m/s.

CURSO CIDADE - EsPCEX

3) *(EEAER) O pêndulo da figura abaixo gira apresentando um ângulo θ de abertura em relação à vertical. Afirma-se que*



I - a força centrípeta é a força resultante.
II - variando a velocidade o período permanece inalterado.
III - a tensão no fio diminui com o aumento de θ.

Estão corretas as afirmativas

a) I e III apenas.
b) II e III apenas.
c) I e II apenas.
d) I, II e III.

4) *(AFA) Uma mola, de massa desprezível, se distende de b quando equilibra um bloco de massa m. Sabe-se que no instante t = 0, o bloco foi abandonado do repouso a uma distância ℓ abaixo de sua posição de equilíbrio. Considerando g a aceleração da gravidade e desprezando os atritos, a equação do movimento resultante em função do tempo t é*

a) $x = \ell \cos\left(\sqrt{gb}\ t\right)$
b) $x = \ell \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{b}{g}}\ t\right)$
c) $x = \ell \operatorname{tg}\left(\sqrt{gb}\ t\right)$
d) $x = \ell \cos\left(\sqrt{\frac{g}{b}}\ t\right)$

5) *Em um determinado meio de propagação, o comprimento de onda (λ) e a frequência (f) de uma dada onda, são grandezas*
a) diretamente proporcionais.
b) inversamente proporcionais.
c) que só podem ser aplicadas no estudo do som.
d) que não apresentam nenhuma proporcionalidade.

6) *(EFOMM) Uma onda se propaga de um meio para outro, constituindo o fenômeno da refração ondulatória. Pela experiência concluímos que neste fenômeno se mantém sem alteração o (a)*
a) frequência
b) comprimento de onda.
c) velocidade de propagação.
d) produto da frequência pelo comprimento de onda.

7) *(AFA) Um pulso ao propagar-se em uma corda encontra um extremo fixo e sofre reflexão. Ao retornar, o pulso refletido terá*
a) mesma fase e comprimento de onda menor.
b) mesma fase e mesmo comprimento de onda.
c) fase invertida e comprimento de onda maior.
d) fase invertida e mesmo comprimento de onda.

8) *Calcule o comprimento de onda, das ondas eletromagnéticas emitidas por uma emissora de rádio, as quais apresentam uma frequência de 30 MHz. Considere a velocidade de propagação como sendo igual a da luz no vácuo, ou seja 300.000 km/s.*
a) 1 m
b) 3 m
c) 10 m
d) 100 m

9) *(EFOMM) O fenômeno ondulatório que descreve o contorno de obstáculos por ondas ou passagem de ondas através de fendas chama-se _____ .*
a) Refração.
b) Difração.
c) Reflexão.
d) Reverberação.

10) *(EFOMM) Considere uma onda se propagando em um meio material homogêneo. A distância entre dois pontos,*

CURSO CIDADE - ESPCEX

não consecutivos, em concordância de fase é:

a) Um raio de onda.

b) Uma frente de onda.

c) Igual a um comprimento de onda.

d) Múltiplo de um comprimento de onda.

11) *(AFA) No fenômeno ondulatório da refração, observa-se que mantém-se constantes os valores*

a) do período e da fase.

b) da fase e da velocidade de propagação.

c) da frequência e do comprimento de onda.

d) da velocidade de propagação e do comprimento de onda.

12) *(EEAER) Pode-se definir nanotecnologia como sendo a técnica de manipular ou construir dispositivos de tamanhos da ordem de nanômetros (10^{-9} m). Se a luz, nas frequências de 4,0 x 10^{14} Hz (cor vermelha) e de 6,0 x 10^{14} Hz (cor verde), estiver propagando no vácuo, os comprimentos de onda correspondentes às cores vermelho e verde, respectivamente, serão de ____ e ____ nanômetros.*

a) 0,50 e 0,75

b) 0,75 e 0,5

c) 500 e 750

d) 750 e 500

13) *(EFOMM) Uma pedra é abandonada exatamente da beira de um poço de 320 m de profundidade. Como as dimensões da pedra são pequenas, orienta-se que: despreze a força de atrito sobre a pedra e considere um movimento em queda livre. Determine o intervalo de tempo, em segundos, entre o abandono da pedra e a chegada, na beira do poço, da frente de onda sonora produzida pela pedra tocando o fundo do poço. Dados: a velocidade do som é constante e igual a 320 m/s e a aceleração da gravidade, no local, é de 10 m/s^2.*

a) 10.

b) 9.

c) 8.

d) 1.

14) *(EEAER) A exposição exagerada aos raios solares pode causar câncer de pele, devido aos raios ultravioleta. Sabendo-se que a faixa UVB vai de 280 a 320 nm (nanômetros), calcule, em Hz, a frequência correspondente ao centro dessa faixa, no vácuo.*

a) 10

b) 10^7

c) 10^8

d) 10^{15}

15) *(EFOMM) Em uma onda que se propaga em uma corda, tem-se dois pontos que estão em concordância de fase, portanto, pode-se afirmar certamente que a distância entre esses pontos é*

a) igual a zero.

b) igual a um comprimento de onda.

c) múltiplo do comprimento de onda.

d) igual a meio comprimento de onda.

16) *(EEAER) Uma estação orbital terrestre emitiu, ao mesmo tempo, três sinais luminosos de cores diferentes: vermelha, verde e violeta. Esses sinais foram captados por um sistema de detecção, extremamente preciso, de uma sonda próxima ao planeta Marte. Admitindo que a propagação das luzes ocorreu durante todo o tempo no vácuo, qual das alternativas a seguir está correta?*

a) todos os sinais chegaram ao mesmo tempo.

b) a luz de cor verde chegou antes das demais cores.

c) a luz de cor violeta chegou antes das demais cores.

d) a luz de cor vermelha chegou antes das demais cores.

17) *(AFA) Durante os cercos realizados aos castelos da Idade Média costumava-se colocar barris com água do lado interno das muralhas. O objetivo era detectar por meio das ondulações da superfície da água a escavação de túneis para entrar no castelo. Dentre as alternativas a seguir, pode-se afirmar, corretamente, que*

a) a frequência observada nas ondulações formadas na superfície da água é a mesma da escavação.

*b) a frequência observada nas ondulações formadas na superfície da água **não** é a mesma da escavação.*

c) a diminuição da amplitude nas ondulações formadas na superfície da água indicava, com certeza, a maior proximidade da escavação.

CURSO CIDADE - EsPCEx

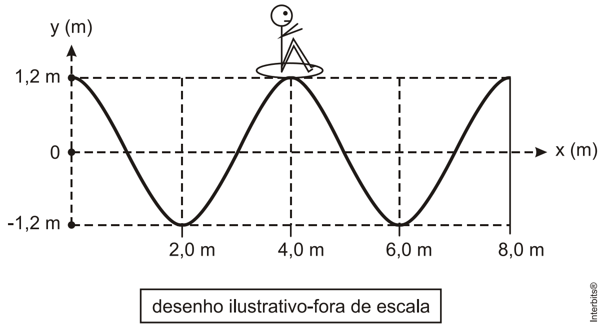
d) o aumento da amplitude nas ondulações formadas na superfície da água **não** indicava a maior proximidade da escavação ou maior intensidade da escavação.

18) (EEAER) Na superfície de um lago observa-se a formação de ondas periódicas. Sabendo-se que a distância entre duas cristas consecutivas da onda é de 10 cm e que sua velocidade de propagação é de 2 m/s, qual o período, em s, desta propagação?
a) 0,05
b) 0,10
c) 10,0
d) 20,0

19) (EFOMM) Uma onda passa de um meio material para outro, no qual apresenta diferente velocidade de propagação. Neste caso, no novo meio, a onda apresenta
a) frequência maior que a anterior.
b) frequência menor que a anterior.
c) a mesma frequência que no meio anterior.
d) o mesmo comprimento de onda que no meio anterior.

20) (EEAER) Uma emissora de rádio AM transmite ondas eletromagnéticas na frequência de 30 MHz, ou seja, dentro da faixa de ondas curtas. Supondo a velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas no ar a mesma que no vácuo, ou seja, 3.10^8 m/s, qual o comprimento de onda relativo a essa frequência?
a) 1 mm
b) 1 cm
c) 1 m
d) 10 m

21) (ESPCEX) Uma das atrações mais frequentadas de um parque aquático é a "piscina de ondas". O desenho abaixo representa o perfil de uma onda que se propaga na superfície da água da piscina em um dado instante.



Um rapaz observa, de fora da piscina, o movimento de seu amigo, que se encontra em uma boia sobre a água e nota que, durante a passagem da onda, a boia oscila para cima e para baixo e que, a cada 8 segundos, o amigo está sempre na posição mais elevada da onda.O motor que impulsiona as águas da piscina gera ondas periódicas. Com base nessas informações, e desconsiderando as forças dissipativas na piscina de ondas, é possível concluir que a onda se propaga com uma velocidade de

[A] 0,15 m / s
[B] 0,30 m / s
[C] 0,40 m / s
[D] 0,50 m / s
[E] 0,60 m / s

22) (ESPCEX) Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária $x = 8\cos(8\pi t)$, onde x é a posição medida em centímetros e t, o tempo em segundos. O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de
[A] 2
[B] 4
[C] 8
[D] 16
[E] 32

AULA 30 - INTERFERÊNCIA DAS ONDAS

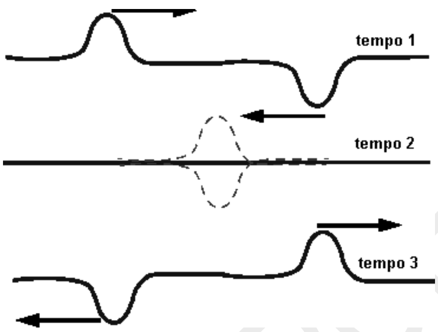
Propriedades das Ondas

*No capítulo anterior, vimos que uma onda possui a capacidade de se **refletir** e **refratar** ao encontrar um obstáculo ou uma superfície de separação. Uma onda pode apresentar outras três propriedades:*

- ***Difração**: é a capacidade que uma onda tem de contornar obstáculos ou fendas. Para que ocorra a difração, é necessário que as dimensões do obstáculo sejam da mesma ordem de grandeza do comprimento da onda.*
- ***Polarização:** Ocorre somente em ondas transversais como a luz por exemplo. Na polarização a onda tem alguns de seus modos de vibração eliminados por um polarizador, que limita algumas direções de vibração da onda.*
- ***Interferência:** Ocorre quando duas ondas ocupam o mesmo ponto do espaço interferindo-se mutuamente. Neste momento suas amplitudes se somam (Princípio da Superposição) gerando uma figura de interferência, que pode ser construtiva(quando a amplitude resultante é maior que as amplitudes das ondas originais) ou destrutiva (quando a amplitude resultante acaba sendo menor que a das ondas originais*). A interferência ocorre em ondas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Vejamos o caso mais simples (unidimensional) em detalhes:*

Princípio da Superposição

Quando produzimos dois pulsos numa mesma corda propagando-se em sentidos contrários, em um dado momento os pulsos passam a ocupar o mesmo lugar na corda, é quando ocorre o fenômeno da interferência. Neste momento a amplitude das ondas se somam formando a figura de interferência (figura), é o que chamamos de princípio da superposição. Confira um exemplo de interferência destrutiva na figura abaixo:

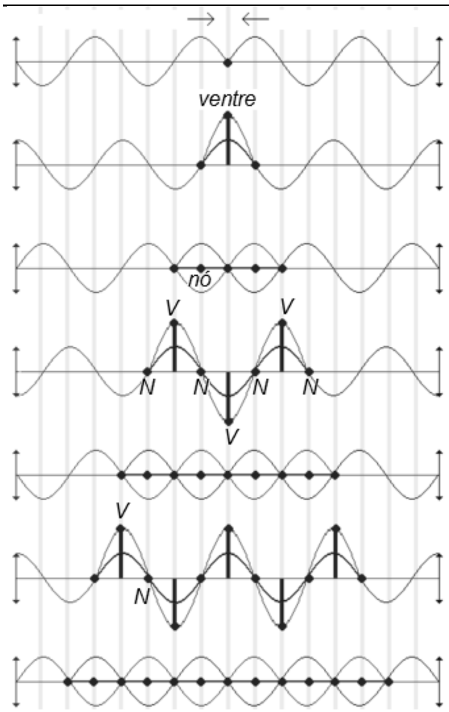


Após a interferência, cada pulso segue o seu caminho com a mesma amplitude e velocidade originais, como se nada tivesse acontecido.

Ondas Estacionárias

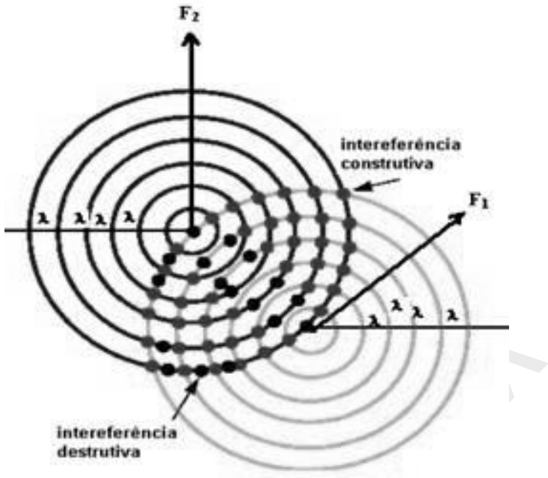
Suponha uma fonte periódica de ondas que produz ondas numa corda que vão em direção à um obstáculo e são refletidas na direção da fonte. Como a fonte está sempre produzindo pulsos (trem de ondas), estes encontrarão àqueles que vêm em sentido contrário após refletirem na parede. Como após a reflexão o pulso muda de fase, ao encontrar um pulso que vem em sentido contrário e com fase inversa, é criada no ponto de encontro dos pulsos uma figura de interferência destrutiva e ao encontrar um pulso de mesma fase cria-se uma figura de interferência construtiva, isto sucessivamente com o passar do tempo. Para um observador externo, os pulsos na corda parecem não "viajar" e sim, cada ponto da corda passa a oscilar num movimento de vai-e-vem, gerando o que chamamos onda estacionária.

CURSO CIDADE - EsPCEx

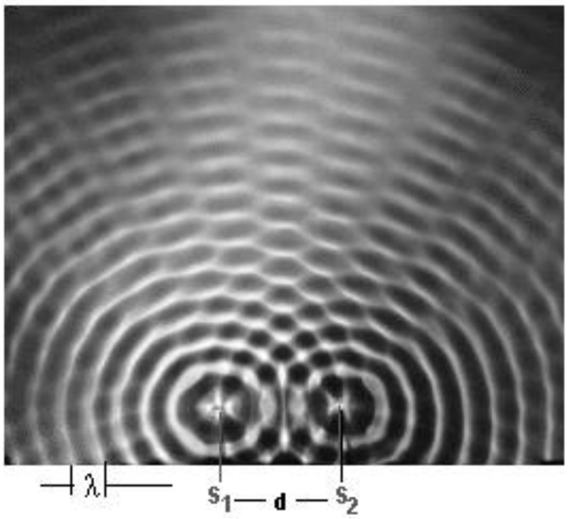


Os pontos de interferência construtiva são chamados Ventres (V) e os pontos de interferência destrutiva são chamados Nós (N).

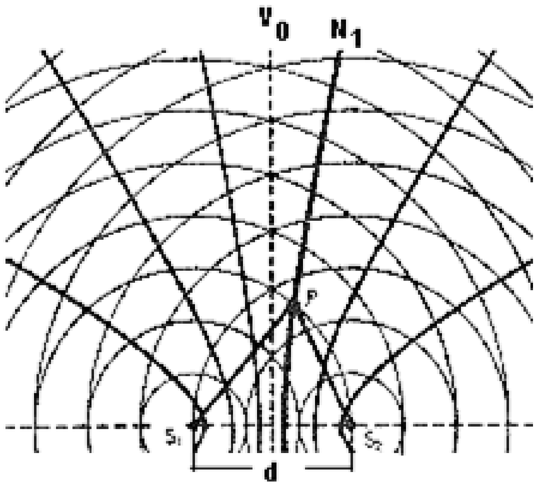
Note que a distância entre dois ventres consecutivos ou entre dois nós consecutivos é igual a um comprimento de onda(λ) das ondas originais que criaram a onda estacionária. Podemos generalizar o estudo para o caso bidimensional, lembrando que neste caso os pulsos de ondas são bidimensionais, as chamadas frentes de onda, e as figuras de interferência dessas frentes de onda geram regiões de máximo e mínimo de intensidade. Isto pode ser visto na superfície da água quando duas fontes são postas a oscilar na superfície simultaneamente gerando ondas de mesmo comprimento (figura abaixo):



O desenho acima pode ser simplificado ligando somente os pontos de interferência construtiva e os pontos de interferência destrutiva em linhas, chamadas linhas nodais (formada por nós somente) e linhas ventrais (formada por ventres somente).



CURSO CIDADE EsPCEx



A equação que relaciona o comprimento das ondas geradas com o tipo de interferência em um dado ponto do meio é a seguinte:

$$\Delta = n.\frac{\lambda}{2}$$

Onde Δ é a diferença de caminhos percorridos pelas ondas proveniente de cada uma das fontes; n é um número inteiro n=0, 1, 2,... e λ é o comprimento das ondas geradas por cada uma das fontes. Para fontes oscilando em fase temos os seguintes casos:

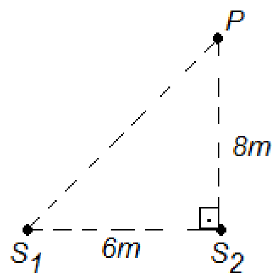
I- *Se **n é par**, interferência construtiva no ponto em questão e o ponto é chamado ponto de máximo.*

II- *Se **n é ímpar**, interferência destrutiva no ponto em questão e tal ponto é chamado ponto de mínimo.*

Se as fontes estiverem oscilando em diferença de fase a expressão usada é a mesma, mas invertem-se as soluções: n= par => mínimo e n= ímpar => máximo.

Vejamos um exemplo:

***Exemplo 1** – Duas fontes coerentes S_1 e S_2 em fase, emitem sinais que são detectados no ponto P (figura). Ache o maior valor do comprimento de onda das fontes para que o ponto P seja um ponto de máximo.*



Podemos iniciar o exercício notando que as fontes são coerentes e em fase, ou seja, quando uma das fontes produz uma crista a outra também produz uma crista. Ambas viajam no mesmo meio, portanto tem a mesma velocidade e como são coerentes possuem a mesma frequência e desta forma produzem ondas de mesmo comprimento de onda. Devemos notar que as ondas que partem de S_2 viajam por 8m até chegar ao ponto P e que as ondas que saem de S_1 viajam 10m antes de chegar em P (use o teorema de Pitágoras para mostrar que a distância S_1P vale 10 m. Assim, a diferença de caminhos entre as ondas 1 e 2 é de 2m, ou seja:

$$\Delta = 10 - 8 = 2m$$

Ao chegar em P, as ondas provenientes das fontes 1 e 2 interferem-se somando as suas amplitudes. Como queremos que o ponto P seja um ponto de máximo (interferência construtiva), devemos ter nesse momento uma superposição de duas cristas ou dois vales. Assim, n deve ser par (interferência construtiva):

$$n = 0, 2, 4, 6, \ldots$$

Ou seja, temos infinitos valores de λ que satisfazem a equação:

$$\Delta = n.\frac{\lambda}{2}$$

CURSO CIDADE - EsPCEx

Como o exercício pede o maior valor do comprimento de onda, isto aconteceria para o menor valor possível de n, já que temos:

$$\lambda = 2.\frac{\Delta}{n}$$

Assim, o nosso raciocínio mais simples seria fazer n=0 (menor n), porém esse valor não pode ser usado já que matematicamente ele não teria sentido (divisão por zero). Assim, escolhemos o próximo n capaz de satisfazer a equação, ou seja, n =2. Assim temos:

$$\lambda = 2.\frac{\Delta}{n}$$

$$\lambda = 2.\frac{2}{2} = 2\,m$$

Assim, se as ondas emitidas pelas fontes 1 e 2 tiverem o comprimento de 2m, elas chegarão em P interferindo-se construtivamente.

EXERCÍCIOS

1) *(UFCE) Para que ocorra difração, a onda deve encontrar:*

a) *Um obstáculo de dimensões muito menores que seu comprimento onda.*
b) *Uma fenda de dimensões muito maiores que seu comprimento de onda.*
c) *Uma fenda de dimensões muito menores que seu comprimento de onda.*
d) *Uma fenda ou obstáculo de dimensões da mesma ordem de grandeza do seu comprimento de onda.*

2) *Dois geradores de ondas movendo-se em fase produzem ondas circulares numa superfície líquida. A linha nodal é o lugar geométrico dos pontos onde ocorre:*

a) *interferência destrutiva*
b) *dispersão*
c) *interferência construtiva*
d) *refração*
e) *polarização*

3) *As ondas estacionárias numa corda vibrante resultam de fenômenos de:*

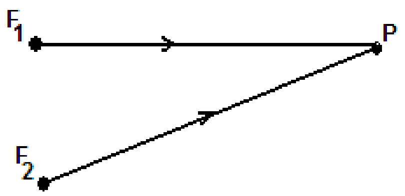
a) *difração e interferência*
b) *reflexão e refração*
c) *difração e reflexão*
d) *interferência e reflexão*
e) *difração e refração.*

4) *Uma onda transversal é aplicada sobre um fio preso pelas extremidades, usando-se um vibrador cuja frequência é 50 Hz. A distância média entre os pontos que praticamente não se movem é 47 cm. Então a velocidade das ondas nesse fio é:*

a) *47 m/s*
b) *23,5 m/s*
c) *0,94 m/s*
d) *1,1 m/s*

5) *Em um tanque de ondas, duas fontes F_1 e F_2 oscilam com a mesma frequência e sem diferença de fase, produzindo ondas que se superpõem no ponto P, como mostra a figura. A distância entre F_1 e P é de 80 cm e entre F_2 e P é de 85 cm. Para qual dos valores de comprimento de onda das ondas produzidas por F_1 e F_2 ocorre um mínimo de intensidade (interferência destrutiva) no ponto P?*

a) 1,0 cm
b) 2,5 cm
c) 5,0 cm
d) 10 cm
e) 25 cm



6) *A interferência da luz, mostra que a luz é:*

a) um fenômeno corpuscular
b) um fenômeno mecânico
c) um fenômeno elétrico
d) uma onda longitudinal
e) um fenômeno ondulatório

7) *Uma onda transversal é aplicada sobre um fio preso pelas extremidades, usando-se um*

CURSO CIDADE - EsPCEx

vibrador de frequência f = *60Hz. A distância média entre os pontos que praticamente não se movem é 40 cm. A velocidade das ondas nesse fio é, em m/s, igual a:*

a) *48*
b) *60*
c) *20*
d) *80*

8) *(AFA) Considere uma figura de interferência obtida na superfície de um líquido por fontes que emitem em fase e na frequência f. Considere ainda que essas ondas se propagam com velocidade v. A soma das diferenças de caminhos entre as ondas que se superpõem para os pontos pertencentes às 3 primeiras linhas nodais é:*

a) *5v/2f*
b) *9 v/2f*
c) *4v/f*
d) *3v/f*

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 31 - SOM

Ondas Sonoras

*O som é uma onda **mecânica** (necessita de um meio material para se propagar), **tridimensional e longitudinal**.*

As ondas sonoras se propagam no ar com uma velocidade aproximada de 340 m/s. A propagação se dá por meio de uma perturbação provocada por uma fonte de ondas sonoras, por exemplo: as cordas vocais de uma pessoa, um martelo atingindo um prego, etc... Nestes casos, as moléculas do meio (ar) são postas a vibrar com a passagem da onda sonora (que transporta a energia da perturbação). Essa vibração por ser longitudinal, transmite a energia para as moléculas vizinhas sem que haja um transporte de matéria.

*Chegando ao ouvido humano, essa onda sonora faz vibrar os ossos e membranas internas do aparelho auditivo e a onda sonora é transformada num impulso elétrico transmitido ao cérebro que o converte em um som. A orelha humana é sensível a sons de frequências que variam entre **20 Hz e 20.000 Hz**. Sons abaixo de 20 Hz não podem ser ouvidos e são chamados de **infra-sons**. Um exemplo de infra-som seria o som de um terremoto se aproximando. Sons acima de 20.000 Hz ou 20 kHz também não podem ser ouvidos por humanos e são chamados de **ultra-sons**. Exemplos de ultra-som são os apitos para cachorros ou os exames pré-natais, que utilizam essas ondas para gerar imagens de fetos no interior do útero.*

A velocidade da onda sonora depende somente do meio, sendo maior nos sólidos do que nos líquidos e gases. Nos gases essa velocidade depende da temperatura, sendo maior nos gases mais quentes, ou seja, de maior temperatura:

$$v = \sqrt{k.T}$$

Aqui K é uma constante que depende principalmente da massa molar do gás.

Qualidades do Som

O ouvido humano consegue distinguir três qualidades numa onda sonora, ou seja, é capaz de diferenciar uma onda sonora de outra por três características: altura, intensidade e timbre.

- ***Altura:** A altura está diretamente relacionada com a frequência da onda sonora, quanto maior a frequência, mais alto será o som. Vale ressaltar que a altura aqui não tem nada a ver com o volume. Um som alto é um som agudo e um som baixo é um som grave.*

- ***Intensidade:** A intensidade é a qualidade que permite diferenciar sons fortes de sons fracos. Desta forma, está diretamente ligada à energia transportada pela onda sonora, que por sua vez, está diretamente ligado à amplitude da onda.*

Sendo assim, podemos caracterizar a intensidade de uma onda sonora através da energia transmitida por essa onda num determinado intervalo de tempo que atinge uma determinada área:

$$I = \frac{Energia}{tempo \times área}$$

Ou de outra forma, a intensidade poderia ser dada pela potência da onda numa determinada área que recebe essa energia.

$$I = \frac{P}{A}$$

A intensidade sonora é dada no S.I. em W/m^2.

*O ouvido humano é capaz de captar sons com intensidades muito baixas, em torno de 10^{-12} W/m^2. Essa intensidade mínima audível para o ser humano é chamada **limiar da audibilidade humana**. Essa intensidade equivale ao som de*

CURSO CIDADE - EsPCEX

uma folha de papel "pequena" caindo no chão. A intensidade máxima audível para o ser humano normal é o chamado **limiar da dor**, equivalente à uma intensidade de 1 W/m^2 e capaz de lesar permanentemente a audição de uma pessoa, dependendo do tempo de exposição. As lesões do aparelho auditivo são cumulativas e não regenerativas!

Podemos notar que a diferença entre os dois limites é muito grande (um é um trilhão de vezes mais intenso que o outro!). Dessa forma, para facilitar as medições no dia a dia, foi criado o nível sonoro, que compara qualquer som com a intensidade mínima audível, usando uma escala logarítmica. O chamado nível sonoro β é dado por:

$$\beta = 10.log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Onde I é a intensidade da onda sonora que se deseja comparar e I_0 é sempre dado e igual a $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2. A unidade de nível sonoro é o decibel (dB).

- **Timbre:** é a qualidade que permite diferenciar sons de mesma frequência e intensidade. Isto acontece porque cada fonte sonora emite um som com uma forma de onda diferente. O ouvido humano distingue cada forma com um timbre diferente.

Propriedades do Som

O som por ser uma onda, possui as mesmas propriedades de uma onda: reflexão, refração, difração, interferência. A única propriedade que não está presente nas ondas sonoras é a polarização, já que as ondas sonoras são longitudinais.

a) **Reflexão:** Ocorre quando a onda sonora encontra um obstáculo e é refletida por ele. O ouvido humano só consegue distinguir dois sons provenientes da mesma fonte se o intervalo de chegada entre eles for maior que 0,1 s. Dependendo do tempo de chegada desses dois sons, três casos podem ocorrer:

I- **Reforço:** Ocorre quando o intervalo entre os dois sons é muito menor que 0,1s, ou seja, os dois sons (o direto e o refletido) chegam praticamente ao mesmo tempo no ouvido. Neste caso ocorre uma interferência construtiva e a pessoa ouve um som mais intenso do que as ondas originais.

II- **Reverberação:** Ocorre quando o intervalo entre os dois sons é quase 0,1s mas ainda menor. Neste caso, quando a sensação auditiva provocada pela chegada do primeiro som(direto) estiver acabando, o segundo som (refletido) chega, prolongando a sensação auditiva. Usamos muito o fenômeno da reverberação em teatros, salas de aula, etc... para facilitar o entendimento do que está sendo dito, já que o som persiste por mais tempo no ouvido.

III- **Eco:** Ocorre quando o intervalo de tempo entre os sons direto e refletido é maior que 0,1 s. Assim, quando a sensação auditiva do primeiro som já tiver acabado, o segundo som chega ao ouvido, dando a nova sensação sonora. Ouvem-se dois sons. Caso tenhamos mais de um obstáculo, um à frente e outro atrás do interlocutor, teremos sucessivas reflexões nos obstáculos até que a onda perca toda a sua energia. Neste caso ouviríamos vários sons!

No ar, como a velocidade do som é de 340 m/s aproximadamente, o som deve ir até o obstáculo e retornar à pessoa que ouve o eco em no

CURSO CIDADE - ESPCEX

mínimo 0,1 s. Assim, considerando a velocidade constante teríamos:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$340 = \frac{2x}{0{,}1}$$

$$x = \frac{34}{2} = 17\ m$$

Ou seja, para que tenhamos o eco no ar, a distância mínima entre a pessoa e o obstáculo deve ser de 17 m.

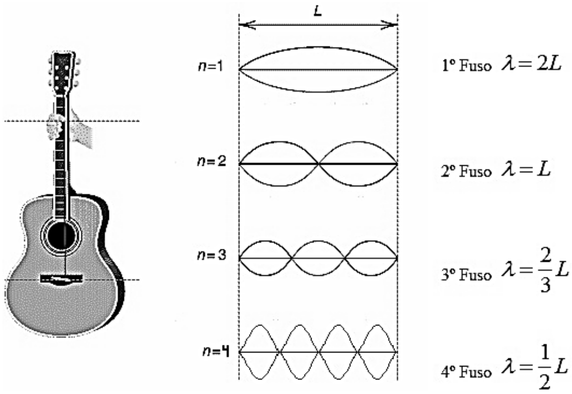
b) ***Refração:*** *Ocorre quando a onda sonora muda de meio de propagação, por exemplo: do ar para a água. Nestes casos a onda muda a sua velocidade e, como a fonte é a mesma, o comprimento da onda muda.*

c) ***Difração:*** *Ocorre quando a onda sonora encontra um obstáculo ou fenda cujas dimensões são da mesma ordem de grandeza da onda sonora em questão. Nestas condições a onda sonora pode contornar tais obstáculos e seguir a sua trajetória inicial. Como o homem consegue ouvir sons entre 20 Hz e 20 kHz, no ar (v= 340 m/s), os comprimentos de tais ondas seriam aproximadamente 17m e 1,7 cm respectivamente. Desta forma, sons graves (20 Hz) conseguiriam contornar obstáculos de até 17 m de comprimento e os sons mais agudos (20 KHz) só conseguiriam contornar obstáculos de no máximo 1,7 cm. Isto explica porque quando um carro passa com o som ligado na rua, a pessoa em casa ouve primeiramente os sons mais graves!*

d) ***Interferência:*** *Ocorre quando duas ondas sonoras chegam simultaneamente ao mesmo ponto. Neste ponto as ondas se interferem formando figuras de interferência construtiva (máximo de intensidade) ou destrutiva (mínimo de intensidade) dependendo da distância das fontes ao ponto e do comprimento das ondas envolvidas. (ver capítulo anterior)*

Ondas em Cordas e Tubos

Ao produzirmos uma onda em uma corda esticada, o pulso sofre sucessivas reflexões nas extremidades criando uma onda estacionária na corda. Dependendo da frequência das ondas produzidas, existirão vários modos de vibração dessa corda, denominados harmônicos. A corda que vibra em um desses modos, faz vibrar o ar que a envolve na mesma frequência, produzindo uma onda sonora que chega ao ouvido da pessoa. (é assim que falamos, vibrando nossas cordas vocais). O modo mais simples de vibração é denominado modo fundamental, ou primeiro harmônico.



Nesse modo, o comprimento da onda tem o dobro do comprimento da corda, e, portanto sua frequência seria dada por:

$$v = \lambda . f$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

$$f_1 = 1.\frac{v}{2L}$$

CURSO CIDADE - ESPCEX

No segundo modo de vibração, o comprimento da onda é o próprio comprimento da corda, assim teríamos:

$$f_2 = 2.\frac{v}{2L}$$

No terceiro modo de vibração, o comprimento da onda seria 2/3 do comprimento da corda, ou seja:

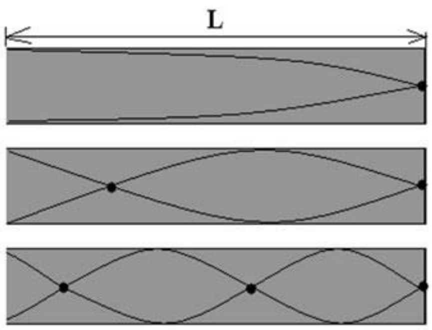
$$f_3 = 3.\frac{v}{2L}$$

Assim, de uma forma geral, a frequência do som produzida **numa corda** pode ser dada por:

$$f_n = n.\frac{v}{2L}$$

Onde n é o modo de vibração da corda n=1, 2, 3, ...Numa corda estão presentes todos os modos de vibração possíveis, ou seja, n = inteiro.

Num **tubo aberto em uma das extremidades**, as ondas produzidas não possuem nós nas duas extremidades, apenas em uma delas. Assim, as figuras formadas (modos de vibração) seriam:



Desta forma podemos notar que no primeiro modo de vibração, o comprimento da onda formada tem 4 vezes o tamanho do tubo. Assim:

$$f = 1.\frac{v}{4L}$$

O segundo modo de vibração também deve ter um ventre na parte superior, portanto o comprimento da onda formada é 4/3 do tamanho do tubo. Sendo assim, temos que:

$$f = 3.\frac{v}{4L}$$

Podemos notar que somente os valores ímpares de n aparecerão num tubo aberto. Assim, a forma geral da frequência num **tubo aberto** pode ser dada por:

$$f_i = i.\frac{v}{4L}$$

Onde i é um número inteiro ímpar, i =1, 3, 5...

Para um **tubo fechado** nas extremidades, a configuração seria a mesma de uma corda e portanto, temos:

$$f_n = n.\frac{v}{2L}$$

Onde n é o modo de vibração, n= 1, 2, 3, ...

Efeito Doppler

Ocorre quando uma fonte possui movimento relativo em relação ao observador. Quando fonte e observador se aproximam, o comprimento da onda produzida pela fonte diminui, fazendo com que o som fique mais "agudo" para quem ouve. Quando a fonte se afasta do observador, o comprimento da onda para quem escuta aumenta, fazendo com que o som pareça mais grave para o observador.

A relação geral pode ser dada por:

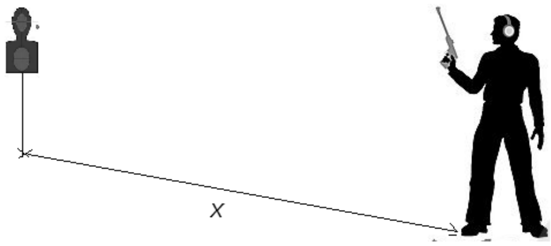
$$f_{ouvida} = f_{emitida} \times \left(\frac{v_{som} \pm v_{obs}}{v_{som} \mp v_{fonte}}\right)$$

Devemos tomar cuidado com o jogo de sinais. Na parte superior, quando o observador se aproxima da fonte o sinal é positivo e na parte inferior, quando a fonte se aproxima do observador o sinal *é negativo! Assim, os sinais $\pm$ e $\mp$ se referem sempre a aproximação (superior) e afastamento (inferior) respectivamente!!*

Vejamos dois exemplos:

Exemplo 1 *– Um homem dispara uma arma contra um alvo e 0,6 s depois escuta o som da bala atingindo o alvo. Sabendo que a velocidade da bala era de 170 m/s e que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, qual a distância do homem ao alvo?*

Podemos resolver esse exemplo fazendo um esquema para facilitar a nossa visualização:



Note que o tempo de 0,8s compreende dois movimentos: o movimento de ida da bala e o movimento de volta do som. Assim temos:

$$t_{Total} = t_{ida} + t_{volta}$$

$$0{,}6 = x/v_{ida} + x/v_{volta}$$

$$0{,}6 = x/v_{bala} + x/v_{som}$$

$$0{,}6 = \frac{x}{170} + \frac{x}{340}$$

$$0{,}6 = \frac{2x + x}{340}$$

$$0{,}6 = \frac{3x}{340}$$

$$3x = 204$$

$$x = 68\,m$$

Assim o alvo se encontra a 68 m do homem!!

Exemplo 2 *– Uma ambulância se aproxima de um homem em repouso. O motorista da ambulância escuta um som de 620 Hz e o homem ouve um som de 680 Hz. Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, determine a velocidade da ambulância.*

Podemos usar a fórmula geral do efeito Doppler para calcular a velocidade da ambulância. Devemos ter em mente, que o motorista da ambulância encontra-se em repouso em relação à ela, e desta forma, ouve o som emitido pela sirene na mesma frequência real. Já a pessoa escuta um som mais agudo, pois a ambulância se aproxima dela. Assim temos:

$$f_{ouvida} = f_{emitida} \times \left(\frac{v_{som} \pm v_{obs}}{v_{som} \mp v_{fonte}}\right)$$

$$680 = 620 \times \left(\frac{340 \pm 0}{340 - v_{fonte}}\right)$$

Aqui usamos o sinal negativo para a fonte pois ela se aproxima do observador!

$$\frac{680}{620} = \left(\frac{340}{340 - v_{fonte}}\right)$$

Multiplicando cruzado teríamos*:*

$$(340 - v_{fonte}) \times 680 = 340 \times 620$$

$$(340 - v_{fonte}) = 340 \times \frac{620}{680}$$

$$340 - v_{fonte} = 310$$

$$v_{fonte} = 30\,m/s$$

Assim a ambulância estaria a aproximadamente 108 km/h!!

EXERCÍCIOS

1) *Para que um ser humano normal perceba o fenômeno "batimento", gerado por duas ondas, é necessário, entre outras coisas, que tais ondas sejam:*

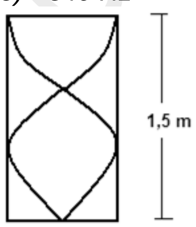
CURSO CIDADE - ESPCEX

a) eletromagnéticas, de comprimentos de onda bem diferentes e audíveis.
b) Eletromagnéticas, de frequências bem afastadas, e visíveis.
c) Mecânicas, de comprimentos de onda idênticos, e audíveis.
d) Mecânicas, de frequências bem próximas, e estejam na faixa audível.
e) De amplitudes ligeiramente diferentes, podendo ser de qualquer natureza.

2) Em uma corda de 7,5 cm de comprimento, fixa em ambas extremidades, são produzidas ondas cujos comprimentos de onda, correspondentes ao modo fundamental e aos dois harmônicos seguintes são em centímetros:
a) 7,5; 5; 3,5
b) 15; 7,5; 5
c) 7,5; 3,5; 5
d) 5; 7,5; 15
e) 3,5; 5; 15

3) (AFA) Uma corda de comprimento L= 50 cm e massa m= 1,00 g está presa em ambas as extremidades sob tensão F = 80 N. Nessas condições, a frequência fundamental de vibração dessa corda é:
a) 400 Hz
b) 320 Hz
c) 200 Hz
d) 100 Hz

4) (ESPCEX) Uma onda estacionária se forma num tubo sonoro fechado, como ilustra a figura. Admitindo ser de 340 m/s a velocidade do som no ar, podemos afirmar que a frequência do som emitido pelo tubo é:
a) 100 Hz
b) 150 Hz
c) 170 Hz
d) 200 Hz
e) 340 Hz



5) (ITA) São dados 2 tubos sonoros de mesmo comprimento L, sendo um deles (A) aberto e (B) fechado numa das extremidades. O comprimento do som fundamental do primeiro tubo A é λ_A. Então o comprimento de onda λ_B do som fundamental emitido pelo tubo B será:
a) $1/4\lambda A$.
b) $1/2\lambda A$.
c) λA.
d) $2\lambda A$.
e) $4\lambda A$.

6) (ITA) Um observador que viaja num trem a velocidade de 46,8 km/h ouve um silvo de outro trem, o qual se aproxima paralelamente a ele, e percebe a nota si$_4$. Após o cruzamento, ouve a nota lá$_4$. Dadas as frequências relativas da escala musical (dó =1, ré = 9/8, mi = 5/4, fá = 4/3, sol = 3/2, lá = 5/3, si = 15/8, dó =2) e a velocidade do som no ar, igual a 347 m/s, podemos afirmar que o segundo trem passou com uma velocidade de:
a) 25 km/h
b) 27 km/h
c) 334 km/h
d) 337 km/h
e) -28 m/s

7) (AFA) Um corpo é abandonado do topo de um precipício. O ruído produzido pela queda do corpo ao atingir o chão é ouvido 10 s após o seu abandono. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, pode-se afirmar que a altura do precipício, em metros, é aproximadamente
a) 200
b) 288
c) 391
d) 423

8) (AFA) Uma pessoa está observando uma corrida a 170m do ponto de largada. Em dado instante, dispara-se a pistola que dá início à competição. Sabe-se que o tempo de reação de um determinado corredor é 0,2s, sua velocidade é 7,2 km/h e a velocidade do som no ar é 340m/s. A distância desse atleta em relação à linha de largada, quando o som do disparo chegar ao ouvido do espectador, é:
a) 0,5m

CURSO CIDADE - EsPCEX

b) 0,6m
c) 0,7m
d) 0,8m

9) (EEAER) Uma ambulância, em alta velocidade e com a sirene ligada emitindo sempre a mesma frequência, passa na rua em frente de uma pessoa em repouso na calçada. Essa pessoa ouve o som da sirene com frequências diferentes. Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela que completa corretamente a frase:

"As frequências do som da sirene percebidas pela pessoa quando a ambulância se aproxima (fA) e, em seguida, se afasta (fD) possuem uma razão f_A/f_D _________."

Considere que não haja vento e a densidade do ar seja constante durante todo trajeto da ambulância.

a) maior que 1.
b) menor que 1.
c) igual a zero.
d) igual a 1.

10) (EFOMM) Um nadador ao executar o movimento das pernas e braços dentro da água produz pequenas ondas. Ao incidirem em certas bordas de piscina, essas ondas retornam e incidem sobre o nadador acarretando a diminuição do módulo da velocidade do mesmo. Para evitar isso, as piscinas mais atuais utilizam bordas cuja altura em relação ao nível da água é praticamente nula e assim evitam a(o) _____ das ondas.

a) reflexão
b) ressonância
c) polarização
d) efeito Doppler

11) Uma onda sonora propaga-se no ar com um comprimento de onda igual a 1,1 m a uma velocidade de 330 m/s. A frequência, em Hz, dessa onda sonora é:

a) 155.
b) 150.
c) 330.
d) 300.

12) (AFA) Considerando os tubos sonoros, observe as afirmações abaixo:

I- Em um tubo aberto, todos os harmônicos estão presentes.

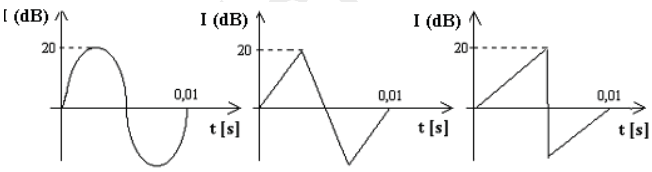
II- Em um tubo fechado, somente os harmônicos pares estão presentes.

III- A frequência dos harmônicos é diretamente proporcional ao comprimento do tubo sonoro, tanto aberto, quanto fechado.

Está (ão) correta (s):

a) I e II.
b) I, II e III.
c) somente a I.
d) somente a II.

13) (AFA) As figuras abaixo representam ondas sonoras emitidas por 3 dispositivos diferentes. A qualidade do som que permite ao ouvinte identificar a diferença entre os sons gerados pelos dispositivos é:



a) a altura.
b) o timbre.
c) a intensidade.
d) o comprimento de onda.

14) Um aparelho sonoro portátil, produz em um fone de ouvido a potência de um microwatt ($1 \cdot 10^{-6}$W) em uma área de 1 mm^2. Lembrando que o limiar da intensidade sonora para a audição do ser humano é $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, que corresponde a 0 dB, assinale a alternativa que indica a intensidade sonora (em dB) produzida por este fone de ouvido.

a) 12 dB.
b) 40 dB.
c) 60 dB.
d) 120 dB.

15) O valor mínimo da escala de intensidade sonora corresponde a 10^{-12} W/m^2. Assinale a alternativa que indica corretamente o valor, em decibéis, para uma intensidade de 1,0 W/m2.

a) 1 dB.
b) 10 dB.
c) 12 dB.
d) 120 dB.

16) (EFOMM) A altura é uma qualidade do som que se refere à _____ da onda sonora.

a) intensidade
b) velocidade
c) frequência
d) amplitude

17) (EEAER) Determine a frequência, em kHz, do 5º harmônico de um tubo sonoro **aberto** de 40 cm de comprimento, contendo ar no seu interior, no qual o som se propaga com velocidade de 320 m/s.
a) 1,0
b) 2,0
c) 100,0
d) 200,0

18) (AFA) Dentre as frases a seguir, a respeito de Ondulatória e Acústica, são corretas: I- a voz masculina apresenta, geralmente, menor frequência que a voz feminina;
II- o timbre depende da forma das vibrações, isto é, da forma da onda sonora;
III- as ondas infrassônicas e ultrassônicas são ondas eletromagnéticas e, por este motivo, inaudíveis para o ser humano;
IV- a altura é a qualidade do som que depende da amplitude da onda sonora.
a) I e II
b) todas
c) III e IV
d) I, II e III

19) (ESPCEX) Um barítono emite um som uníssono na frequência de 180 Hz. Sabendo que a velocidade do som no ar é constante e igual a 324 m/s, pode-se afirmar que o comprimento de onda do som emitido pelo barítono é de:
a) 2,4 m.
b) 1,8 m.
c) 0,9 m.
d) 0,6 m.
e) 0,5 m.

CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 32 - CARGA ELÉTRICA

Todos os corpos são constituídos de partículas elementares denominadas ***átomos****. A palavra átomo vem do grego e significa não divisível, o que na verdade não acontece. Um átomo de uma determinada substância ou elemento é na verdade constituído de uma grande variedade de sub-partículas menores.*

Para o nosso estudo vamos considerar que um átomo é composto de um núcleo e uma região externa denominada eletrosfera. No núcleo estão presentes os prótons e nêutrons (e outras tantas partículas) e na eletrosfera temos os elétrons.

Convencionamos que os prótons e os elétrons são dotados de uma quantidade denominada ***carga elétrica****, que é capaz de modificar a região do espaço ao seu redor, o que faz com que essas partículas consigam interagir com outras partículas que também possuam tal carga elétrica. Essa região na qual as partículas podem interagir é denominada região de campo elétrico. Dizemos que a carga elétrica (Q) de um próton tem o mesmo valor que a carga elétrica de um elétron. O que as diferencia é que no caso dos prótons, convencionamos que sua carga é positiva e no caso dos elétrons, negativa. Os nêutrons não possuem carga elétrica. A carga presente em um próton ou um elétron é em módulo dada por* ***e****, denominada* **carga elementar***:*

$$e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$$

onde **e** *é dada em Coulomb (unidade de carga elétrica)!*

A carga final de um átomo depende do número de prótons e elétrons que ele possui. Quando esse número é igual, a carga total do átomo é zero, significando que o átomo está neutro, ou como costumamos chamar, no estado fundamental. Quando há um desequilíbrio no número de prótons e elétrons, dizemos que o átomo está carregado (eletrizado). Como um corpo qualquer (um pente por exemplo), é feito de átomos, se alguns desses átomos estiverem carregados, o corpo como um todo ficaria com uma carga elétrica líquida, podendo desta forma interagir com outros corpos carregados.

Eletrizar ou carregar um corpo é dar ou retirar ***elétrons*** *a esse corpo. A carga final do corpo será dada por:*

$$\Delta Q = n.|e|$$

Onde n é o número de elétrons dados ou retirados do condutor e e, é a carga elétrica elementar.

Processos de eletrização

Existem três formas de se eletrizar um corpo: atrito, contato ou indução.

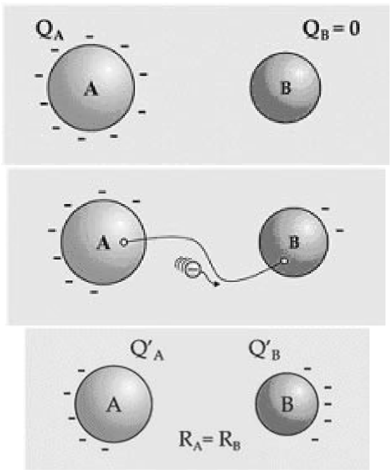
Atrito: *Processo pelo qual, dois corpos inicialmente neutros adquirem carga elétrica ao serem atritados. Um dos corpos perde certa quantidade de elétrons e o outro corpo adquire esses elétrons, o que faz com que ao final do processo os corpos adquiram cargas de igual valor e sinais contrários. Para saber qual corpo perde elétrons e qual recebe, fazemos uso de uma série chamada tribo elétrica:*

+	Substância	−
	Vidro	
	Mica	
	Lã	
	Pele de gato	
	Seda	
	Algodão	
	Ebonite	
	Cobre	
	Enxofre	
	Celulóide	

Na tabela acima, ao esfregarmos dois materiais diferentes, àquele localizado na parte superior termina positivo enquanto que o outro termina negativo, ou seja, recebe elétrons no processo.

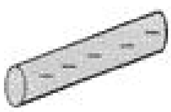
CURSO CIDADE - EsPCEX

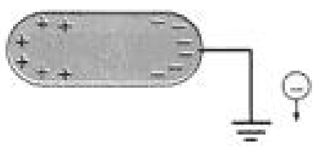
Contato: *na eletrização por contato, pelo menos um dos corpos deve estar carregado antes do contato. Ao se tocarem os corpos acabam por trocar elétrons entre si de modo que ao final do processo a sua densidade de carga seja a mesma, mantendo a carga total do sistema constante antes e depois do contato.*



Caso as esferas sejam idênticas, as cargas serão distribuídas igualmente entre as esferas. Caso os raios sejam diferentes, a carga final de cada uma será proporcional ao seu raio. Ao final do processo de contato, os corpos terminam com cargas de sinais iguais.

Indução: *Ocorre quando aproximamos um condutor carregado (indutor) de um condutor inicialmente neutro (induzido). Devido ao excesso de cargas no indutor, elas reordenam as posições das cargas no induzido, que ao ser ligado brevemente à Terra (potencial zero), faz com que elétrons subam ou desçam por meio da ligação (fio terra) para tentar "neutralizar" o corpo enquanto o indutor estiver próximo ao induzido. Ao final do processo, removemos o fio terra e o indutor e induzido terminam com cargas de sinais contrários!*





Exemplo 1 - *Sabe-se que a carga do elétron vale -1,6 . 10^{-19} C. Considere-se um bastão de vidro que foi atritado e perdeu elétrons, ficando positivamente carregado com carga de 8 μC. Determine o número de elétrons que foram retirados do bastão.*

Para resolver esse exemplo, devemos lembrar que se o bastão perde elétrons, ele fica com seu número de prótons maior que o número de elétrons, ficando assim com carga positiva. A quantidade de carga positiva remanescente depende do número de elétrons que foram retirados, ou seja, se tirarmos 1 único elétrons, a carga final do bastão seria de 1,6 . 10^{-19} C e se tirássemos 2 elétrons, seria de 2 x 1,6 . 10^{-19} C ou seja 3,2 . 10^{-19} C . Assim, para determinarmos o número de elétrons que foram retirados, basta utilizarmos a relação:

$$Q = n.|e|$$

$$8 \times 10^{-6} = n.|1{,}6\,.\,10^{-19}|$$

Aqui usamos o 10^{-6} representando a letra μ (mi). Desta forma o número de elétrons seria:

$$n = \frac{8 \times 10^{-6}}{1{,}6\,.\,10^{-19}} = 5 \times 10^{13}\ elétrons$$

Exemplo 2 - *Considere três esferas metálicas, X, Y e Z, de diâmetros iguais. Y e Z estão fixas e distantes uma da outra o suficiente para que os efeitos da indução eletrostática possam ser desprezados. A situação inicial das esferas é a seguinte: X neutra, Y carregada com carga +Q e Z carregada com carga – 2Q. As esferas não trocam cargas elétricas com o ambiente. Fazendo-se a esfera X tocar primeiro na esfera Y e depois na esfera Z, a carga final de X será igual a:*

Para resolver o problema devemos separá-lo em etapas. Na primeira etapa tocamos a esfera X na esfera Y. Assim, como não criamos nem destruímos cargas elétricas, ao somarmos a quantidade inicial de carga de X com a quantidade inicial de Y, temos uma quantidade

CURSO CIDADE - EsPCEx

total inicial de carga igual a +Q. Essa é a quantidade que teremos no sistema ao final do contato. Como as esferas possuem diâmetros iguais, a carga se dividirá igualmente entre as duas, ficando portanto +Q/2 de carga para cada uma das esferas.

Em seguida, tocamos X (agora com carga +Q/2) com Z. O somatório inicial de cargas do sistema é igual a -3Q/2 (+Q/2 + (-2Q)), o que faz com que ao final do toque, ambas esferas terminem com carga -3Q/4, já que a carga total será dividida igualmente entre as esferas, pois elas possuem diâmetros iguais.

EXERCÍCIOS

1) *Sabe-se que a carga do elétron vale -1,6 . 10^{-19} C. Considere-se um bastão de vidro que foi atritado e perdeu elétrons, ficando positivamente carregado com carga de 5.10^{-6} C. Determine o número de elétrons que foram retirados do bastão.*

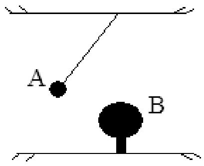
2) *Tem-se uma esfera eletrizada negativamente com carga Q. Sendo q o valor da carga de um elétron, o quociente Q/q é necessariamente:*

a) *Par*
b) *Ímpar*
c) *Não inteiro*
d) *Inteiro*
e) *Infinito*

3) *Considere três esferas metálicas, X, Y e Z, de diâmetros iguais. Y e Z estão fixas e distantes uma da outra o suficiente para que os efeitos da indução eletrostática possam ser desprezados. A situação inicial das esferas é a seguinte: X neutra, Y carregada com carga +Q e Z carregada com carga –Q. As esferas não trocam cargas elétricas com o ambiente. Fazendo-se a esfera X tocar primeiro na esfera Y e depois na esfera Z, a carga final de X será igual a:*

a) *zero*
b) *2Q/3*
c) *–Q/2*
d) *Q/8*
e) *–Q/4*

4) *Na figura abaixo, a esfera A suspensa por um fio flexível e isolante, e a esfera B, fixa por um pino também isolante, estão em equilíbrio.*



É correto afirmar que:

a) *é possível que somente a esfera A esteja eletrizada;*
b) *a esfera A pode estar neutra, mas a esfera B certamente estará eletrizada;*
c) *as esferas A e B devem estar eletrizadas com cargas de mesma natureza;*
d) *as esferas devem estar eletrizadas com cargas de mesmo módulo.*

5) *Em um laboratório de Física, tem-se três pêndulos eletrostáticos: A, B e C. Aproximando-se os pêndulos, dois a dois, verificou-se que:*

- A e B sofrem atração entre si.
- A e C sofrem atração entre si.
- B e C sofrem repulsão entre si.

Dessas observações, quatro grupos de alunos chegaram a diferentes conclusões que estão descritas nas alternativas a seguir.

Assinale a alternativa que está fisicamente correta, sem margem de dúvida.

a) O pêndulo A está carregado negativamente e os pêndulos B e C, carregados positivamente.

b) O pêndulo A está carregado positivamente e os pêndulos B e C, carregados negativamente.

c) Os pêndulos B e C certamente estão carregados com cargas de mesmo sinal, e o pêndulo A certamente está carregado com cargas de sinal contrário aos pêndulos B e C.

d) Os pêndulos B e C estão carregados com cargas de mesmo sinal, mas não sabemos se são positivas ou negativas. O pêndulo A pode estar carregado ou não, pois o fato de ter sido atraído, pode ser explicado pelo fenômeno da indução.

CURSO CIDADE - ESPCEX

FIS 33 FORÇA ELÉTRICA

Lei de Coulomb

Vimos que um corpo eletrizado é um corpo com um desequilíbrio no número de elétrons e prótons de seus átomos. Quando um corpo possui um excesso de prótons, dizemos que sua carga total é positiva e quando possui um excesso de elétrons, sua carga total é negativa. Corpos carregados interagem eletricamente entre si numa região denominada região de campo elétrico. Nessas situações, corpos de cargas de sinais iguais se repelem e corpos de cargas de sinais diferentes se atraem. Essa atração ou repulsão é uma força, denominada força elétrica de interação entre os corpos. Desta forma, devido à terceira lei de Newton, as forças que as cargas exercem entre si são iguais e seu módulo é dado pela chamada Lei de Coulomb:

$$F_{el} = \frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{d^2}$$

Onde Q_1 e Q_2 são as cargas das partículas e d é a distância entre a carga 1 e a carga 2. Aqui, k é a constante eletrostática do meio, que está relacionada com a facilidade de ocorrer a interação entre as cargas naquele meio. No vácuo, o k é máximo, ou seja, a interação elétrica ocorre com a maior intensidade possível. Seu valor no vácuo é dado por:

$K_0 = 9 . 10^9$ N.m^2/C^2

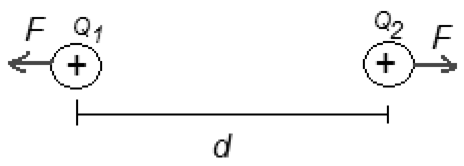
Em muitos exercícios consideramos o valor de k no ar como sendo o mesmo do vácuo, já que o ar influenciaria muito pouco nesta interação.

Devemos enfatizar que a expressão da Lei de Coulomb dá somente o módulo da força de interação entre as cargas, ou seja, seu valor. Por se tratar de uma força, temos um vetor, e devemos além do módulo, considerar ainda sua direção e sentido.

Vejamos alguns exemplos práticos:

Exemplo 1 *- Duas cargas elétricas, ambas positivas, estão situadas a uma certa distância d uma da outra exercem entre si uma força de repulsão F. Duplicando-se a distância que as separa, qual será a nova força de repulsão entre elas?*

Podemos simplificar o entendimento do exercício representando a primeira situação, ou seja:



Desta forma, aplicando a Lei de Coulomb, temos:

$$F = \frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{d^2}$$

Se agora, duplicarmos a distância entre as cargas, teremos o seguinte esquema:

E a nova força F', pode ser calculada também pela Lei de Coulomb:

$$F' = \frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{(2d)^2}$$

$$F' = \frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{4d^2}$$

Observe que na expressão para F', temos praticamente a força F encontrada inicialmente (entre chaves logo abaixo) apenas dividida por 4, assim temos:

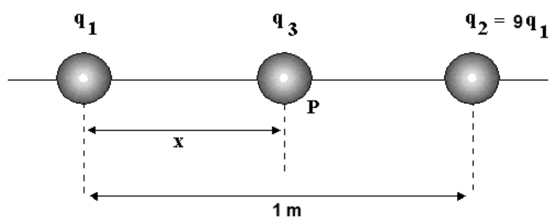
$$F' = \frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{4d^2} = \frac{\left\{\frac{k.|Q_1|.|Q_2|}{d^2}\right\}}{4}$$

CURSO CIDADE - ESI

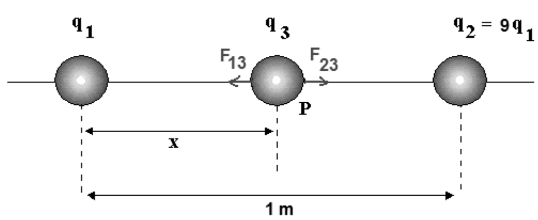
$$F' = \frac{F}{4}$$

Assim, ao duplicarmos a distância entre as cargas, a força de interação entre elas diminui quatro vezes!!

Exemplo 2-*Duas cargas pontuais positivas,* q_1 *e* $q_2 = 9q_1$*, são fixadas a uma distância de 1muma da outra. Uma terceira carga negativa é colocada no ponto* ***P*** *entre* q_1 *e* q_2*, a uma distância* x *da carga* q_1*, conforme mostra a figura. Determine o valor de* x*, para que a carga* q_3 *permaneça em equilíbrio estático entre as outras duas.*



Podemos resolver este exemplo, lembrando que para que a carga 3 fique em equilíbrio, a força que a carga 1 exerce sobre ela deve ser igual em módulo à força que a carga 2 também exerce sobre ela. Como a carga 3 é negativa, a carga 1 a atrai, assim como a carga 2 também a atrai. Desta forma teríamos o seguinte esquema:



Podemos notar que embora a força de 2 em 3 pareça ser maior já que a carga 2 é nove vezes maior que a carga 1, a distância da carga 1 à 3 é menor, o que equilibra o sistema. Assim, para que 3 fique em repouso temos:

$$F_{13} = F_{23}$$

$$\frac{k.|q_1|.|q_3|}{{d_{13}}^2} = \frac{k.|q_2|.|q_3|}{{d_{23}}^2}$$

Podemos simplificar a expressão acima cortando os "k" e q_3 . Assim, substituindo os valores de q_2 e das respectivas distâncias, teríamos:

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|9.q_1|}{(1-x)^2}$$

E finalmente eliminando q_1, temos:

$$9x^2 = (1-x)^2$$

Que pode ser resolvida como uma equação de 2° grau simples , onde:

$$8x^2 + 2x - 1 = 0$$

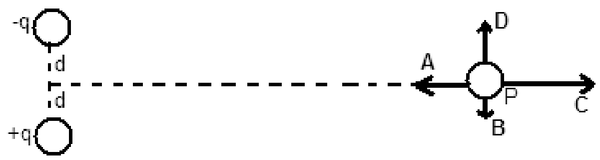
E encontraríamos 2 raízes: x = 0,25 m e x = -0,50 m. Como x é uma distância, o valor negativo não possui significado físico e pode ser desprezado. Assim a resposta para o exercício seria 0,25 m ou 25 cm.

EXERCÍCIOS

1) *Entre duas cargas positivas,* q_1 *e* q_2*, separadas por uma distância r no vácuo, aparece uma força F. Troca-se a carga* q_2 *por uma outra com o dobro da sua carga e separa-se esta nova carga da carga* q_1 *por uma distância 2r, também no vácuo. A intensidade da força entre essa nova carga e a carga* q_1 *vale:*

a) 2F
b) F
c) F/2
d) F/4
e) F/8

2) *(AFA) A força que as* ***c****argas +q e –q produzem sobre uma carga positiva situada em P pode ser representada pelo vetor:*



a) A

b) B
c) C
d) D

3) Três cargas elétricas puntiformes idênticas, de valor Q, são fixas nos vértices de um triângulo equilátero de lado L. Qual o módulo da força elétrica resultante sobre uma carga puntiforme de valor q, colocada no ponto médio de um lado do triângulo? (k é constante da eletrostática no vácuo).

a) $4kqQ/3L^2$
b) $2kqQ/3L^2$
c) $2kqQ/L^2$
d) $4kqQ/L^2$

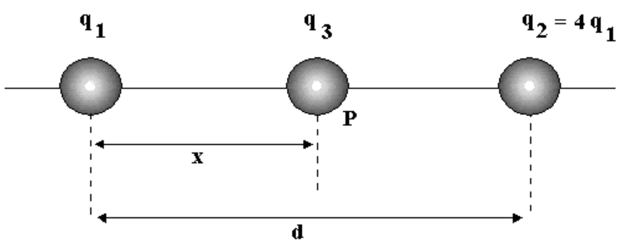
4) Duas esferas condutoras idênticas, muito pequenas, de mesma massa m=0,30g, encontram-se no vácuo, suspensas por meio de dois fios leves, isolantes de mesmo comprimento L=1,00 m, presos a um mesmo ponto de suspensão 0. Estando as esferas separadas, eletriza-se uma delas com carga Q, mantendo-se a outra neutra. Em seguida, elas são colocadas em contato e depois abandonada, verificando-se que, na posição de equilíbrio, a distancia que as separa é d= 1,20 m. Considere Q>0.

a) Determine o valor de Q.
b) Determine o valor da carga q que deve ser colocada no ponto 0 a fim de que sejam nulas as forças de tensão nos fios. (adote k= 9.109 N/m2/C2.)

5) Uma pequena esfera condutora, fixa e isolada é carregada com uma carga $Q = 10^{-6}$ C. A uma distância de 2 mm, é colocada uma partícula carregada com carga $q = 1{,}6 \times 10^{-9}$ C e de massa $m = 9 \times 10^{-2}$ kg. Essa partícula é liberada, de maneira que se move em relação a Q. A aceleração da carga q, no instante de sua liberação, em m/s^2, vale: Dado: $K = 9 \times 10^9$ N m^2/C^2

a) 0,04
b) 0,40
c) 4,00
d) 40,00

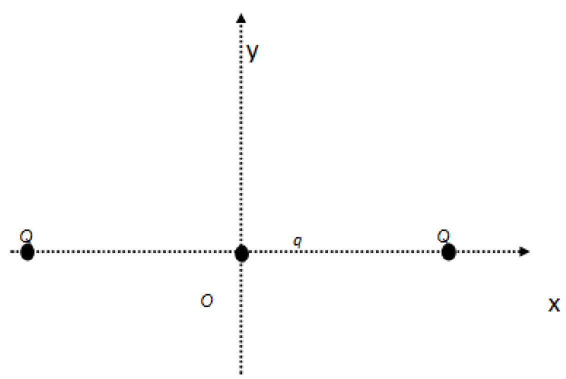
6) (AFA) Duas cargas pontuais positivas, $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2} = 4\mathbf{q_1}$, são fixadas a uma distância **d** uma da outra. Uma terceira carga negativa $\mathbf{q_3}$ é colocada no ponto **P** entre $\mathbf{q_1}$ e $\mathbf{q_2}$, a uma distância **x** da carga $\mathbf{q_1}$, conforme mostra a figura.



Para que as forças sobre a carga $\mathbf{q_3}$ sejam nulas, o valor de **x** é:

a) $\frac{d}{2}$
b) $\frac{d}{3}$
c) $\frac{d}{4}$
d) $\frac{d}{6}$

7) (AFA) Duas esferas eletrizadas com carga Q são mantidas fixas, em pontos equidistantes de um ponto O onde é colocada uma terceira esfera de carga q.



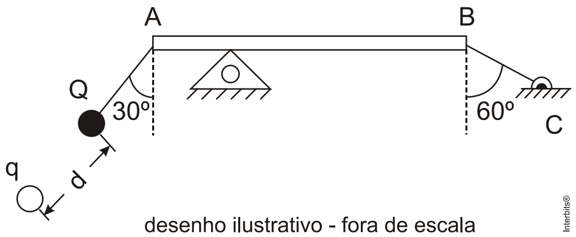
Considere as afirmativas

I - Se Q.q> 0 haverá equilíbrio estável de q em relação a Ox.
II - Se Q.q< 0 haverá equilíbrio instável de q em relação a Oy.
III - Tanto para Q.q> 0 ou Q.q< 0 o equilíbrio de q será indiferente.

É (são) correta(s)

a) *apenas I e II.*
b) *apenas II e III.*
c) *apenas I.*
d) *I, II e III.*

8) *(ESPCEX) O desenho abaixo mostra uma barra homogênea e rígida "AB" de peso desprezível, apoiada no ponto "O" do suporte.*



desenho ilustrativo - fora de escala

A distância da extremidade "B" ao ponto de apoio "O" é o triplo da distância de "A" a "O".
No lado esquerdo, um fio ideal isolante e inextensível, de massa desprezível, prende a extremidade "A" da barra a uma carga elétrica puntiforme positiva de módulo "Q". A carga "Q" está situada a uma distância "d" de uma outra carga elétrica fixa puntiforme negativa de módulo "q".
No lado direito, um fio ideal inextensível e de massa desprezível prende a extremidade "B" da barra ao ponto "C".
A intensidade da força de tração no fio "BC", para que seja mantido o equilíbrio estático da barra na posição horizontal, é de:

Dados:

$\text{sen } 30° = \cos 60° = 1/2$
$\cos 30° = \text{sen } 60° = \sqrt{3}/2$

K_0 *é a constante eletrostática do meio*

a) $\dfrac{K_0 Qq}{2d^2}$

b) $\dfrac{K_0 Qq}{4d^2}$

c) $\dfrac{\sqrt{3} K_0 Qq}{3d^2}$

d) $\dfrac{\sqrt{3} K_0 Qq}{9d^2}$

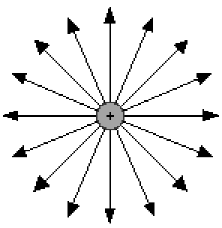
e) $\dfrac{K_0 Qq}{d^2}$

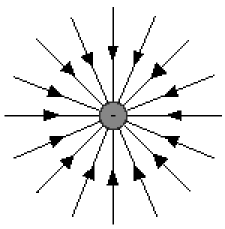
CURSO CIDADE - EsPCEx

AULA 34 - CAMPO ELÉTRICO

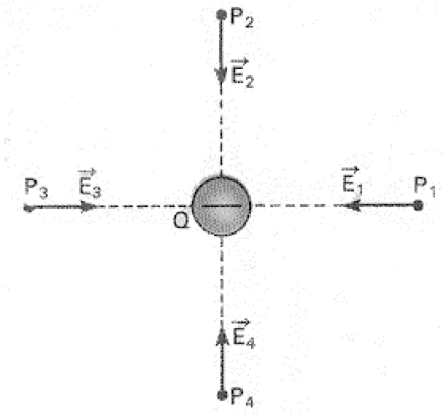
O campo elétrico é uma região do espaço onde ocorrem as interações elétricas. Uma partícula carregada (geratriz), cria ao seu redor uma região de campo elétrico que pode ser sentida por outra partícula carregada (carga teste).

A região de campo elétrico é representada por meio de linhas radiais cujo centro coincide com o centro do corpo que cria o campo. Quanto mais próximas as linhas de campo elétrico mais intenso será o campo criado. Convencionamos que o campo elétrico gerado por partículas positivas são radiais no sentido de afastamento da partícula e, as cargas negativas criam campos elétricos cujas linhas tem o sentido de aproximação da partícula (veja a figura abaixo):

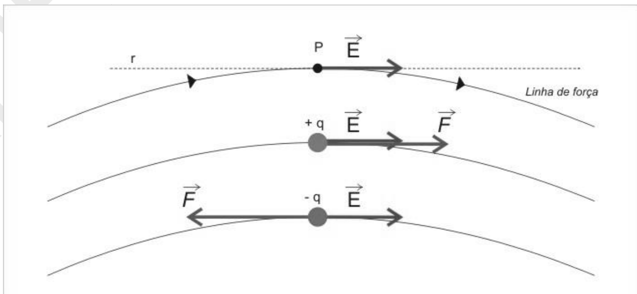

O campo elétrico de uma carga positiva isolada


O campo elétrico de uma carga negativa isolada

Como dissemos anteriormente, quanto mais próximas as linhas de campo estiverem, mais intenso será o campo elétrico. O valor ou intensidade do campo elétrico é dado pelo vetor campo elétrico (E), onde sua direção é tangente às linhas de campo no ponto onde se deseja medir o valor e seu sentido aponta no mesmo sentido das linhas de campo naquele ponto. (veja a figura abaixo).



Podemos notar ainda que se a carga teste é positiva, o vetor campo elétrico possui o mesmo sentido da força elétrica que atua sobre ela e se a carga teste é negativa, o vetor campo elétrico atua no sentido contrário ao da força elétrica sobre ela.



A intensidade do vetor campo elétrico (E) é dada pela expressão:

$$\vec{E} = k.\frac{|Q|}{d^2}$$

Onde Q é a carga geradora do campo e d é a distância do ponto onde se está medindo até o centro da carga geratriz. O campo elétrico é dado em N/C, já que podemos escrever esta relação à partir da Lei de Coulomb, tomando como Q a carga geratriz e q como a carga teste, teríamos a força elétrica entre elas dada por:

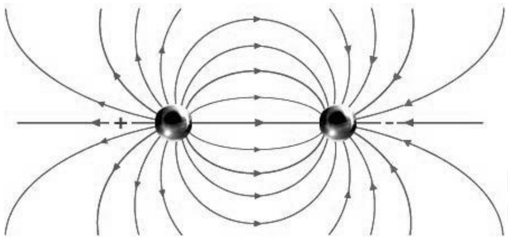
$$\vec{F} = k.\frac{|Q|.|q|}{d^2}$$

Onde podemos notar que a expressão para o campo elétrico E está inserida na anterior, portanto:

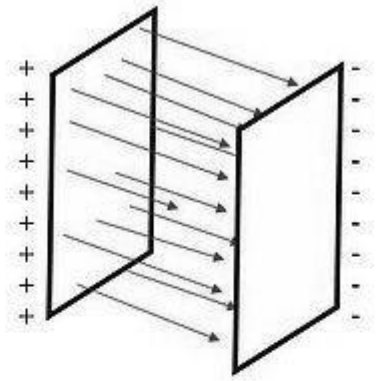
$$\vec{F} = q.\vec{E}$$

Campo Elétrico Uniforme - CEU

Ocorre quando um corpo carregado (como uma placa por exemplo) é posicionado frontalmente a um outro corpo carregado de sinal contrário. Neste caso, forma-se um dipolo elétrico e as linhas de campo tendem a sair do corpo positivo e entrar no corpo negativo. No caso de partículas pontuais teríamos a seguinte forma para o campo elétrico lembrando que duas linhas de campo jamais se cruzam:



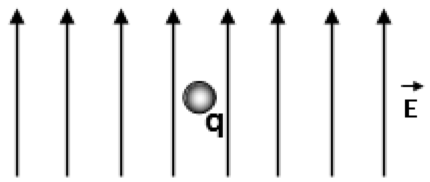
Quando tivermos superfícies carregadas de sinais contrários, podemos ter o chamado campo elétrico uniforme entre as superfícies, onde as linhas de campo estão igualmente espaçadas ao longo de todo o espaço:



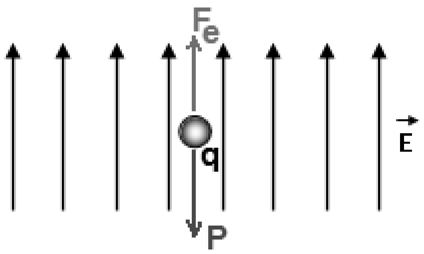
Devemos ressaltar que o vetor campo elétrico como o próprio nome diz, é um vetor. Assim, quando várias cargas estiverem criando o campo, o valor do campo elétrico em um determinado ponto será dado pela soma vetorial dos diversos campos criados pelas diferentes cargas!!

Vejamos alguns exemplos:

***Exemplo 1-** Uma gota de óleo se mantém em equilíbrio vertical ao ser imersa em uma região de campo elétrico dado pela figura. Determine o valor de E, sabendo que a massa da gota é igual a 2 g e sua carga elétrica é igual a 2μC. Use g= 10 m/s^2.*



Para que a gota permaneça em equilíbrio, é necessário que o somatório das forças que atuam sobre ela seja igual a zero. Assim, podemos representar as duas forças que atuam sobre a gota: a força Peso e a força Elétrica sobre ela (já que a gota está carregada e imersa num campo elétrico).



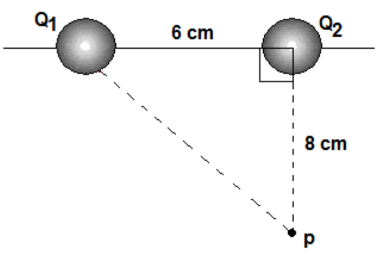
Desta forma temos:

$$F_e = P$$

$$q.E = m.g$$

$$E = m.\frac{g}{q} = \frac{2.10^{-3}.10}{2.10^{-6}} = 1 \times 10^4 \ N/C$$

***Exemplo 2** – Considere o arranjo da figura onde a carga Q_1 = 8 μC e a carga Q_2 = 2 μC. Determine* *o valor, a direção e o sentido do vetor campo elétrico no ponto p. Use k= 9 . 10^9 N.m^2/C^2.*



Podemos resolver o problema lembrando que o vetor campo elétrico em p será a soma dos campos produzidos pelas cargas 1 e 2. Assim devemos determinar o campo elétrico produzido pela carga 1:

$$E_1 = k.\frac{|Q_1|}{{d_1}^2}$$

$$E_1 = 9.10^9.\frac{|8.10^{-6}|}{(10.10^{-2})^2}$$

Aqui passamos as distâncias para metros. A distância 1 é a hipotenusa do triângulo retângulo (10 cm). Assim:

$$E_1 = \frac{72.10^3}{10^{-2}} = 7{,}2.10^6\ N/C$$

Repetindo o procedimento para a carga 2, temos:

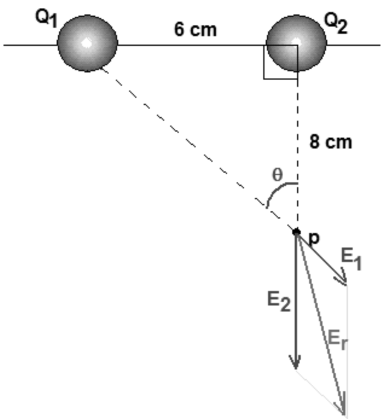
$$E_2 = k.\frac{|Q_2|}{{d_2}^2}$$

$$E_2 = 9.10^9.\frac{|2.10^{-6}|}{(8.10^{-2})^2} = 45.10^6\ N/C$$

O campo resultante é a soma vetorial dos dois campos criados. Assim, a resultante entre os dois vetores seria dada pela lei dos cossenos:

$$E_R = \sqrt{{E_1}^2 + {E_2}^2 + 2.E_1.E_2.cos\theta}$$

Onde θ é o ângulo entre os vetores E_1 e E_2. Podemos determinar esse ângulo observando a figura que mostra para onde cada vetor está direcionado. Lembre-se que cargas positivas criam linhas de afastamento e é sobre essas linhas que o vetor campo elétrico se posiciona:



Desta forma temos:

$$E_R = \sqrt{(7{,}2\,.10^6)^2 + (45\,.10^6)^2 + 2.(7{,}2\,.10^6).(45\,.10^6).0{,}8}$$

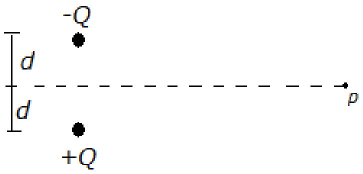
Onde 0,8 é o valor do cosseno do ângulo entre os vetores, dado pelo cateto adjacente ao ângulo (8) dividido pela hipotenusa (10). Resolvendo a equação temos o valor do campo em p, dado por:

$$E_R = \sqrt{51{,}84\,.10^{12} + 2025\,.10^{12} + 518{,}4\,.10^{12}} = \sqrt{2595{,}24.10^{12}} = 51.10^6 N/C$$

E aponta no sentido indicado na figura!

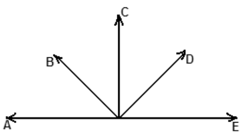
EXERCÍCIOS

1) *Na figura, o ponto P está equidistante das cargas fixas +Q e –Q.*



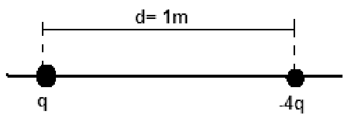
Qual dos vetores indica a direção e o sentido do campo elétrico em P, devido a essas cargas?

a) *A*
b) *B*
c) *C*
d) *D*
e) *E*



2) *Na distribuição de cargas elétricas representada na figura, o ponto onde o campo elétrico é nulo fica:*

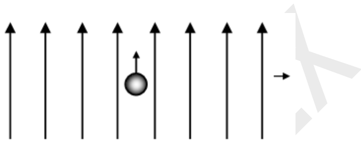
a) *entre as cargas e no centro.*
b) *entre as cargas e a 0,3 m de q.*
c) *a 2m de -4q e à sua direita.*
d) *a 1m de q e à sua esquerda.*
e) *a 4m de q e à sua esquerda.*



3) *Baseando-se na Lei de Coulomb e na definição de campo elétrico de uma carga puntiforme, podemos estimar, qualitativamente, que o campo elétrico produzido por uma linha de transmissão de energia, que tem uma densidade linear de cargas λ (C/m), a uma distância r, perpendicular à linha, é proporcional a*

a) $r\lambda$
b) r/λ
c) $r/2\lambda$
d) λ/r

4) *Uma gota de óleo de massa **m** e carga **q** é solta em uma região de campo elétrico uniforme **E**, conforme mostra a figura.*



*Mesmo sob o efeito da gravidade a gota move-se para cima com aceleração **g**. O módulo do campo elétrico é*

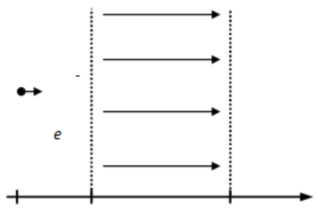
a) $E=\dfrac{2mg}{q}$

b) $E=\dfrac{2mq}{g}$

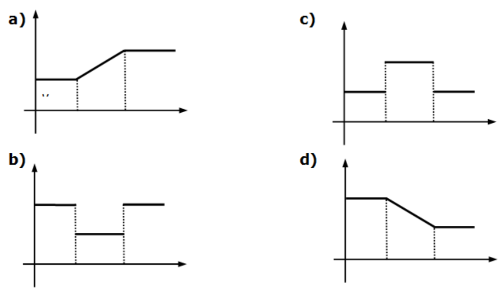
c) $E=\dfrac{2qg}{m}$

d) $E=\dfrac{2m}{qg}$

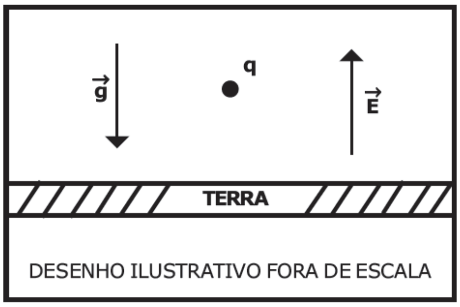
5) *Um elétron desloca-se na direção x, com velocidade inicial $\vec{v}_0$. Entre os pontos x_1 e x_2, existe um campo elétrico uniforme, conforme mostra a figura abaixo.*



*Desprezando o peso do elétron, assinale a alternativa que **MELHOR** descreve o módulo da velocidade v do elétron em função de sua posição x.*



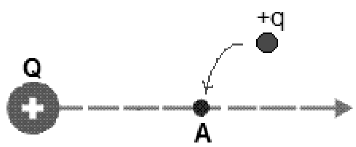
6) *(Espcex – 2016) Uma partícula de carga q e massa 10^{-6} kg foi colocada num ponto próximo à superfície da Terra onde existe um campo elétrico uniforme, vertical e ascendente de intensidade $E=10^5$ N/C. Sabendo que a partícula está em equilíbrio, considerando a intensidade da aceleração da gravidade $g=10$ m/s^2, o valor da carga q e o seu sinal são respectivamente:*



a) 10^{-3} µC, negativa
b) 10^{-5} µC, positiva
c) 10^{-5} µC, negativa
d) 10^{-4} µC, positiva
e) 10^{-4} µC, negativa

AULA 35 - POTENCIAL ELÉTRICO

Considere um campo elétrico gerado por uma carga Q. Ao colocarmos uma carga de prova q neste campo, notamos que, conforme a combinação de sinais entre as duas cargas, esta carga q, será atraída ou repelida, adquirindo movimento. Como vimos anteriormente, um corpo em movimento possui Energia Cinética, que provavelmente foi obtida da transformação de algum tipo de energia potencial. A energia potencial ligada à atuação de um campo elétrico é chamada de Energia Potencial Elétrica. Assim como na mecânica, a energia potencial pode ser calculada através do trabalho da força elétrica num deslocamento entre dois pontos do campo. Desta forma, considerando um campo elétrico uniforme (para simplificar), o trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga q até o ponto A ao longo de uma linha de campo, pode ser dado por:



$$\tau = F.d.cos\theta$$

$$\tau_{Fel} = F_{el}.d.cos0°$$

$$\tau_{Fel} = F_{el}.d$$

Como sabemos que a força elétrica pode ser dada pelo produto da carga pelo campo elétrico, podemos substituí-la na expressão acima obtendo:

$$\tau_{Fel} = q.E.d$$

Se agora substituirmos o campo elétrico pela formula usual, teremos:

$$\tau_{Fel} = q.\frac{k.|Q|}{d^2}.d$$

CURSO CIDADE - EsPCEx

$$\tau_{Fel} = q.\frac{k.Q}{d}$$

Essa expressão é a energia potencial elétrica que uma carga q adquire ao ser colocada no ponto A. Ou seja, a energia potencial elétrica pode ser dada por:

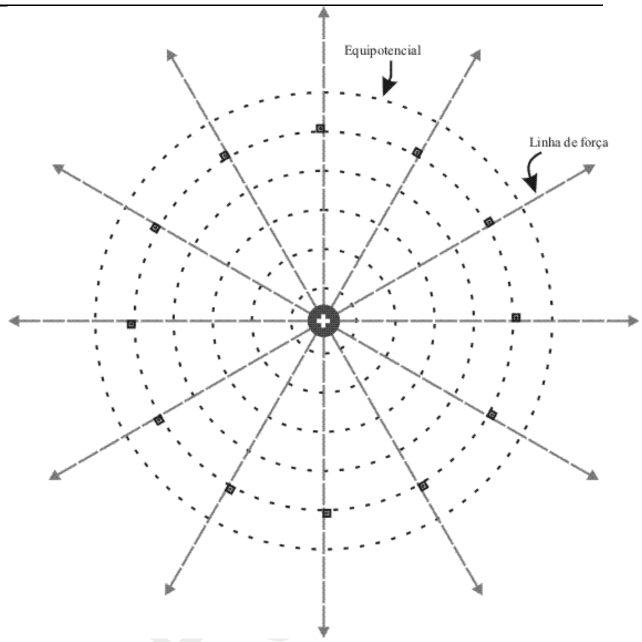
$$Ep_{el} = q.\frac{k.Q}{d}$$

Aqui a quantidade que aparece após q na expressão acima, é denominada potencial elétrico, e está diretamente relacionado com a energia potencial que uma carga adquire ao ser colocado naquele ponto do campo.

$$V = \frac{k.Q}{d}$$

Vale ressaltar que o potencial elétrico é escalar e representa apenas um ponto do espaço. A unidade adotada, no SI para o potencial elétrico é o volt (V), em homenagem ao físico italiano Alessandro Volta, e a unidade designa Joule por Coulomb (J/C). Cada ponto do campo teria, portanto, um valor de potencial que depende somente da distância do ponto à carga geratriz. Desta forma, pontos diferentes que estejam à uma mesma distância da carga geradora teriam o mesmo potencial. Se ligarmos tais pontos por meio de uma linha, teremos a chamada superfície equipotencial, na qual todos os pontos sobre essa linha teriam o mesmo valor de potencial elétrico.

Para o caso particular onde o campo é gerado por apenas uma carga, estas linhas equipotenciais serão circunferências, já que o valor do potencial diminui uniformemente em função do aumento da distância (levando-se em conta uma representação em duas dimensões, pois caso a representação fosse tridimensional, os equipotenciais seriam representados por esferas ocas, o que constitui o chamado efeito casca de cebola, onde quanto mais interna for a casca, maior seu potencial).

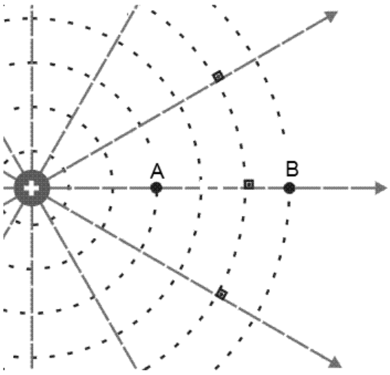


Quando existe mais de uma partícula eletrizada gerando campos elétricos, em um ponto P que está sujeito a todas estes campos, o potencial elétrico é igual à soma de todos os potenciais criados por cada carga, ou seja:

$$V_T = V_1 + V_2 + \cdots + V_N$$

Diferença de potencial entre dois pontos

Considere dois pontos de um campo elétrico, A e B, cada um a uma distância diferente da carga geradora, ou seja, com potenciais diferentes. Se quisermos saber a diferença de potenciais entre os dois pontos, devemos calcular o valor do potencial em A e em B e subtrair o valor encontrado, ou seja:



$$V_A = \frac{k.Q}{d_A}$$

E

$$V_B = \frac{k.Q}{d_B}$$

Assim, a diferença entre esses potenciais seria dada por:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Onde U_{AB} representa a diferença de potencial entre os pontos A e B, também chamada de tensão ou voltagem. Assim, podemos escrever a expressão para o trabalho da força elétrica (ou para a energia potencial elétrica) entre os pontos A e B da seguinte forma:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$U_{AB} = \frac{k.Q}{d_A} - \frac{k.Q}{d_B}$$

Se multiplicarmos ambos os lados por q (a carga teste que seria deslocada pela força elétrica entre os pontos A e B), teremos:

$$q.U_{AB} = q.\frac{k.Q}{d_A} - q.\frac{k.Q}{d_B}$$

Note que podemos reescrever a expressão acima em função da força elétrica constante sobre a carga q em cada ponto:

$$q.U_{AB} = F.d_A - F.d_B = F.(d_A - d_B)$$

$$q.U_{AB} = F.d_{AB} = \tau_{AB}$$

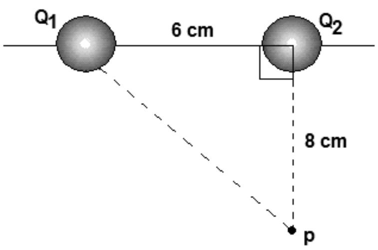
Ou seja, o trabalho da força elétrica pode ser escrito como sendo:

$$\tau_{AB} = q.U_{AB}$$

E ainda, podemos verificar que num campo elétrico uniforme:

$$U_{AB} = E.d_{AB}$$

***Exemplo 1** – Considere o arranjo da figura onde a carga Q_1 = - 8 μC e a carga Q_2 = 2 μC. Determine o valor do potencial elétrico no ponto p. Use k= 9 . 10^9 N.m^2/C^2.*



Podemos resolver o problema lembrando que o potencial elétrico em p será a soma escalar dos potenciais gerados pelas cargas 1 e 2 no ponto p. Desta forma, basta calcularmos o potencial de cada carga no ponto p e somá-los. Assim:

$$V_1 = \frac{k.Q_1}{d_1}$$

$$V_1 = \frac{9.10^9.(-8.10^{-6})}{0{,}10}$$

$$V_1 = -7{,}2.10^5\ V$$

E também:

CURSO CIDADE - EsPCEX

$$V_2 = \frac{k.Q_2}{d_2}$$

$$V_1 = \frac{9.10^9.(2.10^{-6})}{0{,}08}$$

$$V_1 = +2{,}25.10^5 V$$

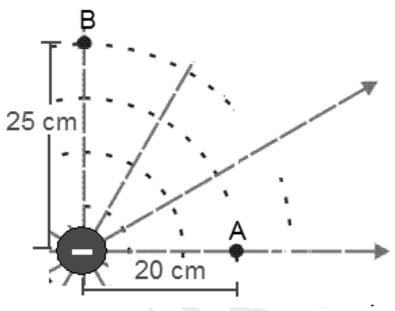
Desta forma, o potencial resultante seria a soma escalar desses potenciais, ou seja:

$$V_p = V_1 + V_2$$

$$V_p = -7{,}2.10^5 + 2{,}25.10^5$$

$$V_p = -4{,}95.10^5\ V$$

***Exemplo 2** – Considere o arranjo da figura onde uma carga Q = - 4 μC cria um campo elétrico ao seu redor. Determine o trabalho da força elétrica para deslocar uma carga de prova q = 2 μC do ponto A ao ponto B. Use k= 9 . 10^9 N.m^2/C^2.*



Podemos resolver o problema lembrando que o trabalho da força elétrica depende da variação do potencial elétrico entre os pontos A e B. Como o potencial depende somente da distância até o ponto, o trabalho independe da trajetória que a carga q faria de A para B, dependendo somente da diferença de distância entre A e B. Assim temos:

$$\tau_{AB} = q.U_{AB}$$

$$V_A = \frac{k.Q}{d_A} = \frac{9.10^9.(-4.10^{-6})}{0{,}2} = -18.10^4\ V$$

$$V_B = \frac{k.Q}{d_A} = \frac{9.10^9.(-4.10^{-6})}{0{,}25} = -14{,}4.10^4\ V$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = -18.10^4 - (-14{,}4.10^4) = -3{,}6.10^4\ V$$

Assim, o trabalho da força elétrica para deslocar a carga q de A até B, será dado por:

$$\tau_{AB} = q.U_{AB}$$

$$\tau_{AB} = 2.10^{-6}.(-3{,}6.10^4) = -7{,}2.10^{-2}\ Joules$$

O sinal do trabalho (negativo), significa que temos um trabalho resistente, ou seja, a carga q não se desloca espontaneamente de A para B. Esse deslocamento só será possível na presença de uma força externa, já que naturalmente a carga q (positiva) se desloca em direção ao ponto de menor potencial!

EXERCÍCIOS

1) *Duas cargas elétricas de mesmo módulo e de sinais contrários são colocadas a uma determinada distância. No ponto médio da reta que une as duas cargas, teremos:*

a) *O campo elétrico é nulo e o potencial elétrico não.*

b) *O campo e o potencial elétrico são nulos.*

c) *O potencial elétrico é nulo e o campo elétrico não.*

d) *O potencial elétrico é numericamente duas vezes maior que a intensidade do campo elétrico.*

e) *O campo e o potencial elétricos não são nulos.*

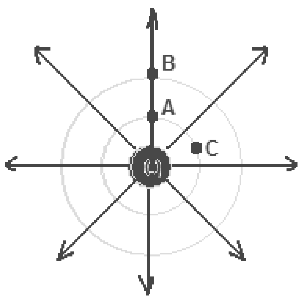
2) *Em uma região de campo elétrico uniforme, de intensidade 2. 10^3 N/C, a diferença de potencial, em volts, entre dois pontos, situados sobre uma linha de força do campo* *elétrico e separados por uma distância de 50 cm é:*

a) *10^3*
b) *10^5*
c) *$4.\ 10^3$*
d) *$2{,}5.\ 10^{-4}$*

3) *Duas cargas de valor q estão separadas de um ponto A pela distância d. A que distância do ponto A deve ser colocada uma carga -q para que o potencial em A seja nulo?*

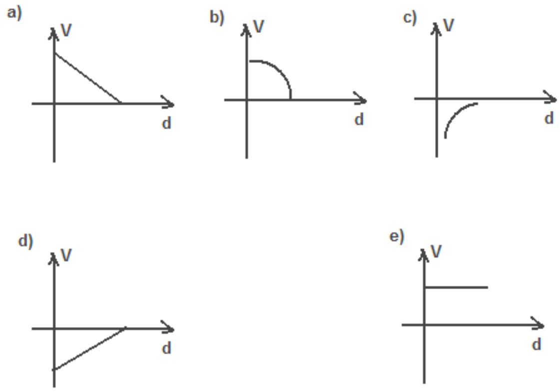
a) *d/2*
b) *d*
c) *d/4*
d) *2d*

4) *Na figura a seguir estão representados algumas linhas de força do campo criado pela carga Q. Os pontos A, B e C estão sobre circunferências centradas na carga. Assinale a alternativa FALSA:*



a) *Os potenciais elétricos em A e C são iguais.*
b) *O potencial elétrico em A é maior do que em B.*
c) *Uma carga elétrica positiva colocada em A tende a se afastar da carga Q.*
d) *O trabalho realizado pelo campo elétrico para deslocar uma carga de A para C é nulo.*
e) *O campo elétrico em B é mais intenso do que em A.*

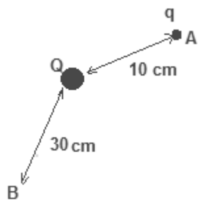
5) *O gráfico que melhor descreve a relação entre potencial elétrico V, originado por uma carga elétrica Q <0, e a distância d de um ponto qualquer à carga é:*



6) *Um sistema formado por três cargas puntiformes iguais, colocadas em repouso nos vértices de um triângulo equilátero, tem energia potencial eletrostática igual a U. Substitui-se uma das cargas por outra, na mesma posição, mas com o dobro do valor. A energia potencial eletrostática do novo sistema será igual a:*

a) *4U/3*
b) *3U/2*
c) *5U/3*
d) *2U*
e) *3U*

7) *Na figura a seguir, Q = 20 μC e q= 1,5 μC são cargas puntiformes no vácuo (k = 9 .10^9 N.m^2/C^2). O trabalho realizado pela força elétrica em levar a carga q do ponto A para o ponto B é:*



a) *1,8 J*
b) *2,7 J*
c) *3,6 J*
d) *4,5 J*
e) *5,4 J*

8) *Um corpúsculo de 0,2 g eletrizado com carga de 80 .10^{-6} C, varia sua velocidade de 20 m/s para 80 m/s ao ir do ponto A para o ponto B de um campo elétrico. A d.d.p. entre os pontos A e B desse campo elétrico é:*

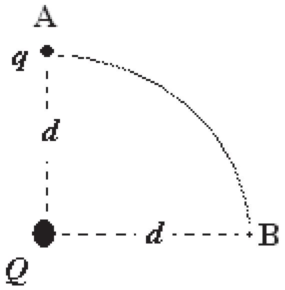
a) 1500 V
b) 3000 V
c) 7500 V
d) 8500 V
e) 9000 V

9) *(EFOMM) A unidade de diferença de potencial (ddp) denomina-se Volt, uma homenagem ao físico italiano Alessandro Volta (1745–1827) que construiu a primeira pilha elétrica. No Sistema Internacional de Unidades (SI), uma ddp de 110 volts significa que para uma carga elétrica de 1 coulomb é (são) necessário(s) _____ de energia para desloca-la entre dois pontos, num campo elétrico.*
Assinale a alternativa que completa corretamente a lacuna acima.
a) *1 joule*
b) *110 joules*
c) *110 ampères*
d) *110 eletron-volts*

10) *(EEAER) Considere uma esfera metálica oca com 0,1 m de raio, carregada com 0,01 C de carga elétrica, em* ***equilíbrio eletrostático*** *e com vácuo no seu interior. O valor do campo elétrico em um ponto situado no centro dessa esfera tem intensidade de ____ N/C.*
a) 0,0
b) 1,0
c) 10,0
d) 100,0

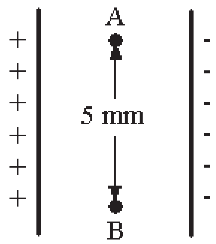
11) *(EFOMM) Uma carga puntiforme com 4.10^{-9} C, situada no vácuo, gera campo elétrico ao seu redor. Entre dois pontos, A e B, distantes respectivamente 0,6 m e 0,8 m da carga, obtém-se a diferença de potencial Vab de ____ volts.*
Obs.: $k0 = 9.10^{9}\ Nm^2/C^2$
a) 15
b) 20
c) 40
d) 60

12) *(AFA) Uma carga puntiforme Q de 10 μC gera um campo elétrico no qual tem-se dois pontos A e B representados na figura a seguir. Assinale a alternativa que representa o valor do trabalho, em joules, da força elétrica para transportar uma carga q de 3μ C a partir de A até B, mantendo uma trajetória circular.*



a) 0,0.
b) 1,5.
c) 3,0.
d) 4,5.

13) *(EFOMM) Entre duas placas carregadas de um capacitor de placas paralelas tem-se um campo elétrico uniforme de $1,6x10^{-3}$N/C. Calcule o valor da diferença de potencial entre os pontos A e B, em volts, de acordo com a figura.*



a) 0
b) 4
c) 8
d) 16

CURSO CIDADE - EsPCEx

Curso Preparatório Cidade

AULA 36 - CAPACITORES

Um capacitor ou condensador é um dispositivo elétrico que armazena cargas elétricas. Definimos por capacidade elétrica ou ***capacitância****, a quantidade de carga que pode ser armazenada por um capacitor numa determinada diferença de potencial.*

$$C = \frac{Q}{U}$$

A capacitância elétrica é uma constante para cada forma de condutor e meio em que se encontra. Para um condutor esférico, a capacitância pode ser determinada por:

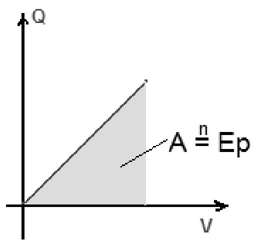
$$C = \frac{R}{k}$$

A unidade no S.I. de capacidade elétrica é o Farad (F), definida como 1F=1C/1V. Podemos determinar a energia potencial elétrica armazenada em um capacitor pelas expressões:

$$E_P = \frac{Q^2}{2C} \qquad E_P = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

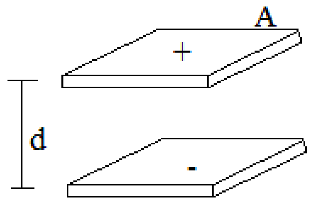
$$E_P = \frac{Q \cdot U}{2}$$

Em um gráfico Q x V, a área sob a curva representa a energia potencial elétrica.



Um capacitor é um conjunto de dois condutores (armaduras), eletrizados com quantidades de cargas de mesmo valor absoluto, mas de sinais opostos.

Para o caso de um capacitor plano, temos:

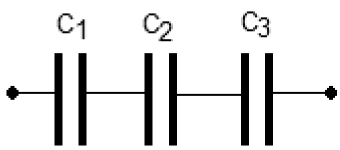


$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

Onde A é a área da superfície das armaduras e d é a distância entre elas. Aqui, ε é a permissividade elétrica do isolante (dielétrico) entre as armaduras. Podemos associar capacitores de modo a obter um capacitor resultante (capacitor equivalente), que equivale a um capacitor que substitui a todos os outros naquele arranjo.

Associação em Série de Capacitores

Numa associação em série, os capacitores são ligados um após o outro formando uma única linha.



O capacitor equivalente da associação pode ser obtido pela expressão:

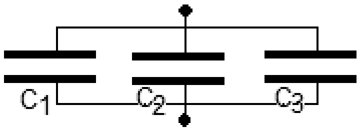
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \ldots$$

Na associação em série a ddp se divide entre os vários capacitores e todos os capacitores têm a mesma carga Q.

CURSO CIDADE - ESPCEX

Associação em Paralelo de Capacitores

Os capacitores são ligados um paralelo ao outro na forma de pontes.



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + ...$$

Na associação em paralelo, a carga Q fica dividida entre os capacitores e a ddp é a mesma para todos.

Condutores em Equilíbrio

Um condutor eletrizado ou não, é dito em equilíbrio eletrostático quando nele não ocorre movimento ordenado de cargas elétricas em relação a um referencial fixo no condutor. Desta forma temos que:

"O campo elétrico resultante no interior do condutor é nulo".

Como o campo elétrico no interior do condutor em equilíbrio é nulo, isto significa que uma carga colocada em qualquer ponto no interior do condutor não adquiriria movimento, ou seja, não existe naquela região, pontos a diferentes potenciais elétricos. Desta forma podemos afirmar:

"O potencial em todos os pontos internos de um condutor inclusive em sua superfície é constante."

O potencial elétrico do condutor é o valor do potencial em qualquer ponto de um condutor em equilíbrio e, como todos os pontos da sua superfície têm o mesmo potencial, ela é dita superfície equipotencial, e as linhas de campo elétrico neste condutor seriam perpendiculares à superfície.

Qualquer excesso de carga em um condutor inicialmente em equilíbrio acaba se acumulando na superfície de maneira uniforme, já que por possuírem o mesmo sinal, acabam por se repelirem mutuamente até a maior distância possível. Assim, podemos afirmar:

"As cargas elétricas em excesso num condutor em equilíbrio eletrostático se acumulam uniformemente em sua superfície externa."

Condutores Esféricos

Para pontos externos à esfera, o potencial elétrico e o campo elétrico são calculados como se toda a carga do condutor fosse puntiforme e localizada no centro da esfera. Desta forma, para pontos externos à esfera, o campo elétrico e o potencial são calculados da mesma forma que aprendemos anteriormente, ou seja:

$$E_{ext} = \frac{k.|Q|}{d^2}$$

e

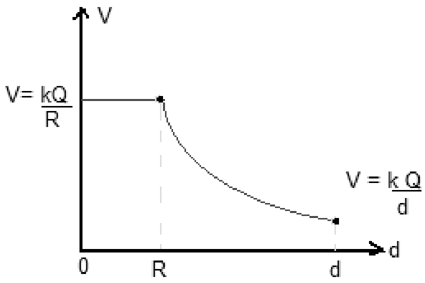
$$V_{ext} = \frac{k.Q}{d}$$

Vale ressaltar que para pontos infinitamente próximos à esfera a distância d pode ser substituída pelo raio da esfera, e o campo elétrico tem o seu valor diminuído pela metade:

$$E_{sup} = \frac{k.|Q|}{2R^2}$$

Assim, o gráfico do potencial elétrico de um condutor esférico em função da distância do seu centro, é dado por:

CURSO CIDADE - EsPCEx



*Num condutor não esférico, as cargas tendem a se acumular em regiões pontiagudas, fazendo com que o ar próximo a estas regiões se ionize, podendo atrair cargas elétricas de sinais contrários com mais facilidade (poder das pontas). Dizemos que dois ou mais condutores estão em **equilíbrio elétrico**, quando possuem o **mesmo potencial elétrico.***

Exemplo1 *- A carga de um capacitor plano e isolador é 60 μC. Diminuindo-se a distância entre as armaduras desse capacitor pela metade, o que acontece com a sua capacitância e sua energia potencial armazenada?*

Como vimos, a capacitância de um capacitor plano é dada pela expressão:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

Ao diminuirmos a distância entre suas placas, sem alterar a área das placas, teremos:

$$C' = \frac{\varepsilon A'}{d'} = \frac{\varepsilon A}{\left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{2\varepsilon A}{d} = 2C$$

Ou seja, a capacitância dobra!!

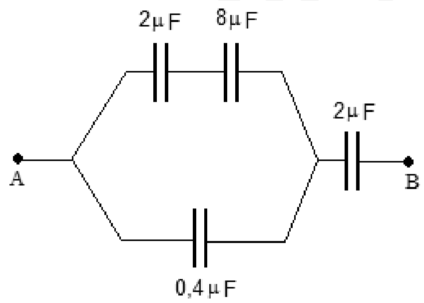
Já no caso da energia potencial armazenada, temos que:

$$E_p = \frac{C.U^2}{2}$$

Se a capacitância dobrar, notamos que a energia potencial também duplica!

$$E'_p = \frac{C'.U'^2}{2} = \frac{2C.U^2}{2} = 2.E_p$$

Exemplo 2 – *No arranjo a seguir, determine a capacitância equivalente entre os pontos A e B.*



Para determinarmos a capacitância equivalente, ou seja, um capacitor que substitua todos os capacitores do esquema acima, temos que ir simplificando o arranjo. Assim, começando pela parte superior, podemos trocar os dois capacitores em série por um só capacitor no valor de 1,6 μF (usando a relação para capacitores em série) da seguinte forma:

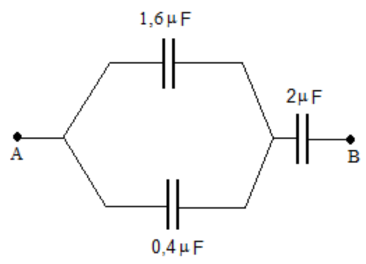
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{8+2}{16} = \frac{10}{16}$$

$$C_{eq} = \frac{16}{10} = 1{,}6\ \mu F$$

Ou seja, nosso novo arranjo ficaria da seguinte forma:

CURSO CIDADE - EsPCEx

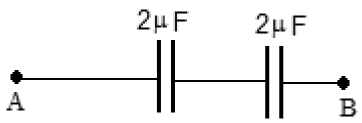


Agora podemos associar os capacitores em paralelo (1,6 e 0,4 μF), substituindo-os por um único capacitor equivalente de 2 μF, da seguinte forma:

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = 1{,}6 + 0{,}4 = 2\ \mu F$$

Assim, o novo arranjo ficaria da seguinte forma:



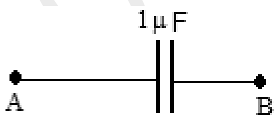
Agora, de maneira similar, vamos associar os dois capacitores que restaram em série, substituindo-os por um único capacitor equivalente de 1μF, da seguinte forma:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$C_{eq} = 1\ \mu F$$

e desta forma teríamos:



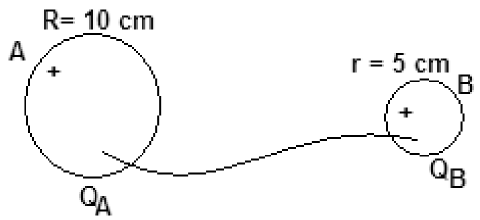
Ou seja, todo o arranjo inicial poderia ser substituído por um único capacitor (equivalente) de 1μF, que manteria todas as propriedades do arranjo.

EXERCÍCIOS

1) *Três esferas condutoras A, B e C, de raios 3a, 2a e a respectivamente, encontram-se ligadas por fios condutores. Antes das ligações, a esfera A tinha carga Q e as esferas B e C tinham carga nula. Assinale as alternativas corretas para as superfícies esféricas no equilíbrio do sistema:*

a) *Estão a um mesmo potencial*
b) *Têm a mesma carga Q/3*
c) *Têm o mesmo campo elétrico na superfície*
d) *De maior carga têm o maior potencial*
e) *De maior carga têm o maior campo elétrico na superfície*
f) *Têm o mesmo potencial, logo as cargas sobre elas são diferentes*
g) *Têm o mesmo potencial e isto implica que os campos elétricos destas superfícies sejam os mesmos.*

2) *Duas esferas metálicas isoladas, A e B, estão eletricamente carregadas com cargas Q_A e Q_B.*



Quando ligadas entre si por um fio condutor, haverá transferência de cargas entre elas até que se igualem:

a) *As cargas elétricas.*
b) *As capacitâncias.*
c) *Os campos elétricos.*
d) *Os potenciais elétricos.*
e) *As forças de atração.*

3) *A carga de um capacitor plano e isolador é 20 μC. Duplicando-se a distância entre as*

CURSO CIDADE - ESPCEX

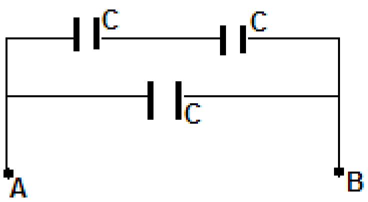
armaduras desse capacitor, a energia armazenada por ele:

a) *reduz-se a um quarto*
b) *quadruplica*
c) *reduz-se a metade*
d) *duplica*
e) *não se altera*

4) *Um catálogo de fábrica de capacitores descreve um capacitor de 25V de tensão de trabalho e com capacitância de 22000 μF. Se a energia armazenada neste capacitor se descarrega num motor sem atrito, arranjado para levantar um tijolo de 0,5 kg de massa, a altura alcançada pelo tijolo é (g=10 m/s^2):*

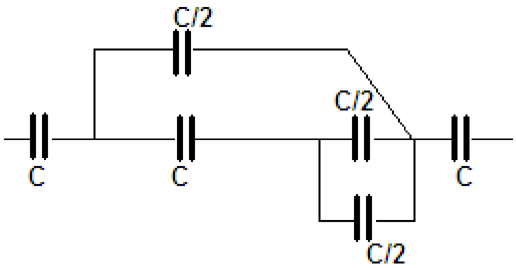
a) *1 km*
b) *10 cm*
c) *1,4 m*
d) *20 m*

5) *Três capacitores de capacitâncias individuais C estão conectados conforme a figura. Entre os pontos A e B, esse sistema pode ser substituído por um único capacitor de capacitância:*



a) *C/3*
b) *2C/3*
c) *3C*
d) *C*
e) *3C/2*

6) *(UFPA) A capacidade do condensador equivalente à associação mostrada na figura é:*



a) *2C/3*
b) *C/3*
c) *3C/2*
d) *2C*
e) *3C*

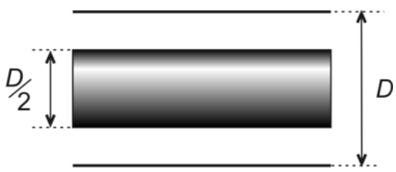
7) *Uma casca metálica esférica e não eletrizada envolve uma partícula eletrizada. Afirma -se que:*

I - a casca esférica não interfere no campo elétrico gerado pela partícula.
II - em pontos exteriores à casca o campo elétrico é nulo.
III - qualquer ponto interior à casca apresenta o mesmo potencial elétrico.

Está(ão) correta(s) apenas

a) *II e III.*
b) *I*
c) *III.*
d) *I e II.*

8) *(AFA) As placas de um capacitor a ar estão separadas entre si por uma distância igual a D. Ao se introduzir entre as placas, simetricamente em relação a elas, uma chapa metálica de espessura $D/2$ (figura abaixo), a capacitância do capacitor*

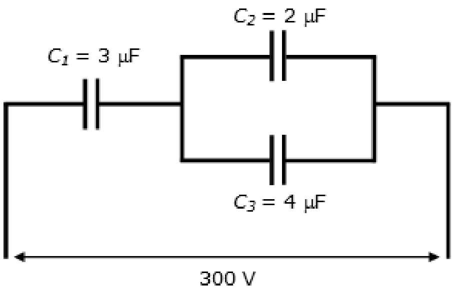


a) *triplica*
b) *reduz à terça parte*

CURSO CIDADE - EsPCEx

c) *reduz à metade*
d) *dobra*

9) *(AFA) Considere a associação da figura abaixo:*



As cargas, em μC, de cada capacitor C_1, C_2 e C_3 são, respectivamente

a) *600, 200 e 400.*
b) *600, 400 e 200.*
c) *200, 300 e 400.*
d) *200, 400 e 600.*

10) *(AFA) Três esferas condutoras de raio **R**, **3R** e **5R** e eletrizadas, respectivamente, com quantidade de cargas iguais a –10 μC,–30 μC e +13 μC estão muito afastadas entre si. As esferas são, então, interligadas por fios metálicos de capacitância desprezível até que o sistema atinja completo equilíbrio. Nessa situação, o valor da quantidade de carga, em micro coulombs, da esfera de raio **3R** é*

a) *–9*
b) *–3*
c) *3.*
d) *9*

11) *(AFA) Dois capacitores planos, de placas paralelas, de mesma capacitância, 1 mF, são ligados em paralelo e conectados a uma fonte de tensão de 20 V. Após ambos estarem completamente carregados, são desconectados da fonte, e uma resistência é colocada no lugar da fonte, de maneira que, em um intervalo de tempo de 0,5 s, ambos se descarregam completamente. A corrente média, em ampéres, na resistência vale*

a) $x\ 10^{-1}$
b) $x\ 10^{-1}$
c) $x\ 10^{-2}$
d) $8\ x\ 10^{-2}$

12) *(AFA) Um capacitor de placas planas e paralelas é ligado a uma fonte de tensão de 10 V até ficar totalmente carregado. A seguir é desligado da fonte e conectado a uma resistência R, de maneira que se descarrega completamente em 0,1 s, dissipando 2 W de potência. A capacitância, em F, e a carga acumulada no capacitor, em C, são, respectivamente,*

a) 2×10^{-2} e 2×10^{-3}
b) 2×10^{-3} e 2×10^{-2}
c) 2×10^{-3} e 2 x 10-1
d) 2×10^{-1} e 2×10^{-3}

13) *(ESPCEX) Duas esferas metálicas de raios R_A e R_B, com $R_A < R_B$, estão no vácuo e isoladas eletricamente uma da outra. Cada uma é eletrizada com uma mesma quantidade de carga positiva. Posteriormente, as esferas são interligadas por meio de um fio condutor de capacitância desprezível e, após atingir o equilíbrio eletrostático, a esfera A possuirá uma carga Q_A e um potencial V_A, e a esfera B uma carga Q_B e um potencial V_B. Baseado nas informações anteriores, podemos, então, afirmar que*

a) $V_A < V_B$ e $Q_A = Q_B$

b) $V_A = V_B$ e $Q_A = Q_B$

c) $V_A < V_B$ e $Q_A < Q_B$

d) $V_A = V_B$ e $Q_A < Q_B$

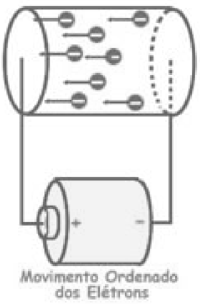
e) $V_A > V_B$ e $Q_A = Q_B$

CURSO CIDADE - ESPCEX

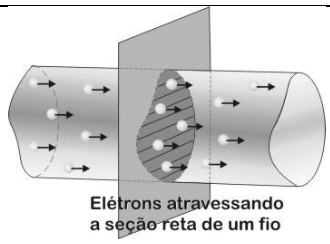
AULA 37 - CORRENTE ELÉTRICA

A **eletrodinâmica** é a parte da física que estuda as interações entre cargas elétricas em movimento. Em um condutor isolado, as cargas elétricas não estão em repouso, mas possuem um movimento desordenado.

Quando o condutor é submetido em suas extremidades a uma diferença de potencial, surge um campo elétrico em seu interior, e desta forma, as cargas elétricas ficam submetidas a uma força elétrica que faz com que se movimentem de forma ordenada através do condutor. Esse movimento ordenado pelo condutor é denominado: **corrente elétrica**.



A intensidade da corrente elétrica (i) é definida como sendo a quantidade de carga elétrica que atravessa uma secção reta do condutor num determinado tempo:



$$i = \frac{Q}{\Delta t}$$

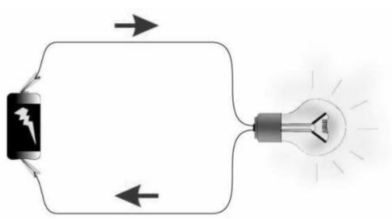
Ou

$$i = \frac{n.e}{\Delta t}$$

é dada em ampéres (A). Um ampére é equivalente a 1A=1C/1s. Comumente podemos encontrar as sub-unidades: mA (miliamperes = 10^{-3} A) e o μA (microampéres = 10^{-6} A).

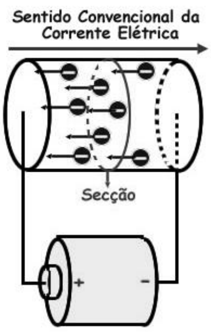
Circuitos Elétricos

Um circuito elétrico é um caminho fechado por onde os elétrons livres se deslocam levando energia elétrica. Um circuito elétrico simples deve conter: Fonte de tensão (pilha, bateria, tomada elétrica...), um interruptor, fios de ligação e um aparelho que transformará a energia elétrica em um outro tipo de energia (aparelho consumidor).



O aparelho consumidor pode ser uma lâmpada, uma televisão, um ferro elétrico de passar... Quando o aparelho possui como função principal o aquecimento, ou seja, ele é projetado para transformar energia elétrica em energia térmica, ele é chamado de resistor.

Quando os elétrons percorrem um circuito elétrico (caminho fechado), sentido da corrente elétrica é convencionado como sendo o contrário do movimento real dos elétrons pelo condutor, ou seja, tem o mesmo sentido do vetor campo elétrico no interior do condutor.



*Definimos **Potência Elétrica**, como o trabalho realizado por uma fonte elétrica num determinado tempo. Essa potência, expressa em Watts, pode ser determinada por:*

$$P = U.i$$

ou também

$$P = \frac{Energia}{tempo}$$

***Exemplo 1 -** Se durante 5s, 1 milhão de elétrons atravessarem a secção reta de um condutor metálico, qual a corrente elétrica que está percorrendo o condutor?*

Como vimos, a corrente elétrica é definida como a quantidade de carga que atravessa um condutor num determinado tempo. Assim, teríamos:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n.|e|}{\Delta t}$$

$$i = \frac{10^6.|-1{,}6.10^{-19}|}{5} = 0{,}32 \times 10^{-13}$$

$$= 3{,}2\,.\,10^{-14}\ C/s$$

$$i = 3{,}2\,.\,10^{-14}\ A$$

***Exemplo 2 –** Um chuveiro elétrico possui potência de 4400 W quando ligado na tensão elétrica de 220V. Sabendo que um kWh custa R$ 0,30, determine o gasto mensal de uma pessoa que toma um banho de 15 minutos por dia usando este chuveiro.*

A primeira coisa a fazer é determinarmos a energia consumida por este chuveiro ao longo de um mês. Podemos fazer isso usando a fórmula para a potência elétrica, ou seja:

$$P = \frac{energia}{tempo}$$

E assim teríamos:

$$E_n = P \times \Delta t$$

Desta forma, cada banho de 15 min (0,25 h) consome uma quantidade de energia igual a:

$$E_n = 4400 \times 0{,}25 = 1100\ W.h$$

Ao longo de 1 mês (30 dias), terão sido consumidos:

$$E_n = 1100 \times 30 = 33.000\ W.h$$

Ou em kWh, teríamos:

$$E_n = 33\ kWh$$

Assim, se 1 kwh custa R$ 0,30, os 33 kWh custariam:

$$Custo = 0{,}30 \times 33 = R\$\ 9{,}90$$

CURSO CIDADE - EsPCEX

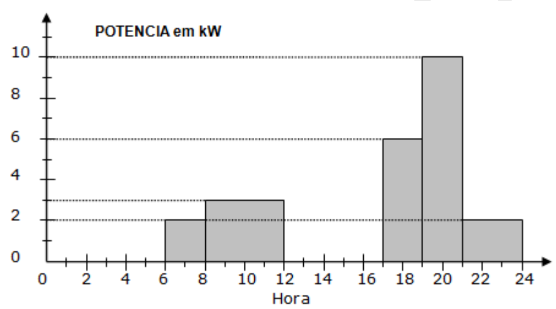
EXERCÍCIOS

1) *(ESPCEX) Uma lâmpada dissipa 60W quando ligada a 220 V. Ligada em 110 V, a potência dissipada pela lâmpada será:*

a) 120 W
b) 90 W
c) 60 W
d) 30 W
e) 15 W

2) *Uma corrente elétrica de 1,6 A percorre um fio condutor cilíndrico ligado a uma tomada de 100V.(a) quantos elétrons passam por uma secção reta deste fio condutor durante 100s? (b) quanto tempo seria necessário para aquecer 1 kg de água de 0º C até 40º C, supondo que 80% de energia dissipada no fio fosse utilizada para aquecer a água? Dados: Calor específico da água = 1 cal/g ºC; 1 cal = 4J; carga do elétron = 1,6 . 10^{-19} C.*

3) *O gráfico abaixo mostra a potência elétrica consumida, ao longo do dia, em uma certa residência alimentada com a voltagem de 120 V.*



Se o kWh custa R$ 0,10, o valor pago por 30 dias de consumo é

a) *R$ 88,00.*
b) *R$ 112,00.*
c) *R$ 144,00.*
d) *R$ 162,00.*

4) *Um forno de microondas opera na voltagem de 120 V e corrente de 5,0 A. Colocaram nesse forno 200 mililitros de água à temperatura de 25 °C. Admite-se que toda energia do forno é utilizada para aquecer a água. O tempo para elevar a temperatura da água a 100 °C é: (use 1 cal = 4 J)*

a) *60 s.*
b) *100 s.*
c) *120 s.*
d) *150 .*

5) *(AFA) Um dos equipamentos domésticos de maior consumo é o chuveiro elétrico. Em uma determinada residência utiliza-se um chuveiro de 4 kW, de potência, duas vezes por dia com banhos de 30 minutos cada. E nessa mesma casa utiliza-se 6 lâmpadas elétricas de 100 W ligadas durante 5 horas por dia, ou seja, com consumo diário de 3 kWh. Se o tempo dos banhos for reduzido para 15 minutos cada, em um mês (30 dias), a economia alcançada por essa redução durante esse período, equivale a quantos dias do uso das lâmpadas?*

a) 10
b) 15
c) 20
d) 25

6) *(AFA) Uma determinada bateria recarregável de 12 V, totalmente carregada, consegue manter acesa uma lâmpada de 24 W por 24 horas. Se esta lâmpada for trocada por outra com a metade da potência, por quanto tempo, em horas, a mesma bateria, depois de totalmente recarregada, conseguirá mantê-la acesa?*

a) 12
b) 24
c) 36
d) 48

7) *(EFOMM) Assinale a alternativa que preenche corretamente a afirmação a seguir: "O choque elétrico, sensação experimentada pelo corpo ao ser percorrido por uma corrente elétrica, também é conhecido como efeito ______ da corrente elétrica."*

a) térmico

b) químico
c) luminoso
d) fisiológico

8) (ESPCEX) Num recipiente contendo $4,0$ litros de água, a uma temperatura inicial de $20\ °C$, existe um resistor ôhmico, imerso na água, de resistência elétrica $R = 1\,\Omega$, alimentado por um gerador ideal de força eletromotriz $E = 50\ V$, conforme o desenho abaixo. O sistema encontra-se ao nível do mar.

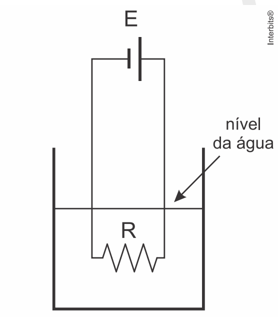
A transferência de calor para a água ocorre de forma homogênea. Considerando as perdas de calor desprezíveis para o meio, para o recipiente e para o restante do circuito elétrico, o tempo necessário para vaporizar $2,0$ litros de água é

Dados:

calor específico da água $= 4\ kJ / kg\ °C$

calor latente de vaporização da água $= 2.230\ kJ / kg$

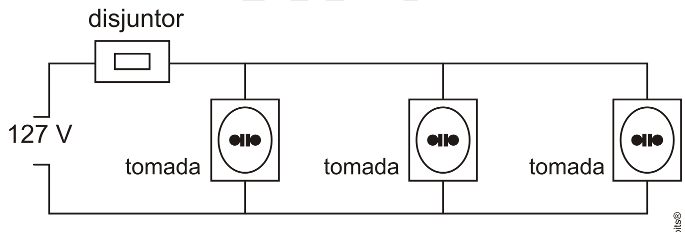
densidade da água $= 1\ kg / L$



desenho ilustrativo - fora de escala

a) 4.080 s
b) 2.040 s
c) 3.200 s
d) 2.296 s
e) 1.500 s

9) (ESPCEX) O disjuntor é um dispositivo de proteção dos circuitos elétricos. Ele desliga automaticamente e o circuito onde é empregado, quando a intensidade da corrente elétrica ultrapassa o limite especificado. Na cozinha de uma casa ligada à rede elétrica de 127 V, há três tomadas protegidas por um único disjuntor de 25 A, conforme o circuito elétrico representado, de forma simplificada, no desenho abaixo.



desenho ilustrativo - fora de escala

A tabela a seguir mostra a tensão e a potência dos aparelhos eletrodomésticos, nas condições de funcionamento normal, que serão utilizados nesta cozinha.

APARELHOS	forno de micro-ondas	lava-louça	geladeira	cafeteira	liquidificador
TENSÃO (V)	127	127	127	127	127
POTÊNCIA (W)	2000	1500	250	600	200

Cada tomada conectará somente um aparelho, dos cinco já citados acima. Considere que os fios condutores e as tomadas do circuito elétrico da cozinha são ideais. O disjuntor de 25 A será desarmado, desligando o circuito, se forem ligados simultaneamente:

a) forno de micro-ondas, lava-louça e geladeira.
b) geladeira, lava-louça e liquidificador.
c) geladeira, forno de micro-ondas e liquidificador.
d) geladeira, cafeteira e liquidificador.
e) forno de micro-ondas, cafeteira e liquidificador.

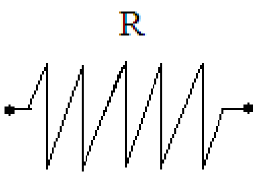
AULA 38 - RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Quando os elétrons livres percorrem um condutor, o choque desses elétrons com os átomos da rede e/ou impurezas, faz com que certa quantidade de energia seja liberada na forma de calor. Esse fenômeno de aquecimento a partir de energia elétrica é denominado ***efeito joule*** *e vários dispositivos elétricos se valem desse efeito para funcionar, como chuveiros e ferro elétrico.*

A resistência elétrica é a dificuldade à passagem da corrente elétrica imposta por um condutor. A resistência de um determinado condutor pode ser determinada pela expressão:

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Onde ρ é a resistividade do material, L o comprimento do fio em questão e A a área de secção reta do condutor. A resistividade é uma característica de cada material numa determinada faixa de temperatura. Materiais com alta resistividade são piores condutores de eletricidade sendo desta forma, chamados de materiais isolantes.



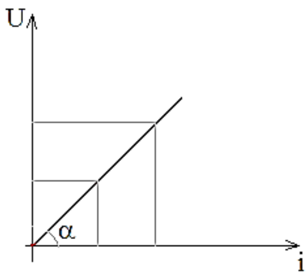
Símbolo do resistor

A resistência elétrica é dada em Ohms (Ω).

Existem dispositivos elétricos que utilizam a resistência elétrica como fator fundamental para o seu funcionamento. O dispositivo que usa tal função é denominado resistor, que basicamente converte energia elétrica em energia térmica.

Os resistores ôhmicos são assim chamados por obedecerem à Lei de Ohm numa determinada faixa de temperatura:

$$U = R.i$$



R= tan α

Podemos notar pela expressão acima, que tais resistores variam linearmente a sua tensão em seus terminais com a corrente que os percorre.

Para os resistores não ôhmicos, a resistência acaba sendo diretamente proporcional à temperatura do resistor, já que um aumento da temperatura do material faz com que a agitação molecular seja maior no material, o que aumenta o número de choques entre os eletros livres e a rede. O aumento da temperatura faz também com que o comprimento do fio aumente, o que aumentaria a resistência do material. Desta forma temos:

$$R = R_0[1 + \alpha\Delta\theta\,]$$

Onde R_0 representa a resistência à uma temperatura inicial θ_0.

A quantidade de calor dissipada por um resistor pode ser determinada pelo cálculo de sua potencia dissipada. A potencia de um dispositivo elétrico é definida como sendo:

$$P = U.i$$

A potência dissipada por um resistor, pode ser calculada por:

$$P = R.i^2$$

Onde P é dado em Watts (W).

Curso Preparatório Cidade

Associação de Resistores

Podemos associar resistores de resistências elétricas diferentes ou não, para obtermos um resistor equivalente à associação, isto é, um resistor que substitui todo o arranjo. Os resistores podem ser associados de três formas:

I. *Em série: quando os resistores são ligados uns aos outros numa mesma linha.*

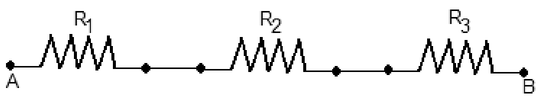
II. *Em paralelo: Quando são ligados na forma de uma ponte.*

III. *Mista: Quando num mesmo arranjo estão presentes resistores em série e em paralelo.*

Vamos analisar cada caso detalhadamente,

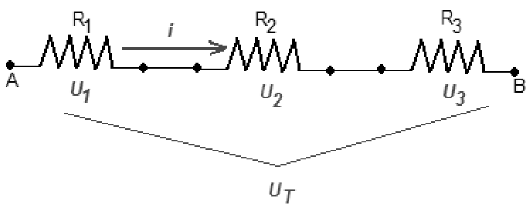
Resistores em Série

Numa associação em série os resistores estão associados num mesmo fio.



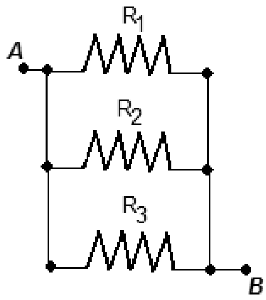
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_N$$

Desta forma, neste tipo de associação a corrente elétrica que atravessa os resistores é a mesma e a tensão total na associação é dividida proporcionalmente entre os resistores:



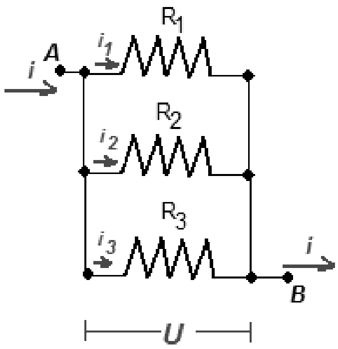
Resistores em Paralelo

Numa associação em paralelo, os resistores estão associados na forma de uma ponte, de modo que as extremidades dos resistores ficam sobre um mesmo condutor. Observe a figura:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_N}$$

Neste tipo de arranjo, a corrente elétrica se divide proporcionalmente entre os resistores e a tensão em cada um deles é a mesma!



Vejamos alguns exemplos de aplicação.

Exemplo 1 *- Um fio de cobre com resistividade 1,69 x 10^{-8} Ω m possui um comprimento de 80 cm e raio de 0,5 mm. Qual a resistência elétrica deste fio?*

Como vimos, a resistência elétrica de um trecho de um condutor é dada por:

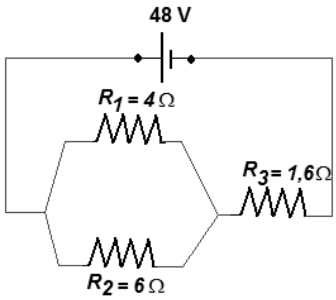
$$R = \rho.\frac{l}{A}$$

Assim, considerando as unidades em metros, teremos:

$$R = \rho.\frac{l}{A} = \rho.\frac{l}{\pi.R^2} = \frac{1{,}69\,.\,10^{-8}\ \times 0{,}80}{3{,}14 \times (5.10^{-4})^2}$$

$$R = 0{,}017\ \Omega$$

***Exemplo 2 –** Determine a corrente elétrica que atravessa cada um dos três resistores no circuito abaixo.*



A primeira coisa que devemos fazer é tentar encontrar o resistor equivalente da associação. Iniciando com o trecho em paralelo (resistores 1 e 2), temos:

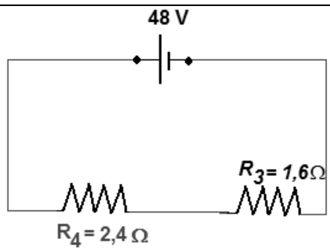
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6+4}{24}$$

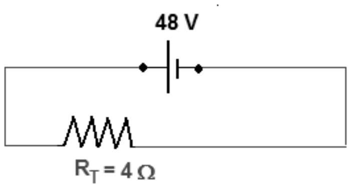
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{10}{24}$$

$$R_{eq} = 2{,}4\ \Omega$$

Ou seja, o circuito pode ser redesenhado da seguinte forma:



Onde o resistor 4 é o resistor equivalente entre os resistores 1 e 2 iniciais. Note que os resistores 4 e 3 estão sobre o mesmo fio, desta forma estão em série, e podem ser substituídos por um único resistor de 4Ω (a soma dos resistores 4 e 3). Assim teríamos agora:



Este resistor substitui todo o arranjo inicial. Desta forma, podemos determinar a corrente elétrica no circuito usando a Lei de Ohm, ou seja:

$$U = R.i$$

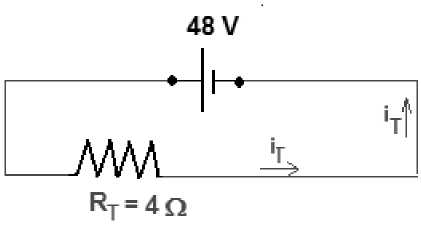
Assim, se queremos a corrente total no circuito, basta inserirmos o índice “T” na equação e substituirmos os valores:

$$U_T = R_T.i_T$$

$$48 = 4.i_T$$

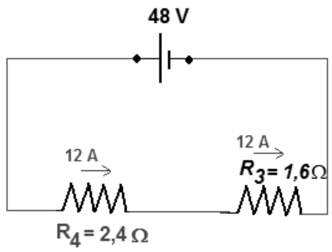
$$i_T = 12\ A$$

Que é a corrente total no circuito. O sentido da corrente no circuito é o inverso da corrente real (sentido convencional), e assim teríamos:



CURSO CIDADE

Assim, para determinarmos a corrente elétrica que passa em cada resistor, basta voltarmos nos esquemas anteriores. O resistor equivalente, na verdade era a soma dos dois resistores 4 e 3 em série, ou seja, a corrente nesses resistores é igual à corrente total no circuito.



Porém o resistor 4 na verdade é a soma dos resistores 1 e 2 em paralelo. Como sabemos, num trecho em paralelo a tensão é constante e a corrente elétrica se divide proporcionalmente entre os resistores. Sendo assim, a tensão no resistor 4 seria a mesma dos resistores 1 e 2. Podemos determinar a tensão no resistor 4 por:

$$U_4 = R_4 . i_4$$

$$U_4 = 2{,}4 \times 12 = 28{,}8\ V$$

Sendo assim, a corrente em cada resistor poderia agora ser facilmente calculada pela Lei de Ohm pois a tensão em cada resistor vale 28,8 V. Desta forma:

$$U_2 = R_2 . i_2$$

$$28{,}8 = 6 \times i_2$$

$$i_2 = 4{,}8\ \ A$$

E o resistor 1 teria:

$$U_1 = R_1 . i_1$$

$$28{,}8 = 4 \times i_1$$

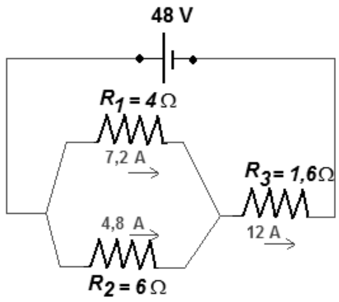
$$i_1 = 7{,}2\ \ A$$

Desta forma, nossa resposta seria:

$$i_1 = 7{,}2\ \ A$$

$$i_2 = 4{,}8\ \ A$$

$$i_3 = 12\ A$$



Note pela figura que a soma das correntes em 1 e 2 é justamente a corrente que sai (3).

EXERCÍCIOS

1) *(ITA) Duas lâmpadas incandescentes têm filamentos de mesmo comprimento, feitos do mesmo material. Uma delas obedece às especificações 220V, 100W e a outra 220V, 50W. A razão m_{50}/m_{100} da massa do filamento da segunda para a massa do filamento da primeira é:*

a) 1,5
b) 2
c) √2
d) √2 / 2
e) 0,5

2) *Sabe-se que a resistência elétrica de um fio cilíndrico é diretamente proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à área de sua secção reta.*

a) *O que acontece com a resistência do fio quando triplicamos o seu comprimento?*
b) *O que acontece com a resistência do fio quando duplicamos o seu raio?*

3) *Um fio de cobre com resistividade $1{,}69 \times 10^{-8}$ Ω m é enrolado em um suporte cilíndrico, com raio 10 cm, com 500 voltas. Sendo o raio*

CURSO CIDADE - ESPCEX

do fio 2 mm, sua resistência elétrica, em ohms, é

a) 0,42
b) 4,20
c) 42,00
d) 420,00

4) *(AFA) Com relação ao circuito elétrico a seguir, considere:*

I- as lâmpadas L1, L2 e L3 idênticas e fornecendo brilho máximo quando ligadas à uma d.d.p. = V,

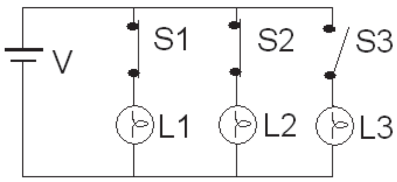
II- a bateria ideal e com d.d.p. = V,

III- S1, S2 e S3 são chaves,

IV- S1 e S2 estão fechadas e S3 está inicialmente aberta.

Assinale a alternativa que completa corretamente a frase a seguir:

Quando a chave S3 for fechada, o brilho de L1:



a) aumentará de intensidade.
b) diminuirá até 1/3 da intensidade anterior.
c) diminuirá até 50% da intensidade anterior.
d) permanecerá com a mesma intensidade que antes.

5) *(AFA) Em um circuito elétrico, composto de cinco lâmpadas, iguais, após a queima de uma das lâmpadas, vários fatos se sucedem:*

I- uma outra lâmpada apaga,

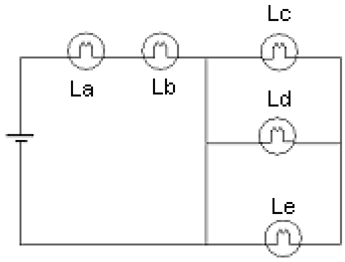
II- uma outra lâmpada permanece acesa com o mesmo brilho,

III- uma outra lâmpada permanece acesa porém diminui o seu brilho,

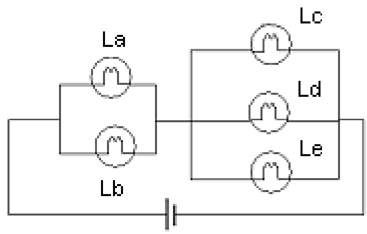
IV- uma outra lâmpada permanece acesa porém aumenta o seu brilho,

Assinale a alternativa que contém o único circuito no qual essa sequência de fatos pode ocorrer.

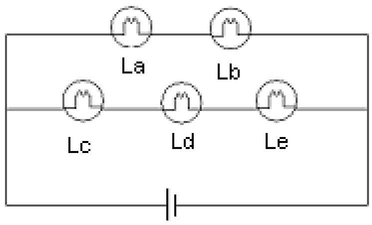
a)



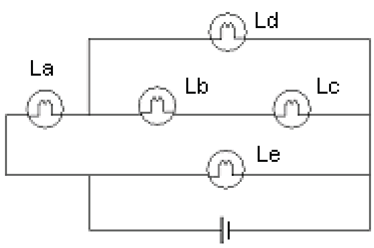
b)



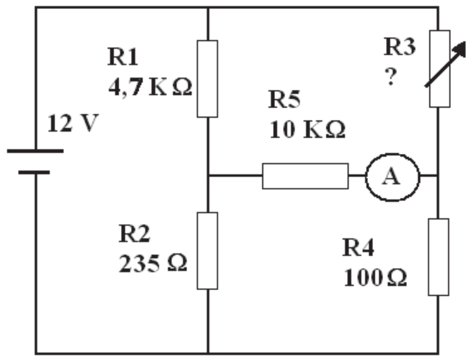
c)



d)

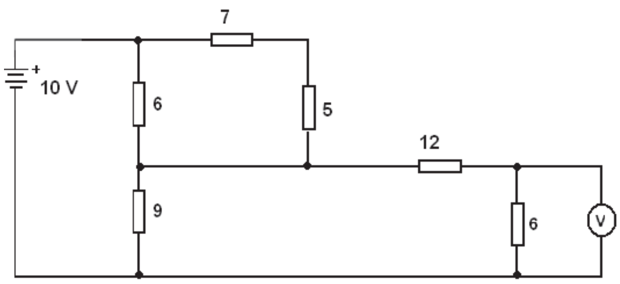


6) *(AFA) Assinale a alternativa que representa o valor, em quiloohms (kΩ) que o resistor variável R3 deve ser ajustado para que a corrente em R5, indicada no amperímetro, seja zero ampère.*



a) 1,0
b) 2,0
c) 3,0
d) 4,0

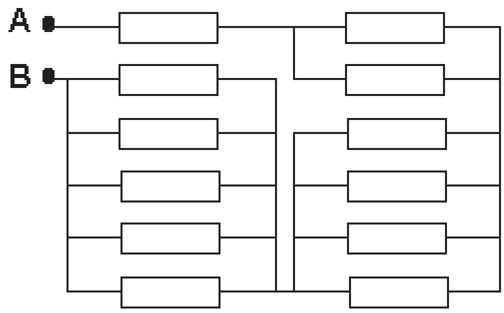
7) *(AFA) Considere o circuito abaixo. Assinale a alternativa que apresenta o valor, em volts, da ddp indicada pelo voltímetro ideal.*



a) 2,0
b) 3,0
c) 4,0
d) 6,0

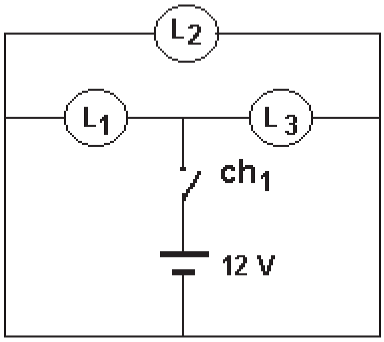
8) *Dois aquecedores elétricos, 1 e 2, são feitos com fios idênticos (diâmetros iguais e de mesmo material) enrolados sobre bases de cerâmicas idênticas. A resistência do aquecedor 1 tem o dobro de voltas que a resistência do aquecedor 2. Supondo que os dois aquecedores, ligados corretamente à mesma ddp, conseguem aquecer a mesma quantidade de água até entrar em ebulição, conclui-se, corretamente, que:*
a) O tempo gasto pelo aquecedor 1 é menor que o gasto pelo aquecedor 2.
b) O tempo gasto pelo aquecedor 1 é maior que o gasto pelo aquecedor 2.
c) O aquecedor 1 consegue elevar a temperatura de ebulição da água a um valor mais alto do que o aquecedor 2.
d) A potência elétrica do aquecedor depende somente da tensão aplicada.

9) *Calcule a resistência elétrica equivalente entre os pontos A e B do circuito a seguir. Obs. todos os resistores possuem resistência igual a R.*



a) 1/12 R
b) 12R
c) 39/20 R
d) 49/12 R

10) *(AFA) Assinale a alternativa que, de acordo com as Leis de Ohm, corresponde ao que irá acontecer após a chave ch1, do circuito abaixo ser fechada. Obs. L1, L2 e L3, são lâmpadas idênticas que acendem com 12 volts.*



a) Somente L2 acende.
b) Somente L1 e L3 acendem.
c) Todas as lâmpadas acendem.
d) Nenhuma das lâmpadas acende.

11) *Ao obter experimentalmente a curva V* versus *I de um resistor, um estudante verificou que* *se for aplicada uma d.d.p. (diferença de potencial) de 13,75 volts nos terminais do resistor obtém-se uma corrente elétrica cuja intensidade vale 0,25 ampères. Se este resistor for ôhmico, qual deve ser a corrente obtida, em ampères, se nos seus terminais for aplicada uma ddp de 27,5 volts?*

a) 0,50
b) 1,25
c) 1,50
d) 2,50

12) *(AFA) Em um laboratório de Física deseja-se construir um aquecedor elétrico de 1kW de potência utilizando um fio de níquel-cromo de 1mm² de área transversal. Qual o comprimento necessário desse fio, em metros, para construir tal aquecedor? Considere que:*

1- O resistor seja ôhmico.
2- O aquecedor seja ligado em 120 volts.
3- A resistividade do níquel-cromo seja: $144.10^{-8}\Omega.m$

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14

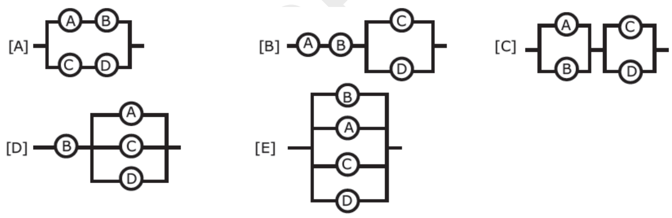
13) *(ESPCEX) Um circuito elétrico é constituído por um resistor de 4 ohms e outro resistor de 2 ohms. Esse circuito é submetido a uma diferença de potencial de 12 V e a corrente que passa pelos resistores é a mesma. A intensidade desta corrente é de:*

[A] 8 A
[B] 6 A
[C] 3 A
[D] 2 A
[E] 1 A

14) *(ESPCEX) Um fio de cobre possui uma resistência R. Um outro fio de cobre, com o triplo do comprimento e a metade da área da seção transversal do fio anterior, terá uma resistência igual a:*

[A] 2R/3
[B] 3R/2
[C] 2R
[D] 3R
[E] 6R

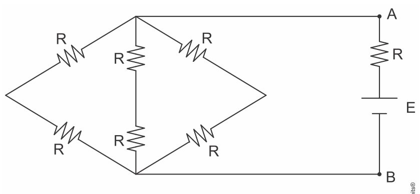
15) *(ESPCEX) Quatro lâmpadas ôhmicas idênticas A, B, C e D foram associadas e, em seguida, a associação é ligada a um gerador de energia elétrica ideal. Em um dado instante, a lâmpada A queima, interrompendo o circuito no trecho em que ela se encontra. As lâmpadas B, C e D permanecem acesas, porém o brilho da lâmpada B aumenta e o brilho das lâmpadas C e D diminui. Com base nesses dados, a alternativa que indica a associação formada por essas lâmpadas é:*



16) *(ESPCEX) O amperímetro é um instrumento utilizado para a medida de intensidade de corrente elétrica em um circuito constituído por geradores, receptores, resistores, etc. A maneira correta de conectar um amperímetro a um trecho do circuito no qual queremos determinar a intensidade da corrente é*

[A] em série
[B] em paralelo
[C] na perpendicular
[D] em equivalente
[E] mista

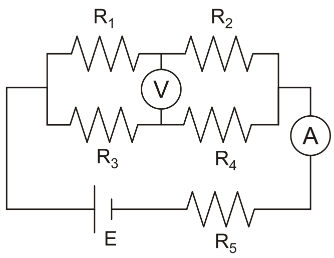
17) *(ESPCEX) No circuito elétrico desenhado abaixo, todos os resistores ôhmicos são iguais e têm resistência $R = 1{,}0\ \Omega$. Ele é alimentado por uma fonte ideal de tensão contínua de $E = 5{,}0\ V$. A diferença de potencial entre os pontos A e B é de:*



desenho ilustrativo - fora de escala

a) 1,0 V
b) 2,0 V
c) 2,5 V
d) 3,0 V
e) 3,3 V

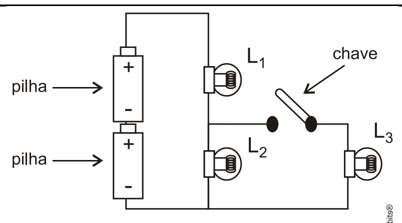
18) *(ESPCEX) Em um circuito elétrico, representado no desenho abaixo, o valor da força eletromotriz (fem) do gerador ideal é* $E = 1{,}5\ V$*, e os valores das resistências dos resistores ôhmicos são* $R_1 = R_4 = 0{,}3\ \Omega$*,* $R_2 = R_3 = 0{,}6\ \Omega$ *e* $R_5 = 0{,}15\ \Omega$*. As leituras no voltímetro V e no amperímetro A, ambos ideais, são, respectivamente,*



desenho ilustrativo-fora de escala

a) 0,375 V e 2,50 A
b) 0,750 V e 1,00 A
c) 0,375 V e 1,25 A
d) 0,750 V e 1,25 A
e) 0,750 V e 2,50 A

19) *(ESPCEX) O circuito elétrico de um certo dispositivo é formado por duas pilhas ideais idênticas, de tensão "V" cada uma, três lâmpadas incandescentes ôhmicas e idênticas* L_1*,* L_2 *e* L_3*, uma chave e fios condutores de resistências desprezíveis. Inicialmente, a chave está aberta, conforme o desenho abaixo.*

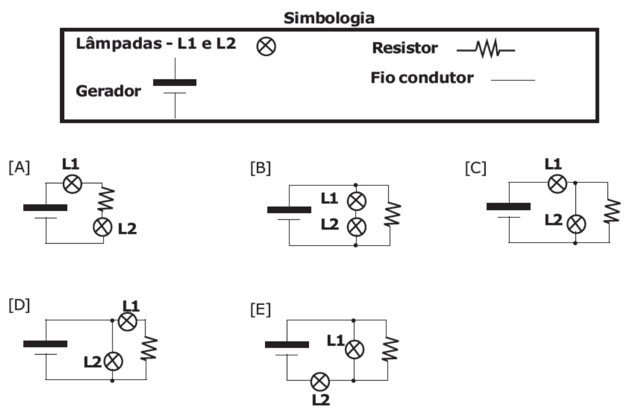


desenho ilustrativo - fora de escala

Em seguida, a chave do circuito é fechada. Considerando que as lâmpadas não se queimam, pode-se afirmar que
a) a corrente de duas lâmpadas aumenta.
b) a corrente de L_1 *diminui e a de* L_3 *aumenta.*
c) a corrente de L_3 *diminui e a de* L_2 *permanece a mesma.*
d) a corrente de L_1 *diminui e a corrente de* L_2 *aumenta.*
e) a corrente de L_1 *permanece a mesma e a de* L_2 *diminui.*

20) *(Espcex – 2016) Um aluno irá montar um circuito elétrico com duas lâmpadas incandescentes,* L_1 *e* L_2*, de resistências elétricas constantes, que têm as seguintes especificações técnicas fornecidas pelo fabricante, impressas nas lâmpadas:*
- L_1*: 30 V e 60 W;*
- L_2*: 30 V e 30 W.*

Além das duas lâmpadas, ele também usará um gerador ideal de tensão elétrica contínua de 60 V, um resistor ôhmico de 30 Ω e fios condutores elétricos ideais. Utilizando todo material acima descrito, a configuração da montagem do circuito elétrico, para que as lâmpadas funcionem corretamente com os valores especificados pelo fabricante das lâmpadas será:



CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 39 - GERADORES ELÉTRICOS

Geradores são dispositivos que transformam um determinado tipo de energia em energia elétrica. Como exemplo, podemos citar as pilhas, que transformam energia química em elétrica ou as turbinas de uma usina hidrelétrica, que convertem energia mecânica em energia elétrica.

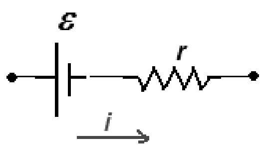
Embora a função principal do gerador seja a conversão de outras energias em energia elétrica, um gerador real ainda acaba por transformar uma parte da energia que chega até ele em calor (efeito Joule). Esse efeito é indesejado sempre acontece na prática. Desta forma, a tensão entre os pólos de um gerador acaba sendo menor que aquela esperada.

A tensão máxima que um gerador poderia fornecer, também denominada de tensão nominal, é chamada de ***força eletromotriz do gerador (f.e.m.)****, cuja símbolo é a letra* $\boldsymbol{\varepsilon}$*. Não se trata de uma "força" como diz a palavra, e sim de uma tensão produzida pela conversão da energia que chega em elétrica. Quanto maior for a* ε *do gerador, maior será a tensão entre seus pólos.*

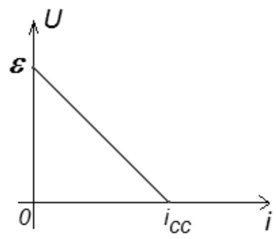
Como dissemos, um gerador real acaba aquecendo durante o processo de conversão de energia, e ele próprio acaba por consumir parte da energia elétrica produzida, na forma de calor. Assim, a equação para a tensão entre os pólos de um gerador, pode ser escrita como sendo:

$$\boldsymbol{U = \varepsilon - r.i}$$

Onde r *é a resistência interna do gerador e* i *é a corrente elétrica que flui entre seus polos. O símbolo do gerador é descrito como sendo:*



Convencionamos que a corrente elétrica num gerador flui sempre do pólo positivo para o pólo negativo dentro da fonte. A curva característica de um gerador é o gráfico de tensão versus corrente elétrica dada abaixo:



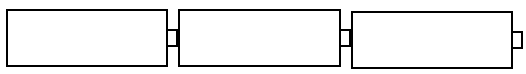
Podemos notar pela curva que a tensão máxima ocorre quando a corrente que flui entre os pólos do gerador é zero, ou seja, não teríamos energia perdida na forma de calor na resistência interna. Na prática seria um gerador ideal (sem resistência interna). Notamos também que para U=0, o gerador não teria ddp nenhuma, não estaria funcionando, a corrente é chamada corrente de curto circuito (i_{CC}*). A corrente de curto circuito é dada por:*

$$\boldsymbol{i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}}$$

Aqui a corrente de curto circuito representa a corrente máxima que pode passar pelo gerador para que ele ainda funcione (tenha uma ddp entre os seus pólos).

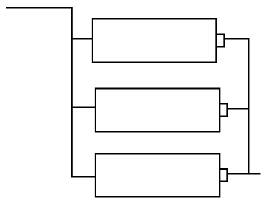
Associação de Geradores

Os geradores podem ser associados em série ou em paralelo. Ao serem associados em ***série****, a corrente elétrica que circula por eles é a mesma e a tensão total da associação seria a soma das tensões dos geradores. O equivalente a associar duas pilhas de 1,5 V para obter uma "pilha" de 3V, como num brinquedo.*



CURSO CIDADE - ESPC_X

*Ao associarmos geradores em **paralelo**, a tensão entre os pólos dos geradores acaba sendo a mesma, mas a carga final é somada. O efeito num circuito seria o de manter a tensão de cada pilha e fazê-las durar um tempo maior.*

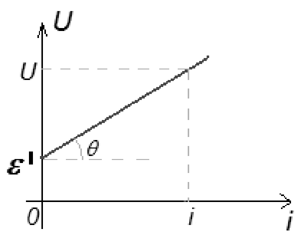


Receptores Elétricos

Um receptor é um dispositivo elétrico cuja função principal é converter energia elétrica em outro tipo de energia que não seja térmica. Um exemplo seria um aparelho de TV comum, que converte energia elétrica que chega até ele em energia luminosa e sonora. Novamente, ao ser percorrido por uma corrente elétrica, o receptor acaba por perder uma parte da energia que chega até ele na forma de calor, já que os receptores também possuem resistências internas. Assim, a tensão na qual o aparelho é ligado (tensão máxima que chega ao aparelho) é chamada de força contra-eletromotriz (f.c.e.m.) dado por ε'. A corrente num receptor tem o sentido contrário ao de um gerador e sua equação é dada por:

$$\boldsymbol{U = \varepsilon' + r.i}$$

A curva característica de um receptor é:



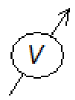
Onde a inclinação da reta representa a resistência interna do receptor:

$$\boldsymbol{r = tan\theta}$$

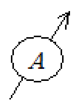
Instrumentos de Medidas Elétricas

Existem vários instrumentos que fazem medições de ordem elétrica. São eles: Voltímetro, Amperímetro, Ohmímetro entre outros.

- ***Voltímetro**: Instrumento que serve para medir a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito. O voltímetro possui uma resistência interna grande, o que faz com que a corrente elétrica que passa pelo circuito, escolha passar apenas pelo trecho em que se deseja medir a tensão e não passe por dentro do aparelho. Deve ser sempre ligado em paralelo com o que se deseja medir. Seu símbolo é:*



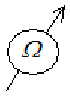
- ***Amperímetro**: Instrumento que serve para medir a corrente elétrica entre dois pontos de um circuito. O amperímetro possui uma resistência interna pequena, o que faz com que a corrente elétrica passe quase integralmente sobre ele sem que haja perdas de energia na forma de calor. Deve ser sempre ligado em série com o trecho em que se deseja medir e seu símbolo é:*



- ***Ôhmímetro**: Instrumento que serve para medir a resistência elétrica entre dois pontos de um circuito. O ohmímetro deve*

CURSO CIDADE - ESPCEX

ser sempre ligado em paralelo com o que se deseja medir e seu símbolo é:



Existem aparelhos que fazem todas as medidas acima, apenas mudando uma chave seletora. Estes aparelhos são chamados ***galvanômetros*** *ou multímetros, e possuem uma resistência interna (resistor shunt) que é associado ao aparelho em série ou em paralelo dependendo da posição da chave seletora.*

Leis de Kirchhoff

Em um circuito de caminho único, ou seja, onde todos os componentes estão em série, podemos determinar a corrente total do circuito localizando os geradores e os receptores e em seguida, aplicando a relação de Ohm-Poullet:

$$\boldsymbol{i_t = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum R}}$$

Dica: Para identificar os geradores e os receptores, use o sentido da corrente. Inicialmente descubra o gerador principal do circuito (de maior f.e.m), e use-o para determinar os demais componentes a partir da corrente que passa por ele. Lembre-se que o sentido da corrente em um gerador vai do pólo negativo para o positivo ***dentro*** *da fonte!*

Em circuitos que possuam diversas malhas, podemos resolvê-los considerando as chamadas Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos:

1ª Lei : Lei dos Nós

"A corrente que chega em um nó do circuito é igual à corrente que o deixa."

2ª Lei: Lei das Malhas

"A soma dos potenciais de cada elemento do circuito em uma malha fechada é igual a zero."

Vejamos dois exemplos práticos:

Exemplo 1 ***–*** *Um gerador possui força eletromotriz igual a 10V e resistência interna de 2Ω. Ao entrar em funcionamento, passa a ser percorrido por uma corrente elétrica de 0,5 amperes. Determine a tensão entre os polos do gerador e a corrente de curto circuito.*

Para resolver este exemplo partimos da equação do gerador, ou seja:

$$U = \varepsilon - r.i$$

Neste caso, podemos determinar a tensão entre os polos do gerador substituindo os valores fornecidos no enunciado:

$$U = \varepsilon - r.i$$

$$U = 10 - 2 \times 0{,}5 = 9\,V$$

Ou seja, na pilha está escrito que ela fornece uma tensão de 10V (f.e.m.), porém ao funcionar, sua resistência interna dissipa parte da energia e a tensão realmente fornecida pelo gerador é de 9V. A medida que a pilha esquenta, sua resistência interna passa a dissipar mais energia até que toda a energia fornecida pela fem seja convertida em calor e a tensão entre os polos do gerador seja nula. Nesse momento, a corrente que circula pelo gerador é chamada de corrente de curto circuito, e é dada por:

$$i_{cc} = \frac{\varepsilon}{r}$$

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$i_{cc} = \frac{10}{2} = 5\ A$$

Ou seja, no momento que a corrente elétrica no gerador alcançar 5 A, o resistor interno dissipa toda a energia transformada.

Exemplo 2- *A curva característica de um receptor é dada pela curva abaixo, onde se sabe que sua resistência interna vale 0,5Ω. Determine a f.c.e.m. do receptor.*

Podemos resolver o exercício usando a equação do receptor, ou seja:

$$U = \varepsilon' + r.i$$

$$\varepsilon' = U - r.i$$

De acordo com o gráfico, temos que para i = 3 A, a tensão entre os polos do receptor vale 12 V. Assim temos:

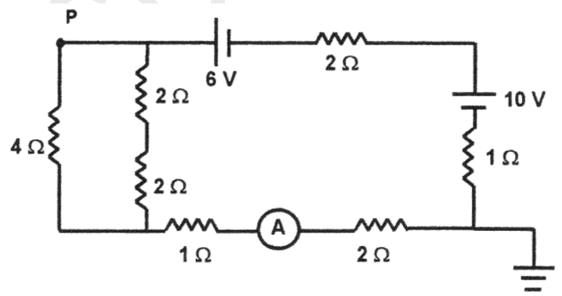
$$\varepsilon' = 12 - 0{,}5 \times 3$$

$$\varepsilon' = 10{,}5\ V$$

Que representa a menor diferença de potencial entre os polos do receptor para que ele funcione.

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Considere o circuito:*



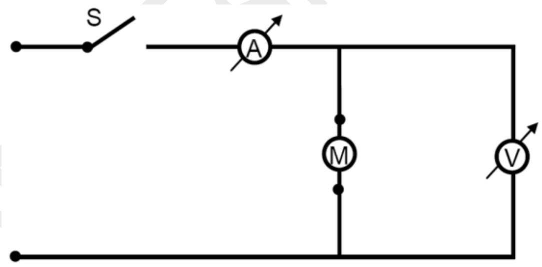
Afirma-se que:

I. O amperímetro ideal A registra 2 A.
II. O potencial no ponto P é 10 V.
III. A potência dissipada no resistor de 4Ω é 4 W.

São verdadeiras:

a) *Apenas I e II.*
b) *Apenas I e III.*
c) *Apenas II e III.*
d) *I, II e III.*

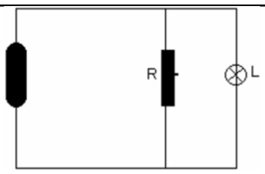
2) *(AFA) A figura abaixo representa o esquema de um motor elétrico* M, *de força contra-eletromotriz*E' *e resistência interna* r', *ligado à rede elétrica.*

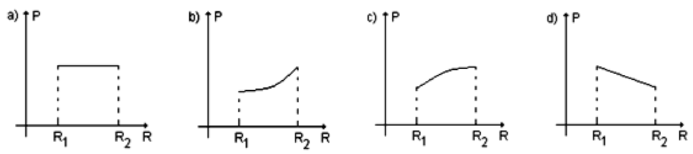


Com a chave S *fechada, o amperímetro* A *indica a intensidade* i *da corrente elétrica que circula pelo circuito e o voltímetro* V *medea ddp*U' *nos terminais do motor. Considera-se os fios de ligação comresistência desprezível e os aparelhos de medida como sendo ideais.No instante em que a chave* S *é aberta, a indicação no amperímetro e no voltímetro será, respectivamente,*

a) $0; U'/2$.
b) $i/2; U'/2$.
c) $i/2; E'$.
d) *0;E'.*

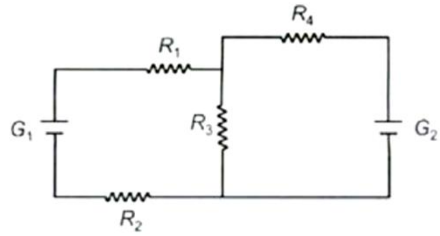
3) *(AFA) No circuito esquematizado abaixo, o reostato tem resistência R ($R_1 < R < R_2$) e o gerador tem resistência interna desprezível. O gráfico que melhor representa a potencia dissipada pela lâmpada em função da resistência do reostato é:*





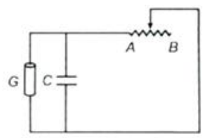
4) *(AFA) No circuito abaixo representado, os geradores G_1 e G_2 são ideais e os resistores têm a mesma resistência R.*

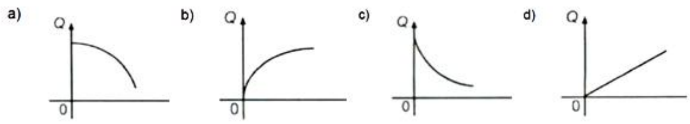
Se a potência dissipada por R_2 é nula, então a razão entre as f.e.m. de G_1 e G_2 é:



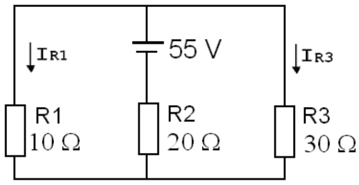
a) *¼.*
b) *2.*
c) *½.*
d) *4.*

5) *(AFA) No circuito esquematizado abaixo, C é um capacitor, G um gerador de f.e.m. ξ e resistência interna r e AB um reostato. O gráfico que melhor representa a carga acumulada Q no capacitor em função da resistência R do reostato é:*





6) *(AFA) Com relação ao circuito elétrico a seguir, assinale a alternativa na qual estão indicados corretamente os valores da intensidade de corrente elétrica, em ampères, correspondentes a I_{R1} e I_{R3}, respectivamente.*

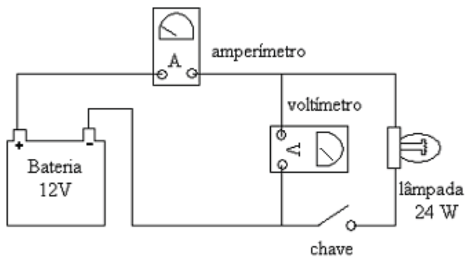


a) 0,5 e 2,5
b) 1,0 e 2,0
c) 1,5 e 0,5
d) 5,5 e 1,8

7) *(AFA) Assinale a alternativa que apresenta as indicações corretas dos medidores ideais do circuito abaixo. Observações:*

- amperímetro ideal possui resistência interna nula e

- voltímetro ideal possui resistência interna infinita.

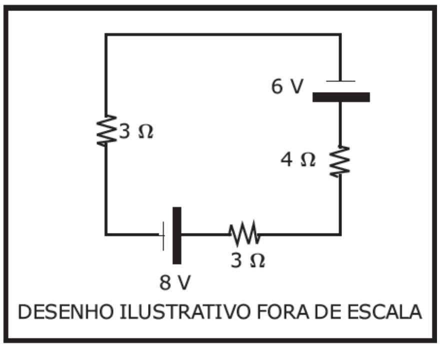


a) 0 A e 0 V
b) 2 A e 6 V
c) 0 A e 12 V
d) 0,5 A e 12 V

8) *(ESPCEX) A pilha de uma lanterna possui uma força eletromotriz de 1,5 V e resistência interna de 0,05 Ω. O valor da tensão elétrica nos polos dessa pilha quando ela fornece uma corrente elétrica de 1,0 A a um resistor ôhmico é de:*

[A] 1,45 V
[B] 1,30 V
[C] 1, 25 V
[D] 1,15 V
[E] 1,00 V

9) *(Espcex – 2016) O desenho abaixo representa um circuito elétrico composto por resistores ôhmicos, um gerador ideal e um receptor ideal. A potência elétrica dissipada no resistor de 4Ω do circuito é:*



a) 0,16 W
b) 0,20 W
c) 0,40 W
d) 0,72 W
e) 0,80 W

FIS 40 MAGNETISMO

*O magnetismo é uma propriedade que alguns materiais possuem de atrair ferro. Esta capacidade está relacionada com os spins dos elétrons das camadas d e/ou f dos átomos de tais materiais, que fazem com que tais átomos possuam uma orientação "líquida" de spin, podendo atrair ou repelir corpos cujos átomos também possuam tais propriedades. Em geral, os corpos possuem regiões microscópicas denominadas **domínios magnéticos**, onde cada uma dessas pequenas regiões possui uma orientação de spin diferente para seus átomos.*

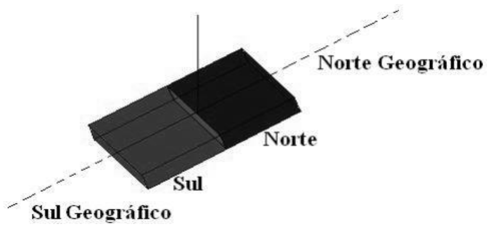
Desta forma, o corpo como um todo, acabaria por não ter uma orientação "líquida" e, portanto, não possuiria propriedades magnéticas. Alguns corpos possuem essas regiões com uma orientação "única" para todas elas, gerando o fenômeno do magnetismo. Esses materiais são ditos ferromagnéticos e são conhecidos como ímãs. Um ímã natural é aquele que naturalmente possui tal propriedade. O ímã natural é composto por oxido de ferro (Fe_3O_4) encontrado em abundância numa região próximo à Grécia denominada Magnésia, daí o nome de magnetismo.

*Existem materiais ferromagnéticos como o ferro, que naturalmente não apresenta um sentido único de orientação magnética, não sendo portanto naturalmente magnético. Porém, ao ser aproximado ou posto em contato com um ímã natural, acaba por absorver tal propriedade, se tornado um ímã também. Materiais que conseguem ser magnetizados com facilidade são os chamados **ferromagnéticos**. Outros materiais até podem ser magnetizados, porém perdem rapidamente tal propriedade ao serem separados do ímã que os orientou. Tais materiais são ditos **paramagnéticos**. Materiais que não conseguem ser magnetizados são ditos **diamagnéticos**.*

Se pegarmos um imã natural em forma de barra e o pendurarmos pelo meio através de um fio retilíneo, notamos que ele se orienta sempre

CURSO CIDADE - EsPCEx

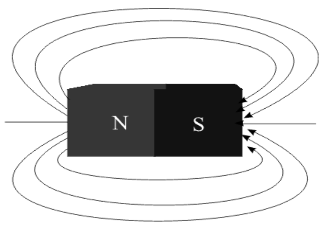
na direção norte e sul da Terra. Essa propriedade foi primeiramente usada pelos chineses para a criação da Bússola. Devido a esta propriedade, as extremidades do ímã foram denominadas de polos, tendo o polo norte apontando sempre para o norte geográfico do planeta.



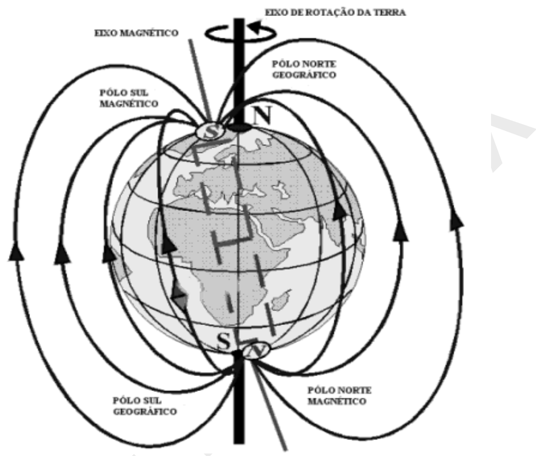
Um ímã natural apresenta as seguintes propriedades:

- *Seus pólos são inseparáveis. (não existem monopólos magnéticos). Ao tentarmos separar os pólos de um ímã, sempre teremos outro ímã com as mesmas características de orientação do ímã "pai".*
- *Um ímã pode passar suas propriedades magnéticas para materiais ferromagnéticos.*
- *Orienta-se sempre na direção norte-sul da Terra.*
- *Pólos iguais se repelem e pólos diferentes se atraem por meio da chamada força magnética.*

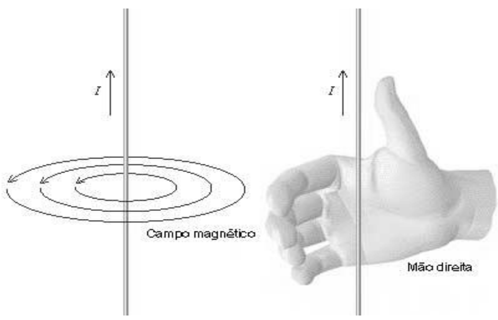
O ímã natural cria ao seu redor uma região susceptível à interações magnéticas. Essa região é conhecida como região de campo magnético e é representada por meio de linhas de campo magnético. As linhas de campo são orientadas sempre saindo do polo norte do ímã e entrando no polo sul. As linhas de campo magnético são sempre fechadas.



Como um ímã sempre se orienta na direção norte-sul, tendo o seu pólo norte apontando sempre para o pólo norte geográfico da Terra, vemos que a Terra seria comparada a um grande ímã cujos pólos magnéticos seriam invertidos em relação aos pólos geográficos.



Em 1819, o físico Hans Christian Oersted verificou que uma corrente elétrica ao percorrer um fio era capaz de modificar a direção da agulha de uma bússola. A partir desta observação que surgiu o eletromagnetismo, que passou a unir os fenômenos elétricos com os fenômenos magnéticos, até então visto como fenômenos completamente distintos. Oersted verificou que um fio ao ser percorrido por uma corrente elétrica produziria um campo magnético ao seu redor, que seria representado por linhas de campo magnético formando círculos concêntricos perpendiculares ao fio, e cuja orientação seria dada pela regra da mão direita:



A intensidade do campo magnético está relacionada com a proximidade das linhas, sendo tanto maior quanto mais próximas elas estiverem. O valor do campo magnético é dado pelo vetor campo magnético $\vec{B}$ cuja intensidade depende da distância do ponto em que se pretende determinar o campo e o fio que o gera. A direção do vetor campo magnético será sempre tangente às linhas de campo que passam pelo ponto e seu sentido será o mesmo da linha de campo. É comum representarmos o vetor indução magnética $\vec{B}$, quando o mesmo tem orientação entrando no plano do papel, pelo símbolo $\otimes$ e saindo do plano do papel pelo símbolo $\odot$.

Fio Retilíneo Longo

Para um fio retilíneo longo, a intensidade do vetor indução magnética num ponto p a uma distância d perpendicular do fio, será dada por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 . i}{2\pi d}$$

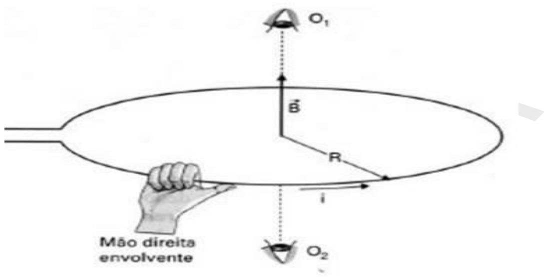
Onde μ_0 representa a constante de permeabilidade magnética no vácuo. Essa constante está relacionada com a facilidade de propagação do campo magnético no meio em questão. No vácuo ela assume o seu valor máximo, dado por:

$$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}\ T.m/A$$

A unidade do vetor indução magnética no S.I. é o Tesla (T).

Espira Circular

Para uma espira circular, a intensidade do vetor indução magnética no seu centro dependerá principalmente do raio da espira R. O sentido do vetor indução magnética no centro da espira será dado pela regra da mão direita aplicada em qualquer ponto da mesma. Podemos notar, que ao ser percorrida por uma corrente elétrica, teremos linhas de campo magnético entrando por um dos lados da espira e saindo por outro, o que faz da espira um ímã, já que suas faces teriam orientações de polos magnéticos bem definidos: Norte para a face onde as linhas saem e Sul para a face onde as linhas entram.



A intensidade do vetor indução magnética no centro da espira será dada pela expressão:

$$\vec{B}_{centro} = \frac{\mu_0 . i}{2R}$$

Bobina Circular

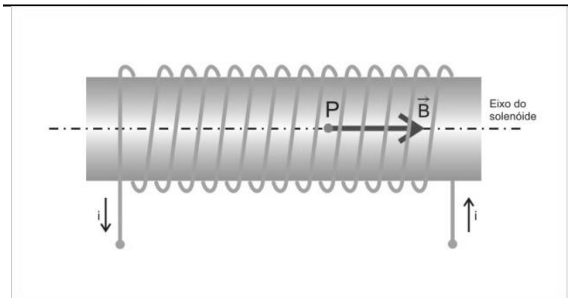
Uma bobina circular é um conjunto de espiras circulares colocadas lado a lado. A intensidade do vetor indução magnética em seu centro, seria portanto a soma dos campos individuais produzidos pela passagem da corrente elétrica em cada espira, de maneira que:

$$\vec{B}_{bobina} = n\,\frac{\mu_0 . i}{2R}$$

Onde n é o número de voltas da bobina.

Solenóide

Ao enrolarmos um fio em forma de espiral, deixando um certo espaço entre os fios, criamos o chamado solenóide. Para aumentar a eficiência do solenóide, em geral enrolamos o fio ao redor de um cilindro ferromagnético (ferro por exemplo).



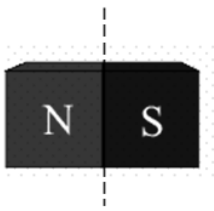
No interior do solenóide as linhas de campo magnético seriam paralelas entre si, e a intensidade do campo magnético em seu interior seria dada pela expressão:

$$\vec{B}_{solen\ óide} = \frac{\mu_0 . i . N}{l}$$

Onde N representa o número de voltas do solenóide e l o seu comprimento. Usando a regra da mão direita, notamos que as linhas de campo entrariam por um lado do solenóide e sairiam pelo outro, fazendo-o se comportar como um ímã, o chamado eletroímã, que manteria suas propriedades magnéticas enquanto uma corrente estiver percorrendo-o.

Vejamos um exemplo:

***Exemplo 1** - A figura representa um imã permanente com polos N e S.*



Se cortarmos o imã na direção indicada pela linha tracejada, teremos:

a) Separado os polos N e S e a parte à direita só terá polo N.

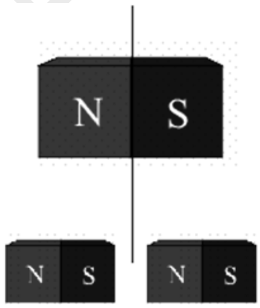
b) Separado as cargas positivas para a direita e negativas para esquerda.

c) Dois pedaços de alumínio desmagnetizados.

d) Aumentado a força do imã.

e) Dois pedaços de imã, cada um com os seus respectivos polos N e S.

De acordo com o discutido acima, vemos que ao cortar o ímã, os dois pedaços menores se comportarão da mesma forma que o ímã pai, ou seja, teríamos a seguinte situação:

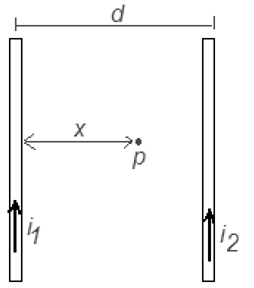


Desta forma, ao final do corte teremos dois pedaços de ímã com seus respectivos polos magnéticos. Resposta letra e.

***Exemplo 2** – Considere dois fios retilíneos separados pela distância d= 80 cm. A corrente que passa pelo fio 1 é de 4A e de 2A pelo fio 2 conforme figura. Sabendo-se que no ponto p o campo magnético resultante criado pelos fios 1 e 2 é nulo, determine a distância x.*

Tome $: \mu_0 = 4\pi . 10^{-7}\ T.m/A$.

CURSO CIDADE - EsPCEX



Como sabemos que o campo magnético em p é nulo, temos que a soma dos vetores indução magnética produzidos pelos fios 1 e 2 no ponto p são iguais a zero. Desta forma, a intensidade de tais vetores é igual, porém o seu sentido é contrário. Vamos determinar o vetor indução magnética criado pelo fio 1 no ponto p:

$$B_1 = \frac{\mu_0 . i_1}{2\pi d_1}$$

$$B_1 = \frac{4\pi . 10^{-7} . 4}{2\pi x} = \frac{8}{x} . 10^{-7} T$$

E sua orientação seria dada pela regra da mão direita, portanto no ponto p teria o sentido entrando no papel: $\otimes$. O vetor indução magnética criado pelo fio 2 no ponto p seria dado por:

$$B_2 = \frac{\mu_0 . i_2}{2\pi d_2}$$

$$B_2 = \frac{4\pi . 10^{-7} . 2}{2\pi (d - x)} = \frac{4}{(d - x)} . 10^{-7} T$$

E sua orientação também seria dada pela regra da mão direita, portanto no ponto p teria o sentido saindo do papel: $\odot$. Como os vetores ao serem somados produzem um vetor nulo no ponto p, temos que suas intensidades devem ser iguais, e portanto:

$$\frac{8}{x} . 10^{-7} = \frac{4}{(d - x)} . 10^{-7}$$

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{(d - x)}$$

Como a distância d = 80 cm (0,8 m), temos:

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{(0{,}8 - x)}$$

$$6{,}4 - 8x = 4x$$

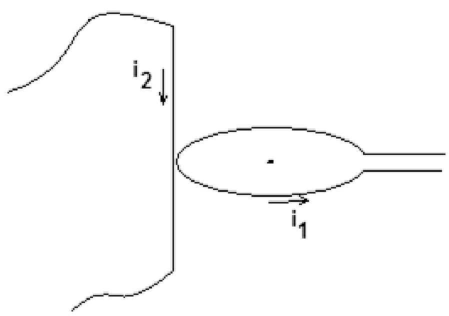
$$12x = 6{,}4$$

$$x = \frac{6{,}4}{12} = 0{,}53\ m$$

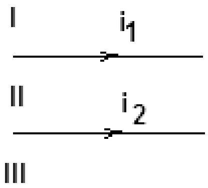
CURSO CIDADE - EsPCEx

EXERCÍCIOS

1) *Faz-se passar uma corrente de 10/π A por uma espira circular de raio igual a 0,20 m. Um condutor retilíneo comprido, percorrido por uma corrente de 10 A, é paralelo ao eixo da espira e passa ao lado de um ponto da circunferência, como mostra a fig. Calcule o vetor indução magnética B no centro da espira (módulo, direção e sentido). Dado: $\mu_0 = 4\pi . 10^{-7}$ T.m/A.*



2) *(ITA) Correntes i_1 e i_2 fluem na mesma direção ao longo de dois condutores paralelos, separados por uma distância* **a**, com $i_1 > i_2$. Em qual das três regiões I, II ou III e para que distancia x, medida a partir do condutor onde passa a corrente i_1, a indução magnética é igual a zero?



a) Região I, $x = \dfrac{i_2 a}{i_1 + i_2}$;

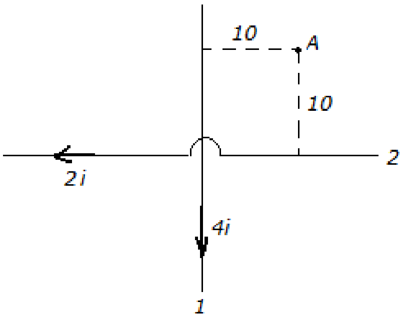
b) Região II, $x = \dfrac{i_2 a}{i_1 - i_2}$;

c) Região II, $x = \dfrac{i_1 a}{i_1 + i_2}$;

d) Região III, $x = \dfrac{i_1 a}{i_1 - i_2}$

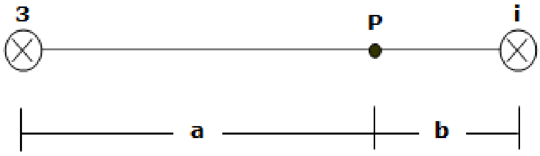
e) Região III, $x = \dfrac{i_2 i_1 a}{i_1 + i_2}$.

3) (AFA) Os dois condutores retilíneos e compridos da figura produzem um campo magnético resultante no ponto A de intensidade 10^{-5}T, saindo perpendicularmente do plano do papel. Se substituirmos os dois condutores por um único condutor, colocado exatamente onde se encontra o condutor 2, a intensidade de corrente e o sentido, para que o campo em A continue inalterado, serão



a) 2i, para a direita.
b) 4i, para a direita.
c) 2i, para a esquerda.
d) 4i, para a esquerda.

4) (AFA) Dois fios metálicos retos, paralelos e longos são percorridos por correntes 3i e i de sentidos iguais (entrando no plano do papel).



O campo magnético resultante produzido por essas correntes é nulo num ponto P, tal que

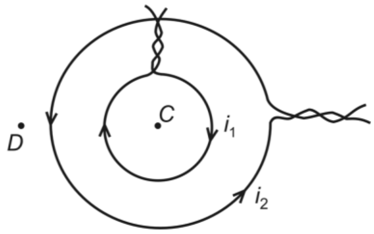
a) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{3}$

b) $\dfrac{a}{b} = 3$

c) $\dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{9}$

d) $\dfrac{a}{b} = 9$

5) A figura seguinte representa duas espiras circulares, concêntricas e coplanares percorridas por correntes elétricas contínuas cujo sentido está indicado.



O campo magnético gerado por estas duas espiras poderá ser nulo

a) em C ou D. c) em nenhum deles.
b) apenas em D. d) apenas em C.

6) (EEAER) Assinale a alternativa que completa corretamente a frase abaixo: Um condutor longo e retilíneo percorrido por corrente elétrica produz ao seu redor um campo magnético no formato de
a) retas paralelas ao fio.

b) círculos concêntricos ao fio.
c) retas radiais com o centro no fio.
d) uma linha em espiral com o centro no fio.

7) (AFA) Das afirmações a seguir sobre o magnetismo:
I- Polos magnéticos de mesmo nome se atraem e de nomes contrários se repelem.
II- Imãs são corpos de materiais diamagnéticos com propriedades de apenas atrair outros materiais paramagnéticos.
III- Como não existem polos magnéticos isolados, quando um imã, por exemplo, quebra em duas partes, tem-se numa das partes dois polos norte e na outra parte dois polos sul.
É correto afirmar que:
a) todas estão corretas.
b) todas estão incorretas.
c) apenas a afirmação II está correta.
d) estão corretas, apenas, as afirmações I e III.

8) (EFOMM) Um técnico utilizando um fio de comprimento L sobre o qual é aplicado uma ddp, obtém uma campo magnético de módulo igual a B fio a uma distância r do fio. Se ele curvar o fio de forma a obter uma espira de raio r, quantas vezes maior será a intensidade do vetor campo magnético no centro da espira em relação à situação anterior?
a) 1.
b) π.
c) 2.
d) 4.

9) (EEAER) Uma espira possui resistência elétrica igual a R e está conectada a uma fonte de tensão contínua. No vácuo, essa espira ao ser submetida a uma tensão V é percorrida por uma corrente elétrica de intensidade i e produz no seu centro um campo magnético de intensidade B. Assinale a alternativa que indica, corretamente, uma possibilidade de aumentar a intensidade do campo magnético no centro da espira alterando apenas um dos parâmetros descritos.
a) Usar uma espira de resistência elétrica menor que R.
b) Colocar material diamagnético no centro da espira.
c) Diminuir a tensão V aplicada.
d) Aumentar o raio da espira.

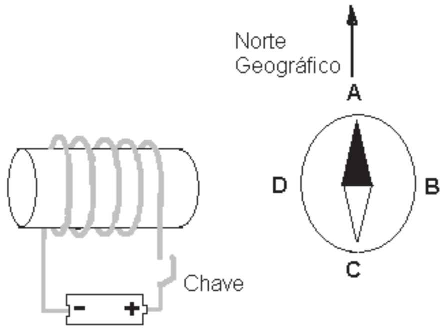
10) (AFA) Dentre as alternativas a seguir, selecione aquela na qual a execução da sua ação implica redução da intensidade do campo magnético gerado no interior de um solenóide. Dado: o solenóide é mantido sempre imerso no vácuo.
a) Aumentar o número de espiras do solenóide, mantendo constantes o comprimento e a intensidade da corrente elétrica no solenóide.
b) Aumentar o comprimento do solenóide, mantendo constantes o número de espiras e a intensidade da corrente elétrica no solenóide.
c) Aumentar a intensidade da corrente elétrica no solenóide, mantendo constantes o número de espiras e o comprimento do solenóide.
d) Aumentar o número de espiras por unidade de comprimento, ou seja, aumentar o valor da razão N/L, mantendo constante a intensidade da corrente elétrica no solenóide.

11) (AFA) Dentro de um sistema de confinamento magnético um próton realiza movimento circular uniforme com um período de $5{,}0.10^{-7}$ s. Determine a intensidade desse campo magnético, em tesla, sabendo que a relação carga elétrica/massa q/m de um próton é dado
por 10^{8} C.kg^{-1}.
a) 4,0
b) $2{,}5.10^{2}$
c) $4{,}0.10^{-2}$
d) $4{,}0.10^{-16}$

12) (EEAER) No Laboratório de Física da EEAR, colocou-se uma bússola sobre a mesa. Após a agulha magnética ter-se orientado com o campo magnético terrestre, aproximou-se um eletroímã desligado, como mostra a figura. Suponha que nessa distância, depois que a

CURSO CIDADE - EsPCEx

chave for fechada, o campo magnético gerado pelo eletroímã seja mais intenso que o campo magnético terrestre. Assinale a alternativa correspondente à nova orientação da ponta escura da agulha magnética.



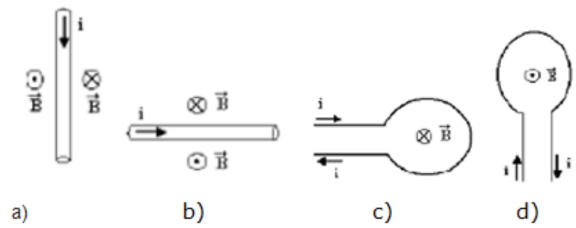
a) A
b) B
c) C
d) D

13) *(EEAER) Dois condutores longos e retilíneos estão dispostos paralelamente e distantes 10 cm um do outro, no vácuo. As correntes em ambos os condutores possuem a mesma intensidade, 10 ampères, e sentidos opostos. Nesse caso, a intensidade do campo magnético em um ponto P entre os condutores, coplanar e equidistante a eles, é de ____ T.*

Dados: Permeabilidade magnética do vácuo = $4\pi.10^{-7}$T.m/A

a) 0
b) $2 . 10^{-5}$
c) $4 . 10^{-5}$
d) $8 . 10^{-5}$

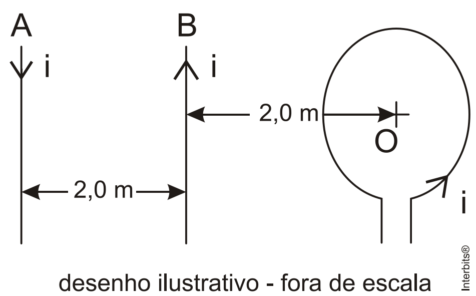
14) *(EFOMM) Nas figuras a seguir são apresentadas quatro situações que os condutores são percorridos por corrente elétrica. Adotando o sentido convencional para a corrente elétrica representada, assinale a alternativa em que está corretamente representado o campo magnético gerado.*



15) *(EEAER) Uma bobina chata formada de 80 espiras circulares, de raio igual a 4 cm, gera um campo magnético no centro da bobina de intensidade igual a $8\pi . 10^{-6}$T. Determine a intensidade da corrente elétrica que percorre essa bobina. Dado: $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$T.m/A*

a) 20mA
b) 40 mA
c) 200 mA
d) 400 mA

16) *(ESPCEX) Dois fios "A" e "B" retos, paralelos e extensos, estão separados por uma distância de 2 m. Uma espira circular de raio igual a $\pi/4$ m encontra-se com seu centro "O" a uma distância de 2 m do fio "B", conforme desenho abaixo.*



desenho ilustrativo - fora de escala

A espira e os fios são coplanares e se encontram no vácuo. Os fios "A" e "B" e a espira são percorridos por correntes elétricas de mesma intensidade i= 1 A com os sentidos representados no desenho. A intensidade do vetor indução magnética resultante originado pelas três correntes no centro "O" da espira é:

Dado: Permeabilidade magnética do vácuo: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot m / A$

a) $3{,}0 \cdot 10^{-7}\ T$

CURSO CIDADE - EsPCEx

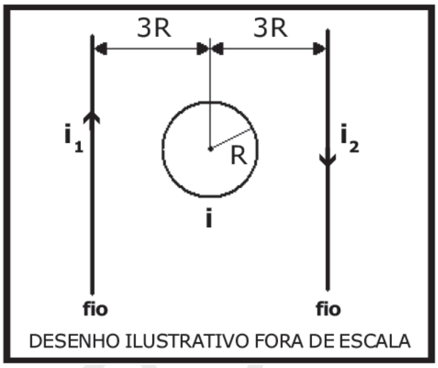
b) $4{,}5 \cdot 10^{-7}\,T$

c) $6{,}5 \cdot 10^{-7}\,T$

d) $7{,}5 \cdot 10^{-7}\,T$

e) $8{,}0 \cdot 10^{-7}\,T$

17) *(Espcex – 2016) Dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, são percorridos por correntes elétricas de intensidades distintas, i1 e i2, de sentidos opostos. Uma espira circular condutora de raio R é colocada entre os dois fios e é percorrida por uma corrente elétrica i. A espira e os fios estão no mesmo plano. O centro da espira dista de 3R de cada fio, conforme o desenho abaixo. Para que o vetor campo magnético resultante, no centro da espira, seja nulo, a intensidade da corrente elétrica i e seu sentido, tomando como referência o desenho, são respectivamente:*



a) $\frac{i_1+i_2}{3}$ e horário.

b) $\frac{i_1-i_2}{3\pi}$ e anti-horário.

c) $\frac{i_1-i_2}{3\pi}$ e horário.

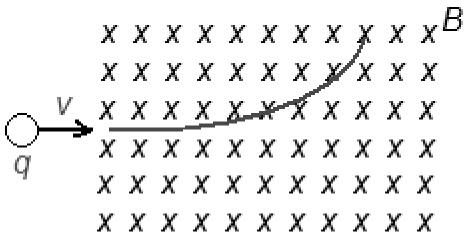
d) $\frac{i_1+i_2}{3\pi}$ e horário.

e) $\frac{i_1+i_2}{3\pi}$ e anti-horário.

AULA 41 - FORÇA MAGNÉTICA

Vimos que um fio ao ser percorrido por uma corrente elétrica induz um campo magnético ao seu redor. Se este fio estiver imerso em uma região onde atua um campo magnético externo, a presença desses dois campos faz com que o fio "sinta" uma força devido à esses campos. Essa força é denominada força magnética.

Uma partícula pontual carregada viajando com velocidade v em um campo magnético externo sofre a ação de uma força magnética que tende a desviá-la de sua direção original de propagação, dependendo da forma com que a partícula viaja no campo.



Esta intensidade desta força magnética é dada por:

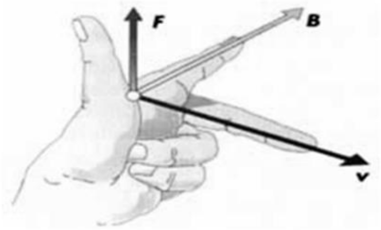
$$F_m = |q|.v.B.sen\theta$$

Onde q é a carga da partícula (em Coulombs), v é a velocidade da partícula (m/s), B é a intensidade do vetor indução magnética (em Tesla), θ é o ângulo entre o vetor velocidade $\vec{v}$ e o vetor indução magnética $\vec{B}$.

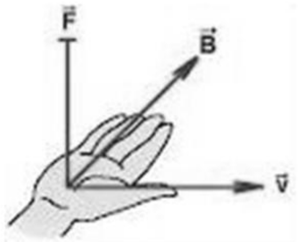
Note que a força magnética será máxima caso o ângulo θ seja 90°. Desta forma, a força magnética máxima que atuaria numa carga que viaja com velocidade v perpendicularmente às linhas de campo B, seria dado por:

$$F_m = |q|.v.B$$

A orientação da força magnética pode ser obtida usando a regra da mão esquerda ou pela regra do tapa (usando a mão direita) conforme a figura abaixo:



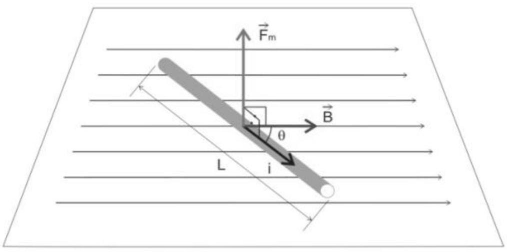
(a)Regra da mão esquerda .
A regra vale para partículas positivas.
Para partículas negativas, inverta o sentido encontrado de F.



(b) Regra do tapa. Para partículas positivas, use a mão direita. Direcione B e v conforme a figura e no sentido do "tapa" dado pela palma da mão, teríamos a direção e o sentido da força magnética.

Força Magnética em um fio imerso em um Campo Magnético

Como dissemos, um fio ao ser percorrido por uma corrente elétrica, induz um campo magnético ao seu redor. Caso este fio esteja imerso em um campo magnético externo, cada partícula carregada em movimento sentirá uma força magnética, e desta forma todo o fio sofrerá a ação de uma força magnética.



A intensidade seria dada somando-se a força sentida por cada partícula em movimento no fio, ou seja:

$$F_m = |q|.v.B.sen\theta$$

$$F_m = |q|.\frac{\Delta s}{\Delta t}.B.sen\theta$$

$$F_m = B.\frac{|q|}{\Delta t}.\Delta s.sen\theta$$

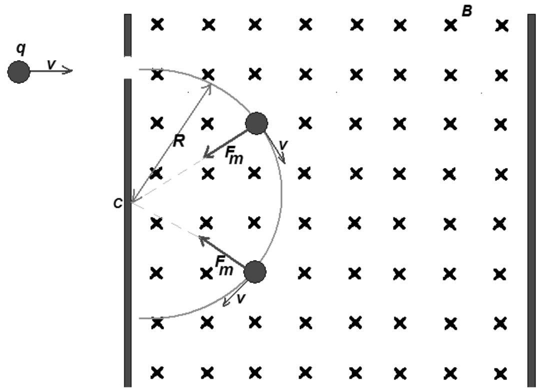
$$F_m = B.i.l.sen\theta$$

Aqui i é a intensidade da corrente elétrica no fio e l é o comprimento do fio. Para o caso em que o fio seja colocado perpendicularmente às linhas de campo, teríamos a força máxima que seria dada por:

$$F_m = B.i.l$$

Partícula penetrando em uma região de campo magnético uniforme

Suponha uma partícula de carga q (negativa), viajando com velocidade v conforme figura abaixo.



CURSO CIDADE - EsPCEX

Ao penetrar numa região de campo magnético uniforme, ela passa a sofrer a ação de uma força magnética perpendicular às linhas de campo. Essa força muda de direção na medida em que a partícula se propaga, e faz com que a partícula carregada passe a descrever uma órbita semicircular de Raio **R** *conforme vemos acima (use a regra da mão esquerda lembrando que trata-se de uma partícula negativa e, portanto, a força magnética obtida aponta no sentido inverso). Assim, a força magnética sempre apontaria para o centro de tal curva, sendo desta forma uma força centrípeta, e assim:*

$$F_m = F_{cp}$$

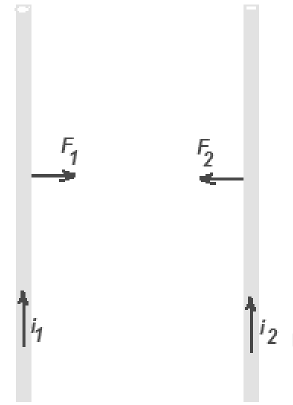
$$|q|.v.B = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{|q|.B}$$

Que nos dá o raio da trajetória descrita pela partícula ao penetrar no campo. Note que este valor depende principalmente da massa da partícula, ou seja, partículas de maior massa teriam maior raio. Usamos esse princípio para identificar a massa de determinados elementos pelo raio da trajetória do rastro deixado por tais elementos num aparelho denominado espectrômetro de massa, que permite ainda identificar qual seria o sinal da carga da partícula a partir do desvio provocado pela força magnética em sua trajetória.

Força Magnética entre dois fios paralelos

Suponha dois fios 1 e 2 percorridos por correntes elétricas i_1 e i_2 de mesmo sentido conforme mostra a figura.



Usando a regra da mão direita, podemos notar que o fio 1 induz um campo magnético na região onde se encontra o fio 2 (para dentro), de tal forma que o fio 2, ao ser percorrido por uma corrente elétrica i_2, sente tal campo e sofre a ação de uma força magnética que aponta para a esquerda (aplicando a regra da mão esquerda no fio 2). A intensidade desta força seria dada por:

$$F_2 = B_1.i_2.l_2$$

Onde B_1 seria o campo no qual o fio 2 está imerso, ou seja, o campo produzido pelo fio 1. Esse campo é dado por:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0.i_1}{2\pi d_1}$$

Fazendo d_1 igual a d (distância entre o fio 1 e o fio 2), temos que a força magnética em 2 seria dada por:

$$F_2 = \frac{\mu_0.i_1}{2\pi d}.i_2.l$$

Onde l é o comprimento do fio 2 paralelo ao fio 1. Se fizéssemos o caminho inverso, ou seja, calcularmos a força sentida pelo fio 1 por estar em um campo magnético induzido pelo fio 2 (já que uma corrente 2 passa pelo fio), teríamos de maneira semelhante:

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$F_1 = B_2 . i_1 . l_1$$

Onde B_2 seria dado por:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 . i_2}{2\pi d_2}$$

E assim teríamos:

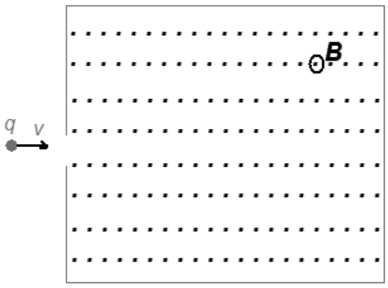
$$F_1 = \frac{\mu_0 . i_2}{2\pi d} . i_1 . l$$

Podemos notar que as forças F_1 e F_2 são iguais em módulo e apontam cada uma na direção do outro fio, ou seja, trata-se de uma força de interação entre os fios, separados por uma distância d, e paralelos por um comprimento l, onde, para correntes de mesmo sentido temos uma força de atração entre os fios, e quando tivermos sentidos contrários, uma força de repulsão surge entre os fios. De uma maneira geral, a força de interação entre os fios será dada por:

$$F_{12} = \frac{\mu_0 . i_1 . i_2 . l}{2\pi d}$$

Vejamos dois exemplos práticos:

***Exemplo 1** – Uma partícula de 1g de massa e carga q = + 2μC possui velocidade de 1,6 cm/s e penetra numa região cujo campo magnético vale 8 T de acordo com a figura abaixo.*



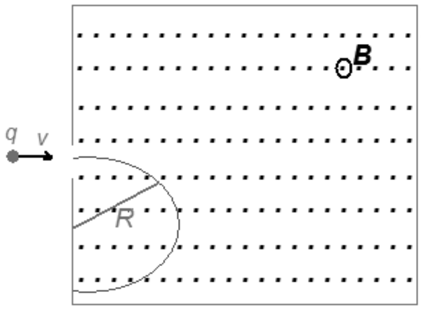
Determine:

a) A trajetória da partícula ao penetrar na região;

b) O valor do raio da trajetória descrita pela partícula até sair da região.

c) O valor da força magnética que atua na partícula enquanto imersa no campo.

a) Para determinarmos a trajetória da partícula, devemos lembrar que a sua carga é positiva, e, portanto a regra da mão esquerda pode ser aplicada. A partícula descreverá uma trajetória semicircular de acordo com a figura, pois ao penetrar na região a força magnética que passa a atuar sobre ela apontaria para baixo (na direção do centro do semicírculo). Desta forma teríamos:



b) O raio da trajetória pode ser obtido pela expressão:

$$R = \frac{mv}{q.B}$$

$$R = \frac{1.10^{-3}.1,6.10^{-2}}{2.10^{-6}.8} = \frac{16.10^{-6}}{16.10^{-6}} = 1\,m$$

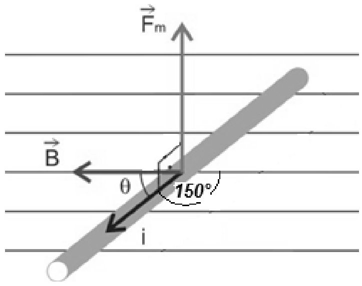
c) A intensidade da força magnética que sabemos ser perpendicular ao campo magnético, seria dado por:

$$F_m = q.v.B$$

$$F_m = 2.10^{-6}.1{,}6.10^{-2}.8$$

$$F_m = 2{,}56 \times 10^{-7}\ N$$

Exemplo 2 *– Um fio retilíneo de 20 cm é percorrido por uma corrente elétrica i e está imerso em uma região onde atua um campo magnético uniforme de 2T (figura). Passa a atuar no fio uma força magnética de 1N. Determine o valor da corrente elétrica no fio neste momento.*



Um fio reto imerso em um campo magnético sofre uma ação de uma força magnética cuja intensidade é dada por:

$$F_m = B.i.l.sen\theta$$

Substituindo os valores dados no enunciado e de acordo com a figura usando θ=30°, temos:

$$1 = 2 \times i \times 0{,}20 \times sen30°$$

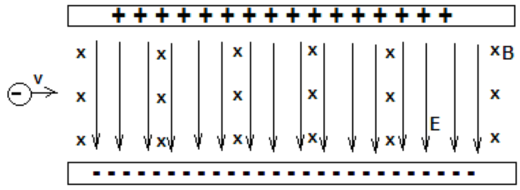
$$1 = 2 \times i \times 0{,}20 \times 0{,}5$$

$$1 = i \times 0{,}20$$

$$i = \frac{1}{0{,}20} = 5\ A$$

EXERCÍCIOS

1) *(AFA) Uma partícula eletrizada com carga negativa é lançada com velocidade v numa região onde há dois campos uniformes: um magnético B e um elétrico E, conforme a figura:*



Sabendo que v= 2,0 . 10^5 m/s e B= 1,0 . 10^{-3} T, calcule a intensidade de vetor campo elétrico, em volts por metro, de modo que a partícula descreva um movimento retilíneo uniforme.

a) 1,0 . 10^8
b) 2,0 . 10^2
c) 5,0 . 10^1
d) 5,0 . 10^0

2) *(EEAER) Em uma região, estabelecem-se dois campos, um campo elétrico e um campo magnético, ambos uniformes, de direções e sentidos coincidentes. Um elétron é colocado no centro dessa região com velocidade nula. Desprezando a ação da gravidade sobre o elétron, assinale a alternativa que completa corretamente a frase a seguir: Logo após ser colocado, o elétron ______________________*

a) permanecerá em repouso, pois não sofrerá ação de nenhuma força.

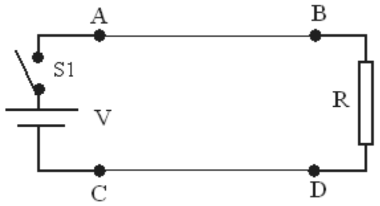
b) sofrerá ação de uma força perpendicular às linhas de força dos campos.

c) sofrerá ação de uma força com a mesma direção e sentido contrário às linhas de força dos campos.

d) sofrerá ação de uma força com a mesma direção e mesmo sentido das linhas de força dos campos.

CURSO CIDADE - ESI

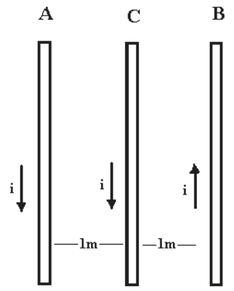
3) *No circuito representado pela figura a seguir temos dois condutores, AB e CD que estão suspensos, e são paralelos. Após a chave S1 ser fechada, uma corrente elétrica flui pelo circuito. Nessas condições assinale a alternativa que apresenta corretamente o que ocorre nos condutores AB e CD , devido a ação do campo magnético gerado por um condutor, sobre o outro condutor.*



a) Sobre os condutores aparecerão forças de atração.
b) Sobre os condutores aparecerão forças de repulsão.
c) Não aparecerão forças nem de atração nem de repulsão, porque é o mesmo circuito.
d) Não aparecerão forças nos condutores, pois a bateria é de corrente contínua.

4) *(EFOMM) Um próton é lançado perpendicularmente a um campo magnético uniforme de intensidade 2,0 . 10^{9} T com uma velocidade de 1,0 . 10^{6} m/s. Nesse caso, a intensidade da força magnética que atua sobre a partícula é de _____ N.*
Dado: carga elementar: 1,6 . 10^{-19}C
a) 1,6 . 10^{-3}
b) 1,6 . 10^{-4}
c) 3,2 . 10^{-3}
d) 3,2 . 10^{-4}

5) *(AFA) Três condutores retilíneos e longos, são dispostos paralelamente um ao outro, com uma separação de um metro entre cada condutor. Quando estão energizados, todos são percorridos por correntes elétricas de intensidade igual a um ampère cada, nos sentidos indicados pela figura.*
*Nesse caso, o condutor **C** tende a*



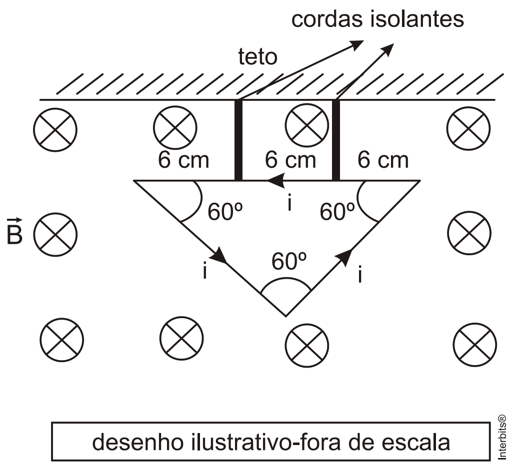
a) aproximar-se do condutor A.
b) aproximar-se do condutor B.
c) permanecer no centro, e A e B mantêm-se fixos.
d) permanecer no centro, e A e B tendem a aproximar-se.

6) *A definição oficial de ampère, unidade de intensidade de corrente elétrica no Sistema Internacional é: "O ampère é a intensidade de uma corrente elétrica que, mantida em dois condutores paralelos, retilíneos, de comprimento infinito, de secção circular desprezível e situados à distância de um metro entre si, no vácuo, produz entre esses condutores uma força igual a 2.10^{-7} newtons por metro de comprimento." Para que a força magnética que atua nos condutores seja de atração,*
a) os condutores devem ser percorridos por correntes contínuas de mesmo sentido.
b) os condutores devem ser percorridos por correntes contínuas de sentidos opostos.
c) um dos condutores deve ser ligado em corrente contínua e o outro deve ser aterrado nas duas extremidades.
d) os dois condutores devem ser aterrados nas duas extremidades.

7) *Determine a intensidade da força magnética que atua sobre uma partícula com carga igual a + 4μC e velocidade de 10^{6} cm/s, quando esta penetra ortogonalmente em um campo magnético uniforme de intensidade igual a 6.10^{2}T.*
a) 15 N
b) 24 N
c) 1500 N
d) 2400 N

CURSO CIDADE - EsPCEX

8) *(ESPCEX) Em uma espira condutora triangular equilátera, rígida e homogênea, com lado medindo* 18 cm *e massa igual a* 4,0 g, *circula uma corrente elétrica* i *de* 6,0 A, *no sentido anti-horário. A espira está presa ao teto por duas cordas isolantes, ideais e de comprimentos iguais, de modo que todo conjunto fique em equilíbrio, num plano vertical. Na mesma região, existe um campo magnético uniforme de intensidade* $B = 0{,}05\ \text{T}$ *que atravessa perpendicularmente o plano da espira, conforme indicado no desenho abaixo.*



Considerando a intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$, *a intensidade da força de tração em cada corda é de*

Dados: $\cos 60° = 0{,}50$

$\text{sen } 60° = 0{,}87$

a) 0,01 N
b) 0,02 N
c) 0,03 N
d) 0,04 N
e) 0,05 N

11) *(ESPCEX) Partículas com grande velocidade, provenientes do espaço, atingem todos os dias o nosso planeta e algumas delas interagem com o campo magnético terrestre. Considere que duas partículas A e B, com cargas elétricas* $Q_A > 0$ *e* $Q_B < 0$, *atingem a Terra em um mesmo ponto com velocidades,* $\vec{V_A} = \vec{V_B}$, *perpendiculares ao vetor campo magnético local. Na situação exposta, podemos afirmar que*

a) a direção da velocidade das partículas A e B não irá se alterar.
b) a força magnética sobre A terá sentido contrário à força magnética sobre B.
c) a força magnética que atuará em cada partícula terá sentido contrário ao do seu respectivo vetor velocidade.
d) a força magnética que atuará em cada partícula terá o mesmo sentido do vetor campo magnético local.
e) a direção da velocidade das partículas A e B é a mesma do seu respectivo vetor força magnética.

12) *(ESPCEX) Sob a ação exclusiva de um campo magnético uniforme de intensidade* 0,4 T, *um próton descreve um movimento circular uniforme de raio* 10 mm *em um plano perpendicular à direção deste campo. A razão entre a sua massa e a sua carga é de* 10^{-8} kg/C. *A velocidade com que o próton descreve este movimento é de:*

a) $4 \cdot 10^5$ m/s
b) $2 \cdot 10^5$ m/s
c) $8 \cdot 10^4$ m/s
d) $6 \cdot 10^4$ m/s
e) $5 \cdot 10^3$ m/s

AULA 42 - INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Vimos que correntes elétricas são capazes de criar campos magnéticos mas será que o contrário seria possível? Ou seja, seria possível um campo magnético criar uma corrente elétrica?

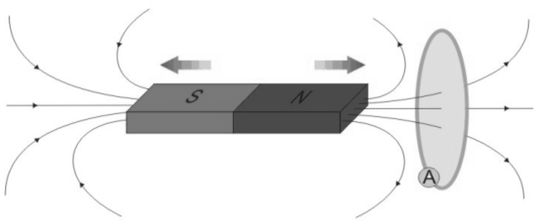
Em 1831, na Inglaterra, Michael Faraday conseguiu provar experimentalmente tal fenômeno, chamado de indução eletromagnética. Para entendermos como se dá tal fenômeno, precisamos estabelecer alguns conceitos fundamentais para tal entendimento. O primeiro deles é o chamado fluxo magnético ou fluxo de indução.

O fluxo magnético para uma superfície plana de área A imersa em um campo uniforme B, é definido como sendo:

$$\emptyset = B.A.cos\theta$$

Onde θ é o ângulo entre as linhas de campo B e a reta normal que corta a superfície A perpendicularmente. O fluxo magnético está diretamente ligado à quantidade de linhas de campo magnético que atravessam tal área.

Quanto mais linhas atravessarem a superfície, maior será o fluxo de campo magnético. Podemos notar pela figura, que quando o ângulo é zero, teremos o fluxo máximo e quando o ângulo é 90°, nenhuma linha atravessaria a superfície e o fluxo seria zero. O fluxo é dado no SI em Weber (Wb). A variação do número de linhas que atravessam um condutor num determinado tempo, ou seja, uma variação do fluxo magnético através de um condutor dá origem a uma corrente elétrica através do condutor. Esse fenômeno é conhecido como indução eletromagnética.



Aproximando-se ou afastando-se o ímã, varia o fluxo magnético através da espira e o amperímetro A indica a passagem de corrente elétrica.

Podemos variar o fluxo através de um condutor de três formas diferentes: variando o campo magnético, por exemplo, afastando ou aproximando um ímã de um condutor; variando a área do condutor, ou variando o ângulo θ entre o campo e à normal da superfície. Este último caso é utilizado num gerador de uma usina hidrelétrica, onde uma espira é posta a girar em um campo magnético uniforme.

A f.e.m. que surge em um condutor ou espira na qual fazemos variar o fluxo, é dado por:

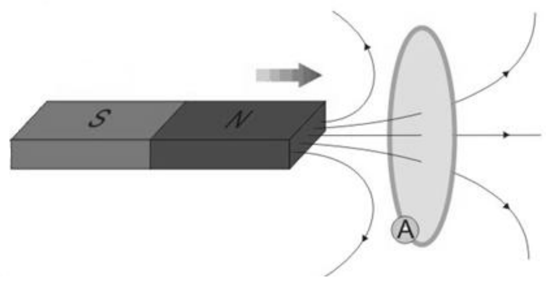
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\emptyset}{\Delta t}$$

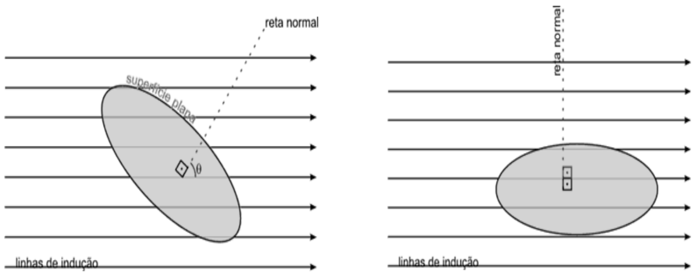
A unidade da f.e.m. é o Volt. O sinal negativo indica que esta induz uma corrente elétrica no interior do condutor/espira de modo a restaurar as condições iniciais do sistema. Trata-se de uma conservação de energia. O sentido da corrente será tal que o campo magnético induzido, criado pela passagem da corrente pelo condutor, tende a se opor à variação do fluxo produzido. Essa particularidade é chamada de Lei de Lenz:

"A corrente induzida surge em um sentido tal que produz um fluxo induzido em oposição à variação do fluxo indutor que lhe deu origem".

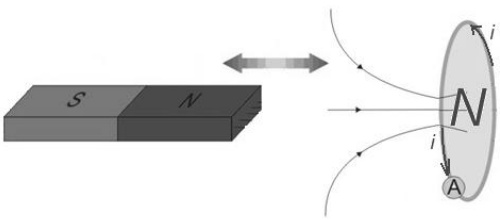
CURSO CIDADE - EsPCEx

Vejamos um exemplo:



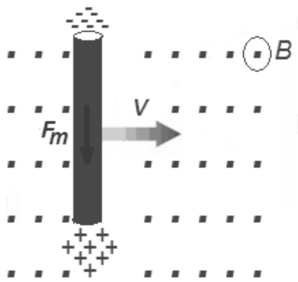


Ao aproximarmos o ímã da espira conforme a figura surge na espira uma corrente elétrica que terá um sentido tal que, a face voltada para o ímã terá uma polaridade magnética que fará oposição à aproximação do ímã, repelindo-o. Desta maneira, a espira deveria adquirir um polo norte na face voltada para o ímã. Assim, para que seja polo norte, as linhas de campo magnético no centro da espira deveriam estar saindo do plano da espira e a corrente que produz tal efeito teria o sentido anti-horário (regra da mão direita).



Uma dica é: sempre que o sentido da corrente for horário, a face da espira em questão será sul e sempre que for anti-horário, a face da espira em questão será norte.

Ao arrastarmos um condutor reto de comprimento L, com uma velocidade **v** *perpendicularmente às linhas de campo magnético* **B** *na região, verificaremos que esse movimento induzirá uma corrente no fio, tal que os elétrons seriam deslocados para uma das extremidades fazendo com que tenhamos uma diferença de potencial entre as pontas do condutor.*



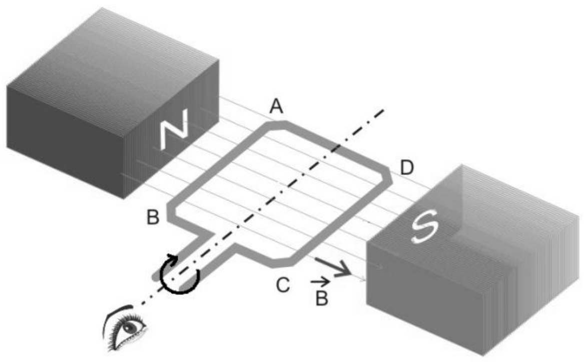
Essa ddp é a f.e.m. induzida pelo campo magnético, e pode ser calculada por:

$$\varepsilon = B.v.L$$

O sentido da corrente elétrica no fio será dado pela regra da mão esquerda como vimos no capítulo anterior.

Transformadores

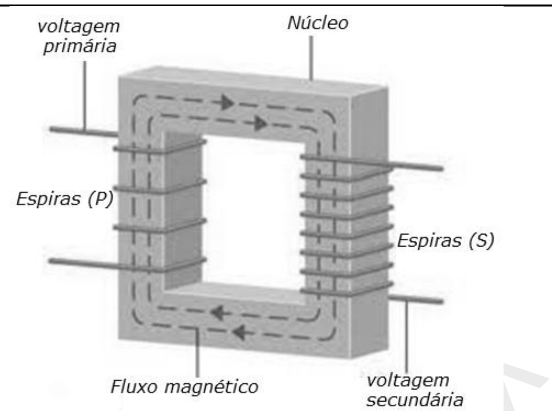
Como dissemos anteriormente, se pusermos uma espira para girar no interior de um campo magnético, induziremos na espira uma corrente elétrica. Neste caso, a corrente elétrica na espira não terá um sentido único. Note pela figura abaixo que ao girarmos a espira no sentido horário, o número de linhas de campo que a atravessam vai aumentando fazendo com que neste momento a corrente sobre a espira tenha o sentido anti-horário.



Após a espira dar um quarto de volta, vemos que o número de linhas passa a diminuir, fazendo com que o sentido da corrente passe a ser horário e assim sucessivamente. Desta forma, ao dar uma volta completa a corrente elétrica muda de sentido quatro vezes. Essa corrente elétrica que muda de sentido durante um certo tempo é denominada **corrente alternada***.*

Uma corrente alternada ao atravessar um condutor, cria ao seu redor campos magnéticos variáveis. Outro condutor nessa região, ao ter o número de linhas variando em seu interior, teria uma corrente induzida atravessando-o, também alternada. Dessa forma, podemos transportar corrente elétrica à distância!

O mais interessante é que a potência elétrica gerada no fio indutor, seria a mesma no fio induzido. Usamos esse princípio no funcionamento do transformador, que possui dois enrolamentos (um condutor enrolado em um material ferromagnético de forma a intensificar os efeitos magnéticos, como um solenóide): o primeiro é denominado enrolamento primário aonde chega a corrente alternada, e o segundo é denominado enrolamento secundário, no qual será induzido uma nova corrente elétrica.



Como a potência elétrica nos dois enrolamentos é a mesma, temos que:

$$P_{Primário} = P_{Secundário}$$

$$U_P . i_P = U_S . i_S$$

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{i_S}{i_P}$$

E também podemos provar que o número de voltas do condutor em cada enrolamento influencia as tensões na forma:

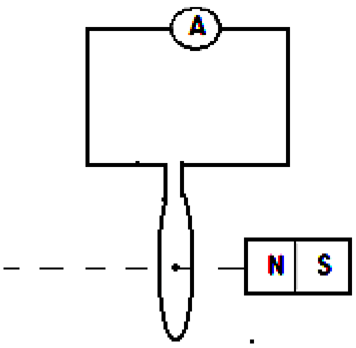
$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{N_P}{N_S}$$

Ou seja, se tivermos o enrolamento primário com 100 voltas e tensão de 110V, ao construirmos o enrolamento secundário com o dobro de voltas (200), teremos uma tensão de 220V neste enrolamento. Ou seja, podemos "abaixar" ou "elevar" a tensão e/ou corrente elétrica num sistema, fazendo uso de transformadores.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1 - *A figura mostra um ímã próximo de um circuito constituído por uma espira e um medidor sensível de corrente. Colocando-se a espira e o imã em determinados movimentos, o medidor poderá indicar passagem de corrente na bobina. Ao aproximarmos o imã da bobina de acordo com a figura:*

CURSO CIDADE ESPCEX



a) *o imã e a bobina se movimentam, aproximando-se.*

b) *surge na espira uma corrente no sentido horário.*

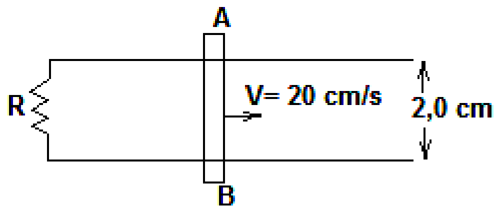
c) *o ímã será atraído pela espira.*

d) *surge na espira uma corrente no sentido anti-horário.*

e) *a bobina tende a se afastar do imã.*

como vimos, pela Lei de Lenz, ao aproximarmos o ímã da bobina, surge uma corrente elétrica na bobina de modo a produzir um campo magnético que se oponha à variação do fluxo magnético pela bobina. Ou seja, a corrente induzida na bobina criará um campo magnético que se oponha ao movimento do ímã. Como o imã está aproximando da bobina, está deverá repeli-lo. Para tanto, a face da bobina voltada para o ímã deve ser norte e assim a corrente elétrica na bobina terá o sentido anti-horário. Resposta letra d.

Exemplo 2 - *Uma espira em forma de U, está ligada a um condutor móvel AB. Este conjunto é submetido a um campo de indução magnética B =4,0 T, perpendicular ao papel e dirigido para dentro dele. Conforme mostra a figura, a largura do U é de 2,0 cm. Determine a tensão induzida e o sentido da corrente, sabendo-se que a velocidade de AB é de 20 cm/s.*



a) *1,6 V e a corrente tem sentido horário;*
b) *1,6 V e a corrente tem sentido anti-horário.*
c) *0,016 V e a corrente tem sentido horário.*
d) *0,016 V e a corrente tem sentido anti-horário.*

Como vimos, ao deslocar o condutor sobre a espira em forma de U, uma corrente elétrica surgirá no fio de modo a se opor ao movimento do condutor, ou seja, deverá aparecer uma força magnética no fio que aponte no sentido contrário ao do deslocamento. Aplicando a regra da mão esquerda, vemos que a corrente no fio deverá apontar para cima fazendo com que o sentido seja anti-horário na parte que contém o resistor R. O valor da f.e.m. pode ser calculado pela expressão:

$$\varepsilon = B.v.L$$

$$\varepsilon = 4 \times 0{,}2 \times 0{,}02$$

$$\varepsilon = 0{,}016\ V$$

Devemos ressaltar que os valores das distâncias devem estar em metros para que a resposta seja dada. Assim, a resposta seria letra d.

Exemplo 3 **–** *Um transformador possui uma tensão de 80V e uma corrente de 2 A em seu enrolamento primário que possui 500 voltas. Se seu enrolamento secundário tiver 2000 voltas, qual será a tensão e a corrente de saída no enrolamentosecundário?*

Sabemos que num transformador, as tensões se relacionam com o número de voltas dos enrolamentos primário e secundário através da expressão:

CURSO CIDADE - ESPCEX

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{N_P}{N_S}$$

$$\frac{80}{U_S} = \frac{500}{2000}$$

$$U_S = \frac{2000 \times 80}{500} = 320\ V$$

Sabemos que num transformador, as tensões se relacionam com as correntes que circulam nos enrolamentos primário e secundário através da expressão:

$$\frac{U_P}{U_S} = \frac{i_S}{i_P}$$

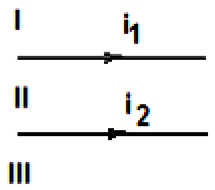
$$\frac{80}{320} = \frac{i_S}{2}$$

$$i_S = \frac{2 \times 80}{320} = 0{,}5\ A$$

Note que num transformador as potências nos enrolamentos são iguais, porém, ao mesmo tempo que um número maior de voltas eleva a tensão no enrolamento secundário, esse aumento provoca uma diminuição da corrente no enrolamento secundário, proporcionalmente ao número de voltas.

EXERCÍCIOS

1) *(ITA) Correntes i_1 e i_2 fluem na mesma direção ao longo de dois condutores paralelos, separados por uma distância a, com $i_1 > i_2$. Em qual das três regiões I, II ou III e para que distancia x, medida a partir do condutor onde passa a corrente i_1, a indução magnética é igual a zero?*



a) Região I, $x = \frac{i_2 a}{i_1 + i_2}$;

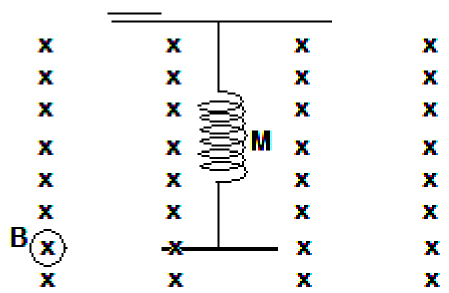
b) Região II, $x = \frac{i_2 a}{i_1 - i_2}$;

c) Região II, $x = \frac{i_1 a}{i_1 + i_2}$;

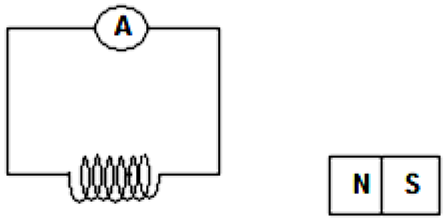
d) Região III, $x = \frac{i_1 a}{i_1 - i_2}$

e) Região III, $x = \frac{i_2 i_1 a}{i_1 + i_2}$.

2) *A barra condutora de 1m de comprimento e peso 2N, mergulhada no campo magnético B=0,1 T, alonga a mola M, isolada e pendurada no teto, de 0,2 m além de seu comprimento de repouso, conforme a figura. Circulando uma corrente i pela barra, esta é trazida a uma nova posição de equilíbrio. Quando a corrente é desligada instantaneamente, a barra passa a executar um MHS de amplitude 0,1m. Calcule a intensidade da corrente i.*

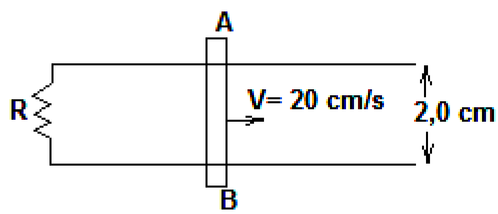


3) *(UFMG) A figura mostra um ímã próximo de um circuito constituído por uma bobina e um medidor sensível de corrente. Colocando-se a bobina e o imã em determinados movimentos, o medidor poderá indicar passagem de corrente na bobina. Não haverá passagem de corrente pelo medidor quando:*



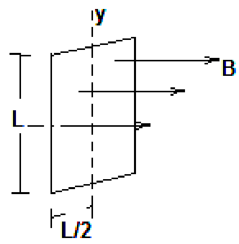
a) o imã e a bobina se movimentam, aproximando-se;
b) a bobina se aproxima do ímã, que permanece parado;
c) o ímã se desloca para a direita e a bobina para a esquerda;
d) o imã e a bobina se deslocam ambos para a direita, com a mesma velocidade;
e) o ímã se aproxima da bobina e esta permanece parada.

4) Uma espira em forma de U, está ligada a um condutor móvel AB. Este conjunto é submetido a um campo de indução magnética B =5,0 T, perpendicular ao papel e dirigido para fora dele. Conforme mostra a figura, a largura do U é de 2,0 cm. Determine a tensão induzida e o sentido da corrente na espira que contém R, sabendo-se que a velocidade de AB é de 20 cm/s.



a) 2 V e a corrente tem sentido horário;
b) 2 V e a corrente tem sentido anti-horário.
c) 0,02 V e a corrente tem sentido horário.
d) 0,02 V e a corrente tem sentido anti-horário.
e) N.d.a.

5) Uma bobina de uma só espira, de lado L= 0,1 m, gira com velocidade angular ω em torno do eixo y, num campo magnético uniforme de intensidade 1 T. Determine a velocidade angular que deve ter a bobina pra que nela seja induzida uma fem de no máximo, 10 V.



6) Um transformador possui uma tensão de 110V e uma corrente de 8 A em seu enrolamento primário que possui 2000 voltas. Se seu enrolamento secundário tiver 3000 voltas, qual será a tensão e a corrente de saída no enrolamento secundário?

7) (EEAER) O primário de um transformador com 10.000 espiras está alimentado por uma tensão contínua de 12 volts. Um componente elétrico ligado ao secundário deste transformador, que é composto de 1.000 espiras, estará submetido a uma tensão, em volts, de valor igual a
a) 120.
b) 1,2.
c) 12.
d) 0.

8) (EFOMM) O transformador é um dispositivo composto de duas bobinas que não têm contato elétrico uma com a outra. Em uma delas (bobina primária) é aplicada uma tensão variável que resulta em um campo magnético também variável. Esse campo acaba por interagir na outra bobina, chamada secundária, que está em contato elétrico com um resistor. Assinale a alternativa que completa corretamente a frase: "A variação do fluxo magnético na bobina secundária é _____." OBS: Considere o transformador um sistema ideal e isolado.
a) maior que no primário
b) menor que no primário
c) igual ao do primário
d) de valor nulo

AULA 43 – TÓPICOS DE FÍSICA MODERNA

Chamamos de física moderna a física e os conceitos descobertos no final do século XIX até os dias de hoje. Diversas descobertas importantíssimas datam do início do século XX e foram responsáveis diretas para que tivéssemos a tecnologia atual, algumas dessas descobertas foram obtidas de maneira completamente inesperada.

Desde o século XVII, quando Newton estabeleceu as bases da mecânica, incluindo a parte de gravitação e diversos estudos em óptica, a sensação de pleno conhecimento da natureza imperava. Estava claro que praticamente todos os fenômenos conhecidos e observados na Terra e no céu podiam ser explicados com a física clássica newtoniana, à exceção de alguns fenômenos elétricos que vieram a ser muito bem explicados e definidos por Maxwell posteriormente, já no século XIX. Após a eletricidade e o magnetismo ficarem muito bem definidos, praticamente nada ficava sem uma boa explicação usando a matemática e a ciência conhecida à época.

Porém alguns fenômenos começaram a surgir, fenômenos que intrigavam os físicos, que não tinham explicação lógica para explicar tais acontecimentos como a radiação de corpo negro, fenômeno fotoelétrico, entre tantos outros. Várias tentativas foram feitas até se chegar a explicações precisas dos fenômenos observados. Cientistas como Max Planck, Niels Bohr, Erwin Schroedinger, Werner Heisenberg, Louis de Broglie, Max Born, Wolfgang Pauli, Paul Dirac e Albert Einstein, ora denominados "pais da Teoria Quântica", foram fundamentais em suas descobertas para que hoje tenhamos a nossa tecnologia tão avançada. Dentre as descobertas datadas dessa época podemos citar: a teoria da relatividade, a física quântica, a radioatividade, e ainda, invenções como o avião, raio x, televisores, telefones, bomba atômica, penicilina, internet, são derivadas diretas dessas descobertas, sem contar o domínio do espaço.

Como grande parte dessas teorias e descobertas exige um conhecimento mais profundo em matemática e física, vamos nos ater a algumas das principais descobertas que deram origem à ciência contemporânea, dando mais ênfase aos conceitos qualitativos. Sem considerar uma ordem cronológica, vamos resumir alguns dos fenômenos mais característicos dessa fase: a dualidade da luz, o efeito fotoelétrico e a relatividade restrita.

O átomo de Bohr

Para a explicação dos fenômenos acima, é fundamental o conhecimento do átomo. O modelo atômico mais correto adotado à época era o modelo de Rutherford, que tomava o átomo como tendo um núcleo muito pequeno em seu centro, positivo, composto de prótons e nêutrons, e uma eletrosfera, região onde os elétrons estariam "confinados" em um átomo, orbitando o núcleo, e contribuindo para que o átomo se torne neutro em carga, já que os elétrons seriam os responsáveis pela carga negativa do átomo.

Dessa forma, um átomo no estado fundamental teria o mesmo número de prótons e elétrons, fazendo com que sua carga total fosse neutra, já que prótons e elétrons teriam a mesma quantidade de carga. Como se imaginava, uma partícula carregada em movimento deveria irradiar energia (radiação síncrotron) e mais, como o núcleo tem uma carga contrária a do elétron, esses deveriam ser atraídos ao núcleo, chocando-se com ele quase que instantaneamente. Coube a Niels Bohr, melhorar o modelo atômico de modo a explicar a estabilidade do átomo baseando seu modelo em quatro postulados fundamentais:

I- Os elétrons descreveriam órbitas circulares ao redor do núcleo. Cada órbita estaria ligada a um valor de energia para o elétron, porém não seriam encontrados infinitos valores de energia para os elétrons num espectro contínuo e sim os elétrons

CURSO CIDADE - EsPCEX

só ocupariam certas órbitas de energias bem definidas. Dessa forma, os elétrons teriam obrigatoriamente energias discretas na eletrosfera, dependendo da órbita ocupada.

II- A energia total do elétron não pode apresentar qualquer valor e sim um valor múltiplo de uma quantidade fundamental, denominada quantum.

III- Um elétron pode saltar entre dois níveis quânticos emitindo ou absorvendo um quantum de luz (fóton) cuja energia é exatamente igual à diferença de energia entre os dois níveis quânticos.

IV- As órbitas permitidas são aquelas em que o momento angular orbital L dos elétrons é quantizado, obedecendo à expressão

$$L = n.\hbar$$

Onde n=1, 2, 3... é o número quântico principal e $\hbar$ =h/2π, **h** é a constante de Planck igual a h= 6,6 .10 $^{-34}$ J.s. Para n=1 teríamos o menor valor possível, ou menor raio atômico possível, conhecido como raio de Bohr (r=0,0529 nm) onde nenhum elétron poderia aproximar-se mais do núcleo do que este valor. O modelo de Bohr é conhecido como modelo semi-clássico do átomo pois não explica que leis substituiriam a mecânica clássica para explicar os postulados acima.

Ao "girar" ao redor do núcleo, o elétron seria atraído por ele por uma força elétrica, que apontando para o centro da órbita circular, pode ser chamada de força centrípeta. Desta forma ao igualarmos as forças e usarmos a regra de quantização do momento angular acima, podemos mostrar matematicamente que a expressão geral para os diversos raios de órbita possíveis para um elétron ao redor de um núcleo atômico seria dada por:

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi.m.Ze^2}$$

Aqui temos que m é a massa do elétron e Z o número atômico do átomo. Temos ainda que e é a carga elementar do elétron e ε_0 é uma constante elétrica na qual k=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$.

Podemos demonstrar que a energia do elétron tal como postulada por Bohr, pode ser obtida pela expressão:

$$E_n = \frac{-m_e q_e^4}{8h^2\epsilon_0^2 n^2}$$

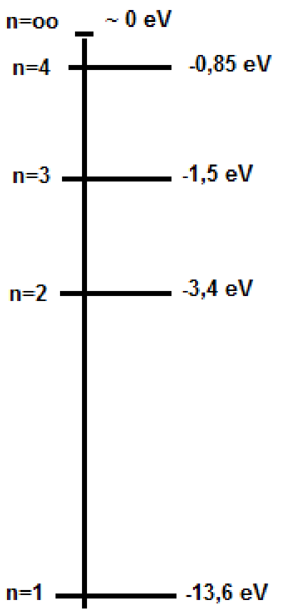
Onde n é o nível quântico ocupado pelo elétron. Após substituirmos as constantes com os respectivos valores para o átomo mais simples, de hidrogênio, temos:

$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}\ eV$$

Que são as energias para cada nível do átomo de Hidrogênio. O sinal indica que o elétron está ligado ao núcleo e energias positivas significariam que o átomo está ionizado, ou seja, o elétron não estaria mais preso ao núcleo. Lembre-se de que 1eV = 1,6.10^{-19} J.

Podemos visualizar os níveis de energia de um átomo através de um esquema denominado diagrama de energia de um átomo. Para isso, basta substituir n por 1, 2, 3... e representá-lo como na figura abaixo:

Diagrama de níveis de Energia do Hidrogênio



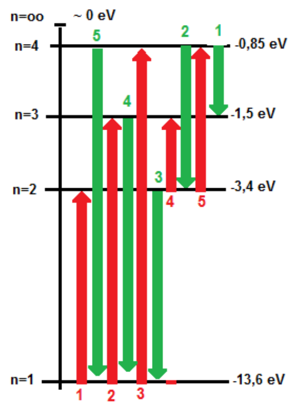
Para que um elétron salte do nível n=1 para o n=2, ele deve receber a energia necessária para tal transição, ou seja, $E_T = E_2 - E_1$. Isto pode ocorrer por exemplo ao absorver uma partícula de luz (fóton) que possua exatamente essa energia E_T. Caso a energia seja diferente, o elétron não absorve o fóton. Órbitas mais energéticas ,n maiores, são mais instáveis para o elétron, que tende a se livrar de parte dessa energia extra e retornar à um nível mais estável, n menor. Para tanto, ele se livra do "excesso" de energia na forma de um fóton de luz com exatamente esse valor de energia. Como a energia de um fóton é dada por

$$E = h.f$$

e a energia está diretamente ligada à freqüência, para cada energia do fóton teremos uma cor para a luz. Algumas transições atômicas acontecem dentro do espectro visível do olho humano, outras não podem ser observadas diretamente, por exemplo quando o fóton tem uma freqüência dentro do ultravioleta.

Abaixo podemos ver uma representação de transições do átomo de hidrogênio.

Diagrama de transições do átomo de Hidrogênio



exemplos de transições de absorção de fótons

transição	inicio	fim	energia de transição
1	n=1	n=2	10,2 eV
2	n=1	n=3	12,1 eV
3	n=1	n=4	12,75 eV
4	n=2	n=3	1,9 eV
5	n=2	n=4	2,55 eV

exemplos de transições de emissão de fótons

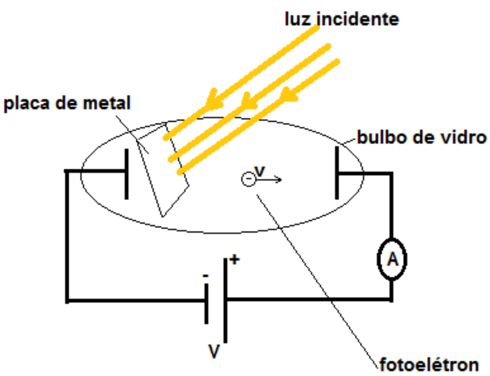
transição	inicio	fim	energia de transição
1	n=4	n=3	1,9 eV
2	n=4	n=2	2,55 eV
3	n=2	n=1	10,2 eV
4	n=3	n=1	12,1 eV
5	n=4	n=1	12,75 eV

Uma aplicação interessante desse modelo ocorre quando um gás absorve energia. Elétrons mais energéticos saltam para níveis mais energéticos, se tornam mais instáveis, e acabam por emitir fótons característicos dessa transição. Os diversos fótons emitidos podem ser detectados gerando uma assinatura para o gás, única para cada elemento, e assim o corpo emissor (gás) pode ser identificado pelo seu espectro de emissão. Existem também os espectros de absorção.

O efeito fotoelétrico

O efeito fotoelétrico foi explicado por Einstein em 1905 e foi um dos pilares do desenvolvimento e solidificação da física quântica. A física quântica é a parte da física que explica os fenômenos em escala atômica, nessa escala a física newtoniana geralmente não se aplica de maneira direta, e coisas estranhas acontecem. Conceitos como trajetória e posição são substituídos por conceitos probabilísticos o que faz com que não possamos dizer exatamente onde um elétron se encontra com certeza absoluta sem perder a informação referente à sua velocidade. Esse fenômeno é conhecido como Princípio da Incerteza de Heisemberg, que confere aos elétrons características de onda.

O efeito fotoelétrico é um dos exemplos onde a física clássica não conseguia dar a explicação do porquê o fenômeno ocorria e a física quântica o fez. O fenômeno consiste em iluminar uma chapa de metal presente em um bulbo contendo um vácuo com dois eletrodos (um positivo e um negativo) capazes de fechar um circuito através de um amperímetro (figura abaixo).



Observa-se que quando um feixe de luz atinge as placas, surge uma corrente elétrica no amperímetro, ou seja, a luz estaria sendo convertida em eletricidade. Como explicar tal fato?

À essa época, a natureza da luz ainda era conturbada. Diversas correntes entendiam a luz como sendo uma partícula, se comportando como tal. Fenômenos como a reflexão da luz e a refração da luz confirmariam tal teoria. Porém, fenômenos como a difração, polarização e interferência não podiam ser explicados considerando a luz como partícula, já que estaria se comportando como se onda fosse. Vários cientistas então passaram a acreditar e a defender a natureza ondulatória da luz. Coube a Louis de Broglie mostrar que a luz não era onda nem partícula individualmente e sim possuía um caráter dual, ou seja, ao mesmo tempo seria onda e partícula, e dependendo do fenômeno observado, se mostraria convenientemente. Einstein mostrou que a luz poderia ser entendida como uma partícula de luz, o fóton, cuja energia estaria diretamente ligada à freqüência da luz conforme vimos acima.

A explicação do efeito fotoelétrico foi dada por Einstein usando o conceito da luz como partícula. Ele imaginou que a luz ao incidir sobre a placa de metal se comportava como diversas partículas de luz (fótons), cada uma com um valor exato de energia, se chocando contra a placa.

Um fóton carrega consigo uma energia proporcional à sua freqüência, e, ao colidir com a placa, os elétrons dos níveis mais afastados do metal, poderiam absorver tais fótons e saltar entre os níveis de energia, e ainda, com os valores corretos de energia poderiam ser arrancados da placa. Quando isso acontecia, eles eram acelerados rumo ao eletrodo positivo sendo detectados pelo amperímetro, gerando assim uma corrente elétrica no circuito. Luz virando energia elétrica!!

Porém o fenômeno guardava algumas condições interessantes. A primeira se refere à intensidade da luz que atinge a placa. Ao aumentarmos essa intensidade sobre a placa, mais elétrons eram arrancados e se verificava um aumento da corrente elétrica no amperímetro, porém a energia cinética de cada elétron arrancado não aumentava. A explicação estaria no fato de que ao aumentar a intensidade da luz estaríamos aumentando a quantidade de fótons que atingem a placa. Mais fótons, mais elétrons absorvendo tais fótons e sendo liberados da placa, o que aumenta a corrente. Porém, como a energia de cada fóton não muda, a energia absorvida por cada elétrons também não muda, o que faz com que a sua energia cinética ao ser liberado da placa não mude.

A segunda condição acontecia ao mudar a fonte de luz. Ao mudar a luz, aumentando a sua freqüência sem aumentar a intensidade, verificava-se um aumento na energia dos elétrons arrancados, o que não representava um aumento da corrente indicada pelo amperímetro. Isso poderia ser explicado naturalmente pelo mesmo princípio, já que ao aumentar a freqüência de

CURSO CIDADE – ESPCEX

cada fóton, a energia absorvida por cada elétron seria maior. Como parte dessa energia seria usada para se livrar da placa (energia constante conhecida como função trabalho), a energia restante seria convertida em energia cinética para os elétrons. Os elétrons seriam mais rápidos mas o número de elétrons arrancados não aumentaria.

A equação para a energia dos elétrons arrancados, conhecidos como fotoelétrons, pode ser dada por:

$$E = E_f - W$$

Onde Ef é a energia do fóton de luz absorvido e W é a função trabalho, característica de cada material.

A Teoria da Relatividade

Vimos no capítulo sobre composição de movimentos, que quando dois movimentos acontecem simultaneamente, podemos obter uma velocidade relativa entre os movimentos individuais. Um exemplo seria um caminhão que se move a 10 m/s e um homem na carroceria do caminhão, se movendo na mesma direção do caminhão a 2 m/s. Uma pessoa parada na beira da estrada observando a passagem do caminhão, mediria uma velocidade para a pessoa de 12 m/s.

O que nos parece óbvio pode pregar algumas peças. Suponha o mesmo caminhão, agora parado, com os faróis acesos. Uma pessoa ao medir a velocidade da luz dos faróis do caminhão encontraria o conhecido valor c. Se o caminhão passa a se aproximar da pessoa com uma velocidade de digamos 0,1c qual seria a velocidade da luz medida pela pessoa na estrada? Se respondeu 1,1 c você errou, e a explicação para isso foi dada por Einstein.

Einstein mostrou que contrariando o senso comum, a velocidade da luz independe do referencial, ou seja, seu valor seria sempre constante, independente de quem e de que forma a medisse. Valores atuais mostram que a luz possui uma velocidade de 299.792.458 m/s. Freqüentemente usaremos o valor aproximado da velocidade da luz como sendo

$$c = 3.10^8 m/s$$

Porém, ao assumir tal valor constante para a luz, Einstein acabou por alterar a forma de ver uma coisa que considerávamos absoluta, imutável até então, o tempo!! Para entender isso vamos usar um experimento mental realizado por Einstein para justificar a sua nova teoria.

Imagine um garoto com uma caneta laser dentro de um vagão que se move a uma velocidade v em relação à um observador externo fora do vagão na estação por exemplo. O garoto se deita no piso do vagão, aponta a caneta diretamente para o teto espelhado do vagão e mede o tempo que a luz gasta para retornar ao piso do vagão, encontrando o valor Δt. O observador externo então, simultaneamente também mede o tempo que a luz do laser gastou para ir e voltar até o piso do vagão, encontrando um tempo diferente, $\Delta t'$. Podemos mostrar que a relação entre os tempos medidos pelo observador externo ao vagão e o garoto no interior do vagão satisfazem a relação:

$$\Delta t' = \gamma . \Delta t$$

Onde γ é o chamado fator de Lorentz, dado por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Assim podemos ver que quanto maior a velocidade v do vagão maior será o fator de Lorentz e o tempo medido pelo observador externo será maior que o tempo medido pelo menino no interior do vagão. Como explicar isso? Os dois, observando o mesmo fenômeno, e medindo tempos diferentes?

CURSO CIDADE - ESPCEX

A explicação dada por Eisntein resultou na famosa Teoria da Relatividade Restrita: "o tempo se dilata para quem viaja a altas velocidade!!!" Isso mesmo, para observadores que se movem em velocidades próximas a da luz, o tempo passa mais lentamente!!

Por mais esquisito que possa parecer, o fenômeno já foi testado e comprovado, dando explicação e suporte a diversas descobertas posteriores. Cálculos semelhantes podem ser feitos para a massa das partículas que se movem a estas grandes velocidades e ao comprimento das coisas para quem as mede sob estas grandes velocidades. Para massa a equação seria semelhante à do tempo, ou seja,

$$\Delta m' = \gamma.\Delta m$$

E para o comprimento, teríamos:

$$\Delta L' = (1/\gamma).\Delta L$$

Aqui m' seria a massa do corpo de massa m (inercial) quando o corpo passa a se mover a velocidade v, e, L' é o comprimento de um corpo cujo comprimento para um observador em repouso é L, medido por um observador que se move na direção do corpo com velocidade v próxima à velocidade da luz.

Devemos ressaltar que as diferenças obtidas só são perceptíveis quando o observador se desloca à altas velocidades, comparadas à da luz. Uma velocidade de 10.000 km/h por exemplo não causa diferenças consideráveis para serem sentidas por nós, embora existam.

Posteriormente o próprio Einstein reformulou sua teoria da relatividade restrita para que abrangesse os efeitos gravitacionais, na teoria que ficou conhecida como Teoria da Relatividade Geral.

Vejamos alguns exemplos:

Exemplo 1 - *A figura mostra o diagrama de energia para o átomo de Hidrogênio. Qual freqüência do fóton emitido numa transição eletrônica do nível n=3 para n=2?*

Como vimos, os níveis de energia para o átomo de Hidrogênio são dados pela equação:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}\ eV$$

Como a transição ocorre entre os níveis 3 para 2, o elétron deve liberar um fóton cuja energia é dada por:

$$E_f = E_3 - E_2$$

$$E_f = -\frac{13,6}{3^2} - \left(-\frac{13,6}{2^2}\right)$$

$$E_f = -1,51 - (-3,4) \cong 0,38\ eV$$

Essa é a energia do fóton mas queremos a freqüência do fóton. Assim, usamos a relação da energia de um fóton dada por:

$$E_f = h.f$$

Substituindo o valor de 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J e h=6,6 . 10^{-34} J.s temos:

CURSO CIDADE - EsPCEx

$$0{,}38 \times 1{,}6.10^{-19} = 6{,}6.10^{-34}.f$$

O que resulta em

$$f = 9{,}2.10^{13}\,Hz$$

Lembre-se sempre de calibrar as unidades!!

Exemplo 2 *- Uma nave se desloca no espaço a uma velocidade de 60% da velocidade da luz. Qual seria o comprimento medido por um observador no interior da nave ao medir o comprimento de uma barra de 10 m (medida por um observador na Terra)?*

como vimos, o tempo, o comprimento e a massa de objetos pode sofrer uma variação em seu valor medido dependendo da velocidade do observador. A primeira coisa a se fazer seria determinar o fator de Lorentz para essa situação. Como o observador viaja à uma velocidade de 60% da velocidade da luz, temos que v=0,6c. Usando esse valor temos:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}6c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0{,}36c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}64}} = \frac{1}{0{,}8}$$

Agora devemos lembrar a relação para o comprimento, ou seja,

$$\Delta L' = (1/\gamma).\Delta L$$

$$\Delta L' = (1/(\frac{1}{0{,}8})).\Delta L$$

$$\Delta L' = 0{,}8.\Delta L$$

Como o valor medido na Terra (em repouso) era de 10m, o valor medido pelo observador na nave será:

$$\Delta L' = 0{,}8.10 = 8\,m$$

Um valor menor que o medido em repouso. Contração do espaço!!

Exemplo 3 *– Ao incidirmos luz ultravioleta cujo comprimento de onda $\lambda = 300\,nm$, sobre uma placa de metal, qual será a energia cinética do fotoelétron emitido (em eV)? Considere a função trabalho da placa como tendo o valor W= 5.10^{-19} J. Use h=$6{,}6\times10^{-34}$ J.s e 1 eV = 1,6x10-19 J.*

Sabemos que a energia do fotoelétron emitido no efeito fotoelétrico é dada pela equação:

$$E = E_f - W$$

Como a energia de um fóton é dada por

$$E_f = h.f$$

E a freqüência pode ser expressa em função do comprimento de onda pela expressão:

$$c = \lambda.f$$

Podemos escrever a energia do fotoelétron por:

CURSO CIDADE - EsPCEX

$$E = \frac{h.c}{\lambda} - W$$

Substituindo os valores teremos no SI:

$$E = \frac{6{,}6.10^{-34}x3.10^{8}}{300.10^{-9}} - 5.10^{-19}$$

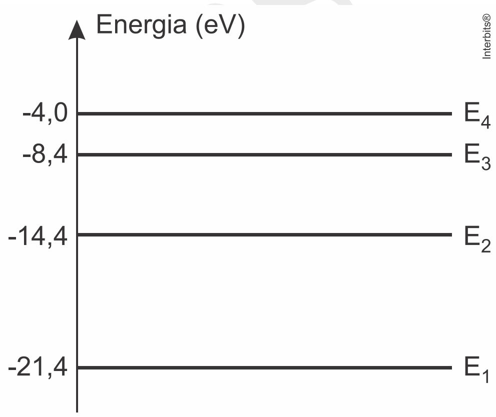
$$E = \frac{19{,}8.10^{-26}}{300.10^{-9}} - 5.10^{-19} = 1{,}6.10^{-19}\,J$$

Como foi pedido o valor em eV, basta efetuar a conversão, ou seja:

$$E = 1\,eV$$

EXERCÍCIOS

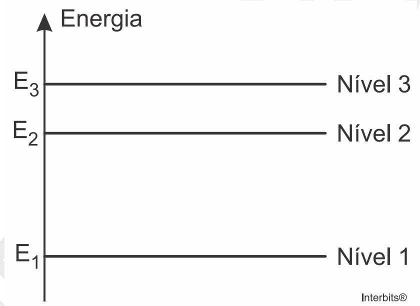
1) *(Epcar (Afa) 2016) O diagrama abaixo ilustra os níveis de energia ocupados por elétrons de um elemento químico* A.



Dentro das possibilidades apresentadas nas alternativas abaixo, a energia que poderia restar a um elétron com energia de 12,0 eV, *após colidir com um átomo de* A, *seria de, em* eV,

a) 0
b) 1,0
c) 5,0
d) 5,4

2) *(Epcar (Afa) 2015) O diagrama a seguir mostra os níveis de energia permitidos para elétrons de um certo elemento químico.*



Durante a emissão de radiação por este elemento, são observados três comprimentos de onda: λ_A, λ_B *e* λ_C. *Sabendo-se que* $\lambda_A < \lambda_B < \lambda_C$, *pode-se afirmar que* $\frac{\lambda_A}{\lambda_C}$ *é igual a*

a) $\frac{E_3}{E_1}$

b) $\frac{E_3 - E_2}{E_3}$

c) $\frac{E_3 - E_2}{E_3 - E_1}$

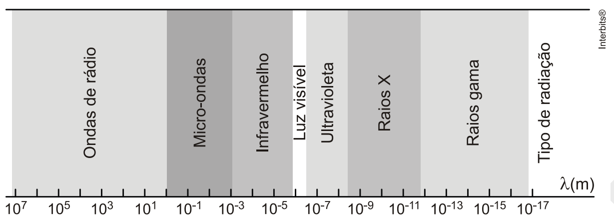
d) $\frac{E_2}{E_1}$

3) *(Epcar (Afa) 2013) Raios X são produzidos em tubos de vácuo nos quais elétrons são acelerados por uma ddp de* $4{,}0 \cdot 10^4$ V *e, em seguida, submetidos a uma intensa desaceleração ao colidir com um alvo metálico.*

Assim, um valor possível para o comprimento de onda, em angstrons, desses raios X é,

a) 0,15
b) 0,20
c) 0,25
d) 0,35

4) (Epcar (Afa) 2013) O elétron do átomo de hidrogênio, ao passar do primeiro estado estacionário excitado, $n = 2$, *para o estado fundamental,* $n = 1$, *emite um fóton. Tendo em vista o diagrama da figura abaixo, que apresenta, de maneira aproximada, os comprimentos de onda das diversas radiações, componentes do espectro eletromagnético, pode-se concluir que o comprimento de onda desse fóton emitido corresponde a uma radiação na região do(s)*



a) raios gama
b) raios X
c) ultravioleta
d) infravermelho

CURSO CIDADE - EsPCEx

GABARITOS

AULA 01 - INTRODUÇÃO À FÍSICA

1) a) 21h 51 min 36s b) 15 min 15 s

2)0,483 km

3) a) $1,57.\ 10^{5}$ b) $3,8.\ 10^{-6}$ c) $2,9.\ 10^{8}$d) $8.\ 10^{-5}$

4) 10^{6}

5) a) 10 m/s b) 150 m/s c) 21 m/s d) 30 m/s ;

6)2 km/h

AULA 02 - MOVIMENTO UNIFORME - MU

1- a) 20s b) 30 cm c) Va= 6cm/s e Vb= 3 cm/s	2- A
3- C	4- C
5- 200m	6- A
7- A	
8- C	9- C
10- A	11- B

AULA 03 - MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO -MUV

1- C	2- D
3- B	4- A
5- B	6- C
7- B	8- C
9- C	10- C
11- B	12- C
13- A	14- D
15- E	16- A
17- B	18- C
19- C	20- E
21- A	

AULA 04 - MOVIMENTO VERTICAL

1- A	2- A
3- A	4- B
5- C	6- D

FIS 05 - LANÇAMENTOS

1- C	2- D	3- C
4- C	5- C	6- C
7- B	8- A	9- D
10- A	11- A	12- D
13- E	14- D	15-

AULA 06 - VETORES

1- C
2- B
3- A
4- B
5- A
6- E
7- B

AULA 07 - MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME - MCU

	1- C
2- C	3- D
4- D	5- B
6- D	7- A
8- B	9- D
10-A	11- D
12-	13-

AULA 08 - COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

1) A
2) C
3) A
4) D

AULA 09 - LEIS DE NEWTON

1- A	2- D
3- C	4- B
5- A	6- C
7- A	8- B
9- A	10- B
11- B	12- B
13- B	14- C
15- A	16- C
17- C	18- E
19- D	20- E
21- E	22- D
23- A	24-

FIS 10 - FORÇAS DE ATRITO

1- A	2- C
3- Em B	4- C
5- D	6- B
7- A	8- C
9- C	10- D
11- D	12- C
13- C	14- D

CURSO CIDADE - ESPCEx

AULA 11 - TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA

1- A	2- D
3- B	4- B
5- A	6- B
7- D	8- D
9- C	10- C
11- D	12- D
13- B	14- A
15- A	16- A
17- A	18- B
19- B	20- C
21- C	22- C
23- C	24- B
25- A	26- C
27- D	28- B
29- A	30- E

AULA 12 - IMPULSO E MOVIMENTO LINEAR

1- D	2- A
3- B	4- A
5- D	6- D
7- C	8- D
9- D	10- B
11- B	12- E
13- B	14- C

AULA 13 - GRAVITAÇÃO

1- C	2- E
3- A	4- B
5- A	6- C
7- A	8- D
9- C	10- D
11- D	12- B
13- E	14-

AULA 14 - ESTÁTICA

1- a) 36 N b) $36\sqrt{3}$ N	2- c
3- $100\sqrt{3}$ N e 60°	4- B
5- C	6- B
7- C	8- D
9- C	10- D
11- B	12- A
13- D	14- C
15- E	16- C
17- B	18- B
19- C	20- D

AULA 15 - HIDROSTÁTICA

1- C	2- C
3- A	4- C
5- A	6- C
7- A	8- D
9- B	10-B
11-D	12-B
13-A	14-C
15-C	16-C
17-D	18-B
19-C	20-A
21-A	22-C
23-C	24-D
25-A	26-C
27-B	28-B
29-A	30-C
31-D	32-D
33-A	34-E
35-B	36-C
37-E	38-A
39-E	40-E

AULA 16 - TERMOMETRIA

1- C	2- C
3- B	4- D
5- A	6- A
7- C	8- B
9- D	10-C
11-A	12-

AULA 17 – CALORIMETRIA

1- B	2- C
3- B	4- A
5- D	6- D
7- B	8- E
9- A	10- E
11- D	12- E

AULA 18 - DILATAÇÃO

1- C	2- A
3- A	4- D
5- B	6- B
7- A	8- D
9- D	10-

AULA 19 - PROPAGAÇÃO DE CALOR

1- D	2- B	3- B
4- D	5- A	6- D
7- B	8- A	9- A
10-B	11-D	12-A

CURSO CIDADE - EsPCEX

AULA 20 - ESTUDO DOS GASES

	1) C	2) D
3) C	4) D	5) D
6) D	7) B	8) C
9) A	10) C	11) B
12) E	13) A	14) D

AULA 21 - TERMODINÂMICA

1- C	2- d
3- E	4- E
5- D	6- C
7- C	8- A
9- B	10- B
11- A	12- B
13- B	14- B
15- A	16- A
17- D	18- C
19- A	20- B
21- A	22- D
23- C	24- D

AULA 22 - PRINCÍPIOS DA ÓPTICA GEOMÉTRICA

1- C	2- A
3- A	4- Real (pois a imagem é projetada)
5- 1,27s	6- C
7- C	8- C
9- B	10- C

AULA 23 - ESPELHOS PLANOS

1- C	2- 40 cm
3- C	4- D
5- D	6- A
7- B	8- C
9- A	10-

AULA 24 - ESPELHOS ESFÉRICOS

1- C	2- B
3- 40 cm	4- A) 16 cm B) real, menor e invertida
5- A	6- B
7- E	8-

AULA 25 - ÍNDICE DE REFRAÇÃO

1- A	2- B
3- B	4- C
5- D	6- C
7- C	8- C
9- A	10- B
11- B	12- C

AULA 26 - LENTES ESFÉRICAS

1- A	2- B
3- D	4- B
5- A	6- D
7- D	8-

AULA 27 - ÓPTICA DA VISÃO

	1- A
2- C	3- A
4- C	5- D

AULA 28 - MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES - MHS

1- A	2- C
3- B	4- E
5- B	6- B
7- C	8-

AULA 29 - ONDAS

	1- B	2- C
3- C	4- D	5- B
6- A	7- D	8- C
9- B	10- D	11- A
12- D	13- B	14- D
15- C	16- A	17- A
18- A	19- C	20- D
21- D	22- B	23-

AULA 30 - INTERFERÊNCIA DAS ONDAS

1- D	2- A
3- D	4- A
5- D	6- E
7- A	8- B

AULA 31 - SOM

		1- D	2- B
3- C	4- C	5- D	6- B
7- C	8- B	9- A	10- A
11- D	12- C	13- B	14- C
15- D	16- C	17- B	18- A
19- B	20-	21-	

CURSO CIDADE - ESPCEX

AULA 32 - CARGA ELÉTRICA

1- $3{,}125 \times 10^{13}$ elétrons
2- D
3- E
4- C
5- D

AULA 33 - FORÇA ELÉTRICA

	1- C
2- D	3- A
4- A) 1,2 μc b) 0,7μc	5- D
6- B	7- C
8- C	9-

AULA 34 - CAMPO ELÉTRICO

1- C	2- E
3- D	4- A
5- D	6- D

AULA 35 - POTENCIAL ELÉTRICO

1- C	2- A
3- A	4- E
5- C	6- A
7- A	8- C
9- B	10- A
11- A	12- A
13- A	14-

AULA 36 - CAPACITORES

1- A, F	2- D	3- C
4- C	5- E	6- B
7- C	8- D	9- A
10- A	11- D	12- B
13- D	14-	15-

AULA 37 - CORRENTE ELÉTRICA

	1- E
2- A) 10^{21} elétrons b) 20,8 min	3- D
4- B	5- C
6- D	7- D
8- D	9- A

AULA 38 - RESISTÊNCIA ELÉTRICA

1- E	2- A) triplica B) diminui quatro vezes
3- A	4- D
5- D	6- B
7- A	8- B
9- C	10- B
11- A	12- B
13- D	14- E
15- C	16- A
17- B	18- A
19- A	20- C

AULA 39 - GERADORES ELÉTRICOS

1- D	2- D
3- A	4- C
5- B	6- C
7- C	8- A
9-A	

AULA 40 - MAGNETISMO

1- $10^{-5}\sqrt{2}\,t$, numa direção que faz 45° com a normal saindo do papel.	2- C
3- A	4- B
5- D	6- B
7- B	8- B
9- A	10- B
11- C	12- D
13- D	14- C
15- A	16- D
17- E	18-

AULA 41 - FORÇA MAGNÉTICA

		1- B
2- C	3- B	4- D
5- A	6- A	7- B
8- B	9- B	10- A

AULA 42 - INDUÇÃO ELETROMAGNÉTICA

1- C	2- 10 a
3- D	4- C
5- 2.10^{3} rad/s	6- 165 v e 5,3 a.
7- D	8- C

AULA 43 – TÓPICOS DE FÍSICA MODERNA

1- C	1- C
2- D	3- C

CURSO CIDADE - EsPCEX