

RED DE UNIVERSIDADES DE LA UNASUR

FISICA II



3078

PROBLEMAS

Vol.1

REGULO SABRERA ALVARADO





Tercera Edición, Febrero 2017

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N° 2016-0054 (Ley N° 26905/D.S. N°017-98-ED)

R.U.C N° 20537993442

ISBN : 977-614-4002-11-6

Area : Superior

Diseño de carátula

© Departamento de Edición y Producción ASM

FISICA II 3078 PROBLEMAS

Derechos Reservados / Decreto Ley 822

Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, su tratamiento informático la transmisión por ninguna forma ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos sin permiso previo y por escrito de los titulares de Copyright.

**RED DE UNIVERSIDADES
DE LA UNASUR**

FISICA II

3078

PROBLEMAS



Colección Tesla

Régulo A. Sabrera Alvarado
Catedrático de Física, Matemática
Computación y SocioFísica



Dedicatoria



*A la juventud estudiosa
y trabajadora, que con
sus ideas y acciones innovadoras
transforman
a diario el mundo*



PROLOGO

Este libro ha sido escrito pensando en hacer de él un libro de problemas para el desarrollo del curso de Física II a nivel superior. El presente libro contiene los siguientes temas: oscilaciones, elasticidad, hidrostática, tensión superficial y capilaridad, hidrodinámica, calor y temperatura, teoría cinética de gases, termodinámica, ondas y sonido. El enunciado y la solución de los problemas se realizan en su mayoría en el Sistema Internacional y a la luz de los avances de la ciencia contemporánea. La intención del autor es la de ofrecer al estudiante una oportunidad para aumentar su comprensión, apreciación y aplicación de las leyes y principios de la teoría de la mecánica de fluidos, el calor y la termodinámica, a través de la solución de una buena cantidad de problemas que le permitan consolidar estos conceptos teóricos, que lo conforman.

Dado que la duración del dictado y desarrollo del curso de Física II es de 16 semanas el contenido de este texto se ha distribuido para desarrollarlo en 16 semanas. De otro lado, la obra está dividida en la forma que el autor cree que es la más conveniente, es decir, los **3078** problemas propuestos que se presentan, se han seleccionado cuidadosamente y organizado de una manera gradual, según su grado de dificultad. Al final del libro se presenta un apéndice que contiene equivalencias, constantes físicas, factores de conversión, prefijos del sistema internacional (S.I.), un formulario completo del curso de Física II,...etc.

El objetivo de éste trabajo, que es resultado de la experiencia del autor de haber dictado por muchos años en las aulas universitarias, el curso de Física II en las diferentes Facultades de Ingeniería, tales como Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Civil, Química, Industrial, Sistemas, Telecomunicaciones, etc..es la de servir a la juventud estudiosa, progresista, innovadora y con ansias de superación, que en la actualidad siguen estudios en alguna especialidad de Ciencias ó Ingenierías en las diferentes Universidades Estatales ó Privadas de la Red de Universidades de la **UNASUR (R.U.U)**, y que entusiastamente acometen la transformación que requiere con urgencia nuestras sociedades.

Finalmente, quiero expresar mi mayor agradecimiento a todas aquellas personas que colaboraron con entusiasmo y dedicación en la edición del presente trabajo, especialmente a la Srta. Karen Lara Torres, quién, se encargo de la digitación, diseño y diagramación del texto. Desde ya, me comprometo a superarme y hacer todo lo necesario para mejorar las futuras ediciones.

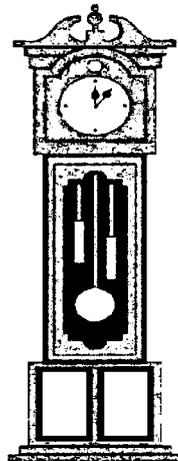
 Régulo A. Sabrera A.
Autor

CONTENIDO

			Página
<u>Cap.01</u>	481	problemas de Oscilaciones	(007)
<u>Cap.02</u>	209	problemas de Elasticidad	(148)
<u>Cap.03</u>	451	problemas de Hidrostática	(213)
<u>Cap.04</u>	100	problemas de Capilaridad	(267)
<u>Cap.05</u>	320	problemas de Hidrodinámica	(406)
<u>Cap.06</u>	326	problemas de Cinética de Gases	(520)
<u>Cap.07</u>	481	problemas de Calor y Temperatura	(612)
<u>Cap.08</u>	505	problemas de Termodinámica	(753)
<u>Cap.09</u>	205	problemas de Ondas y Sonido	(840)
Apéndice			(942)

CAP-1

OSCILACIONES



- **Conceptos fundamentales**
- **Oscilaciones armónicas simples**
- **Oscilaciones armónicas amortiguadas**
- **Oscilaciones armónicas forzadas**
- **Superposición de oscilaciones**



OSCILACIONES

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

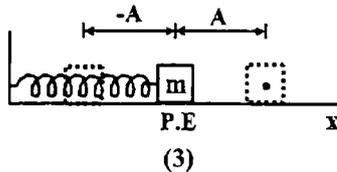
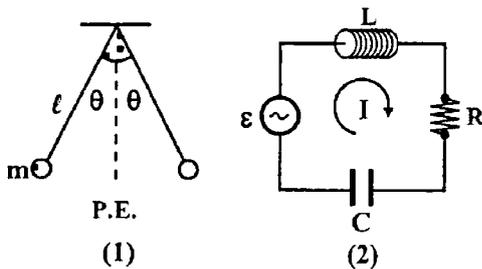
a) Oscilación

Es todo movimiento o cambio de estado físico que se repite en el tiempo, según su naturaleza física las oscilaciones pueden ser: mecánicas, electromagnéticas, atómicas, de presión, moleculares, etc...

Ejemplo: 01

Algunas formas de oscilaciones son:

- 1) Movimiento de un péndulo simple.
- 2) Oscilaciones en un circuito eléctrico.
- 3) Movimiento de un cuerpo conectado a un resorte.



- 4) El movimiento de la Luna alrededor de la Tierra.
- 5) Las oscilaciones de los átomos en una molécula.
- 6) La oscilación de la cuerda de un violín.
- 7) Las oscilaciones de las moléculas de aire a lo largo de la línea de propagación de la onda acústica (sonido).

8) Las oscilaciones del campo eléctrico y magnético, perpendiculares a la dirección de propagación de la onda electromagnética.

b) Oscilación periódica

Es aquella oscilación cuyos valores variables "s(t)" de sus magnitudes físicas se repiten cada cierto intervalo de tiempo constante llamado período "T", esto es:

$$s(t) = s(t + T)$$

Ejemplo: 02

El movimiento de un péndulo que oscila en un plano vertical es periódico, pues, en este caso $s = \theta$, es el ángulo formado por la cuerda que sujeta al péndulo y la vertical, se repite cada cierto intervalo de tiempo, llamado periodo.

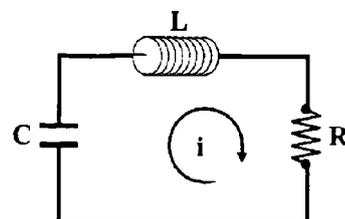
c) Período (T)

Es el tiempo mínimo después del cual se repiten los valores de todas las magnitudes físicas que definen el movimiento oscilatorio. También, se podría decir que período "T", es el tiempo correspondiente a una oscilación completa.

👉 **Unidad:** "T" se mide en segundos (s)

Ejemplo: 03

En el circuito eléctrico C-R-L formado por el condensador "C", la resistencia eléctrica "R", y la bobina inductora "L" las magnitudes físicas que oscilan y definen el movimiento oscilatorio, son:



- La intensidad de corriente eléctrica "i".
- La carga eléctrica "q" en las placas del condensador.
- La diferencia de potencial "V" entre las placas del condensador.

d) Frecuencia (f)

La frecuencia de una oscilación periódica, es el número de oscilaciones completas realizadas en la unidad de tiempo, es decir:

$$f = \frac{1}{T}$$

☞ **Unidad:** "f" se mide en hertzios (Hz)

e) Amplitud (A)

Es el valor máximo que alcanzan las magnitudes físicas que caracterizan el movimiento oscilatorio durante la oscilación periódica.

Ejemplo: 04

En las oscilaciones armónicas simples que realiza un cuerpo conectado a un resorte, la amplitud es la deformación máxima que experimenta el resorte.

f) Oscilaciones libres

Se denominan oscilaciones libres, naturales ó propias, a aquellas que se producen en ausencia de fuerzas externas que actúen sobre el sistema oscilatorio y surgen como consecuencia de cualquier desviación inicial.

g) Oscilaciones lineales

Se dice que un sistema oscilante con un sólo grado de libertad es lineal, si las oscilaciones libres de este sistema son armónicas, en caso contrario se dice que el sistema es inarmónico.

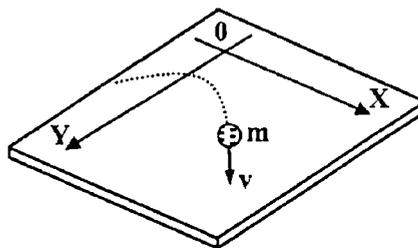
h) Grados de libertad

En un sistema mecánico el número de grados de libertad es el número mínimo de números reales que se utilizan para determinar completamente el estado físico. El concepto aparece en mecánica clásica y en termodinámica.

- En mecánica, por cada partícula libre del sistema y por cada dirección en la que ésta es capaz de moverse existen dos grados de libertad, uno relacionado con la posición y el otro con la velocidad.
- El número de grados de libertad de un sistema cuando existen ligaduras entre las partículas, será el número total de variables, menos el número de ligaduras que las relacionan.

Ejemplos: 05

- 1) Una partícula libre se mueve con 6 grados de libertad, 3 correspondientes a sus coordenadas de posición y 3 a las componentes de su velocidad.



- 2) Una partícula que es obligada a moverse en el espacio sobre una superficie, posee 4 grados de libertad, 2 correspondientes a sus coordenadas de posición (x, y) y 2 a las componentes de su velocidad (v_x , v_y), pues, la superficie supone una ligadura para las posiciones y para las velocidades.

i) Oscilaciones moduladas

Se dice que una oscilación armónica de amplitud $A(t)$ es modulada si $|dA/dt| \ll \omega A_{\text{máx}}$; se dice que la amplitud de la

oscilación es modulada si su fase " Φ " es una constante; y se dice que la frecuencia " f " de la oscilación es modulada si su amplitud es una constante.

j) Resonancia

➤ Concepto

La resonancia es un fenómeno que se produce cuando un cuerpo capaz de oscilar (o vibrar) es sometido a la acción de una fuerza periódica, cuya frecuencia de oscilación coincide con la frecuencia de oscilación característico de dicho cuerpo. En estas circunstancias el cuerpo oscila, aumentando de forma progresiva la amplitud de su movimiento oscilatorio, bajo la acción de la fuerza externa. Por ejemplo se produce resonancia, cuando la frecuencia de oscilación de las moléculas de un líquido coincide con la frecuencia de la luz que incide en ella, produciéndose una gran absorción de energía.

➤ Efecto

El efecto de resonancia puede ser destructivo en algunos materiales rígidos como el vaso que se rompe cuando una soprano canta y alcanza la frecuencia de resonancia del mismo. Por la misma razón, no se permite el paso por puentes de tropas marcando el paso, ya que pueden entrar en resonancia y derrumbarse.

➤ Tipos

Según la naturaleza de la interacción, se presentan diferentes tipos de resonancia, así, tenemos:

1) Acústica

La resonancia consiste en el reforzamiento de ciertas frecuencias sonoras, como resultado de la coincidencia de ondas similares en frecuencias, es un caso particular de la resonancia mecánica.

2) Mecánica

La resonancia mecánica de un sistema mecánico consiste en el aumento de la amplitud del movimiento de este, debido a la aplicación de una fuerza pequeña en fase con el movimiento.

3) Electrónica

Se produce el fenómeno de resonancia, cuando la frecuencia propia del circuito eléctrico coincide con la frecuencia de una excitación externa.

4) Electromagnetismo

Se refiere a la resonancia magnética nuclear, la cual, se produce cuando la frecuencia propia del cuerpo (a nivel molecular) coincide con la del campo magnético externo.

5) Astronomía

La resonancia orbital de los planetas, se produce cuando sus periodos de traslación o rotación están relacionados mediante fracciones de números enteros.

6) Química

Se produce a nivel de los enlaces entre los átomos de una molécula. Numerosos compuestos orgánicos presentan resonancia, como en el caso de los compuestos aromáticos.

7) Física de partículas

Las resonancias son hadrones de corta vida que se desintegran por medio de la interacción fuerte en otras partículas más ligeras.

➤ Utilidad

Algunas de las aplicaciones que tiene el fenómeno de resonancia, son:

- 1) En la resonancia nuclear magnética, se utilizan para el diagnóstico y examen de posibles defectos o anomalías en el organismo humano.
- 2) Se utilizan para obtener el espectro vibracional de las moléculas de un gas.

- 3) Del mismo modo se utilizan para obtener el espectro atómico de los átomos en un cristal.
- 4) Permite la transmisión de voz y sonido de un emisor a un receptor, gracias a lo cual escuchamos las noticias, música, imagen, etc...



- 5) En los paneles solares, se utilizan para la absorción de máxima energía proveniente del Sol.
- 6) En el proceso de fotólisis, permite la absorción de energía por las plantas.
- 7) En las técnicas de espectroscopia, se utilizan el efecto de resonancia.
- 8) Se utilizan en el diseño y construcción de los sistemas de suspensión de los automoviles.

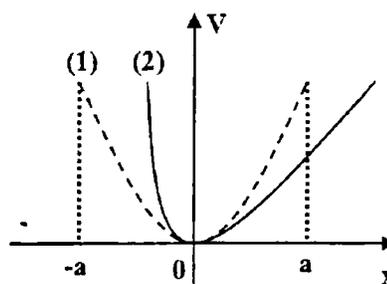
k) Oscilaciones solares

Midiendo la razón entre los diámetros polar y ecuatorial del Sol, se descubrió que el Sol oscila como si fuese de gelatina, hinchándose cuando los polos se contraen y contrayéndose cuando los polos se alargan. Posteriormente se estableció para estas oscilaciones una variedad de períodos que van desde los cinco a los setenta minutos.

- Estas oscilaciones permiten estudiar la estructura interna del Sol de la misma manera que los terremotos permiten a los geólogos, estudiar la estructura interna de nuestro planeta.

l) Oscilaciones inarmónicas

Se llaman así, a las oscilaciones que realizan los cuerpos alrededor de su posición de equilibrio, bajo la acción de una fuerza " \bar{F} " que se deriva de un potencial " V " que no presenta simetría, respecto de la posición de equilibrio. Por ejemplo, las oscilaciones que realiza un péndulo de resorte de constante elástica " k ", bajo la acción de la fuerza unidimensional $F = -Ax + Bx^2$, es inarmónica., debido a la presencia del término cuadrático Bx^2



- (1) Potencial presenta simetría.
- (2) Potencial no presenta simetría.

m) Importancia de las oscilaciones

Para el estudio de las oscilaciones, se han diseñado y construido aparatos y dispositivos que han permitido el avance de la tecnología, apareciendo modernos dispositivos eléctricos, electrónicos, hidráulicos, de informática, de investigación, etc, que nos permiten por ejemplo la comunicación en línea, mediante la utilización de fibras ópticas. En la medicina se utiliza el fenómeno de resonancia magnética, para auscultar y examinar órganos de difícil acceso.

2. VIBRACIONES MECÁNICAS

a) Definición

Se llama vibración a la propagación de ondas elásticas produciendo deformaciones y tensiones sobre un medio continuo. Como ejemplos de vibraciones tene

mos el golpeteo de una placa, el rasgueo de las cuerdas de una guitarra, el impulso y deformación inicial de un sistema de masa resorte, el intenso caminar de una persona sobre un puente peatonal, un rotor desbalanceado cuyo efecto es vibración por desbalance, las vibraciones producidas por el funcionamiento del motor de un automóvil,...etc.

b) Tipos de vibraciones

Las vibraciones mecánicas que pueden presentarse en un sistema, pueden ser:

- 1) Vibraciones armónicas simples
- 2) Vibraciones armónicas amortiguadas.
- 3) Vibraciones armónicas forzadas.
- 4) Vibraciones armónicas amortiguadas forzadas.
- 5) Vibraciones inarmónicas.

c) Diferencias entre oscilaciones y vibraciones

Algunas de las principales y más importantes diferencias entre oscilaciones y vibraciones, son:

- 1) En las oscilaciones hay conversión de energías cinética en potencial gravitatoria y viceversa, mientras que en las vibraciones hay intercambio entre energía cinética y energía potencial elástica.
- 2) Debido a la pequeñez relativa de las deformaciones locales respecto a los desplazamientos del cuerpo, las vibraciones generan movimientos de menor magnitud que en las oscilaciones en torno a un punto de equilibrio.
- 3) Además las vibraciones al ser de movimientos periódico (o cuasiperiódicos) de mayor frecuencia que las oscilaciones suelen generar ondas sonoras lo cual constituye un proceso disipativo que consume energía. Además las vibraciones pueden ocasionar fatiga de materiales.

d) Efectos que producen en el organismo las vibraciones mecánicas

Los efectos que producen en el organismo humano las vibraciones, dependen de su frecuencia, así, tenemos:

- 1) De baja frecuencia ($f < 2$ Hz)
Provocan alteraciones en el sentido del equilibrio, provocando mareos, náuseas y vómitos. Son por ejemplo las vibraciones que producen el movimiento de un barco o un automóvil.
- 2) De media frecuencia ($2 < f < 20$ Hz)
Afectan sobre todo a la columna vertebral y al aparato digestivo.
- 3) De alta frecuencia ($20 < f < 300$ Hz)
Pueden producir quemaduras por rozamiento y problemas locomotores.

e) Fatiga de materiales

En ciencia de los materiales, se llama fatiga de un material al fenómeno en el que se rompe o fractura el material bajo cargas dinámicas cíclicas (fuerzas repetidas aplicadas sobre el material) bajo la acción de cargas inferiores a las cargas estáticas que producirían la rotura.



Por ejemplo, flexionando repetidamente un alambre, este se rompe fácilmente, pero la fuerza que hay que hacer para romperlo en una sola flexión es muy grande. La fatiga es una forma de rotura que ocurre en estructuras sometidas a tensiones dinámicas y fluctuantes (puentes, automóviles, aviones, etc)

3. OSCILACION ARMÓNICA SIMPLE (M.A.S)

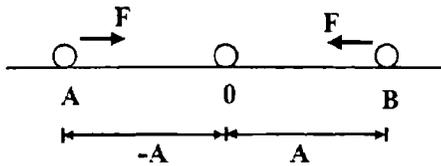
a) Definición

Se dice que una partícula tiene un movimiento armónico simple M.A.S cuando su posición lineal " x " o angular " θ " en función del tiempo " t ", se representa mediante una función del tipo sinusoidal.

b) Características

En un movimiento armónico simple de una partícula, se presentan las siguientes características.

- 1) La partícula se mueve entre dos puntos A y B equidistantes de la posición de equilibrio 0, en intervalos de tiempo iguales.



- 2) La partícula se mueve en todo instante, bajo la acción de una fuerza recuperadora \vec{F} que depende directamente del desplazamiento lineal " Δx " angular " $\Delta \theta$ " que experimenta la partícula. Esta fuerza en todo instante apunta hacia la posición de equilibrio 0.
- 3) En los extremos A-B de la trayectoria que describe el movimiento de la partícula, su velocidad es nula, en tanto, en la posición de equilibrio 0 (punto central), su velocidad es máxima.
- 4) La energía mecánica total de la partícula se conserva, por lo que, en los extremos A-B su energía es totalmente potencial, en tanto, en la posición de equilibrio 0 su energía es puramente cinética.
- 5) La frecuencia " f " y el periodo " T " del movimiento son independientes de la amplitud " A " del movimiento oscilatorio.

- 6) Dos o más movimientos armónicos simples, pueden superponerse entre sí, dando como resultado un solo movimiento oscilatorio. (Principio de superposición)

c) Posición de equilibrio

Es la posición en la cual la magnitud de la fuerza que actúa sobre la partícula oscilante se anula, en la Figura la posición de equilibrio se ubica en 0.

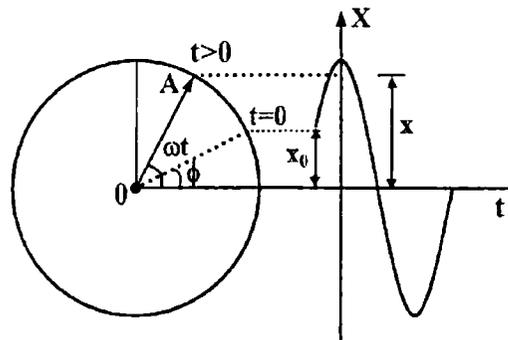
d) Elongación

Se llama así, al desplazamiento lineal " Δx " angular " $\Delta \theta$ " que experimenta la partícula que oscila, medida desde la posición de equilibrio 0 hasta cualquier posición en un instante dado. Si la posición de equilibrio se escoge como origen del sistema de coordenadas, el desplazamiento coincide con la posición.

e) Fuerza recuperadora

Se llama así, a la fuerza que producen las oscilaciones armónicas simples de un cuerpo ó partícula, en el péndulo de resorte la fuerza recuperadora es una fuerza interna que surge en el resorte debido a la deformación que experimenta esta, en el péndulo simple la fuerza recuperadora es la componente de la fuerza de gravedad " $m\vec{g}$ " en la dirección del desplazamiento de la partícula, etc...

f) Vector rotante



$$x = A \text{sen}(\omega t + \phi)$$

La posición del movimiento armónico simple de la partícula, puede obtenerse como la proyección sobre el eje X del vector rotante \vec{A} de magnitud igual al de la amplitud de la oscilación, que gira con una velocidad angular constante " ω ", en el sentido opuesto al de las manecillas del reloj, esto es:

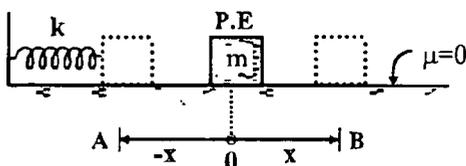
- El ángulo $\theta = \omega t + \phi$ que forma el vector rotante \vec{A} con el eje temporal (eje horizontal) en el instante $t > 0$, se llama fase del movimiento.
- El ángulo " ϕ " que forma el vector rotante " A " con el eje temporal, en el instante $t=0$ en que se inicia la oscilación, se llama fase inicial. La partícula inicia sus oscilaciones en la posición inicial $x=x_0$.
- El valor de la fase inicial " ϕ ", depende de las condiciones iniciales del problema dado, es decir, de la posición inicial " x_0 " y velocidad inicial " v_0 ".

4. EJEMPLOS DE OSCILACIONES ARMONICAS SIMPLES

Algunos ejemplos muy conocidos de movimientos armónicos simples, son:

I. PÉNDULO DE RESORTE

a) Definición



Es un cuerpo de masa " m ", conectado a un resorte de constante elástica " k " cuyo extremo izquierdo está fijó, y que realiza

oscilaciones rectilíneas a lo largo del eje X, entre los extremos A y B, pasando por la posición de equilibrio (P.E).

b) Ecuación de movimiento

Como en todo instante el cuerpo de masa " m " se mueve bajo la acción de la fuerza de recuperación elástica del resorte " $-kx$ ", entonces, de la ecuación fundamental del movimiento de traslación, obtenemos la ecuación de movimiento, así:

$$F_R = ma \Rightarrow -k \cdot x = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Definiendo: $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$, como la frecuencia angular propia o natural de las oscilaciones simples, obtenemos:

$$\frac{dx^2}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden homogénea.

Nota

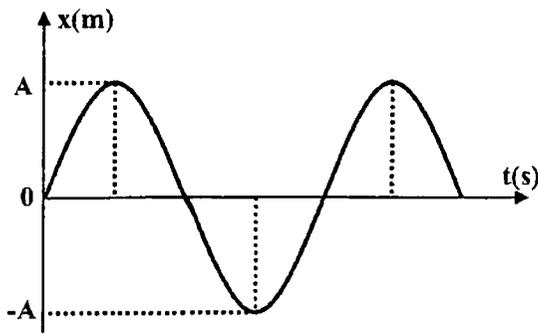
La ecuación de movimiento del cuerpo es importante, por que, su solución nos proporciona toda la información del movimiento.

c) Posición instantánea (x)

La solución general de la ecuación diferencial anterior, nos da la posición instantánea del cuerpo:

$$x(t) = A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$$

siendo, " ω_0 " la frecuencia angular, " A " la amplitud, y " θ_0 " la fase inicial. La representación gráfica de la posición x en metros en función del tiempo en segundos, para $\theta_0 = 0^0$ es:



d) Velocidad instantánea (v)

La velocidad instantánea del cuerpo, es la primera derivada temporal de la posición, esto es:

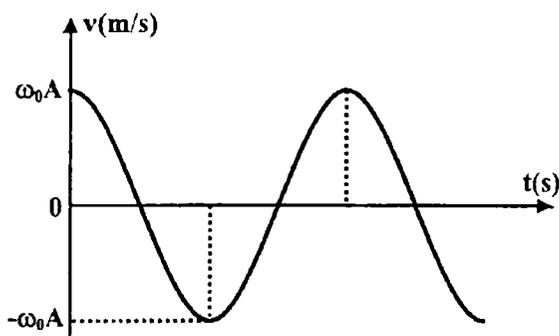
$$v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

la velocidad instantánea es máxima en la posición de equilibrio (0), y nula en los extremos A y B.

- Se verifica que, la velocidad instantánea "v" en función de la posición "x", puede expresarse, así:

$$v = \omega_0 \sqrt{A^2 - x^2}$$

- La diferencia de fase entre la posición y la velocidad instantáneas es $\pi/2$.
La representación gráfica de la velocidad (en m/s) en función del tiempo (en s), para $\theta_0 = 0^\circ$ es:



e) Aceleración instantánea (a)

La aceleración instantánea del cuerpo, es

la derivada temporal de la velocidad instantánea, es decir:

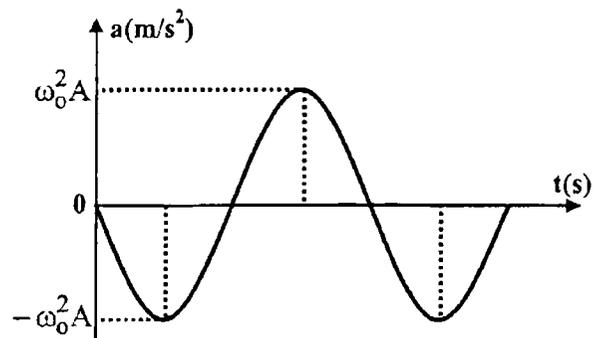
$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$$

$$a = -\omega_0^2 x$$

Como se observa la aceleración del cuerpo varía en el tiempo, siendo su valor máximo en los extremos A y B; y nulo en la posición de equilibrio (0).

La diferencia de fase entre la posición y aceleración instantáneas es π .

La representación gráfica de la aceleración (en m/s^2) en función del tiempo (en s), para $\theta_0 = 0^\circ$ es:



f) Frecuencia angular

Igualando la fuerza anterior, a la fuerza recuperadora del resorte $F = -kx$, obtenemos la frecuencia angular de las oscilaciones libres que realiza el cuerpo de masa "m", unido al resorte de constante elástica "k", así:

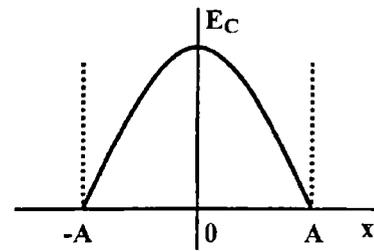
$$\omega_0 = (k/m)^{1/2}$$

g) Período (T) y frecuencia (f)

El período y la frecuencia del movimiento oscilatorio armónico simple del cuerpo, viene dado por:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{m}{k}\right)^{1/2}$$

siendo, "k" la constante elástica del resorte, el cual, depende de la estructura intema del material con que está hecho el resorte. Debe mencionarse que no todos los cuerpos presentan la propiedad de la elasticidad, es decir, de ser susceptibles a ser deformados y de recuperar su forma inicial.



h) Condiciones iniciales

Se llaman condiciones iniciales, al concimiento de la posición " x_0 " y velocidad " v_0 ", en el instante inicial " t_0 " del movimiento; conocidas estas cantidades se hallan la amplitud "A" y la fase inicial " θ_0 ", a partir de las ecuaciones de posición y velocidad instantáneas, obteniéndose:

$$A = [x_0^2 + (\frac{v_0}{\omega_0})^2]^{1/2}$$

$$\theta_0 = \text{tg}^{-1}(\frac{x_0 \omega_0}{v_0})$$

se debe mencionar, que no siempre, el instante de tiempo inicial " t_0 " es cero.

i) Energía cinética (E_C)

La energía cinética del péndulo de resorte, en su movimiento armónico simple, en todo instante de tiempo es:

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \cos^2(\omega t + \theta_0)$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (A^2 - x^2)$$

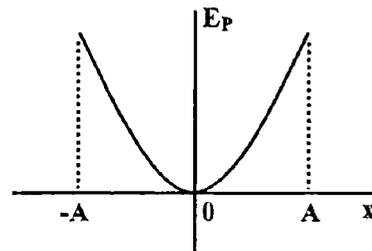
<< Ecuación de una parábola con vértice en $(0; m\omega_0^2 A^2/2)$, y que se abre hacia abajo >>

j) Energía potencial (E_P)

En la Figura, la energía potencial del péndulo de resorte, en cualquier instante de tiempo, es la energía potencial elástica almacenada en el resorte, el cual, viene dado por:

$$E_P = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$$

<< Ecuación de una parábola con vértice en $(0; 0)$, y que se abre hacia arriba >>



- Como se aprecia, la energía potencial es máxima en los extremos del movimiento oscilatorio, y nulo en la posición de equilibrio (P.E).

k) Energía mecánica (E_M)

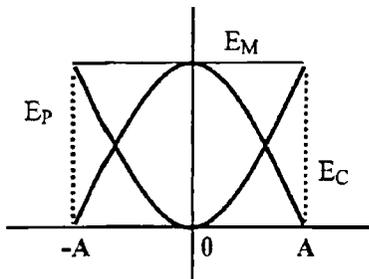
La energía mecánica del péndulo de resorte, es la suma de sus energías cinética " E_C " y potencial elástica " E_P ", esto es:

$$E_M = E_C + E_P$$

$$E_M = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$$

$$E_M = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$$

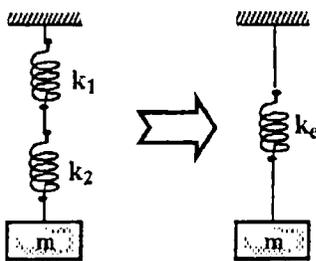
<< La E_M es una constante del movimiento oscilatorio >>



ℓ) **Conexión de resortes**

Los resortes pueden conectarse de dos formas, las cuales son:

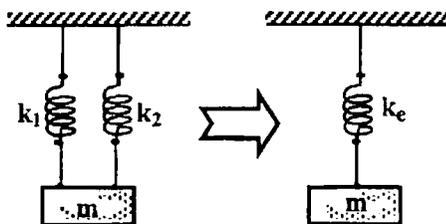
1) Conexión en serie



Dos resortes de constantes elásticas " k_1 ", " k_2 " conectados en serie, puede reemplazarse por un solo resorte, cuya constante elástica " k_e ", viene dado por:

$$k_e = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

2) Conexión en paralelo



Dos resortes de constantes elásticas " k_1 " " k_2 " conectados en paralelo, puede

sustituirse por un solo resorte, cuya constante elástica " k_e ", viene dado por:

$$k_e = k_1 + k_2$$

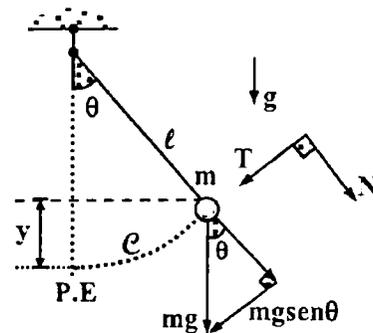
Cuidado

- 1) La fórmula de conexión en serie es cierta, bajo la suposición que el peso actúa por igual en los dos resortes.
- 2) La fórmula de conexión en paralelo es cierta, bajo la suposición que los dos resortes experimentan la misma deformación, lo cual, sólo se cumple si $k_1 = k_2$ o $k_1 \approx k_2$.

II. PÉNDULO SIMPLE

a) **Definición**

Se llama así, al cuerpo de masa " m " unida a una cuerda inelástica (ó varilla) de longitud " ℓ " y peso despreciable, que realiza oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio P.E., bajo la acción de la fuerza de gravedad " $m\vec{g}$ ", moviéndose en un plano vertical. La amplitud máxima de las oscilaciones " θ_0 ", debe ser un ángulo de aproximadamente de 5° .



En la Figura, \hat{T} y \hat{N} vectores unitarios en la dirección tangente y normal a la trayectoria curvilínea C que describe el péndulo.

b) **Características**

Algunas de las principales características que presenta el péndulo simple, son:

- 1) El periodo de sus oscilaciones es independiente de su masa "m".
- 2) Su periodo "T" y frecuencia angular " ω_0 ", sólo dependen de su longitud " ℓ " y de la aceleración debida a la gravedad " \bar{g} ".
- 2) Su periodo "T" y frecuencia "f" es independiente de la amplitud " θ_0 ", de las oscilaciones.
- 4) El movimiento oscilatorio del péndulo se realiza en un mismo plano vertical.

Nota

Para amplitudes angulares " θ_0 " mayores a 5° , el periodo no es constante, depende de la amplitud de las oscilaciones " θ_0 ", y viene dado por:

$$T = 2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{13}{256}\right)^2 k^4 + \dots \right]$$

siendo, $k = \sin(\theta_0/2)$

c) Ecuación de movimiento

En la Figura, el movimiento del péndulo es producida por la componente tangencial del peso " $mg \sin \theta$ ", por lo que, de la ecuación fundamental del movimiento de traslación, tenemos:

$$F_R = ma \Rightarrow -mg \sin \theta = m \frac{d^2 s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2(\ell \theta)}{dt^2} + g \sin \theta = 0$$

Para pequeños ángulos, $\sin \theta \approx \theta$, de modo que la expresión, queda así:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0$$

siendo, $\omega_0 = (g/\ell)^{1/2}$ la frecuencia angular del movimiento armónico simple del péndulo, y \bar{g} la aceleración de la gravedad.

d) La posición angular

La solución de la ecuación diferencial anterior, nos da, la posición angular instantánea " θ " del péndulo, con respecto a la vertical, esto es:

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \delta)$$

siendo, " θ_0 " la amplitud, y " δ " la fase inicial del movimiento oscilatorio.

e) Período y frecuencia

El período "T" y la frecuencia "f" del movimiento oscilatorio simple del péndulo, viene dado por:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2}$$

siendo, \bar{g} la aceleración de la gravedad.

f) Energía potencial (E_P)

En la Figura, la energía potencial gravitacional del péndulo simple, en todo instante de tiempo, viene dado por:

$$E_P = mgy = mg\ell(1 - \cos \theta)$$

Para, " θ " muy pequeño, puede utilizarse la siguiente aproximación:

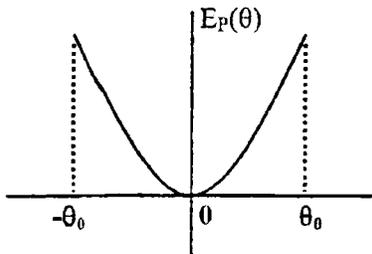
$$\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta^2$$

Con esto la expresión de la energía potencial, queda así:

$$E_P(\theta) \approx \frac{1}{2} mg\ell \theta^2$$

<< Ecuación de una parábola con vértice en (0; 0), y que se abre hacia arriba >>

Representación de la curva de la energía potencial E_p en función del ángulo " θ ".



- Como se aprecia, la energía potencial es máxima en los extremos del movimiento oscilatorio, y nulo en la posición de equilibrio (P.E).

g) Energía cinética (E_C)

La energía cinética del péndulo simple, en su movimiento armónico simple, en todo instante de tiempo es:

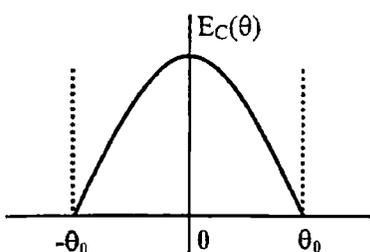
$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\dot{\ell\theta})^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \ell^2 [\omega_0 \theta_0 \cos(\omega_0 t + \delta)]^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \ell^2 \omega_0^2 [\theta_0^2 - (\theta_0 \text{sen}(\omega_0 t + \delta))^2]$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \ell^2 \omega_0^2 (\theta_0^2 - \theta^2)$$

$$E_C = \frac{1}{2} m g \ell (\theta_0^2 - \theta^2)$$



<< Ecuación de una parábola con vértice en (0; $mg\ell/2$), y que se abre hacia abajo >>

h) Energía mecánica (E_M)

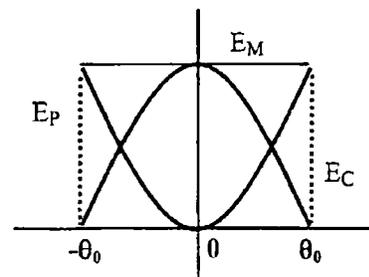
La energía mecánica del péndulo simple, es la suma de sus energías cinética " E_C " y potencial gravitatoria " E_p ", esto es:

$$E_M = E_C + E_p$$

$$E_M = \frac{1}{2} m g \ell \theta_0^2 - \frac{1}{2} m g \ell \theta^2 + \frac{1}{2} m g \ell \theta^2$$

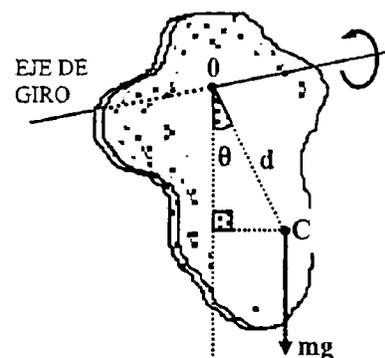
$$E_M = \frac{1}{2} m g \ell \theta_0^2$$

<< La E_M es una constante del movimiento oscilatorio >>



III. PÉNDULO FÍSICO

a) Definición



Se llama péndulo físico a un cuerpo rígido que realiza oscilaciones alrededor de

un eje horizontal fijo que pasa por el punto O llamado punto de giro, el cual, no puede ser el centro de masa C del cuerpo; y bajo la acción de su propio peso " $m\vec{g}$ ".

b) Ecuación de movimiento

De la ecuación fundamental para movimiento de rotación, el momento de la fuerza resultante " M_R " respecto de O , es igual, al momento de inercia " I_o " por la aceleración angular " α ", esto es:

$$M_R = I_o \alpha = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$-mg d \sin \theta = I_o \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Para, " θ " muy pequeño, $\sin \theta \approx \theta$, de modo que la expresión, queda así:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mg d}{I_o} \theta = -\omega_0^2 \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0$$

siendo, $\omega_0^2 = mgd/I_o$ la frecuencia angular de un péndulo simple.

c) Período y frecuencia

El período y la frecuencia de las oscilaciones armónicas, que realiza el péndulo físico, viene dado por:

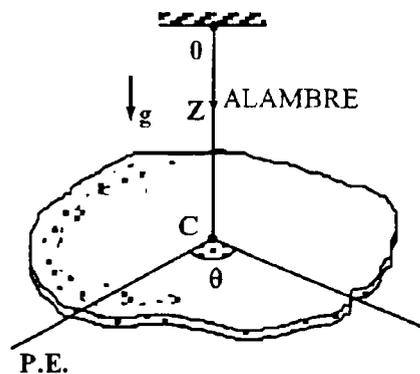
$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I_o}{mg d} \right)^{1/2}$$

Recordemos, que el momento de inercia " I_o " de un cuerpo rígido, depende de su forma y dimensiones.

d) Longitud reducida

Se llama longitud reducida " ℓ_{red} " de un péndulo físico a la longitud del péndulo simple que tiene el mismo período de oscilación que el del péndulo físico.

IV. PÉNDULO DE TORSIÓN



P.E. = Posición de equilibrio

a) Definición

Se llama péndulo de torsión al sólido suspendido de una varilla (alambre) elástica vertical de peso despreciable cuyo extremo superior está conectado rígidamente al punto O , y cuyo eje OZ coincide con uno de los ejes libres del sólido. El sólido realiza oscilaciones alrededor del eje OZ , producidas por las fuerzas elásticas de torsión.

b) Ecuación de movimiento

De la ecuación fundamental para movimiento de rotación, el momento de torsión " M_R " aplicado al centro de masa C del sólido, es igual, al momento de inercia " I " por la aceleración angular " α ", esto es:

$$M_R = -\kappa \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \theta = 0$$

siendo, $\omega_0 = (\kappa/I)^{1/2}$ la frecuencia angular de las oscilaciones libres, " κ " el coeficiente de torsión del alambre, y " I " el momento de inercia del sólido, respecto de su centro de masa C .

c) Coeficiente de torsión

Para un alambre uniforme de longitud " ℓ ", sección transversal de radio " r ", y módulo de cizalladura " G ", su coeficiente de torsión " κ ", viene dado por:

$$\kappa = \frac{\pi r^4 G}{2\ell}$$

d) Período y frecuencia

El período y la frecuencia de las oscilaciones armónicas, que realiza el péndulo de torsión, viene dado por:

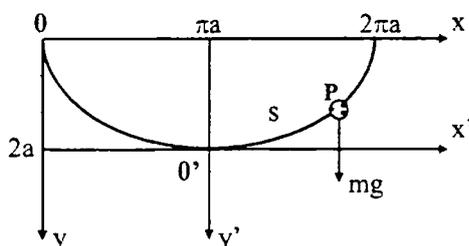
$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I}{\kappa}\right)^{1/2}$$

Recordemos que el momento de inercia " I " de un cuerpo rígido, depende de su forma geométrica y de sus dimensiones.

V. PÉNDULO CICLOIDAL

a) Definición

Se llama péndulo cicloidal al cuerpo ó partícula de masa " m " que se mueve bajo la acción de la fuerza de gravedad a lo largo de una cicloide, cuyo eje es vertical y cuya parte cóncava está abierta hacia arriba, como se aprecia en la Figura.



b) Ecuación de movimiento

Eligiendo como nivel de referencia la recta horizontal que pasa por el punto $0'$ y como coordenada generalizada la longitud " s " del arco de cicloide, medida desde el punto $0'$, se obtiene:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + \frac{mg}{8a} s^2 = E_0$$

las oscilaciones en el péndulo cicloidal se producirán si y sólo si $E_0 < 2mga$, siendo " a " un parámetro de la cicloide llamado el radio de la circunferencia generatriz, y " E_0 " la energía mecánica del cuerpo ó partícula.

c) Período y frecuencia

El período de las oscilaciones que realiza la partícula de masa " m ", viene dado por:

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{4a}{g}\right)^{1/2}$$

VI. PEQUEÑAS OSCILACIONES EN UN CAMPO

El periodo de las pequeñas oscilaciones aproximadamente armónicas simples, que realiza una partícula de masa " m ", alrededor de su posición de equilibrio estable " r_0 ", bajo la acción de un campo asociado a un potencial " $V(r)$ " es:

$$T = 2\pi \left[\frac{m}{(d^2V(r)/dr^2)_{r_0}} \right]^{1/2}$$

Para que la partícula realice oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio, su energía debe ser ligeramente mayor que " $V(r)$ ".

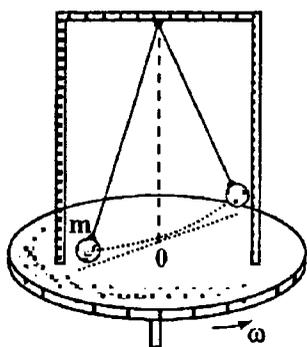
- Recordemos que el campo puede ser gravitatorio, eléctrico, magnético, nuclear, etc...

5. OTROS TIPOS DE PÉNDULOS

a) Péndulo de Foucault

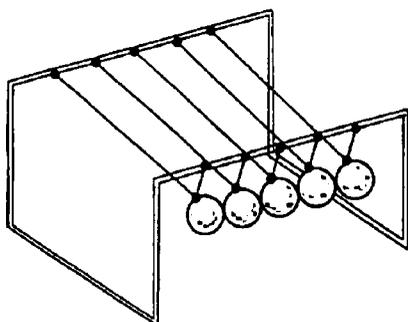
Es un péndulo esférico largo que puede oscilar libremente en cualquier plano vertical y capaz de oscilar durante horas. Se utiliza para demostrar la rotación de la Tierra y la fuerza de Coriolis.

- Un péndulo de Foucault situado en el ecuador no rota. Un péndulo situado en uno de los polos rota una vez al día. Un péndulo situado en cualquier otro punto de la Tierra rota con una velocidad directamente proporcional al seno de su latitud.



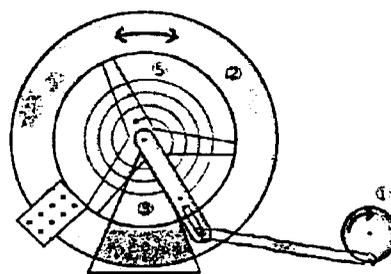
- Los péndulos de Foucault no utilizan ninguna fuerza motriz, estando suspendidos de un resorte mecánico para facilitar su oscilación y garantizar siempre la misma amplitud de oscilación. Para contrarrestar las pérdidas de energía por la fricción del aire, se crean pequeños campos electromagnéticos en la base, consiguiendo así la oscilación continua, sin intervención humana o mecánica.

b) Péndulo de Newton



Es un dispositivo que se utiliza para demostrar la conservación de la energía y movimiento. Está constituido por una serie de péndulos (normalmente 5) adyacentes. Cada péndulo está adjunto a un marco por medio de dos cuerdas de igual longitud inclinadas al mismo ángulo en sentido contrario la una con la otra. Si las cuerdas no son del mismo tamaño, las esferas estarán desequilibradas. Este arreglo de las cuerdas permite restringir el movimiento del péndulo a un mismo plano.

c) Péndulo de Pohl



Este dispositivo constituido por una rueda de cobre con un muelle espiral, se utiliza para estudiar las oscilaciones, libres, amortiguadas y forzadas. El péndulo giratorio se activa por medio de un motor eléctrico de velocidad variable. Para la atenuación se emplea un freno de corrientes parásitas de intensidad variable. Posee un anillo graduado con ranuras, indicador en el excitador y resonador para medir los desfases.

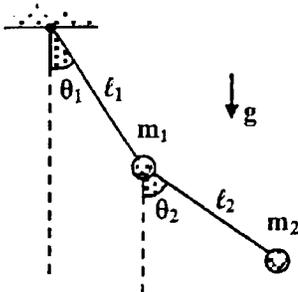
- Puesto que el péndulo de Pohl es una variante del péndulo de torsión, la frecuencia angular y período de sus oscilaciones libres vienen dados por las mismas expresiones; esto es:

$$\omega = \left(\frac{\tau}{I}\right)^{1/2} \quad \text{y} \quad T = 2\pi \left(\frac{I}{\tau}\right)^{1/2}$$

siendo, " τ " el coeficiente de torsión del resorte espiral, cuyo valor depende de su forma y del tipo de material, e " I " el momento de inercia del volante.

- El mecanismo de los relojes de pulsera mecánicos, accionado mediante un resorte espiral, tienen un periodo de oscilación que puede calcularse mediante la fórmula anterior. El reloj está regulado mediante el ajuste del momento de inercia de la rueda o volante, y de forma más precisa mediante el cambio del coeficiente de torsión " τ " del resorte.

d) Péndulo doble



El péndulo doble mostrado en la Figura está formado por dos péndulos simples de longitudes l_1 y l_2 , de los que cuelgan partículas de masas m_1 y m_2 . En un instante determinado t , los hilos inextensibles forman ángulos θ_1 y θ_2 con la vertical.

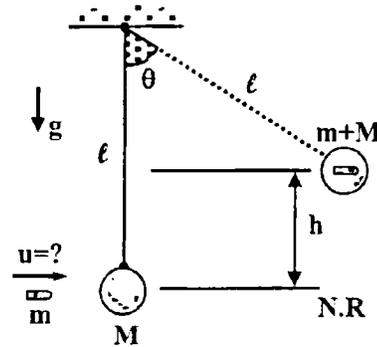
- Cuando $m_1 = m_2$ y $l_1 = l_2$ las frecuencias ω_1 y ω_2 de los modos normales de vibración tienen una expresión mucho más simple

$$\omega_1^2 = (2 - \sqrt{2}) \frac{g}{\ell} \quad \text{y} \quad \omega_2^2 = (2 + \sqrt{2}) \frac{g}{\ell}$$

e) Péndulo balístico

Es un dispositivo sencillo que se utiliza para medir la velocidad con la que impactan las balas (proyectiles en general) en objetos. Así, si el proyectil se queda incrustado en el bloque de impacto, de

las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento lineal (impulso lineal) y conservación de la energía, podemos obtener la velocidad del proyectil:

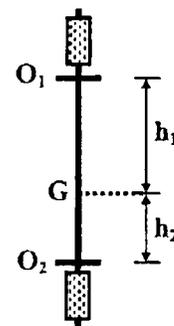


$$u = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gh}$$

siendo, " u " la velocidad del proyectil, " m " la masa del proyectil, " M " la masa del bloque, " g " la aceleración en caída libre y " h " la altura máxima que alcanza el péndulo balístico. Esta ecuación sólo es válida para proyectiles incrustados en el bloque, que alcanzan una altura " h ".

f) Péndulo reversible

Es un dispositivo que se utiliza para medir experimentalmente la aceleración de la gravedad " g ". Este dispositivo puede oscilar alrededor de 2 centros de suspensión, O_1 y O_2 , con sus respectivos periodos T_1 , T_2 y siendo h_1 , h_2 las distancias desde O_1 , O_2 al centro de gravedad G , como se muestra en la Figura.



Del teorema de los ejes paralelos, los momentos de inercia del péndulo reversible, respecto de los ejes que pasan por los puntos de suspensión O_1 y O_2 , respectivamente son:

$$I_1 = I_G + m h_1^2 \quad \text{y} \quad I_2 = I_G + m h_2^2$$

En tanto, los periodos de oscilación del péndulo reversible, respecto de los puntos de suspensión O_1 y O_2 son:

$$T_1 = 2\pi \left(\frac{I_1}{m g h_1} \right)^{1/2} \quad \text{y}$$

$$T_2 = 2\pi \left(\frac{I_2}{m g h_2} \right)^{1/2}$$

Sustituyendo " I_1 ", " I_2 " en " T_1 " y " T_2 ", obtenemos la expresión que se utiliza para medir experimentalmente la aceleración de la gravedad:

$$g = \frac{4\pi^2 (h_1^2 - h_2^2)}{h_1 T_1^2 - h_2 T_2^2}$$

g) Péndulo biofísico

Se llama así al péndulo (o varilla) utilizado en la radiestesia, la cual, es una ciencia que estudia y capta las radiaciones emitidas por los cuerpos ya sean animales, vegetales o minerales, por ejemplo, en la antigüedad se utilizaba en la búsqueda de manantiales de agua y fuentes de energía como el petróleo, gas, minerales y piedras preciosas.

h) Péndulo Cuántico

Se llama así a la partícula que se mueve sobre una circunferencia en ausencia de fricción, y bajo la acción de un campo eléctrico constante. El movimiento oscilatorio solo puede tener ciertas frecuencias " f_n " y periodos " T_n ".

i) Oscilador Armónico Cuántico

Como se vio anteriormente el oscilador armónico se emplea para estudiar sistemas que realizan pequeñas oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio. En este caso, el oscilador armónico cuántico se puede emplear para estudiar las oscilaciones de los átomos de una molécula diatómica, como la de hidrógeno, H_2 , o la de cloruro de hidrógeno, HCl .

- El oscilador armónico es uno de los casos en los que se obtiene una solución analítica sencilla de la ecuación de Schrödinger correspondiente a una partícula, cuyo hamiltoniano, viene dado por:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 y^2$$

- Para el caso de moléculas diatómicas, la masa " m " es la masa reducida del sistema. En la ecuación, el primer término del lado derecho, corresponde al movimiento de la partícula, en tanto, el segundo a su interacción con el campo. Como el hamiltoniano no depende del tiempo, los autoestados " E " de energía que puede tener la partícula, obtenemos de resolver la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo, que viene dado por:

$$\hat{H}|\psi(y)\rangle = E|\psi(y)\rangle$$

- La energía del nivel n -ésimo que puede tener la partícula, viene dado por:

$$E_n = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad \text{con, } n=0,1,2,3,\dots$$

siendo, " \hbar " la constante de Planck.

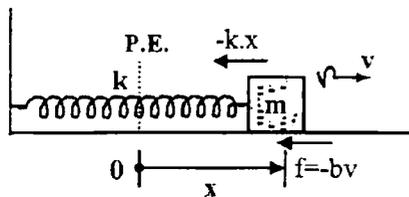
Conclusiones

- 1) Los niveles de energía se encuentran cuantizados, es decir, sólo pueden tomar una serie de valores discretos.

- 2) El nivel mínimo de energía no es cero, sino $(1/2)\hbar\omega$. Nótese que la función de onda de dicho estado muestra que la partícula no se encuentra en todo momento en la posición de equilibrio $y = 0$.

6. OSCILACION ARMONICA AMORTIGUADA

En la Figura, el cuerpo de masa "m" unido al resorte de constante elástica "k", realiza oscilaciones armónicas amortiguadas, alrededor de la posición de equilibrio (P.E.) bajo la acción de la fuerza recuperadora del resorte " $-k \cdot x$ " y la fuerza de fricción $f = -bv$ que depende de la velocidad instantánea.



- La energía del sistema oscilante disminuye con el transcurso del tiempo, debido a la disipación de la energía, a causa de la fricción.
- a) **Ecuación de movimiento**

Aplicando la ecuación fundamental del movimiento de traslación en la dirección del movimiento del cuerpo, obtenemos la ecuación diferencial que describe las oscilaciones armónicas amortiguadas, así:

$$F_R = m a$$

$$-k \cdot x - b v = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k x = 0$$

Definiendo: $b/2m = \delta$ como el coeficiente

de amortiguamiento y $\omega_0^2 = k/m$ como la frecuencia angular de las oscilaciones libres, la ecuación anterior queda, así:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

b) Soluciones generales

Se presentan tres casos diferentes en la solución de la ecuación diferencial, es tos son:

* Movimiento sobreamortiguado.

Este tipo de oscilación armónica se presenta cuando, $\delta^2 > \omega_0^2$ y $b^2 > 4mk$, y la solución general, viene dado por:

$$x(t) = e^{-\delta t} (A e^{\alpha t} + B e^{-\alpha t})$$

siendo, $\alpha = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ y A, B las constantes de integración, que se determinan de las condiciones iniciales del problema dado.

- Este tipo de movimiento oscilatorio es aperiódico (no periódico).
- La magnitud "x" disminuye monótonamente al aumentar t; el sistema regresa a su estado de equilibrio inicial, para $t \rightarrow \infty$.

* Movimiento críticamente sobreamortiguado.

Este tipo de oscilación armónica se presenta cuando, $\delta^2 = \omega_0^2$ y $b^2 = 4mk$, y la solución general, viene dado por:

$$x(t) = e^{-\delta t} (A + B t)$$

donde, las constantes de integración A y B, se hallan de las condiciones iniciales del problema dado.

- El sistema regresa a su estado de equilibrio inicial, de modo inmediato, sin producirse oscilaciones.

* Movimiento inframortiguado

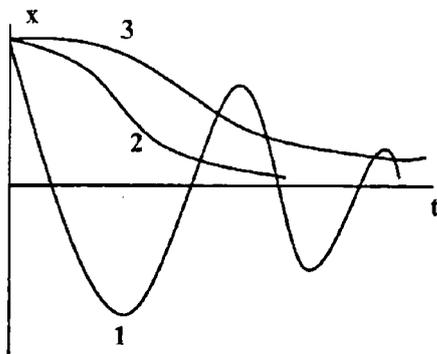
Este tipo de oscilación armónica se presenta cuando, $\delta^2 < \omega_0^2$ y $b^2 < 4mk$, y la solución general para la posición instantánea (x), viene dado por:

$$x(t) = e^{-\delta t} (B \sin \omega t + C \cos \omega t)$$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

siendo, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ la frecuencia angular de las oscilaciones amortiguadas, $A = \sqrt{B^2 + C^2}$ la amplitud máxima y la fase inicial (φ_0), los cuales, se hallan de las condiciones iniciales.

- La magnitud $A(t) = A e^{-\delta t}$ se llama la amplitud de las oscilaciones amortiguadas.
- Los valores de la amplitud en los instantes de tiempo $t, t + \Delta t, t + 2 \Delta t, \dots$ forman una progresión geométrica decreciente de razón $e^{-\delta \Delta t}$.
- A continuación representemos la gráfica de la posición "x" versus el tiempo "t", para los tres casos estudiados.



- (1) Infraamortiguado (2) Críticamente amortiguado (3) Sobreamortiguado

Como se observa en el movimiento críticamente amortiguado curva (2), la amplitud del movimiento oscilatorio decae rápidamente

a cero, mientras que en el caso infraamortiguado, la amplitud decae lentamente, después de haber realizado el cuerpo varias oscilaciones.

c) **Período del movimiento**

Se define como la diferencia de tiempo entre dos máximos (ó mínimos) sucesivos en el movimiento infraamortiguado; viene dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4mk - b^2}}$$

d) **Decremento logarítmico**

Se llama decremento logarítmico "ε" de una amortiguación, el logaritmo natural de la relación entre las amplitudes de las oscilaciones en los instantes t y t + Δt, es to es:

$$\epsilon = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} = \delta T$$

El decremento logarítmico de una amortiguación es la magnitud inversa al número de oscilaciones "N" al cabo del cual la amplitud $A e^{-\delta t}$ del movimiento oscilatorio amortiguado disminuye "e" veces.

e) **Tiempo de relajación**

Se llama así al intervalo de tiempo "τ" que se necesita para que la amplitud $A e^{-\delta t}$ del movimiento oscilatorio amortiguado disminuya "e" veces, viene dado por:

$$\tau = NT = \frac{1}{\delta}$$

siendo, "e" la base de los logaritmos llamados neperianos o naturales.

f) **Relación entre ω y ε.**

Entre la frecuencia cíclica " ω " de las oscilaciones amortiguadas y el decremento logarítmico " ε " de amortiguación existe la relación siguiente:

$$\omega = \omega_0 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2}$$

g) Factor de calidad

Se llama factor de calidad de un sistema oscilante a la magnitud física adimensional " Q ", que se define como el producto de 2π por la razón de la energía $E(t)$ del sistema oscilante en un instante arbitrario " t " al decremento de esta energía durante el intervalo de tiempo $[t, t + \Delta t]$, esto es:

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t + T)}$$

- Como la energía " $E(t)$ " es proporcional al cuadrado de la amplitud de las oscilaciones $C(t)$, entonces:

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\varepsilon}}$$

- Para ε muy pequeño, se encuentra que el factor de calidad es: $Q = \pi/\varepsilon$.

h) Variación temporal de la energía

Derivando con respecto al tiempo, la energía mecánica total del sistema oscilante, tenemos:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} m \left(2v \frac{dv}{dt} \right) + \frac{1}{2} k \left(2x \frac{dx}{dt} \right)$$

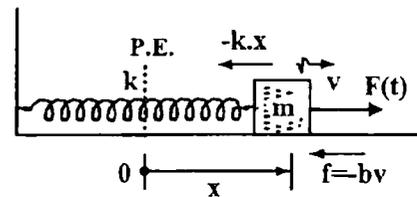
$$\frac{dE}{dt} = v \left(m \frac{dv}{dt} + kx \right) = v (-bv)$$

$$\frac{dE}{dt} = -bv^2$$

<<La energía mecánica del sistema oscilante, disminuye con una rapidez proporcional al cuadrado de la velocidad>>

7. OSCILACION ARMONICA AMORTIGUADA FORZADA

En la Figura, el cuerpo de masa " m " unido al resorte de constante elástica " k ", realiza oscilaciones armónicas amortiguadas, alrededor de la posición de equilibrio (P.E.) bajo la acción de la fuerza recuperadora del resorte " $-k \cdot x$ " la fuerza de fricción $f = -bv$ que depende de la velocidad instantánea, y la fuerza externa $F(t)$ que depende del tiempo.



a) Ecuación de movimiento

Aplicando la ecuación fundamental del movimiento de traslación en la dirección del movimiento del cuerpo, y considerando la fuerza externa $F(t)$ de tipo sinusoidal, tenemos:

$$F_R = m a$$

$$-k \cdot x - b v + F_0 \cos \omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \alpha t$$

Denominando a: $\delta = b/2m$ coeficiente de amortiguamiento, $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ frecuencia angular de las oscilaciones libres ó pro

pías, y $f_0 = F_0/m$ densidad de fuerza, la expresión anterior queda así:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$$

b) Solución general

La solución general a la ecuación diferencial de segundo orden lineal no homogénea anterior, se encuentra sumando la solución "x₁", correspondiente a la ecuación diferencial homogénea del oscilador armónico amortiguado, más la solución "x₂" de la ecuación diferencial no homogénea, esto es:

$$x(t) = x_1 + x_2$$

siendo,

$$x_2 = \frac{f_0}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2]^{1/2}} \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\text{tg } \varphi = 2\delta \omega / (\omega^2 - \omega_0^2)$$

El primer término "x₁" se llama solución transitoria, debido a que se anula para tiempos grandes, y el segundo término "x₂" se llama solución estacionaria, porque se mantiene en el tiempo.

c) Potencia media P_m

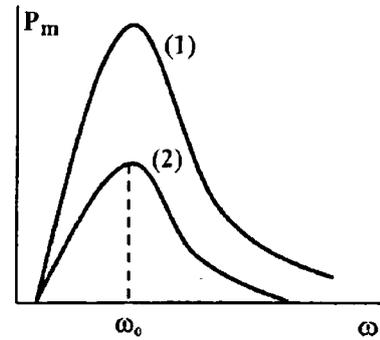
La potencia media producida en las oscilaciones amortiguadas forzadas, viene dado por:

$$P_m = \frac{F_0^2}{2} \frac{b \omega^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$$

siendo, $b=2m\omega_0$ ó $b=2m\delta$ la constante de amortiguamiento, "F₀" la amplitud de la fuerza externa y "ω" la frecuencia angular de la fuerza externa

- La máxima potencia media se presenta para la frecuencia de resonancia $\omega = \omega_0$, esto es:

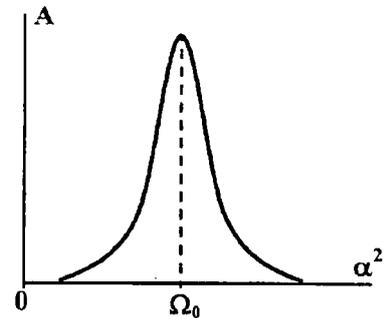
$$P_m = \frac{1}{2} \frac{F_0^2}{b}$$



(1) "b" pequeña, (2) "b" grande

En la Figura, mostramos la potencia media "P_m", originada por la fuerza externa en función de la frecuencia, para dos valores diferentes de la constante de amortiguamiento "b".

c) Resonancia



La amplitud de las oscilaciones amortiguadas forzadas, viene dado por:

$$A = \frac{f_0}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2]^{1/2}}$$

Se llama fenómeno de resonancia, cuando la amplitud A de la oscilación se hace muy grande, al aproximarse la frecuencia

" ω " de la fuerza externa a la frecuencia cíclica de la oscilación forzada $\Omega_0 = (\omega_0^2 - 2\delta^2)^{1/2}$, que es un tanto menor que la frecuencia de las oscilaciones propias $\omega = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$.

- A la frecuencia cíclica, también, se le denomina frecuencia resonante, así, el máximo valor de la amplitud "A", para la frecuencia resonante es:

$$A_{\max} = \frac{f_0}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

La resonancia en la energía se produce para $\omega = \omega_0$, es decir, cuando la frecuencia angular de la fuerza externa se iguala a la frecuencia de las oscilaciones propias.

d) Impedancia del oscilador

En analogía a los circuitos eléctricos, se definen las siguientes cantidades:

1) Impedancia

Se llama impedancia del oscilador y se representa con una Z a la cantidad:

$$Z = [(m\omega - k/\omega)^2 + b^2]^{1/2}$$

siendo, "m" la masa del cuerpo que oscila, "k" la constante de elasticidad, " ω " la frecuencia de oscilación de la fuerza, "b" la constante de amortiguamiento.

2) Reactancia

Se llama reactancia del oscilador y se representa con una X a la cantidad:

$$X = m\omega - k/\omega$$

3) Resistencia

Se llama resistencia del oscilador y se representa con una R a la cantidad:

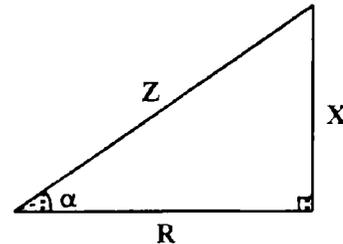
$$R = b$$

Se verifica que se cumple:

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$$

4) Relación entre Z, X y R

Para oscilaciones forzadas, la relación entre Z, X y R, viene dado por:



Por ejemplo, del triángulo rectángulo, fácilmente obtenemos la expresión para el ángulo " α ", así:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{X}{R} = \frac{m\omega - k/\omega}{b}$$

8. SUPERPOSICION DE OSCILACIONES ARMONICAS

a) En la misma dirección y con la misma frecuencia angular

La resultante de la superposición de dos oscilaciones armónicas que tienen la misma dirección e igual período, es otra oscilación armónica que tiene el mismo período, y de amplitud igual a:

$$A = [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)]^{1/2}$$

De otro lado, la fase inicial de la oscilación resultante, viene dado por:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{A_1 \operatorname{sen} \phi_1 + A_2 \operatorname{sen} \phi_2}{A_1 \operatorname{cos} \phi_1 + A_2 \operatorname{cos} \phi_2}$$

siendo, A_1 , A_2 las amplitudes de las oscilaciones que se superponen, y ϕ_1 , ϕ_2 sus fases iniciales.

Demostración:

Sean: $x_1 = A_1 \text{sen}(\omega t + \phi_1)$ y $x_2 = A_2 \text{sen}(\omega t + \phi_2)$ las ecuaciones que describen las oscilaciones que se superponen entonces, la oscilación resultante es:

$$x = x_1 + x_2$$

$$x = A_1 \text{sen}(\omega t + \phi_1) + A_2 \text{sen}(\omega t + \phi_2)$$

$$x = A_1 (\text{sen } \omega t \cos \phi_1 + \cos \omega t \text{sen } \phi_1) + A_2 (\text{sen } \omega t \cos \phi_2 + \cos \omega t \text{sen } \phi_2)$$

$$x = (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2) \text{sen } \omega t + (A_1 \text{sen } \phi_1 + A_2 \text{sen } \phi_2) \cos \omega t$$

Denominando:

$$A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2 = A \cos \phi \quad (1)$$

$$A_1 \text{sen } \phi_1 + A_2 \text{sen } \phi_2 = A \text{sen } \phi \quad (2)$$

Obtenemos la ecuación de la trayectoria que describe las oscilaciones resultantes:

$$x = A \cos \phi \text{sen } \omega t + A \text{sen } \phi \cos \omega t$$

$$x = A \text{sen}(\omega t + \phi)$$

De las ecs.(1) y (2), obtenemos la amplitud "A" y la fase "φ" de la oscilación resultante:

$$A = [A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)]^{1/2}$$

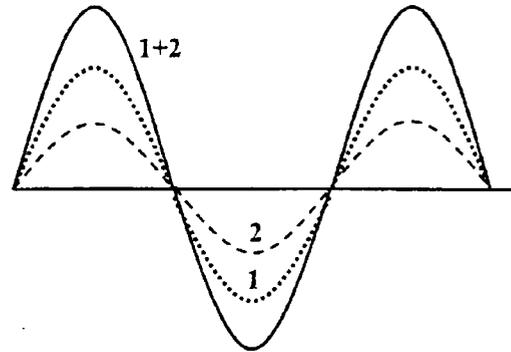
$$\text{tg } \phi = \frac{A_1 \text{sen } \phi_1 + A_2 \text{sen } \phi_2}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2}$$

Casos particulares

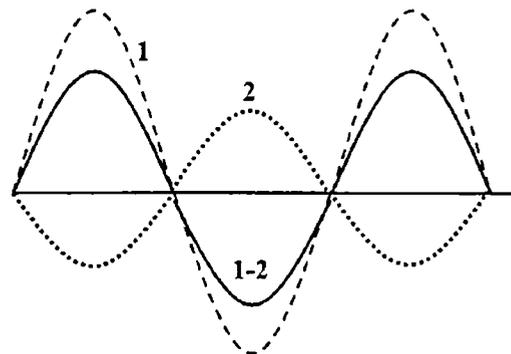
- 1) Para: $\phi_1 = \phi_2$, $\delta = \phi_2 - \phi_1 = 0$ las oscilaciones que se superponen oscilan en la misma dirección (en fase), y la amplitud "A" y ángulo de fase "φ" de la oscilación resultante, son:

$$A = (A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2)^{1/2} = A_1 + A_2$$

$$\text{tg } \phi = \frac{2 A \text{sen } \phi_1}{2 A \cos \phi_1} = \text{tg } \phi_1 \Rightarrow \phi = \phi_1$$



- 2) Para: $\phi_2 = \phi_1 + \pi$, $\delta = \phi_2 - \phi_1 = \pi$ las oscilaciones que se superponen oscilan en direcciones opuestas, y la amplitud "A" y ángulo de fase "φ" de la oscilación resultante, son:



$$A = (A_1^2 + A_2^2 - 2 A_1 A_2)^{1/2} = A_1 - A_2$$

$$\text{tg } \phi = \frac{A_1 \text{sen } \phi_1 + A_2 \text{sen}(\phi_1 + \pi)}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos(\phi_1 + \pi)} = \text{tg } \phi_1$$

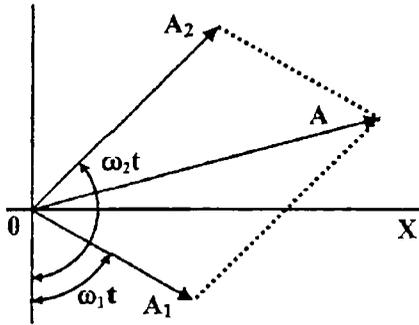
$$\Rightarrow \phi = \phi_1$$

b) En la misma dirección y con diferente frecuencia angular

Consideremos dos movimientos armónicos simples que oscilan en la misma dirección, y con diferentes frecuencias angulares, de ecuaciones $x_1 = A_1 \text{sen } \omega_1 t$, y

$x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$, con fases iniciales nulas, $\phi_1 = 0, \phi_2 = 0$.

Para un instante cualquiera $t > 0$, representemos los radio vectores de ambos movimientos oscilatorios.



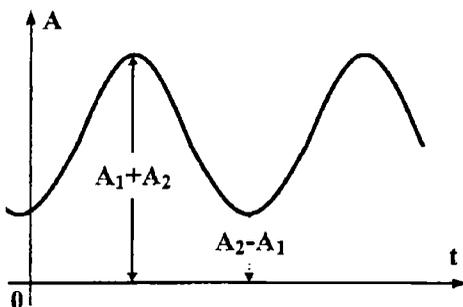
El ángulo entre los vectores \bar{x}_2 y \bar{x}_1 para el instante $t > 0$ es $(\omega_2 - \omega_1)t$, y no es constante. La resultante de la suma de los dos movimientos armónicos,

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$$

no es armónico simple, pues, la amplitud "A" de sus oscilaciones no es constante, y rota con una velocidad angular que no es constante.

En la Figura, la amplitud "A" del movimiento resultante es:

$$A = [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\omega_2 - \omega_1)t]^{1/2}$$



Esta amplitud varía entre la amplitud máxima $A_{\max} = A_1 + A_2$, para $(\omega_2 - \omega_1)t = 2n\pi$, ($n=1, 2, \dots$), y la amplitud mínima $A_{\min} =$

$|A_2 - A_1|$, para $(\omega_2 - \omega_1)t = (2n+1)\pi$, es decir, la amplitud es modulada. En la Figura, se representa la variación de la amplitud "A" con el tiempo "t".

Para, $A_1 = A_2$, la oscilación resultante, adopta la forma:

$$x = x_1 + x_2 = A_1(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t)$$

$$x = 2A_1 \cos \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)t \sin \frac{1}{2}(\omega_2 + \omega_1)t$$

Es decir, el movimiento resultante es oscilatorio (pulsaciones) con amplitud $A = 2A_1 \cos(\omega_2 - \omega_1)t$, y frecuencia angular, $\omega = (\omega_1 + \omega_2)$.

c) En direcciones perpendiculares y de la misma frecuencia angular

La superposición de dos oscilaciones armónicas perpendiculares entre sí que tienen la misma dirección e igual frecuencia angular, de ecuaciones:

$$x = A_1 \sin(\omega t + \phi_1)$$

$$y = A_2 \sin(\omega t + \phi_2)$$

dan como resultante un movimiento, cuya ecuación de la trayectoria, obtenemos del modo siguiente:

$$\frac{x}{A_1} = \sin \omega t \cos \phi_1 + \cos \omega t \sin \phi_1$$

$$\frac{y}{A_2} = \sin \omega t \cos \phi_2 + \cos \omega t \sin \phi_2$$

Sumando los cuadrados de ambas ecuaciones, obtenemos la ecuación de la trayectoria:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\phi_2 - \phi_1) = \sin^2(\phi_2 - \phi_1)$$

La ecuación de la trayectoria de la partícula que oscila en el plano XY, puede ser una recta, una circunferencia o una elipse.

Analícemos algunos casos particulares interesantes:

- 1) Si, los dos movimientos están en fase $\delta = \phi_2 - \phi_1 = 0$ la ecuación de la trayectoria se reduce a:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0$$

$$\left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0 \Rightarrow y = \frac{A_2}{A_1} x$$

La ecuación de la trayectoria es una línea recta, y el movimiento resultante es armónico simple de frecuencia " ω " y amplitud $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, la ecuación de movimiento es:

$$r = A \sin \omega t$$

- 2) Si, los dos movimientos están en oposición $\delta = \phi_2 - \phi_1 = \pi$ la ecuación de la trayectoria se reduce a:

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x$$

la ecuación de la trayectoria es una línea recta, el movimiento resultante es armónico simple con amplitud $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, y frecuencia angular " ω ".

- Así, cuando $\delta = 0$ ó $\delta = \pi$, la interferencia de los movimientos armónicos simples perpendiculares de la misma frecuencia da lugar a una polarización rectilínea.
- 3) Si, $\delta = \phi_2 - \phi_1 = \pi/2$, se dice que los movimientos a lo largo de los ejes X e Y están en cuadratura, y la ecuación de la trayectoria se reduce a:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$

Esta es la ecuación de una elipse de semi ejes A_1 y A_2 . Así, cuando la diferencia de fase es $\pi/2$, la interferencia de los dos movimientos armónicos simples de la misma frecuencia y direcciones perpendiculares, da lugar a una polarización elíptica.

- Para, $A_1 = A_2$, la elipse se transforma en una circunferencia, y tenemos polarización circular.

d) Figuras de Lissajous

1) Definición

Se llama así, a la representación gráfica del sistema de ecuaciones paramétricas correspondientes a la superposición de dos movimientos armónicos simples que oscilan en direcciones perpendiculares y con frecuencias angulares " ω_1 " y " ω_2 ", esto es:

$$x = A_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1)$$

$$y = A_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2)$$

siendo, $\delta = \omega_2 - \omega_1$ la diferencia de fase

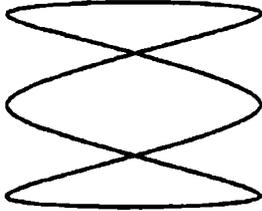
2) Características

Las formas que adopten las Figuras de Lissajous, dependen de la relación de frecuencias ω_1 / ω_2 , así, tenemos:

- Para, $\omega_1 / \omega_2 = 1$, la figura es una elipse.
- Para, $\omega_1 / \omega_2 = 1$, $A_1 = A_2$ y $\delta = \pi/2$, la elipse se transforma en una circunferencia.
- Para, $\omega_1 / \omega_2 = 2$, $\delta = \pi/2$, la figura es una parábola.
- Para otros valores de ω_1 / ω_2 , se obtienen figuras más complicadas, las cuales, serán cerradas solo si, ω_1 / ω_2 es un número

racional.

- * Por ejemplo, para $\omega_1/\omega_2=3/1$ y $\delta=\pi/2$ la figura que se obtiene, tiene la forma:



3) ¿Como se obtienen las figuras de Lissajous?

Se evalúa la ecuación de la trayectoria obtenida en c), para una relación de frecuencias " ω_1 / ω_2 " y diferencia de fase " δ " dados, variando el tiempo " t ". Las figuras de Lissajous, pueden ser:

Analógicas

Se obtienen cuando se utiliza como dispositivo, para el trazado de las figuras un Osciloscopio.

Digitales

Se obtienen cuando se utiliza como dispositivo, para el trazado de las figuras una computadora.

4) Ecuación paramétrica

Una ecuación paramétrica permite representar una curva o superficie en el plano o en el espacio, mediante valores arbitrarios llamados parámetros, por ejemplo, la ecuación paramétrica de una cicloide es:

$$x = a(\phi - \text{sen } \phi), \quad y = a(1 - \text{cos } \phi)$$

siendo, el ángulo " ϕ " el parámetro, y " a " una constante, que define la abertura de la cicloide.

5) Aplicaciones

- En lectoras ópticas, para lectura de códigos de barras de diversas mercancías.

- Encriptación de datos, transmitidos por fibras ópticas, para evitar su filtración.
- Manejo de señales de instrumentación industrial.

9. MOVIMIENTO ARMÓNICO COMPLEJO

a) Concepto

Llamamos así, al movimiento armónico complejo resultante de la superposición lineal de movimientos armónicos simples. Aunque un movimiento armónico simple es siempre periódico, un movimiento armónico complejo no necesariamente es periódico, aunque sí puede ser analizado mediante análisis armónico de Fourier. Un movimiento armónico complejo es periódico sólo si es la combinación de movimientos armónicos simples cuyas frecuencias son todas múltiplos racionales de una frecuencia base.

b) Cinemática de un movimiento armónico complejo

Un sistema que presenta oscilaciones armónicas con " n " grados de libertad en general tiene elongaciones " x_i " o movimientos a lo largo de direcciones independientes de la forma:

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \\ \dots \\ C_n \cos(\omega_n t + \phi_n) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{pmatrix} = \sum_j \begin{pmatrix} A_{1j} \\ \dots \\ A_{nj} \end{pmatrix} C_j \cos(\omega_j t + \phi_j)$$

donde $\{\omega_i\}_{i=1,\dots,n}$ son las frecuencias propias del sistema, $\{\phi_i\}_{i=1,\dots,n}$ las fases iniciales. Cada uno de los vectores columna de la matriz A se llama modo propio de vibración, y los C_i son las amplitudes relativas de cada modo propio.

La velocidad y la aceleración se obtienen derivando respecto al tiempo y también resultan ser movimientos armónicos complejos, composición de movimientos de las mismas frecuencias propias. Aunque ahora no tienen por qué existir puntos de velocidad cero, como sucede en el movimiento armónico simple.

c) Periodicidad

Un movimiento se dice periódico cuando se repite a intervalos regulares de tiempo; esto es, si después de cierto intervalo de tiempo constante, vuelve a pasar por la misma posición y con la misma velocidad. La periodicidad requiere que el vector de posiciones $x(t)=x(t+T)$ para todo "t" y para algún valor de "T". Para el caso de un movimiento armónico complejo como (1) eso requiere que, para todo i,

$$\cos(\omega_i(t + T)) = \cos(\omega_i t) \Rightarrow$$

$$\{\exists k_1, \dots, k_n\} \subset \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{2\pi k_1}{\omega_1} = \dots = \frac{2\pi k_n}{\omega_n}$$

La periodicidad tan sólo es posible si para cualesquiera frecuencias su cociente es un número racional. Siendo como es que los números racionales son un conjunto de medida cero o conjunto nulo, la probabilidad de que el coeficiente de todas las frecuencias sea un número racional es cero y, por tanto, los movimientos armónicos

complejos reales son cuasiperiódicos, pero no periódicos.

d) Oscilaciones acopladas

Un caso común de movimiento armónico complejo es el caso del problema de oscilaciones acopladas. Este problema de oscilaciones acopladas aparece, por ejemplo, en las vibraciones térmicas de un cristal, en el movimiento horizontal de un edificio en un terremoto y en el movimiento de un sistema de masas unidas por muelles o resortes. Estos problemas conducen a un sistema de ecuaciones del siguiente tipo:

$$m_i \ddot{x}_i + \sum_{k=1}^N k_{ik} x_k = 0$$

Que en forma matricial puede escribirse como:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d^2 x_1 / dt^2 \\ d^2 x_2 / dt^2 \\ \cdot \\ d^2 x_N / dt^2 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & k_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_N \end{pmatrix} = 0$$

El problema puede resolverse mediante ciertos cambios de variables que llevan a las coordenadas normales o amplitudes de los modos propios de vibración, que son de hecho una forma particular de coordenadas generalizadas para el problema mecánico original.

e) Frecuencias y modos propios

Los modos propios proporcionan una solución del problema para las oscilaciones acopladas, dadas en la forma anterior. Para ello es necesario determinar una serie de frecuencias naturales del sistema que pueden calcularse como:

$$\begin{vmatrix} \omega_{11}^2 & k_{12} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & \omega_{22}^2 & \dots & k_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & \omega_{NN}^2 \end{vmatrix} = 0$$

siendo, $\omega_{11}^2 = k_{11} - \omega_j^2 m_1, \dots$ etc.

Esto proporciona "N" soluciones para el cuadrado de la frecuencia natural. Para cada una de estas soluciones se busca un vector unitario, llamado modo propio, que satisfaga la ecuación compatible determinada:

$$\begin{pmatrix} \omega_{11}^2 & k_{12} & \dots & k_{1N} \\ k_{21} & \omega_{22}^2 & \dots & k_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{N1} & k_{N2} & \dots & \omega_{NN}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{Nj} \end{pmatrix} = 0$$

Puede comprobarse que estos vectores representando los diversos modos propios del sistema son ortogonales entre sí, por lo que la matriz formada por todos ellos es una matriz ortogonal:

$$\bar{A} = \{a_{ij}\}_{i=1 \dots N}^{j=1 \dots N} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}$$

Las coordenadas normales, asociadas a los modos propios, se obtienen mediante un cambio lineal a partir de las coordenadas convencionales:

$$\begin{pmatrix} q_1(t) \\ \dots \\ q_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{N1} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_N(t) \end{pmatrix}$$

Donde, $\bar{B} = \{b_{ij}\} = \bar{A}^T$, cumpliéndose que \bar{B}' es la matriz inversa de \bar{A} .

10. SERIE DE FOURIER

a) Definición

Una serie de Fourier es una serie infinita que converge puntualmente a una función continua y periódica. Las series de Fourier constituyen la herramienta matemática básica del análisis de Fourier empleado para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de dicha función en una suma infinitesimal de funciones senoidales mucho más simples (como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras). Así, si f es una función o señal periódica de periodo $2T$, la serie de Fourier asociada a f , viene dado por:

$$f(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{n\pi}{T} t + b_n \sin \frac{n\pi}{T} t \right]$$

siendo " a_n " y " b_n " los llamados coeficientes de Fourier, que se obtienen de:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} f(t) \cos\left(\frac{n\pi}{T} t\right) dt \quad y$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^{+T} f(t) \sin\left(\frac{n\pi}{T} t\right) dt$$

b) Importancia

Se utiliza en muchas ramas de la ingeniería, a la vez, que es una herramienta sumamente útil en la teoría matemática

abstracta. Áreas de aplicación incluyen análisis vibratorio, Acústica, óptica, procesamiento de imágenes y señales, y compresión de datos. En ingeniería, para el caso de los sistemas de telecomunicaciones, y a través del uso de los componentes espectrales de frecuencia de una señal dada, se puede optimizar el diseño de un sistema para la señal portadora del mismo.

c) Aplicaciones

- 1) Generación de formas de onda de corriente o tensión eléctrica por medio de la superposición de senoides generados por osciladores electrónicos de amplitud variable cuyas frecuencias ya están determinadas.
- 2) Análisis en el comportamiento armónico de una señal.
- 3) Reforzamiento de señales.
- 4) Estudio de la respuesta en el tiempo de una variable circuital eléctrica donde la señal de entrada no es senoidal o cosenoidal, mediante el uso de transformadas de Laplace y/o solución en régimen permanente senoidal en el dominio de la frecuencia.
- 5) La resolución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales admiten soluciones particulares en forma de series de Fourier fácilmente computables, y que obtener soluciones prácticas, en la teoría de la transmisión del calor, la teoría de placas, etc.

d) Oscilador tridimensional

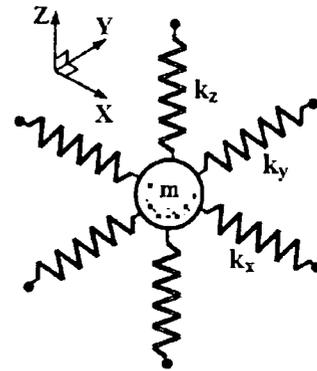
En el estudio de las vibraciones moleculares al interior de los sólidos, se utiliza con mucha frecuencia el modelo de las vibraciones armónicas simples. Así, sustentado en el principio de la independencia de los movimientos oscilatorios, podemos escribir tres ecuaciones que descri-

ben las vibraciones de la molécula, en las tres direcciones X, Y y Z, así:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k_x x = 0$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + k_y y = 0$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + k_z z = 0$$



Las soluciones para cada una de estas ecuaciones diferenciales de segundo orden homogéneas, como se vio anteriormente son:

$$x = A_x \text{sen}(\omega_x t + \phi_x), \quad \omega_x^2 = k_x / m$$

$$y = A_y \text{sen}(\omega_y t + \phi_y), \quad \omega_y^2 = k_y / m$$

$$z = A_z \text{sen}(\omega_z t + \phi_z), \quad \omega_z^2 = k_z / m$$

Las seis constantes de integración (A_x , A_y , A_z , ϕ_x , ϕ_y y ϕ_z) dependen de los valores iniciales de las coordenadas de posición x_0 , y_0 , z_0 , y de las componentes de la velocidad v_{0x} , v_{0y} , v_{0z} .

Cada una de las coordenadas de posición oscila independientemente con movimiento armónico simple y con una frecuencia dependiente de la constante elástica

correspondiente "k", y de la masa "m". El movimiento de la partícula de masa "m", tiene lugar en el interior de un ortoedro de volumen $(2A_x)(2A_y)(2A_z)$ con centro en el origen. Para frecuencias angulares $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ medibles, esto es, si para un cierto conjunto de números enteros (n_x, n_y, n_z) se verifica que:

$$\frac{\omega_x}{n_x} = \frac{\omega_y}{n_y} = \frac{\omega_z}{n_z}$$

Entonces, la trayectoria que describe la partícula en el espacio es cerrado, y el movimiento es periódico. Si los enteros n_x, n_y, n_z son primos entre si, el periodo del movimiento oscilatorio es:

$$T = \frac{2\pi n_x}{\omega_x} = \frac{2\pi n_y}{\omega_y} = \frac{2\pi n_z}{\omega_z}$$

e) Helisismología

Es el estudio de las oscilaciones que se producen en la superficie del Sol o de cualquier estrella en general. Se trata de ondas de presión generadas por la turbulencia de la superficie solar y amplificadas por medio de interferencias constructivas. Las oscilaciones solares pueden estudiarse por medio del efecto Doppler de las líneas de emisión de la fotosfera solar. Los cambios en la propagación de estas ondas de presión permiten revelar información sobre la estructura de densidad del interior solar. Dada la geometría esférica del Sol los modos de vibración solares pueden expresarse matemáticamente por medio de armónicos esféricos.

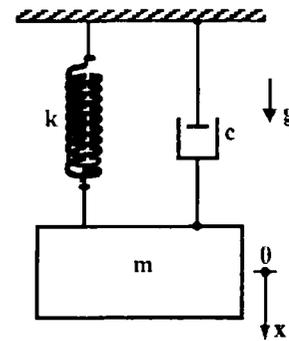
f) Fotosfera

La fotosfera de una estrella es la superficie luminosa que delimita dicho objeto o, mejor dicho, la de la estrella de la que

proviene la luz que vemos. Clásicamente se habla de la fotosfera del Sol y de las estrellas. En el caso del Sol la temperatura fotosférica es de unos 5 800 kelvin. Es una capa de plasma de aproximadamente 300 km de espesor, que emite la luz y el calor que recibimos.

11. Vibración libre con amortiguamiento viscoso.

a) Ecuación de movimiento



La fuerza de amortiguamiento viscoso F es proporcional a la velocidad \dot{x} , por lo que se expresa como $F = -c\dot{x}$, donde "c" es la constante de amortiguamiento viscoso, el signo (-) nos indica que se opone a la dirección de la velocidad. Si "x" se mide a partir de la posición de equilibrio de la masa "m", su ecuación de movimiento es:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

b) Ecuación de posición $x(t)$

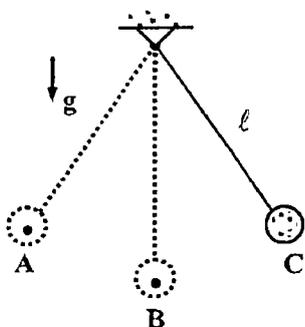
La solución general de la ecuación diferencial anterior, nos da la posición instantánea del objeto, esto es:

$$x(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t}$$

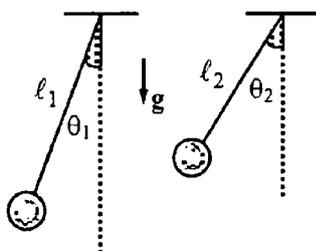
donde, γ_1, γ_2 son las raíces de la ecuación característica.

PROBLEMAS PROPUESTOS

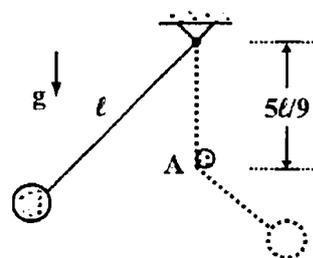
01. Un reloj de péndulo de longitud $\ell=50$ cm se lleva a un planeta donde la gravedad es un 20 % mayor que la de la Tierra. ¿Qué longitud debe tener el péndulo en este planeta, para que funcione correctamente?
- a) 40 cm b) 45 cm c) 50 cm d) 55 cm e) 60 cm
02. En la Fig•01, en el movimiento pendular se observa que cada 0,5 s la masa pasa por la posición de equilibrio. Hallar la longitud " ℓ " del péndulo ($g \approx \pi^2$ m/s²)
- a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm
03. El período de un péndulo es $T=4$ s. Hallar el nuevo período si la longitud del péndulo se incrementa en 21 %.
- a) 4,0 s b) 4,2 s c) 4,4 s d) 4,6 s e) 4,8 s
04. Hallar la longitud " ℓ " del hilo de un péndulo simple, tal que, si este aumenta en $\Delta\ell=3$ m su período se duplica.
- a) 0,25 m b) 0,50 m c) 0,75 m d) 1,00 m e) 1,25 m
05. En la Fig•02, los péndulos de longitudes $\ell_1=6,25$ m y $\ell_2=2,25$ m, oscilan en planos paralelos, e inician sus movimientos desde el mismo lado. ¿Después de que tiempo mínimo, los péndulos vuelven a estar como en su fase inicial? ($g \approx \pi^2$ m/s²)
- a) 10 s b) 15 s c) 20 s d) 25 s e) 30 s



Fig•01



Fig•02



Fig•03

06. En la Fig.03, hallar el período de una oscilación completa del sistema, sabiendo que en A se encuentra un clavo horizontalmente, siendo $\ell=9$ cm y $g \approx \pi^2$ m/s².
- a) 0,1 s b) 0,3 s c) 0,5 s d) 0,7 s e) 0,9 s

07. En la Fig.04, la esferita del péndulo se suelta en la posición mostrada ($\theta=4^\circ$). Después de que tiempo la esferita regresa a su posición inicial. No hay fricción. ($g \approx \pi^2 \text{ m/s}^2$)
- a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s e) 5 s
08. En la Fig.05, el péndulo de longitud $\ell=3 \text{ m}$ oscila en un plano vertical, suspendido del techo del ascensor, que asciende verticalmente con una aceleración de $a=2,2 \text{ m/s}^2$. Hallar el período "T" de oscilación. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) $\pi/2 \text{ s}$ b) $\pi/4 \text{ s}$ c) $\pi \text{ s}$ d) $2\pi \text{ s}$ e) $4\pi \text{ s}$
09. En la Fig.06, hallar la frecuencia de oscilación del péndulo de longitud $\ell=0,5 \text{ m}$ que se encuentra en el techo del camión que se mueve horizontalmente con aceleración de $a=7,5 \text{ m/s}^2$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $1,0/\pi \text{ s}^{-1}$ b) $1,5/\pi \text{ s}^{-1}$ c) $2,0/\pi \text{ s}^{-1}$ d) $2,5/\pi \text{ s}^{-1}$ e) $3,0/\pi \text{ s}^{-1}$
10. Un tren que se mueve con una rapidez constante de $v=20 \text{ m/s}$, lleva en su techo un péndulo simple. El tren toma una curva de radio $R=40 \text{ m}$. ¿Qué ángulo se desvía el hilo del péndulo, respecto de la vertical? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°
11. En la Fig.07, la bolita del péndulo se encuentra en el borde del disco y gira con él. Si el radio del disco es $R=25 \text{ cm}$. Hallar la frecuencia "f" de rotación. ($g \approx \pi^2 \text{ m/s}^2$)
- a) $0,5 \text{ s}^{-1}$ b) $1,0 \text{ s}^{-1}$ c) $1,5 \text{ s}^{-1}$ d) $2,0 \text{ s}^{-1}$ e) $2,5 \text{ s}^{-1}$
12. En la Fig.08, el péndulo simple rota en un plano horizontal, describiendo una circunferencia de radio $R=10 \text{ cm}$. Hallar su velocidad angular " ω ". ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 10 rad/s b) 12 rad/s c) 14 rad/s d) 16 rad/s e) 18 rad/s

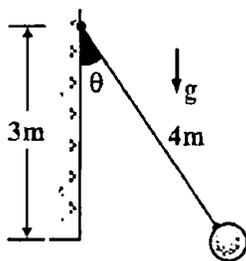


Fig.04

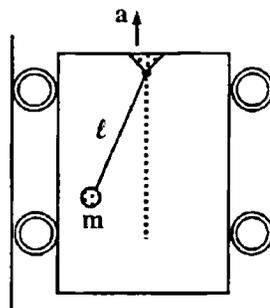


Fig.05

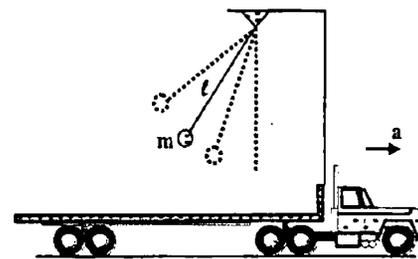


Fig.06

13. Hallar la velocidad lineal máxima de una partícula en movimiento armónico simple, si su frecuencia es $f=2 \text{ Hz}$ y su amplitud $A=0,5 \text{ m}$.

- a) $\pi \text{ m/s}$ b) $2\pi \text{ m/s}$ c) $3\pi \text{ m/s}$ d) $4\pi \text{ m/s}$ e) $5\pi \text{ m/s}$

14. Hallar el período de un cuerpo en movimiento armónico simple de amplitud $A=10$ cm y que pasa por su posición de equilibrio con una velocidad de $v=0,4$ m/s.
 a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $2\pi/3$ s e) $3\pi/4$ s
15. Un cuerpo de masa $m=3$ kg unido a un resorte oscila horizontalmente con amplitud de $A=4$ cm y período $T=\pi$ s. Hallar el valor de la energía total del sistema.
 a) 9,0 mJ b) 9,2 mJ c) 9,4 mJ d) 9,6 mJ e) 9,8 mJ
16. Un cuerpo de masa $m=10$ kg unido a un resorte de constante elástica $k=40$ N/m, oscila horizontalmente, pasando por su posición de equilibrio con una velocidad de $v=0,5$ m/s. Hallar la amplitud "A" de su movimiento.
 a) 0,10 m b) 0,15 m c) 0,20 m d) 0,25 m e) 0,30 m
17. Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple de frecuencia $f=2$ Hz y amplitud $A=0,5$ m. Hallar la magnitud de la máxima velocidad que adquiere el cuerpo.
 a) π m/s b) 2π m/s c) 3π m/s d) 4π m/s e) 5π m/s
18. Un cuerpo realiza un movimiento armónico simple de período $T=0,8$ s y amplitud $A=0,16$ m. Hallar la magnitud de la máxima aceleración que adquiere el cuerpo.
 a) π^2 m/s² b) $2\pi^2$ m/s² c) $3\pi^2$ m/s² d) $4\pi^2$ m/s² e) $5\pi^2$ m/s²

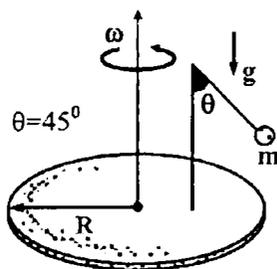


Fig.07

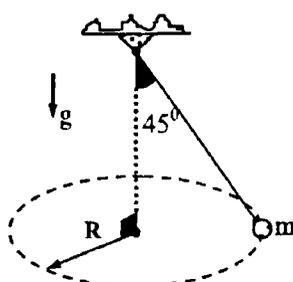


Fig.08

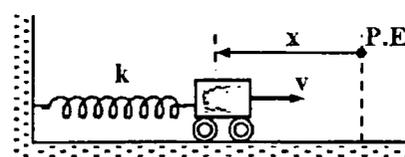


Fig.09

19. En la Fig.09, el móvil realiza oscilaciones armónicas de amplitud $A=60$ cm y velocidad angular $\omega=5$ rad/s. Hallar la posición "x" del móvil cuando su velocidad es $v=180$ cm/s.
 a) ± 40 cm b) ± 42 cm c) ± 44 cm d) ± 46 cm e) ± 48 cm
20. En la Fig.10, el carrito de masa $m=2$ kg unido al resorte de constante elástica $k=200$ N/m, oscila en el plano inclinado liso, con una amplitud de $A=5$ cm. Hallar la ecuación del movimiento oscilatorio.
 a) $0,05 \cos(5 t)$ b) $0,05 \cos(10 t)$ c) $0,05 \sin(5 t)$
 d) $0,05 \sin(10 t)$ e) $0,05 \sin(2t)$

21. En la Fig. 11, el bloque de masa $m=2$ kg, oscila en un plano horizontal libre de fricción, asociado a dos resortes iguales de constantes elásticas $k=980$ N/m. Hallar el período de oscilación. ($9,8 \approx \pi^2$)
- a) 0,1 s b) 0,2 s c) 0,3 s d) 0,4 s e) 0,5 s
22. En la Fig. 12, hallar el período de las oscilaciones armónicas simples que realiza el bloque de masa $m=0,3$ kg, si la constante elástica del resorte es $k=2\,000$ N/m.
- a) $\pi/10$ s b) $\pi/20$ s c) $\pi/30$ s d) $\pi/40$ s e) $\pi/5$ s
23. En la Fig. 13, hallar el período de las oscilaciones libres del sistema de resortes de constantes elásticas $k_1=600$ N/m, $k_2=300$ N/m, y masa del bloque $m=18$ kg.
- a) $3\pi/2$ s b) $3\pi/4$ s c) $3\pi/5$ s d) $2\pi/3$ s e) $\pi/2$ s

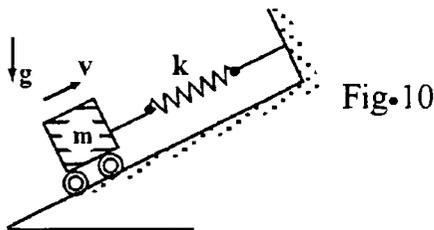


Fig. 10

Fig. 12

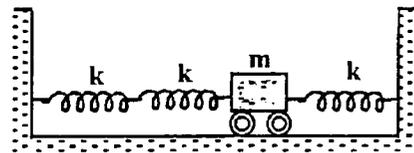
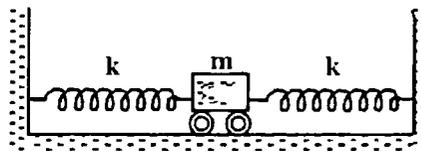


Fig. 11



24. En la Fig. 14, hallar el período de las oscilaciones armónicas, que realiza el bloque de masa $m=0,2$ kg, si las constantes elásticas de cada uno de los resortes es $k=3\,000$ N/m.
- a) $\pi/10$ s b) $\pi/20$ s c) $\pi/30$ s d) $\pi/40$ s e) $\pi/5$ s
25. En la Fig. 15, hallar el período de las oscilaciones armónicas simples que realiza el bloque de masa $m=10$ kg, si las constantes elásticas son: $k_1=1\,800$ N/m y $k_2=2\,200$ N/m.
- a) $\pi/10$ s b) $\pi/20$ s c) $\pi/30$ s d) $\pi/40$ s e) $\pi/5$ s
26. Hallar el período de un movimiento armónico simple, si se sabe que la razón entre su máxima aceleración y máxima velocidad es $a_{\max}/v_{\max} = 4\pi$.
- a) 0,1 s b) 0,2 s c) 0,3 s d) 0,4 s e) 0,5 s
27. Un bloque conectado a un resorte oscila horizontalmente en movimiento armónico simple. Hallar que porcentaje de la energía total del sistema es energía cinética, cuando el bloque pasa por la mitad de su amplitud.
- a) 55 % b) 60 % c) 65 % d) 70 % e) 75 %

28. En la Fig.16, la bolita soltándose de una altura de $H=20$ cm oscila entre los planos lisos inclinados $\theta=37^\circ$, respecto de la horizontal. Hallar el período de las oscilaciones, $g=10$ m/s^2
- a) $2/3$ s b) $1/2$ s c) $3/4$ s d) $3/2$ s e) $4/3$ s
29. Un bloque de masa $m=1,5$ kg unido a un resorte oscila sobre una superficie horizontal lisa con una frecuencia de $f=1/\sqrt{3}$ osc/s; cuando el bloque se halla en el extremo de su oscilación, se aumenta su masa en 0,5 kg. Hallar el nuevo período del sistema oscilatorio.
- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s
30. Al suspender un cuerpo de un resorte, éste experimenta un alargamiento de $x=25$ cm. Hallar el período de oscilación del cuerpo. ($g=\pi^2 \approx 9,8$)
- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s

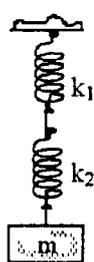


Fig.13

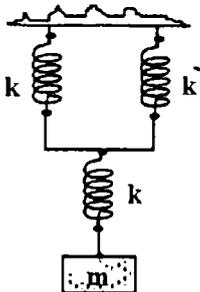


Fig.14

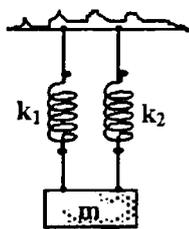


Fig.15

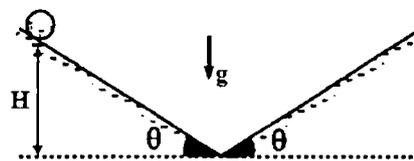


Fig.16

31. Un cuerpo suspendido de un resorte oscila con movimiento armónico simple de período "T". ¿Qué tiempo transcurre para que el cuerpo se encuentre, a partir de su posición de equilibrio, a una distancia igual a la mitad de su amplitud?
- a) $T/2$ b) $T/4$ c) $T/6$ d) $T/8$ e) $T/12$
32. La energía total de un cuerpo que oscila en movimiento armónico simple es de $E=30\mu J$ y la fuerza máxima que actúa sobre el es de $F=1,5$ mN. Hallar la ecuación del movimiento, sabiendo que el período de oscilación es $T=2$ s y la fase inicial $\phi_0=45^\circ$.
- a) $0,02 \text{ sen}(\pi t + \pi/2)$ b) $0,02 \text{ sen}(2\pi t + \pi/4)$ c) $0,04 \text{ sen}(\pi t + \pi/4)$
 d) $0,04 \text{ sen}(2\pi t + \pi/4)$ e) $0,04 \text{ sen}(4\pi t + \pi/4)$
33. Un cuerpo de masa $m=100$ g oscila horizontalmente con movimiento armónico simple de amplitud $A=10$ cm. Su aceleración en el extremo derecho es de $a=8\ 000$ m/s^2 . Hallar la magnitud de la fuerza sobre el cuerpo, cuando la elongación es de $x=4$ cm.
- a) 300 N b) 310 N c) 320 N d) 330 N e) 340 N
34. Un resorte de constante elástica $k=20$ N/m, que sostiene un bloque de peso $W=50$ N, se estira una longitud de $x=10$ cm a partir de su posición de equilibrio, soltándolo a conti

nuación. Si el tiempo se mide a partir del inicio del movimiento oscilatorio del bloque, hallar la ecuación del movimiento oscilatorio. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $0,1 \text{ sen}(2.t)$ b) $-0,1 \text{ sen}(2.t)$ c) $0,1 \text{ cos}(t)$ d) $-0,2 \text{ cos}(t)$ e) $0,4 \text{ sen}(t)$

35. En la Fig.17, la bala de masa $m=50 \text{ g}$ se mueve horizontalmente con una rapidez de $v=200 \text{ m/s}$ en dirección del bloque de masa $M=10 \text{ kg}$ en reposo sobre el piso, que se encuentra unido a un resorte de constante elástica $k=400 \text{ N/m}$. Después del choque, la bala se adhiere al bloque. Hallar la amplitud de oscilación del sistema, luego de la colisión.

- a) 11,8 cm b) 13,8 cm c) 15,8 cm d) 17,8 cm e) 19,8 cm

36. En la Fig.18, si el sistema formado por el bloque de masa $m=3 \text{ kg}$ y el resorte de constante elástica $k=300 \text{ N/m}$, se deja en libertad de movimiento siendo $x_0=2 \text{ m}$. Hallar la máxima velocidad que adquiere el bloque. Desprecie la fricción.

- a) 10 m/s b) 15 m/s c) 20 m/s d) 25 m/s e) 30 m/s

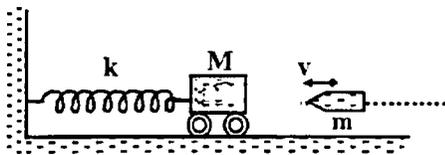


Fig.17

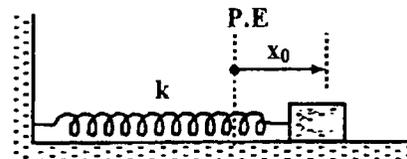


Fig.18

37. En la Fig.19, el bloque de masa $M=5 \text{ kg}$, oscila con movimiento armónico simple de amplitud $A=0,3 \text{ m}$. En el instante en que "M" pasa por su posición de equilibrio es impactada verticalmente por barro de masa $m=4 \text{ kg}$, el cual se adhiere a "M". Hallar la amplitud del sistema oscilatorio de masa " $m+M$ ".

- a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm

38. En la Fig.20, ¿Con qué amplitud máxima puede oscilar el sistema, tal que no resbale el bloque de masa $m=2 \text{ kg}$? El piso es liso, y el coeficiente de fricción entre los bloques es $\mu=1/2$, además $M=10 \text{ kg}$, $k=500 \text{ N/m}$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 10 cm b) 12 cm c) 14 cm d) 16 cm e) 18 cm

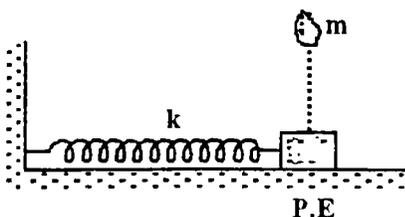


Fig.19

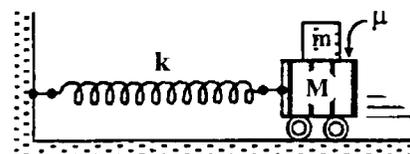


Fig.20

39. En la Fig.21, el punto "P" de la cuerda inextensible, se desplaza verticalmente hacia abajo una distancia $x=12 \text{ cm}$. Hallar las elongaciones de cada uno de los resortes, sabiendo

que $k_1 = 2k_2$. Despreciar la masa de las poleas móviles y la fricción.

a) $x_1 = 2 \text{ cm}$; $x_2 = 4 \text{ cm}$

b) $x_1 = 2 \text{ cm}$; $x_2 = 3 \text{ cm}$

c) $x_1 = 2 \text{ cm}$; $x_2 = 2 \text{ cm}$

d) $x_1 = 4 \text{ cm}$; $x_2 = 3 \text{ cm}$

e) $x_1 = 4 \text{ cm}$; $x_2 = 2 \text{ cm}$

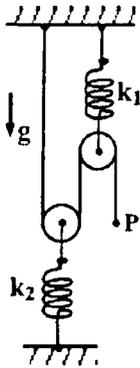


Fig. 21

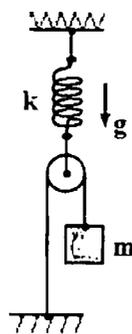


Fig. 22

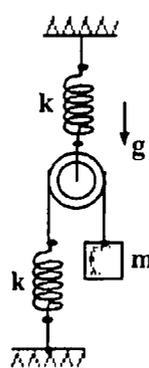


Fig. 23

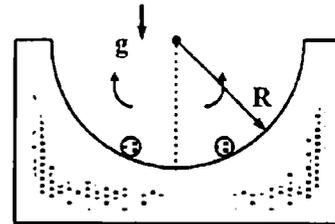


Fig. 24

40. En la Fig. 22, la polea móvil tiene masa despreciable, la constante elástica del resorte es $k=400 \text{ N/m}$, la masa del bloque es $m=4 \text{ kg}$, y no hay fricción. Hallar:

I) La constante elástica equivalente " k_e " del sistema.

a) 100 N

b) 150 N

c) 200 N

d) 250 N

e) 300 N

II) El período de oscilación del sistema.

a) $0,1\pi \text{ s}$

b) $0,2\pi \text{ s}$

c) $0,4\pi \text{ s}$

d) $0,6\pi \text{ s}$

e) $0,8\pi \text{ s}$

41. En la Fig. 23, la polea móvil tiene masa despreciable, las constantes elásticas de los resortes son $k=800 \text{ N/m}$, la masa del bloque es $m=1,6 \text{ kg}$, y no existe fricción. Hallar:

I) La constante elástica equivalente " k_e " del sistema.

a) 100 N/m

b) 120 N/m

c) 140 N/m

d) 160 N/m

e) 180 N/m

II) El período de oscilación del bloque de masa " m ".

a) $0,1\pi \text{ s}$

b) $0,2\pi \text{ s}$

c) $0,4\pi \text{ s}$

d) $0,6\pi \text{ s}$

e) $0,8\pi \text{ s}$

42. En la Fig. 24, la esferita que se encuentra en el fondo del recipiente semiesférico de radio $R=10 \text{ cm}$; se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio y se suelta, oscilando en M.A.S. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones, no hay fricción. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

a) $0,1\pi \text{ s}$

b) $0,2\pi \text{ s}$

c) $0,4\pi \text{ s}$

d) $0,6\pi \text{ s}$

e) $0,8\pi \text{ s}$

43. Un cuerpo de masa $m=0,5 \text{ kg}$ oscila en M.A.S con una frecuencia de $f=2 \text{ osc/s}$. Hallar la magnitud de la aceleración (en m/s^2) del cuerpo, cuando la elongación es $x=2 \text{ cm}$.

a) $0,30\pi^2$

b) $0,32\pi^2$

c) $0,34\pi^2$

d) $0,36\pi^2$

e) $0,38\pi^2$

44. En la Fig.25, el período de oscilación del sistema mostrado es $T=0,4$ s; si se retira el bloque A de masa $m_A=12$ kg, el nuevo período de oscilación es $T'=0,2$ s. Hallar la masa del bloque B.

- a) 2 kg b) 4 kg c) 6 kg d) 8 kg e) 10 kg

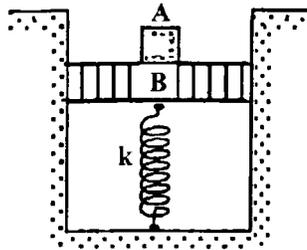


Fig.25

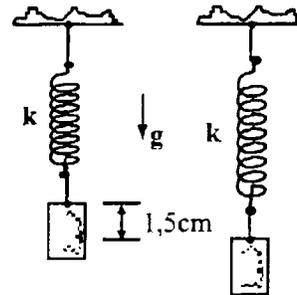


Fig.26

45. En la Fig.26, el bloque de peso $W=10$ N está colgado de un resorte. Hallar el período de las oscilaciones verticales del bloque, sabiendo que el resorte se estira $x=1,5$ cm cuando se le somete a la acción de la fuerza de magnitud $F=1$ N. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,71 s b) 0,73 s c) 0,75 s d) 0,77 s e) 0,79 s

46. La amplitud de las oscilaciones armónicas simples que realiza una partícula de masa $m=10$ g es de $A=5$ cm, su fase inicial $\phi_0=60^\circ$, y su energía total $E=3,1 \cdot 10^{-5}$ J. Hallar su posición "x" en el instante $t=2/6$ s.

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

47. ¿Qué tiempo transcurrirá desde el inicio del movimiento oscilatorio armónico hasta que la elongación "x" sea igual a la mitad de la amplitud "A"? El período de las oscilaciones es $T=24$ s y la fase inicial $\phi_0=0^\circ$.

- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s

48. La fase inicial de una oscilación armónica es $\phi_0=0^\circ$. ¿Al cabo de qué fracción de período será igual la velocidad de la partícula a la mitad de su velocidad máxima?

- a) T b) T/2 c) T/3 d) T/4 e) T/6

49. ¿Qué tiempo transcurrirá desde que se inicia el movimiento oscilatorio hasta que el punto que oscila armónicamente de acuerdo a la ley $x=7\text{sen}(0,5\pi t)$ recorre la distancia que hay entre la posición de equilibrio y la de la elongación máxima?

- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s

50. Una partícula oscila en movimiento armónico simple de período $T=2$ s, amplitud $A=50$ mm y fase inicial $\phi_0=0^\circ$. Hallar la velocidad de la partícula en el instante en que la elonga

ción es $x=25$ mm.

- a) 130 mm/s b) 132 mm/s c) 134 mm/s d) 136 mm/s e) 138 mm/s

51. Escriba la ecuación del movimiento oscilatorio armónico, si la aceleración máxima de la partícula es $a_{\max}=49,3$ cm/s², el período de las oscilaciones es $T=2$ s y la elongación en el instante inicial del movimiento es $x_0=25$ mm.

- a) $10 \sin(\pi t + \pi/3)$ cm b) $10 \sin(\pi t + \pi/6)$ cm c) $5 \sin(\pi t + \pi/3)$ cm
d) $5 \sin(\pi t + \pi/6)$ cm e) $10 \cos(\pi t + \pi/4)$ cm

52. Una partícula de masa $m=10$ g oscila según la ecuación $x=5\sin(\pi t + \pi/4)$ cm. Hallar la energía total de las oscilaciones de la partícula. ($\mu=10^{-6}$)

- a) $0,1\pi^2$ μ J b) $0,2\pi^2$ μ J c) $0,3\pi^2$ μ J d) $0,4\pi^2$ μ J e) $0,5\pi^2$ μ J

53. Hallar la razón (E_C/E_P) entre la energía cinética de una partícula que oscila armónicamente y su energía potencial, en el instante $t=T/12$ s, siendo T el período de la oscilación.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

54. Hallar la razón (E_C/E_P) entre la energía cinética de una partícula que oscila armónicamente y su energía potencial, en el instante en que la elongación es $x=A/4$, siendo A la amplitud de la oscilación.

- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

55. Un péndulo simple cuya cuerda forma con la vertical un ángulo de $\theta_0=4^\circ$, se suelta del reposo, realizando un movimiento armónico simple de frecuencia $f=2$ osc/s. Hallar la rapidez de la esferita del péndulo cuando pasa por su posición de equilibrio. ($g=10$ m/s²)

- a) 5,0 cm/s b) 5,2 cm/s c) 5,4 cm/s d) 5,6 cm/s e) 5,8 cm/s

56. La amplitud de las oscilaciones armónicas de una partícula es $A=2$ cm y su energía total $E=3 \cdot 10^{-7}$ J. Hallar la posición de la partícula cuando la magnitud de la fuerza que actúa sobre él es $F=2,25 \cdot 10^{-5}$ N.

- a) 0,5 cm b) 1,0 cm c) 1,5 cm d) 2,0 cm e) 2,5 cm

57. Un aerómetro de forma cilíndrica de masa $m=0,2$ kg y diámetro $D=1$ cm que flota parcialmente en un líquido, se sumerge parcialmente en el líquido y se libera, realizando oscilaciones armónicas simples de período $T=4$ s. Hallar la densidad (en g/cm³) del líquido. ($g=10$ m/s²)

- a) $0,1\pi$ b) $0,2\pi$ c) $0,3\pi$ d) $0,4\pi$ e) $0,5\pi$

58. Hallar la razón (T_S/T_P) de los períodos de las oscilaciones verticales armónicas que realiza un bloque, conectado a dos resortes idénticos; primero en serie " T_S " y luego en para

lelo " T_p ".

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

59. De un resorte está suspendido un platillo de balanza con pesas. El período de las oscilaciones verticales es $T=0,4$ s. Luego, de poner en el platillo más pesas, el período de las oscilaciones verticales es $T'=0,6$ s. Hallar la deformación en la longitud del resorte, debido a las pesas añadidas. ($g \approx \pi^2$)

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

60. Un bloque suspendido de un resorte realiza oscilaciones verticales armónicas de amplitud $A=5$ cm. Hallar la constante elástica " k " del resorte, sabiendo que la energía cinética máxima de las oscilación del bloque es $E_{c. \text{máx}}=1$ J.

- a) 600 N/m b) 650 N/m c) 700 N/m d) 750 N/m e) 800 N/m

61. Escriba la ecuación del movimiento resultante de la composición de dos oscilaciones armónicas que tienen la misma dirección, períodos de $T=8$ s y amplitudes de $A=0,02$ m. La diferencia de fase entre estas oscilaciones es $\phi=\pi/4$. La fase inicial de una de las oscilaciones es $\phi_0=0^\circ$.

- a) $3,5 \text{sen}(\pi t/4 + \pi/2)$ cm b) $3,5 \text{cos}(\pi t/4 + \pi/2)$ cm c) $3,7 \text{sen}(\pi t/4 + \pi/8)$ cm
d) $3,7 \text{cos}(\pi t/4 + \pi/8)$ cm e) $3,1 \text{sen}(\pi t/2 + \pi/4)$ cm

62. Hallar la amplitud y la fase inicial de la oscilación armónica resultante de la composición de dos oscilaciones de igual dirección, cuyas ecuaciones, vienen dados por: $x_1=0,02 \text{sen}(5\pi t + \pi/2)$ m y $x_2=0,03 \text{sen}(5\pi t + \pi/2)$ m.

- a) 3,0 cm ; $62^\circ 34'$ b) 3,2 cm ; $62^\circ 38'$ c) 3,4 cm ; $62^\circ 42'$
d) 3,6 cm ; $62^\circ 46'$ e) 3,8 cm ; $62^\circ 50'$

63. La oscilación resultante de la composición de dos oscilaciones de igual dirección, amplitud y período tiene el mismo período y amplitud que ellas. Hallar la diferencia de fase de las oscilaciones componentes.

- a) $\pi/6$ b) $\pi/4$ c) $\pi/3$ d) π e) $2\pi/3$

64. Escriba la ecuación de la oscilación resultante de la composición de dos oscilaciones perpendiculares entre sí de igual frecuencia $f_1=f_2=5$ Hz y de la misma fase inicial $\phi_1=\phi_2=60^\circ$. Las amplitudes de cada una de estas oscilaciones es $A_1=0,10$ m y $A_2=0,05$ m.

- a) $11,0 \text{sen}(10\pi t + \frac{\pi}{3})$ cm b) $11,2 \text{sen}(10\pi t + \frac{\pi}{3})$ cm c) $11,0 \text{sen}(5\pi t + \frac{\pi}{3})$ cm
d) $11,4 \text{sen}(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ cm e) $11,0 \text{sen}(5\pi t + \frac{\pi}{2})$ cm

65. Una partícula participa de dos oscilaciones, de igual período y fase inicial. Las amplitudes de estas oscilaciones son $A_1=3$ cm y $A_2=4$ cm. Hallar la amplitud de la oscilación resultante si. I) las dos oscilaciones tienen la misma dirección II) las dos oscilaciones son perpendiculares entre sí.
- a) 7 cm ; 5 cm b) 5 cm ; 7 cm c) 6 cm ; 8 cm d) 8 cm ; 6 cm e) 7 cm ; 9 cm
66. Una partícula participa simultáneamente de dos oscilaciones perpendiculares entre sí de ecuaciones $x=2 \text{ sen}(\omega t)$ m, $y=2 \text{ cos}(\omega t)$ m. Hallar la trayectoria de la partícula.
- a) $y=2x$ b) $y=4x$ c) $x^2+y^2=4$ d) $x^2+y^2=1$ e) $y=x/2$
67. Una partícula en M.A.S tiene velocidades de 3 cm/s y 4 cm/s a las distancias de 8 cm y 6 cm de su posición de equilibrio (P.E.). Hallar el período de su movimiento oscilatorio.
- a) π s b) 2π s c) 3π s d) 4π s e) 5π s
68. La aceleración de una partícula en movimiento armónico simple, a una distancia "d" de su posición de equilibrio es "a". Hallar el período "T" del movimiento oscilatorio.
- a) $\pi (d/a)^{1/2}$ b) $2\pi (d/a)^{1/2}$ c) $4\pi (d/a)^{1/2}$ d) $\frac{\pi}{2} (d/a)^{1/2}$ e) $\frac{\pi}{4} (d/a)^{1/2}$
69. Una partícula participa simultáneamente de dos oscilaciones perpendiculares entre sí, de ecuaciones $x=\text{cos } \pi t$ e $y=\text{cos } \pi t / 2$. Hallar la trayectoria del movimiento resultante.
- a) $2x^2 - y=1$ b) $x^2 - 2y=1$ c) $y^2 - 2x=1$ d) $y^2 - x=1$ e) $2y^2 - x=1$
70. Una partícula participa simultáneamente de dos oscilaciones perpendiculares entre sí, de ecuaciones $x=\text{sen } \pi t$ e $y=2\text{sen}(\pi t + \pi / 2)$. Hallar la ecuación de la trayectoria del movimiento de la partícula.
- a) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ b) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ c) $x^2 - 2y = 0$ d) $x^2 + y^2 = 1$ e) $x = 2y$
71. El período de amortiguación de una oscilación es de $T=4$ s, su decremento logarítmico $\xi=1,6$ y la fase inicial es $\varphi_0=0^\circ$. La elongación de la oscilación cuando $t=T/4$ es 4,5 cm. Hallar la elongación "x" en el instante de tiempo $t=3$ s.
- a) -0,5 cm b) -1,0 cm c) -1,5 cm d) -2,0 cm e) -2,5 cm
72. La ecuación de unas oscilaciones amortiguadas, viene dado por: $x = 5 e^{-0,25t} \text{sen}(\pi t / 2)$ m. Hallar la magnitud de la velocidad del punto oscilante en el instante $t=3T$.
- a) 0,31 m/s b) 0,33 m/s c) 0,35 m/s d) 0,37 m/s e) 0,39 m/s
73. El decremento logarítmico de la amortiguación de un péndulo matemático es $\xi=0,4$. Hallar cuántas veces disminuye la amplitud durante una oscilación completa del péndulo.

- a) 0,5 b) 1,0 c) 1,5 d) 2,0 e) 2,5
74. ¿A qué es igual el decremento logarítmico de la amortiguación de un péndulo matemático si su amplitud "A" se reduce a la mitad en 1 min? El péndulo tiene longitud de $\ell=1$ m. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 0,013 b) 0,023 c) 0,033 d) 0,043 e) 0,053
75. Un péndulo matemático de longitud $\ell=24,7$ cm realiza oscilaciones amortiguadas. ¿Qué tiempo tardará la energía de las oscilaciones de este péndulo en disminuir 9,4 veces, si el decremento logarítmico es $\xi=0,01$? ($g=9,81$ m/s²)
- a) 110 s b) 112 s c) 114 s d) 116 s e) 118 s
76. Un péndulo matemático realiza oscilaciones amortiguadas cuyo decremento logarítmico de amortiguación es $\xi=0,2$. ¿Cuántas veces disminuirá la aceleración total de este péndulo en su posición extrema durante una oscilación?
- a) 1,02 b) 1,22 c) 1,42 d) 1,62 e) 1,82
77. La amplitud de las oscilaciones amortiguadas de un péndulo matemático se hace dos veces menor en 1 min. ¿Cuántas veces menor se hará en 3 min?
- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10
78. En la Fig.27, la bolilla de masa "m" se encuentra en un túnel que pasa por uno de los diámetros de la tierra, de radio $R=6,37 \cdot 10^6$ m, de masa $M=5,96 \cdot 10^{24}$ kg. Hallar el período del movimiento armónico simple que realiza la bolilla. ($G=6,67 \cdot 10^{-11}$ m³/kg.s²)
- a) 80,4 min b) 82,4 min c) 84,4 min d) 86,4 min e) 88,4 min
79. Un péndulo matemático de longitud $\ell=0,5$ m, sacado de su posición de equilibrio, durante su primera oscilación se desvió hacia un lado 5 cm y en la segunda 4 cm (hacia el mismo lado). Hallar el tiempo de relajación " τ ". ($g=9,81$ m/s²)
- a) 6,05 s b) 6,15 s c) 6,25 s d) 6,35 s e) 6,45 s
80. Al suspender un bloque de un resorte vertical, éste se estira una longitud de $x=9,8$ cm. Luego, se jala el bloque hacia abajo y se libera, produciéndose oscilaciones. ¿Para qué valor del coeficiente de amortiguación " δ " la amplitud de las oscilaciones se reducen al 1 % de la amplitud inicial después de 10 s? ($g=9,8$ m/s²)
- a) $0,15$ s⁻¹ b) $0,25$ s⁻¹ c) $0,35$ s⁻¹ d) $0,45$ s⁻¹ e) $0,55$ s⁻¹
81. Un cuerpo de masa $m=10$ g realiza oscilaciones amortiguadas de amplitud máxima $A=7$ cm, fase inicial $\phi_0=0^0$ y coeficiente de amortiguación $\delta=1,6$ s⁻¹. Sobre este cuerpo comienza a actuar una fuerza periódica exterior, produciéndose oscilaciones forzadas, cuya ecuación es: $x=5 \text{ sen}(10 \pi t - 0,75 \pi)$ cm. Hallar la posición del cuerpo en el instante $t=1$

s, a partir de su posición de equilibrio.

- a) 1,0 cm b) 1,2 cm c) 1,4 cm d) 1,6 cm e) 1,8 cm

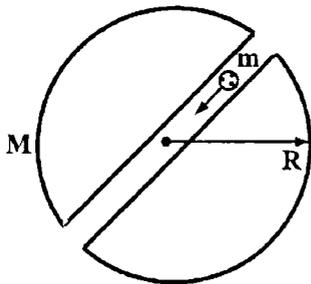


Fig. 27

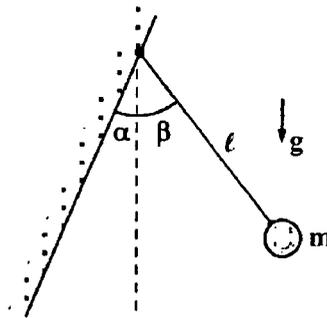


Fig. 28

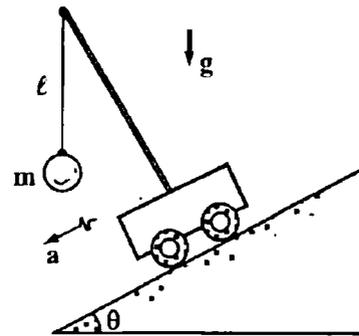


Fig. 29

82. Sobre un cuerpo de masa $m=10$ g en movimiento armónico amortiguado actúa la fuerza externa $F=F_0 \sin(\omega t)$, si $A=5$ cm, $\omega_0=33$ rad/s, $\omega=31,4$ rad/s, y $\delta=1,6$ s⁻¹. Hallar la magnitud de la fuerza externa en el instante $t=1/30$ s de iniciado el movimiento.

- a) 30 mN b) 32 mN c) 34 mN d) 36 mN e) 38 mN

83. En la Fig. 28, el péndulo de longitud $l=40$ cm, formando un ángulo " β " con la vertical, se suelta. Hallar el período de oscilación de este péndulo, si los choques con la pared son absolutamente elásticos, y sabiendo que $\alpha=\beta/2$ y $g=10$ m/s².

- a) 0,72 s b) 0,76 s c) 0,80 s d) 0,84 s e) 0,88 s

84. Una partícula inicia su movimiento en el instante $t=0$ s, a lo largo del eje X, siendo la proyección de su velocidad $v_x=35 \cos \pi t$ cm/s. Hallar la distancia recorrida por esta partícula en los primeros $t=2,8$ s de su movimiento.

- a) 0,2 m b) 0,4 m c) 0,6 m d) 0,8 m e) 1,0 m

85. Un punto oscila armónicamente a lo largo de cierta recta con un período de $T=0,6$ s y una amplitud de $A=10$ cm. Hallar la velocidad media $\langle v \rangle$ del punto durante el tiempo, en el transcurso del cual éste recorre $A/2$, desde su posición de equilibrio.

- a) 0,2 m/s b) 0,4 m/s c) 0,6 m/s d) 0,8 m/s e) 1,0 m/s

86. Una partícula de masa " m " se encuentra en un campo potencial unidimensional, siendo su energía potencial $U(x) = U_0 (1 - \cos ax)$, con " U_0 " y " a " constantes. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la partícula, alrededor de su posición de equilibrio.

- a) $\frac{\pi m}{aU_0}$ b) $\frac{2\pi m}{aU_0}$ c) $(\frac{\pi^2 m}{aU_0})^{1/2}$ d) $(\frac{4\pi^2 m}{aU_0})^{1/2}$ e) $(\frac{4\pi^2 m}{a^2 U_0})^{1/2}$

87. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones de un péndulo matemático de longitud l igual a $l=40$ cm, sumergido totalmente en un líquido, cuya densidad es $\eta=3$ veces menor que la de la bola del péndulo. Desprecie la resistencia del líquido. ($g=10$ m/s²)
- a) 1,14 s b) 1,24 s c) 1,34 s d) 1,44 s e) 1,54 s
88. Un punto participa simultáneamente de dos oscilaciones en una misma dirección, cuyas ecuaciones son: $x_1=A\cos\omega t$ y $x_2=A\cos 2\omega t$. Hallar la velocidad máxima del punto.
- a) 2,13 A ω b) 2,33 A ω c) 2,53 A ω d) 2,73 A ω e) 2,93 A ω
89. Una partícula se mueve con movimiento armónico simple a lo largo del eje X. En los instantes de tiempo t_0 , $2t_0$ y $3t_0$ sus posiciones son "a", "b" y "c", respectivamente. Hallar el período de su movimiento.
- a) $\frac{2\pi t_0}{\text{sen}^{-1}(a+b)/2c}$ b) $\frac{2\pi t_0}{\text{cos}^{-1}(a+b)/2c}$ c) $\frac{2\pi t_0}{\text{sen}^{-1}(a+c)/2b}$
- d) $\frac{2\pi t_0}{\text{cos}^{-1}(a+c)/2b}$ e) $\frac{2\pi t_0}{\text{sen}^{-1}(b+c)/2a}$
90. En el instante de tiempo " t_0 " la coordenada de un oscilador es " x_0 " y su velocidad " v_0 ". Probar que la dependencia entre su coordenada y el tiempo en caso de oscilaciones libres puede expresarse así: $x = x_0 \cos\omega(t-t_0) + (v_0/\omega) \text{sen}\omega(t-t_0)$.
91. Una partícula oscila según la ley $x=A \cos(\omega t - \varphi_0)$ bajo la acción de la fuerza sinusoidal $F=F_0 \cos \omega t$, siendo $\omega=4$ rad/s, $A=2$ cm, $F_0=5$ N y $\varphi_0=30^\circ$. Hallar la potencia media desarrollada por dicha fuerza.
- a) 0,1 W b) 0,2 W c) 0,3 W d) 0,4 W e) 0,5 W
92. Un reloj de péndulo funciona correctamente en la superficie de la tierra. ¿En cuánto se atrasa ó adelanta el péndulo en 24 h; si se ubica en un pozo a la profundidad de $h=400$ m? (Radio de la tierra $R=6,37 \cdot 10^6$ m, $g=10$ m/s²)
- a) 1,5 s b) 1,9 s c) 2,3 s d) 2,7 s e) 3,1 s
93. En la Fig.29, el carrito se mueve con una aceleración de $a=4$ m/s² por el plano inclinado que forma un ángulo de $\theta=30^\circ$ con la horizontal. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones del péndulo de longitud $l=50$ cm. ($g=10$ m/s²)
- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s
94. Un bloque que oscila libremente en un resorte, se desplaza durante el tiempo de $t=0,01$ s desde la distancia de 0,5 cm con respecto a la posición de equilibrio hasta la máxima, igual a 1 cm. Hallar el período de sus oscilaciones.
- a) 0,01 s b) 0,02 s c) 0,04 s d) 0,06 s e) 0,08 s

95. La frecuencia de las oscilaciones libres de un oscilador es " ω ". ¿Después de qué tiempo mínimo la energía cinética del oscilador disminuirá desde el valor máximo hasta la mitad de éste?
- a) $\pi/2\omega$ b) $\pi/3\omega$ c) $\pi/4\omega$ d) $\pi/6\omega$ e) $\pi/8\omega$
96. La frecuencia natural con la que oscila un cuerpo conectado a un resorte es $f_0=20$ osc/s mientras que su frecuencia con amortiguamiento es $f=16$ osc/s. Hallar el decremento logarítmico " ξ ".
- a) 1/2 b) 2/3 c) 1/3 d) 3/4 e) 4/5
97. En la Fig.30, hallar el período de las oscilaciones que realiza el mercurio de masa $m=200$ g, densidad $\rho=13,6 \cdot 10^3$ kg/m³ contenido en el tubo curvado, cuyo rama derecha forma un ángulo de $\theta=30^\circ$ con la vertical. El área de la sección del tubo recto es $A=0,5$ cm². Desprecie la viscosidad del mercurio. ($g=10$ m/s²)
- a) 0,63 s b) 0,67 s c) 0,71 s d) 0,75 s e) 0,79 s

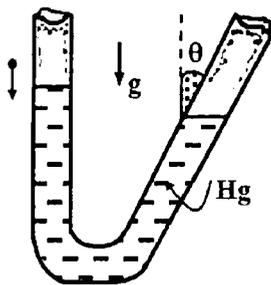


Fig.30

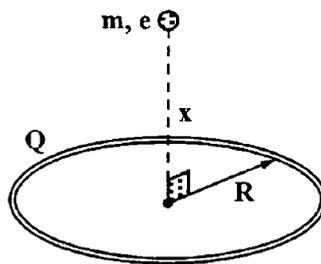


Fig.31

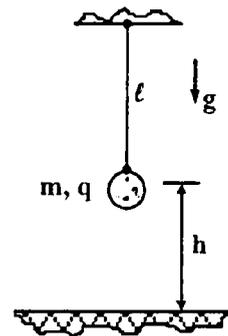


Fig.32

98. En la Fig.31, en el eje del anillo metálico de radio $R=30$ cm y carga $Q=+3 \cdot 10^{-10}$ C distribuida uniformemente, se ubica un electrón a una distancia " x " de su centro ($x \ll R$). Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el electrón. ($e=-1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg $k=9 \cdot 10^9$ N.m²/C² y $\mu=10^{-6}$)
- a) 1,3 μ s b) 1,5 μ s c) 1,7 μ s d) 1,9 μ s e) 2,1 μ s
99. Se tienen 4 cargas " q " fijas en los vértices de un cuadrado horizontal de lado $\ell=a\sqrt{2}$ cm. Una carga $q=-1,6 \cdot 10^{-19}$ C de masa $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg se desplaza desde el centro del cuadrado hacia arriba una pequeña distancia " x " y se suelta. Hallar el período de sus oscilaciones (desprecie la gravedad, además $\ell \gg x$ y $k=9 \cdot 10^9$ N.m²/C², $a=10$)
- a) 6,20 ms b) 6,22 ms c) 6,24 ms d) 6,26 ms e) 6,28 ms
100. En la Fig.32, la esferita de masa $m=9 \cdot 10^{-23}$ kg y carga eléctrica $q=8 \cdot 10^{-10}$ C está suspendida de un hilo de longitud $\ell=4$ cm. A una distancia de $h=2$ cm debajo del mismo, se ha

Una lámina metálica infinita. Hallar el período de las oscilaciones libres de la esferita. ($n=10^{-9}$)

- a) 1π ns b) 2π ns c) 3π ns d) 4π ns e) 5π ns

101. Dos cargas $Q=+4\cdot 10^{-9}$ C están fijas y separadas por una distancia $a=1$ cm. Una tercera carga $q=-8\cdot 10^{-10}$ C de masa $m=9\cdot 10^{-22}$ kg, se ubica a una distancia "x" del centro de la recta que une las cargas "Q" ($x \ll a$), y se libera. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la carga "q". ($k=9\cdot 10^9$ N·m²/C², $\mu=10^{-12}$)

- a) $88,0\pi$ ps b) $88,2\pi$ ps c) $88,4\pi$ ps d) $88,6\pi$ ps e) $88,8\pi$ ps

102. En la cabina de un ascensor que empezó a elevarse del reposo con una aceleración constante de $a=5$ m/s², se instaló un reloj de péndulo. Habiendo recorrido una altura de $h=10$ m, la aceleración de la cabina cambió de sentido manteniéndose igual su módulo. ¿Después de qué tiempo de iniciado el movimiento la indicación del reloj es correcta? ($g=10$ m/s²)

- a) 3,13 s b) 3,33 s c) 3,53 s d) 3,73 s e) 3,93 s

103. En la Fig.33, los bloques de masas $m_1=9$ kg y $m_2=16$ kg están unidos mediante un resorte de constante elástica $k=576$ N/m. Se comprime el resorte mediante dos hilos. Hallar el período de oscilación de los bloques, al quemarse los hilos.

- a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $\pi/5$ s e) $\pi/6$ s

104. En la Fig.34, el péndulo en forma de un recipiente esférico liviano muy delgado de radio "R", está llena de agua y está unida al punto O mediante una barra liviana rígida. ¿Cuántas veces variará el período de las pequeñas oscilaciones de este péndulo, cuando el agua se congele completamente? Despreciar la viscosidad del agua y la variación de su volumen. ($\ell=2R$)

- a) 1,05 b) 1,15 c) 1,25 d) 1,35 e) 1,45

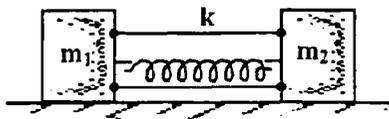


Fig.33

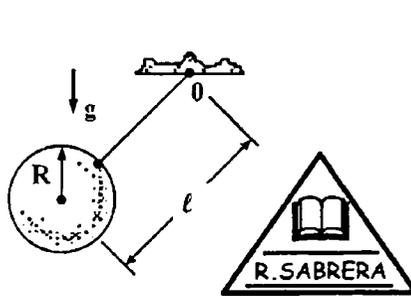


Fig.34

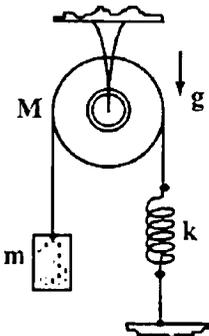


Fig.35

105. En la Fig.35, el bloque de masa $m=8$ kg, está unido al resorte de constante elástica $k=720$ N/m, mediante una cuerda inextensible que pasa a través de la polea en forma de c

lindro de paredes delgadas de masa $M=12$ kg. Hallar el período de las oscilaciones que realiza el bloque. Desprecie el momento de inercia de la polea.

- a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $\pi/5$ s e) $\pi/6$ s

106. Un reloj de péndulo simple se calibra para funcionar exacto con una amplitud de $\theta_0=5^\circ$ si la amplitud disminuye, tal que, $\theta_0 \ll 5^\circ$, ¿Qué tiempo aproximadamente se adelantará el reloj en un día?

- a) 2,13 min b) 2,33 min c) 2,53 min d) 2,73 min e) 2,93 min

107. En la Fig.36, en el instante inicial $t_0=0$, el bloque de masa "m" se desplaza hasta $x_0=0,1$ m y se lanza con una velocidad inicial $v_0=1$ m/s, siendo la frecuencia angular de las oscilaciones $\omega=6$ rad/s. Hallar la posición del bloque en el instante $t=1,4$ s, a partir de su posición de equilibrio.

- a) 1 cm b) 3 cm c) 5 cm d) 7 cm e) 9 cm

108. En la Fig.37, el resorte vertical tiene una constante elástica de $k=16$ N/m. En el instante inicial $t_0=0$, una fuerza dada por $F(t)=64 \text{ sen } 4t$ (N), se aplica al bloque de masa $m=4$ kg. Despreciando el amortiguamiento, hallar la posición del bloque en el instante $t=0,5$ s, respecto de la posición de equilibrio.

- a) 0,25 m b) 0,50 m c) 0,75 m d) 1,00 m e) 1,25 m

109. En la Fig.38, la esferita de masa $m=2$ kg se mueve a lo largo del eje X, atraída hacia el origen por una fuerza de magnitud $8x$ (N), y una fuerza amortiguadora de magnitud $8v$ (N). Hallar la posición de la esferita en el instante $t=0,5$ s, a partir de su posición de equilibrio.

- a) 1,07 m b) 1,27 m c) 1,47 m d) 1,67 m e) 1,87 m

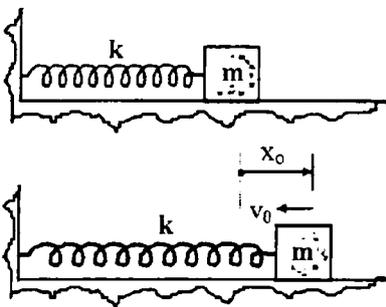


Fig.36

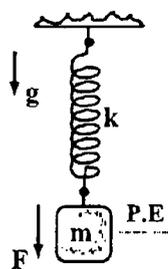


Fig.37

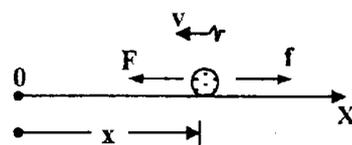


Fig.38

110. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza una barra homogénea de longitud $\ell=37,5$ cm, al girar alrededor de un eje horizontal, que pasa por uno de sus extremos ($g \approx \pi^2$ m/s²)

- a) 0,25 s b) 0,50 s c) 0,75 s d) 1,00 s e) 1,25 s

111. En la Fig.39, el anillo homogéneo muy delgado de radio $R=12,5$ cm está suspendido de una varilla horizontal. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el anillo alrededor de la varilla. ($g \approx \pi^2$ m/s²)

- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s

112. En la Fig.40, en el punto medio A se ubica la esferita de masa $m=0,4$ kg y se conecta a los extremos de los resortes de constantes elásticas $k=100$ N/m y de longitudes normales $\ell_0=5$ cm, luego se desliza la esferita verticalmente una pequeña distancia "y" ($y \ll \ell_0$), y se suelta. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la esferita. ($d=25$ cm)

- a) $\pi/5$ s b) $\pi/10$ s c) $\pi/15$ s d) $\pi/20$ s e) $\pi/25$ s

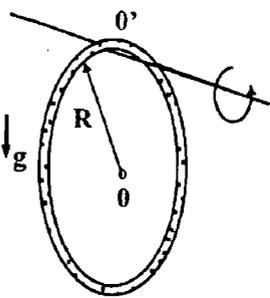


Fig.39

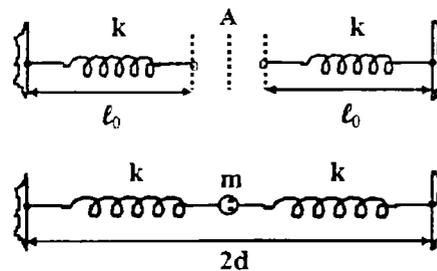


Fig.40

113. En la Fig.41, el disco homogéneo muy delgado de radio $R=25$ cm y masa $m=1,28$ kg cuelga de una varilla de constante de torsión $k'=360$ N·m, y a su vez, su borde está conectado mediante un resorte de constante elástica $k=640$ N/m a la pared. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones del disco, cuando la varilla experimenta una pequeña deformación.

- a) 5π ms b) 10π ms c) 15π ms d) 20π ms e) 25π ms

114. En la Fig.42, hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la placa cuadrada homogénea muy delgada de lado $a=48$ cm y masa $m=6$ kg, alrededor de su posición de equilibrio. ($g=10$ m/s²)

- a) $0,1\pi$ s b) $0,2\pi$ s c) $0,3\pi$ s d) $0,4\pi$ s e) $0,5\pi$ s

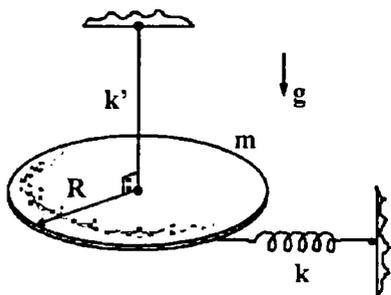


Fig.41

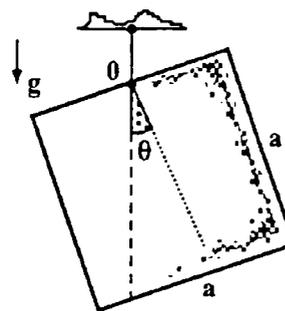


Fig.42

115. Una bolita de masa $m=50$ g y radio $r=1$ cm realiza pequeñas oscilaciones sobre una superficie esférica fija de radio $R=50/7$ m, alrededor de su posición de equilibrio. Hallar el período de dichas oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) π s b) 2π s c) 3π s d) 4π s e) 5π s

116. En la Fig.43, la varilla homogénea de longitud $2\ell=80$ cm y masa "m" está en reposo al interior de la superficie totalmente lisa del cilindro de radio $R=50$ cm, contenida en un plano vertical. Hallar: ($g=10$ m/s²)

I) El período de las pequeñas oscilaciones que realiza la varilla al salir del estado de reposo

- a) 1,17 s b) 1,37 s c) 1,57 s d) 1,77 s e) 1,97 s

II) El aumento (A) o disminución (D) del período de las pequeñas oscilaciones que realiza la varilla, al colocarse en sus extremos dos bolas muy pequeñas de masas "m", y asumiendo que el peso de la varilla es despreciable.

- a) D, 0,22 s b) A, 0,22 s c) D, 0,44 s d) A, 0,44 s e) D, 0,66 s

117. En la Fig.44, la esfera sólida de radio "b" rueda en el interior de la esfera hueca lisa de radio "a". Demostrar que el período de las pequeñas oscilaciones armónicas que realiza la esfera de radio "a", viene dado por: $T=2\pi[7(a-b)/5g]^{1/2}$.

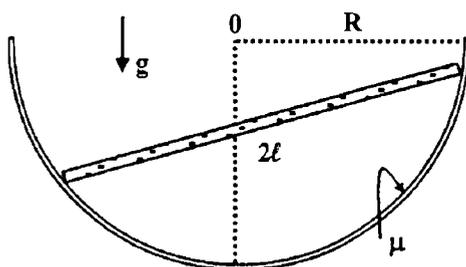


Fig.43

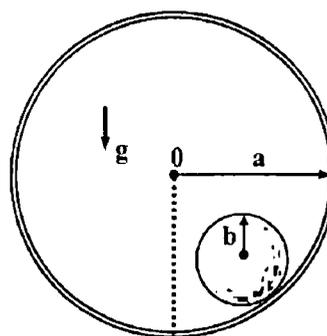


Fig.44

118. Una esfera sólida homogénea de radio $R=40$ cm y masa $m=20$ kg se suspende de un punto situado sobre su superficie. Hallar: ($g=10$ m/s²)

I) El período de las pequeñas oscilaciones que realiza la esfera en un plano vertical, alrededor de su posición de equilibrio.

- a) 1,09 s b) 1,29 s c) 1,49 s d) 1,69 s e) 1,89 s

II) La longitud del péndulo simple, que tiene el mismo período que el de la esfera.

- a) 50 cm b) 52 cm c) 54 cm d) 56 cm e) 58 cm

119. Una placa homogénea delgada en forma de triángulo equilátero de masa "m", altura igual a $h=80$ cm, realiza oscilaciones pequeñas alrededor de un eje horizontal que coincide con

uno de sus lados. Hallar el período de las oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $2\pi/3 \text{ s}$ b) $3\pi/4 \text{ s}$ c) $2\pi/5 \text{ s}$ d) $3\pi/7 \text{ s}$ e) $4\pi/9 \text{ s}$

120. En la Fig.45, la energía potencial de interacción entre dos átomos, viene dado por el potencial de Van der Waals: $U(r)=U_0[(R_0/r)^{12}-2(R_0/r)^6]$, siendo " R_0 " la distancia de equilibrio, " r " la distancia entre los centros de los átomos, y " U_0 " una constante positiva.

- I) Evaluar $U(r)$ para $r \rightarrow \infty$ y $r=R_0$.
 II) Hallar la fuerza sobre el segundo átomo e indicar que tipo de fuerza es.
 III) Probar que las oscilaciones que realizan los átomos son armónicos simples, si: $x=r \pm R_0$.
 IV) Probar que la energía potencial puede expresarse como $U \approx (1/2)kx^2 + C$, siendo $x=r \pm R_0$ y $C=-U_0$.

121. Dos átomos de argón de masa atómica $m=39,948$ uma débilmente unida Ar_2 , bajo la acción del potencial de Van der Waals, con $U_0=1,68 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ y $R_0=3,82 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $1 \text{ uma}=1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

- I) Hallar la constante " k " de la fuerza de restitución o restauración.
 II) Hallar la frecuencia de oscilación de un átomo, considerando que el otro átomo está fijo.

- a) 163 nHz b) 363 nHz c) 563 nHz d) 763 nHz e) 963 nHz

III) Hallar la frecuencia de oscilación respecto del centro de masa (c.m) de la molécula de argón.

- a) 196 nHz b) 396 nHz c) 596 nHz d) 796 nHz e) 996 nHz

IV) Hallar el error porcentual entre los resultados obtenidos en III) y II).

- a) 21,3 % b) 23,3 % c) 25,3 % d) 27,3 % e) 29,3 %

122. En la Fig.46, la espira cuadrada delgada de masa $m=4 \text{ kg}$, lados de longitud $\ell=1,5\sqrt{2} \text{ m}$, que esta suspendida en equilibrio, se gira ligeramente de su punto de suspensión O y se libera. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la espira. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $\pi/2 \text{ s}^{-1}$ b) $\pi \text{ s}^{-1}$ c) $\pi/8 \text{ s}^{-1}$ d) $\pi/4 \text{ s}^{-1}$ e) $2\pi/3 \text{ s}^{-1}$

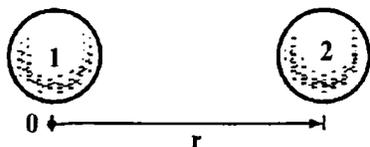


Fig.45

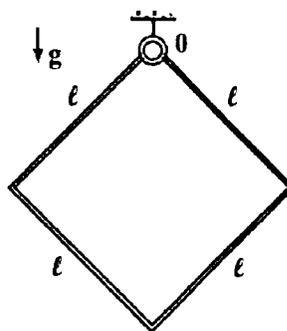


Fig.46

123. En la Fig.47, la barra del péndulo en la cual están adheridas las bolas de masa " m_1 " y " m_2 " a las distancias " ℓ_1 " y " ℓ_2 " del punto de suspensión "O", es de masa despreciable.

I) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el péndulo.

II) Evaluar el periodo del péndulo para: $m_1=m_2$, $\ell_2=2\ell_1=48$ cm, y $g=10$ m/s².

- a) $\pi/5$ s b) $2\pi/5$ s c) $\pi/3$ s d) $2\pi/3$ s e) $3\pi/4$ s

III) ¿En qué porcentaje varía el periodo del péndulo, si se retira la bola de masa " m_2 "?

- a) 20,5 % b) 22,5 % c) 24,5 % d) 26,5 % e) 28,5 %

124. ¿En qué porcentaje cambia el periodo de las oscilaciones verticales de un peso, suspendido por dos resortes iguales, si sustituimos la conexión en serie de los resortes por una conexión en paralelo?

- a) 35 % b) 40 % c) 45 % d) 50 % e) 55 %

125. En la Fig.48, el disco ahuecado de masa uniforme $m=10$ kg, radio $R=40$ cm, que está suspendido en equilibrio, se gira ligeramente alrededor del punto "O", y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el disco ahuecado. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,11 s b) 1,31 s c) 1,51 s d) 1,71 s e) 1,91 s

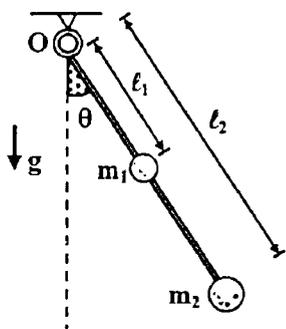


Fig.47

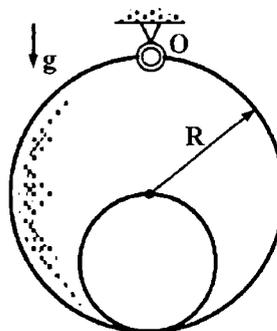


Fig.48

126. En la Fig.49, el disco pequeño de masa " m " y radio " r " está soldado al disco mayor de masa $M=20m$ y radio $R=10r=20$ cm, y que tiene un eje de giro fijo que pasa por O. Si el sistema se libera en la posición mostrada, hallar: ($g=10$ m/s²)

I) La magnitud de la velocidad del disco pequeño, cuando pasa por la posición inferior, para $\theta = 60^\circ$.

- a) 40,6 cm/s b) 42,6 cm/s c) 44,6 cm/s d) 46,6 cm/s e) 48,6 cm/s

II) El periodo del movimiento oscilatorio para $\theta = 3^\circ$.

- a) 2,15 s b) 2,35 s c) 2,55 s d) 2,75 s e) 2,95 s

127. En la Fig.50, la barra vertical homogénea delgada de masa $m=2$ kg y longitud $\ell=40$ cm,

esta fijada a la articulación 0. La rigidez total o sumaria de los resortes iguales de masas despreciables es $k=20 \text{ N/m}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- I) Hallar la frecuencia angular de las oscilaciones pequeñas de la barra.
- a) 8,0 rad/s b) 8,2 rad/s c) 8,4 rad/s d) 8,6 rad/s e) 8,8 rad/s
- II) Hallar el periodo de las oscilaciones pequeñas que realiza la barra.
- a) 0,70 s b) 0,72 s c) 0,74 s d) 0,76 s e) 0,78 s

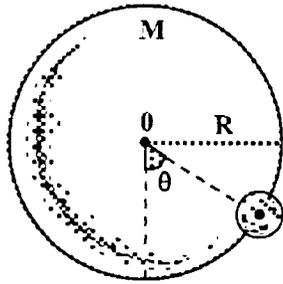


Fig.49

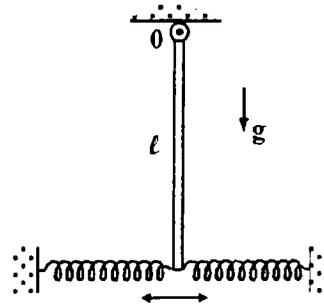


Fig.50

128. Respecto de las oscilaciones que realiza un péndulo físico, indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I) El periodo de oscilación "T" depende de la masa "m" del péndulo físico.
 II) El periodo de oscilación "T" depende de la forma geométrica del péndulo físico.
 III) La frecuencia "f" de las oscilaciones es nula, si el punto de giro "O" no se encuentra en el centro de masa (c.m) del péndulo físico.

- a) VVF b) VFV c) FVF d) FFV e) VFF

129. En la Fig.51, hallar $T_B^2 / T_A^2 = ?$ siendo T_B , T_A los periodos de las pequeñas oscilaciones que realiza la barra uniforme de longitud $\ell=40 \text{ cm}$ y masa $m=5 \text{ kg}$, alrededor del eje que pasa por los puntos A y B, respectivamente. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 7/8 b) 8/7 c) 3/4 d) 4/3 e) 5/6

130. En la Fig.52, el punto de giro "O" de la barra uniforme de masa $m=2 \text{ kg}$ y longitud $\ell=24 \text{ cm}$, se aleja de su centro de masa C, con una rapidez de $v=1 \text{ mm/s}$. ¿Con qué rapidez cambia el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la barra? ($g=10 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)

- a) $0,19 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ b) $0,29 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ c) $0,49 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ d) $0,69 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ e) $0,89 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

131. La interacción entre los nucleones (protones y neutrones) puede expresarse hasta un alto grado de exactitud mediante el potencial de Yukawa: $U(r) = -U_0(r_0/r)e^{-r/r_0}$, en donde $U_0 \approx 50 \text{ MeV}$ y $r_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$.

- I) Hallar la expresión para la fuerza correspondiente $\vec{F}(r)$
 II) ¿Cuál es la distancia de separación para la cual la fuerza es el uno por ciento de su valor en $r=r_0$.

- a) $3 \cdot 10^{-12}$ cm b) $6 \cdot 10^{-12}$ cm c) $3 \cdot 10^{-13}$ cm d) $6 \cdot 10^{-13}$ cm e) $9 \cdot 10^{-13}$ cm

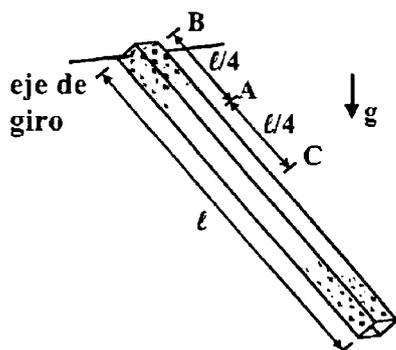


Fig.51

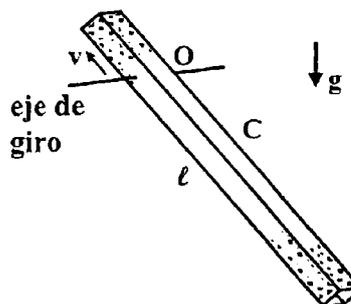


Fig.52

132. En la Fig.53, el alambre uniforme en forma de "L" de lados $\ell = \sqrt{10}/2$ cm, que está en equilibrio se gira ligeramente alrededor de la rotula "O", y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,03 s b) 3,23 s c) 3,43 s d) 3,63 s e) 3,83 s

133. En la Fig.54, el semianillo delgado homogéneo de masa $m=0,5$ kg y radio $R=10$ cm se suspende del punto A, luego se desvía un pequeño ángulo de la vertical, y se libera. Hallar la frecuencia de las pequeñas oscilaciones que realiza el semianillo, asumiendo que no hay deslizamiento en el punto A. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $1,13 \text{ s}^{-1}$ b) $1,33 \text{ s}^{-1}$ c) $1,53 \text{ s}^{-1}$ d) $1,73 \text{ s}^{-1}$ e) $1,93 \text{ s}^{-1}$

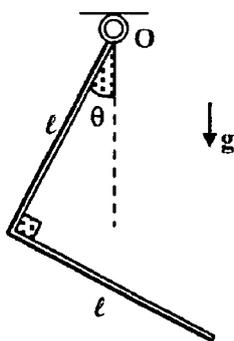
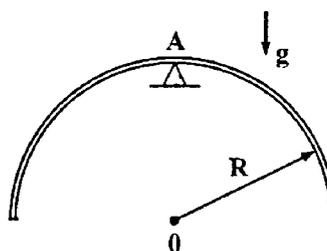


Fig.53



134. En la Fig.55, la varilla metálica delgada y uniforme de masa "m" pivota sin fricción sobre un eje que pasa por su centro y es perpendicular a la varilla. Un resorte horizontal de constante elástica "k" se conecta al extremo inferior de la varilla, y el otro extremo se fija a un soporte rígido. La varilla se gira un ángulo pequeño "theta", y se libera.

- I) Demostrar que la varilla se mueve con movimiento armónico simple.
 II) Hallar el periodo de las oscilaciones armónicas para: $m=10$ kg, y $k=200 \text{ N/m}$

135. En la Fig.56, las varillas delgadas cada una de masa $m=4$ kg y longitud $\ell = \sqrt{2}$ m, se unen en ángulo recto formando una "L". El objeto se gira ligeramente alrededor de la rótula

"O", y se libera. Hallar la frecuencia de oscilación. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $0,22 \text{ s}^{-1}$ b) $0,44 \text{ s}^{-1}$ c) $0,66 \text{ s}^{-1}$ d) $0,88 \text{ s}^{-1}$ e) $1,22 \text{ s}^{-1}$

136. Una varilla uniforme de longitud " ℓ " oscila con un ángulo pequeño alrededor de un punto situado a una distancia " x " de su centro.

- I) Demostrar que su frecuencia angular es: $\omega = [12gx / (12x^2 + \ell^2)]^{1/2}$.
 II) Demostrar que su frecuencia angular máxima se da para $x = \ell / \sqrt{12}$.
 III) ¿Qué longitud tiene la varilla si la frecuencia angular máxima es $2/\pi$.

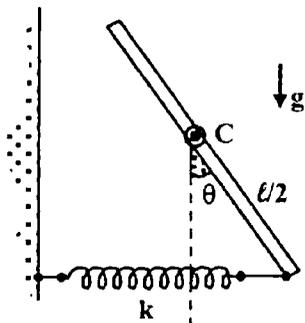


Fig.55

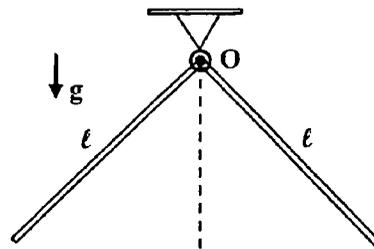


Fig.56

137.I) Determinar el cambio " ΔT " que experimenta el período de un péndulo simple cuando la aceleración debida a la gravedad disminuye en " Δg ".

II) Un reloj de péndulo da la hora correcta en un lugar donde $g=9,8000 \text{ m/s}^2$, pero se atrasa 4,0 s cada día a una altura mayor.

138. Cuando un hombre de masa $m=60 \text{ kg}$ ingresa a un auto de masa $M=500 \text{ kg}$, el centro de gravedad del auto desciende $x=0,3 \text{ cm}$. ($g=9,8 \text{ ms}^2$)

I) Hallar la constante elástica " k " de los muelles del auto. ($k=10^3$)

- a) 190 kN/m b) 192 kN/m c) 194 kN/m d) 196 kN/m e) 198 kN/m

II) Hallar el periodo de las oscilaciones de los muelles cuando el auto está vacío.

- a) $0,317 \text{ s}$ b) $0,337 \text{ s}$ c) $0,357 \text{ s}$ d) $0,377 \text{ s}$ e) $0,397 \text{ s}$

III) Hallar el periodo de las oscilaciones de los muelles cuando el auto está ocupado.

- a) $0,316 \text{ s}$ b) $0,336 \text{ s}$ c) $0,356 \text{ s}$ d) $0,376$ e) $0,396 \text{ s}$

IV) Hallar la variación que experimenta el periodo de las oscilaciones. ($m=10^{-3}$)

- a) 11 ms b) 13 ms c) 15 ms d) 17 ms e) 19 ms

139. Una plancha horizontal oscila con movimiento armónico simple con una amplitud de $A=1,5 \text{ m}$ y una frecuencia de $f=15$ oscilaciones por minuto. Hallar el valor mínimo del coeficiente de fricción a fin de que un cuerpo colocado sobre la plancha no resbale cuando la plancha se mueve. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,30 b) 0,32 c) 0,34 d) 0,36 e) 0,38

140. En la Fig.57, el paralelepípedo uniforme de lados $a=9$ cm, $b=16$ cm, $c=25$ cm, se ubica sucesivamente sobre un líquido de densidad $\rho=1000$ kg/m³, con sus lados "a", "b", "c" perpendiculares a la superficie libre del líquido. Hallar el valor de $(T_b+T_c)/T_a$, siendo " T_a ", " T_b ", " T_c " los periodos de las oscilaciones, que se producen al sumergirse ligeramente el paralelepípedo, y liberarse. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

141. En la Fig.58, la barra de masa $m=12$ kg, y longitud $\ell=60$ cm esta en posición horizontal, unida en sus extremos izquierdo y derecho a una rotula y resorte de constante elástica $k=100$ N/m, y masa despreciable. Hallar el número de oscilaciones que realiza la barra durante un tiempo de $t=56,55$ s. ($g=10$ m/s²)

- a) 30 b) 35 c) 40 d) 45 e) 50

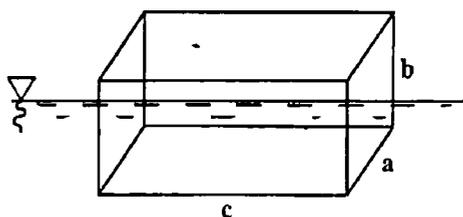


Fig.57

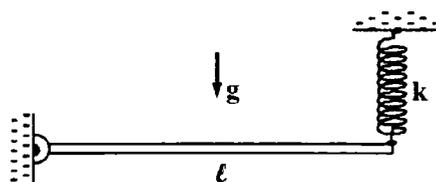


Fig.58

142. En la Fig.59, el anillo (A) uniforme de radio "R" y masa "m", se gira ligeramente alrededor de la articulación "O", y se libera. Si reemplazamos el anillo por un disco uniforme (D) de radio "R" y masa "m", hallar la razón (T_A/T_D) de los periodos de oscilación del anillo (A) y disco (D). ($g=10$ m/s²)

- a) 1,15 b) 1,35 c) 1,55 d) 1,75 e) 1,95

143. En la Fig.60, la esfera compacta de radio $R=10$ cm, se gira ligeramente alrededor de la articulación "O", y se libera. Si la esfera compacta se sustituye por una esfera hueca del mismo radio, ¿En cuanto cambia el periodo de las oscilaciones de la esfera? ($g=10$ m/s²)

- a) 60 ms b) 64 ms c) 68 ms d) 72 ms e) 82 ms

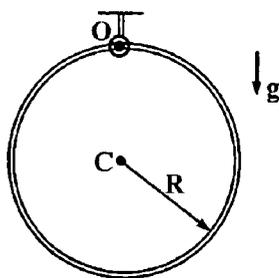


Fig.59

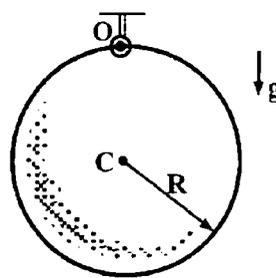


Fig.60

144. Una partícula se mueve de modo que sus coordenadas en función del tiempo están dadas por: $x=v_0t$, $y=y_0\text{sen}\omega t$
- Representar "x" e "y" en función del tiempo "t".
 - Representar la trayectoria de la partícula.
 - ¿Qué fuerza es necesaria para producir este movimiento?
 - Encontrar las magnitudes de la velocidad y la aceleración en función del tiempo.
145. Encontrar para un movimiento armónico simple, los valores de $\langle x \rangle$ y $\langle x^2 \rangle$, donde los promedios se refieren al tiempo, y "x" es la posición instantánea de la partícula.
146. El péndulo de un reloj tiene un periodo de $T=2$ s cuando la aceleración debida a la gravedad es $g=9,8$ m/s². Si la longitud se aumenta en $\Delta\ell=1$ mm. ¿Cuánto tiempo se habrá atrasado el reloj después de 24 horas?
- a) 41,5 s b) 43,5 s c) 45,5 s d) 47,5 s e) 49,5 s
147. En la Fig.61, la varilla de longitud $\ell=40$ cm, peso despreciable está conectada a la articulación "O", y a los resortes de constantes elásticas $k_1=200$ N/m, $k_2=400$ N/m. La masa del bloque es $m=4$ kg. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones de la varilla.
- a) 1,58 s b) 1,88 s c) 2,18 s d) 2,48 s e) 2,78 s
148. En la Fig.62, la semiesfera homogénea maciza de masa "m" y radio $R=40$ cm se encuentra en equilibrio, sobre una superficie horizontal lisa. ($g=10$ m/s²)
- Hallar la frecuencia angular " ω " de las pequeñas oscilaciones que realiza la semiesfera al sacarse de su estado de equilibrio.
- a) 4 rad/s b) 5 rad/s c) 6 rad/s d) 7 rad/s e) 8 rad/s
- Si reemplazamos la esfera maciza por una esfera hueca de igual radio y masa, ¿Cuál es la frecuencia angular " ω " de las pequeñas oscilaciones?
- a) 4,48 rad/s b) 5,48 rad/s c) 6,48 rad/s d) 7,48 rad/s e) 8,48 rad/s
- ¿Cuál es la razón de los cuadrados de las frecuencias angulares, correspondientes a las pequeñas oscilaciones de las semiesferas maciza y hueca, respectivamente?
- a) 1,0 b) 1,2 c) 1,4 d) 1,6 e) 1,8

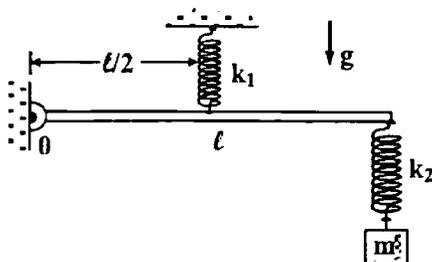


Fig.61

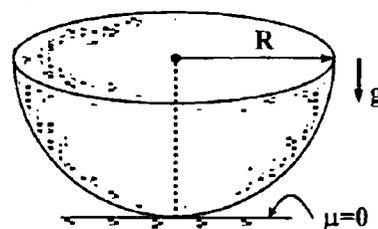
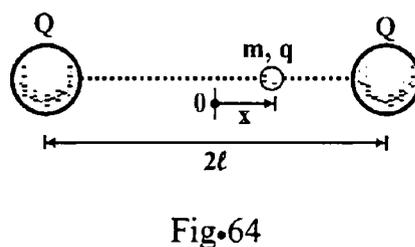
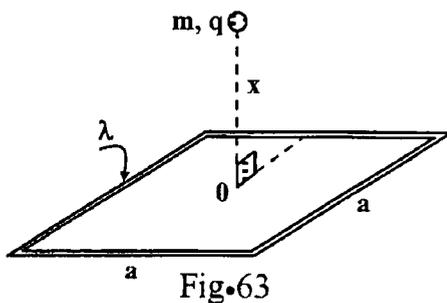


Fig.62

149. ¿Cuál debía ser el porcentaje de cambio en la longitud de un péndulo a fin de que tenga el mismo periodo cuando se le desplaza de un lugar en el cual la aceleración debida a la gravedad es $g=9,8 \text{ m/s}^2$ a un lugar donde $g=9,81 \text{ m/s}^2$?
- a) 0,102 % b) 0,302 % c) 0,502 % d) 0,702 % e) 0,902 %
150. Un cubo sólido, de lado $a=40 \text{ cm}$, puede oscilar alrededor de un eje horizontal coincidente con una arista. Hallar el periodo de sus oscilaciones, cuando se saca ligeramente de su estado de equilibrio. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,12 s b) 1,22 s c) 1,32 s d) 1,42 s e) 1,52 s
151. Un péndulo cuya longitud es de $\ell=2 \text{ m}$ está situado en un lugar en el cual $g=9,8 \text{ m/s}^2$. El péndulo oscila con una amplitud de $\theta_0=2^\circ$. Expresar en función del tiempo: I) su desplazamiento angular, II) su velocidad angular, III) su aceleración angular, IV) su velocidad lineal, V) su aceleración centrípeta y VI) la tensión en la cuerda si la masa del cuerpo situado en su extremo es $m=1 \text{ kg}$.
152. Un péndulo de longitud $\ell=1 \text{ m}$ y de masa $m=0,6 \text{ kg}$ se separa, de modo que esta a una altura "h" sobre la posición de equilibrio. Expresar en función de la altura "h" I) la fuerza tangencial a su trayectoria, II) su aceleración tangencial.
153. Una barra homogénea de longitud $\ell=18\sqrt{3} \text{ cm}$ realiza oscilaciones pequeñas alrededor de un eje horizontal $00'$, que es perpendicular a la barra y pasa por uno de sus puntos.
- I) ¿Para qué distancia entre el centro de masa de la barra C y el eje $00'$, el periodo de las oscilaciones es mínimo? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 5 cm b) 6 cm c) 7 cm d) 8 cm e) 9 cm
- II) ¿Cuál es el periodo mínimo de las oscilaciones?
- a) 0,54 s b) 0,64 s c) 0,74 s d) 0,84 s e) 0,94 s
154. En la Fig.63, en el eje del anillo metálico cuadrado de lados $a=4 \text{ mm}$, densidad de carga lineal uniforme $\lambda=6 \text{ nC/m}$, se ubica una partícula de carga eléctrica $q=-2 \text{ nC}$, masa $m=4g$, a una distancia "x" de su centro O ($x \ll a$). Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la partícula, al liberarse. ($k=9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $n=10^{-9}$)
- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s



155. En la Fig.64, la partícula de masa $m=4\text{ g}$ y carga eléctrica $q=4\text{ nC}$, se ubica a una distancia "x" del punto medio 0 de la distancia $2\ell=8\text{ mm}$ que separa a las cargas puntuales fijas $Q=8\text{ nC}$. Hallar el periodo de las oscilaciones que realiza la partícula al liberarse. ($k=9\cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)

- a) 1,08 s b) 1,28 s c) 1,48 s d) 1,68 s e) 1,88 s

156. En la Fig.65, en la superficie esférica dieléctrica de radio $R=50\text{ cm}$ se encuentran las esferas idénticas homogéneas de masas $m=200\text{ g}$, cargas eléctricas $q=2\text{ }\mu\text{C}$ y radios $r=5\text{ cm}$ unidas por la varilla de peso despreciable de longitud $2\ell=60\text{ cm}$. La magnitud del campo eléctrico uniforme es $E=10^6\text{ N/C}$. Despreciese la fricción en todas las superficies. No hay gravedad.

I) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema, al sacarse ligeramente de su estado de equilibrio.

- a) 3,46 rad/s b) 3,76 rad/s c) 4,06 rad/s d) 4,36 rad/s e) 4,66 rad/s

II) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema, al sacarse de su estado de equilibrio, y reemplazarse las esferas por dos partículas idénticas de masas "m".

- a) 3,0 rad/s b) 3,5 rad/s c) 4,0 rad/s d) 4,5 rad/s e) 5,0 rad/s

III) ¿En qué porcentaje aumenta (A) o disminuye (D) el período de las pequeñas oscilaciones armónicas, que realiza el sistema?

- a) A; 1,33 % b) D; 1,33 % c) A; 1,63 % d) D; 1,63 % e) A, 1,93 %

IV) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema, si esta se mueve perpendicularmente al papel y las esferas son muy pequeñas.

- a) 3 rad/s b) 4 rad/s c) 5 rad/s d) 6 rad/s e) 7 rad/s

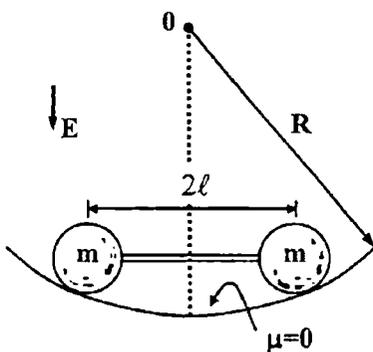


Fig.65

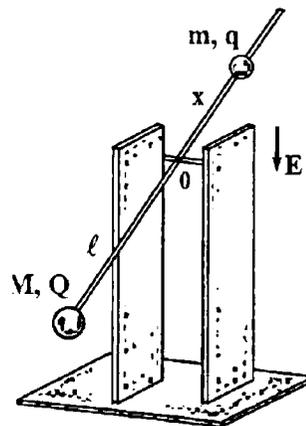


Fig.66

157. En la Fig.66, en el metrónomo en el extremo de la barra ligera aislante a una distancia de

$\ell=60$ cm hay un cuerpo fijo de masa $M=2$ kg, carga $Q=20 \mu\text{C}$ en el otro extremo a una distancia "x" del eje de rotación hay otro cuerpo (móvil) de masa $m=1,8$ kg, carga $q=18 \mu\text{C}$. La magnitud del campo eléctrico uniforme es $E=10^6$ N/C, no hay gravedad.

D) Considerando los cuerpos como partículas, hallar una expresión para la frecuencia angular de las oscilaciones en función de "x".

II) Hallar la frecuencia angular de las oscilaciones, para $x=50$ cm.

- a) 1,0 rad/s b) 1,2 rad/s c) 1,4 rad/s d) 1,6 rad/s e) 1,8 rad/s

III) Hallar el período de las oscilaciones, para $x=50$ cm

- a) 3,1 s b) 3,3 s c) 3,5 s d) 3,7 s e) 3,9 s

158. En la Fig.67, el cilindro hueco fijo de radio "a" y longitud " 2ℓ " tiene una carga total "Q" distribuida uniformemente en su superficie. Demostrar que el período de las pequeñas oscilaciones que realiza la partícula de masa "m" y carga " $-q$ " alrededor del centro del cilindro es: $T=2\pi[4\pi\epsilon_0 m(a^2+\ell^2)^{3/2}/qQ]^{1/2}$.

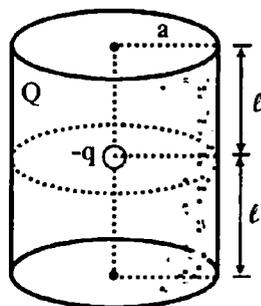


Fig.67

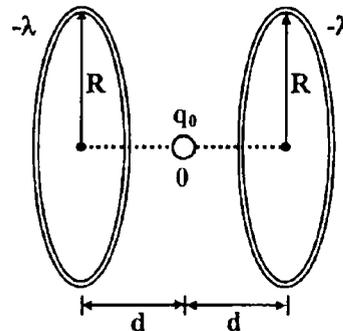


Fig.68

160. Probar que si un péndulo de torsión se gira un ángulo " θ_0 " respecto de su posición de equilibrio, la energía potencial elástica almacenada en el péndulo es: $U=k\theta_0^2/2$, siendo "k" el coeficiente de torsión.

161. En la Fig.69, una cierta cantidad de mercurio, de densidad $\rho=13,6$ g/cm³, está contenida en un tubo en forma de "U", de sección transversal cuadrada de área $S=2$ cm². Despreciando el amortiguamiento, hallar la energía (en ergios) del movimiento cuando la amplitud es igual a $A=5$ cm, y la longitud ocupada por el mercurio de $\ell=30$ cm. ($g=980$ cm/s², 10^7 ergios=1 J, $m=10^{-3}$)

- a) 60,7 mJ b) 62,7 mJ c) 64,7 mJ d) 66,7 mJ e) 68,7 mJ

162. En la Fig. 70, el globo ligero lleno de helio de densidad $\rho_{\text{He}}=0,18 \text{ kg/m}^3$ esta unida mediante una cuerda de longitud $\ell=3 \text{ m}$ al piso. Si el globo se desplaza ligeramente de la posición de equilibrio y se libera. (densidad del aire $\rho_A=1,29 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- I) Probar que las pequeñas oscilaciones que realiza el globo son armónicas simples.
 II) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el globo.

a) 4,51 rad/s b) 4,53 rad/s c) 4,55 rad/s d) 4,57 rad/s e) 4,59 rad/s

III) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el globo.

a) 1,31 s b) 1,35 s c) 1,39 s d) 1,43 s e) 1,47 s

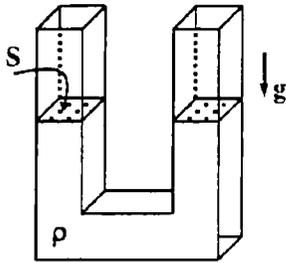


Fig. 69

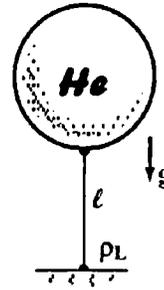


Fig. 70

163. En la Fig. 71, en cada uno de los vértices del cubo regular de lados $a=2 \text{ cm}$, se encuentran cargas eléctricas puntuales fijas de $Q=8 \text{ nC}$. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la carga $q=4 \text{ nC}$ de masa $m=4 \mu\text{g}$, al desplazarse del centro una pequeña distancia "x", paralelamente a una de sus aristas. ($k=9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $x \ll a$, $n=10^{-9}$)

a) 0,54 ms b) 0,64 ms c) 0,74 ms d) 0,84 ms e) 0,94 ms

164. En la Fig. 72, la partícula de masa $m=4 \mu\text{g}$, carga eléctrica $q=8 \text{ nC}$, se libera a una distancia "x" del centro O del disco hueco uniforme muy delgado de radios interno $a=2 \text{ mm}$, $b=4 \text{ mm}$ y densidad de carga superficial uniforme $\sigma=6 \text{ nC/m}^2$. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la partícula. ($k=9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, $x \ll a$, $n=10^{-9}$)

a) 11,3 ms b) 13,3 ms c) 15,3 ms d) 17,3 s e) 19,3 ms

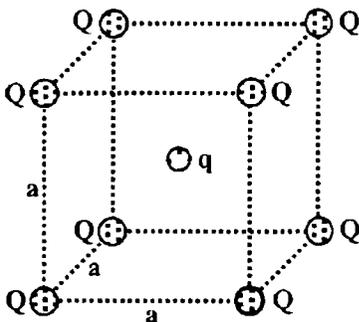


Fig. 71

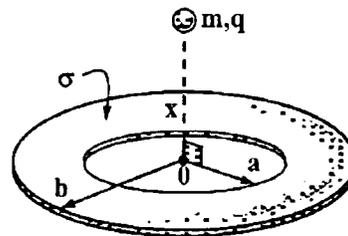


Fig. 72

165. Demostrar que, $x = x_m \sin \omega t$, con $\omega_0^2 = k/m$ y $x_m = (F_0/k) / [1 - (\omega/\omega_0)^2]$ es la solución correspondiente al régimen estacionario, de las oscilaciones armónicas forzadas, dada por la ecuación: $d^2x/dt^2 + (k/m)dx/dt = (F_0/m) \sin \omega t$, siendo $F_0 \sin \omega t$ la fuerza externa aplicada.

166. Un cuerpo de masa $m=300$ g, que está fijada a un resorte de constante elástica de $k=4,8$ N/m, se le da, en su posición de equilibrio una velocidad de $v=30$ cm/s.

I) Hallar la frecuencia angular " ω " de las oscilaciones que realiza el cuerpo.

- a) 3,0 rad/s b) 3,5 rad/s c) 4,0 rad/s d) 4,5 rad/s e) 5,0 rad/s

II) Hallar la amplitud "A" de la oscilación resultante.

- a) 5,5 cm b) 6,0 cm c) 6,5 cm d) 7,0 cm e) 7,5 cm

167. Un cuerpo de masa $m=100$ g que está conectada a un resorte de constante elástica $k=0,9$ N/m, es impulsada por una fuerza $F_d=0,009 \cos \omega t$. Hallar la frecuencia " ω " de la fuerza impulsora para que la oscilación tenga una amplitud de $A=5$ cm.

- a) 2,08 rad/s b) 2,28 rad/s c) 2,48 rad/s d) 2,68 rad/s e) 2,88 rad/s

168. En la Fig.73, en cada uno de los vértices cuadrado de lados $a=4$ mm, se encuentran cargas eléctricas puntuales fijas de $Q=8$ nC. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la carga $q=4$ pC de masa $m=4 \mu\text{g}$, al desplazarse del centro una pequeña distancia " x ", paralelamente a uno de sus lados. ($k=9 \cdot 10^9$ N·m²/C², $x \ll a$, $p=10^{-12}$, $n=10^{-9}$)

- a) 2,09 ms b) 2,29 ms c) 2,49 ms d) 2,69 ms e) 2,89 ms

169. En la Fig.74, se muestra el gráfico de la posición " x " en función del tiempo " t " del movimiento armónico simple de un cuerpo de masa $m=4$ kg. Si la constante elástica es $k=100$ N/m, hallar la ecuación de posición del movimiento.

- a) $10\sqrt{2} \cos(2.t + \pi/4)$ cm b) $10\sqrt{2} \cos(3.t + \pi/4)$ cm c) $10\sqrt{2} \sin(5.t + \pi/4)$ cm
 d) $10\sqrt{2} \sin(2t - \pi/4)$ cm e) $10\sqrt{2} \sin(3.t - \pi/4)$ cm

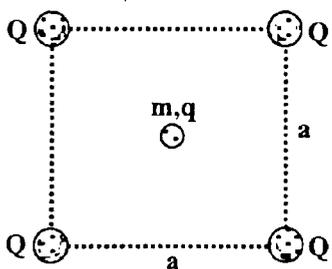


Fig.73

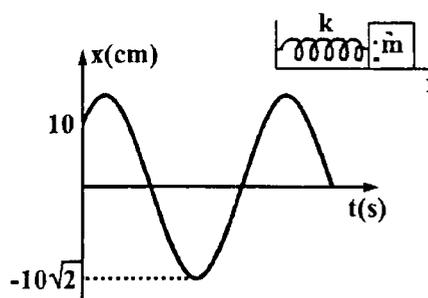


Fig.74

170. Demostrar que el periodo del péndulo simple, cuando las oscilaciones no son pequeñas,

viene dado por: $T=2\pi\{1+(1/2)^2k^2+(1/2^4)^2k^4+(1/2^6)^2k^6+\dots\}$, con, $k=\text{sen}(\theta_0/2)$, y " θ_0 " la amplitud.

- 171.** Estimar el orden relativo de magnitud de los tres primeros términos correctivos en la serie del periodo " T " de un péndulo simple, si la amplitud es $\theta_0 = 10^\circ$.
- 172.** Una esfera de radio " R " está suspendida desde un punto fijo " O ", por una cuerda de modo que la distancia desde el centro C de la esfera al punto de suspensión es " ℓ ". Hallar el máximo valor de " R/ℓ " de modo que el término correctivo en la expresión del péndulo no represente más que el 1%.
- a) 0,204 b) 0,224 c) 0,244 d) 0,264 e) 0,284
- 173.** Una partícula de masa " m " se mueve a lo largo del eje- x , bajo la acción de la fuerza $F=-kx$. Cuando $t=2$ s, la partícula pasa a través del origen, y cuando $t=4$ s su velocidad es de $v=4$ m/s.
- I) Hallar la ecuación de la posición o elongación.
 II) Demostrar que la amplitud del movimiento es $A=32\sqrt{2}/\pi$ m, si el periodo de oscilación es de $T=16$ s.
- 174.** La ecuación de movimiento de un cuerpo de masa " m ", que oscila conectado a un resorte vertical es: $d^2x/dt^2+9x=6 \text{ sen } \omega t$. Si para el instante $t=0$ s, $x=0$ m y $v=0$ m/s.
- I) Hallar la ecuación de posición instantánea del cuerpo.
 II) Hallar la ecuación de la velocidad instantánea del cuerpo.
 III) Evaluar la ecuación de posición para: $t=0,1$ s y $\omega=2,8$ rad/s.
- a) 2,17 mm b) 2,37 mm c) 2,57 mm d) 2,77 mm e) 2,97 mm
- IV) Hallar el periodo " T " de la fuerza externa para el cual, se produce la resonancia.
- a) $\frac{\pi}{3}$ s b) $\frac{2\pi}{3}$ s c) $\frac{\pi}{4}$ s d) $\frac{3\pi}{4}$ s e) $\frac{3\pi}{2}$ s
- 175.** Un protón y una partícula " α " se introducen a cierta velocidad \bar{v} perpendicularmente a un campo magnético uniforme \bar{B} . Hallar la razón del periodo de la partícula " α " (T_2) a la del protón (T_1).
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 8
- 176.** Si un protón tiene una posición fija y un electrón gira alrededor de él en trayectoria circular de radio $R=0,35\cdot 10^{-10}$ m. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en la posición del protón? Si: $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ H/m, $m_e=9,1\cdot 10^{-31}$ kg, $q_p=q_e=1,6\cdot 10^{-19}$ C, $k=1/4\pi\epsilon_0=9\cdot 10^9$.
- a) 31 T b) 33 T c) 35 T d) 37 T e) 39 T
- 177.** En la Fig.75, la partícula de masa " m " puede moverse en la tubería horizontal sin fricción bajo la acción de la fuerza de la atracción gravitacional de la tierra. Para $x\ll R$ pro

bar que la partícula tiene movimiento armónico simple y hallar su período, sabiendo que el radio de la Tierra es $R=6,37 \cdot 10^6$ m y la gravedad en la superficie $g=9,81$ m/s².

- a) 1,11 h b) 1,21 h c) 1,31 h d) 1,41 h e) 1,51 h

178. En la Fig. 76, el péndulo de masa "m" y longitud $\ell=1,2$ m unido al collarín de masa "3m" se libera en la posición mostrada. Hallar la distancia recorrida por el collarín, cuando el péndulo realiza 2 oscilaciones. Despreciar la fricción. El collarín puede deslizarse por la varilla. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,52 m b) 1,62 m c) 1,72 m d) 1,82 m e) 1,92 m

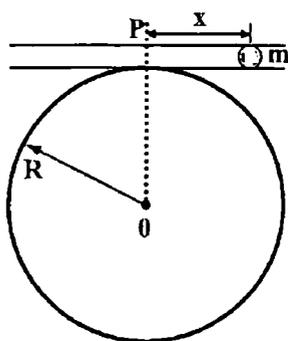


Fig. 75

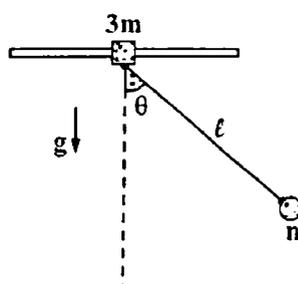


Fig. 76

179. El punto de suspensión de un péndulo simple de longitud $\ell=20$ cm, se desplaza con una aceleración constante de magnitud $a=4$ m/s², formando un ángulo "θ" con la vertical. Hallar: ($g=10$ m/s²)

I) El periodo "T" de las pequeñas oscilaciones del péndulo simple.

II) Evaluar la fórmula del periodo "T₁" para $\theta=180^\circ$.

- a) 1/4 s b) 3/4 s c) 2/3 s d) 3/5 s e) 4/5 s

III) Evaluar la fórmula del periodo "T₂" para $\theta=0^\circ$.

- a) 1,15 s b) 1,35 s c) 1,55 s d) 1,75 s e) 1,95 s

IV) Evaluar la fórmula del periodo "T₃" para $\theta=90^\circ$

- a) 0,816 s b) 0,836 s c) 0,856 s d) 0,876 s e) 0,896 s

V) La relación entre los periodos T₁, T₂, T₃, para los tres casos anteriores.

- a) $T_1 < T_2 < T_3$ b) $T_2 < T_1 < T_3$ c) $T_1 < T_3 < T_2$ d) $T_2 < T_3 < T_1$ e) $T_3 < T_2 < T_1$

180. En la Fig. 77, se suelta del reposo un péndulo con su cuerda de longitud $\ell=40$ cm en posición horizontal. ($g=10$ m/s²)

I) Demostrar que el tiempo que tarda la bolita del péndulo en llegar al punto más bajo de su trayectoria, viene dado por: $t = (\ell/2g)^{1/2} \int_0^{\pi/2} d\theta / \sqrt{\cos\theta}$.

II) Calcular el tiempo que tarda la bolita en llegar al punto inferior de su trayectoria, hasta una aproximación de segundo orden $O(2)$.

- a) 0,2514 s b) 0,2614 s c) 0,2714 s d) 0,2814 s e) 0,2914 s

181. En la Fig. 78, el dispositivo lanza bolitas por la superficie interior del cilindro vertical liso de radio $R=50$ cm, con un ángulo de $\theta=30^\circ$ respecto de la horizontal. La siguiente bolita es lanzada, luego que la anterior retorna al punto de lanzamiento después de haber dado $n=4$ vueltas. Hallar el periodo con la que lanza el dispositivo las bolitas. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,0 s b) 1,2 s c) 1,4 s d) 1,6 s e) 1,8 s

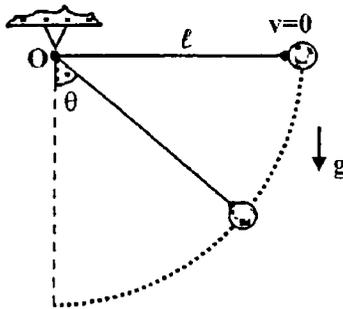


Fig. 77

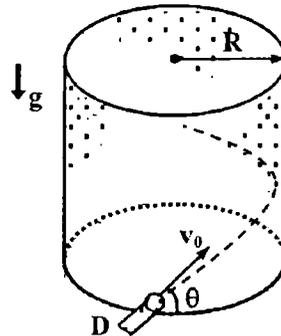


Fig. 78

182. En la Fig. 79, la placa cuadrada uniforme de lados $a=20$ cm, realiza pequeñas oscilaciones alrededor del punto de giro "A", ¿En cuánto aumenta (A) o disminuye (D), el periodo de la placa, si se cambia el punto de giro de las pequeñas oscilaciones, al punto medio "B". ($g=10$ m/s²)

- a) A, 0,249 s b) D, 0,249 s c) A, 0,289 s d) D, 0,289 s e) A, 0,329 s

183. En la Fig. 80, la varilla uniforme de longitud $\ell=1$ m y masa $m=0,5$ kg está suspendida de un alambre. Un momento rotacional de $M=0,2$ N·m origina un desplazamiento angular de $\theta=0,1$ rad. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la varilla.

- a) 0,907 s b) 0,927 s c) 0,947 s d) 0,967 s e) 0,987 s

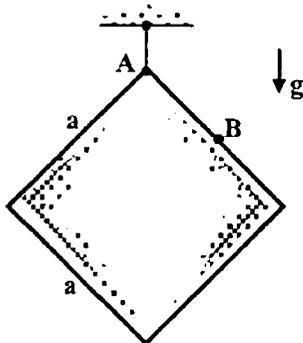


Fig. 79

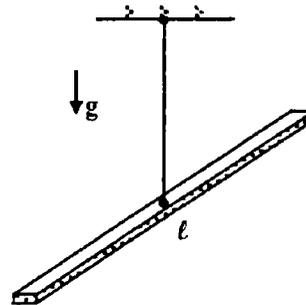


Fig. 80

184. En la Fig.81, el péndulo de resorte de masa $m=2$ kg oscila con movimiento armónico simple, siendo la ecuación de su aceleración: $a=-40.\text{sen}(20t+\pi/6)$ m/s².

- I) ¿En qué instante de tiempo (en ms) su posición es $x=\sqrt{3}/20$ m?
- a) 50,4 b) 51,4 c) 52,4 d) 53,4 e) 54,4
- II) ¿Con que rapidez (en m/s) pasa el bloque por la posición $x=A/2$?
- a) 1,13 b) 1,33 c) 1,53 d) 1,73 e) 1,93
- III) ¿Cuál es la energía total del péndulo?
- a) 2 J b) 3 J c) 4 J d) 5 J e) 6 J

185. En la Fig.82, hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones verticales de la bola de masa $m=40$ g, fijada al centro de la cuerda de longitud $\ell=1$ m estirada horizontalmente. Considerar la tensión $F=10$ N en la cuerda constante.

- a) 0,1 s b) 0,2 s c) 0,3 s d) 0,4 s e) 0,5 s

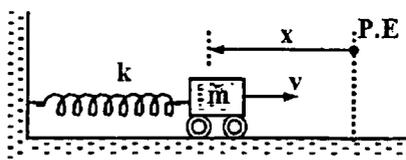


Fig.81

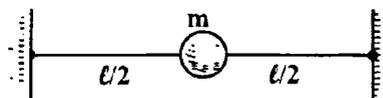


Fig.82

186. El periodo de las oscilaciones amortiguadas de un cuerpo de masa $m=1$ kg, unida a un resorte es de $T=0,5$ s. Si el cuerpo, estira el resorte verticalmente una longitud de $x=5$ cm. Hallar la constante de amortiguamiento "b". ($g=9,81$ m/s²)

- a) 12,14 kg/s b) 12,34 kg/s c) 12,54 kg/s d) 12,74 kg/s e) 12,94 kg/s

187. En la Fig.83, el cilindro circular de masa "m" y radio "R" está suspendido del techo mediante un alambre. El cilindro se gira un ángulo " θ_0 " y se suelta. Si suponemos que el momento es proporcional al ángulo que ha rotado el cilindro y que la constante de proporcionalidad es " λ ", demostrar que el cilindro oscila con movimiento armónico simple de periodo $T=2\pi[mR^2/2\lambda]^{1/2}$.

188. En la Fig.84, el cilindro macizo uniforme de masa $M=5$ kg y radio $r=4$ cm rueda sin deslizar sobre la superficie circular de radio $R=10$ cm. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, que realiza el cilindro alrededor de su posición de equilibrio. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,516 s b) 0,536 s c) 0,556 s d) 0,576 s e) 0,596 s

189. En la Fig.85, el elipsoide de revolución uniforme de semiejes $a=10$ cm, $b=15$ cm, que está suspendida en la articulación "O", se gira ligeramente y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el elipsoide. ($g=10$ m/s²)

a) 0,814 s

b) 0,834 s

c) 0,854 s

d) 0,874 s

e) 0,894 s

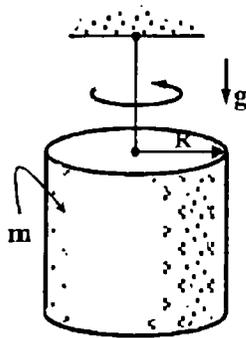


Fig.83

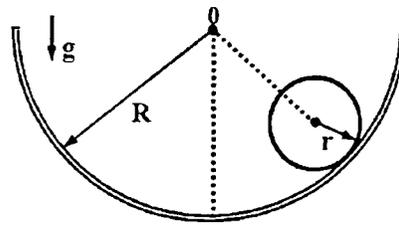


Fig.84

190. En la Fig.86, la placa metálica uniforme de lados $a=1$ m y $b=1,2$ m, realiza pequeñas oscilaciones alrededor del eje indicado. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, que realiza la placa. ($g=10$ m/s²)

a) 1,0 s

b) 1,2 s

c) 1,4 s

d) 1,6 s

e) 1,8 s

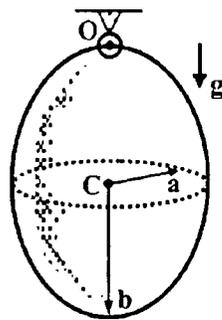


Fig.85

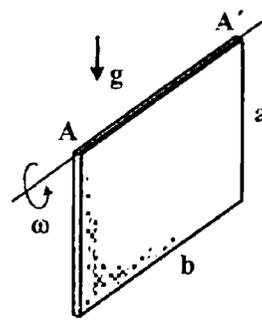


Fig.86

191. En la Fig.87, el cuerpo de momento de inercia "I", suspendido de la barra de longitud " ℓ ", radio de la sección transversal "r" y módulo de cizallamiento "G", realiza pequeñas oscilaciones de torsión, alrededor de su posición de equilibrio.

I) Demostrar que la frecuencia angular de las oscilaciones es: $\omega = (\pi r^4 G / 2\ell I)^{1/2}$.

II) Si el cuerpo es un disco uniforme de radio $R=25$ cm, masa $m=20$ kg, y el alambre es de longitud $\ell=80$ cm, radio $r=0,3$ cm, módulo de cizallamiento $G=3,52 \cdot 10^9$ J/m, hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

a) 6,24 s

b) 6,34 s

c) 6,44 s

d) 6,54 s

e) 6,64 s

192. Dos discos uniformes de radios $R=10$ cm, espesores $s=4$ mm, el primero de acero (A) y el segundo de aluminio (Al) de densidades $\rho_A=7,8$ g/cm³ y $\rho_{Al}=2,7$ g/cm³, respectivamente, realizan pequeñas oscilaciones de torsión, suspendidas de alambres de radio $r=0,3$ cm y longitudes $\ell=20$ cm. Hallar la razón de los periodos de los discos $T_A/T_{Al}=?$.

a) 1,1

b) 1,3

c) 1,5

d) 1,7

e) 1,9

193. En la Fig. 88, la placa uniforme en forma de cuadrante de círculo, de radio $R=40$ cm, realiza pequeñas oscilaciones alrededor de la articulación "O". Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones. ($g=10$ m/s²).

- a) 0,90 s b) 0,92 s c) 0,94 s d) 0,96 s e) 0,98 s

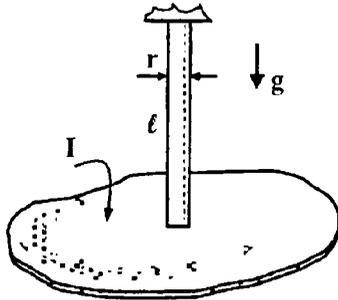


Fig.87

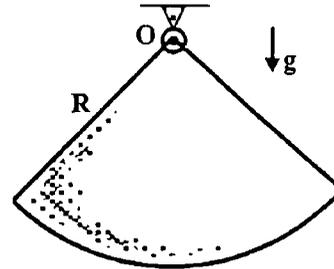


Fig.88

194. En la Fig. 89, en el punto medio de la barra horizontal de peso despreciable, que inicialmente está en equilibrio unido al sistema de resortes de constantes elásticas $k_1=2000$ N/m, $k_2=2500$ N/m, se suspende un bloque de peso $W=50$ N mediante un resorte de constante elástica $k_3=1000$ N/m. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones producidas al liberarse el sistema. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,16 s b) 1,36 s c) 1,56 s d) 1,76 s e) 1,96 s

195. En la Fig. 90, el cilindro compacto homogéneo de masa $m=10$ kg, radio $R=12$ cm, realiza pequeñas oscilaciones bajo la acción de los resortes de constantes elásticas $k_1=120$ N/m, $k_2=150$ N/m. Hallar el periodo de las oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $2\pi/3$ s e) $3\pi/4$ s

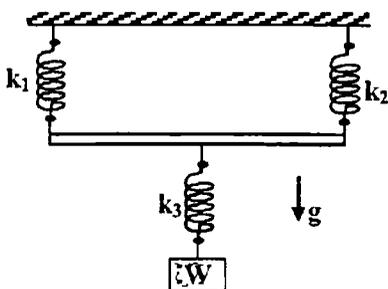


Fig.89

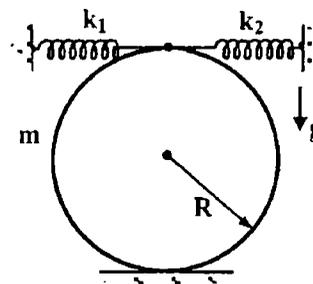


Fig.90

196. Hallar los valores medio de las energías cinética " E_C " y potencial " E_P " en un movimiento armónico simple, con respecto, I) al tiempo, II) a la posición.

197. Hallar el valor de la amplitud de un péndulo simple de modo que la ecuación para el periodo: $T=2\pi(\ell/g)^{1/2}[1+(1/4)\text{sen}^2(\theta/2)+(9/64)\text{sen}^4(\theta/2)+\dots]$, sea correcta en un 2 %.

- a) $32^{\circ} 20' 41''$ b) $32^{\circ} 22' 41''$ c) $32^{\circ} 24' 41''$ d) $32^{\circ} 26' 41''$ e) $32^{\circ} 28' 41''$

198. En la Fig.91, el disco sólido de radio $R=18$ cm se suspende de un eje horizontal a la distancia "h" de su centro. ($g=10$ m/s²)

- I) Hallar la expresión de la longitud del péndulo simple equivalente.
 II) Evaluar la expresión de la longitud equivalente, para $h=9$ cm.

- a) 21 cm b) 23 cm c) 25 cm d) 27 cm e) 29 cm

III) Hallar la posición del eje para el cual el periodo es un mínimo.

- a) 12,13 cm b) 12,33 cm c) 12,53 cm d) 12,73 cm e) 12,93 cm

199. En la Fig.92, el péndulo de torsión consistente de un bloque rectangular de madera de lados $a=8$ cm, $b=12$ cm, $c=3$ cm y masa $m=0,3$ kg, está suspendido mediante el alambre OO' , que pasa a través de su centro, con su lado "c" paralelo al eje OO' . El periodo de oscilación es de $T=2,4$ s. ($g=10$ m/s²)

I) Hallar la constante de torsión " κ " (en N•m/rad) del alambre.

- a) $3,16 \cdot 10^{-3}$ b) $3,36 \cdot 10^{-3}$ c) $3,56 \cdot 10^{-3}$ d) $3,76 \cdot 10^{-3}$ e) $3,96 \cdot 10^{-3}$

II) Hallar la mayor razón de dos periodos, correspondientes a dos lados, situados sucesivamente paralelos al eje de giro OO' .

- a) 2,25 b) 1,69 c) 1,46 d) 2,82 e) 1,37

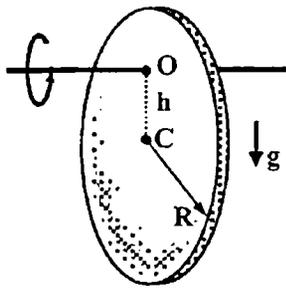


Fig.91

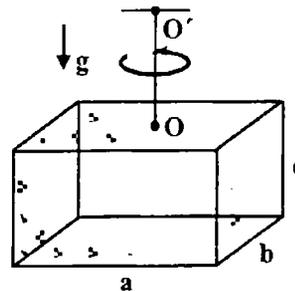


Fig.92

200. La energía potencial de un cuerpo de masa "m" conectado a un resorte, viene dado por: $V(x)=(1/2)Cx^2 - (1/3)sCx^3$, siendo "C" una constante, y "s" una constante de anarmonicidad.

- I) Hallar la ecuación de movimiento del cuerpo.
 II) Hallar la ecuación de posición instantánea del cuerpo.
 III) Hallar la velocidad instantánea del cuerpo.

201. La ecuación de movimiento correspondiente a un oscilador amortiguado forzado, viene dado por: $d^2x/dt^2 + 2\delta dx/dt + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$, donde $\delta = b/2m$, $\omega_0^2 = k/m$ y $f_0 = F_0/m$.

- I) Hallar la solución particular de esta ecuación diferencial, mediante el método de variables complejas.
 II) Hallar la potencia media " P_m " del sistema mecánico.

202. El período de un péndulo simple al interior de un ascensor en reposo es " T_0 ", en tanto, su período, cuando el ascensor se mueve con aceleración " a " es " T ".

- I) Demostrar que para, $a \ll g$, el periodo de las pequeñas oscilaciones, viene dado por: $T = T_0[1 \pm (1/2)(a/g)]$, siendo " g " la aceleración debida a la gravedad.
 II) Hallar la aceleración " a ", para $T_0 = 1$ s, $T = 1,025$ s, y $g = 9,81$ m/s².

- a) 0,41 m/s² b) 0,43 m/s² c) 0,45 m/s² d) 0,47 m/s² e) 0,49 m/s²

203. En la Fig.93, la bola de masa $m = 2$ kg gira a la velocidad angular de $\Omega = 4$ rad/s alrededor del eje que pasa por O, con el que se une mediante un resorte de constante elástica $k = 82$ N/m. Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones de la bola a lo largo del resorte, si $\Omega^2 < k/m$. ($g = 10$ m/s²)

- a) 1 rad/s b) 2 rad/s c) 3 rad/s d) 4 rad/s e) 5 rad/s

204. En la Fig.94, el disco homogéneo de masa $m = 0,3$ kg y radio $r = 25$ cm está unido rígidamente a otro disco homogéneo de masa $M = 1$ kg y radio $R = 50$ cm. Si se pone en movimiento el sistema a partir del reposo en la posición mostrada, ¿Cuál será la velocidad angular cuando el disco pequeño este en la parte mas baja del recorrido? ($g = 10$ m/s²)

- a) 2,07 rad/s b) 2,27 rad/s c) 2,47 rad/s d) 2,67 rad/s e) 2,87 rad/s

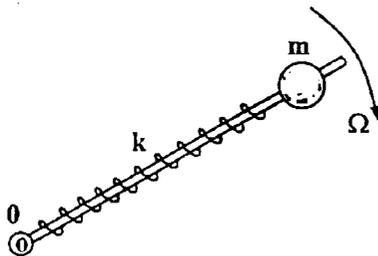


Fig.93

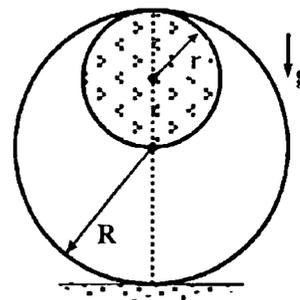


Fig.94

205. En la Fig.95, el imán de masa " M ", momento magnético " \bar{m} " se encuentra en el eje de la bobina de " N " vueltas, radio " R " por el que circula una corriente de intensidad " I ", a una pequeña distancia " x " de su centro " O ". Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el imán.

206. En la Fig.96, el manguito de masa " m " que está insertado en un alambre fino horizontal liso, está unido al bloque de masa " M " ($M = 10m$) por un hilo que pasa a través de la polea fija. ($\ell = 25$ cm, $g = 10$ m/s²)

- I) ¿Por qué, para las oscilaciones pequeñas del manguito puede despreciarse la variación de

la tensión del hilo, debido a las oscilaciones verticales del bloque?

II) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el manguito.

- a) 10 rad/s b) 15 rad/s c) 20 rad/s d) 25 rad/s e) 30 rad/s

III) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el bloque.

- a) 10 rad/s b) 20 rad/s c) 30 rad/s d) 40 rad/s e) 50 rad/s

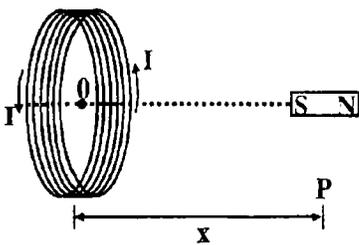


Fig.95

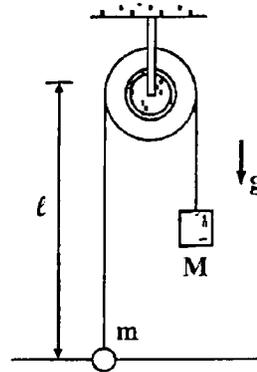


Fig.96

207. La ecuación de movimiento de un oscilador amortiguado es: $d^2x/dt^2 + 2\delta dx/dt + \omega_0^2 x = 0$.

Demostrar que la frecuencia angular de las oscilaciones amortiguadas, viene dado por: $\omega = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$, siendo $\delta = b/2m$ el coeficiente de amortiguamiento, y $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ la frecuencia angular de las oscilaciones propias.

208. Demostrar que para un movimiento oscilatorio armónico infraamortiguado (débilmente amortiguado) de ecuación de movimiento: $d^2x/dt^2 + 2\delta dx/dt + \omega_0^2 x = 0$, con $\delta = b/2m$ el coeficiente de amortiguamiento, y $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ la frecuencia angular de las oscilaciones propias.

I) El factor de calidad "Q", viene dado por: $Q = \omega_0 / 2\delta$.

II) Para un péndulo de resorte de constante elástica "k", que se mueve sobre una superficie de constante de fricción "b", el factor de calidad es $Q = \sqrt{mk} / b$.

III) El decremento logarítmico "ε", viene dado por: $\epsilon = \delta T$, siendo "T" el periodo.

IV) El tiempo de relajamiento "τ", viene dado por: $\tau = 1/\delta$.

V) Demostrar que la frecuencia "ω" de las oscilaciones amortiguadas, viene dado por: $\omega = \omega_0 [1 - (\omega/\omega_0)^2 (\epsilon/2\pi)^2]^{1/2}$.

209. En la Fig.97, cuando el cuerpo realiza pequeñas oscilaciones, alrededor del eje que pasa perpendicularmente por los puntos O_1 y O_2 su periodo es de $T = 1,2$ s. Hallar la distancia "d" entre los puntos O_1 y O_2 . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 34,5 cm b) 35,5 cm c) 36,5 cm d) 37,5 cm e) 38,5 cm

210. Una placa de masa $m = 3$ kg se suspende de un punto, situado a la distancia $d = 10$ cm de

su centro de masas C. El período de las pequeñas oscilaciones que realiza la placa es de $T=2,6$ s. Hallar el momento de inercia (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$) de la placa, respecto de su centro de masa. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,404 b) 0,424 c) 0,444 d) 0,464 e) 0,484

211. Un péndulo simple de longitud $\ell=1$ m, formada por una esfera de radio $R=0,5$ cm y densidad $\rho=2,65\cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, realiza oscilaciones pequeñas en el aire de viscosidad igual a $\eta=1,78\cdot 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ a la temperatura de 20°C . ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\mu=10^{-6}$)

I) Hallar el coeficiente de amortiguamiento (en μs^{-1}), debida al aire.

- a) 598,5 b) 601,5 c) 604,5 d) 607,5 e) 610,5

II) Hallar el tiempo necesario para que la temperatura se reduzca en 10 %.

- a) 2,1 min b) 2,3 min c) 2,5 min d) 2,7 min e) 2,9 min

III) Hallar la frecuencia angular " ω " de las oscilaciones amortiguadas.

212. Se suelta un cuerpo de masa $m=10$ kg, en la entrada de un túnel que atraviesa la Tierra por uno de sus diámetros. ¿Después de qué tiempo de soltado el cuerpo, este pasa por segunda vez por el centro de la Tierra? ($g=9,81 \text{ m/s}^2$, $R_T=6,37\cdot 10^6 \text{ m}$)

- a) 63,29 min b) 63,59 min c) 63,89 min d) 64,19 min e) 64,49 min

213. Un cuerpo de masa $m=2$ kg oscila en un resorte de constante elástica $k=400 \text{ N/m}$ con una amplitud inicial de $A_0=3$ cm.

I) Hallar las unidades de la constante de amortiguamiento "b".

- a) $\text{kg}\cdot\text{s}$ b) kg/s c) $\text{N}\cdot\text{s}$ d) N/s e) $\text{kg}\cdot\text{s}^2$

II) Hallar el periodo de las oscilaciones que realiza el cuerpo.

- a) 0,40 s b) 0,42 s c) 0,44 s d) 0,46 s e) 0,48 s

III) Hallar la energía inicial total del sistema oscilante.

- a) 0,10 J b) 0,12 J c) 0,14 J d) 0,16 J e) 0,18 J

IV) Si la energía disminuye en 1 % por periodo, hallar el coeficiente de amortiguamiento " δ " (en 10^{-2} s^{-1})

- a) 1,14 b) 1,24 c) 1,34 d) 1,44 e) 1,54

214. En la Fig.97, los periodos de las oscilaciones que realiza el cuerpo, cuando el eje de giro pasa por los puntos O_1 y O_2 , separados por una distancia de $\ell=30$ cm son: $T_1=1,3$ s y $T_2=1,4$, respectivamente. Hallar la razón de las distancias $d_1/d_2=?$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,13 b) 1,33 c) 1,53 d) 1,73 e) 1,93

215. Un oscilador tiene una masa de $m=50$ g y un periodo de $T=2$ s. Su amplitud disminuye en

un 50 % en cada ciclo.

I) Hallar la constante de amortiguamiento "b" (en $10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$)

- a) 2,15 b) 2,36 c) 2,56 d) 2,76 e) 2,96

II) ¿Qué fracción de la energía del oscilador se disipa en cada ciclo?

- a) 0,75 b) 0,80 c) 0,85 d) 0,90 e) 0,95

216. En la Fig.98, probar que la partícula situada en el tubo horizontal liso perforado a través de la tierra, realiza un movimiento armónico simple, y hallar su período sabiendo que el radio de la tierra es $R=6,37\cdot 10^6 \text{ m}$ y la gravedad en la superficie $g=9,81 \text{ m/s}^2$.

- a) 1,11 h b) 1,21 h c) 1,31 h d) 1,41 h e) 1,51 h

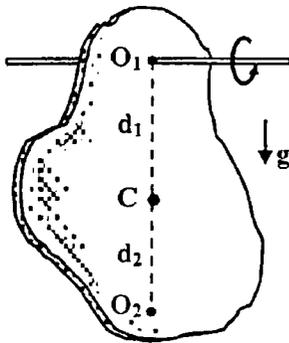


Fig.97

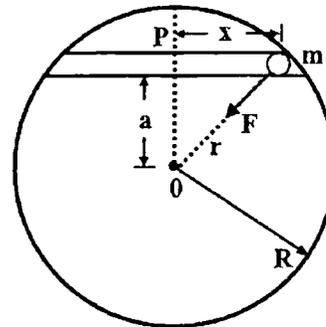


Fig.98

217. La amplitud de un oscilador amortiguado disminuye en un 50 % en cada ciclo.

I) ¿En qué fracción disminuye la energía en cada ciclo?

- a) 65 % b) 70 % c) 75 % d) 80 % e) 90 %

II) Demostrar que se cumple: $bT/2m = \ln(2)$, siendo "b" la constante de amortiguamiento, "m" la masa y "T" el período de las oscilaciones.

III) Demostrar que la disminución relativa de la frecuencia es aproximadamente 0,006.

218. En la Fig.99, las esferas muy pequeñas de masas uniformes iguales a $m_1=200 \text{ g}$ y $m_2=100 \text{ g}$, se encuentra en los extremos de la barra de peso despreciable de longitud $\ell=30 \text{ cm}$, suspendida verticalmente del centro de masa C del sistema. Los resortes sin deformación de constantes elásticas $k_1=100 \text{ N/m}$ y $k_2=80 \text{ N/m}$ están conectados horizontalmente a las paredes verticales. Si la barra se gira ligeramente alrededor de la rótula C y se suelta, hallar el período de las pequeñas oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,12 s b) 0,24 s c) 0,36 s d) 0,48 s e) 0,60 s

219. En la Fig.100, la esfera uniforme de radio $R=1 \text{ m}$, densidad uniforme $\rho=400 \text{ kg/m}^3$, su mergida completamente en agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$, se libera. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la velocidad con la que la esfera abandona el agua.

- a) 3,13 m/s b) 3,33 m/s c) 3,53 m/s d) 3,73 m/s e) 3,93 m/s

II) Hallar la velocidad de la esfera, para el instante en que el centro de la esfera esta a 0,5 m del nivel del agua.

- a) 4,18 m/s b) 4,28 m/s c) 4,38 m/s d) 4,48 m/s e) 4,58 m/s

III) ¿A qué altura máxima asciende el centro de la esfera, respecto del nivel del agua?

- a) 1,1 m b) 1,3 m c) 1,5 m d) 1,7 m e) 1,9 m

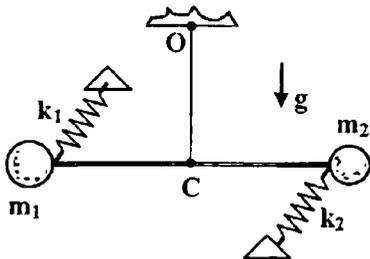


Fig.99

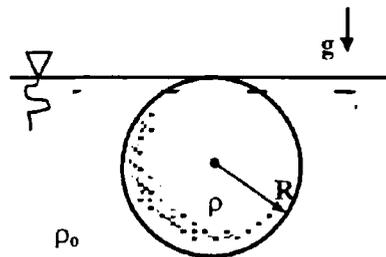


Fig.100

220. Sobre un cuerpo de masa $m=1$ kg unida a un resorte de constante elástica $k=500$ N/m, actúa una fuerza externa $F=10 \text{ sen } 2\pi t$ (N), donde "t" está en segundos. Asumiendo que no hay fricción.

I) Hallar el periodo de las oscilaciones forzadas.

- a) 0,28 s b) 0,56 s c) 0,86 s d) 1,0 s e) 1,2 s

II) Hallar la amplitud de las oscilaciones forzadas.

- a) 2,17 cm b) 2,37 cm c) 2,57 cm d) 2,77 cm e) 2,97 cm

221. Sobre un oscilador forzado de masa $m=2$ kg, constante elástica $k=200$ N/m, actúa una fuerza externa de amplitud $F_0=20$ N, frecuencia angular de oscilación $\omega=4\pi$ rad/s. Asumiendo que no existe amortiguamiento, hallar la potencia debida a la fuerza externa en el instante $t=0,3$ s.

- a) 21 W b) 22 W c) 23 W d) 24 W e) 25 W

222. En la Fig. 101, la barra uniforme de masa $m=10$ kg, longitud $\ell=60$ cm, está suspendida de su punto medio. En su extremo se encuentra horizontalmente, un resorte sin deformar de constante elástica $k=300$ N/m, unida a una pared vertical. Si la barra se gira ligeramente, alrededor de la rótula C y se libera, hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,60 s b) 0,62 s c) 0,64 s d) 0,66 s e) 0,68 s

223. En la Fig. 102, el resorte de constante elástica $k=320$ N/m se une al eje de la rueda hom

genea de masa $m=10$ kg que puede rodar sin deslizar. ($g=10$ m/s²)

- I) Hallar la frecuencia angular de las oscilaciones que realiza el sistema, al sacarse de su estado de equilibrio.
- a) 2 rad/s b) 3 rad/s c) 4 rad/s d) 5 rad/s e) 6 rad/s
- II) ¿En qué porcentaje cambia la frecuencia de las oscilaciones del sistema, al duplicarse la masa de la rueda?
- a) 41,4 % b) 42,4 % c) 43,4 % d) 44,4 % e) 45,4 %

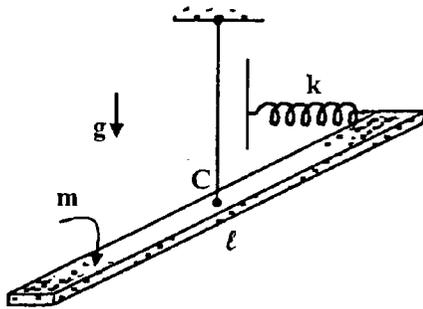


Fig. 101

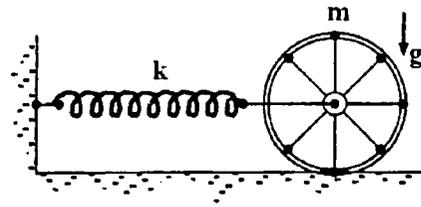


Fig. 102

224. En la Fig. 103, el collar de peso $w=1$ N se encuentra rígidamente unido a la varilla uniforme de peso $W=3$ N y longitud $\ell=1$ m. Hallar el periodo de oscilación de la varilla, sabiendo que $d=1$ m, y $g=9,8$ m/s².

- a) 1,195 s b) 1,395 s c) 1,595 s d) 1,795 s e) 1,995 s

225. En la Fig. 104, el movimiento de la varilla uniforme AB de masa $m=8$ kg, longitud $\ell=20$ cm, está guiada por la cuerda AC y el pequeño rodillo en B. Hallar el periodo de la oscilación al aplicar un pequeño impulso en dirección horizontal al extremo B de la varilla. ($b=20$ cm, $g=10$ m/s²)

- a) 1,06 s b) 1,26 s c) 1,46 s d) 1,66 s e) 1,86 s

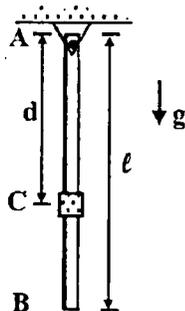


Fig. 103

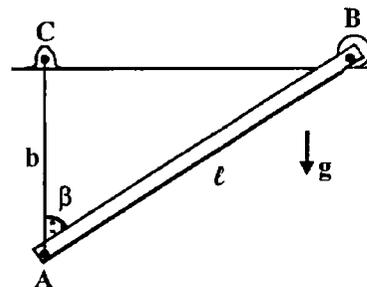


Fig. 104

226. El tubo de un cañón de campaña pesa $W=600$ N y vuelve a su posición de fuego, después de efectuado el retroceso consiguiente, mediante un muelle recuperador de constan

te $k=1500 \text{ N/m}$. Hallar el valor de la constante de amortiguamiento (en kg/s) del mecanismo de retroceso que hace que el cañón se ponga de nuevo en posición, en el menor tiempo posible y sin que produzcan oscilaciones.

- a) 601,8 b) 602,8 c) 603,8 d) 604,8 e) 605,8

227. Un bloque de peso "W" pende de un resorte de constante "k", y se encuentra sometido a una fuerza vertical periódica de módulo $F=F_0 \sin \omega t$. Hallar los valores de " ω " para los que la amplitud de la vibración supera al doble del desplazamiento estático producido por una fuerza constante de módulo " F_0 ".

228. En la Fig.105, el disco plano homogéneo de masa "m" y radio $R=20 \text{ cm}$ tiene en su borde soldada una billa de masa "m". Si el disco se saca de la posición de equilibrio AA' mostrada y se libera. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el disco, alrededor de su posición de equilibrio AA'.

- a) 1,1 s b) 1,3 s c) 1,5 s d) 1,7 s e) 1,9 s

II) Si se cambia el disco por un aro de radio "R" y masa "m", ¿En cuánto aumenta (A) o disminuye (D) el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el aro, alrededor de su posición de equilibrio AA'?

- a) A, 0,12 s b) D, 0,12 s c) A, 0,17 s d) D, 0,17 s e) A, 0,22 s

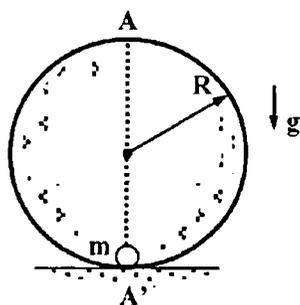


Fig.105

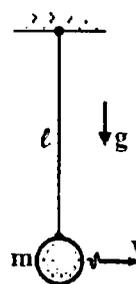


Fig.106

229. En la Fig.106, al péndulo de masa $m=6,74 \text{ kg}$ y longitud $l=2,23 \text{ m}$, se le golpea suministrándole una rapidez de $v=2,06 \text{ m/s}$. Asumiendo que su movimiento es armónico simple, hallar: ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

I) El periodo de su movimiento oscilatorio.

- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s

II) Su energía mecánica total.

- a) 14,1 J b) 14,3 J c) 14,5 J d) 14,7 J e) 14,9 J

III) Su máximo desplazamiento angular.

- a) $25^{\circ} 10'46''$ b) $25^{\circ} 12'46''$ c) $25^{\circ} 14'46''$ d) $25^{\circ} 16'46''$ e) $25^{\circ} 18'46''$

230. En la Fig.107, la placa cuadrada homogénea de lados $a=87,74$ cm, que presenta un agujero semicircular tiene una masa de $m=4$ kg, y está suspendida de la articulación A. La placa se gira ligeramente en la articulación A, y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, que realiza la placa. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,13 s b) 1,33 s c) 1,53 s d) 1,73 s e) 1,93 s

231. Una partícula se mueve con movimiento armónico simple. Si su aceleración a la distancia $d=8$ cm de su posición de equilibrio es $a=4$ m/s², hallar el periodo de sus oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,81 s b) 0,83 s c) 0,85 s d) 0,87 s e) 0,89 s

232. Cuando un cuerpo de masa "M" se suspende del extremo inferior de un resorte vertical y se hace mover, oscila con periodo "T". Hallar el periodo cuando se añade un cuerpo de masa "m" ($M/m=3$)

- a) 1,5T b) 2,0T c) 2,5T d) 3,0T e) 0,5T

233. En la Fig.108, el cilindro uniforme de radio $R=20$ cm, altura $H=30$ cm, densidad " ρ " flota en equilibrio sobre agua de densidad " ρ_L " ($\rho/\rho_L=0,4$). Si el cilindro se hunde ligeramente, y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) 3,1 s b) 3,3 s c) 3,5 s d) 3,7 s e) 3,9 s

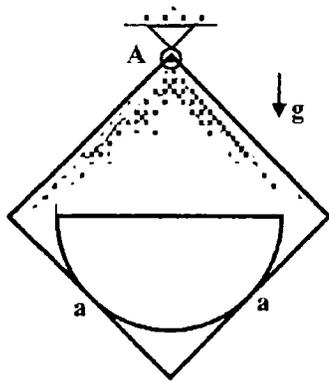


Fig.107

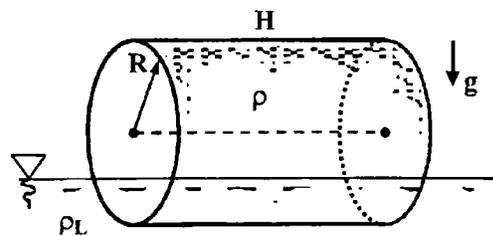


Fig.108

234. Una partícula se mueve en el plano XY, las coordenadas de su posición, vienen dadas por: $x = A \cos \omega t$, y $y = B \cos 2\omega t$. Demostrar que describe un arco de parábola.

235. Un cilindro recto uniforme de radio $R=40$ cm, con su eje de simetría oscila verticalmente en agua de densidad $\rho_L=1000$ kg/m³, con un periodo de $T=1,4$ s. Hallar el peso del cilindro. ($g=10$ m/s², $k=10^3$)

- a) 1,5 kN b) 2,0 kN c) 2,5 kN d) 3,0 kN e) 3,5 kN

- 236.** La ecuación del movimiento de oscilación de un resorte, viene dado por: $m d^2x/dt^2 + kx = 5 \cos \omega t + 2 \cos 3\omega t$. Si, en $t=0$ s, $x=0$ y $v=v_0$.
- I) Hallar la ecuación de posición para cualquier instante de tiempo.
- II) ¿Para qué valores de la frecuencia " ω ", se produce la resonancia.
- 237.** A un péndulo simple de longitud $\ell=40$ cm y masa $m=2$ kg, que cuelga verticalmente de un punto fijo O, se le suministra una velocidad horizontal inicial de magnitud $v_0=2$ m/s. Hallar la longitud de la curva que recorre el péndulo en un periodo completo. ($g=10$ m/s²)
- a) 1,60 m b) 1,62 m c) 1,64 m d) 1,66 m e) 1,68 m
- 238.** En la Fig.109, el pasador de masa $m=100$ g empieza a moverse del reposo a través del alambre sin fricción en forma de cicloide, colocado en un plano vertical. Las ecuaciones paramétricas del cicloide son: $x=a(\theta - \text{sen}\theta)$ y $y=a(1 - \text{cos}\theta)$, siendo $a=40$ cm, $g=10$ m/s².
- I) Hallar la velocidad del pasador en la parte inferior de la trayectoria.
- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s
- II) Hallar el período de de las oscilaciones que realiza el pasador.
- a) $0,4\pi$ s b) $0,5\pi$ s c) $0,6\pi$ s d) $0,7\pi$ s e) $0,8\pi$ s
- 239.** En la Fig.110, el semianillo homogéneo de masa $m=500$ g y radio $R=20$ cm se sitúa sobre la superficie rugosa de coeficiente de fricción " μ ", luego se gira un pequeño ángulo respecto de la vertical y se libera. No hay deslizamiento en el punto de contacto. ($g=10$ m/s²)
- I) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el semianillo.
- a) 0,55 s b) 0,75 s c) 0,95 s d) 1,15 s e) 1,35 s
- II) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones, si se reemplaza el semianillo por un disco delgado homogéneo de masa $m=2$ kg g y radio $R=20$ cm.
- a) 1,10 s b) 1,20 s c) 1,40 s d) 1,60 s e) 1,80 s
- III) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones, si se reemplaza el semianillo por una esfera compacta homogénea de masa $m=10$ kg y radio $R=20$ cm.
- a) 1,17 s b) 1,37 s c) 1,47 s d) 1,67 s e) 1,87 s
- IV) Hallar la longitud del péndulo simple equivalente, para el caso de la esfera compacta.
- a) 30,7 cm b) 32,7 cm c) 34,7 cm d) 36,7 cm e) 38,7 cm
- 240.** Un reloj de péndulo que da el tiempo correcto en un lugar, se lleva a otro lugar donde se atrasa 5 minutos por día. ¿En cuánto deberá acortarse la cuerda del péndulo para que mida el tiempo correcto? ($g=9,81$ m/s²)
- a) 6,1 mm b) 6,3 mm c) 6,5 mm d) 6,7 mm e) 6,9 mm

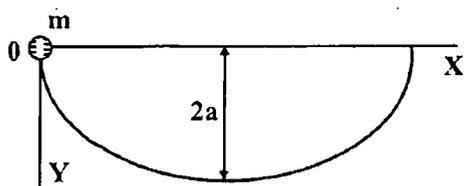


Fig.109

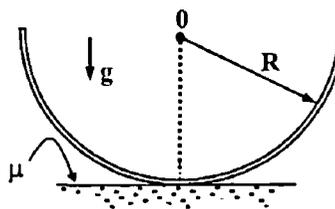


Fig.110

241. Una partícula de masa "m" se mueve en un potencial de Morse, cuya ecuación viene dada por: $U(x) = e^{-2x} - 2e^{-x}$, siendo "x" la coordenada de posición.

- I) Representar la gráfica de $U(x)$, y describir sus características.
- II) Hallar la fuerza que actúa sobre la partícula de masa "m".
- III) Hallar la expresión de la energía, y analizar los posibles movimientos para una energía "E" dada.

242. En la Fig. 111, los bloques de masas uniformes "m₁", "m₂" conectados entre sí mediante los resortes de constantes elásticas "k₀" y "k", se desplazan de su posición de equilibrio las distancias "x₁", "x₂". (m₁=2 kg, m₂=4 kg, k₀=400 N/m, k=500 N/m)

- I) Hallar las ecuaciones de movimiento de los bloques de masas "m₁", "m₂".
- II) Hallar la frecuencia angular "ω₁" de las oscilaciones del bloque de masa "m₁".
 - a) 20,8 rad/s b) 21,2 rad/s c) 21,6 rad/s d) 22,0 rad/s e) 22,4 rad/s
- III) Hallar la frecuencia angular "ω₂" de las oscilaciones del bloque de masa "m₂".
 - a) 13,0 rad/s b) 13,5 rad/s c) 14,0 rad/s d) 14,5 rad/s e) 15,0 rad/s
- IV) Hallar la frecuencia angular del modo normal mayor de oscilación del sistema.
 - a) 22,6 rad/s b) 23,0 rad/s c) 23,4 rad/s d) 23,8 rad/s e) 24,2 rad/s
- V) Hallar la frecuencia angular del modo normal menor de oscilación del sistema.
 - a) 10,9 rad/s b) 11,3 rad/s c) 11,7 rad/s d) 12,1 rad/s e) 12,5 rad/s

243. En la Fig. 112, el bloque de masa m=4 kg que está en equilibrio, se desprende del bloque de masa M=3 kg, el cual está colgada de un resorte de rigidez elástica igual a k=160 N/m. (g=10 m/s²)

- I) ¿A qué altura máxima se elevará el bloque de masa "M"?
 - a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 40 cm e) 50 cm
- II) Hallar el periodo de las oscilaciones que realiza el bloque de masa "M".
 - a) 1,1 s b) 1,3 s c) 1,5 s d) 1,7 s e) 1,9 s

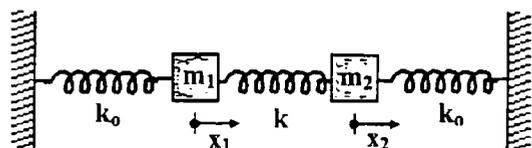


Fig.111

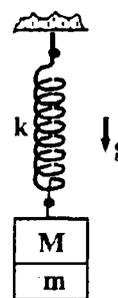


Fig.112

244. En la Fig. 113, el bloque de masa "m" está suspendido en equilibrio de un resorte vertical de constante elástica "k".

- I) Demostrar que la frecuencia angular de las oscilaciones que realiza el bloque, alrededor de la posición de equilibrio es $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$.
- II) Demostrar que la energía potencial del sistema bloque-resorte es, $ky^2/2$, siendo y' el desplazamiento medido desde la posición de equilibrio.

245. En la Fig. 114, la carga puntual $q_0 = 8 \text{ nC}$ se encuentra en equilibrio, a la distancia $d = 2 \text{ mm}$ de la carga fija $Q = 6 \text{ nC}$. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones de la carga "q", cuando se desplaza una pequeña distancia "x", y se libera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $\pi/10 \text{ s}$ b) $\pi/20 \text{ s}$ c) $\pi/30 \text{ s}$ d) $\pi/40 \text{ s}$ e) $\pi/50 \text{ s}$

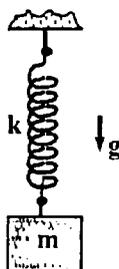


Fig.113

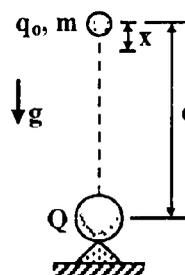


Fig.114

246. En la Fig. 115, el cilindro hueco de masa homogénea $m = 10 \text{ kg}$ y radios externo $R = 40 \text{ cm}$, interno $r = 20 \text{ cm}$, longitud $\ell = 60 \text{ cm}$ se encuentra suspendido mediante una cuerda con uno de los extremos unido a un soporte fijo y el otro a un resorte de constante elástica $k = 400 \text{ N/m}$. Hallar el periodo de las oscilaciones pequeñas del cilindro. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,50 s b) 0,54 s c) 0,58 s d) 0,62 s e) 0,66 s

247. En la Fig. 116, el disco de espesor despreciable y radio $r = 30 \text{ cm}$, se suspende de tres hilos de longitud $\ell = 40 \text{ cm}$ de los puntos A, B, C, igualmente espaciados. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, cuando el disco se gira ligeramente alrededor de su eje de simetría vertical, y se libera. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,81 s b) 0,85 s c) 0,89 s d) 0,93 s e) 0,97 s

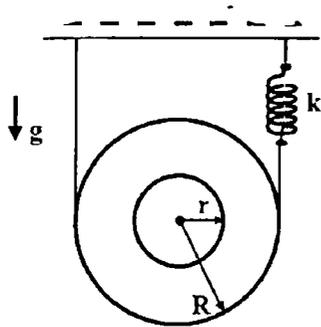


Fig.115

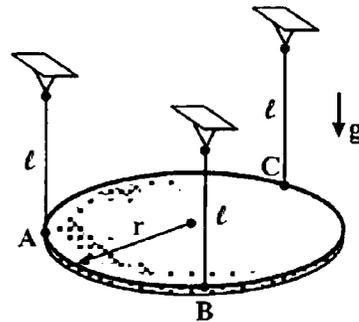


Fig.116

248. En la Fig.117, la barra delgada de longitud $l=50$ cm y masa $m=12$ kg se encuentra unida a un soporte mediante el pasador en C, y a dos muelles en A y B, de constantes elásticas $k=200$ N/m. Se comprime ligeramente el resorte en B y se deja en libertad. ($g=10$ m/s²)

- I) Hallar el periodo de las oscilaciones de la barra, para $a=0$.
- a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $\pi/5$ s e) $\pi/6$ s
- II) Hallar el periodo de las oscilaciones de la barra, para $a=l/4$.
- a) 0,70 s b) 0,74 s c) 0,78 s d) 0,82 s e) 0,86 s

249. En la Fig.118, las varillas delgadas homogéneas BC y CD de masas $m=6$ kg y $2m=12$ kg y longitudes $l=60$ cm y $2l=120$ cm están soldadas al punto de giro fijo C, de tal modo, que pueden moverse en el plano vertical. En B se sujeta un resorte vertical de constante elástica $k=100$ N/m. Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema, alrededor de su posición de equilibrio. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,14 s b) 1,34 s c) 1,54 s d) 1,74 s e) 1,94 s

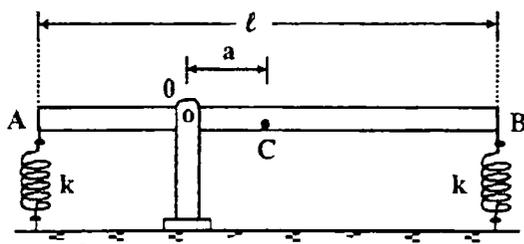


Fig.117

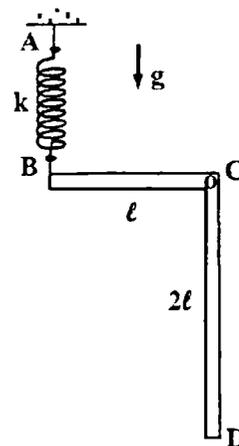


Fig.118

- 250.** Una fuerza externa $F_0 \cos(\omega t + \theta_0)$ actúa sobre un oscilador armónico amortiguado a partir de $t=0$ s.
- I) ¿Cuáles han de ser los valores iniciales de " \dot{x} " y " v " para que no haya término transitorio?
- II) Si, $x_0=v_0=0$, hallar la amplitud " A " y la fase inicial " ϕ_0 " del término transitorio en función de " F_0 " y " θ_0 ".
- 251.** Un cuerpo de masa " m " sometida a una fuerza recuperadora lineal " $-kx$ ", y a un amortiguamiento, " $b\dot{x}$ ", es desplazada una distancia " x_0 " de su posición de equilibrio y abandonada a sí misma sin velocidad inicial. Hallar el movimiento en los casos infraamortiguado, críticamente amortiguado y sobreamortiguado.
- 252.** Un oscilador armónico no amortiguado de masa " m ", y frecuencia natural " ω_0 ", está inicialmente en reposo y recibe un impulso en el instante $t=0$, por lo que parte de $x_0=0$ con una velocidad " v_0 " y oscila libremente hasta $t=3\pi/2\omega_0$. A partir de este momento se le aplica una fuerza $F=B\cos(\omega t + \theta)$. Hallar el movimiento.
- 253.** Una partícula de masa " m ", se mueve en un campo central, dado por: $U(r)=-\alpha/r^n$ con ($0 < n < 2$) y " α " una constante, describiendo una trayectoria próxima a una circunferencia. Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones, que realiza la partícula.
- 254.** La frecuencia de vibración de la molécula de H_2 es $\omega_1=1,31 \cdot 10^{14}$ Hz, y la razón de la masa del átomo de deuterio a la del hidrógeno es $m_2/m_1=1,998$. Hallar la frecuencia de vibración de la molécula de D_2 . Suponga que el resorte que conecta los átomos es el mismo en H_2 y D_2 . ($T=10^{12}$)
- a) 91,7 THz b) 92,7 THz c) 93,7 THz d) 94,7 THz e) 95,7 TH
- 255.** La molécula HD consiste de un átomo de hidrógeno y otro de deuterio. Considerando su centro de masa estacionario, hallar su frecuencia de vibración.
- a) 103 THz b) 113 THz c) 123 THz d) 133 THz e) 143 THz
- 256.** Un bloque conectado a un resorte oscila con una amplitud de $A=15$ cm; la constante del resorte es $k=20$ N/m. Cuando la posición es la mitad del valor máximo, el bloque se desliza con rapidez de $v=25$ cm/s.
- I) Hallar el período del movimiento.
- a) 3,17 s b) 3,27 s c) 3,37 s d) 3,47 s e) 3,57 s
- II) Hallar la masa del bloque.
- a) 5,13 kg b) 5,23 kg c) 5,33 kg d) 5,43 kg e) 5,53 kg
- 257.** Un bloque de masa $m=150$ g se conecta a un resorte de constante $k=8$ N/m y oscila sin

fricción. En el instante $t=0$, el bloque se desplaza $x=20$ cm del equilibrio, y se libera del reposo. Si la posición del bloque en función del tiempo es, $x=A\cos(\omega t+\delta)$.

I) Hallar la amplitud "A" del movimiento oscilatorio.

- a) 16 cm b) 18 cm c) 20 cm d) 22 cm e) 24 cm

II) Hallar la frecuencia angular " ω " del movimiento oscilatorio.

- a) 7,1 rad/s b) 7,3 rad/s c) 7,5 rad/s d) 7,7 rad/s e) 7,9 rad/s

III) Hallar la fase inicial " δ " del movimiento oscilatorio.

- a) 0 b) $\pi/2$ c) $-\pi/2$ d) $\pi/4$ e) $-\pi/4$

IV) Hallar la rapidez máxima que experimenta el bloque.

- a) 1,16 m/s b) 1,26 m/s c) 1,36 m/s d) 1,46 m/s e) 1,56 m/s

V) Hallar la magnitud de la aceleración máxima que experimenta el bloque.

- a) $10,1 \text{ m/s}^2$ b) $10,3 \text{ m/s}^2$ c) $10,5 \text{ m/s}^2$ d) $10,7 \text{ m/s}^2$ e) $10,9 \text{ m/s}^2$

258. La posición de equilibrio del extremo inferior de un resorte ligero que cuelga se estira hacia abajo $x_1=15$ cm cuando una masa de $m=200$ g se suspende de él. Luego, la masa se desplaza $d=5$ cm adicionales y se libera. Hallar el periodo del movimiento oscilatorio. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,70 s b) 0,72 s c) 0,74 s d) 0,76 s e) 0,78 s

259. Un monitor de grosor es un instrumento de laboratorio que se utiliza para determinar el grosor de una película delgada que se deposita sobre la superficie de un cristal de cuarzo. El cristal puede tratarse como un sistema resorte-masa con $k=6 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ y $m=0,5 \text{ kg}$.

I) Hallar la frecuencia de oscilación de este sistema.

- a) 5,31 kHz b) 5,41 kHz c) 5,51 kHz d) 5,61 kHz e) 5,71 kHz

II) Esta frecuencia cambia ligeramente conforme se agrega masa al cristal. Si la frecuencia disminuye 0,01 %, hallar la cantidad de masa depositada.

- a) 92 μg b) 94 μg c) 96 μg d) 98 μg e) 100 μg

III) Si el área del cristal es de $A=2 \text{ cm}^2$ y la densidad de masa del material de la película es de $\rho=7,5 \text{ g/cm}^2$, hallar el espesor de la película.

- a) 6,1 μcm b) 6,3 μcm c) 6,5 μcm d) 6,7 μcm e) 6,9 μcm

260. Una barra metálica delgada de longitud $\ell=2 \text{ m}$, área de sección transversal $A=9 \text{ mm}^2$, módulo de Young $E=22 \cdot 10^{10} \text{ N/m}$, se fija al techo y un cuerpo de masa $M=15$ se fija al extremo final de la barra.

- I) Hallar la constante elástica de la barra, considerado como resorte, para pequeñas deformaciones.
- a) 950 kN/m b) 960 kN/m c) 970 kN/m d) 980 kN/m e) 990 kN/m
- II) Si la masa ligeramente se desplaza verticalmente, hallar la frecuencia de oscilación del sistema. Desprecie la masa de la barra.
- a) 40,9 Hz b) 41,9 Hz c) 42,9 Hz d) 43,9 Hz e) 44,9 Hz
- 261.** En el instante inicial $t=0$, un bloque de masa $m=2,5$ kg conectado mediante un resorte no estirado vertical al techo, se encuentra en reposo sostenido por la mano. Hallar la posición del bloque en función del tiempo, cuando este se libera.
- a) $0,27\text{sen}6t$ b) $0,27\text{cos}6t$ c) $0,27\text{sen}3t$ d) $0,27\text{cos}3t$ e) $0,27\text{sen}4t$
- 262.** La rueda de un auto de masa $m=14$ kg y diámetro $D=61$ cm está suspendida por abajo del cuerpo del auto mediante un resorte vertical de constante $k=11$ kN/m.
- I) Considerando la rueda como una masa conectado a un resorte y el cuerpo del auto como un soporte fijo en el otro extremo del resorte, hallar la frecuencia de las oscilaciones hacia arriba y abajo.
- a) 4,16 Hz b) 4,26 Hz c) 4,36 Hz d) 4,46 Hz e) 4,56 Hz
- II) Suponga que la rueda está ligeramente dañada y que tiene una protuberancia en un lado. Conforme el neumático rueda sobre la calle, recibe un empuje periódico cada vez que la protuberancia entre en contacto con la calle. ¿A qué rapidez del movimiento de traslación del auto la frecuencia de este empuje coincide con la frecuencia natural de las oscilaciones arriba y debajo de la rueda? ¿Qué le ocurrirá al auto a esta rapidez?
- a) 8,15 m/s b) 8,25 m/s c) 8,35 m/s d) 8,45 m/s e) 8,55 m/s
- 263.** En la Fig.119, el bloque de masa "m" conectado al resorte de constante elástica "k", se desliza sobre el plano liso inclinado respecto del horizonte un ángulo " θ ".
- I) Hallar la longitud estirada del resorte en el equilibrio.
- II) Hallar la frecuencia de las oscilaciones del bloque sobre el plano inclinado.
- 264.** En la Fig.120, los bloques de masas idénticas a "m" se deslizan con movimiento en una dimensión sobre el plano sin fricción ($\mu=0$) bajo la acción de los tres resortes idénticos de constantes elásticas "k".
- I) Suponiendo que en el instante $t=0$, los bloques están en sus posiciones de equilibrio y sus velocidades son $v_1=-v_2$. Hallar la posición de cada masa en función del tiempo.
- II) Hallar la frecuencia del movimiento oscilatorio.
- III) Suponiendo que en el instante $t=0$, los bloques están en sus posiciones de equilibrio y sus velocidades son $v_1=-v_2$. Hallar la posición de cada masa en función del tiempo.
- IV) Hallar la frecuencia del movimiento oscilatorio.

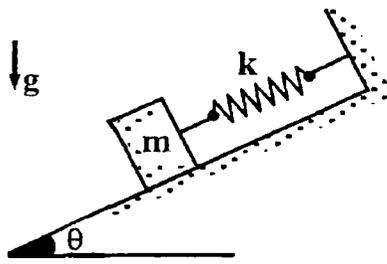


Fig. 119

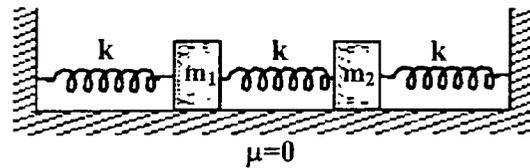


Fig. 120

265. En la Fig. 121, el carrito de masa $m=500$ kg, cuatro ruedas de masas $M=20$ kg y radios $R=40$ cm, sobre ejes sin fricción, oscila sin deslizarse sobre la superficie horizontal bajo la acción del resorte de constante $k=800$ N/m. Hallar la frecuencia "f" de las oscilaciones armónicas que realiza el carrito.

- a) $0,10$ s⁻¹ b) $0,12$ s⁻¹ c) $0,14$ s⁻¹ d) $0,16$ s⁻¹ e) $0,18$ s⁻¹

266. En la Fig. 122, el péndulo de longitud $\ell=40$ cm suspendido de la pared inclinada, se libera desde el reposo cuando este forma un ángulo de $\beta=10^\circ$ rebotando elásticamente de la pared alcanzando un ángulo de $\alpha=-5^\circ$. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la fase inicial del movimiento oscilatorio.

- a) $+\pi/2$ b) $-\pi/2$ c) $+\pi/4$ d) $-\pi/4$ e) $+3\pi/2$

II) Hallar la amplitud del movimiento oscilatorio.

- a) $+10^\circ$ b) -10° c) $+5^\circ$ d) -5° e) $+15^\circ$

III) Hallar el periodo de este péndulo

- a) $0,80$ s b) $0,82$ s c) $0,84$ s d) $0,86$ s e) $0,88$ s

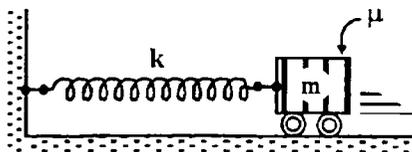


Fig. 121

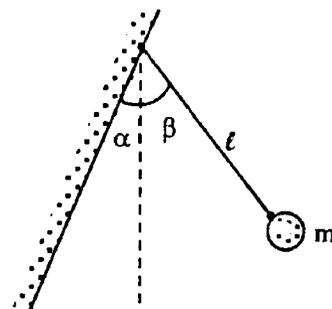


Fig. 122

267. La frecuencia del movimiento oscilatorio de un cuerpo conectado a un resorte es de $f=3$ Hz. En el instante inicial $t=0$ s, su desplazamiento es $x=0,2$ m y su rapidez de $v=4$ m/s.

I) Hallar la posición del cuerpo en función del tiempo.

II) ¿Después de que tiempo llegará por primera vez el cuerpo a un punto de retorno?

- a) 40,7 ms b) 42,7 ms c) 44,7 ms d) 46,7 ms e) 48,7 ms

III) ¿Cuál será su aceleración en el punto de retorno?

- a) -102 m/s^2 b) $+102 \text{ m/s}^2$ c) -104 m/s^2 d) $+104 \text{ m/s}^2$ e) -106 m/s^2

268. En la Fig.00, el cable de levantamiento de una grúa de torre es de acero de radio de sección $R=2,5 \text{ cm}$. La longitud de este cable, desde el suelo hasta el plano horizontal, a través del brazo horizontal y hacia la carga, mide $a=160 \text{ m}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la deformación que experimenta la longitud de este cable, cuando lleva una carga de $W=60 \text{ Tn}$.

- a) 21,7 cm b) 23,7 cm c) 25,7 cm d) 27,7 cm e) 29,7 cm

II) Si se considera este cable como un resorte, ¿Cuál es la constante "k" de este resorte?

- a) $2,0 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ b) $2,2 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ c) $2,4 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ d) $2,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ e) $2,8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$

III) ¿Cuál es la frecuencia de oscilación cuando un cuerpo de masa $m=7,1 \cdot 10^3 \text{ kg}$ se une al extremo inferior del cable y se le permite oscilar verticalmente. Desprecie la masa del cable. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,1 Hz b) 3,3 Hz c) 3,5 Hz d) 3,7 Hz e) 3,9 Hz

269. Un cuerpo conectado a un resorte oscila en MAS sobre el piso liso con una frecuencia de $f=8 \text{ Hz}$. Si se conecta en paralelo al primer resorte un segundo resorte idéntico, hallar la nueva frecuencia de oscilación.

- a) 11,1 Hz b) 11,3 Hz c) 11,5 Hz d) 11,7 Hz e) 11,9 Hz

270. Un automóvil de masa $m=1100 \text{ kg}$ está sostenido por cuatro resortes verticales unidos a los ejes de las ruedas. Con la finalidad de probar la suspensión, un hombre empuja hacia abajo el automóvil, y luego súbitamente lo libera. Suponiendo que los resortes son idéntico y que los amortiguadores del automóvil están totalmente gastados, de modo que no afectan la frecuencia de oscilación, hallar la constante de los resortes.

- a) 19,1 kN/m b) 19,3 kN/m c) 19,5 kN/m d) 19,7 kN/m e) 19,9 kN/m

271. Un cuerpo de masa $m=8 \text{ kg}$ se conecta a un resorte y oscila en MAS con una amplitud de $A=25 \text{ cm}$ y una frecuencia de $f=0,6 \text{ Hz}$. Hallar la energía del movimiento oscilatorio.

- a) 3,15 J b) 3,35 J c) 3,55 J d) 3,75 J e) 3,95 J

272. Un oscilador armónico simple consiste de un cuerpo de masa $m=2 \text{ kg}$ que oscila sobre una superficie horizontal lisa bajo la acción de resorte de constante $k=800 \text{ N/m}$. En el instante inicial $t=0$, la rapidez del cuerpo en el punto de equilibrio es de $v=3 \text{ m/s}$.

I) Hallar la energía de este oscilador armónico simple.

- a) 7,0 J b) 7,5 J c) 8,0 J d) 8,5 J e) 9,0 J

II) Hallar la amplitud de las oscilaciones armónicas simples.

- a) 13 cm b) 14 cm c) 15 cm d) 16 cm e) 17 cm

273. Un oscilador armónico simple de masa $m=0,6$ kg, oscila con una frecuencia de $f=3$ Hz y una amplitud de $A=0,15$ m. Si en el instante inicial $t=0$, cuando la masa m se encuentra en reposo se le une otra masa de $m'=0,6$ kg.

I) Hallar el cambio que experimenta la amplitud del movimiento oscilatorio.

- a) 0,0 cm b) +0,10 cm c) -0,10 cm d) +0,20 cm e) -0,20 cm

II) Hallar el cambio que experimenta la frecuencia del movimiento oscilatorio.

- a) -0,66 Hz b) +0,66 Hz c) -0,88 Hz d) +0,88 Hz e) -0,44 Hz

III) Hallar el cambio que experimenta la energía del sistema oscilatorio.

- a) 0,0 J b) +0,1 J c) -0,1 J d) -0,2 J e) +0,2 J

IV) Hallar el cambio que experimenta la rapidez máxima del cuerpo.

- a) -0,63 m/s b) +0,63 m/s c) -0,83 m/s d) +0,83 m/s e) -0,23 m/s

V) Hallar el cambio que experimenta la aceleración máxima.

- a) $-31,07 \text{ m/s}^2$ b) $+31,27 \text{ m/s}^2$ c) $-31,27 \text{ m/s}^2$ d) $+31,27 \text{ m/s}^2$ e) $-31,47 \text{ m/s}^2$

274. La separación entre las posiciones de equilibrio de los dos átomos de una molécula de hidrógeno es de 10^{-10} m. La molécula de hidrógeno puede considerarse como dos osciladores armónicos simples idénticos que vibran en direcciones opuestas. La constante del resorte es de $k=1,13$ kN/m y la masa de cada átomo de hidrógeno es de $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg hallar el valor de la energía de vibración que corresponde a una amplitud de $0,5 \cdot 10^{-10}$ m para cada átomo. ¿Es válido tratar el movimiento como oscilación pequeña si la energía tiene este valor?

- a) $1,8 \cdot 10^{-28}$ J b) $2,8 \cdot 10^{-28}$ J c) $3,8 \cdot 10^{-28}$ J d) $4,8 \cdot 10^{-28}$ J e) $5,8 \cdot 10^{-28}$ J

275. Un cuerpo de masa $m=500$ kg conectado a un resorte realiza movimiento armónico simple, con un periodo de $T=1,5$ s y una energía mecánica total de $E=0,5$ J. Hallar la amplitud "A" del movimiento oscilatorio.

- a) 30 cm b) 32 cm c) 34 cm d) 36 cm e) 38 cm

276. En los puntos en un ciclo de un péndulo de resorte que oscila, cuando la energía cinética es la mitad de la energía potencial, el desplazamiento desde el equilibrio es de $x=15$ cm y la velocidad instantánea es de $v=\pm 25$ cm/s. Hallar el periodo del movimiento oscilatorio.

- a) 2,37 s b) 2,47 s c) 2,57 s d) 2,67 s e) 2,77 s

277. Un extremo de un resorte horizontal de constante $k=500$ N/m, está fijo y el otro extremo está unido a un cuerpo de masa $m=4$ kg sobre una superficie lisa ($\mu=0$). En el instante inicial $t=0$, cuando el resorte está en su posición de equilibrio, se aplica una fuerza de $F=50$ N constante en la dirección de elongación del resorte. Hallar la energía cinética par el instante en que el cuerpo ha recorrido una distancia de $d=4$ cm.

- a) 1,0 J b) 1,2 J c) 1,4 J d) 1,6 J e) 1,8 J

278. Un cuerpo de masa $m=3$ kg que se desliza sobre el suelo liso con una rapidez de $v=2$ m/s golpea un resorte de constante $k=300$ N/m, comprimiéndolo, y deteniéndose.

I) Hallar la distancia que recorre el cuerpo, mientras lo frena el resorte.

- a) 16 cm b) 18 cm c) 20 cm d) 22 cm e) 24 cm

II) Hallar el tiempo que tarda el cuerpo en detenerse.

- a) 0,117 s b) 0,137 s c) 0,157 s d) 0,177 s e) 0,197 s

279. Dos cuerpos de masas " m_1 " y " m_2 " se unen mediante un resorte de constante " k ". De mostrar que la frecuencia de vibración de estos cuerpos a lo largo de la línea que las conecta es: $\omega=[(m_1+m_2)k/m_1m_2]^{1/2}$.

280. El péndulo más largo que existe es el péndulo de Foucault, que tiene una longitud de $\ell=27$ m. Hallar el periodo de este péndulo. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 10,0 s b) 10,2 s c) 10,4 s d) 10,6 s e) 10,8 s

281. En un edificio en construcción, una cubeta llena de concreto suspendido de un cable, se balancea lentamente de ida y vuelta, 8 veces por minuto. Hallar la longitud del cable que sostiene a la cubeta. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 12 m b) 13 m c) 14 m d) 15 m e) 16 m

282. La caja del ascensor de un edificio suspendido de un cable de longitud $\ell=300$ m, se guía dentro del tiro del ascensor mediante rieles. Si se remueve estos rieles y se deja que la caja se balancee de lado a lado con pequeña amplitud. Hallar el periodo de oscilación.

- a) 34,0 s b) 34,2 s c) 34,4 s d) 34,6 s e) 34,8 s

283. En la Tierra, un péndulo de longitud $\ell=0,994$ m tiene un periodo de $T=2$ s. Hallar el periodo de este péndulo en Júpiter, donde la aceleración de la gravedad es de $g=24,8$ m/s².

- a) 1,20 s b) 1,22 s c) 1,24 s d) 1,26 s e) 1,28 s

284. Un cuerpo humano suspendido 6 m por debajo de un paracaídas desciende con velocidad

constante puede considerarse como un péndulo. Hallar la frecuencia de las oscilaciones del péndulo del cuerpo humano.

- a) 0,1 Hz b) 0,2 Hz c) 0,3 Hz d) 0,4 Hz e) 0,5 Hz

285. Un péndulo "segundero" es un péndulo que tiene exactamente un periodo de $T=2$ s, por tanto, cada balanceo hacia un lado del péndulo tarda exactamente $T/2=1$ s.

I) Hallar la longitud del péndulo segundero en Huanuco $g=9,809$ m/s².

- a) 99,19 cm b) 99,39 cm c) 99,59 cm d) 99,79 cm e) 99,99 cm

II) Hallar la longitud del péndulo segundero en Tacna $g=9,797$ m/s².

- a) 99,06 cm b) 99,26 cm c) 99,46 cm d) 99,66 cm e) 99,86 cm

III) Hallar la longitud del péndulo segundero en Tumbes $g=9,801$ m/s².

- a) 99,10 cm b) 99,30 cm c) 99,50 cm d) 99,70 cm e) 99,90 cm

286. Un reloj de péndulo, controlado por un péndulo de longitud " ℓ ", registra bien el tiempo en la ciudad de Chiclayo. ($g=9,803$ m/s²)

I) Si este reloj se lleva a la ciudad del Cuzco en el que $g=9,793$ m/s², ¿Cuántos minutos por día se retrasara este reloj de péndulo?

- a) 0,64 min/día b) 0,67 min/día c) 0,70 min/día d) 0,73 min/día e) 0,76 min/día

II) Con la finalidad de ajustar el reloj, ¿En cuántos milímetros debe acortarse el péndulo?

- a) 1,0 mm b) 1,3 mm c) 1,6 mm d) 1,9 mm e) 2,2 mm

287. Un reloj de péndulo tiene una longitud correcta de $\ell=0,994$ m. Si este péndulo se está retrasando 1,0 minuto por día, ¿En cuánto debe aumentarse (A) o disminuirse (D) la longitud de este péndulo, para que registre correctamente el tiempo? ($g=9,81$ m/s²)

- a) 1,1 mm, A b) 1,1 mm, D c) 1,4 mm, A d) 1,4 mm, D e) 1,6 mm, A

288. En la Fig.123, la viga está simplemente apoyada con una carga concentrada que actúa en su punto medio. Si la masa de la viga es despreciable comparada con la masa " m " del bloque. La frecuencia angular natural del sistema es $\omega_0=20$ rad/s. Hallar el momento polar de inercia " I " de la viga. ($m=8$ kg, $\ell=50$ cm, $E=70$ GPa, $G=10^9$, $n=10^{-9}$)

- a) 0,12 nm⁴ b) 0,32 nm⁴ c) 0,52 nm⁴ d) 0,72 nm⁴ e) 0,92 nm⁴

289. En la Fig.124, suponiendo que la constante del resorte es inversamente proporcional al número de vueltas del mismo. ($k=360$ N/m, $m=10$ kg)

I) Hallar la frecuencia natural de las oscilaciones en el caso a).

- a) 3 rad/s b) 4 rad/s c) 5 rad/s d) 6 rad/s e) 7 rad/s

II) Hallar la frecuencia natural de las oscilaciones en el caso b).

- a) 8 rad/s b) 10 rad/s c) 12 rad/s d) 14 rad/s e) 16 rad/s

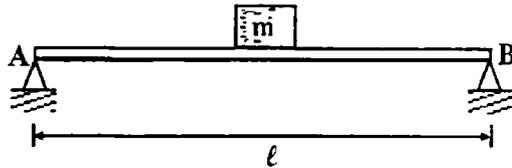


Fig. 123

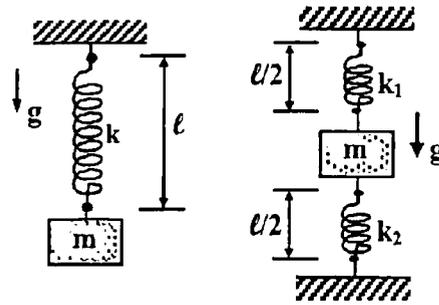


Fig. 124

290. En la Fig. 125, las frecuencias angulares de las oscilaciones libres que realiza el cuerpo de masa "m", son " ω_0 " despreciando la masa del resorte, y " ω'_0 " considerando la masa del resorte. Si la razón de frecuencias es, $\omega_0/\omega'_0 = 1,045$, hallar la masa del resorte.

- a) 0,20 m b) 0,22 m c) 0,24 m d) 0,26 m e) 0,28m

291. En la Fig. 126, sobre el soporte horizontal que puede realizar oscilaciones armónicas horizontales o verticales con una frecuencia $\omega = 8,37$ rad/s, se encuentra una moneda de masa "m". El coeficiente de fricción entre el soporte y la moneda es $\mu = 3/4$. ¿Para qué amplitud mínima de las oscilaciones la moneda se desplazará respecto del soporte? ($g = 9,8$ m/s²)

I) Para oscilaciones verticales del soporte.

- a) 10 cm b) 11 cm c) 12 cm d) 13 cm e) 14 cm

II) Para oscilaciones horizontales del soporte.

- a) 10,5 cm b) 11,5 cm c) 12,5 cm d) 13,5 cm e) 14,5 cm

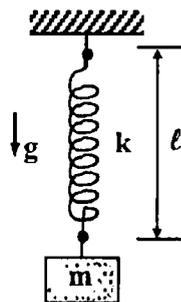


Fig. 125

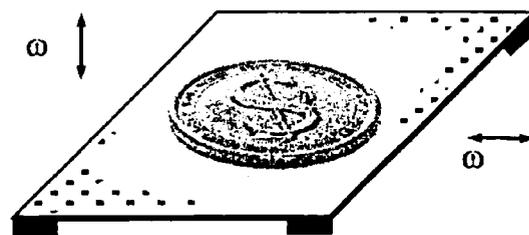


Fig. 126

292. En la Fig. 127, hallar las ecuaciones de movimiento del péndulo de masa "m" suspendido del resorte de masa despreciable y de longitud "l" en estado normal, y de constante elástica "k". I) Caso de oscilaciones en el plano vertical, II) Caso de pequeñas oscilaciones

verticales.

293. En la Fig. 128, el péndulo de masa $m=4$ kg, longitud $\ell=40$ cm está unida a la tira elástica no deformada de constante elástica $k=200$ N/m. Hallar el periodo de este péndulo asimétrico. ($g=9,8$ m/s²)

a) 1,0 s

b) 1,2 s

c) 1,4 s

d) 1,6 s

e) 1,8 s

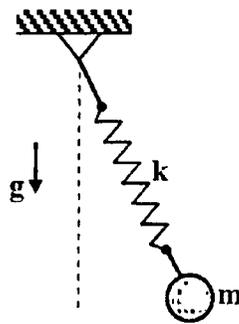


Fig. 127

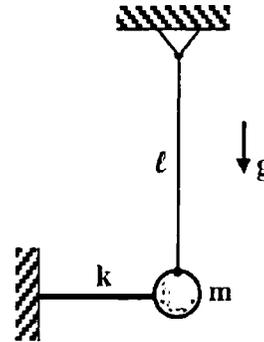


Fig. 128

294. Una partícula de masa "m" se desplaza a lo largo del eje-x, bajo la acción de la fuerza restauradora $-m(n^2+k^2)x$ y la fuerza de resistencia $-2mk(dx/dt)$, donde "n" y "k" son constantes positivas. Si la partícula es liberada desde el reposo en $x=a$.

I) Demostrar que la ecuación de movimiento es, $x=(a/n)e^{-kt}(n\cos nt+k\sin nt)$.

II) Hallar la distancia que recorre la partícula antes de su siguiente partida del reposo.

a) $a(1-e^{-2\pi k/n})$ b) $a(1+e^{-2\pi k/n})$ c) $a(1-e^{-\pi k/n})$ d) $a(1+e^{-\pi k/n})$ e) $a(1-e^{-\pi k/2n})$

295. Cuando un cuerpo es suspendido desde un punto fijo mediante un resorte lineal, la frecuencia angular de sus oscilaciones es $\omega_1=3$ rad/s. Cuando un resorte lineal diferente es usado, las oscilaciones tienen una frecuencia angular de $\omega_2=4$ rad/s.

I) Hallar la frecuencia angular de oscilación, cuando los resortes se conectan en paralelo.

a) 3 rad/s

b) 4 rad/s

c) 5 rad/s

d) 6 rad/s

e) 7 rad/s

II) Hallar la frecuencia angular de oscilación, cuando los resortes se conectan en serie.

a) 2,0 rad/s

b) 2,2 rad/s

c) 2,4 rad/s

d) 2,6 rad/s

e) 2,8 rad/s

III) Demostrar que la frecuencia angular en paralelo " ω_p ", es al menos, dos veces la frecuencia angular en serie " ω_s ".

296. En la Fig. 129, en el sistema de cremallera y piñón, la masa "m" se desplaza a una velocidad $v=dx/dt$ acoplada a la otra masa de momento de inercia de masa " I_0 " que rota a una velocidad $\omega=d\theta/dt$.

I) Hallar una expresión para la masa traslacional equivalente.

II) Hallar una expresión para la masa rotacional equivalente.

297. En la Fig. 130, la masa de $m=5$ kg golpea el extremo derecho de la viga con una velocidad de $v=0,5$ m/s. El impacto causa vibraciones de la masa, la cual, queda unida a la viga. La viga es de acero de modulo de Young $E=210 \cdot 10^9$ N/m², longitud $\ell=2,1$ m, y momento de inercia polar $I=3 \cdot 10^{-6}$ m⁴.

- I) Hallar la constante elástica equivalente (en N/m) del sistema.
 a) $2,04 \cdot 10^5$ b) $2,24 \cdot 10^5$ c) $2,44 \cdot 10^5$ d) $2,64 \cdot 10^5$ e) $2,84 \cdot 10^5$
- II) Hallar la frecuencia angular natural de las vibraciones libres.
 a) 200 rad/s b) 210 rad/s c) 220 rad/s d) 230 rad/s e) 240 rad/s
- III) Hallar la ecuación de movimiento de la masa "m".

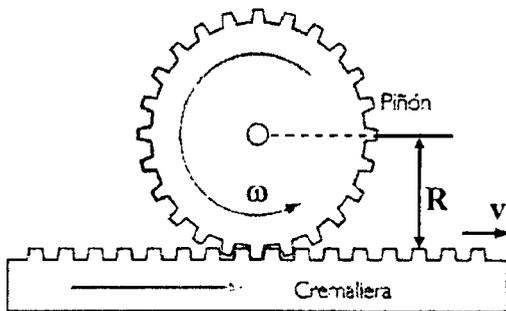


Fig.129

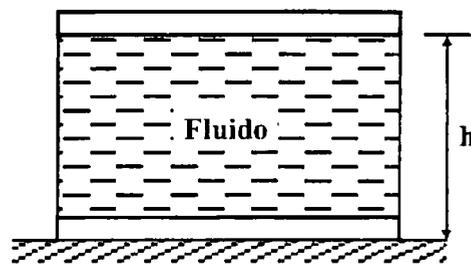


Fig.130

298. En la Fig. 131, entre las placas paralelas de áreas "A" separadas por una distancia "h", se encuentra un fluido de viscosidad " η ". Hallar una expresión para la constante de amortiguamiento, cuando una placa se desplace con una velocidad "v", respecto de la otra placa.

- a) $\eta A/h$ b) $\eta A/2h$ c) $\eta h/A$ d) $\eta h/2A$ e) $\eta A/h^2$
299. En la Fig. 132, el cilindro uniforme de masa $m=13,6$ kg, radio $R=12,5$ cm en reposo, conectado al resorte de constante elástica $k=5260$ N/m, puede rodar sin deslizar por el plano inclinado $\theta=15^\circ$. Si el cilindro se desplaza hacia abajo $d=50$ mm y se libera. ($g=9,8$ m/s²)
- I) Hallar la deformación de la longitud del resorte, cuando el cilindro está en reposo.
 a) 3,00 mm b) 3,28 mm c) 3,48 mm d) 3,68 mm e) 3,88 mm
- II) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones armónicas del sistema masa-resorte.
 a) 156 ms b) 166 ms c) 176 ms d) 186 ms e) 196 ms
- III) Hallar la ecuación de las pequeñas oscilaciones armónicas del centro del cilindro.
 a) $5 \text{ sen}(32,08t+\pi/2)$ b) $5 \text{ sen}(34,08t+\pi/4)$ c) $5 \text{ sen}(30,08t+\pi/2)$
 d) $5 \text{ sen}(34,08t+\pi/2)$ e) $5 \text{ sen}(30,08t+\pi/4)$

IV) Hallar la magnitud de la máxima aceleración del centro del cilindro.

- a) 5,15 m/s b) 5,25 m/s c) 5,35 m/s d) 5,45 m/s e) 5,55 m/s

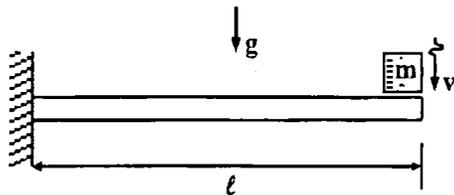


Fig. 131

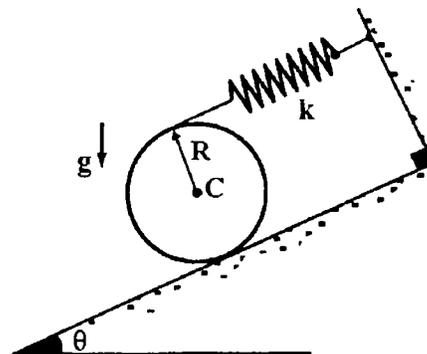


Fig. 132

300. En la Fig. 133, la esferita A de masa "3m" está suspendida del punto fijo 0 mediante el resorte de constante "k" y una segunda esferita B de masa "2m" esta suspendida de A mediante un resorte idéntico. El sistema realiza pequeñas oscilaciones en la línea vertical conectada a 0. Hallar las frecuencias normales correspondientes a estas oscilaciones. ($k/m=36$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $\omega_1=\sqrt{3} \text{ rad/s}$, $\omega_2=4 \text{ rad/s}$ b) $\omega_1=\sqrt{2} \text{ rad/s}$, $\omega_2=2 \text{ rad/s}$ c) $\omega_1=\sqrt{3} \text{ rad/s}$, $\omega_2=3 \text{ rad/s}$
 d) $\omega_1=\sqrt{2} \text{ rad/s}$, $\omega_2=4 \text{ rad/s}$ e) $\omega_1=\sqrt{6} \text{ rad/s}$, $\omega_2=6 \text{ rad/s}$

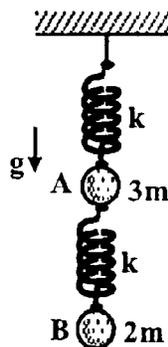


Fig. 133

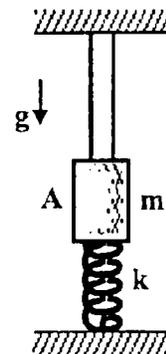


Fig. 134

301. En la Fig. 134, el collar de masa $m=4 \text{ kg}$ conectado al resorte de constante $k=800 \text{ N/m}$ se desplaza $x=40 \text{ mm}$ hacia abajo desde su posición de equilibrio y se libera.

I) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones armónicas de la masa "m".

- a) 0,40 s b) 0,42 s c) 0,44 s d) 0,46 s e) 0,48 s

II) ¿Después de qué tiempo el collar se mueve 60 mm hacia arriba?

- a) 0,10 s b) 0,15 s c) 0,20 s d) 0,25 s e) 0,30 s

III) Hallar la magnitud máxima de la velocidad.

- a) 5,06 m/s b) 5,26 m/s c) 5,46 m/s d) 5,66 m/s e) 5,86 m/s

IV) Hallar la magnitud de la aceleración máxima.

- a) 79,18 m/s² b) 79,38 m/s² c) 79,58 m/s² d) 79,78 m/s² e) 79,98 m/s²

302. Cierta oscilador satisface la ecuación $d^2x/dt^2+4x=0$. Inicialmente la partícula está en el punto $x=\sqrt{3}$ cm, cuando ella es lanzada hacia el origen con una rapidez de $v=2$ cm/s.

I) Hallar la ecuación de su movimiento.

II) Hallar la amplitud de sus oscilaciones.

- a) 3,0 cm b) 3,5 cm c) 4,0 cm d) 4,5 cm e) 5,0 cm

III) ¿Después de que tiempo la partícula llega al origen?

- a) $\pi/2$ s b) $\pi/3$ s c) $\pi/4$ s d) $\pi/5$ s e) $\pi/6$ s

303.I) El radio de la órbita circular de la luna es aproximadamente $R=384\,000$ km y su periodo es $T=27,3$ días. Estimar la masa de la Tierra. La masa conocida es de $M=5,97\cdot 10^{24}$ kg. ¿Cuál es la razón principal para el error en su estimado? ($G=6,67\cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²)

- a) $6,06\cdot 10^{24}$ kg b) $6,26\cdot 10^{24}$ kg c) $6,46\cdot 10^{24}$ kg d) $6,66\cdot 10^{24}$ kg e) $6,86\cdot 10^{24}$ kg

II) Un satélite artificial se ubica en una órbita circular "geoestacionaria" alrededor de la Tierra. ¿Cuál es el radio de su órbita? (El periodo de rotación de la Tierra es de 23 h 56 min, no 24 h ¿por que?)

- a) $4,03\cdot 10^7$ m b) $4,23\cdot 10^7$ m c) $4,43\cdot 10^7$ m d) $4,63\cdot 10^7$ m e) $4,83\cdot 10^7$ m

304. Una esferita es suspendida de un punto fijo mediante una cuerda inextensible de longitud $\ell=40$ cm. Investigar el "movimiento cónico" de este péndulo en la que la cuerda mantiene un ángulo constante " α " con la vertical, hacia abajo. Mostrar que, para un ángulo agudo de $\alpha=37^\circ$, un movimiento cónico existe y hallar la velocidad "u" de la esferita. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,13 m/s b) 1,23 m/s c) 1,33 m/s d) 1,43 m/s e) 1,53 m/s

305. Un oscilador armónico sobreamortiguado satisface la ecuación: $d^2x/dt^2+10dx/dt+16x=0$. En el tiempo $t=0$ la partícula es proyectada desde el punto $x=1$ cm hacia el origen con una velocidad de magnitud $u=10$ cm/s.

I) Hallar la ecuación de la posición instantánea de la partícula.

II) Hallar la ecuación de la velocidad instantánea de la partícula.

III) Hallar la posición de la partícula en el instante $t=0,1$ s.

- a) 0,306 cm b) 0,326 cm c) 0,346 cm d) 0,366 cm e) 0,386 cm

- IV) Hallar la velocidad de la partícula en el instante $t=0,1$ s.
- a) $-4,05$ cm/s b) $+4,05$ cm/s c) $-4,25$ cm/s d) $+4,25$ cm/s e) $-4,65$ cm/s
- V) Hallar la condición, para que la partícula alcance el origen en el tiempo "t", y hallar este tiempo. ¿Qué tan grande debe ser "u", para que, la partícula pueda pasar a través del origen?
- a) $0,19$ s b) $0,23$ s c) $0,27$ s d) $0,31$ s e) $0,35$ s
- 306.** Un oscilador amortiguado satisface la ecuación, $d^2x/dt^2+2kdx/dt+\Omega^2x=0$, donde "k" y " Ω " son constantes positivas con $k<\Omega$ (infraamortiguado). En el tiempo $t=0$ la partícula es liberada del reposo en el punto $x=a$.
- I) Demostrar que la ecuación de movimiento de la partícula en cualquier instantes, viene dada por: $x=ae^{-kt}[\cos\Omega_D t+(k/\Omega_D)\text{sen}\Omega_D t]$, donde $\Omega_D=(\Omega^2-k^2)^{1/2}$.
- II) Hallar todos los puntos de retorno de la función $x(t)$ y demostrar que la razón de valores máximos sucesivos de x es $e^{-2\pi k/\Omega_D}$.
- III) Un cierto oscilador amortiguado tiene una masa de $m=10$ kg, periodo $T=5$ s y los valores máximos sucesivos de su desplazamiento están en la razón de 3 a 1. Hallar los valores de las constantes elástica "k" y de amortiguamiento " β ".
- 307.** Hallar la solución general de la ecuación del movimiento armónico simple amortiguado para el caso especial de amortiguamiento crítico, es decir, cuando $k=\Omega$. Mostrar que, si la partícula es inicialmente liberada en $x=a$, entonces la ecuación de movimiento esta dada por: $x=ae^{-\Omega t}(1+\Omega t)$. Trazar la gráfica de "x" en función de "t".
- 308.** Las oscilaciones de un galvanómetro satisfacen la ecuación, $d^2x/dt^2+2kdx/dt+\Omega^2x=0$. El galvanómetro es liberado del reposo en $x=a$ y queremos obtener la lectura permanente dentro del intervalo $-\epsilon a \leq x \leq \epsilon a$ tan rápido como sea posible, donde " ϵ " es una constante positiva pequeña. ¿Qué valor de "k" deberá escogerse? Una posibilidad es escoger un valor sub-crítico de "k" tal que el primer punto mínimo de $x(t)$ ocurra cuando $x=-\epsilon a$. [Trazar la gráfica de $x(t)$ en este caso]. Mostrar que esto puede ser calculado tomando el valor de k igual a $k=\Omega[1+(\pi/\ln(1/\epsilon))^2]^{1/2}$. Si k tiene este valor, mostrar que el tiempo que necesita "x" para alcanzar su primer mínimo es aproximadamente $\Omega^{-1}\ln(1/\epsilon)$ cuando " ϵ " es pequeño.
- 309.** Un bloque de masa "M" esta conectada a un segundo bloque de masa "m" por un resorte lineal de longitud natural " $8a$ ". Cuando el sistema esta en equilibrio con el primer bloque en el piso, y con el resorte y el segundo bloque verticalmente sobre ella, la longitud del resorte es " $7a$ ". Entonces, el bloque superior es presionado hacia abajo hasta que el resorte alcance la mitad de su longitud natural y entonces es liberada desde el reposo. Mostrar que el bloque inferior abandonará el piso si $M<2m$. Para el caso en la que $M=3m/2$, hallar cuando el bloque inferior abandonará el piso.
- 310.** Un bloque de masa $m=2$ kg esta suspendido de un soporte fijo mediante un resorte de

constante $k=2000$ N/m. El bloque es sometido en la vertical a una fuerza de $36 \cos pt$ (N). Dado que la extensión del resorte no debe exceder 4 cm, hallar el rango de frecuencias que pueden ser aplicadas. ($g=10$ m/s²)

- 311.** Un oscilador de conducción satisface la ecuación $d^2x/dt^2 + \Omega^2 x = F_0 \cos[\Omega(1+\epsilon)t]$, donde ϵ es una constante positiva. Mostrar que la solución que satisface las condiciones iniciales $x=0$ y $v=0$ cuando $t=0$ es: $x = [F_0/\epsilon(1+\epsilon/2)\Omega^2] \text{sen}(\epsilon\Omega t/2) \text{sen}\Omega(1+\epsilon/2)t$. Trazar la gráfica de esta solución para el caso en la que ϵ es pequeña.
- 312.** Un modelo simple de un carro se mueve con velocidad constante " c " a lo largo de un camino suavemente ondulado con perfil $h(x)$, donde $h'(x)$ es pequeño. El carro se representa por un chasis que se mantiene en contacto con las ruedas, conectado a una masa superior " m " mediante un resorte y un amortiguador. Al tiempo " t " la masa superior experimenta un desplazamiento $y(t)$ sobre su nivel de equilibrio. Mostrar que, bajo suposiciones apropiadas, " y " satisface una ecuación diferencial de la forma: $d^2y/dt^2 + 2kdy/dt + \Omega^2 y = 2kc h'(ct) + \Omega^2 h(ct)$ donde " k " y " Ω " son constantes positivas. Supóngase que el perfil de la superficie del camino esta dado por: $h(x) = h_0 \cos(px/c)$, donde " h_0 " y " p " son constantes positivas. Hallar la amplitud " a " de las oscilaciones de conducción de la masa superior. En el diseño del vehiculo se ajusta el amortiguador tal que $k = \Omega$. Mostrar que: $a \leq 2h_0/\sqrt{3}$, los valores son independientes de las constantes Ω y p .
- 313.** El péndulo de un reloj consiste de una barra de longitud $\ell = 0,99$ m, con una lenteja de masa $m = 0,40$ kg. La lenteja se balancea de ida y vuelta a lo largo de un arco de longitud $s = 20$ cm. Despreciando la masa de la barra:
- I) Hallar la magnitud de la velocidad máxima de la lenteja del péndulo a lo largo del arco.
- a) 0,31 m/s b) 0,33 m/s c) 0,35 m/s d) 0,37 m/s e) 0,39 m/s
- II) Hallar la magnitud de la aceleración máxima de la lenteja del péndulo a lo largo del arco.
- a) 0,91 m/s² b) 9,93 m/s² c) 0,95 m/s² d) 0,97 m/s² e) 0,99 m/s²
- III) Hallar la fuerza que el péndulo ejerce sobre su soporte cuando está en el punto medio de su balanceo.
- a) 3,90 N b) 3,92 N c) 3,94 N d) 3,96 N e) 3,98 N
- 314.** El péndulo de un reloj regular consiste de una masa $m = 120$ g en el extremo de una barra de madera (masa despreciable) de longitud $\ell = 44$ cm.
- I) Hallar la energía total de este péndulo cuando oscila con una amplitud de $\theta = 4^\circ$.
- a) 1,16 mJ b) 1,26 mJ c) 1,36 mJ d) 1,46 mJ e) 1,56 mJ
- II) Hallar la rapidez de la masa cuando está en su punto más bajo de su trayectoria.
- a) 0,105 m/s b) 0,125 m/s c) 0,145 m/s d) 0,165 m/s e) 0,185 m/s

315. En la Fig.135, el péndulo consiste de una barra de latón con un cilindro de latón unido al extremo. El diámetro de la barra es $2b=1$ cm y su longitud $d=90$ cm; el diámetro del cilindro es $2a=6$ cm y su longitud $\ell=20$ cm. Hallar el periodo de este péndulo. (densidad latón $\rho=8,6$ g/cm³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s

316. En la Fig.136, el péndulo físico consiste de una barra sin masa de longitud $2\ell=40$ cm que rota en torno de un eje a través de su centro. Una masa $m_1=3$ kg se une al extremo inferior de la barra y a una masa menor $m_2=2$ kg en el extremo superior. Hallar el periodo de este péndulo físico. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s

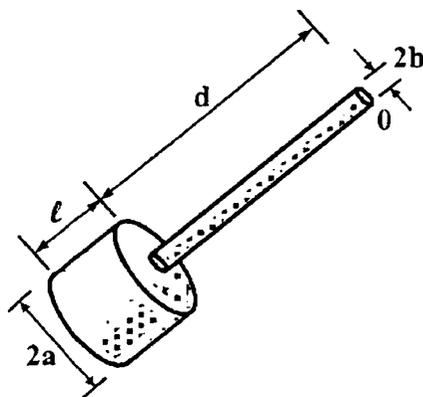


Fig.135

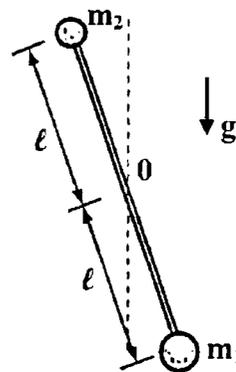


Fig.136

317. Un péndulo físico consiste de una delgada barra rígida de masa $m=10$ kg suspendida en un extremo. La barra se libera de una posición inicial de $\theta=20^\circ$ y una velocidad angular inicial $\omega=0$. ($g=10$ m/s²)

I) Hallar la fuerza "F" que el soporte ejerce sobre el péndulo en este instante inicial.

- a) 90 N b) 92 N c) 94 N d) 96 N e) 98 N

II) Hallar el ángulo que forma la fuerza " \vec{F} " con la vertical.

- a) 23,2° b) 24,2° c) 25,2° d) 26,2° e) 27,2°

318. La puerta de una casa esta hecha de madera de grosor uniforme. La puerta tiene una masa de $m=27$ kg y mide $1,90 \times 0,91$ m. La puerta se mantiene cerrada mediante un resorte de torsión con $\tau=30$ N•m/radián colocado de modo que ejerce una torca de $M=54$ N•m cuando la puerta esta completamente abierta (en ángulo recto con la pared de la casa).

I) ¿Qué rapidez angular alcanza la puerta si se da un portazo desde la posición completamente abierta?

- a) 3,0 rad/s b) 3,2 rad/s c) 3,4 rad/s d) 3,6 rad/s e) 3,8 rad/s

II) ¿Qué rapidez lineal alcanza el borde de la puerta, en este caso?

- a) 3,1 m/s b) 3,3 m/s c) 3,5 m/s d) 3,7 m/s e) 3,9 m/s

319. En la Fig.137, trenes muy rápidos podrían viajar de una ciudad a otra a través de túneles subterráneos rectos. Asumiendo que la densidad de la Tierra es constante, y que la aceleración de la gravedad en función de la distancia radial "r" al centro de la Tierra, viene dado por: $g = (GM/R^3)r$.

I) Demostrar que la componente de la aceleración de la gravedad a lo largo de la vía del tren es: $g_x = -(GM/R^3)x$, donde "x" se mide desde el punto medio de la vía.

II) Despreciando la fricción, demostrar que el movimiento del tren a lo largo de la vía es un movimiento armónico simple con un periodo independiente de la longitud de la vía, $T = 2\pi(R^3/GM)^{1/2}$.

III) Hallar el periodo de las oscilaciones armónicas que realiza el tren, para: $R = 6,4 \cdot 10^6$ m, $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

- a) 80 min b) 82 min c) 84 min d) 86 min e) 88 min

IV) Si el tren parte del reposo, ¿Cuánto tiempo tardará en rodar libremente a lo largo de la vía desde Lima a Santiago?

- a) 40 min b) 42 min c) 44 min d) 46 min e) 48 min

V) ¿Durante este viaje, ¿Cuál será su rapidez máxima (en km/h, en el punto medio).

- a) $8,1 \cdot 10^3$ b) $8,3 \cdot 10^3$ c) $8,5 \cdot 10^3$ d) $8,7 \cdot 10^3$ e) $8,9 \cdot 10^3$

320. En la Fig.138, el péndulo físico consiste de un cono compacto largo delgado de altura $\ell = 20$ cm suspendido de su vértice 0. Hallar el periodo de este péndulo físico. ($g = 10$ m/s²)

- a) 0,715 s b) 0,735 s c) 0,755 s d) 0,775 s e) 0,795 s

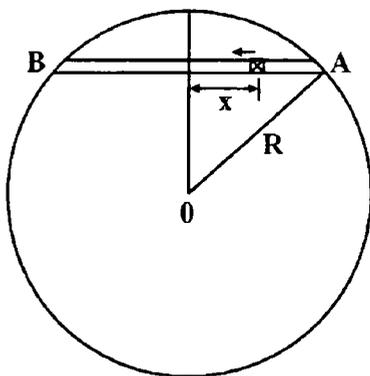


Fig.137

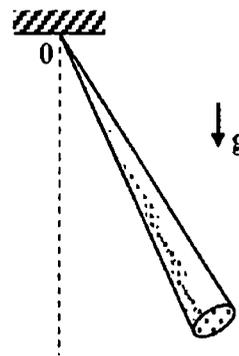


Fig.138

321. El movimiento de un péndulo simple, viene dado la ecuación: $\theta = A \cos(\sqrt{g/\ell} t)$.

I) Hallar la tensión en la cuerda de este péndulo; suponga que $\theta \ll 1$. La masa de la partícula

suspendida es "m"

- II) La tensión es una función del tiempo. ¿En qué tiempo la tensión es máxima? ¿Cuál es el valor máximo de esta tensión?

322. I) Aproximadamente, ¿Cuál es la frecuencia de golpeo de los soldados cuando marchan por aniversario patrio?

- a) 1,3 Hz b) 1,4 Hz c) 1,5 Hz d) 1,6 Hz e) 1,7 Hz

- II) ¿Cuál debió ser la frecuencia resonante del puente de Cachicoto, que se rompió cuando los soldados marcharon a través de él?

- a) 1,3 Hz b) 1,4 Hz c) 1,5 Hz d) 1,6 Hz e) 1,7 Hz

323. Un péndulo de longitud $\ell=1,50$ m se pone a balancear con una amplitud inicial de $\theta_0=10^\circ$. Después de transcurrido $t=12$ min, la fricción redujo la amplitud a $\theta=4^\circ$. ¿Cuál es el valor de "Q" para este péndulo?

- a) $1,0 \cdot 10^3$ b) $1,1 \cdot 10^3$ c) $1,2 \cdot 10^3$ d) $1,3 \cdot 10^3$ e) $1,4 \cdot 10^3$

324. El péndulo de un reloj tiene una longitud de $\ell=0,994$ m y la masa de la lenteja es $m=1,2$ kg. ($g=9,8$ m/s²)

- I) Si el péndulo se pone a oscilar, la fricción del aire reduce su amplitud de oscilación por un factor de 2 en 13 min. ¿Cuál es el valor del factor de calidad "Q" para este péndulo?

- a) $1,71 \cdot 10^3$ b) $1,73 \cdot 10^3$ c) $1,75 \cdot 10^3$ d) $1,77 \cdot 10^3$ e) $1,79 \cdot 10^3$

- II) Si se quiere mantener a este péndulo oscilando con amplitud constante de 8° , debe suministrársele energía mecánica a una tasa suficiente para compensar la pérdida por fricción, ¿Cuál es la potencia mecánica requerida?

- a) $2,02 \cdot 10^{-4}$ W b) $2,22 \cdot 10^{-4}$ W c) $2,42 \cdot 10^{-4}$ W d) $2,62 \cdot 10^{-4}$ W e) $2,82 \cdot 10^{-4}$ W

325. Cuando un columpio en movimiento no se "fuerza", la amplitud angular de oscilación disminuye debido al aire y otra fricción. El movimiento de un columpio de $\ell=3,0$ m disminuye en amplitud de $\theta_0=12^\circ$ a $\theta=10^\circ$ después de $n=5$ ciclos completos.

- I) Hallar el factor de calidad "Q" del sistema oscilante.

- a) 85,38 b) 86,38 c) 87,38 d) 88,38 e) 89,38

- II) Si el pasajero y el asiento se tratan como una masa puntual con $m=25$ kg, ¿A qué tasa promedio se disipa la energía mecánica?

- a) 0,306 W b) 0,326 W c) 0,346 W d) 0,366 W e) 0,386 W

326. Un resorte horizontal de constante "k" conectado a una masa "m" se desliza sobre una superficie horizontal que presenta una pequeña fricción. Luego, que la masa se desplaza

una distancia "A" desde el equilibrio y se libera, la amplitud de oscilación disminuye a $0,95A$ después de 10 ciclos. Hallar el factor de calidad "Q" del sistema.

- a) 610 b) 612 c) 614 d) 616 e) 618

327. Una fuerza armónica $F=F_0\cos\omega t$, donde $F_0=0,20$ N, se aplica a un oscilador armónico a mortiguado de constante de resorte $k=15$ N/m y masa "m", donde $\omega=(k/m)^{1/2}$. La amplitud de oscilación aumenta rápidamente al principio, y luego permanece en un valor constante, $A=40$ cm.

I) Hallar el factor de calidad "Q" de este sistema oscilante.

- a) 30 b) 32 c) 34 d) 36 e) 38

II) Hallar la amplitud de la oscilación amortiguada, si la frecuencia angular de la fuerza "F" fuese mucho menor que $(k/m)^{1/2}$.

- a) 1,13 cm b) 1,23 cm c) 1,33 cm d) 1,43 cm e) 1,53 cm

328. Un sistema micro electromecánico (MEMS) consiste en un microscópico oscilador de silicio con una constante de resorte $k=5\cdot 10^{-3}$ N/m. Cuando oscila en un dispositivo sellado al vacío (para anular la fricción del aire), el factor de calidad del oscilador es grande $Q=5\cdot 10^6$. ¿Qué amplitud de movimiento lograra el oscilador si se aplica una fuerza oscilatoria de $F=1\cdot 10^{-18}$ N de amplitud (casi el límite actual de detección de fuerza)?

- a) $1,0\cdot 10^{-9}$ b) $1,5\cdot 10^{-9}$ c) $2,0\cdot 10^{-9}$ d) $2,5\cdot 10^{-9}$ e) $3,0\cdot 10^{-9}$

329. Con la litografía de haz de electrones, los ingenieros intentan fabricar osciladores de sistemas nanoelectromecánicos (NEMS) con frecuencias tan altas como $f=100$ GHz (para comunicaciones y computadoras de rapidez superior). Si la masa equivalente de tal oscilador es de $m=1,0\cdot 10^{-18}$ g y se necesita una amplitud mínima de $A=0,10$ nm para detectar una fuerza armónica aplicada de $F=1,0\cdot 10^{-10}$ N de amplitud. ¿Cuál debe ser el mínimo factor de calidad "Q" de tal oscilador?

- a) 390,78 b) 391,78 c) 392,78 d) 393,78 e) 394,78

330. Si usted esta de pie sobre una pierna y deja que la otra cuelgue libremente de ida y vuelta, partiendo de una amplitud inicial de, por ejemplo, 20° o 30° , la amplitud decaerá a la mitad de la amplitud inicial después de aproximadamente cuatro oscilaciones. Si considera a la pierna que cuelga, como un oscilador amortiguado, ¿Qué valor de "Q" puede deducir a partir de esto?

- a) 21,05 b) 21,25 c) 21,45 d) 21,65 e) 21,85

331. Un péndulo físico en forma de un disco de radio $R=20$ cm, se balancea alrededor de un eje perpendicular al plano del disco, situado a la distancia de $\ell=10$ cm del centro del disco. ($g=9,8$ m/s²)

- I) Hallar la frecuencia angular " ω " de las oscilaciones que realiza este péndulo físico.
- a) 5,12 rad/s b) 5,32 rad/s c) 5,52 rad/s d) 5,72 rad/s e) 5,92 rad/s
- II) ¿Para qué valor de " ℓ " la frecuencia angular es máxima?
- a) 14,14 cm b) 14,34 cm c) 14,54 cm d) 14,74 cm e) 14,94 cm
- 332.** Un objeto de masa $M=2,14$ kg cuelga de un resorte. Un cuerpo de masa $m=325$ g colgado bajo del objeto, estira adicionalmente al resorte $\Delta x=1,80$ cm. El cuerpo de masa " m " es retirado y el objeto realiza oscilaciones. Hallar el periodo de estas oscilaciones.
- a) 0,611 s b) 0,631 s c) 0,651 s d) 0,671 s e) 0,691 s
- 333.** En cierto puerto marítimo, las mareas causan que la superficie del mar se eleve y descendan en movimiento armónico simple, con un periodo de $T=12,5$ h. ¿Cuánto tiempo le toma al agua descender desde su altura máxima hasta la mitad de su altura máxima con respecto a su nivel promedio (de equilibrio)?
- a) 2,08 h b) 2,18 h c) 2,28 h d) 2,38 h e) 2,48 h
- 334.** Un bloque está sobre una superficie horizontal (una mesa vibratoria) que se mueve horizontalmente con un movimiento armónico simple de frecuencia $f=2,35$ Hz. El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano es de $\mu=0,630$, ¿A qué amplitud puede llegar sin que el bloque resbale a lo largo de la superficie?
- a) 2,53 cm b) 2,63 cm c) 2,73 cm d) 2,83 cm e) 2,93 cm
- 335.** En la Fig.139, dos bloques de masa $m=1,22$ kg y $M=8,73$ kg y un resorte de constante $k=344$ N/m están dispuestos sobre una superficie horizontal, sin fricción. El coeficiente de fricción estática entre los bloques es de $\mu=0,42$. Hallar la amplitud máxima posible del movimiento armónico simple sin que se produzca deslizamiento entre los bloques. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 10,9 cm b) 11,9 cm c) 12,9 cm d) 13,9 cm e) 14,9 cm
- 336.** Un bloque está sobre un émbolo que se mueve verticalmente con movimiento armónico simple.
- I) ¿A qué amplitud del movimiento se separarán el bloque y el émbolo si el periodo del movimiento del émbolo es de 1,18 s?
- a) 33,7 cm b) 34,7 cm c) 35,7 cm d) 36,7 cm e) 37,7 cm
- II) Si el émbolo tiene una amplitud de $A=5,12$ cm en su movimiento, hallar la frecuencia máxima a la cual estarían en contacto el bloque y el émbolo continuamente.
- a) 13,03 rad/s b) 13,23 rad/s c) 13,43 rad/s d) 13,63 rad/s e) 13,83 rad/s

337. La fuerza de interacción entre dos átomos de ciertas moléculas diatómicas puede representarse por: $F = -a/r^2 + b/r^3$, donde "a" y "b" son constantes positivas y "r" es la distancia de separación entre los átomos.

I) Trazar una gráfica de la fuerza "F" en función de la distancia "r".

II) Hallar la distancia de separación entre los átomos, correspondiente al equilibrio.

- a) $b/2a$ b) b/a c) $3b/2a$ d) $2b/3a$ e) $3a/2b$

III) Hallar la constante de fuerza, para pequeñas oscilaciones, alrededor de la posición de equilibrio.

- a) a^3/b^4 b) a^4/b^3 c) a^2/b^3 d) b^2/a^3 e) $2a^3/3b^4$

IV) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, alrededor de la posición de equilibrio.

- a) $2\pi mb^{1/2}/a$ b) $2\pi m^{1/2} b^2/a^3$ c) $2\pi m^{1/2} b^{3/2}/a^2$ d) $2\pi mb^{3/2}/a$ e) $2\pi m^{1/2} b^{1/2}/a$

338. La constante de fuerza de un péndulo de resorte es $k=456$ N/m. En cierto instante "t", la posición, la velocidad y la aceleración medidas desde la posición de equilibrio, son: $x=0,112$ m, $v=-13,6$ m/s, y $a=-123$ m/s².

I) Hallar la frecuencia angular " ω " de las oscilaciones armónicas.

- a) 31,14 rad/s b) 32,14 rad/s c) 33,14 rad/s d) 34,14 rad/s e) 35,14 rad/s

II) Hallar la frecuencia de las oscilaciones armónicas.

- a) 5,17 Hz b) 5,27 Hz c) 5,37 Hz d) 5,47 Hz e) 5,57 Hz

III) Hallar la masa "m" del bloque del péndulo de resorte.

- a) 410 g b) 415 g c) 420 g d) 425 g e) 430 g

IV) Hallar la amplitud "A" de las oscilaciones armónicas.

- a) 41,5 cm b) 42,5 cm c) 43,5 cm d) 44,5 cm e) 45,5 cm

339. Dos partículas oscilan en movimiento armónico simple a lo largo de un segmento de línea recta común de longitud " ℓ ". Cada partícula tiene un periodo de $T=1,5$ s pero difieren en fase en $\Delta\varphi=30^\circ$.

I) ¿Qué separación hay entre ellas, (en términos de " ℓ ") 0,5 s después de que la partícula que va atrás deja un extremo de la trayectoria.

- a) $0,153\ell$ b) $0,163\ell$ c) $0,173\ell$ d) $0,183\ell$ e) $0,193\ell$

II) Hallar la razón de la mayor a menor rapidez de las partículas, en este instante. ¿Se mueven en la misma dirección, una hacia la otra, o una alejándose entre sí en ese momento?

- a) 1,32 b) 1,42 c) 1,52 d) 1,62 e) 1,72

340. Un oscilador de conducción satisface la ecuación, $d^2x/dt^2 + 2kdx/dt + \Omega^2x = F(t)$, donde "k" y " Ω " son constantes positivas. Hallar la respuesta de conducción del oscilador a la entrada de sierra suave, esto es, cuando $F(t)$ está dada por: $F(t) = F_0 t$ ($-\pi < t < \pi$) y $F(t)$ es periódico de periodo 2π .

341. En la Fig.140, la viga de acero de módulo de Young $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m², puesta en voladizo tiene una longitud de $\ell = 25$ cm y una sección transversal cuadrada de lados $a = 0,6$ cm. Un bloque de masa $m = 4,5$ kg se une al extremo libre de la viga. Hallar la frecuencia natural " ω_0 " del sistema, si la masa se desplaza ligeramente y luego se libera. ($g = 9,8$ m/s²)

- a) 30,16 rad/s b) 30,36 rad/s c) 30,56 rad/s d) 30,76 rad/s e) 30,96 rad/s

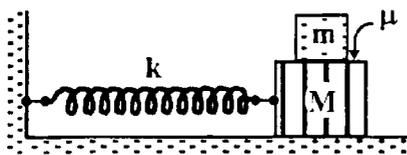


Fig.139

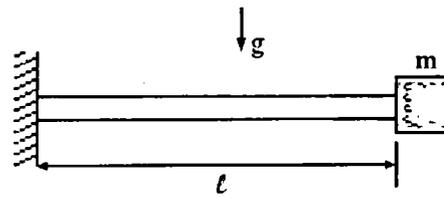


Fig.140

342. Dos partículas efectúan un movimiento armónico simple de la misma amplitud y frecuencia a lo largo de la misma línea recta. Se cruzan entre sí cuando van en diferentes direcciones opuestas cada vez que su desplazamiento es la mitad de su amplitud. Hallar la diferencia de fase entre ellas.

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

343. Un resorte de masa despreciable de constante de fuerza $k = 360$ N/m es cortado en dos mitades.

I) ¿Cuál es la constante de fuerza de cada mitad?

- a) 360 N/m b) 440 N/m c) 520 N/m d) 640 N/m e) 720 N/m

II) Las dos mitades suspendidas por separado, soportan un bloque de masa "M". El sistema vibra con una frecuencia de $f = 2,87$ Hz. Hallar el valor de la masa "M".

- a) 4,13 kg b) 4,23 kg c) 4,43 kg d) 4,53 kg e) 4,63 kg

344. Un péndulo de resorte en oscilación tiene una energía de $E = 1,18$ J, una amplitud de $A = 9,84$ cm, y una velocidad máxima $v_{\text{máx}} = 1,22$ m/s.

I) Hallar la constante de fuerza del resorte.

- a) 240 N/m b) 242 N/m c) 244 N/m d) 246 N/m e) 2,48 N/m

II) Hallar la masa del bloque del péndulo de resorte.

- a) 1,19 kg b) 1,29 kg c) 1,39 kg d) 1,49 kg e) 1,59 kg

III) Hallar la frecuencia de oscilación del péndulo de resorte.

- a) 1,57 Hz b) 1,67 Hz c) 1,77 Hz d) 1,87 Hz e) 1,97 Hz

345. Un resorte muy grande se estira $x=1,53$ m para lanzar un proyectil de masa $m=130$ g con una velocidad suficiente para que escape de la Tierra ($v_e=11,2$ km/s) ($g=9,8$ m/s²)

I) ¿Cuál es la constante de la fuerza (en N/m) del aparato, si toda la energía potencial se convierte en energía cinética?

- a) $6,17 \cdot 10^6$ b) $6,37 \cdot 10^6$ c) $6,57 \cdot 10^6$ d) $6,77 \cdot 10^6$ e) $6,97 \cdot 10^6$

II) Suponga que una persona promedio puede ejecutar una fuerza de $F=220$ N. ¿Cuántas personas se necesitan para estirar el resorte?

- a) 48 413 b) 48 433 c) 48 453 d) 48 473 e) 48 493

346. I) Cuando el desplazamiento es la mitad de la amplitud "A", ¿Qué porcentaje representan las energías cinética y potencial, respecto de la energía total en el movimiento armónico simple?

- a) 25 % ; 75 % b) 75 % ; 25 % c) 35 % ; 65 % d) 65 % ; 35 % e) 70 % ; 30 %

II) ¿A qué desplazamiento es la energía mitad cinética y mitad potencial?

- a) 0,71A b) 0,73A c) 0,75A d) 0,77A e) 0,79A

347. Un cuerpo de masa $m=12,3$ kg se halla en movimiento armónico simple de amplitud $A=1,86$ mm. La aceleración máxima de la partícula es $a_{\text{máx}}=7,93$ km/s².

I) Hallar el periodo del movimiento armónico simple.

- a) 3,05 ms b) 3,15 ms c) 3,25 ms d) 3,35 ms e) 3,45 ms

II) Hallar la magnitud de la velocidad máxima de la partícula.

- a) 3,53 m/s b) 3,63 m/s c) 3,73 m/s d) 3,83 m/s e) 3,93 m/s

III) Hallar la energía mecánica total de este oscilador armónico simple.

- a) 90,2 J b) 91,2 J c) 92,2 J d) 93,2 J e) 94,2 J

348. Un cuerpo de masa $m=5,13$ kg se desplaza sobre una superficie horizontal sin fricción bajo la acción de un resorte de constante de fuerza $k=988$ N/m. El objeto se desplaza $x=53,5$ cm y se le suministra una velocidad inicial de $v_0=11,2$ m/s, dirigida hacia la posición de equilibrio.

I) Hallar la frecuencia del movimiento armónico simple.

- a) 2,21 Hz b) 2,23 Hz c) 2,25 Hz d) 2,27 Hz e) 2,29 Hz

II) Hallar la energía potencial inicial del sistema.

- a) 141,4 J b) 142,4 J c) 143,4 J d) 144,4 J e) 145,4 J

III) Hallar la energía cinética inicial del sistema.

- a) 321,8 J b) 322,8 J c) 323,8 J d) 324,8 J e) 325,8 J

IV) Hallar la amplitud del movimiento armónico simple.

- a) 93,8 cm b) 94,8 cm c) 95,8 cm d) 96,8 cm e) 97,8 cm

349. Demostrar que la velocidad instantánea de la masa de un péndulo de resorte, viene dado por: $v=dx/dt=\pm[(k/m)(A^2-x^2)]^{1/2}$. Suponiendo que $x=A$ en $t=0$, demostrar que la posición de la masa, viene dado por $x=A\cos(\omega t)$, donde $\omega=(k/m)^{1/2}$, es la frecuencia natural.

350. Una partícula de masa "m" es conectada a un punto fijo 0 sobre una tabla horizontal lisa mediante un resorte elástico lineal de longitud natural "2a" y constante de fuerza " $m\Omega^2$ ". Inicialmente la partícula es liberada desde el reposo en un punto sobre la tabla cuya distancia desde 0 es "3a". Hallar el periodo de las oscilaciones resultantes.

- a) $14,18/\Omega$ b) $14,28/\Omega$ c) $14,38/\Omega$ d) $14,48/\Omega$ e) $14,58/\Omega$

351. El desplazamiento "x" de una masa conectada a un resorte bajo la acción de la fricción de Coulomb satisface la ecuación: $d^2x/dt^2+\Omega^2x=-F_0$, si $v>0$, y $d^2x/dt^2+\Omega^2x=F_0$, si $v<0$, donde " Ω " y " F_0 " son constantes positivas. Si $|x|>F_0/\Omega^2$ cuando $v=0$, entonces el movimiento continua; si $|x|\leq F_0/\Omega^2$ cuando $v=0$, entonces el movimiento cesa. Inicialmente el cuerpo es liberado desde el reposo en $x=9F_0/2\Omega^2$.

I) Hallar la coordenada de posición, donde finalmente el cuerpo queda en reposo.

- a) $F_0/2\Omega^2$ b) $F_0/3\Omega^2$ c) $2F_0/3\Omega^2$ d) $3F_0/2\Omega^2$ e) $3F_0/4\Omega^2$

II) ¿Qué tiempo estuvo el cuerpo en movimiento?

- a) π/Ω b) $2\pi/\Omega$ c) $2\pi/3\Omega$ d) $\pi/4\Omega$ e) $3\pi/2\Omega$

352. Un péndulo de resorte de masa $m=1,26$ kg y constante de fuerza $k=538$ N/m se pone en oscilación estirando el resorte $x=26,3$ cm y suministrándole a la masa una velocidad de $v=3,72$ m/s, dirigido hacia la posición de equilibrio del resorte.

I) Hallar la amplitud de las oscilaciones armónicas simple.

- a) 31,9 cm b) 32,9 cm c) 33,9 cm d) 34,9 cm e) 35,9 cm

II) Hallar el ángulo de fase del movimiento armónico simple resultante.

- a) $-53,7^\circ$ b) $+53,7^\circ$ c) $-55,7^\circ$ d) $+55,7^\circ$ e) $-57,7^\circ$

353. Un péndulo de resorte de masa $M=4$ kg y constante de fuerza $k=500$ N/m está suspendi

do verticalmente del techo. Una bala de masa $m=50$ g se dispara hacia la masa "M", desde abajo a una rapidez de $v=150$ m/s y llega al reposo dentro del bloque.

I) Hallar la amplitud del movimiento armónico resultante.

- a) 13,7 cm b) 14,7 cm c) 15,7 cm d) 16,7 cm e) 17,7 cm

II) ¿Qué fracción de la energía cinética original de la bala aparece como energía mecánica en el péndulo de resorte?

- a) 1,13 % b) 1,23 % c) 1,33 % d) 1,43 % e) 1,53 %

354. En la Fig.141 el cilindro sólido de masa $M=20$ kg, unido al resorte horizontal de masa despreciable y constante de fuerza $k=294$ N/m, puede rodar a lo largo de la superficie. Si el sistema parte del reposo estando estirado el resorte una longitud $x=23,9$ cm.

I) Hallar la energía cinética de traslación.

- a) 5,0 J b) 5,2 J c) 5,4 J d) 5,6 J e) 5,8 J

II) Hallar la energía cinética de rotación del cilindro al pasar por la posición de equilibrio.

- a) 2,4 J b) 2,6 J c) 2,8 J d) 3,0 J e) 3,2 J

III) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones armónicas del centro de masa del cilindro.

- a) 0,1 s b) 0,2 s c) 0,3 s d) 0,4 s e) 0,4 s

355. I) Demuestre que en el movimiento armónico simple la energía potencial promedio es igual a la energía cinética promedio cuando el promedio se toma respecto al tiempo durante un periodo del movimiento, y que cada promedio es igual a $(1/4)kA^2$.

II) Demuestre que cuando el promedio se toma respecto a la posición durante un ciclo, la energía potencial promedio es igual a $(1/6)kA^2$, y que la energía cinética promedio es igual a $(1/3)kA^2$.

III) Explique físicamente por qué los dos resultados anterior I) y II) son diferentes.

356. Un péndulo simple de longitud $\ell=1,53$ m efectúa 72 oscilaciones completas en 180 s en una cierta localidad de la Sierra. Hallar la aceleración debida a la gravedad en esta localidad.

- a) 9,56 m/s² b) 9,66 m/s² c) 9,76 m/s² d) 9,86 m/s² e) 9,96 m/s²

357. En la Fig.142, una bola de demolición de masa $m=2500$ kg se halla suspendida del extremo de una grúa, La longitud del cable que cuelga es $\ell=17,3$ m. Hallar el periodo de balanceo, suponiendo que el sistema pueda ser tratado como un péndulo simple. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 8,30 s b) 8,32 s c) 8,34 s d) 8,36 s e) 8,38 s

358. Un ingeniero desea hallar la inercia rotatoria de un objeto desconocido de masa $m=11,3$ kg, respecto de un eje que pasa por su centro de masa (c.m). El objeto está soportado con

un alambre que pasa por su centro de masa y a lo largo del eje deseado. El alambre tiene una constante de torsión $\kappa=0,513 \text{ N}\cdot\text{m}$. El ingeniero observa que este péndulo de torsión efectúa 20 ciclos completos en 48,7 s. Hallar el valor de la inercia rotatoria (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$) calculada.

- a) $71\cdot 10^{-3}$ b) $73\cdot 10^{-3}$ c) $75\cdot 10^{-3}$ d) $77\cdot 10^{-3}$ e) $79\cdot 10^{-3}$

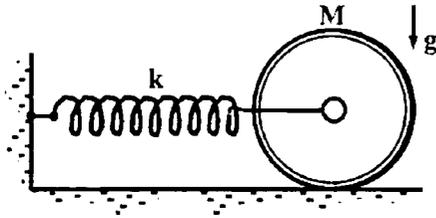


Fig.141

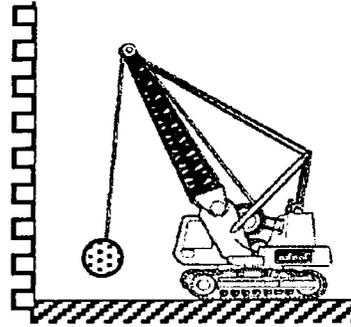


Fig.142

359. Una esfera sólida de masa $m=95,2 \text{ kg}$ y radio $R=14,8 \text{ cm}$ está suspendida de un alambre vertical unido al techo de una sala. Se requiere una torca de $\tau=0,192 \text{ N}\cdot\text{m}$ para retorcer a la esfera en un ángulo de $\theta=0,85 \text{ rad}$. Hallar el periodo de oscilación cuando la esfera se suelte desde esta posición.

- a) 12,1 s b) 12,3 s c) 12,5 s d) 12,7 s e) 12,9 s

360. Un oscilador parcialmente amortiguado satisface la ecuación, $d^2x/dt^2+2\kappa dx/dt+\Omega^2x=0$, donde " Ω " es una constante positiva, y " κ " esta dada por: $\kappa=0$, si $x<0$, y $\kappa=k$ si $x>0$, donde " k " es una constante positiva tal que, $k<\Omega$.

- I) Hallar el periodo del oscilador.
II) Hallar la razón de los sucesivos valores máximos del desplazamiento x .

361. En la Fig.143, el péndulo físico consta de un disco uniforme de radio $R=10,3 \text{ cm}$ y masa $m=488 \text{ g}$ unido a la barra de longitud $\ell=52,4 \text{ cm}$ y masa $M=272 \text{ g}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- I) Hallar la inercia rotatoria " I " del péndulo respecto al pivote.

- a) $0,219 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ b) $0,239 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ c) $0,259 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ d) $0,279 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e) $0,299 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

- II) Hallar la distancia entre el pivote y el centro de masa (c.m) del péndulo.

- a) 49,04 cm b) 49,24 cm c) 49,44 cm d) 49,64 cm e) 49,84 cm

- III) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones del péndulo físico.

- a) 1,33 s b) 1,43 s c) 1,53 s d) 1,63 s e) 1,73 s

362. En la Fig.144, la rueda puede girar alrededor de su eje fijo. Se une un resorte a uno de sus

rayos a la distancia "r" del eje. Suponiendo que la rueda es un aro de masa "M" y radio "R", hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones de este sistema en términos de "M", "R", "r" y "k". Analizar los casos especiales $r=R$ y $r=0$.

- a) $(k/M)^{1/2}(r/R)$ b) $(k/M)^{1/2}(R/r)$ c) $(k/M)(R/r)^{1/2}$ d) $(k/M)(r/R)^{1/2}$ e) $(M/k)^{1/2}(r/R)$

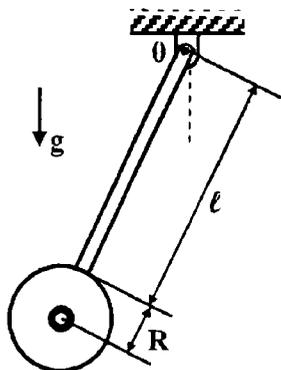


Fig.143

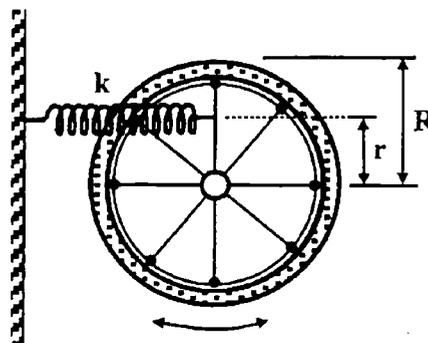


Fig.144

363. Se forma un péndulo al pivotar una barra larga de longitud " ℓ " y masa " m " en torno a un punto en la barra que está a una distancia " x " sobre el centro de la barra.

- I) Hallar el periodo de pequeña amplitud de en términos de " x ", " ℓ ", " m ", y " g ".
 II) Demostrar que el periodo tiene un valor mínimo cuando $d = \ell / \sqrt{12} = 0,289\ell$.

364. Una barra de longitud $\ell = 1$ m se balancea de un extremo y oscila con una frecuencia " f_0 ". ¿Cuál sería la frecuencia, en términos de " f_0 " si se cortase el tercio inferior de la barra?

- a) $1,12f_0$ b) $1,22f_0$ c) $1,32f_0$ d) $1,42f_0$ e) $1,52f_0$

365. En la Fig.145, la tabla horizontal de masa " m " y longitud " ℓ " esta articulada en un extremo. El otro extremo de la tabla es sostenida por un resorte de constante de fuerza " k ". El momento de inercia de la tabla respecto de la articulación en 0 es $(1/3)m\ell^2$.

- I) Demostrar que la placa, después de haber sido desplazado un pequeño ángulo " θ " de su posición de equilibrio horizontal y liberado, se mueve con movimiento armónico de frecuencia angular $\omega = (3k/m)^{1/2}$.
 II) Evaluar la frecuencia, si la masa es $m = 5$ kg y la constante de fuerza del resorte $k = 100$ N/m.

- a) 7,35 rad/s b) 7,45 rad/s c) 7,55 rad/s d) 7,65 rad/s e) 7,75 rad/s

366. En la Fig.146, la esfera sólida de radio " R " rueda sin deslizamiento sobre el cilindro de radio " $5R$ ". Para pequeños desplazamientos alrededor de la posición de equilibrio, hallar el periodo que realiza la esfera. ($R = 16$ cm, $g = 9,8$ m/s²)

- a) 1,5 s b) 1,6 s c) 1,7 s d) 1,8 s e) 1,9 s

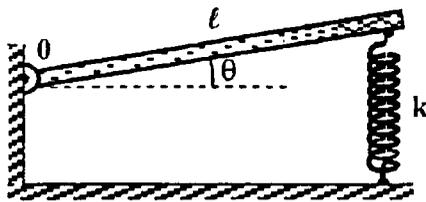


Fig.145

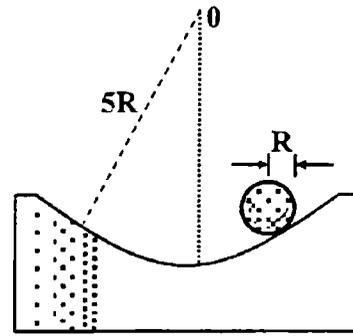


Fig.146

367. En la Fig.147, en el extremo inferior de la varilla ligera de longitud $\ell=12$ cm está fijada una pesa de masa $m=0,5$ kg, en tanto que en el extremo superior, un ligero casquillo cilíndrico de radio interno $R=4$ cm. El casquillo está asentado con holgura sobre un eje inmóvil horizontal, ¿Para qué valor máximo del ángulo de desviación " θ " de la vertical, el péndulo estará en equilibrio, si el coeficiente de fricción entre la superficie interior del casquillo y el eje es $\mu=3/4$? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 7,43° b) 7,83° c) 8,23° d) 8,63° e) 9,03°

368. En la Fig.148, el punto de suspensión A del péndulo doble realiza oscilaciones armónicas simples de pequeña amplitud. La longitud del hilo inferior es $\ell=20$ cm, la masa de la bola inferior es $m=200$ g y la de la superior $M=300$ g. ¿Para qué periodo de oscilación del punto A, el hilo superior siempre estará en posición vertical? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 0,60 s b) 0,65 s c) 0,70 s d) 0,75 s e) 0,80 s

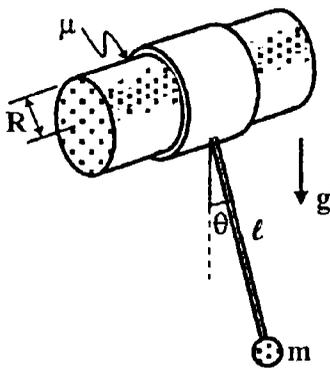


Fig.147

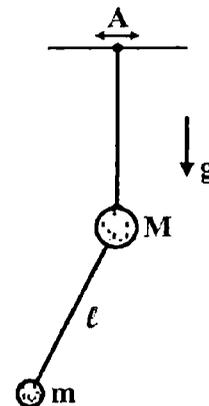


Fig.148

369. En la Fig.149, el disco de masa $m=2,5$ kg y diámetro $D=42$ cm, está soportado por la barra ligera de longitud $\ell=76$ cm, la cual está articulada en su extremo. ($g=9,8$ m/s²)

I) Inicialmente el ligero resorte de torsión no está unido. ¿Cuál es el periodo de oscilación?

- a) 1,6 s b) 1,8 s c) 2,0 s d) 2,2 s e) 2,4 s

II) Ahora se une el resorte de torsión de modo que la barra cuelgue verticalmente en equilibrio, ¿Cuál sería la constante de torsión del resorte de modo que el nuevo periodo de oscilación sea 500 ms más corto que el inicial?

- a) 16,5 N•m b) 17,0 N•m c) 17,5 N•m d) 18,0 N•m e) 18,5 N•m

370. En la Fig.150, se muestra un péndulo físico construido a partir de secciones de igual longitud de un mismo tubo. El radio interior del tubo es de $r=10,2$ cm y el espesor es de $s=6,40$ mm. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar el periodo de oscilación respecto al eje de giro que pasa por O.

- a) 1,05 s b) 1,09 s c) 1,13 s d) 1,17 s e) 1,57 s

II) Supóngase que se construye un nuevo péndulo físico al girar la sección del fondo a 90° en torno a un eje vertical que pase por su centro. Hallar el cambio porcentual que experimenta el periodo del péndulo físico, respecto del periodo del péndulo original.

- a) -,157 % b) +1,57 % c) -1,77 % d) +1,77 % e) -1,97 %

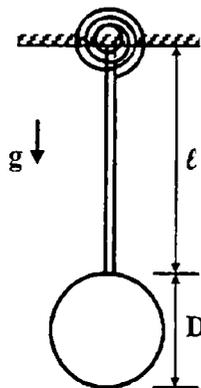


Fig.149

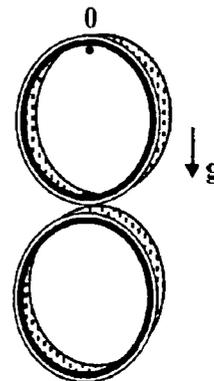


Fig.150

371. Los electrones de un osciloscopio son desviados por dos campos eléctricos mutuamente perpendiculares de modo que en cualquier instante "t" el desplazamiento está dado por: $x=A\sin\omega t$, $y=A\sin(\omega t+\phi_y)$. Describa la trayectoria de los electrones y determine sus ecuaciones, cuando I) $\phi_y=0^\circ$, II) $\phi_y=30^\circ$, III) $\phi_y=90^\circ$.

372. Una partícula de masa "m" se mueve en un plano fijo a lo largo de la trayectoria, dada por: $\vec{r} = \hat{i}A\cos\omega t + \hat{j}3A\cos3\omega t$.

I) Hallar el valor de la coordenada "x", cuando la coordenada $y=0$.

- a) 0,57/A b) 0,67/A c) 0,77/A d) 0,87/A e) 0,97/A

II) Hallar la magnitud de la fuerza que actúa sobre la partícula, cuando $\omega t=10^\circ$.

- a) 7,06 $m\omega^2 A$ b) 7,26 $m\omega^2 A$ c) 7,46 $m\omega^2 A$ d) 7,66 $m\omega^2 A$ e) 7,86 $m\omega^2 A$

III) Hallar la energía potencial de la partícula, cuando $\omega t = 10^\circ$, tomando el potencial de referencia nulo.

- a) $3,19m\omega^2 A^2$ b) $3,29m\omega^2 A^2$ c) $3,39m\omega^2 A^2$ d) $3,49m\omega^2 A^2$ e) $3,59m\omega^2 A^2$

IV) Hallar la energía total de la partícula, cuando $\omega t = 10^\circ$.

- a) $3m\omega^2 A^2$ b) $4m\omega^2 A^2$ c) $5m\omega^2 A^2$ d) $6m\omega^2 A^2$ e) $7m\omega^2 A^2$

V) ¿Es periódico el movimiento?. De ser así, hallar el periodo.

- a) No b) Si, $2\pi/\omega$ c) Si, $3\pi/2\omega$ d) Si, $3\pi/4\omega$ e) Si, $\pi/2\omega$

373. En la Fig.151, el bloque tiene una masa de $m=1,52$ kg, la constante de fuerza es de $k=8,13$ N/m. La fuerza de fricción está dada por $f=-b(dx/dt)$, donde $b=227$ g/s. Suponiendo que el bloque se desplaza hacia un lado una distancia de $d=12,5$ cm y luego se suelta.

I) Hallar el intervalo de tiempo necesario para que la amplitud disminuya a un tercio de su valor inicial.

- a) 13,9 s b) 14,3 s c) 14,7 s d) 15,1 s e) 15,5 s

II) ¿Cuántas oscilaciones efectúa el bloque durante este tiempo?

- a) 4,6 b) 5,0 c) 5,4 d) 5,8 e) 6,2

374. En la Fig.152, el cubo de masa $m=5$ kg tiene aristas de $a=16$ cm y está montado sobre un eje que pasa a través de su centro. Un resorte de constante de fuerza $k=1200$ N/m une el vértice superior a una pared rígida. Inicialmente el resorte está en su longitud no deformada en reposo. Si el cubo es rotado 3° y liberado. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la amplitud de las pequeñas oscilaciones del cubo.

- a) 5,52 mm b) 5,62 mm c) 5,72 mm d) 5,82 mm e) 5,92 mm

II) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones del cubo.

- a) 1,59 rad/s b) 1,69 rad/s c) 1,79 rad/s d) 1,89 rad/s e) 1,99 rad/s

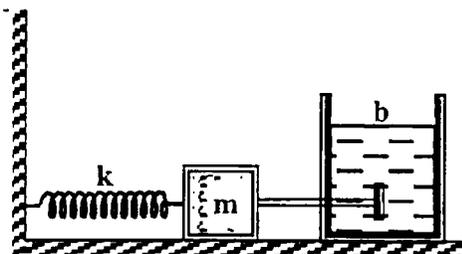


Fig.151

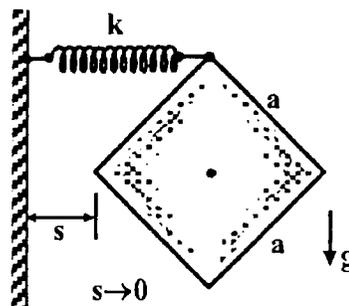


Fig.152

375. En la Fig.153, el bloque de masa $m_2=2$ kg, situado en el extremo del resorte oscila en MAS con periodo de $T=20$ ms. La posición del bloque está dada por la ecuación: $x=(1,0 \text{ cm})\cos(\omega t+\pi/2)$. El bloque de masa $m_1=4$ kg se desliza hacia el bloque "2" con una rapidez de $v_1=6$ m/s, dirigido a lo largo de la longitud del resorte. Los dos bloques experimentan una colisión completamente inelástica en el instante $t=5$ ms. (La duración de la colisión es mucho menor que la del periodo de movimiento). Hallar la amplitud del MAS después de la colisión.

- a) 20 mm b) 22 mm c) 24 mm d) 26 mm e) 28 mm

376. En la Fig.154, el ángulo del péndulo está dada por: $\theta=\theta_m\cos[(4,4 \text{ rad/s})t+\phi]$. Si en $t=0$, $\theta=0,040$ rad y $d\theta/dt=-0,20$ rad/s. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la fase constante " ϕ ".

- a) 0,805 rad b) 0,825 rad c) 0,845 rad d) 0,865 rad e) 0,885 rad

II) Hallar el máximo ángulo constante " θ_m ".

- a) 0,0602 rad b) 0,0622 rad c) 0,0642 rad d) 0,0662 rad e) 0,0682 rad

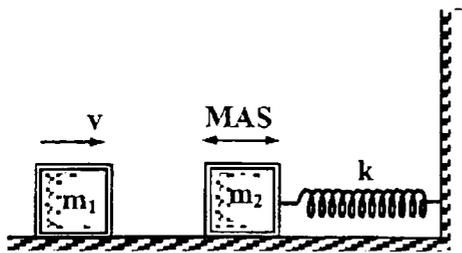


Fig.153

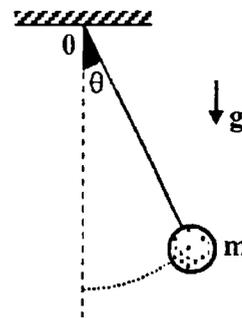


Fig.154

377. Un oscilador no lineal satisface la ecuación: $(1+\epsilon x^2)\ddot{x}+x=0$, donde " ϵ " es un parámetro pequeño.

I) Usando el método de Lindstedt's obtener una aproximación de segundo término para la frecuencia de oscilación cuando la oscilación tiene amplitud uno.

II) Hallar la correspondiente aproximación de tercer término para $x(t)$.

378. Un oscilador no lineal satisface la ecuación: $\ddot{x}+x+\epsilon x^5=0$, donde " ϵ " es un parámetro pequeño. Usando el método de Lindstedt's obtener una aproximación de segundo término para la frecuencia de oscilación, cuando la oscilación tiene una amplitud de uno.

379. Una partícula P de masa " $3m$ " está suspendido de un punto fijo 0 mediante un resorte lineal delgado de constante de fuerza " α ". Una segunda partícula Q de masa " $2m$ " está a su vez suspendida de P por un segundo resorte de la misma constante de fuerza. El sistema se mueve en línea recta vertical pasando por 0.

- I) Hallar las frecuencias normales y la forma de los modos normales para este sistema.
 II) Hallar la ecuación de la forma del movimiento general.
- 380.** Una partícula de masa "m" se mueve bajo la acción de un campo central, dado por la ecuación: $\vec{F} = -m\gamma^2[(4/r^3) + (a^2/r^5)]\hat{r}$, donde " γ " y "a" son constantes positivas. Inicialmente la partícula está a una distancia a del centro de fuerza y es proyectada cuando su vector de posición se encuentra a la derecha del centro de fuerzas con rapidez $v = 3\gamma/\sqrt{2}a$.
- I) Hallar la ecuación polar de la trayectoria resultante y trazar dicha trayectoria
 II) Hallar el tiempo que tarda la partícula en alcanzar el centro de fuerzas.
- a) $1,11a/\gamma$ b) $1,11a^2/\gamma$ c) $3,54a/\gamma$ d) $3,54a^2/\gamma$ e) $2,68a/\gamma^2$
- 381.** Verifique, usando derivadas, que la ecuación $x = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega't + \phi)$ es la solución de la ecuación $m d^2x/dt^2 + b dx/dt + kx = 0$ para el oscilador amortiguado, a condición de que la frecuencia, este dada por: $\omega' = [(k/m) - (b/2m)^2]^{1/2}$.
- 382.** Un oscilador armónico amortiguado consta de un bloque de masa $m = 1,91$ kg, un resorte de constante de fuerza $k = 12,6$ N/m, y una fuerza de amortiguamiento $F = -bv$. Inicialmente, oscila con una amplitud de $A_0 = 26,2$ cm; a causa del amortiguamiento, la amplitud disminuye a tres cuartas partes de A_0 , después de cuatro ciclos completos.
- I) Hallar el valor del coeficiente de amortiguamiento "b".
- a) $0,112$ kg/s b) $0,132$ kg/s c) $0,152$ kg/s d) $0,172$ kg/s e) $0,192$ kg/s
- II) Hallar la cantidad de energía perdida, durante estos cuatro ciclos.
- a) $0,30$ J b) $0,34$ J c) $0,38$ J d) $0,42$ J e) $0,46$ J
- 383.** Supóngase que está examinando las características de un sistema de suspensión de un automóvil de masa $m = 2000$ kg. La suspensión "se comprime" 10 cm cuando actúa sobre ella el peso de todo el automóvil. Además, la amplitud de la oscilación disminuye en 50% durante una oscilación completa. ($g = 9,8$ m/s²)
- I) Hallar el valor de la constante de fuerza "k" del resorte.
- a) $4,5 \cdot 10^4$ N/m b) $4,6 \cdot 10^4$ N/m c) $4,7 \cdot 10^4$ N/m d) $4,8 \cdot 10^4$ N/m e) $4,9 \cdot 10^4$ N/m
- II) Hallar el valor del coeficiente de amortiguamiento "b" para el sistema amortiguador en cada rueda. Supóngase que cada rueda soporta 500 kg.
- a) 1056 kg/s b) 1066 kg/s c) 1076 kg/s d) 1086 kg/s e) 1096 kg/s
- 384.** Considérense las oscilaciones forzadas de un péndulo de resorte amortiguado. Demuestre que, en resonancia.
- I) La amplitud de la oscilación es $x_m = F_m/b\omega$.
 II) La rapidez máxima del bloque oscilatorio es, $v_{m\acute{a}x} = F_m/b$.
- 385.** Un automóvil de peso $W = 9786$ N que transporta a cuatro personas de pesos $w = 800$ N ca

da una, viaja por una carretera sin pavimento "ondulada". Las ondulaciones de la carretera tienen una separación de $d=4$ m. Se observa que el automóvil rebota con amplitud máxima cuando su velocidad es de $v=4,5$ m/s. Ahora se detiene el automóvil y se bajan las cuatro personas. ¿En cuánto se eleva la carrocería del automóvil debido a esta disminución del peso? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 4,05 cm b) 4,25 cm c) 4,45 cm d) 4,65 cm e) 4,85 cm

386. A partir de la ecuación $x=(F_m/G)\text{sen}(\omega t-\phi)$, donde $G=[m^2(\omega^2-\omega_0^2)^2+b^2\omega^2]^{1/2}$ y además $\phi=\text{cos}^{-1}(b\omega/G)$, hallar la velocidad $v=dx/dt$ en el movimiento oscilatorio forzado. Demuestre que la amplitud de la velocidad es $v_m=F_m/[(m\omega-k/\omega)^2+b^2]^{1/2}$.

387. I) Calcular la masa reducida de cada una de las siguientes moléculas diatómicas: O₂, HCl y CO. Expresar sus respuestas en unidades atómicas de masa unificadas, siendo 1,00 u la masa de un átomo de hidrógeno.

II) Se sabe que una molécula de HCl vibra a una frecuencia fundamental de $f=8,7 \cdot 10^3$ Hz. Hallar la "constante de fuerza" efectiva "k" de las fuerzas de acoplamiento entre los átomos. En función de su experiencia con resortes ordinarios, ¿diría usted que este "resorte molecular" es relativamente rígido o que no lo es?

- a) $2,9 \cdot 10^{-18} \frac{N}{m}$ b) $3,9 \cdot 10^{-18} \frac{N}{m}$ c) $4,9 \cdot 10^{-18} \frac{N}{m}$ d) $5,9 \cdot 10^{-18} \frac{N}{m}$ e) $6,9 \cdot 10^{-18} \frac{N}{m}$

388. En la Fig.155, demostrar que la energía cinética del oscilador de dos cuerpos, está dada por: $T=(1/2)\mu v^2$, donde " μ " es la masa reducida y $v=v_1-v_2$ es la velocidad relativa.

389. En la Fig.156, la tabla de masa $m=8$ kg descansa en dos rodillos que giran a gran velocidad uno al encuentro del otro. La distancia entre los ejes de los rodillos es $\ell=64$ cm y el coeficiente de fricción al deslizarse la tabla por el rodillo es $\mu=0,8$. Hallar la frecuencia de las oscilaciones. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 s^{-1} b) 2 s^{-1} c) 3 s^{-1} d) 4 s^{-1} e) 5 s^{-1}

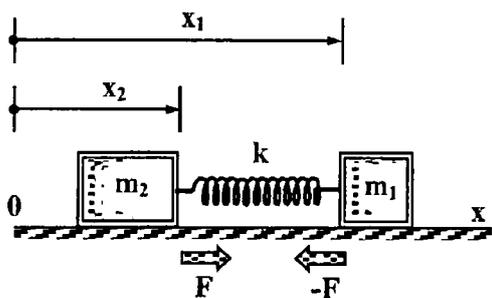


Fig.155

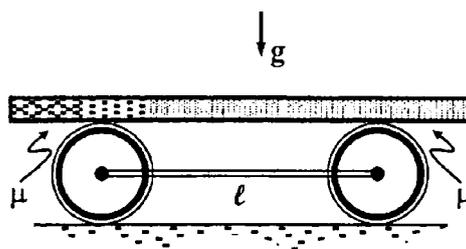


Fig.156

390. En la Fig.157, la partícula P de masa "3m" está suspendida del punto fijo 0 por el hilo inextensible delgado de longitud "a". A su vez, la otra partícula Q de masa "m" está sus

pendida de P por el segundo hilo de longitud "a". El sistema se mueve en un plano vertical que pasa por O. Mostrar que las ecuaciones de movimiento linealizadas para pequeñas oscilaciones cercanas a la vertical hacia abajo, son: $4\ddot{\theta} + \ddot{\phi} + 4n^2\theta = 0$, y $\ddot{\theta} + \ddot{\phi} + n^2\phi = 0$, donde θ y ϕ son los ángulos que las dos hilos forman con la vertical hacia abajo, $n^2 = g/a$. Hallar las frecuencias normales de oscilación y las formas de los modos normales para este sistema.

391. En la Fig. 158, la varilla uniforme de longitud "2a" está suspendida del punto fijo O mediante la cuerda inextensible delgada de longitud "b" unida a uno de sus extremos. El sistema se mueve en un plano vertical que contiene a O. Tomando como coordenadas los ángulos θ , ϕ entre las cuerdas y la varilla respectivamente y la vertical hacia abajo. Mostrar que las ecuaciones que gobiernan las pequeñas oscilaciones del sistema cerca de $\theta = \phi = 0$ son: $b\ddot{\theta} + a\ddot{\phi} = -g\theta$, y $b\ddot{\theta} + (4/3)a\ddot{\phi} = -g\phi$. Para el caso especial en la que $b = 4a/5$, hallar las frecuencias normales y las formas de los modos normales. ¿Es el movimiento general periódico?

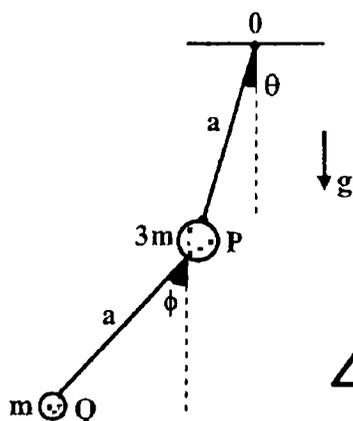


Fig. 157

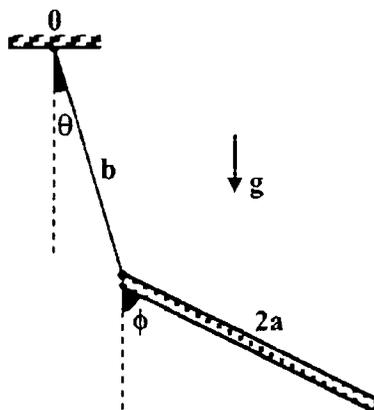


Fig. 158

392. Un bloque de masa $m = 0,835$ kg oscila en el extremo de un resorte de constante de fuerza $k = 41,0$ N/m. La masa se mueve en un fluido que presenta una fuerza de resistencia $F = -bv$, donde $b = 0,662$ kg·s⁻¹.

I) Hallar el periodo del movimiento.

- a) 0,75 s b) 0,80 s c) 0,85 s d) 0,90 s e) 0,95 s

II) Hallar el cambio fraccional que experimenta la amplitud en cada ciclo.

- a) -0,2 b) +0,2 c) -0,3 d) +0,3 e) -0,4

III) Hallar la posición en el instante $t = 0,5$ s, si en $t = 0$, $x = 0$, y en $t = 1,0$ s, $x = 0,12$ m.

- a) 11 cm b) 13 cm c) 15 cm d) 17 cm e) 19 cm

393. Un péndulo físico consiste de una varilla uniforme de madera de longitud $\ell=85$ cm y masa $m=240$ g, que cuelga de un clavo cercano a uno de sus extremos. El movimiento es amortiguado por la fricción en el pivote, la fuerza de amortiguamiento es aproximadamente proporcional a $d\theta/dt$. La varilla se pone en oscilación desplazándola $\theta_0=15^\circ$ de su posición de equilibrio y liberándola del reposo. Después de $t=8,0$ s, la amplitud de la oscilación se ha reducido a $5,5^\circ$. Si el desplazamiento angular puede escribirse como $\theta=ae^{-\gamma t} \cos \omega' t$. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar el coeficiente de amortiguamiento " γ ".

- a) $0,105$ s⁻¹ b) $0,125$ s⁻¹ c) $0,145$ s⁻¹ d) $0,165$ s⁻¹ e) $0,185$ s⁻¹

II) Hallar el periodo aproximado del movimiento.

- a) $1,11$ s b) $1,21$ s c) $1,31$ s d) $1,41$ s e) $1,51$ s

III) Hallar el tiempo necesario para que la amplitud se reduzca a $1/2$ de su valor original.

- a) $5,1$ s b) $5,3$ s c) $5,5$ s d) $5,7$ s e) $5,9$ s

394. Un oscilador armónico amortiguado pierde $6,0$ % de su energía mecánica en cada ciclo.

I) ¿En qué porcentaje difiere su frecuencia de la frecuencia natural $f_0=(1/2\pi)(k/m)^{1/2}$?

- a) $0,1$ % b) $0,2$ % c) $0,3$ % d) $0,4$ % e) $0,5$ %

II) ¿Después de cuántos periodos habrá disminuido la amplitud a $1/e$ de su valor original?

- a) 30 b) 32 c) 34 d) 36 e) 38

395. Un resorte vertical de constante de fuerza $k=115$ N/m sostiene un cuerpo de masa $m=75$ g. El cuerpo oscila en un tubo de líquido. Si la amplitud inicial de la oscilación es $A_0=5,0$ cm, se observa que después de $t=3,5$ s la amplitud es de $A=2,0$ cm. Estimar la constante de amortiguamiento " b ". Despreciar las fuerzas de flotación.

- a) $31,3$ g·s⁻¹ b) $33,3$ g·s⁻¹ c) $35,3$ g·s⁻¹ d) $37,3$ g·s⁻¹ e) $39,3$ g·s⁻¹

396.I) Demostrar que la energía mecánica total, $E=(1/2)mv^2+(1/2)kv^2$, en función del tiempo para un oscilador armónico ligeramente amortiguado es $E=(1/2)kA^2e^{-(b/m)t}=E_0e^{-(b/m)t}$, donde E_0 es la energía mecánica total en $t=0$. (Suponga $\omega' \gg b/2m$)

II) Demuestre que la pérdida fraccional de energía por periodo es, $\Delta E/E=2\pi b/m\omega_0=2\pi/Q$, donde, $\omega_0=(k/m)^{1/2}$, $Q=m\omega_0/b$ se llama factor de calidad o valor Q del sistema. Un valor mayor de Q significa que el sistema puede realizar oscilaciones por un tiempo mayor.

397. En la Fig.159, un deslizador sobre una vía de aire está conectado con resortes idénticos a ambos extremos de la vía. La constante de fuerza de los resortes es " k ", y la masa del deslizador es " M ".

I) Hallar la frecuencia de la oscilación, suponiendo que no hay fricción, si $k=125$ N/m y $M=215$ g.

- a) 5,03 Hz b) 5,23 Hz c) 5,43 Hz d) 5,63 Hz e) 5,83 Hz

II) Se observa que después de 55 oscilaciones la amplitud de la oscilación ha disminuido a la mitad de su valor inicial. Hallar el coeficiente de amortiguamiento.

- a) $0,0604 \text{ s}^{-1}$ b) $0,0624 \text{ s}^{-1}$ c) $0,0644 \text{ s}^{-1}$ d) $0,0664 \text{ s}^{-1}$ e) $0,0684 \text{ s}^{-1}$

III) Estimar la posición del cuerpo, medida respecto de la P.E., después de 55 oscilaciones.

- a) $0,1 A_0$ b) $0,2 A_0$ c) $0,3 A_0$ d) $0,4 A_0$ e) $0,5 A_0$

IV) ¿Cuánto tiempo pasará para que la amplitud disminuya a un cuarto de su valor inicial?

- a) 20,07 s b) 20,27 s c) 20,47 s d) 20,67 s e) 20,87 s

398. En la Fig.160, la carga de peso $W=240 \text{ N}$ es sostenida por la tabla horizontal de longitud $\ell=1,4 \text{ m}$, módulo de Young $E=70 \text{ GPa}$, que descansa en sus extremos A y B. La distancia del bloque al extremo A es $d=50 \text{ cm}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la constante efectiva del "resorte" en función del momento de inercia de la tabla.

- a) $141 \cdot 10^9 \text{ I}$ b) $143 \cdot 10^9 \text{ I}$ c) $145 \cdot 10^9 \text{ I}$ d) $147 \cdot 10^9 \text{ I}$ e) $149 \cdot 10^9 \text{ I}$

II) Hallar la frecuencia de las pequeñas oscilaciones libres de la carga, en la dirección vertical, despreciando la masa de la tabla, en función del momento de inercia polar de la tabla.

- a) $3,08 \cdot 10^4 \sqrt{\text{I}}$ b) $3,28 \cdot 10^4 \sqrt{\text{I}}$ c) $3,48 \cdot 10^4 \sqrt{\text{I}}$ d) $3,68 \cdot 10^4 \sqrt{\text{I}}$ e) $3,88 \cdot 10^4 \sqrt{\text{I}}$

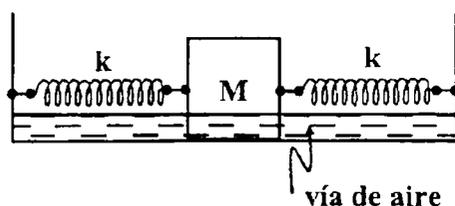


Fig.159

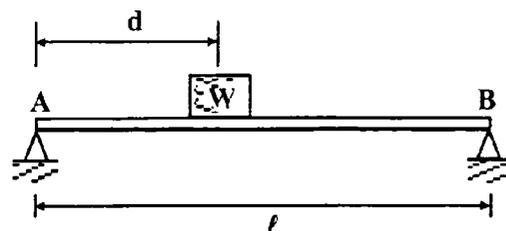


Fig.160

399. En la Fig.161, la polea fija de radio $R=10 \text{ cm}$, masa $M=12 \text{ kg}$ está conectada al resorte de constante de fuerza $k=500 \text{ N/m}$ y al bloque de masa $m=40 \text{ kg}$, mediante una cuerda inextensible. Hallar la frecuencia natural de las pequeñas oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,1 rad/s b) 3,3 rad/s c) 3,5 rad/s d) 3,7 rad/s e) 3,9 rad/s

400. En la Fig.162, los radios interno y externo de la polea de masa $M=150 \text{ kg}$ son $R_1=20 \text{ cm}$, $R_2=40 \text{ cm}$, respectivamente. La constante de fuerza del resorte es $k=200 \text{ N/m}$. El hilo que sostiene al bloque de masa $m=100 \text{ kg}$ es inextensible. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el bloque.

- a) 1,58 s b) 1,68 s c) 1,78 s d) 1,88 s e) 1,98 s

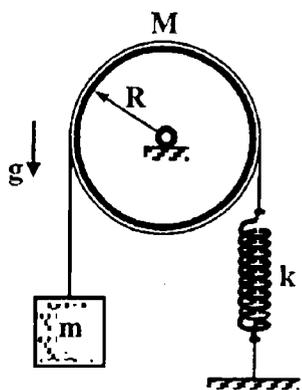


Fig.161

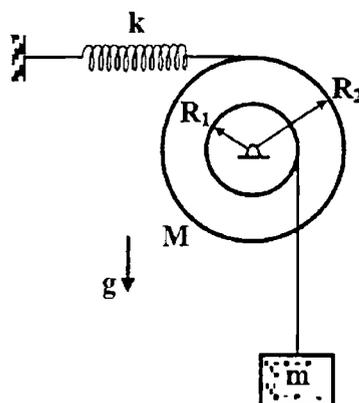


Fig.162

401. En la Fig. 163, en el sistema masa-resorte-polea, $m=40$ kg, $M=50$ kg, $k=400$ N/m, la cuerda es inextensible. Para producir las pequeñas oscilaciones, la masa "m" se desplaza levemente, y se libera. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

- a) 0,76 s b) 0,80 s c) 0,84 s d) 0,88 s e) 0,92 s

402. En la Fig. 164, en el sistema masa-polea-resorte, $m=40$ kg, $M=50$ kg, $k=250$ N/m, $r=30$ cm, $R=40$ cm. La cuerda es inextensible. El bloque de masa "m" se desplaza verticalmente, ligeramente y se libera. Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones.

- a) 1,37 rad/s b) 1,47 rad/s c) 1,57 rad/s d) 1,67 rad/s e) 1,87 rad/s

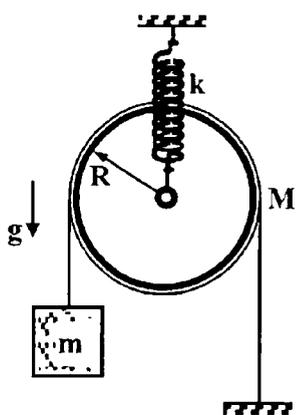


Fig.163

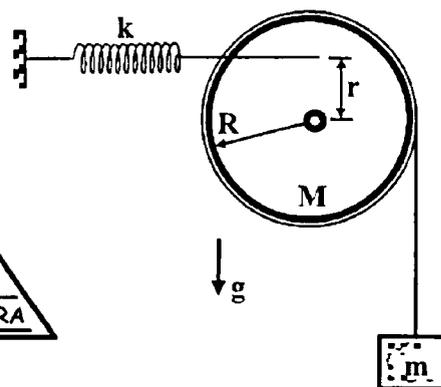


Fig.164

403. En la Fig. 165, al sistema masa-resorte-amortiguador inicialmente en reposo en $t=0$, se le suministra una velocidad de $v=0,102$ m/s. Sabiendo que: peso $W=178$ N, constante de amortiguamiento $b=149$ kg/s, constante de fuerza $k=4378$ N/m, y $g=9,8$ m/s².

D) Hallar la posición del bloque en $t=0,5$ s, medido desde la posición de equilibrio.

- a) 0,317 mm b) 0,337 mm c) 0,357 mm d) 0,377 mm e) 0,397 mm

II) Hallar la velocidad del bloque en el instante $t=0,5$ s.

- a) $-6,134 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ b) $+6,134 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ c) $-9,154 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ d) $+9,154 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ e) $+3,248 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

404. En la Fig.166, el cilindro de masa $m=20$ kg, radio $R=40$ cm está conectado a los resortes de constantes de fuerza $k=400$ N/m. Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones que realiza el cilindro. ($g=9,8$ m/s², $a=30$ cm)

- a) 5 rad/s b) 6 rad/s c) 7 rad/s d) 8 rad/s e) 9 rad/s

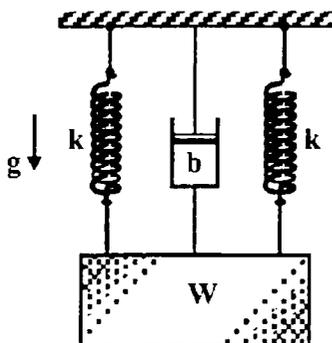


Fig.165

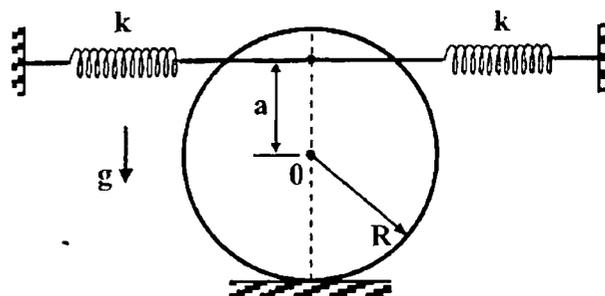


Fig.166

405. En la Fig.167, el sistema masa-resorte-barra está en equilibrio estático. La barra uniforme tiene masa $M=12$ kg, las masas de las bolas es $m=10$ kg, la constante de fuerza del resorte es $k=240$ N/m. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s

406. En la Fig.168, el sistema masa-resorte-barra está en equilibrio estático. La barra uniforme tiene masa $M=12$ kg, la masa de la esfera es $m=10$ kg, y la constante de fuerza del resorte es $k=240$ N/m. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

- a) 1,0 s b) 1,5 s c) 2,0 s d) 2,5 s e) 3,0 s

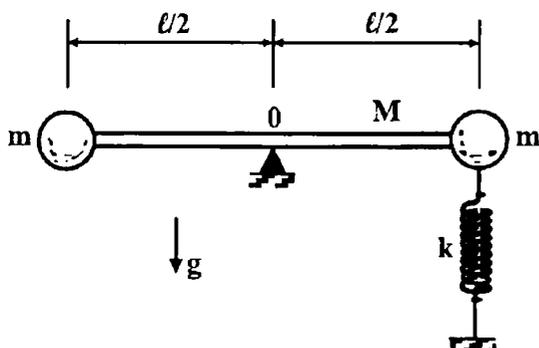


Fig.167

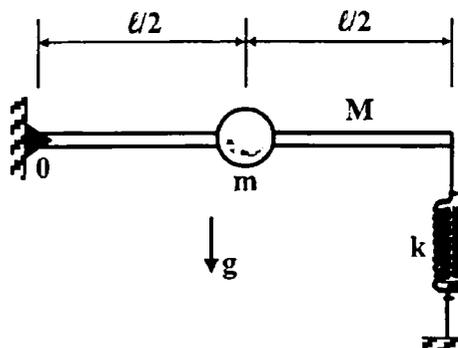


Fig.168

407. En la Fig. 169, el sistema barra-resorte-amortiguador está en equilibrio estático. La barra uniforme tiene masa $m=12$ kg, la constante del resorte es $k=240$ N/m y la constante de amortiguamiento es $b=1,2$ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Hallar la ecuación diferencial que describe el movimiento del sistema.

- a) $\ddot{\theta} + 0,25\dot{\theta} + 50\theta = 0$ b) $\ddot{\theta} + 0,75\dot{\theta} + 60\theta = 0$ c) $\ddot{\theta} + 0,35\dot{\theta} + 40\theta = 0$
 d) $\ddot{\theta} + 0,65\dot{\theta} + 70\theta = 0$ e) $\ddot{\theta} + 0,55\dot{\theta} + 80\theta = 0$

408. En la Fig. 170, el sistema barra-resorte-amortiguador está en equilibrio estático. La barra uniforme tiene masa $m=12$ kg, la constante del resorte es $k=800$ N/m y la constante de amortiguamiento es $b=100$ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$. Hallar la ecuación diferencial que describe el movimiento del sistema.

- a) $\ddot{\theta} + 25\dot{\theta} + 150\theta = 0$ b) $\ddot{\theta} + 50\dot{\theta} + 300\theta = 0$ c) $\ddot{\theta} + 75\dot{\theta} + 200\theta = 0$
 d) $\ddot{\theta} + 60\dot{\theta} + 180\theta = 0$ e) $\ddot{\theta} + 55\dot{\theta} + 220\theta = 0$

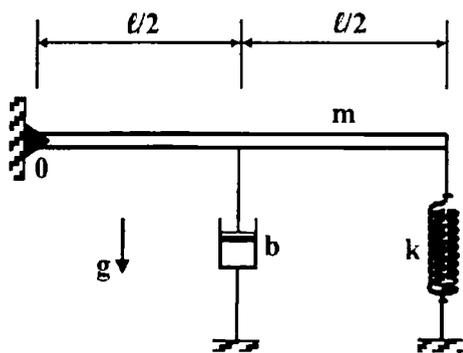


Fig.169

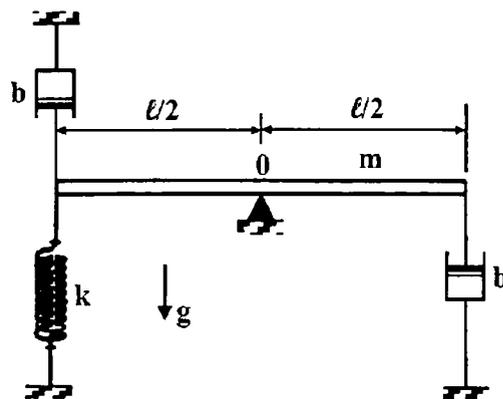


Fig.170

409. En la Fig. 171, la tapa del cilindro de área "A", puede deslizarse en el hueco del tanque. La tapa está en equilibrio con su cara inferior en la sección 1-1. Si la tapa oscila, el aire en el tanque es comprimido de acuerdo a $PV^{1,4}=\text{constante}$, donde "P" es la presión, y "V" es el volumen. Para pequeñas oscilaciones, hallar aproximadamente la constante del "resorte". (P_0, V_0 son la presión y el volumen en el equilibrio estático)

- a) $1,2P_0A/V_0$ b) $1,4P_0A/V_0$ c) $1,2P_0A^2/V_0$ d) $1,4P_0A^2/V_0$ e) $1,2P_0A^3/V_0$

410. En la Fig. 172, el bloque de masa $m=10$ kg suspendido del extremo del resorte se mueve en el líquido. La constante de fuerza del resorte es $k=1000$ N/m. La fuerza de resistencia que se opone al movimiento es, $-bv$, donde $b=160$ N·s/m. En el instante inicial en $t=0$ el bloque está $x_0=4$ cm por debajo de la posición de equilibrio y le fue suministrada hacia abajo una velocidad de $v_0=4$ cm/s. ($g=9,8$ m/s^2)

I) Hallar la frecuencia de las oscilaciones amortiguadas.

- a) 3 rad/s b) 4 rad/s c) 5 rad/s d) 6 rad/s e) 7 rad/s

II) Hallar la posición del bloque en el instante $t=0,1$ s de iniciado el movimiento.

- a) 1,0 cm b) 1,5 cm c) 2,0 cm d) 2,5 cm e) 3,0 cm

III) Hallar la velocidad del bloque en el instante $t=0,1$ s de iniciado el movimiento.

- a) -10,8 cm/s b) +10,8 cm/s c) -6,4 cm/s d) +6,4 cm/s e) -8,5 cm/s

IV) Hallar el periodo de las oscilaciones amortiguadas.

- a) 1,05 s b) 1,25 s c) 1,45 s d) 1,65 s e) 1,85 s

V) Hallar la amplitud de la oscilación amortiguada en el instante $t=0,2$ s.

- a) 1,05 cm b) 1,25 cm c) 1,45 cm d) 1,65 cm e) 1,85 cm

VI) Hallar el decremento logarítmico de las oscilaciones amortiguadas.

- a) 8,0 b) 8,2 c) 8,4 d) 8,6 e) 8,8

VII) Hallar el factor de calidad de las oscilaciones amortiguadas.

- a) 6,08 b) 6,28 c) 6,48 d) 6,68 e) 6,88

VIII) Hallar la energía del oscilador en el instante $t=0,1$ s de iniciado las oscilaciones.

- a) 0,106 J b) 0,116 J c) 0,126 J d) 0,136 J e) 0,146 J

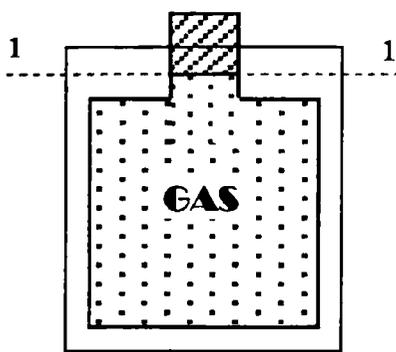


Fig. 171

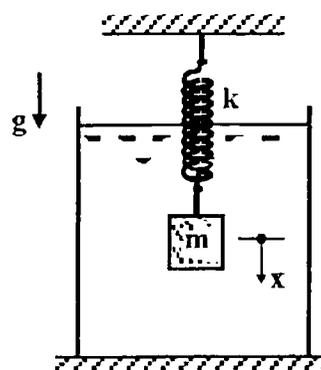


Fig. 172

411. En la Fig. 173, hallar la frecuencia de las pequeñas oscilaciones armónicas de la partícula de masa $m=200$ g, que puede moverse sobre la circunferencia de radio $R=4$ cm, y esta conectada al resorte cuyo otro extremo está fijo al punto A a una distancia $\ell=8$ cm de la circunferencia. El resorte cuando su longitud es " ℓ " está tensado por una fuerza $F=40$ mN.

- a) 2,14 rad/s b) 2,34 rad/s c) 2,54 rad/s d) 2,74 rad/s e) 2,94 rad/s

412. En la Fig. 174, el punto de suspensión 0 del péndulo plano, oscila horizontalmente, según la ecuación $x = a \cos \omega t$. Hallar la energía mecánica del péndulo plano, en cualquier instante de tiempo $t > 0$. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

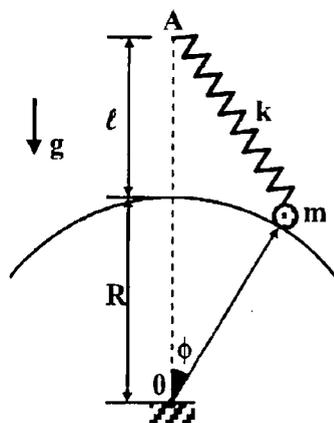


Fig. 173

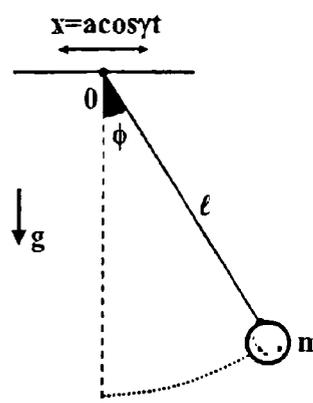


Fig. 174

413. Un punto material oscila a lo largo del eje-x según la ley $x = A \cos(\omega t - \pi/4)$.

- I) Expresar las proyecciones de la velocidad " v_x " y la aceleración " a_x ", en función del tiempo " t ".
- II) Expresar las proyecciones de la velocidad " v_x " y la aceleración " a_x " en función de la coordenada " x ", y representar las gráficas de $v_x(x)$ y $a_x(x)$, respectivamente.

414. Un punto material se desplaza a lo largo del eje-x, según la ley $x = a \sin^2(\omega t - \pi/4)$.

- I) Hallar la amplitud y el periodo de las oscilaciones, trazar el gráfico $x(t)$.
- II) Hallar la proyección de la velocidad " v_x " en función de la coordenada " x ", representar el gráfico $v_x(x)$.

415. Una partícula oscila armónicamente a lo largo del eje-x junto a la posición de equilibrio $x=0$. La frecuencia de las oscilaciones $\omega = 4 \text{ rad/s}$. En cierto instante la coordenada de la partícula es $x_0 = 25 \text{ cm}$ y su velocidad $v_0 = 100 \text{ cm/s}$. Hallar la coordenada y la velocidad " v_x " de la partícula transcurridos $t = 2,4 \text{ s}$ después de este instante.

- I) Hallar la coordenada " x " de la partícula transcurridos $t = 2,4 \text{ s}$ después de este instante.

a) -26 cm b) -27 cm c) -28 cm d) -29 cm e) -30 cm
- II) Hallar la velocidad " v_x " de la partícula transcurridos $t = 2,4 \text{ s}$ después de este instante.

a) -81 cm/s b) -82 cm/s c) -83 cm/s d) -84 cm/s e) -85 cm/s

416. Una partícula de masa " m " realiza oscilaciones armónicas, si a las distancias " x_1 ", " x_2 " de la posición de equilibrio su velocidades son " v_1 ", y " v_2 ", respectivamente. Hallar la

frecuencia angular circular y la amplitud de las oscilaciones armónicas.

417. En el instante $t=0$ s una partícula empieza a oscilar a lo largo del eje-x, según la ley $x=A\sin\omega t$. Transcurrido $3/8$ de periodo, luego de iniciado las oscilaciones.

I) Hallar el valor medio de la proyección del vector velocidad $\langle v_x \rangle$.

- a) $0,1\omega A$ b) $0,2\omega A$ c) $0,3\omega A$ d) $0,4\omega A$ e) $0,5\omega A$

II) Hallar el módulo del vector medio de la velocidad $|\langle \vec{v} \rangle|$.

- a) $0,1\omega A$ b) $0,2\omega A$ c) $0,3\omega A$ d) $0,4\omega A$ e) $0,5\omega A$

III) Hallar el valor medio del módulo de la velocidad $\langle v \rangle$.

- a) $0,43\omega A$ b) $0,47\omega A$ c) $0,51\omega A$ d) $0,55\omega A$ e) $0,59\omega A$

418. Una partícula se desplaza a lo largo del eje-x, según la ley $x=A\cos\omega t$. I) Hallar su recorrido en el transcurso de tiempo desde $t=0$ hasta $t=t$.

II) Hallar el recorrido para, $\omega=1,571$ rad/s, $t=9,5$ s.

- a) 9,11A b) 9,31A c) 9,51A d) 9,71A e) 9,91A

III) Hallar el recorrido para, $\omega=1,571$ rad/s, $t=10,2$ s.

- a) 10,05A b) 10,25A c) 10,45A d) 10,65A e) 10,85A

419. Una partícula oscila armónicamente a lo largo del eje-x según la ley $x=A\cos\pi t$. Si la probabilidad P de que la partícula este en el intervalo $[-A; +A]$ es igual a la unidad.

I) Hallar la dependencia entre "x" y la densidad de probabilidad dP/dx , donde dP es la probabilidad de que la partícula este en el intervalo $[x; x+dx]$.

II) Representar el gráfico dP/dx en función de x.

420. Dos partículas P y Q, cada una de masa "m", están aseguradas en los puntos de trisección de un resorte liviano que está sometido a la tensión " T_0 " entre dos soportes fijos a una distancia de separación " $3a$ ". Las partículas experimentan pequeñas oscilaciones transversales perpendiculares a la línea de equilibrio del resorte. Hallar las frecuencias normales, las formas de los modos normales, y el movimiento general de este sistema. [Note que las formas de los modos pueden ser deducidos de la simetría del sistema]. ¿Es el movimiento general periódico?

421. En la Fig.175, al aro de masa despreciable de radio $R=20$ cm, que esta en equilibrio en posición vertical, esta soldada una billa de masa $m=400$ g. El aro puede rotar sin deslizarse por el plano horizontal. Si el diámetro del aro se gira un pequeño ángulo $\theta_0=4^\circ$, desde su posición de equilibrio, y se libera, hallar el periodo de sus pequeñas oscilaciones. ($g=9,8$ m/s², $m=10^{-3}$)

- a) 31,9 ms b) 33,9 ms c) 35,9 ms d) 37,9 ms e) 39,9 ms

422. En la Fig.176, la constante de fuerza del resorte es $k=800 \text{ N/m}$, y el resorte sin estirar en $x=0$. Las masas de cada uno de los bloques es de $m=30 \text{ kg}$. La superficie inclinada es totalmente lisa. El radio de la polea es de $r=12 \text{ cm}$ y su momento de inercia es $I=0,03 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. En $t=0$, $x=0$, y $v=1 \text{ m/s}$. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la frecuencia de las pequeñas vibraciones.

- a) 0,511 Hz b) 0,531 Hz c) 0,551 Hz d) 0,571 Hz e) 0,591 Hz

II) Hallar el valor de x en el instante $t=4 \text{ s}$, de iniciado las vibraciones.

- a) 55,7 cm b) 56,7 cm c) 57,7 cm d) 58,7 cm e) 59,7 cm

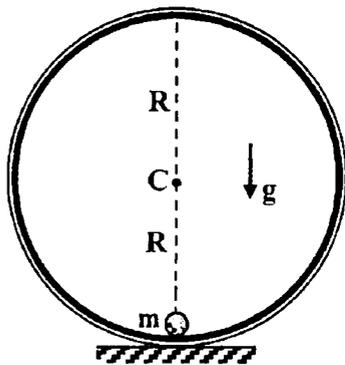


Fig.175

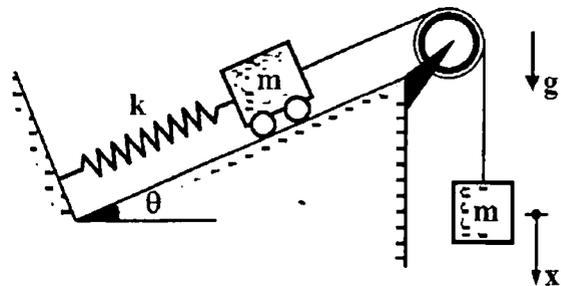


Fig.176

423. Un bloque en forma de paralelepípedo de área de base "A", altura $h=4 \text{ cm}$, módulo de cizalladura $G=520 \text{ N/m}^2$, densidad del material $\rho=1300 \text{ kg/m}^3$, experimenta una deformación por cizalladura. Hallar la frecuencia de las pequeñas oscilaciones que realiza el centro de masa (c.m) del bloque.

- a) 3,0 Hz b) 3,2 Hz c) 3,4 Hz d) 3,6 Hz e) 3,8 Hz

424. I) Para una oscilación armónica forzada en la resonancia ($\omega=\omega_0$). Hallar el valor del ángulo de fase en la ecuación, $x=A_0\text{sen}(\omega t+\phi_0)$.

- a) 0° b) 30° c) 45° d) 53° e) 60°

II) Hallar el desplazamiento cuando la fuerza impulsora externa F_{ext} es máxima.

- a) 0 b) $0,2A_0$ c) $0,4A_0$ d) $0,6A_0$ e) $0,8A_0$

III) Hallar el desplazamiento cuando la fuerza impulsora externa F_{ext} es nula.

- a) $\pm 0,2A_0$ b) $\pm 0,4A_0$ c) $\pm 0,6A_0$ d) $\pm 0,8A_0$ e) $\pm 1,0A_0$

IV) Hallar la diferencia de fase (en grados) entre la fuerza impulsora y el desplazamiento.

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 63° e) 90°

- 425.** Derivando la ecuación de la amplitud, $A_0 = F_0 / \{m[(\omega - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2/m^2]^{1/2}\}$ mostrar que la amplitud de resonancia alcanza su valor máximo en $\omega = [\omega_0^2 - (b^2/2m^2)]^{1/2}$.
- 426.** Construya una curva de resonancia exacta, para frecuencias de $\omega=0$ a $\omega=2\omega_0$, y un factor de calidad de $Q=4,0$.
- 427.** La amplitud de un oscilador armónico forzado alcanza un valor de $A_0=28,6F_0/m$ a una frecuencia de $f=382$ Hz. Hallar el factor de calidad "Q" de este sistema oscilante.
- a) $1,65 \cdot 10^8$ b) $2,65 \cdot 10^8$ c) $3,65 \cdot 10^8$ d) $4,65 \cdot 10^8$ e) $5,65 \cdot 10^8$
- 428.** Por sustitución directa mostrar que la ecuación de posición $x = A \sin(\omega t + \phi_0)$ con las ecuaciones $A_0 = F_0 / \{m[(\omega - \omega_0^2)^2 + b^2\omega^2/m^2]^{1/2}\}$ y $\phi_0 = \text{tg}^{-1}[(\omega_0^2 - \omega^2)/\omega(b/m)]$ es una solución de la ecuación de movimiento $m d^2x/dt^2 + b dx/dt + kx = F_0 \cos \omega t$ para el oscilador forzado.
- 429.** Se tiene un péndulo simple de longitud $\ell=50$ cm, la lenteja del péndulo es una masa puntual, y el factor de calidad es de $Q=400$. ($\mu=10^{-6}$)
- I) Hallar el tiempo necesario para que la amplitud del péndulo disminuya a 1/3 de su amplitud inicial.
- a) 190 s b) 192 s c) 194 s d) 196 s e) 198 s
- II) Si la amplitud es de $A_0=2$ cm y la masa de la lenteja es de $m=200$ g, hallar la tasa de la pérdida de energía inicial del péndulo.
- a) $5,7 \mu\text{W}$ b) $6,7 \mu\text{W}$ c) $7,7 \mu\text{W}$ d) $8,7 \mu\text{W}$ e) $9,7 \mu\text{W}$
- III) Si se va estimular la resonancia con una fuerza impulsora senoidal, ¿Qué tan cerca debe estar la frecuencia impulsora de la frecuencia natural del péndulo?
- a) $800 \mu\text{Hz}$ b) $820 \mu\text{Hz}$ c) $840 \mu\text{Hz}$ d) $860 \mu\text{Hz}$ e) $880 \mu\text{Hz}$
- 430.** Una partícula de masa "m" participa simultáneamente de dos oscilaciones en una misma dirección, que tienen lugar según las leyes: $x_1 = A \cos \omega t$ y $x_2 = A \cos 2\omega t$. Hallar la velocidad máxima de esta partícula.
- a) $2,13 A\omega$ b) $2,33 A\omega$ c) $2,53 A\omega$ d) $2,73 A\omega$ e) $2,93 A\omega$
- 431.** Determinar gráficamente la amplitud "A" de las oscilaciones que resultan de la superposición de las siguientes oscilaciones en una misma dirección.
- I) $x_1 = 3,0 \cos(\omega t + \pi/3)$, $x_2 = 8,0 \sin(\omega t + \pi/6)$
- a) 5 u b) 6 u c) 7 u d) 8 u e) 9 u
- II) $x_1 = 3,0 \cos(\omega t)$, $x_2 = 5,0 \cos(\omega t + \pi/4)$, $x_3 = 6,0 \sin(\omega t)$
- a) 5 u b) 6 u c) 7 u d) 8 u e) 9 u

- 432.** Al superponerse dos oscilaciones armónicas de una misma dirección, la oscilación resultante de un punto, viene dada por la expresión $x=A \cos 2,1t \cdot \cos 50,0t$, donde "t" se da en segundos.
- I) Hallar las frecuencias circulares de las oscilaciones constituyentes.
- a) $50,1 \text{ s}^{-1}; 45,9 \text{ s}^{-1}$ b) $54,1 \text{ s}^{-1}; 48,9 \text{ s}^{-1}$ c) $52,1 \text{ s}^{-1}; 47,9 \text{ s}^{-1}$
d) $53,1 \text{ s}^{-1}; 46,9 \text{ s}^{-1}$ e) $51,1 \text{ s}^{-1}; 48,9 \text{ s}^{-1}$
- II) Hallar el periodo de batimiento de la oscilación resultante.
- a) 1,1 s b) 1,3 s c) 1,5 s d) 1,7 s e) 1,9 s
- 433.** Un punto A oscila según cierta ley armónica en el sistema de referencia K', que a su vez oscila armónicamente respecto a un segundo sistema K. Ambas oscilaciones tiene lugar en una misma dirección. Cuando la frecuencia de oscilaciones del sistema K' es de 20 Hz ó 24 Hz la misma de los batimientos del punto A que surgen en el sistema K resultan ser igual a "f". ¿Con qué frecuencia de oscilaciones del sistema K' la frecuencia de batimientos del punto A se hace igual a "2f"?
- a) 25 Hz; 17 Hz b) 27 Hz; 16 Hz c) 26 Hz; 18 Hz
d) 29 Hz; 19 Hz e) 28 Hz; 15 Hz
- 434.** Un punto se desplaza en el plano xy según la ley: $x=A \sin \omega t$, $y=B \cos \omega t$, donde "A", "B" y " ω " son constantes positivas.
- I) Hallar la ecuación de la trayectoria del punto y(x), y su dirección en está trayectoria.
- II) La aceleración del punto \vec{a} en dependencia de su radio vector \vec{r} que parte del origen de coordenadas.
- 435.** Determinar las ecuaciones de la trayectoria de un punto y(x), si éste se desplaza según las leyes: I) $x=a \sin \omega t$; $y=a \sin 2\omega t$; II) $x=a \sin \omega t$; $y=a \cos 2\omega t$. III) Trazar las gráficas de las trayectorias.
- 436.** En la Fig.177, el areómetro de masa $m=50 \text{ g}$, radio de su tubo $r=3,2 \text{ mm}$, flota sobre un líquido de densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$. El areómetro se desplaza una pequeña distancia "x", desde su posición de equilibrio, y se libera. Hallar el periodo de sus pequeñas oscilaciones. Despreciar la resistencia del líquido. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,1 s b) 2,3 s c) 2,5 s d) 2,7 s e) 2,9 s
- 437.** En la Fig.178, las varillas unidas rígidamente tienen longitudes iguales a $\ell=50 \text{ cm}$, y masas $m_1=7 \text{ kg}$, $m_2=4 \text{ kg}$. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones del sistema. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,18 s b) 1,38 s c) 1,58 s d) 1,78 s e) 1,98 s
- 438.** En la Fig.179, el manguito M de masa $m=200 \text{ g}$ se fija entre dos resortes idénticos, de constante de fuerza resultante $k=20 \text{ N/m}$. El manguito puede deslizarse sin fricción por la

barra horizontal AB. La armadura gira con velocidad angular constante de $\omega=4,4$ rad/s alrededor del eje vertical que pasa por el centro de la barra.

I) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones del manguito.

- a) 0,5 s b) 0,6 s c) 0,7 s d) 0,8 s e) 0,9 s

II) ¿Para que valor de " ω " el manguito no oscilará?

- a) 8 rad/s b) 9 rad/s c) 10 rad/s d) 11 rad/s e) 12 rad/s

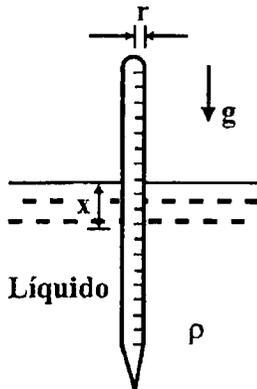


Fig.177

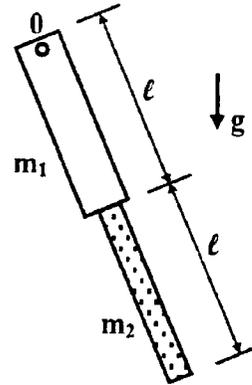


Fig.178

439. En la Fig.180, los bloques A y B, de masa $m_1=1,0$ kg, $m_2=4,1$ kg están unidas entre sí mediante el resorte. El cuerpo A realiza oscilaciones armónicas verticales libres de amplitud $A=1,6$ cm y frecuencia $\omega=25$ rad/s. Despreciando la masa del resorte, hallar los valores mínimo y máximo de la fuerza de la presión de este sistema sobre el piso. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 30 N; 70 N b) 20 N; 80 N c) 40 N; 60 N d) 30 N; 90 N e) 50 N; 90 N

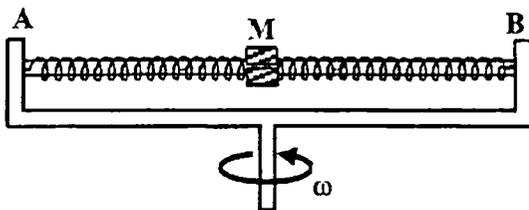


Fig.179

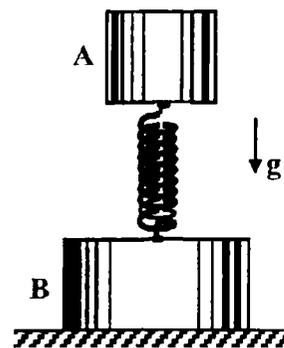


Fig.180

440. En la Fig.181, el triple péndulo tiene tres cuerdas de igual longitud " a " y tres partículas (empezando desde arriba) de masas " $6m$ ", " $2m$ ", " m ", respectivamente. El péndulo realiza pequeñas oscilaciones en el plano vertical.

I) Mostrar que las frecuencias normales satisfacen la ecuación $12\mu^3 - 60\mu^2 + 81\mu - 27 = 0$, donde $\mu = a\omega^2/g$.

II) Hallar las frecuencias normales, las formas de los modos normales y un grupo de coordenadas normales. [$\mu=3$ es una raíz de la ecuación.]

441. En la Fig. 182, la bolita hueca de masa "m" partiendo del reposo en A, se desliza por el alambre en forma de cicloide de ecuación: $x=b(\theta+\text{sen } \theta)$, $y=b(1-\text{cos } \theta)$, en un plano vertical. La fricción entre el alambre y la bolita es muy pequeña. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la bolita. ($b=9 \text{ cm}$, $g \approx \pi^2$)

- a) 0,8 s b) 1,0 s c) 1,2 s d) 1,4 s e) 1,6 s

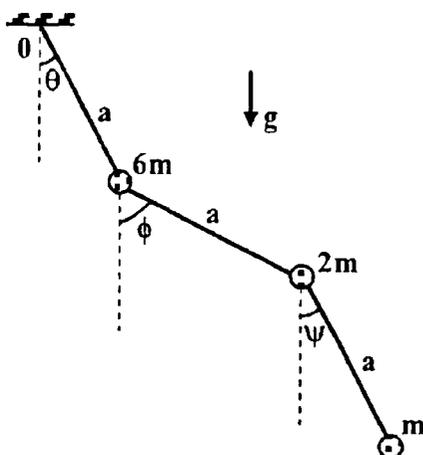


Fig. 181

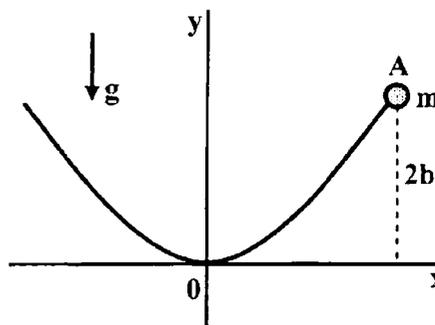


Fig. 182

442. Una tabla con una barreta que se encuentra sobre ella realiza oscilaciones armónicas horizontales de amplitud $A=10 \text{ cm}$. Hallar el coeficiente de rozamiento entre la tabla y la barreta, si esta última comienza a deslizarse por la tabla cuando su periodo de oscilación es menor que $T=1,0 \text{ s}$.

- a) 0,2 b) 0,3 c) 0,4 d) 0,5 e) 0,6

443. Se tiene un péndulo simple de longitud $\ell=80 \text{ cm}$, que puede oscilar en un plano vertical ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la dependencia entre el tiempo y el ángulo de desviación respecto de la vertical, si en el instante inicial el péndulo se inclinó en un ángulo de $\theta=3,0^\circ$ y se soltó sin impulso.

- a) $3^\circ \text{sen}(3,5t)$ b) $3^\circ \text{cos}(3,5t)$ c) $1^\circ \text{sen}(3,5t)$ d) $1^\circ \text{cos}(3,5t)$ e) $2^\circ \text{sen}(3,5t)$

II) Hallar el ángulo de desviación máxima, respecto de la vertical, si el péndulo se encontraba en estado de equilibrio y a su extremo inferior se le suministró una velocidad horizontal de $v=0,22 \text{ m/s}$.

- a) $3,0^\circ$ b) $3,5^\circ$ c) $4,0^\circ$ d) $4,5^\circ$ e) $5,0^\circ$

III) Hallar el ángulo de desviación máxima, respecto de la vertical, si el péndulo se inclinó en $3,0^\circ$ y a su extremo inferior le fue comunicada una velocidad de $0,22 \text{ m/s}$, dirigida hacia

la posición de equilibrio.

- a) $4,6^\circ$ b) $5,0^\circ$ c) $5,4^\circ$ d) $5,8^\circ$ e) $6,2^\circ$

444. Una tabla, sobre la cual se encuentra un cuerpo de masa "m", comienza un movimiento vertical ascendente según la ley $y=A(1-\cos \omega t)$, donde "y" es el desplazamiento a partir de la posición inicial, la frecuencia angular es $\omega=11$ rad/s.

I) Hallar la fuerza de presión del cuerpo sobre la tabla en función del tiempo, si $A=4,0$ cm; trazar el gráfico de esta dependencia.

II) Hallar la amplitud mínima de la oscilación de la tabla, con la cual el cuerpo comienza a retrasarse de ésta.

- a) 8,1 cm b) 8,3 cm c) 8,5 cm d) 8,7 cm e) 8,9 cm

III) Hallar la amplitud de la oscilación de la tabla, con la cual el cuerpo saltará una altura $h=50$ cm respecto a la posición inicial (en el instante $t=0$).

- a) 17 cm b) 18 cm c) 19 cm d) 20 cm e) 21 cm

445. A un resorte inextensible de constante de fuerza "k", cuyo extremo superior está sujeto, se colgó y se soltó sin impulsión un cuerpo de masa "m". Despreciando la masa del resorte, hallar:

I) La ley que describe el movimiento del cuerpo $y(t)$, donde "y" es su desplazamiento calculado desde la posición inicial.

II) La tensión máxima y mínima del resorte durante el movimiento.

446. Una partícula de masa "m" se desplaza bajo la acción de la fuerza $\vec{F}=-\alpha m \vec{r}$, donde " α " es una constante positiva, \vec{r} el radio vector de la partícula respecto al origen de coordenadas. Hallar la trayectoria de su movimiento, si en el instante inicial $\vec{r} = \vec{r}_0$ y la velocidad $\vec{v} = v_0 \hat{j}$, donde \hat{i} , \hat{j} son los versores de los ejes x e y.

447. Un cuerpo de masa $m=4$ kg está suspendido del extremo inferior de un resorte de longitud normal $\ell_0=20$ cm, constante de fuerza $k=400$ N/m, cuyo extremo superior está fijado al techo de la cabina de un ascensor. En el instante $t=0$ la cabina comienza a elevarse con una aceleración de $a=5$ m/s². La masa del resorte es muy pequeña. ($g=9,8$ m/s²)

Para el caso en que la aceleración es $a=\text{constante}$, y $y(0)=0$, $v(0)=0$ en $t=0$.

I) Hallar la amplitud de las oscilaciones del cuerpo de masa "m".

- a) 3,0 cm b) 3,5 cm c) 4,0 cm d) 4,5 cm e) 5,0 cm

II) Hallar la frecuencia natural de las oscilaciones del cuerpo de masa "m".

- a) 8,0 rad/s b) 8,5 rad/s c) 9,0 rad/s d) 9,5 rad/s e) 10,0 rad/s

III) Hallar la distancia del cuerpo al techo de la cabina en el instante $t=0,2$ s, de iniciado el movimiento.

- a) 35,9 cm b) 36,9 cm c) 37,9 cm d) 38,9 cm e) 39,9 cm

IV) Hallar la velocidad del cuerpo en el instante $t=0,2$ s, de iniciado el movimiento.

- a) 43,5 cm/s b) 44,5 cm/s c) 45,5 cm/s d) 46,5 cm/s e) 47,5 cm/s

Para el caso en que la aceleración es $a=\alpha t$, con $\alpha=80$ m/s³, y $y(0)=0$, $v(0)=0$ en $t=0$.

V) Hallar la distancia del cuerpo al techo de la cabina en el instante $t=0,2$ s, de iniciado el movimiento.

- a) 35,6 cm b) 36,6 cm c) 37,6 cm d) 38,6 cm e) 39,6 cm

VI) Hallar la velocidad del cuerpo en el instante $t=0,2$ s, de iniciado el movimiento.

- a) 113,6 cm/s b) 114,6 cm/s c) 115,6 cm/s d) 116,6 cm/s e) 117,6 cm/s

448. Un cuerpo de masa $m=4$ kg está suspendido de una cuerda de goma de constante de fuerza $k=400$ N/m. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la distancia máxima a la cual puede descender el cuerpo, quedándose sus oscilaciones aún de carácter armónico.

- a) 5,8 cm b) 6,8 cm c) 7,8 cm d) 8,8 cm e) 9,8 cm

II) ¿A qué es igual, en este caso, la energía de las oscilaciones del cuerpo?

- a) 1,52 J b) 1,62 J c) 1,72 J d) 1,82 J e) 1,92 J

449. En la Fig. 183, el cuerpo de masa $m=2$ kg cae sobre el platillo de la balanza de resorte desde una altura de $h=40$ cm. Las masas del platillo y resorte son despreciables, por ser muy pequeñas. La constante de fuerza del resorte es $k=400$ N/m. El cuerpo se adhiere al platillo y comienza a oscilar armónicamente en dirección vertical. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la amplitud de estas oscilaciones.

- a) 20,4 cm b) 21,4 cm c) 22,4 cm d) 23,4 cm e) 24,4 cm

II) Hallar la energía de las oscilaciones del cuerpo.

- a) 8,12 J b) 8,32 J c) 8,52 J d) 8,72 J e) 8,92 J

450. En la Fig. 184, el sistema está constituido por un disco homogéneo horizontal D de masa $m=4$ kg, radio $R=25$ cm y de una barra delgada A0, cuyo coeficiente de torsión es $k=0,5$ N•m/rad. En el instante inicial $t=0$, el disco se desvió un ángulo de $\varphi_0=5^\circ$ de la posición de equilibrio y se le suministró una velocidad angular de $\omega_0=0,2$ rad/s. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la amplitud de las oscilaciones torsionales pequeñas.

- a) $7,0^\circ$ b) $7,2^\circ$ c) $7,4^\circ$ d) $7,6^\circ$ e) $7,8^\circ$

II) Hallar la energía de las oscilaciones torsionales ($m=10^{-3}$).

a) 4,0 mJ

b) 4,2 mJ

c) 4,4 mJ

d) 4,6 mJ

e) 4,8 mJ

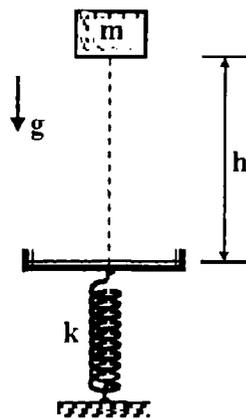


Fig.183

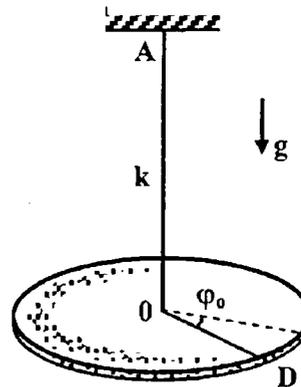


Fig.184

451. Una partícula de masa "m" se mueve en el plano xy bajo la acción de una fuerza que depende de la velocidad, según la ley $\vec{F} = a(\dot{y}\hat{i} - \dot{x}\hat{j})$, donde "a" es una constante positiva, \hat{i} , \hat{j} son los versores de los ejes x e y, respectivamente. En el instante inicial $t=0$ la partícula se encontraba en el punto $x=y=0$ y tenía velocidad $\vec{v}_0 = v_0\hat{j}$.

- I) Hallar las coordenadas de posición $x(t)$, $y(t)$ de la partícula, para $t > 0$.
 II) Hallar la ecuación de la trayectoria de la partícula.

452. En la Fig.183, el cuerpo de masa $m=2$ kg cae sobre el platillo de la balanza de resorte desde una altura de $h=40$ cm. La masa del platillo es $M=1$ kg y la del resorte es despreciable, por ser muy pequeña. La constante de fuerza del resorte es $k=400$ N/m. El cuerpo se adhiere al platillo y comienza a oscilar armónicamente en dirección vertical. Hallar la amplitud de estas oscilaciones. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 12,4 cm b) 13,4 cm c) 14,4 cm d) 15,4 cm e) 16,4 cm

453. Una barra homogénea de masa $m=4$ kg y longitud $\ell=40$ cm realiza oscilaciones pequeñas alrededor de un eje horizontal que pasa por su extremo superior. Hallar la energía cinética media durante todo el periodo de oscilación de la barra, si en el instante inicial ésta fue desviada de la vertical en un ángulo de $\theta_0=8^\circ$ y se le suministró la velocidad angular de $\omega_0=2$ rad/s. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 0,13 J b) 0,23 J c) 0,33 J d) 0,43 J e) 0,53 J

454. En la Fig.185, la barra homogénea de masa $m=1,5$ kg, suspendida de dos hilos iguales de longitud $\ell=90$ cm, se hizo girar en un pequeño ángulo alrededor del eje vertical que pasa por su centro de masa C, desviándose los hilos en un ángulo de $\alpha=5^\circ$. Luego se liberó la barra, y está comenzó a realizar pequeñas oscilaciones.

- I) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.

- a) 1,1 s b) 1,3 s c) 1,5 s d) 1,7 s e) 1,9 s

II) Hallar la energía de las pequeñas oscilaciones de la barra.

- a) 3,14 mJ b) 4,14 mJ c) 5,14 mJ d) 6,14 mJ e) 7,14 mJ

455. En la Fig. 186, el punto de suspensión 0 del péndulo simple de longitud $\ell=21$ cm, se mueve respecto de la superficie de la Tierra con una aceleración de $a=g/2$, formando un ángulo de $\beta=120^\circ$ con la vertical. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones del péndulo. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 0,5 s b) 0,6 s c) 0,7 s d) 0,8 s e) 0,9 s

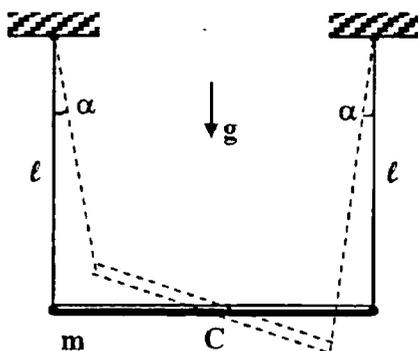


Fig. 185

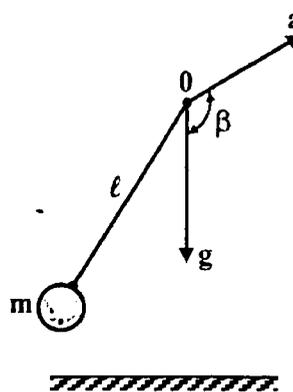


Fig. 186

456. En la Fig. 187, la esfera de masa $m=2$ kg está fija al extremo inferior de la varilla de longitud $\ell=60$ cm, y peso despreciable, que está rígidamente unida al centro del cilindro homogéneo de radio $R=20$ cm, y masa $M=4$ kg. Si el cilindro rueda sin deslizar, hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,17 s b) 1,37 s c) 1,57 s d) 1,77 s e) 1,97 s

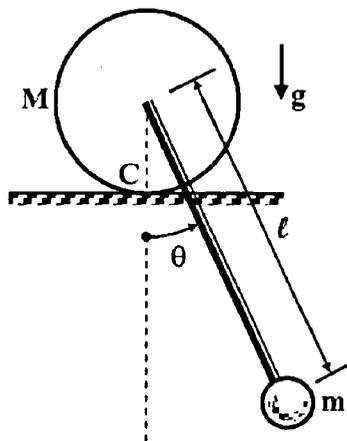


Fig. 187

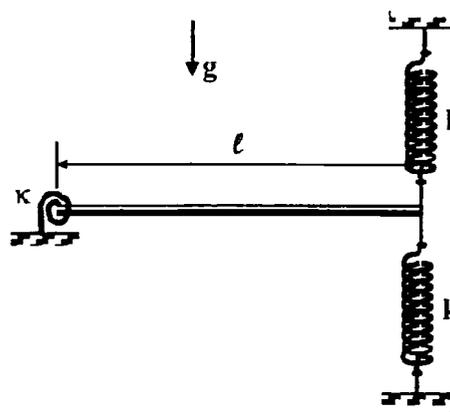


Fig. 188

457. En la Fig.188, la varilla rígida de sección uniforme masa $m=40$ kg, y longitud $\ell=40$ cm, se restringe para moverse verticalmente por la acción de los dos resortes, uno lineal de constante de fuerza $k=400$ N/m, y otro torsional de constante de torsión $\kappa=600$ N•m/rad.

I) Hallar la frecuencia de oscilación vertical de la varilla.

- a) 15,47 rad/s b) 16,47 rad/s c) 17,47 rad/s d) 18,47 rad/s e) 19,47 rad/s

II) Hallar el cambio en el periodo de las pequeñas oscilaciones de la varilla, cuando el resorte de torsión se retira.

- a) 0,39 s b) 0,43 s c) 0,47 s d) 0,51 s e) 0,55 s

458. En la Fig.189, el sistema mostrado está en la posición de equilibrio estático. Las barras son uniformes. Si el sistema se gira un pequeño ángulo alrededor de θ , y se libera. ($M=10$ kg, $m=6$ kg, $\ell=30$ cm, $k=400$ N/m, $g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la ecuación diferencial de movimiento del sistema, obviar la fricción.

- a) $\ddot{\theta}+21,68\theta=0$ b) $\ddot{\theta}+23,68\theta=0$ c) $\ddot{\theta}+25,68\theta=0$ d) $\ddot{\theta}+27,68\theta=0$ e) $\ddot{\theta}+29,68\theta=0$

II) Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el sistema.

- a) 1,19 s b) 1,29 s c) 1,39 s d) 1,49 s e) 1,59 s

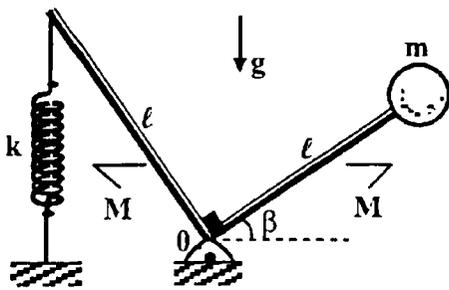


Fig.189

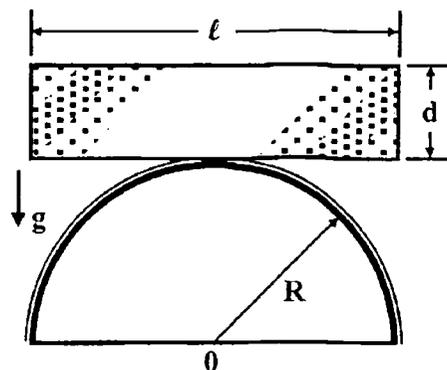


Fig.190

459. En la Fig.190, el bloque uniforme rectangular de masa $m=10$ kg, lados $d=30$ cm, $\ell=60$ cm reposa en equilibrio sobre la superficie semi-cilíndrica de radio $R=40$ cm. Si el bloque se inclina ligeramente, y luego se libera, hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 6,0 rad/s b) 6,2 rad/s c) 6,4 rad/s d) 6,6 rad/s e) 6,8 rad/s

460. En la Fig.191, el alambre delgado y fino tiene la forma de la parábola $z=x^2/2b$, $y=0$, donde "b" es una constante positiva. El alambre está fijo con el eje Oz dirigido verticalmente hacia arriba. Una partícula P, que puede deslizarse libremente sobre el alambre realiza oscilaciones con "x" en el rango de $-a \leq x \leq a$. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar una expresión para el periodo de las oscilaciones de la partícula.

- II) Haciendo la sustitución $x=asen\psi$ en la expresión obtenida en I), obtener una nueva fórmula para el periodo "T".
- III) Usar la fórmula obtenida en II) para hallar una aproximación de segundo orden para "T", válido cuando la razón a/b sea pequeña.

461. En la Fig. 192, la masa del disco de radio $R=5$ cm es de $m=2$ kg y la masa de la barra delgada es de $M=0,4$ kg. Hallar la longitud " ℓ " de la barra para que el periodo de las pequeñas oscilaciones del péndulo sea de $T=1$ s. ($9,8$ m/s²)

- a) 20,2 cm b) 21,2 cm c) 22,2 cm d) 23,2 cm e) 24,2 cm

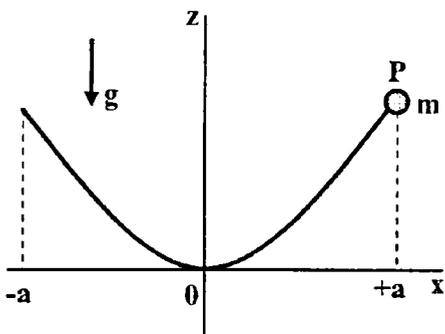


Fig. 191

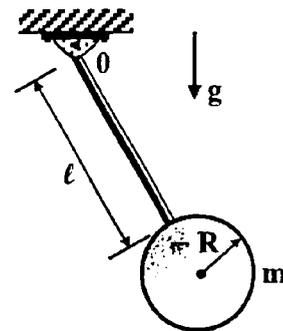


Fig. 192

462. En la Fig. 193, la barra de peso $W_b=8,9$ N y longitud $\ell=38,1$ cm está articulada al disco de radio $R=10,16$ cm y peso $W_d=22,2$ N. El disco rueda sobre la superficie circular.

- I) Hallar la expresión para la frecuencia angular de las pequeñas vibraciones del sistema, en términos de W_b , W_d , ℓ , R y g .
- II) Evaluar la expresión para la frecuencia angular obtenida en I). ($g=9,81$ m/s²)

- a) 4,16 rad/s b) 4,26 rad/s c) 4,36 rad/s d) 4,46 rad/s e) 4,56 rad/s

III) Hallar la frecuencia de las pequeñas vibraciones del sistema.

- a) 0,614 Hz b) 0,634 Hz c) 0,654 Hz d) 0,674 Hz e) 0,694 Hz

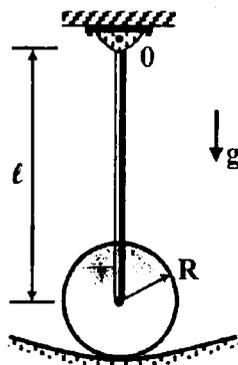


Fig. 193

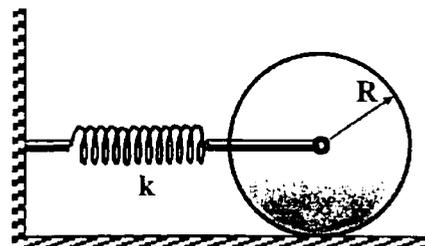


Fig. 194

463. En la Fig.194, el disco de radio $R=15,24$ cm y peso $W=89$ N rueda sobre la superficie horizontal. La constante de fuerza del resorte es de $k=218,9$ N/m. En $t=0$, el resorte está sin estirar y el disco tiene una velocidad angular de $\omega=2$ rad/s.

- I) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas vibraciones del centro del disco.
- a) 2,5 rad/s b) 3,0 rad/s c) 3,5 rad/s d) 4,0 rad/s e) 4,5 rad/s
- II) Hallar la ecuación de posición (en cm) para las vibraciones del centro del disco.
- a) $7,2 \text{ sen } 3,5t$ b) $7,4 \text{ sen } 2,5t$ c) $7,6 \text{ sen } 4,0t$ d) $7,0 \text{ sen } 3,0t$ e) $7,8 \text{ sen } 4,5t$
- III) Hallar la posición del centro del disco en el instante $t=0,25$ s, de iniciado las vibraciones.
- a) 5,2 cm b) 5,5 cm c) 5,8 cm d) 6,1 cm e) 6,4 cm

464. En la Fig.195, la barra delgada de masa "m" y longitud " ℓ " está articulada al soporte fijo. Un resorte torsional de constante "k" unido a la barra en el soporte está sin estirar cuando la barra se encuentra en posición vertical.

- I) Hallar la expresión para la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones de la barra, en términos de "m", " ℓ ", "k" y "g".
- II) Evaluar la expresión de la frecuencia angular obtenida en I), para: $m=10$ kg, $\ell=60$ cm, $k=350$ N•m/rad, y $g=9,8$ m/s².

- a) 4,1 rad/s b) 4,3 rad/s c) 4,5 rad/s d) 4,7 rad/s e) 4,9 rad/s

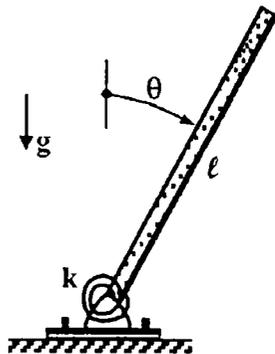


Fig.195

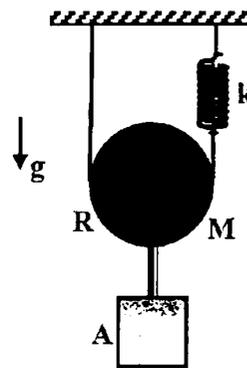


Fig.196

465. En la Fig.196, la masa del bloque suspendido A es de $m=4$ kg. La masa de la polea de radio $R=12$ cm es de $M=2$ kg y su momento de inercia es de $I_0=0,018$ N•m². La constante de fuerza del resorte es $k=150$ N/m. El resorte está sin estirar cuando $x=0$. En $t=0$, el sistema se suelta desde el reposo con $x=0$.

- I) Hallar la expresión de la frecuencia angular de las vibraciones del sistema, en términos de "m", "M", "R", " I_0 ", y "g".
- II) Evaluar la expresión de la frecuencia angular, obtenida en I).

- a) 8,2 rad/s b) 8,5 rad/s c) 8,8 rad/s d) 9,1 rad/s e) 9,4 rad/s

III) Hallar la rapidez del bloque A en el instante $t=1$ s. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 26,5 cm/s b) 27,0 cm/s c) 27,5 cm/s d) 28,0 cm/s e) 28,5 cm/s

466. En la Fig.197, la placa rectangular delgada está unida al marco rectangular mostrado mediante pasadores. El marco gira con velocidad angular constante de $\omega_0=6$ rad/s. El ángulo " β " entre el eje-z del sistema coordenado fijo al cuerpo y la vertical está regido por la ecuación $\ddot{\beta}=\omega_0^2 \sin \beta \cos \beta$. Hallar la frecuencia de las vibraciones de la placa respecto a su posición horizontal.

- a) 0,915 Hz b) 0,935 Hz c) 0,955 Hz d) 0,975 Hz e) 0,995 Hz

467. En la Fig.198, el disco horizontal liso gira alrededor de un eje vertical 0 con una velocidad angular constante " ω ". Sobre éste se encuentra una barra homogénea delgada AB de longitud " ℓ ", que realiza oscilaciones pequeñas alrededor de un eje vertical A fijado al disco a la distancia " a " del eje 0.

I) Hallar la expresión de la frecuencia de estas oscilaciones, en términos de " ω ", " ℓ " y " a ".

- a) $(\frac{a\omega^2}{2\ell})^{1/2}$ b) $(\frac{3a\omega^2}{4\ell})^{1/2}$ c) $(\frac{3a\omega^2}{2\ell})^{1/2}$ d) $(\frac{2a\omega^2}{3\ell})^{1/2}$ e) $(\frac{4a\omega^2}{3\ell})^{1/2}$

II) Evaluar la expresión de la frecuencia obtenida en I), para: $\omega=8$ rad/s, $\ell=20$ cm, $a=4$ cm.

- a) 3,48 rad/s b) 3,78 rad/s c) 4,08 rad/s d) 4,38 rad/s e) 4,68 rad/s

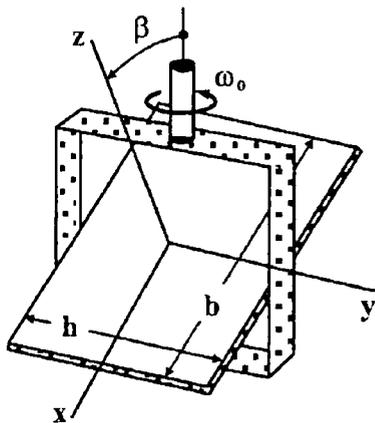


Fig.197

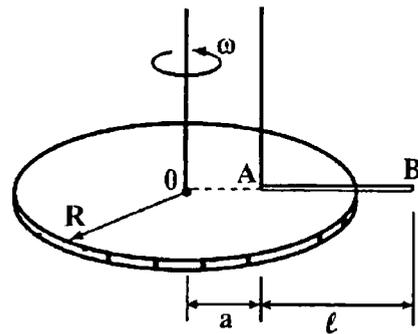


Fig.198

468. En la Fig.199, las masas de los bloques son $m=4$ kg, y $M=20$ kg, la constante de fuerza del resorte es de $k=785$ N/m. El resorte está sin estirar en $x=0$. El radio de la polea es de $R=12,5$ cm y el momento de inercia respecto de su eje es de $I=0,05$ kg·m².

I) Hallar la frecuencia de las pequeñas vibraciones que realiza el bloque derecho.

- a) 0,814 Hz b) 0,834 Hz c) 0,854 Hz d) 0,874 Hz e) 0,894 Hz

II) Hallar la posición del bloque derecho en el instante $t=1,5$ s, de iniciado las vibraciones.

- a) 20 cm b) 22 cm c) 24 cm d) 26 cm e) 28 cm

III) Hallar la rapidez del bloque derecho en el instante $t=1,5$ s, de iniciado las vibraciones.

- a) 0,85 m/s b) 0,95 m/s c) 1,05 m/s d) 1,15 m/s e) 1,25 m/s

469. En la Fig.200, el disco gira en el plano horizontal con velocidad angular constante de $\Omega=12$ rad/s. El bloquecito de masa $m=2$ kg conectada al resorte de constante $k=860$ N/m se desliza en la ranura del disco. La posición radial del bloquecito cuando el resorte no está estirado es $r=0,2$ m.

I) Hallar la posición de "equilibrio" del bloquecito, es decir, el valor de "r" para el cual es te permanecerá en reposo respecto del centro del disco.

- a) 28,1 cm b) 29,1 cm c) 30,1 cm d) 31,1 cm e) 32,1 cm

II) Hallar la frecuencia de vibración del bloquecito respecto de su posición de equilibrio.

- a) 2,49 Hz b) 2,59 Hz c) 2,59 Hz d) 2,69 Hz e) 2,79 Hz

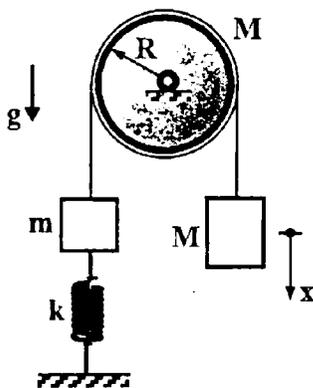


Fig.199

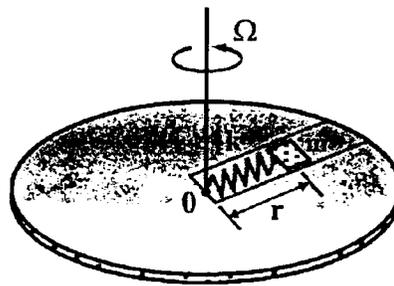


Fig.200

470. En la Fig.201, la varilla de masa "M" y longitud " ℓ " está suspendida de dos puntos fijos en el mismo nivel horizontal a la distancia " ℓ " separados por dos cuerdas idénticas de longitudes " b " unidas a sus extremos. De cada extremo de la varilla una partícula de masa "m" está suspendida mediante una cuerda de longitud "a". El sistema de la varilla y las dos partículas realizan pequeñas oscilaciones en un plano vertical.

I) Hallar las matrices de energía cinética \mathbf{T} y potencial \mathbf{V} de este sistema.

II) Para el caso especial en la que $b=3a/2$ y $M=6m/5$, hallar las frecuencias normales.

III) Mostrar que para pequeños ángulos de desviación el movimiento es periódico y hallar este periodo.

- a) $3\pi/n$ b) $3\pi/2n$ c) $2\pi/3n$ d) $6\pi/n$ e) $3\pi/4n$

471. En la Fig.202, las tres barras idénticas de masas $m=2$ kg y longitudes $\ell=1$ m, están unidas entre si mediante articulaciones. ($g=9,81$ m/s²)

I) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas vibraciones del sistema.

- a) 3,13 rad/s b) 3,23 rad/s c) 3,33 rad/s d) 3,43 rad/s e) 3,53 rad/s

II) Hallar el periodo de las pequeñas vibraciones del sistema.

- a) 1,53 s b) 1,63 s c) 1,73 s d) 1,83 s e) 1,93 s

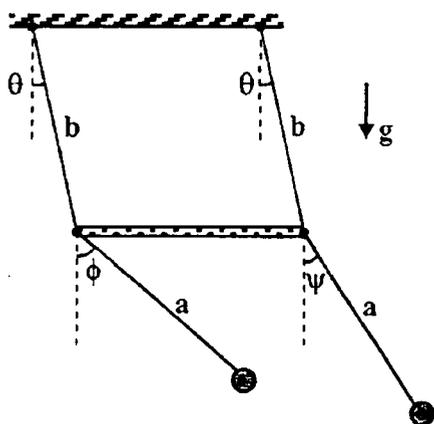


Fig.201

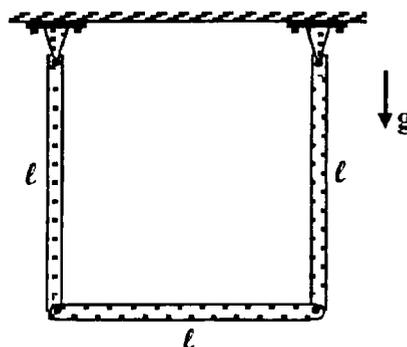


Fig.202

472. En la Fig.203, la masa del carrito es $m=2$ kg, la constante del resorte es $k=72$ N/m, y la constante de amortiguamiento es $c=8$ N·s/m. El resorte está sin estirar cuando $x=0$. El carrito se desplaza hasta $x=1$ m y se libera del reposo. ($g=9,81$ m/s²)

I) Si el amortiguamiento es subcrítico, ¿Cuál es la frecuencia de las vibraciones amortiguadas resultantes?

- a) 0,70 Hz b) 0,75 Hz c) 0,80 Hz d) 0,85 Hz e) 0,90 Hz

II) Hallar el valor de la posición "x" del carrito en el instante $t=1$ s.

- a) 8,16 cm b) 8,36 cm c) 8,56 cm d) 8,76 cm e) 8,96 cm

III) Hallar la velocidad del carrito en el instante $t=1$ s, de iniciado el movimiento.

- a) 50,3 cm/s b) 52,3 cm/s c) 54,3 cm/s d) 56,3 cm/s e) 58,3 cm/s

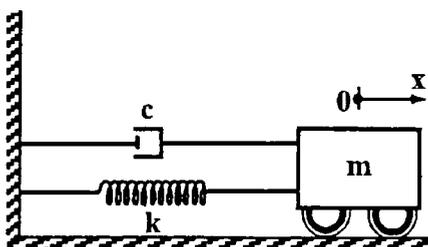


Fig.203

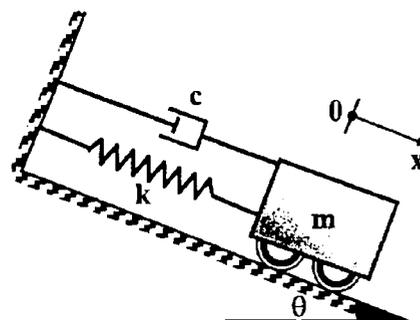


Fig.204

473. En la Fig.204, la masa del carrito es $m=2$ kg, la constante del resorte es $k=8$ N/m y el coeficiente de amortiguamiento es $c=12$ N·s/m. El resorte está sin estirar cuando $x=0$. En $t=0$, la masa se suelta desde el reposo con $x=0$. Hallar el valor de "x" en $t=2$ s. ($g=9,81$ m/s², $\theta=20^\circ$)

- a) 60,6 cm b) 62,6 cm c) 64,6 cm d) 66,6 cm e) 68,6 cm

474. En la Fig.205, el automóvil de prueba de masa $m=79,8$ kg que se mueve con velocidad de $v_0=7,33$ m/s choca contra la barrera rígida en $t=0$. Como resultado del comportamiento de su parachoques-amortiguador, la respuesta del automóvil a la colisión puede simularse mediante el sistema oscilatorio masa-resorte-amortiguador con, $k=8000$ N/m y $c=3000$ N·s/m. Suponga que la masa se desplaza hacia la izquierda con velocidad $v_0=7,33$ m/s y el resorte está sin estirar en $t=0$. Hallar la posición del automóvil en el instante $t=0,04$ s.

- a) +12,6 cm b) -12,6 cm c) +14,8 cm d) -14,8 cm e) +16,2 cm

475. En la Fig.206, la barra de masa $m=4$ kg tiene una longitud de $\ell=2$ m. La resistencia aerodinámica sobre la barra y la fricción en el soporte ejercen un momento resistente respecto al soporte de pasador con magnitud de $1,4\dot{\theta}$ N·m donde $\dot{\theta}$ es la velocidad angular en rad/s. A la barra se le da un desplazamiento inicial de $\theta=2^\circ$ y se suelta desde el reposo en $t=0$.

I) Hallar la frecuencia angular de las oscilaciones amortiguadas.

- a) 2,51 rad/s b) 2,61 rad/s c) 2,71 rad/s d) 2,81 rad/s e) 2,91 rad/s

II) Hallar el valor de " θ " en el instante $t=2$ s.

- a) 0,624° b) 0,704° c) 0,784° d) 0,864° e) 0,944°

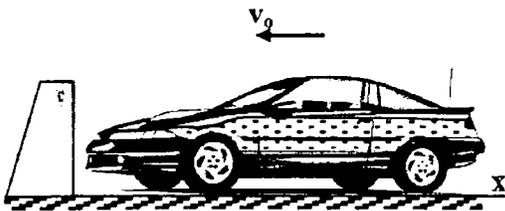


Fig.205

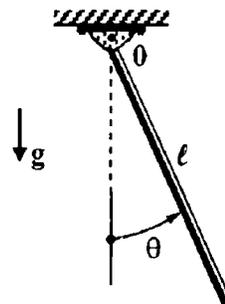


Fig.206

476. En la Fig.207, el radio de la polea es $R=10$ cm y su momento de inercia $I=0,1$ kg·m². La masa del bloque es $m=5$ kg, y la constante del resorte $k=135$ N/m. El cable no se desliza respecto de la polea. La coordenada "x" mide el desplazamiento del bloque, respecto a la posición en la que el resorte está sin estirar. Hallar "x" en el instante $t=1,0$ s, si $c=60$ N·s/m, y el sistema se libera desde el reposo. ($g=9,81$ m/s²)

- a) -4,5 cm b) +4,5 cm c) -5,5 cm d) +5,5 cm e) -6,5 cm

477. En la Fig.208, el disco homogéneo de radio $R=31$ cm, y peso $W=445$ N, rueda la superficie plana. La constante del resorte es $k=1459,3$ N/m y la constante de amortiguamiento es $c=43,8$ N·s/m. ($g=9,81$ m/s²)

I) Hallar la expresión para la frecuencia propia, en términos de "m" y "k".

- a) $(3k/4m)^{1/2}$ b) $(4k/3m)^{1/2}$ c) $(3k/2m)^{1/2}$ d) $(2k/3m)^{1/2}$ e) $(2k/5m)^{1/2}$

II) Hallar la frecuencia angular de las pequeñas vibraciones amortiguadas del disco, respecto de su posición de equilibrio.

- a) 4,52 rad/s b) 4,62 rad/s c) 4,72 rad/s d) 4,82 rad/s e) 4,92 rad/s

III) Hallar la ecuación diferencial que describe las oscilaciones amortiguadas del disco.

- a) $\ddot{x}+0,604\dot{x}+21,486x=0$ b) $\ddot{x}+0,624\dot{x}+21,426x=0$ c) $\ddot{x}+0,644\dot{x}+21,446x=0$

- d) $\ddot{x}+0,684\dot{x}+21,406x=0$ e) $\ddot{x}+0,664\dot{x}+21,466x=0$

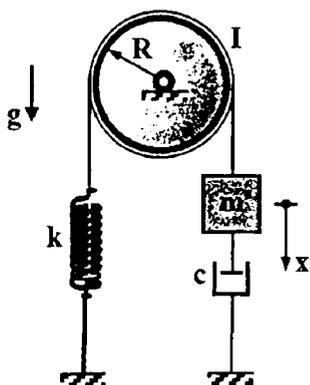


Fig.207

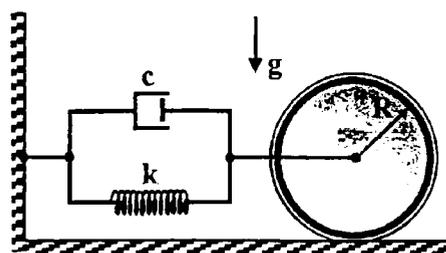


Fig.208

478. En la Fig.209, la constante del resorte es $k=800$ N/m, la constante de amortiguamiento es $c=250$ N·s/m y el resorte está sin estirar cuando $x=0$. La masa de cada objeto es de $m=30$ kg y la superficie inclinada es lisa. El radio de la polea es de $R=12$ cm y su momento de inercia es $I=0,03$ kg·m². Hallar el periodo de las pequeñas vibraciones del sistema, respecto de su posición de equilibrio. ($g=9,81$ m/s²)

- a) 2,11 s b) 2,31 s c) 2,51 s d) 2,71 s e) 2,91 s

479. En la Fig.210, los radios son, $r=25$ cm, $R=50$ cm, la constante del resorte es $k=150$ N/m y el momento de inercia del disco $I=2$ kg·m².

I) ¿Para qué valor de "c" el sistema es críticamente amortiguado?

- a) 257 N·s/m b) 267 N·s/m c) 277 N·s/m d) 287 N·s/m e) 297 N·s/m

II) En el instante, $t=0$ el resorte está sin estirar y la velocidad angular del disco es de $\dot{\theta}=10$ rad/s en el sentido de las manecillas del reloj. Hallar " θ " en el instante $t=1$ s, de iniciado el movimiento, si el sistema es críticamente amortiguado.

- a) $-6,34^\circ$ b) $-6,74^\circ$ c) $-7,14^\circ$ d) $-7,54^\circ$ e) $7,94^\circ$

III) Utilizando el resultado obtenido en II), hallar el máximo desplazamiento angular resultante del disco.

- a) $-47,08^\circ$ b) $-47,48^\circ$ c) $-47,88^\circ$ d) $-48,28^\circ$ e) $-48,68^\circ$

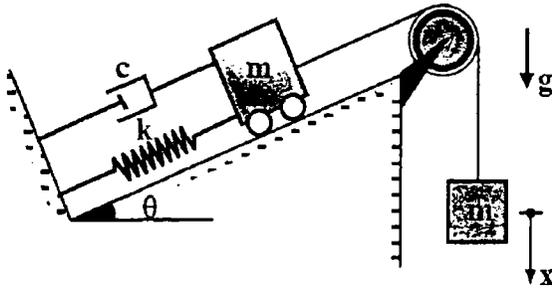


Fig.209

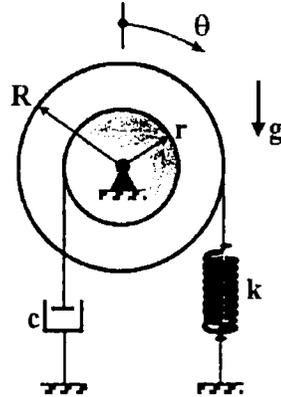


Fig.210

480. En la Fig.211, la barra uniforme está suspendida en posición horizontal mediante la cuerda desigual de longitudes "b", "c" unidas a sus extremos.

- I) Mostrar que la frecuencia de un modo de oscilación en un plano es $((b+c)/g/2bc)^{1/2}$, y que las frecuencias de los otros modos satisface la ecuación $bc\mu^2 - 2a(b+c)\mu + 3a^2 = 0$, donde $\mu = a\omega^2/g$.
- II) Hallar las frecuencias normales para el caso particular en la que $b=3a$ y $c=8a$.

481. En la Fig.212, la polea cilíndrica homogénea de masa $M=10$ kg y radio $R=25$ cm puede girar libremente alrededor, del eje horizontal O. A la pulea se enrolla densamente un hilo, a cuyo extremo libre se fija a la carga A. Esta última equilibra un cuerpo puntual de masa $m=200$ g, fijado al borde de la pulea, cuando el ángulo es de $\alpha=30^\circ$. Hallar la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones del sistema. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,13 rad/s b) 1,43 rad/s c) 1,73 rad/s d) 2,03 rad/s e) 2,33 rad/s

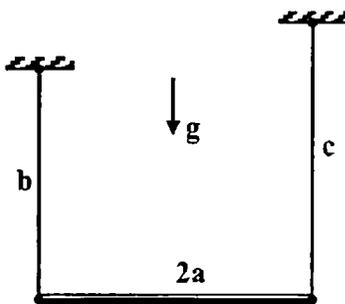


Fig.211

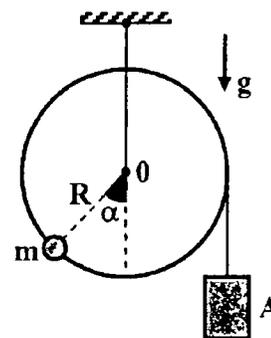
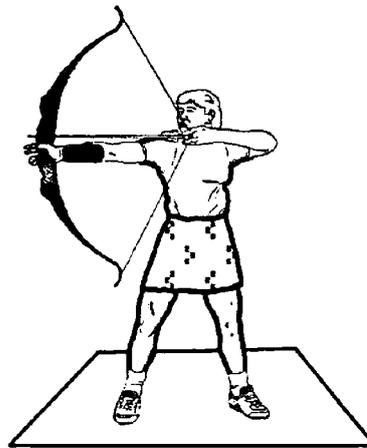


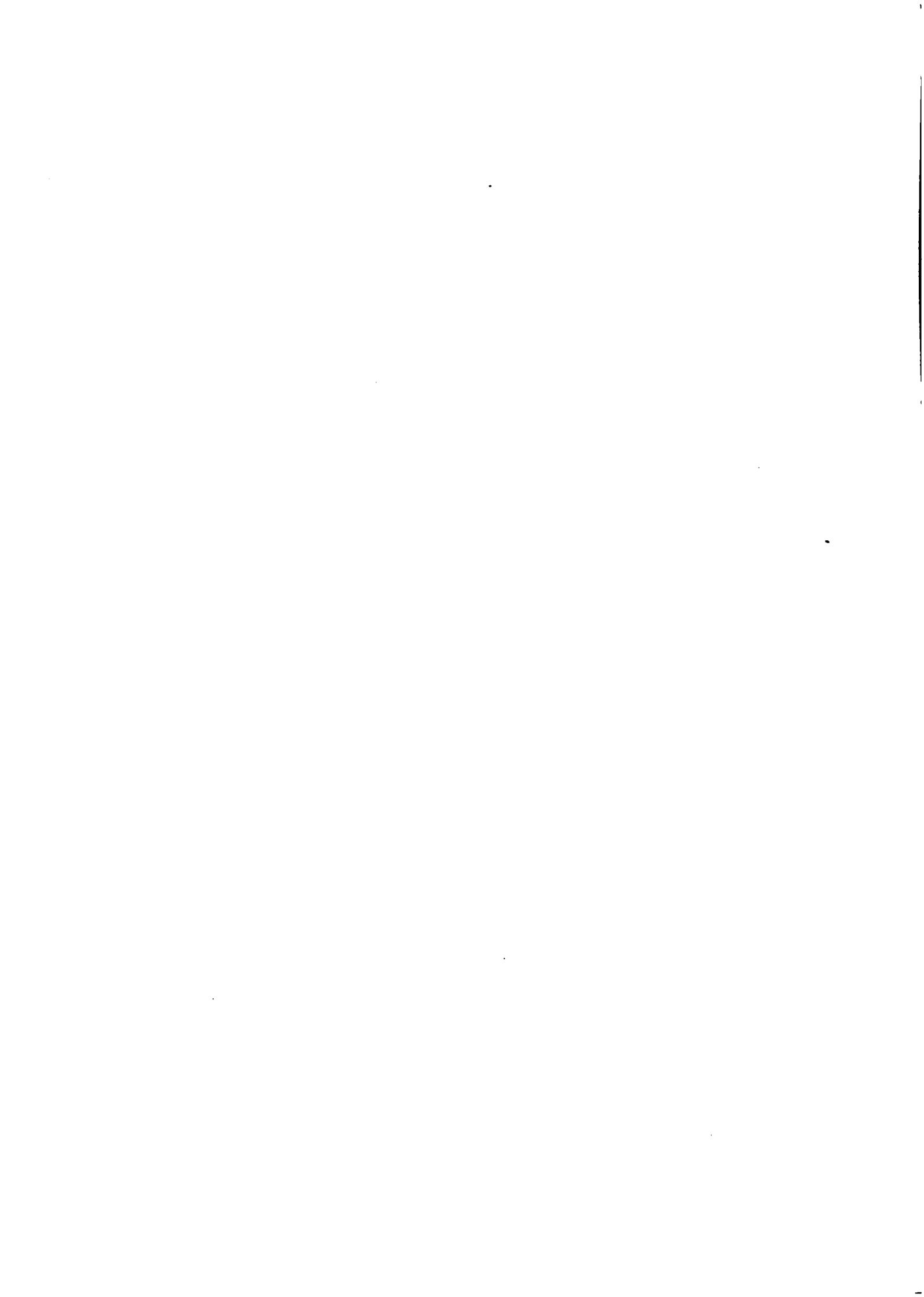
Fig.212

CAP-2

ELASTICIDAD



- **Sólidos, clases, propiedades**
- **Teoría de la elasticidad lineal**
- **Deformación lineal, volumétrica y rigidez**
- **Ley general de Hooke**





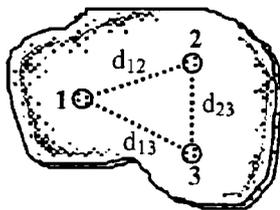
ELASTICIDAD

1. SÓLIDOS

1) Definición

Se llama así a los cuerpos que tienen forma y volumen constantes, es decir, la distancia entre las partículas que lo constituyen se mantienen constantes, esto es:

$$d_{ij} = \text{cte.} \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots)$$



- Se dice que un sólido se ha deformado cuando ha variado sus dimensiones y volumen, que en general va acompañada de una variación en sus formas.
- En ciertos casos (de compresión y extensión) se conserva la forma del sólido.
- La deformación que experimenta un cuerpo se produce como resultado de la variación de la temperatura o la acción de una fuerza externa.
- Se dice que una deformación es elástica, cuando ella desaparece al cesar la acción de las fuerzas que la producen.

2) Clasificación

Los sólidos se dividen en cristales y amorfos.

a) Cristales

➤ Características

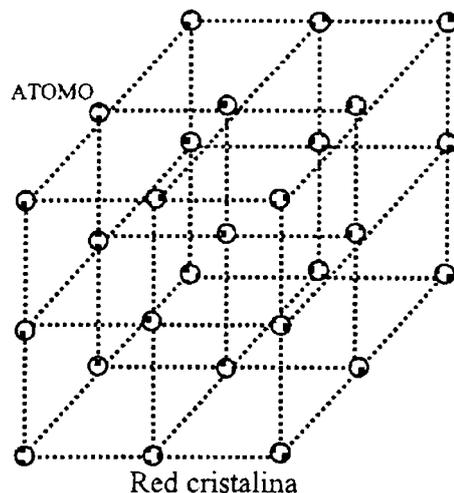
- Tiene forma exterior geométrica regular y la disposición de las partículas que los componen se repite periódicamente a lo largo de todo el cristal (red cristalina).
- Los cristales están limitados por caras planas, situadas ordenadamente unas respecto a las otras, que convergen en las aristas y vértices.

➤ Tipos

Según la forma que adoptan los cristales se clasifican en:

* Monocristales

Se llaman así a los cristales grandes aislados en forma de poliedros regulares, su forma depende de la composición química del cristal.



* Policristales

Se llama así a los cristales que tienen estructura fina y constan de un gran número de pequeños cristales, dispuestos caóticamente (granos cristalinos o cristallitos), unidos entre sí.

Según el carácter de las fuerzas de interacción de las partículas y a la disposición en los nudos de la red cristalina.

- Cristales iónicos

Los iones positivos y negativos se alternan en los nudos de la red cristalina; el enlace es de tipo heteropolar.

Ejemplo: NaCl, carbonato de calcio y otros.

- Cristales de valencia

En los nudos de la red cristalina se hallan átomos neutros entre los cuales se realiza el enlace homopolar.

Ejemplo: Semiconductores y muchos sólidos orgánicos.

- Cristales moleculares

En los nudos de la red cristalina se encuentran moléculas, cuyo enlace se debe a las fuerzas de Van der Waals.

Ejemplo: Ar, CH₄, parafina y otros.

- Metales

En los nudos de la red cristalina están los iones positivos que se forman después de desprenderse de los átomos los electrones periféricos (de valencia).

b) Amorfos

- Se llaman amorfas a las sustancias que en estado condensado no tienen estructura cristalina, aunque a diferencia de los líquidos, tienen elasticidad de forma. Por ejemplo, los líquidos sobreenfriados no poseen las propiedades de los cristales.
- Las sustancias amorfas se vitrifican en determinadas condiciones, es decir, pasan de tener las propiedades y comportamiento de los líquidos al de los sólidos.
- Se llama vitrificación estructural a la transición de una sustancia amorfa del estado líquido al sólido por variación de la temperatura o presión.

Ejemplo: Alquitrán, vidrio, azufre, sele

nio, glicerina y la mayoría de los compuestos de alto peso molecular,...

3) Moléculas

a) Moléculas heteropolares

Se denomina así a las moléculas que se originan como resultado de la transformación de los átomos que interaccionan, en iones, con cargas eléctricas de signo contrario, que se atraen mutuamente.

b) Moléculas homopolares

Se denomina así a las moléculas que resultan de la atracción mutua de dos átomos neutros. El enlace químico de los átomos en la molécula homopolar se llama covalente.

4) Anisotropía

Es la dependencia que presentan las propiedades físicas de los sólidos (térmicas, elásticas, eléctricas, ópticas,...) respecto de las direcciones en el cristal; es una característica de los monocristales.

5) Homogeneidad

La homogeneidad del espacio consiste en que las propiedades físicas de un sistema cerrado y las leyes de su movimiento no dependen de la elección que se haga de la posición del origen de coordenadas del sistema de referencia inercial (S.I.R.)

6) Propiedades de los sólidos

Algunas de las propiedades más importantes que presentan los sólidos, son:

a) Adherencia

Se llama así a la atracción o unión que experimentan las moléculas próximas que se encuentran situados en las superficies de los cuerpos en contacto.

b) Aleabilidad

Es la propiedad que tienen los materiales para formar aleaciones que dan lugar a nuevos materiales mejorando sus características técnicas y por lo tanto sus prestaciones. En todas las aleaciones, al menos, una componente debe ser un metal.

c) Divisibilidad

Es la propiedad mediante la cual los cuerpos sólidos pueden fraccionarse hasta el límite molecular.

d) Ductilidad

Propiedad que tienen algunos materiales y aleaciones cuando, bajo la acción de una fuerza, pueden estirarse sin romperse permitiendo obtener alambres o hilos. A los metales que presentan esta propiedad se les denomina dúctiles. Los metales más dúctiles son el platino, oro y cobre.

e) Dureza

Se dice que un material es duro cuando no puede ser rayado por otro más blando. La dureza se mide con unos instrumentos llamados durómetros, para lo cual, se utilizan diferentes escalas tales como la de: Brinell, Rockwell, Vickers, etc...Un ejemplo de material muy duro es el diamante.

f) Elasticidad

Se llama así a la propiedad que tienen algunos materiales de experimentar deformaciones reversibles cuando son sometidos a la acción de fuerzas externas, y de recuperar su forma original cuando estas fuerzas dejan de actuar.

g) Fragilidad

Se dice que un sólido es frágil, cuando puede romperse en muchos pedazos al experimentar un golpe ligero, es decir,

es quebradizo. La fragilidad es una propiedad opuesta a la tenacidad.

h) Maleabilidad

Propiedad que tiene los materiales para formar láminas muy finas. El oro es un metal muy maleable pues con ella se pueden hacer láminas muy finas de sólo unas milésimas de milímetro de espesor. La plata y el cobre también son muy maleables, así, como la hojalata que es una aleación de hierro y estaño.

i) Mecanibilidad

Es la propiedad que tienen algunos materiales ha ser mecanizados con procedimientos de arranque de viruta.

j) Plasticidad

Propiedad mecánica de un material, biológico o de otro tipo, de deformarse permanente e irreversiblemente cuando se encuentra sometido a tensiones por encima de su rango elástico.

k) Porosidad

Se llama así a la capacidad de los materiales de poder absorber líquidos y gases, debido al espacio libre que existe entre sus moléculas.

l) Resiliencia

Es la cantidad de energía que puede recibir o consumir un material, antes que comience la deformación irreversible, esto es, la deformación plástica.

m) Resistencia

Mecánica.- Es la capacidad que tiene un material de soportar los distintos tipos de esfuerzo que existen sin deformarse permanentemente.

Corrosión.- Comportamiento que tienen los materiales al tener contacto con productos químicos, especialmente ácidos.

Oxidación.- Comportamiento que tienen los materiales ante el oxígeno de la atmósfera y el contacto con el agua.

n) **Templabilidad**

Es la propiedad que tienen algunos metales para endurecerse por tratamientos térmicos o químicos.

o) **Tenacidad**

Es la resistencia que opone un material u otro material a ser roto, molido, doblado o desgarrado. La tenacidad es una medida de la cohesión de las moléculas de un material. El acero es un material muy tenaz, especialmente algunas de sus aleaciones.

p) **Higroscopicidad**

Es la propiedad que presentan algunos materiales de absorber el agua variando su peso.

q) **Permeabilidad**

Es la capacidad que tienen ciertos materiales de dejarse atravesar por los líquidos. Puede hacerse por capilaridad por presión o por ambas a la vez. La cantidad de líquido que penetra en el cuerpo por capilaridad mide su capacidad de absorción y está vinculado con la porosidad. Esto es, depende de la cantidad, forma y grado de comunicación de los espacios vacíos del material.

2. **ELASTICIDAD**

Es una disciplina de la física que estudia las deformaciones que experimentan los cuerpos y los procesos relacionados con ello; bajo la acción de fuerzas externas.

- La propiedad elástica de los materiales está relacionada, con la capacidad de estos materiales de experimentar transformaciones reversibles.
- Las fuerzas externas al deformar un cuerpo

hacen trabajo, esta energía utilizada para deformar el cuerpo se almacena en él en forma de energía potencial elástica, y por tanto, produciéndose aumento en la energía interna del cuerpo.

- El sólido se comportará elásticamente si este aumento de energía se realiza de forma reversible, en este caso decimos que el sólido es elástico.

a) **Teoría de la elasticidad lineal**

Es el estudio de sólidos elásticos lineales sometidos a pequeñas deformaciones, de tal modo, que los desplazamientos y deformaciones sean "lineales" (es decir, las componentes del campo de desplazamiento sean aproximadamente una combinación lineal de las componentes del tensor deformación del sólido. En general un sólido elástico lineal sometido a grandes desplazamientos no cumplirá esta condición.

b) **Sólido elástico lineal**

Se dice que un sólido es elástico lineal cuando las tensiones y deformaciones están relacionadas linealmente. A su vez, los sólidos elásticos lineales se subdividen en elásticos lineales isótropos y elásticos lineales no isótropos.

c) **Deformación elástica**

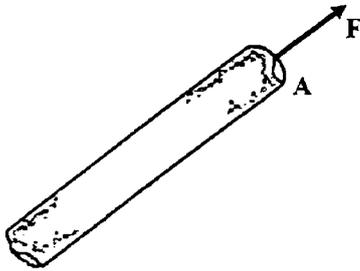
Se dice que una deformación es elástica cuando el cuerpo recupera su forma original al desaparecer la acción de las fuerzas externas que producen dicha deformación. Las deformaciones no elásticas, que implican un cambio irreversible de la red cristalina, se denominan deformaciones plásticas.

d) **Esfuerzo (σ)**

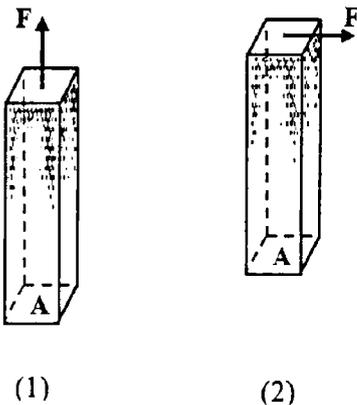
Es una medida de la fuerza aplicada por unidad de superficie, que produce una deformación del cuerpo, viene dado por:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

siendo, "F" la fuerza aplicada, "A" el área de la superficie, sobre la cual actúa la fuerza.



- El esfuerzo se dice que es normal (σ_N) si la fuerza \vec{F} es perpendicular a la superficie A (1), y tangencial, de cortadura o de cizallamiento (σ_T), si la fuerza es tangencial a dicha superficie (2), como se aprecia en la Figura.



☞ **Unidad:** "σ" se mide en N/m².

e) Ley de Hooke

En las deformaciones elásticas longitudinales (a lo largo del eje del cuerpo) que experimenta un cuerpo, el esfuerzo "σ" es proporcional a la deformación relativa (ó unitaria) " $\Delta\ell / \ell$ ", esto es:

$$\sigma = E \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

siendo, "E" el módulo de elasticidad, llama

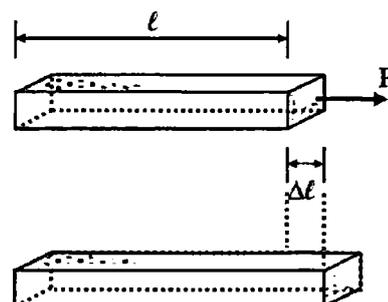
mado también módulo de Young, que numéricamente es igual a la tensión que aparece cuando se produce una deformación relativa a la unidad.

- El módulo de elasticidad depende de la estructura interna del cuerpo.
- La ley de Hooke se cumple únicamente dentro de los límites determinados de la deformación elástica lineal.
- El módulo de Young para el acero es igual, tanto para la tracción como la compresión, del mismo modo, su esfuerzo de rotura es el mismo para la tracción y compresión.
- El hormigón tiene el mismo módulo de Young para la tracción como para la compresión; pero sus esfuerzos de rotura para la tracción y compresión son 2 MN/m² y 17 MN/m², respectivamente.
- Los módulos de Young del hueso humano para la tracción y compresión son 16 GN/m² y 9 GN/m²; en tanto sus esfuerzos de rotura para la tracción y compresión son 200 MN/m² y 270 MN/m², respectivamente. La mayoría de los materiales utilizados en la Ingeniería presentan aproximadamente el mismo módulo de Young, tanto para la tracción como para la compresión.

☞ Nota

No confundir la constante elástica "k" con el módulo de elasticidad "E".

f) Deformación unitaria (ξ)



Es una cantidad física adimensional; que mide la deformación por unidad de longitud de un cuerpo, viene dado por:

$$\xi = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

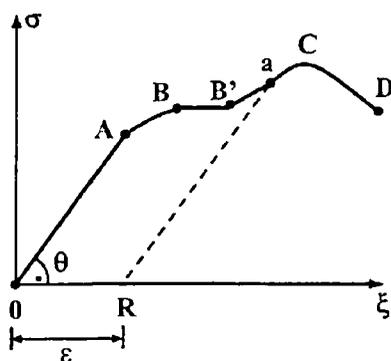
siendo, " $\Delta \ell$ " la variación en la longitud, y " ℓ " la longitud inicial.

g) Esfuerzo de rotura (σ_r)

Se llama así al esfuerzo en la que el cuerpo se rompe luego de haber pasado por el período elástico y plástico en el cual las deformaciones no desaparecen al desaparecer las fuerzas externas.

h) Gráfica del esfuerzo (σ) en función de la deformación unitaria (ξ)

De resultados experimentales, en general se encuentra que la relación entre el esfuerzo de tracción aplicado a un cuerpo metálico, y la deformación unitaria producida, obedece al siguiente comportamiento.



En la Figura, el cuerpo después de alcanzar el límite de proporcionalidad (punto A) el alargamiento unitario " ξ " crece más rápido que el aumento del esfuerzo de tracción " σ ". Algunas cantidades físicas y conceptos relacionados con el estudio de la deformación mediante el diagrama esfuerzo-deformación, son:

1) Límite de proporcionalidad

Se llama límite de proporcionalidad (punto A) al valor máximo del esfuerzo, para el cual, deja de cumplirse la proporcionalidad lineal entre los esfuerzos y las deformaciones, en la ley de Hooke. Es decir, para $\sigma > \sigma_A$, la deformación que experimenta el cuerpo ya no es elástica, si no plástica.

2) Módulo tangente

Se llama así, a la pendiente del segmento de recta, correspondiente al tramo OA, es decir, a la tangente del ángulo " θ ".

3) Zona elástica

Se llama así, a la región de la curva es fuerza-deformación comprendida entre 0 y A.

4) Zona plástica

Se llama así, a la región de la curva es fuerza-deformación comprendida entre el límite de proporcionalidad A y el punto de rotura D.

5) Límite de elasticidad

Se llama límite de elasticidad (punto muy próximo a A) al máximo valor del esfuerzo " σ " de tracción que no produce deformación permanente o residual al cuerpo, luego de suprimirse o anularse las fuerzas. Para muchos materiales los límites de proporcionalidad y elasticidad prácticamente son los mismos. En el caso en que sean diferentes, el límite elástico siempre es mayor que el de proporcionalidad.

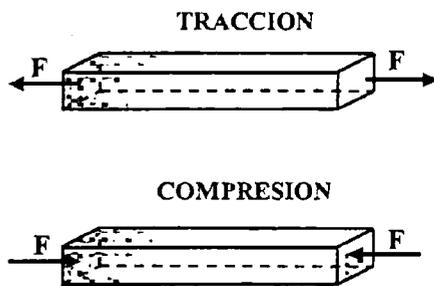
6) Límite de fluencia

Se llama límite de fluencia al valor que tiene el esfuerzo " σ_B " en el punto B, punto a partir del cual, el alargamiento aumenta sin que aumente la fuerza apli

cada, en la curva esfuerzo-deformación, este comportamiento corresponde al segmento horizontal BB'. Algunos materiales en la curva σ - ξ , presentan dos puntos de fluencia, llamados superior e inferior.

7) Límite de rotura

El límite de rotura o resistencia máxima a la tracción (ó compresión) es el esfuerzo correspondiente a la carga máxima que puede resistir el cuerpo antes de romperse.



En el diagrama esfuerzo-deformación, el valor de " σ " en el punto C es el límite de rotura. En el punto D se produce la rotura del material, el valor que adquiere " σ " en este punto se llama resistencia de rotura.

8) Deformación residual

En el diagrama de esfuerzo-deformación al eliminar lentamente la carga del cuerpo deformado hasta el esfuerzo " σ_a " (en el diagrama punto "a") la gráfica del esfuerzo-deformación, viene dada por la recta aR, segmento paralelo al segmento OA. Este segmento aR define la deformación residual del cuerpo característica de las deformaciones plásticas. Es decir, luego de eliminarse por completo el esfuerzo, el cuerpo presenta todavía una deformación unitaria de " ϵ ".

9) Modulo de resiliencia

Se define como el trabajo realizado por

unidad de volumen de un material, cuando se aumenta gradualmente una fuerza de tracción simple desde cero hasta un valor en el que se produce el límite de proporcionalidad del material. Su valor viene dado por el área bajo la curva esfuerzo-deformación, comprendido entre los puntos 0 y A. La resiliencia de un material es la capacidad que tiene el material para absorber energía en la zona elástica, las unidades en las que se mide son N/m^3 .

10) Modulo de tenacidad

Se define como el trabajo realizado por unidad de volumen de un material, cuando se aumenta gradualmente una fuerza de tracción simple desde cero hasta el valor en el que se produce la rotura. Su valor viene dado por el área bajo la curva esfuerzo-deformación, comprendido entre el origen 0 y el punto de rotura D. La tenacidad de un material es su capacidad de absorber energía en la zona plástica del material.

11) Estricción

Se define como la razón entre la disminución que experimenta el área de la sección transversal del material, al área de la sección transversal inicial, multiplicada por 100, es decir, la estricción mide el cambio porcentual que experimenta el área de la sección transversal del material.

12) Alargamiento de rotura

Se define como la razón entre el aumento de la longitud después de la rotura y la longitud inicial, multiplicada por 100, es decir, el alargamiento de rotura mide el aumento porcentual que experimenta la longitud del material, hasta el instante en que se produce la rotura.

13) Tensión de trabajo

Se define o determina dividiendo el esfuerzo correspondiente a la fluencia o rotura por un número llamado coeficiente de seguridad. En este texto, las tensiones de trabajo se consideran en la zona elástica del material.

14) Fatiga

Se llama así, al fenómeno de rotura que experimenta un material bajo la acción de cargas dinámicas cíclicas (fuerzas repetidas aplicadas sobre el material) inferiores a las cargas estáticas que producirían la rotura. Por ejemplo, un alambre flexionándolo repetidamente se rompe con facilidad, pero la fuerza que hay que hacer para romperlo en una sola flexión es muy grande. La fatiga es una forma de rotura que ocurre en estructuras sometidas a tensiones dinámicas y fluctuantes tales como puentes, automóviles, aviones, etc. Su principal peligro es que puede ocurrir a una tensión menor que la resistencia a tracción o el límite elástico para una carga estática, y aparecer sin previo aviso, causando roturas catastróficas. Es un fenómeno muy importante, ya que es la primera causa de rotura de los materiales metálicos (aproximadamente el 90%), aunque también está presente en polímeros (plásticos, composites,...), y en cerámicas.

15) Cerámica

Se llama cerámico a los materiales inorgánicos no metálicos que se forman por acción del calor. Generalmente, los productos cerámicos son duros, porosos y frágiles. El estudio de la cerámica consiste en una gran extensión de métodos para mitigar estos problemas y acentuar las potencialidades del material, así como ofrecer usos no tradicionales. Esto tam-

bién se ha buscado incorporándolas a materiales compuestos como es el caso de los cermets, que combinan materiales metálicos y cerámicos.

- Algunos de los cerámicos más conocidos, y sus aplicaciones son:
 - Nitruro de silicio (Si_3N_4) utilizado como polvo abrasivo.
 - Carburo de boro (B_4C) utilizado en algunos helicópteros y cubierta de protección (blindaje) de tanques.
 - Carburo de silicio (SiC), empleado en hornos microondas, en abrasivos y como material refractario.
 - Diboruro de magnesio (MgB_2), es un superconductor no convencional.
 - Oxido de Zinc (ZnO) es un semiconductor.
 - Ferrita (Fe_3O_4) utilizado en núcleos de transformadores magnéticos, y en núcleos de memorias magnéticas.
 - Estealita, utilizada como un aislante eléctrico.
 - Oxido de Uranio (UO_2), utilizado como combustible en reactores nucleares.

16) Cermet

Es un material compuesto constituido por materiales metálicos y cerámicos. Los cermets están diseñados para combinar la resistencia a altas temperaturas y a la abrasión de los cerámicos con la maleabilidad de los metales. Como matriz se utiliza el metal, usualmente níquel, molibdeno, o cobalto, y la fase dispersa está constituida por carburos refractarios óxidos, boruros o alúmina.

Algunas de las aplicaciones en las que se utilizan los cermets, son:

- Sellos y juntas que unen materiales cerámicos con metales.
- Celdas de combustible.
- Herramientas de corte y taladros (corte en seco).

- Celdas de combustible nuclear.
- Turbinas de motores a reacción.
- Potenciómetros de calidad.

17) Abrasivo

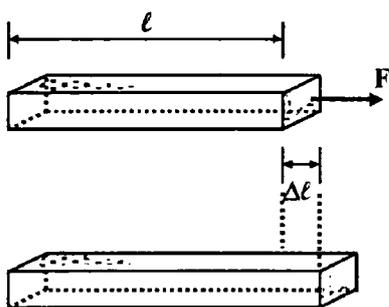
Es una sustancia que tiene como finalidad actuar sobre otros materiales con diferentes clases de esfuerzo mecánico-triturado, molienda, corte, pulido, etc... Es de elevada dureza y se emplea en todo tipo de procesos industriales y artesanales.

- Los abrasivos, que pueden ser naturales o artificiales, se clasifican en función de su mayor o menor dureza.
- Entre los abrasivos se encuentran el óxido de aluminio (alúmina), la arena, el carburo de silicio, el nitruro de boro cúbico, y el diamante.
- Otro tipo de abrasivo es el esmeril con el cual se fabrican diversas ruedas y discos para el debate y corte de materiales como piedra y metal.

3. DEFORMACIONES

En las diversas actividades productivas que realiza el hombre, se presentan varias formas de deformaciones que pueden experimentar un cuerpo, las cuales, dependen de la forma en que actúan las fuerzas y de la geometría y tamaño del cuerpo, así, tenemos:

1) Deformación longitudinal



Las cantidades físicas que se utilizan pa

ra caracterizar la deformación que experimenta la longitud del cuerpo, son:

a) Módulo de Young (E)

Cuando se aplica una fuerza de tracción (ó compresión) \vec{F} , a lo largo de un alambre de longitud " ℓ ", y área de sección transversal " A ", este experimenta un alargamiento (ó acortamiento) " $\Delta\ell$ "; y el módulo de Young que caracteriza la deformación, viene dado por:

$$E = \frac{\sigma}{\xi} = \frac{F/A}{\Delta\ell/\ell}$$

El modulo de Young, mide la resistencia que presenta el material a un cambio en su longitud.

- El valor de "E" sólo depende del material del alambre, y no de su tamaño.
- Si, $\Delta\ell = \ell$, el módulo de Young es numéricamente igual al esfuerzo, es decir $E = \sigma$, lo cual, sucede cuando la longitud inicial del cuerpo aumenta al doble (tracción) o disminuye a la mitad (compresión).

☞ **Unidad:** "E" se mide en N/m^2 .

b) Coeficiente de elasticidad

Se llama coeficiente de elasticidad de un material, al inverso del módulo de Young "E", es decir:

$$a = \frac{1}{E} = \frac{\xi}{\sigma}$$

El coeficiente de elasticidad "a" mide el cambio relativo que experimenta la longitud del cuerpo, por unidad de esfuerzo aplicado a el.

☞ **Unidad:** "a" se mide en m^2/N .

c) Deformación por calor

Una barra de longitud " ℓ_0 ", coeficiente de dilatación lineal " α ", sometido a un

cambio de temperatura " ΔT " en sus extremos, experimenta una deformación unitaria en su longitud, dado por:

$$\xi_\ell = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} = \alpha \Delta T$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación del módulo de Young, obtenemos el esfuerzo normal " σ ", ejercida sobre la sección transversal de área " A " de la barra.

$$\sigma = \frac{F}{A} = \alpha E \Delta T$$

se debe mencionar, que la sección transversal de la barra es perpendicular al flujo de calor entre sus extremos.

Como se aprecia el esfuerzo sobre la sección de la barra, es independiente del área de esta, y de su forma.

d) Densidad de energía potencial

La densidad de energía potencial, es decir, la energía potencial por unidad de volumen de un cuerpo deformado por tracción (ó compresión), es el trabajo específico realizado para vencer las fuerzas elásticas, y viene dado por:

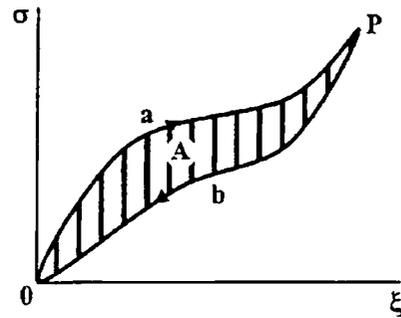
$$w = \frac{E_p}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$$

siendo, " σ " el esfuerzo y " E " el módulo de Young.

La relación anterior es válida, siempre y cuando, el cuerpo se deforme, según la ley de Hooke, es decir, sólo es válido para la zona de comportamiento elástico del cuerpo.

👉 **Unidad:** " w " se mide en joule por metro cúbico (J/m^3).

e) Histéresis elástica



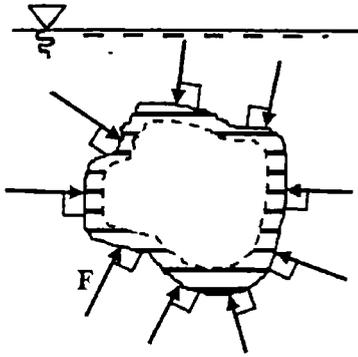
En la Figura, se representa el comportamiento típico de esfuerzo-deformación unitaria de un material elástico como el caucho. Se observa que el esfuerzo no es proporcional a la deformación unitaria (curva 0aP), no obstante, el caucho es elástico en el sentido que si se suprime la fuerza sobre el caucho, este recupera su longitud inicial. Al disminuir el esfuerzo la curva de retorno (curva 0bP) no es recorrida en sentido contrario. La no coincidencia de la curva de incremento (0aP) y disminución (0bP) del esfuerzo se llama histéresis elástica. Un comportamiento análogo se encuentra en las sustancias magnéticas.

- El área "A" encerrada por ambas curvas es proporcional a la energía disipada en el interior del caucho. La gran histéresis elástica de algunos materiales como el caucho los hace especialmente apropiados para absorber las vibraciones.
- La histéresis elástica dividida por la energía de deformación elástica, es igual, a la capacidad de amortiguación.
- **Bucle de histéresis.-** Se llama así a la curva cerrada que representa los sucesivos estados de esfuerzo-deformación del material durante una deformación.

👉 ¿Cuál es el material más resistente?

El material más resistente es el grafeno, que se obtiene a partir del grafito, mediante procesos en laboratorio.

2) Deformación volumétrica



Este tipo de deformación consiste en una variación del volumen de un cuerpo, la cual, puede ser producida por la acción de fuerzas de presión hidrostática o debido al cambio de temperatura que experimenta el cuerpo. Cuando el cuerpo es sometido a una presión hidrostática, sobre cada elemento de su superficie, actúa la misma fuerza "F" normal a ella, como se aprecia en la Figura. La forma del cuerpo no cambia, pero su volumen disminuye, las cantidades físicas que describen la deformación volumétrica que experimenta el cuerpo, son:

a) Esfuerzo volumétrico

Se define como la razón de la fuerza al área total de la superficie del cuerpo, esto es:

$$\sigma_v = \frac{F}{A} = \Delta P$$

siendo, " ΔP " la presión a la cual está sometido el cuerpo.

b) Deformación unitaria de volumen

Es una cantidad física adimensional, que mide el cambio relativo en el volumen del cuerpo, viene dado por:

$$\xi_v = \frac{\Delta V}{V}$$

siendo, " ΔV " la variación en el volu

men, y " V " el volumen inicial del cuerpo. Si " ξ_v " se multiplica por 100, se obtiene el cambio porcentual que experimenta el volumen del cuerpo. Como el volumen disminuye $\Delta V < 0$, la deformación unitaria de volumen es negativa.

c) Módulo de compresibilidad

A semejanza del módulo de Young definido en la elasticidad longitudinal, el módulo de compresibilidad, viene dado por

$$B = \frac{\sigma_v}{\xi_v} = \frac{\Delta P}{\Delta V / V}$$

el módulo de compresibilidad "B" es el esfuerzo " σ_v " en la cual, el aumento (ó disminución) relativo del volumen del cuerpo es igual a la unidad.

El módulo de compresibilidad mide la resistencia que presentan los cuerpos a cambios en su volumen.

☞ **Unidad:** "B" se mide en N/m^2 .

d) Coeficiente de compresibilidad

Se llama coeficiente de compresibilidad de un material, al inverso del módulo de compresibilidad "B", esto es:

$$\frac{1}{B} = \frac{\Delta V}{V \Delta P}$$

El coeficiente de compresibilidad mide la variación relativa que experimenta el volumen del cuerpo por cada unidad de variación en la presión.

☞ **Unidad:** " $1/B$ " se mide en m^2/N .

e) Relación entre E y B.

La relación entre el módulo de Young "E" y el módulo de compresibilidad "B", viene dado por:

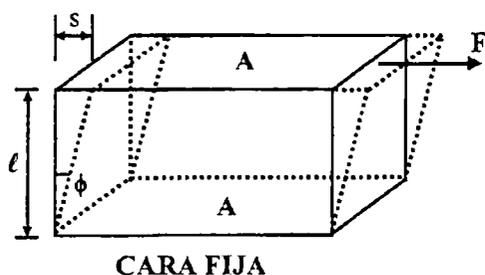
$$B = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

$$D = \frac{s}{\ell}$$

donde, " μ " es una constante, llamado el coeficiente de Poisson, la cual, relaciona la deformaciones unitarias longitudinal y transversal, que experimenta el cuerpo.

3) Deformación por cizalladura

Cuando una cara de un cuerpo como el mostrado en la Figura, es sometida a una fuerza tangencial " F ", esta experimenta un desplazamiento " s " respecto de la cara fija, formándose un ángulo " ϕ " entre las aristas que unen ambas caras, y se dice que el cuerpo ha experimentado una deformación por cizalla.



Las cantidades físicas que caracterizan y describen la deformación del cuerpo por cizalla, son:

a) Esfuerzo de cizalladura

Es una cantidad física escalar, que se define como la razón de la fuerza tangencial aplicada " F " al área " A " de la superficie que se desliza, esto es:

$$\sigma_T = \frac{F}{A}$$

b) Deformación por cizalladura

Es una cantidad física escalar, que se define como la razón de la distancia " s " que se deslizan las caras desde su posición inicial, a la distancia " ℓ " entre ellas esto es:

c) Módulo de cizalladura (G)

En la Figura, como el ángulo de cizalla " ϕ " es muy pequeño, podemos hacer la siguiente aproximación:

$$\frac{s}{\ell} = \text{tg } \phi \approx \phi$$

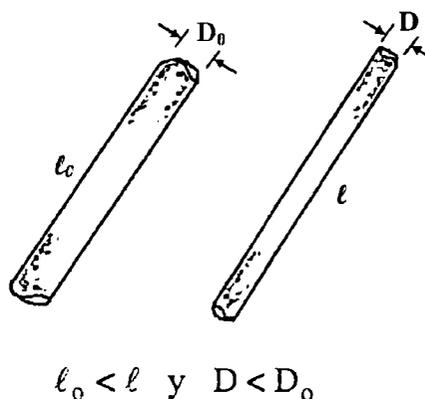
Con esto, el módulo de rigidez para una deformación por cizalla, se escribe así:

$$G = \frac{F/A}{s/\ell} = \frac{\sigma_T}{\phi}$$

El módulo de cizalladura mide la resistencia que presentan las caras de un sólido a ser desplazadas unas respecto de otras, cuando son sometidos a fuerzas tangenciales a ellas.

☞ **Unidad:** " G " se mide en N/m^2 .

d) Coeficiente de Poisson (μ)



En general, la tracción (ó compresión) relativa " ξ_ℓ " de la longitud de un alambre va acompañada de una compresión (ó extensión) lateral o transversal del diámetro " ξ_D " del alambre; llamamos coeficiente de Poisson " μ " a la razón siguen

te:

$$\mu = \frac{\xi_D}{\xi_\ell} = \frac{\Delta D / D}{\Delta \ell / \ell}$$

siendo, " ℓ " la longitud inicial del alambre y " D " el diámetro inicial de su sección transversal.

- Así, en la Figura, se observa que cuando el trozo de alambre es sometido a una tracción su longitud aumenta, pero a la vez, el diámetro de su sección transversal disminuye.
- El coeficiente de Poisson es una cantidad física adimensional; que depende del material con que está hecho el alambre o filamento, para la mayoría de los metales su valor está entre 0,25 y 0,35.

e) Relación entre G , μ y E .

La relación entre el módulo de cizalladura " G ", el coeficiente de Poisson " μ " y el módulo de Young " E ", viene dado por:

$$G = \frac{E}{2} (1 + \mu)^{-1}$$

f) Densidad de energía potencial

La densidad de energía potencial, es decir la energía por unidad de volumen, del cuerpo deformado por cizallamiento, viene dado por:

$$w = \frac{E_p}{V} = \frac{\sigma_T^2}{2G}$$

siendo, " σ_T " el esfuerzo tangencial, y " G " el módulo de cizalla.

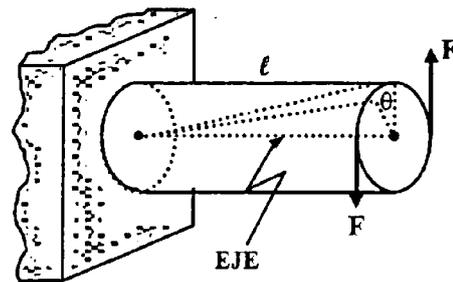
4) Deformación por torsión

a) Descripción

Este tipo de deformación surge cuando una barra (alambre, varilla cilíndrica, etc

...) fijo por uno de sus extremos es sometido el otro extremo a un par de fuerzas (cupla), contenido en un plano perpendicular al eje de la barra, como se aprecia en la Figura.

- La torsión consiste en el giro relativo de las secciones paralelas entre sí, y perpendiculares al eje de la barra.
- Debido al momento del par de fuerza, la sección transversal del extremo derecho de la barra gira un ángulo " θ ", y la generatriz un ángulo " ϕ ".

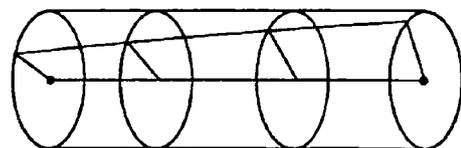


- Durante la torsión, surgen tensiones constantes en cualquier sección de la barra perpendicular a su eje.

b) Hipótesis

En el estudio de la deformación por torsión recta (hipótesis de Coulomb), se asume que:

- * Una sección del árbol normal a su eje, plana antes de la deformación, permanece plana después de aplicado el par, y que el diámetro de la sección antes de la deformación sigue siendo un diámetro después de la deformación. Esto se cumple, siempre que la sección del árbol sea circular.



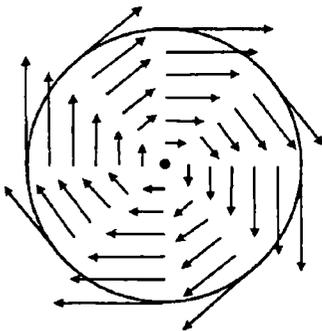
En la Figura, se muestra el giro que experimentan las secciones de la barra.

* La torsión se caracteriza geométricamente por que cualquier curva (ab) paralela al eje de la barra deje de estar contenida en el plano formado inicialmente por las dos curvas (ab'). Esto es la curva ab paralela al eje, se retuerce alrededor del eje.

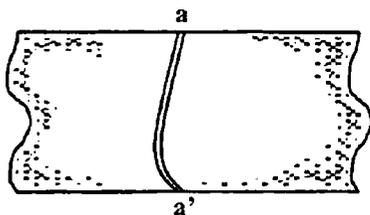
c) Efectos de la torsión sobre la sección de la barra

Los efectos que produce una deformación por torsión sobre la sección de la barra, son:

* Surgen tensiones tangenciales paralelas a la sección transversal. Estas se representan mediante un campo vectorial, que circulan alrededor del eje que pasa por el centro de torsión C de la sección.



* Cuando la sección transversal de la barra no es circular, las tensiones no se distribuyen uniformemente, y surgen alabeos seccionales, que a su vez, originan que la sección transversal deformada (aa') no sea plana



El alabeo de la sección transversal complica el cálculo de las tensiones y deformaciones.

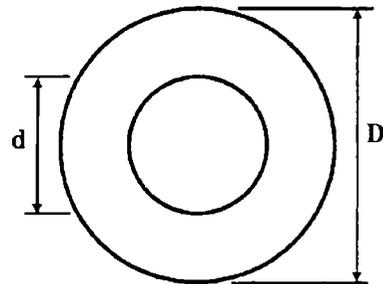
d) Momento torsor

Es la suma algebraica de los momentos de los pares aplicados, situados a un lado de la sección considerada de la barra, como se observa en la Figura.

e) Momento polar de inercia

Para una barra de sección transversal circular hueca de diámetros exterior "D" e interior "d", el momento polar de inercia de la sección representado generalmente por "I_p", viene dado por:

$$I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$



El momento polar de inercia de una barra cilíndrica maciza, se obtiene haciendo d=0, esto es:

$$I_p = \frac{\pi}{32} D^4$$

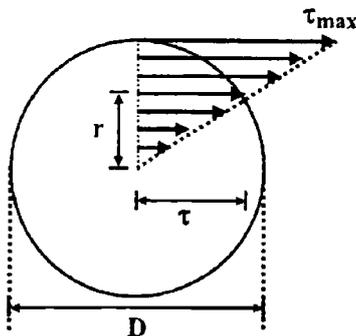
siendo, "D" el diámetro de la barra cilíndrica compacta.

- El momento de inercia polar "I_p" es una caracterización de la geometría de la sección transversal de la barra, mas no tiene un significado físico.

f) Esfuerzo cortante de torsión

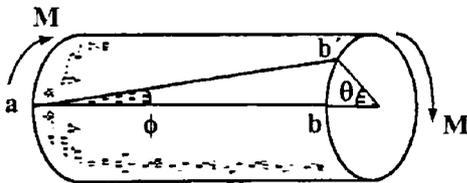
Para una barra cilíndrica hueca o maciza sometido a un momento de torsión "M", el esfuerzo cortante de torsión "τ" a una distancia "r" del centro del eje, viene dado por:

$$\tau = \frac{Mr}{I_p}$$



Esta distribución de tensiones varía desde cero en el centro de la barra compacta hasta un máximo en las fibras exteriores, como se aprecia en la Figura.

g) Deformación por torsión



En la Figura, al aplicársele a la barra cilíndrica el momento de torsión "M" esta gira, pasando la generatriz (recta) de la posición inicial a-b a la final a-b'. El ángulo "φ" medido en radianes, entre las posiciones inicial y final de la generatriz, se define como la deformación por cortante en la superficie de la barra.

h) Módulo de elasticidad en cortante ó de rigidez

Se llama así a la relación entre el esfuerzo cortante "τ" y su deformación "φ", es decir:

$$G = \frac{\tau}{\phi}$$

i) Módulo de rotura

Es la tensión cortante ficticia que se ob

tiene sustituyendo en la ecuación del esfuerzo cortante $\tau = M \cdot r / I_p$, el par máximo M_{\max} que soporta un árbol (barra de sección hueca o compacta) cuando se ensaya a rotura. En este caso se toma para valor de "r" el radio exterior "R" de la barra. Naturalmente, no está justificado el uso de esta fórmula en el punto de rotura, porque ella solo es válida para dentro de la zona de comportamiento elástico lineal del material.

j) Ángulo de torsión relativo

Si una barra cilíndrica de longitud "ℓ" es sometida a un momento de torsión constante "M" a lo largo de su longitud, el ángulo "θ" que un extremo de la barra gira respecto del otro extremo es:

$$\theta = \frac{M \ell}{G I_p}$$

siendo, "I_p" el momento polar de inercia de la sección, y "G" el módulo de rigidez.

- El momento de torsión para que una barra cilíndrica de longitud "ℓ" y radio "R" gire un ángulo "φ" es:

$$M = \frac{\pi G R^4}{2 \ell} \phi$$

siendo, "G" el módulo de rigidez.

k) Endurecimiento por deformación

Si una probeta (cuerpo de ensayo) de material dúctil, como por ejemplo el acero, es cargada dentro de la zona plástica y luego descargada, la deformación elástica se recupera cuando el material retorna a su estado de equilibrio. No obstante, la deformación plástica permanece y como resultado, el material quedará sometido a una deformación permanente.

ℓ) Densidad de energía potencial

La densidad de energía potencial, es decir, la energía por unidad de volumen, de un cilindro deformado por torsión, viene dado por:

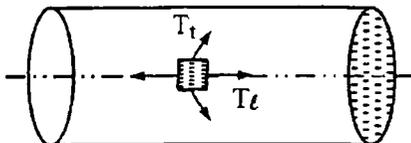
$$w = \frac{E_p}{V} = \frac{M^2 r^2}{2GI_p^2}$$

siendo, "r" la distancia al eje del cilindro, "M" el momento torsor, "I_p" el momento polar de inercia.

4. TENSION EN CILINDROS Y ESFERAS DE PAREDES DELGADAS

a) Naturaleza de las tensiones

Si el cilindro representado está sometido a una presión interior uniforme en las paredes se producen tensiones normales en dos direcciones. Las que actúan en la dirección del eje geométrico del cilindro se llaman axiales o longitudinales (T_ℓ) y las que lo hacen en una dirección perpendicular, tangenciales (T_t).

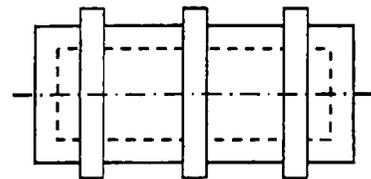


b) Hipótesis

- * Se asume que las tensiones de tracción o compresión en la pared del cilindro o esfera se pueden considerar uniformemente distribuidas en el espesor de la pared.
- * Se asume que las cargas, tensiones y deformaciones en las membranas cilíndricas son simétricas, respecto al eje del cilindro.
- * Se considera que las tensiones y deformaciones en las membranas esféricas son simétricas respecto al centro de la esfera.

c) Limitaciones

La relación del espesor de la pared al radio de curvatura no debe exceder de 0,10 aproximadamente. Además no debe haber discontinuidades en la estructura. El método simplificado que se presenta aquí no permite considerar anillos de refuerzo en las membranas cilíndricas, como los representados en la Figura de abajo, ni da una indicación precisa de las tensiones y deformaciones en la proximidad de las placas de cierre de los extremos en los depósitos de presión cilíndricos. Aun con todo, el método es satisfactorio en muchos casos.



Los problemas tratados se refieren a las tensiones que se producen por una tensión interna que actúa en un cilindro o esfera. Las fórmulas de las diversas tensiones serán correctas si se invierte el sentido de la presión, esto es, si sobre el depósito actúa una presión externa.

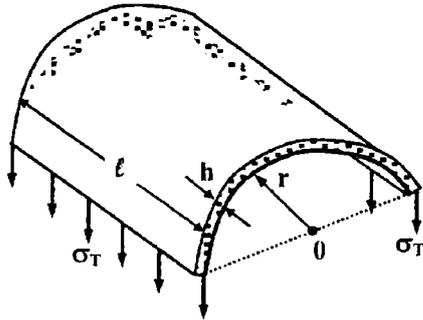
d) Aplicaciones

Ejemplos de cilindros y esferas de paredes delgadas son los tanques y depósitos de almacenamiento de líquidos, tuberías de agua, calderas, cascos submarinos y ciertos componentes de los aeroplanos.

e) Tensiones tangencial y longitudinal en un cilindro delgado.

Consideremos un cilindro hueco de radio interno "r", longitud "ℓ", de paredes delgadas de espesor "h", sometido la superficie interna del cilindro a una presión uniforme "P". Cortemos por la mitad el cilindro, y representemos las

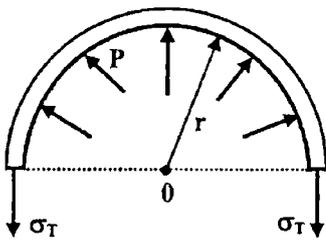
tensiones tangenciales " σ_T ", que actúan sobre los bordes de la mitad de cilindro.



En la Figura, como las componentes horizontales de las fuerzas de presión radiales se anulan entre sí, debido a la simetría que presentan respecto del eje vertical, entonces, de la condición de equilibrio, la tensión tangencial " σ_T " es:

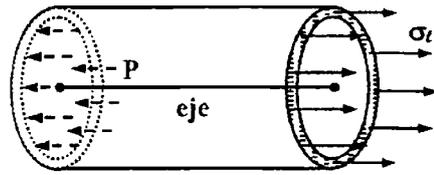
$$\sum \vec{F}_V = -2\sigma_T h \ell + P 2r \ell = 0$$

$$\sigma_T = \frac{Pr}{h}$$



En la ecuación de equilibrio, " $2h\ell$ " es el área de dos franjas rectangulares de la dos " ℓ " y " h ", en tanto, " $2r\ell$ " es el área de un rectángulo de lados " $2r$ " y " ℓ ", que viene a ser, la proyección del área de la mitad de la superficie lateral del cilindro, sobre el plano horizontal.

* Para determinar la tensión longitudinal " σ_ℓ ", consideremos una sección transversal del cilindro en forma de anillo (superficie sombreada), normal al eje geométrico del cilindro, y representemos las fuerzas que actúan.



Luego, en la horizontal aplicando la condición de equilibrio, obtenemos la tensión longitudinal " σ_ℓ ", así:

$$\sum \vec{F}_h = -P \pi r^2 + 2\pi r h \sigma_\ell = 0$$

$$\sigma_\ell = \frac{Pr}{2h}$$

siendo, $\pi r^2 P$ la fuerza de presión que actúa sobre la base cerrada izquierda del cilindro, y $2\pi r h \sigma_\ell$ la fuerza hacia la derecha, que actúa sobre la superficie sombreada.

Ejemplo:

Una tubería de fundición de diámetro interior $D=20$ cm está sometido a una presión interna de $P=140$ N/cm². Hallar el espesor mínimo del tubo para que la tensión no exceda de la de trabajo de 2500 N/cm².

Solución:

- De la fórmula de la tensión en la dirección tangencial, obtenemos el espesor mínimo de la tubería, así:

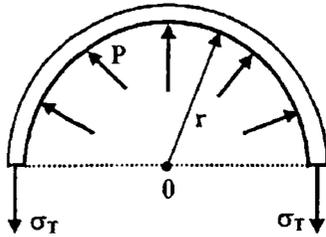
$$\sigma_T = \frac{Pr}{h}$$

$$2500 \text{ N/cm}^{-2} = \frac{(140 \text{ N/cm}^{-2})(10 \text{ cm})}{h}$$

$$\diamond h = 0,56 \text{ cm}$$

- f) Tensión tangencial en una esfera de paredes delgadas.

Consideremos una esfera hueca de radio interno "r", de paredes delgadas de espesor "h", sometido la superficie interna de la esfera a una presión uniforme "P". Cortemos por la mitad la esfera, y representemos las tensiones tangenciales " σ_T ", que actúan sobre los bordes de la mitad de la esfera, y la fuerza de presión.



En la Figura, como las componentes horizontales de las fuerzas de presión radiales se anulan entre si, debido a la simetría que presentan respecto del eje vertical, entonces, de la condición de equilibrio, la tensión tangencial " σ_T " es:

$$\sum \vec{F}_h = \sigma_T 2\pi r h - P \pi r^2 = 0$$

$$\sigma_T = \frac{Pr}{2h}$$

En la ecuación de equilibrio, πr^2 es el área efectiva sobre la cual actúa la presión interna "P", la cual, viene a ser la proyección de la superficie de la mitad de la esfera de radio "r", sobre su base.

Ejemplo:

Un tanque esférico de diámetro D=18 m se utiliza para almacenar gas. La chapa de envuelta es de espesor h=12 mm y la tensión de trabajo del material es $\sigma_T=12500 \text{ N/cm}^2$. Hallar la máxima presión "P" del gas admisible (en N/cm^2)

Solución:

- De la fórmula obtenida anteriormente, obtenemos la presión máxima, así:

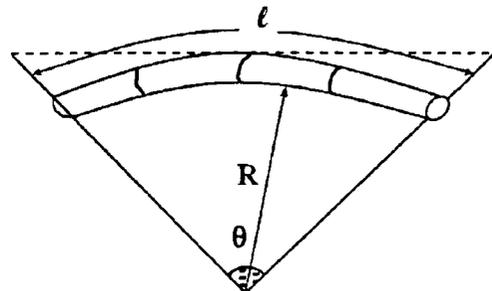
$$\sigma_T = \frac{Pr}{2h}$$

$$12500 \text{ N/cm}^2 = \frac{P(900 \text{ cm})}{(2)(1,2 \text{ cm})}$$

$$\diamond P = 33,3 \text{ N/cm}^2$$

5. FLEXION EN UNA BARRA

En la Figura, al flexionar la barra de longitud " ℓ " y radio "R" ($R \gg \ell$), la parte más lejana al centro de curvatura tiene una longitud mayor que la parte más cercana, es decir, hay partes de la barra que se contraen y otras que se expanden, por tanto, hay fuerzas de tracción y contracción. Entre estas dos, hay una superficie llamada "superficie neutra" que pasa por el centro de gravedad de la superficie transversal, que no modifica su longitud.



En la Figura, el pequeño trozo de barra de longitud " ℓ ", limita un ángulo de circunferencia " θ ", dado por:

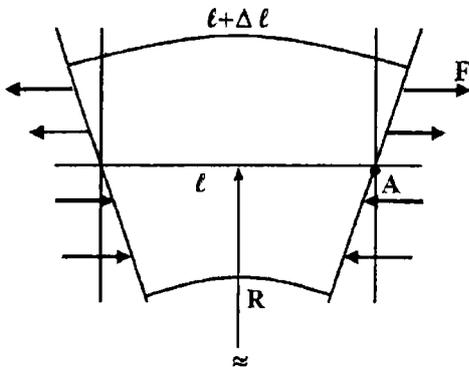
$$\ell = R\theta$$

Tomando como origen de coordenadas la superficie neutra, un elemento de superficie que esta a la distancia "y" por encima de esta, experimenta tracción, en tanto, las que está por debajo experimenta compresión. La deformación podemos expresarla en función de "y", así:

$$\ell + \Delta\ell = (R + y)\theta$$

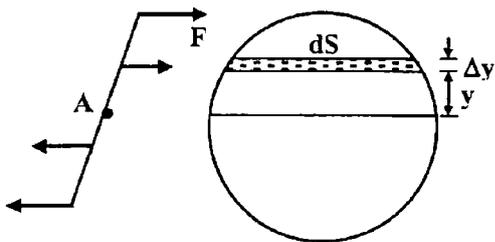
Como, $\ell = R\theta$, entonces:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{y}{R}$$



Ahora, aplicando la ley de Hooke al diferencial de sección de área, tenemos:

$$\frac{dF}{dS} = E \frac{\Delta\ell}{\ell} = E \frac{y}{R}$$



Las fuerzas de tracción y compresión producen un momento sobre la superficie transversal, llamado momento flector "M". Así, por cada elemento de superficie "dS" situada a una altura "y" de la superficie neutra, tenemos un momento, $dM=y.F$, que integrado sobre la sección transversal, obtenemos:

$$M = \int_S y dF = \frac{E}{R} \int_S y^2 dS$$

$$M = \frac{E}{R} I_p$$

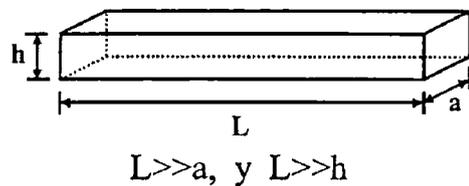
siendo, $I_p = \int_S y^2 dS$, el momento polar de inercia transversal de la barra, respecto de un eje horizontal que pasa por su centro de masa.

- Se necesita aplicar más momento, cuanto mayor es el módulo de Young "E", mayor el momento de inercia polar "I_p", y menor el radio de curvatura "R".

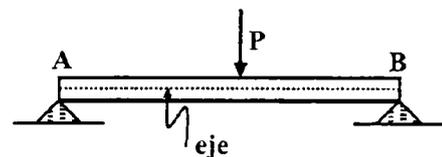
6. TEORIA DE VIGAS

a) Viga

Es una barra cuya longitud "L" predomina sobre sus otras dos dimensiones, el ancho "a" y la altura "h"; por lo cual se representa mediante una línea.



Generalmente una viga está sometida a fuerzas y momentos de fuerza situados en un plano que contiene a su eje longitudinal. Las vigas pueden ser de eje recto, quebrado o curvo (o combinación de estos).



Viga sometida a una carga puntual P, perpendicular a su eje

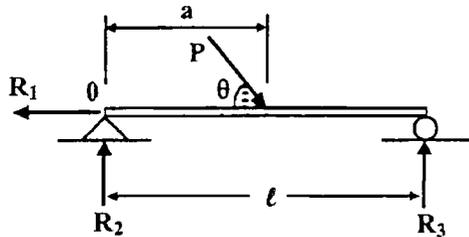
b) Sistema de fuerzas estáticamente determinado

Un sistema de fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo se llaman fuerzas estáticamente determinadas si las magnitudes de ellas se obtienen únicamente

del sistema de ecuaciones correspondientes al equilibrio estático.

Ejemplo:

Las reacciones R_1 , R_2 , R_3 , en la barra que soporta una carga "P", forman un sistema estáticamente determinado, pues las tres incógnitas, se obtienen de las tres ecuaciones del equilibrio estático.



$$\sum \bar{F}_x = 0 \Rightarrow P \cos \theta - R_1 = 0$$

$$\sum \bar{F}_y = 0 \Rightarrow R_3 - P \sin \theta = 0$$

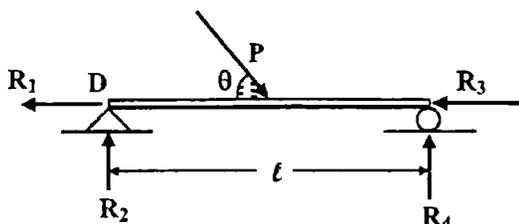
$$\sum \bar{M}_0 = 0 \Rightarrow R_3 \ell - P \sin \theta a = 0$$

c) Sistema de fuerzas estáticamente indeterminados

Se llama así al sistema de fuerzas que actúan sobre un cuerpo, y cuyas magnitudes no pueden determinarse solo por ecuaciones de la estática, porque el número de fuerzas desconocidas es mayor que el número de ecuaciones del equilibrio estático.

Ejemplo:

Las reacciones R_1 , R_2 , R_3 y R_4 en la barra que experimenta la acción de una fuerza "P" forman un sistema de fuerzas estáticamente indeterminado, pues, hay cuatro reacciones desconocidas y solo tres ecuaciones del equilibrio estático.

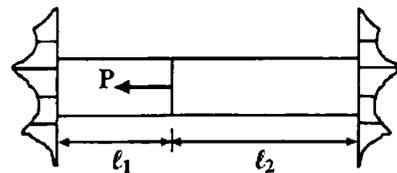


d) Método de deformaciones

Este método que utiliza las deformaciones. Consiste en escribir primero todas las ecuaciones del equilibrio estático correspondiente al mismo y luego suplementarlas con otras basadas en las deformaciones de la estructura. Se escribe el número suficiente de ecuaciones sobre las deformaciones para que el total, junto con las de estática, sea igual al número de fuerzas desconocidas que intervienen.

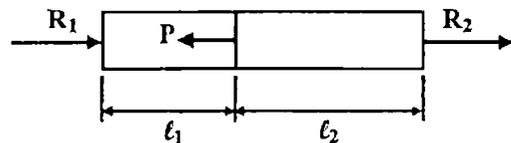
Ejemplo:

A la barra mostrada de sección constante y que está sujeta rígidamente a las paredes, se aplica una carga "P" a la distancia " ℓ_1 " del extremo izquierdo. Hallar las reacciones de las paredes sobre la barra.



Solución:

- Las fuerzas que actúan sobre la barra, son: la fuerza aplicada P y las reacciones R_1 y R_2 de los muros.



En este caso, la única ecuación de equilibrio estático es:

$$F_h = R_1 - P + R_2 = 0 \quad (1)$$

Como esta ecuación contiene dos incógnitas R_1 y R_2 , el problema es estáticamente indeterminado, por lo que, es necesario plantear otra ecuación basada en la deformación de la barra.

- Ahora, como el acortamiento de ℓ_1 es igual al alargamiento de ℓ_2 , entonces de la ley de Hooke $\delta\ell = F\ell/A.E$, tenemos:

$$\frac{R_1\ell_1}{A.E} = \frac{R_2\ell_2}{A.E} \quad (2)$$

siendo, "A" el área de la sección transversal de la barra, y "E"

Resolviendo (1) y (2), para R_1 y R_2 :

$$R_1 = \frac{\ell_2 P}{\ell_1 + \ell_2} \quad \text{y} \quad R_2 = \frac{\ell_1 P}{\ell_1 + \ell_2}$$

Sustituyendo R_1 y R_2 en la ecuación de Young, obtenemos el acortamiento $\delta\ell_1$ y el alargamiento $\delta\ell_2$, así:

$$\delta\ell_1 = -\frac{R_1\ell_1}{A.E} = -\frac{\ell_1\ell_2 P}{(\ell_1 + \ell_2)A.E}$$

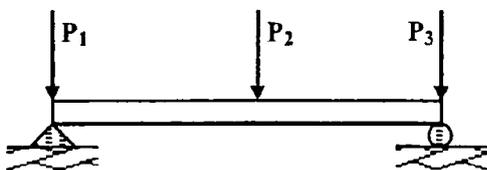
$$\delta\ell_2 = \frac{R_2\ell_2}{A.E} = \frac{\ell_1\ell_2 P}{(\ell_1 + \ell_2)A.E}$$

De aquí, concluimos que la longitud a cortada de " ℓ_1 " es igual a la longitud a largada de " ℓ_2 ", esto es:

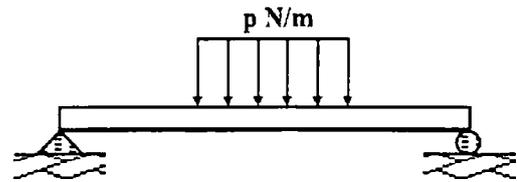
$$\delta\ell_1 = -\delta\ell_2$$

e) Cargas repartidas uniformemente

Las cargas comúnmente aplicadas a una viga pueden consistir en fuerzas aisladas (aplicadas en un punto), cargas uniformemente repartidas, en cuyo caso se expresa la magnitud por cierto número de newtons por metro de longitud de viga.



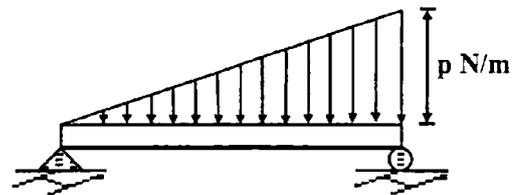
Fuerzas aisladas aplicadas en tres puntos diferentes



Carga uniformemente repartida

f) Cargas variables repartidas uniformemente

Las cargas que actúan sobre una viga, también pueden ser variables repartidas uniformemente, como se muestra a continuación.

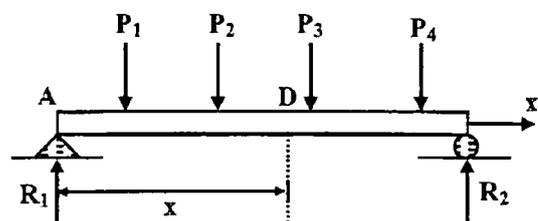


Una viga puede estar cargada también por un par aplicado a ella. La magnitud del par se suele expresar en N.m o N.cm.

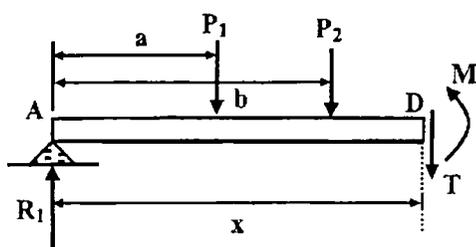
a) Fuerzas internas

Cuando una viga está cargada con fuerzas y pares, en la barra se producen tensiones internas. En general, existen tensiones normales y cortantes. Para determinar su magnitud en cada sección se necesita conocer la fuerza y el momento resultante que actúan en dicha sección, que pueden hallarse aplicando las ecuaciones del equilibrio estático.

- Consideremos por ejemplo, una viga simplemente apoyada sometida a cuatro cargas puntuales.



Para determinar la tensión interna en la sección D, situada a la distancia "x" del extremo izquierdo de la viga, hacemos un corte a la viga en D y obviamos la parte derecha de esta sección. Con esto, representemos las fuerzas que actúan sobre el trozo de barra AD, así:



La fuerza "T" y el par "M" mantienen la parte izquierda de la barra en equilibrio bajo la acción de las fuerzas R_1 , P_1 , P_2 . La fuerza cortante vertical "T" y el par "M" se toman positivos, para los sentidos indicados en la Figura.

g) Cortante resistente

La fuerza vertical \bar{T} que ejerce el trozo a la derecha de D sobre el trozo a la izquierda de D, se llama cortante resistente en la sección D. Para que exista equilibrio de fuerzas en la dirección vertical, se debe cumplir que:

$$\sum \bar{F}_V = 0$$

$$R_1 - P_1 - P_2 - T = 0$$

$$T = R_1 - P_1 - P_2$$

Esta fuerza \bar{T} es en realidad la resultante de las tensiones cortantes repartidas en la sección vertical D.

h) Esfuerzo cortante

La suma algebraica de todas las fuerzas verticales situadas a un lado, por ejemplo, el izquierdo, de la sección D se llama esfuerzo cortante en esa sección, se

representa por:

$$R_1 - P_1 - P_2$$

Para las cargas anteriores. El esfuerzo cortante es de sentido opuesto y de la misma magnitud que el cortante resistente. Generalmente se le representa por T. Se acostumbra usar en los cálculos en lugar del cortante resistente.

i) Momento resistente

El par "M" representado en la Figura anterior, se llama momento resistente en la sección D. La magnitud de \bar{M} puede hallarse utilizando la ecuación de equilibrio de la estática que expresa que la suma de los momentos de todas las fuerzas respecto a un eje que pasa por D y es perpendicular al plano del papel, es cero, esto es:

$$\sum \bar{M}_0 = 0$$

$$M - R_1 x + P_1(x - a) + P_2(x - b) = 0$$

$$M = R_1 x - P_1(x - a) - P_2(x - b)$$

Por tanto, el momento resistente \bar{M} es el producido en D por los momentos de la reacción en A y las fuerzas aplicadas P_1 , P_2 . \bar{M} es el par resultante debido a las tensiones repartidas en la sección vertical D. Estas tensiones actúan en dirección horizontal y son tracciones en ciertas zonas de la sección y compresiones en otras.

j) Momento flector

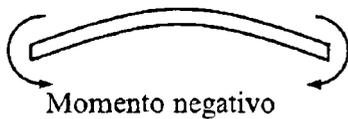
La suma algebraica de los momentos de las fuerzas exteriores situadas a un lado de la sección D, respecto a un eje que pasa por D, se llama momento flector en D, este momento es:

$$R_1x - P_1(x - a) - P_2(x - b)$$

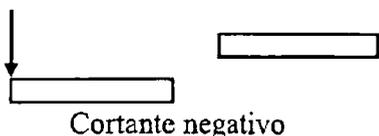
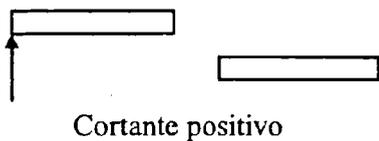
para las cargas consideradas anteriormente. El momento flector es, pues, de sentido opuesto al momento resistente y de la misma magnitud. Se acostumbra representar también por \bar{M} . Normalmente se usa en los cálculos el momento flector en lugar del momento resistente, porque se puede expresar directamente en función de las cargas exteriores.

k) Convención de signos

El acuerdo más conocido de los signos para el esfuerzo cortante y momento flector son:



Así, una fuerza que tiende a flexar la viga de modo que la concavidad esté hacia arriba, se dice que produce un momento flector positivo.



Una fuerza que tiende a cortar la parte izquierda de la viga hacia arriba respecto a la parte derecha, se dice que produce un esfuerzo cortante positivo.

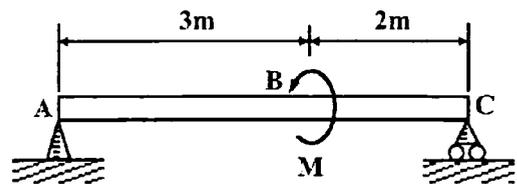
- Un método más sencillo para determinar

el signo algebraico del momento flector en una sección cualquiera es considerar que las fuerzas exteriores dirigidas hacia arriba producen momentos flectores positivos y las dirigidas hacia abajo, momentos negativos.

Ejemplo:

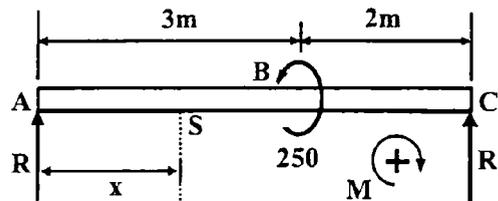
La viga simplemente apoyada está sometida al par de $M=250 \text{ N}\cdot\text{m}$. Trazar:

- I) El diagrama del esfuerzo cortante.
- II) El diagrama del momento flector.



Solución:

- La viga está sometida a un par, y la única forma de que se establezca el equilibrio es que las reacciones en los apoyos A y C formen un par:



Luego, tomando momentos respecto de A, e igualando a cero, obtenemos la reacción R, así:

$$-5R + 250 = 0 \Rightarrow R = 50 \text{ N}$$

Las ecuaciones del esfuerzo cortante, momento flector, y sus valores en los extremos de cada uno de los tramos de la viga, son:

- * Tramo AB, para $0 < x < 3 \text{ m}$.

$$T = 50 \text{ N}, \quad M = 50x \text{ N}\cdot\text{m}$$

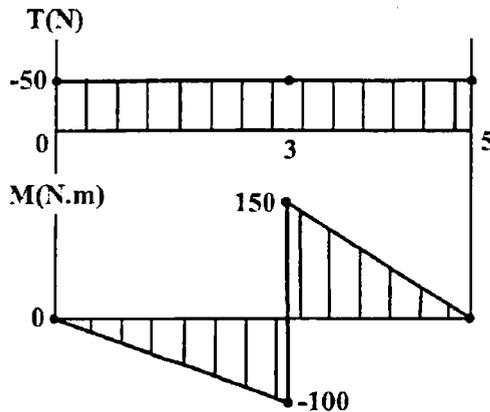
$$M_A = 0, \quad M_B = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$$

* Tramo BC, para $3\text{m} < x < 5\text{m}$.

$$T = 50\text{N}, \quad M = 50x - 250\text{N.m}$$

$$M_B = -100\text{N.m}, \quad M_C = 0.$$

Con esto, tracemos el diagrama de cortante "T", y momento flector "M".



$$T = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Para una región en forma de octaedro con caras paralelas a los ejes de coordenadas cartesianas rectangulares situado en el interior un sólido elástico tensionado las componentes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} expresan los cambios de longitud en las tres direcciones, pero que no distorsionan los ángulos del octaedro, en tanto, que las componentes σ_{xy} , σ_{yz} y σ_{zx} están relacionadas con la distorsión angular que convertirá al octaedro en un paralelepípedo.

7. TEORIA GENERAL DE LA ELASTICIDAD

En la mecánica de sólidos deformables e lásticos la distribución de esfuerzos es mucho más compleja que en un resorte o una barra estirada o comprimida, según su longitud (eje). La deformación en el caso más general se describe mediante un tensor de deformaciones en tanto que los esfuerzos internos en el material se representan con un tensor de esfuerzos.

a) Tensor de esfuerzos

El esfuerzo en un punto se define como el límite de la fuerza aplicada sobre una pequeña región sobre un plano \mathcal{P} que contenga al punto, dividida por el área de la región, es decir, el esfuerzo es la fuerza aplicada por unidad de superficie y depende del punto elegido, del estado tensional del sólido y de la orientación del plano escogido para calcular el límite. El tensor de esfuerzos expresada en una base vectorial ortogonal, viene dado por:

b) Esfuerzo de deformación

En la teoría de la elasticidad dada la pequeñez de las deformaciones es una condición necesaria para poder asegurar que existe una relación lineal entre los desplazamientos y la deformación. Bajo estas condiciones la deformación puede representarse adecuadamente mediante el tensor de deformación, así:

$$D = \begin{pmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \xi_{13} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \xi_{23} \\ \xi_{31} & \xi_{32} & \xi_{33} \end{pmatrix}$$

Donde cada una de las componentes están linealmente relacionadas con los desplazamientos mediante la siguiente ecuación:

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

c) Ecuaciones de equilibrio

Cuando las deformaciones no cambian con el tiempo, el campo de esfuerzos da

do por el tensor de esfuerzos representa un estado de equilibrio con las fuerzas de volumen $b = (b_x, b_y, b_z)$ en todo punto del volumen, lo cual implica que el campo de esfuerzos satisface estas condiciones de equilibrio, la cual, viene dada por

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + b_x = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + b_y = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z = 0$$

d) Condiciones de contorno

Se llama así a la relación que existe entre la normal $\hat{n} = (n_x, n_y, n_z)$ exterior a la superficie del sólido con las fuerzas por unidad de superficie $f = (f_x, f_y, f_z)$ que actúan en el mismo punto de la superficie, esta relación viene dada por

$$\sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z = f_x$$

$$\sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z = f_y$$

$$\sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z = f_z$$

e) Ley general de Hooke

La ley general de Hooke relaciona los tensores de deformación "D" y esfuerzos "T", mediante la llamada ecuación constitutiva, la cual, caracterizan el comportamiento de un sólido elástico lineal, esta ecuación tiene la forma:

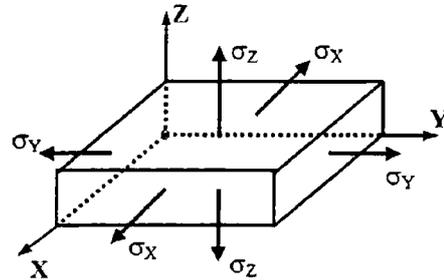
$$\sigma_{ij} = \sum_{h\ell} C_{ijk\ell} \xi_{k\ell}$$

Caso unidimensional

En el caso de un problema unidimensional donde las deformaciones o esfuerzos perpendiculares a una dirección dada (e

je del cuerpo) son irrelevantes, se tiene que: $\sigma = \sigma_{11}$, $\xi = \xi_{11}$, C_{11} , y la ecuación de Hooke generalizada, se reduce a:

$$\sigma = \xi E$$



siendo "E" el módulo de Young.

Caso tridimensional isótropo

Para caracterizar el comportamiento de un sólido elástico lineal e isótropo se requieren además del módulo de Young otra constante elástica, llamado coeficiente de Poisson " μ ". Por otro lado, las ecuaciones de Hooke para un sólido elástico lineal e isótropo pueden deducirse del teorema de Rivlin-Ericksen, que se expresan en la forma:

$$\xi_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \mu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]$$

$$\xi_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})]$$

$$\xi_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \mu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})],$$

f) Viscoelasticidad

Se llama así, al tipo de comportamiento reológico que presentan los materiales que tienen tanto propiedades viscosas como elásticas, cuando se deforman.

Físicamente las propiedades elásticas resulta del desplazamiento ligero que experimentan los átomos respecto de su posición de equilibrio, a lo largo de los planos cristalográficos.

PROBLEMAS PROPUESTOS

01. ¿Qué diámetro mínimo debe tener un cable de acero de esfuerzo de rotura igual a $\sigma_r = 7,85 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ para soportar una carga de peso $W = 9,86 \cdot 10^3 \text{ N}$?
- a) 1 mm b) 2 mm c) 3 mm d) 4 mm e) 5 mm
02. Del extremo de un cable de acero de longitud $\ell = 4 \text{ m}$, sección transversal de diámetro $D = 2 \text{ mm}$, y módulo de Young $E = 2,16 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ se cuelga un hombre de peso $W = 686 \text{ N}$. Hallar la deformación en la longitud del cable.
- a) 1 mm b) 2 mm c) 3 mm d) 4 mm e) 5 mm
03. ¿En cuánto debe aumentarse el radio "R" de la sección transversal de un alambre de acero, tal que, pueda soportar 4 veces la tensión máxima inicial?
- a) R/2 b) R/4 c) R d) 2R e) 4R
04. El coeficiente de compresibilidad del agua es $44 \cdot 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$. Hallar la disminución del volumen de 100 cm^3 de agua al someterla a una presión de 150 atm.
- a) $0,60 \text{ cm}^3$ b) $0,62 \text{ cm}^3$ c) $0,64 \text{ cm}^3$ d) $0,66 \text{ cm}^3$ e) $0,68 \text{ cm}^3$
05. A un alambre de cobre de área de sección transversal $A = 1,5 \text{ mm}^2$ se le aplica una tracción de $F = 44 \text{ N}$, produciéndose una deformación permanente. Hallar el esfuerzo de rotura " σ_r " del alambre. ($M = 10^6$)
- a) 21 MN/m^2 b) 23 MN/m^2 c) 25 MN/m^2 d) 27 MN/m^2 e) 29 MN/m^2
06. Un alambre de cobre de longitud $\ell = 10 \text{ m}$, densidad $\rho = 8,6 \text{ g/cm}^3$ y módulo de Young $E = 11,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ se cuelga verticalmente, hallar la deformación en su longitud, debido a su propio peso. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $\mu = 10^{-6}$)
- a) $30 \mu\text{m}$ b) $32 \mu\text{m}$ c) $34 \mu\text{m}$ d) $36 \mu\text{m}$ e) $38 \mu\text{m}$
07. Hallar la longitud que tendrá un alambre de cobre de densidad $\rho = 8,6 \text{ g/cm}^3$ y esfuerzo de rotura $\sigma_r = 2,45 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ que colgado verticalmente comience a romperse por su propio peso. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,7 km b) 2,7 km c) 3,7 km d) 4,7 km e) 5,7 km
08. A dos caras opuestas de un cubo compacto de acero de lados $a = 25 \text{ cm}$ y módulo de rigidez $G = 8,2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ se aplican fuerzas de extensión opuestas de $F = 4\,900 \text{ N}$ cada una. Hallar el ángulo de cizalla.
- a) $1 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$ b) $3 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$ c) $5 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$ d) $7 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$ e) $9 \cdot 10^{-7} \text{ rad}$
09. A dos caras opuestas de un cubo compacto de acero de lados $a = 25 \text{ cm}$ y módulo de ciza

- Una barra de acero con $G=8,2 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ se aplican fuerzas de extensión opuestas de $F=4900 \text{ N}$ cada una. Hallar el desplazamiento relativo "s".
- a) $12 \mu\text{cm}$ b) $16 \mu\text{cm}$ c) $20 \mu\text{cm}$ d) $24 \mu\text{cm}$ e) $28 \mu\text{cm}$
10. Cierta barra de metal se calienta desde $T_0=0^\circ\text{C}$ hasta $T=500^\circ\text{C}$ disminuyendo su densidad 1,027 veces. Hallar el coeficiente de dilatación térmica de este metal. ($\mu = 10^{-6}$)
- a) $11,5 \mu^\circ\text{C}^{-1}$ b) $13,5 \mu^\circ\text{C}^{-1}$ c) $15,5 \mu^\circ\text{C}^{-1}$ d) $17,5 \mu^\circ\text{C}^{-1}$ e) $19,5 \mu^\circ\text{C}^{-1}$
11. Al elevar verticalmente un bloque de peso $W=10^4 \text{ N}$ con un cable de longitud $\ell=2 \text{ m}$, área de sección $A=0,1 \text{ cm}^2$ y módulo de Young $E=2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, este experimenta un alargamiento de $\Delta\ell=14 \text{ mm}$. Hallar la aceleración con la que se elevó el bloque. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1 m/s^2 b) 2 m/s^2 c) 3 m/s^2 d) 4 m/s^2 e) 5 m/s^2
12. ¿En cuánto se comprime la columna de una catedral de altura $h=30 \text{ m}$, densidad $\rho=2,7 \text{ g/cm}^3$ y módulo de Young $E=10^{11} \text{ N/m}^2$, debido a su propio peso? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $0,12 \text{ mm}$ b) $0,16 \text{ mm}$ c) $0,20 \text{ mm}$ d) $0,24 \text{ mm}$ e) $0,28 \text{ mm}$
13. Una cadena larga de bolas, unidas por resortes de constante elástica $k=200 \text{ N/m}$ se estira por un extremo con una fuerza de $F=2 \text{ N}$. El otro extremo de la cadena está fijo. Hallar el alargamiento de los resortes y el desplazamiento de la n-ésima bola. ($n=5$).
- a) $1 \text{ cm}; 5 \text{ cm}$ b) $1 \text{ cm}; 4 \text{ cm}$ c) $1 \text{ cm}; 3 \text{ cm}$ d) $0,5 \text{ cm}; 4 \text{ cm}$ e) $0,5 \text{ cm}; 0$
14. Las uniones de los rieles de tren se sueldan a la temperatura de 10°C . ¿Qué tensión aparecen en ellos al cambiar la temperatura a -30°C ? ($\alpha=1,25 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$; $E=2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$)
- a) $1 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ b) $2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ c) $3 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ d) $4 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ e) $5 \cdot 10^8 \text{ Pa}$
15. Un alambre de acero de longitud $\ell=5 \text{ m}$, área de sección recta $A=0,04 \text{ cm}^2$ y módulo de Young $E=2,46 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ está suspendido en la vertical. En su extremo inferior se le cuelga un bloque de peso $W=2 \text{ N}$ efectuando oscilaciones verticales. Hallar el período de estas oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)
- a) 10 ms b) 20 ms c) 30 ms d) 40 ms e) 50 ms
16. En una barra de acero de radio $R=100,125 \text{ cm}$ fue ubicado un anillo de cobre de radio $r=100 \text{ cm}$ y área de la sección transversal $A=4 \text{ mm}^2$. ¿Con qué fuerza será ensanchado el anillo, si el módulo de Young del cobre es $E=12 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$?
- a) 400 N b) 450 N c) 500 N d) 550 N e) 600 N
17. Dos barras de hierro y cobre (2) de longitudes $\ell_1=20 \text{ cm}$, $\ell_2=30 \text{ cm}$ y áreas de secciones transversales iguales a $A=4 \text{ cm}^2$ se encuentran unidas entre dos paredes fijas. Si las barras se calientan en $\Delta T=200^\circ\text{C}$, hallar la magnitud de la fuerza de compresión entre ellas. ($\alpha_1=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E_1=19,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\alpha_2=1,6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $E_2=19,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$)
- a) 100 kN b) 120 kN c) 140 kN d) 160 kN e) 180 kN

18. Un alambre de cobre (1) y otro de acero (2) de longitudes $\ell_1=8$ cm , $\ell_2=4$ cm, secciones transversales iguales, y módulos de Young $E_1=11,8 \cdot 10^{10}$ N/m², $E_2=21,6 \cdot 10^{10}$ N/m² se someten por separado a una misma tracción. Hallar la razón de las deformaciones en sus longitudes $\Delta\ell_1/\Delta\ell_2$.
- a) 2,5 b) 2,8 c) 3,1 d) 3,4 e) 3,7
19. En los extremos de una barra de sección transversal "A" actúan dos fuerzas de tracción de igual magnitud y opuestas. Hallar la razón (σ_n/σ) siendo σ , σ_n los esfuerzos a las superficies transversal y a la superficie que forma 53° con esta.
- a) 16/25 b) 9/25 c) 9/16 d) 16/9 e) 25/16
20. Una manguera de jébe de longitud $\ell_0=50$ cm, radio interior $R_0=5$ mm, y coeficiente de Poisson $\mu=0,5$ se estira una longitud $\Delta\ell=10$ cm. Hallar el radio interior de la manguera deformada.
- a) 3,0 mm b) 3,5 mm c) 4,0 mm d) 2,5 mm e) 4,5 mm
21. Dos cables, uno de aluminio de densidad $\rho_1=2,7$ g/cm³, área de sección $A_1=2$ cm², longitud $\ell_1=2$ m, módulo de Young $E_1=70$ GPa, y otro de acero de densidad $\rho_2=7,8$ g/cm³, área de sección $A_2=2$ cm², longitud $\ell_2=3$ m, módulo de Young $E_2=200$ GPa se unen rígidamente por sus extremos. El extremo superior del cable de aluminio se ubica en el techo y el extremo inferior del cable de acero sostiene una carga de peso $W=400$ N. Hallar la deformación total en la longitud del sistema de cables. ($g=10$ m/s²)
- a) 90,4 μ m b) 92,4 μ m c) 94,4 μ m d) 96,4 μ m e) 98,4 μ m
22. Una cinta de acero de longitud $\ell=25$ m, tiene una sección rectangular de lados $a=6$ mm, $b=0,8$ mm, y módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^6$ N/cm², sostiene verticalmente una carga de peso $W=6$ N. Hallar el alargamiento (en mm) que experimenta el cable.
- a) 0,116 b) 0,136 c) 0,156 d) 0,176 e) 0,196
23. Con un cable de sección de diámetro $D=6$ mm, longitud $\ell=150$ m, peso específico $\gamma=0,0078$ N/cm³, y módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^6$ N/cm², se eleva una carga de peso $P=200$ N. Hallar el alargamiento total del cable.
- a) 5,02 cm b) 5,22 cm c) 5,42 cm d) 5,62 cm e) 5,82 cm
24. Dos cables el primero de acero y el segundo de cobre de áreas de secciones $A_1=3$ cm² y $A_2=1$ cm², sostienen dos bloques por separado. ¿Cuál es la razón $W_1/W_2=?$ de los pesos máximos de los bloques, que pueden sostener los cables?. ($\sigma_1=0,6$ GPa, $\sigma_2=0,3$ GPa)
- a) 1 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8
25. Un cable recto de aluminio de longitud $\ell=30$ m está sometido a una tensión de tracción de 7000 N/cm², su módulo de Young es $E=7 \cdot 10^6$ N/cm², coeficiente de dilatación térmica lineal $\alpha=21,6 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹.

I) Hallar el alargamiento total que experimenta el cable.

- a) 1,0 cm b) 1,5 cm c) 2,0 cm d) 2,5 cm e) 3,0 cm

II) ¿Qué cambio de temperatura produce este alargamiento?

- a) 40 °C b) 42 °C c) 44 °C d) 46 °C e) 48 °C

26. En la Fig.01, las barras A (acero), B (bronce) de densidades $\rho_A=0,0078 \text{ kg/cm}^3$, $\rho_B=0,008 \text{ kg/cm}^3$, longitudes $\ell_A=10 \text{ m}$, $\ell_B=6 \text{ m}$, áreas de sección $A_A=60 \text{ cm}^2$, $A_B=50 \text{ cm}^2$, módulo de Young $E_A=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, $E_B=9 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ están unidas rígidamente y soportan una carga de peso $P=5 \text{ kN}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la tensión máxima (en N/cm^2) en la barra de bronce.

- a) 140 b) 142 c) 144 d) 146 e) 148

II) Hallar la tensión máxima (en N/cm^2) en la barra de acero.

- a) 201,0 b) 201,3 c) 201,6 d) 201,9 e) 202,2

III) Hallar la tensión mínima (en N/cm^2) en el sistema de barras.

- a) 90 b) 95 c) 100 d) 105 e) 110

27. En la Fig.02, la barra homogénea de cobre de longitud $\ell=150 \text{ cm}$, área de sección $A=15 \text{ cm}^2$, módulo de Young $E=1,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, coeficiente de dilatación $\alpha=16 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, está unida rígidamente a las paredes. A la temperatura de $T_0=25 \text{ }^\circ\text{C}$ la varilla no presenta tensiones. Hallar la tensión en la barra, cuando la temperatura desciende a $T=10 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 39,2 kN b) 39,6 kN c) 40,0 kN d) 40,4 kN e) 40,8 kN

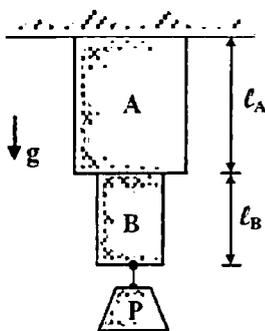


Fig.01

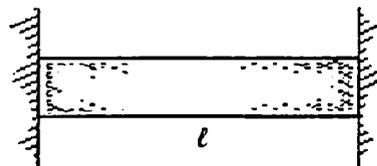


Fig.02

28. Una barra de longitud $\ell=4 \text{ m}$, área de sección $A=6 \text{ cm}^2$, esta sometida a tracción axial. Si el alargamiento total es $\Delta\ell=0,40 \text{ cm}$ bajo una carga de $F=126 \text{ 000 N}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar el módulo de elasticidad del material (en 10^7 N/cm^2)

- a) 2,1 b) 2,4 c) 2,7 d) 3,0 e) 3,3

II) ¿De qué material se trata?

- a) aluminio b) cobre c) bronce d) acero e) plata

29. ¿De qué altura se puede construir un muro vertical de hormigón de densidad $\rho=2,2 \text{ g/cm}^3$, de resistencia de rotura $\sigma_r=1760 \text{ N/cm}^2$, si se emplea un coeficiente de seguridad de 4? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 180 m b) 185 m c) 190 m d) 195 m e) 200 m

30. Una varilla maciza de acero, de sección de diámetro $D=6 \text{ mm}$, longitud $\ell_1=40 \text{ cm}$, módulo de Young $E_1=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ está rígidamente unida al extremo de una barra cuadrada de bronce de lado $a=2 \text{ cm}$, longitud $\ell_2=30 \text{ cm}$, módulo de Young $E_2=9,5 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$. Se aplica una fuerza de tracción axial de $F=5 \text{ kN}$ en cada extremo. Hallar el alargamiento total del sistema.

- a) 0,316 mm b) 0,336 mm c) 0,356 mm d) 0,376 mm e) 0,396 mm

31. A un cilindro circular recto hueco, de diámetros exterior $D=7,5 \text{ cm}$, interior $r=6 \text{ cm}$, módulo de Young $E=1,05 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, se le carga con una fuerza axial de compresión de $F=5 \cdot 10^4 \text{ N}$.

I) Hallar la tensión normal (en kN/cm^2) bajo esa carga.

- a) 3,104 b) 3,124 c) 3,144 d) 3,164 e) 3,184

II) Hallar el acortamiento total que experimenta la longitud de $\ell=50 \text{ cm}$ de la varilla.

- a) 0,141 mm b) 0,143 mm c) 0,145 mm d) 0,147 mm e) 0,149 mm

32. En la Fig.03, el péndulo de alambre de longitud $\ell=2 \text{ m}$, diámetro de sección $D=0,10 \text{ cm}$, módulo de Young $E=1,89 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, tiene en su extremo inferior una esfera de masa $m=30 \text{ kg}$, radio $a=10 \text{ cm}$. La distancia del punto de suspensión del péndulo al suelo es $d=2,21 \text{ m}$. ¿Para que velocidad en la posición inferior, el péndulo pasa rozando con el suelo? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 5,18 m/s b) 5,38 m/s c) 5,58 m/s d) 5,78 m/s e) 5,98 m/s

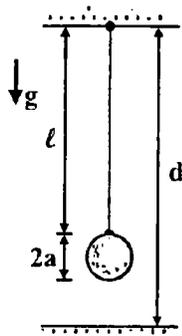


Fig.03

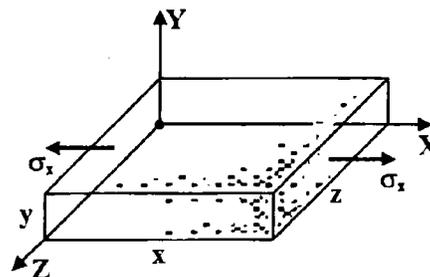


Fig.04

33. En la Fig.04, en el elemento de lados x, y y z , la tensión " σ_x ", puede producir contracción lateral libremente en otra dirección (z), pero esta impedida en la dirección (y).

I) Hallar el módulo de elasticidad efectivo en la dirección z .

II) Hallar el valor efectivo de la relación de Poisson.

34. En la Fig.05, las dos barras de acero AB y BC de módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ y límite elástico de $4,2 \cdot 10^4 \text{ N/cm}^2$ están articuladas en A, B, C y soportan la carga de $F=3 \cdot 10^5 \text{ N}$. Los coeficientes de seguridad son: 2 para los elementos de tracción y 3,5 para los de compresión. ($a=312 \text{ cm}$, $b=360 \text{ cm}$)

I) Hallar la tensión (en kN/cm^2) de trabajo sobre la barra AB.

- a) 21 b) 23 c) 25 d) 27 e) 29

II) Hallar la tensión (en kN/cm^2) de trabajo sobre la barra BC.

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

III) Hallar el área (en cm^2) de la sección de la barra AB.

- a) 24,1 b) 24,3 c) 24,5 cm^2 d) 24,7 e) 24,9

IV) Hallar el área (en cm^2) de la sección de la barra BC.

- a) 50,0 b) 50,2 c) 50,4 d) 50,6 e) 50,8

V) Hallar la deformación de la longitud (en cm) de la barra AB.

- a) 0,31 b) 0,34 c) 0,37 d) 0,40 e) 0,43

VI) Hallar la deformación de la longitud (en cm) de la barra BC.

- a) 0,10 b) 0,15 c) 0,20 d) 0,25 e) 0,30

35. En la Fig.06, en el extremo inferior de la barra de acero de sección uniforme de área $A=6 \text{ cm}^2$, módulo de elasticidad $E=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ suspendida verticalmente, soporta cargas de 10 kN en A, 15 kN en B, y 25 kN en C, respectivamente. Hallar el alargamiento total que experimenta la barra. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\mu=10^{-6}$)

- a) 500 μm b) 502 μm c) 504 μm d) 506 μm e) 508 μm

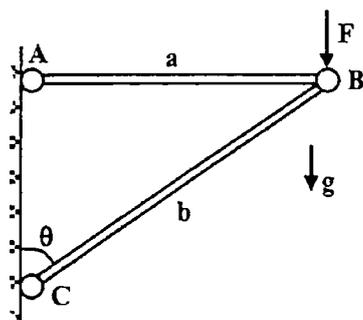


Fig.05

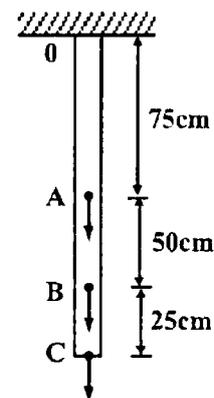


Fig.06

36. Los raíles de ferrocarril de acero de longitud $\ell_0=12 \text{ m}$, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7$

N/cm^2 , coeficiente de dilatación térmica $\alpha=11 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, están colocados con sus extremos contiguos, separados por una distancia de $d=3 \text{ mm}$, a la temperatura de $T_0=15 \text{ }^\circ\text{C}$.

I) Hallar la distancia de separación entre los raíles a la temperatura de $T=-24 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 8,108 mm b) 8,128 mm c) 8,148 mm d) 8,168 mm e) 8,188 mm

II) ¿A qué temperatura estarán en contacto los raíles de ferrocarril?

- a) 37,1 $^\circ\text{C}$ b) 37,3 $^\circ\text{C}$ c) 37,5 $^\circ\text{C}$ d) 37,7 $^\circ\text{C}$ e) 37,9 $^\circ\text{C}$

III) Hallar la tensión de compresión en dos raíles, cuando la temperatura es de $45 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 1656 N/cm^2 b) 1666 N/cm^2 c) 1676 N/cm^2 d) 1686 N/cm^2 e) 1696 N/cm^2

37. En la Fig.07, la compuerta vertical rígida AB, de forma rectangular de altura $H=54 \text{ cm}$ y ancho $a=3 \text{ m}$, esta sometida a la presión de un líquido de densidad $\rho_L = 1 \text{ g/cm}^3$. En C hay sujeta una barra de acero de longitud $\ell=7,5 \text{ m}$, área de sección $A=3 \text{ cm}^2$, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, para sujetarla a la pared en D. Hallar el desplazamiento horizontal que experimenta el punto B. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,319 mm b) 0,349 mm c) 0,379 mm d) 0,409 mm e) 0,439 mm

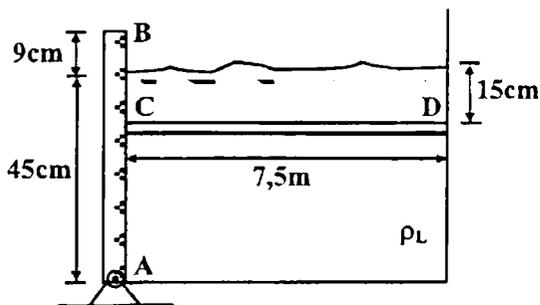


Fig.07

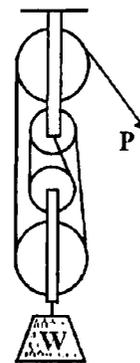


Fig.08

38. En la Fig.08, la cadena del polipasto soporta una carga de $W=1000 \text{ N}$, y tiene un factor de seguridad de 4. Hallar el diámetro de los eslabones de la cadena, sabiendo que el esfuerzo de rotura de la cadena es $\sigma_r=50 \text{ N/mm}^2$.

- a) 3,17 mm b) 3,37 mm c) 3,57 mm d) 3,77 mm e) 3,97 mm

39. Un cubo homogéneo de lados $a=10 \text{ cm}$, módulo de Young $E=2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$, que se encuentra en el espacio donde la presión es de $P=20 \text{ N/m}^2$, disminuye su volumen en $1/10^5$ veces. ¿Cuál es el valor del coeficiente de Poisson?

- a) 1/2 b) 2/3 c) 3/4 d) 1/3 e) 3/5

40. Sobre un paralelepípedo rectangular de lados "a", "b", "c" actúan fuerzas normales " F_a ", " F_b ", " F_c ", paralelas a las aristas. ¿Para qué relación entre las fuerzas y los lados, el volumen del paralelepípedo no cambia?

41. En la Fig.09, se aplican fuerzas de compresión a dos caras opuestas del bloque rectangular de volumen " V_0 ". La disminución relativa del volumen es de 0,0005 y la disminución relativa de la longitud del bloque es de 0,001. Hallar el coeficiente de Poisson del material del bloque.
- a) 0,10 b) 0,15 c) 0,20 d) 0,25 e) 0,30
42. Un alambre vertical de cierto material de longitud $\ell=4$ m, diámetro $D=2,5$ mm, módulo de Young $E=130$ GPa, y coeficiente de Poisson $\mu=0,4$, sostiene una carga de peso $W=500$ N
- I) Hallar la variación en la longitud del alambre.
- a) 31,14 μm b) 31,34 μm c) 31,54 μm d) 31,74 μm e) 31,94 μm
- II) Hallar la variación en el radio del alambre.
- a) 3,12 nm b) 3,32 nm c) 3,52 nm d) 3,72 nm e) 3,92 nm
- III) Hallar el aumento en el volumen, debido al aumento en la longitud del alambre.
- a) 0,114 mm^3 b) 0,134 mm^3 c) 0,154 mm^3 d) 0,174 mm^3 e) 0,194 mm^3
- IV) Hallar la disminución en el volumen, debido a la disminución en el radio.
- a) 0,103 mm^3 b) 0,123 mm^3 c) 0,143 mm^3 d) 0,163 mm^3 e) 0,183 mm^3
- V) El aumento en el volumen, debido a la deformación que experimenta el alambre.
- a) 0,031 mm^3 b) 0,033 mm^3 c) 0,035 mm^3 d) 0,037 mm^3 e) 0,0039 mm^3
- VI) Hallar el aumento que experimenta el área de la superficie lateral del alambre.
- a) 0,108 mm^2 b) 0,128 mm^2 c) 0,148 mm^2 d) 0,168 mm^2 e) 0,188 mm^2
43. En la Fig.09, al paralelepípedo recto de lados $a=30$ cm, $b=40$ cm, $c=25$ cm se aplica una fuerza de magnitud $P=90$ N, en la dirección mostrada.
- I) Hallar el esfuerzo normal " σ_n " a la superficie diagonal ABCD.
- a) 430 N/m^2 b) 432 N/m^2 c) 434 N/m^2 d) 436 N/m^2 e) 438 N/m^2
- II) Hallar el esfuerzo tangencial " σ_t " a la superficie diagonal ABCD.
- a) 570 N/m^2 b) 572 N/m^2 c) 574 N/m^2 d) 576 N/m^2 e) 578 N/m^2
44. En la Fig.10, al paralelepípedo recto de lados " a ", $b=2a$, $c=3a$, se aplican esfuerzos en la direcciones mostradas. ($\sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = 2\sigma$, $\sigma_z = 3\sigma$, $\sigma = 104$ N/m^2)
- I) Hallar el esfuerzo normal " σ_n " a la superficie diagonal ABCD.
- a) 200 N/m^2 b) 210 N/m^2 c) 220 N/m^2 d) 230 N/m^2 e) 240 N/m^2
- II) Hallar el esfuerzo tangencial " σ_t " a la superficie diagonal ABCD.
- a) 110,5 N/m^2 b) 112,5 N/m^2 c) 114,5 N/m^2 d) 116,5 N/m^2 e) 118,5 N/m^2

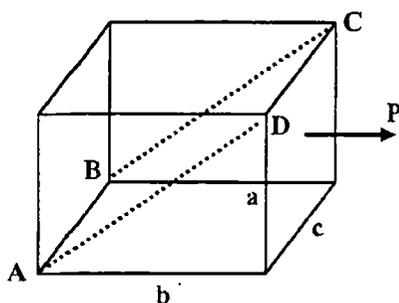


Fig.09

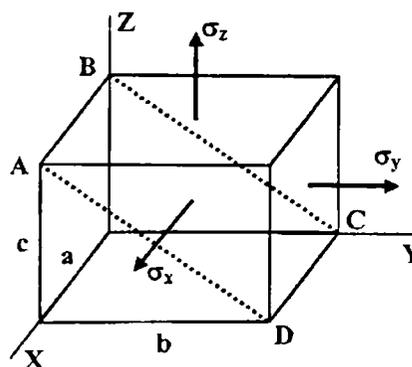


Fig.10

45. En la Fig.11, a cuatro caras del cubo homogéneo de lados "a", se aplican fuerzas distribuidas uniformemente de magnitudes "F", dos de tracción y dos de compresión.

I) Hallar la variación unitaria " ξ_x ", " ξ_y ", " ξ_z " de las longitudes de las aristas.

II) Hallar la variación unitaria " ξ_v " del cambio en el volumen.

46. En la Fig.12, hallar la deformación que experimenta la barra de longitud $\ell=1$ m, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^{11}$ N/m², sección de diámetro $D=2$ cm, al aplicarse la fuerza de magnitud $F=200$ N, en uno de sus extremos. El otro extremo está empotrado en la pared vertical.

- a) 20,2 mm b) 21,2 mm c) 22,2 mm d) 23,2 mm e) 24,2 mm

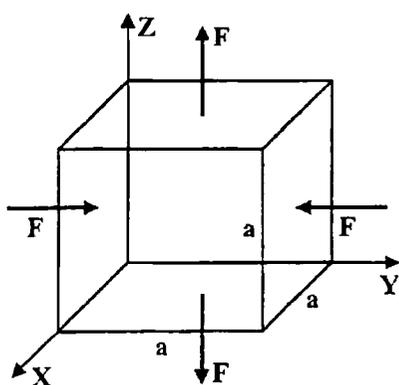


Fig.11

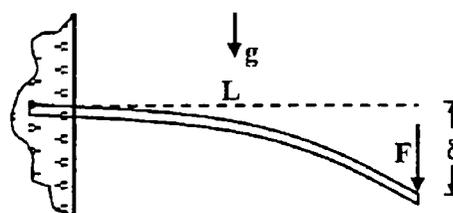


Fig.12

47. Demostrar que el módulo de Young "E" en función del módulo de cizalla "G", y el coeficiente de Poisson " μ ", viene dado por: $E=2G(1+\mu)$.

48. En la Fig.13, el bloque elemental de lados "x", "y", "z", está sometido a una tracción uniaxial " σ_x ".

I) Hallar la variación unitaria de volumen " ξ_v ", debido a esta carga " σ_x ".

II) Hallar las áreas inicial y final de las caras perpendiculares a los ejes X, Y y Z.

49. I) Demostrar que el módulo de Young "E" en función de los módulos de compresibilidad "B" y cizalla "G", viene dado por: $E=3BG/(B+G/3)$.

II) ¿Para qué relación entre los módulos de cizalla "G" y compresibilidad "B", el módulo de Young "E" es tres veces el módulo de compresibilidad?

- a) $G=2B$ b) $B=2G$ c) $G=3B/2$ d) $B=3G/2$ e) $B=G$

50. En la Fig.14, hallar el periodo "T" de las pequeñas oscilaciones que realiza la esfera de peso $W=40$ N, unida al extremo de la viga en voladizo de peso despreciable, longitud $\ell=1$ m, diámetro de sección $D=8$ mm, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7$ N/cm². ($g=10$ m/s²)

- a) 0,59 s b) 0,69 s c) 0,79 s d) 0,89 s e) 0,99 s

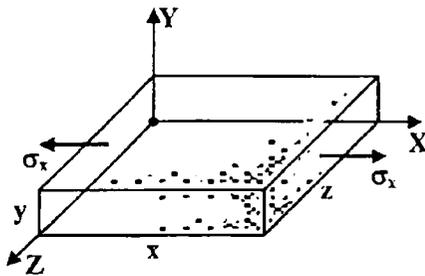


Fig.13

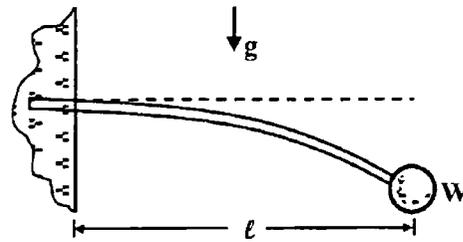


Fig.14

51. En la Fig.15, los catetos de longitud "a" del triángulo rectángulo isósceles, experimentan deformaciones unitarias " ξ_1 ", en tanto, la hipotenusa experimenta una deformación unitaria " $-\xi_2$ ". ¿Qué deformación unitaria experimenta la altura "h" del triángulo?

- a) $\xi_1 + \xi_2$ b) $\xi_1 - \xi_2$ c) $\xi_2 - \xi_1$ d) $2\xi_2 - \xi_1$ e) $2\xi_1 - \xi_2$

52. Las longitudes de las aristas " a_0 ", " b_0 ", " c_0 " de un paralelepípedo rectangular experimentan deformaciones, manteniendo la perpendicular de sus caras. Las deformaciones unitarias de las aristas son: $\xi_1=1/20$, $\xi_2=1/40$, $\xi_3=1/45$. Hallar la deformación unitaria que experimentan la diagonal del paralelepípedo. ($b_0=2a_0$, $c_0=3a_0$)

- a) 1/20 b) 1/25 c) 1/30 d) 1/35 e) 1/40

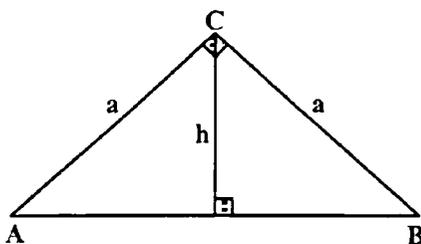


Fig.15

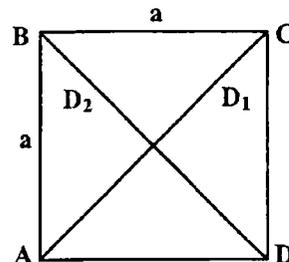


Fig.16

53. En la Fig.16, las diagonales " D_1 " y " D_2 " del cuadrado de lados "a" experimentan deformaciones unitarias " ξ_1 " y " $-\xi_2$ ". ¿Hallar la deformación unitaria que experimentan los lados del cuadrado?

- a) $(\xi_1 + \xi_2)/2$ b) $(\xi_1 + \xi_2)$ c) $(\xi_1 - \xi_2)/2$ d) $(\xi_2 - \xi_1)/2$ e) $(\xi_2 - \xi_1)$

- 54.** Una barra de aluminio de longitud $\ell=25$ cm, sección cuadrada de lados $a=5$ cm está sometida a cargas axiales de tracción en sus extremos, La deformación unitaria en la dirección de la carga es $\xi=0,001$, el coeficiente de Poisson $\mu=0,33$.
- I) Hallar la variación unitaria que experimenta el volumen en toda la barra.
- a) 0,00030 b) 0,00032 c) 0,00034 d) 0,00036 e) 0,00038
- II) Hallar la variación que experimenta el volumen de la barra.
- a) $0,210 \text{ cm}^3$ b) $0,212 \text{ cm}^3$ c) $0,214 \text{ cm}^3$ d) $0,216 \text{ cm}^3$ e) $0,218 \text{ cm}^3$
- 55.** Una barra maciza de bronce de sección circular de diámetro $D=2$ cm, longitud $\ell=25$ cm, módulo de Young $E=9,5 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$, coeficiente de Poisson $\mu=0,28$, está sometido a una fuerza de tracción de magnitud $F=5000 \text{ N}$.
- I) Hallar la deformación unitaria de la longitud de la barra.
- a) $1,07 \cdot 10^{-4}$ b) $1,27 \cdot 10^{-4}$ c) $1,47 \cdot 10^{-4}$ d) $1,67 \cdot 10^{-4}$ e) $1,87 \cdot 10^{-4}$
- II) Hallar la deformación de la longitud de la barra (en 10^{-3} cm).
- a) 4,19 b) 4,29 c) 4,39 d) 4,49 e) 4,59
- III) Hallar la deformación unitaria del diámetro de la barra.
- a) $4,07 \cdot 10^{-4}$ b) $4,27 \cdot 10^{-4}$ c) $4,47 \cdot 10^{-4}$ d) $4,67 \cdot 10^{-4}$ e) $4,87 \cdot 10^{-4}$
- IV) Hallar la deformación del diámetro de la barra (en 10^{-4} cm).
- a) 9,14 b) 9,34 c) 9,54 d) 9,74 e) 9,94
- 56.** Demostrar que la deformación unitaria de torsión a una distancia " ρ " del centro de la sección transversal del cable es: $\gamma=\rho\theta/\ell$, siendo " ℓ " la longitud del cable, y " θ " el ángulo de torsión.
- 57.** Demostrar la fórmula para la tensión cortante: $\tau_r=Mr/I_p$, siendo " M " el momento de torsión, " r " la distancia al centro del árbol circular, y " I_p " el momento polar de inercia de la sección.
- 58.** Demostrar que el momento polar de inercia para un árbol hueco, de diámetros interno " d " y externo " D ", viene dado por: $I_p=(\pi/32)(D^4-d^4)$
- 59.** Demostrar que el ángulo de torsión " θ " de un árbol circular, en función del momento de torsión " M ", viene dado por: $\theta=M\ell/GI_p$, siendo " ℓ " la longitud, " G " el módulo de torsión, y " I_p " el momento polar de inercia.
- 60.** A un árbol de diámetro $D=45$ mm se aplica un momento torsor de $M=10\,000 \text{ N}\cdot\text{cm}$. El módulo de torsión es $G=8,4 \cdot 10^5 \text{ N/cm}^2$.
- I) Hallar el momento polar de inercia.

- a) 40,2 cm⁴ b) 42,2 cm⁴ c) 44,2 cm⁴ d) 46,2 cm⁴ e) 48,2 cm⁴

II) Hallar la torsión cortante máxima.

- a) 500 N/cm² b) 520 N/cm² c) 540 N/cm² d) 560 N/cm² e) 580 N/cm²

III) Hallar la tensión cortante a la distancia $r=1,25$ cm.

- a) 311 N/cm² b) 313 N/cm² c) 315 N/cm² d) 317 N/cm² e) 319 N/cm²

IV) Representar la distribución de tensiones cortantes, que actúan a lo largo del radio del árbol.

V) Hallar el ángulo de giro en una longitud de árbol de $\ell=1,20$ m.

- a) 0,0315 rad b) 0,0335 rad c) 0,0355 rad d) 0,0375 rad e) 0,0395 rad

61. Una manguera de jebes de longitud $\ell_0=50$ cm, radio interior $R_0=5$ mm, y coeficiente de Poisson $\mu=0,5$ se estira una longitud $\Delta\ell=10$ cm. ¿En qué porcentaje cambia el radio interior de la manguera?

- a) 2 % b) 5 % c) 8 % d) 10 % e) 15 %

62. Un bloque de peso "P" al suspenderse verticalmente de un alambre homogéneo lo deforma, siendo la densidad de energía potencial elástica del alambre $w=2\cdot 10^5$ J/m³ y la deformación unitaria en su longitud $\xi_\ell = 2\cdot 10^{-3}$. Hallar el módulo de Young (en GN/m²) de este alambre.

- a) 100 b) 200 c) 300 d) 400 e) 500

63. A un alambre de masa $m=36$ g, longitud $\ell=1$ m, y módulo de Young $E=11,8\cdot 10^{10}$ N/m² se le aplica una tracción de $F=500$ N, estirándose una longitud $\Delta\ell=1$ mm. Hallar la densidad de masa del alambre.

- a) 7,3 g/cm³ b) 7,6 g/cm³ c) 7,9 g/cm³ d) 8,2 g/cm³ e) 8,5 g/cm³

64. Un cubo compacto de hierro de módulo de Young $E=19,6\cdot 10^{10}$ N/m² y coeficiente de Poisson $\mu=0,29$ se somete a una presión multilateral. Hallar el coeficiente de compresibilidad (en pm²/N) del cubo. ($p=10^{-12}$)

- a) 6,0 b) 6,2 c) 6,4 d) 6,6 e) 6,8

65. ¿Qué fuerzas se debe de aplicar a los extremos de una barra de acero, de área de sección transversal $A=10$ cm², para evitar que se dilate cuando se calienta desde $T_0=0$ °C hasta $T=30$ °C? ($\alpha=1,06\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹; $E=21,6\cdot 10^{10}$ N/m²; $k=10^3$)

- a) 61 kN b) 63 kN c) 65 kN d) 67 kN e) 69 kN

66. De un extremo de un alambre vertical de sección transversal de radio $r=1$ mm se cuelga una carga, estirándose el alambre una longitud equivalente a la que se estiraría si el alambre

bre se elevará su temperatura en $\Delta T=20^{\circ}\text{C}$. Hallar la magnitud de la carga, sabiendo que: $\alpha=1,06\cdot 10^{-5}^{\circ}\text{C}^{-1}$; $E=21,6\cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

- a) 132 N b) 136 N c) 144 N d) 148 N e) 152 N

67. Un alambre se ubica horizontalmente entre dos paredes fijas resistentes estando a la temperatura inicial de $T_0=150^{\circ}\text{C}$. ¿A qué temperatura se romperá el alambre al enfriarse? ($\alpha=1,6\cdot 10^{-5}^{\circ}\text{C}^{-1}$; $\sigma_r=2,45\cdot 10^8 \text{ N/m}^2$; $E=11,8\cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$)

- a) 10°C b) 20°C c) 30°C d) 40°C e) 50°C

68. Desde un barco se lanzó una pesa sujeta por un cable de acero para medir la profundidad del mar. Despreciando el peso de la pesa, hallar la profundidad máxima que se puede medir con este procedimiento. (esfuerzo de rotura del acero $\sigma_r=7,85\cdot 10^8 \text{ N/m}^2$; densidades del acero y agua de mar $\rho_A=7,7 \text{ g/cm}^3$; $\rho_{H_2O}=1 \text{ g/cm}^3$, $g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 11,1 km b) 11,3 km c) 11,5 km d) 11,7 km e) 11,9 km

69. Del extremo de un alambre de radio $r=1 \text{ mm}$, y esfuerzo de ruptura $\sigma_r=7,85\cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ se cuelga un bloque de peso igual a $W=981 \text{ N}$. ¿Qué ángulo máximo respecto de la vertical se puede desviar el alambre con el bloque sin que al soltarlo se rompa al pasar por la posición de equilibrio?

- a) 60° b) 64° c) 68° d) 72° e) 76°

70. Una esferita de peso $W=9,81 \text{ N}$ esta unida al extremo de un alambre de hierro de longitud $\ell=50 \text{ cm}$, diámetro de su sección transversal $D=1 \text{ mm}$ y esfuerzo de rotura $\sigma_r=2,94\cdot 10^8 \text{ N/m}^2$. ¿A qué máxima frecuencia puede girar el alambre con la esferita, en un plano vertical, sin romperse el alambre? ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 2,1 rev/s b) 2,5 rev/s c) 2,9 rev/s d) 3,3 rev/s e) 3,7 rev/s

71. Una barra homogénea de cobre de longitud $\ell=1 \text{ m}$ gira uniformemente en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su punto medio. Esta barra se rompe cuando la velocidad lineal de su extremo es de $v=380 \text{ m/s}$. Hallar el esfuerzo de rotura (en MN/m^2) del material. ($\rho=7,9\cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$; $M=10^6$)

- a) 510 b) 530 c) 550 d) 570 e) 590

72. Un niño lanza una piedra de masa $m=20 \text{ g}$ con una lanzadera cuyo cordón de jebe tiene una longitud de $\ell_0=42 \text{ cm}$ y sección de radio $r=3 \text{ mm}$, estirándose el cordón una longitud de $\Delta\ell=20 \text{ cm}$ al desprenderse la piedra con una velocidad de $v=20 \text{ m/s}$. Hallar el módulo de Young (en MN/m^2) del cordón. ($M=10^6$)

- a) 2,1 b) 2,3 c) 2,5 d) 2,7 e) 2,9

73. En la Fig.17, los alambres de hierro (1) AB y cobre (2) CD tienen la misma longitud y sección transversal. ¿A qué distancia "x" del extremo B de la barra BD de longitud $\ell=80 \text{ cm}$ y peso despreciable se debe colgar un bloque de peso $W=20 \text{ N}$, para que la barra

quede de horizontal? ($E_1=19,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$; $E_2=11,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$)

- a) 20 cm b) 25 cm c) 30 cm d) 35 cm e) 40 cm

74. Hallar el momento del par de fuerzas que se debe aplicar a un alambre de longitud $\ell=10$ cm, sección de radio $r=0,1$ mm y módulo de rigidez $\eta=5 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ para torcerlo un ángulo de $10'$. ($n=10^{-9}$)

- a) 200 nN·m b) 230 nN·m c) 260 nN·m d) 290 nN·m e) 320 nN·m

75. El espejito de un galvanómetro está colgado de un hilo metálico de longitud $L=10$ cm, sección de diámetro $D=0,01$ mm y módulo de rigidez $\eta=4 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Hallar el momento de torsión correspondiente a una desviación de $\ell=1$ mm del rayo luminoso reflejado sobre una escala ubicada a la distancia $d=1$ m del espejito.

- a) $1 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$ b) $2 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$ c) $4 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$ d) $6 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$ e) $8 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$

76. Hallar la energía potencial elástica de un alambre de longitud $\ell=5$ cm, sección transversal de diámetro $D=4 \cdot 10^{-3}$ cm y módulo de rigidez $\eta=5,9 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ que se ha torcido un ángulo de $10'$. ($p = 10^{-12}$)

- a) 1,25 pJ b) 2,25 pJ c) 3,25 pJ d) 4,25 pJ e) 5,25 pJ

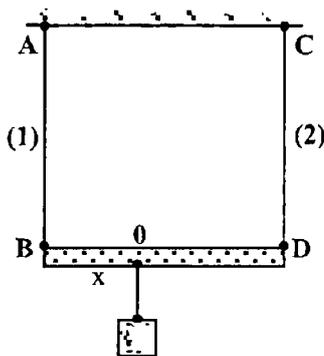


Fig.17

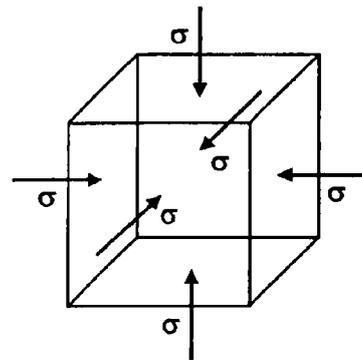


Fig.18

77. Cuando la corriente eléctrica pasa por el devanado de un galvanómetro, sobre su bastidor, al que va unido un espejito, actúa un momento de torsión de $M=2 \cdot 10^{-13} \text{ N}\cdot\text{m}$. Este momento hace girar el bastidor un ángulo pequeño ϕ . El trabajo necesario para la torsión es de $W=8,7 \cdot 10^{-16} \text{ J}$. ¿Qué distancia se desplazará el rayo de luz que refleja el espejito por la escala que se halla a una distancia $d=1$ m del galvanómetro?

- a) 11,4 mm b) 13,4 mm c) 15,4 mm d) 17,4 mm e) 19,4 mm

78. ¿En qué razón deben estar las longitudes de dos alambres uno de acero (1) y el otro de plata (2) de iguales secciones transversales, tal que, al someterlos por separado a una misma tracción, almacenen la misma cantidad de energía potencial elástica? ($E_1=21,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_2=7,4 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$)

- a) 2,1 b) 2,3 c) 2,5 d) 2,7 e) 2,9

79. Un alambre de acero de longitud $\ell=2$ m, área de sección transversal $A=4$ mm² y módulo de Young $E=21,6 \cdot 10^{10}$ N/m² al ser deformado almacena una energía de $W=0,216$ J. Hallar la deformación " $\Delta\ell$ " en la longitud del alambre.

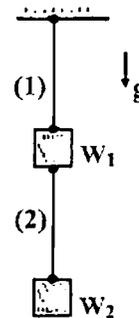
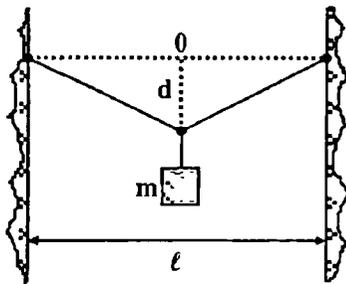
- a) 1 mm b) 2 mm c) 3 mm d) 4 mm e) 5 mm

80. Si la deformación en la longitud de un alambre de cobre aumenta al doble. ¿En qué porcentaje aumenta su energía potencial elástica? ($E=11,8 \cdot 10^{10}$ N/m²)

- a) 100 % b) 200 % c) 300 % d) 400 % e) 500 %

81. En la Fig.18, sobre las caras de un cubo de jebe de módulo de Young $E=7,2 \cdot 10^5$ N/m² y coeficiente de Poisson $\mu=0,499$, actúa uniformemente una presión de $P=1,2 \cdot 10^6$ N/m². ¿En qué porcentaje cambia la densidad del cubo?

- a) 1 % b) 2 % c) 3 % d) 4 % e) 5 %



82. En la Fig.19, en el punto medio 0 del cable horizontal de acero de longitud $\ell=2$ m, diámetro de sección transversal $D=1$ cm y módulo de Young $E=21,6 \cdot 10^{10}$ N/m² se ubica un bloque de masa $m=100$ kg. Hallar la distancia "d" que desciende el punto medio del cable. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

83. ¿A qué frecuencia máxima puede girar en un plano horizontal, una barra homogénea de plomo de longitud $\ell=31,56$ cm, densidad $\rho=11,3$ g/cm³, esfuerzo de rotura igual a $\sigma_r = 2 \cdot 10^7$ N/m², alrededor de un eje vertical que pasa por uno de sus extremos?

- a) 10 rev/s b) 20 rev/s c) 30 rev/s d) 40 rev/s e) 50 rev/s

84. En el extremo inferior de un alambre vertical de longitud $\ell_0=0,5$ m, módulo de Young $E=19,6 \cdot 10^{10}$ N/m², coeficiente de Poisson $\mu=0,3$ se cuelga un bloque de masa $m=100$ kg. Hallar el cambio en el volumen " ΔV " del alambre. ($g = 9,81$ m/s²)

- a) 1 mm³ b) 2 mm³ c) 3 mm³ d) 4 mm³ e) 5 mm³

85. ¿Que presión máxima puede soportar una esfera de vidrio de radios interior $r=5$ mm y exterior $R=6$ mm y esfuerzo de rotura $\sigma_r=3 \cdot 10^7$ N/m²? ($M=10^6$)

- a) 10 MPa b) 12 MPa c) 14 MPa d) 16 MPa e) 18 MPa
86. ¿Que presión máxima puede soportar un tubo de vidrio de radios interior $r=6$ mm y exterior $R=7$ mm y esfuerzo de rotura $\sigma_r=3\cdot 10^7$ N/m²? ($M=10^6$)
- a) 1 MPa b) 2 MPa c) 3 MPa d) 4 MPa e) 5 MPa
87. Un alambre de longitud " ℓ_0 " y radio " R_0 ", al ser estirado no varía su volumen. Hallar el coeficiente de Poisson del alambre despreciando términos de $O(2)$ en " $\Delta\ell$ " y " ΔR ".
- a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3 d) 0,4 e) 0,5
88. El peso específico del agua de mar a cierta profundidad es e^2 veces el peso específico en la superficie. Si el módulo de compresibilidad es $B=2\cdot 10^4$ atm, hallar la diferencia de presiones " ΔP " respecto de la superficie.
- a) $1\cdot 10^4$ atm b) $2\cdot 10^4$ atm c) $3\cdot 10^4$ atm d) $4\cdot 10^4$ atm e) $5\cdot 10^4$ atm
89. ¿En qué porcentaje varia la densidad de una barra cilíndrica de hierro, módulo de Young $E=19,6\cdot 10^{10}$ N/m², esfuerzo de rotura $\sigma_r=2,94\cdot 10^8$ N/m² y coeficiente de Poisson $\mu=0,3$, cuando su longitud se estira un " $\Delta\ell$ "?
- a) 0,01 % b) 0,02 % c) 0,04 % d) 0,06 % e) 0,08 %
90. ¿Qué trabajo puede realizar una barra de acero de longitud $\ell=1$ m, área de sección transversal $A=4$ cm², coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,25\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹ y módulo de Young $E=2\cdot 10^{11}$ N/m², al calentarla en $\Delta T=50$ °C?
- a) 15,0 J b) 15,2 J c) 15,4 J d) 15,6 J e) 15,8 J
91. En la Fig.20, de los cables de aluminio (1) y acero (2) de iguales secciones transversales y módulos de Young $E_1=7\cdot 10^{10}$ N/m², $E_2=21\cdot 10^{10}$ N/m² están suspendidos los bloques de pesos $W_1=2 W_2$. Despreciando los pesos de los cables, hallar la razón de las deformaciones unitarias en los cables " ξ_1 / ξ_2 ".
- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9
92. Demostrar que el coeficiente de Poisson para cualquier material homogéneo sometido a una presión uniforme multilateral no puede ser mayor que 1/2.
93. Un anillo de alambre de plomo de radio $r=25$ cm, esfuerzo de rotura $\sigma_r=15\cdot 10^6$ N/m² y densidad $\rho=11,3$ g/cm³, gira alrededor de un eje perpendicular al plano del anillo y que pasa por su centro. ¿A qué frecuencia de rotación se romperá el anillo?
- a) 21 rev/s b) 23 rev/s c) 25 rev/s d) 27 rev/s e) 29 rev/s
94. En la Fig.21, la barra cónica compacta de plomo de sección circular está suspendida verticalmente. La longitud de la barra es $L=50$ cm, el diámetro de su base $D=60$ cm el módulo de Young $E=1,6\cdot 10^{10}$ N/m² y su peso específico $\gamma=11,3\cdot 10^4$ N/m³. Hallar el alargamiento

de la barra debido a su propio peso.

- a) $0,21 \mu\text{m}$ b) $0,23 \mu\text{m}$ c) $0,25 \mu\text{m}$ d) $0,27 \mu\text{m}$ e) $0,29 \mu\text{m}$

95. Cuando un alambre de longitud " ℓ ", área de sección transversal " A ", se somete a una fuerza de extensión, este experimenta una deformación unitaria longitudinal ξ_ℓ . Hallar la razón de la constante elástica al esfuerzo longitudinal " k / σ_ℓ ".

- a) $A\ell / \xi_\ell$ b) $\ell / A\xi_\ell$ c) $A\xi_\ell / \ell$ d) $\xi_\ell \ell / A$ e) $A / \xi_\ell \ell$

96. ¿Cuántos alambres de hierro idénticos de longitud $\ell=1 \text{ m}$, radio de sección $R=1 \text{ mm}$, y esfuerzo de rotura $\sigma_r=2,94 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$, deben ubicarse en paralelo, para soportar un peso máximo de $7\,389 \text{ N}$, si cada uno de ellos experimenta el mismo alargamiento máximo?

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

97. En la Fig.22, sobre la barra de acero en equilibrio de longitud $\ell=2,25 \text{ m}$, área de sección $A=5 \text{ cm}^2$, y módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, actúan las fuerzas mostradas. Hallar la suma de las magnitudes de las fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 , si el trozo BC experimenta una deformación en su longitud de $\Delta\ell=0,0025 \text{ cm}$.

- a) $1\,000 \text{ N}$ b) $1\,500 \text{ N}$ c) $2\,000 \text{ N}$ d) $2\,500 \text{ N}$ e) $3\,000 \text{ N}$

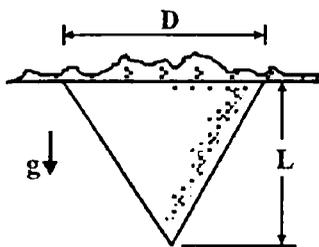


Fig.21

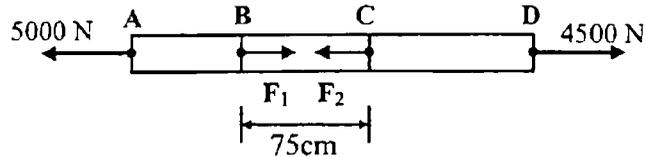


Fig.22

98. En la Fig.23, la barra homogénea de longitud $\ell=30 \text{ cm}$, masa $m=8 \text{ kg}$, área de sección $A=25 \text{ cm}^2$, se mueve con una aceleración de $a=2,4 \text{ m/s}^2$, bajo la acción de la fuerza " \vec{F} ". Hallar el esfuerzo de extensión (en N/m^2) en el trozo AB, de longitud $2,5 \text{ cm}$.

- a) 600 b) 610 c) 620 d) 630 e) 640

99. En la Fig.24, la barra homogénea se mueve con aceleración a , bajo la acción de la fuerza " \vec{F} ". Hallar la razón $\Delta\ell_1 / \Delta\ell_2 = ?$ de las deformaciones en las longitudes de los trozos AB y BC, si $\ell_1 = 2\ell_2$.

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

100. En la Fig.25, el bloque homogéneo de masa $m=200 \text{ kg}$ cuelga de tres alambres verticales, de iguales longitudes y secciones, situados simétricamente. E_1 del medio es de acero y el de los extremos de cobre, sus módulos de Young están en la razón $E_A=2 E_C$. Hallar la

tensión en los alambres de cobre. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 300 N b) 350 N c) 400 N d) 450 N e) 500 N

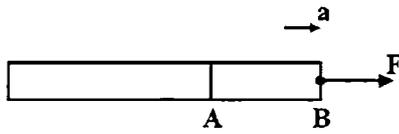


Fig. 23

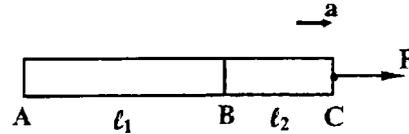


Fig. 24

101. En la Fig. 26, el cilindro compacto de acero y el tubo de cobre de diámetros $d=10 \text{ cm}$ y $D=20 \text{ cm}$, y módulos de Young $E_A=21,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_C=11,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, están comprimidos mediante los platos de la prensa. Hallar el esfuerzo longitudinal en el tubo de cobre, sabiendo que $P=50 \text{ kN}$.

- a) 130 N/cm^2 b) 132 N/cm^2 c) 134 N/cm^2 d) 136 N/cm^2 e) 138 N/cm^2

102. En la Fig. 27, la barra homogénea de longitud $d=1 \text{ m}$, peso $W=5 \cdot 10^4 \text{ N}$ se cuelga de los alambres verticales de acero (1) y cobre (2) de longitudes $\ell=1 \text{ m}$, secciones iguales a $A=4 \text{ mm}^2$ y módulos de Young $E_1=21,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, $E_2=11,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Hallar aproximadamente la tangente del ángulo de inclinación de la barra, respecto de la horizontal.

- a) $14 \cdot 10^{-3}$ b) $24 \cdot 10^{-3}$ c) $34 \cdot 10^{-3}$ d) $44 \cdot 10^{-3}$ e) $54 \cdot 10^{-3}$

103. Se dobla un alambre homogéneo de longitud " ℓ ", formándose un arco de circunferencia de radio " R " y ángulo central 60° . Hallar la deformación unitaria " ξ_ℓ " que experimenta la longitud del alambre.

- a) 0,017 b) 0,027 c) 0,037 d) 0,047 e) 0,057

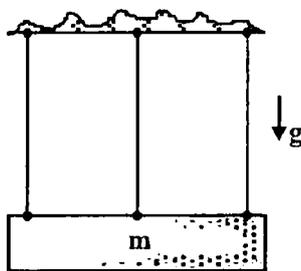


Fig. 25

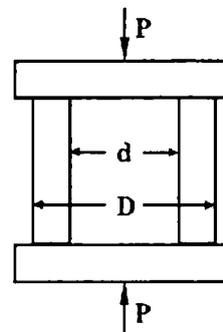


Fig. 26

104. En la Fig. 28, sobre el cubo de cobre de módulo de Young $E=11,8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ y coeficiente de Poisson $\mu=0,34$ se ejerce un esfuerzo σ_x , produciéndose contracción lateral en la dirección Z, pero estando impedida en la dirección Y. Hallar la razón σ_x/ξ_x , sabiendo que $G=10^9$.

- a) 113 GPa b) 133 GPa c) 153 GPa d) 173 GPa e) 193 GPa

105. En la Fig.29, sobre la cara libre del cubo de plomo de módulo de Young $E=1,6 \cdot 10^{10}$ N/m², y coeficiente de Poisson $\mu=0,44$ que se encuentra en un hoyo cúbico de paredes rígidas, se ejerce un esfuerzo $\sigma_z=6 \cdot 10^7$ N/m². Hallar la deformación unitaria ξ_z .

- a) $1,16 \cdot 10^{-3}$ b) $3,16 \cdot 10^{-3}$ c) $5,16 \cdot 10^{-3}$ d) $7,16 \cdot 10^{-3}$ e) $9,16 \cdot 10^{-3}$

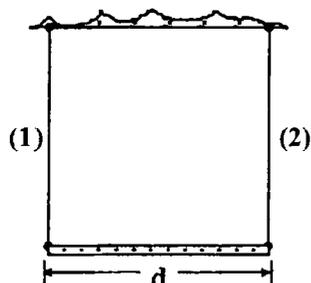


Fig.27

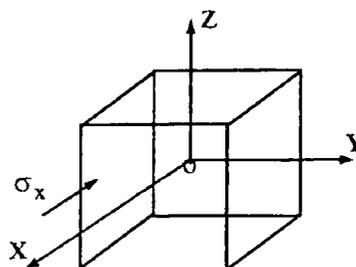


Fig.28

106. A un tronco cónico macizo homogéneo de longitud $\ell=20$ cm y sección circular de diámetros menor $d=10$ cm y mayor $D=20$ cm, y módulo de Young $E=1,6 \cdot 10^{10}$ N/m² se le aplica en cada uno de sus extremos una fuerza de extensión $F=8 \cdot 10^5$ N. Hallar el alargamiento que experimenta el tronco de cono.

- a) 136 μ m b) 236 μ m c) 436 μ m d) 636 μ m e) 836 μ m

107. En la Fig.30, el cilindro hueco de longitud $\ell=10$ cm, diámetros exterior $D=4$ cm e interior $d=2$ cm, y módulo de rigidez $\eta=26$ GPa al someterse a un momento de torsión "M" el ángulo de cizalla es $\theta=4 \cdot 10^{-3}$ rad. Hallar el momento de torsión.

- a) 215 N·m b) 225 N·m c) 235 N·m d) 245 N·m e) 255 N·m

108. Un cilindro hueco cerrado de acero de paredes delgadas de espesor $h=2$ mm, radio interior $R=4$ cm, módulo de Young $E=21,6 \cdot 10^{10}$ N/m² y coeficiente de Poisson $\mu=0,29$ es sometido a una presión interior uniforme de $P=2 \cdot 10^6$ N/m². Hallar el aumento del radio del cilindro debido a la presión. ($\mu=10^{-6}$)

- a) 1,3 μ m b) 2,3 μ m c) 4,3 μ m d) 6,3 μ m e) 8,3 μ m

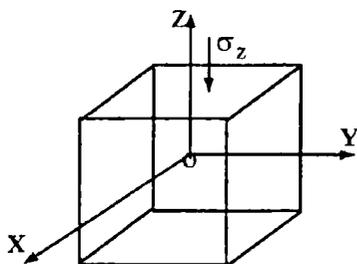


Fig.29

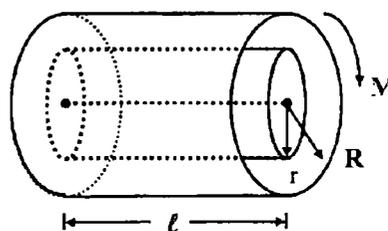


Fig.30

109. Una esfera hueca de acero de paredes delgadas de espesor $h=2$ mm, radio interior $R=4$

cm módulo de Young $E=21,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ y coeficiente de Poisson $\mu=0,29$ es sometido a una presión interior uniforme de $P=2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Hallar el aumento del radio de la esfera debido a la presión.

- a) $1,6 \mu\text{m}$ b) $2,6 \mu\text{m}$ c) $4,6 \mu\text{m}$ d) $6,6 \mu\text{m}$ e) $8,6 \mu\text{m}$

110. Hallar el aumento en porcentaje del volumen de un cilindro cerrado hueco de radio interior $R=35 \text{ cm}$, espesor $1,6 \text{ mm}$, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ y coeficiente de Poisson $\mu = 1/3$, sometido a una presión interior uniforme de $P=5,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

- a) $0,1 \%$ b) $0,3 \%$ c) $0,5 \%$ d) $0,7 \%$ e) $0,9 \%$

111. Una barra de cierto material de longitud $\ell=1 \text{ m}$, sección cuadrada de lados $a=5 \text{ cm}$, módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$, está sometida a una fuerza de tracción axial de $F=32000 \text{ N}$. Hallar la disminución de la longitud lateral de la barra. ($\mu=10^{-6}$)

- a) $5,15 \mu\text{m}$ b) $6,15 \mu\text{m}$ c) $7,15 \mu\text{m}$ d) $8,15 \mu\text{m}$ e) $9,15 \mu\text{m}$

112. Se tienen dos árboles de igual longitud, el primero circular macizo y el segundo hueco, cuyo diámetro interior es los $3/4$ del exterior. ¿Qué porcentaje representa el peso del árbol hueco, respecto del macizo, si son iguales las tensiones cortantes y las cargas torsionales.

- a) $50,3 \%$ b) $52,3 \%$ c) $54,3 \%$ d) $56,3 \%$ e) $58,3 \%$

113. En la Fig.31, el cable tiene una carga horizontal de " σ " por unidad de longitud horizontal, y está suspendido en los puntos A y B.

I) Demostrar que la forma que adopta el cable es una parábola de ecuación: $y=\sigma x^2/2T_0$.

II) Demostrar que la tensión en la parte inferior del cable es $T_0=\sigma a^2/2h_a=\sigma b^2/2h_b$.

III) Demostrar que la tensión a una distancia " x " del punto inferior del cable, viene dado por: $T=(T_0^2 + \sigma^2 x^2)^{1/2}$.

114. En la Fig.31, el cable de carga horizontal $\sigma=5 \text{ kg/m}$, sección de área $A=8 \text{ mm}^2$ está suspendido en los puntos A y B. Hallar el esfuerzo máximo que experimenta el cable. ($h_a=2 \text{ m}$, $h_b=6 \text{ m}$, $a+b=60 \text{ m}$).

- a) 71 N/mm^2 b) 73 N/mm^2 c) 75 N/mm^2 d) 77 N/mm^2 e) 79 N/mm^2

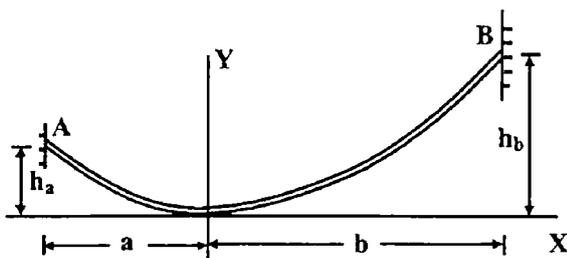


Fig.31

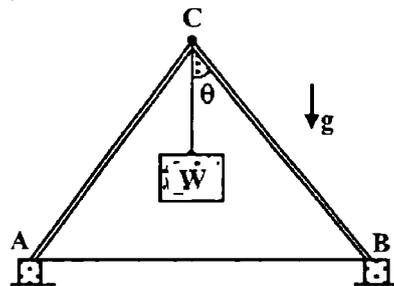


Fig.32

115. El péndulo de un reloj de pared realiza dos oscilaciones por segundo. Hallar la máxima aceleración angular cuando se desplaza su lenteja un ángulo de 15° de su posición de e

equilibrio, y se libera a si misma. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $41,04 \text{ rad/s}^2$ b) $41,34 \text{ rad/s}^2$ c) $41,64 \text{ rad/s}^2$ d) $41,94 \text{ rad/s}^2$ e) $42,24 \text{ rad/s}^2$

116. En la Fig.32, en el punto C de unión de las barras de la armadura metálica de igual longitud, y área de sección $A=15 \text{ mm}^2$, formando un ángulo de $2\theta = 60^\circ$, se encuentra una carga de peso $W=240 \text{ N}$, los extremos inferiores de las barras están unidas al tirante AB, de área de sección $A'=12 \text{ mm}^2$.

I) Hallar el esfuerzo en el tirante AB.

- a) $5,17 \text{ N/mm}^2$ b) $5,37 \text{ N/mm}^2$ c) $5,57 \text{ N/mm}^2$ d) $5,77 \text{ N/mm}^2$ e) $5,97 \text{ N/mm}^2$

II) Hallar el esfuerzo en las barras idénticas.

- a) $9,04 \text{ N/mm}^2$ b) $9,24 \text{ N/mm}^2$ c) $9,44 \text{ N/mm}^2$ d) $9,64 \text{ N/mm}^2$ e) $9,84 \text{ N/mm}^2$

117. En la Fig.33, la barra horizontal de masa $m=4 \text{ kg}$, está suspendida de su centro C por la varilla vertical. Al aplicarse un par horizontal $M=6 \text{ N.m}$ la barra gira un ángulo de $\theta=14^\circ$, y al liberarse, realiza pequeñas oscilaciones de periodo $T=0,6 \text{ s}$. Hallar la longitud de la barra. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 80 cm b) 82 cm c) 84 cm d) 86 cm e) 88 cm

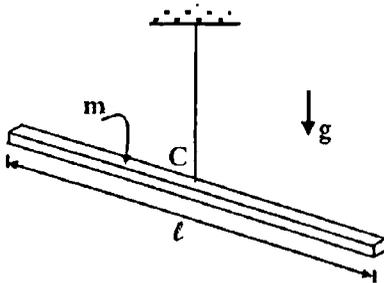


Fig.33

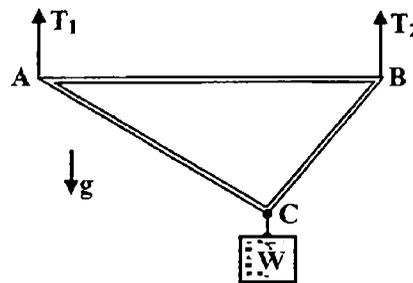


Fig.34

118. En la Fig.34, las barras de la cercha son idénticas y de área de sección $A=25 \text{ mm}^2$. En la cercha que está en equilibrio está suspendida un bloque de peso $W=500 \text{ N}$.

I) Hallar el esfuerzo en la barra AB.

- a) $9,0 \text{ N/mm}^2$ b) $9,2 \text{ N/mm}^2$ c) $9,4 \text{ N/mm}^2$ d) $9,6 \text{ N/mm}^2$ e) $9,8 \text{ N/mm}^2$

II) Hallar el esfuerzo en la barra BC.

- a) 10 N/mm^2 b) 12 N/mm^2 c) 14 N/mm^2 d) 16 N/mm^2 e) 18 N/mm^2

III) Hallar el esfuerzo en la barra AC.

- a) 10 N/mm^2 b) 12 N/mm^2 c) 14 N/mm^2 d) 16 N/mm^2 e) 18 N/mm^2

119. En la Fig.35, se tienen dos cuerpos de masas " m_1 ", " m_2 ", momentos de inercia " I_1 ", " I_2 " unidos rígidamente mediante el eje pequeño de diámetro " d ", y longitud " ℓ ", módulo de cizalla " G ". Demostrar que el periodo de las pequeñas oscilaciones que realizan los

cuerpos, viene dado por: $T=2\pi(\ell I_1 I_2 / I_p G)^{1/2}$, siendo " I_p " el momento de inercia polar de la sección del eje.

120. Un eje de acero de diámetro $d=5$ cm y longitud $\ell=40$ cm, módulo de cizalla $G=40$ GPa está unido por un extremo a un volante (disco) de peso $W_1=150$ N, radio de giro $k_1=15$ cm y por el otro extremo a un rotor de peso $W_2=50$ N y radio de giro $k_2=10$ cm. ($g=10$ m/s², $G=10^9$)

I) Hallar la distancia de la sección nodal al volante.

- a) 5,16 cm b) 5,36 cm c) 5,56 cm d) 5,76 cm e) 5,96 cm

II) Hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el volante y rotor.

- a) 1,36 ms b) 1,46 ms c) 1,56 ms d) 1,66 ms e) 1,76 ms

121. En la Fig.36, dos barras de acero idénticas de módulo de Young $E=2,1 \cdot 10^7$ N/cm², sostienen una carga de peso $W=5 \cdot 10^5$ N. La tensión normal máxima que pueden soportar las barras es $\sigma=2,1 \cdot 10^4$ N/cm². ($\ell=2,5$ m, $\theta=45^\circ$)

I) Hallar el desplazamiento vertical que experimenta el nudo B.

- a) 16,04 cm² b) 16,24 cm² c) 16,44 cm² d) 16,64 cm² e) 16,84 cm²

II) Hallar el área de la sección de las barras.

- a) 3,2 mm b) 3,3 mm c) 3,5 mm d) 3,7 mm e) 3,9 mm

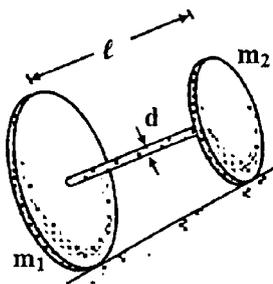


Fig.35

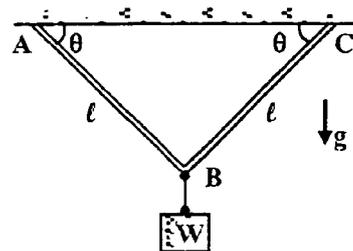


Fig.36

122. Considerar un estado de tensiones en un elemento, en el cual, se ejerce una tensión " σ_x " en una dirección y se impide totalmente la contracción lateral en las otras dos direcciones

I) Hallar el módulo de elasticidad efectivo del elemento.

II) Hallar el valor efectivo correspondiente a la relación de Poisson.

123. Hallar una expresión para el aumento unitario de volumen " ξ_V " de un cilindro circular de pared delgada de espesor " h ", sometido a una presión interna uniforme " P ". Los extremos del cilindro están cerrados por placas circulares. Asumir que la dilatación radial es constante en toda la longitud.

124. Hallar el aumento por unidad de volumen de un cilindro circular de acero, de pared delgada, cerrado en ambos extremos y sometidos a una presión uniforme de $P=55$ N/cm². El

espesor de pared es $h=1,6$ mm, el radio $R=35$ cm y $\mu=1/3$, $E=2,1 \cdot 10^7$ N/cm².

- a) $1,01 \cdot 10^{-3}$ b) $1,03 \cdot 10^{-3}$ c) $1,05 \cdot 10^{-3}$ d) $1,07 \cdot 10^{-3}$ e) $1,09 \cdot 10^{-3}$

125. Un cilindro de pared delgada está cerrado en los dos extremos y contiene aceite a una presión de $P=80$ N/cm². El diámetro interior es $D=40$ cm. Si el límite de fluencia del material es de $26\,500$ N/cm² y se toma un coeficiente de seguridad de 3. ¿Qué espesor debe tener la pared del cilindro?

- a) 1,51 mm b) 1,61 mm c) 1,71 mm d) 1,81 mm e) 1,91 mm

126. En la Fig.37, al par de tacos de madera encolados A y B de espesor $h=5$ cm y longitud $\ell=6$ cm, en la dirección perpendicular al papel, se aplican las fuerzas verticales $F=3750$ N, para producir la rotura de la unión encolada. ($\text{sen } 53^\circ=4/5$, $\text{cos } 53^\circ=3/5$, $g=10$ m/s²)

I) Hallar el esfuerzo de cizalla " σ_T ", sobre la superficie encolada.

- a) 100 N/cm² b) 110 N/cm² c) 120 N/cm² d) 130 N/cm² e) 140 N/cm²

II) Hallar el esfuerzo normal " σ_N ", sobre la superficie encolada.

- a) 60 N/cm² b) 65 N/cm² c) 70 N/cm² d) 75 N/cm² e) 80 N/cm²

127. En la Fig.38, el dispositivo mostrado se utiliza para determinar la resistencia a cortante de una unión encolada. Si la carga en la rotura es $P=864$ N. ¿Cuál es la tensión cortante media en la unión encolada, en este instante?

- a) 100 N/cm² b) 110 N/cm² c) 120 N/cm² d) 130 N/cm² e) 140 N/cm²

128. Una varilla homogénea vertical de peso despreciable y longitud $\ell=50$ cm, está unida en su extremo inferior a un soporte por medio de un pasador, y a dos resortes de constantes elásticas " k ", situadas a ambos lados a paredes verticales, a la distancia $d=35$ cm de su extremo inferior. En su extremo superior se encuentra una carga de peso $W=110$ N. Hallar el valor que debe tener " k ", para que el periodo de las pequeñas oscilaciones sea $T=1$ s. ($g=9,8$ m/s²).

- a) 6,17 N/cm b) 6,37 N/cm c) 6,57 N/cm d) 6,77 N/cm e) 6,97 N/cm

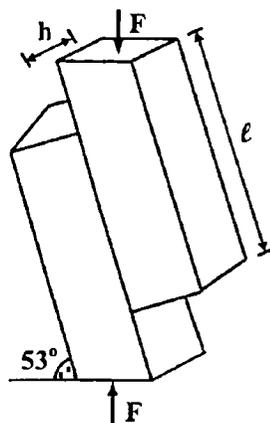


Fig.37

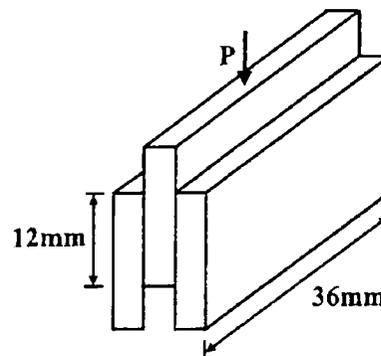


Fig.38

129. En la Fig.39, determinar la fuerza normal interna resultante que actúa sobre la sección transversal por el punto A en cada columna.

- I) El segmento BC pesa 180 lb/pie y el segmento CD pesa 250 lb/pie.
- II) La columna tiene una masa de 200 kg/m.

130. En la Fig.40, determine el par interno resultante que actúa sobre las secciones transversales por los puntos C y D. Los cojinetes de soporte en A y B permiten el libre giro de la flecha.

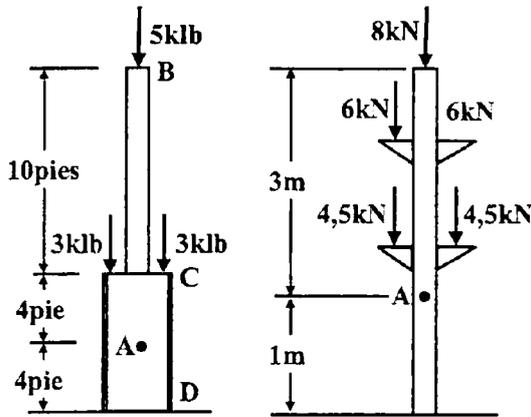


Fig.39

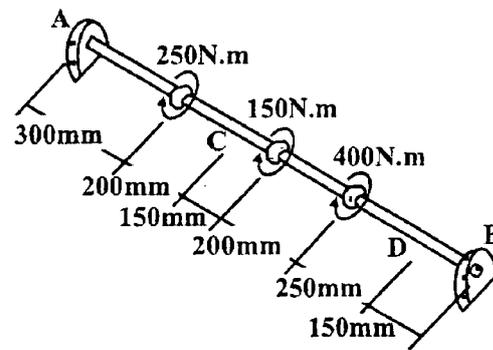


Fig.40

131. En la Fig.41, determine el par interno resultante que actúa sobre las secciones transversales por los puntos B y C.

132. En la Fig.42, determine la fuerza normal y cortante internas resultantes en el miembro en (a) la sección a-a y (b) la sección b-b, cada una de las cuales pasa por el punto A. La carga de 500 lb está aplicada a lo largo del eje centroidal del miembro.

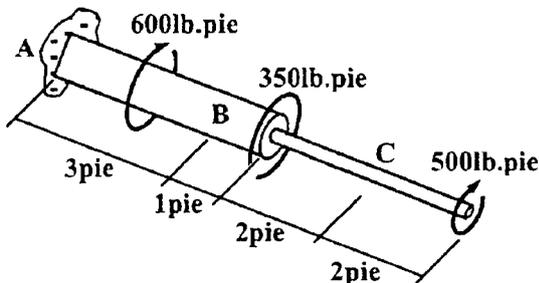


Fig.41

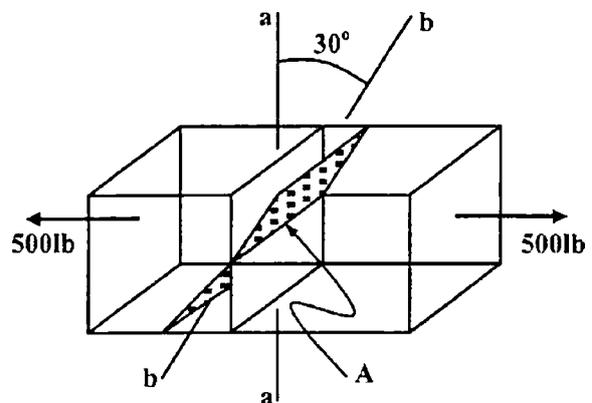


Fig.42

133. En la Fig.43, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal a través del punto D del miembro AB.

134. En la Fig. 44, la viga AB está articulada por un pasador en A y soportada por un cable BC. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en

el punto D.

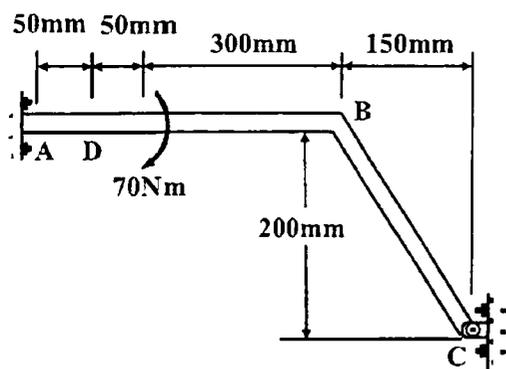


Fig.43

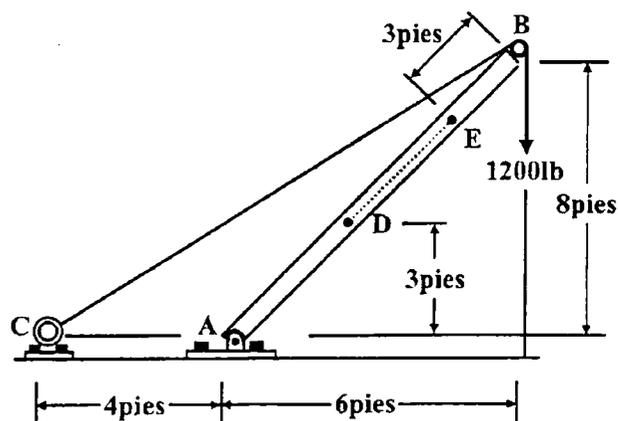


Fig.44

135. Resuélvase el problema anterior para las cargas internas resultantes que actúan en el punto E.

136. En la Fig.45, la viga AB está empotrada en la pared y tiene un peso uniforme de 80 lb/pie. Si el gancho soporta una carga de 1500 lb, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre las secciones transversales por los puntos C y D.

137. En la Fig.46, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto C. La unidad enfriadora tiene un peso total de 52 klb y su centro de gravedad en G.

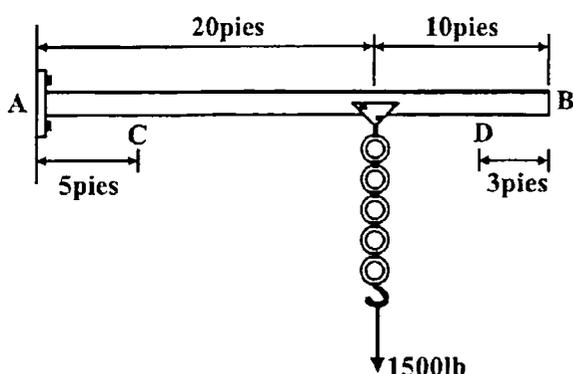


Fig.45

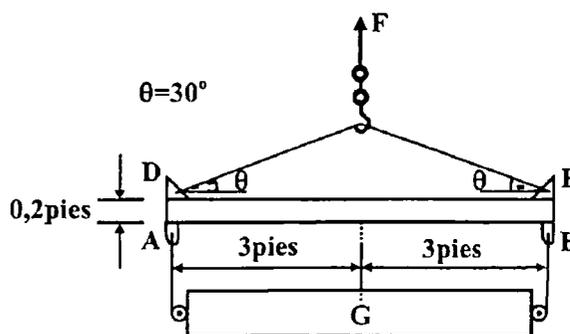


Fig.46

138. En la Fig.47, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre las secciones transversales por los puntos D y E de la estructura.

139. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre las secciones transversales por los puntos F y G de la estructura anterior.

140. En la Fig.48, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre (I) la sección a-a y (II) la sección b-b. Cada sección pasa por el centroide en C.

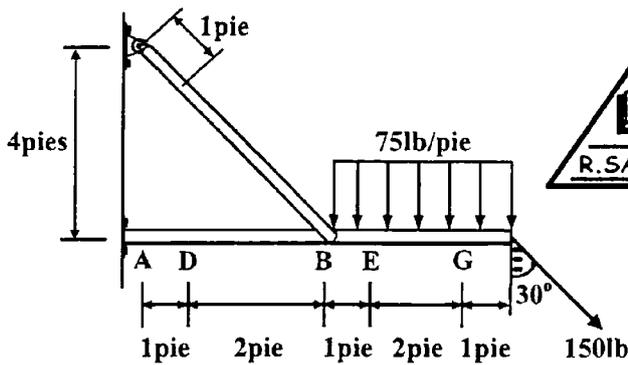


Fig.47

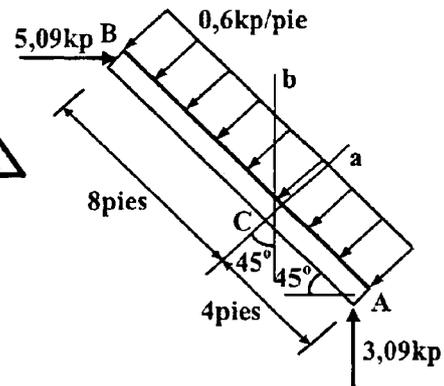


Fig.48

- 141. En la Fig.49, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto C en la viga. La carga D tiene una masa de 300 kg y está siendo levantada por el motor M con velocidad constante.
- 142. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto E de la viga en el problema anterior.
- 143. En la Fig.50, la carga de 800 lb está siendo elevada a velocidad constante usando el motor M que tiene un peso de 90 lb. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto B en la viga. La viga tiene un peso de 40 lb/pie y está empotrada en la pared en A.

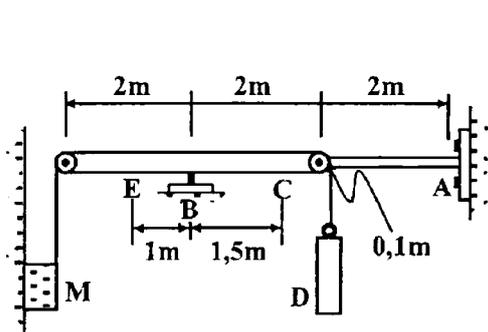


Fig.49

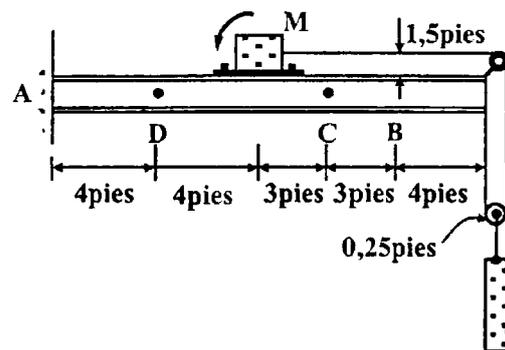


Fig.50

- 144. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por los puntos C y D en el problema anterior.
- 145. En la Fig.51, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en el punto B.
- 146. En la Fig.52, la viga soporta la carga distribuida mostrada. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto C. Suponga que las reacciones en los soportes A y B son verticales.

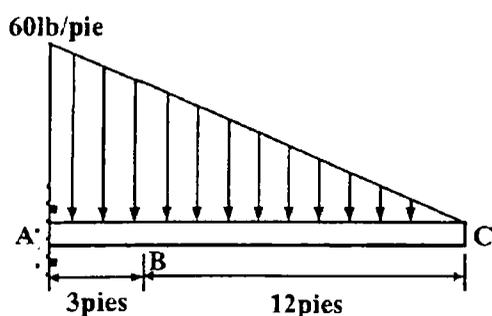


Fig.51

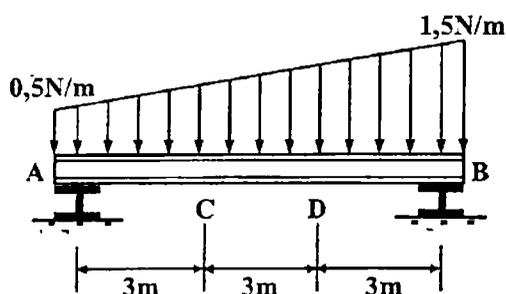


Fig.52

147. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto D en el problema anterior.

148. En la Fig.53, la charola de servicio T usada en un avión está sostenida en cada lado por un brazo. La charola está conectada por un pasador al brazo A, y en B tiene un pasador liso. (El pasador puede moverse dentro de la ranura en los brazos para poder plegar la charola contra el asiento del pasajero al frente cuando aquella no está en uso). Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto C del brazo cuando el brazo de la charola soporta las cargas mostradas.

149. En la Fig.54, la perforadora de vástago metálico está sometida a una fuerza de 120 N en su mango. Determine la magnitud de la fuerza reactiva en el pasador A y en el eslabón corto BC. Determine también las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal que pasa por D en el mango.

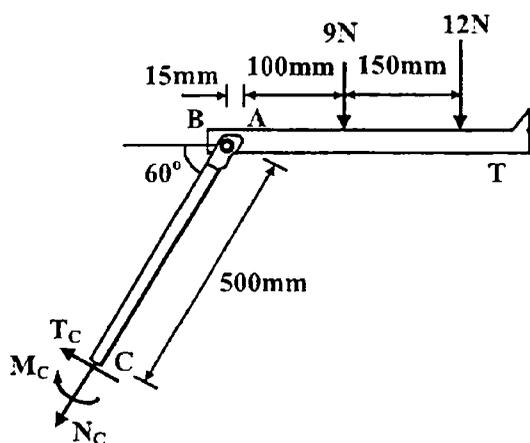


Fig.53

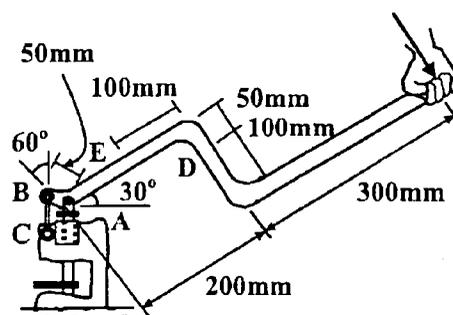


Fig.54

150. Resuelva el problema anterior, para las cargas internas resultantes sobre la sección transversal que pasa por E y en una sección transversal del eslabón corto BC.

151. En la Fig.55, la viga principal AB soporta la carga sobre el ala del avión. Las cargas consisten en la reacción de la rueda de $35\,000 \text{ lb}$ en C, el peso de $1\,200 \text{ lb}$ de combustible en el tan que del ala, con centro de gravedad en D y el peso de 400 lb del ala con centro de

gravidad en E. Si está empotrada al fuselaje en A, determinar las cargas internas resultantes sobre la viga en este punto. Suponga que el ala no transmite ninguna de las cargas al fuselaje, excepto a través de la viga.

152. En la Fig. 56, el tubo tiene una masa de 12 kg/m. Considerando que está empotrado en la pared en A, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en B. Desprecie el peso de la palanca.

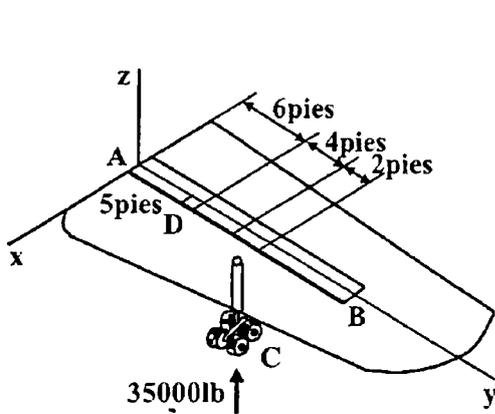


Fig. 55

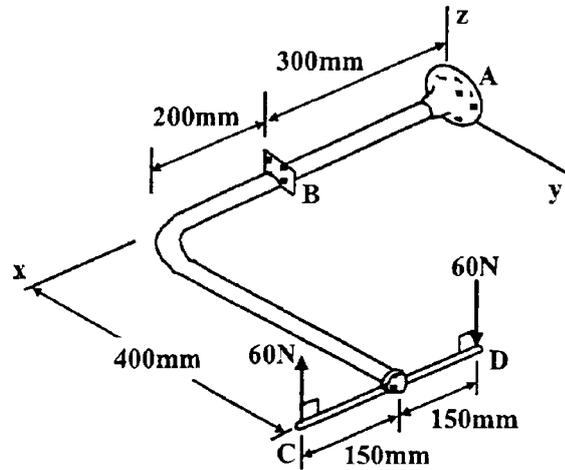


Fig. 56

153. En la Fig. 57, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto B del letrero. El poste está empotrado en el suelo y una presión uniforme de 7 lb/pie² actúa perpendicularmente sobre la cara del letrero.

154. En la Fig. 58, la flecha está sostenida en sus extremos por dos cojinetes A y B y está sometida a las fuerzas aplicadas a las poleas fijas a la flecha. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en el punto C. Las fuerzas de 300 N actúan en la dirección-z y las fuerzas de 500 N actúan en la dirección +x. Los cojinetes en A y B ejercen sólo componentes x-z de fuerza sobre la flecha.

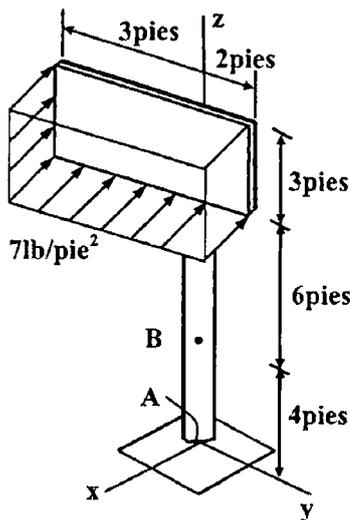


Fig. 57

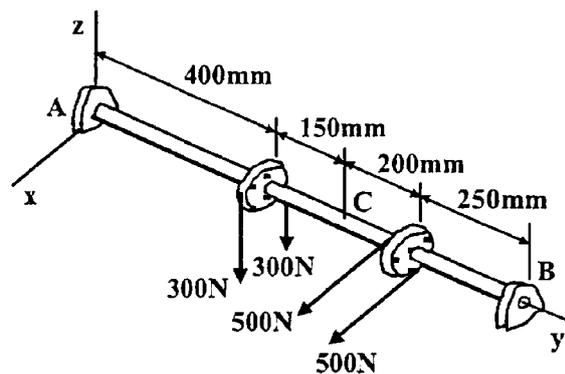


Fig. 58

155. En la Fig. 59, una manivela de prensa tiene las dimensiones mostradas. Determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en A si se aplica una fuerza vertical de 50 lb a la manivela como se muestra. Suponga que la manivela está empujada y la flecha en B.

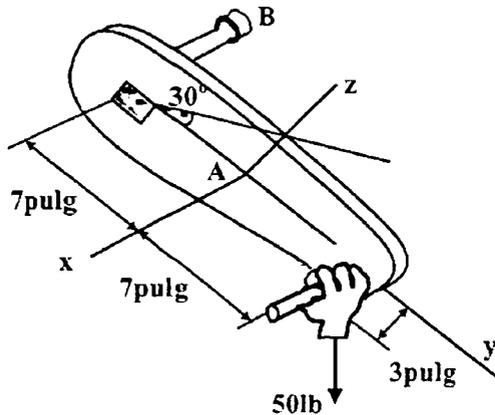


Fig. 59

156. En la Fig. 60, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por los puntos F y G de la estructura. El contacto en E es liso.

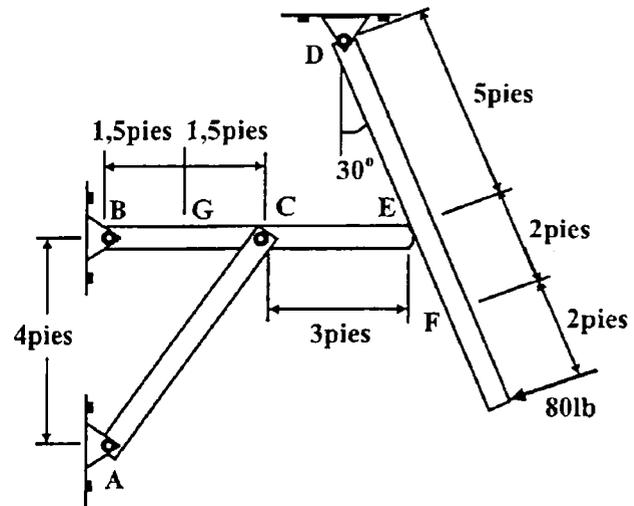


Fig. 60

157. En la Fig. 61, el vástago del perno está sometido a una tensión de 80 lb. Determinar las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en el punto C.

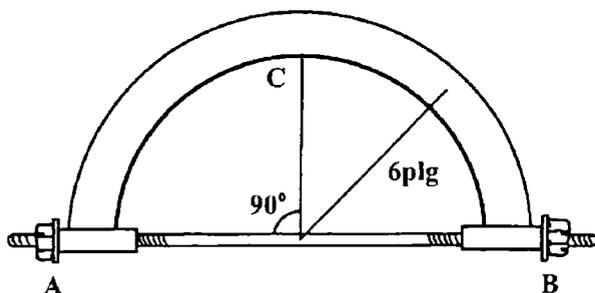


Fig. 61

158. En la Fig. 62, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal en los puntos B y C del miembro curvo.

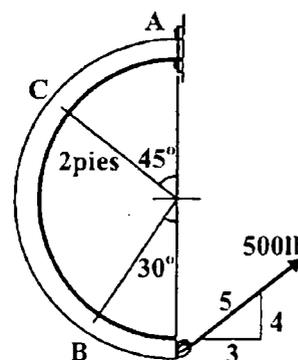


Fig. 62

159. En la Fig. 63, la barra curva AD de radio "r" tiene un peso "w" por unidad de longitud. Si esta se encuentra en un plano vertical, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto B. Sugerencia: la distancia del centroide C del segmento AB al punto O es $OC = (2r \sin(\theta/2))/\theta$.

160. En la Fig. 64, la barra curva AD de radio "r" tiene un peso "w" por unidad de longitud. Si está se encuentra en un plano horizontal, determine las cargas internas resultantes que actúan sobre la sección transversal por el punto B. Sugerencia: la distancia del centroide C del segmento AB al punto O es $CO=0,9745r$.

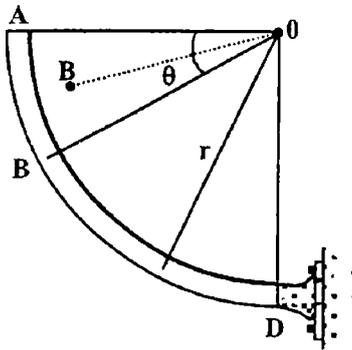


Fig. 63

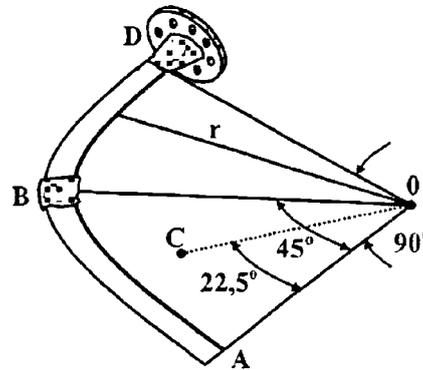


Fig. 64

161. En la Fig. 65, la columna está sometida a una fuerza axial de 8 kN en su parte superior. Si el área de su sección transversal tiene las dimensiones mostradas en la Figura, determinar el esfuerzo normal promedio que actúa en la sección a-a. Muestre esta distribución del esfuerzo actuando sobre la sección transversal de la columna.

162. En la Fig. 66, el grillete de anclaje soporta la fuerza del cable de 600 lb. Si el pasador tiene un diámetro de 0,25 pulg, determine el esfuerzo cortante promedio en el pasador.

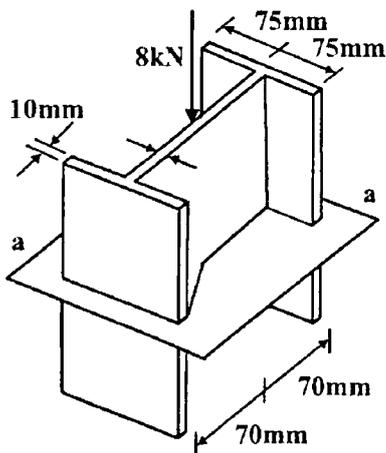


Fig. 65

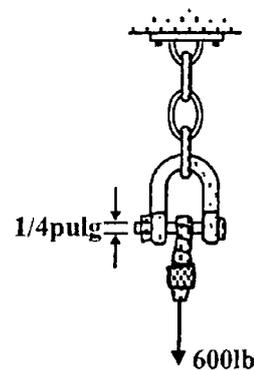


Fig. 66

163. En la Fig. 67, al correr el pie de un hombre de 150 lb está momentáneamente sometido a una fuerza que es 5 veces su peso. Determine el esfuerzo normal promedio desarrollado en la tibia T de su pierna en la sección media a-a. La sección transversal puede suponerse circular con diámetro exterior de 1,75 pulg y un diámetro interior de 1 pulg. Suponga que el peroné F no soporta carga.

164. En la Fig. 68, el pequeño bloque tiene un espesor de 0,5 pulg. Si la distribución de esfuer

zo en el soporte desarrollado por la carga varia como se muestra, determine la fuerza "F" aplicada al bloque y la distancia "d" a la que esta aplicada.

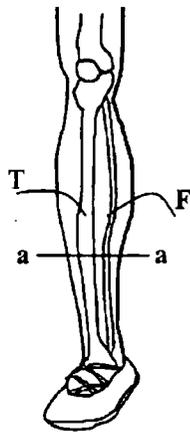


Fig.67

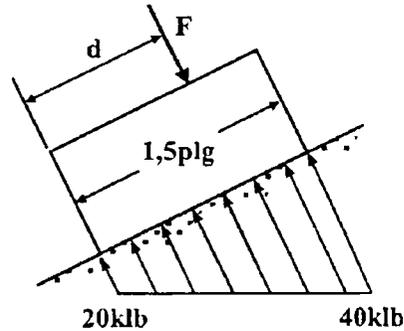


Fig.68

165. En la Fig.69, el pequeño bloque tiene un espesor de 5 mm. Si la distribución de esfuerzo en el soporte desarrollado por la carga varia como se muestra, determine la fuerza "F" aplicada al bloque y la distancia "d" a la que está aplicada.

166. En la Fig.70, la palanca está unida a la flecha empotrada por medio de un pasador cónico que tiene un diámetro medio de 6 mm. Si se aplica un par a la palanca, determine el esfuerzo cortante promedio en el pasador, entre el pasador y la palanca.

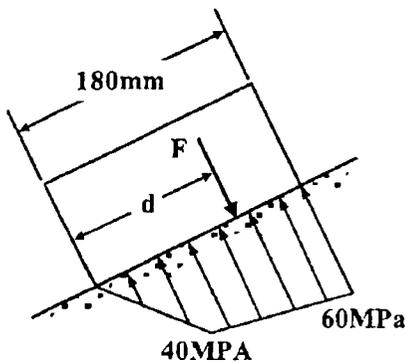


Fig.69

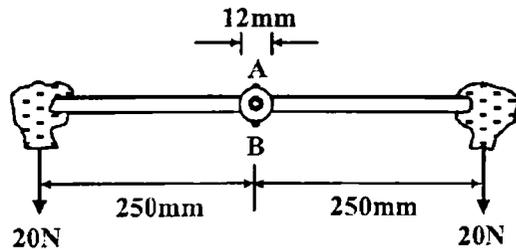


Fig.70

167. En la Fig.71, la rueda de soporte se mantiene en su lugar bajo la pata de un andamio por medio de un pasador de 4 mm de diámetro como se muestra en la Figura. Si la rueda está sometida a una fuerza normal de 3 kN, determinar el esfuerzo cortante promedio generado en el pasador. Desprecie la fricción entre la pata del andamio y el tubo sobre la rueda.

168. En la Fig.72, una mujer con peso de 175 lb está de pie sobre un piso vinílico con zapatos de tacón puntiagudo. Si el tacón tiene las dimensiones mostradas, hallar el esfuerzo normal promedio que ella ejerce sobre el piso y compárelo con el esfuerzo normal promedio generado cuando un hombre del mismo peso lleva zapatos de tacones planos. Suponga que la carga se aplica lentamente de manera que puedan ignorarse los efectos dinámicos

cos . Suponga también que todo el peso es soportado sólo por el tacón de un zapato.

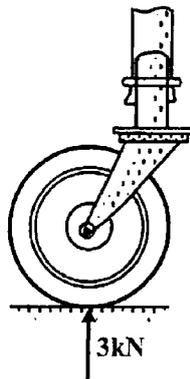


Fig. 71

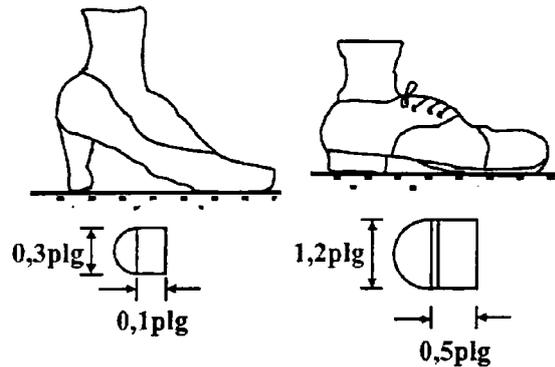


Fig. 72

169. En la Fig. 73, la lámpara con un peso de 50 lb está soportada por tres barras de acero conectadas por un anillo en A. Determine cuál está sometida al mayor esfuerzo normal promedio y calcule su valor. Considere $\theta=30^\circ$. El diámetro de cada barra se da en la Figura.

170. Resuelva el problema anterior para $\theta=45^\circ$.

171. En la Fig. 73, la lámpara con un peso de 50 lb está soportada por tres barras de acero conectadas por un anillo en A. Determine el ángulo orientación " θ " de AC tal que el esfuerzo normal producido en la barra sea el doble del esfuerzo normal promedio en la barra AD. ¿Cuál es la magnitud del esfuerzo en cada barra? El diámetro de cada barra se da en la Figura.

172. En la Fig. 74, el pedestal tiene una sección transversal triangular como se muestra. Si está sometido a una fuerza compresiva de 500 lb, especifique las coordenadas x e y del punto $P(x, y)$ en que debe aplicarse la carga sobre la sección transversal para que el esfuerzo normal sea uniforme. Calcule el esfuerzo y esboce su distribución sobre una sección transversal en una sección alejada del punto de aplicación de la carga.

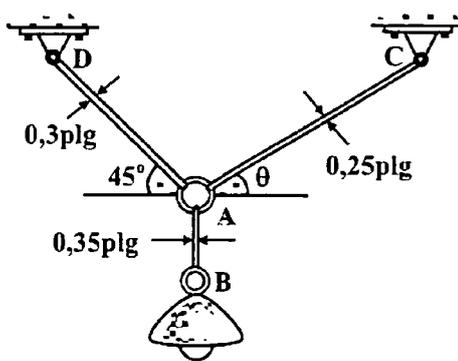


Fig. 73

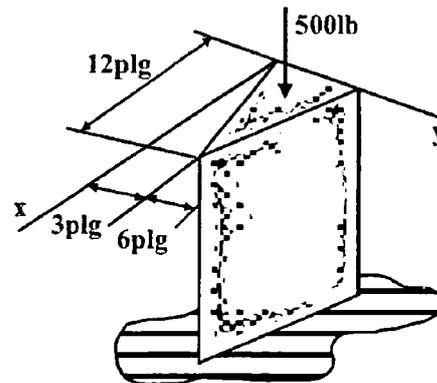


Fig. 74

173. En la Fig. 75, los dos miembros de acero están unidos entre si por medio de una soldadura

ra a tope a 60° . Determinar los esfuerzos normal y cortante promedio resistidos en el plano de soldadura.

174. En la Fig.76, la flecha compuesta consiste en un tubo AB y en una barra sólida BC. El tubo tiene un diámetro interior de 20 mm y un diámetro exterior de 28 mm. La barra tiene un diámetro de 12 mm. Determine el esfuerzo normal promedio en los puntos D y E y represente el esfuerzo sobre un elemento de volumen localizado en cada uno de estos puntos.

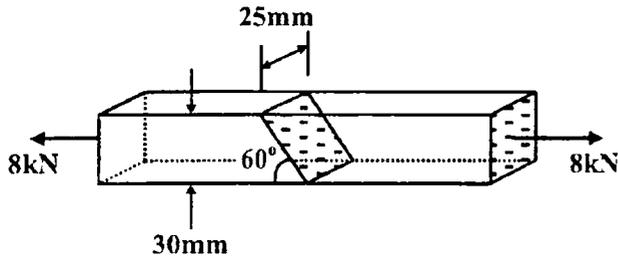


Fig.75

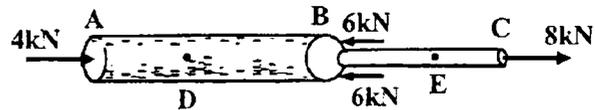


Fig.76

175. En la Fig.77, la pieza de madera está sometida a una fuerza de tensión de 85 lb. Determine los esfuerzos normal y cortante promedio desarrollados en las fibras de madera orientadas a lo largo de la sección a-a a 15° con respecto al eje de la pieza.

176. En la Fig.78, el bloque de plástico está sometido a una fuerza axial de compresión de 600 N. Suponiendo que las tapas arriba y en el fondo distribuyen la carga uniformemente a través del bloque, determine los esfuerzos normal y cortante promedio que actúan a lo largo de la sección a-a.

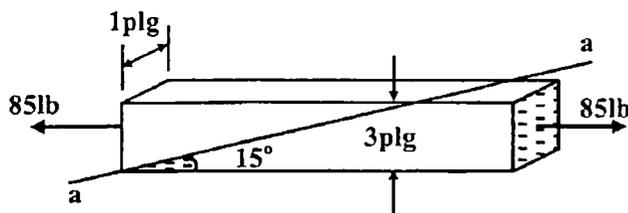


Fig.75

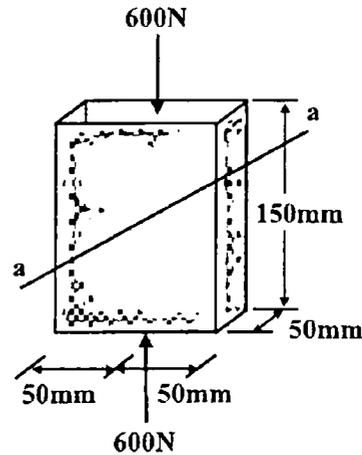


Fig.76

177. En la Fig.77, el espécimen falló en una prueba de tensión a un ángulo de 52° cuando la carga axial era de 19,80 klb. Si el diámetro del espécimen es de 0,5 plg, determine los esfuerzos normal y cortante promedio que actúan sobre el plano inclinado de falla. Además, ¿Cuál fue el esfuerzo normal promedio que actuaba sobre la sección transversal cuando ocurrió la falla?

178. En la Fig.88, un espécimen a tensión con área A en su sección transversal está sometido

do a una fuerza axial P . Determine el esfuerzo cortante máximo promedio en el espécimen e indique la orientación " θ " de la sección en que éste ocurre.

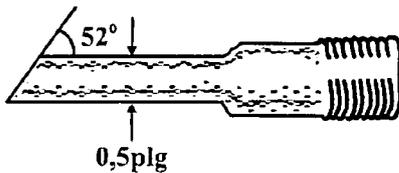


Fig.77

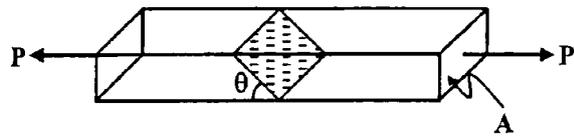


Fig.78

179. En la Fig. 79, la junta está sometida a la fuerza axial de miembro de 5 kN. Determine el esfuerzo normal promedio que actúa en las secciones AB y BC. Suponga que el miembro es liso y que tiene 50 mm de espesor.

180. En la Fig. 80, la junta está sometida a la fuerza axial de miembro de 6 klp. Determine el esfuerzo normal promedio que actúa sobre las secciones AB y BC. Suponga que el miembro es liso y que tiene 1,5 plg de espesor.

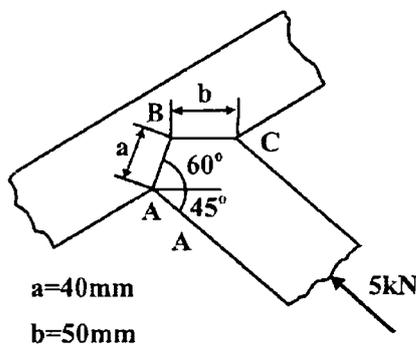


Fig.79

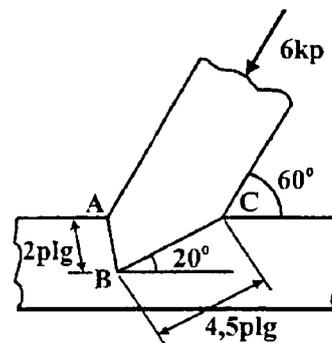


Fig.80

181. En la Fig. 81, los dos miembros usados en la construcción del fuselaje de un avión están unidos si usando una soldadura de boca de pescado a 30° . Determine los esfuerzos normal y cortante promedio sobre el plano de cada soldadura. Suponga que cada plano inclinado soporta una fuerza horizontal de 400 libras.

182. En la Fig. 82, el conductor de un auto deportivo aplica los frenos traseros, lo que ocasiona que los neumáticos se deslicen. Si la fuerza normal en cada neumático trasero es de 400 lb y el coeficiente de fricción cinética entre los neumáticos y el pavimento es de $\mu_c = 0,5$, determine el esfuerzo cortante promedio desarrollado por la fuerza de fricción sobre los neumáticos. Suponga que el caucho de los neumáticos es flexible y que cada neumático tiene una presión de 32 lb/plg^2 .

183. En la Fig. 83, las barras AB y BC tienen diámetros de 4 mm y 6 mm, respectivamente. Si la carga de 8 kN se aplica al anillo en B, determine el esfuerzo normal promedio en cada barra si $\theta = 60^\circ$.

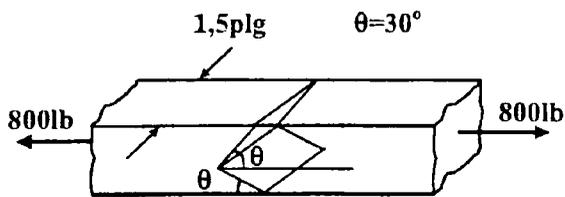


Fig. 81

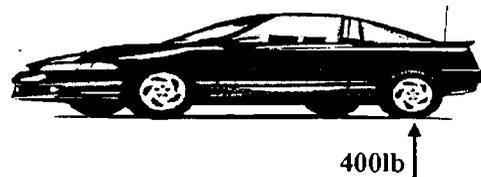


Fig. 82

184. En la Fig. 83, las barras AB y BC tienen diámetros de 4 mm y 6 mm, respectivamente. Si la carga vertical de 8 kN se aplica al anillo en B, determine el ángulo "θ" de la barra BC de manera que el esfuerzo normal promedio en ambas barras sea el mismo. ¿Qué valor tiene este esfuerzo?
185. En la Fig. 84, las barras de la armadura tienen cada una un área transversal de 1,25 plg². Determine el esfuerzo normal promedio en cada barra debido a la carga P=8 klb. Indique si el esfuerzo es de tensión o de compresión.
186. En la Fig. 84, las barras de la armadura tienen cada una un área transversal de 1,25 plg². Si el esfuerzo normal promedio máximo en cualquier no debe ser mayor de 20 klb/plg², determine la magnitud máxima P de las cargas que pueden aplicarse a la armadura.

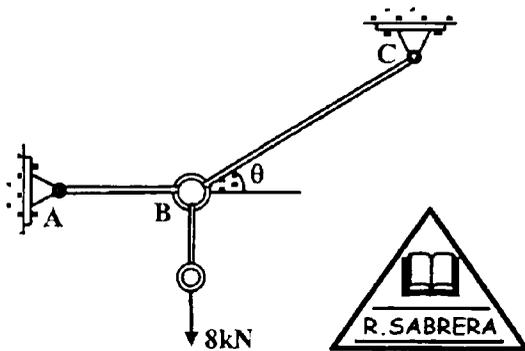


Fig. 83

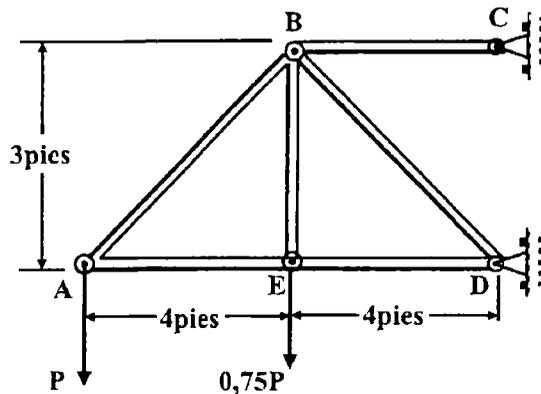


Fig. 84

187. En la Fig. 85, la armadura está formada por tres miembros conectados por pasadores, las áreas transversales de los miembros son: $A_{BC}=0,8 \text{ plg}^2$, $A_{AC}=0,6 \text{ plg}^2$, $A_{AB}=1,5 \text{ plg}^2$. Determine el esfuerzo normal promedio generado en cada barra cuando la armadura está sometida a la carga mostrada. Indique si el esfuerzo es de tensión o de compresión.
188. En la Fig. 86, la viga uniforme está soportada por dos barras AB y CD cuyas áreas transversales son de 12 mm² y 8 mm² respectivamente. Si d=1 m, determine el esfuerzo normal promedio en cada barra.
189. En la Fig. 86, la viga uniforme está soportada por dos barras AB y CD cuyas áreas de sección transversal son de 12 mm² y 8 mm², respectivamente. Determine la posición "d" de la carga de 6 kN para que el esfuerzo normal promedio en ambas barras sea el mismo.

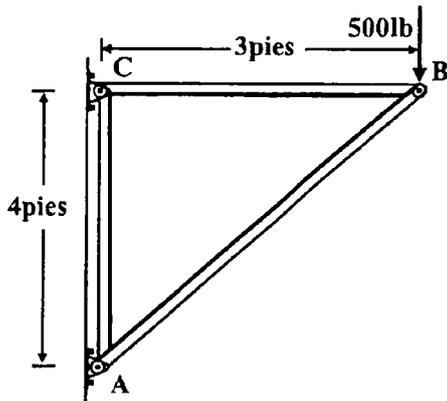


Fig. 85

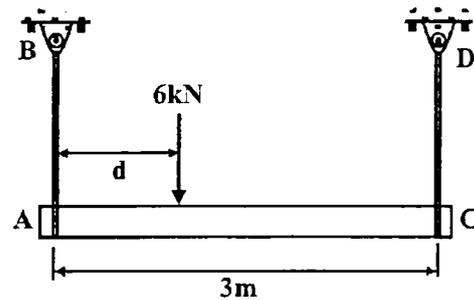


Fig. 86

190. En la Fig. 87, la lámpara usada para iluminar el enganche de vagones de ferrocarril está soportada por el pasador de 1/8 pulgada de diámetro en A. Si la lámpara pesa 4 lb y el brazo tiene un peso de 0,5 lb/pie, determine el esfuerzo cortante promedio en el pasador necesario para soportar la lámpara. Sugerencia: la fuerza cortante en el pasador es causada por el par requerido para el equilibrio en A.

191. En la Fig. 88, el bastidor de dos miembros está sometido a la carga distribuida que se muestra. Determine los esfuerzos normal y cortante promedio que actúan en las secciones a-a y b-b. El miembro CB tiene una sección transversal cuadrada de 35 mm de lado. Considere $w=8$ kN/m.

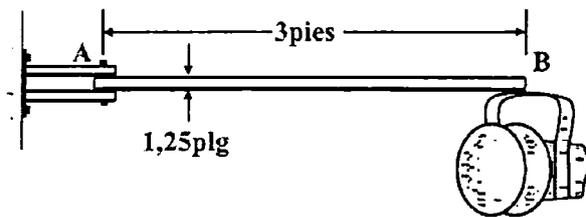


Fig. 87

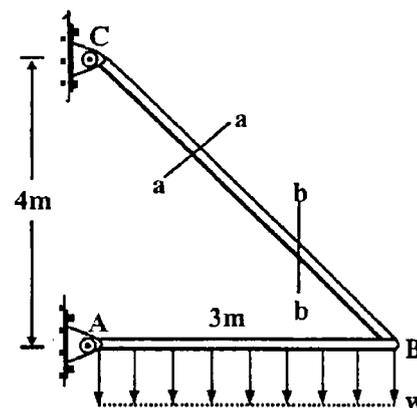


Fig. 88

192. En la Fig. 88, el bastidor de dos miembros está sometido a la carga distribuida mostrada. Determine la intensidad "w" de la carga uniforme máxima que puede aplicarse al bastidor sin que los esfuerzos normal y cortante promedio en la sección b-b excedan los valores $\sigma=15$ MPa y $\tau=16$ MPa, respectivamente. El miembro CB tiene una sección transversal cuadrada de 35 mm de lado.

193. En la Fig. 89, la viga está sometida por un pasador en A y un eslabón corto BC. Si $P=15$ kN, determine el esfuerzo cortante promedio desarrollado por los pasadores en A, B y C. Todos los pasadores están en cortante doble, como se muestra y cada uno tiene un diámetro de 18 mm.

194. En la Fig. 89, la viga está soportada por un pasador en A y un eslabón corto BC. Determine la magnitud máxima P de las cargas que la viga soportará si el esfuerzo cortante promedio en cada pasador no debe ser mayor de 80 MPa. Todos los pasadores están en corte doble y cada uno tiene un diámetro de 18 mm.

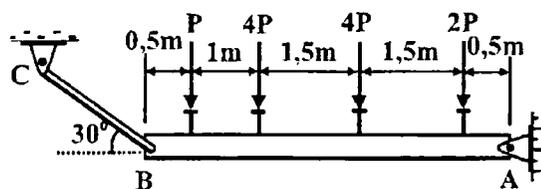


Fig. 89

195. En la Fig. 90, hallar el esfuerzo de compresión " σ_c " en la barra del pistón circular cuando una fuerza $P=40\text{ N}$ se aplica al brazo del pedal. Asumir que la línea de acción de la fuerza P es paralela a la varilla del pistón, de diámetro $D=5\text{ mm}$.

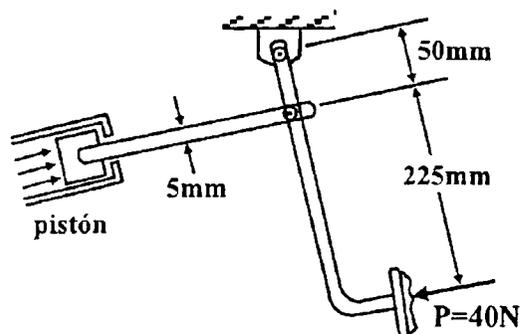


Fig. 90

196. En la Fig. 91, el poste circular sólido ABC soporta la carga de $P_1=2\,500\text{ N}$ actuando en A. Una segunda carga P_2 está distribuida uniformemente alrededor del área en B. Los diámetros de las partes superior e inferior del poste son: $d_{AB}=3,175\text{ cm}$, y $d_{BC}=5,715\text{ cm}$, respectivamente.

- I) Calcular el esfuerzo normal σ_{AB} en la parte superior del poste.
- II) Si deseamos que la parte inferior del poste tenga el mismo esfuerzo de compresión que la parte superior, ¿Cuál debe ser la magnitud de la carga P_2 ?

197. En la Fig. 92, una varilla de acero de longitud $\ell=32\text{ m}$ está suspendida de un punto fijo y sostiene un peso de $P=890\text{ N}$ en un extremo inferior. Si el diámetro de la varilla circular es $D=0,635\text{ cm}$. Calcular el máximo esfuerzo normal " σ_{\max} " en la varilla, teniendo en cuenta su peso. ($g=10\text{ m/s}^2$, $\rho=7,85 \cdot 10^3\text{ kg/m}^3$)

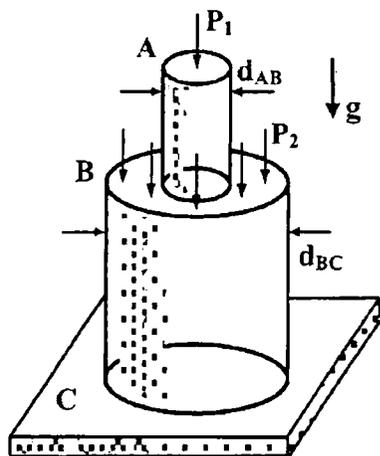


Fig. 91

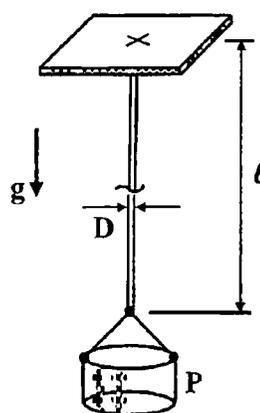


Fig. 92

198. En la Fig. 93, un tubo circular de aluminio de longitud $\ell=400$ mm es sometido a una fuerza de compresión P . Los diámetros interior y exterior son: $d=50$ mm y $D=60$ mm, respectivamente. Una tira estirada es ubicada en forma de la barra para medir el esfuerzo normal en la dirección longitudinal.

- I) Si la medida del esfuerzo unitario es $\epsilon=550 \cdot 10^{-6}$, ¿Cuál es el acortamiento " δ " que experimenta la barra?
- II) Si el esfuerzo de compresión en la barra es de 40 MPa, ¿Cuál es la carga P ?

199. En la Fig. 94, se muestra la sección transversal de una pieza de concreto que está cargada uniformemente en compresión.

- I) Hallar la media del esfuerzo de compresión " σ_c " en el concreto si la carga es 2 500 N.
- II) Hallar las coordenadas x y y del punto donde la carga resultante actúa, produciendo el esfuerzo normal uniforme.

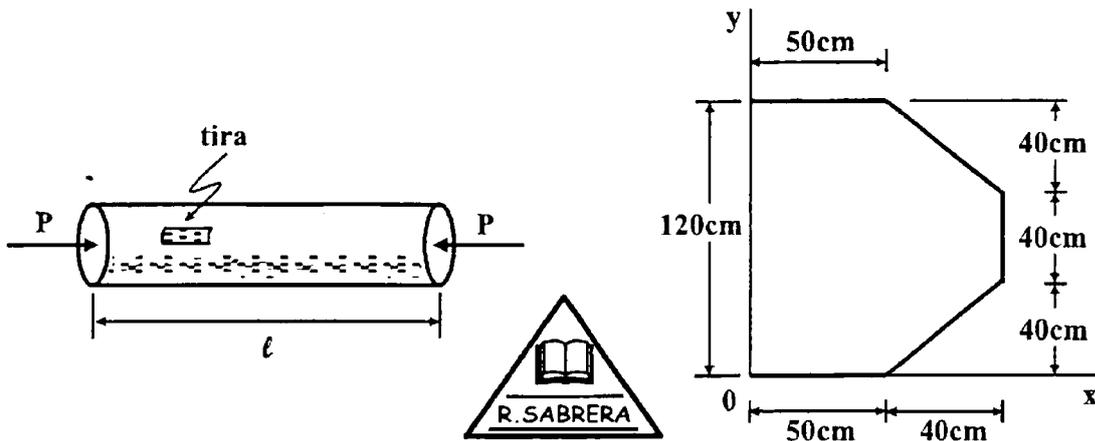


Fig. 93

Fig. 94

200. En la Fig. 91, la viga mostrada de longitud $L=6$ m está apoyada simplemente en A y B, y sometida a la carga distribuida triangular $q=1600$ N/m. Determinar:

- I) Las reacciones en los apoyos A y B.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante.
- III) Las ecuaciones del momento flector.
- IV) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector.

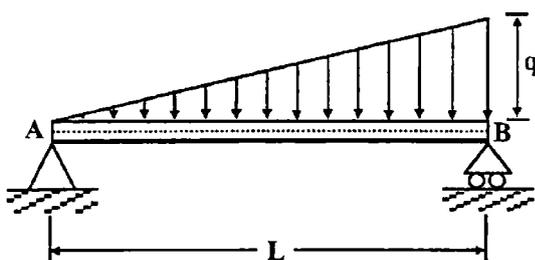


Fig. 91

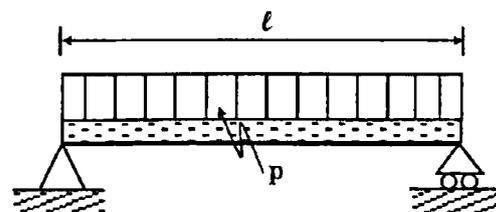


Fig. 92

201. En la Fig. 92, la viga de longitud $\ell=4$ m simplemente apoyada está sometida a una carga vertical uniformemente repartida de $p=210$ N/m.

- I) Trazar el diagrama del esfuerzo cortante
- II) Trazar el diagrama del momento flector.

202. En la Fig.93, la viga simplemente apoyada está sometida a una sola carga aislada igual a 2000 N, para un punto cualquiera de la viga, hallar:

- I) La ecuación del esfuerzo cortante.
- II) La ecuación del momento flector.
- III) Trazar el diagrama del esfuerzo cortante
- IV) Trazar el diagrama del momento flector.

203. En la Fig.94, la viga en voladizo, de longitud $L=4$ m, actúan la carga concentrada $P=4$ kN, y la carga distribuida $q=5$ kN/m.

- I) Las reacciones en el empotramiento A.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

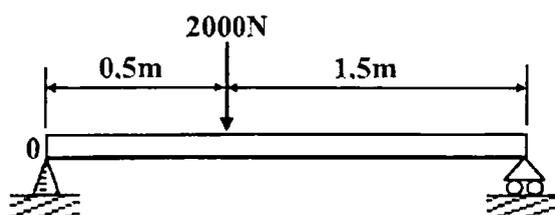


Fig.93

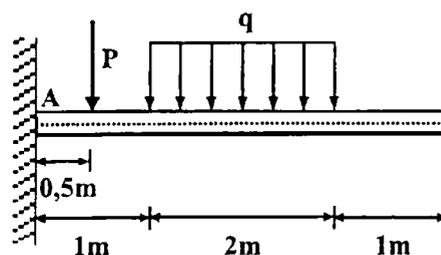


Fig.94

204. En la Fig.95, la viga de longitud "L" apoyada en A y B soporta una carga puntual "P" y otra carga distribuida "q", hallar:

- I) Las reacciones en los apoyos A y B.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

205. En la Fig.96, la viga de longitud $L=10$ m apoyada en B y C soporta las cargas puntuales $P_1=4000$ N, $P_2=3000$ N, y la carga distribuida $q=600$ N/m, hallar:

- I) Las reacciones en los apoyos B y C.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

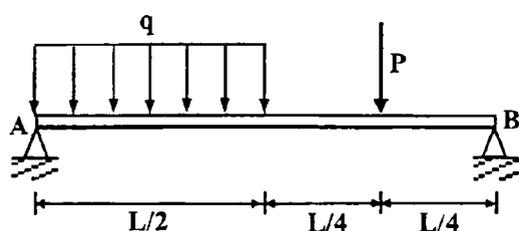


Fig.95

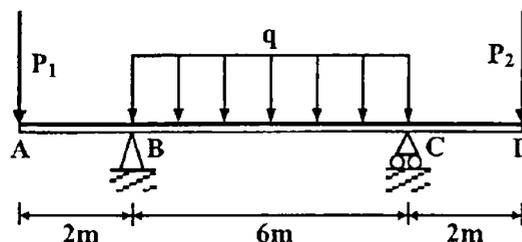


Fig.96

206. En la Fig.97, la viga de apoyada en A, B esta sometida a una carga uniforme "q", una carga puntual "P", y un momento "M", hallar:

- I) Las reacciones en los apoyos A y B.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

207. En la Fig.98, la viga apoyada en A y B con voladizo está sometida a la carga triangular de valor máximo "q", y a la carga puntual "P", hallar:

- I) Las reacciones en los apoyos A y B.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

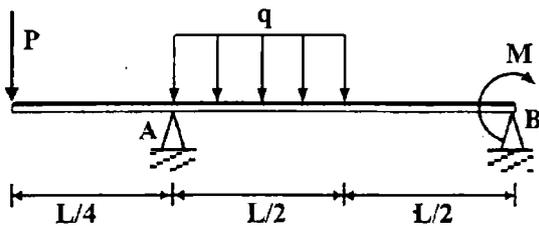


Fig.97

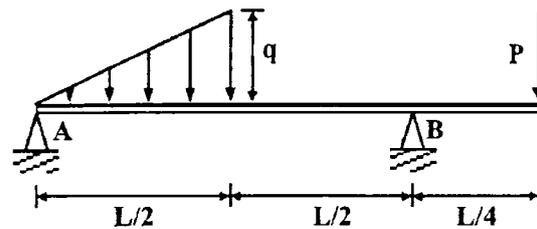


Fig.98

208. En la Fig.99, en la viga de longitud $L=3$ m apoyada en A y B, sometida a las cargas puntuales $P_1=200$ N y $P_2=100$ N, hallar:

- I) Las reacciones en los apoyos A y B.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

209. En la Fig.100, en la viga empotrada en A, y sometida a la carga puntual $P=4$ kN, y a la carga distribuida uniforme $q=3$ kN/m, hallar:

- I) Las reacciones en el empotramiento A.
- II) Las ecuaciones del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.
- III) Los diagramas del esfuerzo cortante y el momento flector en toda la viga.

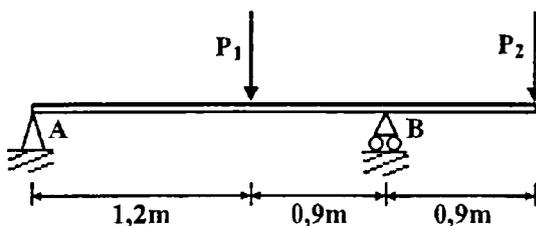


Fig.99

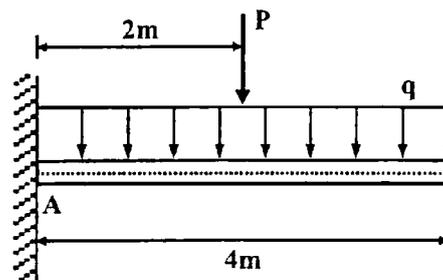
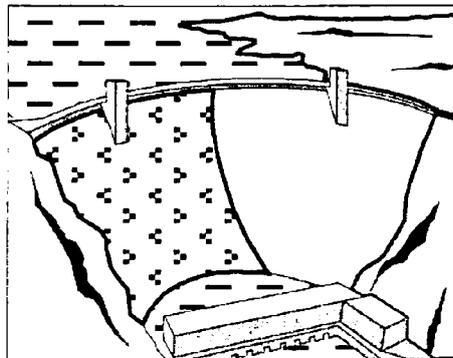


Fig.100

CAP-3

HIDROSTÁTICA



- **Conceptos fundamentales**
- **Densidad y peso específico**
- **Presión de un líquido y sus propiedades**
- **Principio fundamental de la hidrostática**
- **Principios de la hidrostática**



HIDRO ESTÁTICA

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

a) Hidroaeromecánica

Es una rama de la física que estudia las leyes del equilibrio y del movimiento de los líquidos y de los gases, así, como las interacciones de los líquidos y gases en movimiento con los sólidos.

b) Hidroaerostática

Es una parte de hidroaeromecánica que estudia las leyes que rigen ó gobiernan el equilibrio de los líquidos y gases teniendo en cuenta a las fuerzas que actúan sobre ellas; la hidroaerostática se divide en hidrostática y aerostática.

c) Hidrostática

Estudia las propiedades, procesos y fenómenos de los líquidos en equilibrio.

d) Aerostática

Estudia las propiedades y fenómenos de los gases en equilibrio.

e) Fluido

Se designa con este nombre a los líquidos y gases, sean estos, compresibles o incompresibles.

f) Líquidos

Se llaman líquidos los cuerpos que tienen volumen determinado pero no elasticidad de forma (por carecer de módulo de cizallamiento).

g) Fluido compresible

Es el gas cuya densidad depende de la presión hasta tal punto que en la prácti

ca está relación no puede despreciarse.

h) Fluido incompresible

Es el líquido ó gas en el que la relación de dependencia entre su densidad y presión es despreciable.

i) Líquidos inmiscibles

Se denomina así, a dos ó más líquidos diferentes, que al unirse entre sí, no se mezclan.

j) Fluido perfecto ó ideal

Es aquel fluido que no presenta rozamiento interno (viscosidad) y a su vez es incompresible.

k) Fluido viscoso

Es aquel fluido que presenta rozamiento interno.

l) Rozamiento interno

Se denomina así al fenómeno que causa la aparición de las fuerzas tangenciales que se oponen al desplazamiento de unas partes de un líquido ó gas respecto a otras.

m) Fluido barotrópico

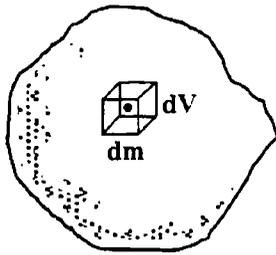
Es aquel fluido cuya densidad depende únicamente de la presión.

n) Tensor

Es una representación matemática, que resulta de la transformación de un conjunto de magnitudes físicas dadas en un sistema de coordenadas ortogonal (S) en otro sistema ortogonal (S'). Existen tensores de diferentes órdenes, así:

- La temperatura, masa y otras magnitudes escalares se representan mediante tensores de orden cero.
- La velocidad, aceleración y otras magnitudes físicas vectoriales, se representan mediante tensores de primer orden.
- La presión, momentos de inercia y otras

b) Densidad local



La densidad local se define alrededor de un punto P, al interior de un cuerpo o sustancia, viene dado por:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

siendo, "dm" un diferencial de masa contenido en un diferencial de volumen "dV", establecida alrededor del punto P considerado.

c) Densidad aparente y real

La densidad aparente se aplica a materiales porosos como el suelo, los cuales presentan intersticios de aire u otra sustancia, de modo que, la densidad total del cuerpo es menor que la densidad del material poroso, en este caso la densidad aparente " ρ_a ", viene dado por:

$$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_{\text{aire}} + m_r}{V_{\text{aire}} + V_r}$$

siendo, " m_r ", " m_{aire} " las masas del material y aire, y " V_r ", " V_{aire} " sus volúmenes.

La densidad real del material poroso, viene dado por:

$$\rho_r = \frac{m_r}{V_r}$$

- El error porcentual que se comete al medir la densidad de un material poroso, viene dado por:

$$\eta = \frac{|\rho_r - \rho_a|}{\rho_r} (100)$$

d) Densidad relativa (ρ_r)

Es una cantidad física adimensional que mide ó compara la densidad de un cuerpo ó sustancia A con respecto de otro B, esto es:

$$\rho_r = \frac{\rho_A}{\rho_B}$$

- Las densidades de sólidos y líquidos se comparan con la densidad del agua a la temperatura de 4 °C.

$$\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- Las densidades de los gases se comparan con la densidad del aire en condiciones normales, cuyo valor es:

$$\rho = 1,293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

e) Características de la densidad

- La densidad es una propiedad física de la materia que describe el grado de compactación de una sustancia.
- La densidad describe cuan unidos están los átomos de un elemento ó las moléculas de un compuesto. Mientras más unidas están las partículas individuales de una sustancia, más densa es la sustancia.
- La densidad es una propiedad intensiva de la materia, pues, nos permite identificar distintas sustancias unas de otras.
- Cada material o sustancia tiene su propia densidad, el cual, depende de la estructura interna del material, es decir, de cómo están dispuestas los átomos y moléculas, al interior de la sustancia.

- Para un cuerpo o sustancia cuya masa se distribuye homogéneamente en su volumen, la densidad media coincide numéricamente con la densidad local.

f) **Peso específico (γ)**

Es una magnitud física escalar, que mide el peso "W" que actúa en el volumen "V" de un sólido o fluido, así, para un cuerpo o sustancia de masa, el peso específico, viene dado por:

$$\gamma = \frac{W}{V}$$

- Para un cuerpo o sustancia de masa no homogénea el peso específico local, viene dado por:

$$\gamma = \frac{dW}{dV}$$

siendo, "dW" un diferencial de peso contenido en un diferencial de volumen "dV", del cuerpo o sustancia.

☞ **Unidad:** " γ " se mide en N/m^3

g) **Relación entre densidad y peso específico**

La relación entre la densidad " ρ " y el peso específico " γ " de un cuerpo ó sustancia, viene dado por:

$$\gamma = \rho g$$

siendo, "g" la aceleración debida a la gravedad.

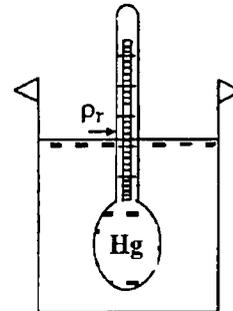
- El peso específico " γ " es "g" veces la densidad "g" del cuerpo ó sustancia.

El peso específico de un cuerpo o sustancia es diferente en cada uno de los planetas, en tanto, la densidad es la misma, pues, es independiente de la aceleración de la gravedad en ese planeta.

h) **Dispositivos para medir densidad**

Entre los dispositivos más comunes que se utilizan para medir las densidades, tenemos:

1) **El densímetro**



Llamado también hidrómetro, es un instrumento sencillo cuyo funcionamiento se basa en el principio de Arquímedes, y se utiliza para determinar la densidad relativa de los líquidos. Es, en esencia un flotador de vidrio que consiste de un cilindro con un bulbo lleno de mercurio en la parte inferior que le permite sumergirse parcialmente flotando verticalmente. Generalmente los hidrómetros contienen una escala de papel al interior de ellos para que se pueda leer directamente la densidad relativa en gramos por centímetros cúbicos. Así, el líquido cuya densidad se desea determinar se vierte en un recipiente alto, marcando el nivel del líquido sobre la escala el valor de su densidad relativa " ρ_T ".

Tipos de densímetros

Alcoholímetro

Sirve para medir el grado de alcohol en una bebida.

Lactómetro

Sirve para medir la densidad relativa de la leche.

Sacarímetro

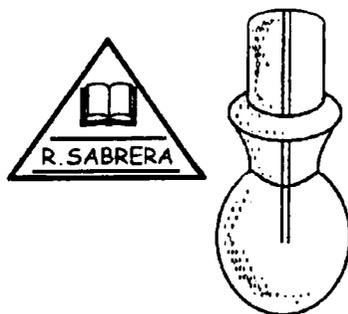
Sirve para medir la cantidad de azúcar de una melaza, la cual, es un producto líquido espeso derivado de la caña de azúcar

o de la remolacha azucarera, su aspecto es parecido al de la miel, aunque un tanto más oscura.

Salímetro

Sirve para medir la densidad relativa de sales.

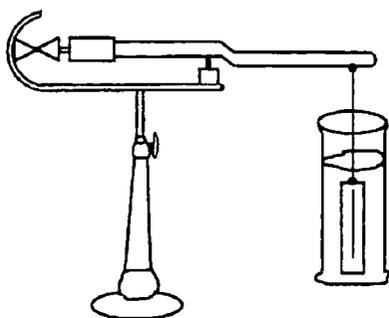
2) El picnómetro



Es un frasco con un cierre sellado de vidrio que presenta un tapón con un capilar muy delgado, con el que se mide volúmenes con gran precisión. Este dispositivo nos permite medir la densidad de un fluido, relativo a la de un fluido de densidad conocida como el agua o mercurio.

3) La balanza de Mohr

Es una balanza de brazos desiguales que se utiliza para medir la densidad de líquidos. Esta constituido de un armazón, sobre el que se apoya una varilla dividida en dos brazos. El brazo mas corto termina en una pesa fija, provista de una aguja, que debe ajustarse con otra aguja fija da al armazón para obtener el equilibrio. Del extremo del brazo largo cuelga mediante un hilo un termómetro de vidrio.



La medición de la densidad mediante la balanza de Mohr, puede ser afectada por factores, tales como: la temperatura, empuje del aire, profundidad de la inmersión, tensión superficial del líquido, burbujas de aire, etc...

4) Areómetro de Baume

Es un dispositivo que se utiliza para medir concentraciones de disoluciones.

i) Cambios de la densidad

En general, la densidad de una sustancia varía con el cambio de la temperatura y presión.

- 1) Cuando aumenta la presión, el volumen disminuye, y la densidad de la sustancia aumenta.
- 2) Cuando aumenta la temperatura (a presión constante), el volumen aumenta, y la densidad de la sustancia disminuye. Esto no se cumple para algunas sustancias, tales como el agua y silicio, que son casos excepcionales.
- 3) El efecto de la temperatura y la presión en los sólidos y líquidos es muy pequeña, por lo que, típicamente la compresibilidad de un líquido ó sólido es 10^{-11} Pa^{-1} . Al contrario la densidad de los gases es fuertemente afectada por el cambio de la presión y temperatura.

j) ¿Cuál es el elemento más denso?

El Osmio es el metal más denso, su densidad es $22,65 \text{ g/cm}^3$. El Osmio en aleación con el platino se utiliza en catalizadores de célula combustible de amoníaco, en electrodos comerciales y alambres de resistencias y en componentes de motores de combustión interna. El elemento menos denso es el hidrógeno.

k) ¿Cuál es el cuerpo más denso del Universo?

El cuerpo más denso del Universo es el a

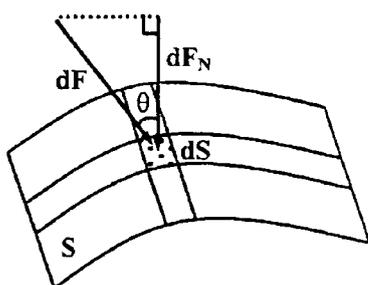
gujero negro, seguido por la estrella de neutrones, cuya corona, viene a ser la más fuerte (dura) del Universo, la cual, puede soportar una presión de rotura de 10 mil millones de veces más que la necesaria para romper el acero.

ℓ) **¿Cuál es la densidad media del cuerpo humano?**

La densidad media del cuerpo humano es de aproximadamente 950 kg/m^3 , como esta densidad es menor que la del agua, que es de 1000 kg/m^3 , experimentamos el fenómeno de flotación. A su vez, los huesos cuya composición química está constituida por un 25 % de agua, 45 % de minerales como fosfato y carbonato de calcio, y 30 % de materia orgánica, tiene una densidad media de $1,8 \text{ g/cm}^3$.

3. PRESION (P)

a) Concepto de presión



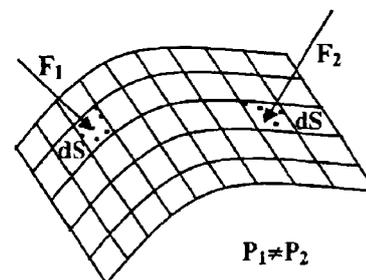
La presión en una pequeña región de una superficie "S" se define como la razón de la componente normal "dF_N" de la fuerza "dF" al área de dicha región superficial "dS", esto es:

$$P = \frac{dF_N}{dS} = \frac{dF \cos \theta}{dS}$$

siendo, "θ" el ángulo que forma el diferencial de fuerza "dF" con la normal a la superficie.

- Si el sistema de fuerza que actúa sobre la

superficie "S" es no uniforme, la presión en cada punto de la superficie es diferente, y se habla de una presión local.

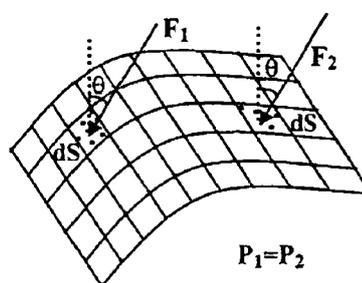


Por ejemplo, en la Figura, las presiones en las pequeñas regiones "1" y "2" son diferentes, pues, las fuerzas que actúan en dichas regiones son diferentes.

- Si el sistema de fuerzas que actúa sobre la superficie "S" es uniforme, la presión en cada uno de los puntos de dicha superficie es la misma, y la expresión anterior se escribe así:

$$P = \frac{F_N}{S} = \frac{F \cos \theta}{S}$$

siendo, "F" la fuerza resultante que actúa sobre la superficie de área "S".

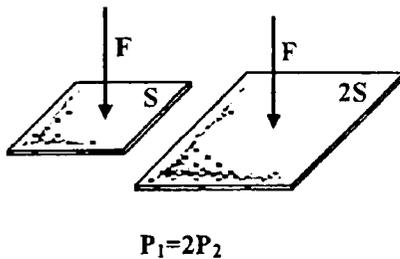


Por ejemplo, en la Figura, las presiones en las pequeñas regiones "1" y "2" son iguales, pues, las fuerzas que actúan en dichas regiones son iguales.

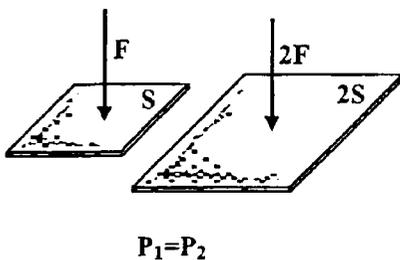
- Ahora, si el sistema de fuerzas uniforme actúa perpendicularmente a la superficie "S" ($\theta = 0^\circ$), y la expresión anterior se reduce a:

$$P = \frac{F}{S}$$

- La presión no es una magnitud física es calar ni vectorial, sino tensorial.
- Cuando un cuerpo se encuentra apoyando totalmente su peso sobre una superficie, su peso se reparte uniformemente sobre toda la superficie.
- Una misma fuerza puede producir diferentes presiones si es ejercida sobre diferentes superficies de áreas diferentes.



- Fuerzas diferentes pueden producir iguales presiones si son ejercidas sobre superficies diferentes.



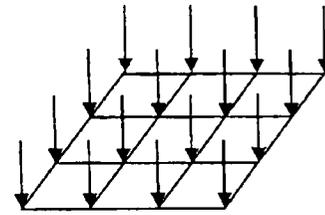
- Sobre cada uno de los puntos de la superficie "S" actúan las fuerzas de presión, "F" es la fuerza resultante de la suma de todas estas fuerzas de presión, la cual actúa en el centro de masa del cuerpo.

☞ **Unidad:** "P" se mide en Pascal (Pa)

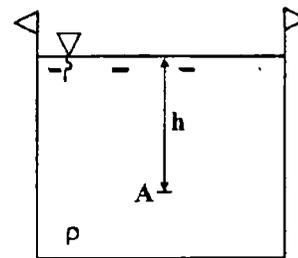
b) Sistema de fuerzas uniforme

Un sistema de fuerzas que actúan sobre una superficie, se dice que es uniforme, cuando en cada punto de dicha superficie las fuerzas son iguales en magnitud y di

rección, caso contrario se dice que el sistema es no uniforme.



c) Presión hidrostática de un líquido



La presión creada por un líquido en reposo se llama presión hidrostática, así, la presión creada por el líquido de densidad "rho", en el punto A situada a una profundidad "h" por debajo de su superficie libre, viene dado por:

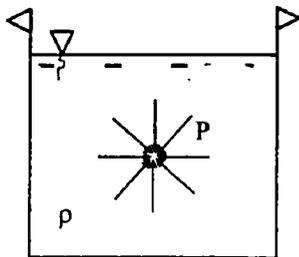
$$P_A = \rho \cdot g \cdot h$$

siendo, "g" la aceleración debida a la gravedad.

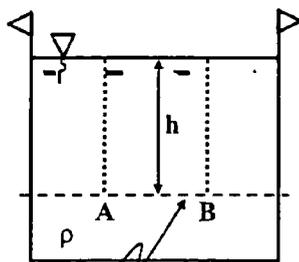
- La presión hidrostática en puntos de la superficie libre del líquido es cero.
- La presión creada por un líquido en un punto del mismo, no depende de su cantidad, sino, sólo depende de la profundidad a la que se encuentra dicho punto, respecto de su superficie libre.
- En un fluido en reposo la única presión existente es la presión hidrostática, la cual, se debe al peso del fluido.

d) Propiedades de la presión en un líquido

1) La presión que ejerce un líquido sobre un punto cualquiera al interior del líquido, actúa con igual intensidad en todas las direcciones (principio de Pascal).



2) La presión en todos los puntos situados en un mismo plano horizontal de un líquido en reposo es la misma.

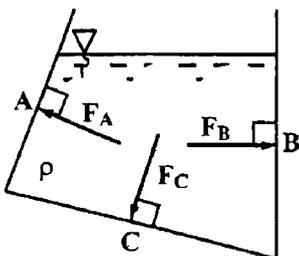


ISOBARA

$$P_A = P_B$$

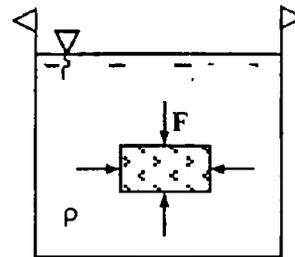
Se llama isobara a la recta cuyos puntos están a la misma presión.

3) La fuerza debida a la presión ejercida por un líquido en reposo sobre las paredes del recipiente que lo contiene es perpendicular a las paredes.

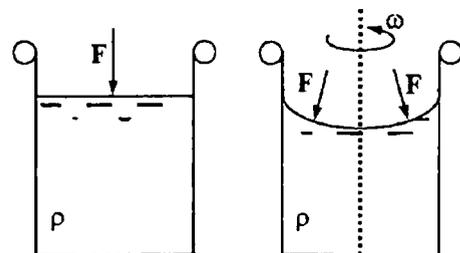


4) La superficie libre de un líquido en reposo es siempre horizontal. Esto es cierto solo en la superficie de la Tierra a simple vista, debido a la acción de la gravedad. Si no hay acciones gravitatorias, la superficie de un fluido es esférica, y por tanto, no es horizontal.

5) La fuerza de la presión en un líquido en reposo se dirige siempre hacia el interior del líquido, es decir, es una compresión, jamás una tracción o extensión.



6) La superficie superior de un líquido en reposo situado en un recipiente abierto siempre es perpendicular a la fuerza resultante que actúa sobre ella. Si la gravedad es la única fuerza, la superficie es horizontal. Si actúan otras fuerzas además de la gravedad, la superficie libre se ajusta a ellas. Por ejemplo, si hacemos girar un vaso conteniendo agua, alrededor de su eje de simetría, además de la fuerza de la gravedad, aparece la fuerza centrífuga, y la superficie adopta la forma de un paraboloide de revolución, como se muestra en la Figura.



7) La presión depende de la temperatura (T) la densidad del líquido (ρ), y la altura (h)

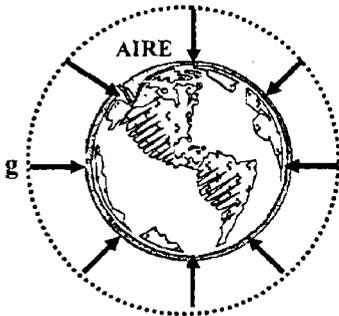
e) Presión hidrodinámica

Se llama así a la presión que surge en un líquido debido a su movimiento, está relacionada con el estado termodinámico del fluido. En un fluido en reposo no existe la presión hidrodinámica, solo la presión hidrostática.

4. TIPOS DE PRESIÓN

a) Presión atmosférica (P_{atm})

1) Definición



- Es la presión ejercida por el peso de la masa de aire que rodea a la Tierra, como la superficie de la Tierra no es uniforme, se habla de la presión en un lugar determinado, al que llamamos presión local.
- El aire que rodea a la Tierra está constituida en mayor porcentaje por Nitrógeno (78%) y oxígeno (21%), el 1 % restante está constituido por: dióxido de carbono, argón, neón, helio, criptón, xenón, hidrógeno, metano, óxido nítrico y vapor de agua.
- La presión atmosférica local experimenta variaciones que están relacionadas con los cambios meteorológicos, como por ejemplo, borrascas, tifones, ciclones, huracanes, tormentas, etc...
- La presión atmosférica en un lugar dado, disminuye con la altitud, debido a que el peso total de la atmósfera por encima de un punto dado, disminuye cuando ascen-

demos, respecto del nivel del mar.

- La presión atmosférica disminuye a razón de 1 mmHg por cada 10 m de elevación, en los niveles próximos al mar.
- A la presión atmosférica, también se acostumbra llamar presión barométrica, porque se mide con barómetros.

2) Presión atmosférica normal (P_0)

Es la presión atmosférica medida al nivel el nivel del mar, su valor numérico es equivalente al creado por una columna de mercurio de 760 mm de altura, esto es:

$$P_0 = 760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ atm}$$

3) Altimetro

Es un instrumento de medición, que indica la diferencia de altitud entre el punto donde se encuentra localizado el instrumento, y un punto de referencia, generalmente se toma el mar como nivel de referencia.

Existen dos tipos de altímetro, que son:

- * El altímetro barométrico
Su funcionamiento se basa en la relación entre presión y altitud, la presión atmosférica desciende con la altitud aproximadamente en 100 Pa por cada 8,2 metros de altitud. Toma como base de referencia el nivel del mar, su funcionamiento puede ser afectado por los cambios meteorológicos.
- * El altímetro radioeléctrico
Estos dispositivos son pequeños radares que miden la distancia entre dos vehículos aéreos y con respecto al suelo, se utiliza en el control de vuelo de las <<bombas inteligentes>> y misiles. Para medir la distancia entre dos puntos se utilizan pulsos electromagnéticos, y el registro del intervalo de tiempo " Δt ", transcurrido desde la emisión del pulso y la recepción

del eco, así, la altura entre los dos puntos, viene dado por:

$$h = \frac{\Delta t \cdot c}{2}$$

siendo, "c" la velocidad de la luz en el vacío.

4) Ecuación altimétrica

Es una ecuación matemática, que expresa la presión a la altura "h" sobre el nivel del mar, en función de la presión atmosférica normal "P₀", viene dado por:

$$P = P_0 e^{-h/\alpha}$$

donde, $\alpha=800$ m, es una constante.

5) Estabilidad e inestabilidad

- Cuando el aire está frío, desciende a regiones más bajas, aumentando la presión, originando estabilidad, y formándose un anticiclón térmico.
- Cuando el aire está caliente, asciende a regiones de mayor altitud, produciendo un descenso de la presión, originando inestabilidad, y formándose un ciclón térmico.

6) Nivel del mar

Se llama nivel del mar al lugar que se utiliza como referencia para medir la altura de las localidades y accidentes geográficos. La unidad en la que se mide la altura sobre el nivel del mar es msnm, que significa metro sobre el nivel del mar.

b) Presión manométrica (P_m)

1) Definición

Se llama así a la presión medida respecto a la presión atmosférica, es decir, es la di-

ferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica.

- El concepto de presión manométrica fue desarrollado a raíz de que todos los manómetros marcan cero cuando están abiertos a la atmósfera. Cuando se les conecta a una región cuya presión se desea conocer, miden el exceso de presión respecto a la presión atmosférica. Si la presión en dicha región es inferior a la atmosférica, marcan cero.
- Un vacío perfecto correspondería a la presión absoluta cero. Las presiones por debajo de la atmosférica reciben el nombre de presiones de vacío y se miden con medidores de vacío llamados vacuómetros, que indican la diferencia entre la presión atmosférica y la presión absoluta.
- Las presiones absoluta "P_{ab}", manométrica "P_{man}" y de vacío "P_{vac}", son cantidades positivas, y se relacionan entre sí mediante:

$$P_{man} = P_{ab} - P_{atm}$$

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{ab}$$

- La presión manométrica se mide con manómetros.

2) Aplicaciones

Algunas de las muchas aplicaciones de la presión, son:

* Frenos hidráulicos

Se utilizan en los frenos hidráulicos de los automóviles. La presión que se ejerce sobre el pedal del freno se transmite a través de todo el líquido a los pistones, los cuales actúan sobre los discos de frenado en cada rueda multiplicando la fuerza que ejercemos con los pies.

* Refrigeración

La refrigeración se basa en la aplicación alternativa de presión alta y baja, haciendo circular un fluido de presión por una

tubería. Cuando el fluido pasa de presión alta a baja en el evaporador, el fluido se enfría y extrae el calor del interior del refrigerador. Como el fluido se encuentra en un ciclo cerrado, al ser comprimido por un compresor para elevar su temperatura en el condensador, que también cambia de estado a líquido a alta presión, nuevamente está listo para volverse a expandir y extraer el calor.

* **Llanta de los automóviles**

Se inflan a una presión de 310 263,75 Pa, lo que equivale a 3,06 atm, con la finalidad de que las llantas adquieran elasticidad y amortigüen los golpes.

c) Presión absoluta (P_{ab})

Es la presión de un fluido medido respecto al vacío perfecto o cero absoluto. La presión absoluta es cero únicamente cuando no existe choque entre las moléculas lo que indica que la cantidad de moléculas en estado gaseoso o la velocidad molecular es muy pequeña. Este término se utilizó debido a que la presión atmosférica varía con la altitud y muchas veces los diseños, se hacen en otros países a diferente altitud, por lo que un término absoluto unifica criterios. La presión absoluta, viene dado por:

$$P_{ab} = P_{man} + P_{atm}$$

d) Rango de presiones

Las presiones pueden variar entre 10^{-8} mmHg y 10^{12} mmHg de presión absoluta en aplicaciones de alto vacío, hasta niveles de atmósferas en prensas y controles hidráulicos. Con fines experimentales se han obtenido presiones del orden de millones de atmósferas.

e) Pascal unidad de presión

Es la unidad de presión del Sistema Internacional de Unidades (S.I.). Se define como la presión que ejerce perpendicularmente una fuerza de 1 newton sobre una superficie de área 1 m^2 .

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ J/m}^3 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$1 \text{ Pa} = 9,86923 \cdot 10^{-6} \text{ atm}$$

f) ¿La fórmula de presión hidrostática es válida para gases?

No es válida, porque la densidad de los gases no se mantiene constante, por ser fluidos compresibles, es decir, a mayor profundidad en una columna de gas, la densidad es mayor, ya que el gas se encuentra más comprimido.

g) Recomendaciones

En la solución de problemas se deben tener en cuenta lo siguiente:

- 1) Cuando no se conoce la P_{atm} , se asume que $P_{atm} = P_0$, es la atmosférica normal.
- 2) Si el problema no indica que la presión es manométrica (P_{man}) ó atmosférica (P_{atm}) se asume que la presión es absoluta (P_{ab})
- 3) A lugares que están a mayor altura sobre el nivel del mar, le corresponden menor presión atmosférica, y recíprocamente.

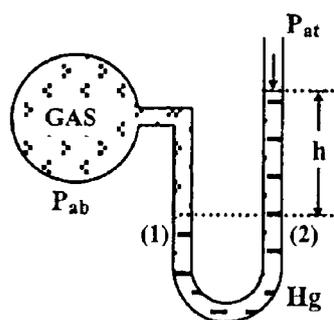
5. MEDICION DE LA PRESION ATMOSFERICA

1) Instrumentos para medir presiones

a) Manómetro

Es un dispositivo que está constituido por un gas encerrado en un recipiente y una columna de mercurio de altura "h", como se muestra en la Figura.

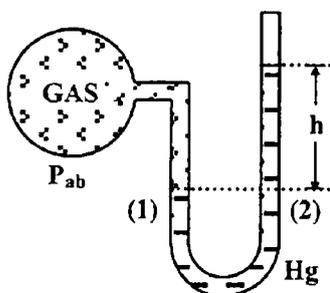
Así, en la Figura., los puntos (1) y (2) están a la misma presión (mismo nivel), de modo que, se cumple:



$$P_{\text{man}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} = \gamma h$$

siendo, " γ " el peso específico del mercurio (Hg), " P_{atm} " la presión atmosférica y " P_{ab} " la presión absoluta.

b) Manómetro truncado



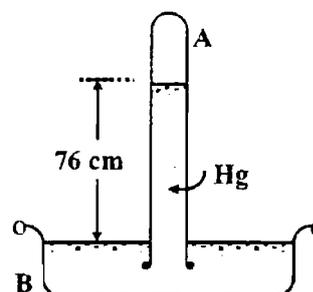
Se utiliza para medir pequeñas presiones de gases. Es un dispositivo que consta de dos ramas, una de ellas cerrada. Si la rama abierta se comunica con un depósito, cuya presión supere la altura máxima de la columna barométrica, el líquido barométrico llena la rama cerrada. En otro caso, se forma un vacío en la rama cerrada y la presión absoluta en el depósito, viene dado por:

$$P_{\text{abs}} = \rho_m g h$$

siendo, " ρ_m " la densidad del líquido manométrico, que habitualmente es mercurio. Obsérvese, que el manómetro trunca

do mide presiones absolutas, y no presiones manométricas.

c) Barómetro



Los barómetros son instrumentos fundamentales que se utilizan para medir el estado de la atmósfera y realizar predicciones meteorológicas. Las altas presiones se corresponden con regiones sin precipitaciones, en tanto, las bajas presiones son indicadores de regiones de tormentas y borrascas.

- Es un dispositivo constituido por una probeta (A), un recipiente ó vaso (B) y un líquido (mercurio, agua, etc...) que se utiliza para determinar la presión atmosférica en un lugar de la superficie terrestre.
- La unidad de medida de la presión atmosférica que marcan los barómetros se llama hectopascal (hPa).

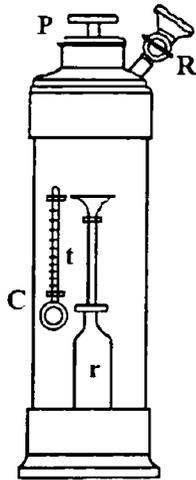
d) El barógrafo

Es un instrumento que se deriva del barómetro, se utiliza para registrar las fluctuaciones de la presión atmosférica a lo largo de un periodo de tiempo mediante una técnica muy similar a la utilizada en los sismógrafos.

e) Piezómetro

Es un instrumento que se utiliza para demostrar la compresibilidad de los líquidos, y hallar sus coeficientes de compresibilidad, a la vez, que permite medir la presión atmosférica. Consiste en un depósito "r" con un tubo capilar "t" cilíndri

co, que presenta una escala. Sobre la placa de soporte hay un termómetro para registrar el aumento de la temperatura, y un tubo cerrado en el extremo superior.



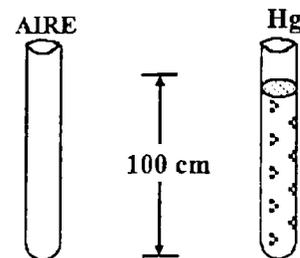
Se llena totalmente el piezómetro con el líquido cuyo coeficiente se desea conocer y en la parte superior del tubo capilar se deposita una gota de mercurio que al descender, debido a la compresión indicará la disminución de volumen del líquido encerrado. Así, preparado el piezómetro se introduce en un gran tubo de vidrio "C" de paredes resistentes que descansa sobre un soporte de metal, y que en la parte superior lleva un émbolo "P" movido a rosca, que se utiliza para comprimir. Un embudo "R" con su llave sirve para llenarlo de agua. A medida que el émbolo desciende, se ve el índice de mercurio introducirse en el piezómetro. Debido a la presión sube la temperatura. Como consecuencia, de forma periódica, la temperatura vuelve a descender. Dividiendo el número de unidades recorridas por el índice por el volumen primitivo, y por la presión indicada en el manómetro, obtenemos el coeficiente de compresibilidad aparente.

2) Experimentos para medir la presión atmosférica

➤ Experimento de Torricelli

a) Objetivo

Medir la presión atmosférica en un lugar determinado.

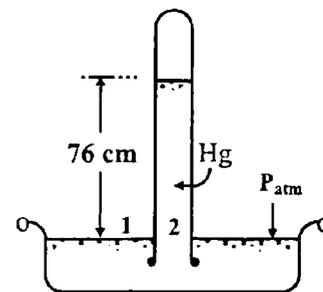


b) Instrumentos

- 1) Una probeta de vidrio.
- 2) Una vasija o recipiente de vidrio.
- 3) Una cantidad de mercurio.

c) Procedimiento

- 1) La probeta se llena con mercurio (Hg)
- 2) La probeta se invierte tal que el mercurio (Hg) se derrama sobre un recipiente, como muestra la Figura.



- 3) En la Figura, se observa que no todo el mercurio baja de la probeta, debido a la presión atmosférica que actúa sobre la superficie libre del mercurio.
- 4) Por el principio fundamental de la hidrostática los puntos (1) y (2) se encuentran en un mismo líquido (Hg), y al mismo nivel, por lo que:

$$P_1 = P_2$$

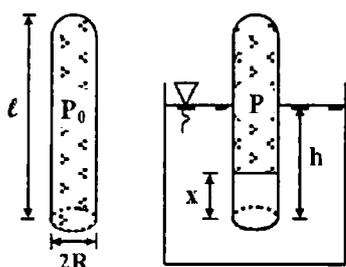
$$P_{\text{atm}} = 76 \text{ cmHg}$$

d) Conclusión

«La presión atmosférica es equivalente, a la presión que ejerce una columna de mercurio (Hg) de 76 cm de altura»

➤ Tubo cerrado por uno de sus extremos

Consideremos un tubo de longitud " ℓ " y radio " R " cerrado por uno de sus extremos, como se observa en la Figura.



En la Figura, a medida que introducimos verticalmente el tubo por su extremo abierto en el recipiente con agua, hasta alcanzar una altura " h ", al aire en su interior se va comprimiendo, ascendiendo el agua al interior del tubo una altura " x ".

Los volúmenes inicial " V_0 " y final " V " del aire a las presiones " P_0 " y " P ", son:

$$V_0 = \pi R^2 \ell \quad \text{y} \quad V = \pi R^2 (\ell - x)$$

De otro lado, la presión del aire encerrado en el tubo es la suma de la presión atmosférica más la presión de la columna de agua de altura " $h - x$ ", esto es:

$$P = P_0 + \rho g (h - x)$$

Ahora, asumiendo que el aire es un gas ideal, y que el proceso de compresión es isotérmico ($T = \text{cte.}$), de la ecuación de los gases ideales, tenemos:

$$P_0 V_0 = P V$$

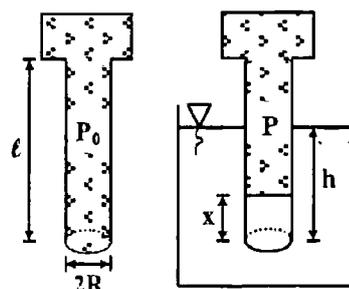
Sustituyendo en esta ecuación V_0 , P y V , obtenemos la expresión para la presión atmosférica, así:

$$P_0 = \frac{\rho g (h - x)(\ell - x)}{x}$$

En esta fórmula las cantidades " h " y " x " se miden directamente. Así, por ejemplo, para un tubo de longitud $\ell = 40$ cm, $h = 40$ cm, $R = 9$ mm, $x = 1,1$ cm $g = 9,8$ m/s² y $\rho = 1\,000$ kg/m³, el valor que se obtiene para la presión atmosférica es: $P_0 = 0,9684 \cdot 10^5$ N/m², siendo el error relativo cometido de: $E = 4,4$ %.

➤ Tubo conectado a un recipiente

Conectando el extremo superior del tubo a un recipiente de volumen, logramos aumentar la longitud eficaz del tubo, tal como se observa en la Figura.



Los volúmenes inicial y final del aire a las presiones " P_0 " y " P " son:

$$V_0 = \pi R^2 \ell + V$$

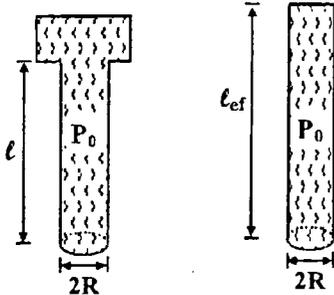
$$V = \pi R^2 (\ell - x) + V$$

La presión P del aire encerrado en el recipiente es la suma de la presión atmosférica " P_0 " más la presión de la columna de agua de altura " $h - x$ ", esto es:

$$P = P_0 + \rho g (h - x)$$

Ahora, asumiendo que el aire es un gas ideal, y que el proceso de compresión de isotérmico ($T=cte.$), de la ecuación de los gases ideales, tenemos:

$$P_0 V_0 = PV$$



Sustituyendo en esta ecuación V_0 , P , V , obtenemos la expresión para la presión atmosférica y longitud eficaz:

$$P_0 = \rho g \frac{(h-x)(L-x)}{x}$$

$$L = \ell + \frac{V}{\pi R^2}$$

En estas fórmulas las cantidades "h" y "x" se miden directamente. Así, por ejemplo, para un tubo de longitud $\ell = 40$ cm, $h = 40$ cm, $R = 9$ mm, $x = 11,7$ cm $g = 9,8$ m/s² y $\rho = 1\ 000$ kg/m³, el valor que se obtiene para la presión atmosférica es: $P_0 = 0,99866 \cdot 10^5$ N/m², la longitud eficaz $L = 4,33$ m, el aumento de la longitud del tubo $A \approx 11$ veces, y el error relativo igual a: $E = 1,42$ %.

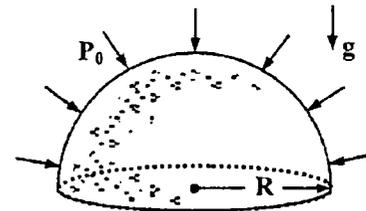
Conclusiones

- 1) La altura "x" del agua que penetra en el tubo aumenta al disminuir el radio "R" del tubo capilar.
- 2) Añadiendo el recipiente en el extremo superior del tubo se disminuye el error al medir la presión atmosférica.
- 3) En la medición de la longitud "x" no se

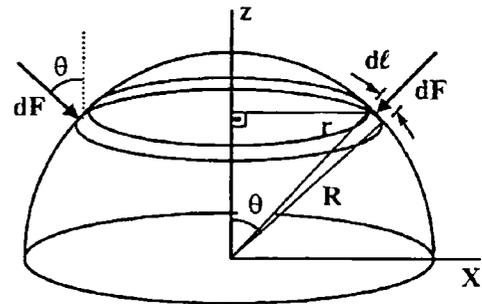
ha considerado la formación de un menisco, y el ascenso del agua en los tubos capilares, debido a la tensión superficial.

➤ **Cálculo de la fuerza de presión atmosférica**

Consideremos un recipiente de forma hemisférica de radio "R", y cuya base es perpendicular a la gravedad, como se muestra en la Figura.



Para calcular la fuerza sobre la superficie hemisférica, ejercida por la presión atmosférica ($P_0 = cte.$), dividimos dicha superficie en muchos anillos, y representamos la fuerza de presión sobre uno de estos anillos.



En la Figura, el radio del anillo "r", su ancho "dl", y su área "dS" son:

$$r = R \text{ sen } \theta, \quad dl = R d\theta$$

$$dS = 2\pi r dl = 2\pi R^2 \text{ sen } \theta d\theta$$

La magnitud de la fuerza ejercida por la presión atmosférica sobre la superficie de este anillo es:

$$dF = P_0 dS = 2\pi R^2 P_0 \text{ sen } \theta d\theta$$

La componente horizontal de esta fuerza se anula, quedando únicamente la componente vertical, cuya expresión es:

$$dF_z = dF \cos \theta$$

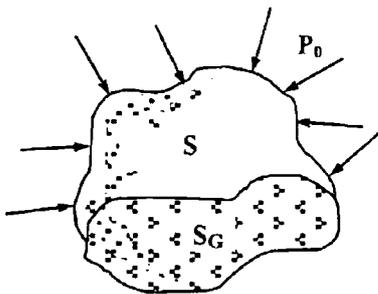
$$dF_z = 2\pi R^2 P_0 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

Integrando esta expresión sobre todos los anillos, obtenemos la fuerza de presión total ejercida por la atmósfera, sobre la superficie hemisférica, así:

$$\int_0^{\pi/2} dF_z = \frac{1}{2} \pi R^2 P_0 \int_0^{\pi/2} \sin 2\theta d(2\theta)$$

$$F_z = \pi R^2 P_0$$

Como, πR^2 es el área de la proyección de la superficie del hemisferio sobre su base, entonces, podemos generalizar este resultado mediante el siguiente teorema.



<<La fuerza ejercida por la presión atmosférica sobre una superficie "S" continua sin solapamiento, es igual, a la presión ejercida sobre la proyección de esta superficie "S_G" sobre un plano perpendicular a la gravedad>>

$$F = P_0 S_G$$

Nota

Algunos autores a la proyección de la superficie "S" sobre un plano perpendicular a la gravedad, le denominan superficie eficaz.

5. LA ATMOSFERA Y EL VACIO

a) La atmósfera

1) Definición

Es la parte gaseosa de la Tierra que constituye la capa más extensa y menos densa del planeta. Esta constituido por varios gases que varían en cantidad según la presión a diversas alturas. Esta solución que forma la atmósfera se llama aire. El 75 % de la atmósfera se encuentra en los primeros 11 km de altura, medida desde la superficie terrestre.

2) Importancia

- Las corrientes del aire reducen drásticamente las diferencias de temperaturas entre el día y la noche, distribuyendo el calor por toda la atmósfera.
- La atmósfera protege la vida en la Tierra, absorbiendo gran parte de la radiación solar ultravioleta en la capa de ozono.
- La atmósfera actúa como escudo protector contra los meteoritos, los cuales se desintegran, debido a la fricción que experimentan al entrar en contacto con el aire.
- La atmósfera al estar constituido por partículas cargadas (electrones, iones, etc..) reflejan las ondas de radio de cierta frecuencia, permitiendo el desarrollo de las comunicaciones.
- La atmósfera en asociación con el campo magnético terrestre, controla los efectos nocivos de los vientos solares.

3) Capas de la atmósfera

La atmósfera se divide en varias capas, ellas son:

• La troposfera

Es la primera capa, su temperatura suele descender 5,5 °C por cada 1000 m. Es la capa en la que se forman la mayor parte

de las nubes. La troposfera se extiende desde la superficie de la Tierra hasta unos 16 km en las regiones tropicales, y hasta unos 7,9 km en altitudes templadas. En la troposfera suceden los fenómenos que conforman lo que llamamos tiempo meteorológico.

- La estratosfera

Es la segunda capa, en su parte inferior la temperatura es prácticamente constante, o aumenta ligeramente con la altitud, especialmente en las regiones tropicales. Dentro de la capa rica en ozono, aumenta más rápidamente, así, como en los límites superiores de la estratosfera casi a 50 km sobre el nivel del mar, es casi igual a la superficie terrestre. Esta formada por sub-capas más o menos horizontales (estratos).

- La mesosfera

Es la tercera capa, va desde los 50 km hasta los 80 km, se caracteriza por un marcado descenso de la temperatura al ir aumentando la altitud, hasta llegar a los -90 °C. Es la zona más fría de la atmósfera.

- La ionosfera

Es la cuarta capa, empieza en los 80 km sobre la superficie terrestre, se extiende hasta los 640 km, debido a la alta concentración de iones que tiene, permite la conducción de la corriente eléctrica. La temperatura de esta capa a la altitud de 400 km es de 1 200 °C. Esta capa refleja de vuelta a la Tierra, ciertas frecuencias de ondas de radio. La alta concentración de iones que presenta esta capa, es originada por la radiación ultravioleta, los rayos X y lluvia de electrones procedentes del Sol.

- La exosfera

Es la quinta capa, esta capa externa de la atmósfera va desde los 640 km hasta los 9 600 km o 10 000 km, que es donde ter-

mina la atmósfera. Esta es la región donde los átomos se escapan hacia el espacio.

4) Regiones de la atmósfera

Las regiones que conforman la atmósfera terrestre son:

- Ozonósfera

Región de la atmósfera donde se concentra la mayor parte del ozono. Se encuentra en la baja estratosfera, entre los 15 km y 32 km. Esta región nos protege de la radiación ultravioleta, que es dañina para la vida en la Tierra.

- Ionosfera

Es la región ionizada por el bombardeo producido por la radiación solar. Comprende aproximadamente toda la termosfera.

- Magnetosfera

Región externa a la tierra donde el campo magnético, generado por el núcleo terrestre, actúa como protector de los vientos solares altamente peligrosos.

- Capas airglow

Regiones situadas cerca de la mesopausa, que se caracterizan por la luminiscencia originada por la reestructuración de átomos en forma de moléculas que han sido ionizadas por la luz solar durante el día, o por rayos cósmicos durante la noche.

5) Importancia de la presión

El control de la presión en los procesos industriales da condiciones de operación seguras. Cualquier recipiente o tubería posee cierta presión máxima de operación y de seguridad variando este, de acuerdo con el material y la construcción. Las presiones excesivas no sólo pueden provocar la destrucción del equipo, si no también pueden provocar la destrucción del equipo adyacente y poner al personal

en situación de alto riesgo, sobre todo cuando se trata de fluidos inflamables o corrosivos. Para tales aplicaciones, las lecturas absolutas de gran precisión con frecuencia son tan importantes como lo es la seguridad extrema.

- Por ejemplo, en la conducción del gas a través de tuberías que recorren grandes distancias, el control de la presión es muy importante.

b) El vacío

1) Definición

Se llama así, a la región que contiene gases a la presión absoluta menor que la presión atmosférica, por lo que, el grado de vacío se incrementa en relación directa con la disminución de la presión del gas residual. Esto significa que cuanto más disminuimos la presión, mayor vacío obtenemos.

2) Clases de vacío

Existen varias clases de vacío, así, tenemos: el vacío primario, medio, alto y ultraalto, en cada caso la presión es cada vez menor (o el vacío es cada vez menor). Cada clase de vacío presenta un comportamiento diferente, y se utilizan para ciertos tipos de aplicación. Por ejemplo, en los laboratorios de investigación científica, se utiliza un vacío, donde la densidad del gas es del orden de 10^{-20} g/cm³.

3) Aplicaciones

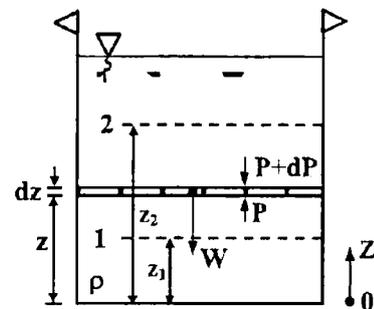
Mencionemos algunas de las diversas aplicaciones tecnológicas, en las que, el vacío, se utiliza para:

- Eliminar los componentes activos en las lámparas incandescentes, fluorescentes, tubos eléctricos, fusión, sintetización, detección de fugas.

- Evitar colisiones en los tubos electrónicos rayos catódicos, TV, fotocélulas, foto multiplicadores, tubos de rayos X, aceleradores de partículas, espectrómetro de masas, separadores de isótopo, microscopio electrónico, etc...
- Obtener superficies limpias, en el estudio de la fricción, adhesión, corrosión de superficies.
- Disminuir la transferencia de energía en los dispositivos y mecanismos de aislamiento térmico, aislamiento eléctrico, simulación espacial.

5. PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

a) Deducción de la ecuación



Para obtener la ecuación que expresa el principio fundamental de la hidrostática, en el recipiente que contiene el fluido de densidad " ρ ", tomemos un elemento de fluido de espesor " dz ", área " S " situada a una profundidad " z " de la superficie libre, como se muestra en la Figura. Ahora, como este elemento de fluido está en equilibrio estático, la resultante de las fuerzas debida a la presión (hacia arriba), debe ser igual, a su peso (hacia abajo), esto es:

$$PS - (P + dP)S = \rho g S dz$$

$$dP = -\rho g dz$$

Integrando esta expresión entre los niveles "1" y "2", tenemos:

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$P_2 - P_1 = \rho g z_1 - \rho g z_2$$

$$P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2 = \text{cte.}$$

Así, hemos obtenido la ecuación que expresa el principio fundamental de la hidrostática.

Ahora, esta ecuación matemática, podemos expresarla de tres formas, así:

1) Primera forma

Considerando que los puntos "1" y "2" son dos puntos cualesquiera del fluido, podemos obviar los subíndices, obteniendo:

$$\frac{P}{\rho} + g z = C_1$$

esta ecuación tiene dimensiones de la velocidad al cuadrado, donde C_1 es una constante.

2) Segunda forma

Dividiendo la ecuación anterior entre la aceleración de la gravedad, tenemos:

$$\frac{P}{\rho g} + z = C_2$$

esta ecuación tiene dimensiones de longitud, donde C_2 es una constante.

3) Tercera forma

Multiplicando la ecuación a) por la densidad, tenemos:

$$P + \rho g z = C_3$$

esta ecuación tiene dimensiones de presión, donde C_3 es una constante.

- La diferencia de presión hidrostática entre dos puntos de un fluido, solo depende de la altura entre ellos.

b) Vasos comunicantes

1) Definición

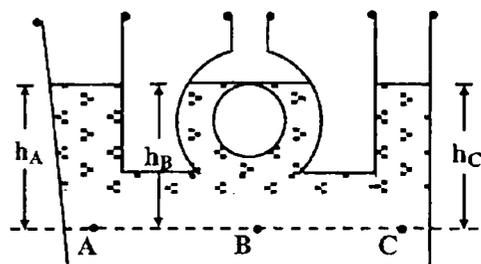
Se llama así al conjunto de recipientes comunicados inferiormente que contiene un líquido; se observa que cuando el líquido está en reposo alcanza el mismo nivel en los recipientes, sin influir la forma y volumen de estos ni el tipo de líquido. Este proceso forma parte de la ley de Stevin.

2) Funcionamiento

- Cuando a los vasos comunicantes le agregamos cierta cantidad de líquido, éste se desplaza hasta alcanzar el mismo nivel en los recipientes. Sucede lo mismo cuando inclinamos los vasos, el nivel del líquido alcanza el mismo nivel en los recipientes.
- Esto se debe a la presión atmosférica, ya que el aire de la atmósfera ejerce la misma presión en la superficie de los vasos, equilibrándose el sistema al alcanzar el mismo nivel, sin influir su geometría ni el tipo de líquido.

3) Para un líquido

Son recipientes de diversas formas comunicados entre sí por su parte inferior.

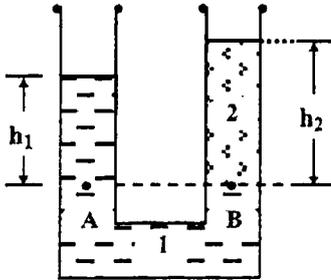


Si por uno de los recipientes se vierte un sólo líquido, la altura que alcanza dicho

líquido en todos ellos es la misma, es decir:

$$h_A = h_B = h_C$$

3) Para dos líquidos no miscibles



Para dos líquidos no miscibles 1 y 2 en equilibrio en un tubo en forma de U, sus alturas medidas a partir de la superficie de separación, son inversamente proporcionales a sus densidades.

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Esta expresión nos permite determinar directamente la densidad relativa de una sustancia, midiendo las alturas alcanzadas por cada una de ellas.

4) Aplicaciones

- Se emplea para superar desniveles del terreno al canalizar agua con tuberías de plomo. El agua alcanza el mismo nivel en los puntos elevados del agua, actuando como los vasos comunicantes, aunque la profundidad a superar dependa de la capacidad del tubo para resistir la presión.
- En las ciudades se instalan los depósitos de agua potable en los lugares más elevados, para que las tuberías, funcionando como vasos comunicantes, distribuyan el

agua a las plantas más altas de los edificios con suficiente presión.

- Se utilizan en las prensas hidráulicas, mediante sistemas de vasos comunicantes, en aplicaciones en los procesos industriales.

6. PARADOJA DE LA HIDROSTÁTICA

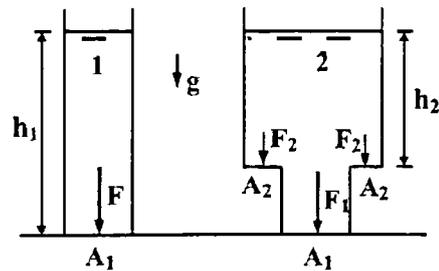
El enunciado de esta paradoja establece:

<<La fuerza debida a la presión que ejerce un fluido en la base de un recipiente puede ser mayor o menor que el peso del fluido que contiene dicho recipiente>>

Para ilustrar esta paradoja, analicemos los siguientes casos:

a) Primer caso

Consideremos dos recipientes con simetría cilíndrica, ambos conteniendo el mismo tipo de fluido hasta la misma altura "h₁".



El peso del fluido contenido en el recipiente "1" es:

$$W_1 = m_1 g = \rho g A_1 h_1 g \quad (1)$$

La magnitud de la fuerza de presión en la base del recipiente "1" es:

$$F = P A_1 = \rho g A_1 h_1 \quad (2)$$

De las ecs.(1) y (2), tenemos que F=W₁
El peso del fluido contenido en el recipiente cilíndrico "2" es:

$$W_2 = m_2g$$

$$F = \rho g A_1 h_1 - \rho g A_2 h_2 \quad (8)$$

$$W_2 = \rho g A_1 h_1 + \rho g A_2 h_2 \quad (3)$$

De las ecs.(7) y (8), tenemos que $F=W_2$

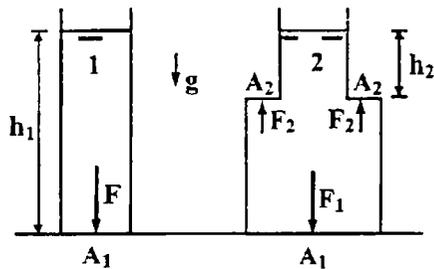
La magnitud de la fuerza de presión en la base del recipiente "2" es:

$$F = F_1 + F_2$$

$$F = \rho g A_1 h_1 + \rho g A_2 h_2 \quad (4)$$

De las ecs.(3) y (4), tenemos que $F=W_2$

b) Segundo caso



El peso del fluido en el recipiente cilíndrico "1" es:

$$W_1 = m_1 g = \rho g A_1 h_1 \quad (5)$$

La magnitud de la fuerza de presión en la base del recipiente "1" es:

$$F = P A_1 = \rho g A_1 h_1 \quad (6)$$

De las ecs.(5) y (6), tenemos que $F=W_1$

El peso del fluido contenido en el recipiente "2" es:

$$W_2 = m_2g$$

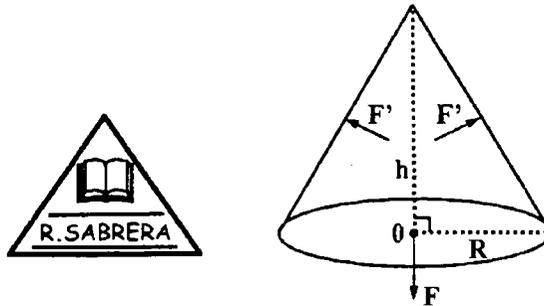
$$W_2 = \rho g A_1 h_1 - \rho g A_2 h_2 \quad (7)$$

La magnitud de la fuerza de presión en la base del recipiente "2" es:

$$F = F_1 - F_2$$

c) Tercer caso

Consideremos un recipiente cónico de base circular de radio "R" y altura "h" lleno con un fluido de densidad "ρ", como se muestra en la Figura.



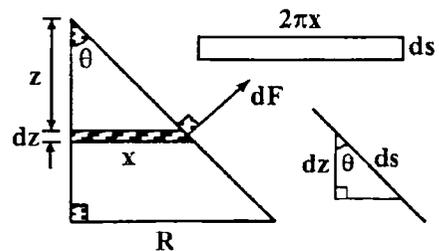
El peso del fluido contenido en el recipiente cónico es:

$$W = \frac{1}{3} \pi \rho g R^2 h \quad (1)$$

La fuerza de presión F (hacia abajo) que ejerce el fluido sobre la base del recipiente es:

$$F = P A = \pi \rho g R^2 h \quad (2)$$

Para calcular la fuerza sobre la superficie lateral del recipiente, dividamos este en muchos anillos, y representemos la fuerza de presión sobre uno de estos anillos.



En la Figura, la fuerza que ejerce el fluido sobre la superficie del anillo de longi

tud " $2\pi x$ ", ancho $ds = dz / \cos\theta$, situado a una profundidad " z " es:

$$dF = P dA = 2\pi\rho g z x ds \quad (3)$$

De otro lado, en el triángulo rectángulo tenemos que:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{x}{z} = \frac{R}{h} \quad (4)$$

En la Figura, se observa que la componente horizontal de la fuerza " dF " se anula, quedando solo la componente vertical, cuya expresión teniendo en cuenta (3) y (4) es:

$$dF_z = dF \operatorname{sen}\theta$$

$$dF_z = 2\pi\rho g z \frac{R}{h} z \frac{dz}{\cos\theta} \operatorname{sen}\theta$$

$$dF_z = 2\pi\rho g \frac{R^2}{h^2} z^2 dz$$

Así, integrando sobre todos los anillos, obtenemos la componente vertical total de la fuerza de presión (hacia arriba) sobre la superficie lateral del recipiente:

$$\int_0^{F_z} dF_z = \frac{2\pi\rho g R^2}{h^2} \int_0^h z^2 dz$$

$$F_z = (2/3)\pi\rho g R^2 h \quad (5)$$

Luego, de (2) y (5) la componente vertical resultante de las fuerzas de presión que ejerce el fluido sobre la superficie total del recipiente cónico es:

$$F_R = F - F_z$$

$$F_R = \pi\rho g R^2 h - (2/3)\pi\rho g R^2 h$$

$$F_R = \frac{1}{3}\pi\rho g R^2 h \quad (6)$$

De (1) y (6), tenemos que $F_R = W$.

Conclusión

Como se ha comprobado en estos tres casos, la paradoja hidrostática consiste en que la fuerza de presión debida al fluido, ejercida sobre la base del recipiente puede ser diferente del peso del fluido, si no se consideran todas las componentes verticales que actúan sobre las paredes del recipiente.

7. PRINCIPIOS DE LA HIDROSTÁTICA

a) Principio de Pascal

1) Enunciado

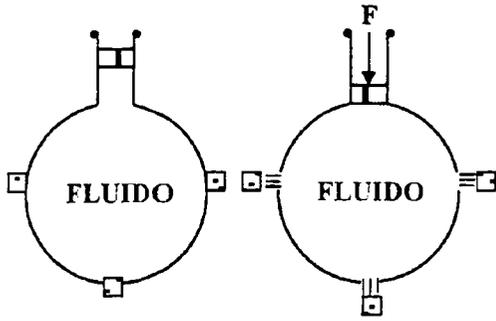
Este principio físico establece que:

<<El incremento de presión aplicado a una superficie de un fluido incomprensible, contenido en un recipiente indeformable se transmite por igual en todas las direcciones y con la misma intensidad>>

2) Interpretación

Este principio puede ser interpretado como una consecuencia del principio fundamental de la hidrostática y del carácter incomprensible de los líquidos. En esta clase de fluidos la densidad es constante, de modo que de acuerdo a la ecuación $P = P_0 + \rho \cdot g \cdot h$, si se aumenta la presión en la superficie libre del líquido, la presión en el fondo aumenta en la misma medida.

3) Verificación



Este principio puede verificarse utilizando un recipiente esférico, conteniendo un fluido cerrado en la parte superior por un embolo, y tres tapones idénticos. Se observa que al deslizarse el embolo hacia abajo bajo la acción de la fuerza "F", los tres tapones abandonan el recipiente simultáneamente, lo cual, demuestra que los agujeros están a la misma presión.

4) Jeringa de Pascal

Es un instrumento que se utiliza en los laboratorios para comprobar el Principio de Pascal. También, sirve para comprobar el funcionamiento de determinadas máquinas hidráulicas. Consiste en un recipiente horadado en diferentes partes de su superficie, se tapa cada orificio con cera u otro material, se procede a llenar con agua la jeringa y se presiona el émbolo, la presión se transmite a todo el líquido y este abandona los orificios con la misma fuerza.

b) Prensa hidráulica

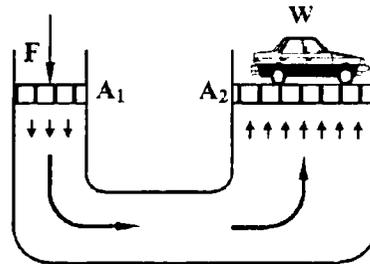
1) Descripción

Es un mecanismo constituido por vasos comunicantes impulsados por pistones (émbolos) de áreas diferentes, que permite multiplicar la fuerza aplicada al pistón de área más pequeña, en varias veces, a su vez, cambiar la dirección de la fuerza aplicada. El rendimiento de la prensa hidráulica guarda similitudes con el de la palanca. Su funcionamiento se basa en el

principio de Pascal.

2) Prensa hidráulica con émbolos a la misma altura

Consideremos una prensa hidráulica con pistones de áreas "A₁" el más pequeño y "A₂" el más grande, situadas a la misma altura, respecto de la parte inferior de la prensa, como se muestra en la Figura.

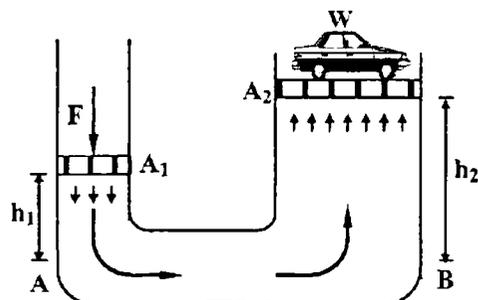


- Si sobre el pistón de menor área "A₁" aplicamos una fuerza "F", entonces, esta fuerza se transmite a través del líquido y la carga de peso máximo "W", ubicado en el pistón de área "A₂", que podemos elevar es:

$$W = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F$$

3) Prensa hidráulica con émbolos a diferentes alturas

Consideremos una prensa hidráulica con pistones de áreas "A₁" el más pequeño y "A₂" el más grande, situadas a la misma altura, respecto de la parte inferior de la prensa, como se muestra en la Figura.



Como los puntos A y B están al mismo nivel (pertenecen a una isobara) las presiones en dichos puntos es la misma, esto es:

$$P_A = P_B$$

$$P_0 + \rho g h_1 + \frac{F}{A_1} = P_0 + \rho g h_2 + \frac{W}{A_2}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{F}{\rho g A_1} - \frac{W}{\rho g A_2} \quad (1)$$

De otro lado, para que los émbolos se encuentren a la misma altura, el volumen de fluido que debe pasar de una rama a la otra debe ser la misma, esto es, si "h₁" disminuye "h₂" debe aumentar, este movimiento de masa, viene expresado por la ecuación:

$$A_1 h_1 + A_2 h_2 = (A_1 + A_2) h_0 \quad (2)$$

Finalmente, las ecs.(1) y (2), nos permiten determinar las alturas a las que se encuentran los émbolos.

4) Aplicaciones de la prensa

- El empleo de la energía proporcionada por el aire y aceite a presión, puede aplicarse para transportar, excavar, levantar, perforar, manipular materiales, controlar e impulsar vehículos automotores.
- En la industria, se utiliza en las máquinas especializadas para controlar, impulsar, posicionar y mecanizar elementos o materiales propios de la línea de producción, como por ejemplo, máquinas para la industria plástica, elaboración de alimentos, equipamiento para robótica y manipulación automatizada, equipo para montaje industrial, maquinaria para la minería y siderurgia, etc...
- En la industria automotriz, se utiliza en los mecanismos de suspensión, frenos, di-

rección, refrigeración, control de las puertas, etc...

- En la aeronáutica, se utiliza en los mecanismos de los timones, alerones, trenes de aterrizaje, frenos, simuladores, equipos de mantenimiento, etc...
- En la industria naval, se utiliza en los mecanismos de transmisión, sistemas de mandos, sistemas especializados de embarcación o buques militares.
- En la medicina, se utilizan en el instrumental quirúrgico, mesas de operaciones, camas de hospital, sillas e instrumentos odontológico, etc...
- La prensa hidráulica tiene tantas aplicaciones que puede ser utilizadas en controles escénicos, cinematografía, parques de entretenimiento, represas, puentes levadizos, plataformas de perforación submarina, ascensores, etc...

c) Principio de Arquímedes

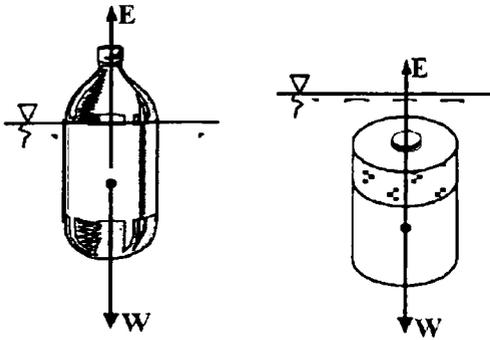
1) Enunciado

El enunciado de este principio, establece que:

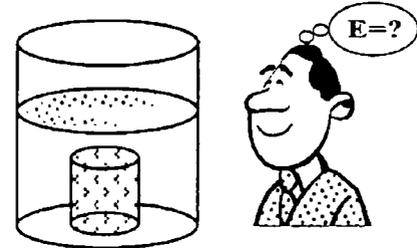
<<Todo cuerpo sumergido parcialmente o totalmente en un fluido experimenta la acción de una fuerza dirigida hacia arriba, llamada empuje "E" que numéricamente es igual, al peso del fluido desalojado por el cuerpo; esta fuerza está aplicada en el centro de gravedad del volumen de la parte sumergida del cuerpo (centro de flotación ó presión)>>

$$E = \gamma_F V_S = \rho_F g V_S$$

siendo, " ρ_F " la densidad, " γ_F " el peso específico del fluido, " V_S " el volumen sumergido del cuerpo, y "g" la aceleración debida a la gravedad.

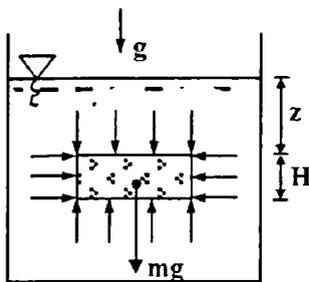


- Así, hemos probado que la fuerza de empuje "E", tiene su origen en la diferencia de presión entre la bases inferior y superior del cuerpo sumergido en el fluido.
- El principio de Arquímedes es válido tanto, para líquidos como para gases.



2) Demostración

Para demostrar este principio, considere mos un prisma recto de bases rectangulares de área "S", altura "H", masa "m", sumergida totalmente en un fluido de densidad " ρ_F ", como muestra la Figura.



En la Figura, la fuerza debida a la presión ejercida por el fluido sobre las caras laterales del prisma se anulan dos a dos, en tanto, las fuerzas de presión sobre las bases inferior y superior son:

$$F_I = P_I S = \rho_F g(z + H)S \ (\uparrow)$$

$$F_S = P_S S = \rho_F g z S \ (\downarrow)$$

Luego, la fuerza total hacia arriba, llamada empuje es:

$$E = F_I - F_S$$

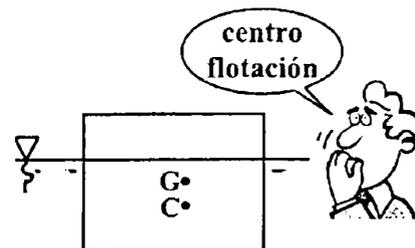
$$E = \rho_F g(z + H)S - \rho_F g z S$$

$$\diamond E = \rho_F g V_S$$

- Si ubicamos un cuerpo de base plana como un cilindro o paralelepípedo en el fondo de un recipiente, que contiene un fluido de densidad menor que la del cuerpo. ¿Hay fuerza de empuje, sobre el cuerpo?

3) Centro de flotación o presión

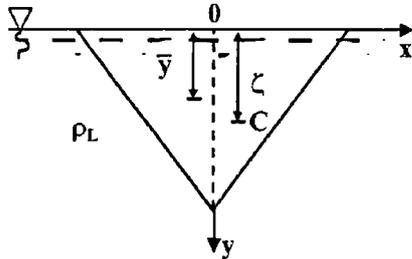
Se llama centro de flotación o presión al punto "C" sobre el cual actúan todas las fuerzas que producen el efecto de flotación, y no coincide con el centro de gravedad "G" de la parte sumergida del cuerpo.



- Si el cuerpo homogéneo está sumergido totalmente, el centro de presión "C" está situado por debajo del centro de gravedad "G" del cuerpo.
- En general, para obtener la distancia " ζ " del centro de presión "C" de una placa, a la superficie libre del fluido, se utiliza la fórmula:

$$\zeta = \frac{I_x}{\bar{y} A}$$

$$m = \frac{I_{\min}}{V_S} - d$$



siendo, " I_{\min} " el momento de inercia mínimo de la superficie flotante, " V_S " el volumen sumergido del cuerpo, y " d " la diferencia entre las distancias del centro de presión C y gravedad G, esto es:

$$d = OC - OG$$

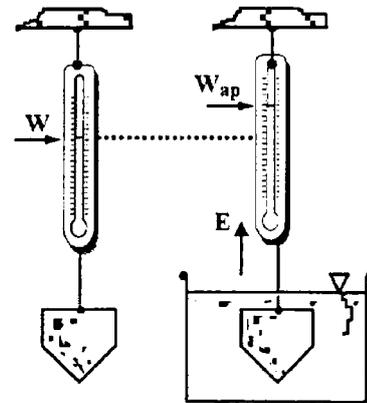
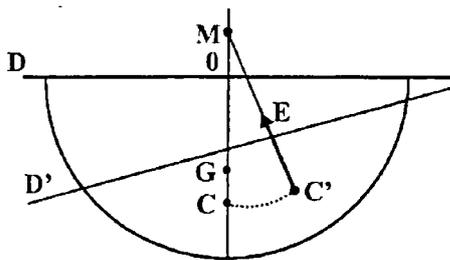
donde, " \bar{y} " es la coordenada del centro de gravedad, " I_x " el momento de inercia, respecto del eje X, y "A" el área de la placa.

La estabilidad del cuerpo, dependerá de la distancia entre su centro de gravedad G y el metacentro M.

¿Puede un cuerpo flotar en un fluido, sin estar sumergido ninguna parte de el en el fluido?

5) Peso aparente (W_{ap})

4) Metacentro (M)



Se llama así, al punto M de intersección de las líneas que pasan por los puntos de presión C y C', y que cortan perpendicularmente a los planos diametrales D y D', como se muestra en la Figura, cuando el centro de presión C, se ha desplazado, debido a una inclinación del cuerpo, respecto de la vertical.

Es el peso que marca un dinamómetro cuando un cuerpo está sumergido en un fluido, y es igual, al peso del cuerpo en el aire "W" menos el empuje "E"; es decir:

$$W_{ap} = W - E$$

5) Altura del metacentro

La altura del metacentro "m" de un cuerpo sumergido en un líquido, medida desde el plano diametral del cuerpo, viene dado por:

d) Tensor tensión

El tensor tensión para un fluido incompresible en reposo, debido a las presiones aplicadas sobre su superficie, viene dado por:

$$T_S = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

El tensor tensión total, debido al peso del fluido hace que el fluido situado en la parte baja de un recipiente tenga una tensión ligeramente mayor que el fluido situado en la parte superior. De hecho, si la única fuerza que actúa es el peso del fluido, el estado de tensión del fluido a una profundidad "z" es expresada mediante el tensor tensión del fluido:

$$T = T_S + T_W$$

$$T = \begin{pmatrix} -P - \rho z & 0 & 0 \\ 0 & -P - \rho z & 0 \\ 0 & 0 & -P - \rho z \end{pmatrix}$$

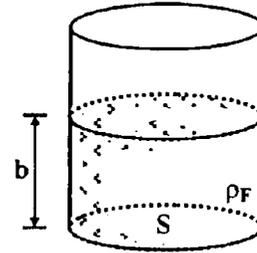
De aquí, podemos concluir que: << fijado un punto de un fluido incompresible en reposo y contenido en un recipiente bajo presión e indeformable, la presión del fluido, es idéntica en todas las direcciones >>

- El principio de Pascal es una consecuencia de la ecuación fundamental de la hidrostática, y del carácter altamente incompresible de los líquidos, en este tipo de líquidos la densidad "ρ" se mantiene constante.

8. EL TEOREMA DE ARQUIMEDES Y EL PRINCIPIO DE MINIMA ENERGIA

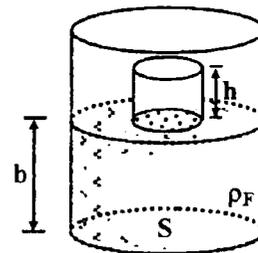
a) Energía potencial de un cuerpo sumergido en un fluido.

En este apartado estudiaremos el principio de Arquímedes, como un ejemplo de cómo la naturaleza busca minimizar la energía de un sistema.

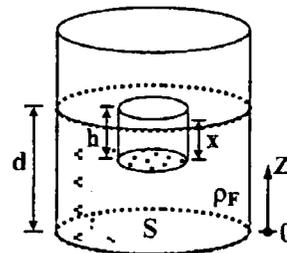


Consideremos un recipiente de área de la base "S", conteniendo un fluido de densidad "ρ_F" hasta una altura "b".

Sobre la superficie del fluido, ubiquemos un cuerpo compacto de forma cilíndrica de altura "h", área de la base "A", densidad "ρ_S" (ρ_F > ρ_S).



Si liberamos el cuerpo, este empieza a oscilar hasta alcanzar el equilibrio, flotando sobre el fluido, sumergido parcialmente una altura "x".



El fluido del recipiente asciende hasta una altura "d". Como la cantidad de fluido no varía, igualando volúmenes, obtenemos esta altura, así:

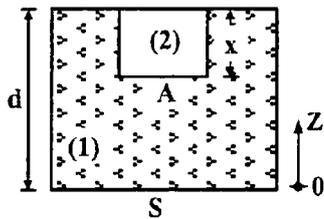
$$Sb = Sd - Ax$$

$$d = b + \frac{A}{S}x \quad (1)$$

- Debemos calcular "x", tal que, para esta altura la energía potencial del sistema fluido-cuerpo sea mínima.
- Escogiendo el sistema de referencia en la base del recipiente, el centro de masa del cuerpo está a una altura igual a: $z_S = d - x + h/2$, de modo que, su energía potencial es:

$$E_{P,S} = mgz_S = (\rho_S Ah)g(d - x + \frac{h}{2})$$

$$E_{P,S} = \rho_S Ahg(b + \frac{A}{S}x - x + \frac{h}{2})$$



En la Figura, para hallar el centro de masa del fluido, consideremos dos partes (1) y (2), siendo el centro de masa de cada uno de estas partes, igual a:

$$z_1 = \frac{d}{2} \quad \text{y} \quad z_2 = d - \frac{x}{2}$$

De modo que, el centro de masa del fluido, según el principio de superposición para centros de masa es:

$$z_F = \frac{z_1 V_1 - z_2 V_2}{V_1 - V_2}$$

$$z_F = \frac{(Sd)(d/2) - (Ax)(d - x/2)}{Sd - Ax}$$

$$z_F = \frac{1}{Sb} \left[\frac{1}{2} S(b + \frac{A}{S}x)^2 + \frac{1}{2} Ax^2 - Ax(b + \frac{A}{S}x) \right]$$

Con esto, la energía potencial correspondiente al fluido es:

$$E_{P,F} = mgz_F = \rho_F Sbgz_F$$

Luego, la energía potencial total del sistema fluido-cuerpo, es la suma de las energías potenciales del fluido y cuerpo esto es:

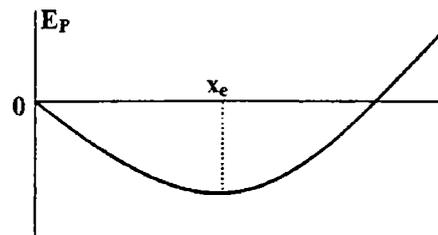
$$E_P = E_{P,F} + E_{P,S}$$

$$E_P = \frac{1}{2} \rho_F g A (1 - \frac{A}{S}) x^2 - \rho_S g h A (1 - \frac{A}{S}) x + \frac{1}{2} \rho_F S b^2 g + \rho_S h A (b + \frac{h}{2}) g$$

$$E_P = \frac{1}{2} \rho_F g A (1 - \frac{A}{S}) (x^2 - 2 \frac{\rho_S}{\rho_F} h x) + C$$

donde, "C" es una constante aditiva que dependerá de la elección que se haga del nivel de referencia.

La representación gráfica de la energía potencial en función de "x" es:



Derivando la energía potencial respecto de "x", e igualando a cero, hallamos el valor de "x", para el cual, la energía potencial es mínima, así:

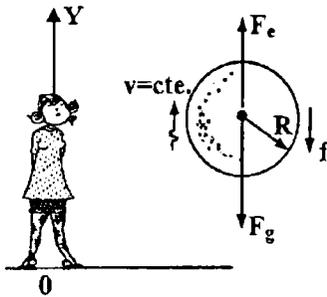
$$\frac{dE_P}{dx} = \frac{1}{2} \rho_F g A \left(1 - \frac{A}{S}\right) \left(2x - 2 \frac{\rho_S}{\rho_F} h\right) = 0$$

$$x_e = \frac{\rho_S}{\rho_F} h < h$$

Así, para este valor de "x" el cuerpo está en equilibrio sumergido parcialmente y en un estado de mínima energía potencial total.

b) Energía potencial de un cuerpo que se mueve en un fluido

Consideremos un globo de volumen "V" que asciende verticalmente en el aire de densidad " ρ_F ".



Las fuerzas que actúan sobre el globo son: su peso $\vec{F}_g = -mg \hat{j}$, el empuje del aire $\vec{F}_e = \rho_F g V \hat{j}$ y la fuerza de fricción.

- Como el peso y el empuje son fuerzas conservativas, sus energías potenciales correspondientes, son:

$$E_{P,g} = mgy \quad \text{y} \quad E_{P,e} = -\rho_F V g y$$

pues, si una fuerza es conservativa esta proviene de un potencial, $F = -dE_P/dy$.

- Así, la energía potencial asociada a las dos fuerzas conservativas es:

$$E_P = E_{P,g} + E_{P,e}$$

$$E_P = (mg - \rho_F V g) y \quad (1)$$

De otro lado, para el tramo en el que el globo asciende con velocidad constante, la fuerza resultante es nula, esto es:

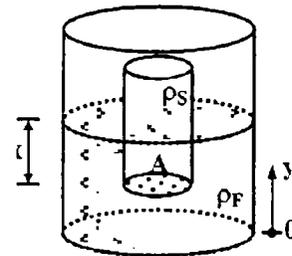
$$\rho_F V g - mg - f = 0$$

$$mg - \rho_F V g = -f < 0 \quad (2)$$

Así, de (1) y (2), concluimos que a medida que el globo asciende, "y" aumenta, y "E_P" disminuye, pues, se hace más negativo.

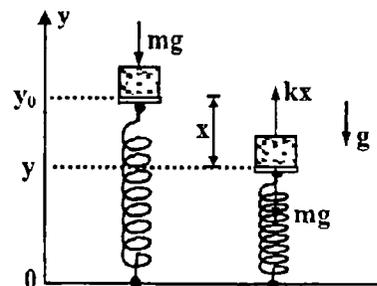
c) Energía potencial de un cuerpo parcialmente sumergido

Consideremos un cuerpo de forma cilíndrica de área de la base "A", altura "h" y densidad " ρ_S " sumergida parcialmente sumergida en un líquido de densidad " ρ_F " ($\rho_S < \rho_F$).



Cuando el cuerpo está parcialmente sumergido en el líquido una altura "x", sobre él actúan su peso $\rho_S A h g$ y el empuje del líquido $\rho_F A g x$, de modo que la fuerza resultante es:

$$\vec{F} = (\rho_F A g x - \rho_S A h g) \hat{j}$$



El sistema fluido-cuerpo es equivalente al del sistema formado por un resorte de constante elástica "k" y un cuerpo de masa "m", como el mostrado en la Figura.

- A medida que el resorte se comprime, partiendo de la posición "y₀" la energía potencial gravitatoria disminuye, y la energía potencial elástica aumenta, la suma de ambas energías nos da la energía potencial del sistema, esto es:

$$E_p = mgy + \frac{1}{2}kx^2$$

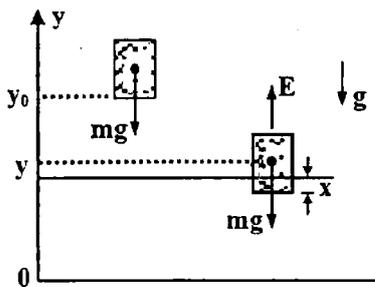
$$E_p = mgy + \frac{1}{2}k(y_0 - y)^2$$

Derivando esta expresión respecto de "y", obtenemos la fuerza resultante que actúa sobre el sistema, así:

$$F_y = -\frac{dE_p}{dy} = -mg + k(y_0 - y)$$

$$F_y = -mg + kx$$

El mínimo de la energía potencial "E_p" del sistema corresponde a la posición de equilibrio, esto es, cuando el peso se iguala a la fuerza elástica.



Por analogía, la energía potencial del cuerpo sumergido parcialmente en el líquido es:

$$E_p = \rho_S A h g y + \frac{1}{2} \rho_F A g x^2$$

$$E_p = \rho_S A h g y + \frac{1}{2} \rho_F A g (y_0 - y)^2$$

Del mismo modo, la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es:

$$F_y = -\rho_S A h g + \rho_F A g (y_0 - y)$$

$$F_y = -\rho_S A h g + \rho_F A g x$$

El mínimo de la energía de la energía potencial, corresponde a la posición de equilibrio, esto es, cuando el peso del cuerpo, se iguala, al empuje, de donde obtenemos:

$$x = \frac{\rho_S}{\rho_F} h = \rho h$$

siendo, $\rho = \rho_S / \rho_F$ la densidad relativa.

Análisis de fuerzas sobre el cuerpo

- 1) Cuando $\rho_S < \rho_F$ el cuerpo permanece en equilibrio, parcialmente sumergido.
- 2) Cuando $\rho_S > \rho_F$ el peso del cuerpo es siempre mayor que el empuje. No existe posición de equilibrio.
- 3) Cuando, $\rho_S = \rho_F$, el peso del cuerpo es mayor que el empuje, en tanto el cuerpo es te parcialmente sumergido. La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo, cuando esta completamente sumergido es nulo, y cualquier posición del cuerpo es de equilibrio.

Curvas de energía potencial

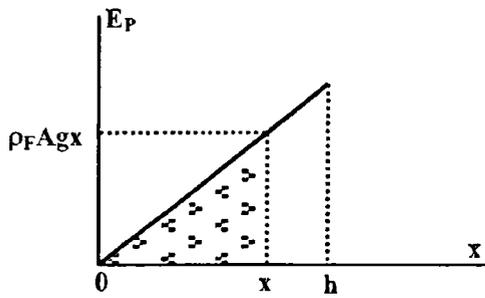
La energía potencial correspondiente al peso del cuerpo (fuerza conservativa) es

$$E_{p,g} = \rho_S A h g y$$

La energía potencial correspondiente a la fuerza de empuje, cuando el cuerpo está parcialmente sumergido una altura "x" es:

$$E_{P,e} = \frac{1}{2} \rho_F A g x^2$$

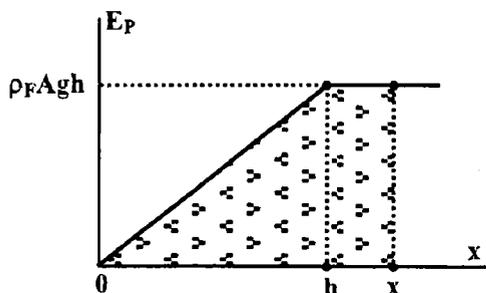
Como esta expresión es numéricamente igual al área de un triángulo de base "x", y altura " $\rho_F A g h$ ", la representación gráfica de esta energía potencial, es la que se observa.



La energía potencial correspondiente a la fuerza de empuje, cuando el cuerpo está completamente sumergido es:

$$E_{P,e} = \frac{1}{2} \rho_F A g h^2 + \rho_F A g h (x - h)$$

Como el primer término es numéricamente igual al área de un triángulo de base "x" y altura " $\rho_F A g h$ ", y el segundo término es el área de un rectángulo de base " $x - h$ " y altura " $\rho_F A g h$ ", la representación gráfica de esta energía potencial es:



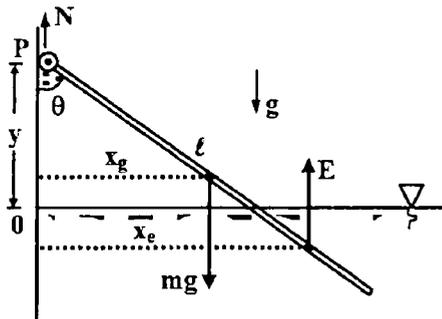
Cuando la densidad del cuerpo es igual a la del líquido $\rho_S = \rho_F$, la energía potencial total es constante e independiente de "x" para $x \geq h$.

9. EQUILIBRIO DE UNA VARILLA PARCIALMENTE SUMERGIDA.

En esta sección estudiaremos el equilibrio de una varilla homogénea de longitud " ℓ ", área de sección "A", densidad " ρ_S ", sumergida parcialmente en un líquido de densidad " ρ_F " ($\rho_S < \rho_F$) con uno de sus extremos unida a una rótula (P), que le permite girar en un plano vertical, se presentan dos casos:

a) Rótula fuera del líquido

Las fuerzas que actúan sobre la varilla son: su peso " mg ", el empuje del líquido "E" y la reacción en la rótula "N".



El peso $mg = \rho_S A \ell g$ actúa en el centro de masa de la varilla, en la posición de abscisa $x_g = (\ell / 2) \text{sen } \theta$.

El empuje $E = \rho_F g A (\ell - y / \text{cos } \theta)$ actúa en el centro de la parte sumergida de la varilla, en la posición de abscisa igual a $x_e = (\ell + y / \text{cos } \theta) (\text{sen } \theta / 2)$.

Ahora, como la varilla está en equilibrio la resultante de la suma de los momentos respecto de la rótula P, debe ser cero, esto es:

$$E x_e - m g x_g + N(0) = 0$$

$$(\rho_F g A) \left(\ell - \frac{y}{\cos \theta} \right) \left(\ell + \frac{y}{\cos \theta} \right) \left(\frac{\sin \theta}{2} \right) - (\rho_S g A \ell) \left(\frac{\ell}{2} \sin \theta \right) = 0$$

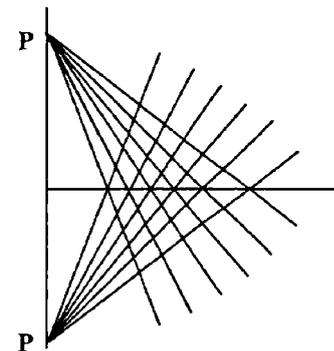
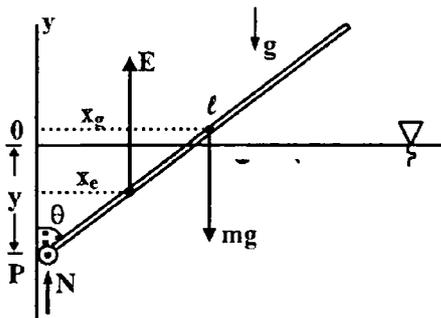
Simplificando, e introduciendo la densidad relativa, $\rho = \rho_S / \rho_F$, obtenemos la ecuación para el equilibrio de la varilla:

$$\left(1 - \rho - \frac{y^2}{\ell^2} \frac{1}{\cos^2 \theta} \right) \sin \theta$$

- Si: $y > \ell$ el término entre paréntesis es distinto de cero, por lo que, la posición de equilibrio, se dará para $\sin \theta = 0$ es decir $\theta = 0^\circ$. La varilla está suspendida verticalmente fuera del líquido.
- Si: $y < \ell$ el término entre paréntesis puede llegar a ser cero, siempre y cuando $\cos \theta = (y / \ell) (1 / \sqrt{1 - \rho}) \leq 1$, lo cual implica que, $y \leq \ell \sqrt{1 - \rho}$. Cuando no se cumpla esta condición el primer término no es nulo, y la condición de equilibrio se dará para $\theta = 0^\circ$.

b) Rótula dentro del líquido

En la Figura, el peso $mg = \rho_F A \ell g$ actúa en el centro de la varilla, en la posición de abscisa $x_g = (\ell / 2) \sin \theta$.



El empuje $E = \rho_F g A (y / \cos \theta)$ actúa en el centro de la parte sumergida de la varilla,

en la posición de abscisa igual a $x_e = (y / \cos \theta) (\sin \theta / 2)$

Ahora, como la varilla está en equilibrio la resultante de la suma de momentos debe ser nula, esto es:

$$E x_e - m g x_g = 0$$

$$\left(\rho_F g A \frac{y}{\cos \theta} \right) \left(\frac{y \sin \theta}{2 \cos \theta} \right) - (\rho_S g A \ell) \left(\frac{\ell}{2} \sin \theta \right) = 0$$

Simplificando, e introduciendo la densidad relativa $\rho = \rho_S / \rho_F$, obtenemos la ecuación para el equilibrio de la varilla:

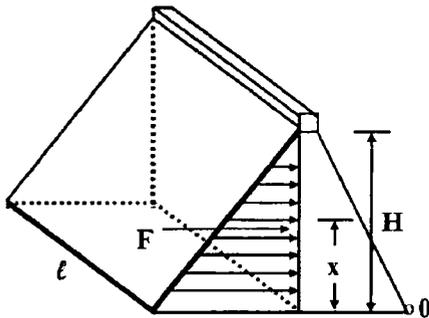
$$\left(\frac{y^2}{\ell^2} \frac{1}{\cos^2 \theta} - \rho \right) \sin \theta = 0$$

- Si: $y > \ell$ el término entre paréntesis es diferente de cero, por lo que, la posición de equilibrio de la varilla, se dará cuando $\sin \theta = 0$, es decir $\theta = 0^\circ$.
- Si: $y < \ell$ el término entre paréntesis será cero si: $\cos \theta = y / \ell \sqrt{1 - \rho} \leq 1$, y se dará si $y \leq \ell \sqrt{1 - \rho}$. Cuando no se cumple esta condición el primer término no es nulo y la posición de equilibrio se dará para $\theta = 0^\circ$.
- Representemos gráficamente todas las posibles posiciones de equilibrio, para los dos casos.

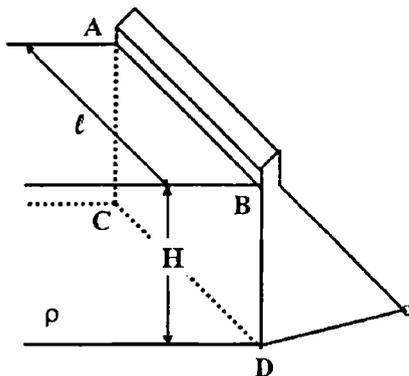
10. FUERZA HIDROSTATICA EN UN DIQUE DE REPRESA

a) Fuerza total

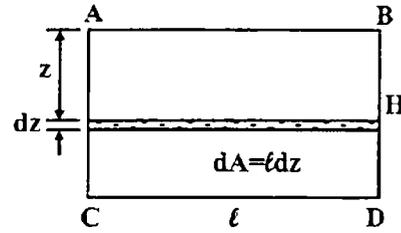
La magnitud de la fuerza sobre un dique de una represa que contiene agua, aumenta según la profundidad, así, la representación de la distribución de estas fuerzas es la que se muestra en la Figura anterior siendo, " ℓ " la longitud del dique, " H " la altura del agua en la represa, " F " la fuerza total que actúa sobre el dique debida a la presión del agua, y " x " la altura del punto de aplicación de la fuerza " F ", medida respecto del fondo de la represa.



- Para deducir la fuerza total " F " que actúa sobre el dique de una represa de agua, dividamos el dique en pequeñas franjas, de área $dA = \ell dz$, como se muestra en la Figura.



siendo, " h " la altura del agua en el dique, y " ℓ " la longitud del ancho del dique.



En la Figura., la fuerza sobre la franja de área " dA ", debida a la presión del agua que esta por encima de la franja es:

$$dF = P dA$$

$$dF = (\rho g z)(\ell dz)$$

$$\int_0^H dF = \rho g \ell \int_0^H z dz$$

$$\diamond F = \frac{1}{2} \rho g \ell H^2$$

b) Momento de la fuerza.

Ahora, deduzcamos el momento de la fuerza total " F " sobre el dique, respecto de la base del dique, así:

$$dM = (dF)(H - z)$$

$$\int_0^H dM = \int_0^H \rho g \ell z (H - z) dz$$

$$(M)|_0^H = \rho g \ell \left(\frac{H z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right) \Big|_0^H$$

$$\diamond M = \frac{1}{6} \rho g \ell H^3$$

c) Cálculo de la altura (x)

Para obtener la distancia " x " del punto de aplicación de la fuerza total " F ", al fondo o base de la represa, apliquemos el teorema de Varignon, así:

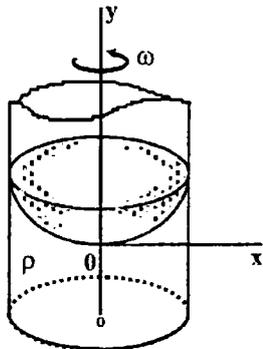
$$F_x = M$$

$$\left(\frac{1}{2} \rho g \ell H^2\right) x = \frac{1}{6} \rho g \ell H^3$$

$$\diamond x = \frac{H}{3}$$

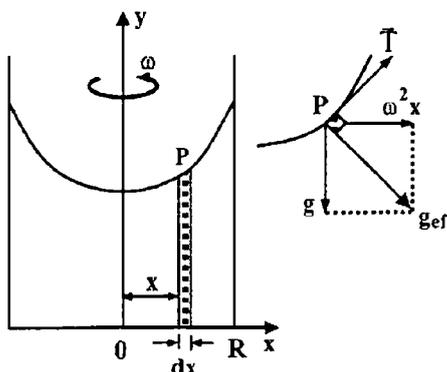
d) Forma que adopta la superficie de un líquido que gira con velocidad angular constante alrededor de un eje.

Al girar el recipiente con velocidad angular constante " ω ", alrededor de su eje de simetría Y, la superficie libre del líquido adopta la forma de un paraboloides de revolución, cuya ecuación cartesiana en el plano XY, es una parábola:



$$y = \left(\frac{\omega^2}{2g}\right) x^2$$

siendo, "y" la altura del líquido, "x" la distancia horizontal, y "g" la aceleración de la gravedad.



Para demostrar este resultado, tomemos una columna de líquido de ancho "x" y masa "dm", como muestra en la Figura. Las fuerzas que actúan sobre el diferencial de masa "dm" de agua, son: su peso "gdm" y la fuerza de inercia " $dm\omega^2 x$ ". En la Figura, la fuerza efectiva que actúa sobre este diferencial de masa de líquido "dm" es:

$$d\vec{F}_{ef} = dm\omega^2 x \hat{i} - dm g \hat{j}$$

A la vez, asociada a la fuerza efectiva, existe una aceleración efectiva, dada por:

$$\vec{g}_{ef} = \frac{\vec{F}}{dm} = \omega^2 x \hat{i} - g \hat{j}$$

Ahora, como todos los puntos de la superficie libre del agua, está sometido a la misma presión atmosférica, dicha superficie es una isobara, por lo que, \vec{g}_{ef} es perpendicular a la tangente \vec{T} a dicha superficie, esto es:

$$\vec{g}_{ef} \cdot \vec{T} = 0$$

$$(\omega^2 x \hat{i} - g \hat{j}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j}) = 0$$

$$g dy = \omega^2 x dx$$

Integrando esta expresión obtenemos la ecuación de la superficie libre del líquido, así:

$$\int_{y_0=0}^y g dy = \int_0^x \omega^2 x dx$$

$$y = \left(\frac{\omega^2}{2g}\right) x^2$$

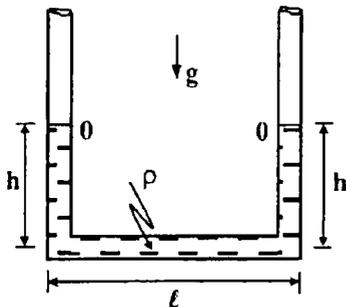
<<Ecuación de un paraboloides de revolución>>

11. APLICACIONES DE LOS MANOMETROS

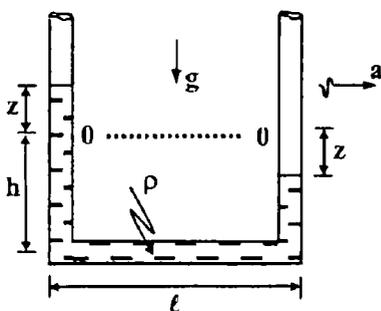
El manómetro es un dispositivo sencillo que puede utilizarse para medir la aceleración lineal o la velocidad angular de un cuerpo en movimiento.

a) Medida de la aceleración horizontal de un vehiculo

Sobre un vehiculo, ubiquemos un manómetro (tubo en forma de U) de sección transversal uniforme circular de diámetro "D" y área "S", longitud del brazo horizontal "ℓ" ($D \ll \ell$) lleno con un fluido de densidad "ρ". Inicialmente, cuando el vehiculo está en reposo, el fluido en los brazos izquierdo y derecho del manómetro están a la misma altura, como se muestra en la Figura.



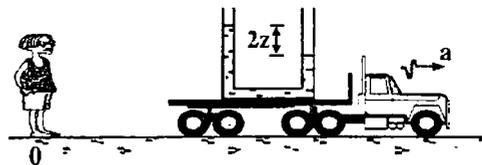
Ahora, cuando el vehiculo se desplaza hacia la derecha con una aceleración "a", el fluido en el brazo izquierdo asciende una altura "z", en tanto, en el brazo derecho desciende una altura "z", como se muestra en la Figura.



A continuación deduzcamos la fórmula de la aceleración en función de la diferencia de alturas "2z" alcanzadas por el fluido en los brazos izquierdo y derecho, para dos tipos de observadores.

1) Observador inercial

Para el observador situado en tierra, la masa de fluido contenido en el brazo horizontal del tubo, se mueve bajo la acción de las fuerzas de presión, ejercidas por las columnas de fluido izquierdo y derecho, esto es:

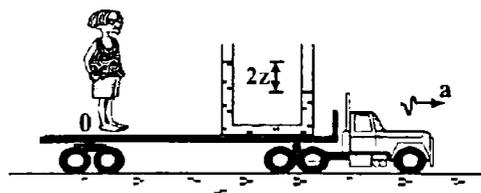


$$\rho g(h + z)S - \rho g(h - z)S = \rho S \ell a$$

$$a = \left(\frac{2g}{\ell}\right)z$$

1) Observador no inercial

Para el observador no inercial, situado sobre la plataforma del vehiculo, la masa de fluido contenido en el brazo horizontal del tubo está en equilibrio, bajo la acción de las fuerzas de presión de las columnas de fluido contenidas en los brazos izquierdo y derecho del tubo, y la fuerza de inercia que tiene sentido opuesto al de la aceleración, esto es:



$$\rho g(h + z)S - \rho g(h - z)S - \rho S \ell a = 0$$

$$a = \left(\frac{2g}{\ell}\right)z$$

Los dos observadores obtienen la misma fórmula para la determinación de la aceleración del vehículo.

- Por ejemplo, para una longitud del brazo horizontal de $\ell=50$ cm, altura inicial del fluido $h=25$ cm, cuando el vehículo se mueve con cierta aceleración $a=?$, la altura que alcanza el fluido en el brazo izquierdo es $h+z=31,3$ cm, por lo que, la altura que asciende y desciende el fluido en los brazos izquierdo y derecho es:

$$z = 31 - 25 = 6 \text{ cm}$$

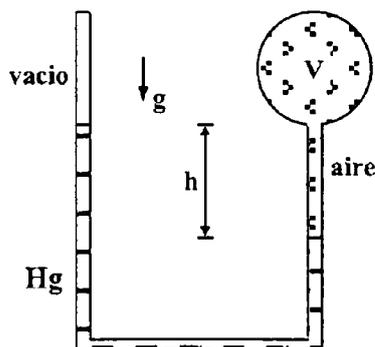
Y la magnitud de la aceleración del vehículo es:

$$a = \left(\frac{2g}{\ell}\right)z = \frac{(2)(9,8)(0,06)}{0,5}$$

$$a = 2,35 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Medida de la aceleración de un ascensor

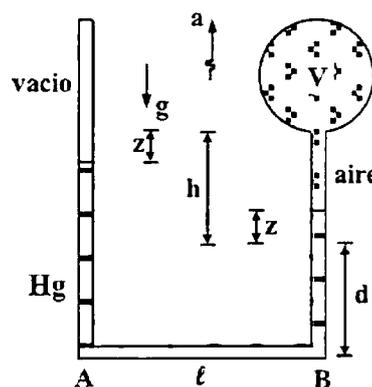
En un ascensor en reposo ubicamos un tubo en forma de U (manómetro) cerrado por el extremo izquierdo, unido el extremo derecho a un recipiente de volumen "V", conteniendo aire a la presión "P", siendo "h" la diferencia de alturas del fluido (mercurio) entre los brazos izquierdo y derecho, como se muestra en la Figura.



La presión del aire en el recipiente, lo crea la columna de mercurio, esto es:

$$P = \rho_{\text{Hg}}gh$$

Ahora, cuando el ascensor se desplaza verticalmente hacia arriba con una aceleración a' , el fluido desciende una altura "z" en el brazo izquierdo y asciende una altura "z" en el brazo derecho, como se muestra en la Figura.



Para un observador no inercial que viaja en el ascensor, la masa de fluido contenido en el brazo horizontal está en equilibrio, bajo la acción de las fuerzas de presión de los fluidos contenidos en los brazos izquierdo y derecho, esto es:

$$F_A = F_B \Rightarrow P_A S = P_B S$$

$$\rho_{\text{Hg}}(g + a')(d + h - z) = P + \rho_{\text{Hg}}(g + a')(d + z)$$

$$\rho_{\text{Hg}}(g + a')(d + h - z) = \rho_{\text{Hg}}gh + \rho_{\text{Hg}}(g + a')(d + z)$$

De aquí, obtenemos la expresión de la aceleración a' en función de "z", así:

$$a' = \frac{2gz}{h - 2z}$$

- Se observa que la altura "z" que asciende y desciende el fluido no es proporcional a la aceleración a' del ascensor.
- El volumen "V" del recipiente que contiene aire, debe ser lo suficientemente grande para evitar que la presión P del aire cambie bruscamente con la variación de la altura de la columna de fluido

Se hace girar la plataforma con cierta velocidad angular constante " ω ", haciendo coincidir uno de los brazos del manómetro con el eje de rotación de la plataforma, observándose que el líquido desciende una altura "z" en el brazo que coincide con el eje de rotación y ascendiendo la misma altura en el otro brazo.

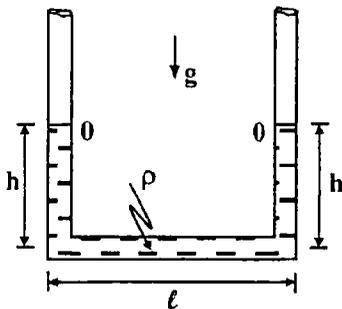
c) Medida de la velocidad angular de rotación de una plataforma

1) Objetivo

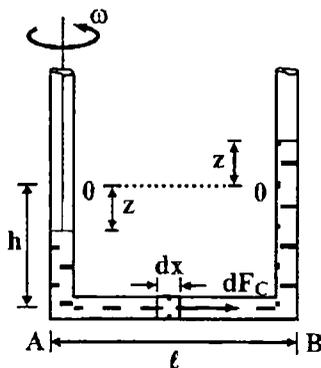
Medir la velocidad angular con la que gira una plataforma, mediante la utilización de un manómetro de sección uniforme "S".

2) Primer paso

Se ubica sobre la plataforma en reposo un manómetro conteniendo un líquido de densidad " ρ ", y se mide la altura "h" que alcanza el líquido en ambos brazos del manómetro.



3) Segundo paso



4) Tercer paso

Para un observador inercial situado en la plataforma, el líquido está en equilibrio dinámico. Así, la fuerza centrífuga sobre el diferencial de líquido de masa "dm", es igual, a la diferencia de presión entre sus extremos, esto es:

$$\boxed{dm \omega^2 x = S dP}$$

$$dm \omega^2 x = S dP$$

$$\omega^2 x \rho S dx = S dP$$

Integrando esta expresando sobre el brazo horizontal del manómetro, obtenemos la expresión para la velocidad angular, a sí:

$$\int_{P_A}^{P_B} dP = \omega^2 \rho \int_0^l x dx$$

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \omega^2 \rho l^2$$

$$\rho g(h + z) - \rho g(h - z) = \frac{1}{2} \omega^2 \rho l^2$$

$$\omega = \frac{2}{l} \sqrt{gz}$$

- La velocidad angular " ω " es independiente de la densidad del líquido, es decir, del tipo de líquido.
- La velocidad máxima con la que puede

girar la plataforma, para una altura "h" dada, se obtiene cuando $z=h$.

Por ejemplo, para una base del manómetro de longitud $\ell = 50$ cm, y una altura de $h=25$ cm del líquido en reposo, cuando la plataforma gira el líquido alcanza una altura de 13 cm en el brazo que coincide con el eje de rotación, por lo que, la altura que desciende y asciende el líquido es:

$$z = 25 - 13 = 12 \text{ cm}$$

Y la velocidad angular con la que gira la plataforma es:

$$\omega = \left(\frac{2}{0,5}\right)[(9,8)(0,12)]^{1/2}$$

$$\omega = 4,34 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

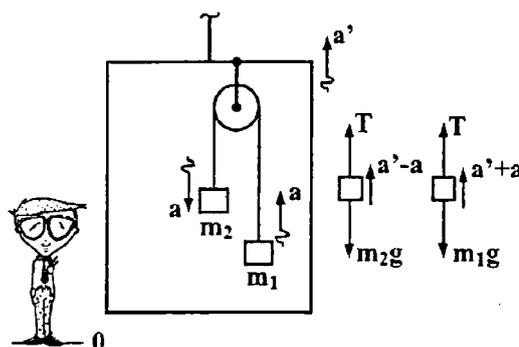
12. MEDIDA DE LA ACELERACION DE UN ASCENSOR

a) Máquina de Atwood

Es un dispositivo mecánico sencillo, constituido por una polea de masa despreciable, que puede girar sin fricción alrededor de su eje de simetría, y dos bloques suspendidos unidos mediante una cuerda de peso despreciable que rodea a la polea. Ubicando la máquina de Atwood en un ascensor, puede medirse la aceleración con la que se mueve este.

b) Cálculo de la aceleración para un observador inercial

En la Figura, a' es la aceleración del ascensor, respecto del observador inercial 0, situado en tierra, y a es la aceleración de los bloques de masas m_1 y m_2 , respecto del ascensor, con esto, las ecuaciones de movimiento para cada uno de los bloques son:



$$T - m_1g = m_1(a' + a) \quad (1)$$

$$T - m_2g = m_2(a' - a) \quad (2)$$

Resolviendo este par de ecuaciones, obtenemos la aceleración (a):

$$a = \frac{(m_2 - m_1)(g + a')}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

De otro lado, para el observador inercial los bloques se mueven con las siguientes aceleraciones:

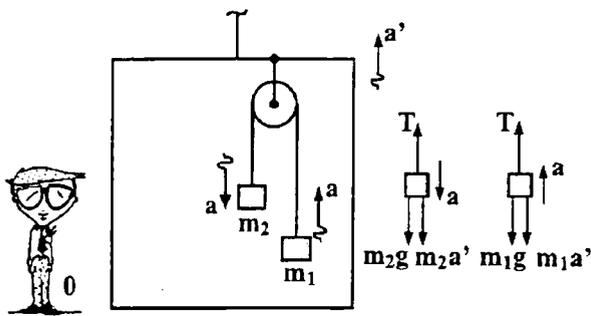
$$a_1 = a' + a = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} a' + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$a_2 = a' - a = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} a' - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

Para bloques de igual masa $m_1=m_2$, las expresiones anteriores se reducen a: $a=0$, y $a_1=a_2=a'$.

c) Cálculo de la aceleración para un observador no inercial

En la Fig., a' es la aceleración con la que se mueve el ascensor respecto de un observador inercial, y "a" es la aceleración con la que se mueven cada una de las poleas, respecto del observador no inercial, de modo que, las ecuaciones de movimiento para cada uno de estos bloques son:



$$T - m_1g - m_1a' = m_1a \quad (4)$$

$$m_2g + m_2a' - T = m_2a \quad (5)$$

Resolviendo este par de ecuaciones, obtenemos la aceleración (a'):

$$a' = \left(\frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \right) a - g \quad (6)$$

Ahora, sea "d" las distancias recorridas por los bloques durante el tiempo "t", entonces la aceleración "a" es:

$$a = 2 \frac{d}{t^2}$$

Sustituyendo "a" en la ec.(6), obtenemos la expresión final para a' :

$$a' = \left(\frac{m_2 + m_1}{m_2 - m_1} \right) \left(\frac{2d}{t^2} \right) - g \quad (7)$$

Ejemplo:

Para bloques de masas $m_2=2m_1$, distancia recorrida $d=16$ cm, en un tiempo de $t=60$ ms, obtenemos el siguiente valor para la aceleración del ascensor:

$$a' = \left(\frac{2m_1 + m_1}{2m_1 - m_1} \right) \left(\frac{(2)(0,16)}{(0,06)^2} \right) - 9,8$$

$$a' = 6,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Nota

Recordemos que se llama sistema inercial de referencia inercial (S.I.R), a aquel sistema de referencia que se encuentra fijo a la Tierra (reposo relativo), o se mueve rectilíneamente con velocidad constante, respecto de un sistema de referencia fijo a Tierra.

d) Fluides

La fluides de un líquido depende del tipo de movimiento de sus moléculas. Así, si se aplica una fuerza externa "F" a un líquido, la dirección preferida del movimiento de sus moléculas, es en la dirección en la que actúa la fuerza aplicada, a esto denominamos fluides del líquido. Se debe mencionar que un líquido, también, puede experimentar deformaciones elásticas, no sólo del tipo de extensión y compresión, sino también de cizallamiento, debidas a las tensiones tangenciales que se producen en él. Los experimentos realizados demuestran cierta semejanza de los líquidos con los sólidos, así, el análisis estructural radiográfico demuestra que la disposición de las partículas en los líquidos a temperaturas próximas a la de cristalización no es caótica. De modo que, muchas propiedades de los líquidos se diferencian poco de los sólidos.

e) Superfluides

El superfluido es un estado de la materia caracterizado por la ausencia total de viscosidad, por lo que, en un circuito cerrado, fluiría interminablemente sin fricción. Es un fenómeno físico que tiene lugar a muy bajas temperaturas, cerca del cero absoluto, límite en el que cesa toda actividad. Un inconveniente es que casi todos los elementos se congelan a esas temperaturas. Pero hay una excepción: el helio.

PROBLEMAS PROPUESTOS

01. Una masa de $m=63,3$ g de alcohol etílico ocupan un volumen de $V=80,0$ cm³. Hallar:

I) La densidad del alcohol etílico.

- a) 0,71 g/cm³ b) 0,73 g/cm³ c) 0,75 g/cm³ d) 0,77 g/cm³ e) 0,79 g/cm³

II) La densidad relativa del alcohol etílico.

- a) 0,71 b) 0,73 c) 0,75 d) 0,77 e) 0,79

02. Hallar el volumen de 40 kg de tetracloruro de carbono cuya densidad relativa es 1,60.

- a) 10 lt b) 15 lt c) 20 lt d) 25 lt e) 30 lt

03. Hallar el peso de medio metro cúbico de aluminio de densidad 2 700 kg/m³. $g=10$ m/s²

- a) 13 100 N b) 13 200 N c) 13 300 N d) 13 400 N e) 13 500 N

04. Un bidón tiene capacidad para contener $m_A=110$ kg de agua o $m_G=72,6$ kg de gasolina. Hallar:

I) La capacidad del bidón. ($g=10$ m/s²)

- a) 100 lt b) 110 lt c) 120 lt d) 130 lt e) 140 lt

II) El peso específico de la gasolina.

- a) 6500 N/m³ b) 6600 N/m³ c) 6700 N/m³ d) 6800 N/m³ e) 6900N/m³

05. Un volumen $V=0,7752$ m³ de aire pesa $W=10$ N. Hallar la densidad del aire. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,21 kg/m³ b) 1,23 kg/m³ c) 1,25 kg/m³ d) 1,27 kg/m³ e) 1,29kg/m³

06. Hallar la densidad de una bola de acero de diámetro $D=0,750$ cm y masa $m=1,765$ g. El volumen de una esfera de diámetro D , es $V=\pi D^3/6$.

- a) 7,91 g/cm³ b) 7,93 g/cm³ c) 7,95 g/cm³ d) 7,97 g/cm³ e) 7,99g/cm³

07. Un pan de oro de densidad $\rho=19,3$ g/cm³ tiene una masa de $m=1,93$ mg; luego de laminarse se obtiene una película transparente que cubre una superficie de área $A=14,5$ cm².

I) Hallar el volumen de 1,93 mg de oro.

- a) 0,1 mm³ b) 0,2 mm³ c) 0,3 mm³ d) 0,4 mm³ e) 0,5 mm³

II) ¿Qué espesor en Angstrom (\AA), tiene la película? ($1 \text{\AA} = 10^{-8} \text{ cm}$)

- a) $681,6 \text{\AA}$ b) $683,6 \text{\AA}$ c) $685,6 \text{\AA}$ d) $687,6 \text{\AA}$ e) $689,6 \text{\AA}$

08. La masa de oro contenida en una pepita de oro y cuarzo es de 138 g. Si las densidades relativas del oro, cuarzo y pepita son 19,3, 2,6 y 6,4, respectivamente. Hallar la masa de la pepita.

- a) 201,02 g b) 203,02 g c) 205,02 g d) 207,02 g e) 209,02 g

09. En la Fig.01, hallar la razón (P_A/P_B) entre las presiones en los puntos A y B, siendo A y B puntos situados en las mitades superior e inferior del tanque lleno de alcohol a granel. El tanque tiene sección recta uniforme.

- a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6

10. Se tiene un depósito cúbico de $a=3 \text{ m}$ de lado llena de agua de peso específico $\gamma=10\,000 \text{ N/m}^3$. Hallar:

I) La magnitud de la fuerza hidrostática sobre el fondo del depósito.

- a) 250 kN b) 260 kN c) 270 kN d) 280 kN e) 290 kN

II) La magnitud de la fuerza hidrostática sobre una de las caras laterales.

- a) 115 kN b) 125 kN c) 135 kN d) 145 kN e) 155 kN

11. Se tiene una esfera compacta de radio " R ", de densidad dada por: $\rho=2\rho_0$ para $0 < r < R/2$ y $\rho=\rho_0$ para $R/2 < r < R$. Hallar la densidad media de la esfera. ($\rho_0=1,6 \text{ g/cm}^3$)

- a) $1,6 \text{ g/cm}^3$ b) $1,7 \text{ g/cm}^3$ c) $1,8 \text{ g/cm}^3$ d) $1,8 \text{ g/cm}^3$ e) $1,9 \text{ g/cm}^3$

12. Se tiene un anillo muy delgado de radio $R=10 \text{ cm}$ cuya densidad lineal de masa, viene dado por: $\lambda(\theta)=\lambda_0(3 \text{ sen}\theta + 4 \text{ cos}\theta + 5)$, siendo $\lambda_0=0,16 \text{ g/cm}$ una constante.

I) Hallar la masa total del anillo.

- a) $16\pi \text{ g}$ b) $32\pi \text{ g}$ c) $48\pi \text{ g}$ d) $64\pi \text{ g}$ e) $80\pi \text{ g}$

II) Hallar el valor menor de " θ ", para el cual, la densidad lineal " λ " es máxima.

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

III) Hallar el valor máximo de la densidad lineal de masa " λ ".

13. A un disco muy delgado de radio " R ", densidad uniforme de masa $\sigma_0=1,6 \text{ g/cm}^2$ se le practica un agujero circular de radio " $R/2$ ", y luego se rellena con otro material 4 veces más denso. Hallar la densidad media superficial del disco relleno.

- a) $2,0 \text{ g/cm}^2$ b) $2,2 \text{ g/cm}^2$ c) $2,4 \text{ g/cm}^2$ d) $2,6 \text{ g/cm}^2$ e) $2,8 \text{ g/cm}^2$

14. Se tiene una esfera hueca muy delgada, de radio $R=10 \text{ cm}$, densidad $\sigma=\sigma_0 \cos^2\theta$, siendo

$\sigma_0 = 0,3 \text{ g/cm}^2$ una constante y " θ " el ángulo polar en coordenadas esféricas, con el origen 0 en el centro de la esfera. Hallar la masa total de la esfera.

- a) 125,1 g b) 125,4 g c) 125,7 g d) 126,0 g e) 126,3 g

15. Con un alambre muy delgado homogéneo de masa $m=140 \text{ g}$ se hace un anillo en forma de elipse de semiejes $a=30 \text{ cm}$ y $b=20 \text{ cm}$. Hallar aproximadamente la densidad del alambre en forma de elipse.

- a) 0,80 g/cm b) 0,84 g/cm c) 0,88 g/cm d) 0,92 g/cm e) 0,96 g/cm

16. Con un alambre delgado homogéneo, se hace un cuadrante de elipse de semiejes $a=50 \text{ cm}$, $b=40 \text{ cm}$, y densidad lineal de masa $\lambda = \lambda_0 \sin\theta \cos\theta$, siendo $\lambda_0 = 0,4 \text{ g/cm}$ una constante, y " θ " el ángulo polar. Hallar la masa total del alambre en forma de cuadrante de elipse

- a) 5,89 g b) 6,89 g c) 7,89 g d) 8,89 g e) 9,89 g

17. Se tiene un cilindro compacto de radio $R=6 \text{ cm}$, longitud $\ell=12 \text{ cm}$ y densidad de masa, dado por: $\rho(z) = \rho_0 + \beta z^2$ con $\rho_0 = 0,4 \text{ g/cm}^3$, $\beta = 0,04 \text{ g/cm}^5$ constantes. El eje Z está situado a lo largo del eje de simetría, con el origen 0 en el centro de cilindro. Hallar la masa total del cilindro.

- a) 1,09 kg b) 1,19 kg c) 1,29 kg d) 1,39 kg e) 1,49 kg

18. Se tiene un alambre rectilíneo muy delgado de longitud $\ell=1 \text{ m}$, densidad lineal de masa, dado por: $\lambda = \lambda_0(ax^2+1)$ siendo $a=0,5 \text{ m}^{-2}$ y $\lambda_0=0,3 \text{ kg/m}$ constantes. Hallar la masa total del alambre.

- a) 200 g b) 250 g c) 300 g d) 350 g e) 400 g

19. Un disco muy delgado de radio $R=40 \text{ cm}$ tiene una densidad superficial de masa que varía con " r " según: $\sigma = \sigma_0(r/R)$ siendo $\sigma_0 = 0,5 \text{ kg/m}^2$ una constante. Hallar la masa total del disco.

- a) 161,6 g b) 163,6 g c) 165,6 g d) 167,6 g e) 169,6 g

20. La expresión: $\rho(r, \phi) = \rho_0 e^{-r/r_0} \cos^2 \phi / (r/r_0)^2$ es una densidad de carga volumétrica en coordenadas esféricas, siendo " ϕ " el ángulo formado por la proyección de " r " sobre el plano XY con el eje-x. Hallar la cantidad de carga en el volumen esférico encerrado por $r=5r_0$. ($\rho_0 = 0,8 \text{ g/cm}^3$, $r_0 = 10 \text{ cm}$, $p=10^{-12}$)

- a) 3 kg b) 4 kg c) 5 kg d) 6 kg e) 7 kg

21. En la Fig. 02, Qiqo observa la "eterna negrura" del océano a $h=1000 \text{ m}$ bajo la superficie a través de un ocular de cuarzo fundido de forma circular de $D=15 \text{ cm}$ de diámetro. Hallar la fuerza que soporta el ocular a dicha profundidad. El peso específico relativo del agua de mar es $\gamma_r = 1,03$. ($\gamma_{H_2O} = 10^4 \text{ N/m}^3$)

- a) 180 kN b) 182 kN c) 184 kN d) 186 kN e) 188 kN

22. Los diámetros de los pistones de una prensa hidráulica son $D_1=20$ cm y $D_2=80$ cm. Si se aplica una fuerza de $F_1=10$ N al pistón menor, ¿Qué fuerza se ejerce en el otro pistón?

- a) 150 N b) 155 N c) 160 N d) 165 N e) 170 N

23. En la Fig.03, en el recipiente hay 2 líquidos no miscibles de densidades $\rho_A=800$ kg/m³, $\rho_B=1200$ kg/m³. Hallar la diferencia de presiones entre los puntos 1 y 2. ($h_A=10$ cm, $h_B=5$ cm, $g=10$ m/s²)

- a) 1100 Pa b) 1200 Pa c) 1300 Pa d) 1400 Pa e) 1500 Pa

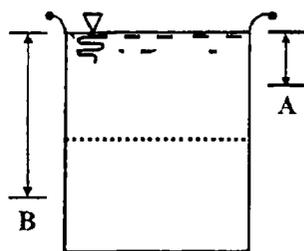


Fig.01



Fig.02

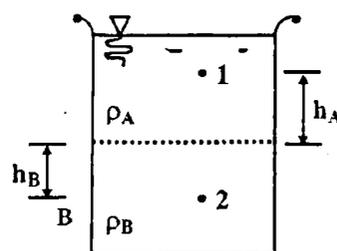


Fig.03

24. ¿Cuál es la mínima área que deberá tener un bloque rectangular de hielo de $h=50$ cm de espesor para que pueda mantenerse a flote en agua con una persona de $W=500$ N de peso, sin que ésta se moje los pies. ($\rho_{\text{hielo}}=900$ kg/m³, $\rho_{H_2O}=1000$ kg/m³, $g=10$ m/s²)

- a) 0,50 m² b) 0,75 m² c) 1,00 m² d) 1,25 m² e) 1,50 m²

25. Una esfera de peso $W=30$ kN se encuentra flotando en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ sumergido hasta la mitad. Hallar el volumen de la esfera. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 m³ b) 2 m³ c) 4 m³ d) 6 m³ e) 8 m³

26. Cada una de las llantas de un automóvil tiene un área de $A=24 \cdot 10^{-3}$ m² de superficie de contacto con el piso, y están inflados a la presión manométrica de $P_{\text{man}}=200$ kPa. Hallar el peso del automóvil.

- a) 15,2 kN b) 16,2 kN c) 17,2 kN d) 18,2 kN e) 19,2 kN

27. El radio de la Tierra es $R=6,37 \cdot 10^6$ m, y la presión atmosférica en la superficie es $P_o=1,013 \cdot 10^5$ Pa. Hallar la masa total de la atmósfera. ($g=9,8$ m/s², $E=10^{18}$)

- a) 3,27 Ekg b) 4,27 Ekg c) 5,27 Ekg d) 6,27 Ekg e) 7,27 Ekg

28. El resorte de un manómetro de presión tiene una constante elástica de $k=1000$ N/m, y el émbolo tiene un diámetro de $D=2$ cm. ¿A qué profundidad adicional se debe sumergir el manómetro para que el émbolo se desplace $s=0,5$ cm? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 160 cm b) 162 cm c) 164 cm d) 166 cm e) 168 cm

29. ¿Cuál debe ser el área de la superficie de contacto entre una copa de succión (completamente al vacío) y un techo si la copa debe sostener a $Q_{i\text{qo}}$ de masa $m=80$ kg? ($g=9,8$ m/s², $P_{\text{atm}}=1,013 \cdot 10^5$ Pa)
- a) 75,4 cm² b) 76,4 cm² c) 77,4 cm² d) 78,4 cm² e) 79,4 cm²
30. I) Una aspiradora muy potente tiene una manguera sin boquilla de diámetro $D=2,36$ cm. Hallar el máximo peso del ladrillo que puede levantar esta aspiradora. ($P_o=1,013 \cdot 10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s²)
- a) 65,1 N b) 66,1 N c) 67,1 N d) 68,1 N e) 69,1 N
- II) Un pulpo muy poderoso utiliza una ventosa de diámetro $D=2,86$ cm en cada una de las dos vulvas de una ostra, en un intento por separar las dos conchas. Hallar la máxima fuerza que el pulpo puede ejercer en agua salada de densidad $\rho=1030$ kg/m³ y a una profundidad de $h=32,3$ m.
- a) 260 N b) 265 N c) 270 N d) 275 N e) 280 N
31. En la Fig.04, el obús esférico sellado de diámetro $D=8$ cm está rígidamente sujeto a un carro, que se desplaza con una aceleración de $a=5$ m/s². La esfera está casi llena de un fluido de densidad $\rho=980$ kg/m³ y también contiene una pequeña burbuja de aire a presión atmosférica de $P_o=1,013 \cdot 10^5$ Pa. Hallar la presión en el centro de la esfera. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 1,00 atm b) 1,12 atm c) 1,22 atm d) 1,32 atm e) 1,42 atm
32. En la Fig.05, el tanque está lleno de agua de altura $h=2$ m. En el fondo de la pared lateral esta una escotilla rectangular de alto $a=1$ m y ancho $b=2$ m, que está unida con bisagra en la parte superior de la escotilla. ($\rho=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)
- I) Hallar la fuerza que el agua ejerce sobre la escotilla.
- a) 25,4 kN b) 26,4 kN c) 27,4 kN d) 28,4 kN e) 29,4 kN
- II) Hallar el par de torsión ejercido por el agua respecto de las bisagras.
- a) 13,3 kN·m b) 14,3 kN·m c) 15,3 kN·m d) 16,3 kN·m e) 17,3 kN·m

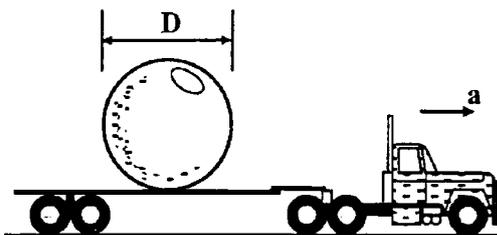


Fig.04

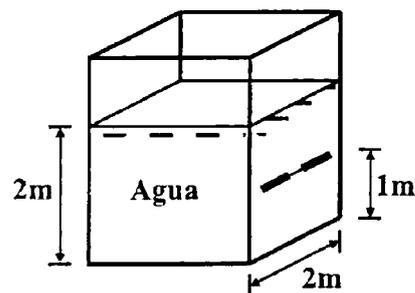


Fig.05

33. En la Fig.06, se tiene mercurio de densidad $\rho=13,6 \text{ g/cm}^3$ en el tubo en forma de U. Las áreas de las secciones de las ramas del tubo son: $A_1=10 \text{ cm}^2$ y $A_2=5 \text{ cm}^2$. Cien gramos de agua de densidad $\rho_0=1 \text{ g/cm}^3$ se vierten en la rama derecha.

I) Hallar la longitud de la columna de agua en el brazo derecho del tubo.

- a) 20 cm b) 21 cm c) 22 cm d) 23 cm e) 24 cm

II) Hallar la altura que asciende el mercurio en la rama izquierda.

- a) 4,1 mm b) 4,3 mm c) 4,5 mm d) 4,7 mm e) 4,9 mm

34. En la Fig.07, el tronco de cono de masa $m=3,84 \text{ kg}$, radios de secciones $r_1=20 \text{ cm}$, $r_2=15 \text{ cm}$, altura $h=30 \text{ cm}$, abierto por ambas bases, que esta apoyado exactamente sobre la su superficie horizontal lisa, se llena de agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$, hasta la altura "z". Hallar la altura "z", para el cual, el tronco de cono esta a punto de desprenderse de la su superficie lisa. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 16 cm b) 18 cm c) 22 cm d) 24 cm e) 26 cm

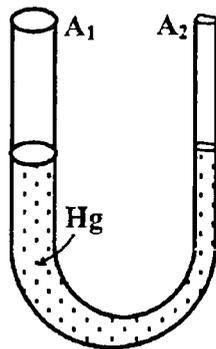


Fig.06

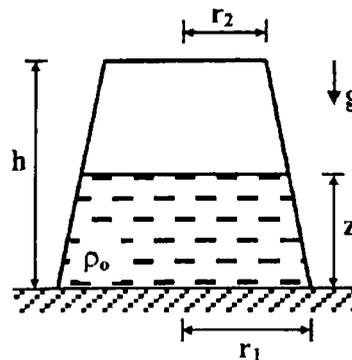


Fig.07

35. Se tiene un cuerpo hueco en forma de elipsoide regular de semiejes $a=10 \text{ cm}$, $b=14 \text{ cm}$, $c=18 \text{ cm}$. Hallar la fuerza de presión atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, sobre un octante de la superficie de este cuerpo.

- a) 2,1 kN b) 2,3 kN c) 2,5 kN d) 2,7 kN e) 2,9 kN

36. Hallar la razón de las fuerzas de la presión atmosférica P_0 que actúan sobre tres caras del vértice común de una caja cúbica de lados "a", y sobre las tres caras laterales de una caja en forma de tetraedro regular de aristas "a". ($P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 2,5 b) 3,0 c) 3,5 d) 4,0 e) 4,5

37. La presión atmosférica normal es $P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. La aproximación de una tormenta hace que la altura de un barómetro de mercurio baje $\Delta h=20 \text{ mm}$ desde la altura normal. Hallar la presión atmosférica. La densidad del mercurio es de $\rho=13,6 \text{ g/cm}^3$.

- a) 0,953 atm b) 0,963 atm c) 0,973 atm d) 0,983 atm e) 0,993 atm

38. En la Fig.08, el tubo en forma de U de sección transversal uniforme, abierto a la atmósfera está parcialmente llena de mercurio de densidad $\rho=13,6 \text{ g/cm}^3$. Se vierte agua de densidad $\rho_o=1 \text{ g/cm}^3$, entonces en ambos brazos. Si en la configuración del equilibrio del fluido $h_2=1 \text{ cm}$, hallar el valor de h_1 . ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 12,0 cm b) 12,2 cm c) 12,4 cm d) 12,6 cm e) 12,8 cm

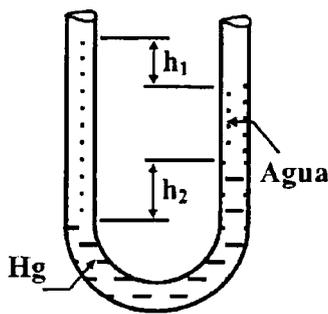


Fig.08

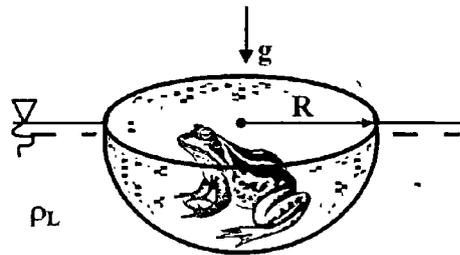


Fig.09

40. En la Fig.10, en un deposito de agua de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$ está sujeto el tubo vertical provisto de un émbolo de masa $m=20 \text{ kg}$ y área de sección $A=2 \text{ dm}^2$, con su extremo inferior sumergido en el agua. El émbolo que inicialmente está a nivel del agua, asciende lentamente hasta la altura de $H=15 \text{ m}$. Hallar el trabajo realizado. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $P_o=10^5 \text{ Pa}$)

- a) 11 kJ b) 12 kJ c) 13 kJ d) 14 kJ e) 15 kJ

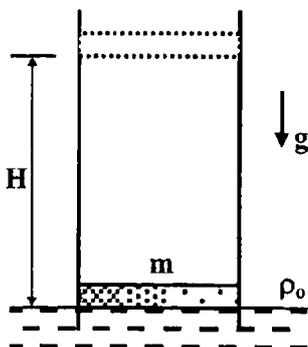


Fig.10

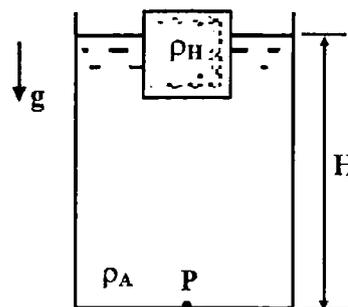


Fig.11

41. En la Fig.11, el cubo de hielo de arista $a=10 \text{ cm}$, densidad $\rho_H=0,9 \text{ g/cm}^3$ flota en agua de densidad $\rho_A=1 \text{ g/cm}^3$, contenida en el deposito de base cuadrada de área $A=1000 \text{ cm}^2$. ¿En qué porcentaje cambia la presión en el punto P, si se sumerge totalmente el cubo de hielo con una fuerza mínima. ($H=20 \text{ cm}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,1 % b) 0,2 % c) 0,3 % d) 0,4 % e) 0,5 %

42. I) Un globo de peso ligero se llena con un volumen de $V=400 \text{ m}^3$ de helio a C.N. Las densidades del aire y helio son $\rho_o=1,29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{He}}=0,18 \text{ kg/m}^3$, respectivamente. ¿Cuál es la masa de la carga útil que puede levantar el globo?
- a) 440 kg b) 442 kg c) 446 kg d) 448 kg e) 450 kg
- II) ¿Qué pasaría si la densidad del hidrógeno fuese la mitad de la densidad del helio? ¿En este caso que carga podría elevar el globo lleno de hidrógeno?
- a) 480 kg b) 482 kg c) 484 kg d) 486 kg e) 488 kg
43. Se tiene una pelota de ping-pong de diámetro de $D=3,8 \text{ cm}$ y densidad media de $\rho=0,084 \text{ g/cm}^3$. ¿Qué fuerza se requiere para mantenerla completamente sumergida bajo el agua de densidad $\rho_o=1 \text{ g/cm}^3$? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)
- a) 250 mN b) 252 mN c) 254 mN d) 256 mN e) 258 N
44. Una pieza de aluminio de masa $m=1 \text{ kg}$ y densidad $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ se suspende de una cuerda y luego se sumerge completamente en un recipiente con agua de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la razón $T_1/T_2=?$, donde (T_1) y (T_2) son la tensiones en la cuerda antes y después de sumergir la pieza en el agua. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,2 b) 1,4 c) 1,6 d) 1,8 e) 2,0
45. Se tiene un bloque rectangular de peso $W=15 \text{ N}$ amarrado mediante una cuerda delgada al fondo de un vaso, parcialmente llena de agua de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$. Cuando el bloque esta sumergido un 25 % de su volumen, la tensión en la cuerda es de $T=10 \text{ N}$.
- I) Trace un diagrama de cuerpo libre para el bloque.
- II) Hallar el empuje hidrostático sobre el bloque.
- a) 10 N b) 15 N c) 20 N d) 25 N e) 30 N
- III) Si se agrega petróleo de densidad $\rho=800 \text{ kg/m}^3$, rodeando al bloque, y formando una capa sobre el agua, ¿En qué dirección actúan las fuerzas debida a la capa de petróleo?
- IV) ¿Qué ocurre con la tensión en la cuerda, cuando se agrega petróleo?
- V) La cuerda se rompe cuando la tensión alcanza 60 N. En ese momento, el 25 % del volumen del bloque está todavía bajo la línea del agua; ¿Que parte porcentual del volumen del bloque está sumergida en el petróleo?
- a) 60,5 % b) 62,5 % c) 64,5 % d) 66,5 % e) 68,5 %
- VI) Después que se rompe la cuerda, el bloque llega a una nueva posición de equilibrio en el vaso. Ahora está en contacto sólo con el petróleo, ¿Qué parte porcentual del volumen del bloque está sumergido en el petróleo?
- a) 18,1 % b) 18,3 % c) 18,5 % d) 18,7 % e) 18,9 %
46. En la Fig.12, respecto de la gráfica masa "m" vs volumen "V"; indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F): I) Las pendientes de las rectas son las densidades (ρ). II) ρ_1

$\rho_2 < \rho_3$, y III) $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

- a) VFV b) VVF c) VFF d) FVV e) FFV

47. En la Fig.13, si $\gamma_A > \gamma_B > \gamma_C$, entonces la expresión correcta de las presiones en los puntos 1, 2, 3 es:

- a) $P_A = P_B < P_C$ b) $P_A < P_B = P_C$ c) $P_A > P_B > P_C$ d) $P_A < P_B < P_C$ e) $P_A = P_B = P_C$

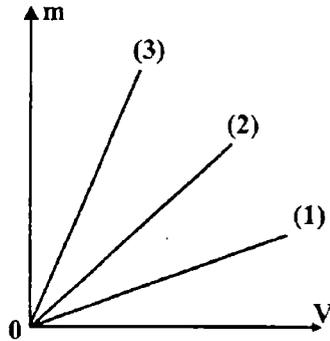


Fig.12

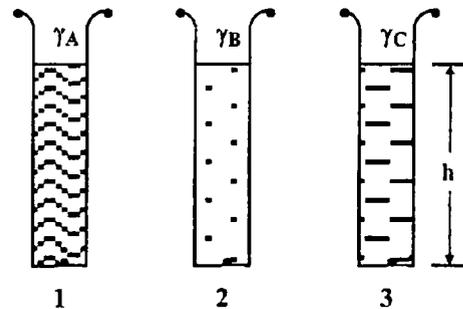
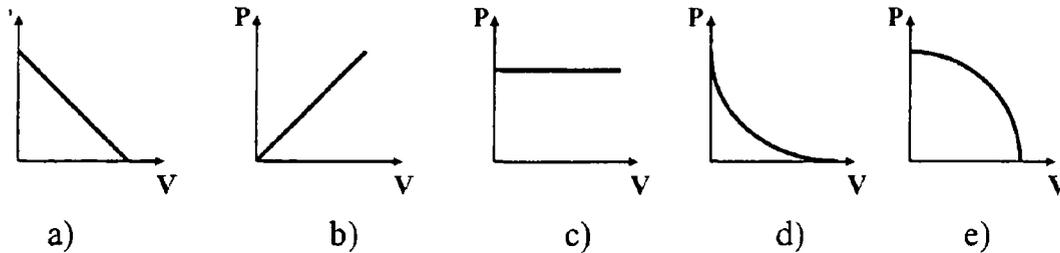


Fig.13

48. Si la fuerza "F" que actúa sobre un disco se mantiene constante y su área "A" se aumenta, la gráfica correspondiente a la presión "P" en función del área "A" es:



49. En la Fig.14, complete la frase siguiente: "El agua del vaso-----pues, la presión que ejerce sobre el papel ----- que el ejercido por la atmósfera.

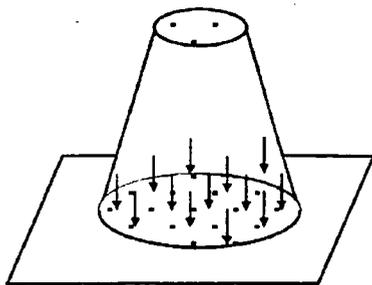


Fig.14

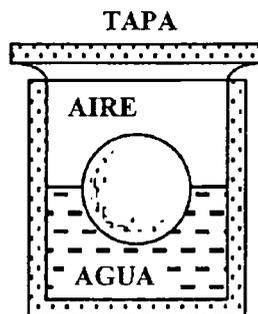


Fig.15

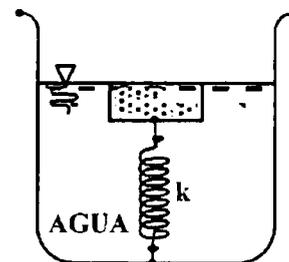
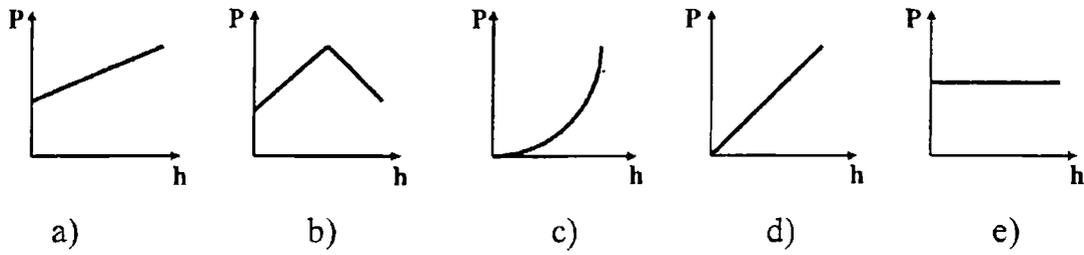


Fig.16

50. La presión "P" debida a un líquido homogéneo depende de su profundidad "h", luego la representación correcta de la presión "P" en función de la altura "h" es:



51. En la Fig.15, si se extrae el aire del recipiente, el volumen sumergido de la esfera, que flotaba en equilibrio sobre el agua.

- a) No se altera
- b) Aumenta
- c) Disminuye
- d) Sobresale totalmente
- e) Sumerge totalmente

52. En la Fig.16, se muestra un bloque de volumen $V=2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y densidad $\rho=300 \text{ kg/m}^3$ sumergido totalmente en agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la deformación en el resorte de constante elástica $k=100 \text{ N/m}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 cm
- b) 11 cm
- c) 13 cm
- d) 14 cm
- e) 15 cm

53. En la Fig.17, se muestra una esfera de volumen $V=4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ y densidad $\rho=400 \text{ kg/m}^3$, sumergido totalmente en agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la tensión en la cuerda AB. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 N
- b) 12 N
- c) 14 N
- d) 16 N
- e) 18 N

54. En la Fig.18, hallar la densidad (en kg/m^3) del cascarón esférico de radios exterior $R=3 \text{ m}$ e interior $r=2 \text{ m}$ respectivamente, que se encuentra flotando en el interior de un líquido de densidad $\rho = 1\,900 \text{ kg/m}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2500
- b) 2550
- c) 2600
- d) 2650
- e) 2700

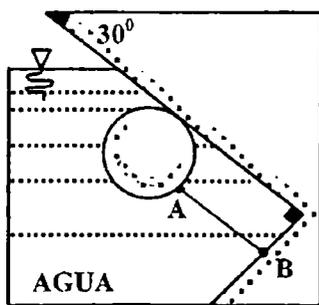


Fig.17

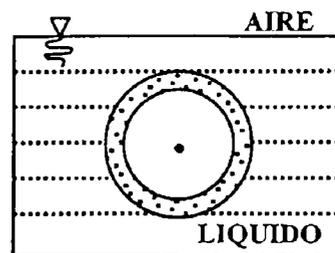


Fig.18

55. Un recipiente de área de base $A=2 \text{ m}^2$ inicialmente contiene agua hasta una altura "H". Si en la superficie se coloca un bloque de madera de masa $m=800 \text{ kg}$, se observa que el nivel del agua aumenta en un 50% de H. Hallar el valor de la altura "H".

- a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,4 m d) 0,6 m e) 0,8 m

56. En la Fig.19, se muestra dos líquidos (1) y (2) no miscibles contenido en el recipiente. Hallar la densidad (en kg/m^3) del cuerpo, sabiendo que el 10% de su volumen está sumergido en el líquido (1). Las densidades de los líquidos son: $\rho_1 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 3\,000 \text{ kg/m}^3$.

- a) 2600 b) 2650 c) 2700 d) 2750 e) 2800

57. En la Fig.20, cuando el ascensor baja a velocidad constante el empuje que actúa sobre el cuerpo parcialmente sumergido en un líquido de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ es $E = 20 \text{ N}$. Hallar la magnitud del empuje, cuando el sistema baja con una aceleración de $a = 5 \text{ m/s}^2$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 N b) 15 N c) 20 N d) 25 N e) 30 N

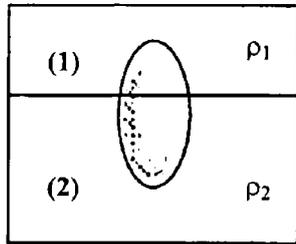


Fig.19

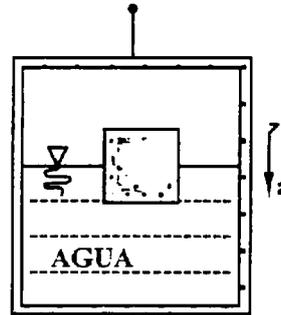


Fig.20

58. En la Fig.21, las esferas de pesos $W_1 = 1 \text{ N}$; $W_2 = 3 \text{ N}$ poseen iguales volúmenes. Hallar la tensión de la cuerda que une a ambas esferas. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 N b) 2 N c) 3 N d) 4 N e) 5 N

59. Un cuerpo de densidad $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$ se suelta desde una altura de $h = 3 \text{ m}$ sobre la superficie libre del agua de densidad $\rho_0 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, ¿Hasta qué profundidad como máximo se sumerge dicho cuerpo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,5 m b) 1,0 m c) 1,5 m d) 2,0 m e) 2,5 m

60. Un cuerpo en el aire pesa 30 N y en el agua pesa 25 N, y en un líquido desconocido pesa 20 N. ¿Cuánto vale la densidad (en kg/m^3) del líquido desconocido? ($\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$, agua)

- a) 2000 b) 2500 c) 3000 d) 3500 e) 4000

61. En la Fig.22, se tiene una caja cúbica de arista "H" y un cuerpo A que flotan como se muestra. ¿En qué razón están los volúmenes de la caja y del cuerpo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

62. En la Fig.23, hallar la magnitud de la fuerza " \vec{F} " para que el cuerpo "B" de peso $W = 600 \text{ N}$, ascienda a rapidez constante.

a) 60 N

b) 65 N

c) 70 N

d) 75 N

e) 80 N

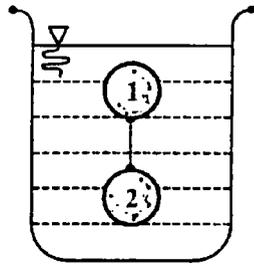


Fig.21

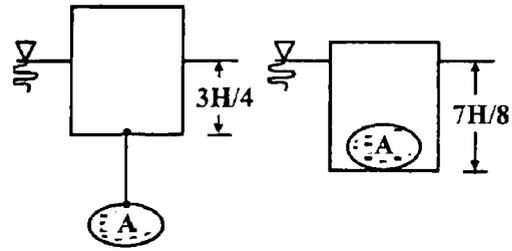


Fig.22

63. Una boya cilíndrica de masa $m=348\text{ kg}$ y área de la base $A=0,5\text{ m}^2$ flota en posición vertical en agua de mar de densidad $\rho=1,114\cdot 10^3\text{ kg/m}^3$. ($g=10\text{ m/s}^2$)

I) ¿Cuánto se hundirá la boya si Qiqo de peso $W=557\text{ N}$ se sube a ella?

a) 0,1 m

b) 0,2 m

c) 0,3 m

d) 0,4 m

e) 0,5 m

II) ¿Cuál es el período del M.A.S, cuando Qiqo se lanza al mar?

a) $\pi/2\text{ s}$

b) $\pi/3\text{ s}$

c) $\pi/4\text{ s}$

d) $\pi/5\text{ s}$

e) $3\pi/2\text{ s}$

64. En la Fig.24, hallar la magnitud de la fuerza "F" aplicada al émbolo menor, si el automovil de peso $W=30\text{ kN}$, está en reposo. Los émbolos menor y mayor tienen pesos despreciables y áreas $A_1=0,1\text{ m}^2$ y $A_2=1\text{ m}^2$, respectivamente. ($\rho=1000\text{ kg/m}^3$)

a) 1 kN

b) 2 kN

c) 3 kN

d) 4 kN

e) 5 kN

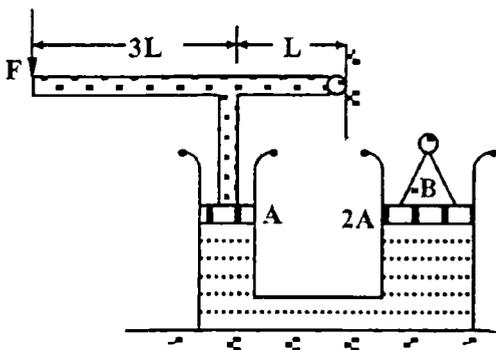


Fig.23

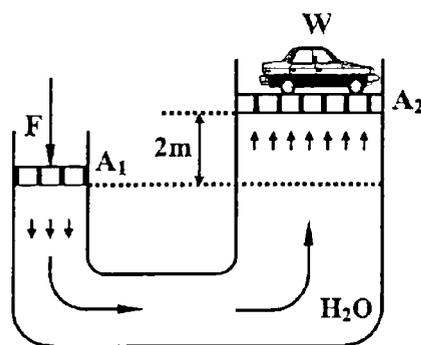


Fig.24

65. En la Fig.25, en el sistema mostrado hallar la presión absoluta del gas, sabiendo que el émbolo de peso despreciable tiene un área $A=0,04\text{ m}^2$. Considere la presión atmosférica igual a $P_0=100\text{ kPa}$, $F=800\text{ N}$, $\rho_{H_2O}=1000\text{ kg/m}^3$ y $g=10\text{ m/s}^2$.

a) 150 kPa

b) 155 kPa

c) 160 kPa

d) 165 kPa

e) 170 kPa

66. En la Fig.26, en el sistema mostrado hallar la presión absoluta del gas, sabiendo que el lí

quido en el recipiente es agua de densidad $\rho_{H_2O}=1000 \text{ kg/m}^3$. Considérese la presión atmosférica $P_0=100 \text{ kPa}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 kPa b) 15 kPa c) 20 kPa d) 25 kPa e) 30 kPa

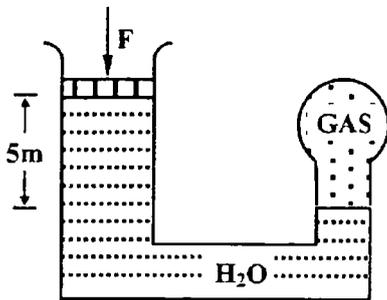


Fig.25

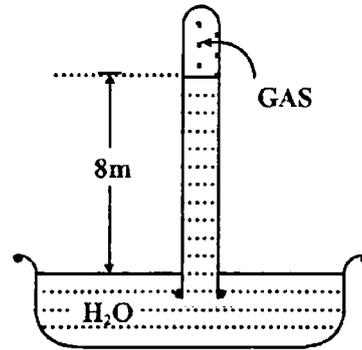


Fig.26

67. En la Fig.27, hallar la presión hidrostática en el punto "A". La densidad de los líquidos no miscibles son: $\rho_1=800 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_2=1000 \text{ kg/m}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 kPa b) 12 kPa c) 14 kPa d) 16 kPa e) 18 kPa

68. En la Fig.28, los líquidos no miscibles están en equilibrio en el tubo en forma de "U" que se muestra. Hallar la razón entre las presiones hidrostáticas en los puntos A y B.

- a) 3/4 b) 4/3 c) 3/2 d) 2/3 e) 4/5

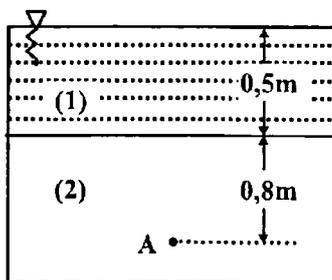


Fig.27

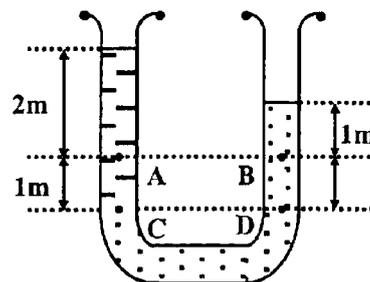


Fig.28

69. En la Fig.29, en el tubo en forma de "U" de ramas verticales y de igual sección se vierten tres líquidos (1); (2) y (3) obteniéndose el equilibrio en la forma mostrada. Hallar la altura "h". Las densidades son: $\rho_1=3 \text{ 000 kg/m}^3$, $\rho_2=5 \text{ 000 kg/m}^3$, $\rho_3=4 \text{ 000 kg/m}^3$.

- a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,4 m d) 0,6 m e) 0,8 m

70. En la Fig.30, el tubo en forma de "U" cilíndrico de $A_1=4 \text{ cm}^2$ y $A_2=20 \text{ cm}^2$ de sección transversales, contiene mercurio de densidad $\rho_{Hg}= 13,6 \text{ g/cm}^3$, a un mismo nivel. Por el tubo de mayor sección se vierte lentamente $m=816 \text{ gramos}$ de H_2O . Hallar la altura que sube el nivel del mercurio en el otro tubo. ($\rho_{H_2O}=1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 1,0 cm b) 1,5 cm c) 2,0 cm d) 2,5 cm e) 3,0 cm

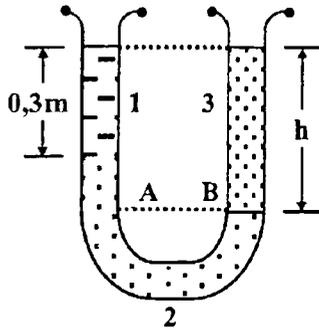


Fig.29

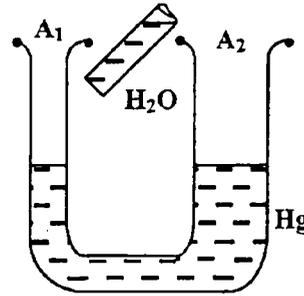


Fig.30

71. En la Fig.31, a la profundidad de $h=60$ m se abandona una esfera de corcho de densidad $\rho=250$ kg/m³, ¿Cuánto tiempo demora en salir a la superficie libre de agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³? Despreciar toda forma de fricción. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,5 s b) 1,0 s c) 1,5 s d) 2,0 s e) 2,5 s

72. En la Fig.32, el bloque de masa "m" y densidad 500 kg/m³ se abandona sobre el plano inclinado. Despreciando la fricción hallar la aceleración del bloque, $\theta = 30^\circ$ ($\rho_{H2O} = 1000$ kg/m³, $g=10$ m/s²)

- a) 1 m/s² b) 2 m/s² c) 3 m/s² d) 4 m/s² e) 5 m/s²

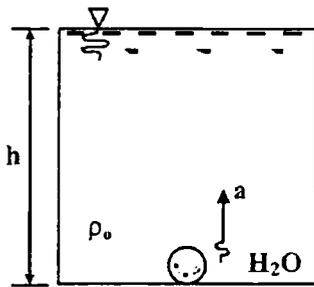


Fig.31

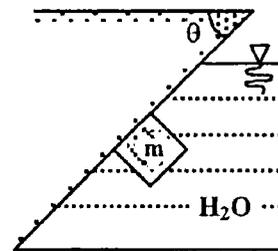


Fig.32

73. Un barril de madera de volumen $V=4 \cdot 10^{-2}$ m³ flota en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³, quedando tres cuartas partes sumergidas. Hallar la masa "m" del barril.

- a) 10 kg b) 15 kg c) 20 kg d) 25 kg e) 30 kg

74. En la Fig.33, la esfera hueca de radios interior $r=0,09$ m y exterior $R=0,1$ m flota con la mitad de su volumen fuera del agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³. Hallar la densidad (en kg/m³) de la esfera hueca.

- a) 1825 b) 1835 c) 1845 d) 1855 e) 1865

75. En la Fig.34, la barra homogénea de longitud $\ell=(2+\sqrt{2})$ m y densidad $\rho=500$ kg/m³, flota en equilibrio sumergido parcialmente en el agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³. Hallar la longitud sumergida de la barra "x".

- a) 1,0 m b) 1,5 m c) 2,0 m d) 2,5 m e) 3,0 m

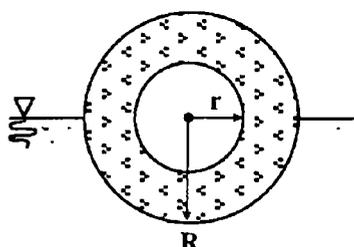


Fig.33

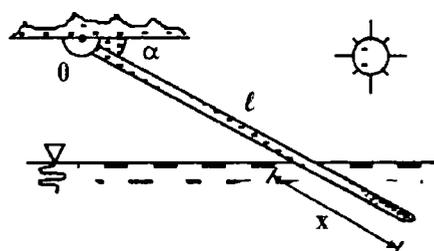


Fig.34

76. Un cuerpo que tiene un volumen de $V=17$ dm³ requiere una fuerza de $F_1=27,9$ N hacia abajo para mantenerlo sumergido totalmente en agua de densidad 1000 kg/m³. Si para mantenerlo sumergido en otro líquido se necesita que la fuerza sea de $F_2=16$ N, hallar la densidad relativa de este último líquido. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,91 b) 0,93 c) 0,95 d) 0,97 e) 0,99

77. En la Fig.35, el iceberg de densidad $\rho=912$ kg/m³ flota en el agua de densidad $\rho_0=1025$ kg/m³, sumergido un volumen de $V=600$ m³ fuera del agua. Hallar el volumen total del iceberg.

- a) 5412 m³ b) 5422 m³ c) 5432 m³ d) 5442 m³ e) 5452 m³

78. En la Fig.36, el cuerpo de densidad 2 g/cm³ se abandona en el punto (A) y a los 2 s está en el punto (C); el recipiente contiene agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³. Hallar a qué altura sobre el agua se soltó el cuerpo ($g=10$ m/s²)

- a) 1 m b) 3 m c) 5 m d) 7 m e) 9 m



Fig.35

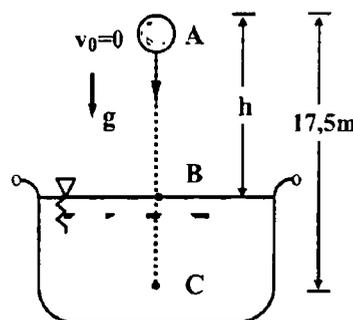


Fig.36

79. En la Fig.37, si al tubo en forma de U de sección transversal "A" que contiene una longitud de $\ell=20$ cm de fluido se le desplaza de su posición de equilibrio, una pequeña longi

tud "x", ¿Cuál es el período del movimiento del fluido? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $\pi/2 \text{ s}$ b) $\pi/3 \text{ s}$ c) $\pi/4 \text{ s}$ d) $\pi/5 \text{ s}$ e) $3\pi/2 \text{ s}$

80. En la Fig.38, se tienen tres líquidos no miscibles mercurio, benzol y agua, de densidades $\rho_{\text{Hg}}=13\,600 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{BEN}}=880 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1\,000 \text{ kg/m}^3$, ¿Cuál es la presión en el punto A? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 7100 Pa b) 7200 Pa c) 7300 Pa d) 7400 Pa e) 7500 Pa

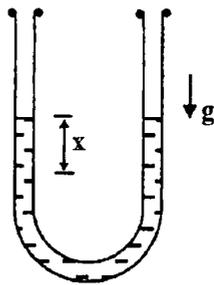


Fig.37

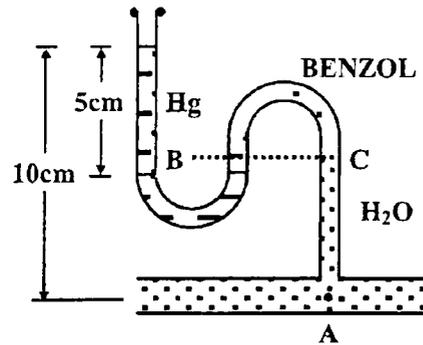


Fig.38

81. En la Fig.39, el cubo de arista "a" se encuentra en equilibrio, parcialmente sumergido en agua de densidad $\rho_0=1 \text{ g/cm}^3$. Hallar la densidad (en g/cm^3) del cubo, para $\alpha=37^\circ$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 0,31 b) 0,33 c) 0,35 d) 0,37 e) 0,39

82. En la Fig.40, el tapón cónico tapa simultáneamente dos orificios de radios $r=5 \text{ cm}$ y $R=10 \text{ cm}$ del recipiente rectangular, lleno de un líquido a presión $P=4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$. Hallar la fuerza que ejerce el líquido sobre el tapón.

- a) $100\pi \text{ N}$ b) $200\pi \text{ N}$ c) $300\pi \text{ N}$ d) $400\pi \text{ N}$ e) $500\pi \text{ N}$

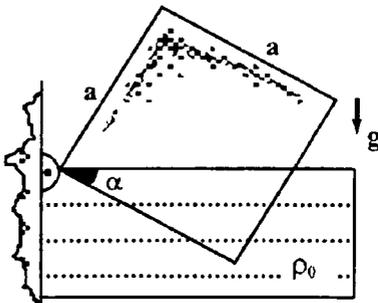


Fig.39

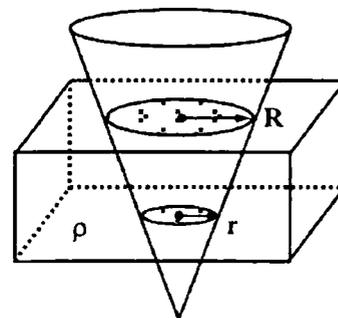


Fig.40

83. En la Fig.41, la esfera tapa un orificio de radio $R=10 \text{ cm}$ en cierta pared plana que divide dos líquidos con presiones $3P$ y P ($P=5000 \text{ N/m}^2$). ¿Con qué fuerza la esfera presiona el

orificio?

- a) $50 \pi N$ b) $100 \pi N$ c) $150 \pi N$ d) $200 \pi N$ e) $250 \pi N$

84. Una botella esférica de radio $R = 8 \text{ cm}$ con paredes de grosor $\Delta = 2 \text{ mm}$ estalla a causa de la presión interna de $P = 4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Hallar el límite de resistencia del material de las paredes. ($M = 10^6$)

- a) 1 MPa b) 2 MPa c) 4 MPa d) 6 MPa e) 8 MPa

85. En la Fig.42, el prisma rectangular de lados $a = b = c = 10 \text{ cm}$, se halla en un líquido a la presión de $P = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. Hallar la suma de las fuerzas sobre las caras laterales del prisma.

- a) $1000 \sqrt{2} \text{ N}$ b) $1500 \sqrt{2} \text{ N}$ c) $2000 \sqrt{2} \text{ N}$ d) $2500 \sqrt{2} \text{ N}$ e) $3000 \sqrt{2} \text{ N}$

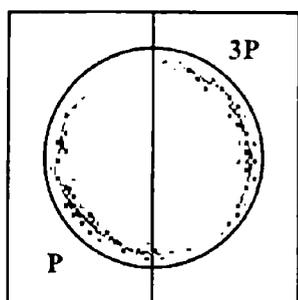


Fig.41

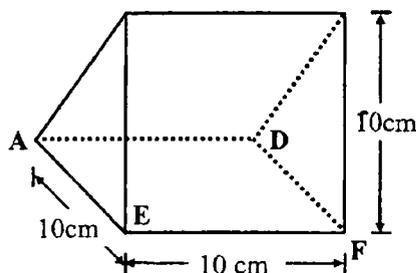


Fig.42

86. En la Fig.43, ambos lados del émbolo de masa $m = 0,5 \text{ kg}$ y secciones diferentes, que se encuentra en reposo, se somete a una presión de $P = 2 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, mediante un líquido. Hallar la aceleración con la que se mueve el émbolo. ($\theta = 53^\circ$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0 m/s^2 b) 1 m/s^2 c) 2 m/s^2 d) 3 m/s^2 e) 4 m/s^2

87. La fuerza resultante que ejerce un líquido comprimido sobre las tres caras laterales de un tetraedro regular de arista $a = 10 \text{ cm}$, es de $F = \sqrt{3} \cdot 10^4 \text{ N}$. Hallar la presión del líquido.

- a) 1 MPa b) 2 MPa c) 3 MPa d) 4 MPa e) 5 MPa

88. Una prensa hidráulica, llena de agua, tiene émbolos de áreas $A_1 = 100 \text{ cm}^2$ y $A_2 = 10 \text{ cm}^2$. Sobre el émbolo grande se ubica una persona de masa $m = 80 \text{ kg}$. ¿A qué altura se elevará el émbolo pequeño? ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 1,27 m b) 3,27 m c) 5,27 m d) 7,27 m e) 9,27 m

89. En la Fig.44, la base del recipiente en forma de prisma es un rectángulo de dimensiones $a = 10 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$. El recipiente se llena con agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ hasta una altura de $h = 10 \text{ cm}$. Hallar la fuerza que ejercen las paredes laterales sobre la base del prisma, para $\theta = 37^\circ$ y $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) 10 N

b) 15 N

c) 20 N

d) 25 N

e) 30 N

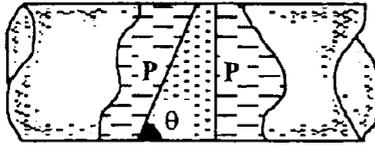


Fig.43

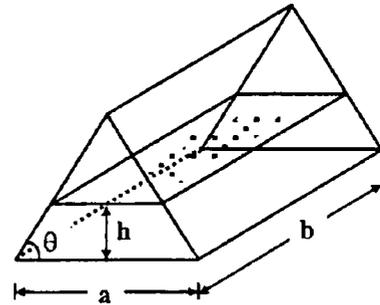


Fig.44

90. En la Fig.45, la cisterna cerrada en forma de paralelepípedo de dimensiones $\ell=20$ cm, $h=d=10$ cm está completamente llena de agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³, y se mueve con aceleración de $a=3$ m/s². Hallar la fuerza que ejerce el agua sobre la tapa de la cisterna.

a) 2 N

b) 4 N

c) 6 N

d) 8 N

e) 10 N

91. Un recipiente abierto en forma de paralelepípedo que contiene agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³, desciende verticalmente con aceleración de $a=2$ m/s². Hallar la presión a una profundidad de $h=25$ cm, de la superficie libre del agua. ($g=10$ m/s², $k=10^3$)

a) 1 kPa

b) 2 kPa

c) 3 kPa

d) 4 kPa

e) 5 kPa

92. En la Fig.46, por la tubería mostrada circula agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³. El mercurio del pirómetro tiene peso específico $\gamma_o=13,6 \cdot 10^4$ N/m³. Hallar la diferencia de presiones entre los puntos (1) y (2), para $z=5$ cm y $h=3$ cm.

a) 1 kPa

b) 2 kPa

c) 4 kPa

d) 6 kPa

e) 8 kPa

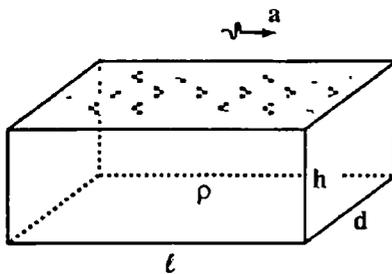


Fig.45

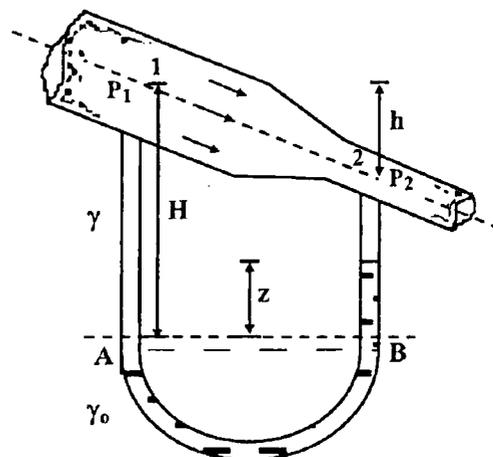


Fig.46

93. Al introducirse sucesivamente un pirómetro de área de sección $A=0,2$ cm², en dos líquidos diferentes de pesos específicos relativos 1,2 y 0,9 respectivamente, la diferencia de ni

veles es $\Delta h=20$ cm. Hallar el peso del pirómetro. ($\gamma_{H_2O}=10^4$ N/m³, $g=10$ m/s²)

- a) 140 mN b) 142 mN c) 144 mN d) 146 mN e) 148 mN

94. En la Fig.47, el recipiente contiene tres sustancias, glicerina (G), aceite (A) y otra des conocida (X) de densidades $\rho_G=1250$ kg/m³, $\rho_A=850$ kg/m³. El manómetro (M) indica una presión de $P=3,5 \cdot 10^4$ N/m². Hallar la densidad de la sustancia desconocida. ($g=10$ m/s²)

- a) 100 kg/m³ b) 150 k/m³ c) 200 kg/m³ d) 250 kg/m³ e) 300 kg/m³

95. En la Fig.48, la barra homogénea de longitud $\ell=2$ m, masa $m=10$ kg y densidad relativa $\rho_r=0,5$ unida a la rótula en A está en equilibrio, y sumergida parcialmente en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ una longitud de $b=1,5$ m. Hallar la magnitud de la fuerza aplicada en su extremo derecho. ($g=10$ m/s²)

- a) 4,25 N b) 5,25 N c) 6,25 N d) 7,25 N e) 8,25 N

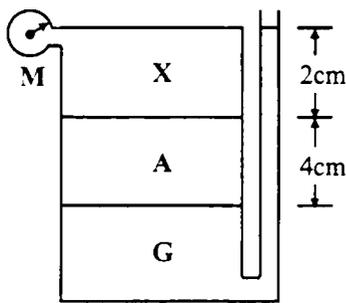


Fig.47

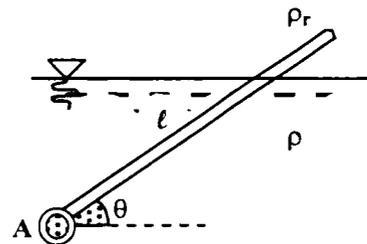


Fig.48

96. A 45° de latitud, la aceleración gravitacional en función de la altura "z" sobre el nivel del mar es $g=a-bz$, donde $a=9,807$ m/s² y $b=3,32 \cdot 10^{-6}$ s⁻². Hallar la altura sobre el nivel del mar, para la cual, el peso de un cuerpo disminuye en 0,5 % por ciento.

- a) 14,17 km b) 14,37 km c) 14,57 km d) 14,77 km e) 14,97 km

97. Una piedra de masa $m=3$ kg es lanzada hacia arriba con una fuerza de $F=200$ N, en un lugar donde la aceleración de la gravedad es de $g=9,79$ m/s². Hallar la aceleración de la piedra.

- a) 56,1 m/s² b) 56,3 m/s² c) 56,5 m/s² d) 56,7 m/s² e) 56,9 m/s²

98. La presión en una llanta de un automóvil depende de la temperatura del aire contenido en el. Así, cuando la temperatura del aire es de $T_1=25$ °C la lectura del manómetro es de $P_1=210$ kPa. Si el volumen de la llanta es de $V=0,025$ m³. ($R=0,287$ kPa·m³/kg·K, $P_{atm}=100$ kPa)

I) Hallar la elevación de la presión, cuando la temperatura del aire contenida en la llanta sube hasta 50 °C.

- a) 23 kPa b) 24 kPa c) 25 kPa d) 26 kPa e) 27 kPa

II) Hallar la cantidad de aire que debe purgarse, para restablecer la presión hasta su valor inicial a esta temperatura.

- a) 3 g b) 4 g c) 5 g d) 6 g e) 7 g

99. En un sistema de tuberías, la temperatura del agua permanece por debajo de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hallar la presión mínima admisible en el sistema para evitar la cavitación. ($k=10^3$)

- a) 7,18 kPa b) 7,28 kPa c) 7,38 kPa d) 7,48 kPa e) 7,58 kPa

100. En la Fig.49, los cilindros verticales comunicantes contienen un líquido encerrado por los émbolos de masas $m_1=1\text{ kg}$ y $m_2=2\text{ kg}$. En el estado de equilibrio, el primer émbolo se encuentra a $h=10\text{ cm}$, por encima del segundo émbolo. Cuando sobre el primer émbolo se coloca una pesa de masa $m=2\text{ kg}$, los émbolos están al mismo nivel. ¿A que altura sobre el segundo émbolo se encuentra el primero, cuando la pesa se ubica en el segundo émbolo? ($g=9,8\text{ m/s}^2$)

- a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm

101. En la Fig.50, el punto A está a $z=53\text{ cm}$ por debajo de la superficie libre del líquido de densidad relativa $\rho_r=1,25$ en el recipiente. Hallar la presión manométrica en el punto A si el mercurio asciende $h=34,30\text{ cm}$ en el tubo. ($\rho_{\text{Hg}}=1000\text{ kg/m}^3$, $g=9,8\text{ m/s}^2$)

- a) -39,0 kPa b) -39,2 kPa c) -30,4 kPa d) -39,6 kPa e) -39,8 kPa

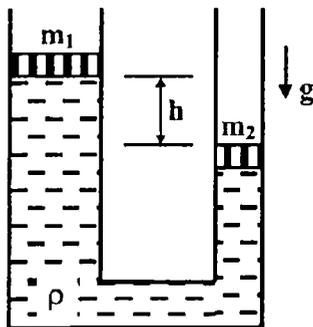


Fig.49

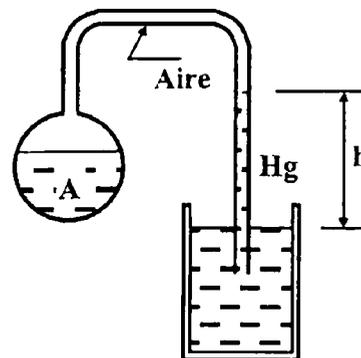


Fig.50

102. Un depósito cerrado contiene $h_1=60\text{ cm}$ de mercurio, $h_2=150\text{ cm}$ de agua y $h_3=240\text{ cm}$ de un aceite de densidad relativa $\rho_r=0,75$, conteniendo aire el espacio sobre el aceite. Si la presión manométrica en el fondo del depósito es de $P_{\text{man}}=3\cdot 10^5\text{ Pa}$. Las densidades del mercurio y agua son: $\rho_1=13,6\cdot 10^3\text{ kg/m}^3$, $\rho_2=10^3\text{ kg/m}^3$. Hallar la presión manométrica en la parte superior del depósito. ($g=9,8\text{ m/s}^2$)

- a) 181,7 kPa b) 183,7 kPa c) 185,7 kPa d) 187,7 kPa e) 189,7 kPa

103. En la Fig. 51, la presión manométrica en A es de -11 kPa, hallar la densidad relativa del líquido manométrico B. La densidad relativa del líquido A es 1,6 y la densidad del agua $\rho_{H_2O}=1000$ kg/m³. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,06 b) 1,16 c) 1,26 d) 1,36 e) 1,46

104. En la Fig. 52, en el manómetro en U, hallar la presión manométrica en A, debida a la columna de mercurio de densidad relativa 13,6. ($g=9,8$ m/s², $k=10^3$)

- a) 110,14 kPa b) 110,34 kPa c) 110,54 kPa d) 110,74 kPa e) 110,94 kPa

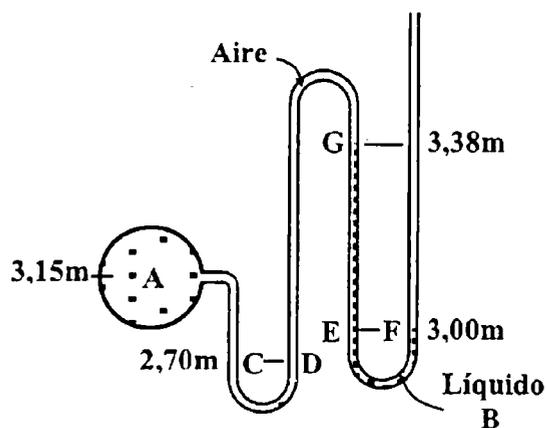


Fig. 51

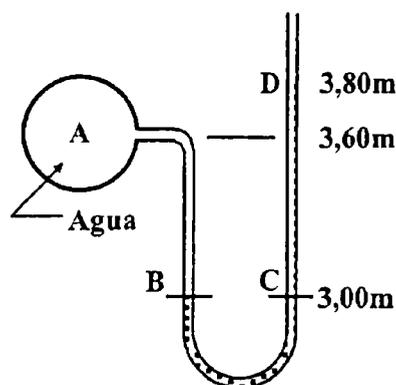


Fig. 52

105. Hallar la presión barométrica a una altitud de $h=1200$ m, si la presión atmosférica al nivel del mar es de $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa. La masa molecular del aire es de $M=29$ g/mol, supón gase condiciones isotérmicas a la temperatura de $T=21$ °C. ($R=8,314$ J/mol.K, $g=9,8$ m/s², 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- a) 0,79 atm b) 0,83 atm c) 0,87 atm d) 0,91 atm e) 0,95 atm

106. Un cilindro de vidrio vertical contiene un volumen de $V=900$ ml de agua a $T_1=10$ °C; la altura de la columna de agua es de $h_1=90$ cm. El agua y el depósito son calentados a $T_2=80$ °C. Asumiendo que no hay evaporación, hallar la altura del agua si el coeficiente de expansión térmica para el vidrio es $\alpha=3,6 \cdot 10^{-6}$ °C⁻¹.

- a) 92,35 cm b) 92,45 cm c) 92,55 cm d) 92,65 cm e) 92,75 cm

107. En la Fig. 53, el cilindro pesado contiene aceite (A) y agua (B) sometidos a presión variable de aire, las dimensiones mostradas corresponden a la presión de 1 atm. Si aire es lentamente suministrado desde una bomba para proporcionar presiones superiores a 1 MPa, ¿Cuál sería el movimiento total hacia abajo de la superficie libre del aceite y aire? Los valores de los módulos de elasticidad del aceite y aire, son: $K_A=2050$ MPa y $K_B=2075$ MPa. Asumir que el depósito no cambia su volumen. Despreciar las presiones hidrostáticas.

- a) 0,43 mm b) 0,53 mm c) 0,63 mm d) 0,73 mm e) 0,83 mm

108. En la Fig.54, un tubo de vidrio es introducido en mercurio; la temperatura común es de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hallar la fuerza hacia arriba sobre el vidrio como resultados de los efectos de su superficie. ($D_1=25\text{ mm}$, $D_2=35\text{ mm}$, $\theta=50^{\circ}$ y $\gamma=0,514\text{ N/m}$)

- a) 61,3 mN b) 62,3 mN c) 63,3 mN d) 64,3 mN e) 65,3 mN

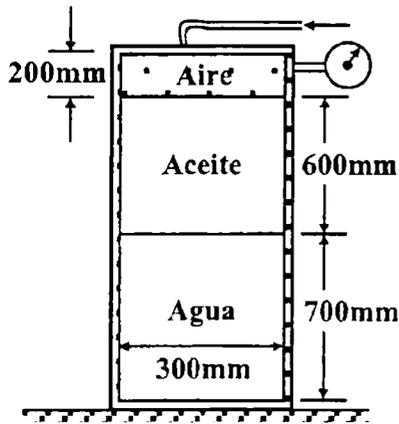


Fig.53

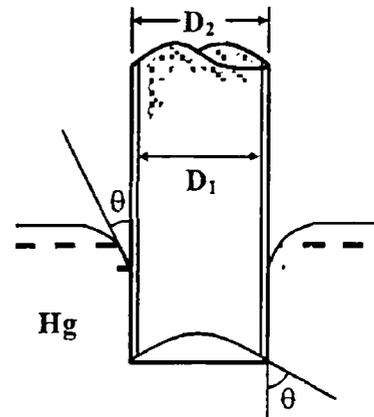


Fig.54

109. En la Fig.55, el tubo de vidrio es utilizado para medir la presión P_1 en el tanque con agua. El diámetro del tubo es $D=1\text{ mm}$ y el agua está a la temperatura de $T=30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Después de hacer la corrección debida a la tensión superficial, ¿Cuál es la verdadera altura de agua en el tubo? ($g=9,81\text{ m/s}^2$, $\gamma=0,0712\text{ N/m}$, $\rho=996\text{ kg/m}^3$, $H=17\text{ cm}$)

- a) 13,5 cm b) 13,8 cm c) 14,1 cm d) 14,4 cm e) 14,7 cm

110. En la Fig.56, el tanque cerrado que contiene agua ($\gamma_o=9\text{ }790\text{ N/m}^3$) y aire ($\gamma=11,8\text{ N/m}^3$) está a $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$. La presión absoluta en el punto A es de $P_A=98\text{ kPa}$.

I) Hallar la presión absoluta en el punto B.

- a) 77,644 kPa b) 78,044 kPa c) 78,444 kPa d) 78,844 kPa e) 79,244 kPa

II) ¿Qué porcentaje de error resulta de obviar el peso específico del aire?

- a) 0,011 % b) 0,021 % c) 0,031 % d) 0,041 % e) 0,051 %

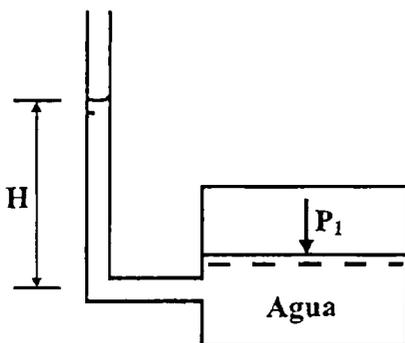


Fig.55

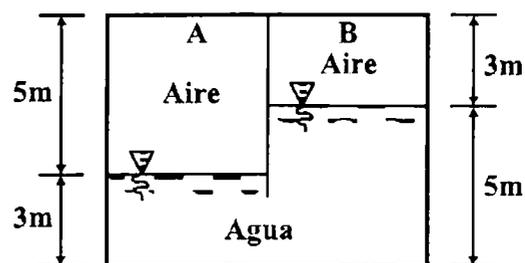


Fig.56

111. En la Fig. 57, el depósito mostrado contiene un aceite de densidad relativa $\rho_r=0,750$. La densidad del mercurio es de $\rho_{Hg}=13,57 \text{ g/cm}^3$. Hallar la lectura del manómetro A. ($x=3 \text{ m}$, $y=23 \text{ cm}$. ($\rho_{H_2O}=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)

- a) -8,517 kPa b) -8,537 kPa c) -8,557 kPa d) -8,577 kPa e) -8,597 kPa

112. En la Fig. 58, el gas (G) y el agua (A) tienen pesos específicos constantes e iguales a $\gamma_G=5,49 \text{ N/m}^3$ y $\gamma_A=10^4 \text{ N/m}^3$, respectivamente. Despreciando el rozamiento entre el pistón y el cilindro que contiene al gas, hallar la presión manométrica en B. ($x=90 \text{ m}$, $y=20 \text{ m}$, $W=1,6 \cdot 10^7 \text{ N}$, $D=60 \text{ m}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 58,43 cm b) 59,43 cm c) 60,43 cm d) 61,43 cm e) 62,43 cm

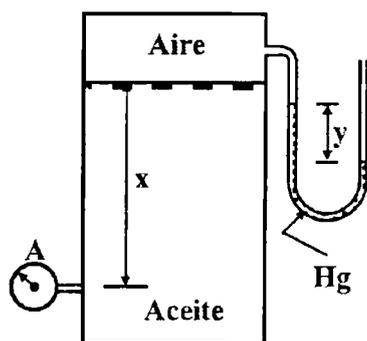


Fig.57

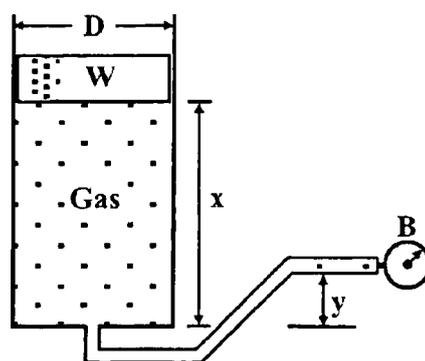


Fig.58

113. Dos recipientes A y B que contienen aceite y glicerina de densidades relativas 0,780 y 1,250, respectivamente, están conectados mediante un manómetro diferencial. El mercurio del manómetro está a una elevación de 50 cm en el lado de A y a una elevación de 35 cm en el lado de B. Si la cota de la superficie libre de la glicerina en el depósito B es de 6,40 m, ¿A qué altura está la superficie libre del aceite en el recipiente A? ($\gamma_{Hg}=13,6 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$, $\gamma_{H_2O}=10^4 \text{ N/m}^3$)

- a) 7,54 m b) 7,58 m c) 7,62 m d) 7,66 m e) 7,70 m

114. Un depósito A, a una elevación de 2,50 m, contiene agua a una presión de 105 kPa. Otro depósito B, a una elevación de 3,70 m, contiene un líquido a la presión de 70 kPa. Si la lectura de un manómetro diferencial es de 30 cm de mercurio, estando la parte más baja en el lado de A y a una cota de 30 cm, hallar la densidad relativa del líquido contenido en B. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)

- a) 0,47 b) 0,51 c) 0,55 d) 0,59 e) 0,63

115. En la Fig. 59, el aire del recipiente de la izquierda está a una presión de -23 cm de mercurio, $P_o=20 \text{ kPa}$, las densidades relativas del aceite y líquido manométrico son, $\rho_o=0,8$, $\rho_M=1,6$. Hallar la cota del líquido manométrico en la parte derecha, en A. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 26,02 m b) 26,22 m c) 26,42 m d) 26,62 m e) 26,82 m

116. En la Fig. 60, los compartimientos B y C están cerrados y llenos de aire. La lectura barométrica es de $P_o=102$ kPa. Cuando los manómetros A y D marcan $P_A=210$ kPa y $y=25$ cm de mercurio, ¿Qué valor tendrá "x" en el manómetro E de mercurio? ($\rho_{Hg}=13,6$ g/cm³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 1,74 m b) 1,78 m c) 1,82 m d) 1,86 m e) 1,90 m

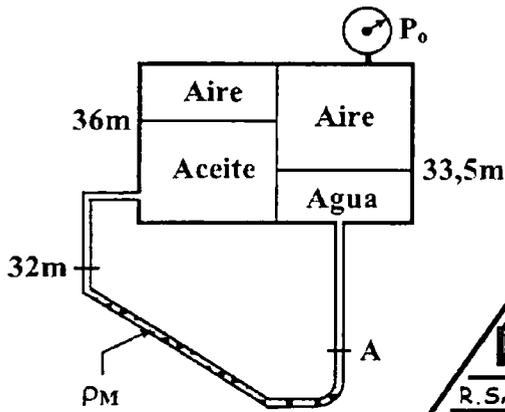


Fig. 59

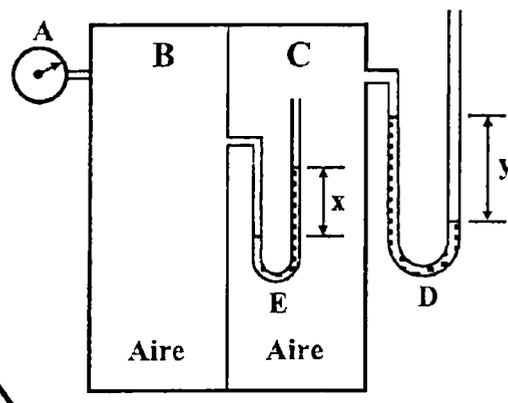


Fig. 60

117. En la Fig. 61, el cilindro y el tubo contienen aceite de densidad relativa 0,902. Para una lectura manométrica de A de 220 kPa. Hallar el peso del conjunto placa-pistón. ($h=1,8$ m, $D=1,8$ m, $g=9,8$ m/s², $\rho_{H_2O}=1000$ kg/m³)

- a) 600 kN b) 605 kN c) 610 kN d) 615 kN e) 620 kN

118. En la Fig. 62, Los pesos específicos del aceite y glicerina son: 8320 N/m³ y 12500 N/m³, respectivamente, ¿Qué presión manométrica de A hará que la glicerina ascienda hasta el nivel B?

- a) 33 kPa b) 34 kPa c) 35 kPa d) 36 kPa e) 37 kPa

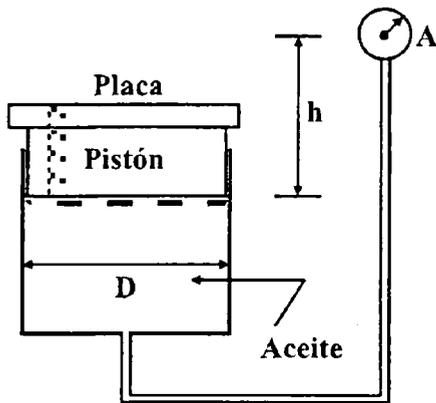


Fig. 61

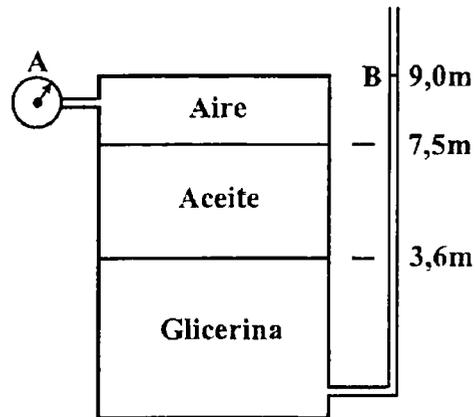


Fig. 62

119. En la Fig. 63, el manómetro diferencial está unido a dos secciones rectas A y B de una tubería horizontal por la que circula agua de densidad $\rho_o=1 \text{ g/cm}^3$. La lectura en el manómetro de mercurio es de $h=0,60 \text{ m}$, siendo el nivel más cercano a A el más bajo. Hallar la diferencia de presiones entre A y B. ($\rho_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 72,1 kPa b) 73,1 kPa c) 74,1 kPa d) 75,1 kPa e) 76,1 kPa

120. En la Fig. 64, se quiere medir la pérdida de carga a través del dispositivo X mediante un manómetro diferencial cuyo líquido manométrico tiene una densidad relativa de $\rho_m=0,750$. El líquido que circula tiene una densidad relativa de $\rho_o=1,50$. Hallar la caída en altura de presión entre A y B a partir de la lectura manométrica en el aceite. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 1,50 m b) 1,75 m c) 2,00 m d) 2,25 m e) 2,50 m

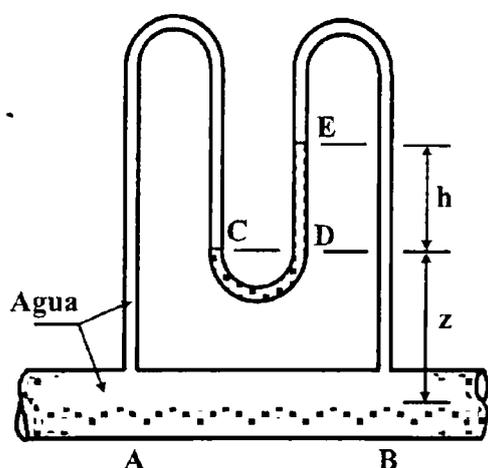


Fig. 63

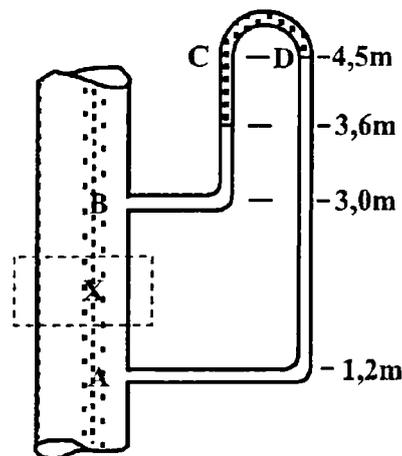


Fig. 64

121. En la Fig. 65, el tubo mostrado está lleno de aceite de densidad relativa $\rho_r=0,85$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$)

I) Hallar la presión en metros de agua en el punto A.

- a) -218 m b) -2,28 m c) -2,38 m d) -2,48 m e) -2,58 m

b) Hallar la presión en metros de agua en el B.

- a) -0,31 m b) -0,41 m c) -0,51 m d) -0,61 m e) -0,71 m

122. En la Fig. 66, se muestra un tanque presurizado al interior de otro. Si la suma de las lecturas de los dispositivos de Bourdan A y B son 235,1 kPa, y la lectura de un barómetro aneróbico es de 75,9 cmHg. Hallar la presión absoluta en A.

- a) 251 cmHg b) 253 cmHg c) 255 cmHg d) 257 cmHg e) 259 cmHg

123. En la Fig. 67, en el lado del tanque abierto están conectados piezómetros, conteniendo

dos diferentes líquidos inmiscibles de densidades relativas $\rho_A=0,72$, $\rho_B=2,36$, $\rho_{H_2O}=1$ g/cm³, $g=9,8$ m/s².

I) Hallar la elevación de la superficie libre del líquido A en el piezómetro A.

- a) 2,0 m b) 1,9 m c) 1,8 m d) 1,7 m e) 1,6 m

II) Hallar la elevación de la superficie libre del líquido B en el piezómetro B.

- a) 0,52 m b) 0,62 m c) 0,72 m d) 0,82 m e) 0,92 m

III) Hallar la presión total en el fondo del tanque.

- a) 18,1 kPa b) 18,3 kPa c) 18,5 kPa d) 18,7 kPa e) 18,9 kPa

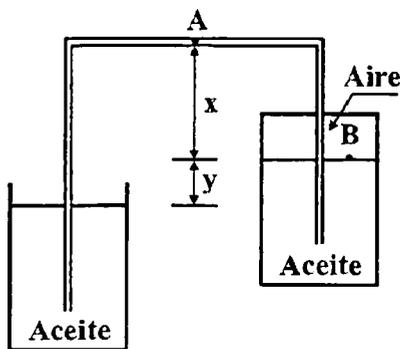


Fig.65

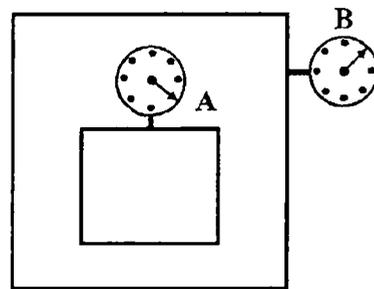


Fig.66

124. En la Fig.68, el recipiente que contiene agua-aceite-aire, esta a la temperatura de 21 °C. Si la lectura del manómetro A es de 111 kPa absoluto y la lectura del manómetro B es 13,8 kPa menos que la lectura del manómetro C.

I) Hallar el peso específico del aceite.

- a) 8,1 kN/m³ b) 8,3 kN/m³ c) 8,5 kN/m³ d) 8,7 kN/m³ e) 8,9 kN/m³

II) Hallar la lectura del manómetro C.

- a) 125,8 kPa b) 126,8 kPa c) 127,8 kPa d) 128,8 kPa e) 129,8 kPa

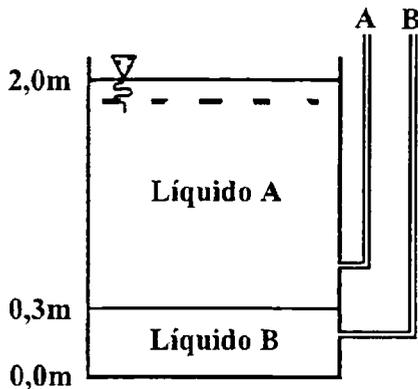


Fig.67

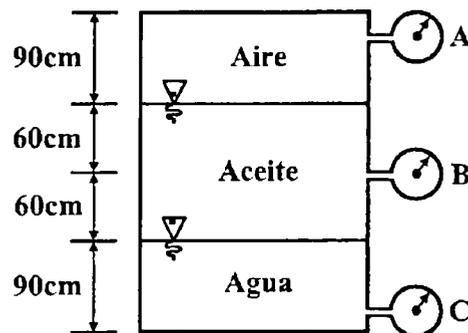


Fig.68

125. En la Fig. 69, por el tubo vertical conectado al manómetro, pasa aceite de densidad relativa $\rho_a=0,91$. Hallar la presión del aceite en el punto A. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$, $a=220 \text{ cm}$, $b=30,5 \text{ cm}$, $\rho_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 1,11 atm b) 1,21 atm c) 1,31 atm d) 1,41 atm e) 1,51 atm

126. En la Fig. 70, en el sistema hidráulico mostrado, hallar la presión absoluta en "a". La presión atmosférica es 101,3 kPa, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$, densidad relativa del aceite $\rho_r=0,83$. ($x=60 \text{ cm}$, $y=20 \text{ cm}$, $z=14 \text{ cm}$, $c=9 \text{ cm}$.)

- a) 88,03 kPa b) 88,13 kPa c) 88,23 kPa d) 88,33 kPa e) 88,43 kPa

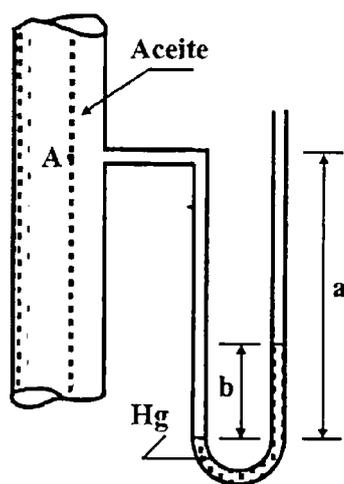


Fig. 69

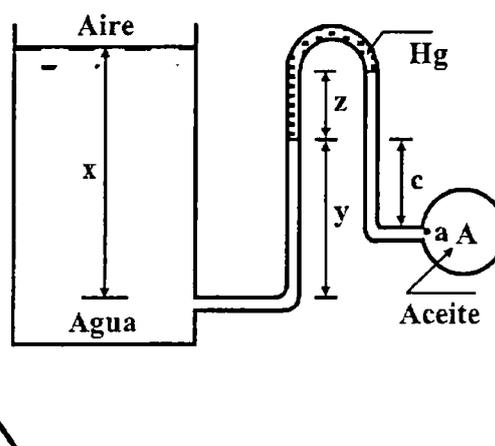


Fig. 70

127. En la Fig. 71, los líquidos en los depósitos A y B es agua, y el líquido en el manómetro es aceite de densidad relativa $\rho_r=0,8$, $h_1=30 \text{ cm}$, $h_2=20 \text{ cm}$, $h_3=60 \text{ cm}$. La densidad del agua es $\rho_1=\rho_2=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$ y $1 \text{ mmHg}=0,1333 \text{ kPa}$.

I) Hallar la diferencia de presión entre los puntos A y B.

- a) -1,31 kPa b) +1,31 kPa c) -1,35 kPa d) +1,35 kPa e) -1,39 kPa

II) Si, $P_B=50 \text{ kPa}$, y la lectura del manómetro es 730 mmHg, hallar la presión absoluta en el punto A en metros de agua.

- a) 14,59 m b) 14,69 m c) 14,79 m d) 14,89 m e) 14,99 m

128. En la Fig. 72, se muestra un manómetro diferencial de dos fluidos, con la cual, se pueden medir exactamente diferencias de presiones (P_A-P_B) muy pequeñas. La densidad ρ_2 del fluido (2) es un poco mayor que la densidad ρ_1 del fluido (1). Hallar una relación de proporcionalidad para "h" y " $P_A - P_B$ ", si los reservorios son muy grandes.

129. En la Fig. 73, en el manómetro de mercurio, $\rho_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$, densidad relativa del acei

te $\rho_r=0,83$, densidad del aire $\rho_a=1,29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1 \text{ g/cm}^3$, las alturas son: $h_1=50 \text{ cm}$, $h_2=33 \text{ cm}$, $h_3=17 \text{ cm}$, $h_4=44 \text{ cm}$. Hallar la presión manométrica en el punto A. $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

- a) -14,18 kPa b) -14,28 kPa c) -14,38 kPa d) -14,48 kPa e) -14,58 kPa

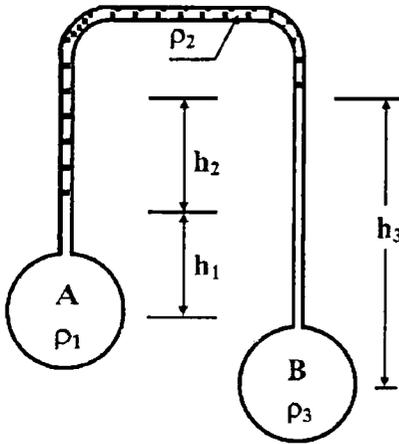


Fig.71

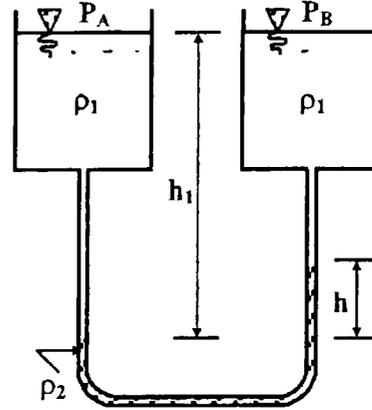


Fig.72

130. En la Fig.74, en el sistema hidráulico mostrado, las densidades del agua, aire y mercurio son, $\rho_o=1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_a=1,29 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Hg}}=13,6 \text{ g/cm}^3$, además, $d_1=33 \text{ cm}$, $d_2=16 \text{ cm}$, $d_3=48 \text{ cm}$, $d_4=23 \text{ cm}$ y $\theta=45^\circ$. Hallar la diferencia de presiones (P_A-P_B) en los tanques. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 82,02 kPa b) 82,22 kPa c) 82,42 kPa d) 82,62 kPa e) 82,82 kPa

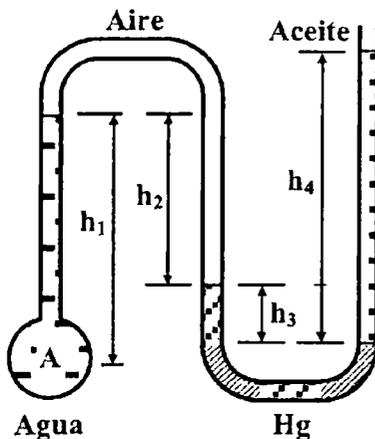


Fig.73

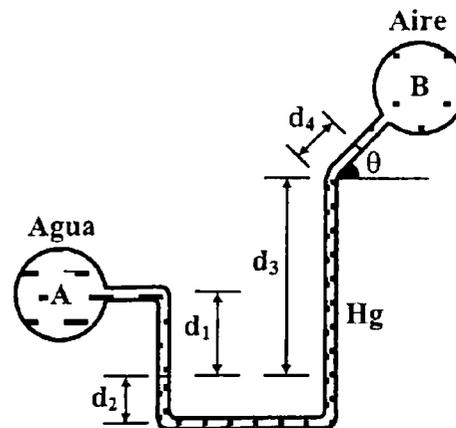


Fig.74

131. En la Fig.75, el tubo abierto está conectado al tanque. Si el agua en el tubo se eleva hasta una altura de $h=80 \text{ cm}$, hallar las presiones P_A y P_B del aire que se encuentra sobre las superficies del agua. Despreciar los efectos de capilaridad en el tubo. ($h_1=10 \text{ cm}$, $h_2=30 \text{ cm}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,62 kPa ; 4,50 kPa b) 3,82 kPa ; 4,80 kPa c) 3,92 kPa ; 4,90 kPa
d) 3,82 kPa ; 4,80 kPa e) 3,72 kPa ; 4,70 kPa

132. En la Fig. 76, en el sistema hidráulico mostrado, la densidad relativa del aceite es $\rho_r = 0,83$, densidad del agua $\rho_o = 1 \text{ g/cm}^3$, densidad mercurio $\rho_{Hg} = 13,6 \text{ g/cm}^3$, $P_{atm} = 101,3 \text{ kPa}$, $h_1 = 60 \text{ cm}$, $h_2 = 20 \text{ cm}$, $h_3 = 14 \text{ cm}$, $h_4 = 9 \text{ cm}$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Hallar la presión absoluta en A.

- a) 88,03 kPa b) 88,23 kPa c) 88,43 kPa d) 88,63 kPa e) 88,83 kPa

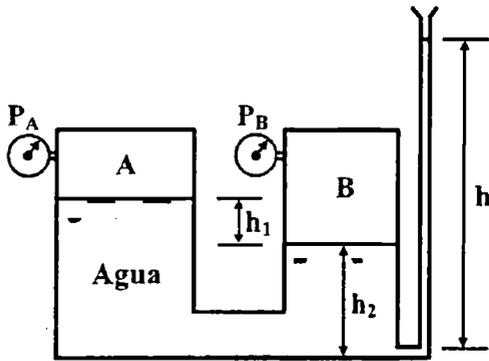


Fig. 75

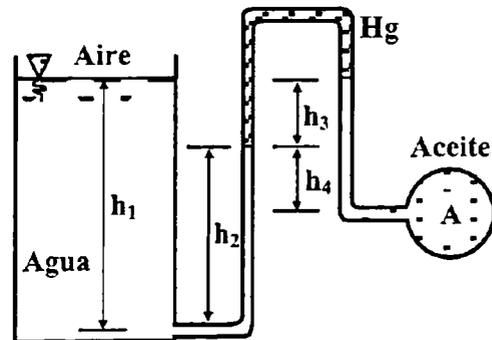


Fig. 76

133. En la Fig. 77, el agua en el recipiente está a presión, mediante aire comprimido, cuya presión se mide con un manómetro de varios líquidos. Hallar la presión manométrica del aire en el recipiente, si: $h_1 = 0,2 \text{ m}$, $h_2 = 0,3 \text{ m}$ y $h_3 = 0,46 \text{ m}$. Las densidades del agua, aceite y mercurio son: $\rho_o = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_a = 850 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{Hg} = 13\ 600 \text{ kg/m}^3$, respectivamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 56,05 kPa b) 56,25 kPa c) 56,45 kPa d) 56,65 kPa e) 56,85 kPa

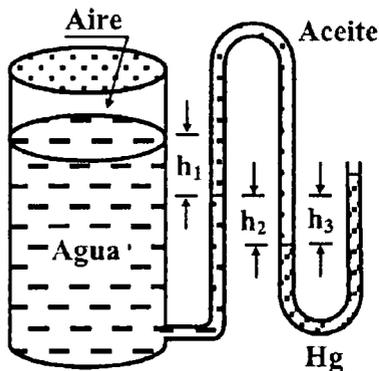


Fig. 77

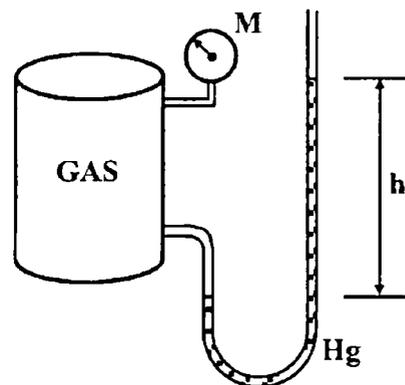


Fig. 78

134. En la Fig. 78, se conectan un medidor y un manómetro al recipiente con gas para medir su presión. Si la lectura en el medidor es de $P = 80 \text{ kPa}$. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la distancia entre los dos niveles de fluido del manómetro si éste es mercurio de densidad $\rho_{Hg} = 13\ 600 \text{ kg/m}^3$.

- a) 0,50 m b) 0,55 m c) 0,60 m d) 0,65 m e) 0,70 m

II) Hallar la distancia entre los dos niveles de fluido del manómetro si éste es mercurio de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$.

- a) 8,16 m b) 8,26 m c) 8,36 m d) 8,46 m e) 8,56 m

135. La presión manométrica en un líquido a la profundidad de $h_1=3 \text{ m}$ es de $P_1=145 \text{ kPa}$. Hallar la presión manométrica en el mismo líquido a la profundidad de $h=9 \text{ m}$.

- a) 125 kPa b) 126 kPa c) 127 kPa d) 128 kPa e) 129 kPa

136. Un vacuómetro conectado a un recipiente indica 30 kPa en un lugar donde la presión barométrica es de 750 mmHg. Hallar la presión absoluta en el recipiente. ($1 \text{ atm}=760 \text{ mmHg}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 69,57 kPa b) 69,67 kPa c) 69,77 kPa d) 69,87 kPa e) 69,97 kPa

137. Las lecturas barométricas en la parte superior y en la base del edificio son 675 mmHg y 695 mmHg, respectivamente. Las densidades del aire y mercurio son: $\rho_a=1,18 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{\text{Hg}}=13\,600 \text{ kg/m}^3$, respectivamente. Hallar la altura del edificio. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 227 m b) 228 m c) 229 m d) 230 m e) 231 m

138. Un manómetro que contiene aceite de densidad $\rho_a=850 \text{ kg/m}^3$ se conecta a un recipiente lleno de aire. Si la diferencia del nivel de aceite entre ambas columnas es de $h=36 \text{ cm}$ y la presión atmosférica es de $P_{\text{atm}}=98 \text{ kPa}$, hallar la presión absoluta del aire en el recipiente

- a) 101 kPa b) 102 kPa c) 103 kPa d) 104 kPa e) 105 kPa

139. En la Fig.79, el manómetro de mercurio ($\rho_{\text{Hg}}=13\,600 \text{ kg/m}^3$) se conecta al ducto de aire para medir la presión en su interior. La diferencia entre los niveles del manómetro es de $h=15 \text{ mm}$, y la presión manométrica es de $P=100 \text{ kPa}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Indicar si la presión en el ducto es mayor o menor que la presión atmosférica.

II) Hallar la presión absoluta en el ducto.

- a) 101 kPa b) 102 kPa c) 103 kPa d) 104 kPa e) 105 kPa

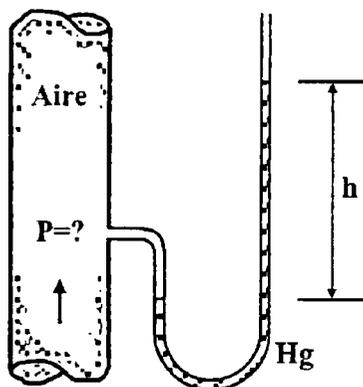


Fig.79

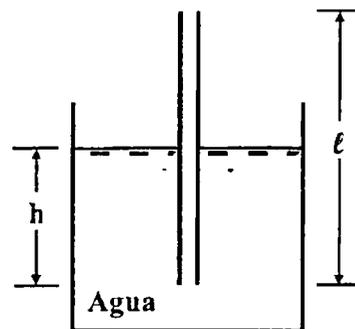


Fig.80

140. En la Fig. 80, el tubo lleno de aire de longitud $\ell=30$ cm se sumerge en agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, teniendo tapado su abertura superior hasta cierta profundidad $h=20$ cm. Al abrir el tubo, despreciando las fricciones, hasta qué altura llega el agua.

- a) 39,23 cm b) 39,33 cm c) 39,43 cm d) 39,53 cm e) 39,63 cm

141. En la Fig. 81, los dos depósitos prismáticos diferentes de áreas de sección A_1 , A_2 que contienen un líquido de peso específico γ en los niveles h_1 , h_2 , están unidos por el tubo de área de sección A y longitud ℓ . Cuando se abre la llave S , el líquido oscila alrededor de su posición de equilibrio.

- I) Hallar la distancia de la posición de equilibrio, respecto del fondo de los depósitos.
 II) Hallar la altura de elevación de la superficie libre A_1 .
 III) Hallar la velocidad con la que pasa la superficie A_1 por la posición de equilibrio.

142. En la Fig. 82, el agua que llena el depósito hasta la altura "h", fluye a través del agujero de área "A" cayendo desde altura "H" sobre el depósito inferior.

- I) Hallar una expresión para el aumento de la presión sobre el fondo del segundo depósito.
 II) Evaluar el aumento de la presión en el fondo del segundo depósito para: $\gamma=10^4$ N/m³, $A=8$ cm², $h=1$ m, $H=1,4$ m, $g=9,8$ m/s².

- a) 23,78 Pa b) 24,78 Pa c) 25,78 Pa d) 26,78 Pa e) 27,78 Pa

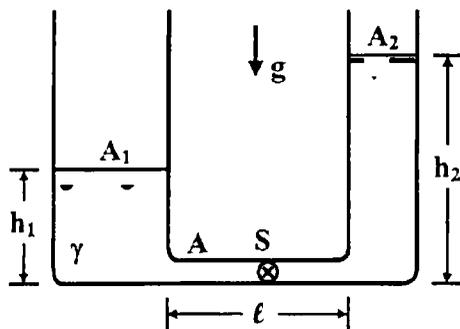


Fig. 81

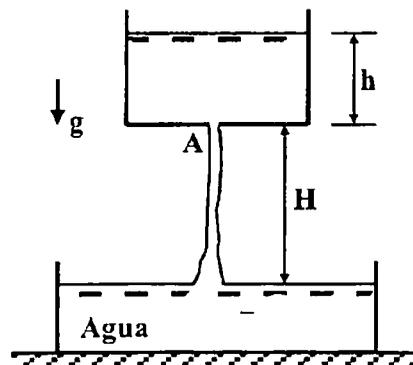


Fig. 82

143. Si un manómetro lleno de aceite de densidad $\rho_a=900$ kg/m³ puede leerse con una precisión de $\pm 0,05$ mm, ¿Cuál es el cambio de presión más pequeño que puede detectar este manómetro?

- a) 3,312 μ mHg b) 3,322 μ mHg c) 3,332 μ mHg d) 3,342 μ mHg e) 3,352 μ mHg

144. Un tubo en forma de U se llena de agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³ hasta que el nivel del líquido está a 28 cm por encima del fondo del tubo. Luego, en una de las ramas del tubo se vierte aceite de densidad específica $\rho_a=0,78$ hasta que el nivel del líquido en la otra rama se encuentra a 34 cm por encima del fondo del tubo. ($g=9,8$ m/s²)

- I) Hallar el nivel de la interfase aceite-agua en la rama donde se hizo el vertido de aceite.

- a) 20 cm b) 21 cm c) 22 cm d) 23 cm e) 24 cm

II) Hallar el nivel de la interfase aceite-aire en la rama donde se hizo el vertido de aceite.

- a) 34,4 cm b) 35,4 cm c) 36,4 cm d) 37,4 cm e) 38,4 cm

145. Una boya cilíndrica a la entrada de un puerto tiene un diámetro de $D=0,9$ m y una altura de $H=2,6$ m, y una masa de $m=600$ kg. Esta sujeta al fondo del mar con un cable de nailon de masa despreciable. La densidad específica del agua de mar es de $\rho_o=1,025$.

I) ¿Qué parte de la boya es visible cuando el cable está flojo?

- a) 60,6 % b) 61,6 % c) 62,6 % d) 63,6 % e) 64,6 %

II) Si un tsunami sumerge completamente la boya, ¿Cuál es la tensión en el cable rígido?

- a) 10,5 kN b) 10,6 kN c) 10,7 kN d) 10,8 kN e) 10,9 kN

III) Si el cable se rompe, ¿Cuál es la aceleración inicial hacia arriba de la boya?

- a) $16,6 \text{ m/s}^2$ b) $17,0 \text{ m/s}^2$ c) $17,4 \text{ m/s}^2$ d) $17,8 \text{ m/s}^2$ e) $18,2 \text{ m/s}^2$

146. Un cubo de material plástico espumoso, de arista $a=25$ cm, se pesa mediante una balanza de brazos iguales. La balanza está equilibrada cuando una masa de latón de masa $m=20$ g se sitúa en el platillo opuesto de la balanza. Hallar la masa real del cubo de plástico. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, densidad aire $\rho_a=1,293 \text{ kg/m}^3$)

- a) 40,2 g b) 40,4 g c) 40,6 g d) 40,8 g e) 41,0 g

147. Un bloque de plomo de densidad $\rho_{pb}=11,3 \text{ g/cm}^3$ se suspende de la cara inferior de un bloque de madera de masa $m=0,5$ kg, densidad específica $\rho_m=0,7$. Cuando este sistema se introduce en un recipiente con agua de densidad $\rho_a=1 \text{ g/cm}^3$, la superficie superior de la madera está al mismo nivel que el líquido. ¿Cuál es la masa del bloque de plomo?

- a) 231 g b) 233 g c) 235 g d) 237 g e) 239 g

148. Un tubo en U contiene un líquido de densidad específica desconocida. En una de las ramas del tubo se vierte aceite de densidad $\rho_a=800 \text{ kg/m}^3$ hasta que la columna de aceite alcanza una altura de $h=12$ cm. La interfase aceite-aire se encuentra entonces a $d=5,0$ cm por encima del nivel del líquido en la otra rama del tubo en U. Hallar la densidad específica del líquido.

- a) 1,31 b) 1,33 c) 1,35 d) 1,37 e) 1,39

149. Una esfera hueca de radio interior R y exterior $2R$ de densidad ρ_o flota en un líquido de densidad $2\rho_o$. ¿Cuál debe ser la densidad del material con la que se debe rellenar la esfera para que esta flote completamente sumergida? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $5\rho_o$ b) $6\rho_o$ c) $7\rho_o$ d) $8\rho_o$ e) $9\rho_o$

150. En la Fig.83, en el recipiente que contiene agua de peso específico $\gamma_L=10^4 \text{ N/m}^3$ la pre

sión inicial en ambas secciones de áreas A es $P_0=10^4$ Pa. La cámara izquierda del recipiente está cerrada con un émbolo, y la derecha, con cierre fijo. Hallar el recorrido del émbolo para que la diferencia de niveles del líquido sea $d=20$ cm.

- a) 30,8 cm b) 31,8 cm c) 32,8 cm d) 33,8 cm e) 34,8 cm

151. En la Fig.84, al elevar el émbolo E, el aire que está encima, a la presión inicial atmosférica $P_0=100$ kPa se comprime de modo que la bola de peso $W=350$ N, que cierra el agujero del fondo del depósito, asciende y lo abre. El peso específico del agua es $\gamma=10^4$ N/m³ $R=20$ cm, $H=1$ m, $h=12$ cm, $a=30$ cm.

I) Hallar la magnitud de la fuerza de presión atmosférica sobre la esfera.

- a) 5 kN b) 6 kN c) 7 kN d) 8 kN e) 9 kN

II) Hallar la magnitud de la fuerza de presión hidrostática sobre la esfera.

- a) 7 702 N b) 7 722 N c) 7 742 N d) 7 762 N e) 7 782 N

III) Hallar el desplazamiento mínimo del émbolo para producir la apertura del agujero.

- a) 12 cm b) 13 cm c) 14 cm d) 15 cm e) 16 cm

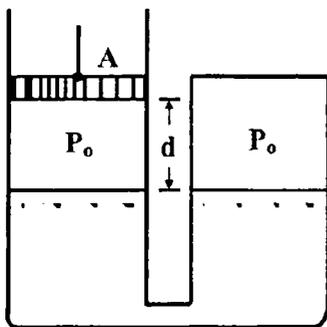


Fig.83

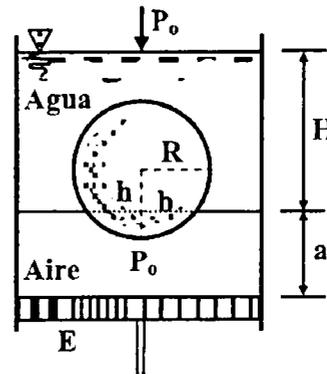


Fig.84

152. Sobre un líquido de densidad $\rho_2=1000$ kg/m³ se echa otro de densidad $\rho_1=800$ kg/m³ que no se mezcla con el primero. A continuación se coloca un cuerpo de densidad $\rho=900$ kg/m³ flotando en el límite de separación de los líquidos. ¿Qué parte del volumen del cuerpo estará sumergida en el líquido más denso?

- a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 2/3 e) 3/4

153. Un bloque de madera de masa $m=1,5$ kg flota sobre el agua con el 68 % de su volumen sumergido. Un bloque de plomo se coloca sobre la madera y ésta se sumerge totalmente. Hallar la masa del bloque de plomo.

- a) 702 g b) 706 g c) 710 g d) 714 g e) 718 g

154. Un vaso con agua está equilibrada en el platillo izquierdo de una balanza. Un cubo de a

rista $a=4$ cm se ata a una cuerda y se sumerge totalmente en este vaso con agua de densidad $\rho_0=1$ g/cm³, sin llegar a tocar el fondo del vaso, ¿Qué masa debe tener un bloque, tal que, ubicándolo en el platillo derecho, se recupere el equilibrio?

- a) 60 g b) 62 g c) 64 g d) 66 g e) 68 g

155. En un recipiente cilíndrico, de área de base $A=20$ cm², que contiene agua hasta una altura de $H=16$ cm, se introduce una taza de latón, flotando este, y elevándose el nivel de agua en $h=2,4$ cm. Hallar la altura del nivel del agua en el recipiente si la taza se hunde en ella. La densidad del latón es $\rho=8,8$ g/cm³ y la del agua $\rho_0=1$ g/cm³, $g=9,8$ m/s².

- a) 16,17 cm b) 16,27 cm c) 16,37 cm d) 16,47 cm e) 16,57 cm

156. ¿Qué presión manométrica debe producir una bomba para subir agua de densidad $\rho_0=1$ g/cm³ desde el fondo del Cañon del Pato (elevación 730 m) hasta Quivilla (elevación 1370 m)? (1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s²)

- a) 61,52 atm b) 61,62 atm c) 61,72 atm d) 61,82 atm e) 61,92 atm

157. Se está diseñando una campana de buceo que resista la presión del mar a una profundidad de $h=250$ m. ($\rho_0=1,03$ g/cm³, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s²)

I) ¿Cuánto vale la presión manométrica a esa profundidad? Asumir que la densidad del agua de mar " ρ_0 " se mantiene constante.

- a) 24,1 atm b) 24,3 atm c) 24,5 atm d) 24,7 atm e) 24,9 atm

II) A esa profundidad, ¿Qué fuerza neta ejercen el agua exterior y el aire interior sobre una ventanilla circular de diámetro $D=30$ cm si la presión dentro de la campana es la que hay en la superficie del agua?

- a) 174,3 kN b) 175,3 kN c) 176,3 kN d) 177,3 kN e) 178,3 kN

158. Los neumáticos de un automóvil LADA de masa $m=975$ kg están inflados a 32 libras.

I) Hallar la presión absoluta en estos neumáticos. (1 lb/plg²= $6,805 \cdot 10^{-2}$ atm)

- a) 2,10 atm b) 2,12 atm c) 2,14 atm d) 2,16 atm e) 2,18 atm

II) Hallar la presión manométrica en estos neumáticos.

- a) 3,10 atm b) 3,12 atm c) 3,14 atm d) 3,16 atm e) 3,18 atm

III) Si los neumáticos fueran perfectamente redondos, ¿La presión de ellos podría ejercer alguna fuerza sobre el pavimento?

IV) Si examinamos los neumáticos de un auto, es obvio que hay cierto aplanamiento en la parte inferior. ¿Cuál es el área total de contacto de la parte aplanada de los cuatro neumáticos con el pavimento?

- a) 431 cm² b) 433 cm² c) 435 cm² d) 437 cm² e) 439 cm²

159. Un lago en Huarón (Cerro de Pasco) está cubierto con una capa de hielo de espesor $s=1,75$ m. Las densidades del agua y el hielo son $\rho_A=1$ g/cm³ y $\rho_H=0,92$ g/cm³, respectivamente. ($g=9,8$ m/s², 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

I) Hallar la presión absoluta a la profundidad de $h=2,5$ m en el lago.

- a) 1,318 atm b) 1,338 atm c) 1,358 atm d) 1,378 atm e) 1,398 atm

II) Hallar la presión manométrica a la profundidad de $h=2,5$ m en el lago

- a) 0,318 atm b) 0,338 atm c) 0,358 atm d) 0,378 atm e) 0,398 atm

160. En la Fig.85, desde que profundidad "h" de un lago de peso específico $\gamma_o=10^4$ N/m³, se debe soltar la burbuja de aire a la presión P_o , para que llegue a la superficie libre con una velocidad de $v=226$ m/s. El peso específico del aire es $\gamma_a=12,9$ N/m³, la presión atmosférica $P_o=10^5$ Pa, y la aceleración de la gravedad $g=9,8$ m/s².

- a) 2,0 m b) 2,5 m c) 3,0 m d) 3,5 m e) 4,0 m

161. En la Fig.86, al depósito cerrado de área de sección $A=8$ m² lleno de aire a la presión de inicial de $P_o=10^5$ Pa se va echando agua de peso específico $\gamma_o=10^4$ N/m³ por el tubo vertical de área de sección $a=25$ cm². Hallar la cantidad de agua (m) que se debe echar para que la diferencia de niveles sea de $h=4$ m. ($g=9,8$ m/s², $\ell=1,5$ m)

- a) 3,40 m³ b) 3,42 m³ c) 3,44 m³ d) 3,46 m³ e) 3,48 m³

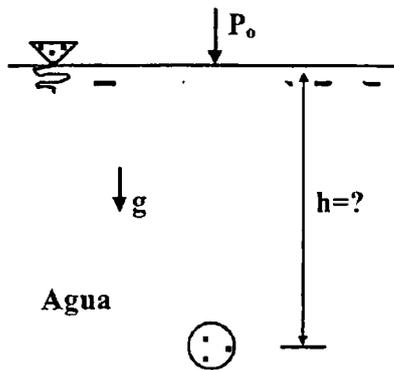


Fig.85

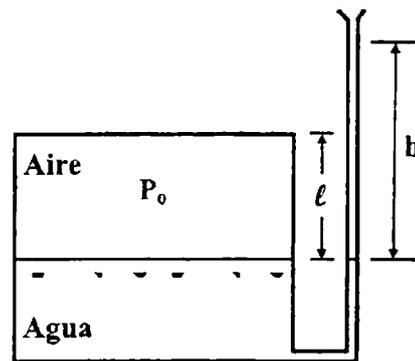


Fig.86

162. Un cuerpo de masa $m=2$ kg y volumen $V=1000$ cm³ se encuentra en un lago a la profundidad de $h_o=5$ m. ($g=9,8$ m/s², $\rho_o=1000$ kg/m³)

I) ¿Qué trabajo debe hacerse para elevar al cuerpo hasta una altura de $H=5$ m sobre la superficie del agua?

- a) 141 J b) 143 J c) 145 J d) 147 J e) 149 J

II) ¿Equivale el trabajo realizado con ello a la variación de la energía potencial del cuerpo?

163. Un globo de papel de forma cúbica se llena con aire caliente. La densidad del aire calien

te es de $\rho_c=1 \text{ kg/m}^3$, y la del aire que rodea al globo $\rho_f=1,3 \text{ kg/m}^3$. La densidad del papel es $\sigma=0,04 \text{ kg/m}^2$. Hallar la longitud mínima que debe tener la arista del globo, para que este ascienda.

- a) 72 cm b) 76 cm c) 80 cm d) 84 cm e) 88 cm

164. Un recipiente cilíndrico contiene dos líquidos inmiscibles de densidades $\rho_1=900 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_2=800 \text{ kg/m}^3$; los espesores de las capas de estos líquidos son, $h_1=10 \text{ cm}$ y $h_2=15 \text{ cm}$, respectivamente. Desde la superficie libre se suelta un pequeño cuerpo de forma fuselada, el cual, alcanza el fondo con una rapidez igual a cero. Hallar la densidad del cuerpo.

- a) 810 kg/m^3 b) 820 kg/m^3 c) 830 kg/m^3 d) 840 kg/m^3 e) 850 kg/m^3

165. Un tubo en U está lleno de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. De un caño del tubo el aire es retirado; la presión de aire en otro caño a la temperatura $T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$ es igual a la atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Ambos extremos del tubo están soldados. La diferencia entre los niveles de agua en los caños es $h_0=15 \text{ m}$. Hallar la diferencia de los niveles de agua en los caños si el tubo es calentado hasta $T=100 \text{ }^\circ\text{C}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 13,0 m b) 13,2 m c) 13,4 m d) 13,6 m e) 13,8 m

166. Un globo de masa total $m=200 \text{ kg}$, volumen $V=200 \text{ m}^3$ inflado con un gas de densidad $\rho=0,29 \text{ kg/m}^3$, se suelta del reposo. ¿Qué distancia recorrerá el globo en $t=2 \text{ s}$, si $\rho_{\text{aire}}=1,29 \text{ kg/m}^3$ y $g=10 \text{ m/s}^2$?

- a) 10 m b) 15 m c) 20 m d) 25 m e) 30 m

167. ¿Cuántos metros cúbicos de helio de densidad $\rho_{\text{He}}=0,18 \text{ kg/m}^3$ son necesarios para elevar un globo con una carga de peso $W=400 \text{ N}$ hasta una altura de $h=8000 \text{ m}$? El volumen del globo se mantiene constante y la densidad del aire viene dado por: $\rho=\rho_0 e^{-z/8000}$, donde la altura "z" está en metros y $\rho_0=1,29 \text{ kg/m}^3$ la densidad del aire a nivel del mar.

- a) 1318 m^3 b) 1338 m^3 c) 1358 m^3 d) 1378 m^3 e) 1398 m^3

168. El océano de glicerina de un planeta llamado Caasi tiene una densidad de $\rho_G=1,26 \text{ kg/m}^3$, y una aceleración superficial debida a la gravedad de $g_C=4,15 \text{ m/s}^2$. Si un aparato en la tierra flota en los océanos de la Tierra de densidad $\rho_T=1,03 \text{ kg/m}^3$ con el 25 % de su volumen sumergido, ¿Qué porcentaje se sumergirá en los océanos de glicerina de Caasi? ($g_T=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 20,4 % b) 21,4 % c) 22,4 % d) 23,4 % e) 24,4 %

169. En Marte cuya atmósfera tiene una densidad media de $\rho_M=0,0154 \text{ kg/m}^3$, se suelta un globo de plástico delgado de densidad $\sigma=5 \text{ g/m}^2$. Este globo ha sido inflado con un gas muy ligero de masa despreciable.

I) Hallar el radio mínimo que debe tener el globo, para quedar suspendido en la atmósfera marciana.

- a) 97,0 cm b) 97,2 cm c) 97,4 cm d) 97,6 cm e) 97,8 cm

II) Hallar la masa mínima que debe tener el globo para quedar suspendida en la atmósfera marciana.

- a) 55,6 g b) 56,6 g c) 57,6 g d) 58,6 g e) 59,6 g

III) Si liberamos este globo en la tierra cuya atmósfera tiene una densidad media de $\rho_T=1,20 \text{ kg/m}^3$, ¿Cuál sería su aceleración suponiendo que el globo tiene el mismo tamaño que en Marte? ¿Ascendería o descendería el globo?

- a) 750 m/s^2 b) 752 m/s^2 c) 754 m/s^2 d) 756 m/s^2 e) 758 m/s^2

IV) Si en Marte este globo tiene cinco veces el radio utilizado en I), ¿Qué peso máximo de un instrumento podría elevar?

- a) 5,56 kg b) 5,66 kg c) 5,76 kg d) 5,86 kg e) 5,96 kg

170. En la Fig.87, el tubo de salida AC de área de sección $A=5 \text{ cm}^2$ está llena completamente de agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$. Se cierra el tubo en B. Hallar la presión que actúa sobre la superficie de cierre en B. ($h_1=20 \text{ cm}$, $h_2=22 \text{ cm}$)

- a) 2,1 N b) 2,3 N c) 2,5 N d) 2,7 N e) 2,9 N

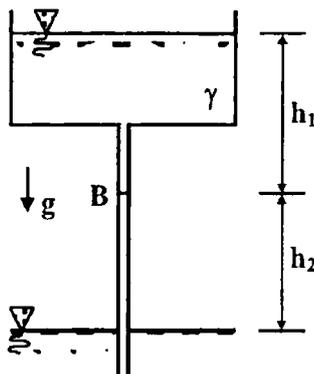


Fig.87

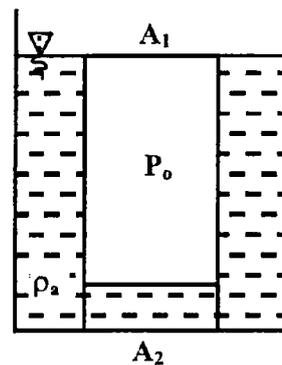


Fig.88

171. En la Fig.88, el vaso de área de sección $A_1=16 \text{ cm}^2$ y longitud $\ell=25 \text{ cm}$, lleno de aire a la presión $P_0=10^5 \text{ Pa}$, se sumerge, con el fondo hacia arriba, en el recipiente de área de sección $A_2=64 \text{ cm}^2$, parcialmente lleno de agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$.

I) Hallar la altura del agua que ingresa en el vaso.

- a) 6,504 mm b) 6,524 mm c) 6,544 mm d) 6,564 mm e) 6,584 mm

II) Hallar el peso "W" mínimo que debe tener el vaso, con la condición de que su fondo en el vaso el nivel de agua.

- a) 3,59 N b) 3,69 N c) 3,79 N d) 3,89 N e) 3,99 N

II) Hallar la presión en el fondo del recipiente.

- a) 650 N b) 652 N c) 654 N d) 656 N e) 658 N

172. La sobrepresión en los neumáticos de un automóvil de masa $m=1300$ kg es de $\Delta P=2,4$ atm. Si cada neumático soporta un cuarto del peso del automóvil. Hallar el área de la superficie de contacto del neumático con el suelo.

- a) 131 cm^2 b) 133 cm^2 c) 135 cm^2 d) 137 cm^2 e) 139 cm^2

173. Un neumático tiene una sobrepresión de $\Delta P=2,4 \cdot 10^5$ Pa en un día en la que la presión barométrica es $P_o=0,95$ atm. ¿Cuál será la sobrepresión cuando la presión barométrica aumente a $1,01$ atm? Suponer que el volumen y la temperatura del neumático permanecen constantes.

- a) 2,23 atm b) 2,27 atm c) 2,31 atm d) 2,35 atm e) 2,39 atm

174. Los aviones comerciales tienen cabinas presurizadas que les permiten transportar pasajeros a una altitud de crucero de $10\,000$ m. La presión del aire a esta altura es de $P_{ae}=0,28$ atm, y la presión del aire al interior del avión es de $P_{ai}=1,0$ atm. Hallar la fuerza neta sobre una puerta de dimensiones $a=1,0$ m y $b=2,0$ m situada en la pared de la cabina.

- a) 141,9 kN b) 142,9 kN c) 143,9 kN d) 144,9 kN e) 145,9 kN

175. Un depósito cilíndrico de radio $R=2$ m y masa despreciable que contiene $V=50 \cdot 10^3$ lt de agua, reposa sobre el suelo. Hallar la sobrepresión que ejerce el depósito sobre el suelo. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 35 kPa b) 36 kPa c) 37 kPa d) 38 kPa e) 39 kPa

176. Un huevo se hunde hasta el fondo de $V=1$ litro de agua dulce. En el agua se disuelve lentamente sal de mesa hasta que se agregan $m=83$ g; entonces el huevo queda en flotación neutra. Si la sal tiene un efecto despreciable sobre el volumen del agua. Hallar la densidad promedio del huevo.

- a) 1081 kg/m^3 b) 1083 kg/m^3 c) 1085 kg/m^3 d) 1087 kg/m^3 e) 1089 kg/m^3

177. En la Fig. 89, los matraces (1) y (2) en forma de troncos de cono tienen radios $R_1=12$ cm $R_2=16$ cm y alturas $h=30$ cm. La densidad del agua que llenan los matraces es $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la fuerza de presión del agua sobre la superficie lateral del matraz (1).

- a) 54,186 N b) 54,386 N c) 54,586 N d) 54,786 N e) 54,986 N

II) Hallar la fuerza de presión del agua sobre la superficie lateral del matraz (2).

- a) 49,060 N b) 49,260 N c) 49,460 N d) 49,660 N e) 49,860 N

III) Hallar la razón de la magnitud de la fuerza \vec{F}_1 a la magnitud de la fuerza \vec{F}_2 .

- a) 1,1 b) 1,2 c) 1,3 d) 1,4 e) 1,5

178. En la Fig.90, la bomba de succión consiste en un pistón en un cilindro con un largo tubo que conduce a un pozo. ¿Hasta que altura máxima puede succionar el agua esta bomba? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $P_o=101,3 \text{ kPa}$)

- a) 10,14 m b) 10,24 m c) 10,34 m d) 10,44 m e) 10,54 m

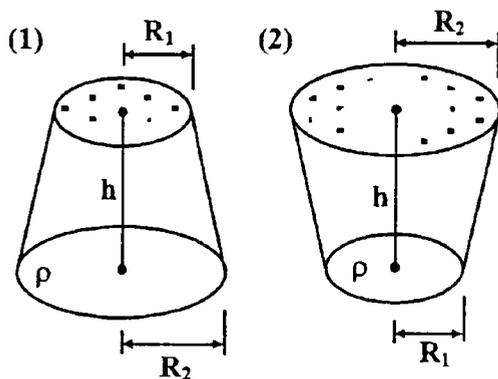


Fig.89

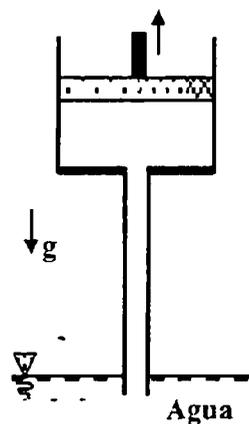


Fig.90

179. La presión en el centro de una zona de baja presión atmosférica es de 64 mmHg menos que la presión a una gran distancia desde el centro. ¿Por cuánto ésta hará que el agua de densidad $\rho_a=1025 \text{ kg/m}^3$ se eleve en el centro? ($g=9,81 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 65 cm b) 70 cm c) 75 cm d) 80 cm e) 85 cm

180. En la Fig.91, el cilindro de diámetro $D=8 \text{ m}$ cierra un agujero rectangular de un depósito de longitud $\ell=3 \text{ m}$, que contiene agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ hasta una profundidad de $H=9 \text{ m}$. Hallar la fuerza de presión del cilindro sobre el fondo del depósito, debido a la presión que ejerce el agua sobre el cilindro. ($\alpha=30^\circ$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 640,3 kN b) 642,3 kN c) 644,3 kN d) 646,3 kN e) 648,3 kN

181. En la Fig.92, el agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, alcanza una altura de $h=3,6 \text{ m}$ en el tubo de área de sección $A=0,1 \text{ m}^2$, conectada al depósito semicilíndrico de radio $R=1,8 \text{ m}$ y longitud $\ell=6 \text{ m}$ que descansa en el piso. Despreciando el peso del depósito y del tubo

I) Hallar la fuerza de presión del agua sobre las caras izquierda y derecha del depósito.

- a) 236,15 kN b) 236,25 kN c) 236,35 kN d) 236,45 kN e) 236,55 kN

II) ¿A qué profundidad actúa la fuerza de presión sobre las caras izquierda y derecha?

- a) 4,59 m b) 4,69 m c) 4,79 m d) 4,89 m e) 4,99 m

III) Hallar la fuerza de presión total sobre el fondo del depósito semicilíndrico.

- a) 1166,0 kN b) 1166,2 kN c) 1166,4 kN d) 1166,6 kN e) 1166,8 kN

IV) ¿Cuántas veces representa la fuerza de presión total sobre el fondo, respecto del peso total del agua?

- a) 3,56 b) 3,66 c) 3,76 d) 3,86 e) 3,96

V) Hallar la fuerza de presión sobre la superficie curva del depósito de agua.

- a) 857,0 kN b) 857,2 kN c) 857,4 kN d) 857,6 kN e) 857,8 kN

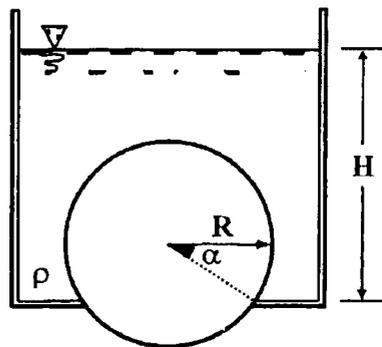


Fig.91

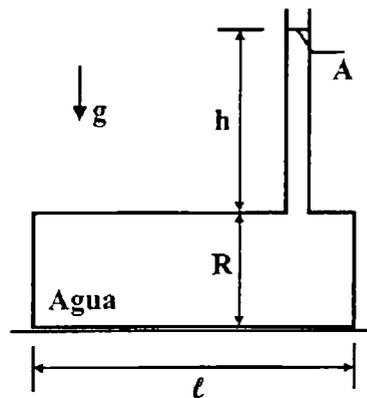


Fig.92

182. Un globo común de tamaño medio utilizado para investigación científica está diseñado para alcanzar una altura de $h=40$ km, altitud a la cual el helio en el globo se habrá expandido a un volumen de $V=570 \cdot 10^3 \text{ m}^3$. La densidad del aire a esta altitud es de $\rho_a=4,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza de flotación sobre el globo en estas condiciones? ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 21 kN b) 22 kN c) 23 kN d) 24 kN e) 25 kN

183. Un superbuque cisterna tiene una masa de $m=2,2 \cdot 10^5$ Tn métricas cuando está vacío y puede llevar hasta $M=4,4 \cdot 10^5$ Tn de petróleo cuando está cargado completamente. La forma del casco es de un paralelepípedo rectangular de largo $a=380$ m, ancho $b=60$ m y altura $c=40$ m. La densidad del agua de mar es $\rho_o=1025 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar el arrastre del buque cisterna vacío, es decir, la profundidad a la que se sumerge su casco en el agua.

- a) 9,11 m b) 9,21 m c) 9,31 m d) 9,41 m e) 9,51 m

II) Hallar el arrastre del buque cisterna, cuando esta completamente cargado.

- a) 28,14 m b) 28,24 m c) 28,34 m d) 28,44 m e) 28,54 m

184. Un superbuque tiene un arrastre de $h=30$ m cuando está en agua de mar de densidad $\rho_o=1025 \text{ kg/m}^3$. Asumiendo que los lados del buque son verticales, hallar el arrastre de este buque cuando ingresa al estuario de un río con agua dulce de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$.

$$(g=9,81 \text{ m/s}^2)$$

- a) 30,0 m b) 30,2 m c) 30,4 m d) 30,6 m e) 30,8 m

185. El globo aerostático INTI-22S tiene un volumen de $V=4000 \text{ m}^3$ y una altura de $h=27 \text{ m}$. Completamente cargado, su masa es de $m=1400 \text{ kg}$. Si la densidad del aire fuera del globo es de $\rho_e=1,29 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Cuál debe ser la densidad del aire al interior del globo, para poder despegar?

- a) $0,90 \text{ kg/m}^3$ b) $0,92 \text{ kg/m}^3$ c) $0,96 \text{ kg/m}^3$ d) $0,96 \text{ kg/m}^3$ e) $0,98 \text{ kg/m}^3$

II) ¿Cuál es la sobrepresión interna en la parte superior del globo?

- a) 92,0 Pa b) 92,2 Pa c) 92,4 Pa d) 92,6 Pa e) 92,8 Pa

186. Un globo esférico de caucho de radio $R=12 \text{ cm}$ y masa $m=2,5 \text{ g}$, se llena con gas de helio de densidad $\rho_H=0,33 \text{ kg/m}^3$. Una larga cuerda de algodón de masa por unidad de longitud de $\lambda=2 \text{ g/m}$, cuelga de la parte inferior del globo. Inicialmente la cuerda se encuentra de modo holgado sobre el suelo, pero cuando este asciende, jala la cuerda hacia arriba y la endereza. ¿A qué altura detendrá su ascenso el globo al alcanzar el equilibrio con la parte colgante de la cuerda? (densidad del aire $\rho_a=1,29 \text{ kg/m}^3$, $g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 2,12 m b) 2,22 m c) 2,32 m d) 2,42 m e) 2,52 m

187. Un tronco redondo de madera de diámetro $D=30 \text{ cm}$ y densidad $\rho_m=600 \text{ kg/m}^3$, flota en agua de densidad $\rho_a=1000 \text{ kg/m}^3$. ¿Qué altura sobre la superficie del agua sobresale el tronco? ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 12,0 cm b) 12,2 cm c) 12,4 cm d) 12,6 cm e) 12,8 cm

188. En la Fig.93, los cilindros de áreas de secciones $A_1=100 \text{ cm}^2$ y $A_2=200 \text{ cm}^2$, llenos de agua de densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$ y cerrados por émbolos de pesos despreciables, están en equilibrio. Si sobre el émbolo mayor se coloca un bloque de masa $m=1 \text{ kg}$. ¿Qué cantidad de calor se desprende al pasar el sistema a la nueva posición de equilibrio? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 60 mJ b) 65 mJ c) 70 mJ d) 75 mJ e) 80 mJ

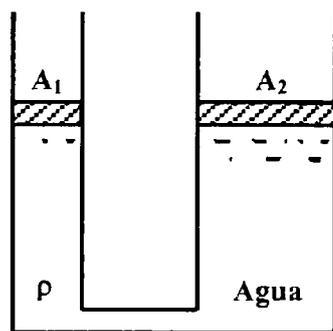


Fig.93

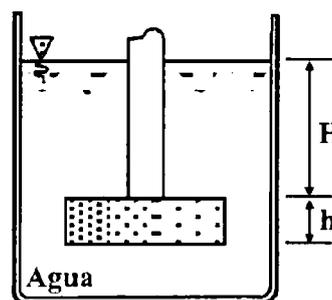


Fig.94

189. En la Fig. 94, en un depósito con agua se introduce un tubo largo de diámetro $d=4$ cm, a cuyo extremo inferior se coloca ajustadamente un disco cilíndrico de espesor $h=1$ cm y diámetro $D=8$ cm. La densidad del disco es $\rho_d=1200$ kg/m³ y del agua $\rho_a=1000$ kg/m³. El tubo se sube lentamente. ¿A qué profundidad "H" se desprenderá el disco del tubo. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 3,0 cm b) 3,2 cm c) 3,4 cm d) 3,6 cm e) 4,8 cm

190. Un barril de madera cilíndrico tiene diámetro $D=1$ m, altura $h=1,5$ m. Este barril se mantiene unido por cintas de acero en la parte superior e inferior, el área de la sección transversal de las cintas es de $A=2,6$ cm². Si el barril se llena con jugo de naranja de densidad específica $\rho=1,04$. (densidad del agua $\rho_a=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)

I) Hallar el esfuerzo de tensión en la cinta de acero superior.

- a) 730,6 N/cm² b) 732,6 N/cm² c) 734,6 N/cm² d) 736,6 N/cm² e) 738,6 N/cm²

II) Hallar el esfuerzo de tensión en la cinta de acero inferior.

- a) 1461 N/cm² b) 1463 N/cm² c) 1465 N/cm² d) 1467 N/cm² e) 1469 N/cm²

191. En la Fig. 95 se muestra una barrera cilíndrica de radio $R=2$ m y longitud $\ell=1$ m, para mantener el agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³ en el reservorio. El contacto entre el cilindro y la pared es suave. ($k=10^3$)

I) Hallar el peso del cilindro.

- a) 130,25 kN b) 130,25 kN c) 130,25 kN d) 130,25 kN e) 130,25 kN

II) Hallar la fuerza que ejerce el cilindro contra la pared.

- a) 20 kN b) 21 kN c) 22 kN d) 23 kN e) 24 kN

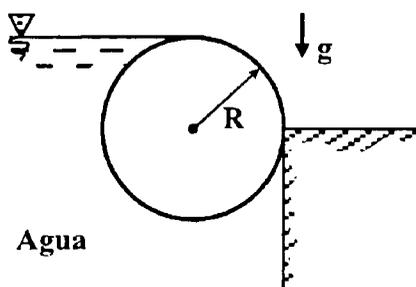


Fig.95

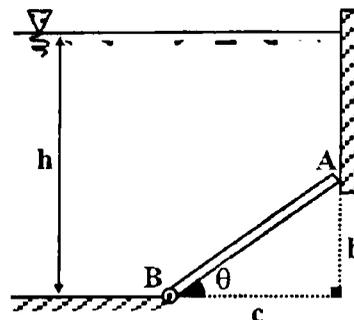


Fig.96

192. En la Fig. 96, la compuerta de ancho $a=1,2$ m, puede girar en B alrededor de la bisagra, y descansa en A suavemente sobre la pared vertical. La profundidad del agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³ es de $h=5,2$ m, además $b=2,2$ m, $c=3,0$ m.

I) Hallar la fuerza de presión del agua sobre la compuerta.

- a) 181 kN b) 182 kN c) 183 kN d) 184 kN e) 185 kN

II) Hallar la fuerza horizontal ejercida por la pared en A sobre la compuerta.

- a) 140,6 kN b) 142,6 kN c) 144,6 kN d) 146,6 kN e) 148,6 kN

III) Hallar la reacción en B sobre la compuerta.

- a) 151,1 kN b) 152,1 kN c) 153,1 kN d) 154,1 kN e) 155,1 kN

193. En la Fig.97, para la compuerta AB de longitud $\ell=2,5$ m, ancho $b=1,80$ m, hallar la fuerza de compresión sobre el soporte CD, debida a la presión del agua. Los puntos B, C y D son articulados. Peso específico del agua $\gamma=9,8 \cdot 10^3$ N/m³. ($h=0,60$ m, $\alpha=45^\circ$, $\theta=60^\circ$)

- a) 67,83 kN b) 68,83 kN c) 69,83 kN d) 70,83 kN e) 71,83 kN

194. En la Fig.98, el depósito que contiene agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, tiene longitud $\ell=6,1$ m y la sección recta mostrada.

I) Hallar la magnitud de la fuerza total que actúa sobre el lado BC.

- a) 890,7 kN b) 891,7 kN c) 892,7 kN d) 893,7 kN e) 894,7 kN

II) Hallar la magnitud de la fuerza total sobre la cara ABCDE.

- a) 431,6 kN b) 432,6 kN c) 433,6 kN d) 434,6 kN e) 435,6 kN

III) ¿A qué distancia del nivel AE del agua se encuentra el centro de presión (cp)?

- a) 3,26 m b) 3,32 m c) 3,38 m d) 3,44 m e) 3,50 m

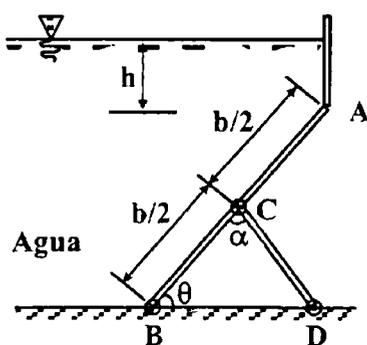


Fig.97

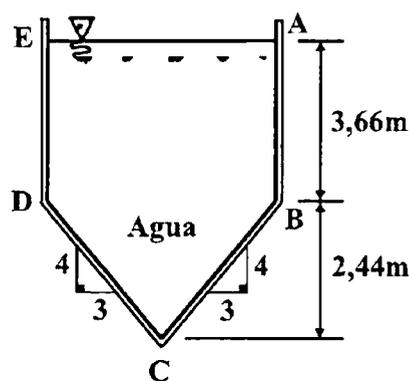


Fig.98

195. En la Fig.99, la compuerta AB tiene su eje de giro en B y su ancho es de $a=1,20$ m. ¿Qué fuerza vertical, se debe aplicar en su centro de gravedad, para mantener la compuerta de peso $W=20$ kN en equilibrio? ($a=b=1,5$ m, $\alpha=45^\circ$)

- a) 46,46 kN b) 48,46 kN c) 50,46 kN d) 52,46 kN e) 54,46 kN

196. En la Fig.100, la presa de longitud $\ell=20$ m, contiene agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, hasta una profundidad de $h=7$ m. ($\theta=60^\circ$)

I) Hallar la magnitud de la fuerza total que actúa sobre la presa.

- a) 5618 kN b) 5638 kN c) 5658 kN d) 5678 kN e) 5698 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp), a la superficie libre del agua.

- a) 4,37 m b) 4,47 m c) 4,57 m d) 4,67 m e) 4,77 m

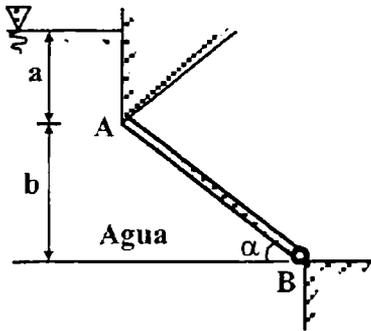


Fig.99

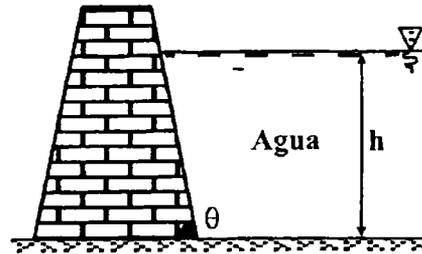


Fig.100

197. En la Fig.101, hallar el valor de "z" de forma que la fuerza total sobre la barra BD no sobrepase los 80 kN al suponer que la longitud en la dirección perpendicular a la hoja es de $\ell=1,20$ m y que la barra BD está articulada en ambos extremos. ($\gamma=10^4$ N/m³)

- a) 1,7 m b) 1,8 m c) 1,9 m d) 2,0 m e) 2,1 m

198. En la Fig.102, la compuerta semicilíndrica de diámetro $D=1,2$ m, tiene una longitud de $\ell=1$ m. Si el coeficiente de fricción entre la compuerta y sus guías es de $\mu=0,1$, hallar la fuerza "P" requerida para elevar la compuerta de peso $W=5$ kN. El peso específico del agua es $\gamma=10^4$ N/m³.

- a) 1,83 kN b) 1,84 kN c) 1,85 kN d) 1,86 kN e) 1,87 kN

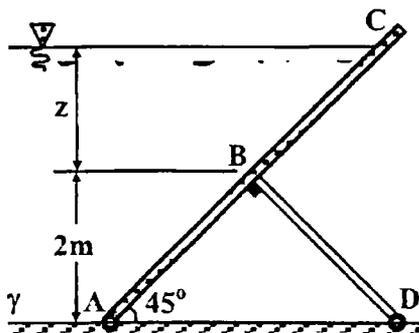


Fig.101

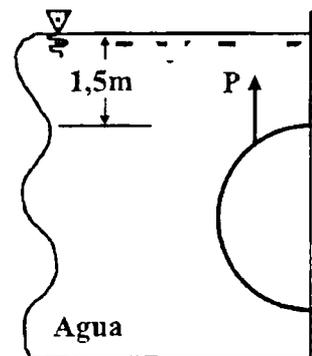


Fig.102

199. Un depósito de paredes laterales verticales contiene $h_m=1$ m de mercurio y $h_a=5,5$ m de agua. Las densidades del mercurio y agua son, $\rho_m=13,6$ g/cm³ y $\rho_a=1$ g/cm³.

I) Hallar la fuerza que actúa sobre una porción cuadrada de una de las paredes laterales de área cuadrada de lados $a=50$ cm, la mitad de la cuál está bajo la superficie de mercurio. Los lados del cuadrado están situados verticales y horizontales, respectivamente.

- a) 15,13 kN b) 15,23 kN c) 15,33 kN d) 15,43 kN e) 15,53 kN

II) Hallar la distancia de aplicación de la fuerza resultante sobre la superficie cuadrada, a la superficie libre del agua.

- a) 5,32 m b) 5,42 m c) 5,52 m d) 5,62 m e) 5,72 m

200. En la Fig.103, el émbolo hueco en forma de tronco de cono de diámetros "D" y "d", puede desplazarse verticalmente. El peso específico del agua es de $\gamma=10^4$ N/m³.

I) Hallar la fuerza de presión del agua, sobre la superficie lateral del émbolo, cuando $D=12$ cm $d=4$ cm, $h=8$ cm, $H=12$ cm

- a) 15,4 N b) 16,4 N c) 17,4 N d) 18,4 N e) 19,4 N

II) Hallar la razón de diámetros $D/d=?$, cuando el émbolo está en equilibrio y $H=6h$.

- a) 2,5 b) 3,0 c) 3,5 d) 4,0 e) 4,5

201. En la Fig.104, el émbolo hueco de peso $W=50$ N y diámetro $D=3d$ ocupa la posición inicial mostrada. El tubo lateral tiene un diámetro $d_1=d/2$. Hallar el descenso del émbolo para la posición de equilibrio. ($b=12$ cm, $d=8$ cm, $\gamma=10^4$ N/m³)

- a) 19,0 cm b) 19,3 cm c) 19,6 cm d) 19,9 cm e) 20,2 cm

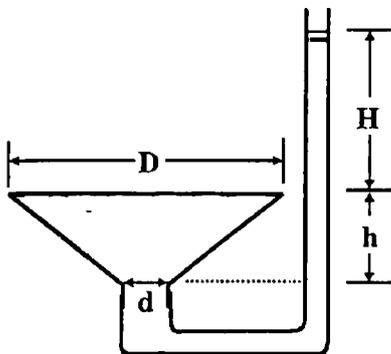


Fig.103

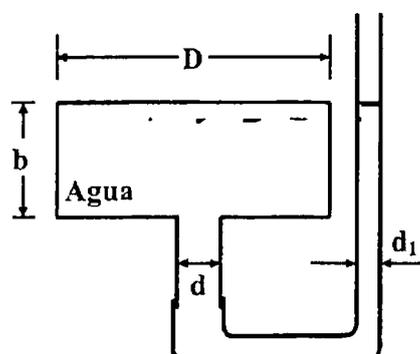


Fig.104

202. Una placa en forma de triángulo isósceles, de base $a=6$ m y altura $b=8$ m, está sumergido verticalmente en un aceite de densidad relativa $\rho_r=0,8$, con su eje de simetría horizontal. Si la altura del aceite sobre el eje horizontal es de $h=4,3$.

I) Hallar la fuerza de presión del aceite, sobre una de las caras del triángulo.

- a) 821,6 kN b) 823,6 kN c) 825,6 kN d) 827,6 kN e) 829,6 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp), a la superficie libre del aceite.

- a) 4,45 m b) 4,55 m c) 4,65 m d) 4,75 m e) 4,85 m

203. Una placa cuadrada de lados $a=4$ m está sumergida verticalmente en agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, con dos lados horizontales a la superficie libre del agua.

I) ¿A qué profundidad está sumergida la placa, si la distancia del centro de presión (cp) al centro de gravedad (cg) es de $d=25$ cm?

- a) 3,13 m b) 3,23 m c) 3,33 m d) 3,43 m e) 3,53 m

II) Hallar la fuerza de presión total del agua sobre una de las caras de la placa.

- a) 851,8 kN b) 852,8 kN c) 853,8 kN d) 854,8 kN e) 855,8 kN

204. En la Fig.105, el cilindro de peso $W=60$ kN, diámetro $D=2$ m y longitud $\ell=2$ m está sometido a la acción del agua de densidad $\rho_a=1000$ kg/m³ por su lado izquierdo, y de un aceite de densidad relativa $\rho_r=0,8$ por su lado derecho. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la componente normal de la fuerza de presión en B.

- a) 4,39 kN b) 4,49 kN c) 4,59 kN d) 4,69 kN e) 4,79 kN

II) Hallar la fuerza horizontal debida al aceite y al agua si el nivel de aceite desciende 0,5 m.

- a) 53,76 kN b) 54,76 kN c) 55,76 kN d) 56,76 kN e) 57,76 kN

205. En la Fig.106, para una longitud de $\ell=4$ m de la compuerta, hallar el momento (en kN·m) no compensado, respecto del eje de giro O, debido al agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, cuando esta alcanza el nivel A.

- a) 231,15 b) 233,15 c) 235,15 d) 237,15 e) 239,15

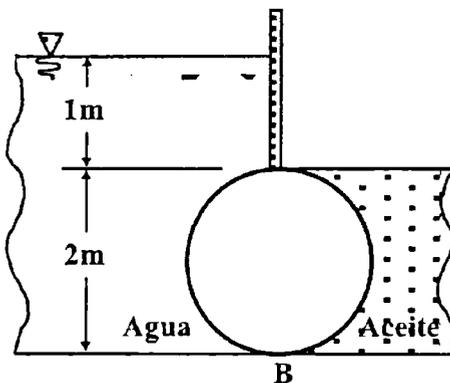


Fig.105

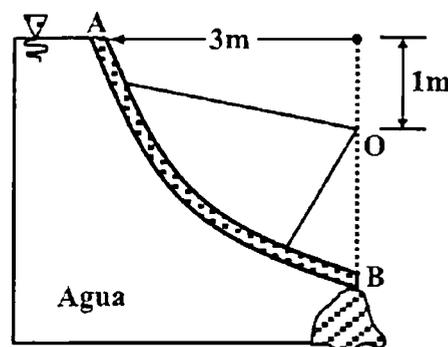


Fig.106

206. En la Fig.107, la superficie vertical mostrada está en contacto con el agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³.

I) Hallar la fuerza resultante sobre la superficie, debida a la acción del agua.

- a) 63,92 kN b) 64,92 kN c) 65,92 kN d) 66,92 kN e) 67,92 kN

II) ¿A qué distancia del origen O, se encuentra el centro de presión (cp)?

- a) 2,38 m b) 2,42 m c) 2,46 m d) 2,50 m e) 2,54 m

207. En la Fig. 108, se muestra la sección recta de un depósito de longitud $\ell=1,2$ m, lleno de agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, que está a la presión de $P=14$ kPa. El cilindro es de radio $R=0,61$ m y peso despreciable. ($h=0,91$ m)

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza requerida para mantener al cilindro en la posición mostrada.

- a) 20,2 kN b) 21,2 kN c) 23,2 kN d) 24,2 kN e) 25,2 kN

II) Hallar la componente vertical de la fuerza requerida para mantener al cilindro en la posición mostrada.

- a) 12,5 kN b) 13,5 kN c) 14,5 kN d) 15,5 kN e) 16,5 kN

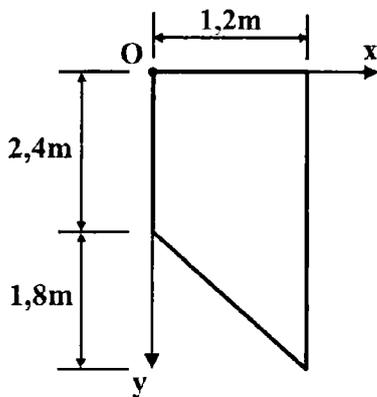


Fig. 107

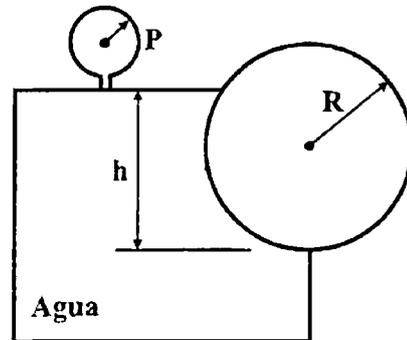


Fig. 108

208. En la Fig. 109, la profundidad del agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³ contenido en la compuerta de radio $R=6,1$ m del tipo Tainter es de $H=3,05$ m.

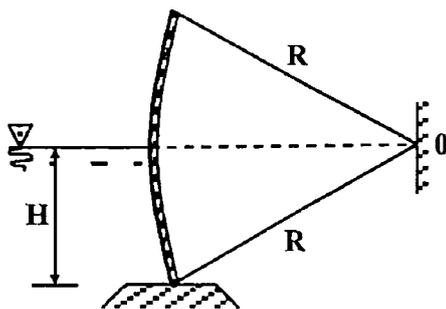


Fig. 109

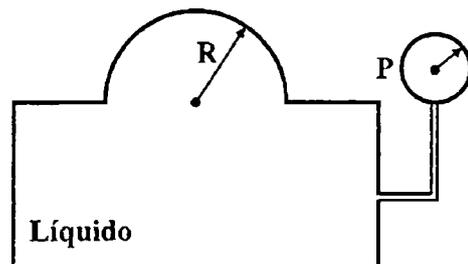


Fig. 110

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión del agua por unidad de longitud,

sobre la compuerta.

- a) 43,51 kN/m b) 44,51 kN/m c) 45,51 kN/m d) 46,51 kN/m e) 47,51 kN/m

II) Hallar la componente vertical de la fuerza de presión del agua por unidad de longitud, sobre la compuerta.

- a) 13,85 kN/m b) 14,85 kN/m c) 15,85 kN/m d) 16,85 kN/m e) 17,85 kN/m

209. En la Fig.110, hallar la fuerza vertical que actúa sobre la bóveda semicilíndrica de radio $R=0,61\text{ m}$, longitud $\ell=1,83\text{ m}$, cuando la presión manométrica leída es de $P=58,3\text{ kPa}$. (Peso específico relativo del líquido $\gamma_r=1,6$, peso específico del agua $\gamma=10^4\text{ N/m}^3$)

- a) 110,9 kN b) 111,9 kN c) 112,9 kN d) 113,9 kN e) 114,9 kN

210. En la Fig.110, hallar la fuerza vertical que actúa sobre la bóveda semiesférica de radio $R=0,61\text{ m}$, longitud $\ell=1,83\text{ m}$, cuando la presión manométrica leída es de $P=58,3\text{ kPa}$. (Peso específico relativo del líquido $\gamma_r=1,6$, peso específico del agua $\gamma=10^4\text{ N/m}^3$)

- a) 60,5 kN b) 61,5 kN c) 62,5 kN d) 63,5 kN e) 64,5 kN

211. En la Fig.111, el depósito que se encuentra sobre una placa horizontal, contiene agua de peso específico $\gamma=10^4\text{ N/m}^3$. Los diámetros son $D=4\text{ m}$ y $d=1\text{ m}$, en tanto las alturas $H=2\text{ m}$ y $h=3\text{ m}$, respectivamente.

I) Hallar la fuerza del agua sobre la placa del fondo AB de la tubería de diámetro "d".

- a) 37,27 kN b) 38,27 kN c) 39,27 kN d) 40,27 kN e) 41,27 kN

II) Hallar la fuerza total del agua sobre el plano C.

- a) 270,9 kN b) 271,9 kN c) 272,9 kN d) 273,9 kN e) 274,9 kN

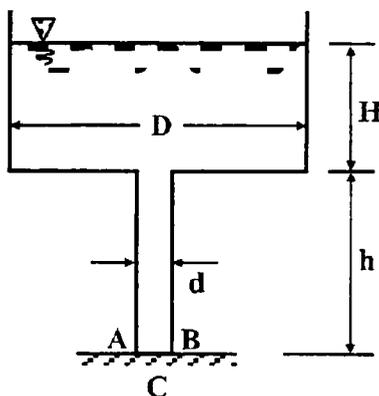


Fig.111

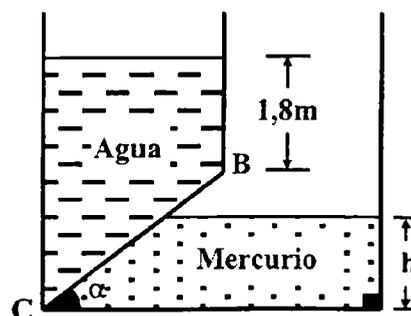


Fig.112

212. En la Fig.112, el depósito tiene una longitud de $\ell=3\text{ m}$, y el fondo inclinado BC tiene un ancho de $a=2,5\text{ m}$. ¿Qué profundidad de mercurio genera un momento respecto de C, de

$M=14 \cdot 10^4 \text{ m}\cdot\text{N}$, debido a la acción de los dos líquidos, en el sentido de las agujas del reloj? (Pesos específicos del agua y mercurio $\gamma_a=10^4 \text{ N/m}^3$, $\gamma_m=13,6 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$, $\alpha=30^\circ$)

- a) 58,6 cm b) 61,6 cm c) 64,6 cm d) 67,6 cm e) 70,6 cm

213. En la Fig.113, la compuerta en forma de cuadrante de cilindro, tiene un radio de $R=3 \text{ m}$ y una longitud de $\ell=6 \text{ m}$. El peso específico del agua es de $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$.

I) Hallar la componente horizontal de la reacción en el eje O.

- a) 120 kN b) 122 kN c) 124 kN d) 126 kN e) 128 kN

II) Hallar la componente vertical de la reacción en el eje O.

- a) 241,56 kN b) 243,56 kN c) 245,56 kN d) 247,56 kN e) 249,56 kN

III) Hallar la coordenada " y_{cp} " del centro de presión (cp).

- a) 2,13 m b) 2,23 m c) 2,33 m d) 2,43 m e) 2,53 m

IV) Hallar la coordenada " x_{cp} " del centro de presión (cp).

- a) 1,13 m b) 1,23 m c) 1,33 m d) 1,43 m e) 1,53 m

V) Demostrar que los momentos respecto de O, de las componentes de la fuerza de presión del agua, son iguales en magnitud, pero de sentidos opuestos.

214. En la Fig.114, el dique de sección en forma de parábola contiene agua de peso específico $\gamma=1,025 \cdot 10^4 \text{ N/m}^3$, hasta una profundidad de $h=3 \text{ m}$.

I) Hallar la magnitud de la fuerza de presión del agua por unidad de longitud, que actúa sobre el dique parabólico.

- a) 60,95 kN b) 62,95 kN c) 64,95 kN d) 66,95 kN e) 68,95 kN

II) Hallar la dirección de la fuerza de presión del agua por unidad de longitud, respecto de la horizontal.

- a) 40° b) 42° c) 44° d) 46° e) 48°

III) Hallar la distancia de la componente vertical de la fuerza de presión del agua, al punto O.

- a) 0,918 m b) 0,938 m c) 0,958 m d) 0,978 m e) 0,998 m

IV) Hallar la distancia entre el centro de gravedad (cg) y el centro de presión (cp).

- a) 60 cm b) 65 cm c) 70 cm d) 75 cm e) 80 cm

V) Hallar el momento de la fuerza de presión del agua por unidad de longitud, respecto del punto A.

- a) 161,2 kN·m b) 163,2 kN·m c) 165,2 kN·m d) 167,2 kN·m e) 169,2 kN·m

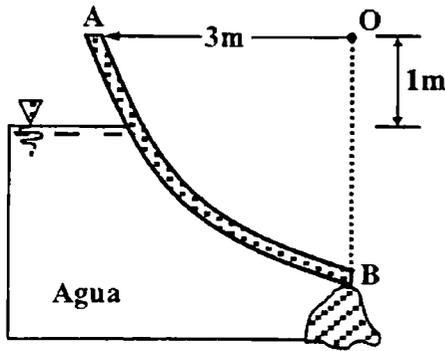


Fig.113

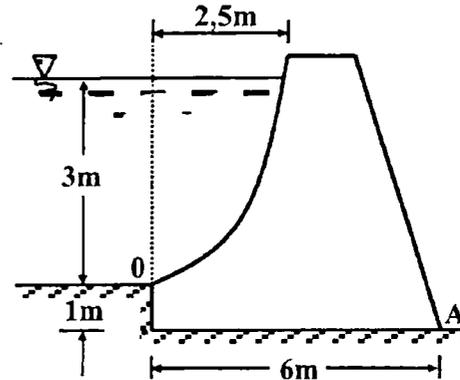


Fig.114

215. En la Fig.115, el cilindro mostrado tiene un diámetro $D=2,4$ m y una longitud $\ell=3$ m. Asumiendo una condición hermética en el punto A y que el cilindro no rota. El peso específico del agua es de $\gamma=10^4$ N/m³. ($\mu=0,15$)

I) Hallar la fuerza de presión del agua, que actúa sobre el cilindro.

- a) 105,86 kN b) 106,86 kN c) 107,86 kN d) 108,86 kN e) 109,86 kN

II) Hallar la dirección de la fuerza de presión del agua, respecto de la horizontal.

- a) 30,15° b) 32,15° c) 34,15° d) 36,15° e) 38,15°

III) Hallar la distancia del centro de presión (cp) al centro del cilindro.

- a) 61 cm b) 63 cm c) 65 cm d) 67 cm e) 69 cm

IV) Hallar el peso que debe tener el cilindro, para que esta no ascienda verticalmente.

- a) 52,89 kN b) 53,89 kN c) 54,89 kN d) 55,89 kN e) 56,89 kN

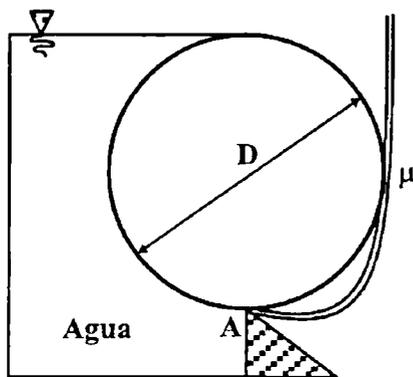


Fig.115

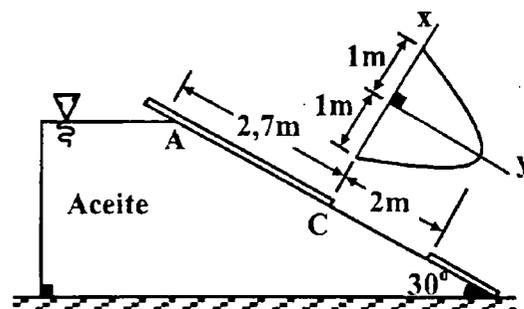


Fig.116

216. En la Fig.116, la placa plana con eje de giro en C tiene una forma exterior dada por la ecuación: $x^2+0,5y=1$. La densidad relativa del aceite es $\rho_r=0,8$, la densidad del agua $\rho_o=1000$ kg/m³, y la aceleración de la gravedad $g=9,8$ m/s².

I) Hallar la fuerza de presión que ejerce el aceite sobre la placa parabólica.

- a) 36,68 kN b) 37,68 kN c) 38,68 kN d) 39,68 kN e) 40,68 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp) al eje de giro.

- a) 85,8 cm b) 86,8 cm c) 87,8 cm d) 88,8 cm e) 89,8 cm

III) Hallar el momento de la fuerza de presión del aceite, respecto del eje de giro C.

- a) 32,61 kN·m b) 33,61 kN·m c) 34,61 kN·m d) 35,61 kN·m e) 36,61 kN·m

217. En la Fig. 117, el dique ABC es de concreto de peso específico $\gamma_c = 22 \text{ kN/m}^3$ y tiene un ancho de $a = 38 \text{ m}$. El peso específico del agua es de $\gamma_a = 10^4 \text{ N/m}^3$. ($M = 10^6$, $G = 10^9$)

I) Hallar la fuerza hidrostática sobre la superficie AB.

- a) 971,8 MN b) 972,8 MN c) 973,8 MN d) 974,8 MN e) 975,8 MN

II) Hallar el momento de la fuerza hidrostática, respecto del punto C.

- a) 2,07 GN·m b) 2,17 GN·m c) 2,27 GN·m d) 2,37 GN·m e) 2,47 GN·m

III) Hallar el momento del peso del dique, respecto del punto C.

- a) 20,6 GN·m b) 21,6 GN·m c) 22,6 GN·m d) 23,6 GN·m e) 24,6 GN·m

218. En la Fig. 118, la compuerta ABC de forma parabólica puede girar alrededor de A y está sometida a la acción de un aceite de densidad $\rho_a = 800 \text{ kg/m}^3$. Si el centro de gravedad de la compuerta está en B. El vértice de la parábola está en A. ¿Qué peso debe tener la compuerta por metro de longitud para que se mantenga en equilibrio? ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 5,17 kN/m b) 5,37 kN/m c) 5,57 kN/m d) 5,77 kN/m e) 5,97 kN/m

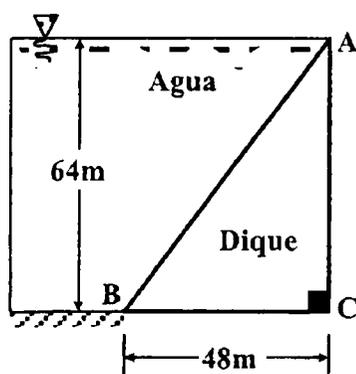


Fig. 117

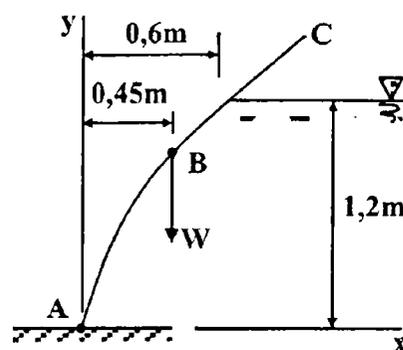


Fig. 118

219. En la Fig. 119, la compuerta automática ABC pesa $W = 32,34 \text{ kN}$ por cada metro de longitud y su centro de gravedad se sitúa a $x = 1,8 \text{ m}$ a la derecha del eje de giro A. La densidad del agua es de $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar el momento resultante (en $\text{N}\cdot\text{m}$) respecto del pun

to de giro A, e indicar si la compuerta se abre o no. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 24,52, (si) b) 24,52, (no) c) 25,52, (si) d) 25,52, (no) e) 27,52, (si)

220. En la Fig. 120, el muro de hormigón tiene un peso específico de $\gamma_o=23,6 \text{ kN/m}^3$. El coeficiente de fricción entre la base del muro y el terreno de cimentación es de $\mu=0,42$. Utilizar 1,5 como coeficiente de seguridad contra el deslizamiento. ($\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$ del agua)

I) Hallar el ancho "a" que debe tener el muro de hormigón a fin de no experimentar deslizamiento.

- a) 2,89 m b) 2,99 m c) 3,09 m d) 3,19 m e) 3,29 m

II) Hallar el coeficiente de seguridad contra vuelco, e indicar si el muro se vuelca o no.

- a) 3,11 (no) b) 0,75 (si) c) 3,31 (no) d) 0,54 (si) e) 3,51, (no)

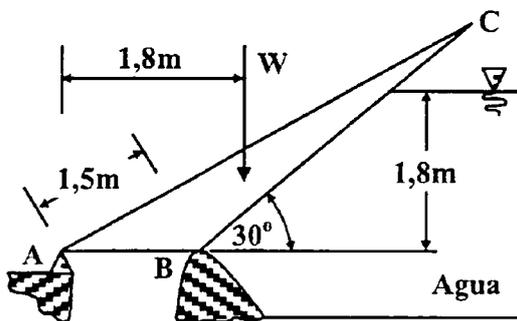


Fig. 119

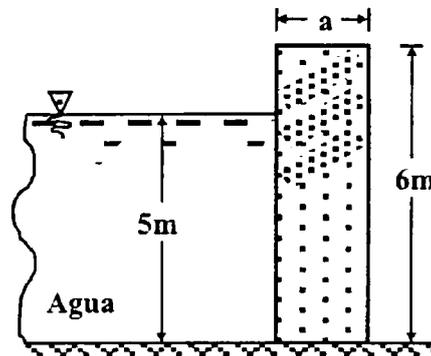


Fig. 120

221. Una placa triangular de base $a=3,6 \text{ m}$, altura $h=2,7 \text{ m}$ esta sumergida verticalmente con su vértice en la superficie del aceite y su base paralela a ella. Una placa rectangular de base $a=3,6 \text{ m}$, y altura $H=2,4 \text{ m}$ sumergida verticalmente en agua, se une a la placa triangular por sus bases. Las densidades del aceite y agua son, $\rho_a=800 \text{ g/m}^3$, $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$, respectivamente. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la fuerza de presión total que actúa sobre las placas.

- a) 313,08 kN b) 323,08 kN c) 333,08 kN d) 343,08 kN e) 353,08 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp) en la placa triangular, respecto de la superficie libre del aceite.

- a) 1,825 m b) 1,925 m c) 2,025 m d) 2,125 m e) 2,225 m

III) Hallar la distancia del centro de presión (cp) en la placa rectangular, respecto de la superficie libre del aceite.

- a) 3,843 m b) 3,943 m c) 4,043 m d) 4,143 m e) 4,243 m

IV) Hallar la distancia del centro de presión (cp) del conjunto de placas a la superficie libre

del aceite.

- a) 3,351 m b) 3,451 m c) 3,551 m d) 3,651 m e) 3,751 m

222. Un tubo de madera de diámetro interior $D=1$ m está sujetado por bandas de acero de ancho $a=10$ cm y espesor $s=1,5$ cm. Para una tensión permitida de $\sigma_r=11,76$ kN/cm² y presión interna de $P=117,6$ N/cm². Hallar el espaciamiento entre las bandas de acero.

- a) 26 cm b) 28 cm c) 30 cm d) 32 cm e) 34 cm

223. En la Fig.121, la placa mostrada muy delgada esta sumergida verticalmente en vinagre de densidad relativa $\rho_r=0,8$. La densidad del agua es $\rho_o=1000$ kg/m³ y $g=9,8$ m/s².

I) Hallar la magnitud de la fuerza de presión del vinagre sobre una de las caras de la placa.

- a) 1324,56 kN b) 1334,56 kN c) 1344,56 kN d) 1354,56 kN e) 1364,56 kN

II) ¿A qué profundidad se encuentra el centro de gravedad (cg) de la placa?

- a) 5,51 m b) 5,61 m c) 5,71 m d) 5,81 m e) 5,91 m

III) ¿A qué profundidad se encuentra el centro de presión (cp) de la placa?

- a) 6,25 m b) 6,35 m c) 6,45 m d) 6,55 m e) 6,65 m

IV) Hallar la distancia entre el centro de gravedad (cg) y presión (cp) de la placa.

- a) 62 cm b) 63 cm c) 64 cm d) 65 cm e) 66 cm

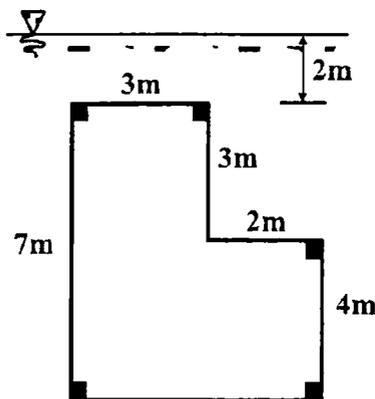


Fig.121

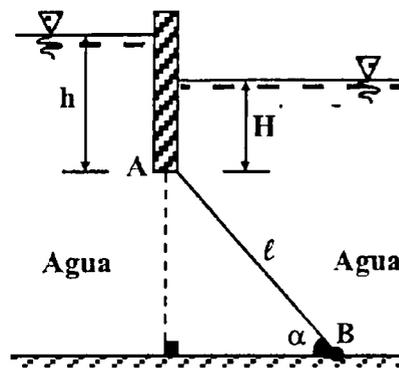


Fig.122

224. En la Fig.122, la compuerta tiene una longitud de $l=5$ m, un ancho de $a=2$ m, pesa $W=9$ kN y descansa suavemente en la pared vertical en A, y puede girar alrededor de B. La densidad del agua $\rho_o=1000$ kg/m³. ($g=9,8$ m/s², $H=1,5$ m, $\alpha=53^\circ$)

I) ¿Para qué profundidad "h" mínima del agua, la compuerta se abre?

- a) 1,50 m b) 1,53 m c) 1,56 m d) 1,59 m e) 1,62 m

II) Hallar la fuerza total de presión del agua, que actúa sobre la compuerta.

- a) 5,58 kN b) 5,68 kN c) 5,78 kN d) 5,88 kN e) 5,98 kN

III) Hallar la distancia del centro de presión (c_p) de la compuerta a su centro de gravedad.

- a) 1,0 cm b) 1,5 cm c) 2,0 cm d) 2,5 cm e) 3,0 cm

225. En la Fig.123, la compuerta automática cilíndrica de radio $R=60$ cm, articulada en el punto A, retiene el agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³. Cuando la profundidad del agua llega a $h=4,6$ m la compuerta se abre. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la fuerza de presión del agua que actúa sobre el cilindro por cada metro de longitud de este, cuando la compuerta se abre.

- a) 36,08 kN b) 36,28 kN c) 36,48 kN d) 36,68 kN e) 36,88 kN

II) Hallar la dirección de la línea de acción de la fuerza de presión, respecto de la horizontal.

- a) 46° 07' 07" b) 46° 27' 07" c) 46° 47' 07" d) 46° 67' 07" e) 46° 87' 07"

II) Hallar el peso de la compuerta cilíndrica por cada metro de longitud de este.

- a) 26,09 kN b) 26,29 kN c) 26,49 kN d) 26,69 kN e) 26,89 kN

226. En la Fig.124, el flujo de agua del depósito se controla mediante la compuerta en forma de "L" de ancho $a=1,5$ m, articulada en el punto A. ¿Para qué masa "m" del bloque, la compuerta se abre, cuando la altura del agua es de $h=3,6$ m? ($\rho_o=1000$ kg/m³, $H=4,6$ m, $b=2,4$ m, $g=9,8$ m/s²)

- a) 13,17 kg b) 13,37 kg c) 13,57 kg d) 13,77 kg e) 13,97 kg

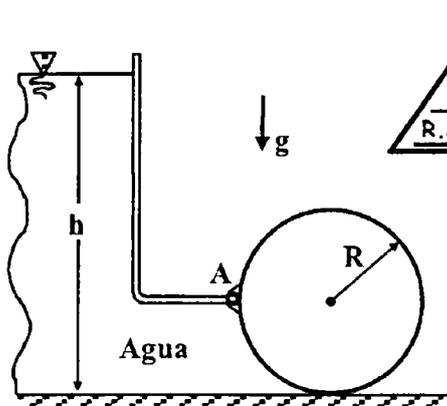


Fig.123

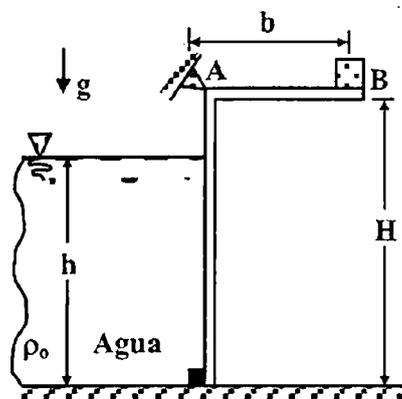


Fig.124

227. En la Fig.125, la placa rectangular de altura $h=6$ m y ancho $a=5$ m, bloquea el extremo de un canal de agua dulce de profundidad $H=5$ m. La placa puede girar respecto de su borde superior que pasa por A, y su apertura la restringe un borde fijo en B. Hallar la fuerza que se ejerce sobre la placa por el borde en B. ($\rho_o=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 442,13 kN b) 442,33 kN c) 442,53 kN d) 442,73 kN e) 442,93 kN

228. En la Fig. 126, la artesa de agua de sección transversal semicircular de radio $R=0,7$ m consta de dos partes simétricas articuladas entre sí en el fondo en A. Las dos partes se mantienen unidas mediante cables y tensores colocados cada $a=3$ m a lo largo de la longitud de la artesa. Hallar la tensión en cada cable, cuando la artesa está llena de agua hasta el borde. ($\rho_o=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 7,0 kN b) 7,2 kN c) 7,4 kN d) 7,6 kN e) 7,8 kN

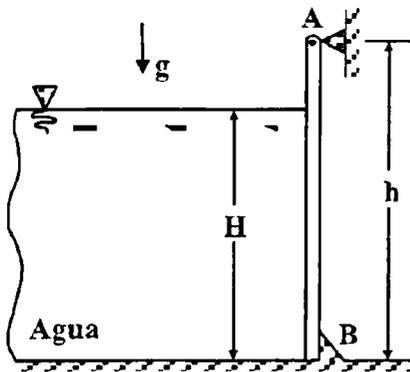


Fig.125

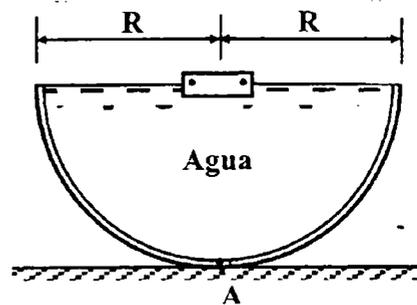


Fig.126

229. En la Fig. 127, el tanque cerrado está lleno con agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³, y tiene una longitud de $\ell=1,5$ m. La presión manométrica en el tanque es de $P_m=48,3$ kPa y a $0=0,61$ m. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la altura del agua en la columna abierta.

- a) 5,42 m b) 5,46 m c) 5,50 m d) 5,54 m e) 5,58 m

II) Hallar la presión manométrica que actúa en el fondo AB del tanque.

- a) 60,06 kPa b) 60,26 kPa c) 60,46 kPa d) 60,66 kPa e) 60,86 kPa

III) Hallar la presión absoluta del aire en la parte superior del tanque si la presión atmosférica local es de $P_o=101,4$ kPa.

- a) 145,7 kPa b) 146,7 kPa c) 147,7 kPa d) 148,7 kPa e) 149,7 kPa

230. En la Fig. 128, los cascarones semiesféricos de radios $R=0,46$ m, están unidos mediante pernos. El contenedor esférico resultante, que pesa $W_c=1780$ N, está lleno de mercurio de densidad $\rho_m=13,6$ kg/m³ y sostenido por el cable. El contenedor está herméticamente cerrado. Si ocho pernos están situados simétricamente alrededor de la circunferencia media, hallar la fuerza que experimenta cada perno. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 8,602 kN b) 8,622 kN c) 8,642 kN d) 8,662 kN e) 8,682 kN

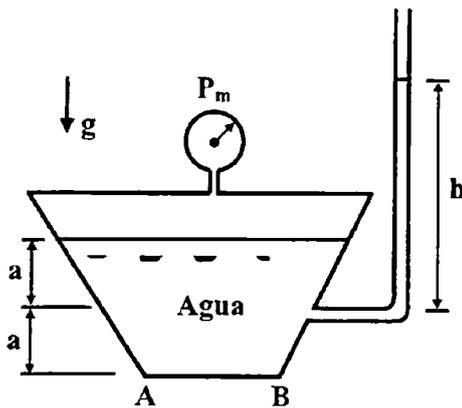


Fig.127

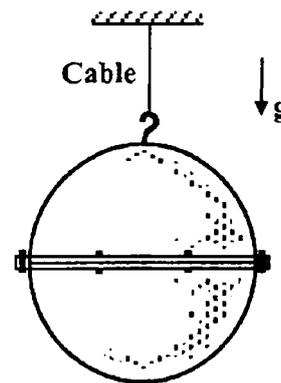


Fig.128

231. En la Fig.129, la presa de agua tiene un puntal AB cada $d=6$ m de distancia. La densidad del agua es de $\rho_o=1000$ kg/m³. Despreciando el peso de la presa, hallar la fuerza de compresión en el puntal. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 130,76 kN b) 131,76 kN c) 132,76 kN d) 133,76 kN e) 134,76 kN

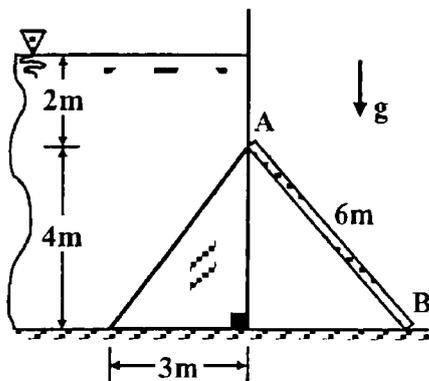


Fig.129

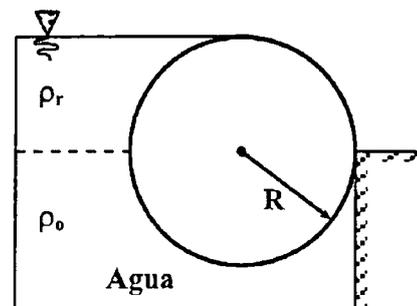


Fig.130

232. En la Fig.130, el tronco de radio $R=2$ m detiene el agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³. La densidad relativa del aceite es de $\rho_r=0,8$. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar el peso del tronco cilíndrico por cada metro de longitud.

- a) 51,85 kN b) 52,85 kN c) 53,85 kN d) 54,85 kN e) 55,85 kN

II) Hallar la fuerza por metro de longitud sobre el tronco que lo empuja contra la presa.

- a) 13,68 kN b) 14,68 kN c) 15,68 kN d) 16,68 kN e) 17,68 kN

III) Hallar la densidad relativa del tronco cilíndrico.

- a) 0,405 b) 0,425 c) 0,445 d) 0,465 e) 0,485

IV) Hallar la distancia del punto en la que actúa el empuje del agua, respecto de la superficie libre del aceite.

- a) 2,903 m b) 2,933 m c) 2,963 m d) 2,993 m e) 3,023 m

233. En la Fig.131, la compuerta rectangular AB tiene una longitud de $a=5$ m, y un ancho de $b=3$ m. La densidad del agua es de $\rho_0=1000$ kg/m³. Mediante tres técnicas diferentes ($g=9,8$ m/s², $h=3$ m, y $\theta=53^\circ$)

I) Hallar la fuerza de presión del agua, sobre la compuerta AB.

- a) 731 kN b) 733 kN c) 735 kN d) 737 kN e) 739 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp) al punto 0.

- a) 6,503 m b) 6,523 m c) 6,543 m d) 6,563 m e) 6,583 m

234. En la Fig.132, la placa delgada en forma de trapecio esta sumergida verticalmente en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m². ($g=9,8$ m/s², $a=12$ cm, $b_1=20$ cm, $b_2=14$ cm)

I) Hallar una expresión para la fuerza de presión del agua en función de ρ_0 , a , b_1 , b_2 y g .

II) Evaluar la expresión para la fuerza de presión del agua.

- a) 15,17 kN b) 16,17 kN c) 17,17 kN d) 18,17 kN e) 19,17 kN

III) Hallar una expresión para la distancia " ξ " del centro de presión (cp) al eje-y.

IV) Evaluar la expresión para la distancia " ξ " del centro de presión (cp) al eje-y.

- a) 3,16 cm b) 3,36 cm c) 3,56 cm d) 3,76 cm e) 3,96 cm

V) Hallar una expresión para la distancia " ζ " del centro de presión (cp) al eje-x.

VI) Evaluar la expresión para la distancia " ζ " del centro de presión (cp) al eje-x.

- a) 12,22 cm b) 13,22 cm c) 14,22 cm d) 15,22 cm e) 16,22 cm

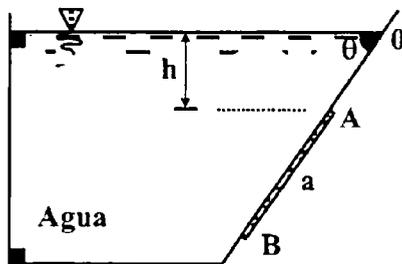


Fig.131

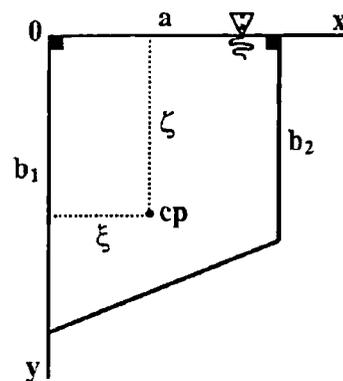


Fig.132

235. En la Fig.133, la compuerta rectangular AB tiene un ancho de $a=4$ m, y está conectada a la barra y a través de una polea a la esfera compacta de densidad relativa $\rho_r=2,4$. La densidad del agua es de $\rho_0=1000$ kg/m³. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la fuerza de presión del agua sobre la compuerta.

- a) 1230,8 kN b) 1232,8 kN c) 1234,8 kN d) 1236,8 kN e) 1238,8 kN

II) ¿A qué profundidad se sitúa el centro de presión (cp)?

- a) 10,17 m b) 10,37 m c) 10,57 m d) 10,77 m e) 10,97 m

III) ¿Qué radio mínimo debe tener la esfera para que la compuerta se mantenga cerrada?

- a) 95,1 cm b) 96,1 cm c) 97,1 cm d) 98,1 cm e) 99,1 cm

236. En la Fig.134, el bebedero triangular puede girar en la bisagra A, y se mantiene unido por su parte superior mediante el cable BC. Si el espaciamiento entre los cables es de $b=1$ m, en la dirección perpendicular al papel. Hallar la tensión en el cable. ($\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\alpha=110^\circ$)

- a) 88,06 kN b) 88,26 kN c) 88,46 kN d) 88,66 kN e) 88,86 kN

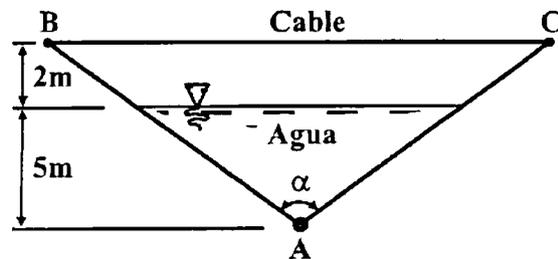
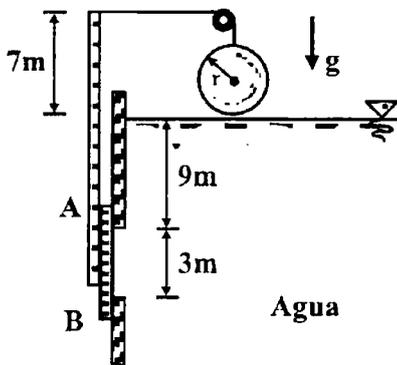


Fig.133

Fig.134

237. En la Fig.135, el panel parabólico ABC de lados $a=6$ m y $b=10$ m, está sumergido verticalmente en agua de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $h=1$ m)

I) Hallar la profundidad a la que se encuentra el centro de (cg) del panel parabólico.

- a) 6,6 m b) 6,8 m c) 7,0 m d) 7,2 m e) 7,4 m

II) Hallar la fuerza de presión del agua sobre el panel parabólico.

- a) 2704 kN b) 2724 kN c) 2744 kN d) 2764 kN e) 2784 kN

III) Hallar la distancia del centro de presión (cp) del panel, a la superficie libre del agua.

- a) 7,18 m b) 7,38 m c) 7,58 m d) 7,78 m e) 7,98 m

IV) Hallar el momento (en $10^6 \text{ N}\cdot\text{m}$) de la fuerza de presión del agua, respecto de la superficie libre.

- a) 21,097 b) 21,297 c) 21,497 d) 21,697 e) 21,897

238. En la Fig. 136, el dique de concreto de peso $W=23,6$ kN descansa sobre un piso sólido. Asumiendo que la presión del fluido no varía a lo largo de la base. ¿Para qué valor mínimo del coeficiente de fricción entre el dique y la base, este no experimenta deslizamiento a la profundidad mostrada. Hacer los cálculos para cada metro de longitud del dique.

- a) 0,107 b) 0,127 c) 0,147 d) 0,167 e) 0,187

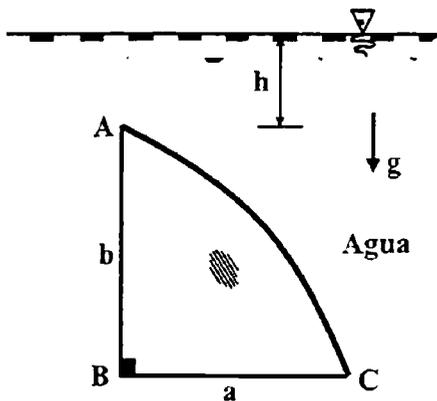


Fig.135

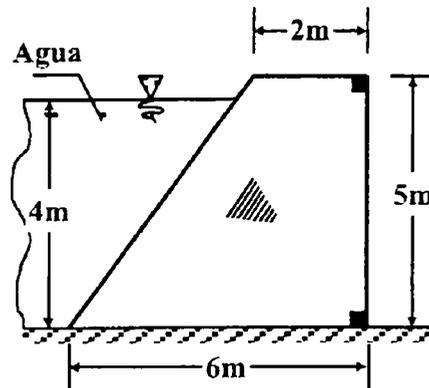


Fig.136

239. Se tiene un depósito rectangular abierto de ancho "b" y altura "H" que contiene un líquido cuyo peso específico varía con la profundidad "h", según: $\gamma=c_1+c_2h$, siendo " c_1 ", y " c_2 " constantes.

- I) Hallar una expresión para la fuerza de presión del líquido, ejercida sobre una de las paredes del depósito.
II) Hallar la expresión para la distancia del centro de presión (cp) a la superficie libre.

240. En la Fig. 137, la compuerta es una placa delgada homogénea de área "A", que controla el paso de un líquido de densidad " ρ_0 ".

- I) Demostrar que la fuerza de presión ejercida por el líquido sobre la compuerta, viene dado por: $F=\rho_0gh_{cg}A$, donde " h_{cg} " es la profundidad a la que se encuentra su centro de gravedad (cg).
II) Demostrar que la abscisa " y_{cp} " del centro de presión (cp) es: $y_{cp}=(I_{cg}\text{sen}\theta/h_{cg}A)+h_{cg}/\text{sen}\theta$ donde " h_{cg} " es la profundidad del centro de gravedad (cg), " I_{cg} " es el momento de inercia respecto del eje paralelo a la superficie libre, y que pasa por el centro de gravedad (cg) de la compuerta.
III) Demostrar que la ordenada " x_{cp} " del centro de presión (cp) es: $x_{cp}=(I_{xy})_{cg}/y_{cg}A)+y_{cg}$, donde " y_{cg} " es la abscisa del centro de gravedad (cg), " I_{xy} " es el momento de inercia cruzado, respecto del eje paralelo a la superficie libre, y que pasa por el centro de gravedad.

241. En la Fig. 138, el domo hemisférico de masa $m=5\cdot 10^4$ kg y diámetro $D=6$ m situado sobre una superficie horizontal contiene agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³. ¿Hasta que altura

ra "h" en el tubo se debe llenar con agua, a fin de elevar el domo?. El tubo esta sujeto al domo. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 75,8 cm b) 76,8 cm c) 77,8 cm d) 78,7 cm e) 79,7 cm

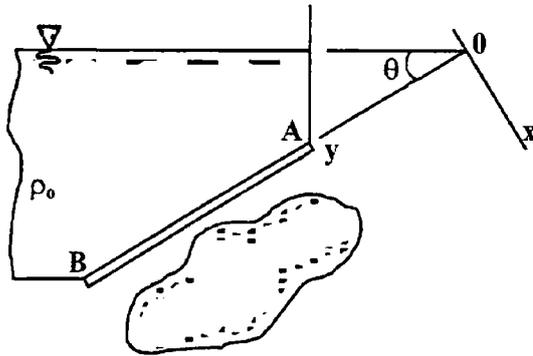


Fig.137

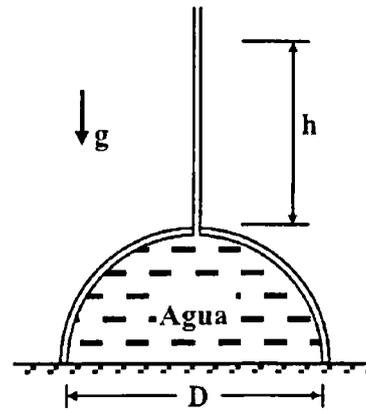


Fig.138

242. En la Fig.139, se construirá un túnel semicircular de diámetro $D=12 \text{ m}$ debajo de un lago de profundidad $H=45 \text{ m}$ y de largo $\ell=244 \text{ m}$. Hallar la fuerza hidrostática total que actúa sobre el techo del túnel. ($\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $G=10^9$)

- I) Demostrar que la resultante de la fuerza de presión del agua, esta dada por el peso del agua que se encuentra por encima del túnel.
 II) Evaluar la fuerza de presión total del agua, que actúa sobre la superficie del túnel.

- a) 1,156 GN b) 1,256 GN c) 1,356 GN d) 1,456 GN e) 1,556 GN

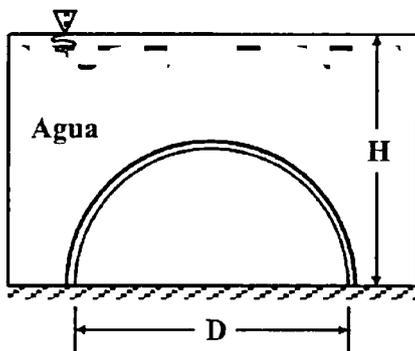


Fig.139

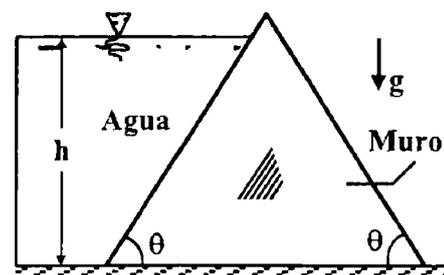


Fig.140

243. En la Fig.140, el agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$ en el depósito de profundidad $h=25 \text{ m}$ se mantiene mediante el muro de ancho $a=150 \text{ m}$, cuya sección transversal es un triángulo equilátero. ($P_{\text{atm}}=100 \text{ kPa}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- I) Hallar la fuerza total (hidrostática+atmosférica) que actúa sobre la superficie interior del muro.

- a) 0,903 GN b) 0,923 GN c) 0,943 GN d) 0,963 GN e) 0,983 GN

II) Hallar la dirección de la fuerza de presión total, sobre el muro, respecto de la horizontal.

- a) 15,12 m b) 15,32 m c) 15,52 m d) 15,72 m e) 15,92 m

III) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión total, que actúa sobre el muro.

- a) 0,803 GN b) 0,823 GN c) 0,843 GN d) 0,863 GN e) 0,883 GN

244. En la Fig.141, la compuerta en forma de cuadrante de circunferencia de radio $R=3$ m tiene una longitud de $\ell=4$ m, y de peso es despreciable está articulada en A. La compuerta controla el flujo de agua sobre el reborde B, donde está comprimida mediante el resorte. Hallar la fuerza mínima en el resorte, cuando el nivel del agua está en A, y la compuerta se mantiene cerrada. ($\rho_o=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 170,4 kN b) 172,4 kN c) 174,4 kN d) 176,4 kN e) 178,4 kN

245. En la Fig.142, la compuerta elíptica AB cubre el extremo del tubo de diámetro $D=4$ m. La compuerta está articulada en A. ¿Cuál es la fuerza normal Q requerida para abrir la compuerta cuando la profundidad del agua es de $h=8$ m, sobre la parte superior del tubo, y este está abierto a la atmósfera en el otro extremo? Obviar el peso de la compuerta. ($\rho_o=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s², $k=10^3$)

- a) 800 kN b) 802 kN c) 804 kN d) 806 kN e) 808 kN

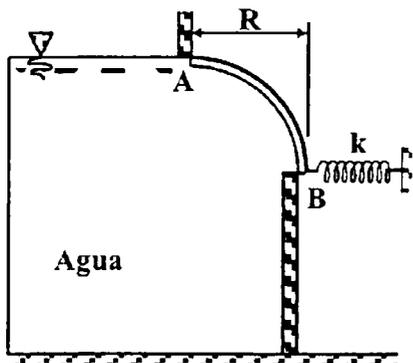


Fig.141

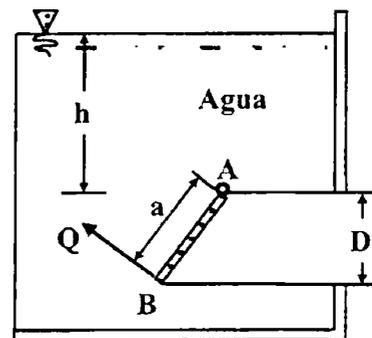


Fig.142

246. En la Fig.143, un hueco circular de diámetro $D=30,5$ cm en el fondo del tanque está cerrado por el tapón cónico de vértice $\theta=45^\circ$. Despreciando el peso del tapón, hallar la fuerza requerida para mantener el tapón en el hueco. ($h=30,5$ cm, $H=91,4$ cm, $\rho_o=1000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s², $P_a=20,69$ kPa es la presión del aire)

- a) 2,08 kN b) 2,18 kN c) 2,28 kN d) 2,38 kN e) 2,48 kN

247. En la Fig.144, una capa en forma de cuadrante esférico de radio $R=1$ m está sumergida en un líquido de peso específico $\gamma=9,8 \cdot 10^3$ N/m³ a una profundidad de $h=2$ m.

- I) Hallar una expresión para la fuerza de presión del líquido sobre la capa esférica.
II) Evaluar la fuerza de presión del líquido sobre la capa esférica.

- a) 11,6 kN b) 11,8 kN c) 12,0 kN d) 12,2 kN e) 12,4 kN

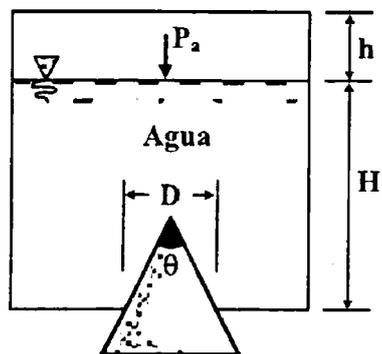


Fig.143

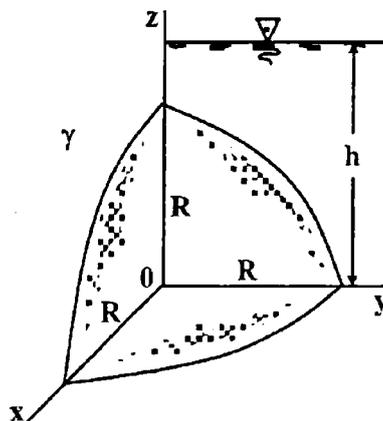


Fig.144

248. En la Fig. 145, el tanque de longitud $\ell=1$ m, contiene benceno y está presurizado a $P_0=200$ kPa (presión manométrica) en el aire encerrado. La densidad del benceno es $\rho_b=881$ kg/m³. ($R=60$ cm, $a=30$ cm, $g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la componente vertical de la fuerza total, sobre la sección AB en forma de arco de circunferencia.

- a) 120,4 kN b) 121,4 kN c) 122,4 kN d) 123,4 kN e) 124,4 kN

II) Hallar la componente horizontal de la fuerza total la sección AB en forma de arco de circunferencia.

- a) 121,5 kN b) 122,5 kN c) 123,5 kN d) 124,5 kN e) 125,5 kN

III) Hallar la dirección de la fuerza total sobre AB, respecto de la horizontal.

- a) 45° 12' 41" b) 45° 22' 41" c) 45° 32' 41" d) 45° 42' 41" e) 45° 52' 41"

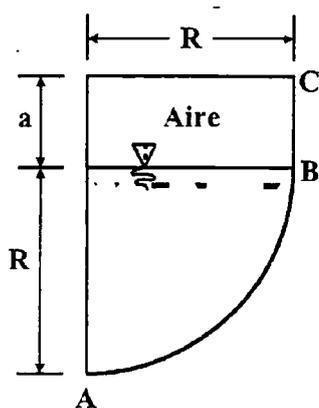


Fig.145

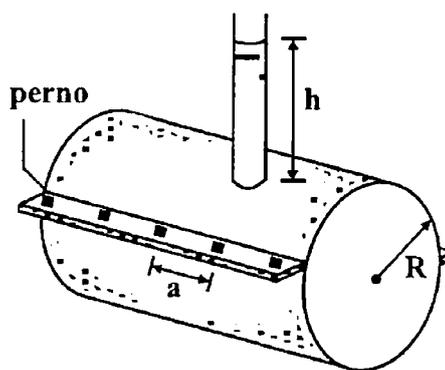


Fig.146

249. En la Fig.146, el tanque de agua de radio $R=2$ m consiste de dos mitades de cilindro, cada uno de peso $W=4,5$ kN/m, unidos entre si por diez pernos. Obviando los extremos de las tapas, hallar la fuerza en cada uno de los pernos. La distancia entre los pernos es de $a=25$ cm, y el peso específico del agua $\gamma_o=9,79 \cdot 10^3$ N/m³.

- a) 11,03 kN b) 11,33 kN c) 11,63 kN d) 11,93 kN e) 12,03 kN

250. En la Fig.147, el panel rectangular AB de longitud $\ell=2$ m esta sumergida verticalmente en agua y glicerina de pesos específicos $\gamma_a=9,79 \cdot 10^3$ N/m³ y $\gamma_g=12,36 \cdot 10^3$ N/m³, respectivamente. ($k=10^3$)

I) Hallar la fuerza hidrostática neta por cada metro de ancho, sobre el panel rectangular AB.

- a) 28,08 kN b) 28,28 kN c) 28,48 kN d) 28,68 kN e) 28,88 kN

II) Hallar la distancia del centro de presión (cp) del panel, medido desde el fondo.

- a) 2,06 m b) 2,16 m c) 2,26 m d) 2,36 m e) 2,46 m

251. En la Fig.148, la compuerta rectangular AB tiene un largo de $a=4,9$ m y un ancho de $b=2,4$ m. Obviando el peso de la compuerta y teniendo en cuenta que el peso específico del agua es $\gamma_o=9,79$ kN/m³, hallar la profundidad "h" del agua, para la cual, la compuerta empezara a ceder. El peso del bloque es de $W=48,93$ kN.

a)

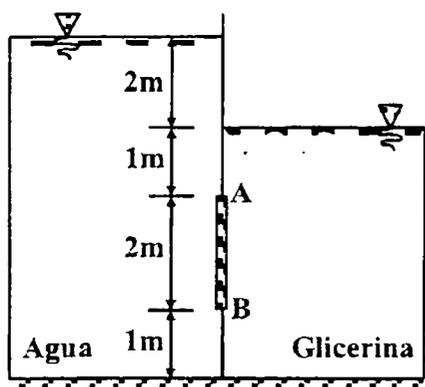


Fig.147

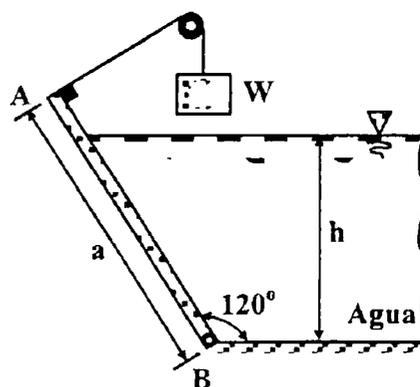


Fig.148

252. En la Fig.149, el cilindro de radio $R=1,2$ m y longitud $\ell=1,5$ m descansa sobre la superficie inclinada, sumergido parte de el en agua de peso específico $\gamma_o=9,79$ kN/m³.

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión del agua, sobre el cilindro.

- a) 30,8 kN b) 31,8 kN c) 32,8 kN d) 33,8 kN e) 34,8 kN

II) Hallar la componente vertical de la fuerza de presión del agua, sobre el cilindro.

- a) 60,8 kN b) 61,8 kN c) 62,8 kN d) 63,8 kN e) 64,8 kN

III) Hallar la fuerza de presión del agua, sobre el cilindro.

- a) 65 kN b) 66 kN c) 67 kN d) 68 kN e) 69 kN

IV) Hallar la dirección de la fuerza de presión del agua sobre el cilindro, respecto de la horizontal.

- a) $63^{\circ}19'54''$ b) $63^{\circ}29'54''$ c) $63^{\circ}39'54''$ d) $63^{\circ}49'54''$ e) $63^{\circ}59'54''$

253. En la Fig.150, la compuerta AB delgada de forma semicircular de radio $R=4\text{m}$, puede girar alrededor de B. Hallar la fuerza horizontal "Q" que debe aplicarse, para conseguir el equilibrio de la compuerta. Peso específico del agua $\gamma_o=9,79\text{ kN/m}^3$.

- a) 794,2 kN b) 795,2 kN c) 796,2 kN d) 797,2 kN e) 798,2 kN

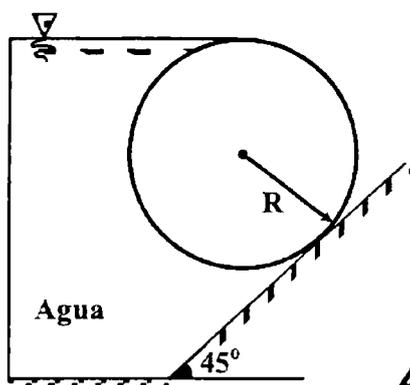


Fig.149

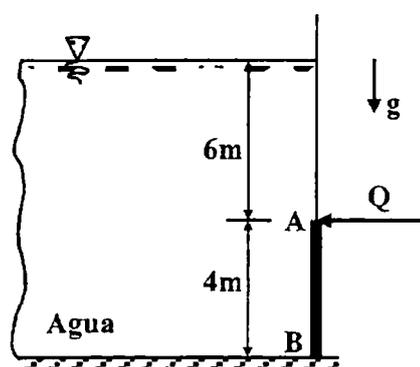


Fig.150

254. En la Fig.151, la compuerta circular inclinada AB de diámetro $D=1\text{ m}$, se encuentra sobre el plano inclinado $\theta=60^{\circ}$, a la profundidad de $h=1,5\text{ m}$. El peso específico del agua es $\gamma_o=9,79\text{ kN/m}^3$.

I) Hallar la fuerza de presión que ejerce el agua sobre la compuerta.

- a) 12,04 kN b) 12,24 kN c) 12,44 kN d) 12,64 kN e) 12,84 kN

II) Hallar la profundidad a la que se encuentra el centro de presión (cp).

- a) 1,914 m b) 1,934 m c) 1,954 m d) 1,974 m e) 1,994 m

255. En la Fig.152, una de las caras de la compuerta AB de forma triangular de base $b=0,6\text{ m}$ y altura $h=0,9\text{ m}$ está a una profundidad de $H=1,8\text{ m}$ en agua de peso específico $\gamma_o=9,79\text{ kN/m}^3$.

I) Hallar la fuerza de presión que ejerce el agua sobre la compuerta.

- a) 5,15 kN b) 5,35 kN c) 5,55 kN d) 5,75 kN e) 5,95 kN

II) Hallar la profundidad a la que se encuentra el centro de presión (cp).

- a) 2,10 m b) 2,12 m c) 2,14 m d) 2,16 m e) 2,18 m

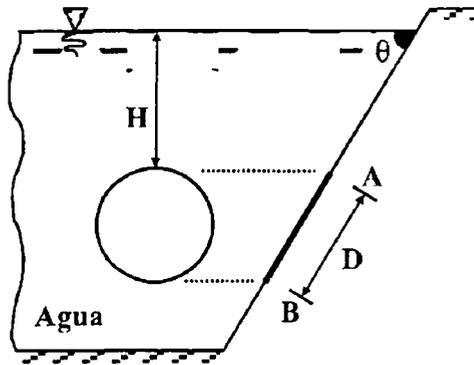


Fig.151

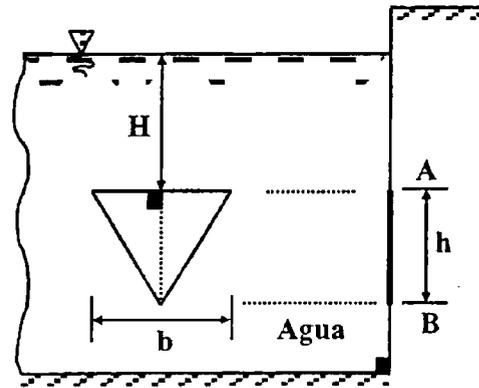


Fig.152

256. En la Fig.153, la compuerta rectangular AB de longitud $a=1$ m y ancho $b=0,9$ m está en aceite de peso específico relativo $\gamma_r=0,81$. El peso específico del agua es $\gamma_o=9,79$ kN/m³.

I) Hallar la fuerza de presión que ejerce el aceite sobre la compuerta.

- a) 29,56 kN b) 29,66 kN c) 29,76 kN d) 29,86 kN e) 29,96 kN

II) Hallar la profundidad a la que se encuentra situado el centro de presión (cp).

- a) 4,11 m b) 4,21 m c) 4,31 m d) 4,41 m e) 4,51 m

257. En la Fig.154, el tronco cilíndrico de radio $R=0,6$ m, longitud $\ell=2,44$ m, densidad relativa de $\rho_r=0,8$ retiene el agua de peso específico $\gamma_o=9,79$ kN/m³.

I) Hallar la componente horizontal de la reacción en C.

- a) 12,1 kN b) 12,3 kN c) 12,5 kN d) 12,7 kN e) 12,9 kN

II) Hallar la componente vertical de la reacción en C.

- a) 1,15 kN b) 1,35 kN c) 1,55 kN d) 1,75 kN e) 1,95 kN

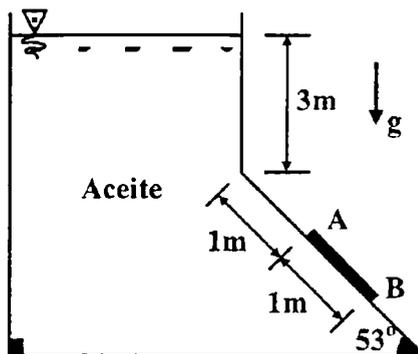


Fig.153

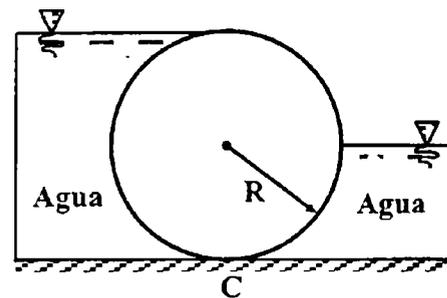


Fig.154

258. En la Fig.155, el tanque cilíndrico es llenado con agua a 20 °C mediante una bomba que

desarrolla una presión de salida de 175 kPa. En el instante mostrado, la presión del aire es de 110 kPa y $H=35$ cm. La bomba se detiene cuando ella no puede elevar más la presión del agua. Hallar "H" para este instante de tiempo. Peso específico del agua $\gamma_o=9,79$ kN/m³.

- a) 60,4 cm b) 60,8 cm c) 61,2 cm d) 61,6 cm e) 62,0 cm

259. En la Fig.156, el manómetro inclinado, tiene como reservorio un cilindro vertical cuya área de sección transversal es 35 veces el área de la sección del tubo. El fluido es etileno de glicol cuyo peso específico a 20 °C es $\gamma=10,958$ kN/m³. Si, $\theta=20^\circ$ y el fluido se eleva 25 cm sobre su nivel de referencia cero, medido a lo largo del tubo inclinado, ¿Cuál es la diferencia de presión medida?

- a) 957 Pa b) 960 Pa c) 963 Pa d) 966 Pa e) 969 Pa

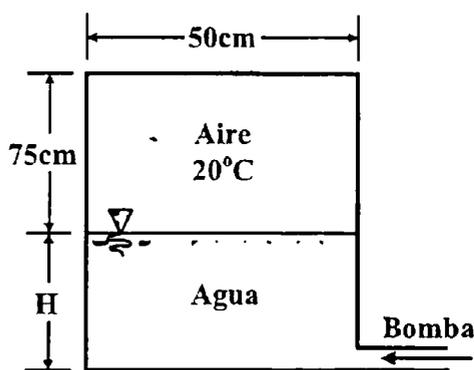


Fig.155

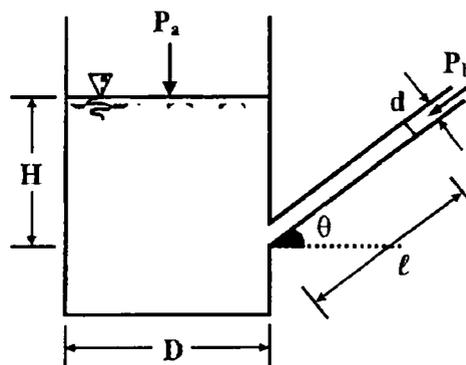


Fig.156

260. En la Fig.157, las presiones en los depósitos A y B es la misma e igual a $P=100$ kPa. Si agua es introducida en A para aumentar P_A a 130 kPa, hallar y mostrar la nueva posición para el menisco de mercurio. El tubo que conecta A a B es uniforme y su diámetro es de $D=1$ cm. Asumir que las densidades de los líquidos no cambian. Pesos específicos del mercurio y agua $\gamma_m=133,1$ kN/m³ y $\gamma_a=9,79$ kN/m³. ($g=9,81$ m/s², $\theta=15^\circ$)

- a) 19,13 cm b) 19,33 cm c) 19,53 cm d) 19,73 cm e) 19,93 cm

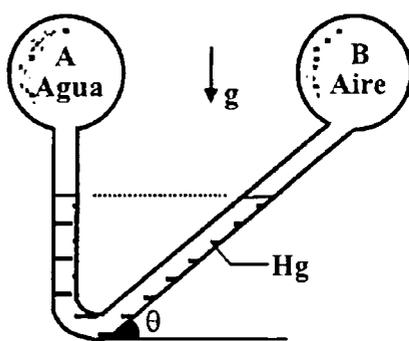


Fig.157

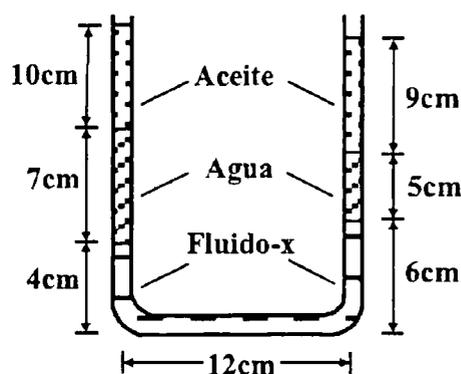


Fig.158

261. En la Fig. 158, ambos extremos del manómetro están abiertos a la atmósfera. Estimar el peso específico relativo del fluido-x. Los pesos específicos del aceite y agua, respectivamente, son: $\gamma_{ac}=8,71 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$.

- a) 1,39 b) 1,42 c) 1,45 d) 1,48 e) 1,51

262. En la Fig. 159, el agua fluye hacia abajo en el tubo inclinado $\theta=45^\circ$, respecto de la horizontal. En el manómetro el mercurio se eleva una altura de $h=15,24 \text{ cm}$. La caída de presión (P_2-P_1) es en parte debido a la fricción y en parte debido a la gravedad. El peso específico del agua es $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, y $\ell=1,52 \text{ m}$.

I) Hallar la caída de la presión total.

- a) 8,07 kPa b) 8,17 kPa c) 8,27 kPa d) 8,37 kPa e) 8,47 kPa

II) Hallar la caída de presión debida solamente a la fricción.

- a) 18,19 kPa b) 18,39 kPa c) 18,59 kPa d) 18,79 kPa e) 18,99 kPa

263. En la Fig. 160, todos los fluidos están a 20°C . La lectura de la presión absoluta en el manómetro A es de $P_A=350 \text{ kPa}$. El peso específico del agua es de $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$. $H=80 \text{ cm}$, presión absoluta del aire $P_{\text{aire}}=180 \text{ kPa}$.

I) Hallar la altura "h" del agua

- a) 6,19 m b) 6,29 m c) 6,39 m d) 6,49 m e) 6,59 m

II) Hallar la lectura de la presión absoluta en el manómetro B.

- a) 251,07 kPa b) 251,37 kPa c) 251,67 kPa d) 251,97 kPa e) 252,27 kPa

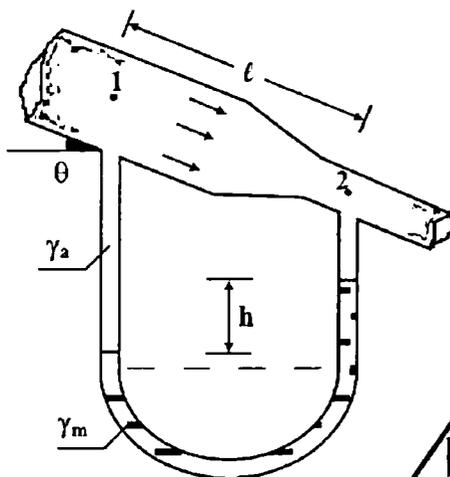


Fig.159

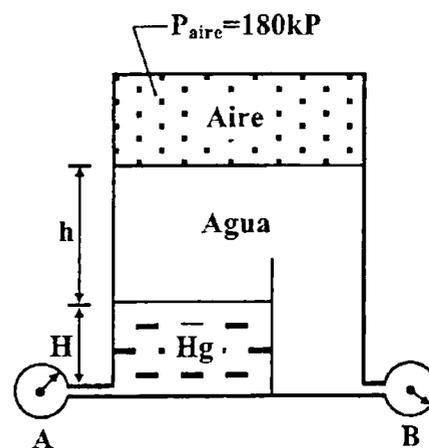


Fig.160

264. Una atmósfera politrópica está definida por la ley de energía $P/P_o=(\rho/\rho_o)^m$, donde "m" es un exponente de orden 1,3 y P_o y ρ_o son la presión y la densidad al nivel del mar. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$, $R=287 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{K}$)

- I) Integrando esta expresión para una atmósfera estática, hallar la distribución de presión $P(z)$, en función de la altura "z".
- II) Asumiendo un gas ideal, $P=\rho RT$, mostrar que el resultado obtenido en I) implica una distribución de temperatura lineal, tal como, la ecuación: $T \approx T_0 - Bz$.
- III) Mostrar que la norma $B=0,0065 \text{ K/m}$ es equivalente a $m=1,235$.

265. Se sabe que Venus tiene una masa de $m=4,9 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y un radio de $R=6050 \text{ km}$. Asumiendo que su atmósfera es 100 % CO_2 (actualmente es de alrededor de 96 %). La temperatura de su superficie es de $T=730 \text{ K}$ decreciendo en 250 K cada $z=70 \text{ km}$ de elevación. La presión media en la superficie es de $P_m=9,1 \text{ MPa}$. Estimar la presión en Venus a una altura de $z=5 \text{ km}$ sobre su superficie. ($G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $R_{\text{CO}_2} \approx 189 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, $M=10^6$)

- a) 5,9 MPa b) 6,2 MPa c) 6,5 MPa d) 6,8 MPa e) 7,1 MPa

266. En la Fig. 161, para estudiar el efecto de las dimensiones de un manómetro, considerar el manómetro mostrado. Los depósitos A y B son cilíndricos y son tal que $P_A=P_B$. Suponiéndose que la interfase agua-aceite en la rama derecha se mueve una distancia $\Delta h < h$. Pesos específicos del agua y aceite $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_{ac}=8,72 \text{ kN/m}^3$.

- I) Derivar una fórmula para la diferencia P_A-P_B , cuando $d \ll D$.
- II) Derivar una fórmula para la diferencia P_A-P_B cuando $d=0,15D$.
- III) ¿Cuál es la diferencia en porcentaje, en los resultados obtenidos en I) y II)?

267. En la Fig. 162, el agua fluye hacia abajo del tubo inclinado $\theta=30^\circ$, respecto de la horizontal. La altura del mercurio en el manómetro es de $h=12 \text{ cm}$. Hallar la diferencia de presiones entre los puntos (1) y (2) en el tubo. Pesos específicos del agua y mercurio $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_m=133,1 \text{ kN/m}^3$, respectivamente. ($a=2 \text{ m}$)

- a) 23,1 kPa b) 24,1 kPa c) 25,1 kPa d) 26,1 kPa e) 27,1 kPa

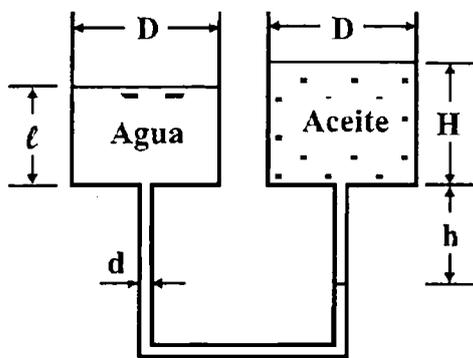


Fig.161

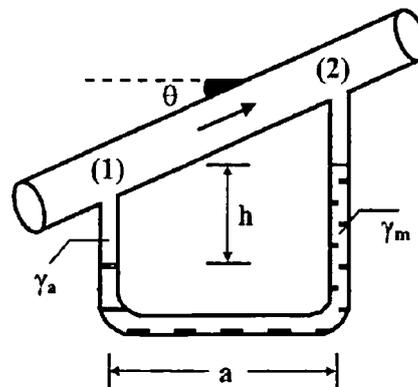


Fig.162

268. En la Fig. 163, en el tanque la compuerta circular tiene un diámetro de $D=4 \text{ cm}$, y la fuerza de presión del agua sobre esta es de $F=25 \text{ N}$. El peso específico del agua a 20°C es de $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$ y el del mercurio $\gamma_m=133,1 \text{ kN/m}^3$. Hallar la altura que alcanza el mercurio en el manómetro. ($\theta=50^\circ$, $a=2 \text{ cm}$)

- a) 14,8 cm b) 15,2 cm c) 15,6 cm d) 16,0 cm e) 16,4 cm

269. En la Fig.164, la botella que contiene champagne de peso especifico relativo $\gamma_c=0,96$ está bajo presión como se muestra en la lectura del manómetro de mercurio. Hallar la fuerza neta sobre la hendidura en forma de hemisferio de radio $r=5$ cm, situado en el fondo de la botella. Pesos especificos del agua y mercurio $\gamma_a=9,79$ kN/m³, $\gamma_m=133,1$ kN/m³. ($a=15$ cm, $b=5$ cm, $c=10$ cm)

- a) 105,48 N b) 106,48 N c) 107,48 N d) 108,48 N e) 109,48 N

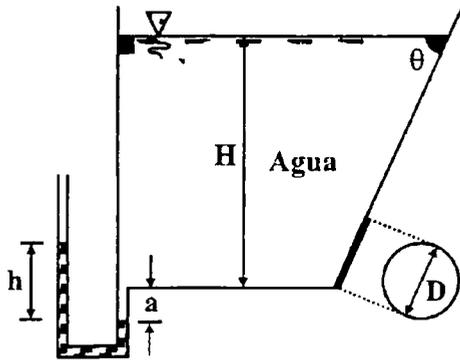


Fig.163

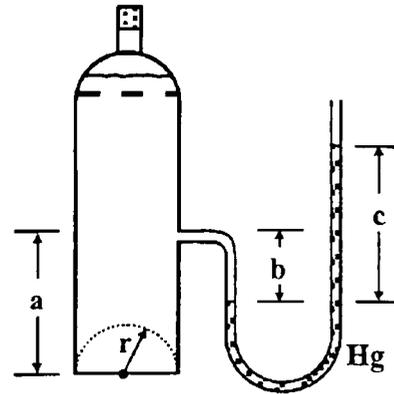


Fig.164

270. En la Fig.165, la compuerta ABC de ancho $b=2$ m, puede girar en B. La compuerta se abre en A liberando agua de peso especifico $\gamma_a=9,79$ kN/m³, cuando la profundidad del agua es suficientemente alta. Hallar la profundidad "h" para la cual la compuerta se abre.

- a) 1,306 m b) 1,326 m c) 1,346 m d) 1,366 m e) 1,386 m

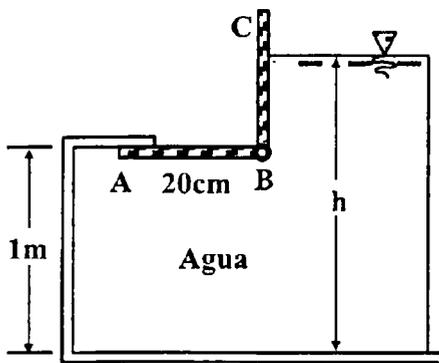


Fig.165

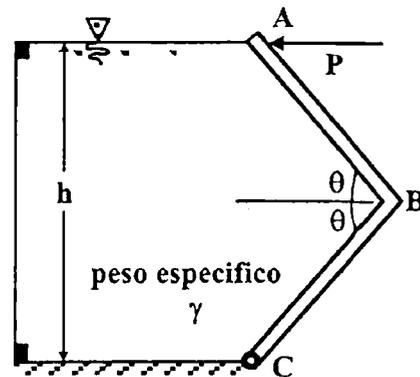


Fig.166

271. En la Fig.166, considerar la compuerta ABC en ángulo, articulada en C y de ancho "b" dirigida hacia el papel.

- I) Hallar una expresión en función del ángulo " θ ", para la fuerza horizontal "P", que debe aplicarse en el extremo, para alcanzar el equilibrio.

II) Evaluar la expresión de la fuerza "P", para: $\theta=37^\circ$, $h=4$ m, $b=3$ m, $\gamma_a=9,79$ kN/m³.

- a) 110,8 kN b) 112,8 kN c) 114,8 kN d) 116,8 kN e) 118,8 kN

272. En la Fig. 167, la placa delgada en forma de un triángulo rectángulo de lados $a=3$ m y $b=4$ m está sumergida verticalmente en agua de peso específico $\gamma=9,79$ kN/m³, a una profundidad de $h=2$ m. Si la base "b" de la placa se invierte, respecto de la superficie libre.

I) Hallar el cambio que experimenta la fuerza de presión del agua.

- a) -54,74kN b) +54,74kN c) -56,74kN d) +56,74kN e) -58,74kN

II) Hallar el cambio que experimenta la distancia del centro de presión (cp), a la superficie libre del agua.

- a) 50,2 cm b) 51,2 cm c) 52,2 cm d) 53,2 cm e) 54,2 cm

273. En la Fig. 168, agua presurizada de peso específico $\gamma_a=9,79$ kN/m³ llena el tanque. Hallar la fuerza hidrostática neta sobre la superficie cónica ABC.

- a) 295 kN b) 296 kN c) 297 kN d) 298 kN e) 299 kN

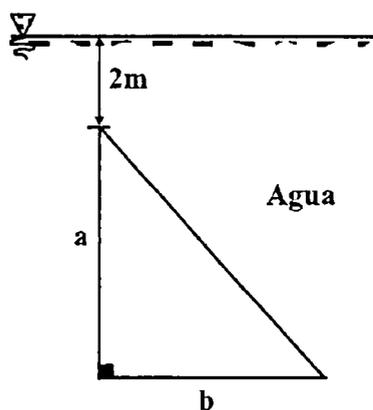


Fig.167

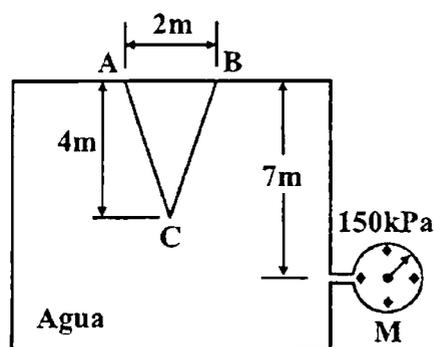


Fig.168

274. En la Fig. 169, el tubo manométrico en U está conectado a un tanque cerrado que contiene aire y agua. En el extremo cerrado del manómetro la presión del aire es de $P_a=110,32$ kPa. Hallar la lectura de la presión manométrica para un diferencia de "H" en los niveles del líquido manométrico. Asumir la presión atmosférica normal de $P_o=101,13$ kPa, y omitir el peso de la columna de aire en el manómetro. ($H=1,22$ m, $h=0,61$ m, $\gamma_m=14,138$ kN/m³, $\gamma_a=9,79$ kN/m³)

- a) 31,81 kPa b) 32,11 kPa c) 32,41 kPa d) 32,71 kPa e) 33,01 kPa

275. En la Fig. 170, inicialmente el agua llena el embudo, el cual a su vez, está conectada al tubo. Se vierte en el embudo aceite de peso específico relativo $\gamma_{ac}=0,85$, hasta alcanzar el nivel de $h>H/2$. Hallar y trazar el valor de la elevación en el nivel "ℓ" del agua en el tubo como función de "h" para $H/2 \leq h \leq H$, con $H=D=0,61$ m y $d=3,05$ cm, $\gamma_a=9,79$ kN/m³.

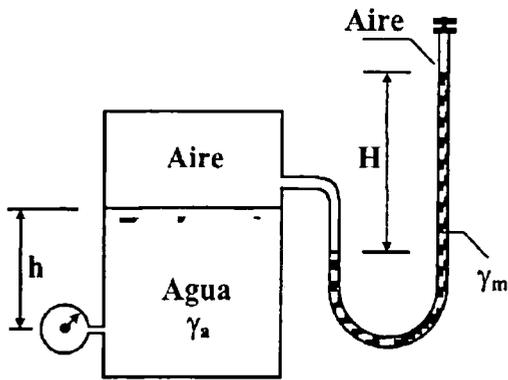


Fig.169

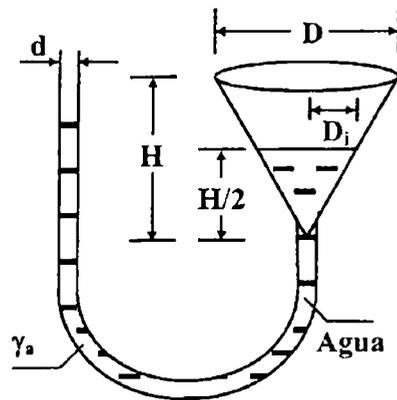


Fig.170

276. En la Fig.171, el tanque cilíndrico cerrado lleno con agua tiene un domo hemisférico y esta conectado a un sistema de tubo invertido. El líquido en la parte alta del tubo tiene un peso específico relativo de $\gamma_l=0,8$, y las partes restantes del sistema están llenos con agua. Si la lectura de la presión manométrica en A es de $P_A=60$ kPa. Pesos específicos del agua y mercurio $\gamma_a=9,79$ kN/m³, $\gamma_m=133$ kN/m³. ($h_1=2$ m, $h_2=3$ m, $h_3=4$ m, $R=3$ m)

- I) Hallar la presión en el tubo B
- a) 101 kPa b) 103 kPa c) 105 kPa d) 107 kPa e) 109 kPa
- II) Hallar la presión alta, en centímetros de mercurio, en el tope del domo (punto C).
- a) 21 cm b) 22 cm c) 23 cm d) 24 cm e) 25 cm

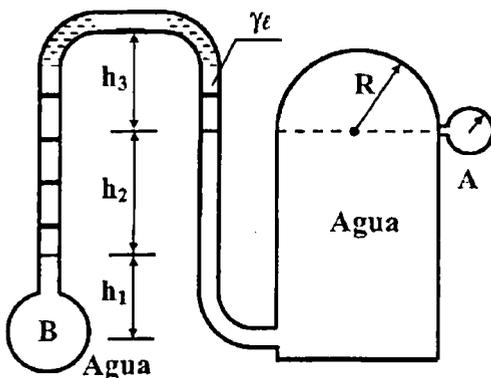


Fig.171

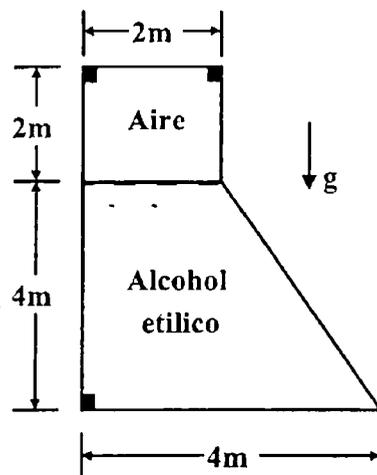


Fig.172

277. En la Fig.172, se muestra la sección transversal vertical de 7 m de largo del depósito cerrado. El depósito contiene aire a la presión de $P_{aire}=40$ kPa y alcohol etílico de peso específico $\gamma_{al}=7,74$ kN/m³. Hallar la magnitud de la fuerza resultante del fluido que actúa sobre la sección transversal del depósito.

- a) 840,4 kN b) 842,4 kN c) 844,4 kN d) 846,4 kN e) 848,4 kN

278. En la Fig.173, en los depósitos de volúmenes $V_1=2,5 \text{ m}^3$ y $V_2=2 \text{ m}^3$, conectados por el tubo con mercurio de peso específico $\gamma_m=133,1 \text{ kN/m}^3$, se hallan iguales cantidades (en peso) de un gas a la misma temperatura de $T_0=17 \text{ }^\circ\text{C}$. ¿Qué temperatura debe tener el gas en el depósito mayor, para que el mercurio alcance el mismo nivel en ambas ramas del tubo?

- a) 85,5 °C b) 86,5 °C c) 87,5 °C d) 88,5 °C e) 89,5 °C

279. En la Fig.174, las cámaras cerradas iguales, llenas parcialmente de agua, están separadas por un tabique. La altura inicial entre los niveles del agua es "h", y la presión del aire sobre ellos es de " P_0 ". Cerca del fondo se abre en el tabique un agujero de área "a".

- I) Hallar la ecuación, cuya solución nos permite obtener la altura entre los niveles del agua, suponiendo que la temperatura del aire encerrado no cambia.
 II) Hallar la solución numérica para la altura entre los niveles del agua, cuando $P_0=10^5 \text{ Pa}$, $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$ y $h=1 \text{ m}$.

- a) 90,5 cm b) 91,5 cm c) 92,5 cm d) 93,5 cm e) 94,5 cm

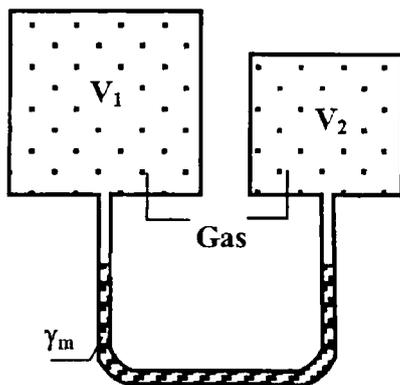


Fig.173

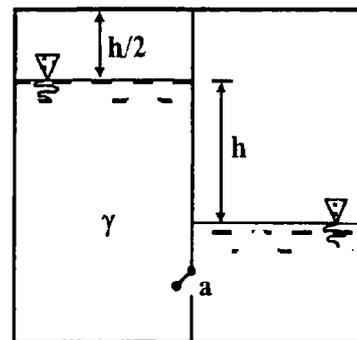


Fig.174

280. En la Fig.175, el depósito cerrado contiene agua hasta una altura de $h=2,6 \text{ m}$, y por encima una columna de aire de $a=1,2 \text{ m}$, a la presión del exterior de $P_0=1 \text{ atm}$. Por un pequeño orificio en el fondo se deja salir el agua.

- I) Hallar el descenso del nivel del agua, asumiendo invariable la temperatura del agua.
 II) Evaluar la expresión del descenso del nivel del agua, para:

- a) 1,86 m b) 1,96 m c) 2,06 m d) 2,16 m e) 2,26 m

281. En la Fig.176, el cilindro horizontal de radio "R", está lleno de líquido hasta el nivel indicado, y por encima hay aire a la presión atmosférica " P_0 ". Se deja salir líquido por el orificio del fondo, evitando todo ingreso de aire y suponiendo invariable la temperatura. Cuando el nivel del líquido llega a la mitad del cilindro, se produce equilibrio.

- I) Hallar una expresión para el peso específico " γ " del líquido.
 II) Evaluar la expresión del peso específico, para: $P_0=101,3$ kPa, $R=1,2$ m.

- a) $65,1$ kN/m³ b) $66,1$ kN/m³ c) $67,1$ kN/m³ d) $68,1$ kN/m³ e) $69,1$ kN/m³

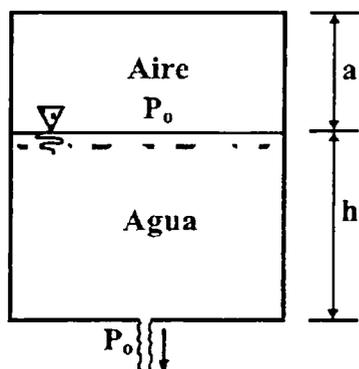


Fig.175

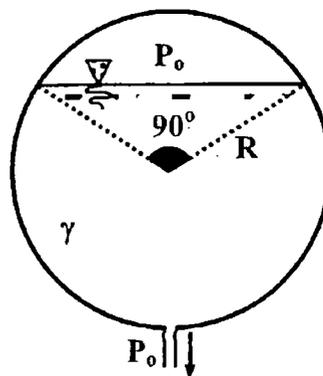


Fig.176

282. Una placa delgada en forma de triángulo de altura $h=1,5$ m y base $b=2$ m ubicado en la superficie libre del agua, flota sumergida verticalmente. ¿A qué distancia " z " de la superficie se debe trazar una paralela, tal que, la presión en las superficies resultantes sea la misma? ($\gamma_a=9,79$ kN/m³)

- a) 1,3 m b) 1,4 m c) 1,5 m d) 1,6 m e) 1,7 m

283. Un depósito cilíndrico abierto que contiene agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ y altura $h=1$ m, asciende verticalmente con aceleración de $a=5$ m/s². Hallar la presión en el fondo del depósito. ($P_0=10^5$ N/m² y $g=10$ m/s²)

- a) $1,05P_0$ b) $1,15P_0$ c) $1,25P_0$ d) $1,35P_0$ e) $1,45P_0$

284. Un depósito abierto de altura $h=1,6$ m, base cuadrada de lado $\ell=2$ m que contiene agua una altura de $b=1,25$ m, se mueve horizontalmente con aceleración de $a=5$ m/s². Hallar la cantidad de agua que se derrama. ($g=10$ m/s²)

- a) $0,1$ m³ b) $0,2$ m³ c) $0,4$ m³ d) $0,6$ m³ e) $0,8$ m³

285. En la Fig.177, los émbolos del recipiente de áreas $A_1=40$ cm², $A_2=20$ cm² y pesos despreciables están unidos mediante un alambre delgado de longitud $\ell=10$ cm, y contienen agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. Hallar la tensión en el alambre. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 N b) 2 kN c) 3 N d) 4 N e) 5 N

286. Una barra homogénea de longitud $\ell=2$ m, masa $m=10$ kg y densidad relativa $\rho_r=0,5$, su extremo inferior está unida a una rótula en A, y está en equilibrio, sumergida parcialmente en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ una longitud de $b=1,5$ m. Hallar la magnitud de la reacción en la rótula A. ($g=10$ m/s²)

- a) 41,75 N b) 43,75 N c) 45,75 N d) 47,75 N e) 49,75 N

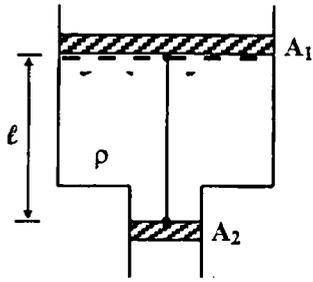


Fig.177

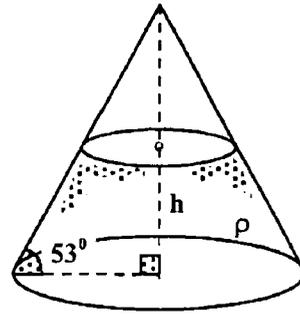


Fig.178

287. En la Fig.178, el recipiente cónico cerrado de altura $H=16$ cm, contiene agua una altura de $h=8$ cm. Hallar la fuerza que ejerce las paredes laterales sobre la base del recipiente. ($\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$, $\theta = 53^\circ$)

- a) $1,32 \pi N$ b) $2,32 \pi N$ c) $3,32 \pi N$ d) $4,32 \pi N$ e) $5,32 \pi N$

288. Un cuerpo de volumen $V=1 \text{ lt}$ se pesa en el aire de densidad $\rho_o=1,29 \text{ g/lt}$, utilizando un peso de cobre de masa $m_1=800 \text{ g}$ y densidad $\rho_1=8,8 \text{ g/cm}^3$. Hallar el error en porcentaje cometido al pesar el cuerpo.

- a) 0,126 % b) 0,146 % c) 0,166 % d) 0,186 % e) 0,206 %

289. En la Fig.179, el depósito rectangular abierto de dimensiones $H=20 \text{ cm}$, $\ell=20 \text{ cm}$ contiene agua una altura de $h=10 \text{ cm}$. ¿Para qué aceleración "a", el agua empieza a derramarse? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 8 m/s^2 b) 10 m/s^2 c) 6 m/s^2 d) 4 m/s^2 e) 12 m/s^2

290. Un témpano de hielo rectangular de área de la base $A=1 \text{ m}^2$, altura $H=0,4 \text{ m}$ y densidad $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, flota sumergido parcialmente en agua de densidad $\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$. ¿Qué trabajo se debe hacer para hundir por completo al témpano en el agua? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2 J b) 4 J c) 6 J d) 8 J e) 10 J

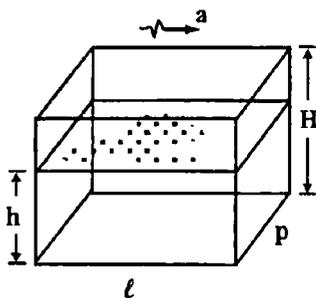


Fig.179

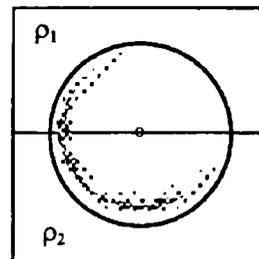


Fig.180

291. En la Fig.180, las mitades de la esfera compacta flotan en dos líquidos de densidades re

lativas 0,8 y 1,2. Hallar el peso específico (en kN/m^3) de la esfera. ($\rho_{\text{H}_2\text{O}}=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 b) 20 c) 30 d) 40 e) 50

292. Una boya cilíndrica de masa $m=100 \text{ kg}$ y base de diámetro $D=20 \text{ cm}$ flota verticalmente en agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$. De su posición de equilibrio, se desplaza ligeramente hacia abajo y se abandona. Hallar el período de las oscilaciones armónicas simples. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 2,0 s b) 2,5 s c) 3,0 s d) 3,5 s e) 4,0 s

293. En la Fig.181, los bordes del recipiente sin fondo están bien ajustados a la superficie de la mesa. El peso del agua contenida en el recipiente es $W=113,1 \text{ N}$, los radios de las bases superior e inferior $r=4 \text{ cm}$, $R=8 \text{ cm}$, la densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$. Hallar la altura "h".

- a) 0,25 m b) 0,50 m c) 0,75 m d) 1,00 m e) 1,25 m

294. Una pelota de jebe de masa $m=1 \text{ kg}$ y radio $R=9 \text{ cm}$ se sumerge en el agua a una profundidad de $h=1 \text{ m}$ y se suelta. Hasta que altura llega la pelota por encima de la superficie libre del agua ($\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,5 m b) 1,0 m c) 1,5 m d) 2,0 m e) 2,5 m

295. En la Fig.182, el tubo cilíndrico que contiene aceite de densidad $\rho_o=900 \text{ kg/m}^3$ flota en el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ en posición vertical, la altura que sobresale es $h=5 \text{ cm}$. Hallar la altura "x" del tubo.

- a) 30 cm b) 35 cm c) 40 cm d) 45 cm e) 50 cm

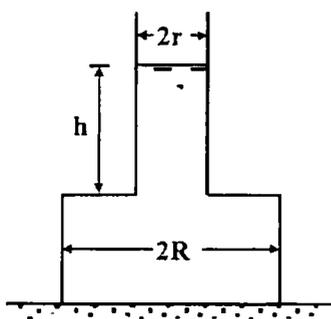


Fig.181

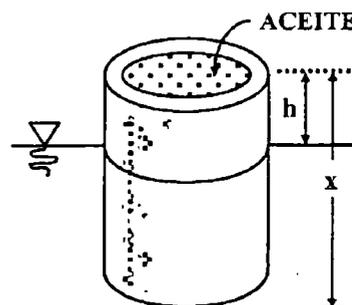


Fig.182

296. Una pelota de jebe de radio $R=10 \text{ cm}$ flota en el agua de forma que su centro se halla a la altura de $H=9 \text{ cm}$ sobre la superficie. ¿Qué trabajo se debe hacer para hundir la pelota hasta el plano diametral? ($\rho_o=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,36 J b) 0,46 J c) 0,56 J d) 0,66 J e) 0,76 J

297. Un cono recto compacto de altura $H=40$ cm y densidad " ρ " está sumergido en agua de densidad " ρ_0 " una altura de $h=20$ cm, con su base paralela y por encima de la superficie del agua. Hallar la razón de las densidades ρ_0 / ρ .

- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

298. En la Fig. 183 el cono recto compacto de altura $H=30$ cm, ángulo del vértice $\theta=60^\circ$ y densidad $\rho=125$ kg/m³ flota en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³. Hallar el trabajo que se debe hacer para hundir completamente al cono. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,86 J b) 2,86 J c) 3,86 J d) 4,86 J e) 5, 86 J

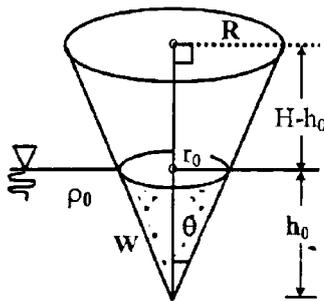


Fig.183

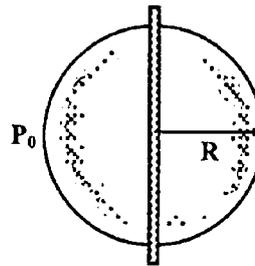


Fig.184

299. En la Fig. 184, hallar la fuerza necesaria para separar los hemisferios de radio $R=5$ cm, unidos herméticamente, estando el exterior de los hemisferios a la presión de $P_0=10^5$ N/m² y al interior se ha hecho un vacío perfecto.

- a) 100π N b) 150π N c) 200π N d) 250π N e) 300π N

300. Un depósito cilíndrico de altura $h=3$ m y base de diámetro $D=2$ m, se llena con agua de densidad $\rho_{H2O} = 1000$ kg/m³ hasta una altura de 2 m; luego al hacerse girar alrededor de su eje de simetría, el punto más bajo del agua alcanza una altura de 1,5 m. Hallar:

I) La fuerza total en el fondo del depósito cilíndrico. ($g=10$ m/s²)

- a) 10π kN b) 20π kN c) 30π kN d) 40π kN e) 50π kN

II) La velocidad angular " ω " máxima para la cual el agua no se derrama.

- a) 1,5 rad/s b) 2,5 rad/s c) 3,5 rad/s d) 4,5 rad/s e) 5,5 rad/s

301. En la Fig. 185, el camión que lleva un depósito completamente llena de agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ y herméticamente cerrado, se mueve con aceleración de $a=5$ m/s². Hallar la presión en el punto P, si $h=0,5$ m y $\ell=1,0$ m. ($g=10$ m/s²)

- a) 10 kPa b) 20 kPa c) 30 kPa d) 40 kPa e) 50 kPa

302. Una pelota compacta homogénea de radio $R=10$ cm y densidad $\rho=500$ kg/m³, flota parcialmente sumergida en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³. Hallar la altura sumergida de la pelota. ($g=10$ m/s²)

- a) 4 cm b) 6 cm c) 8 cm d) 10 cm e) 12 cm

303. En la Fig. 186, la barra homogénea de densidad $\rho=500 \text{ kg/m}^3$ y longitud $\ell=5 \text{ m}$ está sumergida parcialmente en agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la longitud sumergida "x" de la barra, si $a=1 \text{ m}$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 0,5 m b) 0,8 m c) 1,1 m d) 1,4 m e) 1,7 m

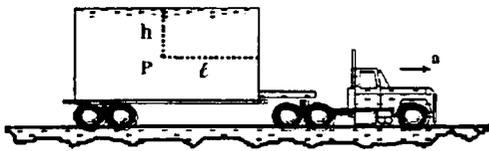


Fig. 185

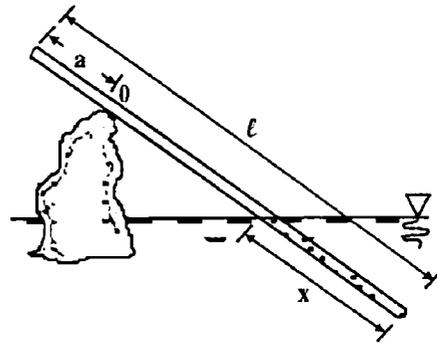


Fig. 186

304. El trabajo para hundir completamente un cubo homogéneo de arista "a", que flota sumergido parcialmente en agua es "W". ¿Qué trabajo se debe hacer para hundir completamente un cubo de arista "2a", del mismo material?

- a) 10W b) 12W c) 14W d) 16W e) 18W

305. ¿En qué razón están los trabajos (W_1/W_2) realizados por separado, al sumergir completamente dos cubos de igual tamaño y densidades $\rho_1=400 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2=600 \text{ kg/m}^3$, respectivamente, que flotan sumergidos parcialmente en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$?

- a) 2,00 b) 2,25 c) 2,50 d) 2,75 e) 3,00

306. La cara inferior de un tetraedro regular de arista $a=50 \text{ cm}$, sumergido totalmente en un líquido de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, se encuentra a $h=1 \text{ m}$ de la superficie libre del líquido. Hallar la fuerza resultante sobre las caras laterales del tetraedro, si la presión atmosférica es de $P_0=10^5 \text{ N/m}^2$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 10,6 kN b) 10,9 kN c) 11,2 kN d) 11,5 kN e) 11,8 kN

307. La base de un hemisferio cerrado de radio $R=30 \text{ cm}$, descansa en el fondo de un depósito llena de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, a una profundidad de $h=40 \text{ cm}$. Hallar la fuerza sobre la superficie lateral del hemisferio debida a la presión del agua, sabiendo que entre las bases del hemisferio y el depósito existe aire a la presión atmosférica de $P_0=10^5 \text{ N/m}^2$, $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) $100 \pi \text{ N}$ b) $120 \pi \text{ N}$ c) $140 \pi \text{ N}$ d) $160 \pi \text{ N}$ e) $180 \pi \text{ N}$

308. Un cuerpo de masa $m=250 \text{ g}$ y densidad $\rho=2,5 \text{ g/cm}^3$, se pesa sumergido en cierto líquido, para lo cual, se utiliza una balanza de brazos y una "pesa" de masa $M=180 \text{ g}$. Ha

llar la densidad (en g/cm^3) del líquido desconocido. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,1 b) 0,3 c) 0,5 d) 0,7 e) 0,9

309.Un cuerpo de masa $m=180 \text{ g}$ se pesa sumergida en agua de densidad $\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$, utilizando una "pesa" de masa $M_0=150 \text{ g}$; luego el mismo cuerpo, se pesa sumergida en otro líquido, utilizando una "pesa" de masa $M_1=144 \text{ g}$. Hallar la densidad (en g/cm^3) del líquido desconocido ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,2 b) 1,4 c) 1,6 d) 1,8 e) 2,0

310.En la Fig.187, en el fondo del recipiente, inclinado un ángulo $\theta=30^\circ$ respecto de la horizontal, se encuentra el cubo de arista $a=20 \text{ cm}$, de densidad $\rho=7000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza que ejerce el cubo sobre la base del recipiente, si en éste se vierte agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$. Entre el fondo del recipiente y el cubo no hay agua, además, no considere la presión atmosférica. ($h=1 \text{ m}$; $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 536 N b) 636 N c) 736 N d) 836 N e) 936 N

311.En la Fig.188, el palillo de masa homogénea $M=12 \text{ kg}$ está sumergido hasta la mitad en el agua del vaso cilíndrico, la fricción es despreciable. Hallar la fuerza de presión del palillo sobre el vaso para $\alpha=37^\circ$. ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 50 N b) 40 N c) 30 N d) 20 N e) 10 N

312.En la Fig.189, en la tapa del recipiente con agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ hay un orificio cilíndrico, cerrado herméticamente con el émbolo móvil de radio $R=10 \text{ cm}$, en el cual, se instala un tubo vertical de radio $r=5 \text{ cm}$. La masa del émbolo más el tubo es de $m=20 \text{ kg}$. Hallar la altura de la columna de agua en el tubo cuando el sistema se encuentra en equilibrio. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 81 cm b) 83 cm c) 85 cm d) 87 cm e) 89 cm

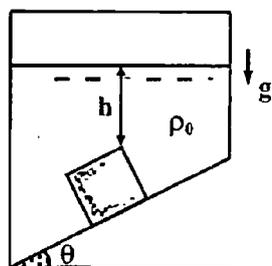


Fig.187

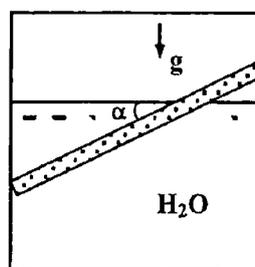


Fig.188

313.En la Fig.190, en la pared del recipiente cilíndrico de radio $R=40 \text{ cm}$, que contiene agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$ existe un orificio cerrado con un tapón. ¿Qué trabajo se debe hacer para introducir el tapón una longitud de $\ell=20 \text{ cm}$? El tapón tiene la forma de un cilindro de radio $r=10 \text{ cm}$. El centro del orificio se encuentra a la profundidad de $h=1 \text{ m}$. Despreciar la fricción. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

a) 61,22 J

b) 63,22 J

c) 65,22 J

d) 67,22 J

e) 69,22 J

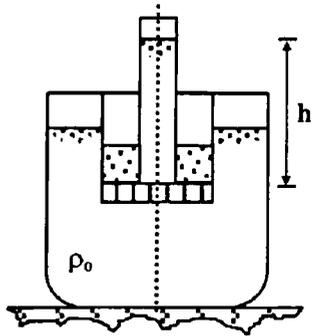


Fig. 189

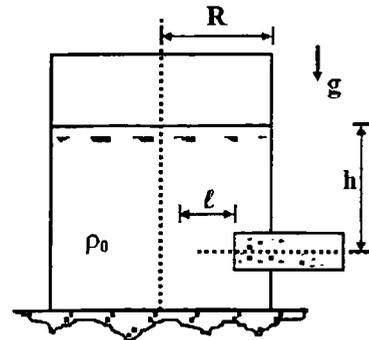


Fig. 190

314. En la Fig. 191, en la campana semiesférica de radio interno $R=3$ cm, que yace herméticamente sobre la mesa, se vierte agua de peso específico $\gamma=9,79$ kN/m³ por un orificio pequeño, ubicado en el punto más alto del hemisferio. Cuando el agua llega al orificio, levanta la campana y empieza a fluir por debajo de ella. Hallar el peso de la campana semiesférica.

a) 268,8 N

b) 270,8 N

c) 272,8 N

d) 274,8 N

e) 276,8 N

315. En la Fig. 192, el tubo de radio $r=5$ cm se cierra por abajo con un disco metálico y se sumerge en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³ a la profundidad de $\ell=1,056$ m. El radio del disco es $R=15$ cm, su densidad $\rho=2000$ kg/m³ y su altura $h=4$ cm. La distancia entre los ejes del disco y el tubo es de $a=8$ cm. ¿Hasta qué altura se debe verter el agua en el tubo, para que este se separe del disco? ($g=10$ m/s²)

a) 10 cm

b) 12 cm

c) 14 cm

d) 16 cm

e) 18 cm



Fig. 191

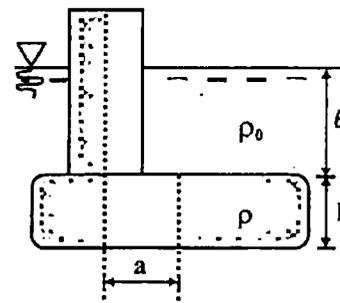


Fig. 192

316. Hallar el ángulo que forma con la horizontal, la superficie de un líquido contenido en un recipiente que se desliza por un plano inclinado que forma un ángulo $\alpha = 49^\circ$ con la horizontal, si el coeficiente de fricción es $\mu = 3/4$.

a) 10° b) 12° c) 14° d) 16° e) 18°

317. Un cilindro cerrado de radio $R=40$ cm, cuyas $3/4$ partes de su volumen contienen agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³, gira alrededor de su eje de simetría con una velocidad angular de $\omega=10$ rad/s. Hallar la presión a una distancia $x=10$ cm de la pared del cilindro.

- a) 2,0 kPa b) 2,5 kPa c) 3,0 kPa d) 3,5 kPa e) 4,0 kPa

318. En la Fig.193, el sumergible constituido por dos semicilindros idénticos de radio $R=25$ cm, longitud $\ell=1$ m, flota sumergido parcialmente en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. Hallar la fuerza que comprime los dos semicilindros, a una profundidad $H=10$ cm de la superficie. ($g=10$ m/s²)

- a) 750 N b) 800 N c) 850 N d) 900 N e) 950 N

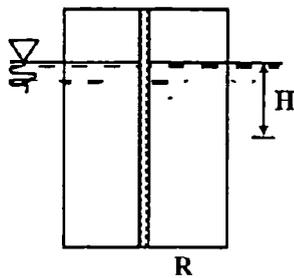


Fig.193

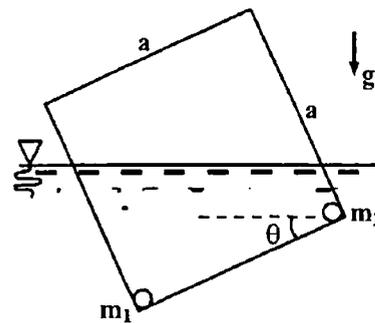


Fig.194

319. En la Fig.194, el cubo de arista $a=50$ cm sumergido con la mitad de su volumen en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³, está inclinado respecto de la horizontal un ángulo de $\theta=37^\circ$. Despreciando el peso del cubo, hallar la razón m_1 / m_2 de las masas de los alambres de longitudes $a=50$ cm, soldadas en las aristas del cubo. ($g=10$ m/s²)

- a) 4,5 b) 4,8 c) 5,1 d) 5,4 e) 5,7

320. En la Fig.195, el cuerpo en forma de cono regular de sección transversal circular, y peso específico " γ_1 " está sumergido parcialmente en un líquido de peso específico " γ ". Hallar la altura sumergida " y " si $h=40$ cm y $\gamma=3\gamma_1$.

- a) 10,3 cm b) 12,3 cm c) 14,3 cm d) 16,3 cm e) 18,3 cm

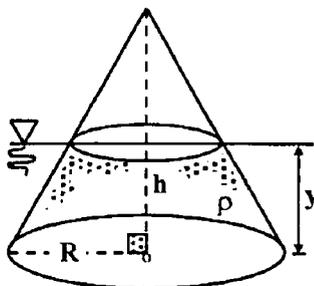


Fig.195

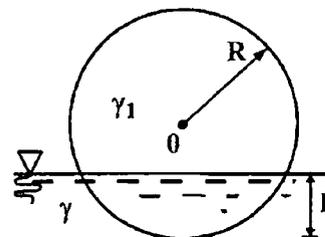


Fig.196

321. En la Fig. 196, la esfera homogénea de radio $R=1$ m y peso específico " γ_1 " está sumergida parcialmente en un líquido de peso específico " γ ". Hallar la altura sumergida " h " de la esfera, sabiendo que $\gamma=27\gamma_1/2$.

- a) 1/2 m b) 1/3 m c) 1/4 m d) 1/5 m e) 3/4 m

322. En la Fig. 197, el cascarón esférico de acero de densidad $\rho_1=7800$ kg/m³, espesor $h=2$ cm llena de aire de densidad $\rho_2=1,29$ kg/m³, flota sumergida completamente en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. Hallar el radio interno del cascarón. ($g=10$ m/s²)

- a) 40,8 cm b) 42,8 cm c) 44,8 cm d) 46,8 cm e) 48,8 cm

323. En la Fig. 198, los líquidos no miscibles contenidos en el recipiente están en equilibrio, además se sabe que la razón aritmética de sus densidades es de 2 kg/m³ y la presión en el fondo del recipiente es de 102 002,4 Pa. Hallar: ($a=2$ cm ; $P_0=10^5$ Pa ; $g=10$ m/s²)

I) La densidad del líquido (1).

- a) 1,0 g/cm³ b) 1,5 g/cm³ c) 2,0 g/cm³ d) 2,5 g/cm³ e) 3,0 g/cm³

II) La densidad del líquido equivalente, que produce la misma presión en el fondo.

- a) 8 g/cm³ b) 10 g/cm³ c) 12 g/cm³ d) 14 g/cm³ e) 16 g/cm³

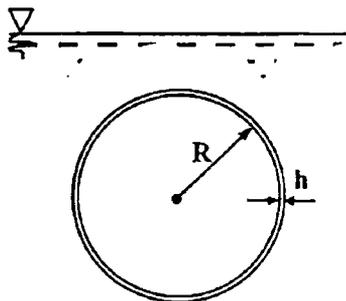


Fig.197

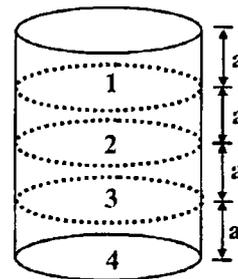


Fig.198

324. En la Fig. 199, en la superficie de separación de dos líquidos de densidades $\rho_1=6000$ kg/m³ y $\rho_2=1200$ kg/m³ flota un bloque de densidad $\rho=1000$ kg/m³ y altura $h=60$ cm. ¿A qué profundidad está sumergida el bloque en el segundo líquido?

- a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 40 cm e) 50 cm

325. En la Fig. 200, el vaso de pared delgada y masa $m=200$ g, flota verticalmente en la superficie de separación de dos líquidos de densidades $\rho_1=800$ kg/m³ y $\rho_2=1000$ kg/m³. Hallar la altura " x " sumergida del vaso en el líquido inferior, si el fondo del vaso tiene espesor $h=2$ cm, área $A=50$ cm² y el vaso está lleno del líquido de densidad " ρ_1 ".

- a) 6 cm b) 8 cm c) 10 cm d) 12 cm e) 14 cm

326. En la Fig. 201, la bola superior flota con la mitad de su volumen sumergida en agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³; los volúmenes de las bolas son iguales a $V=10$ cm³, y el peso de

la bola inferior es tres veces el de la superior. Hallar:

I) El peso de la bola superior ($m=10^{-3}$).

- a) 31,5 mN b) 33,5 mN c) 35,5 mN d) 37,5 mN e) 39,5 mN

II) La tensión en la cuerda que une a las bolas.

- a) 10,5 mN b) 12,5 mN c) 14,5 mN d) 16,5 mN e) 18,5 mN

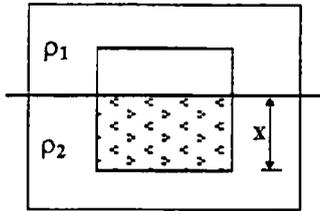


Fig.199

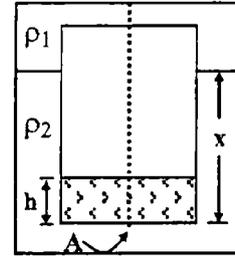


Fig.200

327. Una placa homogénea en forma de trapecio regular se sumerge verticalmente en el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^2$, con su lado superior $a=60 \text{ cm}$ a 40 cm por debajo de la superficie libre del agua y el otro inferior $b=80 \text{ cm}$ a 100 cm , respectivamente. Hallar la fuerza total que ejerce el agua sobre la placa. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 kN b) 2 kN c) 3 kN d) 4 kN e) 5 kN

328. En la Fig.202, la placa delgada homogénea en forma de triángulo de base horizontal $a=90 \text{ cm}$ y altura $h=40 \text{ cm}$, está sumergido verticalmente en agua de densidad igual a $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar: ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) La fuerza que ejerce el agua sobre la placa, para $z=0 \text{ cm}$.

- a) 400 N b) 420 N c) 440 N d) 460 N e) 480 N

II) La fuerza que ejerce el agua sobre la placa, para $z=50 \text{ cm}$.

- a) 1 300 N b) 1 320 N c) 1 340 N d) 1 360 N e) 1 380 N

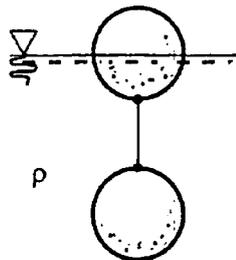


Fig.201

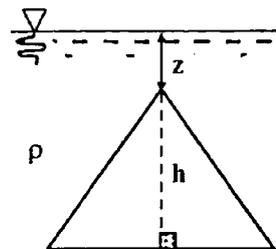


Fig.202

329. En la Fig.203, hallar la fuerza que el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ ejerce sobre la placa homogénea delgada de forma triangular, sumergida totalmente en posición vertical. ($a=90 \text{ cm}$, $h=40 \text{ cm}$, $d=60 \text{ cm}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 500 N b) 550 N c) 600 N d) 650 N e) 700 N

330. En la Fig.204, hallar la fuerza que ejerce el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ sobre la placa homogénea delgada de forma semicircular de radio $R=30 \text{ cm}$, sumergida en posición vertical. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 120 N b) 140 N c) 160 N d) 180 N e) 200 N

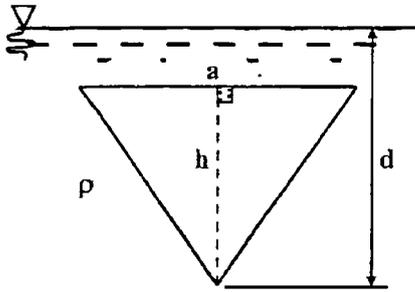


Fig.203

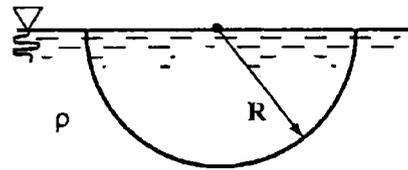


Fig.204

331. En la Fig.205, hallar la fuerza que ejerce el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ sobre la placa semicircular delgada homogénea de radio $R=40 \text{ cm}$ sumergido verticalmente. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 518,6 N b) 538,6 N c) 558,6 N d) 578,6 N e) 598,6 N

332. En la Fig.206, la placa homogénea delgada cuadrada de lado $a=1 \text{ m}$ presenta un agujero de radio $R=50 \text{ cm}$ y está sumergido verticalmente en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza que ejerce el agua sobre la placa. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 973 N b) 1173 N c) 853 N d) 1073 N e) 1273 N

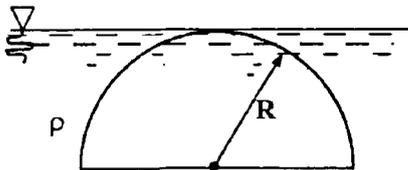


Fig.205

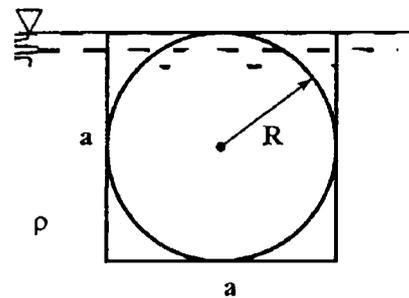


Fig.206

333. En la Fig.207, el lado superior AB de la placa cuadrada delgada homogénea de lado "a" que está sumergida verticalmente en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, se sumerge a una profundidad "2a", ¿En cuántas veces aumenta la fuerza debida al agua sobre la placa?

- a) 1 vez b) 2 veces c) 3 veces d) 4 veces e) 5 veces

334. En la Fig.208, ¿Cuántas veces mayor es la fuerza hidrostática, sobre la mitad superior (1)

que sobre la mitad inferior (2), de la placa circular homogénea delgada, sumergida verticalmente en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,5 veces b) 2,0 veces c) 2,5 veces d) 3,0 veces e) 3,5 veces

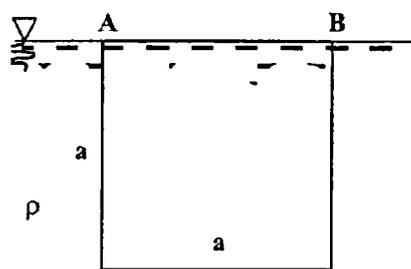


Fig.207

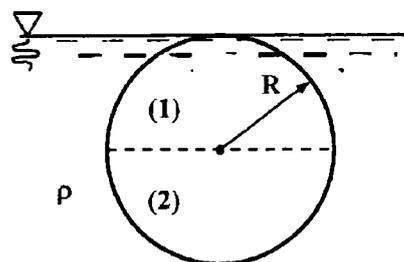


Fig.208

335. En los vasos comunicantes de diámetros $D_1=8 \text{ cm}$ y $D_2=4 \text{ cm}$ se vierte un líquido de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. ¿En cuánto subirá el nivel del líquido en los recipientes, si en uno de ellos se coloca cierto cuerpo de masa $m=200 \text{ g}$ de densidad $\rho_0 < \rho$?

- a) 1,2 cm b) 2,2 cm c) 3,2 cm d) 4,2 cm e) 5,2 cm

336. En la Fig.209, la bola de radio $R=30 \text{ cm}$ flota con la mitad de su volumen en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, unida a un palo pesado homogéneo de longitud $\ell=60 \text{ cm}$. ¿Con qué fuerza presiona el palo el fondo del depósito de agua? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $300 \pi \text{ N}$ b) $320 \pi \text{ N}$ c) $340 \pi \text{ N}$ d) $360 \pi \text{ N}$ e) $380 \pi \text{ N}$

337. En la Fig.210, el sumergible constituido por dos semicilindros idénticos de radio $R=30 \text{ cm}$, longitud $\ell=1 \text{ m}$, flota sumergido parcialmente en agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza que comprime los dos semicilindros, a una profundidad $H=10 \text{ cm}$ de la superficie. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 500 N b) 600 N c) 700 N d) 800 N e) 900 N

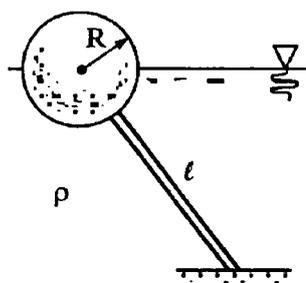


Fig.209

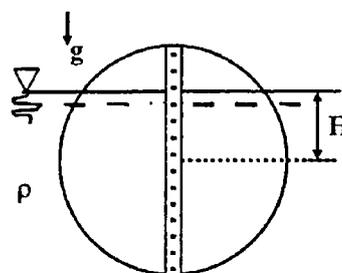


Fig.210

338. En la Fig.211, el cuerpo homogéneo en forma de segmento esférico flota con sus bases paralelas a la superficie libre del agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza total que ejerce el agua sobre el cuerpo, si $R=25 \text{ cm}$; $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 205 N b) 210 N c) 215 N d) 220 N e) 225 N

339. En la Fig.212, la esfera compacta homogénea de radio $R=20$ cm y peso $W = 100\pi$ N, tapa un agujero circular en la base del depósito de agua. Hallar la fuerza mínima necesaria para levantar la esfera, si $H=80$ cm, $g=10$ m/s², $\rho=1000$ kg/m³.

- a) 200π N b) 250π N c) 300π N d) 350π N e) 400π N

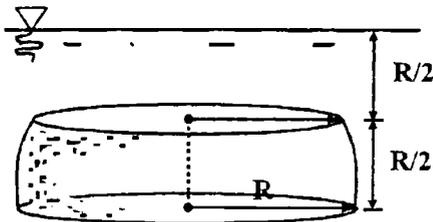


Fig.211

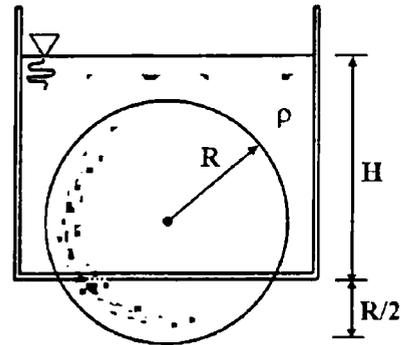


Fig.212

340. En la Fig.213, la placa homogénea delgada de lados $a=4$ m, $b=3$ m, se encuentra en equilibrio sumergida a la profundidad $h=2$ m, con su arista superior paralela a la superficie libre del agua. Hallar: ($\gamma=10^4$ N/m³, $g=10$ m/s²)

I) La distancia del centro de presión " ζ " a la superficie libre del agua.

- a) 3,1 m b) 3,3 m c) 3,5 m d) 3,7 m e) 3,9 m

II) La distancia del centro de presión " ζ " a la superficie libre del agua, para $h=0$ m.

- a) 1,0 m b) 1,5 m c) 2,0 m d) 2,5 m e) 3,0 m

341. En la Fig.214, la placa muy delgada en forma de rombo regular de lados $a=\sqrt{6}$ m, esta sumergida totalmente en agua. ¿Para qué valor de la diagonal del rombo " z ", la presión hidrostática es máxima?

- a) 4,0 m b) 4,2 m c) 4,4 m d) 4,6 m e) 4,8 m

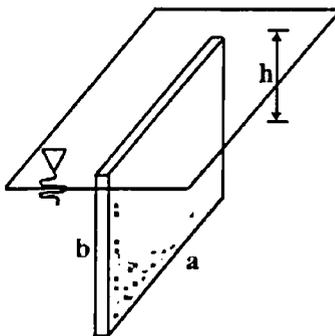


Fig.213

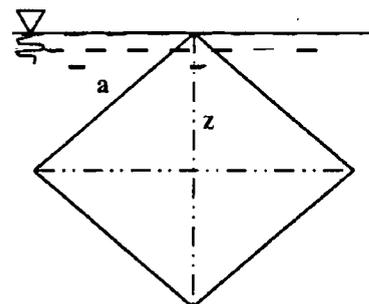


Fig.214

342. En la Fig.215, la semiesfera homogénea maciza de radio $R=20$ cm y densidad " ρ " se en

cuenta en equilibrio, sobre el fondo de un depósito que contiene un líquido de densidad $\rho_L = 0,25\rho$. Hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza la semiesfera, al sacarse del equilibrio. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,45 s b) 0,55 s c) 0,65 s d) 0,75 s e) 0,85 s

343. En la Fig.216, la pared vertical separa dos depósitos de agua de alturas " h_1 " y $h_2 = \sqrt{3}$ m. Si la fuerza de presión total, se sitúa en la posición mostrada, ¿Cuál es el valor de " h_1 "?

- a) 4,33 m b) 4,43 m c) 4,53 m d) 4,63 m e) 4,73 m

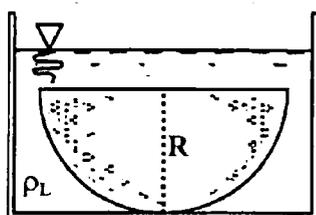


Fig.215

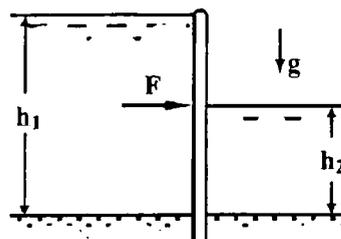


Fig.216

344. Un cuerpo de densidad " ρ_o " se suelta desde el fondo de un depósito que contiene un líquido de densidad " ρ_L " hasta una altura de $H=40$ cm. El volumen del cuerpo depende directamente de la profundidad a la que se encuentra, siendo su volumen en el fondo " V_o " y en la superficie libre " $2V_o$ ". Hallar la rapidez con la que llega el cuerpo a la superficie libre. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho_L=2\rho_o$)

- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

345. En la Fig.217, la placa muy delgada en forma de triángulo, se encuentra en un plano vertical sumergida en un líquido con su arista " a " paralela a la superficie libre. Hallar la distancia " ζ " del centro de presión C a la superficie libre. ($d=40$ cm, $h=60$ cm)

- a) 61,3 cm b) 62,3 cm c) 63,3 cm d) 64,3 cm e) 65,3 cm

346. En la Fig.218, el paralelepípedo de base cuadrada de lados $a=20$ cm, altura $H=40$ cm, densidad $\rho=0,25 \text{ g/cm}^3$ se encuentra flotando sumergido parcialmente en agua de densidad $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$. Tomando como nivel de referencia la superficie libre, hallar su energía potencial. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 4 J b) 5 J c) 6 J d) 7 J e) 8 J

347. En la Fig.219, el centro O del disco semicircular de diámetro $D=40$ cm, que cierra el orificio de una pared vertical, se encuentra a la distancia $h=36$ cm de la superficie libre del líquido, y puede girar alrededor del eje Z. Hallar el momento " M " necesario para abrir la compuerta. ($\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 19,0 N.m b) 19,2 N.m c) 19,4 N.m d) 19,6 N.m e) 19,8 N.m

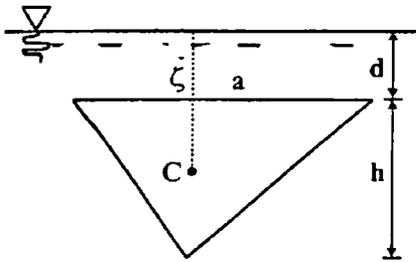


Fig.217

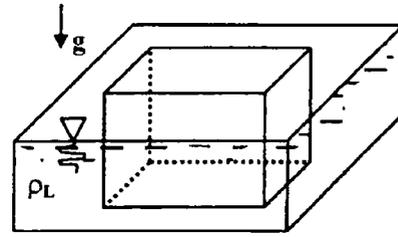


Fig.218

348. En la Fig.220, sobre el émbolo de área $A_1=400 \text{ cm}^2$ se ubica el bloque de peso $W=12 \text{ N}$. ¿Qué fuerza mínima "F" debe aplicarse al émbolo de forma cuadrada de área $A_2=100 \text{ cm}^2$, para evitar que el agua salga del deposito. ($h=50 \text{ cm}$, $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 50 N b) 52 N c) 54 N d) 56 N e) 58 N

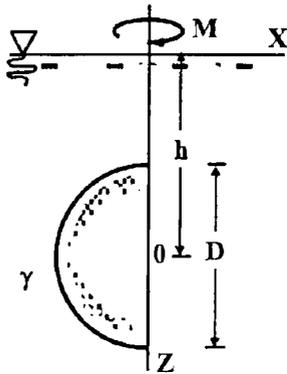


Fig.219

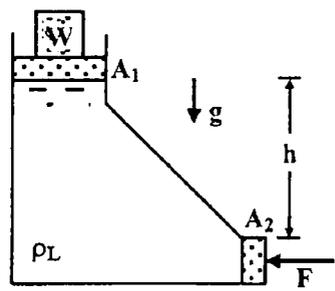


Fig.220

349. En la Fig.221, el cilindro regular cerrado de radio $R=20 \text{ cm}$ y altura $H=51,2 \text{ cm}$ tiene las tres cuartas partes de su volumen llena de agua. ¿A qué velocidad angular " ω " debe girar el cilindro alrededor de su eje para que el paraboloide sea tangente a la base? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 5 rad/s b) 6 rad/s c) 7 rad/s d) 8 rad/s e) 9 rad/s

350. En la Fig.222, el bloque en forma de paralelepípedo regular de sección cuadrada de lado $a=24 \text{ cm}$ esta sumergida en agua de densidad $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$, una longitud de $b=18 \text{ cm}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la altura "h" del bloque.

- a) 20,7 cm b) 22,7 cm c) 24,7 cm d) 26,7 cm e) 28,7 cm

II) Hallar la densidad de masa del bloque.

- a) 0,22 g/cm³ b) 0,26 g/cm³ c) 0,30 g/cm³ d) 0,34 g/cm³ e) 0,38 g/cm³

III) Al ubicar el bloque con su base paralelo a la superficie libre, que variación experimenta su energía potencial gravitatoria.

- a) 1,0 J b) 1,2 J c) 1,4 J d) 1,6 J e) 1,8 J

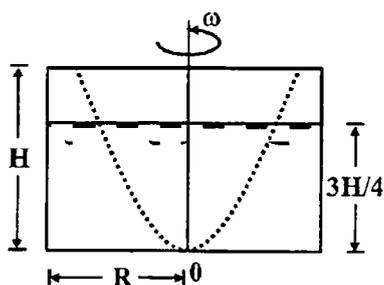


Fig.221

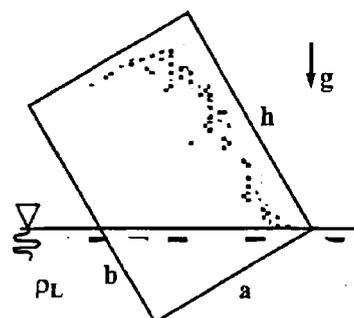


Fig.222

351. En la Fig.223, el centro de la placa delgada en forma de elipse de semiejes $a=60$ cm, $b=40$ cm, se encuentra en un plano vertical a una profundidad de $c=50$ cm. Hallar la distancia " ζ " del centro de presión C a la superficie libre. ($g=10$ m/s²)

- a) 50 cm b) 52 cm c) 54 cm d) 56 cm e) 58 cm

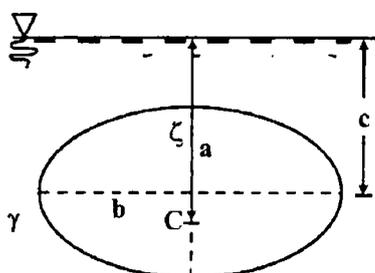


Fig.223

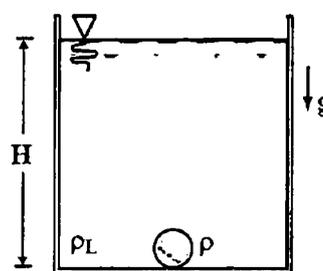


Fig.224

352. En la Fig.224, la esferita de radio " R " y densidad " ρ " se suelta del fondo del depósito que contiene un líquido de densidad " ρ_L ". Si a dicha esferita se le practica una cavidad de radio " $R/2$ " y se llena con otro material de densidad " $\rho/2$ " y se suelta del fondo del depósito, ¿En cuanto cambia el tiempo que tarda en llegar a la superficie libre? ($g=10$ m/s², $\rho=2\rho_L/3$, $H=40$ cm)

- a) 31 ms b) 33 ms c) 35 ms d) 37 ms e) 39 ms

353. En la Fig.225, entre la pared vertical y una compuerta que puede girar alrededor de O, está llena de un líquido de peso $W=216,5$ kN. El ancho del líquido es $a=4$ m.

I) ¿Para qué valor de " θ ", el momento que ejerce el líquido sobre la compuerta es mínima?

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

II) Hallar el valor mínimo del momento (en kN·m) ejercido por el líquido.

- a) 410,6 b) 412,6 c) 414,6 d) 416,6 e) 418,6

354. En la Fig.226, el recipiente en forma de cono regular de volumen $V=500$ cm³, flota sumer

gido parcialmente en agua. Hallar el volumen de agua que debe verterse en el recipiente para hundirlo completamente. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 390 cm^3 b) 392 cm^3 c) 394 cm^3 d) 396 cm^3 e) 398 cm^3

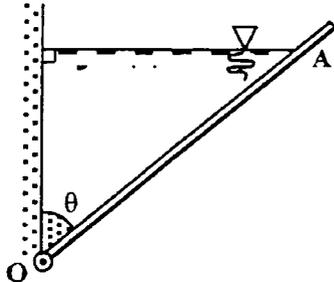


Fig.225

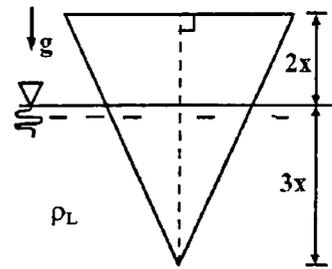


Fig.226

355. Se tiene un depósito en forma de semiesfera de radio $R=60 \text{ cm}$, llena de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. ¿A qué velocidad angular " ω " debe girar el depósito, alrededor de su eje de simetría, para que se vierta la cuarta parte del agua? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $3,1 \text{ rad/s}$ b) $3,3 \text{ rad/s}$ c) $3,5 \text{ rad/s}$ d) $3,7 \text{ rad/s}$ e) $3,9 \text{ rad/s}$

356. Globos de helio que tienen masas de $m=5,0 \text{ g}$ cuando están desinflados y con radios de $R=20 \text{ cm}$ cada uno son utilizados por un niño de masa $M=20 \text{ kg}$ para levantarse a si mismo del piso. ¿Cuántos globos se necesitan si la densidad del helio es $\rho_{\text{He}}=0,18 \text{ kg/m}^3$ y la densidad del aire $\rho_{\text{A}}=1,29 \text{ kg/m}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 617 b) 619 c) 621 d) 623 e) 625

357. En la Fig.227, la placa muy delgada en forma de semicírculo de radio $R=30 \text{ cm}$, se encuentra en un plano vertical sumergida a la profundidad de $h=40 \text{ cm}$, con su diámetro paralelo a la superficie libre del agua. Hallar: ($\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

I) La distancia " ζ " del centro de presión a la superficie libre del agua.

- a) $53,1 \text{ cm}$ b) $53,3 \text{ cm}$ c) $53,5 \text{ cm}$ d) $53,7 \text{ cm}$ e) $53,9 \text{ cm}$

II) La distancia entre los centros de gravedad y presión de la placa.

- a) $1,19 \text{ cm}$ b) $1,39 \text{ cm}$ c) $1,59 \text{ cm}$ d) $1,79 \text{ cm}$ e) $1,99 \text{ cm}$

III) La distancia " ζ " del centro de presión de la placa a la superficie libre, para $h=0$.

- a) $17,07 \text{ cm}$ b) $17,27 \text{ cm}$ c) $17,47 \text{ cm}$ d) $17,67 \text{ cm}$ e) $17,87 \text{ cm}$

358. En la Fig.228, el recipiente que contiene agua de densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$, asciende por el plano inclinado $\theta=53^\circ$, respecto de la horizontal. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Para qué aceleración del recipiente, el nivel del agua es paralela al plano inclinado?

- a) 5 m/s^2 b) -5 m/s^2 c) 8 m/s^2 d) -8 m/s^2 e) 10 m/s^2

II) ¿Para que aceleración del recipiente el nivel del agua forma 16° con la horizontal?

- a) $1,25 \text{ m/s}^2$ b) $-1,25 \text{ m/s}^2$ c) $3,45 \text{ m/s}^2$ d) $-3,45 \text{ m/s}^2$ e) $2,54 \text{ m/s}^2$

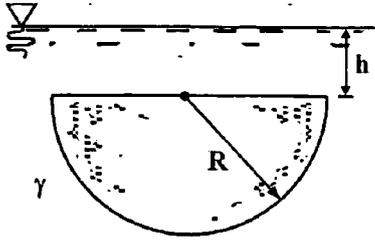


Fig.227

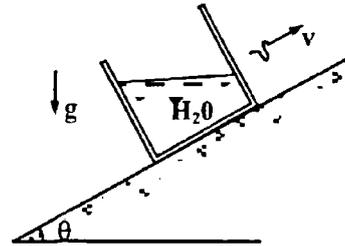


Fig.228

359. En la Fig.229, en la pared lateral del depósito que contiene agua de peso específico $\gamma = 10^4 \text{ N/m}^3$ hasta una altura de $h=2 \text{ m}$ hay una compuerta circular de radio $R=20 \text{ cm}$, situada a la distancia de $d=1 \text{ m}$ del fondo.

I) Hallar la fuerza de empuje sobre la compuerta.

- a) $1,06 \text{ kN}$ b) $1,26 \text{ kN}$ c) $1,46 \text{ kN}$ d) $1,66 \text{ kN}$ e) $1,86 \text{ kN}$

II) Hallar la distancia " ζ " del centro de presión de la compuerta, a la superficie libre.

- a) $1,01 \text{ m}$ b) $1,03 \text{ m}$ c) $1,05 \text{ m}$ d) $1,07 \text{ m}$ e) $1,09 \text{ m}$

360. En la Fig.230, el depósito de longitud $c=2 \text{ m}$ perpendicular al papel, contiene una capa de grasa animal (A) de densidad $\rho' = 0,86 \text{ g/cm}^3$ de espesor $a=0,5 \text{ m}$, y agua (B) de densidad $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$ hasta una altura de $b=2,5 \text{ m}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\theta=37^\circ$)

I) Hallar la fuerza hidrostática resultante sobre la compuerta, articulada en O.

- a) $131,6 \text{ kN}$ b) $133,6 \text{ kN}$ c) $135,6 \text{ kN}$ d) $137,6 \text{ kN}$ e) $139,6 \text{ kN}$

II) ¿A qué distancia de O, se encuentra el centro de presión en la compuerta?

- a) $2,37 \text{ m}$ b) $2,47 \text{ m}$ c) $2,57 \text{ m}$ d) $2,67 \text{ m}$ e) $2,77 \text{ m}$

III) Hallar la fuerza mínima F' , que se necesita aplicar, para que la compuerta se mantenga cerrada.

- a) 80 kN b) 82 kN c) 84 kN d) 86 kN e) 88 kN

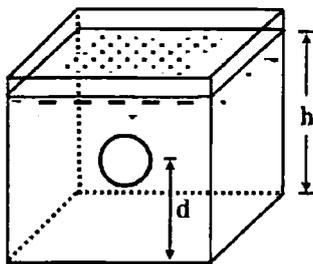


Fig.229

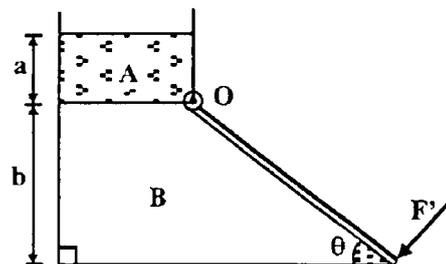


Fig.230

361. El movimiento de un fluido incomprensible se realice bajo la acción del campo de velocidades, $\vec{v} = xt\hat{i} + 2yt\hat{j} + zt\hat{k}$, y del campo de fuerzas $\vec{F} = x\hat{i} + 2y\hat{j} + z\hat{k}$.

- I) Hallar la familia de las líneas de corriente.
 II) Hallar la familia de las trayectorias.

362. En la Fig.231, el depósito que contiene aceite de densidad $\rho = 0,95 \text{ g/cm}^3$, hasta una altura de $a = 1,0 \text{ m}$, y longitud de $c = 4 \text{ m}$ perpendicular al papel, presenta una compuerta articulada en O. Hallar la tensión en el cable horizontal. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $b = 1,2 \text{ m}$, $\theta = 53^\circ$)

- a) 8,271 kN b) 8,273 kN c) 8,275 kN d) 8,277 kN e) 8,279 kN

363. En la Fig.232, la placa muy delgada en forma de trapecio de bases $a = 60 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$, altura $h = 42 \text{ cm}$, se encuentra en un plano vertical sumergida en un líquido incomprensible. Hallar la distancia " ζ " del centro de presión C a la superficie libre.

- a) 21 cm b) 23 cm c) 25 cm d) 27 cm e) 29 cm

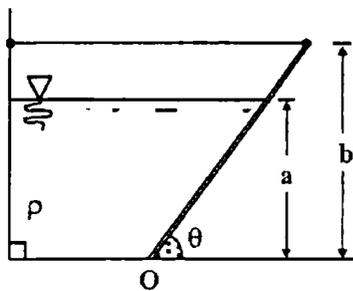


Fig.231

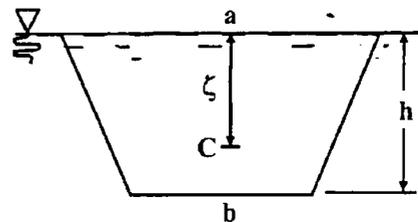


Fig.232

364. En la Fig.233, el sólido en forma de paraboloides de revolución de radio $R = 40 \text{ cm}$, altura $h = 1 \text{ m}$, se encuentra sumergido totalmente en agua de densidad $\rho_L = 1000 \text{ kg/m}^3$, con su base paralela a la superficie libre, a una profundidad de $H = 2 \text{ m}$. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

I) Hallar la fuerza total que actúa sobre la superficie lateral del sólido. ($k = 10^{-3}$)

- a) 57,0 kN b) 57,2 kN c) 57,4 kN d) 57,6 kN e) 57,8 kN

II) Hallar la razón de las fuerzas que actúan sobre la base y superficie lateral del sólido.

- a) 1,04 b) 1,14 c) 1,24 d) 1,34 e) 1,44

III) Hallar el empuje que ejerce el agua sobre el sólido.

- a) 2,11 kN b) 2,21 kN c) 2,31 kN d) 2,41 kN e) 2,51 kN

365. En la Fig.234, el cubo compacto de lados $a = 24\sqrt{2} \text{ cm}$ está sumergida totalmente con una de sus aristas sobre la superficie libre del líquido. Hallar la distancia " ζ " del centro de presión C a la superficie libre del líquido.

- a) 22 cm b) 24 cm c) 26 cm d) 28 cm e) 30 cm

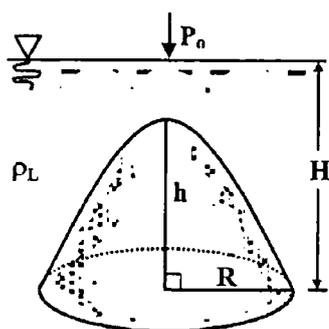


Fig.233

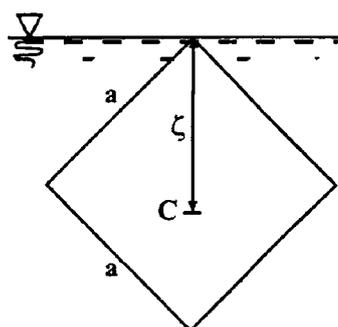


Fig.234

366. En la Fig.235, el agua contenida en el depósito tiene una densidad de $\rho_L=1000 \text{ kg/m}^3$, una altura de $R=40 \text{ cm}$, una longitud perpendicular al papel de $c=1 \text{ m}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza hidrostática, sobre la superficie curva.

- a) 650 N b) 700 N c) 750 N d) 800 N e) 850 N

II) Hallar la componente vertical de la fuerza hidrostática, sobre la superficie curva.

- a) 1 156,6 N b) 1 256,6 N c) 1 356,6 N d) 1 456,6 N e) 1556,6 N

III) Hallar la fuerza hidrostática total, sobre la superficie curva.

- a) 1 409,7 N b) 1 429,7 N c) 1 449,7 N d) 1 469,7 N e) 1 489,7 N

367. En la Fig.236, el sólido en forma de semiesfera de radio $R=30 \text{ cm}$ descansa en el fondo del depósito, que contiene agua de densidad $\rho_L=1000 \text{ kg/m}^3$, hasta una altura de $H=60 \text{ cm}$. Entre la base del depósito y el sólido hay aire a la presión atmosférica de $P_0=10^5 \text{ Pa}$.

Hallar la fuerza mínima que se debe aplicar para elevar el sólido. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $k=10^{-3}$)

- a) 1,13 kN b) 1,23 kN c) 1,33 kN d) 1,43 kN e) 1,53 kN

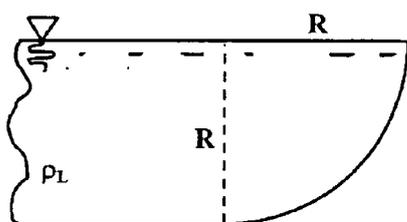


Fig.235

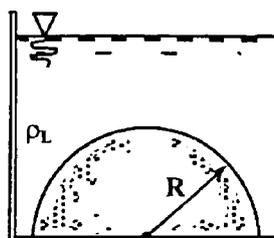


Fig.236

368. En la Fig.237, el vértice superior de la placa muy delgada en forma de triángulo de base $b=60 \text{ cm}$, altura $h=40 \text{ cm}$, se encuentra sumergido en un líquido a una profundidad de $c=20 \text{ cm}$. Hallar la distancia "ζ" del centro de presión C a la superficie libre.

- a) 46,6 cm b) 47,6 cm c) 48,6 cm d) 49,6 cm e) 50,6 cm

369. En la Fig.238, en la pared, inclinada $\theta=53^\circ$ respecto a la horizontal, hay una válvula plana rectangular que puede girar alrededor de la articulación O. ¿Para qué relación AO/OB, la apertura de la válvula es la más sencilla? ($g=10 \text{ m/s}^2$, $d=40 \text{ cm}$, $\ell=20 \text{ cm}$)

- a) 8/9 b) 5/6 c) 7/8 d) 3/4 e) 2/3

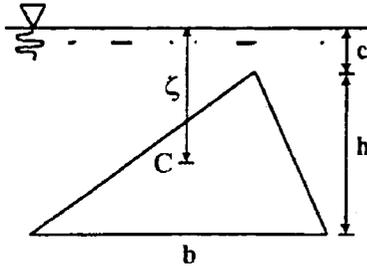


Fig.237

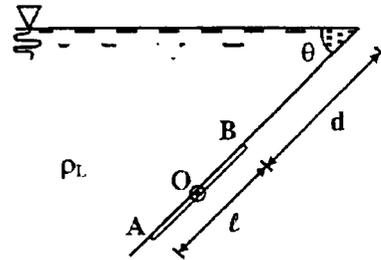


Fig.238

370. En la Fig.239, el prisma regular de longitud $\ell=40 \text{ cm}$ y peso específico " γ " está sumergido completamente en un líquido de peso específico " γ_L " ($\gamma=3\gamma_L/4$). Al liberarse el prisma sobresale del líquido. Hallar. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) La longitud máxima que sobresale el prisma.

- a) 16 cm b) 18 cm c) 20 cm d) 22 cm e) 22 cm

II) La velocidad del prisma, para el instante en que la longitud que sobresale es $\ell/4$.

- a) 13 cm/s b) 14 cm/s c) 15 cm/s d) 16 cm/s e) 17 cm/s

III) El tiempo que tarda el prisma en alcanzar la máxima altura.

- a) 0,50 s b) 0,54 s c) 0,58 s d) 0,62 s e) 0,66 s

IV) El tiempo que disminuye, el prisma en alcanzar la máxima altura, cuando la densidad del prisma se cambia a, $\gamma=\gamma_L/2$.

- a) 3,0 s b) 3,2 s c) 3,4 s d) 3,6 s e) 3,8 s

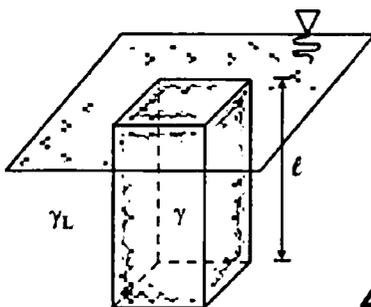


Fig.239

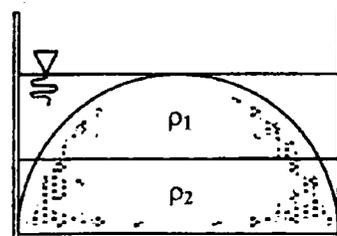


Fig.240

371. En la Fig.240, el sólido en forma de semiesfera de radio $R=40 \text{ cm}$, se encuentra sumergido totalmente en dos líquidos inmiscibles de igual espesor y densidades homogéneas

" ρ_1 " y " ρ_2 ". ¿Para qué razón $\rho_2/\rho_1=?$ de las densidades, las fuerzas hidrostáticas ejercidas sobre las superficies laterales " S_1 " y " S_2 " del sólido son iguales? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

372. Se tiene una placa rectangular de longitud " a " y altura " b ", con su arista superior sumergida en un líquido de peso específico " γ " a una profundidad " h " y paralelo a la superficie libre del líquido. I) Demostrar que la distancia del centro de presión de la placa a la superficie libre es: $\zeta = I_x / \bar{y}A$, siendo " I_x " el momento de inercia, " \bar{y} " el centro de gravedad, medidos respecto de la superficie libre y " A " su área. II) Demostrar que la distancia entre los centros de presión C y gravedad G es: $b^2/6 (b+2h)$.

373. La presión en el centro de un planeta líquido de radio " R " y densidad " ρ " es " P_0 ". El líquido está distribuido homogéneamente sobre el volumen del planeta.

I) Hallar la presión a una distancia de $r=R/2$ del centro del planeta.

- a) $P_0/2$ b) $2P_0/3$ c) $3P_0/4$ d) $4P_0/5$ e) $5P_0/6$

II) Hallar la presión " P_0 ", para $R=400 \text{ km}$, $\rho=10 \text{ g/cm}^3$, $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

- a) $12 \cdot 10^3 \text{ atm}$ b) $22 \cdot 10^3 \text{ atm}$ c) $32 \cdot 10^3 \text{ atm}$ d) $42 \cdot 10^3 \text{ atm}$ e) $52 \cdot 10^3 \text{ atm}$

374. En la Fig.241, el recipiente cilíndrico de radio $R=40 \text{ cm}$, lleno de agua de densidad $\rho_0=1 \text{ g/cm}^3$, gira alrededor de su eje de simetría con una velocidad angular constante de $\omega=50 \text{ rad/s}$. En el recipiente se encuentra una bola compacta de radio $r=2 \text{ cm}$ y densidad $\rho=1,8 \text{ g/cm}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la presión creada por la rotación del líquido, a una distancia de $r=R/2$ del eje de rotación del recipiente.

- a) $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ b) $1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ c) $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ d) $1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e) $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

II) Hallar la fuerza que ejerce la bola sobre la pared lateral del recipiente.

- a) 21,47 N b) 23,47 N c) 25,47 N d) 27,47 N e) 29,47 N

375. Dos recipientes cilíndricos idénticos con sus bases en el mismo nivel contienen un líquido de densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$. El área de ambas bases es $A=10 \text{ cm}^2$, y las alturas de los líquidos en cada uno de ellos son: $h_1=10 \text{ cm}$ y $h_2=20 \text{ cm}$. Hallar el trabajo efectuado por la gravedad para igualar los niveles, cuando se conectan ambos recipientes. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 mJ b) 20 mJ c) 30 mJ d) 40 mJ e) 50 mJ

376. Un sólido en forma de cono regular de radio $R=8 \text{ cm}$, altura $h=20 \text{ cm}$, y densidad " ρ ", flota sumergido parcialmente en un líquido de densidad " ρ_0 " ($\rho_0=8\rho$), con su base por encima de la superficie libre y paralela a ella. Hallar la distancia " ζ " del centro de presión a la superficie libre.

- a) 3 cm b) 4 cm c) 5 cm d) 6 cm e) 7 cm

377. En la Fig.242, el sólido en forma de cono regular de radio $R=40$ cm, altura $h=1$ m, se encuentra en equilibrio, sumergido totalmente en un líquido de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³. ($c=80$ cm, $\theta=37^\circ$, $g=10$ m/s²)

I) Hallar la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie lateral del sólido en la dirección de su eje de simetría.

- a) 530 N b) 532 N c) 534 N d) 536 N e) 538 N

II) Hallar la fuerza que ejerce el líquido sobre la superficie lateral del sólido en la dirección del radio.

- a) 100,8 N b) 102,8 N c) 104,8 N d) 106,8 N e) 108,8 N

III) Hallar la fuerza total que ejerce el líquido sobre la superficie lateral del sólido.

- a) 541,4 N b) 542,4 N c) 543,4 N d) 544,4 N e) 545,4 N

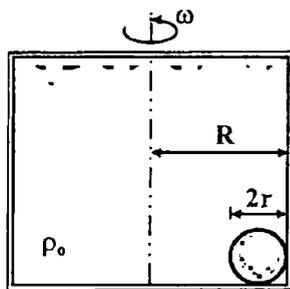


Fig.241

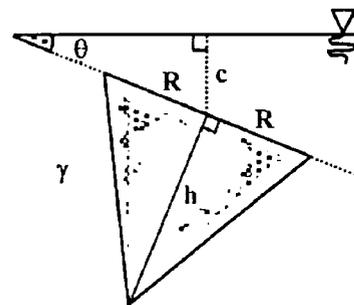


Fig.242

378. En la Fig.243, el cubo (1) de lado $a=20$ cm y el cilindro (2) de radio " R ", altura $h=2R$ que tienen el mismo volumen y la misma densidad " ρ ", están sumergidos parcialmente en un líquido de densidad " ρ_0 " ($\rho_0=2\rho$). ¿En qué razón E_2/E_1 están las energías potenciales elásticas del cilindro " E_2 " y cubo " E_1 "?

- a) 1,00 b) 1,02 c) 1,04 d) 1,06 e) 1,08

379. En la Fig.244, el depósito cilíndrico de radio $R=20$ cm, que contiene cierta cantidad de líquido, gira junto con el líquido alrededor de su eje de simetría con una velocidad angular constante de $\omega=7,68$ rad/s. El globo de radio $r=2$ cm está unida a la pared mediante un hilo de longitud $\ell=10$ cm. Hallar el ángulo " θ " que forma el hilo con la pared. ($g=10$ m/s²)

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

380. En la Fig.245, el cubo compacto homogéneo de lado $a=40$ cm, densidad " ρ ", que está sumergido parcialmente en el líquido de densidad " ρ_0 " ($\rho=3\rho_0/4$), pasa de la posición (1) a la posición (2). Hallar el trabajo realizado. ($g=10$ m/s²)

- a) 41,86 J b) 42,86 J c) 43,86 J d) 44,86 J e) 45,86 J

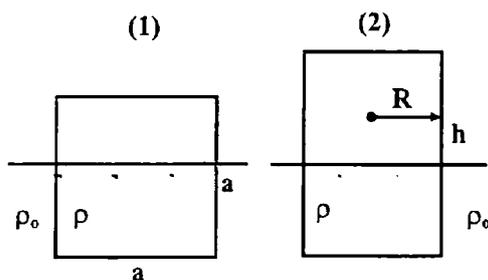


Fig.243

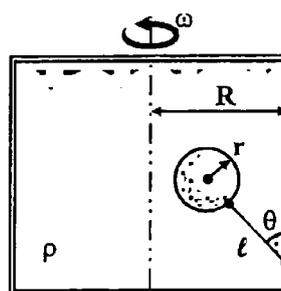


Fig.244

381. Un cubo compacto de lado $a=60$ cm, densidad " ρ " que está sumergido parcialmente en un líquido de densidad " ρ'_0 " ($\rho_0=2\rho$) con su base paralela a la superficie libre, se voltea, quedando su plano diagonal paralela a la superficie libre. Hallar el cambio que experimenta la distancia del centro de presión a la superficie libre del líquido.

- a) 1,0 cm b) 1,2 cm c) 1,4 cm d) 1,6 cm e) 1,8 cm

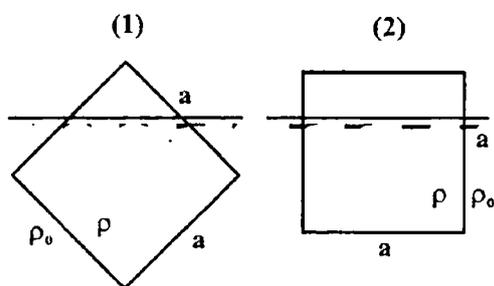


Fig.245

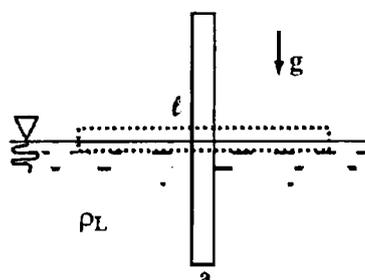


Fig.246

382. Hallar la energía potencial elástica de un cono regular compacto de radio $R=30$ cm, altura $h=40$ cm, densidad " ρ " sumergida parcialmente en un líquido de densidad " ρ_0 " ($\rho_0=8\rho$) con su base paralela a la superficie libre y fuera del líquido. ($g=10$ m/s², $\rho_0=1$ g/cm³)

- a) 33,7 J b) 34,7 J c) 35,7 J d) 36,7 J e) 37,7 J

383. En la Fig.246, la barra de masa $m=10$ g, longitud $\ell=20$ cm, sección cuadrada de lados $a=1$ cm flota en posición vertical sumergida parcialmente en agua de densidad $\rho_L=1$ g/cm³. Hallar la cantidad de calor que se desprende al dar media vuelta a la barra situándola en posición horizontal. ($g=10$ m/s², $m=10^{-3}$)

- a) 4,00 mJ b) 4,25 mJ c) 4,50 mJ d) 4,75 mJ e) 5,00 mJ

384. En la Fig.247, en el depósito que contiene agua de densidad $\rho_0=1$ g/cm³, a una profundidad de $H=10$ m se encuentra una compuerta en forma de triángulo equilátero de lado $b=4$ m, con articulación en el vértice 0. ¿A qué distancia de 0, se encuentra el centro de presión de la compuerta? ($g=10$ m/s², $\theta=60^\circ$)

- a) 25,97 m b) 26,17 m c) 26,37 m d) 26,57 m e) 26,77 m

385. Una barcaza de masa $m=18,11 \cdot 10^3$ kg, longitud $\ell=4$ m, sección transversal en forma de triángulo equilátero de lados $a=2\sqrt{3}$ m, esta en un lago de densidad $\rho_o=10^3$ kg/m³. Hallar la altura del metacentro, e indicar si el equilibrio es estable o no.

- a) 41,4 cm b) 43,4 cm c) 45,4 cm d) 47,4 cm e) 49,4 cm

386. En la Fig.248, los recipientes de bases semiesféricas cóncava (I) y convexa (II) de radios $R=30$ cm, contienen agua de densidad $\rho_o=1000$ kg/m³. Hallar la diferencia de las fuerzas de presión (F_2-F_1) que ejerce el agua, sobre las bases de los recipientes. ($g=10$ m/s²)

- a) 75π N b) 80π N c) 85π N d) 90π N e) 95π N

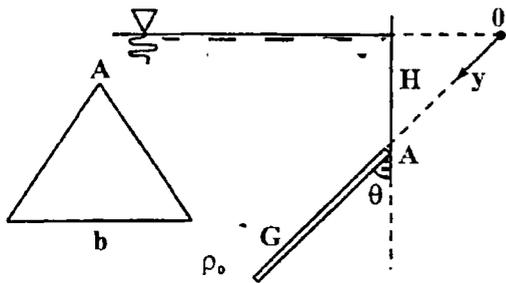


Fig.247

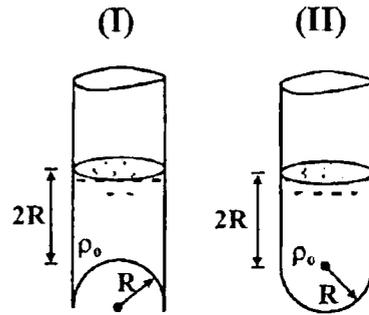


Fig.248

387. En la Fig.249, el barómetro indica presiones erróneas debido a la presencia de una pequeña cantidad de aire sobre la columna de mercurio. A presión de $P_{01}=754$ mm de la columna de mercurio, el barómetro indica $P_1=748$ mm y a la presión de $P_{02}=742$ mm de Hg, $P_2=738$ mm. Hallar la longitud " ℓ " del tubo del barómetro.

- a) 760 mm b) 762 mm c) 764 mm d) 766 mm e) 768 mm

388. Un cuerpo en forma de un cubo de lados $a=24\sqrt{2}$ cm, densidad homogénea " ρ " flota su mergido parcialmente con su plano diametral paralelo a la superficie libre de un líquido de densidad " ρ_o " ($\rho_o=2\rho$). Hallar la altura del metacentro, e indicar la estabilidad del cuerpo. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

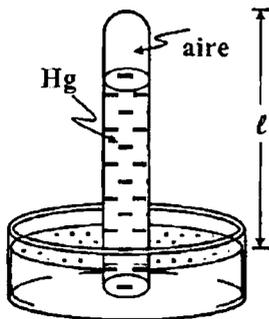


Fig.249

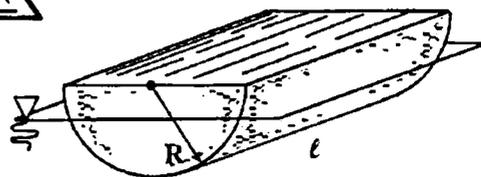


Fig.250

389. En la Fig.250, el semicilindro hueco de radio $R=9\pi$ cm, longitud $\ell=40$ cm densidad " ρ " se encuentra sumergido parcialmente en un líquido de densidad " ρ_0 ". Hallar la altura del metacentro, e indicar sobre la estabilidad del semicilindro. ($g=10$ m/s²)

- a) 10 cm b) 11 cm c) 12 cm d) 13 cm e) 14 cm

390. En la Fig.251, el trozo de poliestireno de densidad $\rho=180$ kg/m³, esta totalmente sumergido en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³, con su arista superior situada en la superficie libre del agua, y sostenida por una cuerda al fondo del depósito. ($P_0=10^5$ Pa, $g=10$ m/s²)

I) Hallar la tensión en la cuerda que sostiene el trozo de poliestireno.

- a) 80 N b) 82 N c) 84 N d) 86 N e) 88 N

II) Demostrar que la suma de las fuerzas de presión, sobre las caras del trozo de poliestireno, es igual, al empuje que ejerce el líquido.

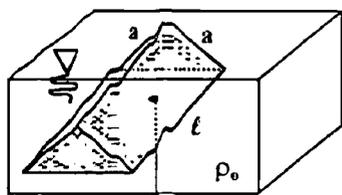


Fig.251

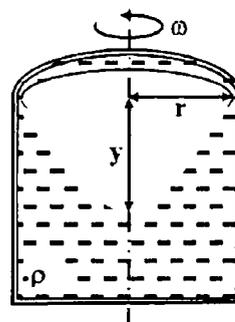


Fig.252

391. En la Fig.252, el depósito cilíndrico que contiene líquido de densidad " ρ " gira con velocidad angular constante " ω ", alrededor de su eje de simetría.

I) Demostrar que la variación de la presión en la dirección radial, viene dado por: $dP/dr = \rho\omega^2 r$.

II) Demostrar que la presión a la distancia " r " del eje es: $P=P_0+\rho\omega^2 r^2$, siendo " P_0 " la presión en el eje de simetría.

392. En la Fig.253, el hemisferio de radio $R=12$ cm, lleno de agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, experimenta la presión correspondiente a una altura de $h=20$ cm de líquido. Hallar la presión vertical en la pared interior de la semiesfera. ($g=10$ m/s²)

- a) 50,29 N b) 52,29 N c) 54,29 N d) 56,29 N e) 58,29 N

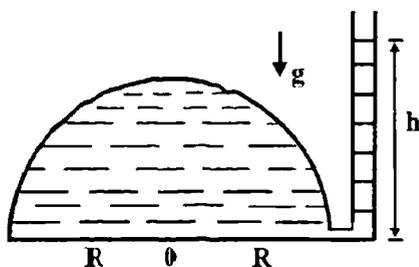


Fig.253

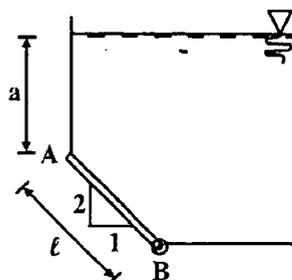


Fig.254

393. En la Fig.254, la compuerta rectangular AB de lados $\ell=1,5$ m, $c=1$ m en un depósito lle no de agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³ está inclinada. La compuerta esta articulada en B, además $a=2,5$ m.

I) Hallar la fuerza de presión hidrostática total sobre la compuerta.

- a) 45,6 kN b) 46,6 kN c) 47,6 kN d) 48,6 kN e) 49,6 kN

II) Hallar la fuerza horizontal que se necesita aplicar en A, para mantener la compuerta en su posición.

- a) 20,7 kN b) 22,7 kN c) 24,7 kN d) 26,7 kN e) 28,7 kN

394. En la Fig.255, el tubo de vidrio de masa $m=15$ g, longitud $\ell=50$ cm, área de sección transversal $A=0,5$ cm², esta cerrado en su extremo superior. El tubo se sumerge en agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, a una profundidad de $h=10$ cm. ¿Qué fuerza "F" se debe aplicar al tubo, para mantenerlo debajo del agua? (presión atmosférica $P_0=10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s², $m=10^{-3}$)

- a) 81 mN b) 83 mN c) 85 mN d) 87 mN e) 89 mN

395. En la Fig.256, las paleta del generador de forma rectangular de lados $\ell=1$ m y $b=1,2$ m, gira lentamente con velocidad angular constante de $\omega=2$ rad/s, alrededor del eje que pasa por una arista y es paralela a la superficie libre. La paleta está sumergida totalmente en agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, a una profundidad de $a=1$ m. Hallar la rapidez con la que se mueve el centro de flotación, para el instante en que $\theta=37^\circ$. ($g=10$ m/s²)

- a) 7,07 cm/s b) 7,27 cm/s c) 7,47 cm/s d) 7,67 cm/s e) 7,87 cm/s

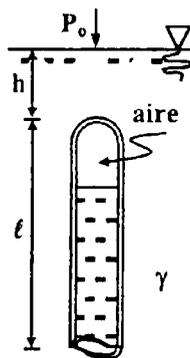


Fig.255

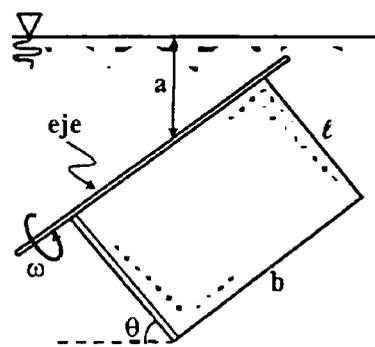


Fig.256

396. Un globo lleno de hidrógeno, debe elevar un peso total de $W=3\ 000$ kg. La fuerza ascensional debe ser de $F_a=1\ 400$ kg. El estado barométrico es de 730 mmHg, y la temperatura de $T=20$ °C. Hallar el volumen que debe tener el globo. Las constantes de los gases para el aire e hidrógeno son $R_1=29,27$ y $R_2=422,59$. (760 mmHg= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- a) 410,7 m³ b) 412,7 m³ c) 414,7 m³ d) 416,7 m³ e) 418,7 m³

397. En la Fig.257, hallar la presión de los cilindros de masa $m=10\sqrt{3}$ kg sobre las paredes del canal. El cilindro superior está sumergido a medias en el agua y el inferior roza la superficie libre del agua con su parte superior. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 50 N b) 100 N c) 150 N d) 200 N e) 250 N

398. Un péndulo simple de longitud $\ell=40$ cm, cuya bola tiene una densidad " ρ ", realiza oscilaciones en el aire, y luego se sumerge completamente en un líquido de densidad " ρ_0 " ($\rho/\rho_0=3$) y realiza oscilaciones. Hallar el cambio que experimenta el periodo de las oscilaciones. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,20 s b) 0,22 s c) 0,24 s d) 0,26 s e) 0,28 s

399. En la Fig.258, la compuerta cubre un orificio cuadrado de lados $b=30$ cm en un costado de un depósito que está lleno de agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$. Para asegurar la placa se han utilizado dos pernos en A y otros dos en B. ($a=100$ cm, $c=36$ cm)

I) Hallar la reacción en los pernos situados en A.

- a) 30,53 N b) 32,53 N c) 34,53 N d) 36,53 N e) 38,53 N

II) Hallar la reacción de los pernos situados en B.

- a) 30,97 N b) 32,97 N c) 34,97 N d) 36,97 N e) 38,97 N

400. Una placa homogénea muy delgada en forma de triángulo se encuentra en un plano vertical sumergida completamente en un líquido de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$.

I) Hallar la coordenada " x " del centro de flotación.

- a) 1 cm b) 3 cm c) 5 cm d) 7 cm e) 9 cm

II) Hallar la coordenada " y " del centro de flotación.

- a) 21 cm b) 23 cm c) 25 cm d) 27 cm e) 29 cm

401. Un globo de volumen " V " eleva un peso total de " W ". Hallar la altura máxima que puede alcanzar el globo, asumiendo que la temperatura se mantiene constante con la altura.

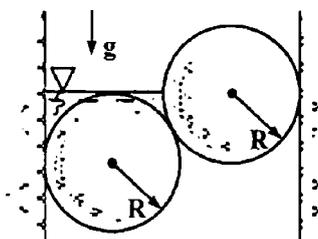


Fig.257

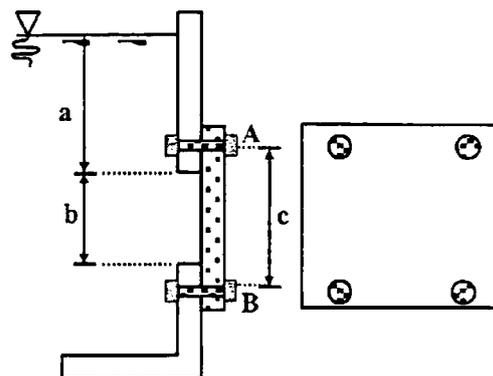


Fig.258

402. En la Fig. 259, el émbolo hueco de diámetros superior $D=20$ cm, inferior $d=4$ cm y altura $b=5$ cm, que está lleno de un líquido de peso específico " γ_2 ", puede desplazarse en el brazo corto de un depósito de dos brazos, que contiene un líquido de peso específico " γ_1 " ($\gamma_1=2\gamma_2$). Los líquidos son inmiscibles. Hallar la fuerza resultante que empuja al émbolo hacia arriba. ($g=10$ m/s²)

- a) 16,3 N b) 17,3 N c) 18,3 N d) 19,3 N e) 20,3 N

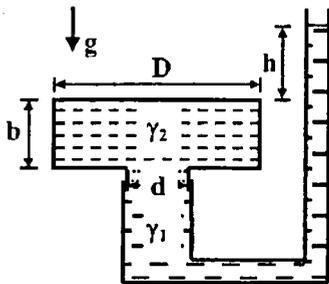


Fig. 259

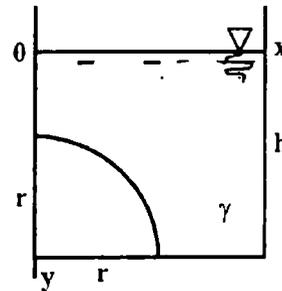


Fig. 260

403. En la Fig. 260, sobre el fondo del depósito que contiene agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, hasta una altura de $h=1$ m, descansa un cuarto de cilindro, de radio $r=20$ cm, longitud $\ell=50$ cm. ($g=10$ m/s²)

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión hidrostática.

- a) 700 N b) 750 N c) 800 N d) 850 N e) 900 N

II) Hallar la componente vertical de la fuerza de presión hidrostática.

- a) 840,29 N b) 842,92 N c) 844,92 N d) 846,92 N e) 848,92 N

III) Hallar la fuerza total hidrostática sobre la superficie del cilindro.

- a) 1231 N b) 1233 N c) 1235 N d) 1237 N e) 1239 N

IV) Hallar la dirección de la fuerza resultante hidrostática, respecto de la horizontal.

- a) 43° 01' 27" b) 43° 03' 27" c) 43° 05' 27" d) 43° 07' 27" e) 43° 09' 27"

404. En la Fig. 261, la pared del depósito que contiene agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³ hasta una altura de $h=1$ m, tiene la forma de una parábola de ecuación: $x=y^2/3$. El ancho del depósito es $\ell=1,8$ m. ($g=10$ m/s²)

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión hidrostática.

- a) 7500 N b) 8000 N c) 8500 N d) 9000 N e) 9500 N

II) Hallar la componente vertical de la fuerza de presión hidrostática.

- a) 1000 N b) 1500 N c) 2000 N d) 2500 N e) 3000 N

III) Hallar la fuerza total de presión hidrostática, sobre la superficie de la pared.

- a) 9219,5 N b) 9229,5 N c) 9239,5 N d) 9249,5 N e) 9259,5 N

IV) Hallar la dirección de la fuerza total hidrostática, respecto de la horizontal.

- a) $12^\circ 31'40''$ b) $12^\circ 31'42''$ c) $12^\circ 31'44''$ d) $12^\circ 31'46''$ e) $12^\circ 31'48''$

405. En la Fig.262, los líquidos inmiscibles de densidades $\rho_1=1,8 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_2=3,6 \text{ g/cm}^3$ llenan el depósito semiesférico de radio $R=40 \text{ cm}$. Hallar la fuerza que ejercen los líquidos sobre el depósito. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3 160,7 N b) 3 162,7 N c) 3 164,7 N d) 3 166,7 N e) 3 168,7 N

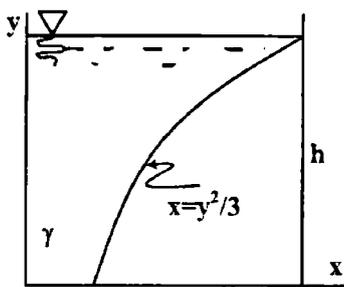


Fig.261

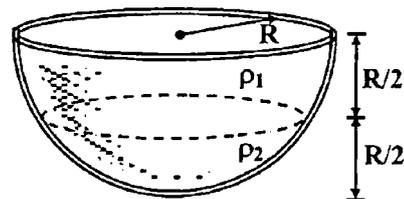


Fig.262

406. En la Fig.263, el depósito semicónico regular de radio $R=20 \text{ cm}$ y altura $h=60 \text{ cm}$ está llena de agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$.

I) Hallar la componente horizontal de la fuerza de presión del agua, sobre la superficie curva del depósito.

- a) 200 N b) 220 N c) 240 N d) 260 N e) 280 N

II) Hallar la componente vertical de la fuerza de presión del agua, sobre la superficie curva del depósito.

- a) 121,7 N b) 123,7 N c) 125,7 N d) 127,7 N e) 129,7 N

III) Hallar la magnitud de la fuerza total de presión del agua, sobre la superficie curva del depósito.

- a) 271 N b) 273 N c) 275 N d) 277 N e) 279 N

IV) Hallar la dirección de la fuerza total del agua, sobre la superficie curva, respecto de la horizontal.

- a) $27^\circ 38'28''$ b) $27^\circ 38'32''$ c) $27^\circ 38'36''$ d) $27^\circ 38'40''$ e) $27^\circ 38'44''$

407. Los puntos en un líquido de densidad " ρ " son atraídos por un centro de fuerzas O con una fuerza directamente proporcional a la distancia " r ". A la distancia " r_0 " de O la presión es " P_0 ". Demostrar que la presión a la distancia " r " de O es: $P_0 + (1/2) \rho \cdot k (r^2 - r_0^2)$

408. En la Fig.264, en el fondo del depósito que contiene un líquido de altura $h=4$ m, densidad $\rho=13,6$ g/cm³, se encuentra un cilindro que contiene dos discos móviles de radios $R=20$ cm unidos rígidamente por una varilla de longitud normal $\ell=10$ cm, área de sección $A=4$ cm², módulo de Young $E=1,6 \cdot 10^{10}$ N/m². El espacio que encierran los discos está al vacío. Hallar la deformación que experimenta la varilla. ($P_0=10^5$ Pa, $g=10$ m/s²)

- a) 0,91 mm b) 1,21 mm c) 1,51 mm d) 1,81 mm e) 2,11 mm

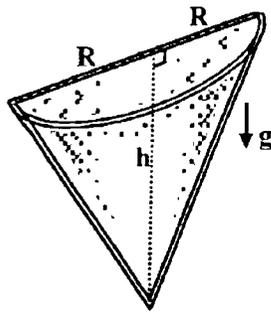


Fig.263

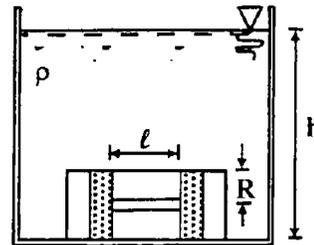


Fig.264

409. Un fluido líquido o gaseoso que gira alrededor de un eje fijo con velocidad angular constante " ω " es atraído por un centro de fuerzas situado en el eje, con una fuerza proporcional a la distancia. Hallar la ecuación de las superficies de nivel.

410. En la Fig.265, el tubo en forma de "U" de ancho $\ell=20$ cm, contiene un líquido en reposo de densidad $\rho=1,4$ g/cm³, que alcanza la altura de $h=10$ cm en cada rama. ¿Qué altura asciende y desciende el líquido en las ramas, cuando el tubo gira con una velocidad angular constante de $\omega=4$ rad/s? ($g=10$ m/s²)

- a) 1,0 cm b) 1,2 cm c) 1,4 cm d) 1,6 cm e) 1,8 cm

411. En la Fig.266, se muestra la sección recta de una represa de hormigón de ancho perpendicular al papel de $c=1$ m y peso específico $\gamma_1=2,4 \cdot 10^4$ N/m³, que contiene agua de peso específico $\gamma_2=10^4$ N/m³. La línea curva es una parábola de ecuación: $x=(8/225)y^2$.

I) Hallar la reacción horizontal " R_x " del suelo.

- a) 1121 kN b) 1123 kN c) 1125 kN d) 1127 kN e) 1129 kN

II) Hallar la reacción vertical " R_y " del suelo.

- a) 4600 kN b) 4620 kN c) 4640 kN d) 4660 kN e) 4680 kN

III) Hallar el ángulo que forma la reacción " R " del suelo con la horizontal.

- a) $76^\circ 22'08''$ b) $76^\circ 22'12''$ c) $76^\circ 22'16''$ d) $76^\circ 22'20''$ e) $76^\circ 22'24''$

IV) ¿A qué distancia de "A" actúa la reacción " R " del suelo?

- a) 4,6 m b) 5,0 m c) 5,4 m d) 5,8 m e) 6,2 m

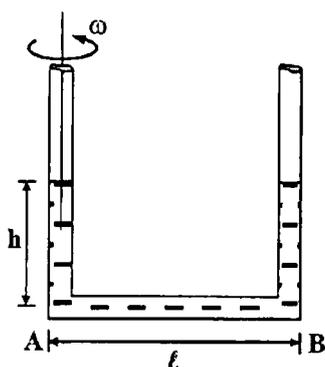


Fig.265

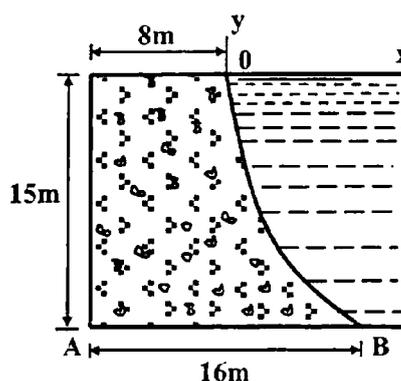


Fig.266

412. En la Fig.267, sobre los émbolos de áreas $A_1=16 \text{ cm}^2$, $A_2=14 \text{ cm}^2$, $A_3=12 \text{ cm}^2$ que descansan sobre un líquido de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, actúan las fuerzas de magnitud $F_1=20 \text{ N}$, $F_2=40 \text{ N}$, $F_3=60 \text{ N}$, respectivamente. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la distancia "x" entre el primer y segundo émbolo.

- a) 1,0 m b) 1,2 m c) 1,4 m d) 1,6 m e) 1,8 m

II) Hallar la distancia "y" entre el segundo y tercer émbolo.

- a) 2,14 m b) 2,24 m c) 2,34 m d) 2,44 m e) 2,54 m

413. En la Fig.268, si el camión que lleva un manómetro de ancho $\ell=20 \text{ cm}$ conteniendo cierto líquido hasta una misma altura en ambas ramas, empieza a moverse del reposo con una aceleración constante de $a=4 \text{ m/s}^2$. ¿Cuál es el desnivel de líquido que se origina entre las ramas izquierda y derecha del manómetro?. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 3 cm b) 4 cm c) 5 cm d) 6 cm e) 8 cm

414. En la Fig.269, el recipiente de base circular de diámetro $D=16 \text{ cm}$ lleno de un líquido de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$ y altura $h=40 \text{ cm}$, está encerrado con un émbolo móvil circular de diámetro $d=4 \text{ cm}$, sobre el cual actúa una fuerza de magnitud $F=40,02 \text{ N}$. Hallar la presión en el fondo del recipiente.

- a) 960 N b) 962 N c) 964 N d) 966 N e) 968 N

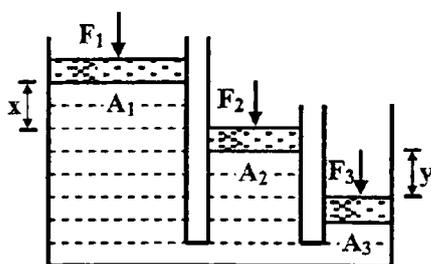


Fig.267

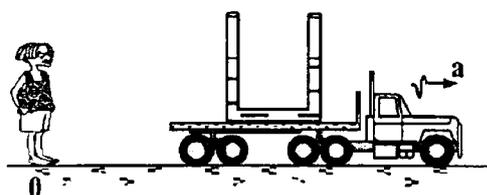


Fig.268

415. En la Fig.270, la placa muy delgada en forma de parábola, esta sumergida totalmente en un líquido de peso específico " γ ". Hallar la distancia " ζ " del centro de flotación C a la superficie libre del líquido. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $b=16 \text{ cm}$, $h=28 \text{ cm}$)

- a) 14 cm b) 15 cm c) 16 cm d) 17 cm e) 18 cm

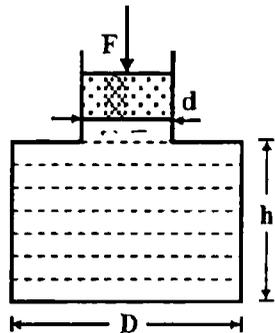


Fig.269

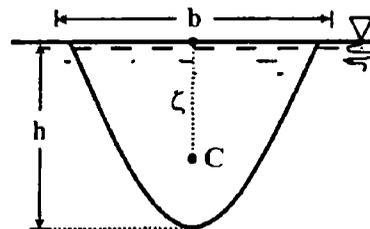


Fig.270

416. En la Fig.271, un orificio circular de radio $r=2 \text{ cm}$, situado en el fondo del deposito se cierra con un cono regular de altura $h=9 \text{ cm}$, radio $R=6 \text{ cm}$. El deposito contiene agua de densidad $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$, hasta una altura de $H=20 \text{ cm}$. Hallar la fuerza minima que se necesita para levantar el cono. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 140 N b) 142 N c) 144 N d) 146 N e) 148 N

417. En la Fig.272, la pirámide regular de base circular de radio $R=20 \text{ cm}$, se encuentra totalmente sumergida en un líquido de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, con su base paralela a la superficie libre del líquido. Hallar la fuerza de presión que ejerce el líquido sobre la superficie lateral de la pirámide. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 161,8 N b) 163,8 N c) 165,8 N d) 167,8 N e) 169,8 N

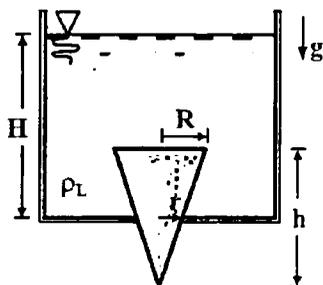


Fig.271

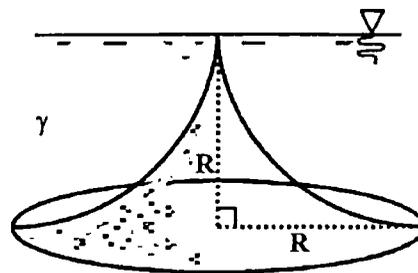


Fig.272

418. La densidad de un líquido compresible en función de la presión "P", viene dado por la ecuación: $\rho=C_1+C_2P$, siendo " C_1 " y " C_2 " constantes. La densidad del líquido en la superficie a la presión atmosférica " P_0 " es " ρ_0 ", y la deformación unitaria volumétrica " ζ ".

- I) Hallar la expresión explícita de la densidad de masa del líquido.
- II) Evaluar la expresión de la densidad de masa, para $P=3P_0$.

- a) $\frac{1-\zeta}{1+\zeta}\rho_0$ b) $\frac{1+\zeta}{1-\zeta}\rho_0$ c) $\frac{1+2\zeta}{1-\zeta}\rho_0$ d) $\frac{1-2\zeta}{1+\zeta}\rho_0$ e) $\frac{2\zeta}{1-\zeta}\rho_0$

419. La densidad de un líquido compresible en función de la presión, viene dado por la ecuación: $\rho=C_1+C_2P$, donde " C_1 " y " C_2 " son constantes. Asumiendo que el líquido solo está sometido a la acción de la gravedad. Hallar las expresiones de la densidad " ρ " y la presión " P " en función de la profundidad " z ", medida a partir de la superficie libre del líquido.

420. Hallar el peso de 1 m^3 de agua de mar a la profundidad de 8000 m, sabiendo que la relación de las densidades entre el agua dulce y la del mar es 35/36. La compresibilidad del agua de mar es de 0,000047 por unidad de volumen y atmósfera de presión. ($g=10\text{ m/s}^2$, $1\text{ atm}=1,033\cdot 10^5\text{ Pa}$, $\rho_{\text{agua}}=1\text{ g/cm}^3$, $k=10^3$)

- a) 10,078 kN b) 10,278 kN c) 10,478 kN d) 10,678 kN e) 10,878 kN

421. En la Fig.273, el centro de gravedad G de la placa rectangular muy delgada de lados $a=80\text{ cm}$, $b=60\text{ cm}$, sumergida totalmente se encuentra a la profundidad de $c=1\text{ m}$. La placa está inclinada respecto de la superficie libre un ángulo de $\theta=37^\circ$. ($g=10\text{ m/s}^2$)

I) Hallar la distancia vertical del centro de flotación C al centro de gravedad G.

- a) 3,05 cm b) 3,25 cm c) 3,45 cm d) 3,65 cm e) 3,85 cm

II) Hallar la distancia horizontal del centro de flotación C al centro de gravedad G.

- a) 1,12 cm b) 1,32 cm c) 1,52 cm d) 1,72 cm e) 1,92 cm

422. En la Fig.274, el paraboloide de revolución, de base de diámetro " D " y altura " H ", flota de modo que su vértice ocupa la posición más baja. Determinar la relación de los pesos específicos " γ_0 " y " γ " del líquido y del paraboloide para que la flotación sea estable.

423. En la Fig.275, los cilindros idénticos se sitúan de la manera indicada. El cilindro inferior está unida a la pared vertical mediante cables que forman con ella un ángulo de 45° . El cilindro superior está sumergida a medias en el agua de densidad $\rho_L=1\text{ g/cm}^3$. Hallar la densidad de los cilindros. ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) $1/3\text{ g/cm}^3$ b) $2/3\text{ g/cm}^3$ c) $3/4\text{ g/cm}^3$ d) $4/5\text{ g/cm}^3$ e) $3/5\text{ g/cm}^3$

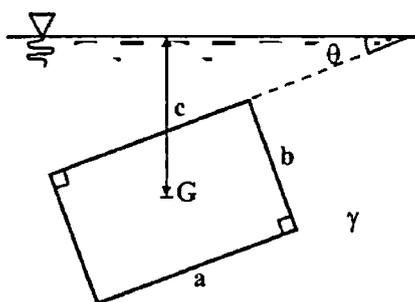


Fig.273

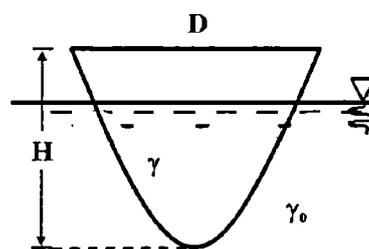


Fig.274

424. Un granero en forma de paralelepípedo de base cuadrada de lados $a=2$ m, está lleno de granos de peso específico $\gamma=4,4 \cdot 10^4$ N/m³, hasta una altura de $h=3$ m. La presión lateral en función de la presión vertical es $P' = CP$, siendo $C=1/20$ una constante. El coeficiente de fricción en la pared es $\mu=0,25$.

I) Hallar la presión total sobre el fondo del granero.

- a) 121,2 kPa b) 123,2 kPa c) 125,2 kPa d) 127,2 kPa e) 129,2 kPa

II) Hallar la presión sobre el fondo del granero, debido al peso de los granos.

- a) 130 kPa b) 132 kPa c) 134 kPa d) 136 kPa e) 138 kPa

III) ¿En qué porcentaje disminuye la presión en el fondo debido a la fricción?

- a) 3,04 % b) 3,24 % c) 3,44 % d) 3,64 % e) 3,84 %

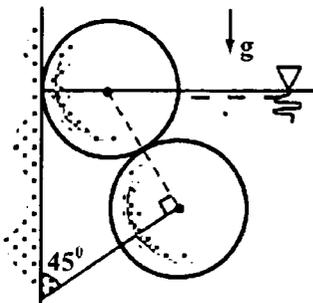


Fig.275

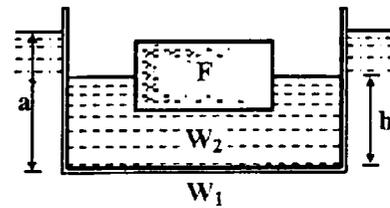


Fig.276

425. En la Fig.276, el depósito de peso $W_1=40$ N flota en un líquido y al mismo tiempo contiene una cantidad del mismo líquido, de peso $W_2=60$ N. ¿Qué peso debe tener el flotador F para que la relación de las profundidades sea $a/b=3/2$?

- a) 10 N b) 15 N c) 20 N d) 25 N e) 30 N

426. En la Fig.277, el prisma de longitud $\ell=4$ m, sección transversal triangular equilátera de lados $a=1$ m, y peso específico " γ ", flota en un líquido de peso específico " γ_0 " con su arista inferior paralela a la superficie libre. ¿Para qué, cota inferior de la relación " γ / γ_0 " el equilibrio del prisma es estable?

- a) 3/12 b) 9/12 c) 9/16 d) 2/10 e) 7/8

427. En la Fig.278, el recipiente de sección rectangular de ancho $2b=40$ cm, contiene líquido de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, hasta una altura de $h=30$ cm. Si se producen oscilaciones del líquido, alrededor del pequeño ángulo " θ ", hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones, que realiza el líquido. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,12 s b) 0,22 s c) 0,32 s d) 0,42 s e) 0,52 s

428. Hallar los momentos de inercia de área " I_x ", " I_y " y " I_{xy} " de una elipse de semiejes " a ", " b ", respecto de un sistema de ejes xy con origen en el centro O de la elipse, y que

forman un ángulo " θ " con los semiejes "a", "b" de la elipse.

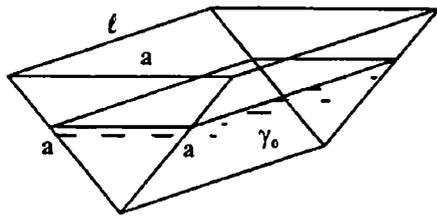


Fig.277

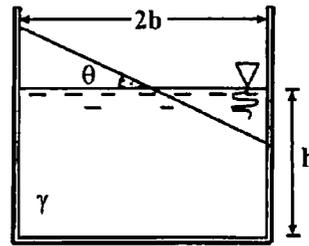


Fig.278

429. Un elipsoide regular de semiejes "a", "b", "c" y peso específico " γ ", flota en un líquido de peso específico " γ_0 ", con su semieje "c" perpendicular a la superficie libre del líquido. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- I) Hallar la altura del metacentro, cuando el elipsoide gira alrededor del eje x.
- II) Hallar la altura del metacentro, cuando el elipsoide gira alrededor del eje y.
- III) Determinar la condición de estabilidad de flotación.

430. Un elipsoide de semiejes "a", "b", "c" y peso específico " γ ", flota en un líquido de peso específico " γ_0 ", con su semieje "c" perpendicular a la superficie libre del líquido. Hallar la duración de oscilación alrededor de los otros ejes del elipsoide. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

431. Los extremos inferiores de dos depósitos idénticos de áreas de sección $A_2=64 \text{ cm}^2$ que contienen un líquido de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, hasta la misma altura "h" están unidos por un tubo, por el que puede desplazarse un émbolo, perfectamente ajustado, de área de sección $A_1=16 \text{ cm}^2$. Hallar el trabajo que se debe hacer para desplazar el émbolo una longitud $\ell=5 \text{ cm}$, a lo largo del tubo. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)

- a) 10 mJ b) 12 mJ c) 14 mJ d) 16 mJ e) 18 mJ

432. En un recipiente semiesférico de radio $R=40 \text{ cm}$ hay cierta cantidad de agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$, que pesa $W_1=500 \text{ N}$. En el agua flota una esfera de radio $r=30 \text{ cm}$. Hallar el peso de la esfera, para que flote concéntrica con el recipiente. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 212,5 N b) 222,5 N c) 232,5 N d) 242,5 N e) 252,5 N

433. En la Fig.279, el manómetro de tubo con mercurio está conectado al tanque cerrado presurizado. Si la presión del aire es de $P_a=13,79 \text{ kPa}$. El peso específico del agua es de $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$ y la del aire despreciar. Hallar la altura "h" entre los niveles del agua en ambas ramas del manómetro. ($a=60,96 \text{ cm}$, $\gamma_m=133,3 \text{ kN/m}^3$)

- a) 9,33 cm b) 9,43 cm c) 9,53 cm d) 9,63 cm e) 9,73 cm

434. En la Fig.280, el manómetro de tubo en U invertido que contiene aceite de peso específico relativo $\gamma_{ac}=0,8$ está localizado entre los depósitos. El depósito de la izquierda contiene tetracloruro de carbón ($\gamma_c=15,63 \text{ kN/m}^3$) esta cerrado a la presión de $P_A=62,05 \text{ kPa}$. El

depósito de la derecha contiene agua de peso específico $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$ y está abierto a la atmósfera. Hallar la profundidad "h" del agua, en el depósito de la derecha. ($a=91,44 \text{ cm}$, $b=21,34 \text{ cm}$, $c=d=30,48 \text{ cm}$)

- a) 7,16 m b) 7,26 m c) 7,36 m d) 7,46 m e) 7,56 m

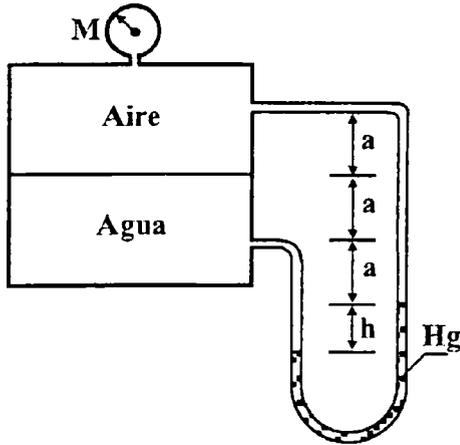


Fig.279

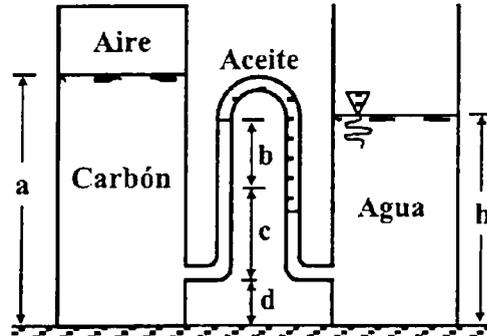


Fig.280

435. En la Fig.281, hallar la diferencia de elevación " Δh ", entre los niveles del agua en ambos tanques abiertos a la atmósfera. Peso específico del agua $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, peso específico relativo líquido en el tubo $\gamma_r=0,9$, $a=1 \text{ m}$ y $b=0,4 \text{ m}$.

- a) 2 cm b) 3 cm c) 4 cm d) 5 cm e) 6 cm

436. En la Fig.282, agua, aceite y agua salada llenan el tubo mostrado. Los pesos específicos del agua y aceite son, $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_{ac}=6,05 \text{ kN/m}^3$, y el peso específico relativo del agua salada es $\gamma_{as}=1,2$. Los diámetros de los tubos, son $D=5,08 \text{ cm}$, $d=2,54 \text{ cm}$. ($a=0,61 \text{ m}$, $b=0,91 \text{ m}$, $c=1,22$)

- a) -780,7 Pa b) -782,7 Pa c) -784,7 Pa d) -786,7 Pa e) -788,7 Pa

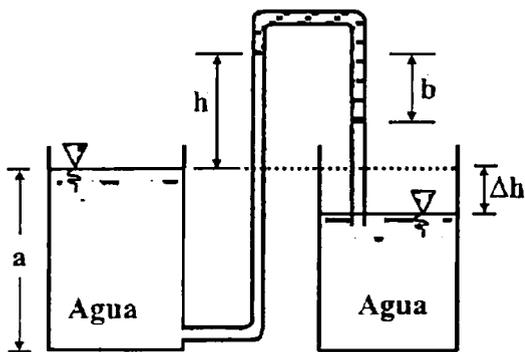


Fig.281

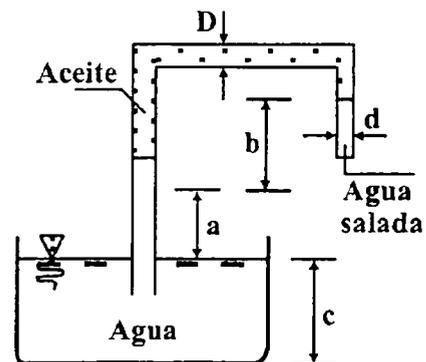


Fig.282

437. En la Fig.283, una capa hemisférica llena de aire está sujeta al fondo del océano a una profundidad de $h=10 \text{ m}$. La lectura de un barómetro de mercurio situado al interior de la

capa es de $P=765 \text{ mmHg}$, y un manómetro de mercurio en U diseñado para medir la presión del agua externa indica un diferencial de nivel de $P'=735 \text{ mmHg}$. Hallar la presión atmosférica en la superficie del océano. ($P''=360 \text{ mm}$)

- a) 92,9 kPa b) 93,9 kPa c) 94,9 kPa d) 95,9 kPa e) 96,9 kPa

438. En la Fig.284, tres líquidos con propiedades diferentes llenan el tanque y los tubos del manómetro. Los pesos específico de los fluidos "1" y "2" son: $\gamma_1=9,74 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_2=5,05 \text{ kN/m}^3$. Hallar el peso específico relativo del líquido "3". ($a=1,83 \text{ m}$, $b=0,91 \text{ m}$, $c=2,13 \text{ m}$, $d=1,52 \text{ m}$, $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$)

- a) 1,13 b) 1,23 c) 1,33 d) 1,43 e) 1,53

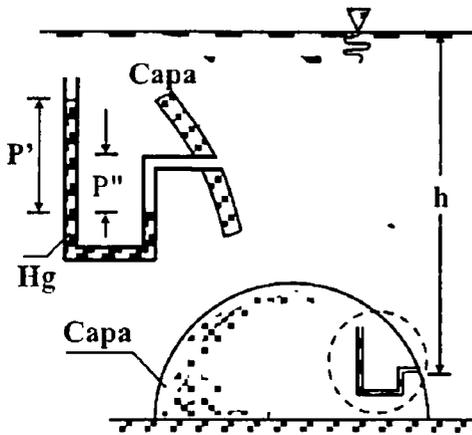


Fig.283

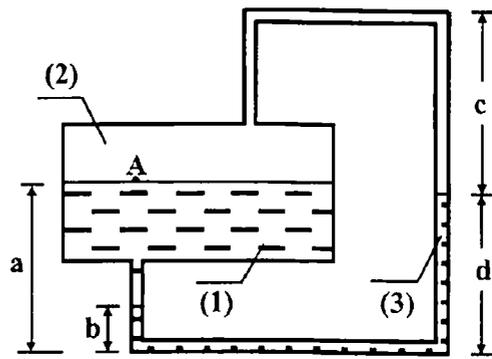


Fig.284

439. En la Fig.285, el pistón de diámetro $D=15,24 \text{ cm}$ es situado dentro del cilindro que está conectado al manómetro de tubo inclinado de diámetro $d=1,27 \text{ cm}$. El fluido en el cilindro y el manómetro es aceite de peso específico $\gamma_{ac}=7,85 \text{ kN/m}^3$. Cuando un bloque de peso "W" es ubicado en el tope del cilindro el nivel del fluido en el tubo manométrico sube del punto (1) al (2). Hallar el peso del bloque. ($\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, $a=15,24 \text{ cm}$)

- a) 10,1 N b) 10,3 N c) 10,5 N d) 10,7 N e) 10,9 N

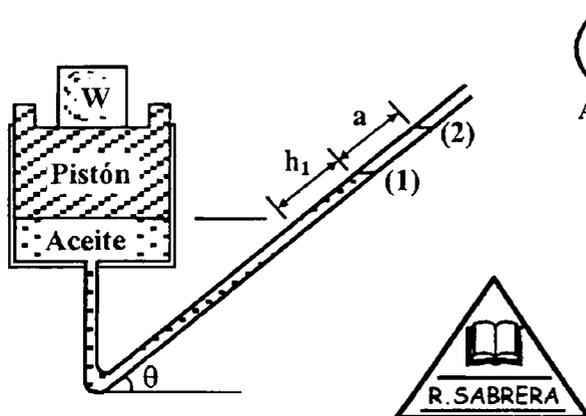


Fig.285

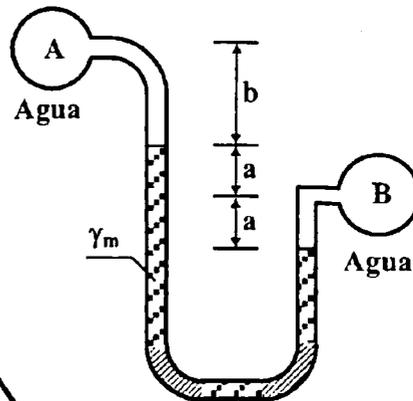


Fig.286



440. En la Fig.286, el fluido manométrico en el manómetro tiene un peso específico relativo de $\gamma_m=3,46$. Los tubos A y B contienen ambos agua de peso específico $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$. Si la presión en el tubo A disminuye en $8,96 \text{ kPa}$ y la presión en el tubo B aumenta en $6,21 \text{ kPa}$. Hallar la nueva diferencia en los niveles del líquido manométrico. ($a=30,48 \text{ cm}$, $b=60,96 \text{ cm}$)

- a) 1,20 m b) 1,22 m c) 1,24 m d) 1,26 m e) 1,28 m

441. En la Fig.287, determinar la razón A_1/A_2 de las áreas de los brazos del manómetro si un cambio de presión en el tubo B de $3,447 \text{ kPa}$ genera un correspondiente cambio de $2,54 \text{ cm}$ en el nivel del mercurio en el brazo derecho. La presión en el tubo A no cambia. Pesos específicos del mercurio y agua $\gamma_m=133 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, peso específico relativo del aceite $\gamma_{ac}=0,8$)

- a) 11,0 b) 11,4 c) 11,8 d) 12,2 e) 12,6

442. En la Fig.288, el manómetro diferencial inclinado contiene tetracloruro de carbono ($\gamma_{cc}=15,63 \text{ kN/m}^3$). Inicialmente la diferencia de presión entre los tubos A y B, que contiene agua salada de peso específico relativo $\gamma_{as}=1,1$, es cero. Si se desea que el diferencial en el manómetro de una lectura de $30,48 \text{ cm}$. (medida a lo largo del tubo inclinado) para una diferencia de presión de $0,689 \text{ kPa}$. Hallar el ángulo de inclinación " θ ", requerido.

- a) $26,8^\circ$ b) $27,1^\circ$ c) $27,4^\circ$ d) $27,7^\circ$ e) $28,0^\circ$

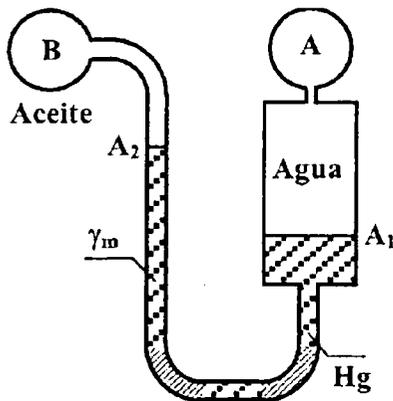


Fig.287

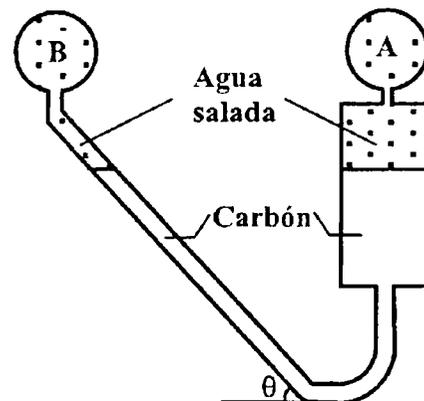


Fig.288

443. En la Fig.289, el cilindro circular invertido de diámetro $D=10 \text{ cm}$ está parcialmente lleno con agua de peso específico $\gamma_a=9,79 \text{ kN/m}^3$, y mantenido en la ubicación mostrada. Una fuerza de $F=20 \text{ N}$ se aplica para jalar el plato plano del cilindro. El plato no está soldado al cilindro y tiene masa despreciable. Hallar la presión del aire al interior del cilindro.

- a) $-4,2 \text{ kPa}$ b) $+4,2 \text{ kPa}$ c) $-4,5 \text{ kPa}$ d) $+4,5 \text{ kPa}$ e) $-4,8 \text{ kPa}$

444. En la Fig.290, la placa delgada circular de radio $R=20 \text{ cm}$, tiene un agujero circular de radio $r=8 \text{ cm}$, y esta sumergida verticalmente en agua de peso específico $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$,

a una profundidad de $h=10$ cm. La distancia entre los centros de la placa y el agujero es $d=10$ cm. ($g=9,8$ m/s², $R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar la fuerza de presión que ejerce el agua sobre la placa agujereada.

- a) 330,04 N b) 332,04 N c) 334,04 N d) 336,04 N e) 338,04 N

II) Hallar la profundidad del centro de presión (c_p) de la placa agujereada.

- a) 30,06 cm b) 31,06 cm c) 32,06 cm d) 33,06 cm e) 34,06 cm

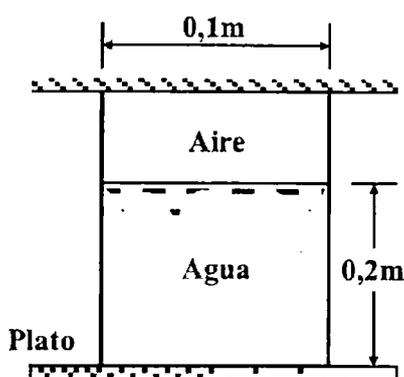


Fig.289

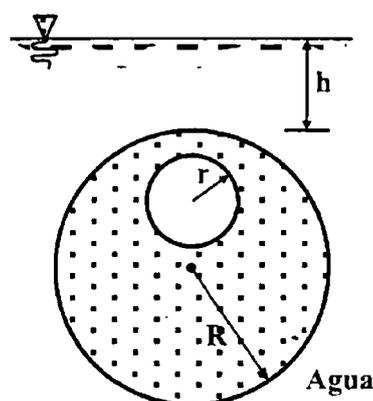


Fig.290

445. En la Fig.291, el cilindro de diámetro $D=1$ m y masa " m " está conectada a la compuerta rectangular de ancho $b=3$ m. La compuerta se abre cuando el nivel " h " del agua cae por debajo de 2,5 m. Hallar el valor de la masa " m ". Obviar la fricción en la compuerta y la polea P. ($\gamma_a=9,8$ kN/m³, $g=9,8$ m/s²)

- a) 3110 kg b) 3120 kg c) 3130 kg d) 3140 kg e) 3150 kg

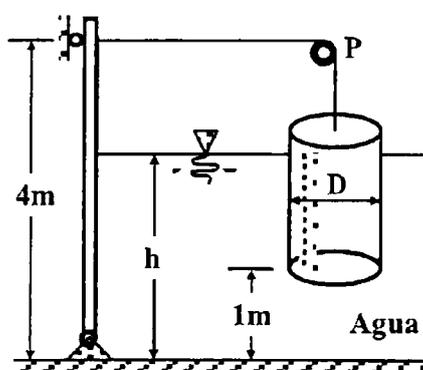


Fig.291

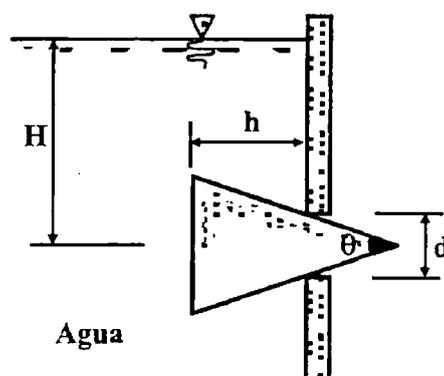


Fig.292

446. En la Fig.292, el tapón cónico está ubicado en la cara derecha del tanque, cubriendo un agujero de diámetro $d=30,48$ cm. El peso específico del agua es de $\gamma_a=9,8$ kN/m³, y la altura es de $H=4,57$ m. ($g=9,8$ m/s², $\theta=30^\circ$)

- I) Demostrar que la componente horizontal de la fuerza de presión del agua sobre el tapón no depende de "h".
- II) Hallar la magnitud de la componente horizontal (F_h) de la fuerza de presión, para la profundidad "H" indicada

- a) 3208 N b) 3228 N c) 3248 N d) 3268 N e) 3298 N

447. En la Fig.293, el cono hueco invertido de radio "R" esta ubicado en el agua de peso específico $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$. Asumir que la temperatura del aire al interior del cono se mantiene constante. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- I) Hallar la distancia " ℓ ", que el agua asciende en el cono como función de la profundidad "d", del borde inferior del cono.
- II) Trazar la gráfica del resultado para $0 \leq d \leq H$, cuando "H" es igual a 1 m.

448. En la Fig.294, el cilindro de diámetro $D=30,48 \text{ cm}$, altura $h=60,96 \text{ cm}$ flota en el tanque que contiene un líquido de peso específico " γ ". Un manómetro de tubo en U está conectado al tanque. Cuando la presión en el tubo A es de 689 Pa por debajo de la presión atmosférica, los fluidos alcanzan los niveles mostrados. Hallar el peso del cilindro. Peso específico relativo del fluido manométrico $\gamma_r=1,5$, peso específico del agua $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$. ($a=30,48 \text{ cm}$, $b=60,96 \text{ cm}$, $c=15,24 \text{ cm}$)

- a) 561,8 kg b) 562,8 kg c) 563,8 kg d) 564,8 kg e) 565,8 kg

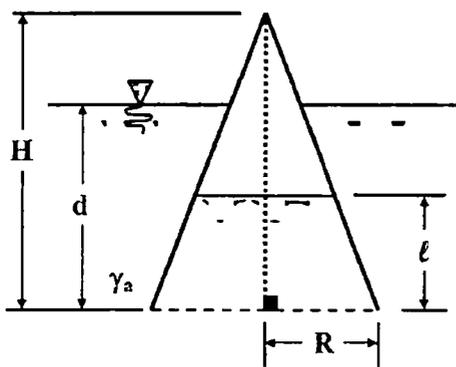


Fig.293

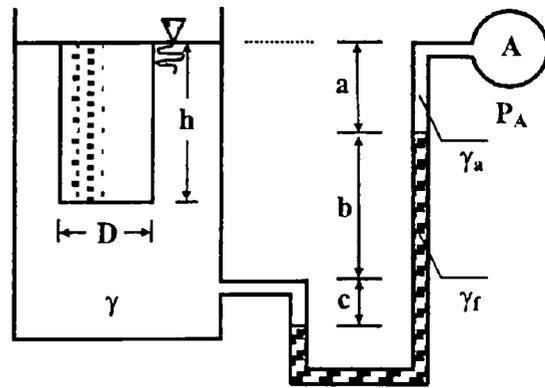


Fig.294

449. En la Fig.295, la sección transversal de la compuerta, está dada por: $10x=3y^2$; su longitud normal al plano del papel es de $b=7 \text{ m}$. La compuerta está articulada alrededor de 0. El peso específico del agua es de $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$, y la profundidad del agua es de $h=1,8 \text{ m}$.

- I) Hallar la componente horizontal (F_h) de la fuerza de presión del agua.

a) 109,1 kN b) 111,1 kN c) 113,1 kN d) 115,1 kN e) 117,1 kN
- II) Hallar la componente vertical (F_v) de la fuerza de presión del agua.

a) 38 kN b) 39 kN c) 40 kN d) 41 kN e) 42 kN

III) Hallar la coordenada (x_{cp}) del centro de presión (cp), medida desde la articulación 0.

- a) 26,16 cm b) 27,16 cm c) 28,16 cm d) 29,16 cm e) 30,16 cm

IV) Hallar la coordenada (y_{cp}) del centro de presión (cp), medida desde la articulación 0.

- a) 54 cm b) 56 cm c) 58 cm d) 60 cm e) 62 cm

V) Hallar el momento de fuerza ejercido por el agua sobre la compuerta, respecto de 0.

- a) 75,3 kN·m b) 76,3 kN·m c) 77,3 kN·m d) 78,3 kN·m e) 79,3 kN·m

450. En la Fig.296, obviando el peso del contenedor, hallar la fuerza que tiende a deformar la superficie circular en el extremo ef, si el nivel del líquido en el tubo abierto es reducido en 1,3 m. El peso específico del agua es $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$ y el peso específico relativo del aceite $\gamma_{ac}=0,8$. ($a=1,2 \text{ m}$, $b=30,5 \text{ cm}$, $c=1,5 \text{ m}$, $d_1=5,1 \text{ cm}$, $d_2=7,6 \text{ cm}$, $D=76,2 \text{ cm}$)

- a) 351,5 N b) 354,5 N c) 357,5 N d) 360,5 N e) 363,5 N

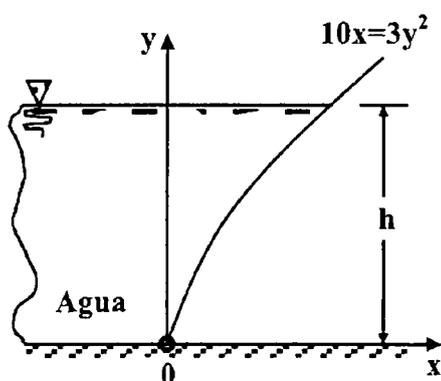


Fig.295

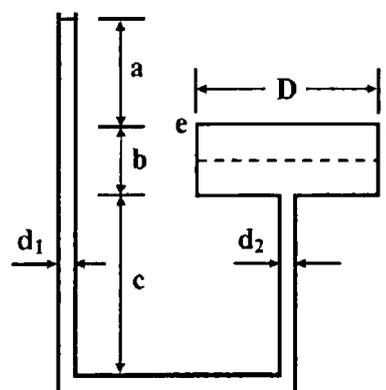


Fig.296

451. La densidad de un líquido depende de la profundidad "h", según la relación siguiente: $\rho=450 \text{ kg/m}^3+(11 \text{ kg/m}^4) h$, donde "h" se mide en metros. Hallar la presión en un punto situado a la profundidad de $h=9,5 \text{ m}$ por debajo de la superficie del líquido. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 46,16 kPa b) 46,36 kPa c) 46,56 kPa d) 46,76 kPa e) 46,96 kPa

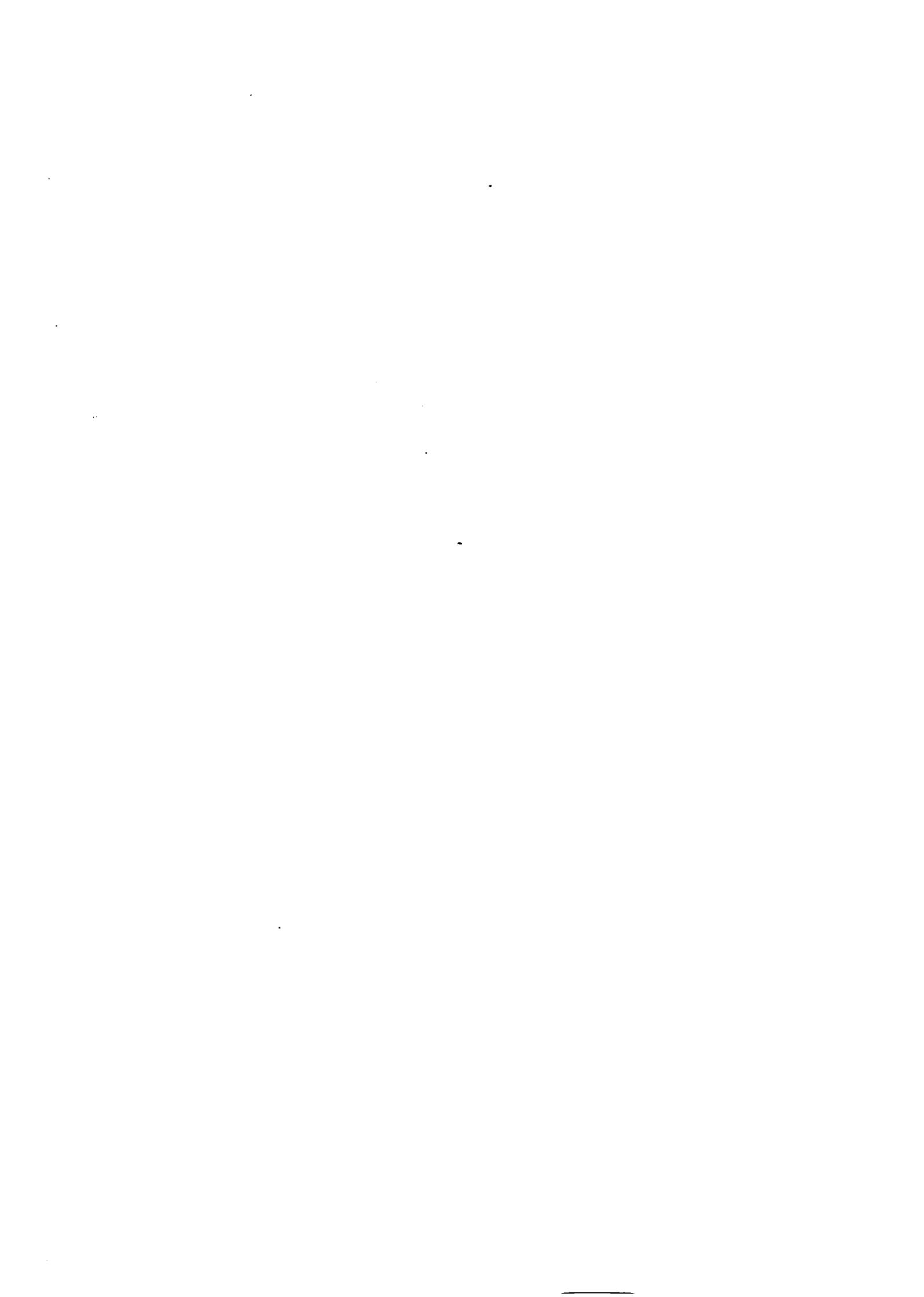
452. Un anillo circular de radios interno $r=60 \text{ cm}$ y externo $R=1 \text{ m}$, flota sumergido verticalmente en agua de peso específico $\gamma_a=9,8 \text{ kN/m}^3$. El centro del anillo está a la profundidad de $h=3 \text{ m}$ de la superficie libre del agua.

I) Hallar la fuerza de presión del agua, sobre una de las caras del anillo.

- a) 55,1 kN b) 56,1 kN c) 57,1 kN d) 58,1 kN e) 59,1 kN

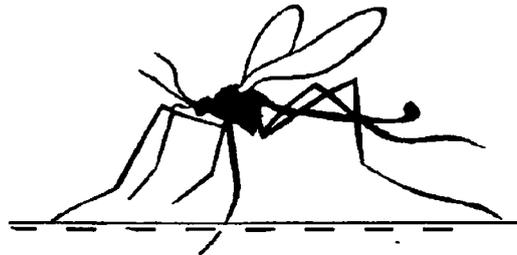
II) Hallar la profundidad a la que se encuentra ubicado el centro de presión (cp).

- a) 3,013 m b) 3,113 m c) 3,213 m d) 3,313 m e) 3,413 m



CAP-4

TENSION SUPERFICIAL



- **Conceptos fundamentales**
- **Tensión superficial, coeficiente de tensión**
- **Formula de Laplace**
- **Angulo de contacto, menisco**
- **Capilaridad, presión de vapor saturado**



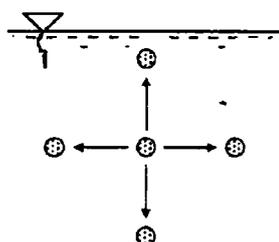


TENSION SUPERFICIAL

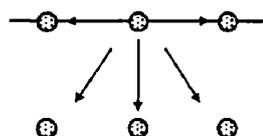
1. TENSION SUPERFICIAL

a) Concepto

Se llama tensión superficial al trabajo de formación isotérmica ($T = \text{cte}$) de la unidad de área de la superficie de un líquido.



Fuerzas compensadas



Fuerzas no compensadas

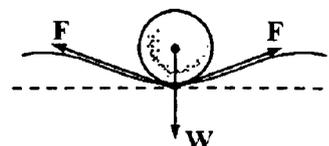
- El área de la superficie del líquido se aumenta, trasladando partículas del interior del líquido hacia la superficie, para lo cual, se necesita hacer trabajo.
- La capa superficial ejerce sobre el líquido una gran presión interna del orden de decenas de millares de atmósferas.
- Las partículas (moléculas) de la capa superficial del líquido tienen mayor energía potencial que las partículas que se hallan sumergidas en el, dado que para que estas se ubiquen en la superficie ha sido necesario hacer trabajo para vencer las fuerzas de cohesión, transformando

se este trabajo en energía potencial almacenada en estas moléculas.

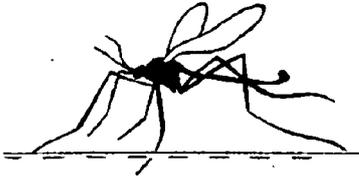
- Debido a la tensión superficial, la superficie de un líquido se comporta como una delgada película elástica, presentando cierta resistencia a la penetración de objetos.
- A nivel microscópico, la tensión superficial se debe a que las fuerzas que afectan a cada molécula son diferentes en el interior del líquido y en la superficie.
- El efecto principal de la tensión superficial es que tiende a disminuir su superficie para un volumen dado, de ahí que un líquido en ausencia de gravedad adopte la forma esférica, que es la que tiene menor relación área/volumen.
- Ahora, según el «Principio de minimización de la energía», todo sistema físico, no perturbado tiende a estar en su estado de mínima energía total, así, el líquido llega a este estado, disminuyendo las moléculas situadas en su superficie, puesto que estas tienen mayor energía que las moléculas situadas al interior. Esto explica la reducción del área de la superficie del líquido hasta el mínimo posible.
- El agua tiene una alta tensión superficial, debido a los puentes (enlaces) de hidrógeno.

Ejemplo: Algunos ejemplos, donde hay presencia de fuerzas de tensión superficial son:

- 1) Una aguja en equilibrio flota sobre el líquido, siendo su peso "W", igual a la resultante de la fuerza debido a la tensión superficial, que actúa en el borde de la superficie de contacto de la aguja con el agua.



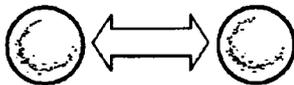
- 2) La tensión superficial permite que el coleóptero, pueda caminar sobre la superficie del agua sin hundirse, pues, su peso pequeño no es suficiente para vencer la resistencia que presenta la superficie del agua.



- 3) Por ejemplo, la tensión superficial evita que un cuerpo grande como una flor se hunda en el agua.
- 4) La tensión superficial evita el agua que llena un vaso o recipiente se desborde de él.
- 5) La tensión superficial se utiliza en la microcirugía, para el tratamiento de muchas dolencias.

b) Cohesión

Se define como la fuerza de atracción entre las moléculas del líquido del mismo tipo. Si tenemos dos moléculas aisladas como el de la Figura, cada una de ellas se verá afectada por una fuerza que tiende a juntarlas y aproximarlas entre sí.



c) Adherencia

Se define como la atracción mutua, entre las moléculas ubicadas en las superficie de un cuerpo y de un fluido, que están en contacto.

d) Coeficiente de tensión superficial

1) Definición

Es una cantidad física escalar, que mide el trabajo que se requiere para llevar moléculas del interior del líquido hacia

la superficie, creando una nueva unidad de superficie, viene dado por:

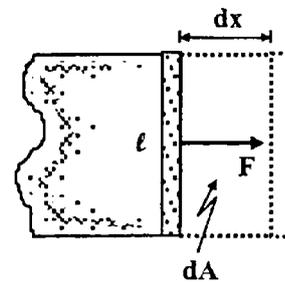
$$\gamma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{\ell}$$

siendo, "F" la fuerza que actúa sobre el borde del líquido, y " ℓ " la longitud del borde derecho.

☞ **Unidad:** " γ " se mide en N/m.

Demostración:

- Representemos el desplazamiento que experimenta el borde derecho del líquido, debido a la acción de la fuerza "F".



En la definición de " γ " sustituyendo el trabajo "W" y el aumento del área, tenemos:

$$\gamma = \frac{F dx}{\ell dx} = \frac{F}{\ell}$$

- Es decir, " γ " es numéricamente igual a la fuerza aplicada a la unidad de longitud del borde de la película superficial del líquido.
- El coeficiente de tensión superficial es una cantidad física positiva ($\gamma > 0$), ya que para cambiar el estado energético del líquido en contacto, es necesario llevar más moléculas a la superficie, disminuyendo la energía del sistema, siendo " γ " la cantidad de trabajo necesario para llevar una molécula a la superficie.

- El coeficiente de tensión superficial puede interpretarse como una fuerza por unidad de longitud. Esto puede verificarse considerando un sistema de dos líquidos como el agua y el hexano confinados por un pistón móvil. Se observa que el líquido con mayor tensión superficial (agua) tiende a disminuir su superficie a costa de aumentar la del hexano de menor tensión superficial, produciendo una fuerza neta que desplaza el pistón desde el hexano hacia el agua.

2) Propiedades

- La tensión superficial " γ " depende de la naturaleza de las dos fases puestas en contacto que, en general, son un líquido y un sólido.
- El valor de la tensión superficial " γ " depende de la magnitud de las fuerzas intermoleculares (fuerzas de cohesión) en el seno del líquido. Así, cuanto mayor son las fuerzas de cohesión del líquido, mayor es su tensión superficial.
- Para un líquido dado, el valor de " γ " disminuye con la temperatura, debido al aumento de la agitación térmica, la cual, produce una disminución de la intensidad efectiva de la interacción de las fuerzas cohesivas.
- La tensión superficial depende de la composición química del líquido, y de la presencia de agentes tensioactivos ó surfactantes.
- El valor de " γ " tiende a cero a medida que la temperatura se acerca a la temperatura crítica " T_C " del líquido. Para este punto crítico el líquido no se diferencia del vapor.
- La tensión superficial de los líquidos no depende de las dimensiones de su superficie libre.

e) Energía superficial

Se define como la energía necesaria para romper los enlaces intermoleculares dando lugar a una superficie. Para los líquidos, la tensión superficial, y la densidad de energía superficial son idénticas. Por ejemplo, el agua tiene una densidad de energía superficial de $0,072 \text{ J/m}^2$ y una tensión superficial de $0,072 \text{ N/m}$.

f) Tensioactivos

1) Definición

Llamados también surfactantes o agentes de superficie activa, son sustancias químicas de estructura polar-nopolar, con tendencia a localizarse en la interfase formando una capa monomolecular adsorbida en la interfase que cambia el valor de la tensión superficial.

2) Funcionamiento

Las soluciones de tensioactivos se activan al colocarse en forma de capa monomolecular adsorbida en la superficie entre las fases hidrofílicas e hidrofóbicas. Esta ubicación "impide" el tráfico de moléculas que van de la superficie al interior del líquido en busca de un estado de mínima energía, disminuyendo así el fenómeno de tensión superficial.

3) Propiedades

Las propiedades generales y comportamiento de los agentes tensioactivos se deben al carácter dual de sus moléculas (grupos hidrófilo y lipófilo), es así como el antagonismo entre estas dos secciones de su molécula y el equilibrio entre ellas es lo que da al compuesto sus propiedades activas de superficie.

4) Clasificación

Según el poder de disociación del tensioactivo en presencia de un electrolito, y de sus propiedades fisicoquímicas, estas

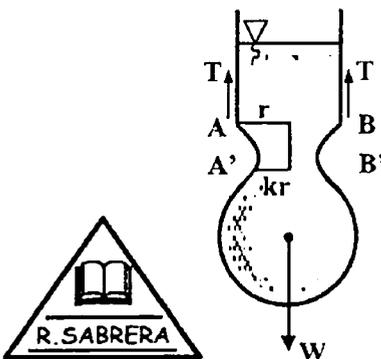
se clasifican en: tensioactivos iónicos y no-iónicos.

g) Punto crítico

El punto crítico es aquel límite para el cual el volumen del líquido es igual al de una masa igual de vapor, o dicho de otro modo, en el cual las densidades del líquido y del vapor son iguales. Midiendo se las densidades del líquido y del vapor en función de la temperatura y representando gráficamente estos resultados, determinamos la temperatura crítica, a partir del punto de intersección de ambas curvas.

h) Medida de la tensión superficial

1) Método de Tate



La gota se desprende del tubo en el instante en el que su peso "W" se iguala a las fuerzas de tensión superficial "T" que la sostiene y que actúan a lo largo de la circunferencia AB de contacto con el tubo. Dado que, la gota no se desprende justo en el extremo del tubo sino más abajo en la línea A'B' de menor diámetro y que no hay seguridad de que el líquido situado entre los niveles AB y A'B' sea arrastrado por la gota, la fórmula a emplear es:

$$W = 2\pi k r \gamma$$

siendo, "W" el peso de la gota, y "k" un

coeficiente de contracción que se debe determinar experimentalmente.

- Aplicando esta fórmula a dos líquidos, siendo uno de ellos el agua destilada (líquido de referencia), obtenemos la expresión que nos permitirá determinar la tensión superficial del líquido desconocido, así:

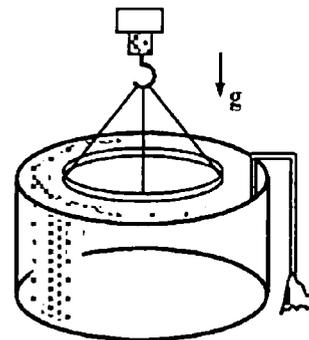
$$\gamma = \frac{m}{m'} \gamma'$$

siendo, $\gamma' = 0,0728 \text{ N/m}$ y m' la tensión superficial y masa del agua destilada.

Ejemplo: Las masas de 10 gotas de agua destilada y aceite son 586 mg y 267 mg, respectivamente, luego la tensión superficial del aceite es:

$$\gamma = \left(\frac{267}{586}\right)(0,0728) = 0,033 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

2) Método DeYong

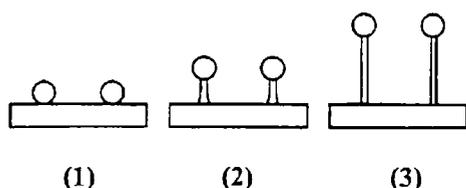


Este método consiste en medir mediante un dinamómetro la fuerza adicional "ΔF" que se debe ejercer sobre un anillo de aluminio justo en el instante en el que la lámina de líquido está a punto de romperse.

Midiendo el diámetro "2R" del anillo y leyendo del dinamómetro el valor de la fuerza "ΔF", se calcula el valor de la tensión superficial a partir de la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{\Delta F}{2(2\pi R)}$$

El líquido se ubica en un recipiente, con el anillo inicialmente sumergido. Mediante un tubo delgado que hace de sifón se extrae poco a poco el líquido del recipiente. Este proceso se representa en el siguiente esquema gráfico.



En (1) el anillo está sumergido en el líquido.

En (2), el líquido se va separando del anillo, formándose una lamina de líquido.

En (3), se ha formado la lámina en forma de un cilindro muy delgado, justo antes de separarse el anillo del líquido.

Nota

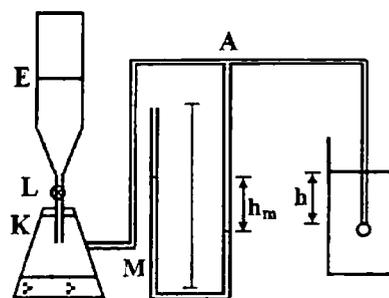
El anillo debe ser lo suficientemente delgado, afín, que el peso de la lámina de líquido cilíndrica sea despreciable.

3) Método de la burbuja

Se mide la tensión superficial de un líquido, a partir de la medida de la sobrepresión en el interior de una burbuja de aire formada en el interior de dicho líquido.

Para inyectar aire se emplea un embudo "E" lleno de agua, con una llave "L" que se abre muy poco. El agua que cae del embudo va llenando el matraz "K" y el aire desalojado sale hacia el dispositivo.

Calculamos la presión en el interior y en el exterior de la burbuja en el instante en el que se desprende.



- La presión exterior a la burbuja es la presión atmosférica " P_o " más la presión de la columna de líquido de densidad " ρ " y altura " h ", esto es:

$$P_E = P_o + \rho g h$$

- La presión en el interior de la burbuja es la suma de la presión atmosférica " P_o " más la que corresponde a la altura máxima " h_m " marcada por el manómetro que contiene un líquido de densidad " ρ_m " (líquido manométrico).

$$P_I = P_o + \rho_m g h_m$$

Sustituyendo estas presiones en la fórmula de la diferencia de presiones para una burbuja, obtenemos la expresión para la tensión superficial, así:

$$P_I - P_E = \frac{2\gamma}{R}$$

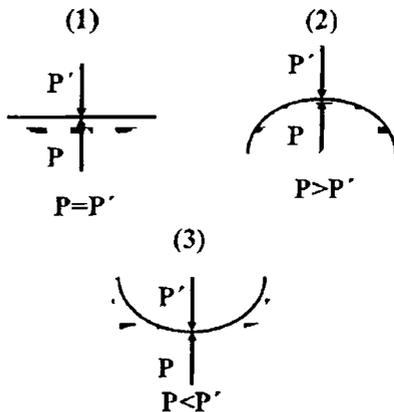
$$P_o + \rho_m g h_m - P_o - \rho g h = \frac{2\gamma}{R}$$

$$\gamma = \frac{gR}{2} (\rho_m h_m - \rho h)$$

La burbuja de aire se considera como una gota de agua.

2. PRESION DEBIDA A LA TENSION SUPERFICIAL

Una película superficial curva ejerce sobre el líquido una presión complementaria a la que experimenta dicho líquido cuando la película superficial es plana.



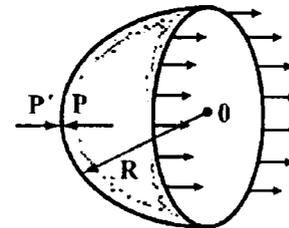
- (1) Cuando las presiones interna (P) y externa (P') al líquido son iguales, la superficie que se forma es plana, no existe sobrepresión.
- (2) Cuando la presión interna (P) es mayor que la externa (P'), la superficie que se forma es convexa, y se origina una sobrepresión que actúa en la dirección de la presión externa (P').
- (3) Cuando la presión interna (P) es menor que la externa (P'), la superficie que se forma es cóncava, y se origina una sobrepresión que actúa en la dirección de la presión interna P.

a) En una gota superficial

La presión al interior de una superficie esférica siempre es mayor que en el exterior, que la diferencia de presión " ΔP " aumenta a medida que disminuye el radio de la superficie esférica, y se hace cero cuando la superficie es plana

- Los líquidos tienden a minimizar su superficie. Por esta razón, las gotas de agua tienen la forma esférica en ausencia de gravedad. La tensión superficial tiende a reducir el área de la superficie y por

tanto, el volumen de la gota. La diferencia de presión tiende a incrementar el volumen de la gota, la condición de equilibrio se alcanza cuando ambas tendencias se compensan.



La presión complementaria en una gota superficial de radio "R", debida a la tensión superficial, viene dado por:

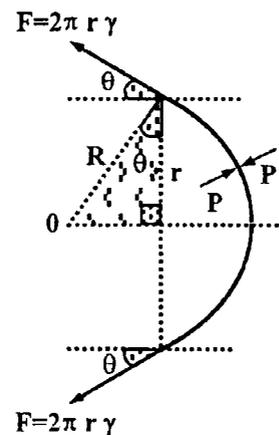
$$\Delta P = P - P' = \frac{2\gamma}{R}$$

siendo, " γ " el coeficiente de tensión superficial, y " ΔP " la diferencia de presiones entre el interior y exterior a la gota superficial.

- Obsérvese que la sección transversal de la gota presenta un sólo borde de longitud $\ell = 2\pi R$

Demostración:

- Tomemos una sección de la gota esférica, y representemos la fuerza debida a la tensión superficial "F" y la fuerza debida a la diferencia de presión " ΔP ".



En la Figura, por condición de equilibrio la resultante de la fuerza debida a la diferencia de presión dirigida hacia la derecha, debe ser igual, a la componente horizontal de la fuerza de tensión superficial que actúa hacia la izquierda en el borde de la circunferencia de radio "r", esto es

$$(P - P') \pi r^2 = \gamma (2\pi r) \cos \theta$$

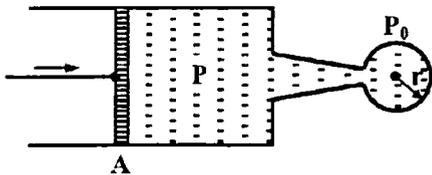
$$(P - P') \pi R \cos \theta = 2\gamma \cos \theta$$

$$\diamond P - P' = \frac{2\gamma}{R}$$

- Como se observa la presión "P" al interior de la gota, es mayor que la presión (P') en el exterior en $2\gamma / R$.

Análisis energético

El resultado anterior, también podemos demostrar utilizando criterios energéticos. Así, en la Figura, empujando el émbolo de la jeringa conteniendo un líquido, formamos un gota, siendo la presión interna "P" mayor que la externa "P₀".



- Ahora, como el trabajo realizado por el émbolo sobre el líquido al desplazarse este una distancia "x" es PdV, y el trabajo realizado por la gota de agua sobre su entorno al desplazar el aire un volumen dV es -P₀dV, entonces, el trabajo total es:

$$dW = (P - P_0)dV$$

Este trabajo se utiliza para aumentar la superficie de la gota, mientras se mantiene

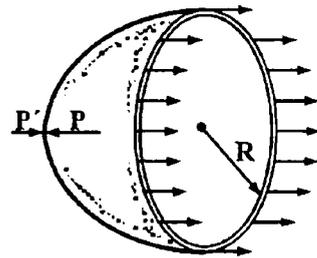
la temperatura y el volumen del líquido constante, esto es:

$$dW = \gamma dA = (P - P_0)dV$$

$$\gamma 8\pi r dr = (P - P_0)4\pi r^2 dr$$

$$P - P_0 = \frac{2\gamma}{r}$$

b) En una burbuja llena de gas



La presión complementaria en una burbuja muy delgada llena de gas, de radio "R", debida a la tensión superficial, viene dado por:

$$\Delta P = P - P' = \frac{4\gamma}{R}$$

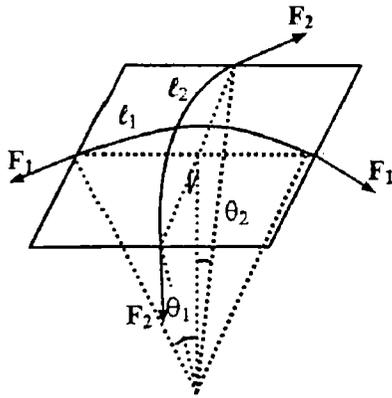
siendo, "γ" el coeficiente de tensión superficial, y "ΔP" la diferencia de presiones entre el interior y exterior a la burbuja.

- Obsérvese que la sección transversal de la burbuja presenta dos bordes de longitudes iguales a $\ell = 2\pi R$

3. FORMULA DE LAPLACE

Como se sabe la capa superficial del líquido ejerce sobre el líquido una presión "ΔP" adicional a la exterior, originada por las fuerzas de la tensión superficial.

- Esta presión es análoga a la que ejerce una envoltura elástica tensa sobre el gas contenido en ella.



- La presión adicional ó complementaria que ejerce sobre el líquido una capa superficial de forma arbitraria, viene dada por:

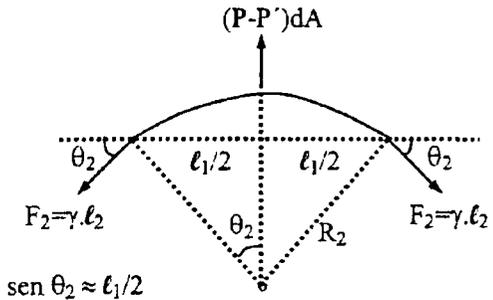
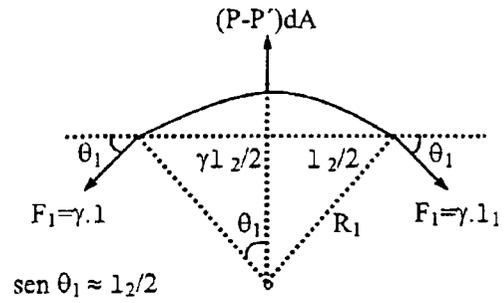
$$\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

siendo, " γ " el coeficiente de tensión superficial, y " R_1 ", " R_2 " los radios de curvatura de dos secciones cualesquiera, perpendiculares entre sí, y normales a la superficie del líquido, como se observa en la Figura.

- El radio de curvatura " R_1 " (ó " R_2 ") se considera positivo si el centro de curvatura de la sección respectiva se encuentra dentro del líquido. En el caso contrario el radio de curvatura se considera negativo.
- Para $\Delta P > 0$, el menisco es convexo, para $\Delta P < 0$ el menisco es cóncavo, y para $\Delta P = 0$ la superficie es plana.
- Se llama sección normal en un punto de la superficie del líquido, a la curva que se obtiene como resultado de la intersección de la superficie del líquido con un plano que pase por la normal a la superficie en este punto.

Demostración:

- Representemos las dos secciones normales que le corresponden a la superficie.



Por condición de equilibrio, la fuerza debida a la diferencia de presión ($P-P'$) que actúa hacia arriba, es igual, a la componente vertical de la tensión superficial que actúa hacia abajo sobre el borde de la capa superficial, esto es:

$$(P - P') \ell_1 \ell_2 - 2 F_1 \text{sen } \theta_1 - 2 F_2 \text{sen } \theta_2 = 0$$

$$(P - P') \ell_1 \ell_2 - 2(\gamma \ell_1) \frac{\ell_2 / 2}{R_1} - 2(\gamma \ell_2) \frac{\ell_1 / 2}{R_2} = 0$$

$$(P - P') = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

Casos particulares

a) Una superficie esférica

En la fórmula de Laplace tomando: $R_1 = R_2 = R$ se tiene:

$$\Delta P = P - P' = \frac{2\gamma}{R}$$

b) Una superficie cilíndrica

En la fórmula de Laplace tomando:

$R_1 = \infty$ y $R_2 = R$, se tiene:

$$\Delta P = P - P' = \frac{\gamma}{R}$$

c) Una superficie plana

En la fórmula de Laplace tomando $R_1 = R_2 = \infty$, se tiene:

$$\Delta P = P - P' = 0$$

4. BURBUJAS DE JABON

a) Origen

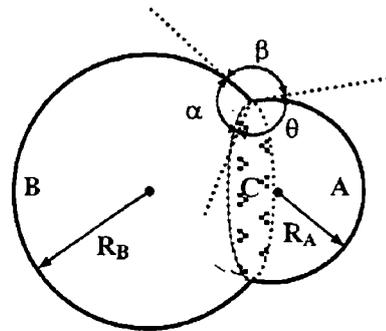
Las burbujas de jabón se forman por la acción moldeadora que desempeña la tensión superficial, debida al peso despreciable de la mezcla de agua jabonosa. Así, al soplar la mezcla jabonosa con un tubo se forma una película delgada cuya presión interna, se iguala, a la presión externa más la presión debida a la tensión superficial, al formarse completamente la burbuja de jabón.

b) Características

- 1) La tensión superficial no es constante en toda la superficie de la burbuja. La tensión superficial es mayor en la parte superior de la burbuja que en la parte inferior, a su vez, esto explica el porque el espesor de la burbuja no es uniforme. En las regiones de mayor tensión superficial el espesor de la burbuja es más delgado.
- 2) El tamaño de las burbujas de jabón tienen un límite, las burbujas de mayor tamaño duran menos tiempo que las de menor tamaño.
- 3) Generalmente las burbujas de jabón se rompen por la zona alta, porque aquí el espesor de la burbuja es más delgada.
- 4) El aire puede pasar a través de la burbuja de jabón.
- 5) Dos o más burbujas de jabón no se pueden fusionar para dar lugar a una sola burbuja.

c) Composición de burbujas

Cuando dos burbujas A y B se ponen en contacto, la superficie de contacto "C" tiene la menor superficie posible, por lo que, si trazamos las tangentes a las superficies en el punto en el que se unen, estas forman ángulos iguales, entre si, esto es: $\alpha = \beta = \theta = 120^\circ$.

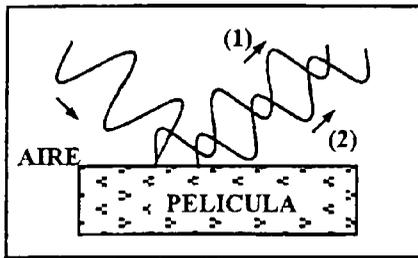


Ahora, como la presión al interior de la burbuja es proporcional a su curvatura, la presión en la burbuja "A" es mayor que en la burbuja "B". Por lo que, la película curva da empuja el aire desde "A" a su izquierda, siendo esta contrarrestada por el empuje del aire hacia la derecha ejercida por las películas curvas bcd y dec, esto es, la curvatura de la superficie da, es igual, a la suma de las curvaturas de las superficies bcd y dec:

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

d) El color de las burbujas

Cuando un rayo de luz incide sobre una película delgada (burbuja de jabón), parte del rayo se refleja y otra parte se refracta, pasando a la otra cara de la película, donde igualmente experimenta una reflexión y refracción. El rayo reflejado en la segunda cara chocará nuevamente con el rayo reflejado en la primera cara, produciéndose una interferencia de rayos, tal como se indica en la Figura.



Cuando coinciden las crestas de las ondas reflejadas (1) y (2), se dice que se ha producido una interferencia constructiva la cresta de la onda resultante es mayor que las de las ondas que interfieren, por lo que, se observa un color más intenso que el de las ondas iniciales.

De otro lado, cuando se superponen la cresta de la onda reflejada (1) con el valle de la onda reflejada (2), se tiene una onda que vibra hacia arriba y la otra hacia abajo, anulándose la una con la otra, se dice que se ha producido una interferencia destructiva, por lo que, aparecerá un color oscuro, al tener la onda resultante una intensidad luminosa débil.

Conclusión

Los colores que aparecen en las burbujas de jabón son debidos a la interferencia de ondas, resultado de los fenómenos de reflexión y refracción que experimenta la luz al incidir sobre la burbuja. Ahora, debido a las distancias diferentes que recorren las ondas reflejadas, se producen las interferencias constructiva y destructiva, dando lugar a los diferentes colores que se observa.

e) ¿Porque desaparecen las burbujas?

Algunas de las razones más comunes que explican el porque desaparecen las burbujas de jabón son:

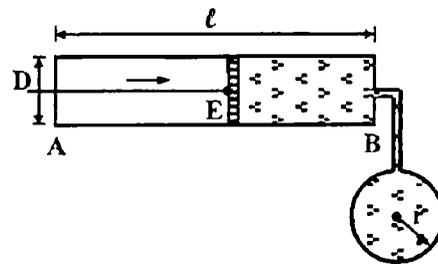
- 1) La evaporación del agua de la burbuja,

según se va evaporando el agua el espesor de la burbuja va disminuyendo hasta romperse. En la zona alta el adelgazamiento de la burbuja es mucho más rápido, por lo que, generalmente la burbuja se rompe en esta zona.

- 2) Turbulencia atmosférica, presencia de un viento fuerte o una brisa suave.
- 3) Sequedad, es decir, contacto de la burbuja con una superficie seca, esto explica el porque la burbuja se rompe cuando llega a la mano.

f) Medida de la tensión superficial de una burbuja

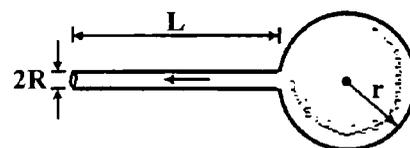
Con una jeringa de longitud " ℓ ", sección circular de diámetro " D " producimos una burbuja de jabón de radio " r ".



Al empujar el émbolo (E) de A hacia B, se forma la burbuja de jabón de radio " r_0 ", el cual, hallamos igualando los volúmenes de la jeringa y burbuja, así:

$$\pi \frac{D^2}{4} \ell = \frac{4}{3} \pi r_0^3$$

$$r_0 = \left(\frac{3}{16} D^2 \ell \right)^{1/3} \quad (1)$$



Esta burbuja de jabón se pone en contacto con el extremo de un tubo capilar de

radio "R" y longitud "L". Al salir el aire de la burbuja, este se achica hasta desaparecer.

- Asumiendo que el aire que circula por el tubo se comporte como un fluido viscoso de viscosidad "η", entonces, de la ley de Poiseuille, tenemos que la diferencia de presión en los extremos del capilar es:

$$\Delta P = \frac{8\eta L Q}{\pi R^4} \quad (2)$$

Ahora, de la fórmula de Laplace, la diferencia de presión entre el interior y exterior de la burbuja de jabón (ó entre los extremos del capilar) es:

$$\Delta P = \frac{4\gamma}{r} \quad (3)$$

De otro lado, como el radio de la burbuja disminuye con el tiempo al escaparse el aire por el capilar, entonces, la rapidez con la que disminuye el volumen es:

$$Q = -\frac{dV}{dt} = -4\pi r^2 \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

Sustituyendo las ecs.(3) y (4) en (2), obtenemos la ecuación que nos describe la variación del radio en función del tiempo:

$$4\pi r^2 \frac{dr}{dt} = -\frac{\pi \gamma R^4}{2 r \eta L}$$

Integrando esta ecuación, entre el instante inicial $t_0=0$, en el que el radio de la burbuja es $r=r_0$ y el instante $t=?$, en el que la burbuja desaparece $r=0$, obtenemos la expresión para la tensión superficial, así:

$$\int_{r_0}^0 r^3 dr = -\frac{\gamma R^4}{8\eta L} \int_0^t dt$$

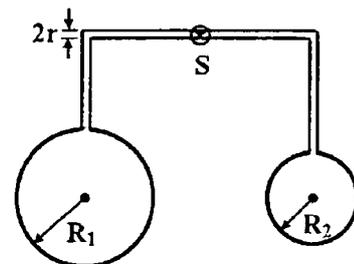
$$-\frac{r_0^4}{4} = -\frac{\gamma R^4}{8\eta L} t$$

$$\gamma = \frac{2\eta L}{t} \left(\frac{r_0}{R}\right)^4$$

Luego, midiendo el tiempo "t" que tarda en desaparecer la burbuja, obtenemos el valor de la tensión superficial de la burbuja.

g) Comunicando dos burbujas de jabón

Si ubicamos dos burbujas de radios "R₁" y "R₂" en los extremos de un tubo, y abrimos la llave "S" que los comunica, observaremos que la burbuja de jabón de radio menor es "absorbida" por la burbuja de radio mayor.



Como la diferencia de presión entre el exterior y el interior de la burbuja de jabón es pequeña, respecto de la presión atmosférica, prácticamente la densidad del aire se mantiene constante cuando pasa de una burbuja hacia la otra. La diferencia de presión entre las burbujas de radios "R₂" y "R₁" es:

$$\Delta P = P_2 - P_1$$

$$\Delta P = \left(P_0 + \frac{4\gamma}{R_2}\right) - \left(P_0 + \frac{4\gamma}{R_1}\right)$$

$$\Delta P = 4\gamma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

Debido a esta diferencia de presión, el aire circula por el tubo de la burbuja pequeña hacia la grande, con una velocidad, dada por el teorema de Bernoulli:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \rho v^2$$

siendo, " ρ " la densidad del aire.

De otro lado, el volumen de aire que pasa de la burbuja pequeña a la grande, durante el tiempo " dt " es $vA dt$, siendo

$A = \pi r^2$ el área de la sección del tubo.

Como el volumen de aire se mantiene constante, se tiene que:

$$\frac{4}{3} \pi R_1^3 + \frac{4}{3} \pi R_2^2 = V = \text{cte.}$$

$$R_1^3 + R_2^2 = \frac{3V}{4\pi} = C$$

$$R_2 = (C - R_1^3)^{1/3} \quad (1)$$

El volumen que aumenta la burbuja grande, es igual, al volumen que disminuye la burbuja pequeña, esto es:

$$dV_1 = A v dt$$

$$4\pi R_2^2 dR_1 = \pi r^2 \left[\frac{8\gamma(R_1 - R_2)}{\rho R_1 R_2} \right]^{1/2} dt$$

Separando variables, considerando (1), haciendo $R_1 = x$, e integrando obtenemos la siguiente expresión:

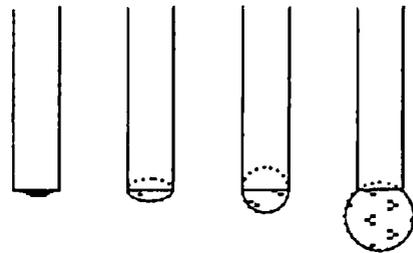
$$\int_{R_{01}}^{R_1} \frac{R_2^{1/2} R_1^{5/2} dR_1}{\sqrt{R_1 - R_2}} = \frac{r^2}{4} \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho}} \int_0^t dt$$

$$\int_{R_{01}}^{R_1} \frac{(C - x^3) x^{5/2} dx}{\sqrt{x - (C - x^3)^{1/3}}} = \frac{r^2}{4} \sqrt{\frac{8\gamma}{\rho}} t$$

Conocido el radio inicial " R_0 " de la esfera grande, la integración numérica de esta integral nos proporciona el tiempo " t ", que tarda dicha esfera en alcanzar el radio final $R_1 > R_{01}$.

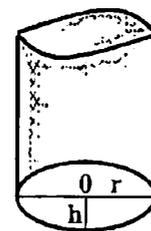
h) Modelo de evolución de una burbuja

En la Figura, se muestra el modelo de evolución de una burbuja, a medida que se suministra un volumen " V " de aire con una jeringa.



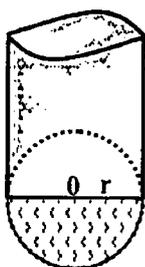
Inicialmente la burbuja tiene la forma de la mitad inferior de un elipsoide de revolución de semiejes " r " y " h ", siendo " r " el radio del capilar y " h " el semieje vertical. El volumen " V " de aire contenido en este semielipsoide es:

$$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$



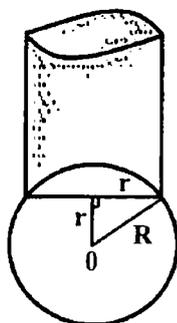
Conocido el volumen " V ", podemos hallar la altura " h ". Si seguimos suministrando aire, el semielipsoide se transforma en semiesfera de radio " r ", cuyo volumen es:

$$V = \frac{2}{3} \pi r^3$$



Ahora, si se sigue suministrando aire, el radio de la burbuja se hace mayor que el radio del capilar "r", la burbuja tiene la forma de una esfera de radio "R", cuyo centro está a una distancia "h" de la parte inferior del capilar:

$$h = \sqrt{R^2 - r^2}$$



El volumen de aire suministrado, es igual, al volumen de la esfera de radio "R", menos el volumen del casquete esférico que está al interior del capilar, esto es:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 - \left(\frac{2}{3}\pi R^3 - \pi R^2 h + \frac{1}{3}\pi h^3\right)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(2R^3 - 3hR^2 + h^3)$$

Conocido "V" y "r", a partir de esta ecuación podemos obtener el radio "R", con lo cual, podemos calcular la diferencia de presión del aire en el interior y exterior de la burbuja, a partir de:

$$\Delta P = \frac{4\gamma}{R}$$

5. ANTIBURBUJAS

a) Definición

Es una gota de líquido rodeada por una fina película de gas, es decir, es lo opuesto a una burbuja, que es una esfera de gas rodeada por una delgada capa de líquido.

b) Formación

- Las antiburbujas se forman cuando un líquido cae o fluye de modo turbulento dentro de ese mismo líquido o de otro distinto.
- Se pueden crear antiburbujas, dejando un grifo gotear en un recipiente lleno de agua al que se añade jabón. Esto reduce la tensión superficial del agua y permite a la película de aire que rodea la gota mantenerse por algo más de una fracción de segundo.

c) Características

- Las antiburbujas se mantienen debido a la tensión superficial y se mueven velozmente por la superficie del agua. Las antiburbujas pueden rebotar sobre otros objetos como lo hacen las bolas de billar.
- En condiciones normales, las antiburbujas existen solo algunos segundos, en tanto una burbuja de aire con una superficie de jabón puede llegar a durar varios minutos.
- Las antiburbujas refractan la luz de modo distinto a las burbujas de aire, debido a su composición, ya que el líquido que se encuentra en su interior origina la refracción de la luz incidente, de la misma manera en que se producen el arco iris.
- Las antiburbujas estallan cuando alcanzan el fondo o los bordes del recipiente en el que se encuentra el líquido.
- Al contrario de las burbujas de jabón con aire, que tienden a hundirse hacia el fondo del recipiente, las antiburbujas tie

nen capacidad para flotar positiva, por lo que, tienden a elevarse hacia la superficie del líquido.

d) Aplicaciones

- 1) Las antiburbujas estabilizadas pueden utilizarse como agente anti-espuma, el cual, puede usarse como lubricante o como filtro de gases.
- 2) Pueden utilizarse en procesos químicos para eliminar los contaminantes de las chimeneas.
- 3) Pueden utilizarse en los efectos especiales, para fines de avisos publicitarios.

6. TUBO CAPILAR

a) Definición

Es un dispositivo muy estrecho y de pequeña sección transversal que conduce fluidos. Su nombre se origina por la similitud con el espesor del cabello, en estos tubos se observa los fenómenos de capilaridad.

Los capilares se fabrican de diferentes materiales, tales como: vidrio, cobre, aleaciones, etc...

b) Aplicaciones

Los tubos capilares se utilizan en circuitos refrigerantes como dispositivo de expansión, consistentes en un tubo de diámetro muy pequeño, que actúa reteniendo el flujo de líquido refrigerante, la expansión se realiza a su salida al conectarlo al tubo que va hacia el evaporador. Este estrechamiento añade una pérdida de carga, tal que, en ese punto del circuito frigorífico que, antes de él, la descarga al compresor creando una alta presión, y a su salida, la aspiración determina la baja presión.

c) Ventajas

- 1) Presenta sencillez, estabilidad, no tiene piezas móviles.

- 2) Presenta facilidad de reparación y mantenimiento.
- 3) No necesita depósito de líquido.

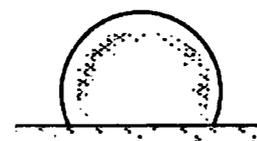
d) Desventajas

Debido a que presenta rigidez, no permite adaptar el caudal del refrigerante a la variación de carga térmica y de temperatura del medio.

7. MOJABILIDAD

a) Concepto

Es la capacidad que tiene un líquido de extenderse y dejar una traza sobre un sólido. Depende de las interacciones intermoleculares entre las moléculas de ambas sustancias en contacto. Se puede definir el ángulo que el líquido forma en la superficie de contacto con el sólido denominado ángulo de contacto, a menor ángulo de contacto, mayor mojabilidad.



MENISCO

- La mojabilidad está relacionada con otros efectos como la capilaridad. Independientemente del valor de la mojabilidad, cualquier líquido sobre una superficie sólida forma un saquete esférico. Por ejemplo, el agua no moja la superficie de latón.
- La mojabilidad de una superficie está determinada por los grupos químicos de la parte externa del sólido.
- Las diferencias en la mojabilidad entre superficies que poseen estructuras similares se deben al distinto empaquetamiento de los átomos.
- La mojabilidad de una superficie puede ser modelada mediante el efecto piroeléctrico.

trico.

b) Efecto piroeléctrico

Este efecto consiste en la variación de la polarización que experimentan las cargas eléctricas de algunos materiales o sustancias sometidas a cambios de temperatura, adquiriendo un potencial eléctrico producido por el movimiento de las cargas positivas y negativas a los extremos de la superficie a través de la migración.

- Este tipo de fenómenos se observa en materiales o sustancias dieléctricas que contienen polarización espontánea producidos por dipolos orientados.
- La piroelectricidad está relacionada estrechamente con el efecto piezoeléctrico, de tal modo, que todos los materiales piroeléctricos son también piezoeléctricos.

c) Superficie hidrofílica

Se llama así a la superficie en la cual el agua presenta alta mojabilidad $0 < \theta < 90^\circ$.

d) Superficie hidrofóbica

Se llama así a la superficie en la cual el agua en estado líquido, presenta baja mojabilidad $0 < \theta < 180^\circ$.

e) Superficie super hidrofóbica

Es aquella superficie en la cual el líquido forma ángulos de contacto mayores a 150° , produciéndose un pequeño contacto entre la gota líquida y la superficie. Este fenómeno se denomina «Efecto Lotus».

f) Líquidos polares

Son aquellos líquidos en los que las cargas eléctricas de sus moléculas están distribuidas uniformemente.

g) Tipos de superficies

Existen dos tipos principales de superficies sólidas con las que los líquidos pueden

interactuar, ellas son:

1) Superficies sólidas de alta energía

Son aquellos sólidos como los metales, vidrios, cerámicas que se conocen como «sólidos duros» porque sus enlaces químicos son muy fuertes. Por lo que, es necesaria una gran cantidad de energía para romper dichos sólidos. La mayoría de los líquidos moleculares presentan mojabilidad completa al estar en contacto con este tipo de superficies.

2) Superficies sólidas de baja energía

Entre estas superficies se encuentran los cristales moleculares débiles, como los fluorocarbonos y los hidrocarbonos, en las que las moléculas se encuentran unidas esencialmente por las interacciones de hidrógeno o fuerzas de van der Waals. En este caso la mojabilidad dependerá del tipo de líquido escogido pudiendo ser parcial o completa. La ecuación para el ángulo de contacto " θ ", viene dado por:

$$\cos \theta = 1 + b(\gamma_C - \gamma_{LV})$$

siendo, " γ " la tensión superficial crítica, " γ_{LV} " la tensión superficial en la interfase líquido-vidrio.

h) Tensión superficial crítica (γ_C)

Se define como la tensión superficial necesaria para que la mojabilidad sea nula ($\cos \theta = 1$). Este término es importante para que dependa únicamente de las características del sólido.

Conociendo la tensión superficial crítica es posible predecir, la mojabilidad que tiene una superficie.

i) Superficies de baja energía

- Las superficies de baja energía interactúan con los líquidos principalmente a través de las fuerzas de dispersión (fuerzas de van der Waals)

- El coseno del ángulo de contacto aumenta linealmente a medida que la tensión superficial del líquido " γ_L " disminuye.

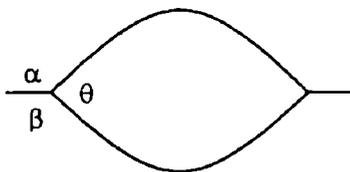
j) Superficie sólida ideal

Se llama así, a la superficie sólida que es plana, rígida, perfectamente lisa, químicamente homogénea, y no posee histéresis del ángulo de contacto " θ ". La ausencia de histéresis implica que los ángulos de contacto de avance y retroceso sean iguales. Es decir, existe solamente un ángulo de contacto termodinámicamente estable. Cualquier gota que experimente una perturbación en una superficie de este tipo recuperará su forma original.

k) Histéresis

Se llama así, a la tendencia que presenta un material a conservar una de sus propiedades físicas o químicas, en ausencia del agente que lo genera. Así, tenemos histéresis magnética, histéresis en transición de espín, histéresis de potencial químico, etc...

l) Minimización de la energía



En equilibrio termodinámico, la fuerza neta por unidad de longitud que actúa a lo largo del límite en el que las tres fases están en contacto debe ser nula. Las componentes de la fuerza de tensión superficial en la dirección de las interfaces, vienen dados por:

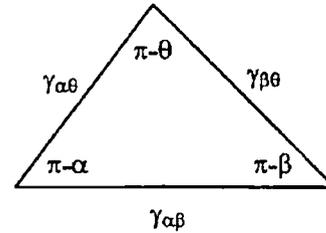
$$\gamma_{\alpha\theta} + \gamma_{\theta\beta} \cos \theta + \gamma_{\alpha\beta} \cos \alpha = 0$$

$$\gamma_{\alpha\theta} \cos \theta + \gamma_{\theta\beta} + \gamma_{\alpha\beta} \cos \beta = 0$$

$$\gamma_{\alpha\theta} \cos \alpha + \gamma_{\theta\beta} \cos \beta + \gamma_{\alpha\beta} = 0$$

donde, " α ", " β " y " θ " son los ángulos de contacto y " γ_{ij} " es la energía superficial entre las dos fuerzas indicadas.

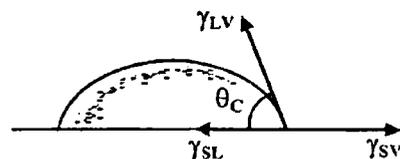
m) Triángulo de Neumann



Es un triángulo cuyos lados representan las energías superficiales de las interfaces. Al ser un triángulo, se cumple la condición geométrica, $\alpha + \beta + \theta = 2\pi$, y al aplicar las leyes de seno y coseno, se deducen las relaciones que describen la dependencia entre los ángulos de contacto y las energías superficiales.

- Como debe cumplirse que: $\gamma_{ij} < \gamma_{jk} + \gamma_{ik}$, entonces la tensión superficial de interfase no puede ser mayor que la suma de los otros dos.
- Si se ponen en contacto tres fluidos con energías superficiales, que no cumplan la desigualdad anterior, no existirá ninguna configuración de equilibrio.

n) Relación de Young



Si la fase " β " se reemplaza por una superficie rígida, entonces, se cumple que: $\beta = \pi$, y la ecuación de la fuerza neta se reduce a la ecuación de Young, esto es:

$$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta$$

Esta ecuación relaciona las tensiones superficiales entre las tres fases: sólido, líquido y vapor.

- A partir de las tres energías superficiales, predice el ángulo de contacto de una gota de líquido en una superficie sólida. La ecuación también, puede aplicarse si la fase vapor es otro líquido, a condición de que sea inmiscible con la gota del primer líquido.

o) Parámetro de esparcimiento

Es un parámetro que se utiliza para medir o establecer el tipo de mojabilidad, viene dado por:

$$S = \gamma_{SV} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LV})$$

Para, $S > 0$, la mojabilidad es completa, y para $S < 0$, la mojabilidad es parcial.

p) Ecuación de Young-Dupre

Esta ecuación indica que ni " γ_{SV} " ni " γ_{SL} " puede ser mayor que la suma de las otras dos energías superficiales. La consecuencia de esta restricción es la predicción de la existencia de mojabilidad completa cuando $\gamma_{SL} > \gamma_{SV} + \gamma_{LV}$. Así, combinando la ecuación para el parámetro de esparcimiento "S" con la ecuación de restricción, obtenemos la ecuación de Young-Dupre, esto es:

$$S = \gamma_{LV} (\cos \theta - 1)$$

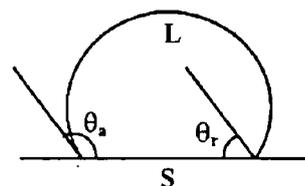
La ausencia de una solución para la ecuación de Young-Dupre en este tipo de situaciones es otro indicador de que no existe ninguna configuración de equilibrio con un ángulo entre 0° y 180° .

q) Superficies sólidas no ideales

Al contrario que las superficies ideales,

son superficies no perfectamente lisas, rígidas u homogéneas químicamente. Estas desviaciones de lo ideal producen un fenómeno llamado histéresis del ángulo de contacto, el cual, se define como la diferencia entre los ángulos de contacto de avance " θ_a " y de retroceso " θ_r ".

$$H = \theta_a - \theta_r$$



En la Figura, L=líquido, y S=sólido.

En otras palabras, la histéresis del ángulo de contacto es esencialmente al desplazamiento de una línea de contacto, ya sea por expansión o retracción de la gota. Este fenómeno ocurre debido a que en un sólido no ideal existen diferentes ángulos de contacto termodinámicamente estables.

r) Adsorción y mojabilidad

Se llama así al proceso mediante el cual un átomo o una molécula de sustancia se adhiere en la superficie de un sólido o en la interfase entre dos fluidos. La adsorción es un fenómeno esencialmente bidimensional. La adsorción es un medio para neutralizar o satisfacer las fuerzas de atracción que existen en una superficie o una interfase, y que se deben a la discontinuidad en la naturaleza de la estructura. En consecuencia la adsorción genera una disminución de la energía libre de interfase.

s) Absorción

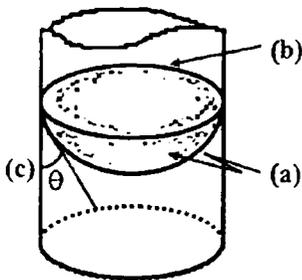
Es una operación unitaria de transferencia de materia que consiste en poner un gas en contacto con un líquido para que

este disuelva determinados componentes del gas, que queda libre de los mismos. La absorción puede ser física o química, según el gas que se disuelva en el líquido absorbente o reacciones con él dando un nuevo compuesto químico.

8. ANGULO DE CONTACTO

a) Menisco

Se llama así a la superficie libre de un líquido que se curva junto a las paredes del recipiente que lo contiene.



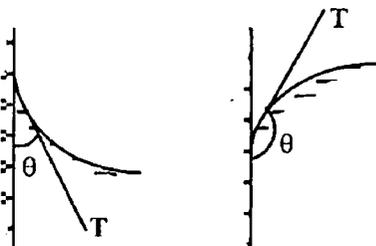
b) Perímetro de contacto

Es la línea de intersección del menisco con las paredes del recipiente.

c) Angulo de contacto

Es un ángulo que caracteriza el menisco; y se forma entre la tangente "T" al menisco y la superficie de contacto de la pared del recipiente.

d) Casos

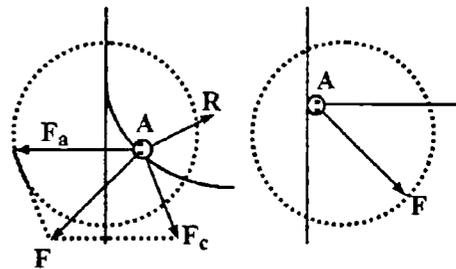


- Si, $\theta < \pi/2$ el líquido moja la pared, el menisco es cóncavo.
- Si, $\theta > \pi/2$ el líquido no moja la pared, el menisco es convexo.

- Si, $\theta = 0$ el líquido moja completamente la pared, el menisco tiene forma esférica cóncava.
- Si, $\theta = \pi$ el líquido no moja completamente la pared, el menisco tiene forma esférica convexa.
- Si, $\theta = \pi/2$, el líquido tiene superficie libre; hay ausencia de mojabilidad ó no mojabilidad.

e) Causas

La formación del menisco se debe a la existencia de las fuerzas de interacción entre las moléculas del líquido (fuerzas de cohesión F_c) y a las fuerzas de interacción de las moléculas del líquido con las moléculas de la superficie del recipiente que lo contiene (fuerzas de adherencia F_a).



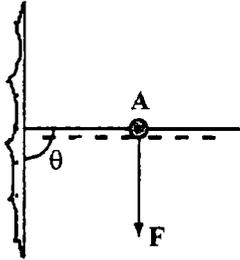
- La forma que adopte el menisco dependerá de la fuerza \vec{F} resultante de la suma de \vec{F}_c y \vec{F}_a , esta fuerza \vec{F} siempre es perpendicular a la superficie libre del líquido.
- Las fuerzas de adherencia son mayores para las moléculas que se encuentran cercanas a la pared del recipiente, que las que se encuentran alejadas de él.

f) Formación

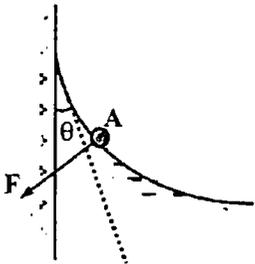
La forma del menisco viene determinada por las tres direcciones posibles de la fuerza \vec{F} , mostradas en la Figura.

- 1) Si la fuerza resultante \vec{F} es paralela a la superficie de la pared del recipiente, la

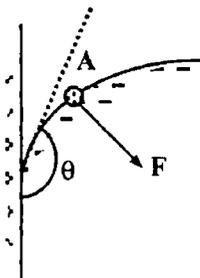
superficie del líquido será plana y el ángulo $\theta = \pi/2$.



- 2) Si las fuerzas de adherencia " F_a " son mayores que las fuerzas de cohesión " F_c ", la resultante \vec{F} está dirigida hacia el lado de la pared el menisco es cóncavo y $\theta < \pi/2$, el líquido moja la pared. Por ejemplo, la forma de la superficie libre del agua contenida en un recipiente de vidrio es cóncava.



- 3) Si las fuerzas de cohesión " F_c " son mayores que las fuerzas de adherencia " F_a " la resultante \vec{F} está dirigida hacia el lado del líquido, el menisco es convexo y $\theta > \pi/2$, el líquido no moja la pared. Por ejemplo, la forma de la superficie libre del mercurio contenido en un recipiente de vidrio es convexa.



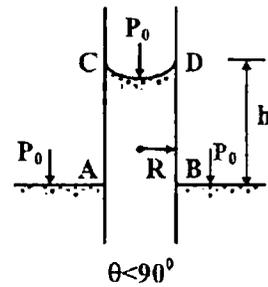
9. CAPILARIDAD

a) Definición

Se denomina, así, a la elevación o descenso de un líquido en un tubo capilar, éste fenómeno es resultado de la tensión superficial, depende de las magnitudes relativas de la cohesión y adherencia del líquido.

b) ¿Por que asciende al agua?

En el agua las fuerzas cohesivas corresponden a los enlaces de hidrógeno. En tanto, las fuerzas de adherencia ocurren cuando el capilar está compuesto de un material que tiene enlaces polares, como el vidrio. Este material contiene muchos átomos de oxígeno que tienen carga negativa, sobre la cual se adhieren los positivos de la molécula de agua.



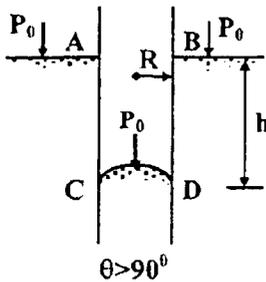
El líquido asciende en el capilar mojado (adherencia mayor que cohesión)

- El agua tiene la capacidad de ascender por las paredes del capilar de vidrio, cuando la superficie del agua toca el vidrio, por que las fuerzas de adherencia agua-vidrio son mayores que las de cohesión agua-agua, por lo que el agua contenida en el capilar, sube hasta que la fuerza resultante (tensión superficial) hacia arriba se compense con el peso de la columna de agua, que se forma en su ascenso.
- La absorción de agua por una esponja y la ascensión de cera fundida por una

cuerda son ejemplos comunes de ascensión capilar.

c) ¿Por que desciende el mercurio?

El mercurio desciende por las paredes del capilar de vidrio, situándose por debajo del nivel del mercurio que se encuentra fuera del capilar, por que las fuerzas de adherencia mercurio-vidrio son menores que las de cohesión mercurio-mercurio, por lo que el mercurio contenida en el capilar, desciende hasta que la fuerza resultante (tensión superficial) hacia abajo se compense con la fuerza de presión creada por el mercurio externo al capilar de altura "h".



El líquido desciende en el capilar sin mojarlo (adherencia menor que cohesión)

d) Cálculo de la altura de ascenso o descenso.

La altura que asciende o desciende el líquido de densidad " ρ " y tensión superficial " γ " al interior de la pared del capilar de radio " r ", debido a la tensión superficial, viene dado por:

$$h = \frac{2 \gamma \cos \theta}{\rho g r}$$

siendo, " θ " el ángulo de contacto, y " g " la aceleración debida a la gravedad. En ausencia de gravedad (ingravidez) no se observa el fenómeno de capilaridad.

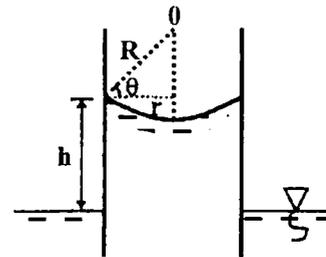
1) Análisis estático

Considerando la superficie del menisco que se forma en el capilar, como un casquete esférico de radio " R ". La relación entre el radio " r " del capilar, el radio " R " del menisco, y el ángulo de contacto " θ " es:

$$r = R \cos \theta \quad (1)$$

Debido a la curvatura de la superficie cóncava (convexa) surge una sobrepresión dirigida hacia el centro del menisco, el cual, viene dada por:

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2\gamma}{r} \cos \theta \quad (2)$$



Por efecto de esta sobrepresión (tensión superficial) el líquido asciende por el capilar hasta una altura, dada por:

$$\Delta P = \rho g h \quad (3)$$

Igualando (2) con (3), obtenemos la altura que asciende el líquido:

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{r \rho g}$$

Como se observa, la altura que asciende (o desciende) un líquido en un capilar es directamente proporcional a su tensión superficial " γ ", y esta en razón inversa a la densidad del líquido " ρ ", y del radio del capilar " r ".

2) Análisis dinámico

Si introducimos verticalmente un capilar en un líquido, observaremos la variación que experimente la altura del líquido en función del tiempo.

Asumiendo que el líquido de viscosidad " η " fluye en régimen laminar por el capilar de radio " r ", según la ley de Poiseuille, el caudal del líquido (volumen por unidad de tiempo) que pasa por el capilar es:

$$Q = \frac{\pi \Delta P r^4}{8 \eta h} \quad (1)$$

A su vez, el caudal del líquido que fluye por el capilar, viene dado por:

$$Q = \frac{d}{dt}(\pi r^2 h) = \pi r^2 \frac{dh}{dt} \quad (2)$$

siendo, dh/dt el incremento de la altura de líquido en el capilar por unidad de tiempo, y " h " la altura de la columna de líquido en el capilar en el instante " t ".

- Inicialmente el líquido asciende, hasta alcanzar su altura máxima, debido a que existe una sobrepresión dirigida hacia arriba, la cual, viene dada por:

$$\Delta P = \frac{2\gamma}{R} - \rho g h \quad (3)$$

Cuando esta diferencia de presión se anula, $\Delta P = 0$, se alcanza el estado de equilibrio. El líquido deja de ascender por el capilar, alcanzando una altura máxima, dada por:

$$h_{\max} = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r}$$

Sustituyendo las ecs.(2) y (3) en (1), y asumiendo que $\theta \approx 0^\circ$, $R=r$ obtenemos la ecuación diferencial que describe el ascenso del líquido por el capilar:

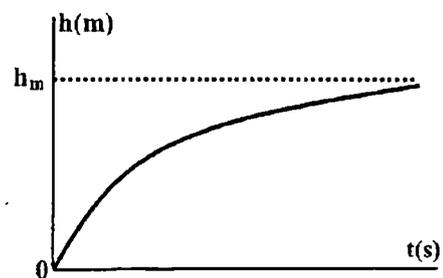
$$\pi r^2 \frac{dh}{dt} = \frac{\pi r^4}{8 \eta h} \left(\frac{2\gamma}{r} - \rho g h \right)$$

Separando variables, e integrando para los límites dados, obtenemos la altura del líquido en el capilar en función del tiempo:

$$\int_0^h \frac{h dh}{(1 - \rho g r^2 h / 2\gamma)} = \frac{\gamma r}{8 \eta} \int_0^t dt$$

$$h = \frac{2\gamma}{\rho g r} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\rho g r}{2\gamma} \left(h + \frac{\rho g r^2}{8 \eta} t\right)\right] \right\}$$

- La representación gráfica de la altura " h " en función del tiempo " t " es:



Para $t \rightarrow \infty$, obtenemos la altura máxima que asciende el líquido en el capilar:

$$h_{\max} = \frac{2\gamma}{\rho g r}$$

La altura máxima " h_{\max} " es independiente de la viscosidad " η " del líquido.

- El tiempo que tarda el líquido en alcanzar la altura máxima, depende de la viscosidad " η ", una situación análoga a la que se presenta en la carga de un condensador a través de una resistencia, o a la velocidad que alcanza una esfera que se libera en un fluido viscoso.
- Para obtener " h " para un tiempo " t " dado, se debe resolver numéricamente la ecuación anterior, por ejemplo mediante un procedimiento de iteración.

e) Número de capilaridad

El número de capilaridad representa el efecto relativo entre la viscosidad y la tensión superficial que actúan a través de una interfase entre un líquido y un gas, o entre dos líquidos inmiscibles, viene dado por:

$$C_a = \frac{\eta v}{\gamma}$$

siendo, " η " la viscosidad del líquido, " v " su velocidad característica del fluido, y " γ " la tensión superficial entre las dos fases.

Para números de capilaridad muy bajos, inferiores a 10^{-5} el flujo en un medio poroso es dominado por las fuerzas de capilaridad.

f) Untuosidad

Es la propiedad que tienen los líquidos de adherirse a la superficie de los cuerpos sólidos. Es originada por las fuerzas de Van der Waals la tensión superficial y las fuerzas electromagnéticas de los constituyentes del líquido y los electrones de superficie de los sólidos "mojados" por cohesión del sólido.

Cuando entre dos superficies de sólidos es intercalado una película líquida se produce una fuerza de cohesión superficial. La fuerza que consigue la separación de los sólidos, por la ruptura de la columna de líquido por unidad de superficie, es una medida de cuantificación de la untuosidad, tiene unidades de presión.

g) Humedad por capilaridad

La humedad por capilaridad es aquella humedad producida por el fenómeno de ascensión capilar de agua, y se transmite a través de la porosidad de los materiales.

La humedad de capilaridad se hace evi-

dente al aparecer una ó más manchas a la pared, que parten del suelo, y aparece en la planta baja, su capacidad de ascensión depende del material de la evaporación y la humedad del mismo recinto, es frecuente que las manchas de humedad presenta un abombamiento de la pintura y desmoronamiento del terrajeo.

h) Aplicaciones

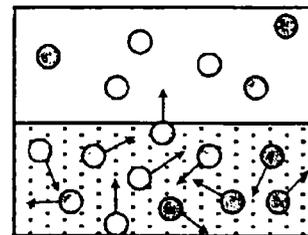
- Se utiliza en la agricultura, en el riego de los sembríos.
- Se utiliza en la medicina para la absorción por capilaridad de ciertas sustancias a través de las venas y arterias.
- Se utiliza en la industria, en el diseño y construcción de aparatos mecánico-eléctricos de alta sensibilidad.
- En la escritura utilizamos la pluma estilográfica ó el rotulador (plumón), el funcionamiento de los cuales se basan en este principio, etc.

10. PRESIÓN DE VAPOR SATURADO**a) Definición**

Es la presión que ejerce el vapor de un líquido volátil sobre el propio líquido en cerrado en un recipiente, una vez alcanzado el equilibrio a una temperatura dada.

b) Descripción

En un recipiente cerrado cuyo interior está al vacío, introducimos un líquido volátil.



A medida que el líquido ingresa al reci

piente, una parte de sus moléculas abandonan el líquido pasando a formar el vapor por encima del líquido. Ahora, las moléculas que abandonan el líquido tienen suficiente energía, que les permite vencer las fuerzas de interacción molecular, esta energía las obtienen del intercambio de energía con las otras moléculas, durante los choques que se producen debido al movimiento caótico de ellas.

- A medida que las moléculas pasan al estado de vapor, la presión en el espacio cerrado sobre el líquido aumenta, este aumento no es indefinido, existe un valor de la presión, para el cual, por cada molécula que abandona el líquido necesariamente regresa una molécula al líquido, estableciéndose un equilibrio y manteniéndose la presión constante. Esta presión se conoce como presión de vapor saturado.
- La relación entre la temperatura y la presión de vapor saturado de las sustancias no es lineal, así, para cada valor de la temperatura a la que se encuentre la sustancia, existirá un valor fijo de la presión saturada para cada tipo de sustancia.
- La presión de vapor saturado depende de la naturaleza (estructura) del líquido y de la temperatura a la que se encuentre este. Obviamente a mayor temperatura se espera que la presión de vapor saturado sea mayor.
- La presión del vapor saturado sobre la superficie curvada del líquido depende de la forma del menisco. Si esta es cóncava (convexa), la presión del vapor saturado es menor (mayor) que sobre la superficie plana en la magnitud ΔP_m dada por:

$$\Delta P_m = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho} \Delta P$$

siendo, " ρ " la densidad del vapor saturado, " ρ_1 " la densidad del líquido, y " ΔP " la presión adicional debida a la curvatura de la superficie.

c) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones, en las que se utiliza el vapor saturado son:

- 1) Vapor para movimiento.- Este tipo de vapor es usado para propulsión, en aplicaciones tales como: turbinas de vapor. Un ejemplo de esta, es la locomotora de vapor. La turbina de vapor es un equipo esencial en una planta de energía termoeléctrica. En un esfuerzo para mejorar la eficiencia, se han hecho avances hacia el uso de vapor a cada vez mayores presiones y temperaturas.
- 2) Vapor para calentamiento.- Comparado con el uso de aire caliente para calentamiento, utilizar vapor saturado tiene el beneficio y la ventaja de permitir el calentamiento en un estado libre de oxígeno y ofrecen un muy alto rendimiento en el calentamiento.
- 3) Hornos de vapor.- El vapor de agua que se calienta hasta convertirse en vapor saturado sobrecalentado a presión atmosférica a altas temperaturas de 100°C y por encima de esta, transfiere muy bien el calor y ofrece un excelente rendimiento en la cocción. Una característica adicional de este vapor sobrecalentado es que es fácil de manejar debido al hecho de que está a presión atmosférica.
- 4) Vapor para esterilización.- Es el método más efectivo y de menor costo para esterilizar la mayoría de los objetos de uso hospitalario, mediante autoclaves.
- 5) Vapor para la hidrodestilización.- Se utiliza el vapor saturado a presión atmosférica en la hidrodestilización, que son procesos donde por ejemplo se obtiene el aceite esencial de una planta aromática.

08. En la Fig.02, el anillo de diámetros exterior $D=26$ mm e interior $d=25$ mm está suspendido de un resorte de constante elástica $k=1$ N/m, y se encuentra sobre la superficie de un líquido. Al descender el líquido el anillo se desprendió de ella en el instante en que la deformación del resorte era $x=5,3$ mm. Hallar el coeficiente de tensión superficial de líquido.

- a) 0,01 N/m b) 0,03 N/m c) 0,05 N/m d) 0,07 N/m e) 0,09 N/m

09. En la Fig.03, sobre el bastidor vertical MNOP, provisto del travesaño AB, hay extendida una película jabonosa de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,045$ N/m. ¿Qué diámetro deberá tener el travesaño AB de cobre de densidad $\rho = 8\,600$ kg/m³ para que este en equilibrio? ($g=10$ m/s²)

- a) 1,05 mm b) 1,15 mm c) 1,25 mm d) 1,35 mm e) 1,45 mm

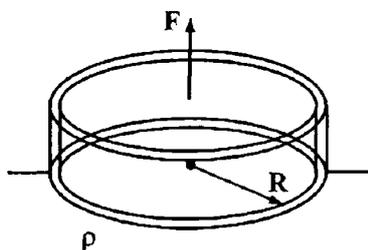


Fig.01

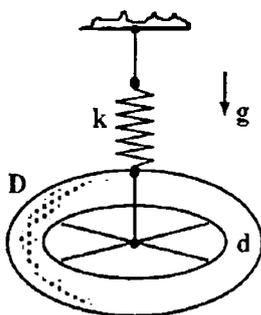


Fig.02

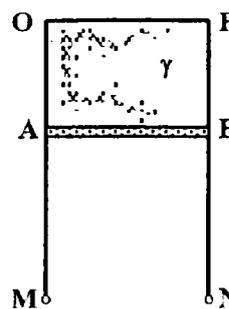


Fig.03

10. En la Fig.03, sobre el bastidor vertical MNOP, provisto del travesaño AB, hay extendida una película jabonosa de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,045$ N/m. ¿Qué longitud tiene el travesaño AB de cobre de densidad $\rho = 8\,600$ kg/m³, si para desplazarlo $d=1$ cm se realiza un trabajo igual a $W=4,5 \cdot 10^{-5}$ J? ($g=10$ m/s²)

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

11. Para medir el coeficiente de tensión superficial de un aceite mineral de densidad relativa $\rho_r = 0,85$ por el método de la burbuja se sumerge un tubo de diámetro interior $D=1,5$ mm, a una profundidad de $h=12$ mm en el aceite. Si la presión máxima de la burbuja es $P=150$ N/m². Hallar el coeficiente de tensión superficial del aceite. ($g=10$ m/s², $\rho_{H_2O} = 10^3$ kg/m³)

- a) 0,012 N/m b) 0,018 N/m c) 0,024 N/m d) 0,030 N/m e) 0,036 N/m

12. De un tubo vertical de radio interior $r=1$ mm gotea agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073$ N/m y densidad $\rho = 1\,000$ kg/m³. Hallar el radio de las gotas en el instante de desprenderse. Asuma que las gotas son esféricas. ($g=10$ m/s²)

- a) 2,12 mm b) 2,22 mm c) 2,32 mm d) 2,42 mm e) 2,52 mm

13. De un tubo vertical de radio interior $r=1$ mm gotea agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m y densidad $\rho=1000$ kg/m³. ¿En qué porcentaje varía el radio de las gotas si cambiamos el agua por aceite de ricino de coeficiente de tensión superficial $\gamma'=0,035$ N/m y densidad $\rho'=900$ kg/m³?
- a) 14,9 % b) 15,9 % c) 16,9 % d) 17,9 % e) 18,9 %
14. De un tubo vertical de radio interior $r=1$ mm caen gotas mercurio de radio $R=1,767$ mm y densidad $\rho=13\ 600$ kg/m³. Hallar el coeficiente de tensión superficial del mercurio ($g=10$ m/s²)
- a) 0,1 N/m b) 0,2 N/m c) 0,3 N/m d) 0,4 N/m e) 0,5 N/m
15. En la Fig.04, sobre la lámina delgada rectangular de lados $a=3$ cm, $b=2$ cm, masa $m=1,8$ g descansa un cuerpo de masa (m'), ambos flotan sobre la superficie del agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m y densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³, formando una hendidura de profundidad $h=0,2$ cm. Hallar la masa (m') del cuerpo. ($g=10$ m/s²)
- a) 0,11g b) 0,13 g c) 0,15 g d) 0,17 g e) 0,19 g

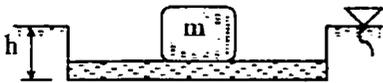


Fig.04

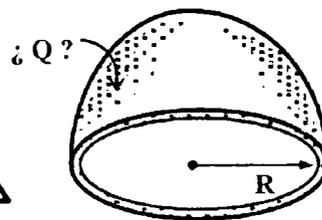


Fig.05

16. Un barómetro de mercurio constituido de un tubo capilar de diámetro interior $D=1$ mm indica una presión de $P=726$ mmHg. La densidad del mercurio es $\rho=13,6$ g/cm³, su coeficiente de tensión superficial es $\gamma=465$ dina/cm y el ángulo de contacto entre el mercurio y el vidrio es $\theta=140^\circ$. Hallar el valor correcto de la presión atmosférica. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 733,7 mmHg b) 734,7 mmHg c) 735,7 mmHg d) 736,7 mmHg e) 737,7 mmHg
17. Calcule la presión al interior de una burbuja esférica de keroseno de diámetro $D=0,8$ μ m y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,03$ N/m, soplada a una distancia $h=10$ m por debajo de la superficie libre del agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. ($g=10$ m/s²; $\mu=10^{-6}$; presión atmosférica $P_0=10^5$ Pa)
- a) 1 atm b) 3 atm c) 5 atm d) 7 atm e) 9 atm
18. Un buque de guerra pesa $W=4\cdot 10^7$ N, y mide $a=270$ m de eslora y $b=33$ de manga. El perímetro de su casco en la línea de flotación es $c=555$ m. ¿Qué porcentaje representa la tensión superficial respecto del peso del buque? ($\gamma=0,081$ N/m)
- a) 10^{-4} % b) $2\cdot 10^{-4}$ % c) $3\cdot 10^{-4}$ % d) $4\cdot 10^{-4}$ % e) $5\cdot 10^{-4}$ %

19. La diferencia de la presión entre el interior y exterior de una burbuja de jabón es $\Delta P = 1200 \text{ N/m}^2$, el coeficiente de tensión superficial de la burbuja es $\gamma = 0,072 \text{ N/m}$. Hallar el diámetro de la burbuja.
- a) 0,40 mm b) 0,42 mm c) 0,44 mm d) 0,46 mm e) 0,48 mm
20. En la Fig.05 ¿Qué carga máxima puede suministrarse a la gota de radio $R=5 \text{ mm}$, si su coeficiente de tensión superficial es $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$; $n=10^{-9}$)
- a) 10,68 nC b) 12,68 nC c) 14,68 nC d) 16,68 nC e) 18,68 nC
21. Dos pompas de jabón esféricas de radios $R_1=1,0 \text{ cm}$ y $R_2=1,5 \text{ cm}$, se unen compartiendo una superficie común. Hallar el radio de curvatura de esta superficie común.
- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm
22. Se tiene una burbuja esférica de volumen $V=4,19 \text{ cm}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,025 \text{ N/m}$. ¿Qué trabajo se debe hacer para aumentar su volumen en 8 veces?
- a) $10 \pi \mu\text{J}$ b) $20 \pi \mu\text{J}$ c) $40 \pi \mu\text{J}$ d) $60 \pi \mu\text{J}$ e) $80 \pi \mu\text{J}$
23. Un tubo de diámetro exterior de $D=1,0 \text{ cm}$, que está cerrado por un extremo; flota verticalmente en mercurio de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,46 \text{ N/m}$, con el extremo cerrado hacia abajo. La masa total del tubo es $m=30 \text{ g}$ y el ángulo de contacto $\theta = 0^\circ$. Hallar la altura sumergida del tubo. ($\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,07 cm b) 2,27 cm c) 2,47 cm d) 2,67 cm e) 2,87 cm
24. Un tubo capilar de vidrio de diámetro exterior $D=0,4 \text{ mm}$ se ubica verticalmente en mercurio con un extremo sumergido ligeramente en el fluido. La densidad relativa del mercurio es $\rho_r = 13,6$ y su coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,49 \text{ N/m}$. Hallar la altura que desciende el mercurio en el capilar, si el ángulo de contacto es $\theta = 130^\circ$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,1 cm b) 2,3 cm c) 2,5 cm d) 2,7 cm e) 2,9 cm
25. ¿En qué porcentaje debe variar la presión al interior de una burbuja jabonosa de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,075 \text{ N/m}$ y radio $R=0,1 \mu\text{m}$, para que su radio aumente en un 20 %? La presión atmosférica es $P_0=10^5 \text{ N/m}^2$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.
- a) 15,0 % b) 15,2 % c) 15,4 % d) 15,6 % e) 15,8 %
26. Un capilar se introduce verticalmente en un líquido de densidad $\rho=10^4 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$. Hallar la cantidad de calor desprendida en el ascenso del líquido por el capilar, si el ángulo de contacto es $\theta = 0^\circ$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $\pi \mu\text{J}$ b) $2\pi \mu\text{J}$ c) $3\pi \mu\text{J}$ d) $4\pi \mu\text{J}$ e) $5\pi \mu\text{J}$
27. Un capilar se introduce verticalmente en un líquido de densidad " ρ " y coeficiente de ten

- sión superficial " γ ". ¿Qué porcentaje representa el calor disipado durante el ascenso del líquido por el capilar, respecto del trabajo realizado por la fuerza de tensión superficial, si el ángulo de contacto es $\theta = 0^\circ$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 10 % b) 20 % c) 30 % d) 40 % e) 50 %
- 28.** De un recipiente que contiene alcohol de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,02 \text{ N/m}$, caen gotas a través de un tubo vertical de diámetro interior $D=2 \text{ mm}$. Si cada gota se desprende $t=1 \text{ s}$ después que la anterior. ¿Qué tiempo tardarán en caer $m=10 \text{ g}$ de alcohol? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 13,16 min b) 13,26 min c) 13,36 min d) 13,46 min e) 13,56 min
- 29.** De un recipiente caen gotas de agua a través de un tubo vertical de diámetro interior $D=3 \text{ mm}$. Cuando el agua se enfría desde $T_1=100^\circ \text{ C}$ hasta $T_2=20^\circ \text{ C}$ el peso de las gotas varían en $\Delta W = 13,5 \cdot 10^{-5} \text{ N}$. Si el coeficiente de tensión superficial del agua a 20° C es $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, hallar dicho coeficiente a 100° C . ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 0,050 N/m b) 0,052 N/m c) 0,054 N/m d) 0,056 N/m e) 0,058 N/m
- 30.** Al fundirse el extremo inferior de un alambre de plomo de densidad $\rho = 11\,300 \text{ kg/m}^3$ y diámetro $D=1 \text{ mm}$ colgado verticalmente, se forman 20 gotas de plomo. El coeficiente de tensión superficial del plomo líquido es $\gamma = 0,47 \text{ N/m}$. Hallar la longitud " ℓ " derretida del alambre. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 31 cm b) 33 cm c) 35 cm d) 37 cm e) 39 cm
- 31.** Se tiene una delgada capa de fluido encerrado por un cuadro de alambre fijo en forma de U, y un alambre móvil de longitud $\ell=7 \text{ cm}$. Si la fuerza mínima necesaria para mover el alambre móvil es de $F=3,4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$, hallar el coeficiente de tensión superficial del fluido.
- a) 0,020 N/m b) 0,022 N/m c) 0,024 N/m d) 0,026 N/m e) 0,028 N/m
- 32.** Hallar la magnitud de la fuerza necesaria para mover el alambre del problema anterior, si está inmerso en una solución jabonosa de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,025 \text{ N/m}$.
- a) 3,0 mN b) 3,5 mN c) 4,0 mN d) 4,5 mN e) 5,0 mN
- 33.** La tensión superficial de un líquido puede determinarse midiendo la fuerza " F " necesaria para levantar un anillo circular de platino de radio " r " de la superficie del líquido.
- I) Hallar una fórmula para " γ " en función de " F " y " r ".
- II) Hallar " γ " para un líquido con: $F=5,8 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ y $r=2,8 \text{ cm}$.
- a) 0,010 N/m b) 0,012 N/m c) 0,014 N/m d) 0,016 N/m e) 0,018 N/m
- 34.** En el método de la burbuja, para medir el coeficiente de tensión superficial " γ " de un líquido de densidad " ρ ", se utiliza un manómetro conteniendo un líquido de densidad " ρ_m ". Demostrar que " γ ", viene dado por: $\gamma = (\rho_m h_m - \rho h) \cdot gR/2$, donde " h " es la profundi

dad a la que se encuentra la burbuja en el líquido, y " h_m " el desnivel en las dos ramas del líquido manométrico.

35. En la Fig.06, la pompa de jabón llena de aire caliente, está suspendida inmóvil en la atmósfera de presión $P_0=10^5 \text{ N/m}^2$ y temperatura $T_0=27^\circ \text{ C}$. La densidad de la película de jabón es $\rho=0,8 \text{ g/cm}^3$, el grosor $\delta=1 \mu\text{m}$, y el radio $r=1 \text{ cm}$. La temperatura del aire al interior de la pompa de jabón es $T=105^\circ \text{ C}$. Hallar la tensión superficial de la pompa de jabón. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 0,030 N/m b) 0,035 N/m c) 0,040 N/m d) 0,045 N/m e) 0,050 N/m

36. En la Fig.07, el cuerpo en forma de paralelepípedo regular de lados $a=10 \text{ cm}$, $b=12 \text{ cm}$, $c=21 \text{ cm}$, y densidad $\rho=800 \text{ kg/m}^3$ flota sumergido parcialmente en agua de densidad $\rho_0=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar el valor de la expresión $r=(F_{ac}+F_{bc})/(F_{ab}+F_{ac})$, donde F_{ab} , F_{ac} y F_{bc} son las fuerzas de tensión superficial que surgen, cuando el cuerpo flota con sus caras perpendiculares a la gravedad. El agua moja totalmente a las paredes del cuerpo.

- a) 1,2 b) 1,4 c) 1,6 d) 1,8 e) 2,0

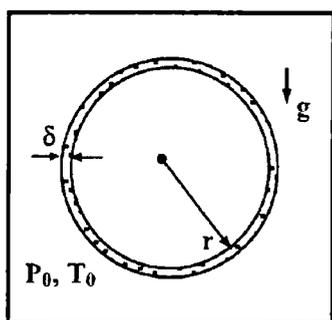


Fig.06

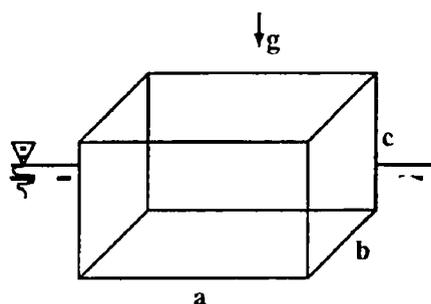


Fig.07

37. Dos pompas de jabón de radios R_1 y R_2 (con $R_2=2R_1$), se unen formando una pompa de radio igual a $R_3=2,2R_1$. La tensión superficial de la película de jabón es $\gamma=0,025 \text{ N/m}$, y la presión atmosférica es $P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$. Hallar el radio " R_1 ". ($n=10^{-9}$)

- a) 55,8 nm b) 65,8 nm c) 75,8 nm d) 85,8 nm e) 95,8 nm

38. Se infla una burbuja jabonosa de tensión superficial $\gamma=0,025 \text{ N/m}$, desde un radio de $R_1=1,5 \text{ cm}$ hasta un radio de $R_2=2,0 \text{ cm}$. Hallar la magnitud de la fuerza media utilizada.

- a) 20 mN b) 22 mN c) 24 mN d) 26 mN e) 28 mN

39. Una placa delgada de peso despreciable en forma de elipse de semiejes $a=4 \text{ cm}$ y $b=6 \text{ cm}$, con un agujero circular concéntrico de radio $r=2 \text{ cm}$, flota en el agua de tensión superficial $\gamma=0,073 \text{ N/m}$. Hallar la fuerza mínima que debe aplicarse, para separar a la placa del agua. El agua moja totalmente la placa. ($m=10^{-3}$)

- a) 31,3 mN b) 32,3 mN c) 33,3 mN d) 34,3 mN e) 35,3 mN

40. Hallar la temperatura del medio en la que se encuentra una pompa de jabón, de radio $r=4$ cm, tensión superficial $\gamma=0,075$ N/m, capacidad calorífica $C=237,7$ J/K. La presión atmosférica normal es de $P_0=1,013 \cdot 10^5$ N/m². ($R=8,314$ J/mol·K)
- a) 300 K b) 305 K c) 310 K d) 315 K e) 320 K
41. Un cuerpo en forma de cubo de lados $a=10$ cm y densidad $\rho=250$ kg/m³, flota mojado completamente en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³, ¿Qué porcentaje representa la fuerza de tensión superficial, respecto del empuje que ejerce el agua?
- a) 1,17 % b) 1,27 % c) 1,37 % d) 1,47 % e) 1,57 %
42. Un cuerpo en forma de cubo de densidad $\rho=800$ kg/m³, flota sumergido parcialmente a una profundidad de $h=8$ cm, en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³, y tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m. El agua moja totalmente al cuerpo. Hallar la fuerza de tensión superficial. ($g=10$ m/s²)
- a) 29,2 mN b) 29,4 mN c) 29,6 mN d) 29,8 mN e) 30,0 mN
43. Una pelota compacta homogénea de radio $R=10$ cm y densidad $\rho=250$ kg/m³, flota parcialmente sumergida en agua de densidad $\rho_0=1000$ kg/m³, y tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m. Hallar la componente de la fuerza de tensión superficial, perpendicular a la superficie libre del agua. ($g=10$ m/s², $m=10^{-3}$)
- a) 40,3 mN b) 42,3 mN c) 44,3 mN d) 46,3 mN e) 48,3 mN
44. Un cubo de hierro, engrasado con parafina, flota en el agua de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m, con su cara superior al nivel del agua. El agua no moja la parafina. Hallar la longitud de la cara del cubo.
- a) 2,17 mm b) 2,27 mm c) 2,37 mm d) 2,47 mm e) 2,57 mm
45. Un lazo de goma de longitud de área de sección $A=0,002$ cm², y módulo de Young $E=7 \cdot 10^6$ Pa, al ponerse sobre una película de un líquido de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m, se extiende formando una circunferencia de radio $R=10$ cm, luego de haberse pinchado la película dentro del lazo. Hallar la deformación unitaria en la longitud del lazo.
- a) 10,03 mm b) 10,23 mm c) 10,43 mm d) 10,63 mm e) 10,83 mm
46. Dos láminas paralelas de vidrio separadas por una distancia de $d=0,5$ mm son ubicadas en agua de densidad $\rho_0=998$ kg/m³, y tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m a la temperatura $T=20$ °C. Las láminas están limpias, y la razón ancho/separación es grande, tal que, los efectos de borde son despreciables. ¿A qué altura asciende el agua entre las láminas? ($g=9,81$ m/s²)
- a) 25,8 mm b) 26,8 mm c) 27,8 mm d) 28,8 mm e) 29,8 mm
47. Un palito de sección cuadrada de lados $a=12$ mm y longitud $\ell=8$ cm flota sobre un líquido

- do de densidad $\rho_0 = 962 \text{ kg/m}^3$, y tensión superficial $\gamma = 0,06 \text{ N/m}$. El líquido no moja el palito, el perímetro de contacto está a $d = 6,63 \text{ mm}$ de la base del palito, y $b = 2 \text{ mm}$ del palito están por encima de la superficie libre del líquido. Hallar el peso del palito. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 92 g b) 94 g c) 96 g d) 98 g e) 100 g
48. Una placa se ubica cuidadosamente sobre la superficie del agua de densidad $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, y tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$. La placa no se moja por el agua. Hallar la máxima masa por unidad de área de la placa. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) $0,506 \text{ g/cm}^2$ b) $0,526 \text{ g/cm}^2$ c) $0,546 \text{ g/cm}^2$ d) $0,566 \text{ g/cm}^2$ e) $0,586 \text{ g/cm}^2$
49. Un chorro de agua de diámetro $D = 10 \text{ mm}$ y tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ se descarga verticalmente en la atmósfera. Debido a la tensión superficial la presión al interior del chorro es levemente mayor que la presión atmosférica externa. Hallar esta diferencia de presión.
- a) 14,0 Pa b) 14,2 Pa c) 14,4 Pa d) 14,6 Pa e) 14,8 Pa
50. Una gota de mercurio de tensión superficial $\gamma = 0,465 \text{ N/m}$ se encuentra entre dos láminas de vidrio paralelas limpias. Al aplicarse a la lámina superior una fuerza de $F = 780 \text{ N}$ la gota de mercurio adopta la forma de un disco de radio $r = 5 \text{ cm}$. El mercurio no moja totalmente el vidrio. Hallar la masa de la gota de mercurio. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,0 g b) 1,2 g c) 1,4 g d) 1,6 g e) 1,8 g
51. En un recipiente con mercurio de densidad $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$ se introduce un tubo capilar abierto de diámetro $D = 3 \text{ mm}$. La diferencia entre los niveles del mercurio en el recipiente y en el tubo capilar es $\Delta h = 3,7 \text{ mm}$. Hallar el radio de curvatura del menisco de mercurio que se forma en el tubo. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1 mm b) 2 mm c) 3 mm d) 4 mm e) 5 mm
52. Hallar la elevación de la temperatura de una gota de mercurio resultante de la unión de dos gotas idénticas de diámetros $D = 2 \text{ mm}$. El mercurio tiene densidad $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$, calor específico $c_e = 138 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- a) $1,05 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$ b) $1,25 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$ c) $1,45 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$ d) $1,65 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$ e) $1,85 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$
53. ¿Qué trabajo se debe hacer contra las fuerzas de la tensión superficial para dividir una gota esférica de mercurio de radio $R = 3 \text{ mm}$ en dos gotas idénticas. El coeficiente de tensión superficial del mercurio es $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$ y su densidad $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$?
- a) $14,1 \mu\text{J}$ b) $14,3 \mu\text{J}$ c) $14,5 \mu\text{J}$ d) $14,7 \mu\text{J}$ e) $14,9 \mu\text{J}$

54. La presión del aire al interior de una burbuja de jabón es 1 mmHg mayor que la atmosférica. El coeficiente de tensión superficial de la burbuja es $\gamma = 0,043 \text{ N/m}$. Hallar el diámetro de la burbuja. ($2,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1880 \text{ mmHg}$)
- a) 2,0 mm b) 2,2 mm c) 2,4 mm d) 2,6 mm e) 2,8 mm
55. ¿A qué profundidad bajo el agua se encuentra una burbuja de aire de diámetro $D = 0,015 \text{ mm}$, densidad $\rho = 2 \text{ kg/m}^3$, masa molecular $M = 29 \text{ kg/kmol}$, temperatura $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$? ($P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ N/m}^2$, $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J/kmol}\cdot^\circ\text{C}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 0,073 \text{ N/m}$)
- a) 4,1 m b) 4,3 m c) 4,5 m d) 4,7 m e) 4,9 m
56. ¿Cuántas veces es mayor la densidad del aire que hay en una burbuja de radio $R = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mm}$ que se encuentra a una profundidad de $h = 5 \text{ m}$ en el agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, densidad $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, que la densidad del aire a la presión atmosférica $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ (a la misma temperatura)? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 4,02 b) 4,22 c) 4,42 d) 4,62 e) 4,82
57. En la Fig.06, la probeta de diámetro $D = 2 \text{ mm}$, masa $M = 0,5 \pi \text{ g}$ flota verticalmente su mergido parcialmente en un líquido de densidad $\rho = 10^4 \text{ kg/m}^3$, coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,5 \text{ N/m}$. ¿Cuántas bolillas de masa $m = \pi/10 \text{ g}$ deben introducirse en la probeta para que la parte sumergida de este sea de $h = 11 \text{ cm}$? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9
58. ¿Hasta qué altura "h" puede llenarse con agua un recipiente que tiene en su base un agujero circular de diámetro $D = 0,1 \text{ mm}$, sin que el agua empiece a salir por el agujero?. La densidad del agua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, su coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,075 \text{ N/m}$, y $g = 10 \text{ m/s}^2$.
- a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 40 cm e) 50 cm
59. Un cubo de masa $m = 20 \text{ g}$ y arista $a = 3 \text{ cm}$ mojado completamente, flota en la superficie del agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$. Hallar la altura sumergida del cubo. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,12 cm b) 2,32 cm c) 2,52 cm d) 2,72 cm e) 2,92 cm
60. El extremo de un tubo capilar de cristal de radio $R = 0,05 \text{ cm}$, se introduce en agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, a una profundidad de $h = 2 \text{ cm}$. ¿Qué presión se necesita para soplar una burbuja de aire por el extremo inferior? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- a) 490 Pa b) 492 Pa c) 494 Pa d) 496 Pa e) 498 Pa
61. En un recipiente con agua se introduce un tubo capilar abierto de diámetro interior $D = 1 \text{ mm}$. La diferencia de los niveles del agua en el recipiente y en el tubo capilar es de $h = 2,8$

cm. Hallar el radio de curvatura del menisco formado en el capilar. ($\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$, $\gamma = 0,073\text{ N/m}$, $g = 10\text{ m/s}^2$)

- a) 0,50 mm b) 0,52 mm c) 0,54 mm d) 0,56 mm e) 0,58 mm

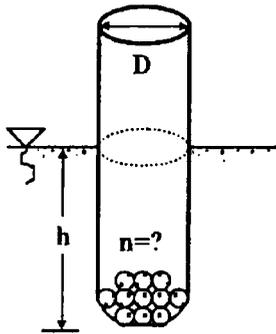


Fig.06

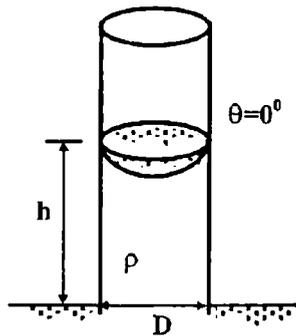


Fig.07

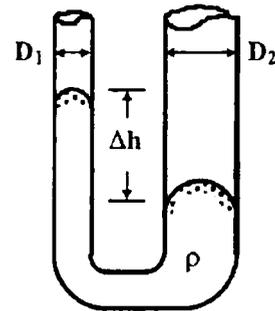


Fig.08

62. En la Fig.07, en un recipiente con agua se introduce un tubo capilar abierto de diámetro $D=1\text{ mm}$. Hallar la diferencia de los niveles del agua en el recipiente y en el tubo capilar, si el agua moja completamente el capilar. ($\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$, $\gamma = 0,073\text{ N/m}$, $g = 10\text{ m/s}^2$)

- a) 2,12 cm b) 2,32 cm c) 2,52 cm d) 2,72 cm e) 2,92 cm

63. ¿Hasta qué altura se elevará el benceno de densidad $\rho = 880\text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03\text{ N/m}$, en un tubo capilar de diámetro interior $D=1\text{ mm}$? Asuma que el benceno moja completamente el capilar. ($g = 10\text{ m/s}^2$)

- a) 1,30 cm b) 1,32 cm c) 1,34 cm d) 1,36 cm e) 1,38 cm

64. En un tubo capilar el agua de densidad $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073\text{ N/m}$, se eleva una altura de $h=2\text{ cm}$, mojando completamente el capilar. Hallar el diámetro interior del capilar. ($g = 10\text{ m/s}^2$)

- a) 1,40 mm b) 1,42 mm c) 1,44 mm d) 1,46 mm e) 1,48 mm

65. En la Fig.08, hallar la diferencia de alturas a que se encuentra el mercurio de densidad $\rho = 13\,600\text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,5\text{ N/m}$, que hay en los tubos capilares comunicantes de diámetros interiores $D_1 = 1\text{ mm}$ y $D_2 = 2\text{ mm}$, respectivamente. Asuma que el mercurio no moja absolutamente los capilares.

- a) 6,1 mm b) 6,4 mm c) 6,7 mm d) 7,0 mm e) 7,3 mm

66. ¿Qué diámetro máximo deben tener los poros de la mecha de una cocina a keroseno, para que este último suba desde el fondo del depósito hasta el mechero de la cocina una altura de $h=10\text{ cm}$? Asuma que los poros son tubos cilíndricos y que el keroseno moja perfectamente. ($\rho = 800\text{ kg/m}^3$, $\gamma = 0,03\text{ N/m}$, $g = 10\text{ m/s}^2$)

- a) 0,11 mm b) 0,13 mm c) 0,15 mm d) 0,17 mm e) 0,19 mm

67. Un tubo capilar de radio interior $r=2$ mm se introduce en un líquido. Hallar el coeficiente de tensión superficial del líquido, sabiendo que la cantidad de líquido que asciende pesa $W=9 \cdot 10^{-4}$ N.
- a) 0,070 N/m b) 0,072 N/m c) 0,074 N/m d) 0,076 N/m e) 0,078 N/m
68. Un tubo capilar de radio interior $r=0,16$ mm se introduce verticalmente en un recipiente con agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m. ¿Qué presión deberá ejercer el aire sobre el líquido que hay al interior del tubo capilar para que éste se encuentre al mismo nivel que el agua que hay en el recipiente ancho?. La presión exterior $P_0=760$ mmHg. Asuma que el agua moja completamente el capilar. ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$)
- a) 761 mmHg b) 763 mmHg c) 765 mmHg d) 767 mmHg e) 769 mmHg
69. Un tubo capilar cuyo extremo superior está cerrado se introduce verticalmente en un recipiente con agua de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m, a una profundidad del 1,5 % de la longitud del capilar. Si el nivel del agua dentro y fuera del capilar es el mismo, hallar el radio interior del capilar. Considerar la presión exterior $P_0 = 750$ mmHg y que el agua moja perfectamente. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$, $\mu = 10^{-6}$)
- a) 90 μm b) 92 μm c) 94 μm d) 96 μm e) 98 μm
70. En la Fig.09, el tubo barométrico está lleno de mercurio de densidad $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,5$ N/m. Halle la diferencia de las alturas alcanzadas por la columna de mercurio, cuando el diámetro del tubo es $D_1=5$ mm y $D_2=1,5$ cm, respectivamente. Considerar la presión atmosférica $P_0=758$ mmHg. ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 1 mmHg b) 2 mmHg c) 3 mmHg d) 4 mmHg e) 5 mmHg
71. Se tiene un barómetro de diámetro interior $D=0,75$ cm. ¿Qué corrección se debe hacer al medir la presión atmosférica por la altura de la columna de mercurio en el tubo. Considere la densidad del mercurio $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, su coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,5$ N/m, y que éste no moja en absoluto. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,0 mm b) 1,5 mm c) 2,0 mm d) 2,5 mm e) 3,0 mm
72. Hallar el error porcentual cometido al calcular la presión atmosférica, igual a $P_0 = 760$ mmHg, por la altura de la columna de mercurio de un tubo barométrico de diámetro interior $D=5$ mm. Asuma que el mercurio no moja en absoluto. ($\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $\gamma=0,5$ N/m)
- a) 0,31 % b) 0,33 % c) 0,35 % d) 0,37 % e) 0,39 %
73. En la Fig.10, ¿Qué diámetro debe tener el orificio en el fondo del recipiente que contiene mercurio de densidad $\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,5$ N/m; para que, cuando la altura de la columna de mercurio sea de $h=3$ cm, éste no pueda salir por el orificio? ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

a) 0,1 mm

b) 0,3 mm

c) 0,5 mm

d) 0,7 mm

e) 0,9 mm

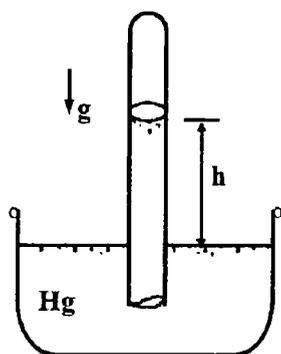


Fig.09

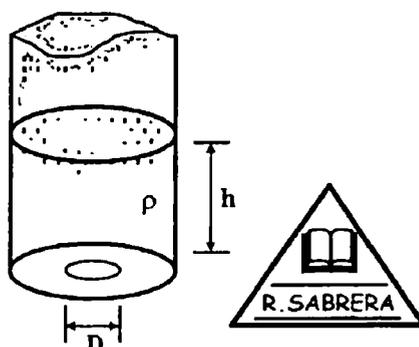


Fig.10

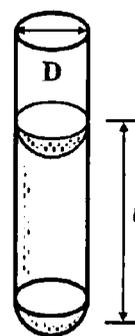


Fig.11

74. ¿Qué fuerza se debe aplicar para separar (sin deslizamiento) dos placas fotográficas mojadas rectangulares de lados $a=9\text{ cm}$ y $b=12\text{ cm}$? Considerar que el espesor de la capa de agua que hay entre las placas es $d=0,05\text{ mm}$, $\gamma=0,073\text{ N/m}$, $\rho=13\ 600\text{ kg/m}^3$, y que el agua moja perfectamente las placas.

a) 31,5 N

b) 33,5 N

c) 35,5 N

d) 37,5 N

e) 39,5 N

75. Entre dos láminas verticales de vidrio planas y paralelas separadas por una distancia $d=0,25\text{ mm}$ hay un líquido de coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,03\text{ N/m}$. Hallar la densidad de este líquido sabiendo que la altura que asciende entre las láminas es $h=3,1\text{ cm}$. Asuma que el líquido moja absolutamente las láminas. ($g=9,8\text{ m/s}^2$)

a) 710 kg/m^3 b) 730 kg/m^3 c) 750 kg/m^3 d) 770 kg/m^3 e) 790 kg/m^3

76. Entre dos láminas de vidrio horizontales planas, paralelas y de pesos despreciables hay $m=5\text{ g}$ de cierto líquido de densidad $\rho=13\ 600\text{ kg/m}^3$. Cuando sobre la lámina superior se ubica un bloque de peso $W=49\text{ N}$, la distancia entre las láminas es $d=0,087\text{ mm}$. Ha llar el coeficiente de tensión superficial de líquido. El líquido no moja en absoluto las láminas.

a) 0,1 N/m

b) 0,3 N/m

c) 0,5 N/m

d) 0,7 N/m

e) 0,9 N/m

77. En la Fig.11, en el tubo capilar abierto de diámetro interior $D=1\text{ mm}$ hay una gota de agua de densidad $\rho=1\ 000\text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073\text{ N/m}$. Cuando el tubo está en posición vertical la gota forma una columnita de longitud $l=2\text{ cm}$. Hallar el radio de curvatura del menisco inferior en la columnita de agua. Considere que el agua moja perfectamente. ($g=9,8\text{ m/s}^2$)

a) 1,50 mm

b) 1,52 mm

c) 1,54 mm

d) 1,56 mm

e) 1,58 mm

78. En un tubo capilar horizontal de diámetro interior $D=2\text{ mm}$ se introduce agua por sucsión, de modo que ésta forma una columnita de longitud $l=10\text{ cm}$. ¿Cuántos gramos de agua de densidad $\rho=1\ 000\text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073\text{ N/m}$, sal

drán de este tubo capilar si se coloca verticalmente? Considere que el agua moja perfectamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,14 g b) 0,18 g c) 0,22 g d) 0,26 g e) 0,30 g

79. En un tubo capilar abierto de radio interior $r = 0,6 \text{ mm}$, situado verticalmente, hay una columna de alcohol de densidad $\rho = 790 \text{ kg/m}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,02 \text{ N/m}$. El menisco inferior de radio de curvatura $R_2 = 3r$ de esta columna pende del extremo inferior del tubo capilar. Hallar la altura "h" de la columna de alcohol, si este moja perfectamente el tubo capilar. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 10,5 mm b) 11,5 mm c) 12,5 mm d) 13,5 mm e) 14,5 mm

80. En la Fig.12, las ramas abiertas del tubo tienen radios $R_1 = 0,9 \text{ mm}$, $R_2 = 0,5 \text{ mm}$, y están llenas de keroseno de densidad $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03 \text{ N/m}$. Si el menisco que se forma en la rama izquierda del tubo es cóncavo de radio $R_2 = r_2$. Hallar la diferencia de alturas " Δh ". El keroseno moja perfectamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 6,0 mm b) 6,4 mm c) 6,8 mm d) 7,2 mm e) 7,6 mm

81. En la Fig.12, las ramas abiertas del tubo tienen radios $R_1 = 0,9 \text{ mm}$, $R_2 = 0,5 \text{ mm}$, y están llenas de keroseno de densidad $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03 \text{ N/m}$. Si el menisco que se forma en la rama izquierda del tubo es cóncavo de radio $R_2 = r_1$. Hallar la diferencia de alturas " Δh ". El keroseno moja perfectamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 11 mm b) 13 mm c) 15 mm d) 17 mm e) 19 mm

82. En la Fig.12, las ramas abiertas del tubo tienen radios $R_1 = 0,9 \text{ mm}$, $R_2 = 0,5 \text{ mm}$, y están llenas de keroseno de densidad $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03 \text{ N/m}$. Si el menisco que se forma en la rama izquierda del tubo es plana. Hallar la diferencia de alturas " Δh ". El keroseno moja perfectamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 8,1 mm b) 8,3 mm c) 8,5 mm d) 8,7 mm e) 8,9 mm

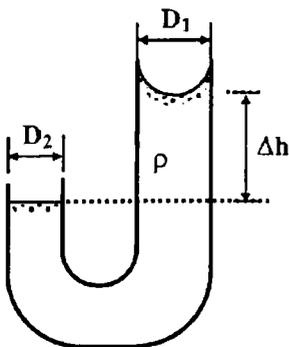


Fig.12

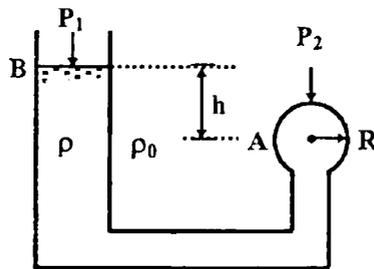


Fig.13

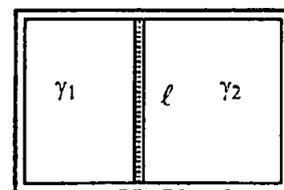


Fig.14

83. En la Fig.12, las ramas abiertas del tubo tienen radios $r_1 = 0,9 \text{ mm}$, $r_2 = 0,5 \text{ mm}$, y están llenas de keroseno de densidad $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03 \text{ N/m}$. Si el menisco que se forma en la rama izquierda del tubo es convexa de ra

- dio $R_2=r_2$. Hallar la diferencia de alturas " Δh ". El keroseno moja perfectamente. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 23,0 mm b) 23,2 mm c) 23,4 mm d) 23,6 mm e) 23,8 mm
- 84.** Un tubo capilar de radio interior $r=0,5 \text{ mm}$ se introduce verticalmente y parcialmente en un recipiente ancho que contiene agua, siendo la altura que sobresale igual a $h=2 \text{ cm}$. Hallar el radio de curvatura del menisco que se forma en el tubo capilar. Considere que el agua moja perfectamente. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 0,71 mm b) 0,75 mm c) 0,79 mm d) 0,83 mm e) 0,87 mm
- 85.** Un aerómetro de diámetro interior $D=9 \text{ mm}$ flota en el agua sumergido parcialmente y mojado perfectamente sus paredes. Hallar la variación de la altura " Δh " sumergida del aerómetro, si sobre la superficie del agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ se vierte unas gotas de alcohol de densidad $\rho_o = 790 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma_o = 0,02 \text{ N/m}$? ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,0 mm b) 2,2 mm c) 2,4 mm d) 2,6 mm e) 2,8 mm
- 86.** Un aerómetro de diámetro interior $D=9 \text{ mm}$ flota sumergido parcialmente en un líquido de densidad $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma = 0,03 \text{ N/m}$. El líquido moja perfectamente las paredes del aerómetro. Hallar la variación de la altura " Δh " sumergida del aerómetro, si por estar grasiento, el líquido no moja en absoluto sus paredes. ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- a) 2,6 mm b) 3,0 mm c) 3,4 mm d) 3,8 mm e) 4,2 mm
- 87.** Si la rapidez con que se transforma el agua en niebla constituida por gotas esféricas de diámetro $D=3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ es de $R=3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{min}$. Hallar la potencia necesaria para formar las superficies de las gotas de niebla. El coeficiente de tensión superficial del agua es $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
- a) 7,1 W b) 7,3 W c) 7,5 W d) 7,7 W e) 7,9 W
- 88.** En la Fig.13, en el depósito lleno de un líquido de tensión superficial " γ " rodeado de su vapor, se forma en A una gota esférica de radio " R ", correspondiente al equilibrio de su tensión superficial. Si las densidades del líquido y su vapor son " ρ ", " ρ_o " respectivamente. Hallar la diferencia de las presiones complementarias entre la gota (A) y la superficie libre (B).
- a) $\frac{2\gamma(\rho - \rho_o)}{R\rho}$ b) $\frac{2\gamma(\rho_o - \rho)}{R\rho_o}$ c) $\frac{2\gamma(\rho - \rho_o)}{R(\rho + \rho_o)}$ d) $\frac{2\gamma\rho}{R(\rho - \rho_o)}$ e) $\frac{2\gamma\rho_o}{R(\rho - \rho_o)}$
- 89.** Hallar el radio máximo de las gotas de agua de densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$, coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073 \text{ N/m}$, que pueden estar <<suspendidas>> en el techo. ($g=9,8 \text{ cm/s}^2$)
- a) 4,13 mm b) 4,33 mm c) 4,53 mm d) 4,73 mm e) 4,93 mm

90. En la Fig.14, las películas de dos líquidos de coeficientes de tensión superficial $\gamma_1=0,03$ N/m y $\gamma_2=0,02$ N/m, se dividen por una varilla de longitud $\ell=5$ cm. Hallar la magnitud de la fuerza resultante sobre la varilla.

- a) 1 mN b) 2 mN c) 3 mN d) 4 mN e) 5 mN

91. Al ubicar un lazo de jebes de módulo de Young $E=3 \cdot 10^6$ N/m² en forma de circunferencia de radio $R_0=4,00$ cm y área de sección transversal $S= 0,001$ cm², sobre una película de un líquido, este se extiende formando una circunferencia de radio $R=4,02$ cm, luego que la película ha sido pinchada al interior del lazo. Hallar el coeficiente " γ " del líquido.

- a) 0,01 N/m b) 0,02 N/m c) 0,03 N/m d) 0,04 N/m e) 0,05 N/m

92. En la Fig.15, la gota de radio $R=2$ cm flota en un líquido de densidad $\rho=13\ 600$ kg/m³. Si la tensión superficial en la superficie de separación de los líquidos es $\gamma=0,5$ N/m, y la altura del centro de la gota a la superficie es $h=10$ cm. Hallar la razón de la presión máxima a la presión mínima al interior de la gota. ($g = 9,8$ m/s²)

- a) 0,5 b) 1,0 c) 1,5 d) 2,0 e) 2,5

93. Un cubo de hierro de densidad $\rho_H = 7\ 900$ kg/m³, engrasado con parafina, flota en el agua de modo que su cara superior se encuentra al nivel del agua. El agua de densidad $\rho_A = 1000$ kg/m³ y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m no moja la parafina. Hallar la longitud de la arista del cubo. ($g = 9,8$ m/s²)

- a) 2,1 mm b) 2,4 mm c) 2,7 mm d) 3,0 mm e) 3,3 mm

94. En la Fig.16, el palito de área de sección transversal cuadrada y longitud muy larga flota sobre un líquido en la forma mostrada. Hallar la razón de la densidad del palito " ρ_P " a la densidad del líquido " ρ_L ", esto es $\rho_P / \rho_L = ?$.

- a) 3/2 b) 4/5 c) 5/4 d) 6/5 e) 5/3

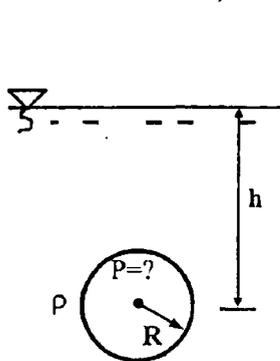


Fig.15

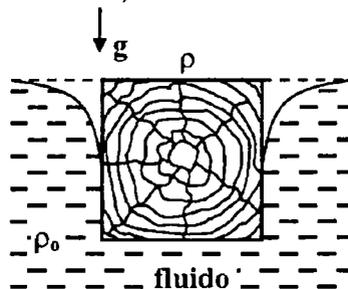


Fig.16

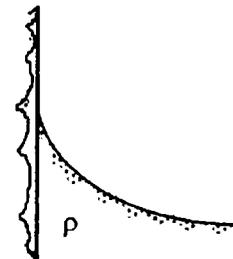


Fig.17

95. En la Fig.17, la suma de las fuerzas que actúan sobre el volumen de líquido mostrado es nula. Hallar la altura a la que se elevará el líquido de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³ y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073$ N/m, por la pared vertical. El ángulo de contacto

es $\theta = 37^\circ$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 2,04 mm b) 2,24 mm c) 2,44 mm d) 2,64 mm e) 2,84 mm

96. Una placa larga de ancho $\ell=8 \text{ cm}$ y masa por unidad de longitud $m=200 \text{ g/m}$ se pone en contacto con la superficie de un líquido de densidad $\rho=1\,000 \text{ kg/m}^3$ y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073 \text{ N/m}$. Luego, se empezó a elevar la placa, hallar la fuerza que actúa sobre la unidad de longitud de la placa en el instante en que la altura a la que se eleva el líquido es $h=2 \text{ mm}$ ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,63 N/m b) 2,63 N/m c) 3,63 N/m d) 4,63 N/m e) 5,63 N/m

97. Hallar la presión debajo de la superficie de un líquido de densidad $\rho=13\,600 \text{ kg/m}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,5 \text{ N/m}$ en forma de semicilindro de radio $R=2,5 \text{ mm}$, que se encuentra sobre una superficie horizontal. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 150 Pa b) 200 Pa c) 250 Pa d) 300 Pa e) 350 Pa

98. En la Fig.18, hallar el grosor de la capa del líquido de densidad $\rho=1\,000 \text{ kg/m}^3$, y coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073 \text{ N/m}$ vertido sobre el plano horizontal. El ángulo de contacto es $\theta=37^\circ$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,13 m b) 1,33 mm c) 1,53 mm d) 1,73 mm e) 1,93 mm

99. En la Fig.19, ¿Con qué fuerza se atraen mutuamente las placas paralelas cuadradas de lado $a=8 \text{ cm}$, sumergidas parcialmente en el líquido, si éste no las moja? La densidad del líquido es $\rho=1\,000 \text{ kg/m}^3$, su coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,073 \text{ N/m}$, la distancia de separación entre las placas es $d=4 \text{ mm}$? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$; $m=10^{-3}$)

- a) 4,2 mN b) 4,6 mN c) 5,0 mN d) 5,4 mN e) 5,8 mN

100. En la Fig.20, el capilar de longitud $2\ell=20 \text{ cm}$, radio interior $R=2 \text{ mm}$ contiene líquido hasta la mitad, y gira alrededor del eje OO' . La densidad del líquido es $\rho=13\,600 \text{ kg/m}^3$, su coeficiente de tensión superficial $\gamma=0,5 \text{ N/m}$, y moja perfectamente el capilar. ¿A qué velocidad angular el líquido comenzará a salir del capilar?

- a) 1,7 rad/s b) 2,7 rad/s c) 3,7 rad/s d) 4,7 rad/s e) 5,7 rad/s

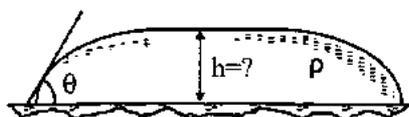


Fig. 18

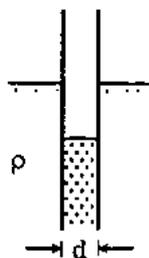


Fig. 19

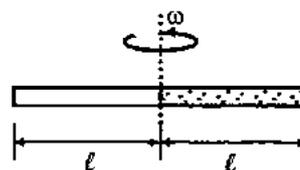
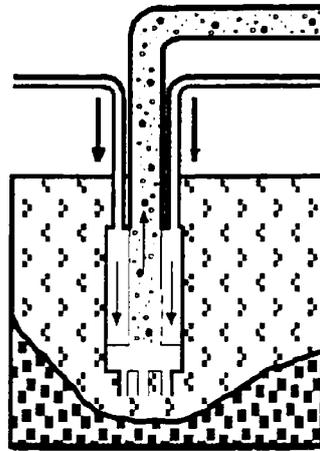


Fig. 20

CAP-5

HIDRODINAMICA



- **Conceptos fundamentales**
- **Caudal, flujo másico, sustentación**
- **Ecuación de continuidad, teorema de Bernoulli**
- **Aplicaciones del teorema de Bernoulli**
- **Fluido real, leyes de Poiseuille y Stokes**



HIDRO DINAMICA

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

a) Hidrodinámica

Estudia la dinámica de fluidos no compresibles. Las ecuaciones que describen la dinámica de estos fluidos son las ecuaciones de Navier-Stokes. En el caso de fluidos no viscosos, también llamados fluidos coloidales, se reducen a las ecuaciones de Euler.

b) Ecuaciones de Navier- Stokes

Es un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el movimiento de un fluido. Estas ecuaciones se obtienen de la aplicación de los principios de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento de la mecánica y además de los principios de la termodinámica, a un determinado elemento de un fluido. En general las ecuaciones de Navier-Stokes, se expresan en forma integral o diferencial, y no tienen solución analítica (cerrada) por lo que, se plantean soluciones aproximadas. Mediante la utilización de técnicas numéricas con la ayuda de computadoras.

c) Ecuaciones de Euler

Son ecuaciones que describen el movimiento de un fluido compresible no viscoso. Su expresión corresponde a las ecuaciones de Navier-Stokes, cuando las componentes disipativas son despreciables respecto a las convectivas.

Las ecuaciones de Euler se obtienen de la aplicación de los principios de conservación de la masa, momento y energía.

d) Fluidos

Es una sustancia o medio continuo que se deforma continuamente en el tiempo ante la aplicación de una tensión tangencial independientemente de la magnitud de esta. También, se puede definir como aquella sustancia que, debido a su poca cohesión intermolecular, carece de forma propia y adopta la forma del recipiente que lo contiene.

Características

- Los fluidos son capaces de fluir.
- La posición relativa de sus moléculas puede cambiar continuamente.
- Todos los fluidos son compresibles en cierto grado.
- Tienen viscosidad.
- Dependiendo de su viscosidad fluyen a menor o mayor velocidad.

Clasificación

- 1) Según su viscosidad, los fluidos se clasifican en:

Newtonianos

Se dice que un fluido con viscosidad es newtoniano, si las tensiones tangenciales son directamente proporcionales al gradiente de velocidades. Por ejemplo, el aire, agua, gasolina, ketchup, aceite, pintura, etc... son fluidos newtonianos.

No newtonianos

Es aquel fluido cuya viscosidad varía con el gradiente de tensión que se aplica. Como resultado, un fluido no newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante, a diferencia de un fluido newtoniano. Por ejemplo, la mezcla de agua con almidón, el agua con azúcar, la arcilla, la leche, la gelatina, la sangre son fluidos no newtonianos.

- 2) Según su estado, los fluidos se clasifican en líquidos o gases.

➤ Líquidos

Es uno de los cinco estados de agregación de la materia, un líquido es un fluido cuyo volumen es constante en condiciones de temperatura y presión constante, y su forma queda definida por el recipiente que lo contiene.

➤ Gases

Se llama gas al estado de agregación de la materia que no tiene forma ni volumen propio. Su principal composición son moléculas que no presentan enlaces, cuya fuerza de interacción entre ellas es pequeña y que se expanden en todo el recipiente que lo contiene.

e) Microfluidos

Es una disciplina que estudia el comportamiento de los fluidos en la microescala y la mesoescala. También comprende el diseño de sistemas en las que diminutas cantidades de fluido son utilizadas.

- El comportamiento de los fluidos en la microescala define sustancialmente de lo observado en la macroescala. La tensión superficial y la disipación de la energía son totalmente diferentes. En microcanales de 10 a 500 micrómetros de diámetro el número de Reynolds es extremadamente pequeño. Por lo que, el fluido siempre es laminar y no ocurren turbulencias, sólo la difusión interviene en la mezcla de fluidos.
- Un efecto importante es que la relación de superficie a volumen es muy alta, por lo que, cualquier reacción química en un microfluido es acelerada.

f) Estado de agregación de la materia

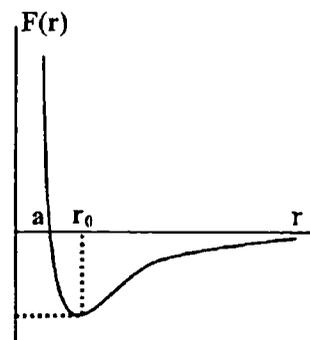
Se llama así al nuevo estado que adopta un cuerpo o compuesto al cambiar su temperatura, presión o volumen, estos esta-

dos pueden ser: sólido, líquido, gas o plasma.

g) Fuerza intermolecular

Llamadas también fuerzas de cohesión son fuerzas electromagnéticas que actúan entre las moléculas o entre regiones ampliamente distantes de una macromolécula en orden decrecientes de intensidad.

- En los gases, la fuerza de cohesión se observa en su licuefacción, que tiene lugar al comprimir una serie de moléculas y producirse fuerzas de atracción suficientemente altas para proporcionar una estructura líquida.
- En los líquidos, la cohesión se refleja en la tensión superficial, ocasionada por una fuerza no equilibrada hacia el interior del líquido que actúa sobre las moléculas superficiales, y también en la transformación en la transformación de un líquido en sólido cuando se comprimen suficientemente las moléculas.
- En los sólidos, la cohesión depende de cómo estén distribuidos los átomos, las moléculas y los iones, lo que a su vez depende del estado de equilibrio de las partículas atómicas. Muchos compuestos orgánicos, por ejemplo, forman cristales moleculares, en las que los átomos están fuertemente unidos dentro de las moléculas, pero éstas se encuentran débilmente unidas entre sí.



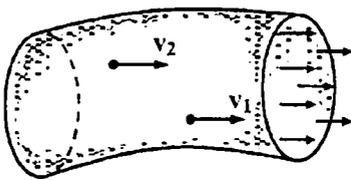
Para $r > a$ la fuerza entre las moléculas es de atracción, y en " r_0 " dicha fuerza atractiva alcanza su valor máximo. Para $r < a$, la fuerza entre las moléculas es de repulsión.

h) Fluidos ideales

Un fluido se dice que es ideal, si es incompresible, no viscoso, su flujo es estacionario e irrotacional. y carece de viscosidad.

i) Flujo estacionario

Se dice que un flujo es estacionario, cuando la velocidad de las partículas en cada uno de los puntos del fluido no cambia con el transcurso del tiempo. Se debe mencionar, que las velocidades de un punto respecto de otro pueden ser diferentes.



$$\bar{v}_1 = \text{cte.}, \quad \bar{v}_2 = \text{cte.}$$

j) Flujo compresible

Uno de los principios básicos del flujo compresible es que la densidad de un gas cambia cuando el gas es sometido a grandes cambios de velocidad y presión. Al mismo tiempo, su temperatura también cambia, lo que conduce a problemas más complejos. El comportamiento de flujo de un gas compresible depende de si la velocidad de flujo es mayor o menor que la velocidad del sonido.

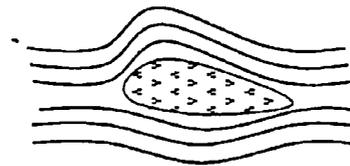
- Los flujos compresibles se presentan con frecuencia en las aplicaciones de ingeniería. Entre los ejemplos más comunes se pueden contar los sistemas de aire comprimido utilizados en la operación de he

rramientas de taller y de equipos dentales, las tuberías de alta presión para transportar y los sistemas de sensores y de control neumático.

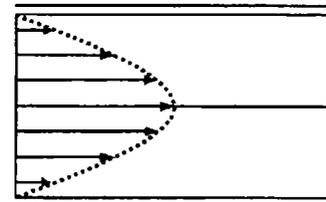
- Los efectos de la compresibilidad son muy importantes en el diseño de cohetes y aviones modernos, en las plantas generadoras, los ventiladores y compresoras.

k) Flujo laminar

Se dice que un flujo es laminar cuando el movimiento del fluido es perfectamente ordenado, estratificado, de modo que el fluido se mueve en láminas curvas que no se intersecan entre si.



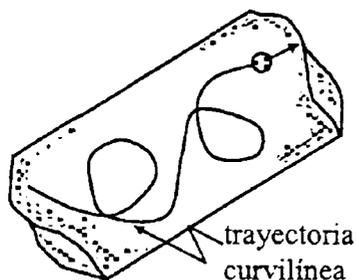
- El mecanismo de transporte en flujo laminar es estrictamente molecular. La pérdida de energía es proporcional a la velocidad media. El perfil de velocidades tiene la forma de una parábola, donde la velocidad máxima es en el eje del tubo y la velocidad en la pared del tubo es nula.



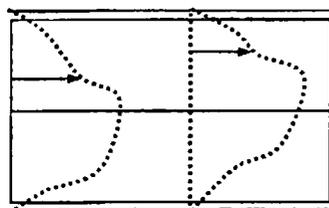
Perfil de la distribución de velocidades en un fluido ideal.

Por ejemplo el flujo de un fluido ideal en una jeringa de inyección, el flujo de agua que sale lentamente por un grifo son laminares.

l) Flujo turbulento



Se dice que el flujo es turbulento, cuando el fluido se mueve de forma caótica, en la que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos. El flujo turbulento tiene un efecto en la viscosidad del fluido. Por ejemplo, el flujo de las aguas de un río en la Sierra es turbulento, el flujo producido por la incineración de un cigarrillo es turbulento, etc...



Perfil de la distribución de velocidades en un fluido.

* Remolino

Es un gran volumen de agua que gira producido por mareas oceánicas. Generalmente en los ríos turbulentos se generan los remolinos.

* Vórtice

Es un flujo turbulento en rotación espiral con trayectorias de corriente cerradas. Como vórtice puede considerarse cualquier tipo de flujo circular o rotatorio que posee vorticidad. La vorticidad

es un concepto matemático utilizado en dinámica de fluidos que se puede relacionar con la cantidad de circulación o rotación de un fluido.

* Vorticidad

Se define como la circulación por unidad de área en un punto del flujo.

m) Flujo irrotacional

No presenta torbellinos, es decir, no hay momento angular del fluido respecto de cualquier punto del fluido.

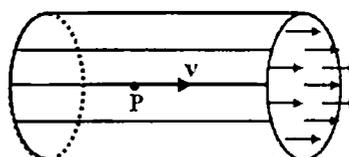
n) Flujo de capa límite

Se llama así a la región formada por una capa próxima a la superficie del conducto o tubo, lugar donde se concentran los efectos viscosos. Fuera de esta capa límite, se pueden desprestigiar los efectos de viscosidad, y pueden emplearse las ecuaciones matemáticas más sencillas para flujos no viscosos.

La teoría de la capa límite ha hecho posible gran parte de la construcción de los aviones modernos y del diseño de turbinas de gas y compresoras.

o) Líneas de corriente

Se llama línea de corriente a la curva geométrica formada por puntos en los cuales la velocidad del fluido es tangente a la misma, en todo instante de tiempo. Las líneas de corriente son curvas imaginarias, que se utilizan para indicar la dirección del movimiento de un fluido

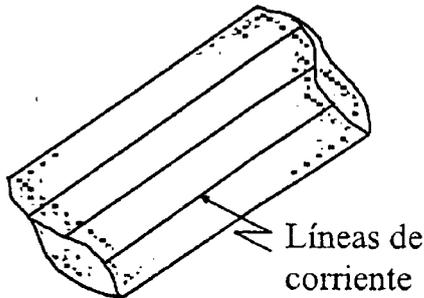


La tangente en un punto P cualquiera de la curva, representa la dirección de la ve

locidad instantánea del fluido, en dicho punto.

p) Tubos de corriente

La superficie de un tubo de corriente está formada por líneas de corriente del fluido. En la Figura, se observa un tubo de corriente de forma cilíndrica.



Corolarios

- 1) No existe flujo a través de la superficie del tubo de corriente.
- 2) Solo hay tubo de corriente si la velocidad " \bar{v} " es diferente de 0.

q) Porosidad

Se llama porosidad a la capacidad de un objeto de absorber líquidos o gases. La porosidad del agua puede, en porcentaje, calcularse a partir de:

$$P(\%) = [(P_{0S} - P_0)(100) / P_0]$$

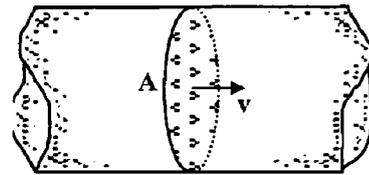
siendo, " P_0 " peso del objeto, " P_{0S} " peso del objeto luego de haber sido sumergido en agua.

2. CAUDAL Y FLUJO MASICO

a) Caudal (Q)

Cuando un fluido pasa a través de una tubería de área de sección transversal " A ", con velocidad " v ", se define el caudal " Q ", como el volumen de fluido transportado por unidad de tiempo, esto es:

$$Q = Av$$



El caudal es una cantidad física escalar.

- Para que el fluido circule entre dos puntos a lo largo de una línea de corriente, debe existir una diferencia de energía entre estos dos puntos. Esta diferencia corresponderá, exactamente, a las pérdidas por rozamiento, que son función de la rugosidad del conducto o tubo, y de la viscosidad del fluido, el régimen de funcionamiento (laminar ó turbulento) y del caudal circulante.

El cálculo de caudales se fundamenta en el principio de Bernoulli.

👉 **Unidad:** " Q " se mide en m^3/s

b) Caudalímetro

Es un instrumento que se utiliza para medir el caudal de fluido que pasa por un conducto o tubo. También existen contadores volumétricos (contador para el consumo de agua), los cuales proporcionan el volumen total que ha circulado por el conducto de fluido.

- Los contadores volumétricos, según, su mecanismo de funcionamiento se clasifican en: Mecánicos, Eléctricos ultrasónicos, Electromagnéticos, Másicos, Vortex Térmicos. Por ejemplo los medidores de agua en los domicilios, son contadores de volumen.

c) Flujo másico (F)

Se llama flujo másico de un fluido de densidad " ρ ", a la masa que atraviesa por unidad de tiempo, la sección transversal de área " A " de una tubería; con u

na velocidad "v", es decir:

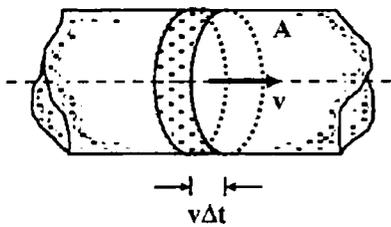
$$F = \rho v A = \rho Q$$

El flujo másico es una cantidad física escalar.

☞ **Unidad:** "F" se mide en kg.s

Demostración:

- Sea "Δm" el elemento de masa que pasa por la sección transversal de área "A" de la tubería, durante el tiempo "Δt", recorriendo este elemento una distancia de "vΔt", como se aprecia en la Figura, entonces, de la definición de flujo másico, tenemos:



$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t}$$

$$F = \frac{\rho(A v \Delta t)}{\Delta t}$$

$$\diamond F = \rho A v = \rho Q$$

d) Perdida de carga

Se llama así a la pérdida de energía dinámica que experimenta un fluido, debida a a la fricción de las partículas del fluido entre si y con las paredes de la tubería a través de la cual circula. Pueden ser continuas, a lo largo de conductos regulares, o localizada, debido a circunstancias particulares, como un estrechamiento, un cambio de dirección, la presencia de una válvula, etc...

e) Reología

Es una parte de la Física, que estudia la relación entre el esfuerzo y la deformación en dos materiales que son capaces de fluir. Uno de los objetivos de la reología es encontrar ecuaciones constitutivas para modelar el comportamiento de los materiales, dichas ecuaciones son en general de carácter tensorial.

f) Reómetros

Aparatos que miden las propiedades mecánicas estudiadas por la reología, tales como las deformaciones, esfuerzo, viscosidad, coeficientes de esfuerzos normales, etc...

g) Sustentación

Fuerza generada sobre un cuerpo que se desplaza por un fluido, de dirección perpendicular a la velocidad de la corriente incidente.

La expresión matemática de la fuerza de sustentación es:

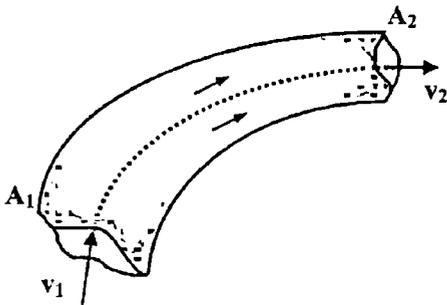
$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_\ell$$

siendo, "ρ" la densidad del fluido en (kg/m³), "v" velocidad en (m/s), "A" área de la superficie de sustentación en (m²) y "C_ℓ" coeficiente de sustentación.

- En aeronáutica es la principal fuerza que permite que una aeronave con alas se mantenga en vuelo.
- La fuerza de presión del aire en la parte inferior del ala es mayor que en la parte superior, dando como resultado una fuerza resultante hacia arriba, que se llama fuerza de sustentación.
- La fuerza de presión del aire resultante, es la que mayor contribuye a la sustentación del avión, existen otras contribuciones como la aparición de vértices.

3. ECUACION DE CONTINUIDAD Y EL TEOREMA DE BERNOULLI

a) Ecuación de continuidad

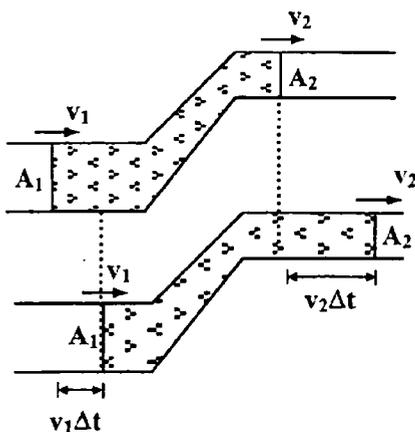


Para un flujo de fluido no compresible la cantidad de masa que pasa por las secciones transversales de áreas " A_1 " y " A_2 " de la tubería, es la misma, esto es:

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Demostración:

- Consideremos el movimiento de un fluido incompresible por una tubería de sección variable, y representemos un elemento del fluido en los instantes de tiempo " t " y " $t + \Delta t$ ".



En la Figura, el elemento de fluido de masa " Δm_1 " que pasa por la sección ancha de la tubería de área " A_1 " recorriendo una distancia $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$, es igual, al elemento de masa " Δm_2 " que pasa por la

sección angosta de la tubería de área " A_2 ", recorriendo una distancia igual a " $\Delta x_2 = v_2 \Delta t$ ", esto es:

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho \Delta V_1 = \rho \Delta V_2$$

$$A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t$$

$$\diamond A_1 v_1 = A_2 v_2$$

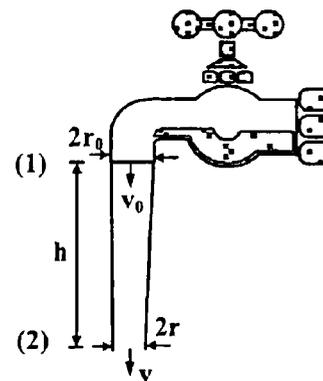
Conclusión

«La ecuación de continuidad del caudal, es una consecuencia del principio de conservación de la masa»

Ejemplo:

Cuando se abre poco a poco un grifo, se forma un pequeño chorro de agua, un hilo cuyo radio va disminuyendo con la distancia al grifo y que al final, se rompe formando gotas.

La ecuación de continuidad nos proporciona la forma de la superficie del chorro de agua que cae del grifo, como se observa en la Figura.



El área de la sección transversal del chorro de agua cuando sale del grifo es, $A_0 = \pi r_0^2$, y la velocidad del agua es " v_0 ". Debido a la acción de la gravedad la velocidad del chorro a una altura " h " es:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad (1)$$

Aplicando la ecuación de continuidad a los puntos (1) y (2), obtenemos el radio de la sección en (2), así:

$$\pi r_0^2 v_0 = \pi r^2 v$$

$$\pi r_0^2 v_0 = \pi r^2 (r_0^2 + 2gh)^{1/2}$$

$$r = r_0 \left[\frac{v_0^2}{v_0^2 + 2gh} \right]^{1/4}$$

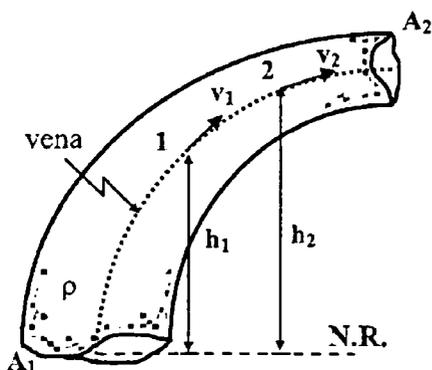
El radio "r" de la sección del chorro de agua, es independiente de la densidad.

b) Teorema de Bernoulli

Para un fluido ideal y en régimen estacionario, a partir del principio de conservación de la energía, se encuentra que la suma de las energías de presión, cinética y potencial en cualquier punto de la vena líquida es una constante, es decir, se cumple que:

$$\frac{m}{\rho} P + \frac{1}{2} m v^2 + m g h = \text{cte.}$$

siendo, "m" la masa, "ρ" la densidad del fluido, "P" la presión, "v" la velocidad, "h" la altura y "g" la aceleración debida a la gravedad.



- Así, en la Figura, para los puntos (1) y (2) la ecuación anterior, se puede expresar, en cualquiera de las siguientes formas

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

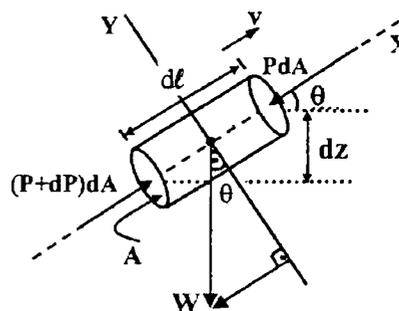
$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + h_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_2$$

En la primera ecuación las dimensiones de cada uno de los términos son de presión, en tanto, en la segunda ecuación las dimensiones de los términos son de longitud.

- La ecuación de Bernoulli relaciona la presión, la rapidez de flujo y la altura para el flujo de un fluido ideal.
- La ecuación de Bernoulli se utiliza para analizar los sistemas de plomería, las plantas hidroeléctricas y el vuelo de los aviones y misiles.
- Recalcamos que la ecuación de Bernoulli sólo es válida para un flujo estable de un fluido ideal, es decir, incompresible sin fricción interna (sin viscosidad)

Demostración:

1) Análisis dinámico



Consideremos un elemento de fluido de masa "dm", representemos las fuerzas que actúan sobre este elemento de fluido, y apliquemos la ecuación fundamental del movimiento de traslación en la dirección del eje X, así:

$$F_R = m a$$

$$(P + dP)dA - PdA - W \text{ sen } \theta = \frac{W}{g} a$$

$$A dP - \rho g A d\ell \text{ sen } \theta = \frac{\rho g A d\ell}{g} \frac{dv}{dt}$$

En la Figura, se observa que: $dz = d\ell \text{ sen } \theta$
además: $d\ell = v \cdot dt$, de modo que la ecuación anterior, queda así:

$$dP - \rho g dz = \rho (v dt) \frac{dv}{dt}$$

$$dP - \rho g dz = \rho v dv$$

$$-\frac{1}{\rho g} \int_P^0 dP + \int_0^v \frac{v dv}{g} + \int_0^h dz = \text{cte.}$$

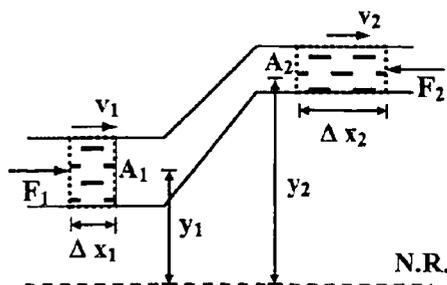
$$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{cte.}$$

$$\ast \frac{m}{\rho} P + \frac{1}{2} m v^2 + m g h = \text{cte.}$$

☞ Conclusión

Es decir, el trabajo que hace la fuerza de presión, se invierte para aumentar la energía cinética y potencial del líquido.

2) Análisis energético



En la Figura, en el fluido incompresible de densidad " ρ " que circula por la tube

ría, tomemos un elemento de fluido de masa $\Delta m = \rho \Delta V$, y apliquemos el teorema del trabajo y la energía a este elemento de fluido que durante el intervalo de tiempo " Δt " recorre las distancias " Δx_1 " y " Δx_2 ", cuando pasa por "1" y "2", así:

$$W = \Delta E_C + \Delta E_P$$

$$F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 + \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1$$

$$P_1 A_1 \Delta x_1 - P_2 A_2 \Delta x_2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2) + \rho \Delta V (y_2 - y_1) g$$

$$(P_1 - P_2) \Delta V = \frac{1}{2} \Delta V (v_2^2 - v_1^2) + \rho \Delta V (y_2 - y_1) g$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

☞ Conclusión

«La ecuación de Bernoulli, se deduce del principio de conservación de la energía»

4. APLICACIONES DEL TEOREMA DE BERNOULLI

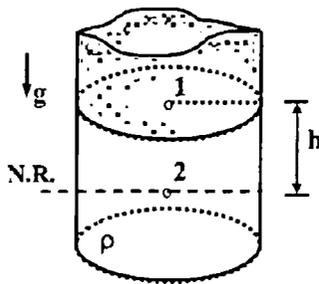
El teorema de Bernoulli tiene diversas aplicaciones en la mecánica de fluidos, algunas de ellas son:

a) Presión al interior de un fluido

En la Figura, la presión en el punto 2, situado a una profundidad " h " del nivel del fluido de densidad " ρ " es:

$$P_2 = P_0 + \rho g h$$

siendo, " P_0 " la presión atmosférica, y " g " la aceleración debida a la gravedad.



Demostración:

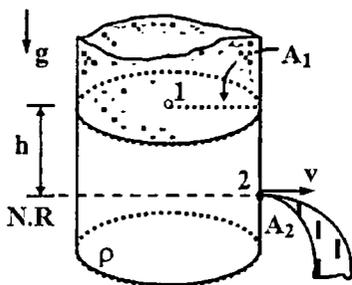
- Aplicando el teorema de Bernoulli, a los puntos 1 y 2, y teniendo en cuenta que $v_1=v_2=0$ y $h_2=0$, se tiene:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$P_0 + 0 + \rho g h = P_2 + 0 + 0$$

$$\diamond P_2 = P_0 + \rho g h$$

b) Velocidad de salida de un fluido por un agujero.



En la Figura la velocidad "v" con la que sale el fluido por el agujero, situado a una distancia "h" por debajo del nivel del fluido, cuando el área "A₂" del agujero es mucho que el área "A₁" de la sección transversal del recipiente es:

$$v = \sqrt{2g h}$$

Demostración:

- Aplicando el teorema de Bernoulli, a los

puntos 1 y 2, y teniendo en cuenta que $v_1=0$ y $h_2=0$, se tiene:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$P_0 + 0 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 + 0$$

$$\diamond v = \sqrt{2g h}$$

c) Tubo de Venturi

1) Definición

Es un dispositivo inicialmente diseñado para medir la velocidad de un fluido mediante el efecto Venturi. No obstante, algunos se utilizan para acelerar la velocidad de un fluido obligándolo a atravesar un tubo estrecho en forma de cono. Estos modelos se utilizan a numerosos dispositivos en los que la velocidad de un fluido es importante y constituyen la base de aparatos como el carburador de los automotores.

Cuando se utiliza el tubo de Venturi se debe tener en cuenta el fenómeno de cavitación.

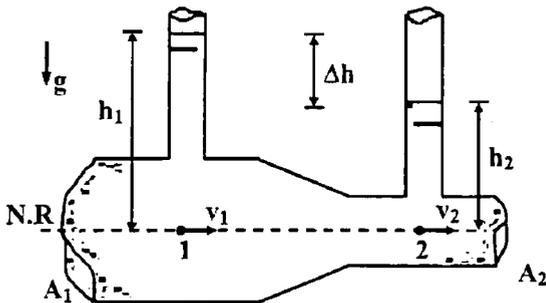
2) Funcionamiento

La aplicación clásica de medida de la velocidad de un fluido consiste en un tubo formado por dos secciones cónicas unidas por un tubo estrecho en el que el fluido se desplaza consecuentemente a mayor velocidad. La presión en el tubo de Venturi puede medirse por un tubo vertical en forma de U conectando la región y la canalización estrecha. La diferencia de alturas del líquido en el tubo en U (ver Figura) permite medir la presión en ambos puntos y consecuentemente la velocidad.

3) Efecto Venturi

Consiste en que un fluido en movimiento al interior de un conducto cerrado disminuye su presión al aumentar su velocidad al pasar por una sección de menor área. Este efecto se explica mediante el principio de Bernoulli y el principio de continuidad de la masa.

3) Velocidad y caudal en una tubería de Venturi.



En la Figura, la velocidad con la que pasa el fluido por el punto 2, viene dado por:

$$v_2 = \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} A_1$$

El caudal del fluido, a través de la sección transversal de área "A₁", viene dado por:

$$Q = A_2 v_2 = A_1 A_2 \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2}$$

Demostración:

- Según la ecuación de continuidad, el caudal se mantiene constante, esto es:

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$$

Ahora, aplicando el teorema de Bernoulli, a los puntos 1 y 2, se tiene:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_2}{A_1} v_2 \right)^2 + 0 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + 0$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} \right) v_2^2$$

$$\rho g h_1 - \rho g h_2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} \right) v_2^2$$

$$\diamond v_2 = \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} A_1$$

4) Aplicaciones

- * Hidráulica.- La depresión generada en un estrechamiento al aumentar la velocidad del fluido, se utiliza frecuentemente para la fabricación de máquinas que proporcionan aditivos en una conducción hidráulica. Se utiliza en los mezcladores tipo Z para agregar espumógeno en una conducción de agua para la extinción.
- * Aeronáutica.- Se utiliza para explicar la sustentación producida en alas de aviones. Se utiliza para proveer succión a los instrumentos que trabaja en vacío, en los aviones que no están provistos de bombas mecánicas de vacío.
- * Airsoft.- Las réplicas usadas en este juego suelen incluir un sistema llamado HopUp que provoca que el balón sea proyectado realizando un efecto circular, aumentando el alcance efectivo de la réplica.
- * Motor.- El carburador aspira el carburante por efecto Venturi, mezclándolo en el aire, al pasar por un estrangulamiento.
- * Filtros.- En los equipos ozonificadores de agua, se utiliza para efectuar una succión del ozono que se produce en un depósito de vidrio, y así mezclar con el flu

jo de agua que va saliendo del equipo a fin de destruir las bacterias patógenas, virus y otros microorganismos que no son sensibles a la desinfección con cloro.

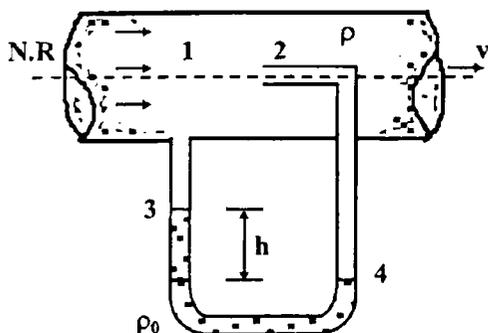
- * **Acuarofilia.**- Se utiliza en los tomas de bombas de agua o filtros, el efecto Venturi se utiliza para la inyección de aire y/o CO₂.
- * **Cardiología.**- Se utiliza para explicar la regurgitación mitral que se da en el miocardiopatía hipertrofica, y que es una causa de muerte súbita en deportistas.

d) Tubo de Pitot

1) Definición

Es un dispositivo sencillo que se utiliza para medir o calcular la presión total, llamada presión de estancamiento, presión remanente, la cual, es la suma de presión estática y presión dinámica.

2) Velocidad de un gas en una tubería, usando el tubo de Pitot.



En la Figura, la velocidad "v" del gas a través del tubo horizontal, viene dado por:

$$v = \left(\frac{2g \rho_0 h}{\rho} \right)^{1/2}$$

siendo, " ρ ", " ρ_0 " las densidades del gas y del fluido que se utiliza en el tubo de Pitot, respectivamente; en general se uti-

liza mercurio; y "h" es la diferencia de los niveles del mercurio en ambas ramas del tubo de Pitot.

Demostración:

- Aplicando el teorema de Bernoulli a los puntos 1 y 2, con $h_1=h_2=0$ y $v_2=0$, se tiene:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$P_3 + \frac{1}{2} \rho v^2 + 0 = P_4 + 0 + 0$$

$$v^2 = \frac{2(P_4 - P_3)}{\rho} = \frac{2\rho_0 g h}{\rho}$$

$$\diamond v = \left(\frac{2\rho_0 g h}{\rho} \right)^{1/2}$$

Nota

Se cumple que: $P_1=P_3$ y $P_2=P_4$, por que se asume, que la densidad del gas es muy pequeña, comparada con la del fluido.

4) Aplicaciones

- 1) Se utiliza como instrumento para medir la velocidad de los aviones, respecto del aire.
- 2) Los manómetros de tubo de Pitot es instrumento elemental para la medición de velocidades de flujo de gases o de aire en canales.
- 3) Los tubos de Pitot se utilizan para la medición de la velocidad del agua en canales abiertos y conductos cerrados. Para medir la velocidad, los tubos de Pitot deben conectarse a un manómetro.
- 4) Permite la medición de presiones estáticas, dinámicas, totales y de temperatura.
- 5) Los anemómetros que se basan en el tubo de Pitot se utilizan para medir la velocidad del viento.

e) Rotámetro

Es un medidor de caudal en tuberías de á

rea de sección variable, de caída de presión constante. El rotámetro consiste de un flotador (indicador) que se mueve libremente dentro de un tubo vertical ligeramente cónico, con el extremo angosto hacia abajo. El fluido ingresa por la parte inferior del tubo y hace que el flotador ascienda hasta que el área anular entre él y la pared del tubo sea tal, que la caída de presión de este estrechamiento sea lo suficientemente para equilibrar el peso del flotador. El tubo es de vidrio y lleva grabado una escala lineal, sobre la cual la posición del flotador indica el gasto o caudal.

f) Anemómetro

1) Definición

Es un instrumento utilizado para medir la velocidad instantánea del viento (fuerza del viento)

2) Tipos

* Anemómetro de rotación.- Esta dotado de hélices unidos a un eje central cuyo giro, proporcional a la velocidad del viento es registrado convenientemente, en los anemómetros magnéticos, dicho giro activa un diminuto generador eléctrico que facilita una medida precisa.

* Anemómetro de compresión.- Se basa en el tubo de Pitot y esta formado por dos pequeños tubos uno de ellos con orificio frontal (que mide la presión dinámica) y lateral (que mide la presión estática), y el otro sólo con un orificio lateral. La diferencia entre las presiones medidas permite determinar la velocidad del viento.

3) Aplicaciones

Agricultura.- Verificación de las condiciones para regar por aspersión los cultivos o quemar rastrojos.

Aviación.- Se utiliza en el vuelo de globos,

planeadores, alas delta, paracaídas, etc...

Ingeniería Civil.- Seguridad de la obra, condiciones de trabajo, operación segura de grúas.

Extinción de incendios.- Indicación sobre el peligro de propagación del fuego.

Calefacción y ventilación.- Mediciones del flujo de aire, verificación del estado de los filtros.

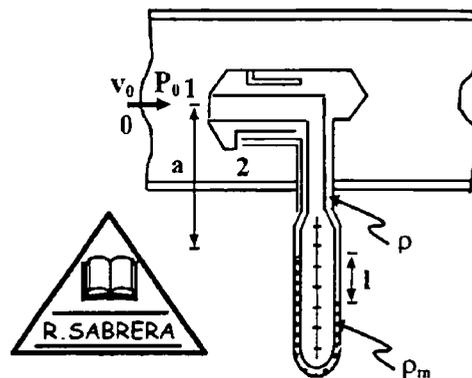
Industria.- Mediciones del flujo de aire, control de la contaminación.

Ciencias.- Aerodinámica, ciencia medio ambiental, meteorología.

g) Tubo de Prandtl

1) Definición

Es un instrumento que tiene las funciones del tubo de Pitot y del tubo piezométrico. El tubo de Prandtl mide la presión dinámica que es la diferencia de la presión total (medido por el tubo de Pitot) y la presión estática (medido por el tubo piezométrico)



En la Figura, se muestra el esquema de un tubo de Prandtl inmerso en un fluido de densidad " ρ ", conectado a un manómetro diferencial cuyo líquido manométrico tiene una densidad " ρ_m ".

2) Velocidad teórica de un fluido

En la Figura, la velocidad con la que circula

cula el fluido a través del tubo de Prandtl viene dado por:

$$v_o = \left[\frac{2g\ell(\rho_m - \rho)}{\rho} \right]^{1/2}$$

siendo, " ρ_m " la densidad del líquido manométrico, " ρ " la densidad del líquido.

Demostración:

- Aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos 0 y 1, con $h_o = h_1$, y $v_1 = 0$ por ser un punto de estancamiento, tenemos:

$$P_o + \frac{1}{2}\rho v_o^2 + \rho g h_o^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1^2$$

$$P_o + \frac{1}{2}\rho v_o^2 = P_1$$

$$P_1 - P_o = \frac{1}{2}\rho v_o^2 \quad (1)$$

Aplicando la ecuación fundamental de la hidrostática a los puntos 1 y 2, con $h_1 \approx h_2$, tenemos:

$$P_1 = P_2 + \rho g a + \rho_m g \ell - \rho g \ell - \rho g a$$

$$P_1 - P_2 = (\rho_m - \rho) g \ell \quad (2)$$

Igualando las ecs.(1) y (2), tenemos:

$$\frac{1}{2}\rho v_o^2 = (\rho_m - \rho) g \ell$$

$$\diamond v_o = \left[\frac{2g\ell(\rho_m - \rho)}{\rho} \right]^{1/2}$$

Si el flujo de fluido es agua, la ecuación anterior se reduce a:

$$v_o = [2g\ell(\delta - 1)]^{1/2}$$

siendo, $\delta = \rho_m / \rho$ la densidad relativa del líquido manométrico.

3) Velocidad experimental de la velocidad de un fluido

En la práctica " v_2 " es un tanto mayor que " v_o ", por lo que, " P_2 " es un tanto mayor que " P_o ", por lo que, es necesario introducir un coeficiente de corrección " C_v " llamado coeficiente de velocidad del tubo de Prandtl, que tiene valores próximos a 1, y que se determinan de mediciones experimentales, así, la velocidad corregida del agua es:

$$v_o = C_v [2g\ell(\delta - 1)]^{1/2}$$

h) Sifón

1) Definición

Es un tubo en forma de U, una de cuyas ramas es mas corta que la otra. Para que un sifón funcione el orificio de salida 2 debe estar por debajo de la superficie libre del líquido ($h_2 > h_1$) pues funciona por gravedad, y debe estar lleno de líquido ya que esa conectividad permite que el peso del líquido en la rama de desagüe sea la fuerza que eleva el fluido en la otra rama.

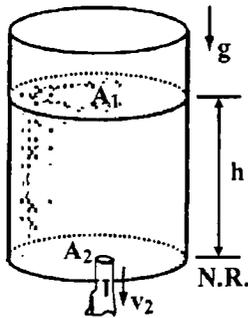
2) Aplicaciones

- * Se utiliza en los desagües de los aparatos sanitarios (fregaderos, lavabos, inodoros, etc...) para evitar que el mal olor de las materias en putrefacción del alcantarillado salga por el orificio de desagüe de los aparatos.
- * Se utiliza en la toma de lejía y suavizante de las lavadoras. El suavizante está en su cubeta y no alcanza la parte superior del sifón, pero cuando se abre la válvula de entrada de agua, el nivel sube, comenzando el sifonamiento, que no se interrumpe hasta haber vaciado el depósito de suavizante.
- * Se utiliza para descargar el agua, siendo

más eficientes que los vertederos libres, evitando desbordes en los canales provocando daños a la infraestructura.

- * Se utiliza para retirar el agua desde el canal terciario de riego sin dañar el canal mismo, que generalmente es de tierra. Generalmente estos sifones son de polipropileno flexible, de un diámetro de entre 50 mm y 80 mm.

i) Tiempo de vaciado de un depósito abierto



Se tiene un depósito abierto de sección transversal de área " A_1 ", conteniendo un líquido de densidad " ρ " hasta una altura " h ". El tiempo que tarda el líquido en salir totalmente del depósito a través del agujero de área " A_2 " es:

$$t = \left[\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) \frac{2H}{g} \right]^{1/2}$$

Demostración:

- De la conservación del caudal, obtenemos la relación de velocidades, así:

$$Q = v_1 A_1 = A_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \quad (1)$$

Sustituyendo esta velocidad en la ecuación de Bernoulli, obtenemos la velocidad de salida del líquido, así:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_0 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} \rho \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 + \rho g h = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \left[\frac{2gh}{A_1^2 - A_2^2} \right]^{1/2} A_1$$

Ahora, por conservación de la masa, el volumen de líquido que sale del depósito, debe ser igual, al volumen de líquido que disminuye en el depósito, esto es:

$$A_2 v_2 dt = -A_1 dh$$

Sustituyendo " v_2 ", separando variables e integrando, obtenemos el tiempo de vaciado, así:

$$-\int_H^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = \left[\frac{2g}{A_1^2 - A_2^2} \right]^{1/2} A_2 \int_0^t dt$$

$$(2\sqrt{h}) \Big|_0^H = \left[\frac{2g}{(A_1^2 / A_2^2 - 1)} \right]^{1/2} (t) \Big|_0^t$$

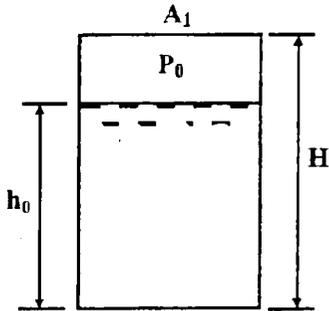
$$\diamond t = \left[\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) \frac{2H}{g} \right]^{1/2}$$

Para, $A_1 \gg A_2$, $A_1 / A_2 \gg 1$, por lo que despreciando la unidad, la expresión anterior se reduce a:

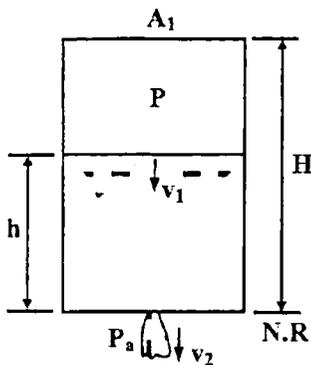
$$t = \left(\frac{2HA_1^2}{gA_2^2} \right)^{1/2}$$

El tiempo de vaciado de un depósito que contiene un líquido, es independiente de la densidad del líquido.

j) Velocidad de vaciado de un depósito cerrado



En esta sección estudiaremos la velocidad con la que sale un líquido por un orificio situado en la base inferior de un depósito cerrado en su parte superior con una tapa, y que encierra aire a la presión "P₀".



Consideremos un depósito de sección transversal de área "A₁" y altura "H", que presenta en su base inferior un orificio de área "A₂", y que contiene inicialmente un líquido de densidad "ρ" hasta una altura "h₀".

Para un instante t>0, luego de iniciado la salida del líquido por el orificio, de la ecuación de continuidad para los puntos (1) y (2), tenemos:

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (1)$$

A su vez, aplicando la ecuación de Bernoulli a los puntos (1) y (2), tenemos:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h = P_a + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + 0 \quad (2)$$

Ahora, asumiendo que el aire encerrado en el depósito se expande isotérmicamente, entonces de la ley de los gases ideales, tenemos:

$$P_0 A_1 (H - h_0) = P_1 A_1 (H - h) \quad (3)$$

Cuando, P₀ < P_a, el agua deja de salir del depósito y v₁ = v₂ = 0, entonces de las ecs.(2) y (3), se reducen a:

$$P_1 = P_a - \rho g h$$

$$P_1 = P_0 \left(\frac{H - h_0}{H - h} \right)$$

Igualando estas ecuaciones, obtenemos la ecuación que determina la altura de equilibrio del líquido, así:

$$P_a - \rho g h = P_0 \left(\frac{H - h_0}{H - h} \right)$$

$$\rho g h^2 - (\rho g H + P_a) h - H(P_0 - P_a) + \rho_0 h_0 = 0$$

siendo, "P_a" la presión atmosférica.

Ahora, sustituyendo las ecs.(1) y (3) en (2), obtenemos la velocidad con la que disminuye la altura del líquido en el depósito, así:

$$P_0 \left(\frac{H - h_0}{H - h} \right) + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h =$$

$$P_a + \frac{1}{2} \frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2$$

$$v_1 = \left[\frac{P_0 (H - h_0 / H - h) + \rho g h - P_a}{\rho (A_1^2 / A_2^2 - 1) / 2} \right]^{1/2}$$

Sustituyendo v₁ = -dh/dt, separando varia

bles e integrando, obtenemos la integral que determina la altura instantánea del líquido en el depósito, así:

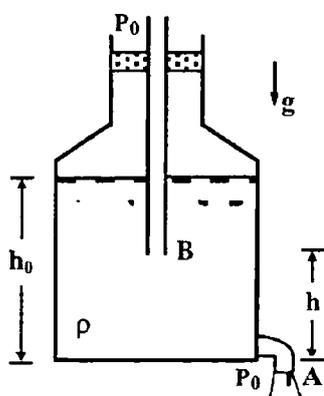
$$\int_{h_0}^h \left[\frac{H-h}{-\rho gh^2 (\rho gH + P_a)h + H(P_0 - P_a)} \right]^{\frac{1}{2}} dh$$

$$= -\frac{1}{[\rho(A_1^2 / A_2^2 - 1)]} \int_0^t dt$$

La integración de esta ecuación presenta dificultad, por lo que, se recomienda utilizar alguna técnica numérica, para obtener la altura instantánea del líquido. Para, $P_0 \approx P_a$ el depósito de líquido no llega a vaciarse completamente.

k) El frasco de Mariotte

Como se vio anteriormente la velocidad con la que sale un líquido a través de un agujero de un depósito disminuye con el tiempo, pues depende de la altura instantánea del líquido. El frasco de Mariotte es un dispositivo sencillo que nos permite mantener constante la velocidad de salida del líquido, por un cierto tiempo.



El frasco de Mariotte presenta un tubo que pasa por la base superior, estando su extremo inferior sumergido en el fluido. Ahora, como el extremo inferior B del tubo se encuentra a la presión atmosférica "P₀", la velocidad "v" con la que sale el

fluido por A depende de la altura "h" y no así de la altura del fluido "h₀".

La velocidad de salida del fluido se mantendrá constante, en tanto $h \leq h_0$.

La velocidad de salida del fluido puede cambiarse desplazando el tubo hacia arriba o abajo.

La velocidad de salida no depende del diámetro del tubo.

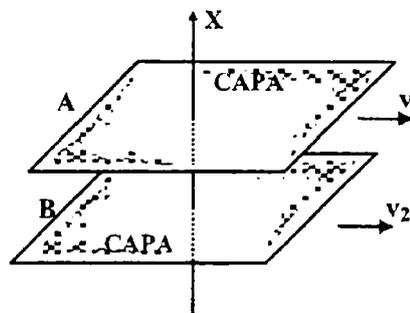
5. FLUIDO REAL

a) Definición

Se denominan así, a aquellos fluidos, en los cuales se considera su viscosidad o fricción interna, al estudiar las propiedades y características que presentan el fluido en movimiento.

b) Viscosidad

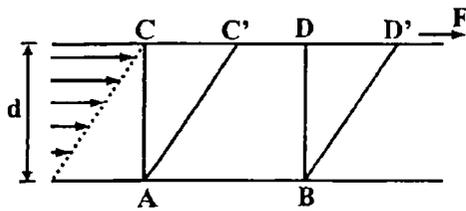
Se denomina así, al rozamiento interno que se presenta en un fluido; debido al rozamiento entre las capas de gas ó líquido que se mueven paralelamente una respecto de otra con velocidades de magnitudes diferentes, como se aprecia en la Figura.



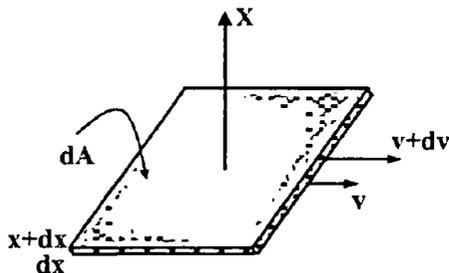
La fricción interna es una consecuencia del transporte de la cantidad de movimiento de una capa hacia otra que realizan las moléculas del fluido.

La viscosidad es una medida de la resistencia que presenta un fluido a fluir.

En la Figura, se representa un fluido comprendido entre una lámina inferior fija y otra superior móvil.



La capa de fluido en contacto con la lámina móvil tiene la misma velocidad que ella, en tanto la adyacente a la pared fija esta en reposo. La velocidad de las distintas capas intermedias aumenta uniformemente entre ambas láminas como sugieren las flechas.



Como resultado de este movimiento, una porción de líquido que en un determinado instante tiene la forma ABCD, después de transcurrido cierto tiempo se deformará y se transformará en la porción ABC'D'.

- Ahora, consideremos dos capas de fluido de área "dA" separadas una distancia "dx", existiendo entre ellas una diferencia de velocidad de "dv". La fuerza por unidad de área (esfuerzo cortante o de cizalla) que se necesita aplicar para que una placa se deslice respecto de la otra es proporcional al gradiente de velocidad. La constante de proporcionalidad se llama coeficiente de viscosidad " η ", así, para el caso de un problema unidimensional, tenemos:

$$\frac{dF}{dA} = \eta \frac{dv}{dx} \quad (1)$$

siendo, dv/dx el gradiente de velocidades

del movimiento en la dirección del eje X, perpendicular a la superficie de la capa.

- La viscosidad de un fluido es afectada por la variación de la temperatura, y depende de su composición química. La viscosidad varía inversamente proporcional con la temperatura, a mayor temperatura menor viscosidad.
- La viscosidad solo se manifiesta en fluidos en movimiento, pues, cuando un fluido esta en reposo adopta una forma tal que en el no actúan las fuerzas tangenciales.
- Si la viscosidad es muy grande, el rozamiento entre las capas también lo es, lo que significa que las capas no pueden moverse una respecto de otra.
- Si la viscosidad es nula, estamos ante un superfluido que presenta propiedades notables como escapar de los recipientes aunque estos no estén llenos.
- La viscosidad es característica de todos los fluidos, en los gases su efecto es despreciable
- La inversa de la viscosidad es la fluidez.
- La viscosidad es un parámetro relacionado a la emisión de contaminantes, dado que interviene en las condiciones de combustión.

c) Coeficiente de viscosidad

El coeficiente de viscosidad es una cantidad física escalar, que se representa por " η ", y se utiliza para caracterizar el grado de viscosidad que presenta el fluido; existen dos tipos de viscosidad:

1) Viscosidad dinámica (η)

Está asociado con el movimiento en régimen laminar de un fluido, a través de tuberías de secciones regulares o irregulares.

☞ **Unidad:** " η " se mide en pascal.s

2) Viscosidad cinemática (ν)

Se denomina así, a la dependencia que presenta la viscosidad dinámica " η ", respecto de la densidad del fluido " ρ ", es decir:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

A nivel internacional, la referencia para construir la escala de viscosidad es $1,003 \text{ mm}^2/\text{s}$, correspondiente a la viscosidad cinemática del agua, a una temperatura de 20° C , a partir de este valor se construye la escala de medición de viscosidad.

☞ **Unidad:** " ν " se mide en m^2/s .

d) Viscosímetro

Instrumento utilizado para medir la viscosidad de los líquidos. Consiste en una pequeña vasija en cuyo fondo existe un orificio calibrado y de tamaño conocido, y en la que se vierte un volumen conocido de líquido. El tiempo que este emplea en fluir por el orificio es una medida de su viscosidad. Con el viscosímetro se mide la viscosidad relativa, la cual es directamente proporcional a la densidad del líquido y al tiempo que este tarda en fluir por el orificio, e inversamente proporcional al tiempo que tarda en fluir el mismo volumen de agua.

e) Medida de la viscosidad1) Objetivo

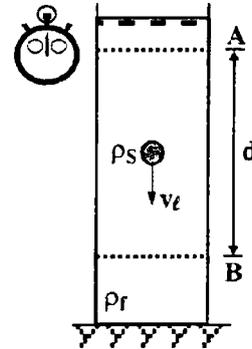
Medir la viscosidad de un fluido

2) Instrumentos

- Una billa de plomo.
- Un micrómetro para medir el diámetro de la billa.
- Un densímetro para medir la densidad

del fluido (aceite)

- Un cronometro para medir el tiempo que tarda la billa en recorrer una distancia " d " al interior del recipiente vertical que contiene el fluido.

3) Fundamento teórico

En la Figura, asumiendo que la bolita en A ha alcanzado ya su velocidad límite, el valor de esta velocidad límite lo calculamos en el tramo AB, así:

$$v_\ell = \frac{d}{t} \quad (1)$$

De otro lado, de la ley de Stokes, la expresión de la velocidad límite es:

$$v_\ell = \frac{2g(\rho_s - \rho_f)R^2}{9\eta} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2), obtenemos la expresión para el coeficiente de la viscosidad del fluido, así:

$$\eta = \frac{2g(\rho_s - \rho_f)R^2 t}{9d}$$

siendo, " ρ_s ", " ρ_f " las densidades de la billa y fluido, " R " radio de la billa, " t " tiempo que tarda la billa en recorrer el tramo AB, " d " distancia del tramo AB, " g " aceleración debida a la gravedad, todas estas cantidades se miden directamente, excepto " g ".

4) **Ejemplo**

Se libera una billa de radio $R=1,85$ mm densidad $\rho = 11,35$ g/cm³, en un recipiente que contiene aceite de densidad $\rho_f = 0,88$ g/cm³, el resultado de las medidas de la distancia y el tiempo para el tramo AB son: $d=50$ cm, $t=4,57$ s, entonces la viscosidad es:

$$\eta = \frac{(2)(9,8)(11350 - 880)(0,00185)^2(4,57)}{(9)(0,5)}$$

$$\eta = 0,71 \text{ kg / m.s}$$

f) **Fenómenos de transporte**

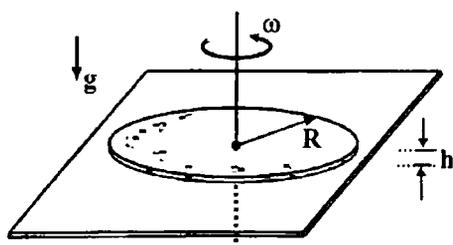
Es una rama de la física que se dedica al estado sistemático y unificado de la transferencia de momento, energía y materia.

Los modelos matemáticos que se utilizan para describir el comportamiento de estas cantidades físicas, son análogas unas de otras.

Los fenómenos de transporte son de dos tipos: Transporte molecular y transporte convectivo. Estos, a su vez, pueden estudiarse en tres niveles distintos: nivel macroscópico, microscópico y molecular.

El estudio y la aplicación de los fenómenos es esencial para la ingeniería contemporánea.

g) **Rotación de un disco en un gas**



El disco delgado de masa "m" y radio "R", rota alrededor de su eje de simetría sin fricción, y está suspendido por la presión de un gas de viscosidad "η", a una

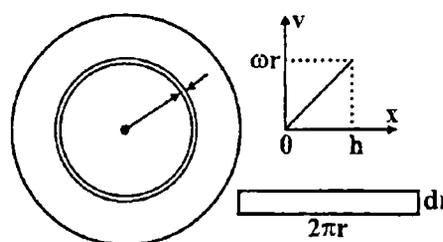
altura "h" por encima de la placa horizontal. La velocidad angular instantánea del disco, viene dada por:

$$\omega = \omega_0 e^{-\pi \eta R^2 t / m h}$$

siendo, " ω_0 " la velocidad angular inicial y "t" el tiempo.

Demostración:

Consideremos una capa cilíndrica de gas de radio "r", espesor "dr" y altura "h".



La velocidad del gas en puntos cercanos a la placa horizontal es nula, en tanto, la velocidad lineal en puntos cercanos al disco de radio "r" es " ωr ".

En la Figura, las expresiones del área del anillo de radio "r", espesor "dr", y el gradiente de velocidad son:

$$dA = 2\pi r dr \text{ y } \frac{dv}{dx} = \frac{\omega r}{h}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de la fuerza por unidad de área (esfuerzo cortante), tenemos:

$$\frac{dF}{dA} = \eta \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dF}{2\pi r dr} = \eta \frac{\omega r}{h}$$

$$dF = \frac{2\pi \eta \omega}{h} r^2 dr$$

Ahora, el momento creado por esta fuerza, respecto del eje de simetría del disco rotante es:

$$dM = r dF = \frac{2\pi\eta\omega}{h} r^3 dr$$

Integrando sobre todos los anillos, obtenemos el momento sobre el disco, el cual se opone a su rotación, así:

$$\int_0^M dM = \frac{2\pi\eta\omega}{2h} \int_0^R r^3 dr$$

$$M = \frac{\pi\eta R^4 \omega}{2h}$$

Sustituyendo este momento en la ecuación fundamental de la rotación de un sólido, e integrando obtenemos la expresión para la velocidad angular instantánea, así:

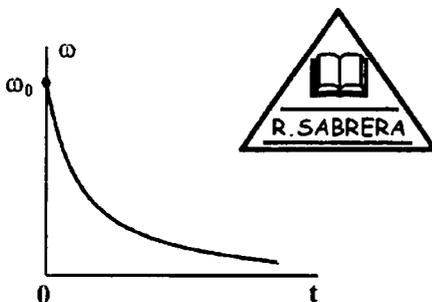
$$I \frac{d\omega}{dt} = -M$$

$$\frac{1}{2} m R^2 \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\pi\eta R \omega}{mh}$$

$$\int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\pi\eta R^2}{mh} \int_0^t dt$$

$$\omega = \omega_0 e^{-\pi\eta R^2 t / mh}$$

Representemos la velocidad angular en función del tiempo.

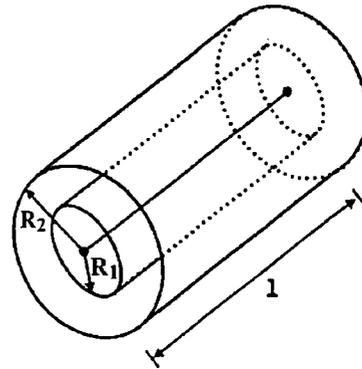


Notas

- 1) El signo (-) en la ecuación fundamental de rotación, nos indica que "M" se opone al movimiento de rotación del disco

- 2) El momento de inercia del disco respecto de su eje de simetría de rotación es $I = (1/2)mR^2$.

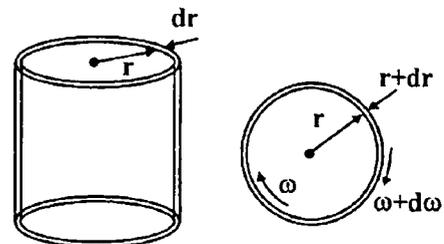
h) Fluido viscoso entre dos cilindros coaxiales



En esta sección estudiaremos la distribución de velocidades angulares del fluido entre dos cilindros coaxiales en rotación, y calcularemos el momento que ejerce el fluido viscoso, respecto de su eje de rotación común.

Consideremos el movimiento de un fluido de densidad " ρ " y viscosidad " η " entre dos cilindros coaxiales de longitudes " l " y radios " R_1 ", " R_2 " que giran en el mismo sentido con velocidades angulares " ω_1 " y " ω_2 ".

Representemos un capa de fluido de forma cilíndrica de radio " r " y espesor " dr "



En la definición de la viscosidad de un fluido, $F/A = \eta (dv/dx)$ sustituyendo el área $A = 2\pi r l$ lateral de la capa cilíndrica, y $v = r d\omega$ la velocidad lineal, tenemos:

$$\frac{F}{2\pi r \ell} = \eta \frac{r d\omega}{dr}$$

A su vez, esta fuerza crea un momento respecto del eje de rotación, igual a:

$$M = rF = 2\pi \eta \ell r^3 \frac{d\omega}{dr}$$

Ahora, como el líquido es incompresible y su movimiento es estacionario, M es independiente de "r", esto es:

$$r^3 \frac{d\omega}{dr} = C_1 \quad (1)$$

siendo, "C₁" una constante a determinar. Con esto, la ecuación para el momento de una fuerza, queda así:

$$M = 2\pi \eta \ell C_1 \quad (2)$$

En la ec.(1) separando variables e integrando, obtenemos la distribución de velocidades para el fluido, así:

$$\int d\omega = \int \frac{C_1 dr}{r^3}$$

$$\omega = -\frac{C_1}{2r^2} + C_2$$

Evaluando "ω" en "R₁" y "R₂", obtenemos dos ecuaciones para C₁ y C₂:

$$\omega_1 = -\frac{C_1}{2R_1^2} + C_2$$

$$\omega_2 = -\frac{C_1}{2R_2^2} + C_2$$

Resolviendo este par de ecuaciones para C₁, C₂, obtenemos:

$$C_1 = \frac{2R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} (\omega_2 - \omega_1)$$

$$C_2 = \frac{R_2^2 \omega_2 - R_1^2 \omega_1}{R_2^2 - R_1^2}$$

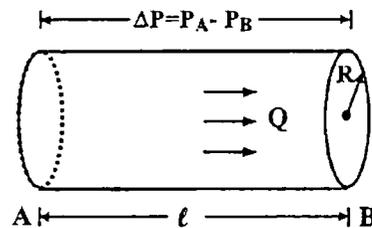
Sustituyendo C₁ en la ec.(2), obtenemos el momento ejercido por el fluido, respecto de su eje de rotación, así:

$$M = \frac{4\pi \eta \ell R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_2^2 - R_1^2}$$

- Como se observa, "M" es proporcional a la velocidad relativa de los cilindros.
- Esta expresión se utiliza para medir la viscosidad "η" de un líquido.
- Si: R₂ >> R₁, el momento se reduce a M = 4π η ℓ R₁² (ω₂ - ω₁).

6. LEYES DE POISEUILLE Y STOKES

a) Ley de Poiseuille



Esta ley se utiliza para determinar la pérdida de energía al interior de un fluido viscoso que circula en régimen laminar por una tubería; y establece que la diferencia de presión "ΔP" en los extremos de la tubería de longitud "ℓ" y diámetro "D", viene dado por:

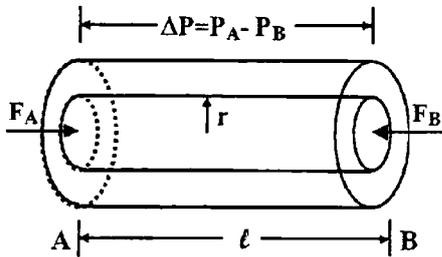
$$\Delta P = \frac{8\eta \ell Q}{\pi R^4}$$

siendo, "Q" el caudal a través de la tubería.

Demostración:

- Representemos al interior del fluido vis

coso que circula por la tubería de izquierda a derecha; una capa cilíndrica de radio " r ", espesor " dr " y longitud " ℓ ", como se muestra en la Figura.



El fluido de forma cilíndrica de radio " r " se desplaza por el tubo de radio " R ", de izquierda a derecha, debido a la acción de la fuerza resultante de la suma de las fuerzas " F_A " y " F_B ", esto es:

$$F = (P_A - P_B)\pi R^2$$

Sustituyendo " F " en la ecuación de viscosidad $F/A = \eta(dv/dx)$, y teniendo en cuenta que el área lateral de la capa cilíndrica es $A = 2\pi r\ell$, tenemos:

$$\frac{(P_A - P_B)\pi R^2}{2\pi r\ell} = -\eta \frac{dv}{dr}$$

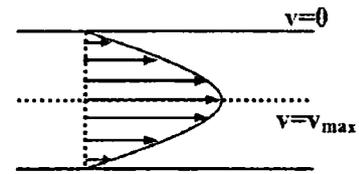
El signo (-) de dv/dx nos indica que la velocidad disminuye a medida que " x " aumenta.

Separando variables, integrando, y teniendo en cuenta que la velocidad en $r=R$ es nula, obtenemos la expresión para la velocidad del fluido, así:

$$\int_v^0 dv = -\frac{\Delta P}{2\eta\ell} \int_r^R r dr$$

$$v = \frac{\Delta P}{4\eta\ell}(R^2 - r^2)$$

Esta es la ecuación de una parábola, por lo que, la gráfica del perfil de velocidades es:



Ahora, el volumen de fluido que pasa a través del área del anillo de radios interno " r " y externo " $r + dr$ " en la unidad de tiempo es:

$$dQ = v dA = v(2\pi r dr)$$

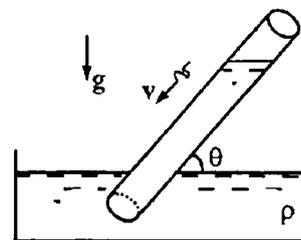
En esta ecuación reemplazando " v ", e integrando sobre toda el área de la sección transversal del tubo, obtenemos la diferencia de presión " ΔP ", así:

$$\int_0^Q dQ = \frac{\pi \Delta P}{2\eta\ell} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr$$

$$Q|_0^Q = \frac{\pi \Delta P}{2\eta\ell} \left(\frac{1}{2} R^2 r^2 - \frac{1}{4} r^4 \right) \Big|_0^R$$

$$\diamond \Delta P = \frac{8\eta\ell Q}{\pi R^4}$$

b) Velocidad de caída de un líquido por un capilar



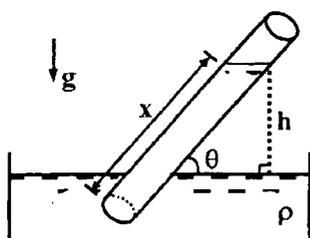
En la Figura, el fluido de densidad " ρ " y viscosidad " η " se desplaza por el tubo capilar de radio " R ", inclinado un ángulo " θ ", respecto de la horizontal con una velocidad constante, dada por:

$$v = \frac{\rho R^2}{8\eta} g \sen \theta$$

siendo "g" la aceleración debida a la gravedad.

Demostración:

- Sea "x" la longitud de la columna de liquido en el capilar en el instante de tiempo "t".



La diferencia de presión " ΔP ", en los extremos de la columna de líquido de la longitud "x"

$$\Delta P = \rho g h = \rho g x \text{sen } \theta$$

Ahora, aplicando la ecuación de Poiseuille a esta columna de líquido de longitud "x", para el instante en que su velocidad es "v", tenemos:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta \ell}$$

$$\pi R^2 v = \frac{\pi R^4 \rho g x}{8 \eta} \text{sen } \theta$$

$$v = \frac{\rho g R^2}{8 \eta} \text{sen } \theta$$

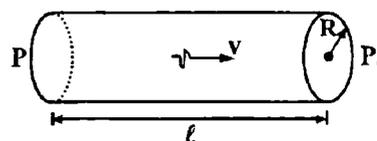
Casos particulares

- 1) Si: $\theta = 0^\circ$, $v=0$ el fluido está en reposo
- 2) Si: $\theta = 90^\circ$, $v_{\text{max}} = \rho R^2 g \text{sen } \theta / 8 \eta$.

Conclusiones

- 1) A mayor viscosidad del fluido, este se desliza con mayor rapidez.
- 2) A mayor radio del capilar, el fluido se desliza con mayor rapidez.
- 3) Un fluido denso cae más rápido que otro menos denso.

c) Paso de un gas por un tubo capilar



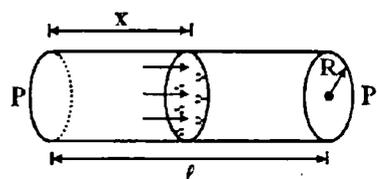
La rapidez con la que pasa la masa de gas por unidad de tiempo (dm/dt), por la sección transversal del tubo capilar de radio "R", longitud " ℓ ", cuyos extremos están a la diferencia de presión $\Delta P = P - P_0$ viene dada por:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\pi M R^4}{16 \eta R T \ell} (P^2 - P_0^2)$$

siendo, " η " la viscosidad del gas, "M" su masa molecular, "T" su temperatura absoluta y "R" la constante universal de los gases.

Demostración:

- El volumen de gas que ingresa en la unidad de tiempo a una presión "P", es diferente del volumen que sale por unidad de tiempo a la presión "P₀" (atmosférica), debido a la compresibilidad de los gases. No obstante, la masa de gas que ingresa en la unidad de tiempo, es igual, a la masa que sale por unidad de tiempo, pues, la masa de gas se conserva.



Ahora, como la presión disminuye según aumente la longitud "x", la ecuación de Poiseuille, escribimos así:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi R^4}{8 \eta} \left(-\frac{dP}{dx} \right) \quad (1)$$

siendo, dV/dt la rapidez con la que pasa el volumen de gas por la sección transversal (sombreada) del capilar.

De otro lado, asumiendo que el gas es ideal, y que el proceso se da a temperatura constante, entonces de la ecuación de los gases ideales, tenemos:

$$PV = \frac{m}{M}RT$$

$$PdV = \frac{RT}{M}dm$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{RT}{MP} \frac{dm}{dt} \quad (2)$$

Igualando las ecs.(1) y (2), obtenemos la ecuación para la rapidez con la que pasa la masa de gas por la sección transversal del capilar, así:

$$\frac{RT}{MP} \frac{dm}{dt} = -\frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dP}{dx}$$

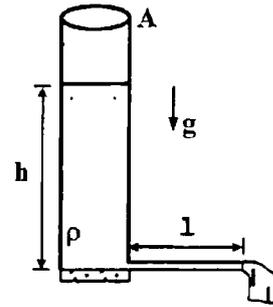
Separando variables, integrando, y teniendo en cuenta que $dm/dt = \text{cte.}$, obtenemos:

$$\left(\frac{dm}{dt}\right) \int_0^\ell dx = -\frac{\pi MR^4}{8\eta RT} \int_P^{P_0} P dP$$

$$\diamond \frac{dm}{dt} = \frac{\pi MR^4}{16\eta RT \ell} (P^2 - P_0^2)$$

d) Descarga de un fluido por un tubo capilar

Consideremos un capilar de longitud " ℓ " sección transversal de radio " R " conectado a la base inferior de un tubo de sección de área " A ", la base superior está abierta y la inferior está cerrada por un tapón. Inicialmente el tubo contiene un fluido de viscosidad " η " hasta una altura " h_0 ".



La diferencia de presión entre los extremos izquierdo y derecho del capilar es:

$$\Delta P = (P_0 + \rho gh) - P_0 \quad (1)$$

De otro lado, de la continuidad del fluido el caudal que ingresa al capilar, es igual, al caudal con la que disminuye el fluido en el tubo, esto es:

$$Q = A v_1 = -A \frac{dh}{dt} \quad (2)$$

Sustituyendo las ecs.(1) y (2) en la ecuación de Poiseuille para un capilar, tenemos:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta \ell}$$

$$-A \frac{dh}{dt} = \frac{\pi \rho gh R^4}{\eta \ell}$$

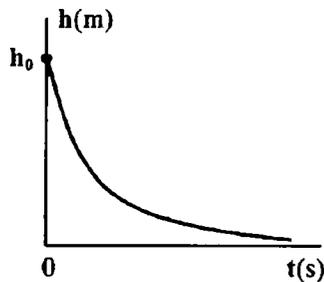
Definiendo: $C = \pi \rho g R^4 / 8\eta \ell$, separando variables e integrando, obtenemos la altura instantánea del fluido en el tubo, así:

$$\frac{dh}{dt} = -C h \Rightarrow \int_{h_0}^h \frac{dh}{h} = -C \int_0^t dt$$

$$\ln(h) \Big|_{h_0}^h = -C(t) \Big|_0^t$$

$$h = h_0 e^{-Ct}$$

Como se aprecia, la altura del fluido en el tubo disminuye exponencialmente.



$$f = 6\pi\eta R v$$

Demostración:

1) Primera forma

La fórmula general de la fuerza de resistencia, viene dado por:

$$f = \frac{1}{2} C_d \rho_f A v^2$$

siendo, " C_d " el coeficiente de arrastre (a determinar), " ρ_f " la densidad del fluido, " A " área de la sección transversal de la esfera (πR^2), y " v " la velocidad instantánea.

El coeficiente de arrastre es una función del número de Reynolds " R_e ", viene dado por:

$$R_e = \frac{\rho_f \ell v}{\eta}$$

siendo, " ℓ " la longitud del objeto medido a lo largo de su sección transversal (para una esfera es $2R$), y " η " la viscosidad del fluido.

Par amplio intervalo de números " R_e " la forma de la función del coeficiente de arrastre " C_d ", viene dado por:

$$C_d \approx \frac{24}{R_e} + \frac{6}{1 + \sqrt{R_e}} + 0,4$$

Para pequeños valores de $R_e < 1$, el primer término es el más importante, por lo que, la fuerza de resistencia para la esfera de radio " R " es:

$$f = \frac{1}{2} \left(\frac{24}{2\rho_f R v / \eta} \right) (\rho_f \pi R^2 v^2)$$

$$f = 6\pi\eta R v$$

- Se llama <<constante de tiempo>> al tiempo transcurrido hasta el instante en que la altura es el 36,78 % de la altura inicial, esto es:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{h_0 e^{-Ct}}{h_0} = e^{-1}$$

$$C t_C = 1 \Rightarrow t_C = 1/C$$

$$t_C = \frac{8\eta \ell A}{\pi \rho g R^4}$$

- Se llama <<tiempo de vaciado medio>> al tiempo que se necesita para que se descargue la mitad del volumen de fluido, esto es:

$$\frac{h_0}{h} = \frac{h_0}{h_0 e^{-Ct}} = e^{Ct} = 2$$

$$t_m = \frac{\ln(2)}{C} = \ln(2) t_C$$

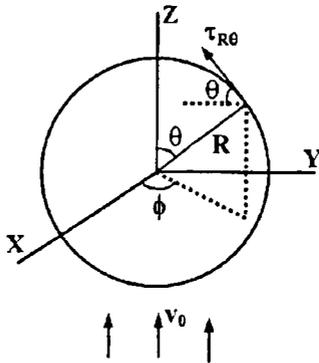
Esto es la razón del tiempo de vaciado medio a la constante de tiempo es: $t_m / t_C = \ln(2)$.

e) Ley de Stokes

Esta ley establece que: todo cuerpo que cae en un fluido en régimen laminar de viscosidad " η ", experimenta una fuerza de resistencia que depende la forma del cuerpo y de su velocidad instantánea " v ", así, para el caso de una esfera de radio " R ", la expresión de la fuerza de resistencia es:

2) Segunda forma

Consideremos una esfera a través del cual pasa el flujo laminar de un fluido incompresible que se mueve en la dirección del eje Z con una velocidad " v_0 ", lejos de la esfera.



Resolviendo la ecuación diferencial correspondiente al flujo de corriente en coordenadas esféricas con simetría axial y con las condiciones de contorno apropiadas, se encuentra que las componentes radial " v_r " y tangencial " v_θ " de la velocidad del fluido son:

$$v_r = v_0 \left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{1}{2} \frac{R^3}{r^3} \right) \cos \theta$$

$$v_\theta = -v_0 \left(1 - \frac{3R}{4r} - \frac{1}{4} \frac{R^3}{r^3} \right) \sin \theta$$

Con esto el esfuerzo cortante que actúa en todos los puntos de la superficie de la esfera es:

$$\tau_{r\theta} = -\eta \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \right]$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{3}{2} \frac{\eta v_0}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^4 \sin \theta$$

A su vez, la distribución de presión debida al flujo de fluido que rodea a la esfera viene dada por:

$$P = -\eta \left[2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + 2 \left(\frac{v_r}{r} + \frac{v_\theta \cos \theta}{r} \right)^2 \right]$$

$$P = -\frac{3}{2} \frac{\eta v_0}{R} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \cos \theta$$

Luego, la fuerza de resistencia que experimenta la esfera, hallamos integrando sobre la superficie de la esfera, las componentes de la distribución de presión y esfuerzo cortante a lo largo del eje Z, así:

$$f = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(-P \Big|_{r=R} \cos \theta \right) R^2 \sin \theta d\theta d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\tau_{r\theta} \Big|_{r=R} \sin \theta \right) R^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$f = 3\pi \eta v_0 R \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta +$$

$$3\pi \eta v_0 R \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$$

$$f = 2\pi \eta R v_0 + 4\pi \eta R v_0$$

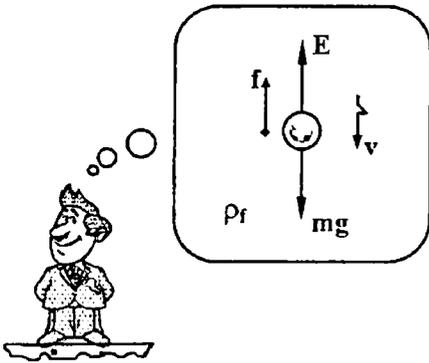
$$\diamond f = 6\pi \eta R v$$

7. Movimiento de una esfera en un fluido viscoso.

En esta sección estudiaremos el movimiento de un cuerpo (esfera) en un fluido viscoso, bajo la acción de fuerzas de resistencia proporcional a la velocidad y al cuadrado de la velocidad, además se estudiará el movimiento de un proyectil en presencia de la fuerza de resistencia del aire.

a) Fuerza de resistencia proporcional a la velocidad

Consideremos el movimiento de una esfera de radio " R " y densidad " ρ_s ", que partiendo del reposo, cae en un fluido de densidad " ρ_f " y coeficiente de viscosidad " η ", como se aprecia en la Figura.



- Las fuerzas que actúan sobre la esfera en su movimiento de caída son: su peso "W", el empuje "E", y la fuerza de resistencia "f", cuyas expresiones son:

$$W = \rho_S V = \frac{4}{3} \pi \rho_S g R^3$$

$$E = \rho_f V = \frac{4}{3} \pi \rho_f g R^3$$

$$f = 6\pi \eta R v$$

- El movimiento de la esfera consta de dos etapas, en la primera etapa su movimiento es acelerado, en tanto, en la segunda etapa su movimiento es uniforme. La ecuación que describe el movimiento de la esfera es:

$$W - E - f = \frac{W}{g} \frac{dv}{dt}$$

Definiendo: $F = W - E$ y $k = 6\pi \eta R$ la ecuación anterior se reduce a:

$$F - k v = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

La esfera alcanza su velocidad límite, cuando su aceleración se anula, es decir cuando la resultante de las fuerzas es nula, esto es:

$$F - k v_\ell = 0 \Rightarrow v_\ell = \frac{F}{k}$$

$$v_\ell = \frac{2g(\rho_S - \rho_f)R^2}{9\eta}$$

Separando variables en la ec.(1), e integrando, obtenemos la velocidad instantánea de la esfera para la primera etapa, así:

$$\int_0^v \frac{dv}{F - kv} = \frac{1}{m} \int_0^t dt$$

$$-\frac{1}{k} \ln(F - kv) \Big|_0^v = \frac{1}{m} (t) \Big|_0^t$$

$$v(t) = v_\ell (1 - e^{-kt/m})$$

Según esta ecuación la velocidad límite se alcanza para $t \rightarrow \infty$. (en la práctica se toma "t" muy grande)

Asumiendo que la esfera inicia su movimiento en $x_0 = 0$, integrando la velocidad instantánea, obtenemos la posición instantánea de la esfera, así:

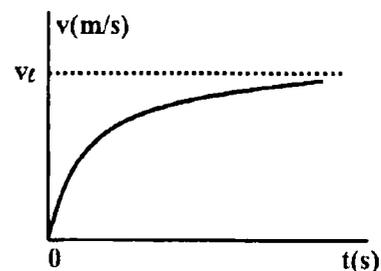
$$\int_0^x dx = \int_0^t v dt$$

$$x = \int_0^t v_\ell (1 - e^{-kt/m}) dt$$

$$x = v_\ell \left[t - \frac{m}{k} (1 - e^{-kt/m}) \right]$$

Para, $t \rightarrow \infty$ $x \approx v_\ell t$ es decir el movimiento es rectilíneo uniforme.

Gráfica de v vs t



Conclusiones

- 1) En la segunda etapa la bola se mueve con aceleración nula ($a=0$), y con una velocidad igual a la velocidad límite.
- 2) La velocidad de un cuerpo en caída libre es proporcional al tiempo, en tanto, la velocidad de un cuerpo que cae en un fluido tiende a un valor constante " v_f ".
- 3) El desplazamiento de un cuerpo en caída libre es proporcional al cuadrado del tiempo, en tanto, el desplazamiento de un cuerpo que cae en un fluido es proporcional al tiempo.

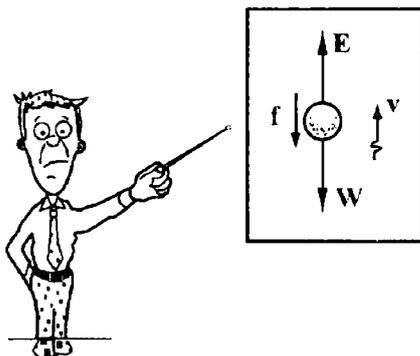
b) Fuerza de resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad

Consideremos el movimiento vertical de una esfera de radio "R", densidad " ρ_S " en un fluido viscoso incompresible de densidad " ρ_f " y viscosidad " η ". Las fuerzas que actúan en todo instante sobre la esfera son: su peso "W", el empuje "E" y la fuerza de resistencia "f", cuyas expresiones son:

$$W = \rho_S V = \frac{4}{3} \pi \rho_S R^3$$

$$E = \rho_f V = \frac{4}{3} \pi \rho_f R^3 \quad (1)$$

$$f = 0,2 \rho_f \pi R^2 v^2$$

1) Movimiento hacia arriba

De la Figura, la ecuación de movimiento de la esfera es:

$$E - W - f = m \, dv / dt$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 (\rho_f - \rho_S) g -$$

$$0,2 \rho_f \pi R^2 v^2 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_S \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_S}\right) g - 0,15 \frac{\rho_f}{\rho_S R} v^2$$

Denominando: $C_2 = (0,15 \rho_f / \rho_S R C_1)^{1/2}$ y $C_1 = (1 - \rho_f / \rho_S) g$, la ecuación anterior, queda así:

$$\frac{dv}{dt} = -C_1 (1 + C_2^2 v^2)$$

Separando variables e integrando, obtenemos la velocidad instantánea de la esfera, así:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{1 + C_2^2 v^2} = -C_1 \int_0^t dt$$

$$v(t) = \frac{1}{C_2} \operatorname{tg}[-C_1 C_2 t + \operatorname{tg}^{-1}(C_2 v_0)]$$

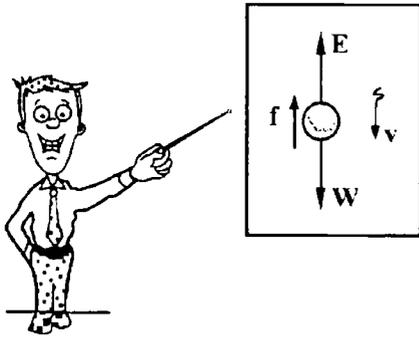
Assumiendo que la esfera inicia su movimiento en $x_0=0$, integrando la velocidad instantánea, obtenemos la posición instantánea de la esfera así:

$$x(t) = \frac{1}{C_1 C_2^2} \ln[\sqrt{1 + (C_2 v_0)^2} \cdot \cos(-C_1 C_2 t + \operatorname{tg}^{-1}(-C_2 v_0))]$$

2) Movimiento hacia abajo

En este caso, la ecuación de movimiento de la esfera es:

$$\frac{dv}{dt} = -C_1 (1 - C_2^2 v^2)$$



Separando variables, integrando, y asumiendo que la esfera inicia su movimiento del reposo en el instante "t₀", obtenemos la velocidad instantánea, así:

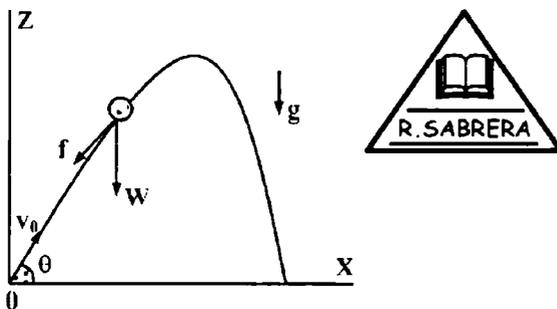
$$\int_0^v \frac{dv}{1 - C_2^2 v^2} = -C_1 \int_0^t dt$$

$$v(t) = -\frac{1}{C_2} \operatorname{tgh}[C_1 C_2 (t - t_0)]$$

Integrando la velocidad instantánea, y asumiendo que la esfera inicia su movimiento en el instante "t₀" en la posición "x₀", obtenemos la posición instantánea, así:

$$x = x_0 - \frac{1}{C_2 C_1} \ln[\cosh(C_1 C_2 (t - t_0))]$$

e) Movimiento de un proyectil con resistencia del aire



En esta sección se estudia el movimiento de un proyectil lanzado desde tierra con una velocidad inicial "v̄₀" formando

un ángulo "θ" con el eje X, el proyectil se mueve bajo la acción de su peso "W" y de la fuerza de resistencia del aire proporcional a su velocidad instantánea ($\vec{f} = -k m \vec{v}$).

La ecuación de movimiento del proyectil, respecto de un observador situado en tierra es:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - k m \vec{v}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g} - k \vec{v}$$

Desdoblando esta ecuación en sus componentes a los largo de los ejes X y Z, tenemos:

$$\frac{dv_x}{dt} = -k v_x$$

$$\frac{dv_z}{dt} = g - k v_z$$

Separando variables e integrando, obtenemos las componentes de la velocidad instantánea del proyectil, así:

$$\int_{v_{0x}}^{v_x} \frac{dv_x}{v_x} = -k \int_0^t dt$$

$$\ln(v_x) \Big|_{v_{0x}}^{v_x} = (-kt) \Big|_0^t$$

$$v_x = v_0 \cos\theta e^{-kt} \tag{1}$$

$$\int_{v_{0z}}^{v_z} \frac{dv_z}{g + k v_z} = - \int_0^t dt$$

$$\ln(g + k v_z) \Big|_{v_{0z}}^{v_z} = (-kt) \Big|_0^t$$

$$v_z = \left(\frac{g}{k} + v_0 \operatorname{sen}\theta\right) e^{-kt} - \frac{g}{k} \tag{2}$$

Integrando nuevamente las ecs.(1) y (2) obtenemos las coordenadas de la posición instantánea del proyectil, así:

$$\int_0^x dx = v_0 \cos \theta \int_0^t e^{-kt} dt$$

$$x = \frac{v_0 \cos \theta}{k} (1 - e^{-kt}) \quad (3)$$

$$\int_0^z dz = \left(\frac{g}{k} + v_0 \sin \theta\right) \int_0^t e^{-kt} dt - \frac{g}{k} \int_0^t dt$$

$$z = \frac{1}{k} \left(\frac{g}{k} + v_0 \sin \theta\right) (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t \quad (4)$$

El tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima, obtenemos tomando $v_z=0$ en la ec.(2), así:

$$\left(\frac{g}{k} + v_0 \sin \theta\right) e^{-kt_s} = \frac{g}{k}$$

$$t_s = \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{k v_0 \sin \theta}{g}\right) \quad (5)$$

El tiempo que tarda el proyectil en regresar a tierra, obtenemos tomando $z=0$, en la ec.(4), así:

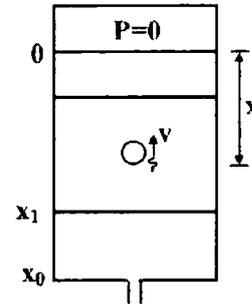
$$\left(\frac{g}{k} + v_0 \sin \theta\right) (1 - e^{-kt_v}) = g t_v \quad (6)$$

- Como se aprecia está ecuación no tiene solución analítica, por lo que, se plantean soluciones aproximadas, mediante la utilización de técnicas numéricas.
- La ec.(5) puede utilizarse para la determinación la constante de proporcionalidad "k" de la fuerza de resistencia del aire, para lo cual, se mide el tiempo "t"

d) Movimiento de una burbuja de aire en un fluido viscoso

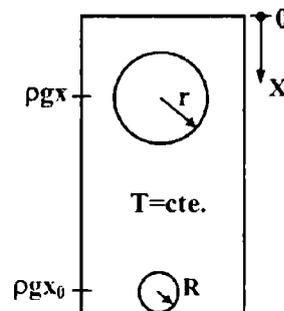
En esta sección estudiaremos el movimiento de una pequeña burbuja de aire en un fluido viscoso, y constataremos que la

burbuja asciende con velocidad constante, y que la magnitud de esta velocidad dependerá del tamaño de la burbuja.



La parte superior del tubo de vidrio parcialmente lleno de un fluido (aceite) de densidad "ρ" y viscosidad "η" se conecta a una bomba de vacío, afín que la presión sea muy pequeño $P \approx 0$. De modo que, la presión a una profundidad "x" sea sólo debida a la altura de la columna de aceite.

Al inyectar burbujas de aire por la parte inferior, se observa que las burbujas de radios comprendidos entre 0,1 cm y 0,3 cm, ascienden lentamente describiendo trayectorias rectilíneas. Las burbujas de radio mayor empiezan a oscilar a medida que ascienden, perdiendo su forma esférica a medida que se acercan a la superficie superior del fluido.



Consideremos una burbuja de forma esférica de radio "r" que esta a una profundidad "x". La presión del aire en el interior de la burbuja es igual a la presión de

bida a la columna de fluido de altura "x". Asumiendo que el aire encerrada en la burbuja se comporta como un gas ideal y que se expande isotérmicamente (T=cte.) a medida que asciende, de la ecuación de los gases ideales, tenemos que:

$$PV = P_0 V_0$$

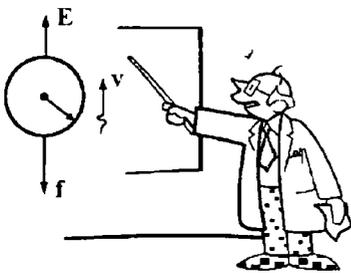
$$\rho g x \frac{4}{3} \pi r^3 = \rho g x_0 \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$r = (x_0 / x)^{3/2} R \quad (1)$$

siendo, "R" el radio de la burbuja a la profundidad "x₀" cuando la burbuja ingresa en el recipiente de vidrio.

Asumiendo que la burbuja asciende lentamente, tal que, podamos considerar que el flujo es laminar. Las expresiones de las fuerzas de fricción "f" y empuje "E" que actúan sobre la burbuja son:

$$f = 6\pi\eta r v \quad \text{y} \quad E = \rho g \frac{4}{3} \pi r^3$$



Despreciando el peso de la burbuja por ser muy pequeño, la ecuación que describe el movimiento de la burbuja es:

$$E - f = ma \approx 0$$

$$\rho g \frac{4}{3} \pi r^3 + 6\pi\eta r \frac{dx}{dt} = 0 \quad (2)$$

pues, $v = -dx/dt$, la magnitud de la veloci

dad a medida que asciende disminuye. Cuando un cuerpo se mueve en un fluido viscoso en régimen laminar, después de cierto tiempo de iniciado su movimiento alcanza una velocidad límite, la resultante de las fuerzas que actúan sobre dicho cuerpo es nulo.

Sustituyendo la ec.(1) en la ec. (2), obtenemos la ecuación diferencial, que describe el movimiento de la burbuja:

$$\frac{dx}{dt} + \frac{2}{9} \frac{\rho g}{\eta} \left(\frac{x_0}{x}\right)^{2/3} R^2 = 0$$

Separando variables e integrando, con la condición de que se empieza a contar el tiempo en t=0 en el instante en el que la burbuja pasa por la marca situada a una profundidad "x₁", obtenemos:

$$\int_{x_1}^x x^{3/2} dx = -\frac{2\rho g x_0^{2/3} R^2}{9\eta} \int_0^t dt$$

$$x = \left\{ x_1^{5/2} - \frac{10}{27} \frac{\rho g}{\eta} x_0^{2/3} R^2 t \right\}^{2/5}$$

Esta ecuación nos da la posición de la burbuja en cualquier instante de tiempo "t".

8. NUMEROS EN LA HIDRODINAMICA

a) Número de Reynolds

Es un número adimensional, utilizado en mecánica de fluidos, diseño de reactores fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de flujo laminar o turbulento de un fluido. El número de Reynolds resulta de la comparación de los términos convectivos y viscosos en las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de un fluido, viene dado por:

$$R_e = \frac{Dv\rho}{\eta}$$

siendo, "D" diámetro de la tubería, "v" la velocidad del fluido a través de la tubería, "ρ" la densidad del fluido, y "η" su viscosidad.

- Por ejemplo un flujo con número de Reynolds alrededor de 10^5 , expresa que las fuerzas viscosas son 10^5 veces menor que las fuerzas convectivas.
- Por ejemplo en conductos (tuberías) si el número de Reynolds es menor de 2000 el flujo será laminar y si es mayor de 4000 el flujo será turbulento, si " R_e " se encuentra entre estos valores el flujo se dice que es transicional.
- El valor límite ó crítico del número de Reynolds, que establece el paso del movimiento laminar al turbulento, es diferente para los cuerpos que tienen formas diferentes.

b) Número de Arquímedes

Es un número adimensional que relaciona las densidades de un cuerpo que se mueve en un fluido y la viscosidad dinámica del fluido, así:

$$A_r = \frac{gL^2\rho_f(\rho - \rho_f)}{\eta^2}$$

siendo, " ρ_f " densidad del fluido, " ρ " densidad del cuerpo, "L" longitud característica del cuerpo, "η" viscosidad dinámica y "g" aceleración de la gravedad.

c) Número de Knudsen

Es un número adimensional, que se define como el cociente del recorrido libre medio molecular " λ " y una escala de longitud molecular "L", esto es:

$$k_n = \frac{\lambda}{L} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 \rho L}$$

siendo, "T" la temperatura en (0K), " k_B " la constante de Boltzmann, "P" la presión

total en (Pa), " σ " diámetro en (m) y " ρ " la densidad en (kg/m^3).

- Cuando el número de Knudsen es similar o mayor a la unidad ($k_n \approx 1$), el recorrido libre medio de las moléculas es del mismo tamaño (aproximadamente) que el sistema que contiene a la sustancia. Esto es, dada una región del espacio del tamaño de la longitud "L", sólo ocasionalmente pasará una molécula por dicha región.
- El número de Knudsen nos permite saber cuando se pueden describir el comportamiento de un fluido mediante las ecuaciones de la dinámica de fluidos o la mecánica estadística. Así, si $k_n < 1$ se utilizan las ecuaciones de la dinámica de fluidos y si $k_n > 1$ se utiliza la mecánica estadística.

Recorrido libre medio

Es la longitud media que recorren las reflexiones sonoras (moléculas) en un determinado espacio. Depende del volumen "V" y el área "S" de la superficie del recipiente, viene dada por:

$$\lambda = \frac{4V}{S}$$

d) Número de Mach

Es un número adimensional, que se define como la razón de la velocidad de un objeto a la velocidad del sonido en el medio en el que se mueve dicho objeto, esto es:

$$M_a = \frac{v}{v_s}$$

El número de Mach es la medida de la velocidad de un objeto, respecto de la velocidad del sonido (velocidad relativa).

Generalmente se utiliza para describir la velocidad de los aviones, así, Mach 1 equivale a la velocidad del sonido, Mach 2 es dos veces la velocidad del sonido, etc...

El número de Mach no es una constante, pues depende de la temperatura a la que se encuentre el fluido a través del cual se mueve el objeto.

Clasificación de vuelos

La velocidad de los vuelos de los aviones, se clasifican en:

- Subsónico $M_a < 0,7$
- Transónico $0,7 < M_a < 1,2$
- Supersónico $1,2 < M_a < 5$
- Hipersónico $M_a > 5$

e) Número de Weber

Es un número adimensional que expresa la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas de tensión superficial, viene dado por:

$$N_w = \frac{\rho v^2 L}{\gamma}$$

siendo, " γ " el coeficiente de tensión superficial del fluido, " ρ " la densidad, " v " la velocidad y " L " un parámetro característico.

f) Número de Strouhal

Es un número adimensional que relaciona la oscilación de un flujo con su velocidad media, y que surge en procesos en los que un flujo es interrumpido por un objeto sólido, de forma que, al ser el fluido incapaz de rodearlo, se despega de este con una estela de forma secuencial.

- Se utiliza en el diseño y construcción de edificios y estructuras, para evitar desastres, como el caso del puente de Tocolma, en el que la estructura entro en resonancia con el viento. Este número, viene dado por:

$$S_t = \omega L / v$$

siendo, " v " la velocidad del fluido, " L " un parámetro geométrico propio del obje

to, y " ω " la frecuencia angular del flujo de fluido.

g) Número de Grashof

Es un número de adimensional que relaciona las fuerzas de empuje y las fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido, viene dado por:

$$G_r = \frac{g\beta(T_s - T_f)L_c^3}{\nu^2}$$

siendo, " β " es el coeficiente de expansión volumétrica de la sustancia, representa la variación de la densidad de esa sustancia con la temperatura a presión constante, para un gas ideal $\beta = 1/T$, " T " temperatura absoluta en $^{\circ}\text{K}$, " L_c " es la longitud característica, " g " la aceleración de la gravedad, " ν " la viscosidad cinemática.

El número de Grashof es un indicativo del régimen de flujo en convección natural, equivalente al número de Reynolds en convección forzada.

h) Número de Froude

Es un número de adimensional que relaciona la fuerza de inercia " F " y la fuerza peso " W ", viene dado por:

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{(\gamma/\rho)L}}$$

siendo, " ρ " la densidad del fluido, " L " longitud en la dirección del flujo de fluido, " γ " peso específico del fluido, y " v " velocidad del flujo de fluido.

Si: $F_r > 1$, el flujo se llama supercrítico

Si: $F_r < 1$, el flujo se llama subcrítico.

Si: $F_r = 1$, se llama crítico.

Este número tiene gran importancia cuando la gravedad influye en el patrón de flujo como el caso de vertederos, canales,

sistemas de drenaje, etc...

i) Número de Eckert (E_C)

Es un número adimensional que se utiliza en la mecánica de fluidos. Expresa la relación entre la energía cinética de un fluido y su entalpía, viene dado por:

$$E_C = \frac{v^2}{c_p \Delta T}$$

siendo, "v" la velocidad característica del fluido, "c_p" la capacidad calorífica a presión constante del fluido, "ΔT" la diferencia de temperaturas característica del fluido.

j) Número de Euler (E_u)

Es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos. Expresa la relación entre una pérdida de presión (por ejemplo un estrechamiento) respecto a la energía cinética por volumen del flujo, viene dado por:

$$E_u = \frac{P(0) - P(1)}{\rho v^2 / 2}$$

siendo, "ρ" la densidad del fluido, "P(0)" la presión aguas arriba, "P(1)" la presión aguas abajo., "v" la velocidad característica del flujo de agua.

k) Número de Peclet (P_e)

Es un número adimensional que relaciona la velocidad de advección de un flujo y la velocidad de difusión, habitualmente difusión térmica. Es equivalente al producto del número de Reynolds y número de Prandtl en el caso de de difusión térmica, viene dado por:

$$P_e = R_e P_r = \frac{L v}{\alpha}$$

siendo, "L" una longitud característica, "v" la velocidad del fluido, $\alpha = k / \rho c_p$ la difusividad térmica, "k" la conductividad térmica, "ρ" la densidad del fluido, "c_p" la capacidad calorífica a presión constante.

- Y al producto del número de Reynolds y el número de Schmidt en el caso de difusión másica, viene dado por:

$$P_e = R_e S_c = \frac{L v}{D}$$

siendo, "D" la difusividad másica, "L" una longitud característica, "v" la velocidad.

En aplicaciones de ingeniería el número de Peclet usualmente adopta un valor grande.

l) Número de Prandtl (P_r)

En la mecánica de fluidos es un número adimensional proporcional al cociente entre la difusividad de momento (viscosidad) y la difusividad térmica, viene dado por:

$$P_r = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{C_p \mu}{k}$$

siendo, "ν" la velocidad cinemática, "α" la difusividad térmica, "C_p" la capacidad calorífica a presión constante, "μ" la viscosidad y "k" la conductividad térmica.

m) Número de Rossby

Es un número adimensional que se utiliza para describir los flujos en los océanos y en la atmósfera terrestre, viene dado por:

$$R_o = \frac{v}{f L}$$

siendo, "v" una velocidad característica,

"L" una longitud característica y "f" la frecuencia de Coriolis.

Cuando " R_o " es grande los efectos de la rotación planetaria son despreciables, y cuando " R_o " es pequeño los efectos de la rotación planetaria deben tomarse en cuenta.

n) Coeficiente de Presión

Es un número adimensional que describe la presión relativa a través de un campo de flujo en dinámica de fluidos. El coeficiente de presión se utiliza en la aerodinámica e hidrodinámica. Cualquier punto al interior de un flujo de un fluido tiene su propio y único coeficiente de presión.

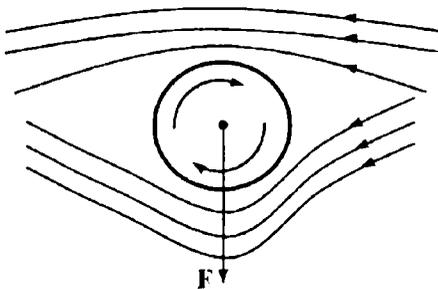
Los coeficientes de presión se calculan mediante la utilización de los túneles de viento o agua.

9. EFECTOS EN LA HIDRODINAMICA

a) Efecto Magnus

Este efecto consiste en que la rotación de un objeto (pelota) afecta a la trayectoria del mismo a través de un fluido, en particular el aire.

Este efecto es resultado de varios fenómenos, incluido el principio de Bernoulli y el proceso de formación de la capa límite en el fluido situado alrededor de los objetos en movimiento.



El objeto en rotación crea un remolino de aire a su alrededor. En la parte superior del objeto, el movimiento del remolino tiene la misma dirección que la corriente

de aire que pasa por el objeto, por lo que, en la parte superior la velocidad aumenta. En la parte inferior, el movimiento del remolino está en dirección opuesta a la de la corriente de aire, por lo que, la velocidad disminuye. Luego, como la presión debida al movimiento de un fluido es proporcional al cuadrado de su velocidad, la presión en la parte superior es mayor que en la inferior, produciéndose una fuerza perpendicular a la dirección de la corriente de aire. Esta fuerza desplaza al objeto de la trayectoria que tendría, si no existiera el fluido.

b) Efecto Leidenfrost

El efecto Leidenfrost es el nombre dado al fenómeno de la capa de vapor que se forma alrededor de una gota de un líquido que se encuentra sobre una superficie caliente.

- Cuando sobre una placa metálica a alta temperatura se coloca una gota de un líquido volátil (agua, alcohol, etc...), la gota no se evapora instantáneamente sino que se mueve erráticamente sobre la superficie durante cierto tiempo, hasta que finalmente desaparece.

c) Efecto Kaye

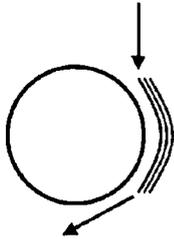
Es una extraña propiedad de los líquidos complejos. Cuando se vierte una mezcla viscosa de un líquido orgánico sobre una superficie, la superficie repentinamente devuelve otro chorro ascendente que tiende a combinarse con el chorro que está cayendo.

- Líquidos comunes con esta propiedad son jabones de mano, champús y pintura líquida. Este efecto dura no más de 300 ms.

d) Efecto Coanda

Este efecto está relacionado con las fuerzas que se originan debido a la viscosi

dad de los fluidos. El efecto consiste en que un fluido tiende a seguir el contorno de la superficie sobre la que incide, si la curvatura de la misma, o el ángulo de incidencia del fluido con la superficie, no son demasiado acentuados.



En la Figura, el líquido que incide sobre la superficie del cilindro tiende a “pegarse” a la superficie curva. El fluido sale en dirección opuesta. El cilindro es atraído hacia el fluido.

Este efecto se utiliza en el automovilismo para canalizar el aire en ciertas partes del chasis sin tener que reflectarlo en demasía evitando gran resistencia aerodinámica.

e) Cavitación

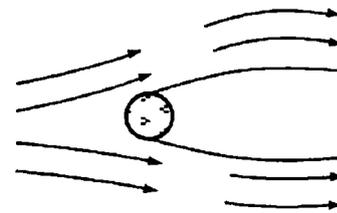
La cavitación en vacío es un efecto hidrodinámico que se produce cuando el agua o cualquier otro fluido pasa a gran velocidad por una arista afilada, produciendo una descompresión del fluido. Puede ocurrir que se alcance la presión de vapor del líquido de tal forma que las moléculas que lo componen cambien inmediatamente a estado de vapor, formándose burbujas o más exactamente cavidades.

- Las burbujas formadas viajan a zonas de mayor presión e implosionan (el vapor regresa al estado líquido de modo súbito, “aplastándose” bruscamente las burbujas) produciendo una estela de gas y un rápido desgaste de la superficie que origina este fenómeno.

f) Supercavitación

Este fenómeno hidrodinámico consiste

en que al moverse el objeto a gran velocidad, el fluido que se desplaza a su alrededor adquiere una velocidad muy grande haciendo que su presión disminuya drásticamente. Si se llega al punto de evaporación del líquido, este se convierte en gas y por tanto el objeto se desplaza por un medio gaseoso disminuyendo así su fricción.

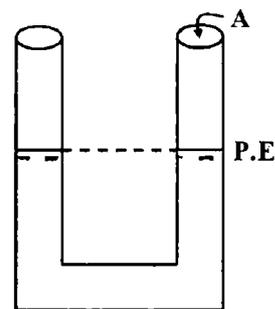


- La diferencia fundamental entre cavitación y supercavitación reside en la velocidad y en los usos potenciales de la misma, mientras la cavitación es un fenómeno generalmente negativo para la industria naval y aeronáutica, la supercavitación ofrece muchas posibilidades en el desarrollo de nuevas tecnologías.

10. OSCILACIONES DE UN FLUIDO IDEAL

En esta sección estudiaremos las oscilaciones de un fluido contenido en un tubo en forma de U, cuando ambos extremos están abiertos, cuando un extremo está cerrado, y cuando la sección transversal del tubo es no uniforme.

a) Ambos extremos abiertos

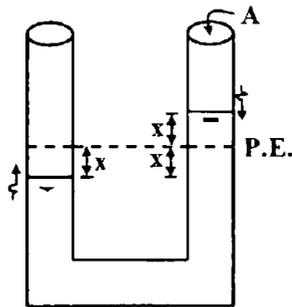


Consideremos un líquido de longitud

" ℓ " y densidad " ρ " contenido en el tubo en forma de U de sección uniforme de área " A ". Cuando el líquido se encuentra en equilibrio, la altura en ambas ramas del tubo es la misma.

Para producir las pequeñas oscilaciones armónicas, desplazamos el fluido en la rama izquierda una distancia " x " hacia abajo, y al liberar el fluido se inicia las oscilaciones bajo la acción del peso de la columna de fluido de longitud " $2x$ " situada en la rama derecha, esto es, la fuerza que produce las oscilaciones es:

$$F = \rho g A 2x$$



Ahora, como esta fuerza es del tipo de Hooke $F = kx$, entonces, comparando estas ecuaciones encontramos que la constante elástica es: $k = 2\rho g A$, por lo que, la frecuencia angular propia de las oscilaciones armónicas que realiza la masa de fluido de longitud " ℓ " es:

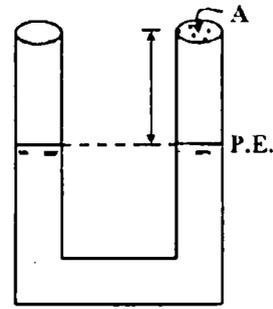
$$\omega_0 = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\rho g A}{\rho \ell A}\right)^{1/2}$$

$$\omega_0 = \left(\frac{2g}{\ell}\right)^{1/2}$$

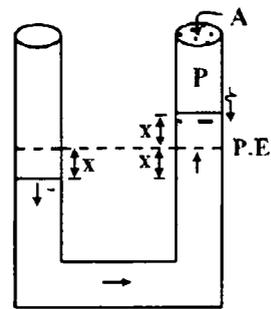
b) Un extremo cerrado

Consideremos un líquido de longitud " ℓ " y densidad " ρ " contenido en un tubo en forma de U de sección uniforme de área " A ", cuyo rama derecha está cerrada por una tapa en cuyo interior hay aire hasta una altura " H ", y a la presión atmosférica

rica " P_0 ".



Cuando en la rama izquierda el fluido se desplaza hacia abajo una longitud " x " desde su posición de equilibrio, la altura del nivel del fluido en la rama derecha respecto del nivel en la rama izquierda es " $2x$ ".



Las fuerzas que actúan sobre todo el fluido de masa " m " son: El peso de la columna de fluido de altura " $2x$ ", opuesta al desplazamiento:

$$W = \rho g A 2x$$

En la superficie libre del fluido de la rama izquierda actúa la fuerza de presión, en la dirección del desplazamiento:

$$F_1 = P_0 A$$

En la superficie libre del fluido de la rama derecha, actúa la fuerza de presión, opuesta al desplazamiento:

$$F_2 = P A$$

De otro lado, considerando que el proce

so de compresión del aire es adiabático, se tiene que:

$$P_0 (AH)^\gamma = P[A(H-x)]^\gamma$$

Ahora, asumiendo que la amplitud "x" de las oscilaciones del fluido sean pequeñas comparadas con la longitud inicial de la columna de aire "H", se tiene que:

$$P = (1 - \frac{x}{H})^{-\gamma} P_0 \approx (1 + \frac{x}{H} \gamma) P_0$$

$$P - P_0 = \frac{\gamma P_0}{H} x$$

Con esto, la fuerza resultante que actúa sobre la masa "m" es:

$$F = -W + F_1 - F_2$$

$$F = -2\rho g A x - (P - P_0) A$$

$$F = -(2\rho g + \frac{\gamma P_0}{\rho \ell H}) A x$$

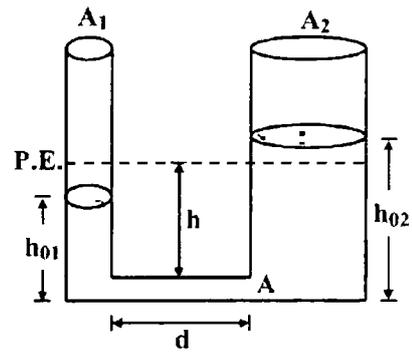
Como esta fuerza es del tipo de Hooke $F = kx$, entonces, la constante elástica es $k = (2\rho g + \gamma P_0 / \rho \ell H) A$, y la frecuencia angular propia de las oscilaciones armónicas que realiza la masa de fluido de longitud "ℓ" es:

$$\omega_0 = (k / m)^{1/2}$$

$$\omega_0 = \left[\frac{(2\rho g + \gamma P_0 / \rho \ell H) A}{\rho \ell A} \right]^{1/2}$$

$$\omega_0 = \left(\frac{2g}{\ell} + \frac{\gamma P_0}{\rho \ell H} \right)^{1/2}$$

siendo, "γ" el coeficiente de Poisson que caracteriza el tipo de gas.

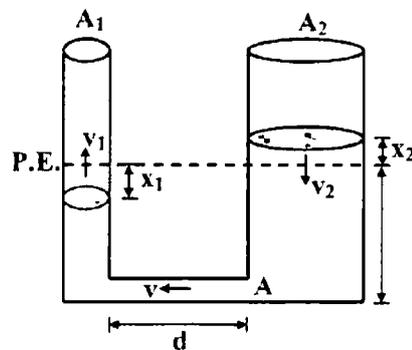


Consideremos el recipiente formado por dos vasos comunicantes de secciones de áreas "A₁", "A₂" conectados por el tubo horizontal de sección de área "A". El recipiente contiene un fluido de longitud "ℓ" y densidad "ρ". Las alturas iniciales del fluido en ambas ramas son "h₀₁", "h₀₂", diferentes de las correspondientes al equilibrio.

Como la masa del fluido contenido en los vasos permanece constante, igualando volúmenes, obtenemos la altura correspondiente al equilibrio, así:

$$A_1 h_{01} + A_2 h_{02} = (A_1 + A_2) h$$

$$h = \frac{A_1 h_{01} + A_2 h_{02}}{A_1 + A_2} \tag{1}$$



Ahora, cuando el fluido en el primer recipiente se desplaza "x₁" hacia debajo de la posición de equilibrio, en el segundo recipiente el fluido se desplaza "x₂" hacia arriba. Como el volumen total del fluido en ambos recipientes permanece cons

c) Tubo de sección transversal no uniforme

tante, la relación entre estos desplazamientos es:

$$A_1 x_1 = A_2 x_2 \quad (2)$$

Sean " v_1 ", " v_2 " las velocidades del fluido en el primer y segundo recipiente, y " v " la velocidad en el tubo horizontal que conecta los recipientes, entonces de la ecuación de continuidad, tenemos que:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = A v \quad (3)$$

Para un instante " t ", las masas de fluido contenidas en el primer y segundo recipiente, y en el tubo horizontal son

$$\begin{aligned} m_1 &= \rho A_1 (h - x_1) \\ m_2 &= \rho A_2 (h + x_2) \\ m &= \rho A d \end{aligned} \quad (4)$$

El cambio de energía cinética que experimenta el fluido entre los instantes " t " y " $t + dt$ " es:

$$\Delta E_C = m_1 v_1 dv_1 + m_2 v_2 dv_2 + m v dv$$

La variación de la energía potencial que experimenta el fluido, debido al paso de un diferencial de masa " dm " desde la posición inicial; " $h + x_2$ " hasta la posición final " $h - x_1$ " es:

$$\Delta E_P = E_{P,I} - E_{P,F}$$

$$\Delta E_P = dm g (h + x_2) - dm g (h - x_1)$$

siendo, el diferencial de masa de fluido igual a $dm = -\rho A_1 dx_1$, pues " x_1 " disminuye.

Ahora, según el teorema del trabajo y la energía, como la fuerza externa resultante es nula, el cambio en la energía cinética, debe ser igual, al cambio de la energía potencial, esto es:

$$\rho A_1 (h - x_1) v_1 dv_1 + \rho A_2 (h + \frac{A_1}{A_2} x_1) \bullet$$

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} v_1 dv_1 + \rho A d \frac{A_1^2}{A^2} v_1 dv_1 =$$

$$-\rho A_1 d x_1 g (x_1 + \frac{A_1}{A_2} x_1)$$

$$[A_1 (1 + \frac{A_1}{A_2}) h + \frac{A_1^2}{A} d - A_1 (1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}) x_1] \bullet$$

$$v_1 dv_1 = -A_1 (1 + \frac{A_1}{A_2}) g x_1 dx_1$$

$$[(1 + \frac{A_1}{A_2}) h + \frac{A_1}{A} d - (1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}) x_1] v_1 dv_1 =$$

$$-(1 + \frac{A_1}{A_2}) g x_1 dx_1$$

$$[h + \frac{A_1 d}{A (1 + A_1 / A_2)} + (\frac{A_1}{A_2} - 1) x_1] v_1 dv_1$$

$$= -g x_1 dx_1$$

Definiendo las siguientes constantes:

$$C_1 = h + \frac{(A / A_1) d}{1 + (A_1 / A_2)} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{A_1}{A_2} - 1$$

La ecuación diferencial anterior se reduce a:

$$(C_1 + C_2 x_1) \frac{dx_1}{dt} \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -g x_1 dx_1$$

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + \frac{g}{C_1 + C_2 x_1} x_1 = 0$$

Esta ecuación diferencial de segundo orden que describe las oscilaciones no armónicas que realiza el fluido, no tiene solución analítica. Se plantean soluciones aproximadas mediante la utilización de

técnicas numéricas, con la ayuda de computadoras.

Casos particulares

- 1) Para: $A_1=A_2=A$, las constantes son: $C_1=h+(d/2)=(2h+d)/2=\ell/2$, y $C_2=1-1=0$ siendo " ℓ " la longitud del fluido, por lo que, la ecuación diferencial obtenida se reduce a:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{2g}{\ell}x_1 = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de un movimiento armónico simple de frecuencia angular propia y período, iguales a:

$$\omega_0 = \left(\frac{2g}{\ell}\right)^{1/2} \quad \text{y} \quad T = 2\pi\left(\frac{\ell}{2g}\right)^{1/2}$$

- 2) Para: $A_1=A_2 \neq A$, las constantes son: $C_1=h+(Ad/A_1+A_2)$, $C_2=0$ por lo que, la ecuación diferencial obtenida se reduce a:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{g}{h + Ad / (A_1 + A_2)}x_1 = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de un movimiento armónico simple de frecuencia angular propia, igual a:

$$\omega_0 = \left[\frac{g}{h + Ad / (A_1 + A_2)}\right]^{1/2}$$

- 3) Si: $A_1 = A_2 \gg A$, las constantes son $C_1=h$ y $C_2=0$, y la ecuación diferencial obtenida se reduce a:

$$\frac{d^2x_1}{dt^2} + \frac{g}{h}x_1 = 0$$

Esta es la ecuación diferencial de un movimiento armónico simple de frecuencia angular propia, igual a:

$$\omega_0 = \left(\frac{g}{h}\right)^{1/2}$$

11. SUPERFLUIDEZ DEL HELIO

a) Concepto

Se llama así al fenómeno observado en el helio II de la ausencia casi total de viscosidad al pasar por tubos capilares muy estrechos, de radios aproximadamente de $r \approx 10^{-8}$ cm. En este caso el coeficiente de viscosidad es menor de 10^{-11} Poises.

b) Propiedades

A temperaturas ultra bajas se observaron en el helio las siguientes propiedades:

- 1) No existe el punto triple.
- 2) A presiones menores que 24 atm el helio no cristaliza por enfriamiento por muy bajas que sean las temperaturas a las que se someta.
- 3) Los parámetros críticos del isótopo He^4 son $T_k=5,19$ °K, con la particularidad que la densidad del helio líquido es anómala por su pequeñez.
- 4) Si la temperatura desciende hasta $T=2,2$ °K y la presión es normal, en el He^4 se produce la transición " λ ", transición de fase de segundo orden, es decir, el helio líquido I se transforma en helio II. Al aumentar la presión disminuye la temperatura de transición " λ ".
- 5) El helio II presenta una conductibilidad térmica anormalmente elevada, centenares de veces mayor que la conductibilidad térmica de los metales a la temperatura ambiente. Por lo mismo, en el helio II no se producen caídas sensibles de temperatura, éste no puede hervir, y solamente se vaporiza por su superficie libre. La alta conductibilidad del helio se debe a las intensas corrientes de convección que se producen en el helio líquido.
- 6) En concordancia con el modelo de los dos líquidos se considera que el helio líquido a la temperatura de $T < 2,2$ °K es la mezcla de dos componentes líquidos que se infiltran perfectamente entre si, sin pre

sentar fricción. Una componente es un líquido normal y la otra un superfluido que no presenta viscosidad ni excitación térmica.

12. EVAPORACION Y EBULLICION DE LOS LIQUIDOS

a) Evaporación

Se llama evaporación de un líquido al proceso de formación de vapor que se da en la superficie libre del líquido. La evaporación se produce a cualquiera temperatura y aumenta al elevarse ésta. La evaporación se produce debido a que las moléculas de la superficie libre tienen mayor velocidad y energía cinética que les permiten abandonar el líquido, venciendo las fuerzas de cohesión molecular y como consecuencia se enfría el líquido.

b) Velocidad de evaporación

La velocidad con la que se evapora el líquido, es decir la cantidad de líquido que se transforma en vapor en 1 s, depende de la presión externa y del movimiento de la fase gaseosa en la superficie libre, esta velocidad viene dada por:

$$u = \frac{CS}{P_0}(P_S - P)$$

siendo, "C" una constante, "S" el área de la superficie libre, "P_S" presión del vapor saturado, "P" presión del líquido en la superficie y "P₀" la presión barométrica externa.

c) Ebullición

Se llama así al proceso de evaporación intensa que experimenta un líquido y que se da en su superficie libre y al interior de ella, en el seno de las burbujas de vapor que se forman. La presión al interior de una burbuja, viene dada por:

$$P = P_0 + \rho gh + P_e$$

siendo, "P₀" la presión externa, "P_e" la presión debida a la tensión superficial, "h" la altura, y "ρ" la densidad.

d) Vaporización

Es el cambio de estado de líquido a gaseoso. Hay dos tipos de vaporización: la ebullición y la evaporación.

- A la temperatura durante la cual se dice que un determinado líquido hierve se llama punto de ebullición.
- La diferencia entre la evaporación y la ebullición, es que en la evaporación, el cambio de estado ocurre solamente en la superficie del líquido.

e) Túnel de viento

Es un dispositivo de investigación desarrollada que se utiliza para estudiar los efectos del movimiento del aire alrededor de los objetos sólidos. Con este dispositivo se simulan las condiciones experimentadas por el objeto en la situación real.

- En un túnel de viento, el objeto permanece estacionario en tanto se produce el paso de aire o gas alrededor de él.
- Se utiliza para estudiar los efectos del movimiento del aire en objetos como aviones, naves espaciales, misiles, automóviles, puentes, etc...

f) Oleo hidráulica

Es una rama de la hidráulica, el prefijo "oleo" se refiere a los fluidos en base a derivados del petróleo, como el aceite mineral, en resumen, la oleo hidráulica es la técnica aplicada a la transmisión de potencia mediante fluidos confinados.

La oleo hidráulica se rige mediante las leyes de los circuitos hidráulicos.

PROBLEMAS PROPUESTOS

- 01.** Por una tubería rectilínea de diámetro $D=8$ cm fluye aceite con una velocidad media de $v=3$ m/s. Hallar el caudal "Q" en (m^3/s).
- a) 0,015 b) 0,025 c) 0,035 d) 0,045 e) 0,055
- 02.** Por una tubería rectilínea de diámetro $D=8$ cm fluye aceite de densidad $\rho=900$ kg/m^3 con una velocidad media de $v=3$ m/s. Hallar el flujo másico "F".
- a) 10,5 kg/s b) 11,5 kg/s c) 12,5 kg/s d) 13,5 kg/s e) 15,5 kg/s
- 03.** Los radios de las secciones transversales de los extremos de un tubo son $R_1=3$ cm, $R_2=1,5$ cm, la rapidez del agua en la sección 1 es $v_1=2$ m/s. Hallar la rapidez en la sección 2.
- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 4 m/s d) 6 m/s e) 8 m/s
- 04.** En la Fig.01, hallar el volumen (en m^3) de agua que sale por minuto, de un tanque abierto muy grande, a través de un orificio de diámetro $D=2$ cm situado a $h=5$ m por debajo del nivel del agua. ($g=10$ m/s^2)
- a) 0,19 b) 0,29 c) 0,39 d) 0,49 e) 0,59
- 05.** En la Fig.02, el tanque cerrado lleno de agua de peso específico $\gamma=10^4$ N/m^2 , tiene una presión manométrica de $P_{man}=8 \cdot 10^4$ N/m^2 en el fondo. Si se hace un agujero en la tapa del tanque; sale un chorro verticalmente hacia arriba, alcanzando una altura de $h=5$ m. Hallar la altura "H" del tanque. ($g=10$ m/s^2)
- a) 1 m b) 2 m c) 3 m d) 4 m e) 5 m

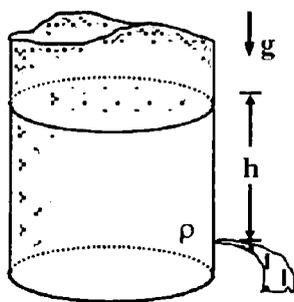


Fig.01

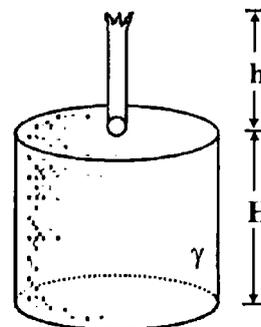


Fig.02

- 06.** En la Fig.03, hallar la velocidad de salida del agua de densidad $\rho=1000$ kg/m^3 a través de la pequeña abertura de la caldera que se muestra, siendo la presión sobre la atmósfera de 10^6 N/m^2 . ($g=10$ m/s^2)
- a) 25 m/s b) 30 m/s c) 35 m/s d) 40 m/s e) 45 m/s

07. En la Fig.04, por la tubería convergente de diámetros $D_1=25$ cm y $D_2=15$ cm, pasa aceite de peso específico relativo $\gamma_r = 0,9$, y la lectura de los manómetros indican las presiones de $P_1=48$ N/cm² y $P_2=45$ N/cm². Hallar el caudal (en m³/s) a través de la tubería. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,37 b) 0,97 c) 0,77 d) 0,17 e) 0,57

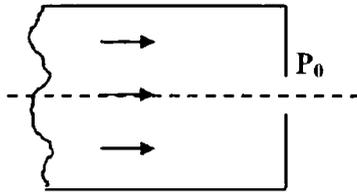


Fig.03

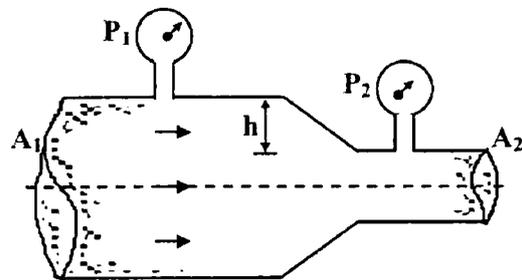


Fig.04

08. Una bola de metal de densidad $\rho=8,5$ g/cm³ de radio $R=10$ mm, se desplaza hacia abajo, a través de glicerina de densidad $\rho_L=1,32$ g/cm³ y coeficiente de viscosidad $\eta=0,833$ N·s/m². Hallar la velocidad de la bola cuando su aceleración es de $a=250$ cm/s². ($g=10$ m/s²)

- a) 1,05 m/s b) 2,05 m/s c) 3,05 m/s d) 4,05 m/s e) 5,05 m/s

09. Por un orificio situado en la base de un depósito que contiene agua una altura de $h=4$ m, sale un caudal de 50 lt/min. Hallar el caudal si sobre la superficie libre del agua se aplica una sobrepresión de 5 N/cm². (Peso específico del agua $\gamma=10\ 000$ N/m³)

- a) 55 lit/min b) 60 lit/min c) 65 lit/min d) 70 lit/min e) 75 lit/min

10. Hallar el trabajo realizado por una bomba al elevar un volumen de $V=3$ m³ de agua a una altura de $h=20$ m contra una presión de $P=15$ N/cm². ($\gamma=1\ 0000$ N/m³, $M=10^6$)

- a) 1,05 MJ b) 1,10 MJ c) 1,15 MJ d) 1,20 MJ e) 1,25 MJ

11. El agua de una represa cae sobre una turbina situada a 30 m por debajo de ella a razón de 60 m³/min. La velocidad de salida del agua a través de la turbina es de 10 m/s. Hallar el rendimiento de la tubería. ($\rho=1000$ kg/m³, $g=10$ m/s²)

- a) 81,3 % b) 83,3 % c) 85,3 % d) 87,3 % e) 89,3 %

12. En un tubo de Venturi, el diámetro de la entrada es $D=40$ cm y el de la garganta $d=20$ cm. Hallar el caudal de agua, sabiendo que la diferencia entre las alturas alcanzadas por el mercurio en las dos ramas es de $h=30$ cm; las densidades del agua y mercurio son $\rho=1$ g/cm³ y $\rho'=13,6$ g/cm³, respectivamente. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,20 m³/s b) 0,22 m³/s c) 0,24 m³/s d) 0,26 m³/s e) 0,28 m³/s

13. Una esfera hueca de plástico de volumen $V=0,650 \text{ m}^3$ se mantiene por debajo de la superficie de un lago de agua dulce mediante una cuerda anclada al fondo del lago. La tensión en la cuerda es de $T=900 \text{ N}$. Hallar: ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) La fuerza de flotación que ejerce el agua sobre la esfera.

- a) 6330 N b) 6340 N c) 6350 N d) 6360 N e) 6370 N

II) La masa de la esfera de plástico hueca.

- a) 550 kg b) 552 kg c) 554 kg d) 556 kg e) 558 kg

III) Cuando la cuerda se rompe y la esfera llega al reposo, ¿Qué fracción de su volumen estará sumergida?

- a) 83,8 % b) 84,8 % c) 85,8 % d) 86,8 % e) 87,8 %

14. En la Fig.05, el bloque cúbico de madera de lados $a=10 \text{ cm}$ flota en la interfaz entre aceite y agua con su superficie inferior $1,50 \text{ cm}$ debajo de la interfaz. La densidad del aceite es de $\rho_A=790 \text{ kg/m}^3$, y la del agua $\rho_H=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar: ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) La presión manométrica en la superficie superior del bloque.

- a) 110 Pa b) 112 Pa c) 114 Pa d) 116 Pa e) 118 Pa

II) La presión manométrica en la superficie inferior del bloque.

- a) 921 Pa b) 923 Pa c) 925 Pa d) 927 Pa e) 929 Pa

III) La densidad del bloque de madera.

- a) 821 kg/m^3 b) 823 kg/m^3 c) 825 kg/m^3 d) 827 kg/m^3 e) 829 kg/m^3

IV) La densidad promedio del líquido desplazado, por el bloque de madera.

- a) 821 kg/m^3 b) 823 kg/m^3 c) 825 kg/m^3 d) 827 kg/m^3 e) 829 kg/m^3

15. Una roca huelga de un hilo ligero. Cuando está en el aire, la tensión en el hilo es de $39,2 \text{ N}$. Cuando está totalmente sumergida en agua, la tensión es de $28,4 \text{ N}$. Cuando está totalmente sumergida en un líquido desconocido, la tensión es de $18,6 \text{ N}$. Determine la densidad " ρ " (en kg/m^3) del líquido desconocido. : ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $1,11 \cdot 10^3$ b) $1,31 \cdot 10^3$ c) $1,51 \cdot 10^3$ d) $1,71 \cdot 10^3$ e) $1,91 \cdot 10^3$

16. Un astronauta está de pie en el polo norte de un planeta esférico de radio " R ". En las manos sostiene un recipiente lleno con un líquido de masa " m " y volumen " V ". En la superficie del líquido, la presión es " P_0 ", a una profundidad " h " bajo la superficie, la presión es " P ". Hallar la masa del planeta. (" G " constante de gravitación universal)

- a) $\frac{hR \Delta P}{mVG}$ b) $\frac{h^2R \Delta P}{mVG}$ c) $\frac{hV \Delta P}{mR^2G}$ d) $\frac{Vh^2 \Delta P}{mR^2G}$ e) $\frac{VR^2 \Delta P}{mGh}$

17. En la Fig.06, una bebida fluye por una tubería de una planta embotelladora con una tasa de flujo de masa que llenaría 220 latas de 0,355 lt, por minuto. En el punto 2 del tubo, la presión manométrica es de 152 kPa y el área transversal es de $A_2=8,0 \text{ cm}^2$. En el punto 1, que esta $h=1,35 \text{ m}$ por encima del punto 2, el área transversal es de $A_1=2,0 \text{ cm}^2$. Hallar: ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) La tasa de flujo de masa.

- a) 1,10 kg/s b) 1,30 kg/s c) 1,50 kg/s d) 1,70 kg/s e) 1,90 kg/s

II) La tasa de flujo de volumen.

- a) 1,10 lt/s b) 1,30 lt/s c) 1,50 lt/s d) 1,70 lt/s e) 1,90 lt/s

III) La rapidez (en m/s) del flujo de bebida en los puntos 1 y 2.

- a) 6,50 ; 1,63 b) 1,63 ; 6,50 c) 6,30 ; 1,53 d) 1,53 ; 6,30 e) 1,13 ; 1,43

IV) La presión manométrica en el punto 1.

- a) 1,02 kPa b) 1,22 kPa c) 1,42 kPa d) 1,62 kPa e) 1,82 kPa

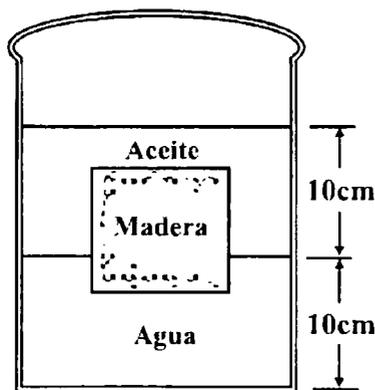


Fig.05

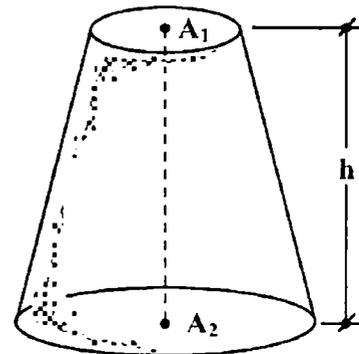


Fig.06

18. Un sistema de riego descarga agua de un tubo horizontal a razón de $Q=7200 \text{ cm}^3/\text{s}$. En un del tubo situado en una sección de radio $R_1=4 \text{ cm}$, la presión absoluta del agua es $P_1=2,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Hallar la presión en un punto situado en una sección de radio $R_2=2 \text{ cm}$.

- a) 210 kPa b) 215 kPa c) 220 kPa d) 225 kPa e) 230 kPa

19. Por un tubo de sección transversal circular variable fluye agua con un caudal de $Q=1,20 \text{ m}^3/\text{s}$, llenándolo en todos sus puntos.

I) Hallar la rapidez de un punto situado en una sección de radio $R=15 \text{ cm}$.

- a) 13 m/s b) 14 m/s c) 15 m/s d) 16 m/s e) 17 m/s

II) Hallar el radio de la sección en la que el agua pasa con una velocidad de 3,8 m/s.

- a) 31,7 cm b) 32,7 cm c) 33,7 cm d) 34,7 cm e) 35,7 cm

20. En un punto de una tubería, la rapidez del agua es de $v_1=3$ m/s y la presión manométrica es de $P_1=5 \cdot 10^4$ Pa. Hallar la presión manométrica en un punto de la tubería situado 11 m más abajo, donde el diámetro del tubo es el doble que en el primer punto.

- a) 102 kPa b) 122 kPa c) 132 kPa d) 162 kPa e) 182 kPa

21. En la Fig.07, el submarino navega a la rapidez de $v=15$ km/s en agua salada de densidad relativa $\delta=1,025$ a una profundidad de $h=20$ m. Hallar la presión en el borde de ataque, respecto a la atmósfera. ($g=9,81$ m/s², $k=10^3$)

- a) 200 kPa b) 205 kPa c) 210 kPa d) 215 kPa e) 220 kPa

22. Por un tubo de diámetro $D=10$ cm pasa agua de mar de densidad $\rho=1\,026$ kg/m³ con una velocidad media de $v=5$ m/s.

I) Hallar la rapidez con que fluye el volumen de agua.

- a) 0,0313 m³/s b) 0,0333 m³/s c) 0,0353 m³/s d) 0,0373 m³/s e) 0,0393 m³/s

II) Hallar la rapidez con que fluye la masa de agua.

- a) 40,3 kg/s b) 41,3 kg/s c) 42,3 kg/s d) 43,3 kg/s e) 44,3 kg/s

23. El perfil de velocidades de un fluido no newtoniano en un conductor circular está dado por: $u=u_{\max}[1-(r/R)^2]^{1/2}$, donde " u_{\max} " es la velocidad en el eje del conductor, " R " su radio. Hallar la rapidez del flujo de volumen en términos de " u_{\max} " y " R ".

- a) $\frac{1}{2} \pi u_{\max} R^2$ b) $\frac{1}{4} \pi u_{\max} R^2$ c) $\frac{2}{3} \pi u_{\max} R^2$ d) $\frac{3}{2} \pi u_{\max} R^2$ e) $\frac{4}{3} \pi u_{\max} R^2$

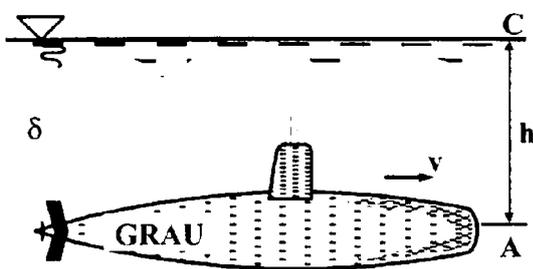


Fig.07

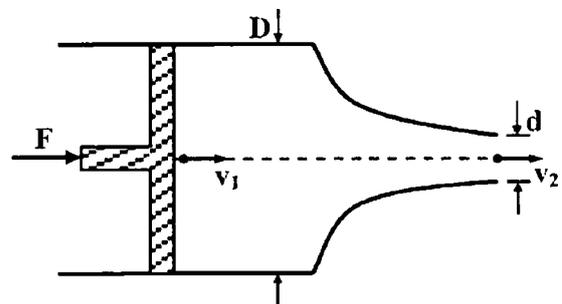


Fig.08

24. En la Fig.08, el agua es expulsada por una boquilla de diámetro $d=2$ cm mediante un pistón de diámetro $D=6$ cm que se mueve con una rapidez de $v_1=5$ m/s. ($g=9,81$ m/s²)

I) Hallar la rapidez con que sale expulsado el chorro de agua.

- a) 41 m/s b) 42 m/s c) 43 m/s d) 44 m/s e) 45 m/s

II) Hallar la presión ejercida sobre el pistón ($M=10^6$).

- a) 1 MPa b) 2 MPa c) 3 MPa d) 4 MPa e) 5 MPa
- III) Hallar la fuerza que se requiere aplicar, para mover el pistón ($k=10^3$).
- a) 2,43 kN b) 2,53 kN c) 2,63 kN d) 2,73 kN e) 2,83 kN
- 25.** Un globo de aire caliente tiene un volumen de $V=2\ 200\ \text{m}^3$. La tela del globo pesa 900 N. La canasta con su equipo tanques de propano llenos pesa 1 700 N. Si el globo apenas puede levantar otros 3 200 N de pasajeros, desayuno y champaña cuando la densidad del aire exterior es de $\rho_a=1,23\ \text{kg/m}^3$. Hallar la densidad media de los gases que llenan el globo.
- a) $0,56\ \text{kg/m}^3$ b) $0,66\ \text{kg/m}^3$ c) $0,76\ \text{kg/m}^3$ d) $0,86\ \text{kg/m}^3$ e) $0,96\ \text{kg/m}^3$
- 26.** Las densidades del aire, helio y hidrogeno a la presión de $P=1\ \text{atm}$ y temperatura de $T=20\ ^\circ\text{C}$ son: $1,20\ \text{kg/m}^3$, $0,166\ \text{kg/m}^3$ y $0,0899\ \text{kg/m}^3$, respectivamente.
- I) Hallar el volumen de aire que desplaza el dirigible lleno de hidrógeno, si la fuerza de sustentación es de 120 kN.
- a) $1,1 \cdot 10^4\ \text{m}^3$ b) $1,3 \cdot 10^4\ \text{m}^3$ c) $1,5 \cdot 10^4\ \text{m}^3$ d) $1,7 \cdot 10^4\ \text{m}^3$ e) $1,9 \cdot 10^4\ \text{m}^3$
- II) Hallar la fuerza de sustentación, si en lugar de hidrógeno se utiliza helio.
- a) 111 kN b) 113 kN c) 115 kN d) 117 kN e) 119 kN
- III) ¿Por qué se usa helio en lugar de hidrógeno en los modernos dirigibles publicitarios?
- 27.** En la Fig.09, el tubo en forma de "U" con una porción horizontal de longitud " ℓ " contiene un líquido de densidad $\rho=850\ \text{kg/m}^3$. ($g=10\ \text{m/s}^2$)
- I) Hallar la diferencia de alturas entre las columnas de líquido en las ramas verticales izquierda y derecha, si el tubo se desplaza hacia la derecha con una aceleración de $a=5\ \text{m/s}^2$.
- a) 5 cm b) 6 cm c) 7 cm d) 8 cm e) 9 cm
- II) Hallar la diferencia de alturas entre las columnas de líquido en las ramas, cuando el tubo se monta en una tornamesa horizontal que gira con una rapidez angular constante de $\omega=4\ \text{rad/s}$, con uno de sus ramas verticales situado en el eje de rotación.
- a) 2,1 cm b) 2,4 cm c) 2,7 cm d) 3,0 cm e) 3,3 cm
- III) Expliqué por qué la diferencia de altura no depende de la densidad del líquido ni del área de la sección transversal del tubo. ¿Sería lo mismo si las ramas verticales no tuvieran la misma área de sección transversal? ¿Sería lo mismo si la porción horizontal estuviera ahusada de un extremo al otro?.
- 28.** En la Fig.10, la cubierta cilíndrica, abierta por arriba, tiene una altura de $h=25\ \text{cm}$ y diámetro $D=10\ \text{cm}$. Se perfora un agujero circular con área de $A=1,50\ \text{cm}^2$ en el centro del fondo de la cubeta. Se vierte agua en la cubeta mediante un tubo situado arriba, a razón

de $Q=2,4010^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. ¿A qué altura ascenderá el agua en la cubeta?

- a) 13,1 cm b) 13,4 cm c) 13,7 cm d) 14,0 cm e) 14,3 cm

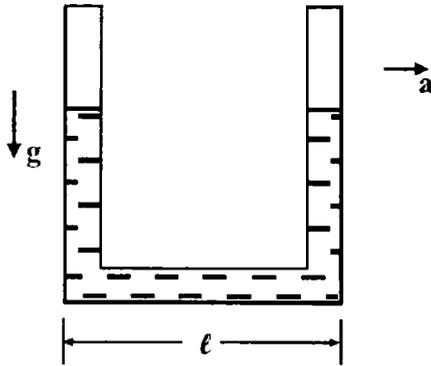


Fig.09

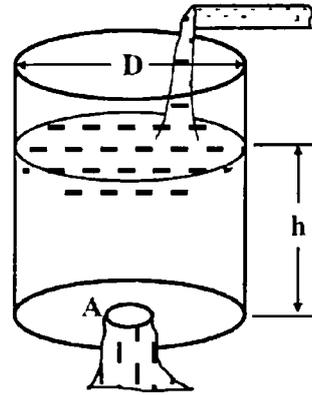


Fig.10

29. Un tanque cilíndrico vertical de área transversal " A_1 " está abierto al aire en su extremo superior y contiene agua hasta una altura " h_0 ". Si se hace un agujero de área " A_2 " en el fondo del tanque.

- I) Hallar una ecuación para la altura " h " del agua, en función del tiempo " t " después de perforado el agujero.
 II) Hallar el tiempo que tarda el tanque en vaciarse, si $A_1/A_2=100$, $h_0=20 \text{ cm}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

- a) 20,2 s b) 21,2 s c) 22,2 s d) 23,2 s e) 24,2 s

30. Un bloque cúbico de madera de lados $a=10 \text{ cm}$ y densidad $\rho_m=550 \text{ kg/m}^3$ flota en un frasco con agua de densidad $\rho_H=1000 \text{ kg/m}^3$. Aceite de densidad $\rho_A=750 \text{ kg/m}^3$ se vierte sobre el agua hasta que la superficie del aceite está 3,5 cm por debajo de la cara superior del bloque. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- I) ¿Qué espesor tiene la capa de aceite?

- a) 2,5 cm b) 3,0 cm c) 3,5 cm d) 4,0 cm e) 4,5 cm

- II) ¿Qué presión manométrica hay en la cara inferior del bloque de madera?

- a) 531 Pa b) 533 Pa c) 535 Pa d) 537 Pa e) 539 Pa

31. En la Fig.11, fluye agua continuamente del tanque abierto. La altura del punto 1 es de 10 m y la del punto 2 y 3 es de 2 m. El área transversal en el punto 2 es de $0,0480 \text{ m}^2$; en el punto 3 es de $0,0160 \text{ m}^2$. El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo. Suponiendo que puede aplicarse la ecuación de Bernoulli, hallar:

- I) La rapidez de descarga del agua.

- a) $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ b) $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ c) $0,3 \text{ m}^3/\text{s}$ d) $0,4 \text{ m}^3/\text{s}$ e) $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$

- II) La presión manométrica en el punto 2.

- a) 61,7 kPa b) 63,7 kPa c) 65,7 kPa d) 67,7 kPa e) 69,7 kPa

32. Sobre una represa de altura "h" cae agua con una rapidez de flujo de masa de "R", en unidades de kilogramos por segundo.

- I) Demostrar que la potencia proporcionada por la caída del agua es: $\mathcal{P}=Rgh$, siendo "g" la aceleración de caída libre.
 II) En una central hidroeléctrica cae el agua con una rapidez de $8,50 \cdot 10^5$ kg/s desde una altura de 87 m. La potencia desarrollada por la caída del agua es convertida en potencia eléctrica con una eficiencia del 85 %. ¿Qué potencia eléctrica se genera en la central hidroeléctrica? $G=9,8$ m/s², $M=106$)

- a) 616 MW b) 626 MW c) 636 MW d) 646 MW e) 656 MW

33. En la Fig.12, se muestra un chorro de agua en flujo estacionario de un caño de cocina. El diámetro del chorro en el caño es de $D=0,960$ cm. Un contenido de 125 cm³ del chorro de agua cae en $16,3$ s. ($g=9,8$ m/s²)

- I) Hallar la rapidez del chorro agua, en un punto situado a la distancia de $13,0$ cm debajo del caño.

- a) 1,0 m/s b) 1,2 m/s c) 1,4 m/s d) 1,6 m/s e) 1,8 m/s

- II) Hallar el diámetro del chorro de agua, en un punto situado a la distancia de $h=13,0$ cm del caño.

- a) 2,17 mm b) 2,27 mm c) 2,37 mm d) 2,47 mm e) 2,57 mm

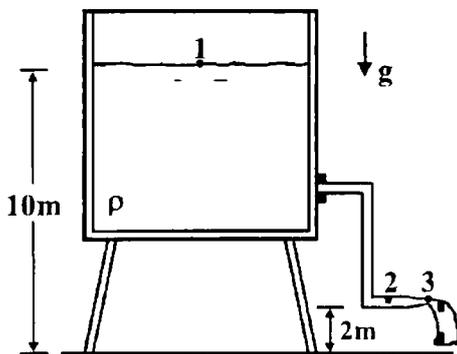


Fig.11

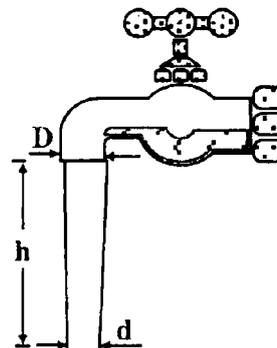


Fig.12

34. En la Fig.13, el tanque cerrado que contiene un líquido de densidad "ρ" tiene un hueco en uno de sus lados a una distancia "h" del nivel del líquido. El hueco está abierto a la atmósfera y su diámetro es mucho más pequeña que el diámetro del tanque. El aire encerrado sobre el líquido se mantiene a una presión "P".

- I) Hallar una expresión para la rapidez con la que sale el líquido por el hueco.
 II) Hallar la rapidez con la que sale el líquido por el hueco, para $\rho=850$ kg/m³, $h=20$ cm. y $P=2 \cdot 10^5$ Pa. ($P_0=10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s²)

- a) 13,5 m/s b) 14,5 m/s c) 15,5 m/s d) 16,5 m/s e) 17,5 m/s

III) Hallar la rapidez con la que sale el líquido por el hueco, para $\rho=850 \text{ kg/m}^3$, $h=20 \text{ cm}$, y $P=10^5 \text{ Pa}$. ($P_0=10^5 \text{ Pa}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,18 m/s b) 1,38 m/s c) 1,58 m/s d) 1,78 m/s e) 1,98 m/s

IV) Hallar la rapidez con la que sale el líquido por el hueco para, $\rho=850 \text{ kg/m}^3$, $h=20 \text{ cm}$, y $P=5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. ($P_0=10^5 \text{ Pa}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $30,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $31,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $32,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $33,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e) $34,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

35. Un avión tiene una masa de $m=1,6 \cdot 10^4 \text{ kg}$, y cada ala tiene un área de $A=40 \text{ m}^2$. Durante un vuelo a nivel, la presión en la superficie inferior del ala es de $P_1=7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Hallar la presión en la superficie superior del ala. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)

- a) 60 kPa b) 62 kPa c) 64 kPa d) 66 kPa e) 68 kPa

36. En la Fig.14, el obús esférico sellado de diámetro $d=20 \text{ cm}$ está rígidamente unido al carro, que se mueve horizontalmente con una aceleración de $a=4 \text{ m/s}^2$. La esfera está casi llena con un líquido de densidad $\rho=980 \text{ kg/m}^3$ que contiene una pequeña burbuja de aire a presión atmosférica. Hallar la presión en el centro de la esfera. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $P_0=10^5 \text{ Pa}$)

- a) 101 kPa b) 103 kPa c) 105 kPa d) 107 kPa e) 109 kPa

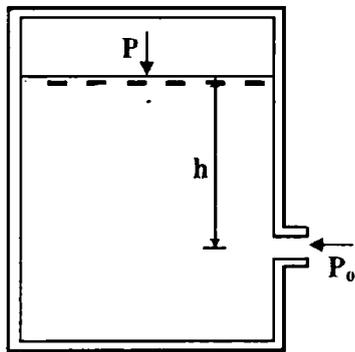


Fig.13

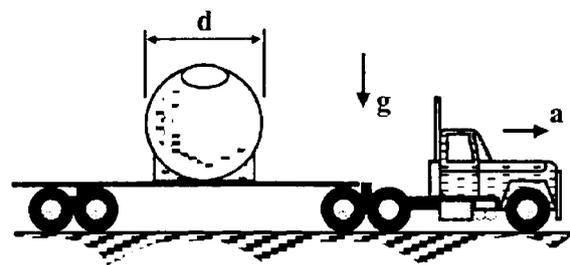


Fig.14

37. Por un tubo de diámetro $D=15 \text{ cm}$ se bombea agua del río Pichis a una población del cañón del Pato, situado en el borde del cañón. El río está a una elevación de $h_1=564 \text{ m}$, y la población a $h_2=2\ 096 \text{ m}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $P_0=10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ Pa}$)

I) ¿Cuál es la presión mínima a la que el agua debe ser bombeada, si debe llegar a la población?

- a) 151 atm b) 141 atm c) 151 atm d) 161 atm e) 171 atm

II) Si se bombean $4\,500\text{ m}^3$ por día, ¿Cuál es la rapidez del agua en el tubo?

- a) 2,54 m/s b) 2,64 m/s c) 2,74 m/s d) 2,84 m/s e) 2,94 m/s

III) ¿Qué presión adicional se necesita para entregar este caudal? Suponga que la aceleración de caída libre y la densidad del aire se mantienen constantes.

- a) 4,14 kPa b) 4,34 kPa c) 4,54 kPa d) 4,74 kPa e) 4,94 kPa

38. En la Fig.15, se puede usar un tubo de Venturi como medidor de fluidos. Si la diferencia de presión es de $P_1 - P_2 = 21\text{ kPa}$, encuentre el caudal en metros cúbicos por segundo, sabiendo que el radio del tubo de salida es $R_2 = 1\text{ cm}$, el radio del tubo de entrada $R_1 = 2\text{ cm}$, y el fluido es gasolina de densidad $\rho = 700\text{ kg/m}^3$. ($g = 9,8\text{ m/s}^2$, $P_o = 10^5\text{ Pa}$, $k = 10^3$)

- a) $2,11 \cdot 10^{-3}$ b) $2,31 \cdot 10^{-3}$ c) $2,51 \cdot 10^{-3}$ d) $2,71 \cdot 10^{-3}$ e) $2,91 \cdot 10^{-3}$

39. Un avión vuela a velocidad de crucero a una altitud de 10 km. La presión fuera del avión es de 0,28 atm; dentro del compartimiento de pasajeros, la presión es 1,0 atm y la temperatura es $20\text{ }^\circ\text{C}$. Se presenta una pequeña fuga en uno de los sellos de ventanilla en el compartimiento de pasajeros. Modele el aire como un fluido ideal para hallar la rapidez del chorro de aire que salga por la fuga. ($g = 9,8\text{ m/s}^2$, $P_o = 10^5\text{ Pa}$)

- a) 341 m/s b) 343 m/s c) 345 m/s d) 347 m/s e) 349 m/s

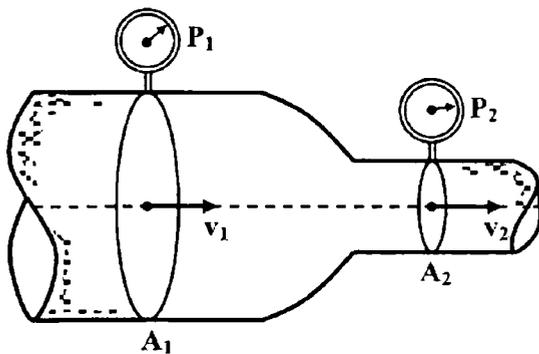


Fig.15

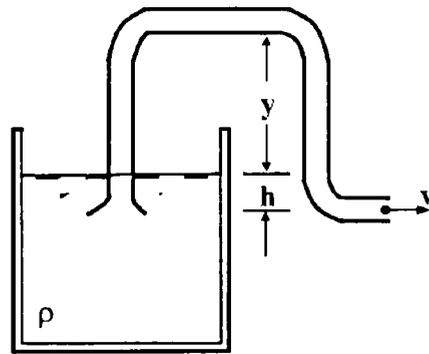


Fig.16

40. En la Fig.16, se utiliza un sifón para drenar agua de un tanque. El sifón tiene un diámetro uniforme. Suponga un flujo estable sin fricción. ($g = 9,8\text{ m/s}^2$, $P_o = 1,013 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$)

I) Hallar la rapidez de salida en el extremo del sifón para $h = 1,0\text{ m}$. Suponga un flujo estable sin fricción.

- a) 4,13 m/s b) 4,23 m/s c) 4,33 m/s d) 4,43 m/s e) 4,53 m/s

II) ¿Qué pasaría? ¿Cuál es la limitación de la altura de la parte alta del sifón sobre la superficie del agua? (Para que el flujo de líquido sea continuo, la presión no debe ser menor a la presión de vapor de líquido).

- a) $y \leq 7,3$ m b) $y \leq 8,3$ m c) $y \leq 9,3$ m d) $y \leq 10,3$ m e) $y \leq 11,3$ m

41. En la Fig.17, la jeringa hipodérmica contiene una medicina con la densidad del agua. Las áreas de las secciones transversales del barril de la jeringa y de la jeringa son: $A=2,5 \cdot 10^{-5}$ m², y $a=1,0 \cdot 10^{-8}$ m². En ausencia de una fuerza en el émbolo, la presión en todos los puntos es 1 atm. Una fuerza de magnitud $F=2,0$ N actúa sobre el émbolo, haciendo que la medicina salga horizontalmente de la aguja. Hallar la rapidez con la que la medicina sale de la punta. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 12,0 m/s b) 12,2 m/s c) 12,4 m/s d) 12,6 m/s e) 12,8 m/s

42. En la Fig.18, se muestra un tanque con agua con una válvula en el fondo. Si esta válvula se abre, suponga que $h=10$ m, $L=2$ m, $\theta=30^\circ$ y que el área de la sección transversal en A es mucho mayor que en B. ($g=9,8$ m/s², $P_0=10^5$ Pa)

I) Hallar la rapidez con la que sale el agua por el punto B del tubo.

- a) 11,3 m/s b) 12,3 m/s c) 13,3 m/s d) 14,3 m/s e) 15,3 m/s

II) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el chorro de agua que sale del lado derecho del tanque?

- a) 2,06 m b) 2,16 m c) 2,26 m d) 2,36 m e) 2,46 m

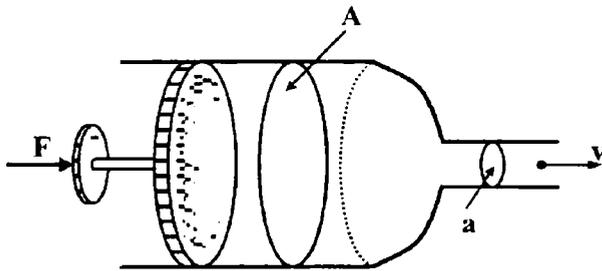


Fig.17

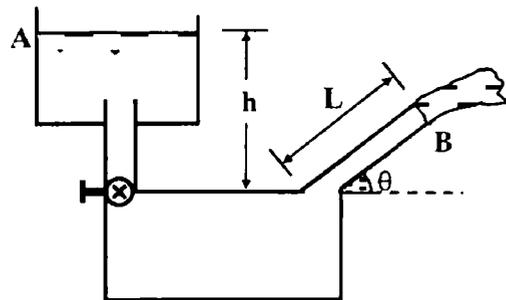


Fig.18

43. En la Fig.19, el globo lleno de helio de densidad $\rho_{He}=0,179$ kg/m³ está amarrado a una cuerda uniforme de 2,0 m de largo y masa 0,050 kg. El globo tiene forma esférica de radio 0,4 m. Cuando se vuelca, se levanta una longitud "h" de cuerda y luego permanece en equilibrio. Hallar el valor de "h". El envoltorio del globo tiene una masa de 0,250 kg. ($g=9,8$ m/s², densidad aire $\rho_A=1,29$ kg/m³)

- a) 1,52 m b) 1,62 m c) 1,72 m d) 1,82 m e) 1,92 m

44. En la Fig.20, se extrae agua de un extintor mediante la presión del aire, ¿Cuánta presión manométrica de aire del tanque se necesita para que el chorro de agua tenga una rapidez de 30 m/s, cuando el nivel de agua del tanque este a 0,5 m debajo de la boquilla? ($g=9,8$ m/s², $P_0=10^5$ Pa, $k=10^3$)

- a) 515 kPa b) 525 kPa c) 535 kPa d) 545 kPa e) 555 kPa

45. El verdadero peso de un cuerpo se puede medir en el vacío donde no hay empuje hidrostático. Un cuerpo de volumen "V" se pesa en el aire en una balanza con el uso de pesas de densidad " ρ ". Si la densidad del aire es " ρ_A " y la balanza indica W'_g . Demostrar que el verdadero peso " W_g " es: $W_g = W'_g + (V - W'_g / \rho) \rho_A \cdot g$.

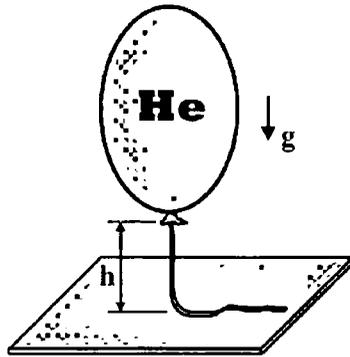


Fig.19

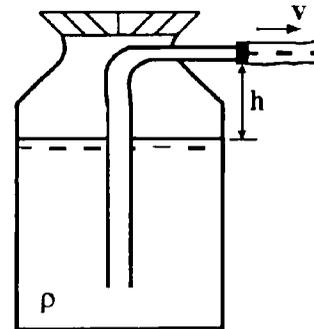


Fig.20

46. El flujo laminar de un fluido a través de un tubo de sección transversal circular el perfil de velocidades es exactamente una parábola perfecta. El volumen del paraboloides representa la rapidez de descarga. Probar que para este caso la razón de la velocidad media a la velocidad máxima es 0,5.
47. Por un tubo de diámetro $D=34,5$ cm circula agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ a con una rapidez de $v=2,62$ m/s. ¿Después de qué tiempo se descargará un volumen de $V=1600$ m³ de agua? ($g=9,8$ m/s²)
- a) 1,81 h b) 1,84 h c) 1,87 h d) 1,90 h e) 1,93 h
48. Una manguera de jardín que tiene un diámetro interno de $D=1,905$ cm está conectada a un aspersor que consta simplemente de un accesorio de $N=24$ orificios, cada uno de diámetro $d=0,127$ cm. Si el agua de la manguera tiene una rapidez de $v=1,067$ m/s. ¿A qué rapidez sale el agua por los orificios del aspersor?
- a) 8,0 m/s b) 8,5 m/s c) 9,0 m/s d) 9,5 m/s e) 10,0 m/s
49. ¿Qué trabajo efectúa la presión al bombear un volumen de $V=1,4$ m³ de agua por un tubo de diámetro interno $D=13$ mm. Si la diferencia de presión en los extremos del tubo es de $\Delta P=1,2$ atm? ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ Pa)
- a) 140 kN b) 150 kN c) 160 kN d) 170 kN e) 180 kN
50. Se bombea agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ de un sótano con una rapidez de $v=5,3$ m/s mediante una manguera de radio $R=9,7$ mm. La manguera pasa por una ventana situada a

una altura de $h=2,9$ m sobre el nivel del agua. ¿Qué potencia suministra la bomba de agua? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 66,07 W b) 66,27 W c) 66,47 W d) 66,67 W e) 66,87 W

51. En la Fig.21, se muestra la confluencia de dos corrientes que forman un río. Una corriente tiene un ancho de 8,2 m, una profundidad de 3,4 m, y una rapidez de 2,3 m/s. La otra corriente tiene 6,8 m de ancho, 3,2 m de profundidad, fluye a razón de 2,6 m/s. El ancho del río es de 10,7 m y su rapidez es de 2,9 m/s, ¿Cuál es su profundidad?

- a) 3,1 m b) 3,3 m c) 3,5 m d) 3,7 m e) 3,9 m

52. Un río de ancho $a=21$ m y profundidad $b=4,3$ irriga una superficie de área $A=8\,500$ km² donde la precipitación (pluvial) promedio es de $\lambda=48$ cm/año. Una cierta parte de ésta regresa posteriormente a la atmósfera por evaporación, pero el resto corre finalmente por el río. ¿Cuál es la rapidez promedio de la corriente del río? ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1,1 m/s b) 1,3 m/s c) 1,5 m/s d) 1,7 m/s e) 1,9 m/s

53. En la Fig.22, la toma de agua de una presa tiene un área de sección transversal de $A=0,7$ m². El agua fluye en ella a una rapidez de $v=0,4$ m/s. En la planta de generación que está situada a $d=174$ m abajo del punto de toma, el agua fluye a razón de $u=9,45$ m/s. La densidad promedio del agua es de $\rho=1\,000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s², $M=10^6$)

I) Hallar la diferencia de presión entre los puntos de descarga y toma.

- a) 1,06 MPa b) 1,26 MPa c) 1,46 MPa d) 1,66 MPa e) 1,86 MPa

II) Hallar la rapidez del agua en el tubo de descarga.

- a) 2,16 cm/s b) 2,36 cm/s c) 2,56 cm/s d) 2,76 cm/s e) 2,96 cm/s

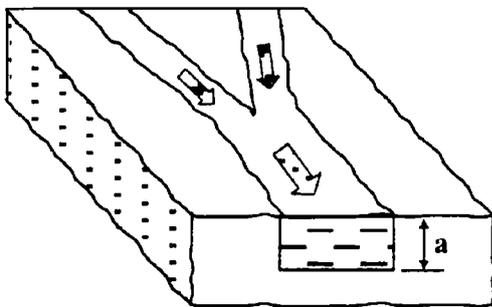


Fig.21

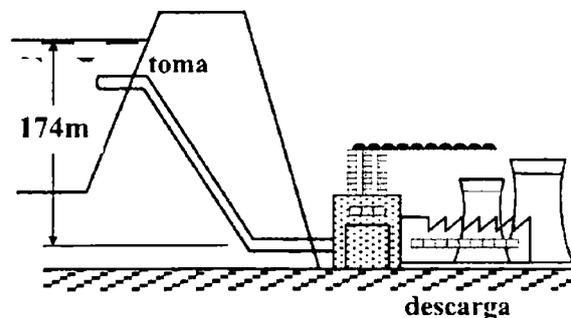


Fig.22

54. A veces, se prueban modelos de torpedos en un tubo horizontal por el que fluye agua, muy similar al túnel de viento que se emplea para probar modelos de aviones. Considere un tubo circular de diámetro $D=25,5$ cm y un modelo de torpedo, alineado a lo largo del eje del tubo, con un diámetro de $d=4,8$ cm. El torpedo va a ser probado con agua que circula a razón de $v=2,76$ m/s. ($\rho=1\,000$ kg/m³, $g=9,8$ m/s²)

- I) ¿A qué rapidez deberá fluir el agua en la parte no reducida del tubo?
- a) 2,06 m/s b) 2,26 m/s c) 2,46 m/s d) 2,66 m/s e) 2,86 m/s
- II) Hallar la diferencia de presión entre la parte no reducida y la parte reducida del tubo.
- a) +271 Pa b) -271 Pa c) +275 Pa d) -275 Pa e) +277 Pa
- 55.** En la Fig.23, a través del venturímetro fluye agua de densidad $\rho_F=1\ 000\ \text{kg/m}^3$ a lo largo de una tubería de diámetro $D=9,5\ \text{cm}$ que en el estrechamiento se reduce a $d=5,6\ \text{cm}$. El manómetro en U está parcialmente lleno de mercurio de densidad $\rho_L=13\ 600\ \text{kg/m}^3$. Hallar la rapidez del flujo de agua en la tubería de diámetro "D", si la diferencia entre los niveles de mercurio del tubo en U es $\Delta h=2,4\ \text{cm}$. ($g=9,8\ \text{m/s}^2$)
- a) 11,1 lt/s b) 12,1 lt/s c) 13,1 lt/s d) 14,1 lt/s e) 15,1 lt/s
- 56.** Un globo sonda meteorológico lleno de helio tiene una masa de $m=15\ \text{kg}$ (globo más helio más instrumentos) y una forma esférica de radio $R=2,5\ \text{m}$. ($g=9,8\ \text{m/s}^2$)
- I) Hallar la aceleración del globo en el instante en que se suelta, desde el nivel del mar.
- a) 43,4 m/s² b) 44,4 m/s² c) 45,4 m/s² d) 46,4 m/s² e) 47,4 m/s²
- II) Si la fuerza de resistencia sobre el globo, viene dado por: $F_D=\pi\rho_A R^2 v^2/2$, siendo "R" el radio del globo, " ρ_A " la densidad del aire, y "v" la rapidez con la que asciende el globo. Hallar la rapidez límite ascendente.
- a) 7,13 m/s b) 7,33 m/s c) 7,53 m/s d) 7,73 m/s e) 7,93 m/s
- II) Hallar aproximadamente en qué tiempo el globo llegará hasta 10 km de altura.
- a) 22,1 m b) 22,3 min c) 22,5 min d) 22,7 min e) 22,9 min
- 57.** Cuando en la base de una presa se forman grietas, el agua que se introduce en las grietas ejerce una fuerza ascensional que tiende a levantar la presa. Este efecto puede causar el derribo de la misma. Estimar la fuerza ascensional ejercida por el agua que se introduce por algunas grietas de la base sobre una presa de espesor $a=2\ \text{m}$ y longitud $\ell=5\ \text{m}$. El nivel del agua está a $h=5\ \text{m}$ por encima de las grietas. ($g=9,8\ \text{m/s}^2$)
- a) 490 kN b) 492 kN c) 494 kN d) 496 kN e) 498 kN
- 58.** De un grifo circular sale agua con un caudal de $Q=10,5\ \text{cm}^3/\text{s}$. ($g=9,8\ \text{m/s}^2$)
- I) Si el diámetro de la salida del grifo es de $D=1,2\ \text{cm}$, ¿Cuál es la rapidez de salida del agua?
- a) 9,08 cm/s b) 9,28 cm/s c) 9,48 cm/s d) 9,68 cm/s e) 9,88 cm/s
- II) Cuando el agua sale del grifo, el flujo de agua se estrecha. Determinar el nuevo diámetro en un punto situado a $\Delta h=7,5\ \text{cm}$ por debajo de la salida del grifo. Suponer que el flujo

tiene una sección circular y despreciar cualquier fuerza de resistencia que actúe sobre el agua.

- a) 0,30 cm/s b) 0,33 cm/s c) 0,36 cm/s d) 0,39 cm/s e) 0,42 cm/s

III) Si los dos flujos turbulentos se caracterizan por tener números de Reynolds aproximadamente por encima de 2300, ¿Qué distancia tiene que caer el agua antes de que su flujo sea turbulento? ¿Esta de acuerdo este resultado con la experiencia diaria?

- a) 1291 N b) 1293 N c) 1295 N d) 1297 N e) 1299 N

59. La presión medida a la elevación de 4,8 m sobre el lado de un tanque de almacenamiento que contiene aceite es de 34,7 kPa. Otra medida a la elevación de 2,2 m es de 57,5 kPa. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)

I) Hallar el peso específico " γ " del aceite.

- a) 8,17 kN/m³ b) 8,37 kN/m³ c) 8,57 kN/m³ d) 8,77 kN/m³ e) 8,97 kN/m³

II) Hallar la densidad " ρ " del aceite.

- a) 890 kg/m³ b) 892 kg/m³ c) 894 kg/m³ d) 896 kg/m³ e) 898 kg/m³

III) Hallar la gravedad específica " g_e ".

- a) 0,814 b) 0,834 c) 0,854 d) 0,874 e) 0,894

60. Los coeficientes de viscosidad del petróleo a las temperaturas de $T_1=+10 \text{ }^\circ\text{C}$ y $T_2=+50 \text{ }^\circ\text{C}$ son: $\eta_1=0,001095 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y $\eta_2=0,000611 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, respectivamente. Hallar:

I) El parámetro " λ " (en $^\circ\text{C}^{-1}$) de la fórmula para el coeficiente de viscosidad del petróleo, que viene dado por: $\eta=\eta_0 e^{-\lambda(T-T_0)}$.

- a) 0,01059 b) 0,01259 c) 0,01459 d) 0,01659 e) 0,01859

II) El coeficiente de viscosidad (en Pa.s) del petróleo a la temperatura de $T=+75 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) $0,404\cdot 10^{-3}$ b) $0,424\cdot 10^{-3}$ c) $0,444\cdot 10^{-3}$ d) $0,464\cdot 10^{-3}$ e) $0,484\cdot 10^{-3}$

61. Los coeficientes de viscosidad del aire a las temperaturas de $T_1=+15 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2=+100 \text{ }^\circ\text{C}$ medidas a la presión atmosférica, son: $\eta_1=1,85\cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y $\eta_2=2,29\cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, respectivamente. Hallar el exponente " n " en la fórmula para el coeficiente de viscosidad del aire: $\eta=\eta_0(T/T_0)^n$, donde " T " es la temperatura absoluta.

- a) 0,805 b) 0,825 c) 0,845 d) 0,865 e) 0,885

62. En la Fig.24, los tanques abiertos A y F muy grandes, contienen el mismo líquido. El tubo horizontal BCD, con un estrechamiento en C y abierto al aire en D, sale del fondo del tanque A. El tubo vertical E está conectado en el estrechamiento en C y baja al líquido del tanque F. Suponga flujo de línea de corriente y viscosidad nula. Si el área transversal

en C es la mitad del área en D, y si D está a una distancia " h_1 " bajo el nivel del líquido en A, ¿A qué altura " h_2 " subirá el líquido en el tubo. ($h_1=7$ cm)

- a) 15 cm b) 17 cm c) 19 cm d) 21 cm e) 23 cm

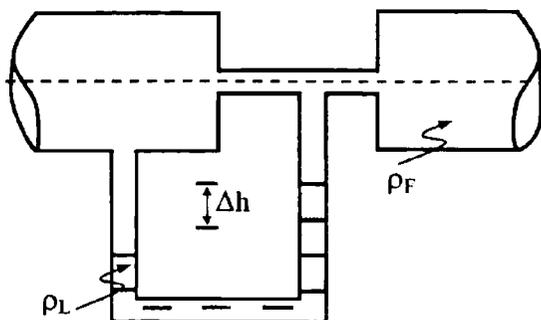


Fig.23

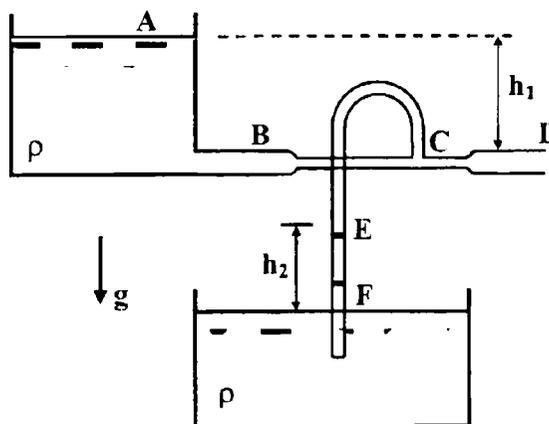


Fig.24

63. El radio del huracán "KUSI" fue de unos 350 km. La rapidez del viento cerca del centro ("ojo") del huracán, de radio $R=30$ km alcanzo cerca de 200 km/h. al entrar aire de densidad $\rho=1,29$ kg/m³ del borde del huracán hacia el ojo, su cantidad de movimiento angular se mantuvo casi constante.

I) Estime la rapidez del viento en el borde del huracán.

- a) 13 km/h b) 14 km/h c) 15 km/h d) 16 km/h e) 17 km/h

II) Estime la diferencia de presión en el suelo entre el ojo y el borde del huracán. ¿Dónde es mayor la presión?. ($k=10^3$)

- a) 1,58 kPa b) 1,68 kPa c) 1,78 kPa d) 1,88 kPa e) 1,98 kPa

III) Si la energía cinética del aire arremolinado en el ojo pudiera convertirse totalmente en energía potencial gravitacional, ¿Cuánto subiría el aire?

- a) 153,5 m b) 154,5 m c) 155,5 m d) 156,5 m e) 157,5 m

IV) De hecho, el aire en el ojo sube a alturas de varios kilómetros. ¿Cómo puede conciliar esto con su respuesta dada en c)?

64. En la Fig.25, el sifón es un dispositivo que se utiliza para extraer líquidos de recipientes. Para establecer el flujo, el tubo debe llenarse inicialmente con fluido. Sea $\rho=1000$ kg/m³ la densidad del fluido, y $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa la presión atmosférica. Suponga que el área transversal del tubo es la misma en toda su longitud. ($g=9,8$ m/s²)

I) Si el extremo inferior del sifón está a una distancia $h=40$ cm bajo el nivel del líquido en el recipiente, ¿Con qué rapidez fluye el líquido por ese extremo? (Suponga que el reci

- piente tiene un diámetro muy grande e ignore los efectos de viscosidad).
- a) 2,2 m/s b) 2,4 m/s c) 2,6 m/s d) 2,8 m/s e) 3,0 m/s
- II) Una característica curiosa del sifón es que el fluido inicialmente fluye hacia arriba, ¿Para qué valor máximo de "H" por el tubo todavía existe flujo?
- a) 9,54 m b) 9,64 m c) 9,74 m d) 9,84 m e) 9,94 m
65. ¿En qué tiempo un volumen de $V=500$ ml de agua pasará a través de una tubería de longitud $\ell=15$ cm, y diámetro $D=3,0$ mm, si la diferencia de presión a lo largo del tubo es $\Delta P=4,0$ kPa. La viscosidad del agua es $\eta=0,8$ cP. ($1 \text{ cP}=10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$, $1 \text{ P}\cdot\text{s}=1 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$)
- a) 6,0 s b) 6,5 s c) 7,0 s d) 7,5 s e) 8,0 s
66. Cierta plástico fundido fluye hacia el exterior de un tubo de longitud $\ell=8,0$ cm, diámetro $D=1,30$ mm con un caudal de $Q=13 \text{ cm}^3/\text{min}$, cuando la diferencia de presión entre los dos extremos del tubo es de 18 cm de mercurio, cuya densidad es $\rho=13\,600 \text{ kg/m}^3$. Hallar la viscosidad " η " del plástico. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cP}=10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$)
- a) 0,9087 cP b) 0,9287 cP c) 0,9487 cP d) 0,9687 cP e) 0,9887 cP
67. I) ¿Cuál debe ser la presión manométrica en una manguera larga de bombero si se quiere que el agua lanzada por la boquilla alcance una altura de $h=20$ m. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)
- a) 190 kPa b) 192 kPa c) 194 kPa d) 196 kPa e) 198 kPa
- II) ¿Cuál debe ser la presión en una manguera larga de bombero si se quiere que el agua lanzada por la boquilla alcance una altura de $h=20$ m. ($P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$)
- a) 291 kPa b) 293 kPa c) 295 kPa d) 297 kPa e) 299 kPa
68. Una aguja hipodérmica de longitud $\ell=3,0$ cm y diámetro $D=0,45$ mm se utiliza para extraer sangre de coeficiente de viscosidad $\eta=4,0$ mPI. Asumiendo que la diferencia de presión en la aguja es $\Delta P=80$ cm Hg, ¿Qué tiempo tardará en extraerse un volumen de $V=15$ ml de sangre? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cm Hg}=1\,333 \text{ Pa}$, $1 \text{ PI}=1 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$, $m=10^{-3}$)
- a) 16,17 s b) 16,37 s c) 16,57 s d) 16,77 s e) 16,97 s
69. En un sistema horizontal de tubos, uno de ellos de radio $R_1=4,0$ mm y longitud $\ell_1=20$ cm se conecta en línea con otro de radio $R_2=2,5$ mm y longitud $\ell_2=30$ cm. Cuando a un fluido viscoso se le aplica una presión a régimen estable estacionario, ¿Cuál es la relación de la caída de presión del tubo 1 al tubo 2.
- a) 1,61 b) 1,63 c) 1,65 d) 1,67 e) 1,69
70. En una transfusión de sangre, ésta fluye desde una botella a presión atmosférica hasta el interior de la vena de un paciente donde la presión es $\Delta P=20$ mm Hg superior a la atmos

férica La botella está $h=95$ cm más arriba que la vena, en la cual se encuentra la aguja que tiene una longitud de $\ell=3,0$ cm y un diámetro de $D=0,45$ mm. Para la sangre, $\eta=0,004$ Pa·s y $\rho=1005$ kg/m³. ¿Qué cantidad de sangre fluye al interior de la vena por minuto?

- a) 3,0 cm³ b) 3,2 cm³ c) 3,4 cm³ d) 3,6 cm³ e) 3,8 cm³

71. A una tanque grande que contiene un líquido no viscoso se le hace una perforación $h=4,5$ m abajo en relación del nivel del líquido. Si el área de la abertura es de $A=0,25$ cm².

I) ¿Cuál es la rapidez "v" teórica de salida a través del orificio?

- a) 9,0 m/s b) 9,2 m/s c) 9,4 m/s d) 9,6 m/s e) 9,8 m/s

II) ¿Qué volumen de líquido saldrá durante un minuto?

- a) 0,0121 m³ b) 0,0131 m³ c) 0,0141 m³ d) 0,0151 m³ e) 0,0161 m³

72. Hallar la rapidez de salida del agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ a través de un agujero situado a $h=8,0$ m por debajo del nivel de la superficie del agua en un gran tanque, si se adicionan una presión de $P=140$ kPa, aplicada sobre la superficie del agua. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 20,1 m/s b) 20,3 m/s c) 20,5 m/s d) 20,7 m/s e) 20,9 m/s

73. ¿Cuántos caballos de fuerza (HP) se requieren para suministrar un volumen de $V=8,0$ m³ de agua por minuto a un acueducto con una presión de $P=220$ kPa? ($g=9,8$ m/s², 1 HP=746 W)

- a) 37,3 HP b) 38,3 HP c) 39,3 HP d) 40,3 HP e) 41,3 HP

74. Desde un lago una bomba eleva agua con un caudal de $Q=9,0$ lt/s a través de un tubo de diámetro $D=5,0$ cm y la descarga en el aire en un punto situado a $h=16$ m sobre el nivel del agua en el lago. ($g=9,8$ m/s²)

I) Hallar la rapidez del agua en el punto de descarga.

- a) 4,0 m/s b) 4,2 m/s c) 4,4 m/s d) 4,6 m/s e) 4,8 m/s

II) Hallar la potencia suministrada por la bomba, para elevar el agua.

- a) 1,5 kW b) 1,7 kW c) 1,9 kW d) 2,1 kW e) 2,3 kW

75. Por un tubo de diámetro interno variable circula agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. En el punto 1 el diámetro es $D_1=20$ cm y la presión $P_1=130$ kPa. En el punto 2, situado $h=4,0$ m más arriba que el punto 1, el diámetro es $D_2=30$ cm. Si el caudal es $Q=0,08$ m³/s. Hallar la presión en el punto 2. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 90,6 kPa b) 91,6 kPa c) 92,6 kPa d) 93,6 kPa e) 94,6 kPa

76. Un combustible de densidad $\rho_F=820$ kg/m³ fluye a través de un medidor de Ventura de

diámetro de garganta $d=4,0$ cm y diámetro de entrada $D=8,0$ cm. La caída de presión entre la entrada y la garganta produce un desnivel en el nivel del mercurio de $h=17$ cm. La densidad del mercurio es $\rho_L=13\ 600$ kg/m³. Hallar el flujo de masa del combustible que circula por la entrada. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 14,2 kg/s b) 15,2 kg/s c) 16,2 kg/s d) 17,2 kg/s e) 18,2 kg/s

77. ¿Qué tan rápido puede caer una gota de lluvia de radio $R=1,5$ mm a través del aire de densidad $\rho=1,29$ kg/m³, coeficiente de viscosidad $\eta=1,8\cdot 10^{-5}$ Pa·s, si su flujo está cercano a ser considerado turbulento, es decir, para un número de Reynolds N_R cercano a 10?

- a) 4,05 cm/s b) 4,25 cm/s c) 4,45 cm/s d) 4,65 cm/s e) 4,85 cm/s

78. En la Fig.26, el resorte ligero de constante $k=90$ N/m está unido verticalmente a una mesa. Un globo de masa $m=2,0$ g se llena con helio de densidad $\rho_{He}=0,180$ kg/m³ a un volumen de $V=5,0$ m³ y luego se conecta al resorte, haciendo que éste se estire. Hallar la deformación "x" del resorte, cuando el globo está en equilibrio. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 60,2 cm b) 60,4 cm c) 60,6 cm d) 60,8 cm e) 70,0 cm

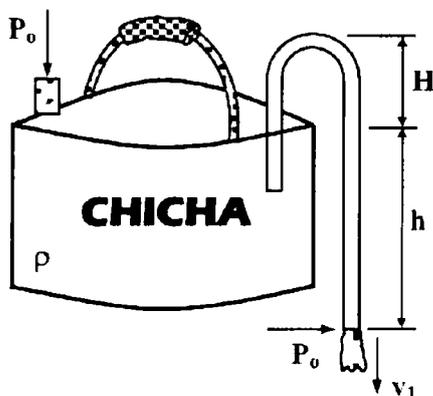


Fig.25

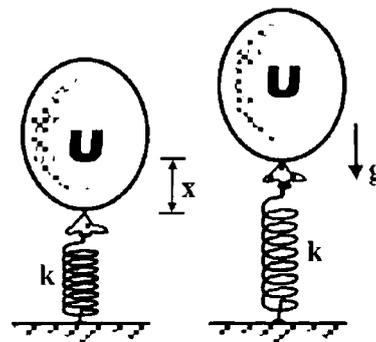


Fig.26

79. En un tubo de Ventura el radio del tubo de salida es $R_2=1,0$ cm el de entrada $R_1=2,0$ cm, la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 es $P_1-P_2=21,0$ kPa. Por el tubo circula un fluido de densidad $\rho_F=700$ kg/m³. Hallar el caudal "Q" del fluido. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 5,02 lt/s b) 5,22 lt/s c) 5,43 lt/s d) 5,62 lt/s e) 5,82 lt/s

80. En la Fig.27, se puede usar un tubo de Pitot para determinar la rapidez del flujo de aire al medir la diferencia entre la presión total y la presión estática. Si el fluido en el tubo es mercurio de densidad $\rho_H=13\ 600$ kg/m³ y $\Delta h=5,0$ cm. El aire de densidad $\rho_A=1,29$ kg/m³ está en reposo en el punto A. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 100,6 m/s b) 101,6 m/s c) 102,6 m/s d) 103,6 m/s e) 104,6 m/s

81. Un disco uniforme de masa $m=10$ kg y radio $R=0,25$ m gira a $\omega_0=300$ rev/min en un eje

de fricción muy pequeña. Debe detenerse en $t=1$ minuto por una pastilla de freno que hace contacto con el disco a una distancia promedio de $d=0,22$ m del eje. El coeficiente de fricción entre la pastilla y el disco es $\mu_c=0,5$. Un émbolo en un cilindro de diámetro $D=3,0$ cm presiona la pastilla contra el disco. Hallar la presión necesaria para el líquido de frenos en el cilindro. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 7,17 W b) 7,27 W c) 7,37 W d) 7,47 W e) 7,57 W

82. En la Fig.28, un fluido incompresible y no viscoso está inicialmente en reposo en la parte vertical del tubo, siendo $L=2,0$ m. Cuando se abre la válvula, el fluido ingresa en la sección horizontal del tubo, ¿Cuál es la rapidez del fluido, cuando todo él está en la sección horizontal. Suponga que el área de sección transversal de todo el tubo es constante. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 4,13 m/s b) 4,23 m/s c) 4,33 m/s d) 4,43 m/s e) 4,53 m/s

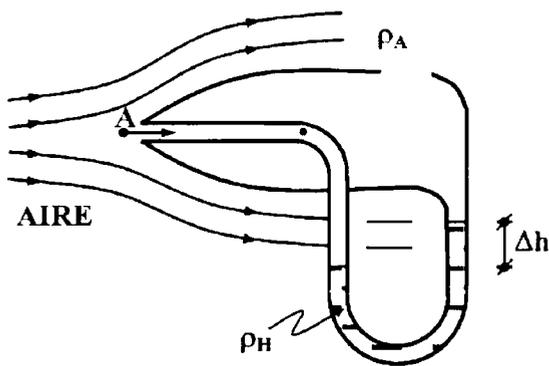


Fig.27

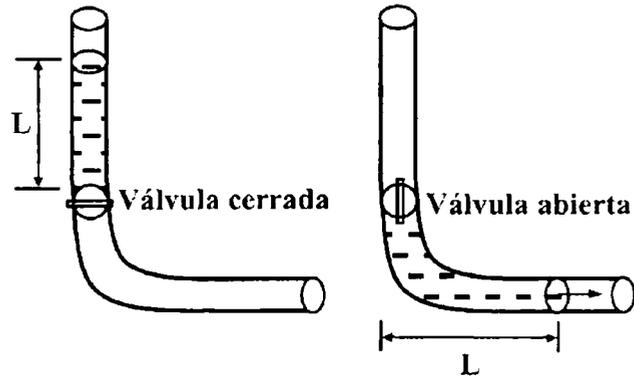


Fig.28

83. Un cubo de hielo de arista $a=2,0,0$ mm flota en un vaso con agua fría con una de sus caras paralela a la superficie del agua. Las densidades, son: hielo $\rho_H=917$ kg/m³, agua $\rho_A=1000$ kg/m³, alcohol $\rho_{Al}=806$ kg/m³. ($g=9,8$ m/s²)

I) ¿A qué distancia bajo la superficie del agua está la cara inferior del cubo de hielo?

- a) 18,14 mm b) 18,34 mm c) 18,54 mm d) 18,74 mm e) 18,94 mm

II) Con cuidado se vierte alcohol etílico frío sobre la superficie del agua formando una capa de $s=5,0$ mm de espesor sobre el agua. El alcohol no se mezcla con el agua. Cuando el cubo de hielo alcanza de nuevo su equilibrio hidrostático, ¿Cuál será la distancia desde la parte superior del agua a la cara inferior del cubo de hielo?

- a) 14,11 mm b) 14,31 mm c) 14,51 mm d) 14,71 mm e) 14,91 mm

III) Se vierte más alcohol etílico frío sobre la superficie libre del agua hasta que la superficie superior del alcohol coincide con la superficie del cubo de hielo, ¿De qué espesor es la capa necesaria de alcohol etílico?

- a) 8,16 mm b) 8,36 mm c) 8,56 mm d) 8,76 mm e) 8,96 mm

84. En la Fig.29, el tubo en forma de U abierto en ambos extremos se llena parcialmente con agua. Se vierte aceite de densidad $\rho_B=750 \text{ kg/m}^3$ en el brazo derecho y forma una columna de altura $L=5,0 \text{ cm}$. Densidad del agua $\rho_H=1000 \text{ kg/m}^3$, densidad del aire $\rho_A=1,29 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la diferencia "h" en las alturas de las dos superficies de líquido.

- a) 0,75 cm b) 1,00 cm c) 1,25 cm d) 1,50 cm e) 1,75 cm

II) El brazo derecho se protege contra la entrada de cualquier movimiento de aire, cuando se sopla aire en la parte superior del brazo izquierdo hasta que las dos superficies de los dos líquidos estén a la misma altura. Hallar la rapidez del aire que se sopla por el brazo izquierdo.

- a) 13,0 m/s b) 13,2 m/s c) 13,4 m/s d) 13,6 m/s e) 13,8 m/s

85. Por un tubo de diámetro $D=6,0 \text{ cm}$ se suministra agua a un edificio. Una llave de diámetro $d=2,0 \text{ cm}$, colocada a $h=2,0 \text{ m}$ sobre el tubo principal, se observa que llena un recipiente de volumen $V=25 \text{ lt}$ en $t=30 \text{ s}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Cuál es la rapidez con la que el agua sale de la llave?

- a) 2,35 m/s b) 2,45 m/s c) 2,55 m/s d) 2,65 m/s e) 2,75 m/s

II) ¿Cuál es la rapidez del agua en la parte inferior del tubo de diámetro $D=6,0 \text{ cm}$?

- a) 21,4 cm/s b) 23,4 cm/s c) 25,4 cm/s d) 27,4 cm/s e) 29,4 cm/s

86. Dos tanques 1 y 2 de grandes secciones transversales, contienen líquidos diferentes. Se practica un orificio pequeño en el costado de cada tanque a la misma profundidad "h" de bajo de la superficie del líquido, siendo el tamaño del orificio 2 el doble del 1.

I) ¿Cuál es la razón ρ_1/ρ_2 de las densidades de los líquidos, si se observa que el flujo de masa es el mismo a través de los orificios?

- a) 2 b) 1/2 c) 3 d) 1/3 e) 1/4

II) ¿Cuál es la razón de los flujos de volumen Q_1/Q_2 de los dos tanques?

- a) 1/2 b) 2 c) 1/3 d) 3 e) 4

III) Se desea igualar los dos flujos añadiendo o drenando líquido en el tanque 2, ¿Cuál sería la nueva altura del líquido sobre el orificio del tanque 2 para hacer que la cantidad de flujo en el tanque 2 sea igual a la del tanque 1?

- a) $h/3$ b) $h/2$ c) $h/4$ d) $2h/3$ e) $3h/2$

87. Durante un huracán sopla aire de densidad $\rho=1,2 \text{ kg/m}^3$ sobre el tejado de una casa con una rapidez de $v=110 \text{ km/h}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Cuál es la diferencia de presión entre el interior y exterior que tiende a levantar el tejado de la casa?

- a) 561,0 Pa b) 561,2 Pa c) 561,4 Pa d) 561,6 Pa e) 561,8 Pa

II) ¿Cuál sería la fuerza ascensional en el tejado de área $A=93 \text{ m}^2$?

- a) 52,0 kN b) 52,2 kN c) 52,4 kN d) 52,6 kN e) 52,8 kN

88. Las ventanas de un edificio tienen lados de longitudes $a=4,26 \text{ m}$ y $b=5,26 \text{ m}$. En un día tempestuoso, el aire de densidad $\rho=1,23 \text{ kg/m}^3$, sopla con una rapidez de $v=28,0 \text{ m/s}$ al pasar por la ventana del piso 53. Hallar la fuerza neta sobre la ventana. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 10,0 kN b) 10,2 kN c) 10,4 kN d) 10,6 kN e) 10,8 kN

89. Un líquido fluye por una tubería horizontal de radio interno $r_1=2,52 \text{ cm}$. La tubería se dobla hacia arriba hasta una altura de $h=11,5 \text{ m}$ donde se ensancha y se une a otra tubería horizontal de radio interior $r_2=6,14 \text{ cm}$, ¿Cuál debe ser el flujo volumétrico si la presión en las dos tuberías horizontales es la misma? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $0,304 \text{ m}^3/\text{s}$ b) $0,324 \text{ m}^3/\text{s}$ c) $0,344 \text{ m}^3/\text{s}$ d) $0,364 \text{ m}^3/\text{s}$ e) $0,384 \text{ m}^3/\text{s}$

90. En la Fig.30, un francotirador dispara una bala de rifle contra un tanque de gasolina, haciéndole un orificio a $h=53 \text{ m}$ bajo la superficie de la gasolina. El tanque se ha sellado y se ha sometido a una presión absoluta de $P=3,1 \text{ atm}$. La gasolina almacenada tiene una densidad de $\rho=660 \text{ kg/m}^3$, ¿A qué rapidez comienza la gasolina a salir por el orificio? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $P_o=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 40 m/s b) 41 m/s c) 42 m/s d) 43 m/s e) 44 m/s

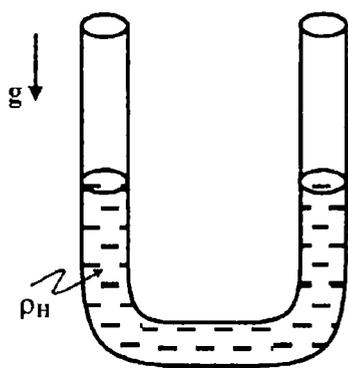


Fig.29

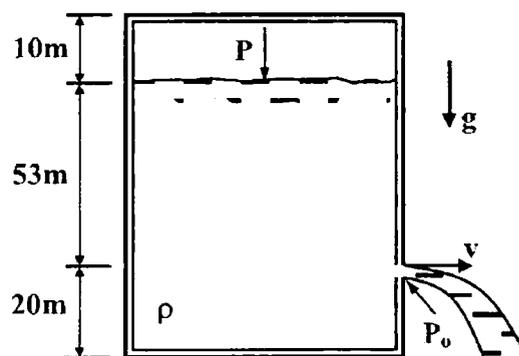


Fig.30

91. En la Fig.31, considérese el tubo uniforme en forma de U con un diafragma en el fondo y lleno de un líquido a alturas diferentes en cada brazo. Si se perfora el diafragma el líquido fluye de izquierda a derecha.

- I) Probar que la aplicación de la ecuación de Bernoulli a los puntos 1 y 3, conduce a una contradicción.
 II) Explique por qué la ecuación de Bernoulli no es aplicable en este caso.

92. Una persona sopla aire de densidad $\rho_A=1,20 \text{ kg/m}^3$ con una rapidez de $v=15 \text{ m/s}$ en la parte superior de un brazo de un tubo en U que contiene agua de densidad $\rho_H=1000 \text{ kg/m}^3$, ¿Cuál será la diferencia entre los niveles del agua en los dos brazos? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,18 cm b) 1,28 cm c) 1,38 cm d) 1,48 cm e) 1,58 cm

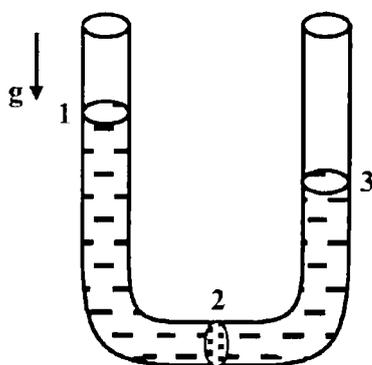
93. En la Fig.32, el agua embalsada tras la cortina de la presa tiene una profundidad de $H=15,2 \text{ m}$. Un tubo horizontal de diámetro $D=4,30 \text{ cm}$ pasa a través de la cortina a $h=6,15 \text{ m}$ bajo la superficie del agua. En la salida del tubo se ha colocado un tapón. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la fuerza de fricción entre el tapón y las paredes del tubo.

- a) 87,0 N b) 87,2 N c) 87,4 N d) 87,6 N e) 87,8 N

II) ¿Qué volumen de agua sale por el tubo en $t=3,0 \text{ h}$, al retirarse el tapón?

- a) 171 m^3 b) 172 m^3 c) 173 m^3 d) 174 m^3 e) 175 m^3



Diafragma

Fig.31

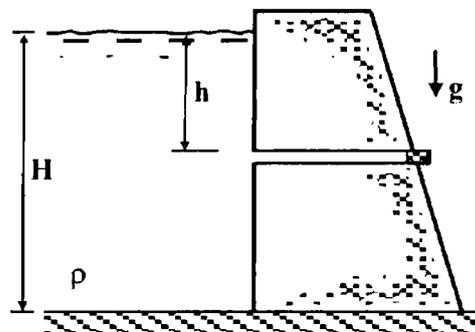


Fig.32

94. En la Fig.33, un sifón es un aparato para extraer líquido de un recipiente sin inclinar. Inicialmente el tubo debe de estar lleno, pero una vez se ha hecho esto, el líquido fluirá hasta que el nivel descienda por debajo de la abertura del tubo en A. El líquido tiene una densidad " ρ ", y una viscosidad despreciable. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Con qué rapidez sale el líquido del tubo en C?

II) ¿Cuál es la presión del líquido en el punto más elevado B?

III) ¿Cuál es la mayor altura " h " posible a la que el sifón puede elevar el agua?

95. En la Fig.34, considérese una corriente de fluido de densidad " ρ " con rapidez " v_1 " que pasa repentinamente de un tubo cilíndrico de área de sección transversal " A_1 " a un tubo cilíndrico más ancho de área de sección transversal " A_2 ". El chorro se mezcla con el fluido circundante y, después de mezclarse, fluye casi uniformemente con una velocidad media " \bar{v}_2 ".

- I) Sin tomar en cuenta los detalles del mezclado, usando argumentos de ímpetu demuestre que el aumento de presión debido al mezclado es: $P_2 - P_1 = \rho v_2 (v_1 - v_2)$.
- II) Demuestre a partir de la ecuación de Bernoulli que en un tubo que se vaciá gradualmente, se obtiene: $P_2 - P_1 = (1/2) \rho (v_1^2 - v_2^2)$.
- III) Halle la pérdida de presión debida al ensanchamiento repentino del tubo, ¿Puede Ud. hacer una analogía con las colisiones elásticas e inelásticas de la mecánica de una partícula?

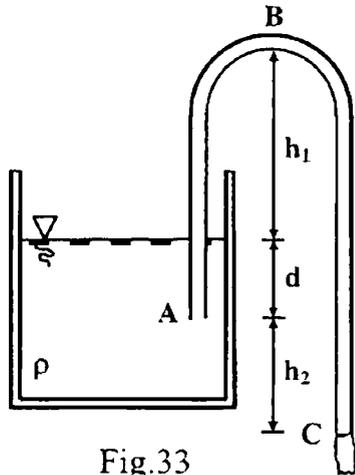


Fig.33

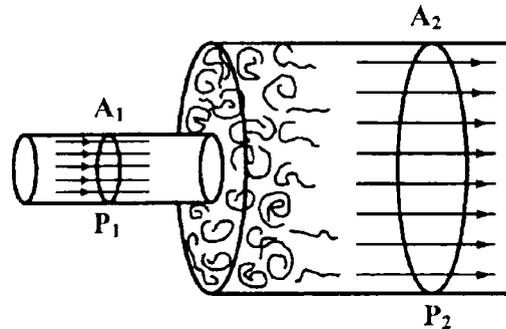


Fig.34

96. Una jarra contiene 15 vasos de jugo de naranja. Cuando se abre la llave del fondo transcurren $t=12,0$ s para llenar un vaso. Si dejamos la llave abierta, ¿Durante que tiempo tardaran en llenarse los 14 vasos restantes, hasta agotar el jugo? ($g=9,8$ m/s²)
- a) 5 min 50 s b) 5 min 52 s c) 5 min 54 s d) 5 min 56 s e) 5 min 58 s
97. Un tubo de Pitot está montado en el ala de un avión para determinar la rapidez del avión respecto del aire de densidad $\rho_A=1,03$ kg/m³. El tubo contiene alcohol de densidad $\rho_H=810$ kg/m³, e indica una diferencia de nivel de $\Delta h=26,2$ cm. Hallar la rapidez del avión, respecto del aire. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 63,1 m/s b) 63,5 m/s c) 63,9 m/s d) 64,3 m/s e) 64,7 m/s
98. En la Fig.35, un tubo hueco tiene un disco DD adosado a su extremo. Cuando se sopla aire de densidad " ρ " por el tubo el disco atrae a la tarjeta CC. Sea " A " el área de la tarjeta y " v " la velocidad media del aire entre la tarjeta y el disco. Hallar la fuerza hacia arriba resultante sobre CC. Desprecie el peso de la tarjeta; suponga que $v_0 \ll v$, siendo " v_0 " la rapidez del aire en el tubo hueco. ($g=9,8$ m/s²)
- a) ρAv^2 b) $\rho Av^2/2$ c) $2\rho Av^2/3$ d) $3\rho Av^2/2$ e) $\rho A(v-v_0)^2$
99. Una placa cuadrada de lados $a=9,1$ m y masa $m=488$ g está embisagrada a lo largo de uno de sus lados. Si se sopla aire de densidad $\rho_A=1,21$ kg/m³, sobre la superficie superior únicamente, ¿Qué rapidez debe tener el aire para mantener horizontal a la placa? ($g=9,8$ m/s²)
- a) 30,3 m/s b) 30,6 m/s c) 30,9 m/s d) 31,2 m/s e) 31,5 m/s

100. El área de cada ala de un avión es $A=12,5 \text{ m}^2$. El aire fluye sobre la superficie superior e inferior del ala con rapidez de $v_1=49,8 \text{ m/s}$ y $v_2=38,2 \text{ m/s}$, respectivamente. La densidad del aire es $\rho_A=1,17 \text{ kg/m}^3$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Demostrar que la fuerza ascensional sobre el ala es: $L = (1/2)\rho A (v_1^2 - v_2^2)$.

II) Hallar la magnitud de la fuerza ascensional "L".

- a) 14,1 kN b) 14,3 kN c) 14,5 kN d) 14,7 kN e) 14,9 kN

III) Hallar la masa del avión, suponiendo que el avión viaja a rapidez constante y que los efectos de la fuerza ascensional asociados con el fuselaje y el conjunto de la cola son pequeños.

- a) 1510 kg b) 1520 kg c) 1530 kg d) 1540 kg e) 1550 kg

IV) Explique la fuerza ascensional si el avión, que vuela a la misma rapidez que el aire está en vuelo nivelado.

V) Explique la fuerza ascensional si el avión, que vuela a la misma rapidez que el aire está ascendiendo a 15° .

101. Un tubo de Venturi tiene un diámetro $D_1=25,4 \text{ cm}$ y diámetro de la garganta $D_2=11,3 \text{ cm}$. La presión en el tubo del agua de densidad $\rho_A=998 \text{ kg/m}^3$ es de $P_1=57,1 \text{ kPa}$ y en la garganta $P_2=32,6 \text{ kPa}$. Hallar el flujo volumétrico del agua a través del tubo. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 70,4 t/s b) 71,4 lt/s c) 72,4 lt/s d) 73,4 lt/s e) 74,4 lt/s

102. En la Fig.36, considérese el medidor de Venturi. Aplicando las ecuaciones de Bernoulli y continuidad a los puntos 1 y 2, verificar que la ecuación para la rapidez del fluido en el punto 1 es: $v_1 = a \cdot [2(\rho' - \rho)g \cdot h / \rho (A^2 - a^2)]^{1/2}$.

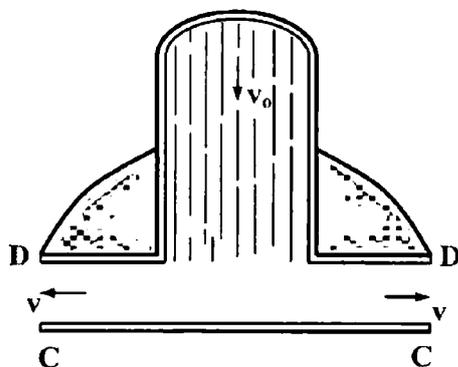


Fig.35

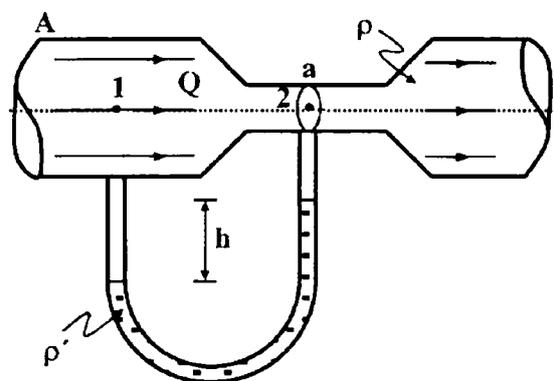


Fig.36

103. En la Fig.37, demuestre que la constante en la ecuación de Bernoulli es la misma para todas las líneas de corriente en el caso del flujo estacionario, no rotatorio.

104. En la Fig.38, un campo de fuerza es conservativo si $\oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$. El círculo de la integración significa que la integración es sobre una trayectoria curva cerrada en el campo. Un

flujo es un flujo potencial (y por tanto no rotatorio) si $\oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$ para cada una de las líneas cerradas en el campo. Usando este criterio, demostrar que los campos de mostrados, son campos de flujo potencial.

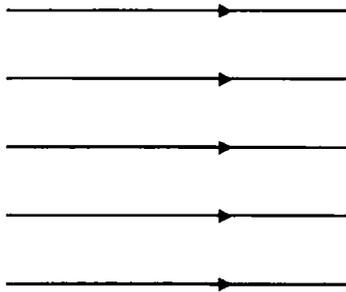
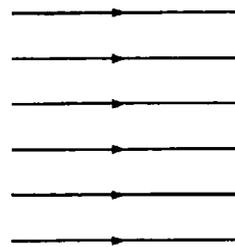
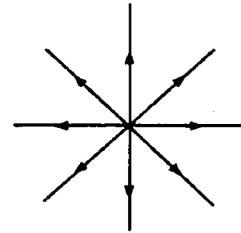


Fig.37



(a)



(b)

Fig.38

105. En la Fig.39, se muestra la sección transversal de las capas superiores de la Tierra. La superficie de la Tierra se divide en varios bloques rígidos, llamados placas, que se deslizan lentamente sobre una capa "fangosa" más baja llamada astenosfera. En la Figura se relacionan las dimensiones típicas. Supóngase que la rapidez de la placa rígida mostrada sea $v_0=48$ mm/año, y que la base de las astenosfera no se mueve. Calcular el esfuerzo cortante en la base de la placa. La viscosidad del material de la astenosfera es de $4,0 \cdot 10^{19}$ Pa·s. Ignore la curvatura de la Tierra. ($g=9,8$ m/s², $k=10^{-3}$)

- a) 311,8 kPa b) 313,8 kPa c) 315,8 kPa d) 317,8 kPa e) 319,8 kPa

106. Calcular la mayor rapidez a la cual puede fluir la sangre a 37° , por una arteria de diámetro $D=3,8$ mm si el flujo ha de permanecer estacionario.

- a) 1,0 m/s b) 1,5 m/s c) 2,0 m/s d) 2,5 m/s e) 3,0 m/s

107. Por un tubo horizontal de radio interno $r=1,88$ cm y longitud $\ell=1,26$ m fluye mercurio líquido de viscosidad $\eta=1,55 \cdot 10^{-3}$ N·s/m². El flujo volumétrico es de $Q=5,35 \cdot 10^{-2}$ lt/min. ($g=9,8$ m/s²)

- I) Demostrar que el flujo de mercurio es estacionario.
 II) Calcular la diferencia de presión entre los dos extremos del tubo.

- a) 0,0315 Pa b) 0,0335 Pa c) 0,0355 Pa d) 0,0375 Pa e) 0,0395 Pa

108. En la Fig.40, se muestran las líneas de corriente de un campo de flujo de Poiseuille. El espaciado de las líneas de corriente indica que aunque el movimiento es rectilíneo, existe un gradiente de velocidad en dirección transversal. Demostrar que el flujo de Poiseuille es rotatorio.

- a) 1,18 cm b) 1,28 cm c) 1,38 cm d) 1,48 cm e) 1,58 cm

109. En la Fig.41, el fluido de viscosidad " η " fluye estacionariamente por un tubo cilíndrico

horizontal de radio "R", y longitud " ℓ ".

- I) Considere un cilindro arbitrario de radio "r". Demostrar que la fuerza viscosa "F" debida a la capa circundante es: $F = -\eta(2\pi r \ell)(dv/dr)$.
- II) Demostrar que la fuerza F' que empuja a ese cilindro de fluido a lo largo del tubo es $F' = (\pi r^2)\Delta P$.
- III) Utilice la condición de equilibrio para obtener una expresión para "dv" en términos de "dr". Integrando la expresión para obtener la ecuación: $v = v_o(1 - r^2/R^2)$.

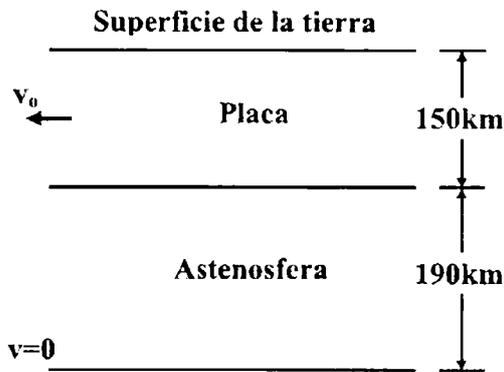


Fig.39

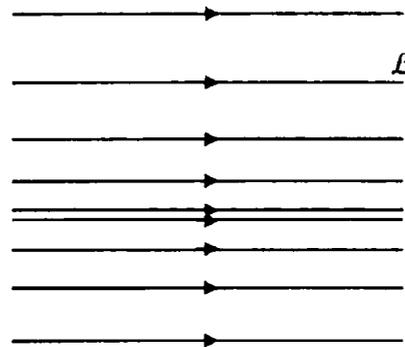


Fig.40

110. Considere una vez más el fluido que circula por el tubo descrito en el Prob.(109). Hallar una expresión para el flujo de masa por un anillo anular entre los radios r y $r+dr$, luego, integre este resultado para hallar el flujo de masa total por el tubo.

111. Se sopla una burbuja de jabón de radio $R=38,2$ mm por el extremo de un tubo angosto de longitud $\ell=11,2$ cm y diámetro interno $d=1,08$ mm. El otro extremo del tubo se halla expuesto a la atmósfera. Hallar el tiempo que tarda el radio de la burbuja en descender a 21,6 mm. Suponga un flujo de Poiseuille en el tubo. La tensión superficial de la solución de jabón es $\gamma=2,50 \cdot 10^{-2}$ N/m, viscosidad del aire $\eta=1,80 \cdot 10^{-5}$ N·s/m².

- a) 60,5 min b) 61,5 min c) 62,5 min d) 63,5 min e) 64,5 min

112. En los humanos fluye la sangre del corazón a la aorta, de donde pasa a las arterias mayores. Estas bifurcan a las arterias menores que a su vez se bifurcan a miríadas de pequeños capilares. La sangre vuelve al corazón a través de las venas. El radio de la aorta es de aproximadamente $r_1=1,0$ cm y la sangre al pasar por ella tiene una rapidez de aproximadamente $v_1=30$ cm/s. Un capilar típico tiene un radio de aproximadamente $R_2=10^{-4}$ cm y la sangre fluye por ella con una rapidez de $v_2=5 \cdot 10^{-4}$ m/s. Estimar cuántos capilares hay en el cuerpo.

- a) $2 \cdot 10^9$ b) $3 \cdot 10^9$ c) $4 \cdot 10^9$ d) $5 \cdot 10^9$ e) $6 \cdot 10^9$

113. Un viscosímetro consiste en dos cilindros concéntricos de diámetros $D_1=10,20$ cm y $D_2=10,60$ cm. Un líquido particular llena el espacio entre ellas a una profundidad de $h=12,0$

cm. El cilindro exterior está fijo y un torque de $\tau=0,024 \text{ N}\cdot\text{m}$ mantiene al cilindro interior girando con una rapidez angular constante de $\omega=62 \text{ rev/min}$, ¿Cuál es la viscosidad del líquido?

- a) $0,0325 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ b) $0,0425 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ c) $0,0525 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ d) $0,0625 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ e) $0,0725 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

114. Demostrar que la potencia necesaria para impulsar un fluido a través de un tubo es igual al gasto "Q" multiplicado por la diferencia de presión " $P_1 - P_2$ ".

115. I) Usando la ecuación de Bernoulli y la ecuación de continuidad demuestre que la rapidez de emisión de los gases propulsores de un cohete es: $v=[2(P-P_0)/\rho]^{1/2}$ donde, " ρ " es la densidad del gas, " P " es la presión del gas dentro del cohete, y " P_0 " es la presión atmosférica, justo afuera del orificio de salida de los gases. Suponga que la densidad del gas permanece aproximadamente constante y que el área del orificio de salida " A_0 " es mucho menor que el área transversal " A " del interior del cohete. Suponga que la rapidez del gas no es tan grande para que no se produzca turbulencia considerable en el flujo de gas. II) Demostrar que la fuerza del empuje sobre el cohete debido a los gases emitidos es: $F=2A_0(P-P_0)$

116. En la Fig.42, suponga que la abertura en el tanque está a una altura " h_1 " arriba de la base y que la superficie del líquido está a una altura " h_2 " sobre la base. El tanque descansa a nivel del terreno.

- I) Hallar la expresión para la rapidez de salida del agua por el agujero.
 II) En la horizontal, hallar la distancia que alcanza el chorro de agua que llega a la superficie del suelo.

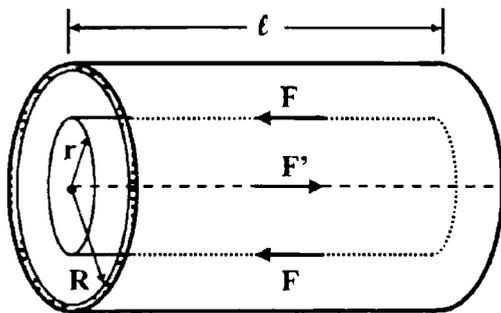


Fig.41

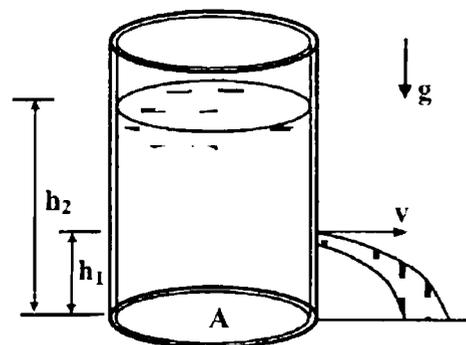


Fig.42

117. Estimar la presión del aire dentro de un huracán de categoría 5 donde la rapidez del aire es de 300 km/h , la presión atmosférica normal $P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$, y $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

- a) $9,08 \text{ kPa}$ b) $92,8 \text{ kPa}$ c) $94,8 \text{ kPa}$ d) $96,8 \text{ kPa}$ e) $98,8 \text{ kPa}$

118. Una manguera de jardín de diámetro interior $d=5/8 \text{ plg}$ se usa para llenar una piscina redonda de diámetro $D=6,1 \text{ m}$, ¿Qué tiempo tomará llenar la piscina a una profundidad de $h=1,2 \text{ m}$ si el agua sale de la manguera con una rapidez de $v=0,33 \text{ m/s}$? ($1 \text{ plg}=2,54 \text{ cm}$)

- a) 3,21 días b) 4,21 días c) 5,21 días d) 6,21 días e) 7,21 días

119. Estimar la masa total de la atmósfera de la Tierra usando el valor conocido de la presión atmosférica al nivel del mar $P_0=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. El radio de la Tierra es de $R=6370 \text{ km}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $1,3 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ b) $3,3 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ c) $5,3 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ d) $7,3 \cdot 10^{18} \text{ kg}$ e) $9,3 \cdot 10^{18} \text{ kg}$

120. Durante cada latido del corazón, aproximadamente $V=70 \text{ cm}^3$ de sangre son bombeadas desde el corazón a una presión promedio de $P=105 \text{ mm-Hg}$. Calcular la salida de potencia del corazón, suponiendo 70 latidos por minuto. ($1 \text{ mm-Hg}=133 \text{ N/m}^2$)

- a) 1,1 W b) 1,3 W c) 1,5 W d) 1,7 W e) 1,9 W

121. Una cubeta con agua es acelerada hacia arriba a $2,4 \text{ g}$, ¿Cuál es el empuje hidrostático sobre una roca de granito de masa $m=3,0 \text{ kg}$, peso específico $\gamma_e=2,7$ sumergida en agua? ¿Flotará? Explique.

122. Un jardinero piensa que le está tomando mucho tiempo regar en jardín con una manguera de diámetro $D_1=3/8 \text{ plg}$, ¿Por qué factor se reducirá el tiempo si se usa una manguera de diámetro $D_2=5/8 \text{ plg}$?

- a) 0,10 b) 0,13 c) 0,16 d) 0,19 e) 0,22

123. El aceite de un motor (Supóngase SAE, $\eta=200 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$) pasa a través de un tubo fino de diámetro $D=1,80 \text{ mm}$ y longitud $\ell=5,5 \text{ cm}$ en un motor prototipo, ¿Qué diferencia de presión se necesita para mantener un caudal de $Q=5,6 \text{ mlt/min}$?

- a) 3,58 kPa b) 3,68 kPa c) 3,78 kPa d) 3,88 kPa e) 3,98 kPa

124. ¿Cuál debe ser la diferencia de presión entre los extremos de una sección de tubo de longitud $\ell=1,9 \text{ km}$, diámetro $D=29 \text{ cm}$, si el tubo debe transportar aceite de densidad $\rho=950 \text{ kg/m}^3$, viscosidad $\eta=0,20 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ con un caudal de $Q=450 \text{ cm}^3/\text{s}$.

- a) 965 Pa b) 970 Pa c) 975 Pa d) 980 Pa e) 985 Pa

125. ¿Qué diámetro debe tener un ducto de aire de longitud $\ell=17,5 \text{ m}$ si el sistema de ventilación y calefacción debe renovar el aire en un cuarto de $9,0 \text{ m} \times 12,0 \text{ m} \times 4,0 \text{ m}$ cada 10 minutos? Suponga que la bomba puede ejercer una presión manométrica de $0,71 \cdot 10^{-3} \text{ atm}$. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $\eta=0,018 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$)

- a) 10,04 cm b) 10,24 cm c) 10,44 cm d) 10,64 cm e) 10,84 cm

126. Suponiendo un gradiente constante de presión, ¿Por qué factor disminuye el radio del vaso capilar, si el flujo sanguíneo se reduce 75 %?

- a) 71 % b) 75 % c) 25 % d) 29 % e) 50 %

127. La ecuación de Poiseuille no es válida si la velocidad del flujo es tan grande que se establezca turbulencia. La aparición de la turbulencia ocurre cuando el así llamado número de Reynolds " Re ", excede el valor aproximado de 2000, " Re " viene dado por: $Re = 2 \bar{v} r \rho / \eta$ donde " \bar{v} " es la velocidad promedio del fluido, " ρ " su densidad, " η " su viscosidad, y " r " el radio del tubo en el que fluye el fluido.

- I) Determinar si el flujo de sangre de viscosidad $\eta = 4,0 \cdot 10^{-3}$ Pa·s, a través de la aorta es laminar o turbulento cuando la velocidad promedio de la sangre en la aorta ($r = 1,0$ cm), durante la parte del reposo del ciclo del corazón es de aproximadamente 30 cm/s.
- II) Al hacer ejercicio, la rapidez del flujo sanguíneo se duplica, Calcular el número de Reynolds en este caso y determine si el flujo es laminar o turbulento.

128. Una bomba de bicicleta se usa para inflar un neumático. La presión inicial del neumático es de 210 kPa. Al final del proceso de bombeo la presión final es de 310 kPa. Si el diámetro del émbolo en el cilindro de la bomba es de $D = 3,0$ cm, ¿Cuál es el rango de la fuerza que se necesita aplicar a la manija de la bomba desde el principio hasta el final?

129. En la Fig.43, el cohete de prueba de masa $m = 3$ kg se lanza verticalmente y alcanza una altura de $h = 60$ m a una rapidez de $v = 28$ m/s al final del vuelo impulsado, en el tiempo $t = 0$ s. Cuando el cohete se aproxima a su máxima altura explota en dos partes cuyas masas son $m_A = 1$ kg y $m_B = 2$ kg. Se observa que la parte A choca en el suelo a la distancia $d = 74,4$ m al oeste del punto de lanzamiento en $t = 5,85$ s. Hallar las coordenadas de posición de la parte B en ese instante. ($g = 9,81$ m/s²)

130. En la Fig.44, el helicóptero puede generar una rapidez máxima del aire hacia debajo de $v = 24$ m/s en una estela de diámetro de $D = 9$ m. Si el peso del helicóptero y la tripulación es $W = 15$ kN y la densidad del aire es de $\rho = 1,21$ kg/m³. Hallar el peso de la carga máxima que puede levantar este aparato cuando está suspendido en el aire. ($g = 9,81$ m/s²)

- a) 21,3 kN b) 23,3 kN c) 25,3 kN d) 27,3 kN e) 29,3 kN

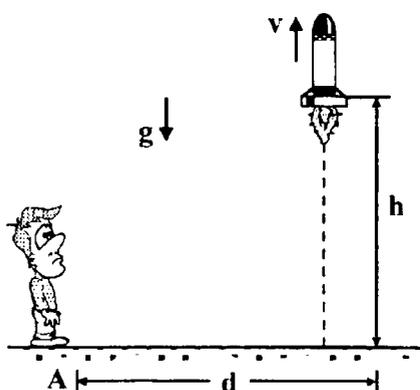


Fig.43

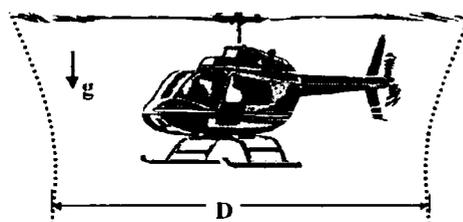


Fig.44

131. El aire de densidad $\rho = 1,293$ kg/m³ fluye horizontalmente a través de un ala de avión de área $A = 4$ m². Las velocidades del aire en las superficies superior e inferior son $v_1 = 30$

- m/s^2 y $v_2=20$ m/s, respectivamente. Hallar la fuerza sustentatoria sobre el ala del avión. ($g=10$ m/s²)
- a) 1291 N b) 1293 N c) 1295 N d) 1297 N e) 1299 N
- 132.** Hallar la rapidez límite de una esfera de radio $R=2 \cdot 10^{-3}$ m y densidad $\rho=1,5 \cdot 10^3$ kg/m³ que cae en glicerina de densidad $\rho'=1,26 \cdot 10^3$ kg/m³ y viscosidad $\eta=0,833$ N·s/m². ($g=10$ m/s²)
- a) 1,56 cm/s b) 5,56 cm/s c) 3,56 cm/s d) 2,56 cm/s e) 4,56 cm/s
- 133.** Del orificio de una manguera, cubierto con el dedo, brotan dos chorros de agua bajo los ángulos $\alpha=53^\circ$ y $\beta=37^\circ$ respecto del piso, con una misma rapidez inicial $v_0=5$ m/s, ¿Hallar la distancia horizontal "x" a la que se intersecan los chorros de agua? ($g=10$ m/s²)
- a) 2,0 m b) 2,2 m c) 2,4 m d) 2,6 m e) 2,8 m
- 134.** De un acuario esférico de radio "R", que contiene agua hasta la mitad, de cada unidad de superficie se evapora por unidad de tiempo un volumen de líquido "q", ¿En qué tiempo se evaporará todo el agua?
- a) $2q/R$ b) q/R c) $2R/q$ d) R/q e) $R/2q$
- 135.** Un niño está inflando un globo. Cuando el radio de éste tenía el valor de 10 cm, la rapidez con que aumentaba el radio era 1 mm/s ¿Qué volumen (en cm³) de aire por segundo expele el niño?
- a) 30π b) 35π c) 40π d) 45π e) 50π
- 136.** Un chorro de aceite que cae sobre la superficie del agua se extiende formando una mancha circular de grosor "h", ¿Cómo depende del tiempo "t" la rapidez del movimiento de los extremos de la mancha si en cada unidad de tiempo ingresa el volumen "q"?
- a) $(q/4\pi ht)^{1/2}$ b) $(q/3\pi ht)^{1/2}$ c) $(q/2\pi ht)^{1/2}$ d) $(2q/\pi ht)^{1/2}$ e) $(q/\pi ht)^{1/2}$
- 137.** Una esfera de radio $R=2 \cdot 10^{-3}$ m y densidad $\rho=1,5 \cdot 10^3$ kg/m³ cae en glicerina de densidad $\rho_f=1,26 \cdot 10^3$ kg/m³ y coeficiente de viscosidad $\eta=0,833$ N·s/m². Hallar la rapidez de la esfera cuando su aceleración es de $a=1$ m/s² ($g=10$ m/s²)
- a) 0,98 mm/s b) 0,96 mm/s c) 0,94 mm/s d) 0,92 mm/s e) 0,90 mm/s
- 138.** Del orificio de una manguera, que está en el piso, brota agua con una rapidez inicial de $v_0=10$ m/s y un ángulo de inclinación de 45° . El área de la sección del orificio de la manguera es de $A=5$ cm². Hallar la masa del chorro de agua que se halla en el aire. ($g=10$ m/s², $\rho=1000$ kg/m³)
- a) 9 kg b) 7 kg c) 5 kg d) 3 kg e) 1 kg

139. En la Fig.45, en el recipiente cónico inicialmente vacío el nivel de agua se eleva con rapidez constante " v_0 ", ¿Cómo depende del tiempo la rapidez de entrada del agua al recipiente por el orificio de área de sección " S "?

a) $\pi v_0^3 t^2 \operatorname{tg}^2 \alpha / S$

b) $\pi v_0^2 t^2 \operatorname{tg}^2 \alpha / S$

c) $\pi v_0^2 t^3 \operatorname{tg}^2 \alpha / S$

d) $\pi v_0^2 t \operatorname{tg} \alpha / S$

e) $\pi v_0^2 t^2 \operatorname{tg} \alpha / S$

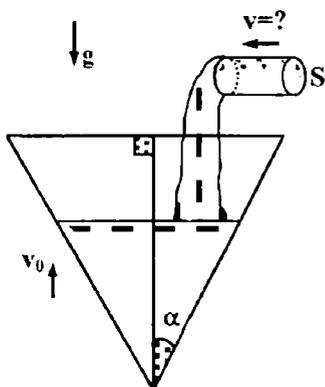


Fig.45

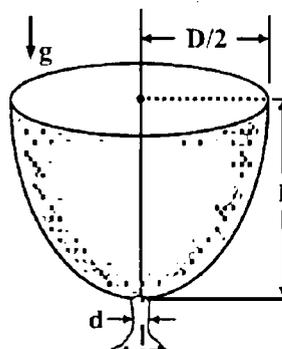


Fig.46

140. En la Fig.46, el depósito parabólico de diámetro superior $D=30$ cm y profundidad $h=40$ cm está lleno de vino. ¿En qué tiempo el vino sale totalmente a través del agujero de diámetro $d=1$ cm, practicado en la parte inferior del depósito? ($g=10$ m/s²)

a) 1,41 min

b) 1,45 min

c) 1,49 min

d) 1,53 min

e) 1,57 min

141. Por un tubo horizontal de diámetro $D=20$ cm que forma una curva de radio $R=20$ m circula agua de densidad $\rho=10^3$ kg/m³. Por la sección transversal " S " del tubo cada hora pasa una masa de agua $M=3 \cdot 10^5$ kg. Hallar la presión lateral del agua debida a la fuerza centrífuga.

a) 57,2 Pa

b) 51,2 Pa

c) 53,2 Pa

d) 55,2 Pa

e) 59,2 Pa

142. Un chorro de agua que sale por una tubería de diámetro $D=2,5$ cm a una rapidez de $v=30$ m/s choca contra una superficie normal a él que se desplaza en un mismo sentido con una rapidez de $u=6$ m/s. Hallar la magnitud de la fuerza ejercida por el agua sobre la superficie móvil. La densidad del agua es $\rho=1000$ kg/m³.

a) 245 N

b) 250 N

c) 255 N

d) 260 N

e) 265 N

143. En la Fig.47, la lancha impulsada por chorro de agua se mueve por agua tranquila a rapidez constante de $v=20$ m/s. La rapidez del agua expulsada con relación a la lancha es $u=40$ m/s. Hallar la resistencia que ejerce el agua si la sección del flujo del agua que toma el motor es $S=0,2$ m² y la densidad del agua es $\rho=1000$ kg/m³.

a) 10 kN

b) 20 kN

c) 40 kN

d) 60 kN

e) 80 kN

144. En la Fig.48, el chorro de agua sale por la manguera de sección transversal $S=100 \text{ cm}^2$ con una rapidez de $v=5 \text{ m/s}$, y choca con el suelo completamente liso formando un ángulo de $\theta=37^\circ$, la densidad del agua es $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza ejercida sobre la pared.

- a) 200 N b) 250 N c) 300 N d) 350 N e) 400 N

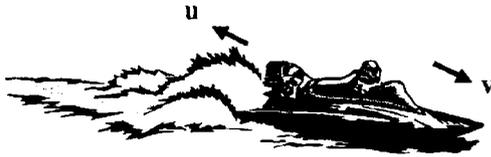


Fig.47

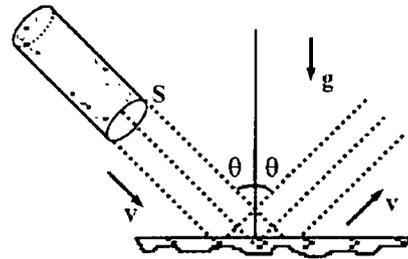


Fig.48

145. En la Fig.49, por la manguera de jébe de diámetro $d=5 \text{ cm}$, circula agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ con una rapidez de $v=4 \text{ m/s}$, formando un círculo de radio $R=1 \text{ m}$. Hallar la tensión interna en la manguera. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $10\pi \text{ N}$ b) $15\pi \text{ N}$ c) $20\pi \text{ N}$ d) $25\pi \text{ N}$ e) $30\pi \text{ N}$

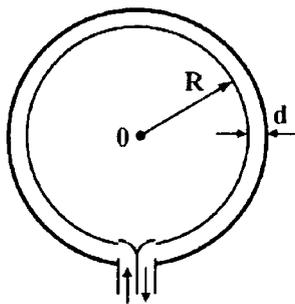


Fig.49

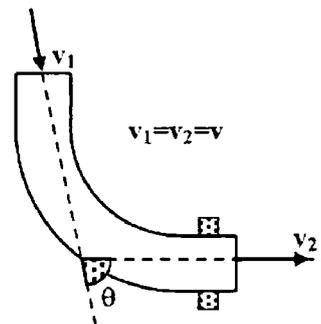


Fig.50

146. En la Fig.50, hallar el valor de la fuerza de presión que ejerce el agua sobre el soporte de codo del tubo de área de la sección transversal $S=100\pi \text{ cm}^2$, el agua tiene una densidad de $\rho=10^3 \text{ kg/m}^3$ y circula con una rapidez de $v=4 \text{ m/s}$. El eje del tubo se encuentra sobre un plano horizontal ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\theta=60^\circ$)

- a) $100\pi \text{ N}$ b) $120\pi \text{ N}$ c) $140\pi \text{ N}$ d) $160\pi \text{ N}$ e) $180\pi \text{ N}$

147. En la Fig.51, el globo aerostático de volumen $V=50 \text{ m}^3$ ha sido inflado con gas de helio de densidad $\rho_{\text{He}}=0,17 \text{ kg/m}^3$. Hallar la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque de masa $m=100 \text{ kg}$, sabiendo que $\mu_s=0,66$, $\rho_{\text{aire}}=1,29 \text{ kg/m}^3$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) 660 N b) 560 N c) 460 N d) 360 N e) 260 N

148. Un globo de masa total $m=200$ kg, volumen $V=200$ m³ inflado con un gas de densidad $\rho=0,29$ kg/m³, se suelta del reposo. ¿Qué distancia recorrerá el globo en $t=2$ s, si $\rho_{\text{aire}}=1,29$ kg/m³ y $g=10$ m/s²?
- a) 10 m b) 15 m c) 20 m d) 25 m e) 30 m
149. Hallar la velocidad con que fluye el anhídrido carbónico de densidad $\rho=7,5$ kg/m³ por un tubo de diámetro $D=2$ cm, si en media hora pasan por la sección transversal del tubo $m=0,51$ kg de gas.
- a) 0,12 m/s b) 0,22 m/s c) 0,32 m/s d) 0,42 m/s e) 0,52 m/s
150. Un depósito cilíndrico de diámetro $D=0,5$ m tiene en su base un agujero circular de diámetro $d=1$ cm. Hallar la velocidad "v" con que desciende el nivel del agua en el depósito cuando la altura del nivel del agua es $h=0,2$ m. ($g=10$ m/s²)
- a) 0,1 mm/s b) 0,2 mm/s c) 0,4 mm/s d) 0,6 mm/s e) 0,8 mm/s
151. En la Fig.52, la cara lateral de una vasija que se encuentra sobre la mesa, presenta un orificio pequeño situado a la distancia $h_1=25$ cm del fondo de la vasija y a la distancia $h_2=16$ cm del nivel del agua, el cual se mantiene constante. ¿A qué distancia horizontal del orificio caerá el chorro de agua sobre la mesa?
- a) 0,1 m b) 0,2 m c) 0,3 m d) 0,4 m e) 0,5 m

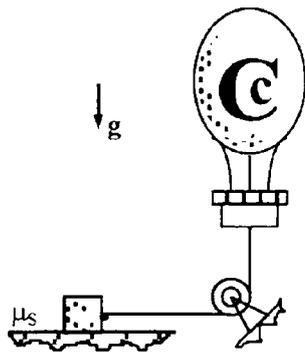


Fig.51

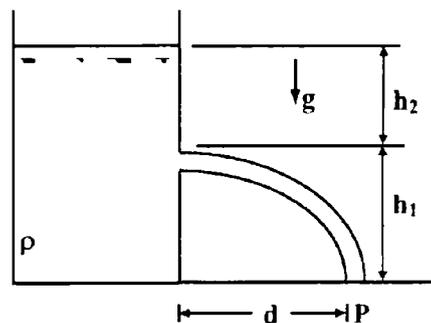


Fig.52

152. En la Fig.53, el interior del frasco de Mariotte está llena de agua y en contacto con la atmósfera a través del tubo de vidrio (a) que atraviesa el tapón enmasillado que cierra su entrada. El grifo K se encuentra a la distancia $h_2=2$ cm del fondo del recipiente. Hallar la velocidad con que saldrá el agua por el grifo K, si $h_1=10$ cm y $g=10$ m/s².
- a) 1,16 m/s b) 1,26 m/s c) 1,36 m/s d) 1,46 m/s e) 1,56 m/s
153. Un depósito cilíndrico abierto de altura $H=1$ m está lleno de agua hasta los bordes. ¿Qué tiempo tardará en salir toda el agua a través de un orificio situado en la base del depósito? El área de la sección transversal del orificio es 400 veces menor que el de la sección transversal del depósito. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 1 min b) 2 min c) 3 min d) 4 min e) 5 min

154. En un depósito abierto se echa agua a razón de $0,2 \text{ m}^3$ por segundo. ¿Qué diámetro "d" deberá tener el orificio que hay en el fondo del depósito para que el agua se mantenga en él a un nivel constante de $h=8,3 \text{ cm}$? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,0 cm b) 1,2 cm c) 1,4 cm d) 1,6 cm e) 1,8 cm

155. ¿Qué presión crea el compresor de un pulverizador si el chorro de pintura líquida de densidad $\rho=0,8 \text{ g/cm}^3$, sale con una velocidad de $v=25 \text{ m/s}$? ($1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ N/m}^2$)

- a) 2,1 atm b) 2,3 atm c) 2,5 atm d) 2,7 atm e) 2,9 atm

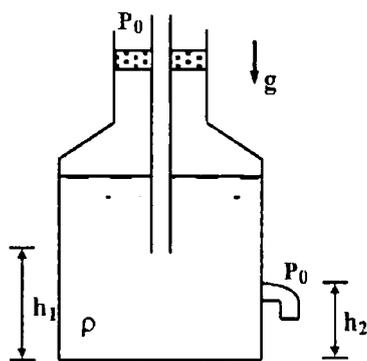


Fig.53

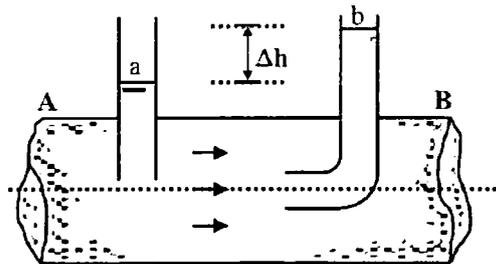


Fig.54

156. En la Fig.54, por el tubo horizontal AB pasa un líquido. La diferencia de niveles de este líquido en los tubitos a y b de diámetros iguales es $\Delta h=20 \text{ cm}$. Hallar la velocidad de la corriente del líquido en el tubo AB. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,0 m/s b) 1,5 m/s c) 2,0 m/s d) 2,5 m/s e) 3,0 m/s

157. En la Fig.55, a través del tubo horizontal AB pasa $2,4 \text{ lt}$ de un gas de densidad " ρ " por mi nuto. El área de la sección transversal de la parte ancha del tubo AB es $A_1=2 \text{ cm}^2$, la de la parte estrecha y la del tubo abc es $A_2=0,5 \text{ cm}^2$. Hallar la diferencia de niveles " Δh " que tendrá el líquido de densidad " ρ_0 " que hay en el tubo abc. ($\rho_0=11\rho$ y $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 mm b) 2 mm c) 3 mm d) 4 mm e) 5 mm

158. Una bola emerge con velocidad constante de un líquido de densidad 4 veces mayor que la de la bola. ¿Cuántas veces mayor es la fuerza de fricción "f" sobre la bola que emerge que el peso de esta "W"?

- a) 1 vez b) 2 veces c) 3 veces d) 4 veces e) 5 veces

159. ¿Qué velocidad máxima puede alcanzar una gota de lluvia de diámetro $d=0,4 \text{ mm}$ si la viscosidad dinámica del aire es $\eta=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ N.s/m}^2$? ($\rho=1 \text{ 000 kg/m}^3$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 7,0 m/s b) 7,2 m/s c) 7,4 m/s d) 7,6 m/s e) 7,8 m/s

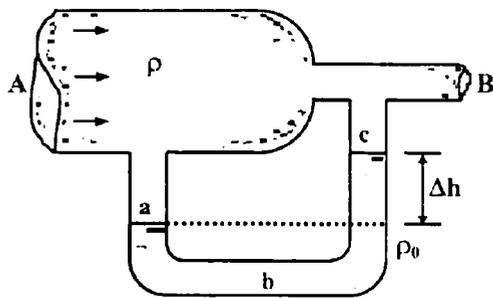


Fig.55

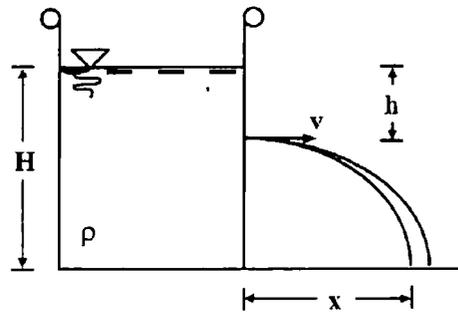


Fig.56

160. Una bolita de acero de diámetro $D=1\text{ mm}$ y densidad $\rho=7\,700\text{ kg/m}^3$, cae con velocidad constante de $v=0,185\text{ cm/s}$ en un gran recipiente lleno de aceite de densidad $\rho'=900\text{ kg/m}^3$. Hallar la viscosidad dinámica (en $\text{N}\cdot\text{s/m}^2$) del aceite. ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 2,0 b) 2,2 c) 2,4 d) 2,6 e) 2,8

161. Un torpedo se mueve con velocidad constante de $v=40\text{ m/s}$ en agua de mar de densidad $\rho=1\,025\text{ kg/m}^3$, y a una profundidad de $h=10\text{ m}$. Hallar la presión en la ojiva del torpedo ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 9,0 Pa b) 9,2 Pa c) 9,4 Pa d) 9,6 Pa e) 9,8 Pa

162. En la Fig.56, al recipiente que contiene agua una altura de $H=20\text{ cm}$, se le hace un agujero muy pequeño a la profundidad "h". Hallar la máxima distancia "x" alcanzada por el chorro de agua.

- a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm

163. En la Fig.57, la presión del aire encerrado en el depósito que contiene agua de densidad $\rho=1\,000\text{ kg/m}^3$ es de $P=1,4\text{ atm}$. Hallar la distancia horizontal "d" que alcanza el chorro de agua que sale por el agujero muy pequeño, considerando que el nivel del agua y la presión del aire se mantiene constante. ($P_0=1\text{ atm}=10^5\text{ N/m}^2$, $g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 1 m b) 2 m c) 3 m d) 4 m e) 5 m

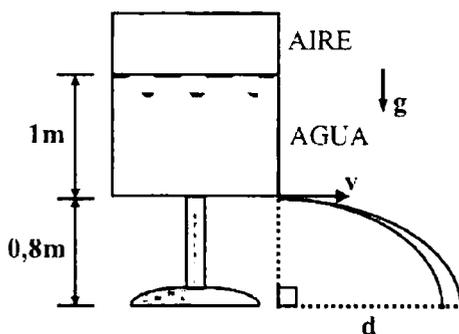


Fig.57

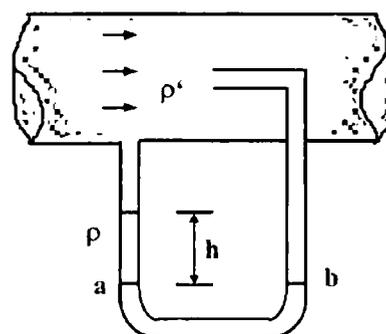


Fig.58

- 164.** En un depósito de altura $h=1$ m lleno de glicerina de densidad $\rho' = 1\,200$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=14,7 \cdot 10^{-1}$ g/cm.s, se sueltan simultáneamente dos perdigones de plomo de densidad $\rho=11\,300$ kg/m³, y diámetros $D_1=3$ mm y $D_2=1$ mm. ¿Qué tiempo más tarde llega al fondo del depósito el perdigón más pequeño que el más grande? ($g=10$ m/s²)
- a) 1,9 min b) 2,9 min c) 3,9 min d) 4,9 min e) 5,9 min
- 165.** Una bolita de acero de densidad $\rho=7\,700$ kg/m³ y diámetro $D=4$ mm se suelta del reposo en un gran recipiente que contiene aceite de densidad $\rho' = 900$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=2$ N.s/m². ¿ Después de qué tiempo la velocidad de la bolita es la mitad de su velocidad máxima? ($g=10$ m/s²)
- a) 1,38 min b) 2,38 min c) 3,38 min d) 4,38 min e) 5,38 min
- 166.** Una bolita de acero de densidad $\rho=7\,700$ kg/m³ y diámetro $D=4$ mm se suelta del reposo en un recipiente que contiene aceite de ricino de densidad $\rho' = 900$ kg/m³. Hallar su aceleración, en el instante en que su velocidad es la mitad de su velocidad máxima. ($g=10$ m/s²)
- a) 1,4 m/s² b) 2,4 m/s² c) 3,4 m/s² d) 4,4 m/s² e) 5,4 m/s²
- 167.** Si el radio "R" de una bolita de acero que se suelta del reposo en un fluido viscoso; aumenta al doble. ¿ En cuánto aumenta su velocidad máxima ?
- a) 2 veces b) 3 veces c) 4 veces d) 6 veces e) 8 veces
- 168.** Una bola de corcho de densidad $\rho=200$ kg/m³ y diámetro $D=10$ mm emerge con una velocidad constante de $v=3,5$ cm/s en un recipiente lleno de aceite de densidad $\rho' = 900$ kg/m³. Hallar : ($g=10$ m/s²)
- I) La viscosidad dinámica del aceite.
- a) 1,1 N.s/m² b) 1,3 N.s/m² c) 1,5 N.s/m² d) 1,7 N.s/m² e) 1,9 N.s/m²
- II) La viscosidad cinemática del aceite.
- a) 10 cm²/s b) 12 cm²/s c) 14 cm²/s d) 16 cm²/s e) 18 cm²/s
- 169.** Un recipiente cilíndrico de radio $R=2$ cm tiene en su cara lateral un agujero en el se ubica un tubo capilar de radio interior $r=1$ mm y longitud $\ell=2$ cm. El recipiente contiene aceite de densidad $\rho=900$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=1,2$ N.s/m². Hallar la velocidad con que desciende el nivel del aceite en el recipiente, en el instante en que la altura es $h= 26$ cm. ($g=10$ m/s² ; $\mu=10^{-6}$)
- a) 30,4 μ m / s b) 32,4 μ m / s c) 34,4 μ m / s d) 36,4 μ m / s e) 38,4 μ m / s
- 170.** En la pared lateral de un depósito está conectado un tubo capilar de radio interior $r=1$ mm y longitud $\ell=1,5$ cm. El depósito contiene glicerina de densidad $\rho=1\,200$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=1,0$ N.s/m². La altura de la glicerina se mantiene constante en $h=$

- 18 cm sobre el tubo capilar. ¿En qué tiempo saldrá por el tubo capilar $V=5 \text{ cm}^3$ de glicerina? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1,35 min b) 1,39 min c) 1,43 min d) 1,47 min e) 1,51 min
- 171.** Una bolita de acero de densidad $\rho=7\,700 \text{ kg/m}^3$ y diámetro $D=4 \text{ mm}$, se suelta primero en un recipiente que contiene aceite de densidad $\rho_1=900 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad dinámica $\eta_1=1,2 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$, y luego en glicerina de densidad $\rho_2=1\,200 \text{ kg/m}^3$ y viscosidad dinámica $\eta_2=1,47 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. Hallar la razón de sus velocidades máximas ($v_1/v_2 = ?$).
- a) 1,08 b) 1,28 c) 1,48 d) 1,68 e) 1,88
- 172.** ¿Qué trabajo hace la presión al trasladar $V=1,5 \text{ m}^3$ de agua por un tubo de diámetro $D=12,7 \text{ mm}$, si la diferencia de presión en los extremos del tubo es $\Delta P = 1,08 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$?
- a) 160 kJ b) 162 kJ c) 164 kJ d) 166 kJ e) 168 kJ
- 173.** El agua que descende de una altura de $h=20 \text{ m}$ a razón de $Q=15 \text{ m}^3/\text{min}$ impulsa una turbina de agua. Hallar la máxima potencia que se puede obtener con esta turbina. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 10 kW b) 20 kW c) 30 kW d) 40 kW e) 50 kW
- 174.** En el tubo horizontal de un oleoducto, de sección transversal constante, la presión disminuye entre dos puntos separados $d=300 \text{ m}$ en $\Delta P=36 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$. Hallar la pérdida de energía por unidad de longitud, de un volumen de $V=1 \text{ m}^3$ de petróleo.
- a) 100 J/m b) 120 J/m c) 140 J/m d) 160 J/m e) 180 J/m
- 175.** Dos cilindros que contienen líquidos de densidades " ρ_1 " y " ρ_2 " e igual altura, presentan en sus bases agujeros muy pequeños de áreas " A_1 " y " A_2 " ($A_2 = 3A_1$). Hallar la razón de las densidades $\rho_1/\rho_2=?$, si por los agujeros el flujo másico es el mismo.
- a) 1/3 b) 3 c) 1/2 d) 2 e) 1/4
- 176.** En la Fig.58, el tubo de Pitot que va conectado al ala de un avión contiene alcohol de densidad $\rho=790 \text{ kg/m}^3$, el cual, indica una diferencia de nivel de $h=0,10 \text{ m}$. Hallar la velocidad del avión respecto del aire de densidad $\rho' = 1,32 \text{ kg/m}^3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 34,17 m/s b) 34,37 m/s c) 34,57 m/s d) 34,77 m/s e) 34,97 m/s
- 177.** A un depósito cilíndrico abierto de altura $h=20 \text{ cm}$ y área de sección transversal $A=70 \text{ cm}^2$ se le practica un agujero de área $A'=1 \text{ cm}^2$ en el centro de su base. Si al depósito se vierte agua a una rapidez de $Q=140 \text{ cm}^3/\text{s}$, ¿Qué altura alcanza el agua, hasta el instante en que su altura se mantiene constante? ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 9,0 cm b) 9,2 cm c) 9,4 cm d) 9,6 cm e) 9,8 cm
- 178.** Sobre una mesa hay un recipiente en cuya pared lateral y a la altura $h_1=5 \text{ cm}$ sobre el fon

do va conectada horizontalmente un tubo capilar de radio interior $r=1$ mm y longitud $\ell_1=1$ cm. El recipiente está lleno de aceite de densidad $\rho=900$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=0,5$ N·s/m². El nivel del aceite en el se mantiene a una altura $h_2=50$ cm sobre el tubo capilar. ¿A qué distancia horizontal del tubo capilar caerá el chorro de aceite sobre la mesa? ($g=10$ m/s²)

- a) 1,1 cm b) 1,3 cm c) 1,5 cm d) 1,7 cm e) 1,9 cm

179. Una bola de acero de densidad $\rho=7\,700$ kg/m³ cae dentro de un recipiente ancho lleno de aceite de densidad $\rho'=900$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=0,8$ N·s/m². Sabiendo que la ley de Stokes se cumple para $Re \leq 0,5$. Hallar el valor límite del diámetro de la bola. ($g=10$ m/s²)

- a) 4,15 mm b) 4,35 mm c) 4,55 mm d) 4,75 mm e) 4,95 mm

180. Por un tubo de diámetro $D=2$ cm, cada media hora pasan 0,51 kg de un gas de densidad $\rho=7,5$ kg/m³ y viscosidad cinemática $\nu=1,33 \cdot 10^{-6}$ m²/s. Hallar el número de Reynolds " Re ". ($g=10$ m/s²)

- a) 1 500 b) 1 600 c) 1 700 d) 1 800 e) 1 900

181. Por la sección transversal de un tubo horizontal fluye agua de densidad $\rho=1\,000$ kg/m³ y viscosidad dinámica $\eta=0,001$ N·s/m², pasando en 1 s un volumen de 200 cm³ de agua. Hallar el límite del diámetro del tubo, tal que, el movimiento del agua siga siendo laminar.

- a) 81 mm b) 83 mm c) 85 mm d) 87 mm e) 89 mm

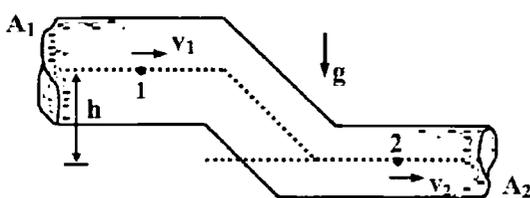


Fig.59

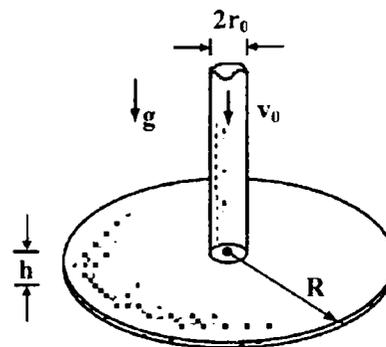


Fig.60

182. En la Fig.59, la velocidad del agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³ en el punto 1 es $v_1=4$ m/s y la presión manométrica $P_1=2,5$ atm. Hallar la presión manométrica en el punto 2 si $A_1=2A_2$ y $h=15$ m. (1 atm $\approx 10^5$ N/m², $g=10$ m/s²)

- a) 3,16 atm b) 3,36 atm c) 3,56 atm d) 3,76 atm e) 3,96 atm

183. En la Fig.60, por el tubo cilíndrico de radio $r_0=4$ mm ingresa aire de densidad $\rho=1,293$ kg/m³ con una velocidad de $v_0=4$ m/s entre las placas circulares paralelas de radio $R=8$

cm, separadas por una distancia de $h=2$ cm. Despreciando la compresibilidad del aire, hallar la fuerza de atracción entre las placas. ($g=10$ m/s²)

- a) $24 \mu\text{N}$ b) $26 \mu\text{N}$ c) $22 \mu\text{N}$ d) $28 \mu\text{N}$ e) $20 \mu\text{N}$

184. En la Fig.61, por los agujeros de áreas iguales a $A=0,2$ cm² separadas por una distancia vertical de $H=50$ cm sale agua de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³. Si en el depósito cada segundo se vierte 140 cm³ de agua, hallar las coordenadas del punto de intersección de los chorros de agua. ($g=10$ m/s²)

- a) (115 ; 142) cm b) (124 ; 136) cm c) (110 ; 130) cm
d) (132 ; 148) cm e) (117 ; 128) cm

185. En la Fig.61, por los agujeros de áreas iguales a $A=0,2$ cm² sale agua. Si en el depósito cada segundo se vierte 140 cm³ de agua. ¿Para qué valor de la distancia vertical "H" entre los agujeros, se cumple que : $y=2$ x? ($g=10$ m/s²)

- a) 1,01 m b) 1,21 m c) 1,41 m d) 1,61 m e) 1,81 m

186. En la Fig.62, por el tubo circula un líquido viscoso de izquierda a derecha. Hallar la razón de las alturas $h_2/h_1 = ?$.

- a) 4 b) 8 c) 16 d) 24 e) 32

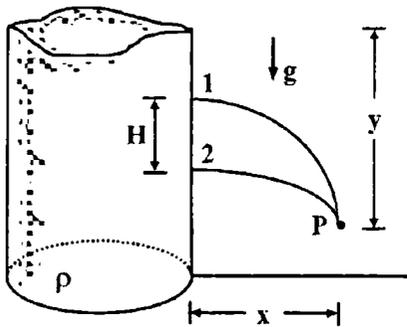


Fig.61

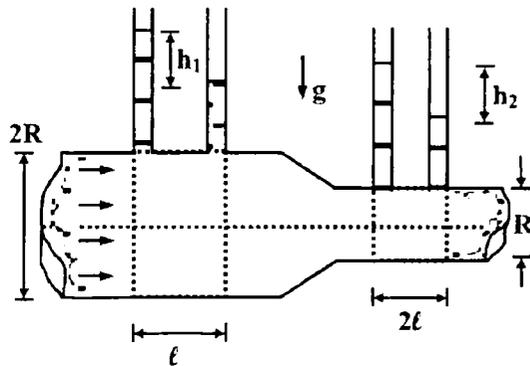


Fig.62

187. En la Fig.63, en el recipiente grande hay agua de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³ y altura $h=1$ m, el peso del recipiente más el agua es de $W=80$ N. El área del agujero circular tapado es de $A=10$ cm². ¿ Para qué valor de " μ_s " el movimiento del recipiente es inminente, al retirarse el tapón ? ($g=10$ m/s²)

- a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/5 e) 1/6

188. En la Fig.64, la bomba está constituida de un cilindro, un pistón de área $A=20$ cm² y un agujero de área $a=2$ cm². Hallar la velocidad de salida del chorro de líquido de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³, bajo la acción de la fuerza de magnitud $F=4$ N, el pistón se desplaza con velocidad constante. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

189. En la Fig.64, en la bomba cilíndrica, el área del pistón es "A" y la del agujero a ($A \gg a$). Si el líquido de densidad $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ sale por el agujero con una velocidad de $v = 0,2 \text{ m/s}$, bajo la acción de la fuerza de magnitud $F = 0,2 \text{ N}$. Hallar el área "A" del pistón, el cual se mueve con velocidad constante. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 20 cm² b) 40 cm² c) 60 cm² d) 80 cm² e) 100 cm²

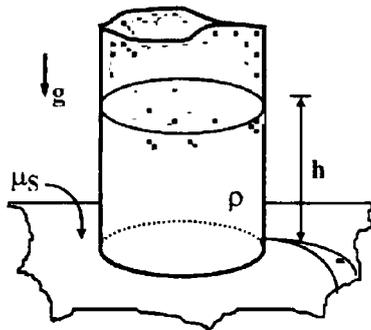


Fig.63

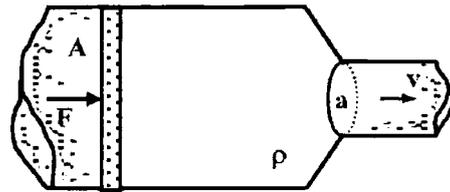


Fig.64

190. En la Fig.61, por los agujeros de áreas iguales a $A = 0,2 \text{ cm}^2$. Si en el depósito cada segundo se vierte 120 cm^3 de agua. ¿Para qué valor de la distancia vertical "H" entre los agujeros, se cumple que: $y - x = 20 \text{ cm}$? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 10 cm b) 20 cm c) 40 cm d) 60 cm e) 80 cm

191. En la Fig.65, el recipiente abierto y área de sección muy grande contiene keroseno de densidad $\rho_1 = 800 \text{ kg/m}^3$ y agua de densidad $\rho_2 = 1\,000 \text{ kg/m}^3$. Despreciando la viscosidad, hallar la velocidad con la que sale el agua por el agujero de la base del recipiente. ($h_1 = 37,5 \text{ cm}$, $h_2 = 50 \text{ cm}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

192. Un recipiente abierto que contiene agua de densidad $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ está suspendido del techo, la altura del agua es $h = 50 \text{ cm}$. ¿En cuánto variará la magnitud de la tensión en el soporte, si en el fondo del recipiente se hace un agujero muy pequeño de área $A = 1 \text{ cm}^2$? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1 N b) 2 N c) 3 N d) 4 N e) 5 N

193. En la Fig.66, el recipiente abierto de área de sección $A = 100 \text{ cm}^2$ contiene agua de densidad $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ una altura de $h = 50 \text{ cm}$. Se hacen dos agujeros opuestos muy pequeños de áreas $A_1 = 1 \text{ cm}^2$, $A_2 = 2 \text{ cm}^2$, en el fondo de las paredes laterales. Despreciando la viscosidad y el peso del recipiente, hallar la aceleración con la que se mueve el recipiente, sobre la mesa totalmente lisa. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) $0,1 \frac{m}{s^2}$ (\rightarrow) b) $0,1 \frac{m}{s^2}$ (\leftarrow) c) $0,2 \frac{m}{s^2}$ (\rightarrow) d) $0,2 \frac{m}{s^2}$ (\leftarrow) e) $0,4 \frac{m}{s^2}$ (\rightarrow)

194. En la Fig. 67, el depósito de forma semiesférica de radio $R=30$ cm, está llena de agua de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³. ¿Qué trabajo se debe hacer para bombear toda el agua a una altura de $h=20$ cm por encima del depósito? ($g=10$ m/s²)

- a) 100π J b) 120π J c) 140π J d) 160π J e) 180π J

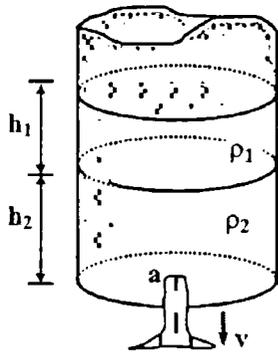


Fig. 65

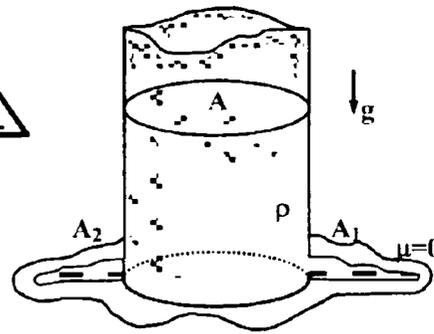


Fig. 66

195. En la Fig. 68, se tiene un depósito cilíndrico de altura $h=1$ m y radio de la base $R=50$ cm, llena de agua de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³. Hallar el trabajo necesario para bombear toda el agua a la parte superior del depósito. ($g=10$ m/s²)

- a) 1000π J b) 1250π J c) 1500π J d) 1750π J e) 2000π J

196. Un globo esférico pierde aire con rapidez constante de 2 cm³/s. ¿Con qué rapidez decrece el radio del globo en el instante en que su diámetro es $D=1$ m?

- a) $0,1 \mu\text{m/s}$ b) $0,2 \mu\text{m/s}$ c) $0,4 \mu\text{m/s}$ d) $0,6 \mu\text{m/s}$ e) $0,8 \mu\text{m/s}$

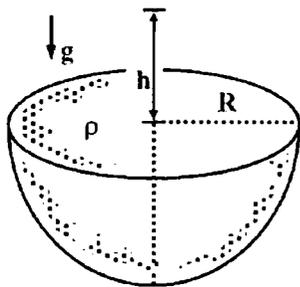


Fig. 67

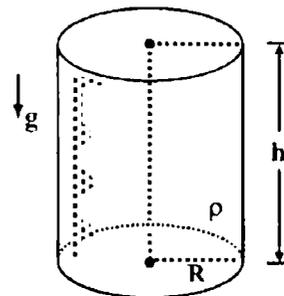


Fig. 68

197. En la Fig. 69, en el reloj de agua de radio $R=3$ cm y altura $h=6$ cm, se pasa el agua a un sólo lado y se voltea fluyendo el agua con una rapidez de 2 cm³/s. Hallar la rapidez (en

cm/s) con que aumenta la altura "h" en la parte inferior del reloj, en el instante en que h=4 cm.

- a) $1/\pi$ b) $2/\pi$ c) $3/\pi$ d) $4/\pi$ e) $5/\pi$

198. En la Fig.70, el depósito de forma cónica de radio de la base R=30 cm y altura h=60 cm, está llena de agua de densidad $\rho=1\ 000\text{ kg/m}^3$. ¿Qué trabajo se debe hacer para bombear toda el agua hasta la parte superior del depósito? ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) $21\pi\text{ J}$ b) $23\pi\text{ J}$ c) $25\pi\text{ J}$ d) $27\pi\text{ J}$ e) $29\pi\text{ J}$

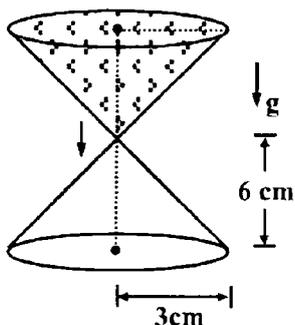


Fig.69

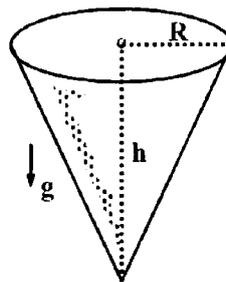


Fig.70

199. En la Fig.71, el depósito cilíndrico de radio R=1 m y longitud $\ell=2\text{ m}$ está en posición horizontal y llena de aceite de densidad $\rho=900\text{ kg/m}^3$. ¿Qué trabajo se debe hacer para bombear todo el aceite hasta la parte superior del depósito? ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) $10\pi\text{ kJ}$ b) $12\pi\text{ kJ}$ c) $14\pi\text{ kJ}$ d) $16\pi\text{ kJ}$ e) $18\pi\text{ kJ}$

200. En la Fig.72, del suelo se suelta un globo esférico de masa $m=2\text{ g}$ y radio $R=15\text{ cm}$, lleno de hidrógeno de densidad $\rho_{H_2}=0,09\text{ kg/m}^3$; unida a una cuerda enrollada de longitud $\ell=30\text{ m}$ y densidad $\lambda=0,001\text{ kg/m}$. Hallar la altura alcanzada por el globo, en el equilibrio. (Densidad del aire $\rho_A=1,293\text{ kg/m}^3$)

- a) 10 m b) 15 m c) 20 m d) 25 m e) 30 m

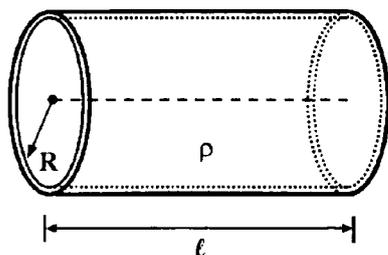


Fig.71

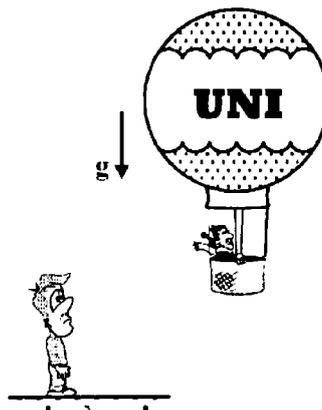


Fig.72

201. En un condensador plano horizontal de distancia entre láminas $d=1$ cm, hay una gota de aceite cargada. Cuando no hay campo eléctrico, la gota cae a la velocidad constante de $v_1=0,011$ cm/s. Si las láminas se ponen a una diferencia de potencial $V=150$ voltios, la gota cae a la velocidad $v_2=0,043$ cm/s. Hallar el valor de la carga de la gota. El coeficiente de viscosidad del aire $\eta=1,82 \cdot 10^{-2}$ N·s/m² la densidad del aceite es mayor que la del gas en la que cae la gota en $\Delta\rho=900$ kg/m³. ($k=9 \cdot 10^9$ N·m²/C², $g=9,8$ m/s², $p=10^{-12}$)

- a) 0,13 pC b) 0,73 pC c) 0,93 pC d) 0,23 pC e) 0,53 pC

202. En un aparato de Millikan se observa que una gota de aceite cargada cae a través de una distancia de 1 mm en 27,4 s, en ausencia de campo eléctrico externo. La misma gota permanece estacionaria en un campo de $2,37 \cdot 10^4$ N/C. ¿Cuántos electrones en exceso ha adquirido la gota. La viscosidad del aire es de $1,8 \cdot 10^{-5}$ N·s/m². La densidad del aceite es de 800 kg/m³ y la densidad del aire es de 1,30 kg/m³?

- a) $2,24 \cdot 10^4$ e_s b) $6,24 \cdot 10^4$ e_s c) $4,24 \cdot 10^4$ e_s d) $8,24 \cdot 10^4$ e_s e) $1,24 \cdot 10^4$ e_s

203. En la Fig. 73, en la corriente de agua que se mueve con velocidad constante de $v=2$ m/s, se sumerge el tubo doblado, el cual, presenta un pequeño agujero en su parte superior. Hallar la altura "h" que alcanza el chorro de agua, si $h_0=10$ cm y $g=10$ m/s².

- a) 10 cm b) 12 cm c) 14 cm d) 16 cm e) 18 cm

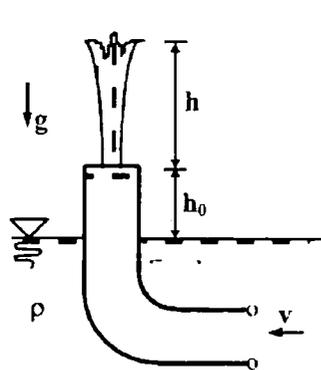


Fig.73

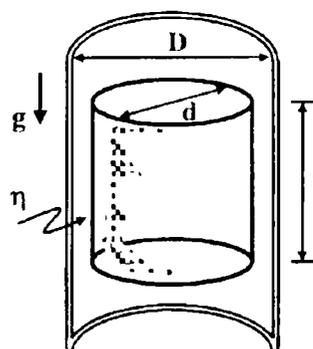


Fig.74

205. Un tanque cilíndrico de diámetro $D=20$ cm, longitud $l=3\pi/4$ m, está en posición horizontal y llena de agua de densidad $\rho=1000$ kg/m³. ¿Qué tiempo demora el agua en vaciarse a través de un agujero de diámetro $d=2$ cm, practicado en el fondo del tanque? (Coeficiente de gasto $k=2/3$ y $g=10$ m/s²)

- a) 1 min b) 2 min c) 3 min d) 4 min e) 5 min

206. En la Fig. 75, el tanque en forma de tronco de pirámide de bases cuadradas de lados $a=10$ m, $b=1$ m, y altura $h=4$ m; está llena de agua. ¿En qué tiempo se vacía toda el agua, si se hace un pequeño agujero de área $A=20$ cm², en la base inferior del tanque? (Coeficiente de gasto $k=0,72$ y $g=10$ m/s²)

- a) 1 h b) 2 h c) 3 h d) 4 h e) 5 h

207. En la Fig. 76, en la pared lateral del recipiente cilíndrico grande de altura $h=50$ cm y llena de agua de densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³, se hace una rendija vertical fina de longitud $\ell=20$ cm y ancho $b=2,5$ mm. Hallar la fuerza resultante de la reacción del agua que sale por la rendija. ($g=10$ m/s²)

- a) 1 N b) 2 N c) 3 N d) 4 N e) 5 N

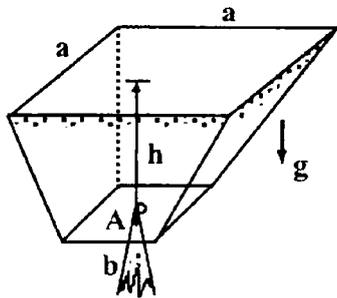


Fig. 75

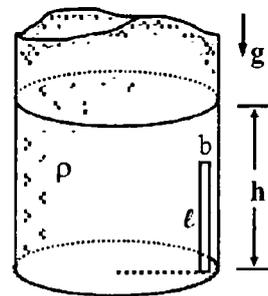


Fig. 76

208. En la Fig. 77, el tubo de ensayo AB de longitud $\ell=50$ cm, que contiene un líquido, gira en un plano horizontal con una velocidad angular de $\omega=10$ rad/s, alrededor del eje $00'$. En el extremo cerrado B hay un agujero muy pequeño. Hallar la velocidad con la que sale el líquido por el agujero, para $h=10$ cm y $g=10$ m/s².

- a) $1 \frac{m}{s}$ b) $2 \frac{m}{s}$ c) $3 \frac{m}{s}$ d) $4 \frac{m}{s}$ e) $5 \frac{m}{s}$

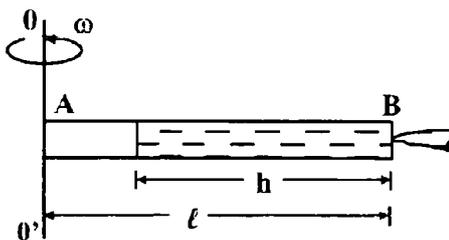


Fig. 77

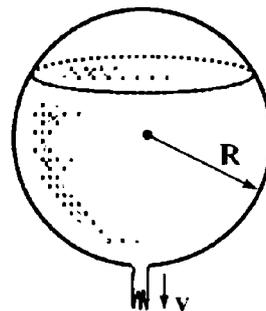


Fig. 78

209. En la Fig. 78, el tanque esférico de paredes delgadas de radio $R=1$ m inicialmente está lleno de agua. ¿En qué tiempo se vacía toda el agua, al abrirse un pequeño agujero circular de radio $r=1$ cm, en la parte inferior del tanque? (Coeficiente de gasto $k=0,625$ y $g=10$ m/s^2)

- a) 0,5 h b) 1,0 h c) 1,5 h d) 2,0 h e) 2,5 h

210. En la Fig. 79, el cono homogéneo de altura $H=36$ cm, peso específico " γ_1 ", flota con su eje en posición vertical, sobresaliendo su vértice en el líquido de peso específico " γ " ($\gamma_1/\gamma=7/8$). Hallar la altura " h " sumergida del cono.

- a) 14 cm b) 16 cm c) 18 cm d) 20 cm e) 22 cm

211. En la Fig. 80, el doble cono homogéneo de alturas $H_1=22$ cm, $H_2=24$ cm, peso específico " γ_1 ", flota con su eje en posición vertical, sobresaliendo uno de sus vértices del líquido de peso específico " γ " ($\gamma_1/\gamma=0,014$). Hallar la altura " h " sumergida del doble cono.

- a) 16 cm b) 18 cm c) 20 cm d) 22 cm e) 24 cm

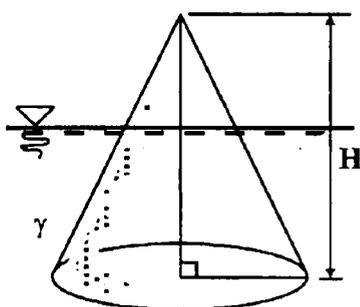


Fig. 79

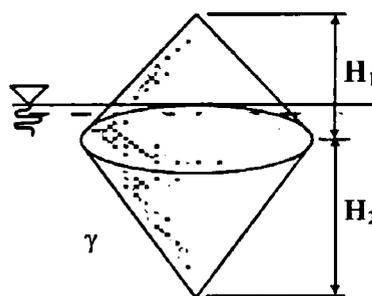


Fig. 80

212. Un depósito abierto cilíndrico de diámetro $D=120$ cm y profundidad $H=180$ cm se llena con agua y se le hace girar con una velocidad angular constante de $\omega=60$ rev/min.

I) ¿Qué volumen de líquido se derrama?

- a) 0,409 m^3 b) 0,429 m^3 c) 0,449 m^3 d) 0,469 m^3 e) 0,489 m^3

II) ¿Cuál es la profundidad del líquido en el eje del cilindro?

- a) 1,016 m b) 1,036 m c) 1,056 m d) 1,076 m e) 1,096 m

213. Se tiene un depósito cúbico de lados $\ell=1,5$ m, lleno de aceite de densidad relativa $\rho_r=0,75$. La densidad del agua es $\rho=1\ 000$ kg/m^3 , y $g=10$ m/s^2 .

I) Hallar la fuerza sobre cada una de las caras laterales del cubo, si este asciende verticalmente con una aceleración de $a=5$ m/s^2 .

- a) 18,58 kN b) 18,68 kN c) 18,78 kN d) 18,88 kN e) 18,98 kN

II) Hallar la fuerza sobre cada una de las caras laterales del cubo, si este desciende verticalmente con una aceleración de $a=5 \text{ m/s}^2$.

- a) 6,13 kN b) 6,23 kN c) 6,33 kN d) 6,43 kN e) 6,53 kN

214. Un depósito cilíndrico abierto de altura $H=2 \text{ m}$ y diámetro $D=1 \text{ m}$ contiene agua hasta una altura de $h=1,5 \text{ m}$. Densidad del agua $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$.

I) ¿A qué velocidad angular máxima puede girar el depósito, alrededor de su eje de simetría, sin que se derrame nada de agua?

- a) 8,05 rad/s b) 8,25 rad/s c) 8,45 rad/s d) 8,65 rad/s e) 8,85 rad/s

II) ¿Cuál es la presión en el centro de la base del depósito, cuando este gira con una velocidad angular constante de $\omega=6 \text{ rad/s}$?

- a) 12,0 kPa b) 12,2 kPa c) 12,4 kPa d) 12,6 kPa e) 12,8 kPa

III) ¿Cuál es la presión en el borde de la base del depósito, cuando este gira con una velocidad angular constante de $\omega=6 \text{ rad/s}$?

- a) 16,1 kPa b) 16,3 kPa c) 16,5 kPa d) 16,7 kPa e) 16,9 kPa

IV) ¿Cuál es el cambio porcentual que experimenta la presión en el borde, respecto del centro de la base del depósito cilíndrico?

- a) 36,1 % b) 36,3 % c) 36,5 % d) 36,7 % e) 36,9 %

215. Un depósito abierto que contiene agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, se desplaza con una aceleración de $a=5 \text{ m/s}^2$ hacia abajo, sobre una superficie inclinada lisa que forma un ángulo de $\alpha=37^\circ$ con la horizontal. Hallar el ángulo " θ " que forma la superficie libre del agua con la horizontal. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) $29^\circ 40' 5,2''$ b) $29^\circ 42' 5,2''$ c) $29^\circ 44' 5,2''$ d) $29^\circ 46' 5,2''$ e) $29^\circ 48' 5,2''$

216. Un recipiente cerrado de diámetro $D=60 \text{ cm}$, está totalmente lleno con agua de peso específico $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$. Si el recipiente está girando a $\omega=1200 \text{ rev/min}$, ¿Qué incremento experimentará la presión en la circunferencia de la parte superior del depósito? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 710 kPa b) 715 kPa c) 720 kPa d) 725 kPa e) 730 kPa

217. ¿A qué velocidad angular debe girar un depósito abierto cilíndrico de diámetro $D=120 \text{ cm}$, y altura $H=180 \text{ cm}$, lleno con agua, para que en el centro de la base del depósito la profundidad sea nula? ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 9,1 rad/s b) 9,3 rad/s c) 9,5 rad/s d) 9,7 rad/s e) 9,9 rad/s

218. La viscosidad cinemática del metano a $T_0=15^\circ \text{C}$ y presión atmosférica es $\nu_0=1,59 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Usando la ecuación de Sutherland $\eta/\eta_0=(T/T_0)^{3/2}(T_0+T)/(T+S)$, hallar la viscosidad

a la temperatura de $T=200\text{ }^{\circ}\text{C}$ y presión $P=2\text{ atm}$. La constante de Sutherland es $S=198\text{ K}$

- a) $11,9\text{ }\mu\text{m}^2/\text{s}$ b) $13,9\text{ }\mu\text{m}^2/\text{s}$ c) $15,9\text{ }\mu\text{m}^2/\text{s}$ d) $17,9\text{ }\mu\text{m}^2/\text{s}$ e) $19,9\text{ }\mu\text{m}^2/\text{s}$

219. En la Fig.81, el dispositivo está formado por un disco que se hace girar por medio de un eje. El disco está colocado muy cerca de una frontera sólida. Entre el disco y la frontera hay aceite viscoso.

I) Si el disco se hace girar a una velocidad de $\omega=1\text{ rad/s}$, ¿Cuál será la razón entre el esfuerzo cortante del aceite en $r=2\text{ cm}$ y el esfuerzo cortante en $r=3\text{ cm}$?

- a) $3/4$ b) $4/3$ c) $2/3$ d) $3/2$ e) $3/5$

II) Si la velocidad de rotación es $\omega=2\text{ rad/s}$, ¿Cuál es la velocidad del aceite en contacto con el disco en $r=3\text{ cm}$?

- a) 3 cm/s b) 4 cm/s c) 5 cm/s d) 6 cm/s e) 7 cm/s

III) Si la viscosidad del aceite es $\eta=0,01\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ y la separación es $y=2\text{ mm}$, ¿Cuál es el esfuerzo cortante para las condiciones de la parte II)

- a) $0,20\text{ N}/\text{m}^2$ b) $0,25\text{ N}/\text{m}^2$ c) $0,30\text{ N}/\text{m}^2$ d) $0,35\text{ N}/\text{m}^2$ e) $0,40\text{ N}/\text{m}^2$

IV) ¿Qué par de torsión (en $\text{N}\cdot\text{m}$) se requiere para hacer girar el disco a razón de $\omega=5\text{ rad/s}$, con $D=10\text{ cm}$ y con la misma viscosidad " η " y separación " y ".

- a) $2,05\cdot 10^{-4}$ b) $2,25\cdot 10^{-4}$ c) $2,45\cdot 10^{-4}$ d) $2,65\cdot 10^{-4}$ e) $2,85\cdot 10^{-4}$

220. En la Fig.82, en el tubo de sección variable circula un flujo estacionario de un líquido viscoso de densidad $\rho=1000\text{ kg}/\text{m}^3$. En las secciones 1 y 2 la velocidad puede considerarse constante en toda la sección. Las áreas de las secciones 1 y 2 son $A_1=32\text{ cm}^2$ y $A_2=64\text{ cm}^2$. Las presiones del líquido en las secciones 1 y 2 son, $P_1=20\text{ kPa}$, $P_2=40\text{ kPa}$. La rapidez del flujo de fluido en la sección 1 es $v_1=10\text{ m/s}$. Hallar la fuerza que ejerce el líquido sobre la parte del tubo situado entre 1 y 2.

- a) 30 N b) 32 N c) 34 N d) 36 N e) 38 N

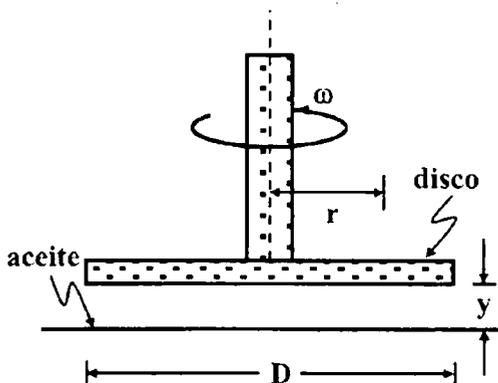


Fig.81

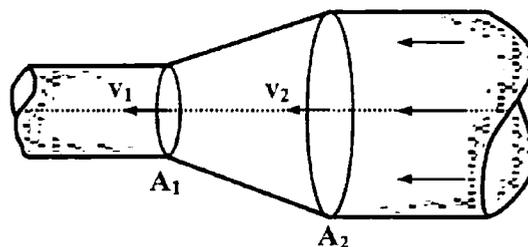


Fig.82

- 221.** De un orificio en el fondo de un depósito alto sale agua. Las áreas de la sección del depósito y agujero son: $A_1=200 \text{ cm}^2$, y $A_2=4 \text{ cm}^2$, respectivamente. El nivel del agua en el depósito se desplaza con aceleración constante. Hallar la magnitud de esta aceleración. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $0,1 \text{ cm/s}^2$ b) $0,2 \text{ cm/s}^2$ c) $0,3 \text{ cm/s}^2$ d) $0,4 \text{ cm/s}^2$ e) $0,5 \text{ cm/s}^2$
- 222.** Se transfiere un líquido de viscosidad " η ", de un recipiente a otro mediante un tubo largo de radio " R ", longitud " ℓ ", cuyos extremos están sometidos a una diferencia de presión de " ΔP ".
- I) Determinar la dependencia entre la velocidad " v " del líquido y la distancia " x " hasta la pared del tubo.
- II) Calcular la velocidad del líquido para: $R=10 \text{ cm}$, $\ell=40 \text{ cm}$, $x=4 \text{ cm}$, $\eta=8,33 \text{ Poises}$, y $\Delta P=400 \text{ N/m}^2$.
- a) $23,2 \text{ cm/s}$ b) $24,2 \text{ cm/s}$ c) $25,2 \text{ cm/s}$ d) $26,2 \text{ cm/s}$ e) $27,2 \text{ cm/s}$
- 223.** Un recipiente que contiene agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ hasta una altura de $h=40 \text{ cm}$, está suspendido del techo mediante una cuerda. ¿En cuánto variará la tensión en la cuerda, si en el fondo del recipiente se hace un orificio pequeño del que sale un chorro de agua de área de sección $A=2 \text{ cm}^2$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $1,0 \text{ N}$ b) $1,2 \text{ N}$ c) $1,4 \text{ N}$ d) $1,6 \text{ N}$ e) $1,8 \text{ N}$
- 224.** Dada, $v=10y^{1/16}$, donde " v " es la velocidad del agua a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ en metros por segundo, " y " es la distancia desde la frontera en mm. Hallar el esfuerzo cortante en el agua en $y=2 \text{ mm}$.
- a) $0,112 \text{ Pa}$ b) $0,212 \text{ Pa}$ c) $0,312 \text{ Pa}$ d) $0,412 \text{ Pa}$ e) $0,512 \text{ Pa}$
- 225.** Por un tubo, doblado en ángulo recto y de área de sección transversal $A=16 \text{ cm}^2$, fluye un líquido de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ con una rapidez de $v=4 \text{ m/s}$. ¿Con qué fuerza actúa el líquido sobre el tubo, si su presión en la salida de éste es $P=4 \text{ kPa}$. El tubo se encuentra en un plano horizontal.
- a) $41,54 \text{ N}$ b) $42,54 \text{ N}$ c) $43,54 \text{ N}$ d) $44,54 \text{ N}$ e) $45,54 \text{ N}$
- 226.** Una bomba debe suministrar cada segundo un caudal de $Q=0,512 \text{ m}^3/\text{s}$ de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, hasta una altura de $h=4 \text{ m}$, por un tubo de área de sección constante $A=64 \text{ cm}^2$, ¿Cuál deberá ser la potencia de la bomba? ($g=10 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)
- a) $3,09 \text{ kW}$ b) $3,29 \text{ kW}$ c) $3,49 \text{ kW}$ d) $3,69 \text{ kW}$ e) $3,89 \text{ kW}$
- 227.** Suponga que circula glicerina ($T=20 \text{ }^\circ\text{C}$) y que el gradiente de presión dP/dx es $-1,6 \text{ kN/m}^3$. La distribución de velocidad para flujo viscoso entre las placas estacionarias es: $v=-(1/2\eta)(dP/dx)(By - y^2)$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\eta=1,41 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$)
- I) ¿Cuáles son la velocidad y esfuerzo cortante a una distancia de 12 mm de la pared si el ancho del espacio B entre las paredes es de $5,0 \text{ cm}$?

- a) 21,9 cm/s ; 22,8 Pa b) 23,9 cm/s ; 26,8 Pa c) 25,9 cm/s ; 20,8 Pa
 d) 27,9 cm/s ; 24,8 Pa . e) 29,9 cm/s ; 28,8 Pa

II) ¿Cuáles son el esfuerzo cortante y velocidad en la pared?

- a) 0,0 cm/s ; 40 Pa b) 14,8 cm/s ; 32 Pa c) 12,8 ; 36 Pa
 d) 10,8 cm/s ; 34 Pa e) 16,8 cm/s ; 38 Pa

228. En la Fig.83, el pistón es acelerado hacia arriba a razón de 10 m/s^2 . Una columna de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ de longitud $\ell=50 \text{ cm}$ se encuentra sobre el pistón, Calcular la presión a la distancia de $d=20 \text{ cm}$ debajo de la superficie del agua. Despreciar los efectos de viscosidad. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,16 kPa b) 3,36 kPa c) 3,56 kPa d) 3,76 kPa e) 3,96 kPa

229. En la Fig.84, el flujo de agua ingresa al tanque cilíndrico abierto con a razón de $Q_I=1 \text{ m}^3/\text{min}$, y sale a razón de $Q_S=1,2 \text{ m}^3/\text{min}$. El área de la sección transversal del tanque es $A=2 \text{ m}^2$. Hallar la razón en la que el nivel del agua del tanque cambia. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) +0,1 m/s b) -0,1 m/s c) +0,2 m/s d) -0,2 m/s e) +0,3 m/s

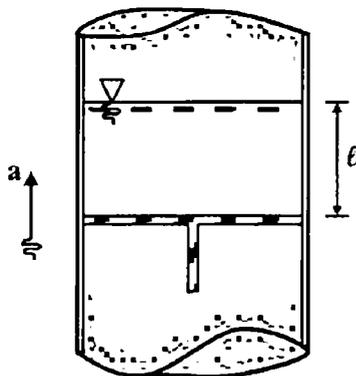


Fig.83

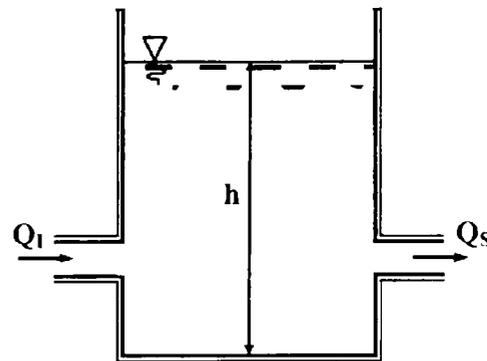


Fig.84

230. En la Fig.85, el aparato amortiguador consta de una esfera encerrada en un cascarón esférico, siendo $s=1 \text{ mm}$ la distancia entre las superficies de la esfera y el cascarón. El espacio entre la esfera y el cascarón está llena de aceite (SAE 10W a $38 \text{ }^\circ\text{C}$). El diámetro de la esfera es $D=100 \text{ mm}$. La esfera gira por acción de un eje de diámetro d ($d \ll D$). Despreciando los efectos viscosos, hallar el par de torsión (en $\text{N}\cdot\text{m}$) sobre el eje para una velocidad de rotación de $\omega=10 \text{ rev/min}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\eta=3,6\cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$)

- a) $1,17\cdot 10^{-3}$ b) $1,37\cdot 10^{-3}$ c) $1,57\cdot 10^{-3}$ d) $1,77\cdot 10^{-3}$ e) $1,97\cdot 10^{-3}$

231. En la Fig.86, entre los planos paralelos horizontales muy grandes separados por una distancia "h", circula un fluido de viscosidad " η ", en régimen estacionario. La diferencia de presión por unidad de longitud en la dirección del movimiento del fluido es " ΔP ".

I) Hallar la distribución de las velocidades $v(y)$.

II) Evaluar la expresión " $v(y)$ " para: $h=40$ cm, $y=30$ cm, $\eta=8,33$ N·s/m², $\Delta P=5$ kPa.

- a) 12 m/s b) 14 m/s c) 16 m/s d) 18 m/s e) 20 m/s

III) Hallar el gasto de fluido por unidad de anchura del flujo.

- a) 3,0 m²/s b) 3,2 m²/s c) 3,4 m²/s d) 3,6 m²/s e) 3,8 m²/s

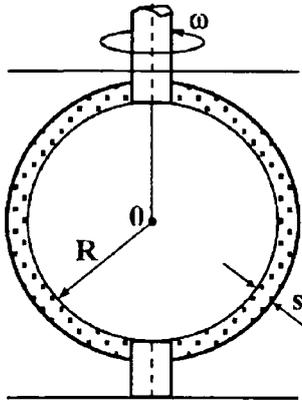


Fig.85

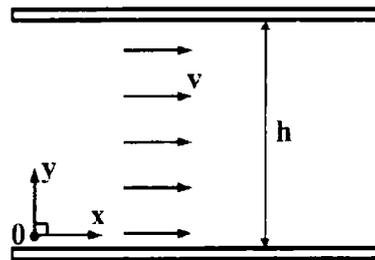


Fig.86

232. En la Fig.87, el cono de ángulo $2\theta=90^\circ$, radio de la base $R_0=20$ cm, masa $m=800$ g, rota con velocidad angular inicial " ω_0 " al interior del asiento cónico. La distancia entre las superficies de la pared y el cono es $h=8$ cm, y está lleno de un fluido de viscosidad $\eta=8,33$ N·s/m². Despreciando el arrastre del aire, hallar la velocidad angular en el instante $t=0,01$ s, luego de iniciado el movimiento. ($g=9,8$ m/s²)

- a) $0,60\omega_0$ b) $0,62\omega_0$ c) $0,64\omega_0$ d) $0,66\omega_0$ e) $0,68\omega_0$

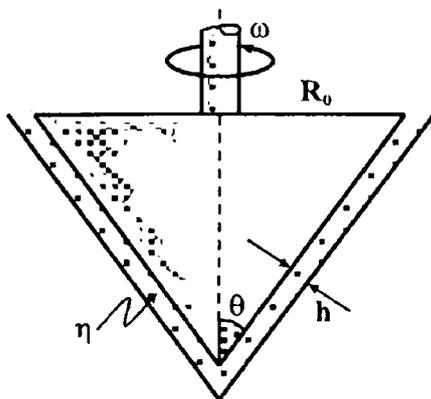


Fig.87

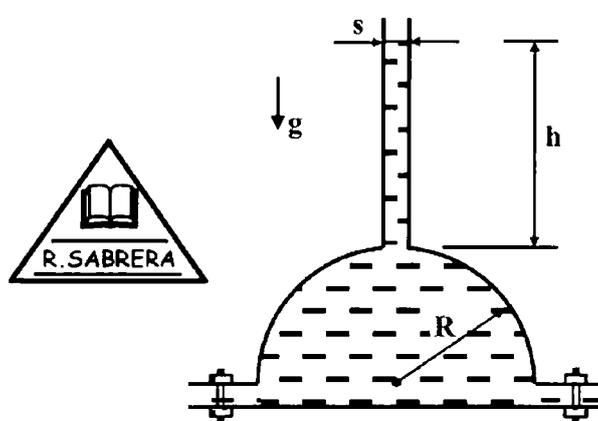


Fig.88

233. En la Fig.88, la campana hemisférica pesa $W=34\ 088$ N y está llena de agua de peso específico $\gamma=9\ 790$ N/m³ y unida a la mesa mediante cinco pernos igualmente espaciados,

¿Cuál es la fuerza en cada perno requerido para mantener la campana, hacia abajo? $H=4$ m, $s=3$ cm, $R=2$ m.

- a) 100 kN b) 102 kN c) 104 kN d) 106 kN e) 108 kN

234. En la Fig.89, el dispositivo se llama viscosímetro-plano-cónico. El ángulo del cono es muy pequeño, es decir $\sin \theta \approx \theta$, y el espacio está llena con un líquido de prueba. Un torque de magnitud $M=4$ N·m, hace rotar al cono a una velocidad angular de $\omega=40$ rad/s. A sumiendo un perfil de velocidad lineal para la película de fluido, hallar la viscosidad " η " del fluido para $R=20$ cm, y $\theta=2^\circ$.

- a) 8,13 N·s/m² b) 8,33 N·s/m² c) 8,53 N·s/m² d) 8,73 N·s/m² e) 8,93 N·s/m²

235. En la Fig.90, el espacio entre las placas paralelas muy grandes separadas por una distancia de $h=2$ cm, esta llena de un fluido de viscosidad $\eta=0,29$ N·s/m². Uno de los planos se desplaza con una rapidez de $v_0=3$ m/s, y el otro está fijo. Hallar la fuerza de viscosidad, que actúa sobre la unidad de área de cada uno de los planos.

- a) 41 Pa b) 43 Pa c) 45 Pa d) 47 Pa e) 49 Pa

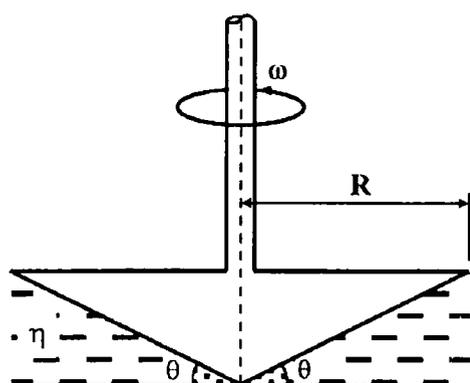


Fig.89

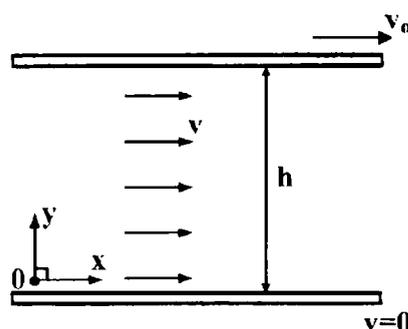


Fig.90

236. En la Fig.91, el cascarón en forma de cuadrante de esfera de radio $R=20$ cm está sumergida en un líquido de peso específico $\gamma=10^4$ N/m³, y profundidad $h=30$ cm. Hallar la fuerza hidrostática resultante, y su línea de acción, sobre el cascarón esférico.

- a) 101 N b) 103 N c) 105 N d) 107 N e) 109 N

237. En la Fig.92, el tanque está lleno de agua y tiene un hueco de ventilación en el punto A. Al interior del tanque de $b=1$ m de ancho hay un globo de diámetro $D=10$ cm, lleno de helio a la presión de $P=130$ kPa, sostenido por una cuerda. Si el tanque se desplaza hacia la derecha con una aceleración de $a=5$ m/s², ¿Qué ángulo se inclina la cuerda? ¿Hacia la derecha o izquierda? ($g=9,81$ m/s²)

- a) 21° b) 23° c) 25° d) 27° e) 29°

238. En la Fig.93, el tubo en V de 45° contiene agua y está abierto en A y cerrado en C.

- I) ¿Para qué rapidez de rotación " ω " la presión en los puntos B y C serán iguales?
- a) 8,1 rad/s b) 8,3 rad/s c) 8,5 rad/s d) 8,7 rad/s e) 8,9 rad/s
- II) ¿Para la condición de la parte I), a qué distancia de la rama AB, la presión en un punto de la rama BC será mínima?
- a) 11 cm B) 13 cm c) 15 cm d) 17 cm e) 19 cm

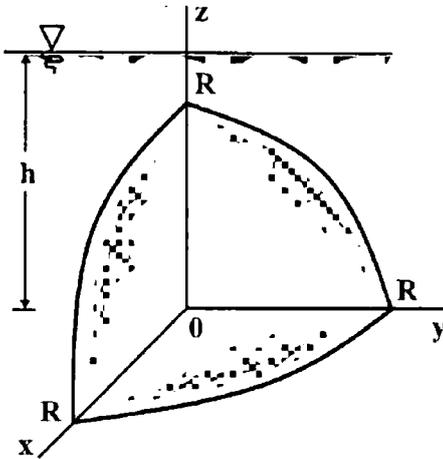


Fig.91

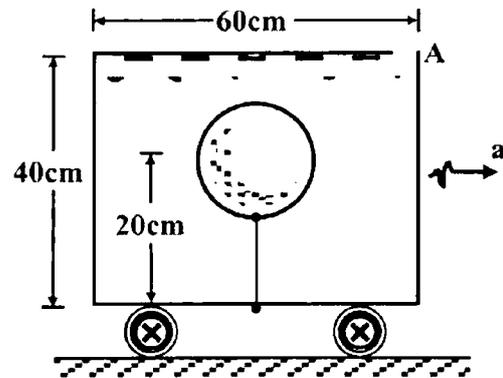


Fig.92

239. En la Fig.94, el cilindro muy alto de diámetro $D=18$ cm tiene 12 cm de agua, y 10 cm de aceite del tipo SAE 30. Se hace girar el cilindro alrededor de su eje de simetría con una velocidad angular de $\omega=150$ rev/min. ($g=9,81$ m/s², densidad aceite $\rho_A=891$ kg/m³, densidad agua $\rho_{H_2O}=998$ kg/m³)

- I) ¿Cuál es la forma que adoptan las superficies de interfase, y la deflexión que experimentan el punto en contacto con la pared y el centro de dichas superficies?
- a) 5,1 cm b) 5,3 cm c) 5,5 cm d) 5,7 cm e) 5,9 cm
- II) ¿Cuál y donde ocurrirá la presión de fluido máxima?
- a) 2510 Pa b) 2520 Pa c) 2530 Pa d) 2540 Pa e) 2550 Pa

240. En la Fig.95, determinar el caudal de líquido por unidad de anchura del flujo plano de espesor $h=80$ cm, que fluye por un plano inclinado un ángulo de $\theta=10^\circ$, respecto de la horizontal. La viscosidad del líquido es $\eta=0,656 \cdot 10^{-2}$ N.s/m², su densidad $\rho=1000$ kg/m³, y $g=9,8$ m/s².

- a) $40 \cdot 10^3$ m²/s b) $42 \cdot 10^3$ m²/s c) $44 \cdot 10^3$ m²/s d) $46 \cdot 10^3$ m²/s e) $48 \cdot 10^3$ m²/s

241. En la Fig.96, la pequeña placa plana está ubicada horizontalmente en una capa de aceite de coeficiente de viscosidad $\eta=0,027$ N.s/m², situada entre dos placas, una estacionaria y la otra moviéndose con una velocidad constante de $v_0=0,3$ m/s. ($h_1=1$ mm, $h_2=2,6$ mm)

- I) ¿A qué distancia de la placa inferior la velocidad es nula?

- a) 0,3 mm b) 0,4 mm c) 0,5 mm d) 0,6 mm e) 0,7 mm

II) La magnitud de la fuerza \vec{F} que debe aplicarse al plato, para que este no experimente desplazamiento, respecto de la placa inferior.

- a) 1,32 N b) 1,62 N c) 1,92 N d) 2,22 N e) 2,52 N

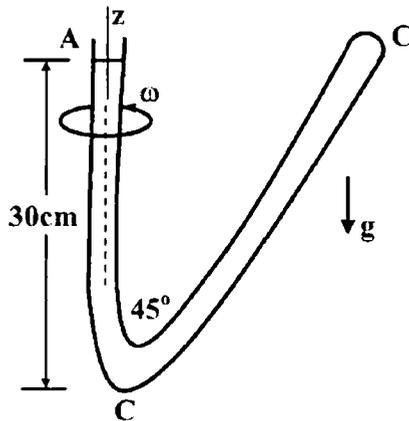


Fig.93

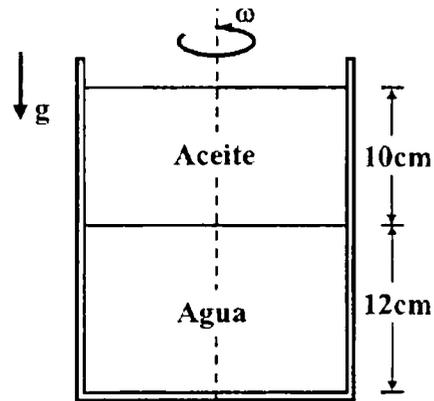


Fig.94

242. En la Fig.97, fluye aire establemente a través del conductor de diámetro $D=10$ cm, La velocidad, presión, y temperatura del aire en la estación 1 son: 30 m/s, 100 kPa, 300 K y en la estación 2, la presión disminuye a 95 kPa, y la temperatura se mantiene constante entre las dos estaciones (flujo isotérmico). La masa molecular del aire es $M=29$ kg/kmol. ($R=8,31$ J/mol·K, $g=9,81$ m/s²)

I) Hallar la rapidez del flujo de masa en la estación 1.

- a) 0,213 kg/s b) 0,233 kg/s c) 0,253 kg/s d) 0,273 kg/s e) 0,293 kg/s

II) Hallar la velocidad del fluido en la estación 2.

- a) 31,6 m/s b) 32,6 m/s c) 33,6 m/s d) 34,6 m/s e) 35,6 m/s

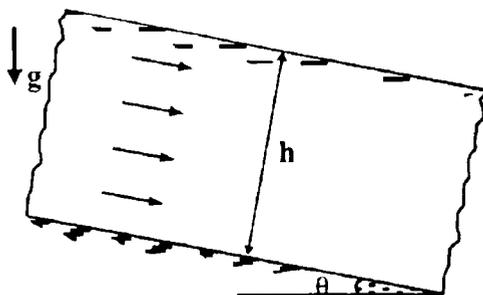


Fig.95

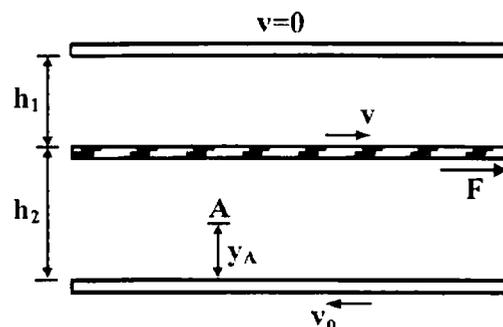


Fig.96

243. En la Fig.98, el tanque contiene agua de peso específico $\gamma=9\ 810$ N/m³. ($g=9,81$ m/s², $a=2,4$ m, $b=3,6$ m, $D=150$ mm, $d=50$ mm)

- I) Hallar la rapidez de flujo de volumen de agua (en m^3/s) que sale de la boquilla.
- a) $2,13 \cdot 10^{-2}$ b) $2,33 \cdot 10^{-2}$ c) $2,53 \cdot 10^{-2}$ d) $2,73 \cdot 10^{-2}$ e) $2,93 \cdot 10^{-2}$
- II) Hallar la presión en el punto A.
- a) 55,1 kPa b) 56,1 kPa c) 57,1 kPa d) 58,1 kPa e) 59,1 kPa

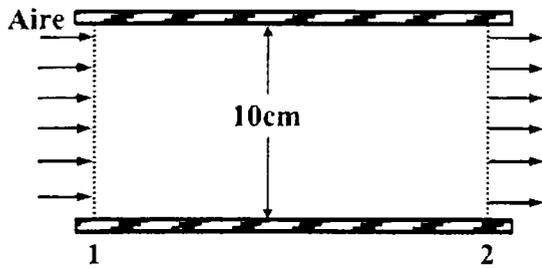


Fig.97

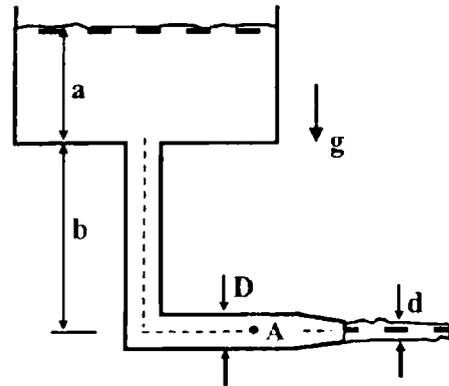


Fig.98

244. En la Fig.99, el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, contenida en el depósito grande abierto sale de él a través del tubo de sección variable montado en la pared lateral del mismo. El área de la sección del tubo disminuye desde $S=3,0 \text{ cm}^2$ hasta $s=1,0 \text{ cm}^2$. La altura del nivel del agua en el depósito es $h=4,6 \text{ m}$. Despreciando la viscosidad del agua, hallar la componente horizontal de la fuerza que arranca el tubo del depósito. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)
- a) 4,0 N b) 4,5 N c) 5,0 N d) 5,5 N e) 6,0 N

245. En la Fig.100, el disco horizontal delgado de radio $R=10 \text{ cm}$ se coloca en la cavidad cilíndrica que contiene aceite de viscosidad $\eta=8 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. La distancia entre las superficies del disco y las paredes es $h=1,0 \text{ mm}$. Hallar la potencia que desarrollan las fuerzas condicionadas por la viscosidad del aceite y que actúan sobre el disco cuando éste gira a una velocidad angular de $\omega=60 \text{ rad/s}$. Despreciar los efectos de borde.
- a) 5 W b) 6 W c) 7 W d) 8 W e) 9 W

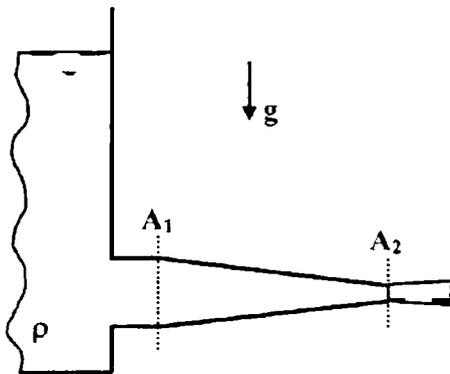


Fig.99

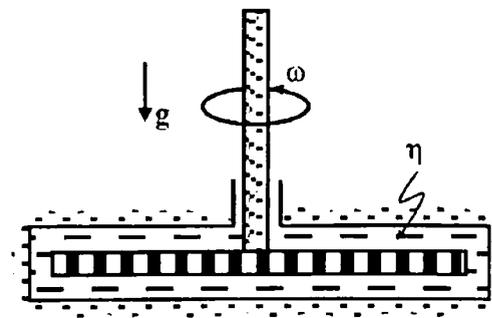


Fig.100

246. En la Fig.101, el agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ contenida en el depósito grande sale de él a través del tubo de radio interno $r=0,50 \text{ cm}$, doblado en ángulo recto. La longitud de la parte horizontal del tubo es $\ell=22 \text{ cm}$. El caudal de agua es $Q=0,50 \text{ lt/s}$. Hallar el momento de la fuerza de la reacción del agua en la pared del tubo con relación al punto O, originado por el flujo de este líquido.

- a) $0,5 \text{ N}\cdot\text{m}$ b) $0,6 \text{ N}\cdot\text{m}$ c) $0,7 \text{ N}\cdot\text{m}$ d) $0,8 \text{ N}\cdot\text{m}$ e) $0,9 \text{ N}\cdot\text{m}$

247. En la Fig.102, se tienen dos cilindros coaxiales, uno fijo de radio $R_2=20 \text{ cm}$ y otro móvil largo de radio $R_1=16 \text{ cm}$ que se desplaza longitudinalmente a una velocidad de $v_0=10 \text{ m/s}$ por el interior del primero. El espacio comprendido entre los cilindros se llena con un líquido de viscosidad $\eta=8,33 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. El flujo es laminar y estacionario.

- I) Hallar la velocidad del líquido en función de la distancia "r" hasta el eje de los cilindros.
II) Hallar la velocidad del líquido en $r=18 \text{ cm}$.

- a) $4,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $4,62 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $4,72 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $4,82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e) $4,92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

III) ¿Aproximadamente a qué distancia "r" la velocidad del líquido es $v=5 \text{ m/s}$?

- a) $17,1 \text{ cm}$ b) $17,3 \text{ cm}$ c) $17,5 \text{ cm}$ d) $17,7 \text{ cm}$ e) $17,9 \text{ cm}$

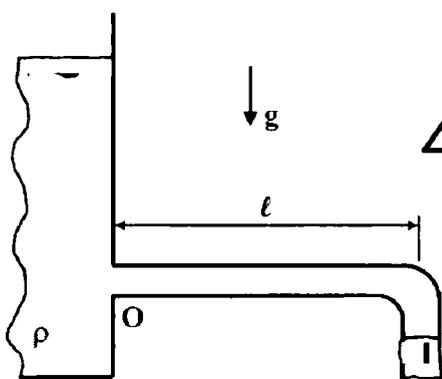


Fig.101

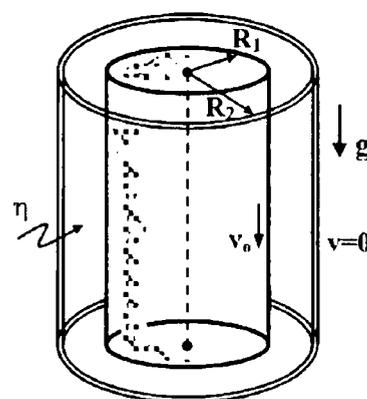


Fig.102

248. El espacio comprendido entre dos cilindros coaxiales largos de radio $R_1=16 \text{ cm}$ y $R_2=20 \text{ cm}$, está lleno de un líquido de coeficiente de viscosidad $\eta=8,33 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. El cilindro interior está fijo $\omega_1=0$, y el exterior gira con una velocidad angular constante de $\omega_2=20 \text{ rad/s}$. El movimiento del líquido es laminar.

- I) Hallar la velocidad angular del líquido en movimiento a la distancia $r=18 \text{ cm}$ del eje.

- a) $11,06 \text{ rad/s}$ b) $11,26 \text{ rad/s}$ c) $11,46 \text{ rad/s}$ d) $11,66 \text{ rad/s}$ e) $11,86 \text{ rad/s}$

- II) Hallar el momento de las fuerzas de rozamiento, que actúan por unidad de longitud del cilindro exterior.

- a) $148,9 \text{ N}$ b) $149,1 \text{ N}$ c) $149,4 \text{ N}$ d) $149,7 \text{ N}$ e) $150,0 \text{ N}$

249. Por un tubo de longitud " ℓ " y radio " R " circula un flujo estacionario de un líquido de densidad " ρ " y coeficiente de viscosidad " η ". La velocidad del flujo depende de la distancia " r " hasta el eje del tubo, y viene dado por: $v=v_0(1-r^2/R^2)$, siendo $v_0=\text{cte}$.

- I) Hallar el volumen del líquido que pasa en unidad de tiempo por el tubo.
- II) Hallar la energía cinética del líquido en el volumen del tubo.
- III) Hallar la fuerza de rozamiento F_{roz} que ejerce el líquido sobre el tubo.
- IV) Hallar la diferencia de presión en los extremos del tubo.

250. Una bola de plomo de densidad $\rho=11,3 \text{ g/cm}^3$, descende con movimiento uniforme en glicerina de densidad $\rho_0=1,26 \text{ g/cm}^3$, coeficiente de viscosidad $\eta=1,39 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. ¿Cuál es el diámetro máximo de la bola con el que el flujo todavía es laminar? Se sabe que la transición al flujo turbulento tiene lugar cuando el número de Reynolds es $R_e=0,5$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 4,9 mm b) 5,2 mm c) 5,5 mm d) 5,8 mm e) 6,1 mm

251. En la Fig.103, agua de densidad $\rho=998 \text{ kg/m}^3$ a 20°C fluye establemente a 40 kg/s a través de la boquilla. Si, los diámetros de las secciones circulares son: $D_1=18 \text{ cm}$ y $D_2=5 \text{ cm}$ hallar la velocidad promedio en las secciones (1) y (2).

252. En la Fig.104, el tanque abierto contiene agua a 20°C . Para flujo incompresible, y diámetros $D_1=5 \text{ cm}$, $D_2=7 \text{ cm}$.

- I) Hallar la expresión analítica para dh/dt en función de Q_1 , Q_2 , y Q_3 .
- II) Hallar " v_2 " si " h " es constante, $v_1=3 \text{ m/s}$, $Q_3=0,01 \text{ m}^3/\text{s}$.

- a) 4,13 m/s b) 4,43 m/s c) 4,73 m/s d) 5,03 m/s e) 5,33 m/s

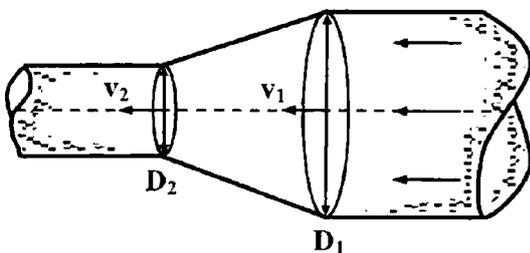


Fig.103

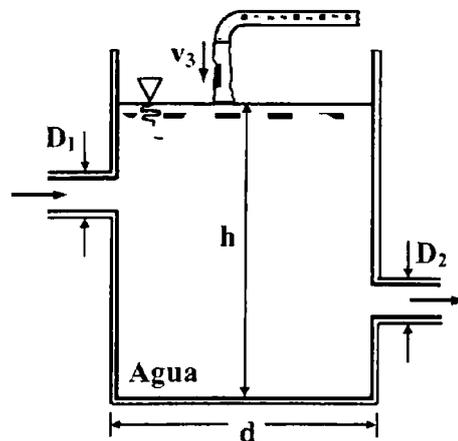


Fig.104

253. En la Fig.105, el tubo horizontal de diámetro $D=30 \text{ cm}$ está conectada al tubo reductor de diámetro $d=15 \text{ cm}$. Aceite ordinario de densidad $\rho=0,9 \text{ g/cm}^3$ fluye a través del tubo con una rapidez de $0,28 \text{ m}^3/\text{s}$. La presión en la entrada del reductor es 400 kPa . Hallar la fuerza del agua sobre el reductor.

- a) 16 N b) 18 N c) 20 N d) 22 N e) 24 N

254. En la Fig.106, el aire en expansión es acelerado cuando es calentado por la secadora de cabello de diámetro constante. Determinar el aumento porcentual de la velocidad del aire cuando fluye a través de la secadora. La densidad del aire al interior y exterior es $1,20 \text{ kg/m}^3$ y $1,05 \text{ kg/m}^3$, respectivamente.

- a) 12 % b) 13 % c) 14 % d) 15 % e) 16 %

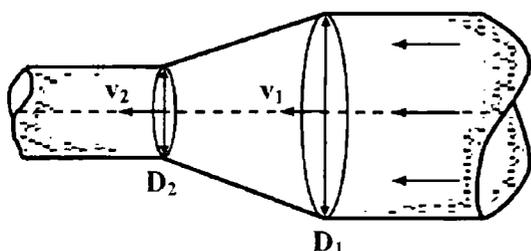


Fig.105

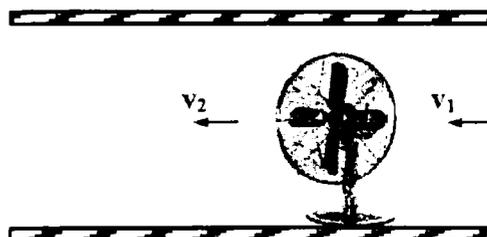


Fig.106

255. En la Fig.107, el viento fluye establemente a través de la turbina a la velocidad de $v=12 \text{ m/s}$. La densidad del aire es $\rho=1,25 \text{ kg/m}^3$. El diámetro entre los extremos de las aletas de la turbina es $D=50 \text{ m}$.

I) Hallar la energía mecánica por unidad de masa.

- a) 70 J/kg b) 72 J/kg c) 74 J/kg d) 76 J/kg e) 78 J/kg

II) La generación de energía potencial del viento por unidad de tiempo.

- a) 2111 kW b) 2121 kW c) 2131 kW d) 2141 kW e) 2151 kW

III) Hallar la generación de potencia eléctrica por la turbina de eficiencia $e=30 \%$.

- a) 632 kW b) 636 kW c) 640 kW d) 644 kW e) 648 W

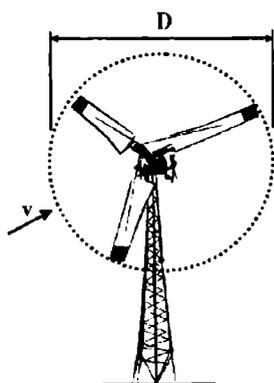


Fig.107

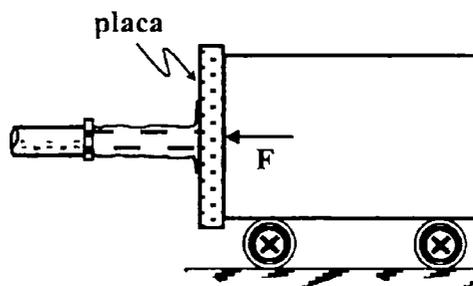


Fig.108

256. En la Fig.108, el chorro de agua a velocidad "v" impacta sobre la placa que se mueve hacia el chorro de agua con velocidad "v/2". Hallar la fuerza requerida para mover la pla

ca hacia el chorro en función de la fuerza "F" que actúa sobre la placa en movimiento estacionario.

- a) 1,25 F b) 1,50 F c) 1,75 F d) 2,00 F e) 2,25 F

257. En la Fig.109, el disco horizontal delgado de radio "R" se coloca en la cavidad cilíndrica que contiene aceite de viscosidad " η ". La distancia entre las superficies superior e inferior del disco y las paredes son "a" y "b", respectivamente. Hallar el momento total ejercido por el aceite sobre el disco, cuando este rota con una velocidad angular " ω " alrededor del eje. Despreciar los efectos de borde.

258. En la Fig.110, la altura de un reservorio de agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ es controlada por la compuerta cilíndrica de radio $R=60 \text{ cm}$, conectada al reservorio por una bisagra. ($a=4 \text{ m}$, $b=60 \text{ cm}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

I) Hallar la fuerza hidrostática por unidad de longitud que ejerce el agua sobre el cilindro.

- a) 36 076 N b) 36 176 N c) 36 276 N d) 36 376 N e) 36 476 N

II) Hallar la dirección de la fuerza resultante hidrostática, respecto de la horizontal.

- a) $42^\circ 7,11''$ b) $43^\circ 7,11''$ c) $44^\circ 7,11''$ d) $45^\circ 7,11''$ e) $46^\circ 7,11''$

III) Hallar el peso por unidad de longitud del cilindro.

- a) 26 091 N b) 26 191 N c) 26 291 N d) 26 391 N e) 26 491 N

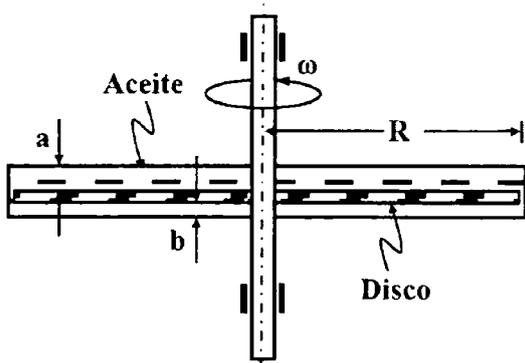


Fig.109

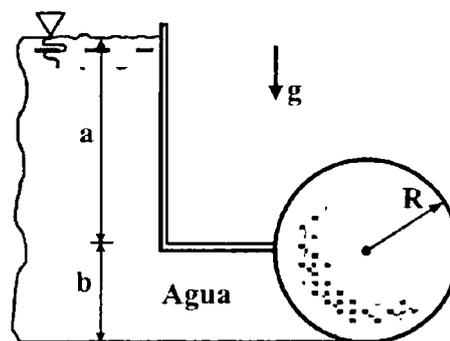


Fig.110

259. En la Fig.111, agua de peso específico $9,8 \text{ kN/m}^3$ es sifoneada desde el tanque, a través del tubo regular de diámetro $D=4 \text{ cm}$. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $h=3 \text{ m}$, $k=10^3$)

I) Determinar la rapidez del flujo de volumen (en m^3/s) en la salida del tubo.

- a) $9,04 \cdot 10^{-3}$ b) $9,24 \cdot 10^{-3}$ c) $9,44 \cdot 10^{-3}$ d) $9,64 \cdot 10^{-3}$ e) $9,84 \cdot 10^{-3}$

II) Determinar la presión en el punto de estancamiento del agua A.

- a) 27,4 kPa b) 28,4 kPa c) 29,4 kPa d) 30,4 kPa e) 31,4 kPa

260. En la Fig. 112, la profundidad del agua de densidad " ρ " que fluye en un canal rectangular de ancho $b=2$ m a velocidad " v_1 " y profundidad $h_1=1,0$ m aumenta hasta una profundidad $h_2=1,6$ m en un "salto hidráulico". Hallar el caudal " Q " del agua. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 8,0 m³/s b) 8,5 m³/s c) 9,0 m³/s d) 9,5 m³/s e) 10,0 m³/s

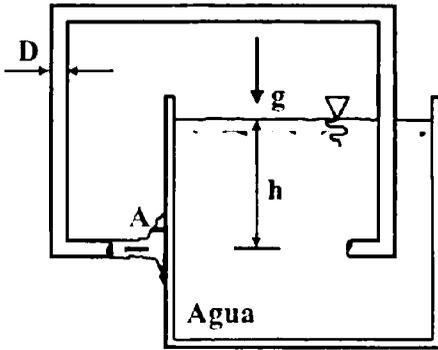


Fig. 111

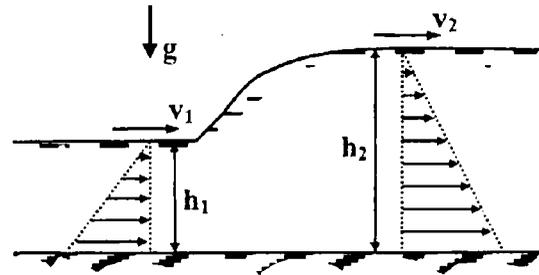


Fig. 112

261. En la Fig. 113, para lubricar el cojinete propulsor, por la sección 1 ingresa con un flujo de peso de 250 N/h, aceite de peso específico relativo $\gamma_r=0,89$. El flujo estable de aceite sale radialmente a través del espacio estrecho entre los planos. ($h=2$ mm, $D_1=3$ mm, $D=10$ cm, peso específico del agua $\gamma_{H_2O}=9790$ N/m³)

I) Hallar el flujo de volumen en la salida. ($m=10^{-3}$)

- a) 7,0 m^ℓ/s b) 7,2 m^ℓ/s c) 7,4 m^ℓ/s d) 7,6 m^ℓ/s e) 7,8 m^ℓ/s

II) Hallar la velocidad promedio del aceite en la salida del cojinete.

- a) 1,14 cm/s b) 1,24 cm/s c) 1,34 cm/s d) 1,44 cm/s e) 1,54 cm/s

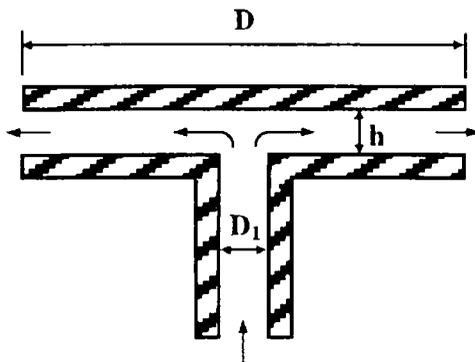


Fig. 113

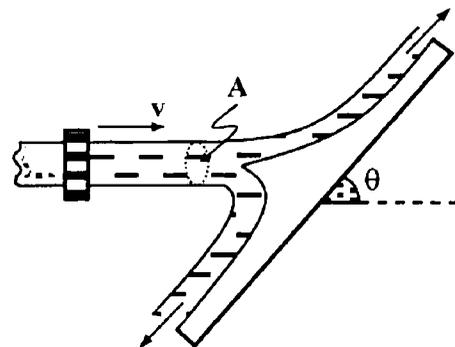


Fig. 114

262. En la Fig. 114, el chorro de agua de área de sección $A=0,1$ m² impacta con una velocidad de $v=30$ m/s sobre el placa distribidora tal que 1/4 del agua es desviada hacia el fondo y

3/4 hacia el tope. El ángulo que forma la placa con la horizontal es de $\theta=45^\circ$. Obviando los pesos de la placa, agua, y los efectos viscosos. Hallar: ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$)

I) La magnitud de la fuerza requerida para mantener el plato estacionario.

- a) 61,32 kN b) 62,32 kN c) 62,32 kN d) 64,32 kN e) 65,32 kN

II) La dirección de la fuerza requerida \vec{F} , medida respecto de la horizontal.

- a) $150^\circ 20,9'$ b) $151^\circ 20,9'$ c) $152^\circ 20,9'$ d) $153^\circ 20,9'$ e) $154^\circ 20,9'$

263. Un tubo de prueba de un motor de un avión es capaz de proporcionar un flujo másico de $dm/dt=200 \text{ kg/s}$, en condiciones de altitud correspondientes a una presión absoluta de $P=50 \text{ kPa}$ y a una temperatura de $T=-18^\circ\text{C}$. La velocidad del aire que pasa por el conducto unido al motor es de $v=240 \text{ m/s}$. Hallar el diámetro del motor. La masa molecular del aire es $M=29 \text{ kg/kmol}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1,10 m b) 1,15 m c) 1,20 m d) 1,25 m e) 1,30 m

264. Por una tubería de diámetro $D=1,2 \text{ m}$, circula agua con la siguiente distribución hipotética de velocidad: la velocidad es máxima en la línea central y decrece linealmente con "r" a un mínimo en la pared de la tubería, siendo $v_{\max}=4,6 \text{ m/s}$ y $v_{\min}=3,7 \text{ m/s}$.

I) Hallar la velocidad del fluido a la distancia $r=r_o/2$ de la línea central.

- a) 4,05 m/s b) 4,10 m/s c) 4,15 m/s d) 4,20 m/s e) 4,25 m/s

II) ¿A qué distancia del eje central, la velocidad del fluido es $v=4 \text{ m/s}$?

- a) 0,30 m b) 0,35 m c) 0,40 m d) 0,45 m e) 0,50 m

III) Hallar la descarga del fluido en metros cúbicos por segundo.

- a) $4,12 \text{ m}^3/\text{s}$ b) $4,22 \text{ m}^3/\text{s}$ c) $4,32 \text{ m}^3/\text{s}$ d) $4,42 \text{ m}^3/\text{s}$ e) $4,52 \text{ m}^3/\text{s}$

265. A un tanque de agua parcialmente lleno ingresa agua a 20°C y flujo de peso de 85 N/s mientras sale agua por el otro lado a $5500 \text{ cm}^3/\text{s}$. El aire encerrado en el tanque tiene un ducto de ventilación que está a 20°C y 1 atm . Los pesos específicos del agua y aire son, 9790 N/m^3 y $12,6 \text{ N/m}^3$, y ambas son aproximadamente incompresibles. ¿Qué cantidad de aire en N/s pasa a través del ducto, y en qué dirección? ($m=10^{-3}$)

- a) 40 mN/s b) 42 mN/s c) 44 mN/s d) 46 mN/s e) 4 mN/s

266. Un fluido incompresible fluye establemente a través de un ducto rectangular: El perfil de la velocidad de salida, viene dada por: $u \approx u_{\max} (1 - y^2/b^2)(1 - z^2/h^2)$, siendo "2b" el ancho, "2h" la altura y "ℓ" la longitud del ducto a lo largo de los ejes y, z, y x respectivamente.

I) Decir si el perfil de velocidades satisface las condiciones de contorno correctas para el flujo de fluido viscoso.

II) Hallar una expresión analítica para el flujo de volumen "Q" en la salida.

III) Si el flujo a la entrada es de $0,14 \text{ m}^3/\text{s}$ y $b=h=10 \text{ cm}$, estimar la velocidad máxima v_{max} .

- a) 7,47 m/s b) 7,57 m/s c) 7,67 m/s d) 7,77 m/s e) 7,87 m/s

267. Por una tubería de diámetro de $D_G=10 \text{ cm}$, a 15°C fluye gasolina a $v_G=4 \text{ m/s}$, ¿Qué diámetro debe tener una tubería que transporta agua a 15°C a una velocidad de $v_A=2 \text{ m/s}$ para que los números de Reynolds sean iguales?. Los coeficientes de viscosidad de la gasolina y agua son, $\nu_G=0,683 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\nu_A=1,142 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

- a) 30,4 cm b) 31,4 cm c) 32,4 cm d) 33,4 cm e) 34,4 cm

268. En la Fig.115, el tubo en U que contiene agua de densidad $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$ en su rama de recha y otro líquido en su rama izquierda rota con velocidad angular $\omega=3,14 \text{ rad/s}$ alrededor del eje fijo. Determinar la densidad " ρ_0 " del líquido, si los niveles de los líquidos en ambas ramas es la misma. ($R_1=5 \text{ cm}$, $R_2=15 \text{ cm}$, $h=10 \text{ cm}$, $g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) $789,3 \text{ kg/m}^3$ b) $791,3 \text{ kg/m}^3$ c) $793,8 \text{ kg/m}^3$ d) $795,8 \text{ kg/m}^3$ e) $797,3 \text{ kg/m}^3$

269. En la Fig.116, fluye aceite hacia abajo sobre el plano inclinado un ángulo " θ ", con una distribución de velocidades, dada por: $v=\rho g \sin \theta (hy - y^2/2)/\eta$. Hallar la rapidez del flujo por unidad de longitud del ancho del flujo de aceite.

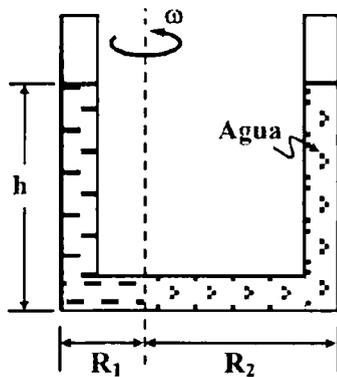


Fig.115

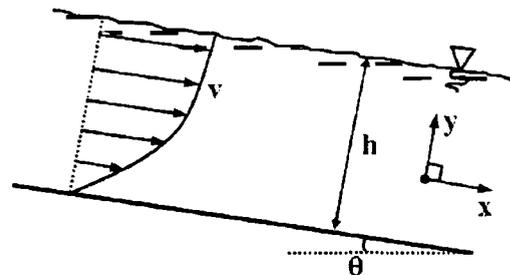


Fig.116

270. Un automóvil viajando a 90 km/h gira una curva suave larga de radio $R=210 \text{ m}$. Un niño en el asiento trasero del carro cerrado mantiene una cuerda que sostiene un balón lleno de helio. La cuerda fue vertical sobre una trayectoria recta. Hallar el ángulo que forma la cuerda con la vertical. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) $11,3^\circ$ b) $12,3^\circ$ c) $13,3^\circ$ d) $14,3^\circ$ e) $15,3^\circ$

271. Las componentes de velocidad "u", "v", "w" de un campo de flujo de un fluido están dadas por: $u=xt+2y$, $v=xt^2-yt$, $w=0$, donde x, y están dadas en metros y t en segundos. Hallar la aceleración \vec{a} (en m/s^2) del fluido en el punto (1; 2) m y en el instante $t=3 \text{ s}$.

- a) (26; 56) b) (22; 52) c) (28; 58) d) (24; 54) e) (20; 50)

272. Una tubería rígida que sale de un depósito mide 910 m de largo y en ella circula agua con una velocidad de 1,2 m/s. Si la presión inicial del extremo corriente abajo es de $2,7 \cdot 10^5$ Pa, ¿Qué presión máxima se formará en el extremo corriente abajo cuando una válvula de acción rápida en ese extremo se cierra en 1 s? ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5$ Pa, $E_v = 22 \cdot 10^8$ Pa modulo de Young volumétrico, $\rho = 1\,000 \text{ kg/m}^3$ densidad)

- a) 20,23 atm b) 21,23 atm c) 22,23 atm d) 23,23 atm e) 24,23 atm

273. Una llanta de bicicleta de volumen $V = 1\,132,8 \text{ cm}^3$ es inflada con aire con una rapidez de flujo de entrada de $Q = 472 \text{ cm}^3/\text{s}$ y una densidad de $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$. La densidad del aire en la llanta inflada es de $\rho_0 = 6,4 \text{ kg/m}^3$. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 10,8 s b) 11,8 s c) 12,8 s d) 13,8 s e) 14,8 s

274. En la Fig. 117, el pistón se mueve hacia abajo en el vaso cónico, que está lleno de aceite. ¿A qué nivel ("y" en términos de "d"), medida desde el fondo del vaso, la velocidad media hacia arriba del aceite (entre el pistón y la pared del vaso) será exactamente de la misma magnitud que la velocidad hacia abajo del pistón? ($d = 5\sqrt{2} \text{ cm}$)

- a) 1,0 m b) 1,1 m c) 1,2 m d) 1,3 m e) 1,4 m

275. En la Fig. 118, dos discos paralelos de diámetro "D" se acercan entre si, cada uno con una velocidad normal de "v". Cuando su separación es "h", ¿Cuál es el componente radial de la aceleración convectiva en la sección que se encuentra precisamente dentro del borde del disco (sección A) en términos de "v", "h" y "D". Suponga una distribución uniforme de velocidad en toda el área de la sección.

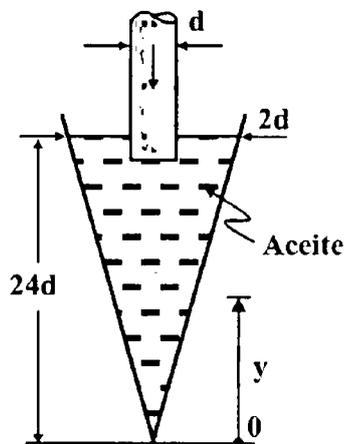


Fig. 117

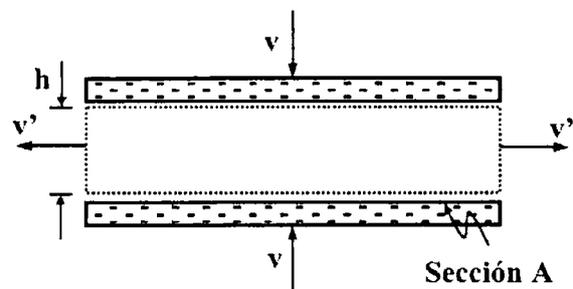


Fig. 118

276. En la Fig. 119, el tubo largo es llenado con agua a 20°C . Cuando la válvula A está cerrada, $P_1 - P_2 = 75 \text{ kPa}$. Cuando la válvula A está abierta y fluye agua a $500 \text{ m}^3/\text{h}$, $P_1 - P_2 = 160 \text{ kPa}$. ¿Cuál es la pérdida en la elevación por fricción entre 1 y 2, para la condición en la que fluye el agua? ($\rho = 998 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 8,07 m b) 8,27 m c) 8,47 m d) 8,67 m e) 8,87 m

277. En la Fig.120, agua ingresa desde el fondo del cono a una velocidad promedio aumentando uniformemente $v=kt$. Hallar la elevación $h(t)$ superficial del agua para la condición $h=0$ en $t=0$, y para $\theta=37^\circ$, $d=4$ cm, $t=0,2$ s. Asumir flujo incompresible. ($g=9,81$ m/s²)

- a) $3,08k^{1/3}$ mm b) $3,28k^{1/3}$ mm c) $3,48k^{1/3}$ mm d) $3,68k^{1/3}$ mm e) $3,88k^{1/3}$ mm

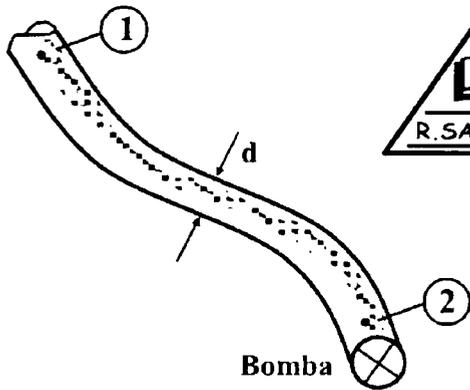


Fig.119

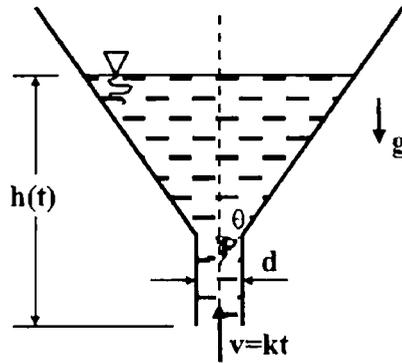


Fig.120

278. En la Fig.121, el turbo jet con diámetro $D_1=1$ m en la entrada está siendo probado en una cámara capaz de simular condiciones de alta altitud donde la presión atmosférica absoluta es de $P_1=55$ kPa y la temperatura es de $T_1=267$ K. La constante del gas para el aire es 287 J/kg/K. La velocidad en la entrada es $v_1=100$ m/s. El diámetro en la salida es $D_2=0,75$ m. La temperatura en la salida es $T_2=800$ K, y la presión en la salida es la presión atmosférica local. Hallar el empuje producido por el turbo jet.

- a) 21,4 kN b) 22,4 kN c) 23,4 kN d) 24,4 kN e) 25,4 kN

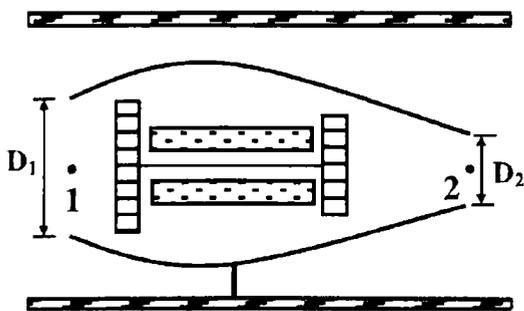


Fig.121

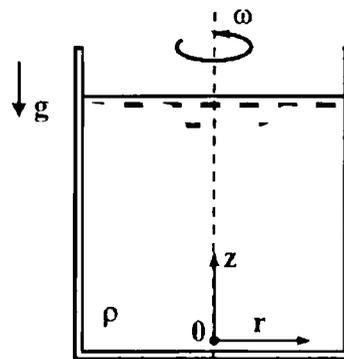


Fig.122

279. En la Fig.122, el tanque cilíndrico que contiene un líquido de densidad " ρ ", se hace girar a una velocidad angular constante " ω ". Demostrar que la variación en la carga piezométrica a una distancia " r " del eje de rotación, viene dado por: $P/\gamma+z=\rho r^2 \omega^2/2+cte$.

280. En la Fig.123, el tubo en U se hace girar a $\omega=60$ rev/min alrededor de una de sus ramas. El fluido en el fondo del tubo en U tiene una gravedad específica de 3,0. La distancia entre las dos ramas del tubo en U es de $b=30,48$ cm. Una altura de $a=15,24$ cm de otro fluido está en la rama exterior del tubo en U. Ambas ramas están abiertas a la atmósfera. Hallar la gravedad específica del otro fluido. ($\gamma_{H_2O}=9800$ N/m³)

- a) 3,28 b) 3,38 c) 3,48 d) 3,58 e) 3,68

281. En la Fig.124, el flujo estable incompresible en la entrada entre los platos paralelos es uniforme $v=v_0=8$ cm/s, mientras que el flujo de la corriente derecha se desarrolla en un perfil laminar parabólico $v=az(z_0-z)$, donde "a" es una constante. Si $z_0=4$ cm y el fluido es aceite SAE 30 a 20 °C, ¿Cuál es el valor de v_{max} en cm/s?

- a) 10 cm/s b) 11 cm/s c) 12 cm/s d) 13 cm/s e) 14 cm/s

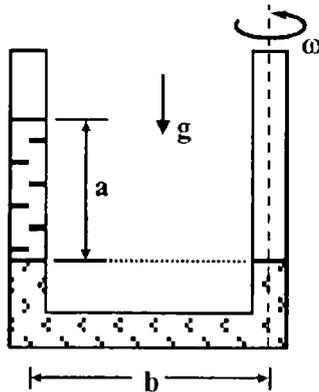


Fig.123

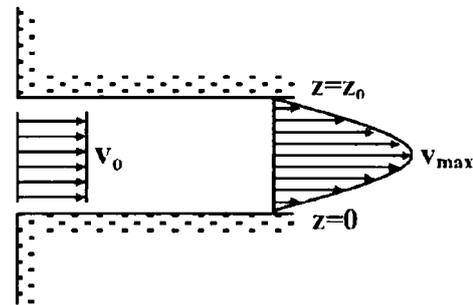


Fig.124

282. En la Fig.125, se descarga aceite por el tubo horizontal del tanque de almacenamiento abierto a la atmósfera. La densidad del aceite es $\rho=850$ kg/m³, su viscosidad cinemática $\nu=6,2 \cdot 10^{-4}$ m²/s. ($h=3$ m, $\ell=40$ m, $D=0,5$ cm, $g=9,81$ m/s², $n=10^{-9}$, $\mu=10^{-6}$)

I) Hallar la rapidez del flujo de aceite a través del tubo.

- a) 16,2 nm³/s b) 17,2 nm³/s c) 18,2 nm³/s d) 19,2 nm³/s e) 20,2 nm³/s

II) Hallar la velocidad promedio del aceite .

- a) 917 μ m/s b) 927 μ m/s c) 937 μ m/s d) 947 μ m/s e) 957 μ m/s

III) Hallar el número de Reynolds, e indicar si el flujo es laminar.

- a) 0,0045 b) 0,0055 c) 0,0065 d) 0,0075 e) 0,0085

283. En la Fig.126, fluye agua establemente a través del tubo horizontal de área de sección variable. La velocidad está dada por: $\vec{v} = 3(1+x)\hat{i}$ m/s, donde "x" está en metros. Los efectos viscosos son despreciables. ($\ell=90$ cm, $\rho=1000$ kg/m³, $g=9,81$ m/s²)

I) Determinar el gradiente de presión, $\partial P / \partial x$, (como una función de x) necesaria para produ

cir este flujo.

- II) Si la presión en la sección (1) es 340 kPa, determinar la presión en (2), mediante a) integración del gradiente de presión obtenida en I); y b) por aplicación de la ecuación de Bernoulli.

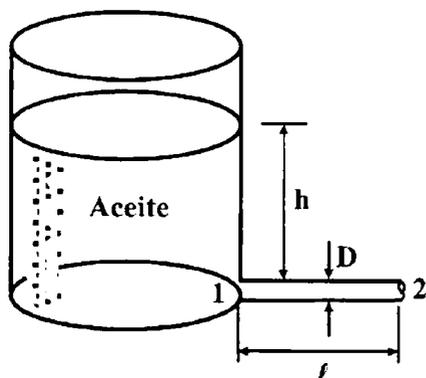


Fig.125

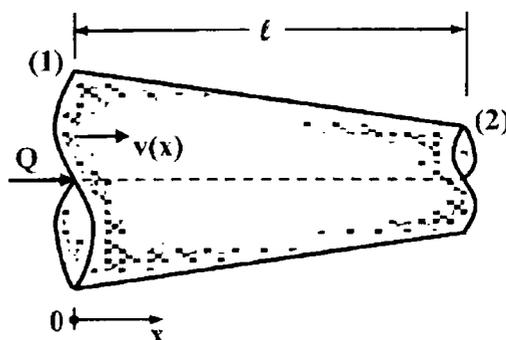


Fig.126

284. En la Fig.127, un fluido newtoniano de gravedad específica 0,92 y viscosidad cinemática de $4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ fluye por la superficie fija. El perfil de velocidades cerca de la superficie se muestra. Determinar la magnitud y dirección de la tensión cortante desarrollada sobre el plato. Expresar la respuesta en términos de " v_0 " y " δ ", con v_0 y δ expresada en unidades de metros por segundo y metros, respectivamente. ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ densidad del agua)

- a) $0,518 \frac{v_0}{\delta} \text{ Pa}$ b) $0,538 \frac{v_0}{\delta} \text{ Pa}$ c) $0,558 \frac{v_0}{\delta} \text{ Pa}$ d) $0,578 \frac{v_0}{\delta} \text{ Pa}$ e) $0,598 \frac{v_0}{\delta} \text{ Pa}$

285. En la Fig.128, el tubo en forma de U está parcialmente llena con agua de densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y rota alrededor del eje-a. ¿Para qué velocidad angular " ω " el agua empezara a evaporarse en el fondo del tubo (punto A). Presión del vapor de agua $P_v = 1,788 \text{ kPa}$, peso específico $\gamma = 9800 \text{ N/m}^3$, $P_{atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $b = 10 \text{ cm}$, $h = 30 \text{ cm}$)

- a) 141 rad/s b) 143 rad/s c) 145 rad/s d) 147 rad/s e) 149 rad/s

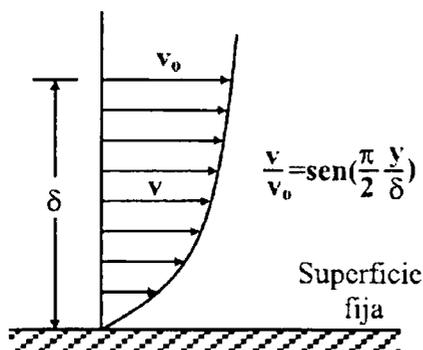


Fig.127

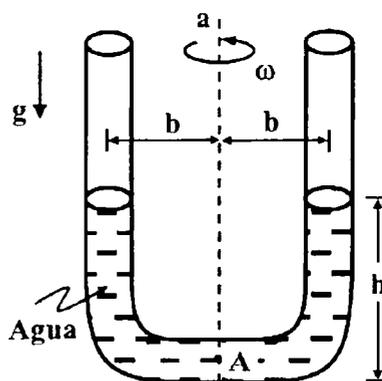


Fig.128

286. Considérese un flujo turbulento totalmente desarrollado en un tubo circular. La velocidad en la sección transversal del tubo varía aproximadamente de acuerdo con la fórmula de Prandtl, dado por: $v/v_{\max}=(y/R)^{1/7}$, donde "R" representa el radio del tubo y "v" la velocidad del fluido a la distancia "y" de la pared del tubo. La velocidad máxima " v_{\max} " ocurre en el centro del tubo donde $y=R$. Calcular la energía cinética por unidad de masa.

- a) $0,15 u_{\max}^2$ b) $0,25 u_{\max}^2$ c) $0,35 u_{\max}^2$ d) $0,45 u_{\max}^2$ e) $0,55 u_{\max}^2$

287. El campo de velocidad de un flujo está dado por $\vec{v} = 2x^2t\hat{i} + [4y(t-1) + 2x^2t]\hat{j}$ m/s, donde "x" y "y" están en metros y "t" en segundos. Para partículas del fluido sobre el eje x, determinar la velocidad y dirección del flujo.

288. Demostrar que las líneas de corriente para un flujo cuyas componentes de la velocidad son $u=c(x^2-y^2)$ y $v=-2cxy$, donde "c" es una constante, están dadas por la ecuación $x^2y - y^3/3 = \text{cte}$. En que puntos es el flujo paralelo al eje-y. ¿En qué puntos el fluido es estacionario?

289. En la Fig.129, la velocidad del fluido a lo largo del eje x cambia de $v_A=6$ m/s en el punto A a $v_B=18$ m/s en el punto B. También se sabe que la velocidad es función lineal de la distancia a lo largo de la línea de corriente. Determinar la aceleración del fluido en los puntos A, B y C. Asumir que el flujo es estable.

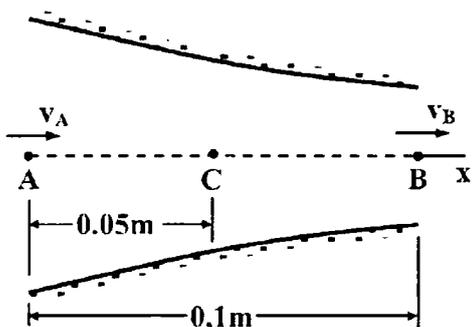


Fig.129

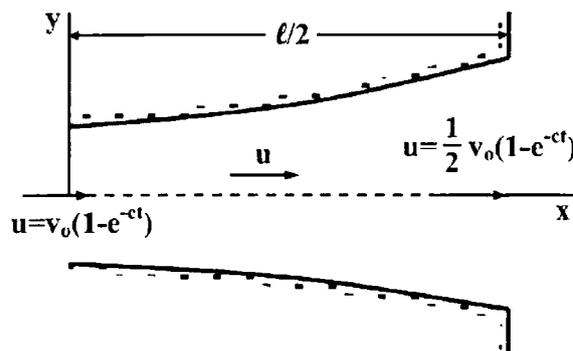


Fig.130

290. En la Fig.130, cuando una válvula es abierta, fluye agua a través del difusor mostrado, aumentando la rapidez de flujo, tal que la velocidad a lo largo de la línea central está dada por: $\vec{v} = u\hat{i} = v_0(1 - e^{-ct})(1 - x/\ell)\hat{i}$, donde " u_0 ", " c ", y " ℓ " son constantes.

- I) Determinar la aceleración como una función de "x" y "t". Si $v_0=3$ m/s y $\ell=1,5$ m.
 II) ¿Para qué valor de "c" la aceleración es cero para cualquier x en $t=1$ s?. Explicar como la aceleración puede ser cero si la rapidez de flujo aumenta con el tiempo.

- a) $0,39 \text{ s}^{-1}$ b) $0,49 \text{ s}^{-1}$ c) $0,59 \text{ s}^{-1}$ d) $0,69 \text{ s}^{-1}$ e) $0,79 \text{ s}^{-1}$

291. Un fluido fluye a lo largo del eje x con una velocidad dado por: $\vec{v} = x/t\hat{i}$, donde "x" esta en metros y "t" en segundos.

- I) Representar la gráfica de la velocidad para, $0 \leq x \leq 3$ m y $t=3$ s.
- II) Representar la gráfica de la velocidad para, $2 \leq t \leq 4$ s , y $x=2$ m
- III) Determinar la aceleración convectiva y local.
- IV) Mostrar que la aceleración de cualquier partícula del fluido en el flujo es cero.
- V) Explicar físicamente como la velocidad de una partícula en este flujo inestable queda constante a través en todo su movimiento.

292. En la Fig.131, un salto hidráulico es un cambio brusco en la profundidad de una capa líquida así como en su flujo en una canal abierto. Para una distancia relativamente corta (espesor= ℓ) la profundidad del líquido cambia de z_1 a z_2 , con un cambio correspondiente de la velocidad de v_1 a v_2 . Si $v_1=5$ m/s, $v_2=1$ m/s, y $\ell=0,2$ m,

- I) Estimar la magnitud de la desaceleración promedio del líquido a sí como su flujo a través del salto hidráulico.

- a) 3 m/s^2 b) 4 m/s^2 c) 5 m/s^2 d) 6 m/s^2 e) 7 m/s^2

- II) ¿Cuántas aceleraciones de la gravedad "g" representa la desaceleración "a"?

- a) 0,612 b) 0,632 c) 0,652 d) 0,672 e) 0,692

293. En la Fig.132, agua fluye establemente a través del embudo. En la mayor parte del embudo el flujo es aproximadamente radial (a lo largo de los rayos que convergen en 0) con una velocidad de $v=c/r^2$, donde "r" es la coordenada radial y "c" es una constante. Si la velocidad es 0,4 m/s cuando $r=0,1$ m, hallar la razón de las aceleraciones en los puntos A y B. $a =0,1$ m, $b=0,2$ m, $c=0,12$ m, $g=9,81 \text{ m/s}^2$.

- a) 2,06 b) 2,16 c) 2,26 d) 2,36 e) 2,46

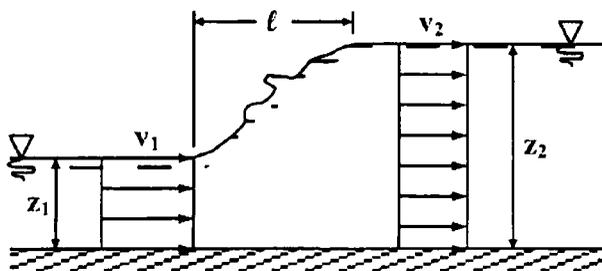


Fig.131

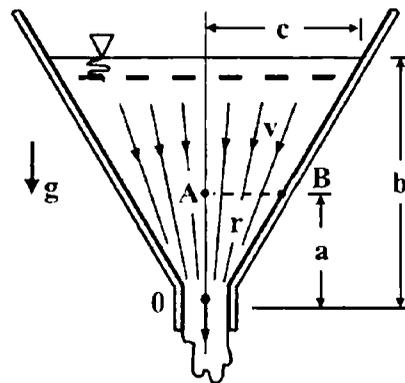


Fig.132

294. En la Fig.133, cuando no hay rotación, se acumula agua en el tubo en U de extremo cerrado, como se muestra. Si $\ell=10$ cm y si todo el sistema gira alrededor del eje A-A, ¿A qué velocidad angular empezará el agua a derramarse apenas del tubo abierto? Suponga que la temperatura para el sistema es la misma antes y después de la rotación.

- a) 14,7 rad/s b) 15,7 rad/s c) 16,7 rad/s d) 17,7 rad/s e) 18,7 rad/s

295. En la Fig. 134, un tanque cilíndrico cerrado gira alrededor de su eje horizontal como se muestra. El agua que está dentro del tanque gira con éste ($v=r\omega$). Deduzca una ecuación para hallar dP/dz a lo largo de una línea radial vertical que pase por el centro de rotación. ¿Cuál es dP/dz a lo largo de esta línea para $z=-1$ m, $z=0$, y $z=+1$ m cuando $\omega=5$ rad/s? Aquí $z=0$ en el eje.

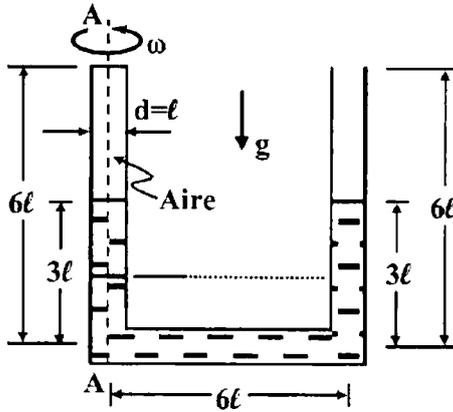


Fig. 133

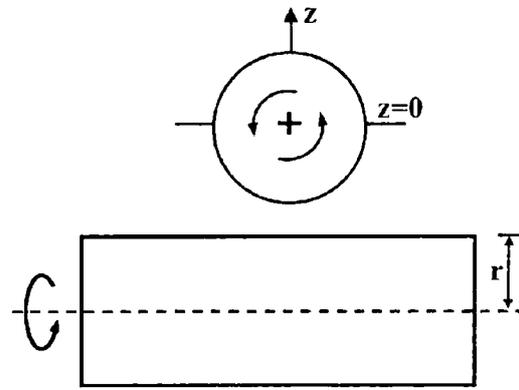


Fig. 134

296. Demostrar que la aceleración total de las partículas de un fluido en movimiento con un campo de velocidades, dado por: $\vec{V}(\vec{r}; t) = u(x; y; z)\hat{i} + v(x; y; z)\hat{j} + w(x; y; z)\hat{k}$, viene dado por: $\vec{a} = d\vec{V}/dt = \partial\vec{V}/\partial t + (\nabla \cdot \vec{v})\vec{v}$.

297. Demostrar que la rapidez de flujo de volumen a través de una superficie S , viene dado por: $\int_S (\vec{V} \cdot \hat{n}) dA$, siendo \vec{V} la velocidad del fluido, \hat{n} el vector unitario perpendicular a la superficie S , y dA un diferencial de área tomada en S .

298. Demostrar que la ecuación de Euler que describe el movimiento de un fluido, bajo la acción de las fuerzas de presión y gravedad, viene dado por: $-\partial(P+\gamma z)/\partial \ell = \rho a_\ell$, siendo " a_ℓ " la aceleración a lo largo de la línea " ℓ ", " P " la presión, " γ " peso específico del fluido, y " ρ " su densidad.

299. Demostrar que en fluido la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el material de volumen de control es igual a la rapidez de cantidad de movimiento dentro del volumen de control, más la rapidez neta a la que la cantidad de movimiento sale del volumen de control, esto es: $\sum \vec{F} = d(\int_{vc} \vec{v} \rho dV)/dt + \int_{sc} \vec{v} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$.

300. En la Fig. 135, un chorro líquido de velocidad V_j y diámetro D_j golpea el cono hueco fijo, y refleja hacia atrás como una hoja cónica con la misma velocidad. Hallar el ángulo del cono para la cual la fuerza de contención es $F = (3/2) \rho A_j V_j^2$.

a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

301. En la Fig.136, un líquido de densidad " ρ " fluye a través del contractor mostrado y sale a la atmósfera. Asumiendo condiciones uniformes (P_1, V_1, D_1) en la sección 1 y (P_2, V_2, D_2) en la sección. Hallar la expresión de la fuerza "F" ejercida por el fluido sobre el contractor.

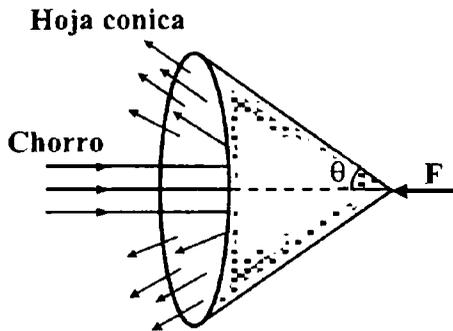


Fig.135

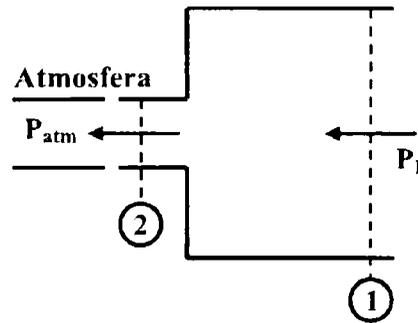


Fig.136

302. En la Fig.137, por el codo del ducto ingresa por la sección 1 aceite SAE 30 a 20 °C a 350 N/s, donde el flujo es laminar, y sale por la sección 2, donde el flujo es turbulento: $u_1 \approx V_{pr,1}(1-r^2/R_1^2)$, $u_2 \approx V_{pr,2}(1-r/R_2)^{1/7}$. Asumiendo flujo incompresible estable, calcular la fuerza, y su dirección, del aceite sobre el codo del ducto debido solamente al cambio de momento (no hay efectos de cambio de presión o fricción) para (a) factores de corrección de flujo de momento y (b) factores de corrección actual β_1 y β_2 . Los diámetros de las secciones son: $D_1=10$ cm, $D_2=6$ cm y $\theta=30^\circ$.

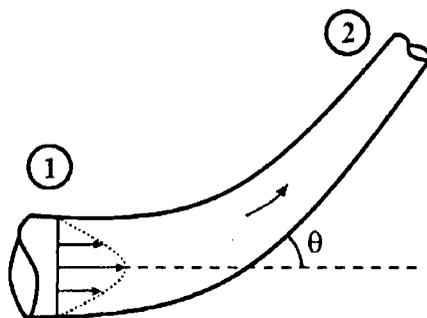


Fig.137

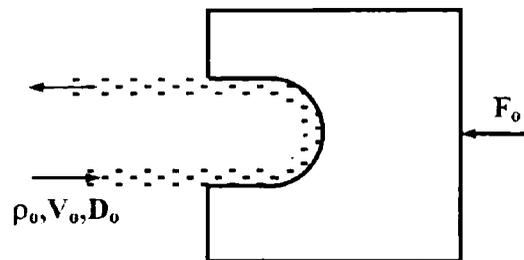


Fig.138

304. En la Fig.139, fluye agua a través de un grupo de paletas delgadas, estrechamente espaciadas con una rapidez de $V=3$ m/s alrededor de la circunferencia completa de la salida. Densidad del agua $\rho=1000$ kg/m³, diámetro del disco que forma las paletas $D=36$ cm. La tangente a las paletas forma con el radio un ángulo de 60°. Determinar el flujo de masa a través de la entrada del tubo.

- a) 50,09 kg/s b) 50,29 kg/s c) 50,49 kg/s d) 50,69 kg/s e) 50,89 kg/s

305. En la Fig. 140, se muestra que en la entrada del canal de ancho 90 cm la distribución de velocidad es uniforme con una velocidad "V". Además en la corriente abajo el perfil de la velocidad, está dada por: $u=4y - 2y^2$, donde "u" está en metros/s y "y" está en metros. Determinar el valor de "V", sabiendo que: $h_1=20$ cm, $h_2=30$ cm.

- a) 0,51 m/s b) 0,61 m/s c) 0,71 m/s d) 0,81 m/s e) 0,91 m/s

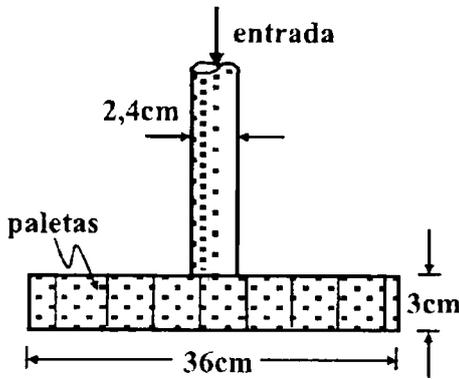


Fig. 139

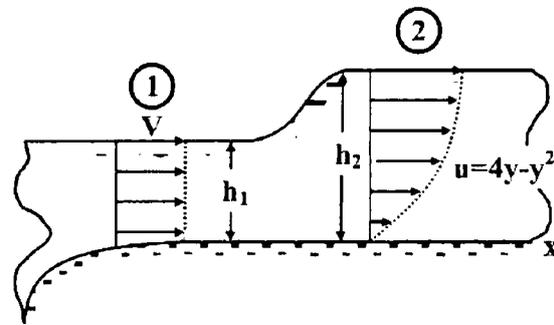


Fig. 140

306. En la Fig. 141, asumir que el perfil de velocidades para un flujo turbulento en un tubo circular es aproximadamente una parábola desde el eje x hasta un punto muy cercano a la pared donde la velocidad local es $u=0,6u_m$, donde " u_m " es la velocidad máxima en el eje. La ecuación para esta parábola es $u=u_m[1-0,4(r/r_o)^2]$. Hallar el valor de " α ".

- a) 1,023 b) 1,043 c) 1,063 d) 1,083 e) 1,003

307. En la Fig. 142, el flujo de agua de peso específico $\gamma=9\ 810$ N/m³ y densidad $\rho=1\ 000$ kg/m³ se derrama sobre el aliviadero de sección constante como se muestra. Dado que: $h_1=4,2$ m y $h_2=0,7$ m, determinar la fuerza horizontal sobre el aliviadero por metro de ancho (perpendicular a la sección del aliviadero). Asumir flujo ideal.

- a) 40,9 kN b) 41,9 kN c) 42,9 kN d) 43,9 kN e) 44,9 kN

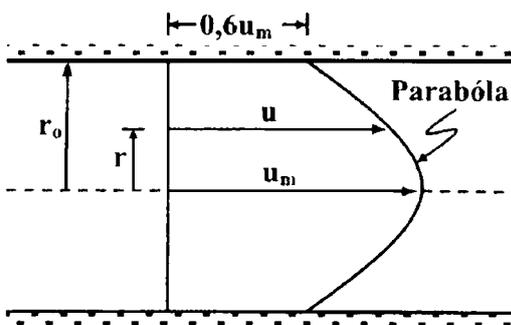


Fig. 141

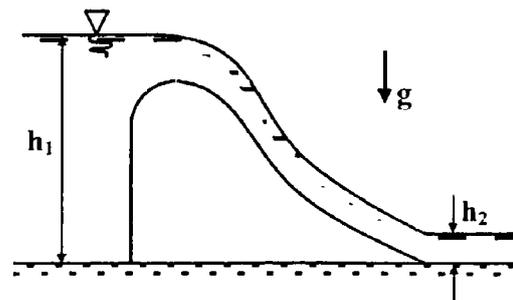


Fig. 142

308. Un líquido ideal sale por el fondo de un tanque grande a través de un hueco de diámetro

tro $D=100\text{ mm}$ a una rapidez estable de $0,80\text{ m}^3/\text{s}$. Asumir que el líquido se aproxima al centro del hueco radialmente. Hallar:

- I) La velocidad en el punto situado a una distancia $r=0,75\text{ m}$ del centro del hueco.
 a) $20,6\text{ cm/s}$ b) $22,6\text{ cm/s}$ c) $24,6\text{ cm/s}$ d) $26,6\text{ m/s}$ e) $28,6\text{ m/s}$
- II) La velocidad en el punto situado a una distancia $r=1,5\text{ m}$ del centro del hueco
 a) $5,06\text{ cm/s}$ b) $5,26\text{ cm/s}$ c) $5,46\text{ cm/s}$ d) $5,66\text{ cm/s}$ e) $5,86\text{ cm/s}$
- III) La aceleración en el punto situado a la distancia $r=0,75\text{ m}$ del centro del hueco.
 a) $13,06\text{ cm/s}^2$ b) $13,26\text{ cm/s}^2$ c) $13,46\text{ cm/s}^2$ d) $13,66\text{ cm/s}^2$ e) $13,86\text{ cm/s}^2$
- IV) La aceleración en el punto situado a la distancia $r=1,5\text{ m}$ del centro del hueco.
 a) $0,127\text{ cm/s}^2$ b) $0,227\text{ cm/s}^2$ c) $0,327\text{ cm/s}^2$ d) $0,427\text{ cm/s}^2$ e) $0,527\text{ cm/s}^2$

309. En la Fig.143, el tambor cilíndrico de radio $R=67\text{ cm}$ está fijamente mantenido en la posición mostrada en un canal abierto de sección rectangular. El canal es de $b=3\text{ m}$ de ancho, y la rapidez de flujo de volumen es de $Q=5,5\text{ m}^3/\text{s}$. El agua fluye por debajo del tambor. Determinar el empuje horizontal sobre el cilindro usando el principio de momento. Despreciar la fricción en el fluido. El peso específico y la densidad del agua son $\gamma=9\,810\text{ N/m}^3$, $\rho=1\,000\text{ kg/m}^3$, además $h_1=1,2\text{ m}$, $h_2=0,55\text{ m}$.

- a) $6383,3\text{ N}$ b) $6483,3\text{ N}$ c) $6583,3\text{ N}$ d) $6683,3\text{ N}$ e) $6783,3\text{ N}$

310. En la Fig.144, un líquido ideal de peso específico $\gamma=9\,810\text{ N/m}^3$ fluye de un tanque de diámetro $D=400\text{ mm}$. El diámetro del chorro es $d=80\text{ mm}$ y $a=250\text{ mm}$. Si el coeficiente de fricción estático entre el tanque y la mesa es $\mu_s=0,6$. Determinar el mínimo valor de "h" para el cual, el tanque empieza a deslizarse hacia la izquierda. El peso del tanque es $W=500\text{ N}$. ($g=9,81\text{ m/s}^2$)

- a) $71,6\text{ cm}$ b) $72,6\text{ cm}$ c) $73,6\text{ cm}$ d) $74,6\text{ cm}$ e) $75,6\text{ cm}$

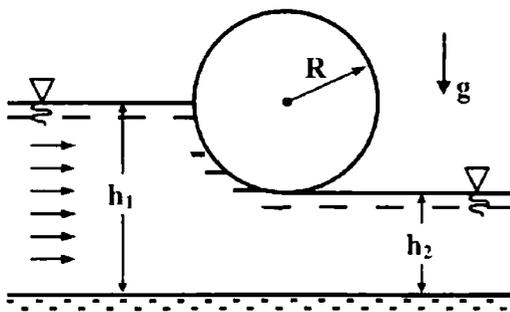


Fig.143

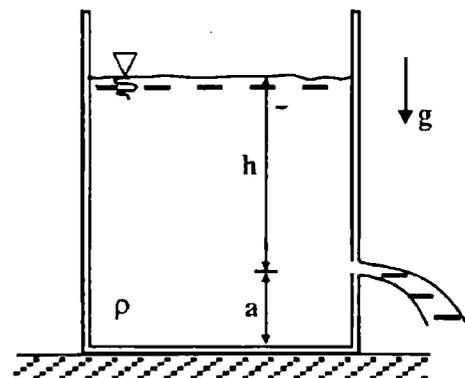
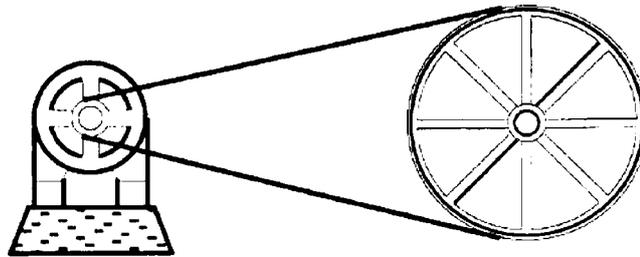


Fig.144

CAP-6

TEORIA CINETICA DE GASES



- **Conceptos fundamentales**
- **Ley general de los gases ideales**
- **Ecuación fundamental de la teoría cinética**
- **Ecuación de transformación adiabática**
- **La distribución de Boltzman-Maxwell**



TEORIA CINETICA DE LOS GASES

1. TEORIA CINETICA DE LOS GASES

a) Definición

Es una parte de la física, que estudia mediante el uso de técnicas y métodos estadísticos, la estructura, propiedades, características físicas de los gases y los procesos físicos que se dan en el.

b) Postulados

Los principales postulados que utiliza la teoría cinética de los gases, son:

- 1) Se considera que un gas está formado por un conjunto de partículas (átomos o moléculas) que se mueven caóticamente obedeciendo a las leyes de la mecánica Newtoniana.
- 2) En el sistema de partículas, se cumplen las leyes de conservación de la energía, momento lineal y momento angular.
- 3) Cada una de las partículas del sistema son distinguibles, unas de otras, esto es válido en la física clásica.
- 4) Todos los procesos físicos que se llevan a cabo en el sistema de partículas, evolucionan de un modo continuo.
- 5) No actúan fuerzas apreciables sobre las moléculas, excepto durante los choques

c) Atomo

Se llama así la menor partícula de un elemento químico que posee sus propiedades químicas. El átomo consta de un núcleo cargado positivamente y de electrones que se mueven en su campo coulombiano. La carga del núcleo es igual en magnitud a la carga total de los electro-

nes. El sistema atómico más sencillo es el átomo de hidrógeno, que consta de un electrón que se mueve en el campo coulombiano de un protón.

d) Molécula

Se llama así a la partícula estable más pequeña de una sustancia dada que posee sus propiedades químicas fundamentales y que está formado por átomos idénticos o diferentes en un todo único por medio de enlaces químicos, existen dos tipos de moléculas las iónicas y las atómicas.

1) Molécula iónica

Este tipo de moléculas está formado por iones de los elementos químicos que integran las moléculas. Las moléculas iónicas son eléctricamente neutras.

2) Molécula atómica

Son las moléculas cuyo estado fundamental corresponde a los estados normales de los átomos neutros. Las fuerzas que aseguran la estabilidad de las moléculas atómicas son de intercambio y su carácter es específicamente cuántico. El estado normal de un átomo es aquel que corresponde a su estado de equilibrio energético.

e) Gas ideal

Se llama así al gas que presenta o reúne las siguientes características:

- 1) La fuerza de interacción entre sus moléculas, es pequeña (despreciable), debido a las grandes distancias existentes entre ellas.
- 2) Sus moléculas son de dimensiones infinitamente pequeñas del orden de 10^{-8} cm, por lo que, el volumen que ocupan las moléculas respecto del volumen del recipiente que lo contiene es muy pequeño, es decir, su densidad es muy pequeña.
- 3) Sus moléculas poseen movimiento caótico (al azar), moviéndose en trayectorias rectilíneas.

- 4) Los choques de las moléculas entre si y con las paredes del recipiente que lo contiene, son perfectamente elásticas, siendo estos choques de corta duración.

Ejemplo: En condiciones normales (C.N.) el hidrógeno, oxígeno, nitrógeno etc... se consideran gases ideales.

f) Gas real

Los gases reales son los que en condiciones normales (C.N.) de temperatura y presión se comportan como gases ideales, pero si la temperatura es muy baja o la presión muy alta, las propiedades de los gases reales se desvían en forma considerable de los gases ideales.

g) Gas enrarecido

Se dice que un gas está enrarecido si su densidad es tan pequeña que el recorrido libre medio " λ " de sus moléculas puede compararse con las dimensiones lineales " d " del recipiente que lo contiene. Este estado del gas también se llama vacío.

h) Condiciones normales (C.N.)

Se llama así a los valores correspondientes a una temperatura de 0°C (273 K) y una presión de 1 atm (760 mmHg)

- En general las mediciones de los volúmenes de los gases se realizan en condiciones normales.

i) Mol (mol-kilogramo)

El mol es la unidad fundamental del Sistema Internacional de Unidades, que mide la cantidad de sustancia.

Esta definido como la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades (partículas) como átomos hay en 0,012 kg del nucleido carbono 12.

La unidad fundamental en todo proceso químico es el átomo (si se trata de un elemento) o la molécula (si se trata de un

compuesto).

- Un mol de cualquier gas ideal en C.N. ocupa aproximadamente un volumen de 22,4 litros (ó $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$)
- El número de moles " n " de un gas ideal viene dado por:

$$n = \frac{m}{M}$$

siendo, " m " la masa de la sustancia expresada en kilogramos, y " M " la masa molecular o molar de la sustancia, esta cantidad es igual, a la suma de los pesos atómicos de los elementos que intervienen en la fórmula molecular.

Ejemplo: 1 mol de H_2O es igual a 18 kilogramos, pues, la masa molecular del H_2O es 18, luego 9 kg de H_2O será igual a 1/2 mol.

j) Volumen molar (V_M)

Es una magnitud física escalar, que se define, como la razón del volumen " V " del gas al número de moles contenido en él, esto es:

$$V_M = \frac{V}{n}$$

k) Volumen específico (v)

Es una magnitud física escalar, que se define, como el inverso de la densidad " ρ " del cuerpo ó sustancia, es decir:

$$v = \frac{1}{\rho}$$

Para una sustancia homogénea el volumen específico, es igual, al volumen de dicha sustancia, cuya masa, es igual a la

unidad.

☞ **Unidad:** "v" se mide en m^3/kg .

ℓ) Punto crítico

Se dice que una sustancia se encuentra en equilibrio en el punto crítico, cuando desaparece la frontera bien definida entre las fases líquida y gaseosa de la sustancia. A la temperatura y presión a las que esto ocurre se les denomina temperatura crítica y presión crítica, y la densidad que alcanza la sustancia se conoce como densidad crítica.

2. LEY GENERAL DE UN GAS IDEAL

a) Ley de Avogadro

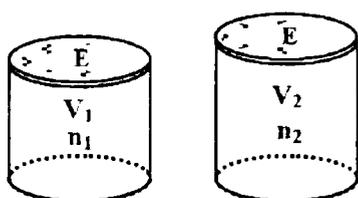
Establece la relación entre la cantidad de gas y su volumen, para una temperatura y presión constantes. La cantidad de gas se mide en moles.

Esto es, el volumen de gas es directamente proporcional a la cantidad de gas así:

- Si aumentamos la cantidad de gas, aumenta el volumen.
- Si disminuimos la cantidad de gas, el volumen disminuye.
- También, se puede expresar la ley de Avogadro, así:

$$\frac{V}{n} = k = \text{cte.}$$

es decir, el cociente entre el volumen y la cantidad de gas es constante.



Por ejemplo, en un gas contenido en un cilindro cerrado por un émbolo móvil "E" para variar el volumen del gas "V" debemos variar la cantidad de gas "n", tal que, para el estado inicial y final a presión constante y temperatura constantes, se cumple:

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

- Concluimos diciendo que: en las mismas condiciones de presión y temperatura, volúmenes iguales de cualquier gas, contienen siempre, el mismo número de moléculas.

b) Número de Avogadro (N_A)

Es el número de moléculas contenidas en 1 mol de cualquier sustancia en estado sólido, líquido o gaseoso, este valor, es igual a $6,02 \cdot 10^{23}$.

c) La constante de Boltzman

Esta constante de la teoría cinética de gases se representa por "k", y se define como la constante de los gases "R" por unidad de molécula, esto es:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

d) La constante R de los gases ideales

Es numéricamente igual al trabajo " δW " que realiza un mol de gas ideal al calentarlo un grado en un proceso de expansión isobárico (a presión constante), esto es:

$$R = \frac{\delta W}{n dT}$$

siendo "dT" la diferencia de temperaturas.

e) Velocidad de difusión y efusión de un gas

La velocidad de difusión o efusión de un gas a través de otro gas, viene dado por:

$$v = \left(\frac{3RT}{M} \right)^{1/2}$$

siendo, "M" su masa molecular, "T" la temperatura absoluta, y "R" la constante universal de los gases.

- Velocidad de difusión es la velocidad con la que se mueve un gas a través de otro.
- Velocidad de efusión es la velocidad con la que un gas se escapa al aire a través de un orificio del recipiente que lo contiene.

f) Ley general de un gas ideal

Para un gas ideal en estado de equilibrio termodinámico, esta ecuación relaciona las variables presión "P", volumen "V" y temperatura "T", del modo siguiente:

$$PV = nRT$$

siendo, "P" la presión en (N/m²), "V" el volumen en (m³), "n" el número de moles, "T" la temperatura absoluta en (K) y R=8,31 J•mol⁻¹•K⁻¹ la constante universal de los gases.

- Para una misma masa de gas "n.R" es una constante, entonces la ecuación anterior, para dos estados diferentes "1" y "2" del gas, se escribe así:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

es decir, cuando se varia la presión y temperatura del gas, automáticamente cambia su volumen.

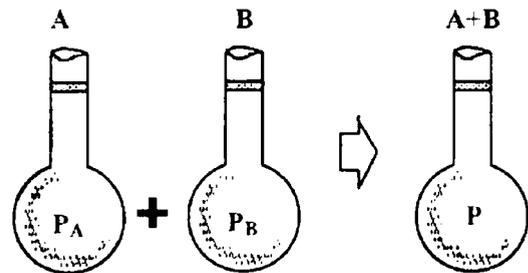
- Como, $V_1 = m/\rho_1$ y $V_2 = m/\rho_2$, también podemos expresar la ley de los gases idea

les en función de las densidades, así

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$$

siendo, " ρ_1 " y " ρ_2 " las densidades del gas en los estados 1 y 2, respectivamente

g) Ley de Dalton



La presión total de una mezcla de gases ideales a volumen y temperatura constante, es igual, a la suma de las presiones de cada una de las componentes de la mezcla.

Así, la presión de una mezcla de dos gases A y B, viene dado por:

$$P = P_A + P_B$$

- Sustituyendo las expresiones de P_A y P_B , obtenidas de la ley de los gases ideales, se tiene:

$$P = \frac{RT}{V} \left(\frac{m_A}{M_A} + \frac{m_B}{M_B} \right)$$

- Se debe mencionar, que la presión creada por cada uno de los componentes de la mezcla, es independiente, de las presiones creadas por las otras componentes.
- La ecuación anterior, para una mezcla de N-componentes, se escribe así:

$$P = \frac{RT}{V} \sum_{k=1}^N \frac{m_k}{M_k}$$

siendo, " m_k " la masa de la k -ésima componentes y " M_k " masa molecular de la k -ésima componentes.

- La presión parcial de la k -ésima componentes de la mezcla, es igual, al producto de la presión de la mezcla por la concentración molar de dicha componente, es decir:

$$P_k = z_k P$$

donde la concentración molar de la k -ésima componente, viene dada por:

$$z_k = \frac{m_k / M_k}{\sum_{k=1}^N (m_k / M_k)}$$

Ejemplo: 6 g de anhídrido carbónico (CO_2) y 5 g de óxido nitroso (N_2O) llenan un recipiente de volumen $2\,000\text{ cm}^3$. ¿Cuál será la presión total en el recipiente a la temperatura de 127°C ?

Solución:

- Dado que se tiene 2 componentes, la presión total de la mezcla es:

$$P = \frac{R T}{V} \sum_{k=1}^2 \frac{m_k}{M_k}$$

$$P = \frac{R T}{V} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right)$$

$$P = \frac{(8,31 \cdot 10^3)(400)}{2 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{6 \cdot 10^{-3}}{44} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{44} \right)$$

$$\diamond P = 4,15 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

3. ECUACION FUNDAMENTAL DE LA TEORIA CINETICA DE LOS GASES

a) Energía cinética media $\langle E_C \rangle$

La energía cinética media del movimiento

de traslación de una molécula de un gas ideal, viene dado por:

$$\langle E_C \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_C \rangle^2$$

$$\langle E_C \rangle = \frac{3}{2} k T$$

siendo, " k " la constante de Boltzman, " T " la temperatura absoluta " $^\circ\text{K}$ ".

- Así, la energía cinética media es directamente proporcional a la temperatura absoluta y no depende de otra cantidad física.
- La temperatura absoluta es una medida de la energía cinética media del movimiento de traslación de las moléculas del gas ideal.
- Esta expresión de la energía cinética media, no es válida en la región de temperaturas ultrabajas próximas al cero absoluto.
- La constante de Boltzman, se determina así:

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

b) Velocidad media aritmética $\langle v \rangle$

La velocidad media aritmética de las " N " moléculas de un gas ideal, viene dado por:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k$$

siendo, " v_k " la velocidad de la k -ésima molécula.

- Se demuestra que la expresión anterior, en función de los parámetros del gas ideal, viene dada por:

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8RT}{\pi M} \right)^{1/2}$$

siendo, "R" la constante universal de los gases, "T" la temperatura absoluta "K", y "M" la masa molecular o molar del gas.

c) Velocidad cuadrática media $\langle v_c \rangle$

La velocidad cuadrática media de las "N" moléculas de un gas ideal, viene dado por:

$$\langle v_c \rangle = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k^2 \right)^{1/2}$$

siendo, " v_k " la velocidad de la k-ésima molécula.

- Se demuestra que la expresión anterior, en función de los parámetros del gas ideal, viene dada por:

$$\langle v_c \rangle = \left(\frac{3RT}{M} \right)^{1/2} \quad \text{ó} \quad \langle v_c \rangle = \left(\frac{3kT}{m} \right)^{1/2}$$

siendo, "m" la masa de una molécula del gas, "M" su masa molecular, y "T" la temperatura absoluta.

d) Ecuación fundamental de la teoría cinética de los gases

La presión ejercida por un gas ideal, sobre las paredes del recipiente que lo contiene, viene dado por:

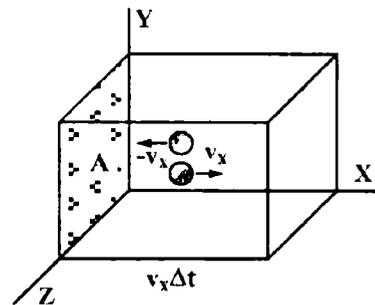
$$P V = \frac{2}{3} E_C$$

siendo, "P" la presión, "V" el volumen del recipiente, y " E_C " la energía cinética total del movimiento de traslación de las "N" moléculas de gas que hay en el recipiente.

Demostración:

Consideremos el recipiente de áreas de

sus bases izquierda y derecha igual a "A".



En la Figura la variación de la cantidad de movimiento que experimenta la molécula de masa m' al chocar elásticamente con la pared del recipiente es:

$$\Delta p_x = p_x - p_{ox} = m'v_x - m'(-v_x)$$

$$\Delta p_x = 2 m'v_x$$

Ahora, sea "n" el número de moléculas por unidad de volumen, y " $v_x \Delta t$ " la distancia recorrida por las moléculas que se mueven en la dirección (X) durante el intervalo de tiempo " Δt ", entonces el número de estas moléculas contenidas en el volumen " $v_x A \Delta t$ " es:

$$N_x = n v_x A \Delta t$$

Como la mitad de estas moléculas se mueven en la dirección negativa del eje (-X), entonces, la variación de la cantidad de momento lineal total de las moléculas que se dirigen a la pared sombreada es:

$$\Delta P_x = \frac{1}{2} N_x \Delta p_x$$

$$\Delta P_x = \left(\frac{1}{2} n A v_x \Delta t \right) (2 m' v_x)$$

De modo que, la fuerza ejercida por las moléculas sobre la pared sombreada es:

$$F_x = \frac{\Delta P_x}{\Delta t} = n A m' v_x^2$$

A su vez, como $F=PA$, entonces la presión sobre esta pared es:

$$P = n m' v_x^2 \dots\dots (1)$$

Ahora, como los grados de libertad que tienen las moléculas para moverse en las direcciones de los ejes X, Y y Z es la misma, el cuadrado de la magnitud de la velocidad de las moléculas del gas es:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = 3v_x^2$$

$$v_x^2 = \frac{1}{3} v^2 \dots\dots (2)$$

Finalmente, reemplazando (2) en (1), y teniendo en cuenta que $n=N/V$, siendo "N" el número total de moléculas, obtenemos:

$$P = \left(\frac{N}{V}\right) \left(\frac{1}{3} m' v^2\right)$$

$$P V = \frac{2}{3} \left(N \frac{1}{2} m' v^2\right)$$

$$P V = \frac{2}{3} E_C \dots\dots (3)$$

- Para un gas homogéneo ($m_k=m'$), las masas de todas las moléculas son iguales, pero sus velocidades ($v_k, k=1,2,\dots$) son diferentes, así, la energía cinética de las "N" moléculas es:

$$E_C = \frac{m'}{2} \sum_{k=1}^N v_k^2 \dots\dots (4)$$

- De otro lado, de la expresión de la velocidad cuadrática media, se tiene que:

$$\langle v_C \rangle = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_k^2 \right]^{1/2}$$

$$\sum_{k=1}^N v_k^2 = N \langle v_C \rangle^2 \dots (5)$$

- Sustituyendo (4) y (5) en (3), tenemos:

$$P V = \frac{1}{3} N m' \langle v_C \rangle^2$$

$$P V = \frac{1}{3} m \langle v_C \rangle^2 \dots (4)$$

siendo, $m=Nm'$ la masa total del gas.

- Así, la ecuación fundamental para la presión del gas es:

$$P = \frac{1}{3} \left(\frac{m}{V}\right) \langle v_C \rangle^2$$

$$P = \frac{1}{3} \rho \langle v_C \rangle^2$$

siendo, $\rho = m/V$ la densidad del gas.

- La presión al interior de un gas, se origina como resultado de los choques de las moléculas con las paredes del recipiente que contiene al gas, comunicándoles a estas su impulso.
- En un gas ideal los choques entre las moléculas no varían la presión del gas, siendo esta presión igual en todas las paredes del recipiente.
- Ahora, comparando la ec.(4) con la ecuación de los gases ideales, obtenemos la expresión para la velocidad cuadrática media, así:

$$\frac{1}{3} m \langle v_C \rangle^2 = \frac{m}{M} R T$$

$$\langle v_C \rangle = \left(\frac{3RT}{M}\right)^{1/2} = \left(\frac{3RT}{m' N_A}\right)^{1/2}$$

Como, $k = R/N_A$, entonces:

$$\langle v_C \rangle = \left(\frac{3kT}{m'} \right)^{1/2}$$

siendo, "k" la constante de Boltzman, "m'" la masa de una molécula, y "N_A" el número de Avogadro.

$$T = \frac{2}{3k} \frac{m_1 \langle v_1^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3k} \frac{m_2 \langle v_2^2 \rangle}{2}$$

$$\left(\frac{\langle v_1^2 \rangle}{\langle v_2^2 \rangle} \right)^{1/2} = \frac{\langle v_{1,c} \rangle}{\langle v_{2,c} \rangle} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{1/2}$$

$$\frac{\langle v_{1,c} \rangle}{\langle v_{2,c} \rangle} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{1/2}$$

e) Interpretación molecular de la temperatura

También, conocida la velocidad cuadrática media, podemos expresar la energía cinética media de una molécula del gas, así:

$$\frac{1}{2} m' \langle v_C \rangle^2 = \frac{3}{2} k T$$

siendo, "T" la temperatura absoluta.

- Esto es, la temperatura a la que se encuentra un gas es directamente proporcional a la energía cinética de sus moléculas. Es decir, la temperatura del gas depende del movimiento de las moléculas del gas.
- La ecuación anterior podemos considerar como una conexión entre una propiedad macroscópica, la temperatura, y una propiedad microscópica, la energía cinética de una molécula.
- La temperatura de un gas se relaciona con la energía cinética media medida con respecto al centro de masa del gas. La energía cinética asociada con el movimiento del centro de masa del gas no tiene relación con la temperatura del gas.

f) Difusión de dos gases en una pared porosa de un recipiente

Como la energía cinética por mol de traslación tiene casi el mismo valor para los gases reales a una temperatura "T" dada, entonces, de la relación anterior, tenemos que:

Esto es, la razón de las rapidez cuadráticas medias de los gases "1" y "2", es proporcional a la razón de sus masas moleculares "M₂", "M₁". El gas más ligero, cuyas moléculas se mueven más rápidamente en promedio, escapará más rápidamente que el más pesado.

- El proceso de difusión a través de paredes porosas es un método empleado para separar los átomos de un elemento por masa en sus diferentes isótopos.

g) Energía cinética media, cerca del cero absoluto

De la ecuación $\langle E_c \rangle = 3kT/2$, deducimos que, que a medida que la temperatura tiende a cero absoluto, la energía cinética de las moléculas tiende a cero. No obstante, según la teoría cuántica moderna esto no es correcto. Pues, conforme T se acerca al cero absoluto, la energía cinética tiende a un valor mínimo muy pequeño distinto de cero. Aun cuando todos los gases reales se convierten en líquido o sólido cerca de 0 K, el movimiento molecular no cesa, incluso en el cero absoluto.

h) Efecto Knudsen

Si dos recipientes que contienen un gas enrarecido a temperaturas distintas "T₁" y "T₂" se unen entre sí mediante un tubo estrecho, entonces, la razón de las presiones en los recipientes, es directamente

proporcional a la raíz cuadrada de sus temperaturas, esto es:

$$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Demostración:

En el estado estacionario, el flujo de gas que pasa del recipiente 1 hacia el 2, debe ser igual, al que pasa de 2 hacia 1, esto es:

$$n_1 v_1 = n_2 v_2$$

siendo, " n_1 ", " n_2 " los números de moléculas por unidad de volumen en ambos recipientes, y " v_1 ", " v_2 " sus velocidades medias.

Ahora, como $n \propto P/T$ y $v \propto \sqrt{T}$, tenemos:

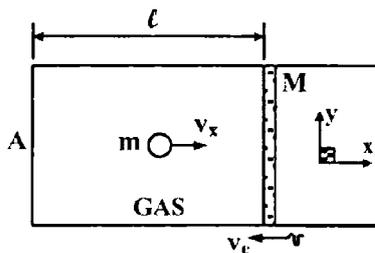
$$(C_1 \frac{P_1}{T_1})(C_2 \sqrt{T_1}) = (C_1 \frac{P_2}{T_2})(C_2 \sqrt{T_2})$$

$$P_1 / P_2 = (T_1 / T_2)^{1/2}$$

siendo, " C_1 " y " C_2 " constantes de proporcionalidad.

4. ECUACION DE TRANSFORMACION ADIABATICA

Para deducir la ecuación de transformación adiabática consideremos un gas en cerrado en un cilindro de longitud " ℓ " con un émbolo de área " A " y masa " m ".



En la Figura, la molécula de masa " m " que se mueve en la dirección del eje X

con una velocidad " v_x " choca elásticamente con el émbolo que se mueve con velocidad " $-v_c$ ", entonces, del principio de conservación de la cantidad de momento lineal, se tiene:

$$m v_x + M(-v_c) = m v'_x + M v'_c$$

También, del principio de conservación de la energía, se tiene:

$$\frac{1}{2} m v_x^2 + \frac{1}{2} M v_c^2 = \frac{1}{2} m v'^2_x + \frac{1}{2} M v'^2_c$$

Reescribiendo estas ecuaciones en la forma:

$$m(v_x - v'_x) = M(v'_c + v_c) \quad (1)$$

$$m(v_x - v'_x)(v_x + v'_x) = M(v'_c + v_c)(v'_c - v_c)$$

Dividiendo estas ecuaciones entre sí, tenemos:

$$(v_x + v'_x) = (v'_c - v_c) \dots (2)$$

Resolviendo (1) y (2) para v'_x y v'_c , obtenemos:

$$v'_x = \frac{-2v_c - (1 - m/M)v_x}{1 + m/M}$$

$$v'_c = \frac{2m/M v_x - (1 - m/M)v_c}{1 + m/M}$$

Como, $M \gg m$, entonces las velocidades de la molécula y el émbolo después de la colisión son:

$$v'_x = 2v_c - v_x \quad \text{y} \quad v'_c = -v_c$$

Esto es, la velocidad del émbolo no cambia, en tanto, la velocidad de la molécula aumenta, aumentando su energía cinética

ca, esta energía ganada por la molécula rápidamente se redistribuye entre las otras moléculas del gas, de tal modo que, el gas siempre este en equilibrio.

El aumento de la energía cinética que experimenta el gas en cada colisión con el émbolo es:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m (-v_x - 2v_e)^2 - \frac{1}{2} m v_x^2$$

$$\Delta E_C = 2m v_x v_e \left(1 + \frac{v_e}{2v_x}\right)$$

$$\Delta E_C \approx 2m v_x v_e \dots\dots (3)$$

pues, $v_e \ll v_x$.

Este incremento de la energía cinética en cada colisión se redistribuye entre todas las "N" moléculas del gas. La energía cinética media ganada por cada molécula $2m v_x v_e / N$ se refleja en un aumento de la temperatura del gas, esto es:

$$\frac{2m v_x v_e}{N} = \frac{3}{2} k \Delta T \dots\dots (4)$$

Ahora, el tiempo medio entre dos colisiones sucesivas y la velocidad del émbolo son:

$$\Delta t = \frac{2\ell}{N v_x} \quad \text{y} \quad v_e = -\frac{\Delta \ell}{\Delta t} \quad (5)$$

siendo, " $\Delta \ell$ " el desplazamiento que realiza la molécula entre dos colisiones sucesivas.

Sustituyendo (5) y (4) y teniendo en cuenta que el movimiento de la molécula en las tres direcciones es equivalente: $v^2 = 3v_x^2$, tenemos:

$$\left(\frac{2m v_x}{N}\right) \left(-\frac{\Delta \ell}{2\ell / N v_x}\right) = \frac{3}{2} k \Delta T$$

$$-\frac{1}{3} m v^2 \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{3}{2} k \Delta T$$

Como, $(1/2)mv^2 = (3/2)kT$ entonces, la ecuación anterior se reduce a:

$$-kT \frac{A \Delta \ell}{A \ell} = \frac{3}{2} k \Delta T$$

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{2}{3} \frac{\Delta V}{V} \quad \text{ó} \quad \frac{dT}{T} = -\frac{2}{3} \frac{dV}{V}$$

Integrando esta ecuación, obtenemos la ecuación de la transformación adiabática, así:

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = -\frac{2}{3} \int_{V_0}^V \frac{dV}{V}$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = \ln\left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3}$$

$$TV^{2/3} = T_0 V_0^{2/3} = \text{cte.}$$

Como, $T = PV / nR$, entonces la ecuación anterior, también puede expresarse así:

$$PV^{5/3} = \text{cte.}$$

Para un gas monoatómico, la razón de los calores específicos, llamado exponente adiabático es:

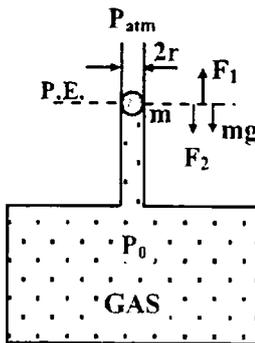
$$\chi = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v}$$

$$\chi = \frac{3R/2 + R}{3R/2} = \frac{5}{3}$$

Así, en función del exponente adiabático la ecuación de transformación adiabática es:

$PV^\chi = \text{cte.}$

a) Medida del exponente adiabático de un gas



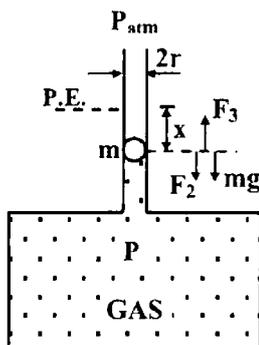
$$F_1 = \pi r^2 P_0, \quad F_2 = \pi r^2 P_{atm}$$

En un recipiente grande de volumen "V" que encierra un gas, se ubica verticalmente un tubo de radio "r", cerrando este con una bola esférica de acero de masa "m" que ajusta perfectamente el tubo. Se desplaza la bola de su posición de equilibrio, y se mide con un cronometro el período de oscilaciones. Conocido el período de oscilaciones se determina el índice adiabático del gas.

Cuando la bola está en equilibrio, la presión del gas hallamos así:

$$P_0 \pi r^2 = P_{atm} \pi r^2 + mg$$

$$P_0 = P_{atm} + \frac{mg}{\pi r^2}$$



Asumiendo que las oscilaciones de la bola son muy pequeñas, podemos conside

rar que el proceso es adiabático, por lo que, la relación entre la presión "P" y el volumen "V" es:

$$P V^\chi = \text{cte.}$$

Cuando la bola desde su posición de equilibrio se desplaza "x" hacia abajo, el nuevo volumen del gas es $V_0 - \pi r^2 x$ y la nueva presión en el recipiente es:

$$P_0 V_0^\chi = P (V_0 - \pi r^2 x)^\chi$$

$$P = P_0 \left(1 - \frac{\pi r^2 x}{V_0}\right)^{-\chi}$$

Como, $\pi r^2 \ll V_0$, podemos utilizar el desarrollo $(1+x)^n \approx 1+n \cdot x$, obteniendo:

$$P \approx P_0 \left(1 + \frac{\pi r^2 \chi}{V_0} x\right)$$

$$P - P_0 = \frac{\pi r^2 \chi P_0}{V_0} x \dots \dots (1)$$

La magnitud de la fuerza neta que actúa sobre la bola, cuando este se desplaza "x" de su posición de equilibrio es:

$$F = P \pi r^2 - P_{atm} \pi r^2 - mg$$

$$F = (P - P_0) \pi r^2$$

Sustituyendo la ec.(1), obtenemos:

$$F = \frac{\pi^2 r^4 \chi P_0}{V_0} x$$

Como se observa esta fuerza es del tipo de Hooke $F=kx$, pues es proporcional al desplazamiento "x" y esta dirigida hacia la posición de equilibrio, siendo la constante elástica $k = \pi^2 r^4 \chi P_0 / V_0$, y el período

de las oscilaciones armónicas simples, igual a:

$$T = 2\pi \left(\frac{m}{k}\right)^{1/2} \Rightarrow kT^2 = 4\pi^2 m$$

$$\left(\frac{\pi^2 r^4 \chi P_0}{V_0}\right)(T^2) = 4\pi^2 m$$

De aquí, obtenemos la expresión para el exponente adiabático:

$$\varphi = \frac{4m V_0}{r^4 P_0 T^2}$$

Así, midiendo directamente la masa "m" el volumen "V₀", la presión "P₀" el radio "r" y el período "T", obtenemos el valor del exponente adiabático "χ".

5. BOMBA DE VACIO

a) Definición

Es un dispositivo que se utiliza para extraer moléculas de gas de un volumen sellado creando un vacío parcial. Las bombas de vacío trabajan entre una presión mínima de entrada P_{min} y una presión máxima de salida P_{max}. Si la presión aumenta por encima de la presión P_{max}, el bombeo cesa.

b) Tipos

Existen diferentes tipos de bombas, algunas de las más conocidas son:

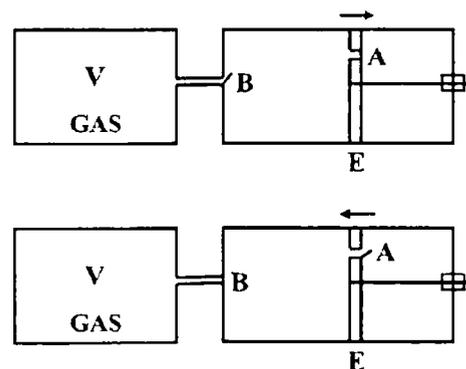
- 1) Rotativas de paletas.- Estas bombas son de diseño moderno y funcionan con control numérico, generalmente se utilizan para la extracción del aire y en procesos industriales.
- 2) Anillo líquido.- Tienen una construcción simple pero robusta, presentan una compresión casi isotérmica, funcionan sin lubricación interna, se utilizan para el procedimiento de gases y vapores.

3) Diafragma.- Es una bomba de desplazamiento que utiliza un diafragma de teflón o caucho y válvulas que se abren y cierran, para bombear un líquido.

4) Termobárica.- Llamada también bomba de combustible de <<calor y presión>>, es un arma de guerra, que consiste en un contenedor de un líquido volátil (combustible) mezclado con un explosivo finalmente pulverizado. La primera explosión de este dispositivo mezcla el combustible con la atmósfera, y la segunda explosión enciende dicha mezcla, produciendo fuego en una extensa región del espacio. Grandes son los efectos destructivos sobre todo vestigio de vida e infraestructura, que produce el uso de este artefacto de guerra.

c) Funcionamiento

Para extraer aire de un depósito cerrado de volumen "V" que está a la presión atmosférica "P₀", conectemos a este una bomba de vacío de volumen "V₀".



Primer ciclo

En la Figura.1, al moverse el pistón de la bomba de vacío (E) hacia la derecha, la válvula B se abre y la válvula A se cierra, pasando el aire del depósito hacia la bomba de vacío.

Cuando el pistón ha completado el recorrido, el aire contenido inicialmente en el depósito de volumen V ahora ocupa un

volumen $V+V_0$. Asumiendo que el proceso de expansión es isotérmico, la nueva presión del aire en el depósito es:

$$P_0 V = P_1 (V + V_0)$$

En la Figura.2, al moverse el pistón (E) hacia la izquierda, se cierra la válvula B y se abre la válvula A, permitiendo que el aire contenido en la bomba salga hacia la atmósfera.

Segundo ciclo

Cuando se inicia el nuevo ciclo, el aire encerrado en el depósito está a la presión P_1 . Al repetirse el proceso del primer ciclo, la presión del aire contenido en el depósito terminado el segundo ciclo es:

$$P_2 = \left(\frac{V}{V + V_0}\right)^2 P_0$$

Ciclo n-ésimo

Luego, de culminado el n-ésimo ciclo la presión en el depósito es:

$$P_n = \left(\frac{V}{V + V_0}\right)^n P_0$$

El porcentaje en que ha variado la presión en el depósito, finalizado el n-ésimo ciclo es:

$$\eta = \left[1 - \left(\frac{V}{V + V_0}\right)^n\right](100)$$

d) Características

Las principales características que define la calidad del funcionamiento de una bomba de vacío, son:

1) Caudal

El caudal de una bomba se define como el producto del volumen por la velocidad, con la que fluye el líquido, este caudal es superior al caudal real.

2) Rendimiento

Se define el rendimiento como volumétrico como la relación entre el caudal real y el caudal teórico. Este rendimiento volumétrico oscila entre el 80 % y el 90 %, según el tipo de bomba, su construcción, sus tolerancias internas, y las condiciones específicas de velocidad, presión, viscosidad del fluido, temperatura, etc..

El rendimiento total de una bomba es el producto de sus rendimientos volumétrico y mecánico.

3) Presión de trabajo

Todos los fabricantes otorgan a sus bombas un valor denominado presión máxima de trabajo, algunos incluyen las presiones de rotura o la presión máxima intermitente, y otros adjuntan la gráfica de presión/vida de sus bombas. El valor de la presión máxima de trabajo suele calcularse para una vida de 10 000 horas; en algunos casos se especifican también las presiones máximas intermitentes o puntales.

4) Vida

La vida de una bomba viene determinada por el tiempo de trabajo desde el momento en que se instala hasta el momento en que su rendimiento volumétrico ha disminuido hasta un valor inaceptable; sin embargo este punto varía mucho en función de la aplicación.

e) Aplicaciones

Las bombas de vacío frecuentemente se utilizan en diversas actividades económicas e industriales, tales como:

- En la industria alimenticia, se utiliza en las máquinas de envasado en general.
- En las máquinas de la industria cárnica, embutidoras, masajeadoras, cortadoras,...
- En la investigación a bajas temperaturas, se utiliza en la determinación de la porosidad de los suelos, etc...

- Se utilizan en distintos ensayos de laboratorio, tales como, aceleración de filtrados destilación..
- Transporte por vacío; de chapa, vidrio, papel en la industria gráfica.
- Llenado de tubos capilares, evacuado de carteles luminosos, tubos de rayos catódicos, lámparas, etc...
- Desaireado de líquidos viscosos: resinas, cauchos, jaleas, etc...
- Medicina, cirugía, odontología: distintos sectores, individuales o centrales para absorción de líquidos, tejidos, nieblas, vacuoterapia, etc...

f) Ventajas

Las bombas de vacío presentan diversas ventajas, algunas de las cuales, son:

- Alta eficiencia.- Las bombas de vacío proporcionan alta eficiencia por su doble cámara, por lo que, el desplazamiento se mantiene a vacíos muy elevados y es posible evacuar grandes cantidades de aire o gas en un corto tiempo.
- Larga vida.- Por su simplicidad de diseño y construcción no hay contacto entre sus partes internas.
- Operación sencilla.- Están libres de vibración, golpes y trabajan silenciosamente.
- Opción de construcción.- Se pueden construir en una amplia variedad de materiales resistentes a los gases o vapores especiales.

¿Cuál es la presión y temperatura que se alcanza en una bomba termobarica?

Una bomba termobarica llamada también bomba de vacío, es un arma de "calor y presión" que consiste en un contenedor con un líquido volátil o gas a alta presión que está mezclado con un explosivo finamente pulverizado y dos cargas explosivas separadas. La sobrepresión generada

en el interior de la explosión alcanza una presión de 3 MPa, y la temperatura oscila entre los 2500 °C y los 3000 °C.

¿Con que presión el corazón bombea la sangre?

La presión venosa central (PVC), describe la presión de la sangre en la vena cava superior. La PVC refleja la cantidad de sangre que regresa al corazón y la capacidad del corazón para bombear la sangre hacia el sistema arterial. Los valores normales son de 0 a 5 cm de H₂O en la aurícula derecha y de 6 a 12 cm de H₂O en la vena cava.

6. CAPACIDAD CALORIFICA MOLAR

a) Capacidad calorífica molar a volumen constante (C_V)

Es la cantidad de calor que se necesita suministrar (o sustraer) a un mol de sustancia para elevar (o disminuir) su temperatura en un grado, manteniendo su volumen constante, esto es:

$$C_V = \frac{\delta Q}{dT}$$

siendo, "δQ" la cantidad de calor, y "dT" la diferencia de temperaturas.

Ahora, sea "n" el número de moles del gas, entonces, la cantidad de calor que se debe suministrar (o sustraer) al gas para elevar (o disminuir) su temperatura en un grado centígrado es:

$$\delta Q' = nC_V dT \dots\dots (1)$$

De otro lado, del primer principio de la termodinámica, y dado que el proceso que experimenta el gas es isocoro (a volumen constante), se tiene:

$$\delta Q' = dW + dU$$

$$\delta Q' = P dV + d\left(\frac{\gamma}{2} n R T\right)$$

$$\delta Q' = \frac{\gamma}{2} n R dT \dots\dots (2)$$

Igualando (1) y (2), obtenemos la expresión de la capacidad calorífica molar a volumen constante para los gases ideales, así:

$$C_V = \frac{\gamma}{2} R$$

siendo, "R" la constante de los gases ideales, y "γ" una constante que depende de los grados de libertad que puedan tener las moléculas del gas, la cual, es propio del tipo de gas, así:

Tipo de Gas	γ
monoatómico	3
diatómico	5
triatómico	6
poliatómico	7

- Ahora, de la ecuación de los gases ideales: $R = P \cdot M / \rho \cdot T$, por lo que, la ecuación anterior, también puede expresarse así:

$$C_V = \frac{\gamma P M}{2 \rho T}$$

siendo, "P" la presión, "T" la temperatura, "M" la masa molecular, y "ρ" la densidad.

b) Calor específico a volumen constante

Se define como la capacidad calorífica por unidad de masa molecular, esto es:

$$c_V = \frac{C_V}{M}$$

siendo, "M" la masa molecular del gas

c) Capacidad calorífica molar a presión constante (C_P)

Es la cantidad de calor que se necesita suministrar (ó sustraer) a una mol de una sustancia para elevar (ó disminuir) su temperatura en un grado, manteniendo su presión constante, viene dada por

$$C_P = \frac{\delta Q}{dT}$$

siendo, "δQ" la cantidad de calor, y "dT" la diferencia de temperaturas.

Ahora, sea "n" el número de moles del gas, entonces, la cantidad de calor que se debe suministrar (o sustraer) al gas para elevar (o disminuir) su temperatura en un grado centígrado es:

$$\delta Q' = n C_P dT \dots\dots (1)$$

De otro lado, del primer principio de la termodinámica, y dado que el proceso que experimenta el gas es isobárico (a presión constante), se tiene:

$$\delta Q' = dW + dU$$

$$\delta Q' = P dV + d\left(\frac{\gamma}{2} n R T\right)$$

$$\delta Q' = n R dT + \frac{\gamma}{2} n R dT$$

$$\delta Q' = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) n R dT \dots (2)$$

Igualando (1) y (2), obtenemos la expresión de la capacidad calorífica molar a presión constante para los gases ideales así:

$$C_p = (1 + \frac{\gamma}{2})R \quad \text{o} \quad C_p = C_v + R$$

d) Calor específico a presión constante

Se define como la capacidad calorífica por unidad de masa molecular, esto es:

$$c_p = \frac{C_p}{M}$$

siendo, "M" la masa molecular del gas.

e) Relación para las capacidades caloríficas

Las capacidades caloríficas de un gas ideal a presión constante "C_p" y a volumen constante "C_v" están relacionadas, así:

$$C_p - C_v = \frac{m}{M} R$$

siendo, "R" la constante universal de los gases, "m" la masa del gas, y "M" su masa molecular.

f) Inercia térmica

Mide la dificultad con la que un cuerpo cambia su temperatura al estar en contacto con otros cuerpos a ser calentado. La inercia térmica depende de la cantidad de la masa, de la capacidad calorífica y del coeficiente de conductividad térmica del material.

- Esta propiedad se utiliza en la construcción para conservar la temperatura del interior de los locales habitables más estable a lo largo del día, mediante paredes de gran masa, y composición de materiales adecuados.
- La inercia térmica de un material de conductividad térmica "k", densidad de ma

sa "ρ" y calor específico volumétrico "c_v", viene dado por:

$$I = (k\rho c_v)^{1/2}$$

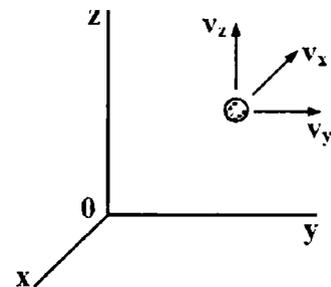
7. CLASIFICACION DE GASES

Los gases en general, pueden ser clasificados, según:

a) Sus grados de libertad

1) Gas monoatómico

Como ejemplo de gas monoatómico, tenemos a los gases nobles que tienen moléculas formadas por un solo átomo. Al ser la molécula casi puntual, podemos despreciar su energía de rotación, por lo que, su energía total asumimos que es energía cinética de traslación. Así, en el espacio la molécula tiene tres grados de libertad, correspondientes a los movimientos de traslación en las direcciones de los ejes x, y, z; por lo que de acuerdo con el teorema de la equipartición, tenemos que $\gamma = 3$.



Para los gases reales monoatómicos también, de modo aproximado $\gamma = 3$.

- Así, las capacidades caloríficas específicas de un gas monoatómico a volumen y presión constantes, son:

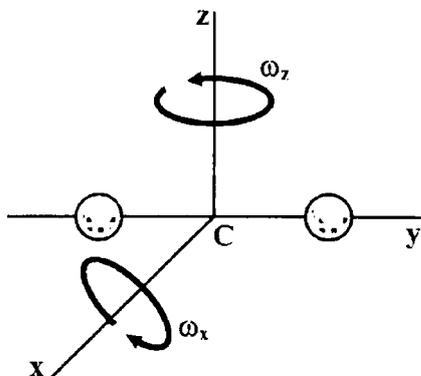
$$c_v = (\frac{3}{2})(8,314) = 12,471 \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$c_p = (\frac{3}{2} + 1)(8,314) = 20,785 \frac{J}{mol \cdot K}$$

2) Gas diatómico

En un gas diatómico la energía total puede encontrarse en forma de energía cinética de traslación y energía cinética de rotación, por lo mismo, un gas diatómico puede almacenar más energía a una temperatura dada. Para temperaturas altas, la energía de vibración de los enlaces empieza a ser importante y los gases diatómicos se desvían algo de las formulaciones obtenidas anteriormente.

Por ejemplo en la molécula diatómica, situada a lo largo del eje-y, su centro de masa C puede trasladarse en el espacio en las direcciones de los tres ejes, a su vez, la molécula puede rotar alrededor de los ejes x y z, por lo que, el número de grados de libertad es $\gamma=5$.



- Así, las capacidades caloríficas específicas de un gas monoatómico a volumen y presión constantes, son:

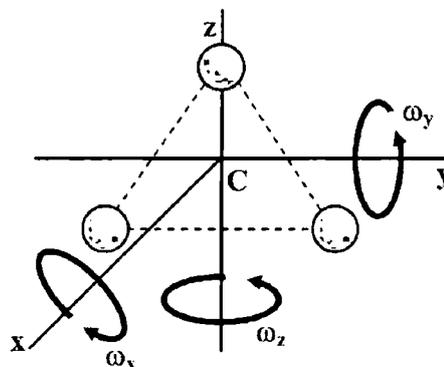
$$c_v = \left(\frac{5}{2}\right)(8,314) = 20,785 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

$$c_p = \left(\frac{5}{2} + 1\right)(8,314) = 29,099 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

3) Gases triatómicos

Un gas triatómico constituido por tres átomos por molécula, tiene generalmente tres ejes de rotación posibles (a no ser que los tres átomos se encuentren en una

línea recta, como en el caso de CO_2), su centro de masa C puede desplazarse en las tres direcciones de los ejes (3), y la molécula puede rotar alrededor de los tres ejes que pasan por su centro de masa por lo que, su número de grados de libertad es $\gamma=6$.



- Así, las capacidades caloríficas específicas de un gas monoatómico a volumen y presión constantes, son:

$$c_v = \left(\frac{6}{2}\right)(8,314) = 24,942 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

$$c_p = \left(\frac{6}{2} + 1\right)(8,314) = 33,256 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

4) Gases poliatómicos

Según el teorema de equipartición la capacidad calorífica a volumen constante de un gas poliatómico, viene dado por:

$$C_v = \left(\frac{3}{2} + \frac{r}{2} + q\right)R$$

donde, $r=1$ para moléculas lineales, $r=2$ para moléculas planas y $r=3$ para moléculas tridimensionales. No obstante estas predicciones no se cumplen a temperatura ambiente. La capacidad calorífica molar aumenta moderadamente a medida que aumenta la temperatura.

b) Sus propiedades químicas

- 1) Comburentes
Estos fluidos son elementales en caso que se pretenda mantener la combustión.
- 2) Inertes
Estos gases no mantienen el estado de combustión ni arden.
- 3) Combustibles
Dichos fluidos arden con gran facilidad en caso de la presencia de aire o cualquier otro tipo de oxidante.
- 4) Tóxicos
Tienen efectos nocivos sobre los seres vivos. Si se encuentran concentrados en ciertas cantidades pueden tener consecuencias fatales.
- 5) Corrosivos
Pueden agredir y dañar el tejido de la piel y a los materiales que se encuentren próximos.

c) Su tratamiento para su uso

- 1) Inflamable
Estos gases o la mezcla de ellos posee como margen de inflamabilidad igual o menor al trece por ciento.
- 2) Licuado
Este gas o gases poseen una temperatura considerada crítica, cuando es igual o superior a menos de 10 °C.
- 3) Comprimido
Dicho gas o conjunción de gases se les atribuye una temperatura crítica si es igual o inferior a menos 10 °C.
- 4) Gas tóxico
En este caso el gas sólo puede ser resistido, en un máximo de su concentración, por cuarenta horas semanales, ocho horas diarias.
- 5) Oxidante
Estos gases poseen la capacidad de tolerar combustiones con un potencial que supera al del aire.
- 6) Corrosivo

Es capaz de producir un desgaste que supera los 6 mm a la temperatura de 55 °C.

7) Criogénico

Estos gases entran en ebullición a la temperatura menor a 40 °C, siempre que las condiciones de la presión atmosférica sean normales.

d) Su utilización

- 1) Industrial
Estos gases son producidos y llevados al mercado por el sector industrial.
- 2) Mezcla industrial
Dichos gases son sometidos a un tratamiento igual que los gases industriales, esto se debe a su volumen a la hora de aplicarlos y comercializarlos.
- 3) Mezcla de calibración
Estos gases mezclados son usualmente de precisión. Se utilizan para calibrar, en determinados trabajos destinados a la investigación u otras prácticas que necesiten un cuidado específico a la hora de producirlos y usarlos.

E) Su origen

- 1) Gas de yacimientos convencionales
Proviene sobre todo de rocas de alta permeabilidad. Se extrae usando tecnologías "tradicionales" de perforaciones verticales. La mayor parte de gas producido actualmente en el mundo proviene de los recursos convencionales y su extracción es bastante fácil y barata. Gas de yacimientos inconvencionales se halla en rocas de permeabilidad bastante baja, por eso no puede extraerse de la misma manera que el gas de yacimientos convencionales.
- * Gas natural (combustible azul)
Es mezcla de hidrocarburos gaseosos (etano, metano, propano), de hidrocarburos, líquidos y de ciertas cantidades de dióxido de carbono, de nitrógeno, de hidrógeno, de ácido sulfhídrico y de gases

nobles (argón, helio). El contenido de componentes es variable y depende del lugar de extracción, pero siempre el componente principal que constituye más del 90 % de gas natural es el metano (CH_4). Se crea durante millones de años como efecto de descomposición anaerobia de sustancias orgánicas en yacimientos libres, que llenan los espacios de la corteza terrestre. Los yacimientos de gas natural aparecen independientemente o acompañan los yacimientos de petróleo o carbón.

- El gas natural se extrae de la misma manera que el petróleo-en los yacimientos se encuentra bajo alta presión, por eso durante la perforación se sale por sí mismo a la superficie de la tierra. Para su utilización ha de depurarse, ya que al ser extraído está contaminado de arcilla, de arena, de petróleo, de hidrocarburos líquidos, de nitrógeno y de agua.
- Si mantiene la actual demanda de gas, los yacimientos mundiales de gas natural podrán satisfacerla durante los próximos 60 años.

2) Gas de yacimientos no convencionales

El término "gas de yacimientos inconvencionales" abarca con su significado gas de esquisto, gas cerrado y metano de yacimientos de carbón y hidratos de metano. Lo característico para los yacimientos inconvencionales de gas es que están localizados distintamente de los yacimientos convencionales-aparecen en extensas cuencas geológicas, ocupan cientos, o hasta miles de kilómetros cuadrados.

* Gas de esquisto

Se produce en rocas de esquisto que contiene muchas sustancias orgánicas. Su composición se parece a la del gas natural. Contienen metano (75-95%) y nitrógeno, y a veces también pocas cantidades de etano, propano, de gases nobles, oxígeno y óxido de carbono. El gas de esquisto no contiene el nocivo sulfuro de hidrógeno.

El gas de esquisto no contiene el nocivo sulfuro de hidrógeno.

- El potencial de gas de esquisto se conoce ya desde hace mucho tiempo, pero es durante los últimos años cuando se elaboró la tecnología de fracturación hidráulica, gracias a la cual la extracción de gas de esquisto llegó a ser rentable

* Gas cerrado

Es gas atrapado en rocas impermeables, areniscas no porosas y creaciones calcáreas, que suelen hallarse a profundidad de más de 3 500 m bajo el nivel del mar. Yacimientos de este gas son extensos y prometedores en cuanto a los recursos.

* Gas metano de carbón

Es gas natural que se crea en consecuencia de la descomposición de material orgánica contenida en carbón. Yacimientos de CMG suelen hallarse desde 1 000 hasta 2 000 metros por debajo de la tierra. Para obtener metano de carbón se usan técnicas de perforaciones horizontales y fracturación.

8. APLICACIONES DE LOS GASES

Los gases tienen diversas aplicaciones en la vida económica del hombre, estas son:

a) Gases atmosféricos

Estos gases son incoloros, inodoros e insípidos.

- Oxígeno.- Se utiliza para facilitar la respiración, en combustión en lugar del aire, en la producción de vidrio, en productos químicos y farmacéuticos y metales incluidos el acero, en el blanqueo del papel, y para potenciar el rendimiento de las depuradoras de aguas residuales y de las piscifactorías.
- Argón.- Se utiliza para aislamiento de ventanas, industria electrónica, industria aeroespacial, láser, metalurgia y aleaciones especiales, semiconductores, soldadur

- ra.
- Nitrógeno.- Su carácter de gas casi inerte lo hace ideal en diversas aplicaciones en la industria electrónica, petroquímica y farmacéutica, así, como en el tratamiento térmico de metales, la conservación de alimentos y en la limpieza de tuberías. En forma líquida se utiliza para congelar alimentos y en los hospitales para conservación de material biológico y en criocirugía.

b) Gases de proceso

Estos gases son inodoros e incoloros.

- Acetileno.- Se utiliza principalmente en espectrometría óptica, procesos de síntesis química, revestimiento, soldadura y corte de metales.
- Monóxido de carbono.- Se emplea en fabricación de semiconductores, industria química.
- Dióxido de carbono.- Se utiliza para producir bebidas carbonatadas, para conservar, congelar, envasar y transportar alimentos, tratamiento de aguas, extracción de petróleo, electrónica, industria química, pruebas medioambientales, siderurgia soldadura.
- Hielo seco (Dióxido de carbono sólido) Al expandirse a la atmósfera, el CO_2 líquido se solidifica en forma de nieve carbónica. Esta nieve se sublima (pasa a estado gaseoso directamente) a $-78,5\text{ }^\circ\text{C}$. La nieve carbónica comprimida con pistones hidráulicas a alta presión se convierte en hielo seco, compacto, traslucido y de gran capacidad frigorífica (152 kcal/kg).
- Helio.- Se utiliza en soldadura, refrigeración de equipos de imágenes por resonancia magnética, la producción de componentes electrónicos, el buceo a grandes profundidades, para inflar globos y en muchos procesos industriales.

- Hidrógeno.- Se utiliza en el tratamiento térmico de metales, en la fabricación de aceites y margarinas, y en un buen número de operaciones en refinerías y petroquímica. Por sus características como combustible, se utiliza en la industria espacial, y se está estudiando su posible utilización en automóviles.

c) Gases de soldadura

Estos gases se utilizan en procesos de soldadura y corte de metales, algunos de los cuales, son:

- Stargón.- Mezclas con argón como componente mayoritario.
- Helistar.- Mezclas con contenido de helio.
- Hydrostar.- Mezclas con contenido de hidrógeno.

d) Gases especiales

Se caracterizan por su alta pureza, así como por sus aplicaciones, diversas en la industria. Los gases especiales son productos de alta calidad, que incluyen gases de alta pureza para instrumentación, gases de proceso, criogénicos, de extracción supercrítica, mezclas de calibración, etc.. Este tipo de gases se utilizan en la industria alimentaria, en laboratorios de análisis médicos, en centrales nucleares, centrales térmicas, centros de investigación y desarrollo, en la industria farmacéutica, en hospitales y centros de salud, etc...

e) Gases raros

Estos gases son inertes, incoloros, inodoros y no inflamables.

- Los gases raros como el xenón, kriptón y neón, que se encuentran en la atmósfera en proporciones muy reducidas, se obtienen en el proceso de separación del aire. Como estos gases emiten una luz de color cuando se someten a una carga eléctrica

ca, son utilizados en lámparas, láser y sistemas de imágenes médicas. También, son utilizados en los laboratorios de investigación.

¿Cuál es la composición del gas natural?

El gas natural presenta la siguiente composición: metano 80 %, etano 13 %, propano 3%, butano %, alcanos C5 a C8 0,5 %, nitrógeno 2,5 %, y pequeñas cantidades de dióxido de carbono, helio e hidrógeno.

¿Qué tipos de gases emiten los automóviles?

Los principales gases que emiten los motores de los automóviles son: dióxido de carbono (CO_2), monóxido de carbono (CO), metano, óxidos de nitrógeno (NO) óxido nitroso, hidrocarburos no quemados (HC), y compuestos de plomo, anhídrido sulfuroso y amoníaco.

¿Cuál es el gas más abundante en el universo?

El gas más abundante en el Universo es el hidrógeno H_2 , constituyendo aproximadamente el 75 % de la materia del universo, principalmente en las estrellas y nubes interestelares, en tanto, en la atmósfera terrestre el gas más abundante es el nitrógeno N_2 , que representa el 78 %.

¿Cuál es el gas más abundante en el cuerpo humano?

En proporción de masa las células del cuerpo humano consisten en un 65 al 90 % de agua (H_2O), y una proporción muy importante esta compuesto de moléculas orgánicas a base de carbono. Por lo tanto, el oxígeno representa la mayor parte de la masa del cuerpo humano, seguido por el carbono. El 99 % de la masa del

cuerpo humano está formada por seis elementos: oxígeno, carbono, hidrógeno, nitrógeno, calcio y fósforo.

¿Cómo se obtiene el gas de helio?

Este gas procede del interior de la tierra y es extraído en las extracciones petrolíferas junto con el petróleo y el gas natural. El helio es el segundo elemento más ligero y el segundo más abundante en el universo observable, constituyendo el 24 % de la masa de los elementos presentes en nuestra galaxia. En la atmósfera de la Tierra se encuentran trazas de helio debido a la desintegración radioactiva de algunos elementos.

¿Porqué es importante el gas de helio-4, en la investigación científica?

En la investigación científica, el comportamiento del helio-4 en forma líquida en sus dos fases, helio I y helio II, es importante porque permite mediante la mecánica cuántica explicar el fenómeno de la superfluidez, así, como los efectos que ocurren en la materia a temperaturas cercanas al cero absoluto, como es el caso de la superconductividad.

¿Cuál es el gas, de mayor efecto mortal?

El gas mas mortal que se utiliza con fines militares es el "fosgeno" (gas muy irritante, mezcla de cloro y óxido de carbono), produce un ensanchamiento de sangre en los alvéolos pulmonares, altera la difusión de oxígeno del pulmón a la sangre, y como consecuencia la asfixia mortal.

¿Cuál es el gas, más inflamable?

El gas más inflamable del planeta es el hidrógeno, puede formar mezclas con el aire que son altamente inflamables o explo-

sivas, la temperatura de ignición que alcanza es de 500 °C.

¿Cuál es el gas más ligero y pesado, que existe en la naturaleza?

El gas más ligero que existe es el hidrógeno (14 veces más ligero que el aire). A presión y temperatura ambiente este gas es incoloro, inodoro, inflamable, no corrosivo y no tóxico. En tanto, el gas más pesado que existe es el hexafluoruro de uranio (UF₆)

¿Cuál es el gas que produce quemaduras severas de la piel?

El gas que produce quemaduras severas y graves, al ponerse en contacto con la piel es el flúor. Este gas a temperatura ambiente es de color amarillo pálido, es el más electronegativo y reactivo de todos los elementos. Bajo un chorro de flúor en estado gaseoso, el vidrio, metales, agua y otras sustancias, se quemaban en una llama brillante.

¿Cuáles son los gases que se utilizan en la medicina?

Los gases medicinales son aquellos gases que por sus características específicas son utilizados en los tratamientos y aplicaciones medicinales en instituciones de salud, esto son: oxígeno (O₂), óxido nítrico (N₂O), aire medicinal (O₂-N₂), vacío, helio (He), dióxido de carbono (CO₂) y nitrógeno (N₂).

9. LEY DE DISTRIBUCION DE MAXWELL-BOLTZMAN

a) La distribución de Boltzman

Para simplificar la deducción de la función de distribución de Boltzman, consideremos que nuestro sistema está formado por cuatro partículas, con una energía

total del sistema igual a 3Δξ, y que la energía que puede tener una partícula es: 0, Δξ, 2Δξ y 3Δξ, es decir, la energía está discretizada.

Ahora, la energía 3Δξ la podemos repartir entre las cuatro partículas de varias formas, así:

- 1) Si repartimos la energía 3Δξ a una sola partícula, existen 4 formas diferentes de hacerlo.

①	②	③	④
3Δξ	0	0	0
①	②	③	④
0	3Δξ	0	0
①	②	③	④
0	0	3Δξ	0
①	②	③	④
0	0	0	3Δξ

- 2) Si a una partícula le damos la energía Δξ, y a otra la energía 2Δξ existen 12 formas diferentes de hacerlo.
- 3) Si a tres de las cuatro partículas, a cada una de ellas le damos la energía Δξ, existen 4 formas de hacerlo. De modo que, el número total de formas en que podemos repartir la energía 3Δξ es 20.

Las probabilidades de que ocurran cada una de estas formas son: P₁=4/20, P₂=12/20, P₃=4/20.

De otro lado, el número probable (n(ξ)) de partículas que tengan energías 0, Δξ, 2Δξ y 3Δξ, respectivamente, son:

$$n(0) = (3)\left(\frac{4}{20}\right) + (2)\left(\frac{12}{20}\right) + (1)\left(\frac{4}{20}\right)$$

$$n(0) = \frac{40}{20}$$

$$n(\Delta\xi) = (0)\left(\frac{4}{20}\right) + (1)\left(\frac{12}{20}\right) + (3)\left(\frac{4}{20}\right)$$

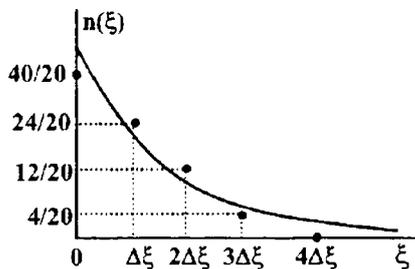
$$n(\Delta\xi) = \frac{24}{20}$$

$$n(2\Delta\xi) = (0)\left(\frac{4}{20}\right) + (1)\left(\frac{12}{20}\right) + (0)\left(\frac{4}{20}\right)$$

$$n(2\Delta\xi) = \frac{12}{20}$$

$$n(3\Delta\xi) = (1)\left(\frac{4}{20}\right) = \frac{4}{20}$$

Ahora, representemos el número probable de estados ($n(\xi)$) en función de las energías $0, \Delta\xi, 2\Delta\xi$ y $3\Delta\xi$.



Obsérvese que la suma de los estados probables $n(\xi)$ nos da el número total de partículas (4).

En la Figura, si hacemos $\Delta\xi \rightarrow 0$, aumentamos el número de estados permitidos manteniendo la energía total en su valor inicial, y además si aumentamos el número de partículas, encontramos que la función discreta $n(\xi)$ se transforma en una función continua del tipo exponencial decreciente:

$$n(\xi) = A e^{-\xi/\xi_0}$$

siendo "A" y " ξ_0 " constantes, que a continuación determinaremos.

En el modelo de los osciladores armónicos, se supone que las oscilaciones que realizan las moléculas son armónicas simples, entonces dividiendo la energía pesa

da por el número de osciladores que tiene esa energía, entre el número de osciladores, calculemos la energía media correspondiente a un oscilador, así:

$$\langle \xi \rangle = \frac{\int_0^{\infty} \xi n(\xi) d\xi}{\int_0^{\infty} n(\xi) d\xi}$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{\int_0^{\infty} A \xi e^{-\xi/\xi_0} d\xi}{\int_0^{\infty} A e^{-\xi/\xi_0} d\xi}$$

$$\langle \xi \rangle = \xi_0$$

Recordemos que la energía cinética media de un molécula que se mueve con tres grados de libertad es $(3/2)kT$, por lo que, la energía cinética media de una molécula que se mueve con un solo grado de libertad es $(1/2)kT$, luego, la energía media de un oscilador armónico simple será el doble de su energía cinética media, esto es:

$$\langle \xi \rangle = \xi_0 = kT$$

b) La distribución de Maxwell según las velocidades.

- Esta ley es aplicable a gases en estado de equilibrio termodinámico.
- La distribución de las moléculas de este gas, según sus velocidades es estacionaria, es decir, es independiente del tiempo.
- La densidad del gas es constante de modo que la distribución es homogénea.

1) Concentración molecular, según la distribución de Maxwell.

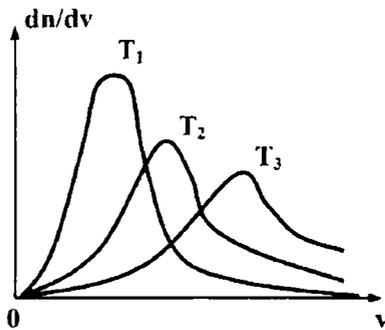
El número "dn" de moléculas por unidad de volumen a cierta temperatura con velocidades comprendidas en el intervalo $\langle v \rangle$ y $v+dv$, que hay en un gas ideal que contiene un total de " n_0 " moléculas por unidad de volumen, para una distribu

ción de velocidades de Maxwell, viene dado por:

$$dn = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv$$

siendo "v" el módulo de la velocidad de una molécula, "m" la masa de una molécula, "k" la constante de Boltzman y "T" la temperatura absoluta.

Gráfica de <<dn/dv vs v>>



En la gráfica se observa, que al aumentar la temperatura, la velocidad más probable de las moléculas aumenta y la fracción de moléculas que tienen esta velocidad disminuye.

- La distribución de Maxwell, en función de las componentes de la velocidad en las direcciones de los ejes x, y y z, se expresa, así:

$$dn = n_0 \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} e^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z$$

siendo, (v_x, v_y, v_z) las componentes de la velocidad de la molécula.

Introduciendo la función de distribución de velocidades,

$$f(v_i) = \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_i^2}{2kT}}$$

donde, (i=x, y, z)

La expresión de la distribución de Maxwell, puede expresarse, así:

$$dn = n_0 f(v_x) f(v_y) f(v_z) dv_x dv_y dv_z$$

- La distribución de Maxwell, es isotrópica.

2) Función de Distribución de Maxwell.

La función de distribución de velocidades de Maxwell en un gas que contiene un total de "N" moléculas de masa "m" cada una, y que se encuentra a la temperatura "T", viene dado por:

$$f(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Como se aprecia la dimensión de la función de distribución f(v) es de v⁻¹.

3) Número de moléculas, según la distribución de Maxwell.

El número de moléculas "dN" con velocidades comprendidas en el intervalo <v y v+dv> que hay en un gas ideal que contiene un total de "N" moléculas, para una distribución de velocidades de Maxwell, viene dado por:

$$dN = f(v) dv$$

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k T} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

Demostración

- Según la ecuación de distribución de Boltzman, el número de moléculas cuya velocidad este comprendida entre v y v+dv es:

$$dN = A e^{-\xi/kT} 4\pi v^2 dv$$

$$dN = A e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv$$

Integrando esta ecuación en todo el espacio de velocidades, e igualando al número total de moléculas "N", obtenemos la constante "A", así:

$$N = 4\pi A \int_0^{\infty} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

$$N = 4\pi A \frac{\Gamma(3/2)}{2(m/2kT)^{3/2}}$$

$$N = 4\pi A \frac{\sqrt{\pi}}{4(m/2kT)^{3/2}}$$

$$A = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2}$$



Así, el número de moléculas con velocidades entre v y $v+dv$, para la función de distribución de velocidades de Maxwell es:

$$dN = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

c) Velocidad más probable (v_p)

La expresión para la velocidad más probable, hallamos derivando la función distribución de velocidades e igualando a cero, así:

$$f(v) = \frac{dn}{dv} = 4\pi n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$\left[\frac{df(v)}{dv} \right]_{v=v_p} = 0$$

$$v_p = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} = \left(\frac{2RT}{M} \right)^{1/2}$$

$$v_p = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2}$$

- Utilizando la velocidad más probable, la distribución de Maxwell, se expresa así:

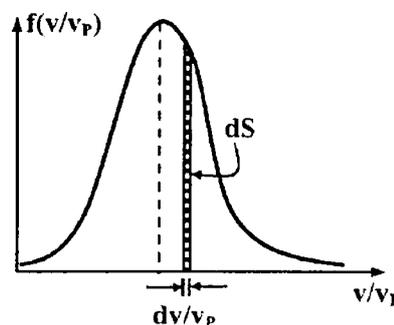
$$dn = \frac{4n_0}{\sqrt{\pi}} e^{-v^2/v_p^2} \left(\frac{v}{v_p} \right) \frac{dv}{v_p}$$

donde:

$$\frac{v_p}{n_0} \frac{dn}{dv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-v^2/v_p^2} \left(\frac{v}{v_p} \right)^2 = f\left(\frac{v}{v_p}\right)$$

- La fracción (dn/n_0) de moléculas del gas cuyas velocidades se hallan entre v y $v+dv$ es numéricamente igual al área sombreada "dS", esto es:

$$dS = \frac{dn}{n_0}$$



- El área limitada por la curva y el eje de abscisas es 1, esta área nos proporciona todos los valores posibles de velocidades desde 0 a ∞ que pueden adoptar las moléculas.

d) Velocidad media aritmética $\langle v \rangle$

La velocidad media aritmética $\langle v \rangle$ del movimiento de traslación de las moléculas del gas ideal, para la distribución de Maxwell es:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} f(v) v dv$$

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v dv$$

$$\bar{v} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v dv$$

Integrando por partes, obtenemos:

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} \approx 1,6\sqrt{PV}$$

e) Velocidad cuadrática media $\langle v_c \rangle$

La velocidad cuadrática $\langle v_c \rangle$ del movimiento de traslación de las moléculas del gas ideal, para la distribución de Maxwell, viene dado por:

$$\bar{v}_c^2 = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} f(v) v^2 dv$$

$$\bar{v}_c^2 = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

$$\bar{v}_c^2 = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

Integrando por partes, obtenemos:

$$\bar{v}_c = \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$$

donde, "m" es la masa de una molécula, "k" la constante de Boltzmann, y "T" la temperatura absoluta.

f) La distribución de Maxwell según las energías

La distribución de las moléculas de un gas ideal, según sus energías determina la fracción dn_E/n_0 de moléculas con energías entre E y E+dE, respecto del número total de moléculas n_0 por unidad de volumen, esto es:

$$dn_E = \frac{2n_0}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-\frac{E_C}{kT}} \sqrt{E_C} dE_C$$

aquí, $dn_E/n_0 = f(E_C)dE_C$, siendo $f(E_C)$ la función distribución de energías de las moléculas del gas ideal.

Ejemplo: La energía cinética media $\langle E_C \rangle$ de las moléculas del gas ideal es:

$$\langle E_C \rangle = \int_0^{\infty} E_C f(E_C) dE_C$$

$$\langle E_C \rangle = \frac{2}{\sqrt{\pi} (kT)^{3/2}} \int_0^{\infty} E_C e^{-\frac{E_C}{kT}} dE_C$$

Integrando por partes, se obtiene:

$$\langle E_C \rangle = \frac{3}{2} kT$$

10. FLUJO MOLECULAR

a) Definición

Se llama flujo molecular al número "N" de moléculas que pasan por una superficie de área "A" en cada unidad de tiempo "t", esto es:

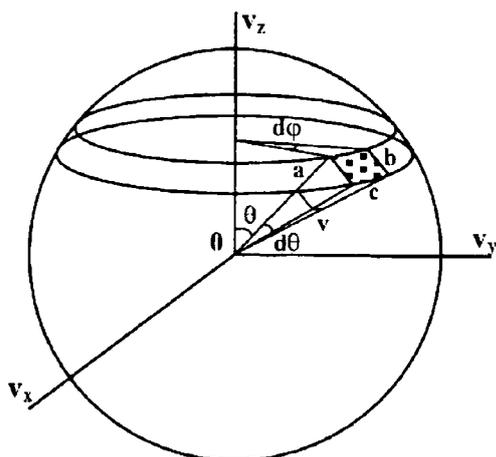
$$\Phi = \frac{N}{At}$$

b) Cálculo de flujo

Según la ecuación de distribución de Maxwell-Boltzmann, el número de moléculas cuya velocidad comprendida entre \bar{v} y $\bar{v} + d\bar{v}$, viene dada por:

$$dn = N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} d\bar{v}$$

donde, la representación gráfica del elemento de volumen $d\bar{v}$ en el espacio de velocidades, en coordenadas esféricas es:

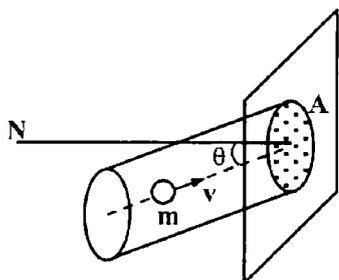


En la Figura, los lados del paralelepípedo, respectivamente son:

$$a = dv, \quad b = v d\theta \quad y \quad c = v \sin \theta d\phi$$

De modo que, el volumen de este paralelepípedo es:

$$dv = abc = v^2 \sin \theta dv d\theta d\phi$$



Ahora, el número de moléculas con velocidad \bar{v} que chocan contra una porción de pared de área "A" en el tiempo "dt", que se mueven en una dirección que forma un ángulo "theta" con la normal a la pared, son las contenidas en el volumen cilíndrico de base "A" y altura $v \cos \theta dt$, esto es:

$$dN = \left(\frac{dn}{dv}\right)(A v \cos \theta dt)$$

De modo que, el número de moléculas

con velocidad \bar{v} , que chocan contra la pared por unidad de área y tiempo es:

$$d\Phi = \frac{dN}{A dt} = \left(\frac{dn}{dv}\right) v \cos \theta$$

Integrando esta expresión sobre la mitad superior de la esfera para: $0 \leq \theta \leq \pi/2$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$ y $0 \leq v \leq \infty$, obtenemos el flujo total, así:

$$\int_0^\Phi d\Phi = \frac{1}{V} \int_V (v \cos \theta) dn$$

$$\Phi = \frac{1}{V} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot (v \cos \theta) v^2 \sin \theta d\phi d\theta dv$$

$$\Phi = \frac{2\pi N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^3 \cos \theta \sin \theta d\theta dv$$

$$\Phi = \frac{\pi N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3 dv$$

$$\Phi = \frac{\pi N}{V} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \left(\frac{2k^2 T^2}{m^2}\right)$$

$$\Phi = N \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} = \frac{N \langle v \rangle}{4V}$$

c) Velocidad media de fuga de las moléculas

Si el recorrido libre medio $\langle \lambda \rangle$ de las moléculas encerradas en un recipiente es grande comparado con el diámetro de un pequeño orificio hecho en la pared del recipiente, entonces, el número de moléculas que escapan por unidad de área y tiempo del recipiente de volumen "V" y que contiene inicialmente "N" moléculas, viene dado por:

$$\Phi = \frac{1}{4} \frac{N \langle v \rangle}{V}$$

La rapidez con que disminuyen el número de moléculas en la unidad de tiempo es:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{4} \frac{N \langle v \rangle}{V} A$$

De otro lado, de la ecuación de los gases ideales, se tiene:

$$N = \frac{PV}{kT} \quad \text{y} \quad \frac{dN}{dt} = \frac{V}{kT} \frac{dP}{dt}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación anterior, tenemos:

$$\frac{V}{kT} \frac{dP}{dt} = -\frac{1}{4} \langle v \rangle A \frac{PV}{kT}$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle A}{V} P$$

Separando variables e integrando obtenemos la expresión para la presión en función del tiempo:

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle A}{V} \int_0^t dt$$

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle A}{V} t}$$

d) Modelo simple de atmósfera

Asumiendo que la temperatura de la atmósfera se mantiene constante con la altura, que la intensidad del campo Gravitatorio " \vec{g} " se mantiene constante con la altura para regiones cercanas a la superficie terrestre y considerando que la atmósfera se comporta como un gas ideal formado por una sola componente (nitrógeno), se encuentra que la expresión de la

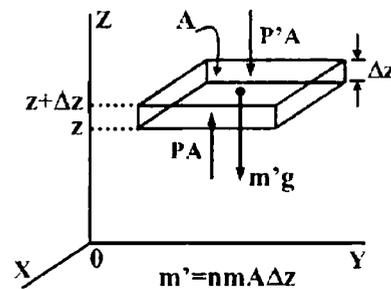
presión atmosférica, en función de la altura " z " tiene la forma de la ecuación de distribución de Boltzman, esto es:

$$P = P_0 e^{-mgz/kT}$$

siendo, " P_0 " la presión atmosférica al nivel del mar, " m " la masa de una molécula, " k " la constante de Boltzman, y " T " la temperatura.

Demostración:

- Representemos un pequeño volumen de atmósfera de sección de área " A " y espesor " Δz " comprendido entre las alturas z y $z+\Delta z$.



La magnitud de la fuerza de gravedad sobre este elemento de volumen de atmósfera es:

$$F_z = mg(n A \Delta z) \dots (1)$$

siendo, " m " la masa de una molécula y " n " la densidad molecular, es decir, el número de moléculas por unidad de volumen.

De otro lado, la magnitud de la fuerza resultante de presión ejercida sobre el elemento de volumen, dirigida hacia arriba es:

$$F_z = P(z) A - P(z + \Delta z) A \quad (2)$$

Como el elemento de volumen está en equilibrio, igualamos las ecs.(1) y (2):

$$[P(z) - P(z + \Delta z)] A = m n g A \Delta z$$

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{P(z + \Delta z) - P(z)}{\Delta z} = -nmg$$

$$\frac{dP}{dz} = -nmg \quad \dots \quad (3)$$

De otro lado, el número de moléculas es: $N = \mu N_A$ siendo " μ " el número de moles y " N_A " el número de Avogadro, también la constante de los gases es: $R = k N_A$ siendo " k " la constante de Boltzman, con esto, de la ecuación de los gases ideales, tenemos:

$$PV = \mu RT = \left(\frac{N}{N_A}\right)RT$$

$$P = \left(\frac{N}{V}\right)\left(\frac{R}{N_A}\right)T = nkT$$

$$n = \frac{P}{kT} \quad \dots \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3), separando variables e integrando, tenemos:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{mgP}{kT}$$

$$\int_{P_0}^P \frac{dp}{P} = -\frac{mg}{kT} \int_0^z dz$$

$$\ln(P) \Big|_{P_0}^P = -\frac{mg}{kT} (z) \Big|_0^z$$

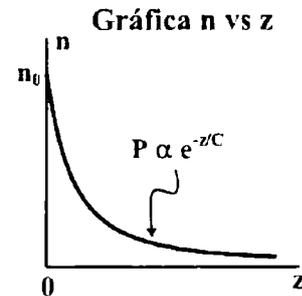
$$P = P_0 e^{-mgz/kT}$$

Sustituyendo en esta ecuación $P = nkT$, obtenemos la expresión de la densidad molecular en función de la altura " z ", así:

$$nkT = n_0 kT e^{-mgz/kT}$$

$$n(z) = n_0 e^{-mgz/kT}$$

siendo, " n_0 " la densidad molecular de la atmósfera, cercano a la superficie terrestre.



Así, hemos probado que la presión atmosférica como la densidad molecular, tienen la forma de la ecuación de distribución de Boltzman.

11. EQUIPARTICION DE LA ENERGIA

a) Teorema de la equipartición

1) Enunciado

Este teorema uno de los más importantes de la teoría cinética de gases, establece que:

<<En un fluido en equilibrio, existe una energía media de $kT/2$ por molécula o $RT/2$ por mol asociada con cada grado de libertad>>

- La idea central del teorema de la equipartición, es que en equilibrio térmico, la energía se reparte en partes iguales entre sus varias formas; por ejemplo la energía cinética promedio en un movimiento de traslación de una molécula, debe ser igual, a la energía cinética promedio en su movimiento de rotación.

2) Grados de libertad

- El número de grados de libertad de un cuerpo es el número mínimo de coordenadas independientes que se utiliza para es

tablecer completamente su posición en el espacio.

- Por ejemplo, una partícula que se mueve en línea recta, tiene un grado de libertad; del mismo modo, el movimiento de un péndulo en un plano vertical tiene dos grados de libertad; y el movimiento libre de un sólido tiene seis grados de libertad tres correspondientes al movimiento de traslación y tres al de rotación.

3) Equipartición de la energía según los grados de libertad

- En una gran variedad de problemas la molécula del gas monoatómico puede considerarse como un punto material, por lo que, se necesita de tres coordenadas para establecer su posición.
- Como las moléculas de gas se mueven caóticamente, la energía cinética media de la molécula: $E=3kT/2$, se reparte por igual en las tres direcciones correspondientes a los tres grados de libertad.
- Así, la ley de equipartición de la energía por grados de libertad, establece que a cada grado de libertad de una molécula le corresponde, por término medio, una misma energía cinética, igual a $kT/2$. Si la molécula tiene " γ " grados de libertad, su energía media es:

$$\langle E_C \rangle = \gamma \frac{kT}{2}$$

4) Utilidad

- El teorema de la equipartición puede utilizarse para derivar la ley de los gases ideales clásica, y la ley de Dulong-Petit para los calores específicos de los sólidos. También, puede utilizarse para predecir las propiedades de las estrellas, aún las enanas blancas y estrellas de neutrones, dado que su validez se extiende a si-

tuaciones en las que existen efectos relativistas.

5) Válidez

A pesar de que el teorema de equipartición realiza predicciones muy precisas en ciertas circunstancias, esto no es así, cuando los efectos cuánticos son relevantes.

- El teorema de la equipartición de la energía es válido sólo cuando la energía térmica kT es mucho mayor que el espaciamiento entre los niveles de energía cuánticos.

6) Importancia

El teorema de la equipartición es importante, debido a que, al no poder explicar la disminución del calor específico de un sólido a bajas temperaturas, en un contexto de la física clásica, dio lugar al nacimiento de nuevas teorías físicas, que posteriormente se denominó física cuántica.

7) Fallas del teorema de la equipartición

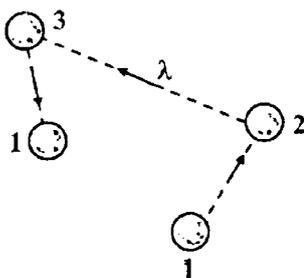
Como se vio el teorema de equipartición es exitosa en la interpretación de los calores molares de gases y sólidos, pero también presenta fallas, como por ejemplo, si una molécula de un gas diatómico gira alrededor de la línea que une los átomos, deberá haber un grado de libertad adicional. Análogamente, si una molécula diatómica no es rígida, los dos átomos deberán vibrar a lo largo de la línea que los une. Entonces deberíamos tener dos grados de libertad más, correspondientes a las energías cinéticas y potencial de vibración. De acuerdo con los valores medidos experimentalmente, los gases diatómicos, sin embargo, aparentemente ni giran alrededor de la línea que une los átomos, ni vibran. El teorema de la equipartición no da ninguna explicación de esto.

- La falla de la equipartición en el campo de la radiación electromagnética, también conocida como catástrofe ultravioleta, indujo a Albert Einstein a sugerir que la luz exhibe un comportamiento dual como onda y como fotones, una hipótesis revolucionaria que impulsó el desarrollo de la mecánica cuántica y la teoría cuántica de campos.

8) Catástrofe ultravioleta

Es una falla de la teoría clásica del electromagnetismo al explicar la emisión electromagnética de un cuerpo en equilibrio térmico con el ambiente. De acuerdo con las predicciones del electromagnetismo clásico, un cuerpo negro ideal en equilibrio debería emitir energía en todos los rangos de frecuencias, de modo que a mayor frecuencia, mayor energía emitida. De acuerdo a esta teoría, la densidad de energía emitida para cada frecuencia " ν ", debía ser proporcional al cuadrado de esta, lo que implica que las emisiones a altas frecuencias (en el ultravioleta) debían portar enormes cantidades de energía. Así, al calcular la cantidad total de energía radiada, se encuentra que esta es infinita, resultado que entra en contradicción con el principio de conservación de la energía.

c) Recorrido libre medio (λ)



- Las moléculas de un gas se mueven caóticamente al interior del recipiente que lo contiene, recorriendo trayectorias rectilíneas

entre los choques producidos entre ellas, llamamos recorrido libre medio a la distancia media que recorre una molécula entre choque y choque, este recorrido libre medio, viene dado por:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_v}$$

donde, "d" es el diámetro medio de las moléculas, y " n_v " es la concentración molecular.

- El recorrido libre medio del conjunto de moléculas que forman el gas depende de la temperatura y la presión a la que se encuentra el gas, pues, de la ley de un gas ideal, $n_v = P/kT$, con lo que:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}$$

es decir, a mayor temperatura mayor recorrido libre, y a mayor presión en el gas menor recorrido libre medio.

d) Frecuencia de colisiones

1) Colisiones entre moléculas

El número de colisiones por unidad de tiempo que experimenta las moléculas entre sí, viene dada por:

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n_v \langle v \rangle$$

siendo, "d" el diámetro eficaz de la molécula, " n_v " el número de moléculas de gas por unidad de volumen, " $\langle v \rangle$ " la velocidad media aritmética.

2) Colisiones con la pared del recipiente

El número medio de colisiones por unidad de tiempo y área, que experimentan las moléculas de un gas con las paredes del recipiente que lo contiene, viene dada por:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{4} n_v \langle v \rangle$$

donde, " n_v " es la concentración molecular (número de moléculas por unidad de volumen), y " $\langle v \rangle$ " la velocidad media de las moléculas.

e) Relación de presiones

Como, la densidad molecular " n " es proporcional a la presión del gas, para dos estados del gas 1 y 2, se encuentra que la razón de presiones es inversamente proporcional a sus recorridos libres medios, esto es:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\langle \lambda_2 \rangle}{\langle \lambda_1 \rangle}$$

f) Sedimentación

Se llama así al proceso mediante el cual el sedimento en movimiento se deposita. Un tipo común de sedimentación ocurre cuando el material sólido, transportado por una corriente de agua, se deposita en el fondo de un río, embalse, canal artificial. Toda corriente de agua, caracterizada por su caudal, tirante de agua, velocidad y forma de la sección tiene una capacidad de transportar sólido en suspensión y otras moléculas en disolución. El cambio de alguna de estas características de la corriente puede hacer que el material transportado se deposite o precipite.

• Sedimento

Es un material sólido acumulado sobre la superficie terrestre (litosfera) derivado de las acciones de fenómenos y procesos que actúan en la atmósfera, en la hidrosfera y en la biosfera. Los sedimentos pueden permanecer estables durante largos períodos, millones de años, hasta consolidarse en rocas.

10. DIFUSION

a) Definición

Se llama así al proceso en el que se mezclan espontáneamente las partículas de dos gases, líquidos o sólidos en contacto. En los gases químicamente puros a temperatura constante, la difusión se produce debido a la no uniformidad de la densidad del gas.

b) Ley de Fick

Esta ley establece que: la densidad de flujo de moléculas " J " del gas, es decir, el número de moléculas por unidad de tiempo a través de cierta superficie, es directamente proporcional al gradiente de la concentración de moléculas " n " cambiada de signo, así, para un gas que se difunde en la dirección del eje- x , se tiene:

$$J = -D \frac{\partial n}{\partial x}$$

siendo " D " una constante de proporcionalidad, llamado coeficiente de difusión, el cual, caracteriza el comportamiento del soluto.

- En un gas químicamente homogéneo el fenómeno de la difusión consiste en el transporte de una masa de gas desde una región más densa hacia otra menos densa

c) Ecuación de proceso

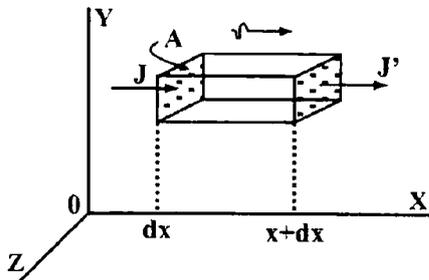
La ecuación diferencial que describe el comportamiento de la concentración molecular " n " durante el proceso de difusión de una sustancia sobre otra, viene dado por:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

donde, el coeficiente de difusión " D " se mantiene constante durante el proceso.

Demostración:

Consideremos un gas cuya concentración de moléculas "n" disminuye según el eje x, por lo que, las moléculas del gas se moverán de derecha a izquierda como se aprecia en la Figura.



La acumulación de moléculas en la unidad de tiempo que se produce en el elemento de volumen A dx, es igual, a la diferencia entre el flujo entrante JA y el saliente J'A, esto es:

$$JA - J'A = \left(\frac{J - J'}{dx}\right) A dx$$

$$JA - J'a = \left(\frac{\partial J}{\partial x}\right) A dx \dots (1)$$

También, la acumulación de moléculas en la unidad de tiempo es:

$$\frac{N}{t} = (A dx) \frac{\partial n}{\partial t} \dots (2)$$

Igualando (1) y (2), y teniendo en cuenta la ley de Fick, obtenemos la ecuación diferencial que describe el fenómeno de la difusión del gas a lo largo del eje X, así:

$$A dx \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial n}{\partial x} \right) A dx$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial n}{\partial x} \right)$$

Si, "D" es constante, la ecuación anterior se reduce a:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

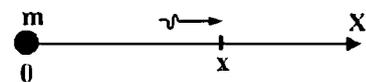
Si el gas se difunde en todo el espacio, esta ecuación se escribe, así:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

siendo ∇^2 un operador diferencial vectorial de segundo orden.

d) Difusión unidimensional

Consideremos el proceso de difusión a lo largo del eje X de una masa "m" de soluto situado en el origen 0.



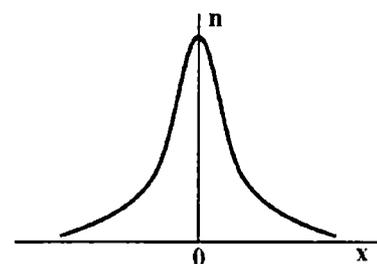
La ecuación diferencial que describe el proceso de difusión de la masa "m" de soluto es:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

La solución de esta ecuación diferencial nos proporciona la concentración de moléculas en los puntos "x" del medio en cada instante de tiempo "t", así:

$$n(x, t) = \frac{m}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}$$

Gráfica n vs x



El área bajo la curva es numéricamente igual a la masa "m" de soluto, esto es:

$$m = \int_{-\infty}^{+\infty} n(x,t) dx$$

e) El coeficiente de difusión D

En general, el coeficiente de difusión de un gas o sustancia no es constante, pues depende:

- 1) Del tipo de mecanismo de difusión (intersticial o sustitucional).
- 2) De la temperatura a la que se encuentra la muestra.
- 3) De la estructura cristalina del disolvente (factor de empaquetamiento).
- 4) Del tipo de imperfecciones en la red cristalina (bordes de grano y vacantes)
- 5) Concentración de la especie que se difunde.

f) Mecanismos de difusión

Existen dos tipos de mecanismo de difusión, estas son:

- 1) Mecanismo sustitucional
Los átomos se mueven en la red cristalina desde una posición a otra, si existe suficiente energía de activación (vibración térmica y vacancias) en la red cristalina.
- * Autodifusión.- Difusión de átomos a través de un sólido constituido por átomos de una misma naturaleza.
- * Difusión de solutos.- Átomos de soluto/impurezas se desplazan en una matriz de átomos diferentes.
- 2) Mecanismo intersticial
Los átomos se trasladan de un intersticio a otro, sin desplazar permanentemente a ninguno de los átomos de la matriz de la red cristalina (el tamaño de los átomos que se difunden debe ser relativamente pequeño comparado con el de los átomos de la matriz)

f) Aplicaciones

La difusión es fundamental en muchas disciplinas de la física, la química, biología, y la industria. Algunos ejemplos de aplicaciones de la difusión, son:

- 1) Endurecimiento superficial del acero (en granajes o ejes): procesos de carburación o cementación ($\text{CH}_4\text{-N}_2$).
- 2) Fabricación de circuitos electrónicos integrados con obleas de Si dopados con impurezas para modificar las características de la conductividad térmica.
- 3) Nitruración de polvo de Si: Si_3N_4 .
- 4) Sinterización para producir materiales sólidos.
- 5) Construcción de reactores químicos.
- 6) Diseño de catalizadores en la industria química.
- 7) Soldadura por difusión y sinterizado en metalurgia de polvos

12. MOVIMIENTO BROWNIANO Y FLUCTUACIONES

a) Movimiento Browniano

1) Definición

Se denomina así al movimiento caótico continuo de partículas pequeñas suspendidas en un gas ó líquido, el cual, es observado mediante un microscopio.

2) Mecanismo del movimiento

El movimiento Browniano se debe a las fluctuaciones de la presión que ejercen las moléculas del gas ó líquido sobre las partículas en suspensión.

- Debido a las fluctuaciones de la presión las partículas brownianas experimentan en todas las direcciones la acción de fuerzas no equilibradas que producen el movimiento complejo de las partículas.
- El desplazamiento medio $\langle x \rangle$ de la partícula browniana en una dirección arbitraria es cero, esto es:

$$\langle x \rangle = 0$$

- El cuadrado medio del desplazamiento $\langle x^2 \rangle$ es proporcional al tiempo "t" de observación de la partícula y viene dado por:

$$\langle x^2 \rangle = 2Dt$$

siendo, "D" el coeficiente de difusión de las partículas brownianas.

- Para partículas de forma esférica y radio "r", el coeficiente "D", viene dado por:

$$D = \frac{RT}{6\pi\eta r N_A}$$

siendo, "T" la temperatura absoluta, "R" la constante universal de los gases, "η" coeficiente de viscosidad del líquido o gas, y "N_A" número de Avogadro.

3) Fenómenos relacionados

Los fenómenos de difusión y osmosis se basan en el movimiento browniano.

* Difusión

Se llama así al proceso mediante el cual las moléculas de una sustancia se desplazan (en promedio) de una región de mayor concentración molecular, hacia una de menor concentración.

* Osmosis

Es un fenómeno físico relacionado con el movimiento de un solvente a través de una membrana semipermeable. Tal comportamiento supone una difusión simple a través de la membrana, sin gasto de energía. La osmosis del agua es un fenómeno biológico importante para el metabolismo celular de los seres vivos.

4) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones que utilizan el movimiento browniano, son:

* Fractales

Existe un proceso llamado DLA (Agregación por difusión limitada), que permite reproducir el crecimiento de algunas entidades vegetales como musgos, algas o líquenes; y de procesos químicos como electrolisis o cristalización de ciertos compuestos. Este proceso DLA es extremadamente sencillo y consiste en liberar un número de partículas móviles dentro de un recinto acotado donde previamente se ha fijado una o más partículas. Las partículas liberadas permanecen en movimiento browniano hasta que alcanzan una celda contigua a una partícula fija, quedando atrapadas.

* Electrónica

Mediante la matemática se ha elaborado algoritmos sofisticados, que permiten el control de ruidos electromagnéticos, y la compresión de la dinámica de la agregación estelar.

* Economía

Mediante el análisis probabilístico, basados en la matemática del movimiento browniano, se utilizan para explicar el comportamiento de los precios de mercado, las tasas de inflación, las de interés y otras variables financieras.

b) Efecto Tyndall

Este efecto consiste en que las partículas coloidales en una disolución o un gas sean visibles al dispersar la luz. Por el contrario, en las disoluciones verdaderas y los gases sin partículas en suspensión son transparentes, pues prácticamente no dispersan la luz. Esta diferencia permite distinguir a aquellas mezclas heterogéneas que son suspensiones. El efecto Tyndall se observa claramente cuando se usan los faros de un automóvil en la niebla o cuando entra luz solar en una habitación con polvo, y también es el responsable de la turbidez que presenta una emulsión de dos líquidos transparentes co

mo son el agua y el aceite de oliva.

- El efecto Tyndall no debe confundirse con la fluorescencia, con la que tiene una apariencia análoga, y de la que se diferencia porque al iluminar las soluciones fluorescentes con un haz de luz en el que se han eliminado los colores azul y violeta, desaparece su aspecto turbio, lo que no sucede con los coloides.

* Fluorescencia

Es un tipo particular de luminiscencia, que caracteriza a las sustancias que son capaces de absorber energía en forma de radiaciones electromagnéticas y luego emitir parte de esa energía en forma de radiación electromagnética de longitud de onda diferente.

* Luminiscencia

Se llama así a todo proceso de emisión de luz cuyo origen no radica exclusivamente en las altas temperaturas, sino también, es una forma de "luz fría" en la que la emisión de radiación lumínica es provocada en condiciones de temperatura ambiente o baja.

* Fosforescencia

Se llama así al fenómeno en el cual ciertas sustancias tienen la propiedad de absorber energía y almacenarla, para emitirla posteriormente en forma de radiación. A los elementos que presentan la fosforescencia se les llama foto-reactivos, es decir que requieren luz para obtener la propiedad. El mecanismo físico que rige este comportamiento es el mismo que para la fluorescencia, no obstante la principal diferencia con ésta es que hay un retraso temporal entre la absorción y la reemisión de los fotones de energía.

* Coloidales

En física y química un coloide, sistema

coloidal, suspensión coloidal es un sistema formado por dos o más fases, principalmente; una continua, normalmente fluida, y otra dispersa en forma de partículas; por lo general sólidas. La fase dispersa es la que se halla en menor proporción. Un ejemplo de coloide es la espuma de cerveza.

* Suspensiones químicas

Es una mezcla heterogénea formada por un sólido en polvo y/o pequeñas partículas no solubles (fase dispersa) que se dispersan en un medio líquido (fase dispersante o dispersora). Cuando uno de los componentes es líquido y los otros son sólidos suspendidos en la mezcla, son conocidas como suspensiones mecánicas.

* Luz negra

Es el nombre que se da a las lámparas que emiten radiación electromagnética ultravioleta cercana, con una componente residual muy pequeña de luz visible. En la elaboración de estas lámparas se utilizan un único fósforo, y un cristal oscuro, que bloquea la mayor parte de la luz visible con longitud de onda mayores a 400 nm. La radiación ultravioleta de estas lámparas se produce con una longitud de onda superior a 350 nm. Una onda ultravioleta generada tan cerca del espectro visible no produce daño.

c) Fluctuaciones

Se llama fluctuaciones a las grandes desviaciones de los valores medios de algunas cantidades físicas características del sistema, que ocurren en sistemas formados por un número relativamente pequeño de partículas.

- Si C es el valor verdadero de una cantidad física y $\langle C \rangle$ su valor medio, entonces la cantidad $(\Delta C = C - \langle C \rangle)$ y su valor

medio $\langle \Delta C \rangle = \langle C - \langle C \rangle \rangle$ no pueden ser medidas de las fluctuación de la cantidad C . La cantidad ΔC no es constante en el tiempo, y la cantidad

$$\langle \Delta C \rangle = \langle C \rangle - \langle C \rangle = 0$$

Las desviaciones de la cantidad C respecto de $\langle C \rangle$ ocurren hacia ambos lados de $\langle C \rangle$.

La medida de la fluctuación es el cuadrado medio de la diferencia entre C y $\langle C \rangle$, el cual recibe el nombre de fluctuación cuadrática, esto es:

$$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle (C - \langle C \rangle)^2 \rangle$$

Desarrollando esta expresión tenemos:

$$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle C^2 - 2C\langle C \rangle - \langle C \rangle^2 \rangle$$

$$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle C^2 \rangle - 2\langle C \rangle\langle C \rangle + \langle C \rangle^2$$

$$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle C^2 \rangle - \langle C \rangle^2 \geq 0$$

Si las fluctuaciones de una cantidad $\langle C \rangle$ son pequeñas, las grandes discrepancias entre C y $\langle C \rangle$, serán poco probables. La pequeñez de $\langle \Delta C^2 \rangle$ significa que el valor de C se aproxima al de $\langle C \rangle$.

- La fluctuación cuadrática de la suma de N cantidades independientes C_1, C_2, \dots, C_N es igual a la suma de las fluctuaciones cuadráticas de dichas cantidades, esto es:

$$\langle [\Delta(\sum_{i=1}^N C_i)]^2 \rangle = \sum_{i=1}^N \langle (\Delta C_i)^2 \rangle$$

- El error relativo que se comete al sustituir C por su valor medio $\langle C \rangle$, viene dado por la fluctuación relativa, esto es:

$$\delta_C = \frac{\sqrt{\langle (\Delta C)^2 \rangle}}{\langle C \rangle}$$

13. GAS REAL

a) Definición

Se llama así a los gases cuyas propiedades no pueden ser explicadas completamente mediante la ley de los gases ideales. En este tipo de gas la fuerza de interacción entre sus moléculas es considerable o apreciable. Para establecer las propiedades de los gases reales se utilizan varias ecuaciones de estado, diferentes de la de Clapeyón-Mendeleiev.

b) Características

Para comprender el comportamiento de los gases reales, se debe tener en cuenta alguna de las características que presentan respecto de los gases ideales:

- 1) Los gases reales no siempre ocupan el máximo volumen, a diferencia de los gases ideales que siempre ocupan el máximo volumen.
- 2) En el gas real existe energía cinética y de interacción entre las moléculas, en el gas ideal sólo existe energía cinética de las moléculas.
- 3) El hecho de que los gases reales condensan, se debe asociar a la existencia de interacciones intermoleculares.
- 4) La ecuación de estado de un gas real en el límite asintótico, a presiones bajas tiende a las de un gas ideal.
- 5) No todas las propiedades de un gas real tienden asintóticamente a las de un gas ideal.
- 6) Un gas real puede experimentar un cambio de fase o cambio de estado, a diferencia del gas ideal que siempre se encuentra en estado gaseoso.
- 7) Las isothermas de un gas real tiene la forma más compleja que las isothermas de un gas ideal (hipérbolas), ya que deben describir los cambios de fase que pueden experimentar.

c) Factor de compresibilidad (z)

Se define como la razón del volumen molar de un gas al volumen molar de un gas ideal a la misma temperatura y presión, esto es:

$$z = \frac{V_m}{(V_m)_I} = \frac{PV_m}{RT}$$

donde, " V_m " es el volumen molar y $(V_m)_I = RT/P$ el volumen molar del gas ideal.

- Es una propiedad termodinámica útil que permite modificar la ley de los gases ideales ajustándose al comportamiento de un gas real.
- Para gases ideales el factor de compresibilidad es $z=1$.
- En general, la desviación del comportamiento ideal se vuelve más significativa entre más cercano éste un gas a un cambio de fase, esto es, cuando su temperatura es pequeña o su presión grande.
- Los valores de factor de compresibilidad de un gas se obtienen mediante cálculos de las ecuaciones de estado.

d) Ecuaciones de estado

No existe una única ecuación de estado que describa el comportamiento de todos los gases reales para todas las condiciones de presión y temperatura. A lo largo del tiempo se han propuesto distintas ecuaciones de estado, algunas de las cuales, son:

1) La ecuación de van der Waals

Es una modificación de la ecuación de un gas ideal, para la cual, se plantean dos hipótesis.

- Se considera que las moléculas son finitas, por lo que, se hace una corrección al volumen.
- Se consideran las interacciones entre las moléculas del gas, por lo que, se hace una corrección a la presión.

La ecuación de van der Waals, con las correcciones dadas, se expresa, así:

$$\left(P + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

donde, " n " es el número de moles, " P " la presión, " V " el volumen, " T " la temperatura, y " a " y " b " constantes de corrección que dependen del tipo de gas, y cuyas expresiones, vienen dadas por:

$$a = \frac{27R^2T_{cr}^2}{64P_{cr}} \quad \text{y} \quad b = \frac{RT_{cr}}{8P_{cr}}$$

donde, " T_{cr} " es la temperatura crítica, " P_{cr} " la presión crítica y " r " la constante universal de los gases.

- La temperatura y presión crítica son características de cada gas, el punto crítico se obtiene del diagrama presión-volumen obtenida experimentalmente.
- Por encima de la temperatura crítica la ecuación de van der Waals es una mejora de la ley del gas ideal, y para temperaturas más bajas la ecuación es también cualitativamente razonable para el estado líquido y estado gaseoso a baja presión. No obstante, la ecuación de van der Waals no es adecuado para los cálculos cuantitativos rigurosos.
- A pesar de sus limitaciones, la ecuación de van der Waals es importante históricamente, por que representa uno de los primeros intentos de modelar el comportamiento de los gases reales, además, de representar un gran instrumento pedagógico para la enseñanza del comportamiento de los gases reales.

*** Temperatura crítica (T_{cr})**

Se llama así a la temperatura límite por encima de la cual un gas miscible no puede ser licuado por compresión. Por enci

ma de esta temperatura no es posible condensar un gas aumentando la presión. A esta temperatura crítica, si además se tiene una presión crítica (la presión de vapor del líquido a esta temperatura), se está en el punto crítico de la sustancia.

* Licuación de un gas

Se llama licuación de un gas al cambio de estado que se produce cuando una sustancia pasa del estado gaseoso al líquido, por disminución de la temperatura y el aumento de la presión, llegando a una sobrepresión elevada, hecho que la diferencia de la licuación de la condensación.

2) La ecuación de Beattie-Bridgeman

Es una ecuación de estado basado en cinco constantes determinadas de forma experimental, viene dada por:

$$P = \frac{RT}{V_m^2} \left(1 - \frac{c}{V_m T^3}\right) (V_m + B) - \frac{A}{V_m^2}$$

donde:

$$A = A_0 \left(1 - \frac{a}{V}\right) \quad \text{y} \quad B = B_0 \left(1 - \frac{b}{V}\right)$$

donde "A" y "B" son constantes que se obtienen de tablas para varias sustancias. La ecuación de Beattie-Bridgeman es razonablemente precisa para densidades de hasta $0,8\rho_{cr}$, donde " ρ_{cr} " es la densidad de la sustancia en el punto crítico.

3) La ecuación de Redlich-Kwong

Es una ecuación de dos parámetros que se utiliza para modelar gases reales. Es casi siempre más precisa que la ecuación de van der Waals, y en ocasiones más precisa que algunas ecuaciones de más de dos parámetros, viene dado por:

$$P(V_m - b) + \frac{a}{V_m(V_m + b)T^{1/2}}(V_m - b) = RT$$

donde, "a" y "b" son dos parámetros empíricos que no son los mismos parámetros que en la ecuación de van der Waals, estos parámetros son una característica de la sustancia, y vienen dados por:

$$a = 0,4275 \frac{R^2 T_c^{5/2}}{P_c} \quad \text{y} \quad b = 0,0867 \frac{RT_c}{P_c}$$

4) La ecuación de Berthelot

Esta ecuación es muy raramente utilizada para estudiar los gases reales, la versión modificada de esta ecuación, viene dada por:

$$P = \frac{RT}{V_m} \left\{1 + \frac{9P/P_c}{128T/T_c} \left(1 - \frac{6}{(T/T_c)^2}\right)\right\}$$

5) La ecuación de Clausius

Es una ecuación muy sencilla de tres parámetros, utilizada para modelar gases reales, viene dado por:

$$\left\{P + \frac{a}{T(V_m + c)^2}\right\}(V_m - b) = RT$$

donde, "a", "b" y "c" son parámetros propios de cada sustancia, y vienen dados por:

$$a = \frac{27R^2 T_c^3}{64P_c}, \quad b = V_c - \frac{RT_c}{4P_c}$$

$$c = \frac{3RT_c}{8P_c} - V_c$$

6) La ecuación de Peng-Robinson

Es una ecuación de dos parámetros que tiene la interesante propiedad que puede utilizarse para modelar algunos líquidos además de los gases reales, viene dada por:

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a(T)}{V_m(V_m + b) + b(V_m - b)}$$

7) La ecuación de estado virial

La ecuación de estado virial se deduce mediante un tratamiento perturbacional de la mecánica estadística, y viene dada en forma de una serie:

$$P = \frac{RT}{V} + \frac{a(T)}{V^2} + \frac{b(T)}{V^3} + \frac{c(T)}{V^4} + \dots$$

donde, "a", "b", "c", ..., son constantes dependientes de la temperatura.

¿El vapor de agua es un gas ideal?

- A presiones inferiores a 10 kPa el vapor de agua se comporta como un gas ideal, independientemente de su temperatura, con un error menor a 0,1 %.
- A presiones superiores a 10 kPa el vapor de agua se comporta como un gas real, en especial cerca del punto crítico y la línea de vapor saturado, el error que se estaría cometiendo es del 100 %.

¿Qué gases pueden considerarse ideales?

Los gases que pueden considerarse ideales, son: el aire, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno, helio, argón, neón, criptón, dióxido de carbono, siendo el error del 1 %.

14. HUMEDAD

a) Definición

Denominamos humedad al agua que impregna un cuerpo o al vapor presente en la atmósfera. El agua está presente en todos los cuerpos vivos, ya sean animales o vegetales.

b) Humedad del aire

La cantidad de vapor de agua presente en

el aire, puede expresarse en forma absoluta mediante la humedad absoluta, o de forma relativa mediante la humedad relativa. La humedad relativa es la relación porcentual entre la cantidad de vapor de agua real que contiene el aire y la que necesitaría contener para saturarse a idéntica temperatura. El vapor de agua tiene una densidad menor que la del aire, por lo que, el aire húmedo es menos denso que el aire seco.

c) Humedad relativa (H_r)

La humedad relativa de una masa de aire es la relación entre la cantidad de vapor de agua que contiene y la que tendría si estuviera completamente saturada; así, cuánto más se aproxima el valor de la humedad relativa al 100 % más húmedo está el aire, la humedad relativa porcentual, se calcula, así:

$$H_r = \left(\frac{P}{P_s}\right)(100\%)$$

donde, "P" es la presión parcial de vapor de agua en la mezcla de aire en (Pa), "P_s" es la presión de saturación de agua a la temperatura de la mezcla de aire en (Pa).

- Cuando decimos que el clima es seco o húmedo, nos referimos al contenido de vapor de agua en el aire. En un gas como el aire, que es una mezcla de varios tipos de gases, la presión total es la suma de las presiones parciales de cada uno de los gases presentes.

d) Presión de vapor saturado

Se llama presión de vapor saturado a la presión del vapor cuando está saturado, es decir, cuando el número de moléculas que salen e ingresan al agua es la misma, y se dice que se ha alcanzado el equilibrio de flujo molecular.

PROBLEMAS PROPUESTOS

01. Respecto de la teoría cinética de los gases, indique la afirmación correcta:

- A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen mayor velocidad cuadrática media que las moléculas de un gas pesado.
- A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen mayor energía cinética media que las moléculas de un gas pesado.
- A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen la misma velocidad cuadrática media que las moléculas de un gas liviano.
- La velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas depende de la presión del gas.
- Las moléculas de un gas liviano o de un gas pesado se quedan en reposo absoluto a 0°C .

02. Dos gases diferentes, de iguales volúmenes, sometidos a la misma presión y temperatura, poseen,----- :

- La misma masa.
- La misma masa molecular.
- El mismo número de moles.
- La misma velocidad cuadrática media.
- La misma energía cinética media.

03. En la Figura, se representan tres isóbaras, para tres gases diferentes que tienen el mismo número de moles. Hallar la relación correcta, para las presiones:

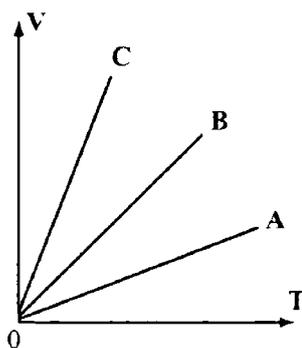
a) $P_A = P_B = P_C$

b) $P_A < P_B = P_C$

c) $P_A > P_B > P_C$

d) $P_A = P_B > P_C$

e) $P_A < P_B < P_C$



04. Respecto de los electrones en los gases, indique la afirmación verdadera (V) ó falsa (F)

- Los electrones de los átomos de hidrógeno y oxígeno son idénticos.
- El electrón del átomo de hidrógeno tiene mayor masa que la del oxígeno.
- El electrón del átomo de hidrógeno es más grande que la del oxígeno.

a) FVF

b) FFV

c) VFF

d) VVF

e) VFV

05. Una masa de gas de amoníaco ocupa un volumen de $V_1=10\text{ m}^3$ a la presión $P_1=2\text{ atm}$. Hallar su volumen a la presión $P_2=5/3\text{ atm}$, manteniendo constante la temperatura.

a) 10 m^3

b) 12 m^3

c) 14 m^3

d) 16 m^3

e) 18 m^3

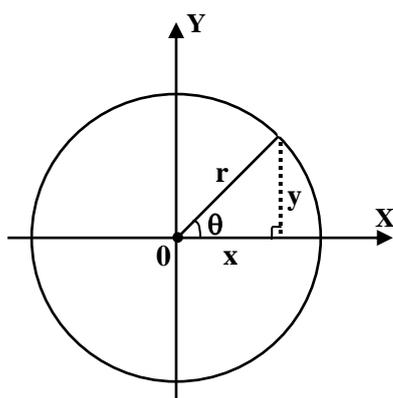
06. Una masa de cloro ocupa un volumen de $V_1=40\text{ cm}^3$ a la temperatura de $T_1=47^{\circ}\text{C}$. Hallar su volumen a la temperatura de $T_2=23^{\circ}\text{C}$, manteniendo constante la presión.

- a) 31 cm³ b) 33 cm³ c) 35 cm³ d) 37 cm³ e) 39 cm³
07. Una masa de oxígeno a la temperatura " T_1 " y presión " P " ocupa un volumen " V ", si a la temperatura " T_2 " su volumen es " $2V$ " y su presión " $3P/2$ ". Hallar la razón $T_2/T_1 = ?$.
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5
08. ¿A cuántas atmósferas de presión se debe someter $V_1=10^{-3}$ m³ de un gas medido a $P_1=1$ atm y $T_1=-33$ °C, para que se comprima hasta ocupar un volumen de $V_2=0,25 \cdot 10^{-3}$ m³ a la temperatura de $T_2=27$ °C?
- a) 1 atm b) 2 atm c) 3 atm d) 4 atm e) 5 atm
09. A 0° C y 760 mmHg, 28,0 g de nitrógeno ocupan un volumen de 22,4 lt. Hallar la masa de 10 lt de nitrógeno a 25° C y 810 mmHg.
- a) 12,0 g b) 12,2 g c) 12,4 g d) 12,6 g e) 12,8 g
10. A 0° C y 1 atm, la densidad del oxígeno es 1,43 g/lt. Hallar su densidad a 17 °C y 700 mmHg.
- a) 1,14 g/lt b) 1,24 g/lt c) 1,34 g/lt d) 1,44 g/lt e) 1,54 g/lt
11. Una botella de acero de capacidad $5 \cdot 10^3$ cm³ contiene oxígeno en C.N. ¿Cuántos gramos de oxígeno deben introducirse en la botella para elevar la presión hasta 40 atm, permaneciendo constante la temperatura? La masa molecular del oxígeno es 32. ($R=8,31$ J/mol·K)
- a) 258 g b) 268 g c) 278 g d) 288 g e) 298 g
12. Hallar la masa de hidrógeno que en C.N. puede contener un tanque con una capacidad correspondiente a 4,0 g de oxígeno en C.N., si las masas moleculares del hidrógeno y oxígeno no son 2 y 32, respectivamente.
- a) 0,10 g b) 0,15 g c) 0,20 g d) 0,25 g e) 0,30 g
13. Hallar el volumen que ocuparían 1,216 g del gas SO₂ a 18 °C y 755 mmHg, La masa molecular del SO₂ es 64,07. ($R=8,31$ J/mol·K, 1 mmHg=133,3 N/m²)
- a) 418 cm³ b) 438 cm³ c) 458 cm³ d) 478 cm³ e) 498 cm³
14. Cierta variedad del virus del tabaco tiene una masa molecular igual a $40 \cdot 10^6$. Hallar el número de moléculas de virus contenidas en 1 cm³ de una solución con 0,10 mg/cm³ de virus. ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)
- a) $1,0 \cdot 10^{12}$ b) $1,5 \cdot 10^{12}$ c) $2,0 \cdot 10^{12}$ d) $2,5 \cdot 10^{12}$ e) $3,0 \cdot 10^{12}$
15. Hallar la masa (en kg) de aire en un aula de 5 m de altura y 200 m² de superficie del piso. La presión del aire es de 750 mmHg y la temperatura de 17 °C, la masa molecular del aire es de 29 kg/kmol, $R= 8,31$ J/mol·K y 1 mmHg=133,3 N/m²)

APENDICE A

1. TRIGONOMETRIA

Basandose en la Figura. mostrada, podemos definir las siguientes relaciones:



$$\operatorname{sen} \theta = \frac{y}{r}, \quad \operatorname{cos} \theta = \frac{x}{r}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{ctg} \theta = \frac{x}{y}, \quad \operatorname{sec} \theta = \frac{r}{x}, \quad \operatorname{csc} \theta = \frac{r}{y}$$

a) Identidades trigonométricas

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} \theta}, \quad \operatorname{sen}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta = 1$$

$$\operatorname{sec}^2 \theta = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta, \quad \operatorname{csc}^2 \theta = 1 + \operatorname{ctg}^2 \theta$$

Suma y diferencia de dos ángulos

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \theta) = \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \theta \pm \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \theta$$

$$\operatorname{cos}(\alpha \pm \theta) = \operatorname{cos} \alpha \operatorname{cos} \theta \mp \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \theta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \theta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \theta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \theta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \theta \mp 1}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \theta}$$

Relaciones entre funciones de 2θ y θ .

$$\operatorname{sen} 2\theta = 2 \operatorname{sen} \theta \operatorname{cos} \theta$$

$$\operatorname{cos} 2\theta = \operatorname{cos}^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta}, \quad \operatorname{ctg} 2\theta = \frac{\operatorname{ctg}^2 \theta - 1}{2 \operatorname{ctg} \theta}$$

Relaciones entre funciones de $\theta/2$ y θ .

$$\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{cos} \theta)$$

$$\operatorname{cos}^2 \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{cos} \theta)$$

Relaciones entre funciones de 3θ y θ .

$$\operatorname{sen} 3\theta = 3 \operatorname{sen} \theta - 4 \operatorname{sen}^3 \theta$$

$$\operatorname{cos} 3\theta = 4 \operatorname{cos}^3 \theta - 3 \operatorname{cos} \theta$$

Suma y diferencia de funciones

$$\operatorname{sen} \alpha \pm \operatorname{sen} \theta = 2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\alpha \pm \theta) \operatorname{cos} \frac{1}{2} (\alpha \mp \theta)$$

$$\operatorname{cos} \alpha + \operatorname{cos} \theta = 2 \operatorname{cos} \frac{1}{2} (\alpha + \theta) \operatorname{cos} \frac{1}{2} (\alpha - \theta)$$

$$\operatorname{cos} \alpha - \operatorname{cos} \theta = -2 \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\alpha + \theta) \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\alpha - \theta)$$

Producto de dos funciones

$$\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \theta = \frac{1}{2} [\operatorname{cos}(\alpha - \theta) - \operatorname{cos}(\alpha + \theta)]$$

$$\operatorname{cos} \alpha \operatorname{cos} \theta = \frac{1}{2} [\operatorname{cos}(\alpha - \theta) + \operatorname{cos}(\alpha + \theta)]$$

$$\operatorname{sen} \alpha \cos \theta = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(\alpha - \theta) + \operatorname{sen}(\alpha + \theta)]$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \theta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \beta}$$

Identidades fundamentales

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}, \quad \cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm i \operatorname{sen} \theta$$

Relaciones de funciones recíprocas

$$\operatorname{sen}^{-1} a = \cos^{-1} \sqrt{1 - a^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$$

$$\cos^{-1} a = \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{1 - a^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

$$\operatorname{tg}^{-1} a = \operatorname{sen}^{-1} \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}$$

Funciones hiperbólicas

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{cosh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{tgh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \operatorname{ctgh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

Recíproca de funciones hiperbólicas

$$\operatorname{senh}^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$$

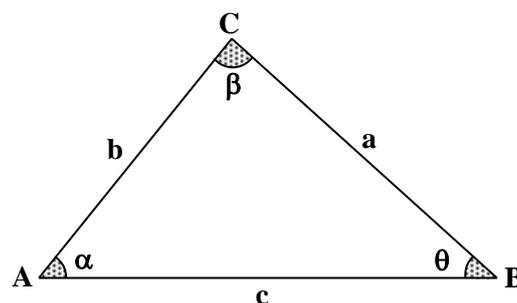
$$\operatorname{cosh}^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\operatorname{tgh}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$\operatorname{ctgh}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

b) Teorema del seno

Los lados de un triángulo son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos, esto es:



c) Teorema del coseno

En todo triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de éstos por el coseno del ángulo comprendido entre ellos, esto es:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta$$

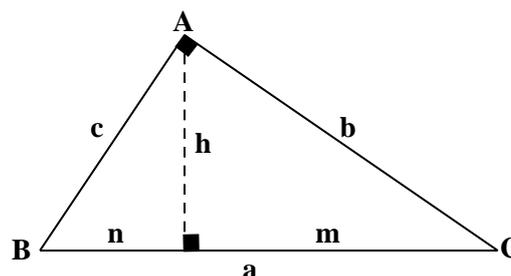
d) Teorema de la tangente

En cualquier triángulo, la diferencia de dos lados cualesquiera es a su suma como la tangente de la mitad de la diferencia de los ángulos opuestos es a la tangente de la mitad de su suma, esto es:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}[(\alpha - \theta)/2]}{\operatorname{tg}[(\alpha + \theta)/2]}$$

e) Relaciones en los triángulo rectángulos

En el triángulo rectángulo ABC, se cumplen las siguientes relaciones:



$$\begin{aligned}
 & \bullet b^2 = a m & \bullet c^2 = a n & \quad \text{sen } 4\theta = 4 \text{sen } \theta \cos \theta - 8 \text{sen}^2 \theta \cos \theta \\
 & \bullet h^2 = m n & \bullet h = b c / a & \quad \text{cos } 4\theta = 8 \text{cos}^4 \theta - 8 \text{cos}^2 \theta \\
 & \bullet a^2 = b^2 + c^2 & \bullet \frac{b^2}{c^2} = \frac{m}{n} & \quad \text{tg } 4\theta = \frac{4 \text{tg } \theta - 4 \text{tg}^3 \theta}{1 - 6 \text{tg}^2 \theta + \text{tg}^4 \theta}
 \end{aligned}$$

Relaciones entre funciones 4θ y θ .

2. CALCULO

a) Desarrollo de series de potencias

1) Desarrollo binomial

$$(x + y)^n = x^n + n x^{n-1} y + \frac{n(n-1)}{2!} x^{n-2} y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^{n-3} y^3 \dots + y^n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2) Desarrollo de Taylor

$$\triangleright f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} f'''(a) + \dots + n \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots$$

$$\triangleright f(x+h) = f(x) + h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots +$$

$$f(x+h) = f(h) + x f'(h) + \frac{x^2}{2!} f''(h) + \frac{x^3}{3!} f'''(h) + \dots +$$

\triangleright Si, $f(x)$ es una función con derivadas de todos los órdenes en el intervalo $a \leq x \leq b$, en tonces existe un valor de " x " con $a < x < b$, tal que se cumple:

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + \frac{(b-a)^n}{n!} f^{(n)}(a)$$

$$f(a+h) = f(a) + h f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \frac{h^3}{3!} f'''(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a + \theta h)$$

para, $b = a + h$, $0 < \theta < 1$

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(a) + R_n$$

$$\text{de donde, } R_n = \frac{f^{(n)}(a + \theta(x-a))}{n!} (x-a)^n, \quad 0 < \theta < 1$$

3) Serie de Mclaurin

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!} f^{(n-1)}(0) + R_n$$

$$\text{de donde, } R_n = \frac{f^n(a + \theta(x-a))}{n!}, \quad 0 < \theta < 1$$

4) Exponenciales

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \dots + \quad e^x = x + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots +$$

$$a^x = 1 + x \log_e a + \frac{(x \log_e a)^2}{2!} + \frac{(x \log_e a)^3}{3!} + \frac{(x \log_e a)^4}{4!} + \dots +$$

$$e^x = e^a \left[1 + (x-a) + \frac{(x-a)^2}{2!} + \frac{(x-a)^3}{3!} + \frac{(x-a)^4}{4!} + \dots + \right]$$

5) Logarítmicas

$$\log_e x = \frac{x-1}{x} + \frac{1}{2} \left(\frac{x-1}{x} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x} \right)^3 + \dots + \quad \left(x > \frac{1}{2} \right)$$

$$\log_e x = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \dots + \quad (2 \geq x > \infty)$$

$$\log_e x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots + \right] \quad (x > 0)$$

$$\log_e(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \dots + \quad (-1 < x < 0)$$

$$\log_e(n+1) - \log_e(n-1) = 2 \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{3n^3} + \frac{1}{5n^5} + \dots + \right]$$

$$\log_{e^3}(a+x) = \log_e a + 2 \left[\frac{x}{2a+x} + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2a+x} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x}{2a+x} \right)^5 + \dots + \right] \quad (a > 0, -a < x < \infty)$$

$$\log_e \frac{1+x}{1-x} = 2 \left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \right] \quad (-1 < x < 1)$$

$$\log_e x = \log_e a + \frac{x-a}{a} - \frac{(x-a)^2}{2a^2} + \frac{(x-a)^3}{3a^3} - \dots + \quad (0 < x \leq 2a)$$

6) Trigonómicas

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{2!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\operatorname{cos} x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots + \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!} x^{2n-1} + \dots$$

($x^2 < \pi^2/4$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} + \frac{x^2}{45} - \frac{2x^5}{945} + \frac{x^7}{4725} - \dots - \frac{2^{2n}B_n}{(2n)!} x^{2n-1} - \dots$$

($x^2 < \pi^2$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{sec} x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \dots + E_n x^{2n} + \dots$$

($x^2 < \pi^2/4$ y E_n los números de Euler)

$$\operatorname{csc} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{6} + \frac{7}{360}x^3 + \frac{31}{15120}x^5 + \frac{127}{604800}x^7 + \dots + \frac{2(2^{2n-1}-1)B_n}{(2n)!} x^{2n-1} + \dots$$

($x^2 < \pi^2$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{sen}^{-1} x = x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots + \quad (x^2 < 1, -\frac{\pi}{2} < \operatorname{sen}^{-1} x < \frac{\pi}{2})$$

$$\operatorname{cos}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - (x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots) \quad (x^2 < 1, 0 < \operatorname{cos}^{-1} x < \pi)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + \quad (x^2 < 1)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{5x^4} + \frac{1}{7x^6} - \dots + \quad (x > 1)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{5x^4} + \frac{1}{7x^6} - \dots + \quad (x < -1)$$

$$\operatorname{ctg}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \quad (x^2 < 1)$$

$$\log_e \operatorname{cos} x = -\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{45} - \frac{17x^8}{2520} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

$$\log_e \operatorname{tg} x = \log_e x + \frac{x^3}{3} + \frac{7x^4}{90} + \frac{62x^6}{2835} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

$$e^{\operatorname{sen} x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} - \frac{3x^4}{4!} - \frac{8x^5}{5!} - \frac{3x^6}{6!} + \frac{56x^7}{7!} + \dots +$$

$$e^{\cos x} = e \left(1 - \frac{x^3}{2!} + \frac{4x^4}{4!} - \frac{31x^6}{6!} + \dots \right)$$

$$e^{\operatorname{tg} x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{3x^3}{3!} + \frac{9x^4}{4!} + \frac{37x^5}{5!} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

7) Hiperbólicas e hiperbólicas recíprocas

$$\operatorname{senh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (|x| < \infty)$$

$$\operatorname{cosh} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (|x| < \infty)$$

$$\operatorname{tgh} x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots + \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n} (2^{2n} - 1)}{(2n)!} B_n x^{2n-1} \pm \dots$$

$$\operatorname{ctgh} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n}}{(2n)!} B_n x^{2n-1} \pm \dots \quad (0 < |x| < \pi)$$

$$\operatorname{sech} x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{5}{4!}x^4 - \frac{61}{6!}x^6 + \frac{1835}{8!}x^8 - \dots + \frac{(-1)^n}{2n!} E_n x^{2n} \pm \quad (|x| < \pi/2)$$

$$\operatorname{csch} x = \frac{1}{x} - \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} - \frac{31x^5}{15120} + \dots + \frac{2(-1)^n (2^{2n-1} - 1)}{(2n)!} B_n x^{2n-1} + \dots \quad (0 < |x| < \pi)$$

$$\operatorname{senh}^{-1} x = x - \frac{1}{2.3}x^3 + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 - \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots + (-1)^n \frac{1.3.5(2n-1)}{2.4.6\dots 2n(2n+1)} x^{2n+1} \pm$$

$$\operatorname{cosh}^{-1} x = \pm \left[\ln(2x) - \frac{1}{2.2x^2} - \frac{1.3}{2.4.4x^4} - \frac{1.3.5}{2.4.6.6x^6} \right] \quad (x > 1)$$

$$\operatorname{tgh}^{-1} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots \quad (|x| < 1)$$

b) Diferenciales y derivadas**1) Diferenciales**

$$dax = a dx$$

$$d(u + v) = du + dv$$

$$d uv = u dv + v du$$

$$d \frac{u}{v} = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

$$d x^n = n x^{n-1} dx$$

$$d x^y = y x^{y-1} dx + x^y \log_e x dy$$

$$d e^x = e^x dx$$

$$d e^{ax} = a e^{ax} dx$$

$$d a^x = a^x \log_e a dx$$

$$d \log_e x = x^{-1} dx$$

$$d \log_a x = x^{-1} \log_a e dx$$

$$d x^x = x^x (1 + \log_e x) dx$$

2) Derivadas

$$d \operatorname{sen} x = \cos x dx$$

$$d \operatorname{cos} x = -\operatorname{sen} x dx$$

$$d \operatorname{tg} x = \operatorname{sec}^2 x dx$$

$$d \operatorname{ctg} x = -\operatorname{csc}^2 x dx$$

$$d \operatorname{sec} x = \operatorname{tg} x \operatorname{sec} x dx$$

$$d \operatorname{csc} x = -\operatorname{ctg} x \operatorname{csc} x dx$$

$$d \operatorname{vers} x = \operatorname{sen} x dx$$

$$d \operatorname{sen}^{-1} x = \sqrt{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{cos}^{-1} x = -\sqrt{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{tg}^{-1} x = \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$d \operatorname{ctg}^{-1} x = -\frac{1}{1+x^2} dx$$

$$d \operatorname{sec}^{-1} x = \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$d \operatorname{csc}^{-1} x = -\frac{1}{x^2-a^2} dx$$

$$d \operatorname{vers}^{-1} x = \sqrt{2x-x^2} dx$$

$$d \operatorname{senh} x = \operatorname{cosh} x dx$$

$$d \operatorname{cosh} x = \operatorname{senh} x dx$$

$$d \operatorname{tgh} x = \operatorname{sech}^2 x dx$$

$$d \operatorname{ctgh} x = -\operatorname{csch}^2 x dx$$

$$d \operatorname{sech} x = -\operatorname{sech} x \operatorname{tgh} x dx$$

$$d \operatorname{csch} x = -\operatorname{csch} x \operatorname{ctgh} x dx$$

$$d \operatorname{senh}^{-1} x = \sqrt{x^2+1} dx$$

$$d \operatorname{cosh}^{-1} x = \sqrt{x^2-1} dx$$

$$d \operatorname{tgh}^{-1} x = \frac{1}{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{ctgh}^{-1} x = -\frac{1}{x^2-1} dx$$

$$d \operatorname{sech}^{-1} x = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$d \operatorname{csch}^{-1} x = -\frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx$$

c) Integrales**1) Integrales indefinidas**

$$\int a dx = ax$$

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int \phi(y) dx = \int \frac{\phi(y)}{y'} dy, \text{ siendo } y' = dy/dx$$

$$\int (u + v) dx = \int u dx + \int v dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{f'(x)dx}{f(x)} = \log f(x), \quad [df(x) = f'(x)dx]$$

$$\int \frac{dx}{x} = \log x \text{ o } \log(-x)$$

$$\int \frac{f[(x)dx]}{2\sqrt{f(x)}} = \sqrt{f(x)}, \quad [df(x) = f'[(x)dx]$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int b^{ax} dx = \frac{b^{ax}}{a \log b}$$

$$\int \log x dx = x \log x - x$$

$$\int a^x \log a dx = a^x$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } -\frac{1}{a} \operatorname{ctg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } \frac{1}{2a} \log \frac{a+x}{a-x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{ctg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } -\operatorname{cos}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \log(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{cos}^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 \pm x^2}} = -\frac{1}{a} \log\left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}{x}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x'\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{-a}} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a+bx}{-a}\right)^{1/2}$$

$$\int (a+bx)^n dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{(n+1)b}, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \log(a+bx)$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^3} = -\frac{1}{2b(a+bx)^2}$$

$$\int \frac{x dx}{a+bx} = \frac{1}{b^2} [a+bx - a \log(a+bx)]$$

$$\int \frac{x dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2} \left[\log(a+bx) + \frac{a}{a+bx} \right]$$

$$\int \frac{x dx}{(a+bx)^3} = \frac{1}{b^2} \left[-\frac{1}{a+bx} + \frac{a}{2(a+bx)^2} \right]$$

$$\int \frac{dx}{x(a+bx)} = -\frac{1}{a} \log \frac{a+bx}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} - \frac{1}{a^2} \log \frac{a+bx}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \log \frac{a+bx}{x}$$

$$\int \frac{dx}{c^2 + x^2} = \frac{1}{c} \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{c}$$

$$\int \frac{dx}{c^2 - x^2} = \frac{1}{2c} \log \frac{c+x}{c-x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - c^2} = \frac{1}{2c} \log \frac{x-c}{x+c}$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)(c+dx)} = \frac{1}{ad-bc} \log \left(\frac{c+dx}{a+bx} \right)$$

$$\int \sqrt{a+bx} dx = \frac{2}{3b} \sqrt{(a+bx)^3}$$

$$\int x\sqrt{a+bx} dx = -\frac{2(2a-3bx)\sqrt{(a+bx)^3}}{15b^2}$$

$$\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x} dx = 2\sqrt{a+bx} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2\sqrt{a+bx}}{b}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a+bx}} = -\frac{2(2a-bx)}{3b^2} \sqrt{a+bx}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \log \left(\frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a}} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \log(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$$

$$\int x\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} dx = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}} = \frac{\pm x}{a^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}} = \frac{-1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int x\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} dx = \frac{1}{5} \sqrt{(x^2 \pm a^2)^5}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}} = \mp \frac{\sqrt{x^2 \pm a^2}}{a^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{a} \log \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right)$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int x\sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{1}{3} \sqrt{(a^2 - x^2)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int x\sqrt{(a^2 - x^2)^3} dx = -\frac{1}{5} \sqrt{(a^2 - x^2)^5}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a^2 x}$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} - \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} - \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \cos^{-1}\left(\frac{a-x}{a}\right)$$

$$\int \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{1/2} dx = \sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a \pm 2bx - cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \sin^{-1} \frac{cx \mp b}{\sqrt{b^2 + ac}}$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x$$

$$\int \operatorname{tg} x \, dx = -\log \cos x$$

$$\int \operatorname{ctg} x \, dx = \log \sin x$$

$$\int \sec x \, dx = \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \csc x \, dx = \log \operatorname{tg} \frac{1}{2} x$$

$$\int \sin^2 x \, dx = -\frac{1}{2} \cos x \sin x + \frac{1}{2} x$$

$$\int \sin^3 x \, dx = -\frac{1}{3} \cos x (\sin^2 x + 2)$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2} \sin x \cos x + \frac{1}{2} x$$

$$\int \sin \frac{x}{a} \, dx = -a \cos \frac{x}{a}$$

$$\int \cos \frac{x}{a} \, dx = a \sin \frac{x}{a}$$

$$\int \sin(a + bx) \, dx = -\frac{1}{b} \cos(a + bx)$$

$$\int \cos(a + bx) \, dx = \frac{1}{b} \sin(a + bx)$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \log \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{1 \pm \sin x} = \mp \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \mp \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{1 + \cos x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{1 - \cos x} = -\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$$

$$\int x \sin^2 x \, dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x \sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8}$$

$$\int x^2 \sin^2 x \, dx = \frac{x^3}{6} - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{8}\right) - \frac{x \cos 2x}{4}$$

$$\int \sin^4 x \, dx = \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32}$$

$$\int x \cos^2 x \, dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x \sin 2x}{4} + \frac{\cos 2x}{8}$$

$$\int \cos^4 x \, dx = \frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32}$$

$$\int \operatorname{tg}^3 x \, dx = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \log \cos x$$

$$\int \operatorname{tg}^4 x \, dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$$

$$\int \operatorname{ctg}^3 x \, dx = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \log \sin x$$

$$\int \operatorname{ctg}^4 x \, dx = -\frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg} x + x$$

$$\int \sin x \cos x \, dx = \frac{1}{2} \sin^2 x$$

$$\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \sin 4x - x \right)$$

$$\int \sin x \cos^m x \, dx = -\frac{\cos^{m+1} x}{m+1}$$

$$\int \sin^m x \cos x \, dx = \frac{\sin^{m+1} x}{m+1}$$

$$\int \frac{\sin x \, dx}{\cos^2 x} = \sec x$$

$$\int \frac{\sin^2 x \, dx}{\cos x} = -\sin x + \log \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$\int \frac{\cos x \, dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{csc} x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \log \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \log \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x} = -\frac{1}{\sin x} + \log \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = -2 \operatorname{ctg} 2x$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int \operatorname{tg}^2 x \, dx = \operatorname{tg} x - x$$

$$\int \operatorname{ctg}^2 x \, dx = -\operatorname{ctg} x - x$$

$$\int \sec^2 x \, dx = \operatorname{tg} x$$

$$\int \operatorname{csc}^2 x \, dx = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int x \sin x = \sin x - x \cos x$$

$$\int x^2 \sin x \, dx = 2x \sin x - (x^2 - 2) \cos x$$

$$\int x \cos x \, dx = \cos x + x \sin x$$

$$\int x^2 \cos x \, dx = 2x \cos x + (x^2 - 2) \sin x$$

$$\int \sin^{-1} x \, dx = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \cos^{-1} x \, dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \operatorname{tg}^{-1} x \, dx = x \operatorname{tg}^{-1} x - \frac{1}{2} \log(1+x^2)$$

$$\int \operatorname{ctg}^{-1} x \, dx = x \operatorname{ctg}^{-1} x + \frac{1}{2} \log(1+x^2)$$

$$\int \sec^{-1} x \, dx = x \sec^{-1} x - \log(x + \sqrt{x^2-1})$$

$$\int \operatorname{csc}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csc}^{-1} x + \log(x + \sqrt{x^2-1})$$

$$\int \sin^{-1} \frac{x}{a} = x \sin^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2-x^2}$$

$$\int \cos^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \cos^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2-x^2}$$

$$\int \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a} - \frac{a}{2} \log(a^2+x^2)$$

$$\int \operatorname{ctg}^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \operatorname{ctg}^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a}{2} \log(a^2+x^2)$$

$$\int \log x \, dx = x \log x - x$$

$$\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4}$$

$$\int x^2 \log x \, dx = \frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9}$$

$$\int x^p \log(ax) dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} \log(ax) - \frac{x^{p+1}}{(p+1)^2}$$

$$\int (\log x)^2 dx = x (\log x)^2 - 2x \log x + 2x$$

$$\int \frac{(\log x)^n}{x} dx = \frac{1}{n+1} (\log x)^{n+1}$$

$$\int \frac{dx}{x \log x} = \log(\log x)$$

$$\int \frac{dx}{x (\log x)^n} = -\frac{1}{(n-1)(\log x)^{n-1}}$$

$$\int x^m \log x dx = x^{m+1} \left[\frac{\log x}{m+1} - \frac{1}{(m+1)^2} \right]$$

$$\int \sin \log x dx = \frac{1}{2} x \sin \log x - \frac{1}{2} x \cos \log x$$

$$\int \cos \log x dx = \frac{1}{2} x \sin \log x + \frac{1}{2} x \cos \log x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \frac{dx}{1+e^x} = \log \frac{e^x}{1+e^x}$$

$$\int \frac{dx}{a e^{mx} + b e^{-mx}} = \frac{1}{m\sqrt{ab}} \operatorname{tg}^{-1} \left(e^{mx} \sqrt{\frac{a}{b}} \right)$$

$$\int e^{ax} \sin px dx = \frac{e^{ax} (a \sin px - p \cos px)}{a^2 + p^2}$$

$$\int e^{ax} \cos px dx = \frac{e^{ax} (a \cos px + p \sin px)}{a^2 + p^2}$$

$$\int \sinh x dx = \cosh x$$

$$\int \cosh x dx = \sinh x$$

$$\int \operatorname{tgh} x dx = \log \cosh x$$

$$\int \operatorname{ctgh} x dx = \log \sinh x$$

$$\int \operatorname{sech} x dx = 2 \operatorname{tg}^{-1}(e^x)$$

$$\int \operatorname{csch} x dx = \log \operatorname{tgh} \left(\frac{x}{2} \right)$$

$$\int x \sinh x dx = x \cosh x - \sinh x$$

$$\int x \cosh x dx = x \sinh x - \cosh x$$

2) Integrales definidas

$$\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = \Gamma(n)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^m} = \frac{1}{m-1}, \quad (m > 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)x^p} = \pi \operatorname{csc} p\pi, \quad (p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1-x)x^p} = -\pi \operatorname{ctg} p\pi, \quad (p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{p-1} dx}{1+x} = \frac{\pi}{\operatorname{sen} p\pi}, \quad (0 < p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{m-1} dx}{1+x^n} = \frac{\pi}{n \operatorname{sen}(m\pi/n)}, \quad (0 < m < n)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} = \pi$$

$$\int_0^{\infty} \frac{a dx}{a^2 + x^2} = \frac{\pi}{2}, \quad \text{si } a > 0$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{sen}^n x dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1/2)}{2 \Gamma(n/2+1)}, \quad n > -1$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{cos}^n x dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1/2)}{2 \Gamma(n/2+1)}, \quad n > -1$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } mx dx}{x} = \begin{cases} \pi/2, & \text{si } m > 0 \\ 0, & \text{si } m = 0 \\ -\pi/2, & \text{si } m < 0 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } x \text{cos } mx dx}{x} = \begin{cases} 0, & |m| > 1 \\ \pi/4, & m = \pm 1 \\ \pi/2, & m^2 < 1 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{cos } x dx}{x} = \infty$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{tg } x dx}{x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \text{sen } kx \text{sen } mx dx = 0, \quad (k \neq m, k, m \in \mathbb{Z})$$

$$\int_0^{\pi} \text{cos } kx \text{cos } mx dx = 0, \quad (k \neq m, k, m \in \mathbb{Z})$$

$$\int_0^{\pi} \text{sen}^2 mx dx = \int_0^{\pi} \text{cos}^2 mx dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\text{sen}^2 x dx}{x^2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{cos } mx dx}{1+x^2} = \begin{cases} \pi/2 e^{-m}, & (m > 0) \\ \pi/2 e^m, & (m < 0) \end{cases}$$

$$\int x^n e^{-ax} dx = \begin{cases} \Gamma(n+1)/a^{n+1}, & (n > -1) \\ n!/a^{n+1}, & (n \in \mathbb{Z}^+) \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \text{cos}(x^2) dx = \int_0^{\infty} \text{sen}(x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } x dx}{\sqrt{x}} = \int_0^{\infty} \frac{\text{cos } x dx}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+a \text{cos } x} = \frac{\text{cos}^{-1} a}{\sqrt{1-a^2}}, \quad (a < 1)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+a \text{cos } x} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}, \quad (a^2 < 1)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2} dx = \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^{\infty} e^{(-x^2 - a^2/x^2)} dx = \frac{e^{-2a} \sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-nx} \sqrt{x} dx = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{\pi}{n}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-nx}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{n}}$$

$$\int_0^{\pi} e^{-ax} \cos mx dx = \frac{a}{a^2 + m^2}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\pi} e^{-ax} \operatorname{sen} mx dx = \frac{m}{a^2 + m^2}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\pi} e^{-a^2 x^2} \cos bx dx = \frac{\sqrt{\pi} e^{-b^2/4a^2}}{2a}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^1 (\log x)^n dx = (-1)^n n!$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^{1/2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^{-1/2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^n dx = n!$$

$$\int_0^1 x \log(1-x) dx = -\frac{3}{4}$$

$$\int_0^1 x \log(1+x) dx = \frac{1}{4}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1+x} dx = -\frac{\pi^2}{12}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x} dx = -\frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x^2} dx = -\frac{\pi^2}{8}$$

$$\int_0^1 \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \frac{dx}{x} = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

$$\int_0^1 x^n \log(1/x)^n dx = \frac{\Gamma(n+1)}{(n+1)^{n+1}}, \quad (n+1 > 0)$$

$$\int_0^1 \frac{(x^p - x^q) dx}{\log x} = \log\left(\frac{p+1}{q+1}\right), \quad (p+1 > 0)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{[\log(1/x)]^{1/2}} = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} \log\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) dx = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\int_0^{\pi} x \log \operatorname{sen} x dx = -\frac{\pi^2}{2} \log 2$$

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \log \operatorname{sen} x dx = \log 2 - 1$$

$$\int_0^{\pi/2} \log \operatorname{sen} x dx = \int_0^{\pi/2} \log \cos x dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

$$\int_0^{\pi/2} \log \operatorname{tg} x dx = 0$$

$$\int_0^{\pi} \log(a \pm b \cos x) dx = \pi \log\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2}\right), \quad (a \geq b)$$

d) Fórmulas para la suma de los números naturales

- 1) Suma de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- 2) Suma de los "n" primeros números pares naturales.

$$S_n = n(n+1)$$

- 3) Suma de los "n" primeros números impares naturales.

$$S_n = n^2$$

- 4) Suma de los cuadrados de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- 5) Suma de los cubos de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

e) Promedios**1) Media aritmética (M_a)**

La media aritmética de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

2) Media geométrica (M_g)

La media geométrica de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_g = [a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n]^{1/n}$$

3) Media armónica (M_h)

La media armónica de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_h = \frac{n}{1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_n}$$

f) Progresiones**1) Progresión aritmética**

Si "a" es el primer término de una progresión aritmética, "k" el último, "d" la diferencia común, "n" el número de términos y "S" la suma de términos, se cumple:

$$k = a + (n-1)d, \quad S = \frac{n}{2}(a+k)$$

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

2) Progresión geométrica

Si "a" es el primer término de una progresión geométrica, "k" el último, "r" la razón común, "n" el número de términos y "S" la suma de los "n" términos, en estas condiciones se cumple:

$$k = ar^{n-1}, \quad S = \frac{kr - a}{r - 1}, \quad S = a \frac{(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

Si, "n" es infinito y $r^2 < 1$, entonces, la suma de los infinitos términos de la progresión es:

$$S = \frac{a}{1-r}$$

g) Ecuación cuadrática

Las dos raíces de una ecuación cuadrática del tipo: $ax^2 + bx + c = 0$, vienen dados por:

$$x = \frac{-b \pm [b^2 - 4ac]^{1/2}}{2a}$$

- Si: $b^2 - 4ac > 0$, las raíces son reales y diferentes.
- Si: $b^2 - 4ac = 0$, las raíces son iguales y reales.
- Si: $b^2 - 4ac < 0$, las raíces son complejas y diferentes.

- También, se cumplen las siguientes relaciones:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{y} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

h) Logaritmo

1) Definición

El logaritmo de un número "N", es el exponente "x" al que hay elevar otro número denominado base "b", para obtener dicho número, esto es:

$$b^x = N \Rightarrow x = \log_b N$$

Se lee "x" es el logaritmo del número "N" en la base "b".

2) Operaciones

- $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$
- $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$
- $\log_b M^p = p \log_b M$
- $\log \sqrt[x]{N} = \frac{1}{x} \log_b N$

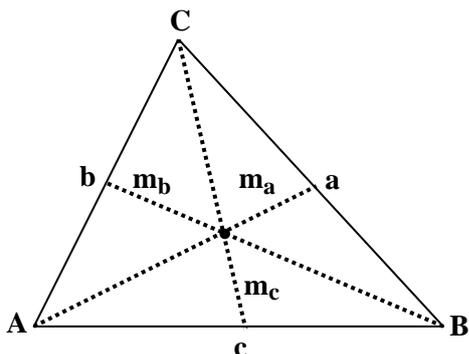
3. GEOMETRIA

a) Triángulos

1) Puntos notables de un triángulo

➤ Baricentro

Es el punto de intersección de las tres medianas, en el se encuentra el centro de gravedad del triángulo.



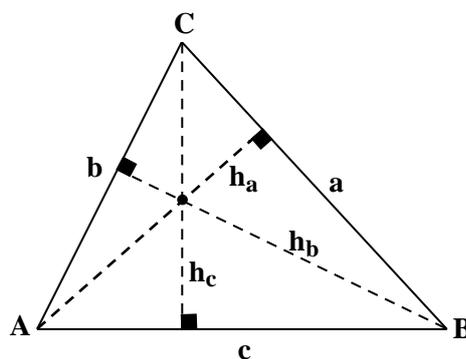
$$m_a = \frac{1}{2} [2b^2 + 2c^2 - a^2]^{1/2}$$

$$m_b = \frac{1}{2} [2a^2 + 2c^2 - b^2]^{1/2}$$

$$m_c = \frac{1}{2} [2a^2 + 2b^2 - c^2]^{1/2}$$

➤ Ortocentro

Es el punto de intersección de las tres alturas



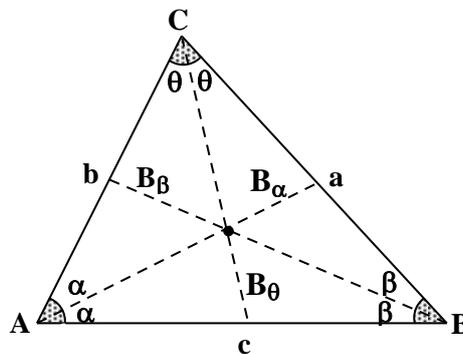
$$h_a = \frac{2}{a} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

$$h_b = \frac{2}{b} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

$$h_c = \frac{2}{c} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

➤ Incentro

Es el punto de intersección de las tres bisectrices, correspondientes a sus tres ángulos



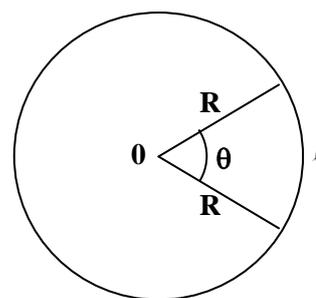
$$B_\alpha = \frac{2}{b+c} [bc p(p-a)]^{1/2}$$

Circunferencia

Longitud circunferencia : $C = 2\pi R$

Radio circunferencia : $R = \frac{C}{2\pi}$

Longitud de arco : $\ell = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ}$



Círculo

Area total círculo : $A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$

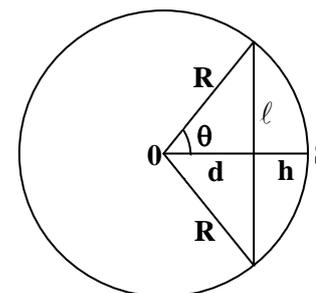
Longitud de arco : $S = R\theta$

Longitud de circunferencia : $C = 2\pi R$

Longitud de cuerda : $\ell = 2\sqrt{R^2 - d^2}$

Distancia de cuerda : $h = R - d$

Angulo central en radianes : θ



Cubo

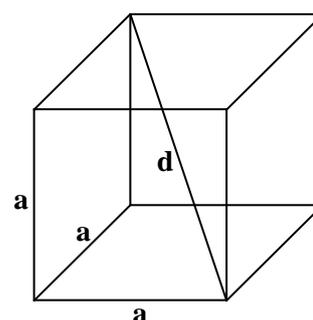
Area : $A = 6a^2 = 24r^2$

Volumen : $V = a^3 = 8r^3$

Diagonal : $d = \sqrt{3}a$

Lado del cubo : a

Radio de la esfera inscrita : r



Esfera

Area total de una esfera : $A = 4\pi R^2 = \pi D^2$

Area de zona : $A_Z = 2\pi R h_1$

Area de luna : $A_L = 2R^2 \theta$

Volumen de una esfera : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

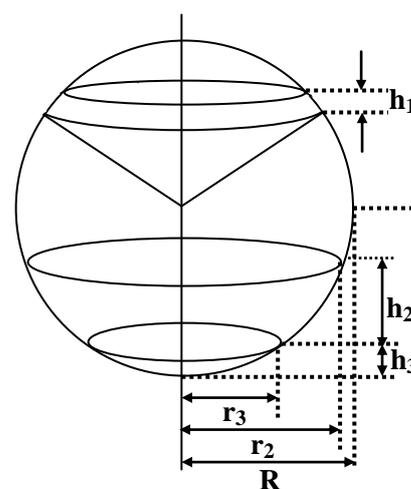
Volumen sector esférico : $V_S = \frac{2}{3}\pi R^2 h_1$

Volumen segmento esférico : $V_{S1} = \frac{\pi}{6}h_3(3r_3^2 + h_3^2)$

de una sola base

Volumen segmento esférico : $V_{S2} = \frac{\pi}{6}h_2(3r_3^2 + 3r_2^2 + h_2^2)$

de dos bases

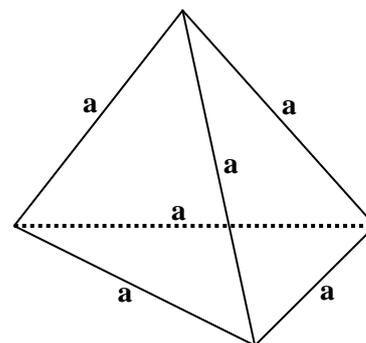


Tetraedro

Area : $A = \sqrt{3} a^2 = 24\sqrt{3} r^2$

Volumen : $V = \sqrt{2} a^3 / 2 = 8\sqrt{3} r^3$

Radio de la esfera inscrita : r



Tronco de cono

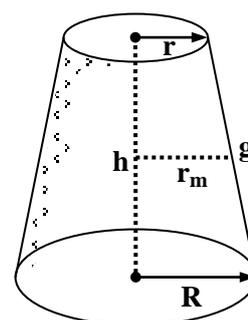
Radio de la base media : $r_m = \frac{r+R}{2}$

Area lateral : $A_L = \pi(r+R)g$

Area total : $A = \pi(r+R)g + \pi(r^2 + R^2)$

Volumen : $V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + rR + R^2)$

Generatriz del cono : g

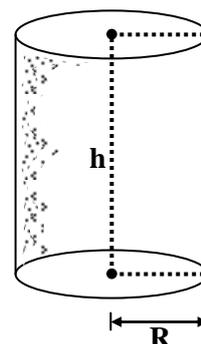


Cilindro

Area lateral : $A_L = 2\pi R h$

Area total : $A = 2\pi R h + \pi R^2$

Volumen : $V = \pi R^2 h$



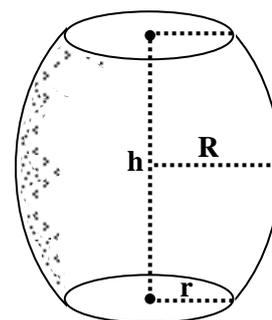
Tonel

Volumen : $V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + 2R^2)$

Radio menor : r

Radio mayor : R

Altura : h



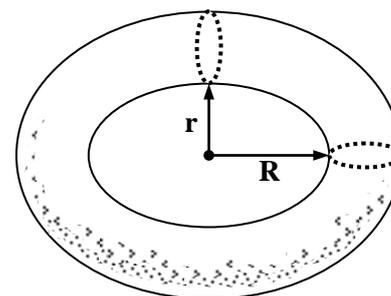
Toroide

Area : $A = 4\pi r R$

Volumen : $V = 4\pi r^2 R$

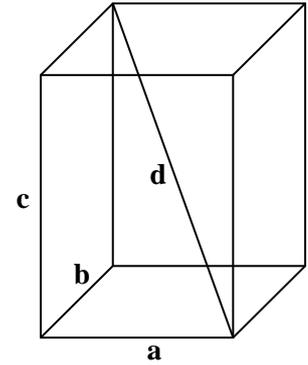
Radio menor : r

Radio mayor : R



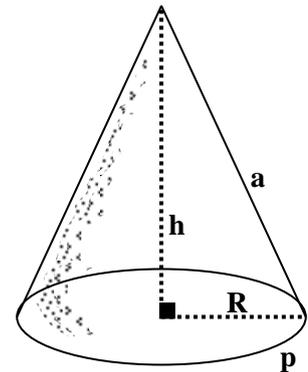
Paralelepípedo

- Volumen : $V = a b c$
- Superficie total : $A = 2(a b + b c + c a)$
- Diagonal : $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- Radio mayor : R



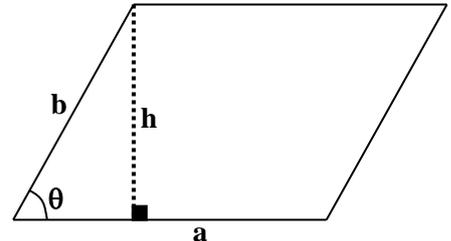
Pirámide o cono

- Volumen : $V = \frac{1}{3} S h$
- Area lateral : $A = \frac{1}{2} p a$
- Area de la base : S
- Altura : h
- Perímetro de la base : p



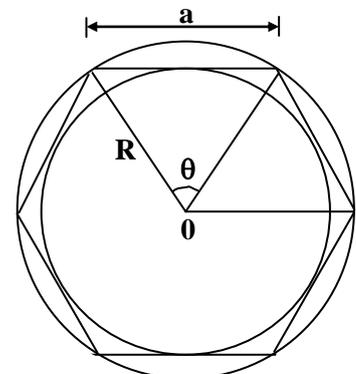
Paralelogramo

- Area : $A = a h = a b \text{sen} \theta$
- Angulo entre los lados : θ
- Altura : h



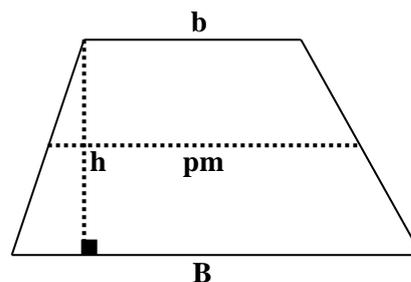
Polígono regular de n lados

- Area del polígono : $A = \frac{1}{4} n a^2 \text{ctg} \frac{180^\circ}{n}$
- Area sector : $A_s = \frac{1}{2} R S = \frac{1}{2} R^2 \theta$
- Area segmento : $A_{SEG} = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \text{sen} \theta)$
- Perímetro del polígono : $p = 2 n R \text{sen} \frac{\pi}{n}$
- Area polígono circunscrito : $A = n R^2 \text{tg} \frac{\pi}{n}$



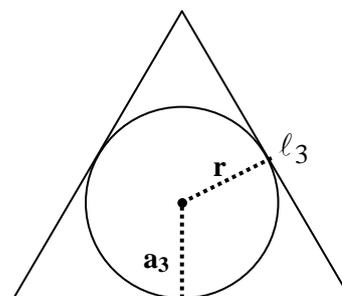
Trapezio

- Area : $A = \frac{(B + b)h}{2}$
- Area : $A = pmh$
- Area : $A = \frac{h}{6}(B + b + b')$
- H : altura



Triángulo

- Area : $A = 3\sqrt{3}r^3$
- $a_3 = r$
- $l_3 = 2\sqrt{3}r$



4. GEOMETRIA ANALITICA PLANA

a) Distancia entre dos puntos

La distancia entre dos puntos P₁, P₂ de coordenadas rectangulares (x₁; y₁), (x₂; y₂), viene dado por:

$$d = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2}$$

La distancia entre dos puntos P₁, P₂ de coordenadas polares (r₁; θ₁), (r₂; θ₂), viene dado por:

$$d = [r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)]^{1/2}$$

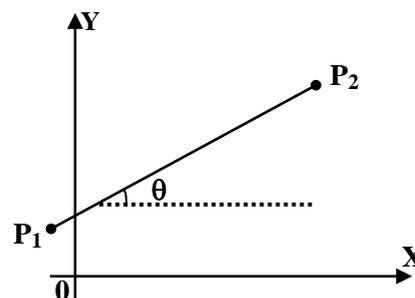
b) Formas que adoptan las ecuaciones de una recta

- 1) $Ax + By + C = 0$ (forma general)
- 2) $y - y_1 = m(x - x_1)$ (forma punto pendiente)
- 3) $y = mx + b$ (forma pendiente intersección)
- 4) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (forma intersecciones)

c) Pendiente de una recta

La pendiente de la recta que pasa por los puntos P₁(x₁; y₁) y P₂(x₂; y₂), viene dado por:

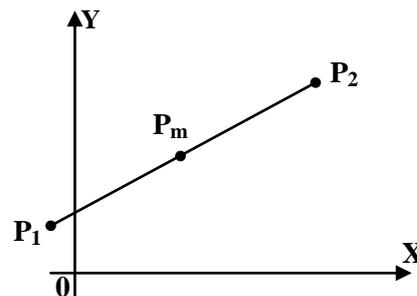
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



d) Coordenadas del punto medio

Las coordenadas del punto medio del segmento de recta $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$, viene dado por:

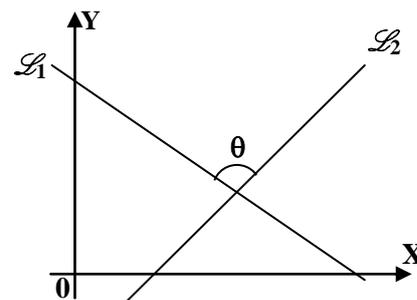
$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



e) Angulo entre dos rectas

El ángulo entre dos rectas \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 de pendientes m_1 y m_2 , viene dado por:

$$\text{tg } \theta = \frac{m_1 m_2}{1 + m_1 m_2}$$

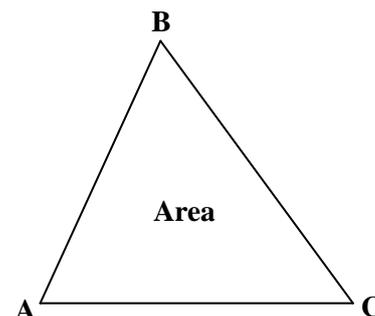


e) Area de un triángulo

El área de un triángulo cuyas coordenadas rectangulares de sus vértices son: $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$, viene dado por:

$$A = \frac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 + x_3 y_1 - x_1 y_3)$$

Si las coordenadas polares de los vértices del triángulo son: $A(r_1; \theta_1)$, $B(r_2; \theta_2)$ y $C(r_3; \theta_3)$, entonces el área de dicho triángulo es:



$$A = \frac{1}{2}[r_1 r_2 \text{sen}(\theta_2 - \theta_1) + r_2 r_3 \text{sen}(\theta_3 - \theta_2) + r_1 r_3 \text{sen}(\theta_1 - \theta_3)]$$

CONICAS

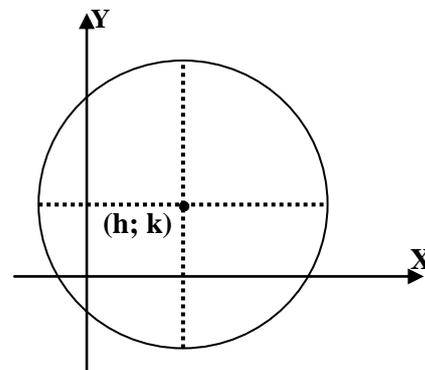
a) Circulo

La ecuación de un círculo de centro en $(h; k)$ y radio "R", viene dado por:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2$$

- Si el centro se ubica en el origen, la ecuación anterior, queda así:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

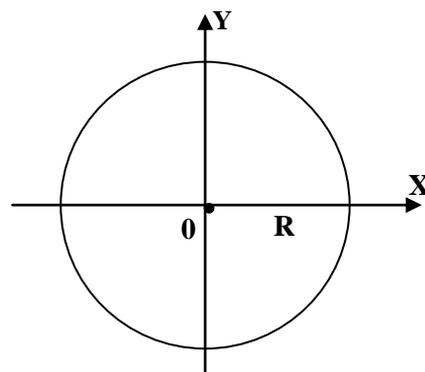


- La ecuación polar de un círculo con el origen sobre la circunferencia y su centro en el punto C es:

$$r = 2C\cos(\theta - \alpha)$$

- Si el origen no está sobre la circunferencia, el radio es "a" y el centro está en el punto b, a, en este caso la ecuación es:

$$a^2 = r^2 + b^2 - 2rb\cos(\theta - \alpha)$$



b) Elipse

La ecuación de una elipse con centro en (h; k) y se miejes mayor "a" y menor "b" es:

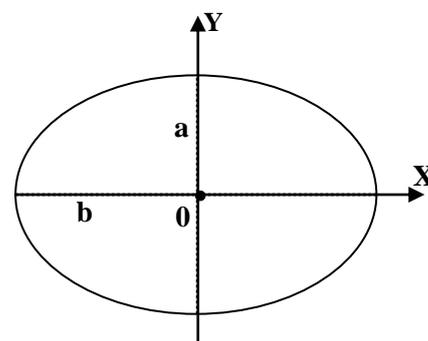
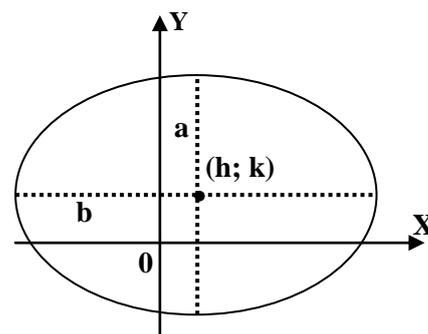
$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

- Si el centro se encuentra en el origen de coordenadas 0, la ecuación se convierte en:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- La ecuación polar cuando el polo está en el centro de la elipse es:

$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}$$



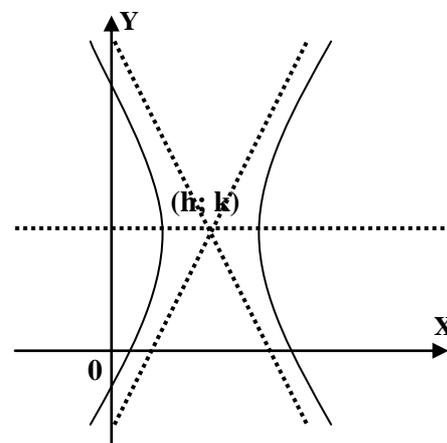
c) Hipérbola

La ecuación de una hipérbola de centro (h; k) y de ejes paralelos a los ejes de coordenadas X, Y y de eje transverso horizontal es:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Si el centro está en el origen de coordenadas 0, la ecuación se reduce a:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



siendo "a" el semieje transverso y "b" el semieje conjugado (vertical).

La ecuación polar que tiene el centro en el polo es:

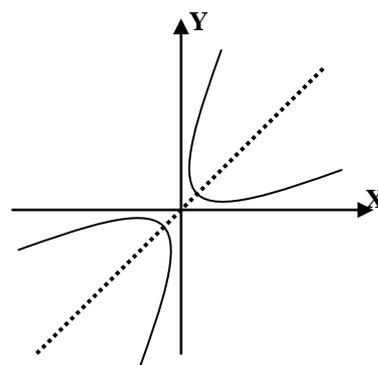
$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta - b^2 \cos^2 \theta}$$

d) Hipérbola equilátera

Es aquella hipérbola que tiene por centro el origen y por asíntotas los ejes de coordenadas, su ecuación es:

$$x y = C$$

siendo "C" una constante.



e) Parábola

La ecuación de una parábola con vértice en V(h; k) y foco en F(h+p; k) es:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Si el vértice está en el origen, la ecuación anterior se reduce a:

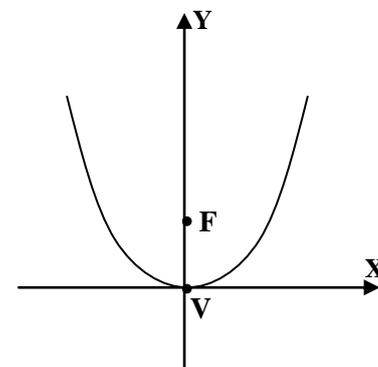
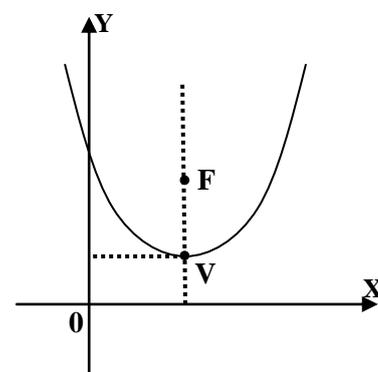
$$y^2 = 4p x$$

La ecuación polar cuando el foco está en el polo y "p" es el semilado recto es:

$$r = \frac{p}{1 - \cos \theta}$$

Si el vértice está en el polo y "p" tiene el mismo significado anterior, la ecuación es:

$$r = \frac{2p \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$



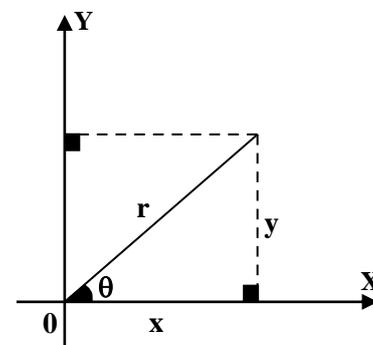
f) Relaciones entre las coordenadas polares y rectangulares

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \quad \sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



g) Angulo sólido

Angulo sólido es el espacio comprendido al interior de una circunferencia cónica (vértice), como muestra la Figura., los ángulos sólidos se representan simbólicamente mediante " Ω ". El valor del ángulo sólido en todo el espacio es 4π .

En el S.I. (Sistema Internacional) los ángulos se miden en estereorradián, y para obtener su valor se traza una superficie esférica de radio arbitrario " R " con centro en el vértice O , (como se muestra en la Figura.); y se aplica la relación:

$$\Omega = \frac{S}{R^2}$$

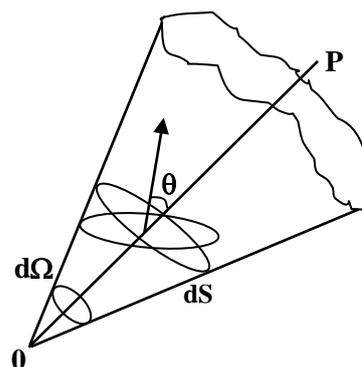
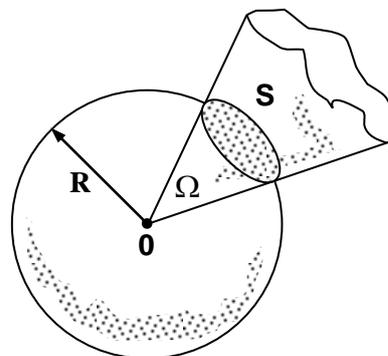
siendo " S " el área del casquete esférico interceptado por el ángulo sólido.

- Cuando el ángulo sólido es pequeño en lugar de " S " se debe considerar un diferencial de superficie de área " dS ", de modo que la ecuación anterior, queda así:

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

- En algunos casos la superficie " dS " no es perpendicular a OP y ella forma un ángulo " θ " con la normal a " dS ", como muestra la Figura, en éste caso el ángulo sólido, viene dado por:

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{R^2}$$



5. COORDENADAS CURVILINEAS ORTOGONALES

a) Transformación de coordenadas

Sean x, y, z las coordenadas de un punto P en el sistema cartesiano (S), y x_1, x_2, x_3 las coordenadas de dicho punto en un sistema de coordenadas ortogonales (0), si existe una transformación biunívoca entre los sistemas (S) y (0), entonces, la terna (x, y, z) podemos expresarlo en función de la terna (x_1, x_2, x_3), así:

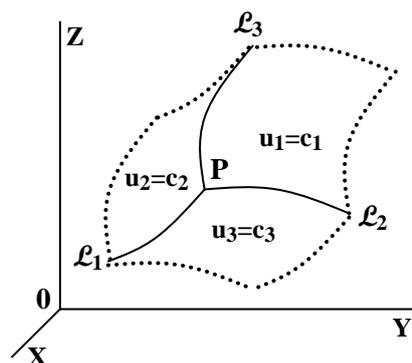
$$x = x(x_1, x_2, x_3), \quad y = y(x_1, x_2, x_3), \quad z = z(x_1, x_2, x_3)$$

o viceversa, la terna (x_1, x_2, x_3) en función de la terna (x, y, z), así:

$$x_1 = x_1(x, y, z), \quad x_2 = x_2(x, y, z), \quad x_3 = x_3(x, y, z)$$

b) Coordenada curvilínea ortogonal

En la Figura, las superficies $x_1=c_1$, $x_2=c_2$, $x_3=c_3$ siendo c_1, c_2, c_3 constantes se llaman superficies coordenadas; la intersección de cada par de estas superficies definen las líneas coordenadas $\mathcal{L}_3, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_1$. Cuando estas líneas de coordenadas se cortan en ángulo recto se dice que el sistema de coordenadas (0) es ortogonal.



c) Vectores unitarios

Los vectores unitarios que se utilizan como vectores base para definir el sistema de coordenadas ortogonales (0), y que son tangentes a las líneas de coordenadas $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$, vienen dados por:

$$\hat{e}_i = \frac{\partial \vec{r} / \partial x_i}{|\partial \vec{r} / \partial x_i|} = \frac{\partial \vec{r} / \partial x_i}{h_i} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

donde, $\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$ o $\vec{r} = \vec{r}(x_1, x_2, x_3)$ es el vector de posición del punto P en los sistemas de coordenadas (S) y (0), respectivamente, y h_i con $(i=1, 2, 3)$ los coeficientes métricos o coeficientes de Lamé, cuyas expresiones, vienen dados por:

$$h_i = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

el sentido del vector unitario \hat{e}_i , con $(i=1, 2, 3)$ es el de crecimiento de x_i .

Como ∇x_i es un vector normal en el punto P a la superficie $x_i = c_i$, el vector unitario en esta dirección y sentido, viene dado por:

$$\hat{e}_i^* = \frac{\nabla x_i}{|\nabla x_i|} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

En conclusión, en cada punto de un sistema de coordenadas curvilíneas se pueden definir dos sistemas de vectores unitarios \hat{e}_i tangentes a las líneas de coordenadas \mathcal{L}_i , con $(i=1, 2, 3)$ y \hat{e}_i^* perpendiculares a las superficies de coordenadas $x_i=c_i$ con $(i=1, 2, 3)$. Ambos sistemas de vectores unitarios coincidirán solo en el caso en que el sistema de coordenadas sea ortogonal, y tendrán la misma función que la de los vectores unitarios cartesianos $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, con la diferencia que los vectores unitarios (\hat{e}_i o \hat{e}_i^*) pueden cambiar de dirección y sentido de un punto a otro.

d) Elementos de línea, superficie y volumen

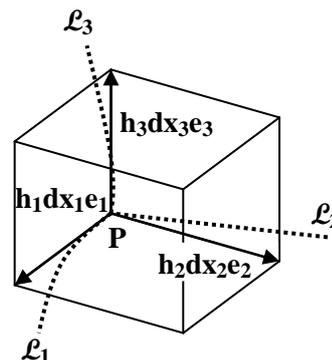
Como, $\partial \vec{r} / \partial x_i = h_i \hat{e}_i$ ($i=1, 2, 3$), el diferencial del vector de posición \vec{r} en el sistema de coordenadas ortogonal (0), viene dado por:

$$d\vec{r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_3} dx_3$$

$$d\vec{r} = h_1 dx_1 \hat{e}_1 + h_2 dx_2 \hat{e}_2 + h_3 dx_3 \hat{e}_3$$

y el cuadrado del elemento de longitud es:

$$ds^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = h_1^2 dx_1^2 + h_2^2 dx_2^2 + h_3^2 dx_3^2$$



En la Figura., como los vectores unitarios \hat{e}_1 , \hat{e}_2 , \hat{e}_3 son mutuamente perpendiculares entre si; los elementos de superficie dA_1 (formado por $\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$), dA_2 (formado por $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_3$), y dA_3 (formado por $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$), vienen dados:

$$dA_1 = |(h_2 dx_2 \hat{e}_2) \times (h_3 dx_3 \hat{e}_3)| = h_2 h_3 |\hat{e}_2 \times \hat{e}_3| dx_2 dx_3 = h_2 h_3 dx_2 dx_3$$

$$dA_2 = |(h_3 dx_3 \hat{e}_3) \times (h_1 dx_1 \hat{e}_1)| = h_3 h_1 |\hat{e}_3 \times \hat{e}_1| dx_3 dx_1 = h_3 h_1 dx_3 dx_1$$

$$dA_3 = |(h_1 dx_1 \hat{e}_1) \times (h_2 dx_2 \hat{e}_2)| = h_1 h_2 |\hat{e}_1 \times \hat{e}_2| dx_1 dx_2 = h_1 h_2 dx_1 dx_2$$

En la Figura, el elemento de volumen en el sistema de coordenadas ortogonal, viene dado por el triple producto escalar, esto es:

$$dV = |(h_1 dx_1 \hat{e}_1) \cdot (h_2 dx_2 \hat{e}_2) \times (h_3 dx_3 \hat{e}_3)| = h_1 h_2 h_3 dx_1 dx_2 dx_3$$

e) El gradiente, la divergencia, el rotacional y la laplaciana.

Sean: Φ un campo escalar y \vec{A} un campo vectorial, entonces las expresiones de los operadores gradiente, divergencia, rotacional y Laplaciana, en un sistema de coordenadas curvilínea ortogonal, vienen dados por:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{h_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \hat{e}_i = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \hat{e}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \hat{e}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_3 h_1 A_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 h_2 A_3) \right]$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \hat{e}_1 & h_2 \hat{e}_2 & h_3 \hat{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right) \right]$$

1) Coordenadas rectangulares

En este sistema de coordenadas: $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$, los coeficientes métricos son: $h_1=1$, $h_2=1$, $h_3=1$, y a su vez, los operadores diferenciales, vienen dados por:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{k}, \quad \text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad ; \quad dV = dx dy dz$$

Las superficies coordenadas son: tres planos mutuamente perpendiculares.

2) Coordenadas cilíndricas

Las coordenadas cilíndricas: $x_1=\rho$, $x_2=\varphi$, $x_3=z$, están relacionados con las coordenadas cartesianas por: $x=\rho \cos \varphi$, $y=\rho \sin \varphi$, $z=z$, los coeficientes métricos son: $h_1=1$, $h_2=\rho$, $h_3=1$, y las expresiones de los operadores diferenciales, son:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \hat{e}_1 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \hat{e}_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_1) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_3}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_3}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_2}{\partial z} \right) \hat{e}_1 + \left(\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial \rho} \right) \hat{e}_2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_2) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_1}{\partial \varphi} \right) \hat{e}_3$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 F(\rho) = \Delta F(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dF(\rho)}{d\rho} \right) = \frac{d^2 F(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF(\rho)}{d\rho}$$

$$ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2 \quad ; \quad dV = \rho d\rho d\varphi dz$$

Las superficies coordenadas son: $\rho = \text{cte.}$, cilindros concéntricos; $\varphi = \text{cte.}$, planos; y $z = \text{cte.}$ planos.

3) Coordenadas esféricas

Las coordenadas esféricas: $x_1 = r$, $x_2 = \theta$, $x_3 = \varphi$, están relacionados con las coordena-

das cartesianas por: $x = r \sin \theta \cos \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$, $z = r \cos \theta$, los coeficientes métricos son: $h_1 = 1$, $h_2 = r$, $h_3 = 1$, y las expresiones de los operadores diferenciales son:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \hat{e}_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \hat{e}_2 + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_1) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_3}{\partial \varphi}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_3) - \frac{\partial A_2}{\partial \varphi} \right] \hat{e}_1 + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_3) \right] \hat{e}_2 + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_2) - \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \right] \hat{e}_3$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}$$

$$\nabla^2 F(r) = \Delta F(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r F(r)) = \frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr}$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$$

Las superficies coordenadas son: $r = \text{cte.}$, esferas concéntricas; $\theta = \text{cte.}$, conos; y $\varphi = \text{cte.}$ planos.

APENDICE B

1. FACTORES DE CONVERSION

Angulo plano

	grado	minuto	segundo	radían	revolución
1 grado	1	60	3 600	$1\,745 \cdot 10^{-2}$	$2,778 \cdot 10^{-3}$
1 minuto	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	60	$2,909 \cdot 10^{-4}$	$4,630 \cdot 10^{-5}$
1 segundo	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	$4,848 \cdot 10^{-6}$	$7,716 \cdot 10^{-7}$
1 radían	57,30	3 438	$2,063 \cdot 10^5$	1	0,1592
1 revolución	360	$2,16 \cdot 10^4$	$1,296 \cdot 10^6$	6,283	1

Angulo sólido

1 esfera = 4π esterorradianes = 12,57 esterorradianes

Longitud

	Angstrom	metro	pulgada	pie	yarda	milla-T
1 Angstrom	1	10^{-10}	$39,36 \cdot 10^{-10}$	$3,28 \cdot 10^{-10}$	$1,09 \cdot 10^{-10}$	$6,2 \cdot 10^{-14}$
1 metro	10^{10}	1	39,37	3,28	1,09	$0,621 \cdot 10^{-3}$
1 pulgada	$2,54 \cdot 10^8$	0,0254	1	0,083	0,0278	$1,578 \cdot 10^{-5}$
1 pie	$30,48 \cdot 10^8$	0,3048	12	1	0,3333	$1,894 \cdot 10^{-4}$
1 yarda	$91,44 \cdot 10^8$	0,9144	36	3	1	$5,68 \cdot 10^{-4}$
1 milla-T	$6,21 \cdot 10^6$	$6,21 \cdot 10^{-4}$	63360	5280	1760	1
1 milla-N	$1852 \cdot 10^{10}$	1852	72912	6076	2025,3	1,15
1 vara	$5,292 \cdot 10^{10}$	5,0292	198	16,5	5,5	$3,125 \cdot 10^{-3}$
1 legua	$4,828 \cdot 10^{13}$	4828,032	190080	15840	5280	3
1 año luz	$9,45 \cdot 10^{25}$	$9,45 \cdot 10^{15}$	$372 \cdot 10^{15}$	$31 \cdot 10^{15}$	$10,33 \cdot 10^{15}$	$5,87 \cdot 10^{12}$
1 parsec	$30,84 \cdot 10^{25}$	$30,84 \cdot 10^{15}$	$1212 \cdot 10^{15}$	$101 \cdot 10^{15}$	$33,67 \cdot 10^{15}$	$19,15 \cdot 10^{12}$
1 braza	$1,83 \cdot 10^{10}$	1,8288	72	6	2	$1,135 \cdot 10^{-3}$
1 estadio	$201,16 \cdot 10^{10}$	201,168	7920	660	220	0,125

Area

	mm ²	cm ²	m ²	km ²	plg ²	pie ²
1 mm ²	1	10 ⁻²	10 ⁻⁶	10 ⁻¹²	15,5	1,076·10 ⁻⁵
1 cm ²	10 ²	1	10 ⁻⁴	10 ⁻¹⁰	0,155	1,076·10 ⁻³
1 m ²	10 ⁶	10 ⁴	1	10 ⁻⁶	1550	10,76
1 km ²	10 ¹²	10 ¹⁰	10 ⁶	1	155·10 ⁻⁵	10,76·10 ⁶
1 plg ²	645,2	6,452	6,452·10 ⁻⁴	6,45·10 ⁻¹⁰	1	6,9·10 ⁻³
1 pie ²	9,29·10 ⁴	929	9,29·10 ⁻²	9,29·10 ⁻⁸	144	1
1 yarda ²	0,836·10 ⁶	0,836·10 ⁴	0,8361	0,836·10 ⁻⁶	1296	9
1 milla ²	2,15·10 ¹²	2,59·10 ¹⁰	2,59·10 ⁶	2,59	4,01·10 ⁹	27,87·10 ⁶
1 hectárea	10 ¹⁰	10 ⁸	10 ⁴	10 ⁻²	1,55·10 ⁷	10,76·10 ⁴
1 acre	4046,8·10 ⁶	4046,8·10 ⁴	4046,86	4046,8·10 ⁻⁶	6,27·10 ⁶	43560
1 vara ²	25,29·10 ⁶	25,29·10 ⁴	25,2928	25,29·10 ⁻⁶	3,92·10 ⁴	272,15
1 legua ²	23,31·10 ¹²	23,31·10 ¹⁰	23,31·10 ⁶	23,31	3,6·10 ¹¹	25·10 ⁸

Volumen

	mm ³	cm ³	m ³	km ³	litro	pie ³
1 mm ³	1	10 ⁻³	10 ⁻⁹	10 ⁻¹⁸	10 ⁻⁶	3,531·10 ⁻⁸
1 cm ³	10 ³	1	10 ⁻⁶	10 ⁻¹⁵	10 ⁻³	3,531·10 ⁻⁵
1 m ³	10 ⁹	10 ⁶	1	10 ⁻⁹	10 ³	35,31
1 km ³	10 ¹⁸	10 ¹⁵	10 ⁹	1	10 ¹²	35,31·10 ⁹
1 litro	10 ⁶	10 ³	10 ⁻³	10 ⁻¹²	1	3,531·10 ⁻²
1 galón	3,785·10 ⁶	3,785·10 ³	3,785·10 ⁻³	3,785·10 ⁻¹²	3,785	133,67·10 ⁻³
1 pie ³	2,832·10 ⁷	2,832·10 ⁴	2,832·10 ⁻²	2,832·10 ⁻¹¹	28,321	1
1 plg ³	16,39·10 ³	16,39	1,639·10 ⁻⁵	1,639·10 ⁻¹⁴	1,639·10 ⁻²	5,787·10 ⁻⁴
1 cuarto	0,946·10 ⁶	0,946·10 ³	0,946·10 ⁻³	0,946·10 ⁻¹²	0,946	33,417·10 ⁻³
1 pinta	0,473·10 ⁶	0,473·10 ³	0,473·10 ⁻³	0,473·10 ⁻¹²	0,473	16,708·10 ⁻³
1 onza	2,365·10 ⁶	2,365·10 ³	2,365·10 ⁻⁴	2,365·10 ⁻¹³	0,2365	8,35·10 ⁻³
1 barril	0,159·10 ⁹	0,159·10 ⁶	0,159	0,159·10 ⁻⁹	0,159·10 ³	5,614

Tiempo

	año	día	hora	minuto	segundo
1 año	1	365,2	$8,766 \cdot 10^{-3}$	$5,259 \cdot 10^5$	$3,156 \cdot 10^7$
1 día	$2,738 \cdot 10^{-3}$	1	24	1 440	$8,640 \cdot 10^4$
1 hora	$1,141 \cdot 10^{-4}$	$4,167 \cdot 10^{-2}$	1	60	3 600
1 minuto	$1,901 \cdot 10^{-6}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	60
1 segundo	$3,169 \cdot 10^{-8}$	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1

Masa

	g	kg	lb	onza	tonelada
1 g	1	10^{-3}	$2,205 \cdot 10^{-3}$	$35,27 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-7}$
1 kg	10^3	1	2,205	35,27	$9,8 \cdot 10^{-4}$
1 lb	453,6	0,4536	1	16	$4,46 \cdot 10^{-4}$
1 onza	28,35	$2,835 \cdot 10^{-2}$	0,0625	1	$2,79 \cdot 10^{-5}$
1 tonelada	$1 016 \cdot 10^3$	1 016	2 240	35 840	1
1 ton. métr	10^6	10^3	2 204,6	35 274	0,98
1 slug	$14,59 \cdot 10^3$	14,59	32,17	514,8	$1,43 \cdot 10^{-2}$
1 arroba	$11,34 \cdot 10^3$	11,34	25	400	$1,11 \cdot 10^{-2}$
1 quintal	$45,36 \cdot 10^3$	45,36	100	1 600	$4,45 \cdot 10^{-2}$
1 utm	$9,8 \cdot 10^3$	9,8	21,60	345,6	$9,6 \cdot 10^{-3}$
1 uma	$1,66 \cdot 10^{-24}$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	$3,66 \cdot 10^{-27}$	$5,857 \cdot 10^{-26}$	$1,63 \cdot 10^{-30}$
1 cuarto	$254,01 \cdot 10^3$	254,01	560	8 960	0,249
1 dracma	1,772	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$6,25 \cdot 10^{-2}$	$1,736 \cdot 10^{-3}$

Velocidad

	mm/s	cm/s	m/s	km/h	pie/s	milla/h
1 cm/s	10	1	0,01	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$3,281 \cdot 10^{-2}$	$2,237 \cdot 10^{-2}$
1 m/s	1000	100	1	3,6	3,281	2,237

1 km/h	277,8	27,78	0,2778	1	0,9113	0,6214
1 pie/s	304,8	30,48	0,3048	1,097	1	0,6818
1 milla/h	447,0	44,70	0,4470	1,609	1,467	1
1 nudo	514,4	51,44	0,5144	1,852	1,688	1,151

Aceleración

	mm/s ²	cm/s ²	m/s ²	km/h ²	pie/s ²	plg/s ²
1 cm/s ²	10	1	0,01	129,6	3,281·10 ⁻²	
1 m/s ²	1000	100	1	3,6	3,281	39,37
1 km/h ²	277,8	27,78	0,2778	1	0,9113	3,04·10 ⁻³
pie/s ²	304,8	30,48	0,3048	3,95·10 ³	1	12
plg/s ²	25,4	2,54	25,4·10 ⁻³	329,18	83,3·10 ⁻³	1

Fuerza

	lbf	pdl	kgf	N	dyn	ozf
1 pdl	3,108·10 ⁻²	1	1,41·10 ⁻²	0,1383	1,383·10 ⁴	0,497
1 lbf	1	32,17	0,4536	4,448	4,448·10 ⁵	16
1 kgf	2,205	70,93	1	9,80665	9,8·10 ⁵	35,26
1 N	0,2248	7,233	0,102	1	10 ⁵	3,597
1 dyn	2,248·10 ⁻⁶	72,32·10 ⁻⁶	1,02·10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	1	3,597·10 ⁻⁵
1 tf	2000	64340	907,2	8896,6	8896,6·10 ⁵	3,20·10 ⁴
1 tf m	2204,6	70921	1000	9806,6	9806,6·10 ⁵	3,53·10 ⁴
1 arroba	25	804,25	11,34	111,20	111,20·10 ⁵	4
1 quintal	100	3217	45,36	444,80	444,80·10 ⁵	1600
1 ozf	62,49·10 ⁻³	2,011	28,36·10 ⁻³	0,278014	0,278014·10 ⁵	1

Presión

	lbf/pie ²	pdl/pie ²	kgf/m ²	Pa	dyn/cm ²	bar	Torr
1 atm	2,116·10 ³	68,06·10 ³	1,033·10 ⁴	1,013·10 ⁵	1,013·10 ⁶	1,013	760
1 lbf/pie ²	1	32,17	4,8825	47,881	478,81	4,13·10 ⁻⁶	0,359

1 lbf/plg ²	144	4632,48	703,08	6894,8	68948	5,95·10 ⁻⁴	51,69
1 pdl/pie ²	31·10 ⁻³	1	0,152	1,49	14,9	0,13·10 ⁻⁶	0,011
1 kgf/m ²	0,2048	6,59	1	9,806	98,06	0,85·10 ⁻⁶	0,073
1 Pa	2,089·10 ⁻²	0,672	0,102	1	10	10 ⁻⁵	7,5·10 ⁻³
1 bar	24,2·10 ⁴	7,79·10 ⁶	1,02·10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	1	8,69·10 ⁴
1 Torr	2,785	89,60	13,6	133,3	1333	0,12·10 ⁻⁴	1

Energía

	lbf·pie	pdl·pie	kgf·m	joule	ergio	1kWh	1 eV
1 Btu	778	2,502·10 ³	107,55	1055	1,055·10 ¹⁰	2,93·10 ⁻⁴	6,59·10 ²¹
1 lbf·pie	1	32,17	0,13825	1,356	1,356·10 ⁷	0,38·10 ⁻⁶	0,85·10 ¹⁹
1 pdl·pie	3,11·10 ⁻²	1	4,3·10 ⁻³	4,21·10 ⁻²	4,214·10 ⁵	1,17·10 ⁻⁸	2,63·10 ⁻¹⁷
1 cal	3,087	99,308	0,427	4,186	4,186·10 ⁷	1,17·10 ⁻⁶	2,62·10 ¹⁹
1 kgf·m	7,233	232,5	1	9,806	9,806·10 ⁷	2,72·10 ⁻⁶	6,12·10 ¹⁹
1 joule	0,7376	23,729	0,102	1	10 ⁷	0,28·10 ⁻⁶	6,20·10 ¹⁸
1 hp·h	1,98·10 ⁶	63,7·10 ⁶	0,27·10 ⁶	2,68·10 ⁶	2,68·10 ¹³	0,746	1,67·10 ²⁵
1 kWh	2,65·10 ⁶	85,41·10 ⁶	0,37·10 ⁶	3,6·10 ⁶	3,6·10 ¹³	1	2,25·10 ²⁵
1 eV	1,18·10 ⁻¹⁹	38·10 ⁻¹⁹	0,16·10 ⁻¹⁹	1,6·10 ⁻¹⁹	1,6·10 ⁻¹²	4,4·10 ⁻²⁶	1

Potencia

	lbf·pie/s	pdl·pie/s	kgf·m/s	vatio	ergio/s	hp	cal/s
1 Btu/h	0,216	0,695	2,99·10 ⁻²	0,293	0,293·10 ⁷	3,93·10 ⁻⁴	7·10 ⁻²
1 lbf·pie/s	1	32,17	0,138	1,356	1,356·10 ⁷	1,82·10 ⁻³	0,324
1 pdl·pie/s	3,108·10 ⁻²	1	4,3·10 ⁻³	4,21·10 ⁻²	4,21·10 ⁵	5,65·10 ⁻⁵	10 ⁻²
1 kgf·m/s	7,2329	232,68	1	9,806	9,806·10 ⁷	0,013	2,343
1 vatio	0,7376	23,729	0,102	1	10 ⁷	1,34·10 ⁻³	0,239
1 hp	550	17693	76,07	746	746·10 ⁷	1	178,16
1 kW	737,6	2,373·10 ⁴	101,97	10 ³	10 ¹⁰	1,341	239
1 Btu/s	778	25,028·10 ³	107,58	1055	1,055·10 ¹⁰	1,414	252

Densidad de masa

	g/cm ³	kg/m ³	lb/pulg ³	lb/pie ³	utm/m ³
--	-------------------	-------------------	----------------------	---------------------	--------------------

1 g/cm ³	1	10 ³	36,2•10 ⁻³	62,5	102,06
1 kg/m ³	10 ⁻³	1	0,36•10 ⁻⁴	6,25•10 ⁻²	0,102
1 lb/pulg ³	27,68	2,768•10 ⁴	1	1 728	2,825•10 ³
1 lb/pie ³	16•10 ⁻³	16	5,79•10 ⁻⁴	1	1,6345
1 utm/m ³	9,798•10 ⁻³	9,798	0,354•10 ⁻³	0,612	1

Carga eléctrica

	abcoulomb	A.h	coulomb	statcoulomb
1 abcoulomb	1	2,778•10 ⁻³	10	2,998•10 ¹⁰
1 ampere-hora	360	1	3600	1,079•10 ¹³
1 coulomb	0,1	2,778•10 ⁻⁴	1	2,998•10 ⁹
1 statcoulomb	3,336•10 ⁻¹¹	9,266•10 ⁻¹⁴	3,336•10 ⁻¹⁰	1

Corriente eléctrica

	abampere	ampere	statampere
1 abampere	1	10	2,998•10 ¹⁰
1 ampere	0,1	1	2,998•10 ⁹
1 statampere	3,336•10 ⁻¹¹	3,336•10 ⁻¹⁶	1

Fuerza electromotriz

	1 abvoltio	voltio	statvoltio
abvoltio	1	10 ⁻⁸	3,336•10 ⁻¹¹
1 voltio	10 ⁶	1	3,336•10 ⁻³
1 statvoltio	2,998•10 ¹⁰	299,8	1

Resistencia eléctrica

	1 abohmio	ohmio	statohmio
abohmio	1	10 ⁻⁹	1,113•10 ⁻²¹
1 ohmio	10 ⁹	1	1,113•10 ⁻¹²
1 statohmio	8,987•10 ²⁰	8,987•10 ¹¹	1

Capacitancia

	abfaradio	faradio	microfaradio	statfaradio
1 abfaradio	1	10^9	10^{15}	$8,987 \cdot 10^{20}$
1 faradio	10^{-9}	1	10^6	$8,987 \cdot 10^{11}$
1 microfaradio	10^{-15}	10^{-6}	1	$8,987 \cdot 10^5$
1 statfaradio	$1,113 \cdot 10^{-21}$	$1,113 \cdot 10^{-12}$	$1,113 \cdot 10^{-6}$	1

2. VALORES DE ALGUNAS PROPIEDADES FISICAS

PROPIEDADES DE ALGUNOS LIQUIDOS

Líquido	Densidad en kg/m^3	Calor específico		Coeficiente de tensión superficial (N/m)
		$\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$	$\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$	
Benzol	880	1 720	0,41	0,03
Agua	1 000	4 190	1,0	0,073
Glicerina	1 200	2 430	0,58	0,064
Aceite de ricino	900	1 800	0,43	0,035
Kerosene	800	2 140	0,051	0,03
Mercurio	13 600	138	0,033	0,5
Alcohol	790	2510	0,6	0,02

PROPIEDADES DE ALGUNOS SOLIDOS

Sólido	Densidad en kg/m^3	Temperatura de fusión $^\circ\text{C}$	Calor específico		Calor de fusión J/kg	Coeficiente dilatación térmica
			$\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$	$\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$		
Aluminio	2 600	659	896	0,214	$3,22 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Hierro	7 900	1 530	500	0,119	$2,72 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Latón	8 400	900	386	0,092	-	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Hielo	900	0	2 100	0,5	$3,35 \cdot 10^5$	-
Cobre	8 600	1 100	395	0,094	$1,76 \cdot 10^5$	$1,6 \cdot 10^{-5}$
Estaño	7 200	232	230	0,055	$5,86 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^{-5}$

Platino	21 400	1 770	117	0,028	$1,13 \cdot 10^5$	$0,89 \cdot 10^{-5}$
Corcho	200	-	2 050	0,49	-	-
Plomo	11 300	327	126	0,030	$2,26 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^{-5}$
Plata	10 500	960	234	0,056	$8,80 \cdot 10^4$	$1,9 \cdot 10^{-5}$
Acero	7 700	1 300	460	0,11	-	$1,06 \cdot 10^{-5}$
Zinc	7 000	420	391	0,093	$1,17 \cdot 10^5$	$2,9 \cdot 10^{-5}$

PROPIEDADES ELASTICAS DE ALGUNOS SOLIDOS

Sustancia	Resistencia a la rotura en N/m^2	Módulo de Young en N/m^2
Aluminio	$1,1 \cdot 10^8$	$6,9 \cdot 10^{10}$
Hierro	$2,94 \cdot 10^8$	$19,6 \cdot 10^{10}$
Cobre	$2,45 \cdot 10^8$	$11,8 \cdot 10^{10}$
Plomo	$0,2 \cdot 10^8$	$1,57 \cdot 10^{10}$
Plata	$2,9 \cdot 10^8$	$7,4 \cdot 10^{10}$
Acero	$7,85 \cdot 10^8$	$21,6 \cdot 10^{10}$

PERMITIVIDAD RELATIVA (k) DE ALGUNOS DIELECTRICOS

Cera	7,800	Madera	2,5-8
Agua	81	Alcohol, etílico (0^0 C)	28,4
Kerosene	2	Petróleo	2,1
Aceite	5	Agua (destilada, 0^0 C)	88,0
Parafina	2	Agua (destilada, 20^0 C)	80,0
Mica	6	Aire (1 atm)	1,00059
Vidrio	5-10	Aire (100 atm)	1,0548
Nilón	3,5	CO ₂ (1 atm)	1,000985
Caucho	2-3, 5	Porcelana	6
Azufre	4,0	Ebonita	2,6

CONDUCTIVIDAD TERMICA DE ALGUNOS SOLIDOS $(\lambda \text{ en W/m}\cdot^{\circ}\text{C})$

Aluminio	210	Fieltro	0,046	Hierro	58,7
Cuarzo fundido	1,37	Cobre	390	Arena seca	0,325
Corcho	0,050	Plata	460	Ebonita	0,174

RESISTIVIDAD DE ALGUNOS MATERIALES ($\rho \text{ en } \Omega\cdot\text{m}$)

Aluminio	$2,83\cdot 10^{-8}$	Germanio (puro)	0,45
Cobre	$1,69\cdot 10^{-8}$	Germanio ($5\cdot 10^{-6}$ % de As)	0,011
Oro	$2,44\cdot 10^{-8}$	Silicio (puro)	640,0
Hierro (0° C)	$8,85\cdot 10^{-8}$	Silicio (10^{-4} % de As)	0,003
Níquel	$7,24\cdot 10^{-8}$	Solución de NaCl	0,044
Plata (0° C)	$1,47\cdot 10^{-8}$	Ambar	$5,0\cdot 10^{14}$
Mercurio	$95,8\cdot 10^{-8}$	Vidrio	$10^{20}\text{-}10^{14}$
Tungsteno	$5,51\cdot 10^{-8}$	Ebonita	$10^{12}\text{-}10^{16}$
Constatan (Cu60)	$44,0\cdot 10^{-8}$	Mica	$10^{11}\text{-}10^{15}$
Nicromo	$100\cdot 10^{-8}$	Madera	$10^8\text{-}10^{11}$

CONDUCTIVIDAD ELECTRICA DE ALGUNOS MATERIALES $(\sigma \text{ en S/m})$

Aluminio	$3,54\cdot 10^7$	Germanio (puro)	2,22
Cobre	$5,81\cdot 10^7$	Germanio ($5\cdot 10^{-6}$ % As)	90,9
Oro	$4,09\cdot 10^7$	Silicio (puro)	$1,56\cdot 10^{-3}$
Hierro (0° C)	$1,53\cdot 10^7$	Silicio (10^{-4} % de As)	$3,33\cdot 10^{-2}$
Níquel	$6,80\cdot 10^7$	Solución de NaCl	25
Plata (0° C)	$6,14\cdot 10^7$	Ambar	$2,0\cdot 10^{-15}$
Tungsteno	$1,82\cdot 10^7$	Vidrio	$10^{-20}\text{-}10^{-14}$
Mercurio	$1,82\cdot 10^6$	Ebonita	$10^{-12}\text{-}10^{-16}$

Constatan (Cu60)	$2,04 \cdot 10^6$	Mica	$10^{-11} - 10^{-15}$
Nicromo	$1,00 \cdot 10^6$	Madera	$10^{-8} - 10^{-11}$

SUSCEPTIBILIDAD ELECTRICA (χ_e) DE ALGUNOS MATERIALES

Mica	5	Hidrógeno	$5,0 \cdot 10^{-4}$
Porcelana	6	Helio	$0,6 \cdot 10^{-4}$
Vidrio	8	Nitrógeno	$5,5 \cdot 10^{-4}$
Baquelita	4,7	Oxígeno	$5,0 \cdot 10^{-4}$
Aceite	1,1	Argón	$5,2 \cdot 10^{-4}$
Trementina	1,2	Oxido de carbono	$9,2 \cdot 10^{-4}$
Benceno	1,84	Aire	$5,4 \cdot 10^{-4}$
Alcohol (etílico)	24	Vapor de agua	$7,0 \cdot 10^{-3}$
Agua	78	Aire (100 atm)	$5,5 \cdot 10^{-2}$

MOMENTOS DIPOLARES DE ALGUNAS MOLECULAS (m•C)

HCl	$3,43 \cdot 10^{-30}$	HBr	$2,60 \cdot 10^{-30}$	HI	$1,26 \cdot 10^{-30}$
CO	$0,40 \cdot 10^{-30}$	H ₂ O	$6,20 \cdot 10^{-30}$	H ₂ S	$5,30 \cdot 10^{-30}$
SO ₂	$5,30 \cdot 10^{-30}$	NH ₃	$5,00 \cdot 10^{-30}$	C ₂ H ₅ OH	$1,26 \cdot 10^{-30}$

SUSCEPTIBILIDAD MAGNETICA (χ_m) DE ALGUNOS MATERIALES

Hidrógeno (1 atm)	$-2,1 \cdot 10^{-9}$	Oxígeno (1 atm)	$2,1 \cdot 10^{-6}$
Nitrógeno 91 atm)	$-5,0 \cdot 10^{-9}$	Magnesio	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Sodio	$2,4 \cdot 10^{-6}$	Aluminio	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Cobre	$-1,0 \cdot 10^{-5}$	Tungsteno	$6,8 \cdot 10^{-5}$
Bismuto	$-1,7 \cdot 10^{-5}$	Titanio	$7,1 \cdot 10^{-5}$
Diamante	$-2,2 \cdot 10^{-5}$	Platino	$3,0 \cdot 10^{-4}$
Mercurio	$-3,2 \cdot 10^{-5}$	GdCl ₃	$2,8 \cdot 10^{-3}$

MOVILIDAD DE LOS IONES EN LOS ELECTROLITOS ($m^2/V.s$)

NO_3^-	$6,4 \cdot 10^{-8}$	H^+	$3,26 \cdot 10^{-7}$	K^+	$6,70 \cdot 10^{-8}$
Cl^-	$6,8 \cdot 10^{-8}$	Ag^+	$5,6 \cdot 10^{-8}$		

Código de colores para las resistencias


Colores	1ª Cifra	2ª Cifra	Multiplicador	Tolerancia
Negro		0	0	
Marrón	1	1	$\times 10$	$\pm 1\%$
Rojo	2	2	$\times 10^2$	$\pm 2\%$
Naranja	3	3	$\times 10^3$	
Amarillo	4	4	$\times 10^4$	
Verde	5	5	$\times 10^5$	$\pm 0.5\%$
Azul	6	6	$\times 10^6$	
Violeta	7	7	$\times 10^7$	
Gris	8	8	$\times 10^8$	
Blanco	9	9	$\times 10^9$	
Oro			$\times 10^{-1}$	$\pm 5\%$
Plata			$\times 10^{-2}$	$\pm 10\%$
Sin color				$\pm 20\%$

PREFIJOS DEL SISTEMA INTERNACIONAL (S.I.)

Factor	Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

3. FORMULAS E IDENTIDADES DEL ANALISIS VECTORIAL

- 1) $\nabla(\phi + \varphi) = \nabla\phi + \nabla\varphi$
- 2) $\nabla(\phi\varphi) = \phi\nabla\varphi + \varphi\nabla\phi$
- 3) $\nabla(\vec{f} + \vec{g}) = \nabla\vec{f} + \nabla\vec{g}$
- 4) $\nabla_x(\vec{f} + \vec{g}) = \nabla_x\vec{f} + \nabla_x\vec{g}$
- 5) $\nabla(\phi\vec{f}) = \phi\nabla\vec{f} + \vec{f}\nabla\phi$
- 6) $\nabla(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{g}\nabla_x\vec{f} - \vec{f}\nabla_x\vec{g}$
- 7) $\nabla\nabla_x\vec{f} = 0$
- 8) $\nabla_x\phi\vec{f} = \phi\nabla_x\vec{f} + \nabla\phi \times \vec{f}$
- 9) $\nabla_x\nabla_x\vec{f} = \nabla\nabla\vec{f} - \nabla^2\vec{f}$
- 10) $\nabla_x\nabla\phi = \vec{0}$
- 11) $\vec{f} \times \vec{g} \times \vec{h} = (\vec{f}\nabla\vec{h})\vec{g} - (\vec{f}\nabla\vec{g})\vec{h}$
- 12) $\partial\phi / \partial\hat{n} = \hat{n}\nabla\phi$
- 13) $\partial\vec{B} / \partial\hat{n} = (\hat{n}\nabla)\vec{B}$
- 14) $\nabla\nabla\phi = \nabla^2\phi$
- 15) $\nabla_x\vec{r} = 0$
- 16) $\nabla\vec{r} = 3$
- 17) $\nabla r = \vec{r} / r$
- 18) $\nabla(1/r) = -\vec{r} / r^3$
- 19) $\nabla(\vec{r} / r^3) = -\nabla^2(1/r) = 0$, si $r \neq 0$
- 20) $\nabla|\vec{r} - \vec{r}'| = -\nabla'|\vec{r} - \vec{r}'| = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$
- 21) $\nabla F(\phi) = (\partial F / \partial\phi)\nabla\phi$
- 22) $\nabla\vec{A}(\phi) = (\partial\vec{A} / \partial\phi)\nabla\phi$
- 23) $\nabla_x\vec{A}(\phi) = \nabla\phi \times (\partial\vec{A} / \partial\phi)$
- 24) $(\vec{A}\nabla)\vec{B}(\phi) = (\vec{A}\nabla\phi)(\partial\vec{B} / \partial\phi)$
- 25) $\oint_S \vec{f}\nabla\vec{s} = \int_V \nabla\vec{f} dV$
- 26) $\oint_C \vec{f}\nabla\vec{\ell} = \int_S \nabla_x\vec{f}\nabla\vec{s}$
- 27) $\oint_S \phi d\vec{s} = \int_V \nabla\phi dV$
- 28) $\oint_S d\vec{s} \times \vec{f} = \int_V \nabla_x\vec{f} dV$
- 29) $\oint_S \vec{f}(\vec{g}\nabla\vec{s}) = \int_V \vec{f}\nabla\vec{g} dV + \int_V (\vec{g}\nabla)\vec{f} dV$
- 30) $\oint_L \phi d\vec{\ell} = \int_S d\vec{s} \times \nabla\phi$
- 31) $\nabla_x(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f}\nabla\vec{g} - \vec{g}\nabla\vec{f} + (\vec{g}\nabla)\vec{f} - (\vec{f}\nabla)\vec{g}$
- 32) $\nabla(\vec{f}\nabla\vec{g}) = (\vec{f}\nabla)\vec{g} + (\vec{g}\nabla)\vec{f} + \vec{f} \times \nabla_x\vec{g} + \vec{g} \times \nabla_x\vec{f}$
- 33) $(\vec{e} \times \vec{f}) \times (\vec{g} \times \vec{h}) = (\vec{e}\nabla\vec{g})(\vec{f}\nabla\vec{h}) - (\vec{e}\nabla\vec{h})(\vec{f}\nabla\vec{g})$
- 34) $(\vec{e} \times \vec{f}) \times (\vec{g} \times \vec{h}) = [\vec{e}\nabla(\vec{f} \times \vec{h})]\vec{g} - [\vec{e}\nabla(\vec{f} \times \vec{g})]\vec{h}$
- 35) $\oint_L Mdx + Ndy = \iint_S \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) dx dy$
- 36) $\iiint_V [\phi\nabla^2\phi + (\nabla\phi)\nabla(\phi)] dV = \iint_S (\phi\nabla\phi)\nabla\vec{s}$
- 37) $\iiint_V [\phi\nabla^2\phi - \phi\nabla^2\phi] dV = \iint_S (\phi\nabla\phi - \phi\nabla\phi)\nabla\vec{s}$

4. RESUMEN DE FORMULAS DE LA MECANICA DE FLUIDOS

- | | |
|--|---|
| 1) Posición instantánea en un péndulo de resorte | $x(t) = A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 2) Velocidad instantánea en un péndulo de resorte | $v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 3) Aceleración instantánea en un péndulo de resorte | $a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 4) Frecuencia angular en un péndulo de resorte | $\omega_0 = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$ |
| 5) Periodo en un péndulo de resorte | $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{m}{k}\right)^{1/2}$ |
| 6) Condiciones iniciales en un péndulo de resorte | $A = [x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2]^{1/2}, \text{tg } \theta_0 = \frac{\omega_0 x_0}{v_0}$ |
| 7) Energía cinética en un péndulo de resorte | $E_C = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (A^2 - x^2)$ |
| 8) Energía potencial en un péndulo de resorte | $E_P = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$ |
| 9) Energía mecánica en un péndulo de resorte | $E_M = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$ |
| 10) Constante equivalente para conexión en serie | $k_e = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ |
| 11) Constante equivalente para conexión en paralelo | $k_e = k_1 + k_2$ |
| 12) Posición angular instantánea en péndulo gravedad | $\theta = \theta_0 \text{sen}(\omega_0 t + \delta)$ |
| 13) Velocidad angular instant. en péndulo gravedad | $\omega = \omega_0 \theta_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$ |
| 14) Aceleración angular instant. en péndulo gravedad | $\alpha = -\omega_0^2 \theta_0 \text{sen}(\omega_0 t + \delta)$ |
| 15) Periodo y frecuencia en péndulo de gravedad | $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2}$ |
| 16) Energía potencial en un péndulo de gravedad | $E_P(\theta) \approx \frac{1}{2} m g \ell \theta^2$ |
| 17) Energía cinética en un péndulo de gravedad | $E_C = \frac{1}{2} m g \ell (1 - \theta^2)$ |
| 18) Energía mecánica en un péndulo de gravedad | $E_M = \frac{1}{2} m g \ell$ |

- 19) Periodo y frecuencia en un péndulo físico $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I_0}{mgd} \right)^{1/2}$
- 20) Coeficiente de torsión en péndulo de torsión $\kappa = \frac{\pi r^4 G}{2\ell}$
- 21) Periodo y frecuencia en un péndulo de torsión $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I}{\kappa} \right)^{1/2}$
- 22) Periodo y frecuencia en un péndulo cicloidal $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{4a}{g} \right)^{1/2}$
- 23) Periodo de pequeñas oscilaciones en un campo $T = 2\pi \left[\frac{m}{(d^2V(r)/dr^2)_{r_0}} \right]^{1/2}$
- 24) Frecuencia angular y periodo péndulo de Pohl $\omega = \left(\frac{\tau}{I} \right)^{1/2}$ y $T = 2\pi \left(\frac{I}{\tau} \right)^{1/2}$
- 25) Frecuencias en un péndulo doble de gravedad $\omega_1^2 = (2 - \sqrt{2}) \frac{g}{\ell}$, $\omega_2^2 = (2 + \sqrt{2}) \frac{g}{\ell}$
- 26) Velocidad de un proyectil en un péndulo balística $u = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gh}$
- 27) Periodos en un péndulo reversible $T_1 = 2\pi \left(\frac{I_1}{mgh_1} \right)^{1/2}$,
 $T_2 = 2\pi \left(\frac{I_2}{mgh_2} \right)^{1/2}$
- 28) Ecuación de un oscilador armónico cuántico $\hat{H}|\psi(y)\rangle = E|\psi(y)\rangle$
- 29) Energía del nivel n-ésimo partícula, en un OAC $E_n = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$
- 30) Posición en un MAA (sobreamortiguado) $x(t) = e^{-\delta t} (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t})$
- 31) Posición en un MAA (críticamente amortiguado) $x(t) = e^{-\delta t} (A + Bt)$
- 32) Posición en un MAA (infraamortiguado) $x(t) = Ae^{-\delta t} \text{sen}(\omega t + \phi_0)$
- 33) Periodo en un MAA (infraamortiguado) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4mk - b^2}}$
- 34) Decremento logarítmico en un MAA $\varepsilon = \ell \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T$

35) Tiempo de relajación en un MAA

$$\tau = NT = \frac{1}{\delta}$$

36) Relación entre " ω " y " ε " en un MAA

$$\omega = \omega_0 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2}$$

37) Factor de calidad en un MAA

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\varepsilon}}$$

38) Cambio en el tiempo de la energía en un MAA

$$\frac{dE}{dt} = -b v^2$$

39) Potencia media en un MAAF

$$P_m = \frac{F_0^2}{2} \frac{b \omega^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$$

40) Amplitud de las oscilaciones en un MAAF

$$A = \frac{f_0}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2]^{1/2}}$$

41) Frecuencia de resonancia en un MAAF

$$\Omega_0 = (\omega_0^2 - 2\delta^2)^{1/2}$$

42) Frecuencia de las oscilaciones propias en un MAAF

$$\omega = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$$

43) Amplitud de resonancia en un MAAF

$$A_{\max} = \frac{f_0}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$$

44) Impedancia en un oscilador mecánico

$$Z = [(m\omega - k/\omega)^2 + b^2]^{1/2}$$

45) Reactancia en un oscilador mecánico

$$X = m\omega - k/\omega$$

46) Relación entre X, Z y R

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{X}{R} = \frac{m\omega - k/\omega}{b}$$

47) Esfuerzo en elasticidad

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

14) Ley de Hooke en deformación lineal

$$\sigma = E \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

15) Deformación unitaria longitudinal

$$\xi = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

16) Modulo de Young

$$E = \frac{\sigma}{\xi} = \frac{F/A}{\Delta \ell / \ell}$$

17) Coeficiente de elasticidad longitudinal

$$a = \frac{1}{E} = \frac{\xi}{\sigma}$$

- 47) Deformación unitaria longitudinal por calor $\xi_l = \frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \Delta T$
- 48) Esfuerzo longitudinal por calor $\sigma = \frac{F}{A} = \alpha E \Delta T$
- 49) Densidad de energía potencial $w = \frac{E_P}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$
- 50) Esfuerzo volumétrico $\sigma_V = \frac{F}{A} = \Delta P$
- 51) Deformación unitaria volumétrico $\xi_V = \frac{\Delta V}{V}$
- 52) Modulo de compresibilidad $B = \frac{\sigma_V}{\xi_V} = \frac{\Delta P}{\Delta V / V}$
- 53) Coeficiente de compresibilidad $\frac{1}{B} = \frac{\Delta V}{V \Delta P}$
- 54) Relación entre "E" y "B" $B = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$
- 55) Esfuerzo de cizalladura $\sigma_T = \frac{F}{A}$
- 56) Deformación por cizalladura $D = \frac{s}{l}$
- 57) Modulo de cizalladura $G = \frac{F / A}{s / l} = \frac{\sigma_T}{\phi}$
- 58) Coeficiente de Poisson $\mu = \frac{\xi_D}{\xi_l} = \frac{\Delta D / D}{\Delta l / l}$
- 59) Relación entre G, E y μ $G = \frac{E}{2}(1 + \mu)^{-1}$
- 60) Densidad de energía potencial en cizalladura $w = \frac{E_P}{V} = \frac{\sigma_T^2}{2G}$
- 61) Momento polar de inercia de una barra cilíndrica $I_P = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$
- 62) Esfuerzo de cortante de torsión $\tau = \frac{Mr}{I_P}$

63) Modulo de elasticidad en cortante	$G = \frac{\tau}{\phi}$
64) Angulo de torsión relativo	$\theta = \frac{M\ell}{GI_P}$
65) Momento de torsión de una barra cilíndrica	$M = \frac{\pi G R^4}{2} \frac{\phi}{\ell}$
66) Densidad de energía potencial por torsión	$w = \frac{E_P}{V} = \frac{M^2 r^2}{2GI_P^2}$
67) Esfuerzo tangencial en un cascarón cilíndrico	$\sigma_T = \frac{Pr}{h}$
68) Esfuerzo longitudinal en un cascarón cilíndrico	$\sigma_\ell = \frac{Pr}{2h}$
69) Esfuerzo tangencial por presión en una esfera	$\sigma_T = \frac{Pr}{2h}$
70) Momento en una flexión de una barra cilíndrica	$M = \frac{E}{R} I_P$
71) Ley general de Hooke	$\sigma_{ij} = \sum_{h\ell} C_{ijkl} \xi_{kl}$
72) Densidad media de una sustancia o cuerpo	$\rho = \frac{m}{V}$
72) Densidad local o puntual	$\rho = \frac{dm}{dV}$
73) Densidad aparente de una sustancia o cuerpo	$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_{aire} + m_r}{V_{aire} + V_r}$
74) Densidad real de una sustancia o cuerpo	$\rho_r = \frac{m_r}{V_r}$
75) Densidad relativa de A respecto de AB	$\rho_r = \frac{\rho_A}{\rho_B}$
76) Peso especifico medio de una sustancia o cuerpo	$\gamma = \frac{W}{V}$
77) Peso especifico local o puntual de una sustancia	$\gamma = \frac{dW}{dV}$

78) Relación entre densidad y peso específico	$\gamma = \rho g$
79) Presión de fuerza en un diferencial de área	$P = \frac{dF_N}{dS} = \frac{dF \cos \theta}{dS}$
80) Presión de fuerza en una superficie	$P = \frac{F_N}{S} = \frac{F \cos \theta}{S}$
81) Presión hidrostática en un líquido	$P_A = \rho g h$
82) Presión atmosférica en función de la altura "h"	$P = P_0 e^{-h/\alpha}$
83) Presión manométrica	$P_{\text{man}} = P_{\text{ab}} - P_{\text{atm}}$
84) Presión del vacío	$P_{\text{vac}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{ab}}$
85) Presión atmosférica en un manómetro	$P_{\text{man}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} = \gamma h$
86) Presión absoluta en un manómetro truncado	$P_{\text{abs}} = \rho_m g h$
87) Presión atmosférica en un cerrado parcialmente	$P_0 = \frac{\rho g (h - x)(\ell - x)}{x}$
88) Presión atmosférica en un tubo en un recipiente	$P_0 = \rho g \frac{(h - x)(L - x)}{x}$
89) Fuerza atmosférica sobre una superficie S_G	$F = P_0 S_G$
90) Principio fundamental de la hidrostática	$P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2 = \text{cte.}$
91) Prensa hidráulica con émbolos a la misma altura	$W = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F$
92) Empuje hidrostático en un fluido	$E = \gamma_F V_S = \rho_F g V_S$
93) Centro de flotación de un cuerpo sumergido	$\zeta = \frac{I_x}{\bar{y} A}$
94) Altura del metacentro de un cuerpo sumergido	$m = \frac{I_{\text{min}}}{V_S} - d$
95) Peso aparente de un cuerpo sumergido en un fluido	$W_{\text{ap}} = W - E$
96) Fuerza sobre un dique de una represa	$F = \frac{1}{2} \rho g \ell H^2$
97) Momento de fuerza sobre un dique de una represa	$M = \frac{1}{6} \rho g \ell H^3$
98) Altura a la que actúa la fuerza en el dique	$x = \frac{H}{3}$

99) Forma que adopta la superficie de un líquido en rotación	$y = \left(\frac{\omega^2}{2g}\right) x^2$
100) Aceleración horizontal de un móvil con un manómetro	$a = \left(\frac{2g}{\ell}\right) z$
101) Aceleración vertical de un ascensor con un manómetro	$a' = \frac{2gz}{h - 2z}$
102) Velocidad angular de rotación con un manómetro	$\omega = \frac{2}{\ell} \sqrt{gz}$
103) Aceleración de un ascensor con la maquina de Atwood	$a = \frac{(m_2 - m_1)(g + a')}{m_1 + m_2}$
104) Coeficiente de tensión superficial	$\gamma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{\ell}$
105) Coeficiente de tensión superficial (Método Tate)	$\gamma = \frac{m}{m'} \gamma'$
106) Coeficiente de tensión superficial (Método de Yong)	$\gamma = \frac{\Delta F}{2(2\pi R)}$
107) Coeficiente de tensión superficial (Método burbuja)	$\gamma = \frac{gR}{2} (\rho_m h_m - \rho h)$
108) Coeficiente de tensión superficial (Método jeringa)	$\gamma = \frac{2\eta L}{t} \left(\frac{r_0}{R}\right)^4$
109) Presión complementaria en una gota de líquido	$\Delta P = P - P' = \frac{2\gamma}{R}$
110) Presión complementaria en una burbuja con gas	$\Delta P = P - P' = \frac{4\gamma}{R}$
111) Fórmula de Laplace para la presión complementaria	$\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$
112) Relación para la composición de burbujas de jabón	$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$
113) Diferencia de presión entre dos burbujas conectadas	$\Delta P = 4\gamma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$
114) Relación de Young	$\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta$
115) Ecuación de Young-Dupre	$S = \gamma_{LV} (\cos \theta - 1)$

116) Altura de ascenso o descenso de un líquido en un capilar	$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$
117) Presión complementaria de vapor saturado de un líquido	$\Delta P_m = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho} \Delta P$
118) Caudal de un fluido a través de un tubo	$Q = A v$
119) Flujo másico de un fluido a través de una tubería	$F = \rho v A = \rho Q$
120) Fuerza de sustentación sobre un cuerpo en movimiento	$L = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_\ell$
121) Ecuación de continuidad para un fluido incompresible	$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$
122) Teorema de Bernoulli para un flujo de fluido	$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{cte.}$
123) Presión al interior de un fluido en reposo	$P_2 = P_0 + \rho g h$
124) Velocidad de salida de un fluido por un orificio	$v = \sqrt{2g h}$
125) Velocidad de un fluido en el tubo de Venturi	$v_2 = \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} A_1$
126) Caudal de un fluido en el tubo de Venturi	$Q = A_1 A_2 \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2}$
127) Velocidad de un gas en el tubo de Pitot	$v = \left(\frac{2 \rho_o g h}{\rho} \right)^{1/2}$
128) Velocidad de un fluido en el tubo de Prandtl	$v_o = \left[\frac{2g \ell (\rho_m - \rho)}{\rho} \right]^{1/2}$
129) Velocidad experimental de un fluido en un tubo	$v_o = C_v [2g \ell (\delta - 1)]^{1/2}$
130) Tiempo de vaciado de un depósito abierto	$t = \left[\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) \frac{2H}{g} \right]^{1/2}$
131) Esfuerzo cortante en una capa de fluido	$\frac{dF}{dA} = \eta \frac{dv}{dx}$
132) Coeficiente de viscosidad cinemática	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$
133) Medida del coeficiente de viscosidad dinámica	$\eta = \frac{2g(\rho_s - \rho_f) R^2 t}{9d}$

134) Velocidad angular de un disco rotante en un gas	$\omega = \omega_0 e^{-\pi\eta R^2 t/mh}$
135) Momento de un fluido entre dos cilindros coaxiales	$M = \frac{4\pi\eta\ell R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_2^2 - R_1^2}$
136) Ley de Poiseulli para un fluido viscoso	$\Delta P = \frac{8\eta\ell Q}{\pi R^4}$
137) Velocidad de descenso de un fluido en un capilar	$v = \frac{\rho g R^2}{8\eta} \text{sen } \theta$
138) Rapidez de paso de la masa de un gas por un capilar	$\frac{dm}{dt} = \frac{\pi M R^4}{16\eta R T \ell} (P^2 - P_0^2)$
139) Tiempo de descarga de un fluido viscoso por un capilar	$t_m = \frac{\ell n(2)}{C} = \ell n(2) t_C$
140) Ley de Stokes para un cuerpo que cae en un fluido	$f = 6\pi\eta R v$
141) Velocidad instantánea de un cuerpo que cae en un fluido	$v(t) = v_\ell (1 - e^{-kt/m})$
142) Velocidad límite de un cuerpo que cae en un fluido	$v_\ell = \frac{2g(\rho_s - \rho_f) R^2}{9\eta}$
143) Número de Reynolds	$R_e = \frac{D v \rho}{\eta}$
144) Número de Arquímedes	$A_r = \frac{gL^2 \rho_f (\rho - \rho_f)}{\eta^2}$
145) Número de Knudsen	$k_n = \frac{\lambda}{L} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 \rho L}$
146) Número de Mach	$M_a = \frac{v}{v_s}$
147) Número de Weber	$N_w = \frac{\rho v^2 L}{\gamma}$
148) Número de Strouhal	$S_t = \frac{\omega L}{v}$
149) Número de Grashoff	$G_r = \frac{g\beta(T_s - T_f)L^3}{\nu^2}$

150) Número de Froude	$F_r = \frac{v}{\sqrt{(\gamma / \rho)L}}$
151) Número de Eckert	$E_C = \frac{v^2}{c_p \Delta T}$
152) Número de Euler	$E_u = \frac{P(0) - P(1)}{\rho v^2 / 2}$
153) Número de Peclet	$P_e = R_e S_c = \frac{L v}{D}$
154) Número de Prandtl	$P_r = \frac{v}{\alpha} = \frac{C_p \mu}{k}$
155) Número de Rossby	$R_o = \frac{v}{f L}$
156) Recorrido libre medio de las reflexiones ondas	$\lambda = \frac{4V}{S}$
157) Frecuencia de oscilac. de un fluido en tubo abierto	$\omega_o = \left(\frac{2g}{\ell}\right)^{1/2}$
158) Frecuencia de oscilac. de un fluido en tubo semiabierto	$\omega_o = \left(\frac{2g}{\ell} + \frac{\gamma P_o}{\rho \ell H}\right)^{1/2}$
159) Presión al interior de una burbuja de un fluido ebullición	$P = P_o + \rho g h + P_e$
160) Número de moles de una sustancia o gas	$n = \frac{m}{M}$
161) Volumen molar de una sustancia o gas	$V_M = \frac{V}{n}$
162) Volumen específico de una sustancia o gas	$v = \frac{1}{\rho}$
163) Ley de Avogadro para un gas	$\frac{V}{n} = k = \text{cte.}$
164) La constante de Boltzman en gases	$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
165) Velocidad de difusión y efusión de un gas	$v = \left(\frac{3RT}{M}\right)^{1/2}$
166) Ley general de un gas ideal para un estado	$PV = nRT$

167) Ley de un gas ideal para dos estados	$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$
168) Ley de Dalton	$P = P_A + P_B$
169) Presión parcial de la k-ésima componente de la mezcla	$P_k = z_k P$
170) Concentración molar de la k-ésima componente	$z_k = \frac{m_k / M_k}{\sum_{k=1}^N (m_k / M_k)}$
171) Energía cinética media del movimiento de traslación	$\langle E_C \rangle = \frac{3}{2} kT$
172) Velocidad media de las moléculas de un gas	$\langle v \rangle = \left(\frac{8RT}{\pi M} \right)^{1/2}$
173) Velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas	$\langle v_C \rangle = \left(\frac{3RT}{M} \right)^{1/2}$
174) Ecuación fundamental de la teoría cinética gases	$PV = \frac{2}{3} E_C$
175) Interpretación molecular de la temperatura de un gas	$\frac{1}{2} m' \langle v_C \rangle^2 = \frac{3}{2} kT$
176) Difusión de dos gases en una pared porosa	$\frac{\langle v_{1,c} \rangle}{\langle v_{2,c} \rangle} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{1/2}$
177) Fórmula del efecto Knudsen	$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$
178) Ecuación de transformación adiabática de un gas	$PV^\chi = \text{cte.}$
179) Medida del exponente adiabático de un gas	$\chi = \frac{4mV_o}{r^4 P_o T^2}$
180) Presión en la bomba de vacío en el n-ésimo ciclo	$P_n = \left(\frac{V}{V + V_o} \right)^n P_o$
181) Porcentaje de variación de la presión en el depósito	$\eta = \left[1 - \left(\frac{V}{V + V_o} \right)^n \right] (100)$
182) Capacidad calorífica a volumen constante	$C_V = \frac{\gamma}{2} nR$
183) Capacidad calorífica a presión constante	$C_P = \left(1 + \frac{\gamma}{2} \right) nR$

184) Capacidad calorífica específica molar de un gas $V=cte.$	$c_V = \frac{C_V}{n} = \frac{\gamma}{2} R$
185) Capacidad calorífica específica molar de un gas $P=cte.$	$c_P = \frac{C_P}{n} = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) R$
186) Inercia térmica de un material de conductividad "k"	$I = (k\rho c_v)^{1/2}$
187) Función de distribución de velocidades de Maxwell	$f(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$
188) Número de moléculas según la distrib.. de Maxwell	$dN = f(v) dv$
189) Velocidad más probable según la distr. De Maxwell	$v_P = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$
190) Velocidad aritmética media del movimiento molecular	$\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} \approx 1,6 \sqrt{P V}$
191) Velocidad cuadrática media del movimiento molecular	$\bar{v}_c = \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$
193) Flujo molecular a través de una superficie de área "A"	$\Phi = \frac{N}{A t}$
194) Flujo total de incidencia molecular en una pared	$\Phi = N \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} = \frac{N \langle v \rangle}{4 V}$
196) Velocidad media de fuga de las moléculas por un agujero	$\Phi = \frac{1}{4} \frac{N \langle v \rangle}{V}$
197) Presión instantánea molecular sobre la pared	$P(t) = P_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle A}{V} t}$
198) Presión atmosférica según la altura sobre el nivel del mar	$P = P_0 e^{-mgz/kT}$
199) Concentración molecular según la altura	$n(z) = n_0 e^{-mgz/kT}$
200) Equipartición de la energía según los grados de libertad	$\langle E_C \rangle = \gamma \frac{kT}{2}$
201) Recorrido libre medio de las moléculas en un gas	$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_v}$
202) Frecuencia de colisiones entre moléculas en un gas	$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n_v \langle v \rangle$
203) Número medio de colisiones de las moléculas en un gas	$\langle f \rangle = \frac{1}{4} n_v \langle v \rangle$

204) Relaciones de presiones para dos estados del gas	$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\langle \lambda_2 \rangle}{\langle \lambda_1 \rangle}$
205) Ley de Fick en la difusión de un gas	$J = -D \frac{\partial n}{\partial x}$
206) Ecuación diferencial para la concentración molecular	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$
207) Ecuación diferencial del proceso de difusión	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$
208) Concentración molecular instantánea en el gas	$n(x, t) = \frac{m}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}$
209) Desplazamiento medio $\langle x \rangle$ de la partícula browniana	$\langle x \rangle = 0$
210) Cuadrado medio del desplazamiento $\langle x^2 \rangle$	$\langle x^2 \rangle = 2Dt$
211) Para partículas de forma esférica de radio "r"	$D = \frac{RT}{6\pi\eta r N_A}$
212) Fluctuación cuadrática media de una medida	$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle (C - \langle C \rangle)^2 \rangle$
213) factor de compresibilidad para un gas real	$z = \frac{V_m}{(V_m)_I} = \frac{PV_m}{RT}$
214) Ecuación de Wan der Waals	$\left(P + a \frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$
215) Coeficientes de ajuste en la ecuación de Wan der Waals	$a = \frac{27R^2 T_{cr}^2}{64P_{cr}} \quad \text{y} \quad b = \frac{RT_{cr}}{8P_{cr}}$
216) Humedad relativa del aire en porcentaje	$H_r = \left(\frac{P}{P_s}\right)(100\%)$
217) Ecuación de una escala de temperatura a $P = \text{cte.}$	$T = A\ell + B$
218) Ecuación de una escala de temperatura a $V = \text{cte.}$	$T = AP + B$
219) Transformación de escala centígrada-Kelvin	$^\circ\text{C} = \text{K} - 273$
220) Transformación de escalar centígrada-Fahrenheit	$^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (^\circ\text{F} - 32)$
221) Transformación de escala centígrada-Rankine	$^\circ\text{C} = \frac{5}{9} (^\circ\text{R} - 492)$

222) Transformación de escala Kelvin-Fahrenheit	$K = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32) + 273$
223) Transformación de escala Fahrenheit-Rankine	$^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{R} - 460$
224) Cambio de la resistencia eléctrica con la temperatura	$R = R_o(1 + AT + BT^2)$
225) Longitud final en dilatación lineal	$l = l_o[1 + \alpha(T - T_o)]$
226) Cambio en la longitud en dilatación lineal	$\Delta l = l - l_o = l_o \alpha (T - T_o) $
227) Coeficiente de dilatación lineal	$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta l / l}{\Delta T}$
228) Area de la superficie final en dilatación superficial	$A = A_o[1 + \gamma(T - T_o)]$
229) Cambio en el área en dilatación superficial	$\Delta A = A - A_o = A_o \alpha (T - T_o) $
230) Coeficiente de dilatación superficial	$\gamma = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta S / S}{\Delta T}$
231) Volumen final en dilatación volumétrica	$V = V_o[1 + \beta(T - T_o)]$
232) Cambio en el volumen en dilatación volumétrica	$\Delta V = V - V_o = V_o \beta (T - T_o) $
233) Coeficiente de dilatación volumétrica	$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V / V}{\Delta T}$
234) Relaciones entre los coeficientes " α ", " γ " y " β "	$\gamma = 2\alpha$, $\beta = 3\alpha$, $\beta = \frac{3}{2}\gamma$
235) Esfuerzo térmico en los extremos de una barra	$\frac{F}{A} = -E \alpha \Delta T$
236) Calor específico de una sustancia o cuerpo	$c_e = \frac{Q}{m(T - T_o)}$
237) Capacidad calorífica de una sustancia o cuerpo	$C = \frac{Q}{T - T_o}$
238) Relación entre calor específico y capacidad calorífica	$C = m c_e$
239) Cantidad de calor suministrada o sustraída	$Q = m c_e (T - T_o)$
240) Principio de conservación de energía en un calorímetro	Calor ganado = Calor perdido
241) Equivalente en agua de un calorímetro de masa m_C	$m_{H2O} = m_C c_{e,C}$
242) Calor latente de una sustancia	$L = \frac{Q}{m}$

243) Equivalente mecánico del calor	$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} \text{ o } 1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal}$
244) Difusividad térmica	$\alpha = \frac{k}{\rho c_e}$
245) Ecuación general de la conducción del calor	$\nabla^2 T + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
246) Ley de Fourier en la conducción del calor	$\vec{H} = -k \nabla T$
247) Medida de la conductividad térmica	$k = \frac{\rho V L_V d}{(T_A - T_B) A t}$
248) Resistencia térmica en aislamiento térmico	$R = \frac{d}{k}$
249) Flujo de calor estacionario en una pared compuesta	$H = \frac{Q}{A \tau} = \frac{\Delta T}{R_T}$
250) Temperatura en una placa sin fuente de calor	$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{d}\right)x + T_1$
251) Rapidez con que pasa el calor por la pared sin fuente	$\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{d/kA} = \frac{T_1 - T_2}{R}$
252) Temperatura en un tubo cilíndrico sin fuente de calor	$T(r) = \frac{T_2 - T_1}{\ln(b/a)} \ln(r/a) + T_1$
253) Rapidez con que pasa el calor en un tubo cilíndrico	$\frac{dQ/dt}{\ell} = \frac{T_1 - T_2}{\ln(b/a)/2\pi k}$
254) Temperatura en un cascarón esférico sin fuente de calor	$T(r) = \frac{(T_1 - T_2)ab}{(b-a)r} + \frac{T_2 b - T_1 a}{b-a}$
255) Rapidez con que pasa el calor en un cascarón esférico	$\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{(b-a)/4\pi k ab}$
256) Flujo de calor en un proceso de convección	$H = \frac{dQ}{A dt} = h(T_2 - T_1)$
257) Intensidad de energía en radiación	$R = \frac{E}{A.t}$
258) Intensidad de radiación según Steffan-Boltzmann	$R = e \sigma T^4$
259) Densidad volumétrica de energía de radiación	$\rho(v, T) = \frac{dw}{dv}$

260) Densidad de energía por unidad de área y tiempo	$dW = \frac{c}{4} \rho(v, T) dv$
261) Poder emisor de radiación según (ν) y (λ)	$r_\nu = \frac{dW}{d\nu}, r_\lambda = \frac{dW}{d\lambda}$
262) Relación entre r_ν y r_λ	$r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu$
263) Relación R_e y r_ν y r_λ	$R_e = \int_0^\infty r_\nu dv = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda$
264) Poder absorbente en radiación	$a_\nu = \frac{dW_{abs}}{dW_{inc}} \leq 1$
265) Ley de Kirchoff para emisión y absorción	$\frac{r_\nu}{a_\nu} = r_\nu^* = \frac{c}{4} \rho(v, T)$
266) Función de Kirchoff en radiación	$r_\nu^* = f(\nu, T) = \frac{c}{4} \rho(\nu, T)$
267) Emitancia energía según la ley de Kirchoff	$R_e = \int_0^\infty a_\nu r_\nu^* dv$
268) Relación entre R_e^* y $\rho(v, T)$ en radiación	$R_e^* = \frac{c}{4} \omega = \frac{c}{4} \int_0^\infty \rho(v, T) dv$
269) Desplazamiento de $r_{\nu, max}^*$ según la temperatura	$\nu_m = b_1 T$
270) Desplazamiento de Wien	$\lambda_m = \frac{b}{T}$
271) Fórmula de Wien	$r_\nu^* = \nu^3 \phi\left(\frac{\nu}{T}\right)$
272) Fórmula de Rayleigh-Jean	$r_\nu^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$
273) Fórmula de Planck para las energías	$\epsilon_o = h\nu$
274) Energía media de un oscilador de radiación	$\epsilon(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$
275) Fórmula de Planck par un cuerpo negro	$r_\nu = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$

276) Fórmula para el cálculo de la constante de Planck	$h = \left[\frac{2\pi^5 k^4}{15\sigma c^2} \right]^{1/3}$
277) Relación de P y V para un proceso poli trópico	$P V^n = C, \quad (n \in \mathbb{Q})$
278) Energía interna de un gas ideal	$U = \frac{\gamma}{2} \frac{m}{M} R T = \frac{\gamma}{2} n R T$
279) Variación de la energía interna de un gas ideal	$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{\gamma}{2} n \Delta T_{21}$
280) Entalpía o calor total de un gas ideal	$H = U + P V$
281) Trabajo realizado por (o sobre) el gas ideal	$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$
282) Primera ley de la termodinámica	$Q = W + \Delta U$
283) Calor en una expansión cuasiestática de un gas	$Q = H_2 - H_1 \Rightarrow Q = \Delta H$
284) Ecuación de Meyer	$C_P - C_V = R$
285) Exponente adiabático de un gas	$\chi = \frac{C_P}{C_V} = \frac{c_P}{c_V}$
286) Efecto térmico de una transformación	$E = Q' + W^*$
287) Trabajo en un proceso isobárico	$W_{1 \rightarrow 2} = P (V_2 - V_1)$
288) Cantidad de calor en un proceso isobárico	$Q = C_P (T_2 - T_1)$
289) Cambio de la energía interna proceso isobárico	$\Delta U = U_2 - U_1 = C_V (T_2 - T_1)$
290) Capacidad calorífica molar a presión constante	$C_P = \frac{\chi R}{\chi - 1}$
291) Ley de Charles	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
292) Cantidad de calor en un proceso isocorico	$Q = C_V (T_2 - T_1)$
293) Cambio de la energía interna proceso isocorico	$\Delta U = Q$
294) Capacidad calorífica molar a volumen constante	$C_V = \frac{R}{\chi - 1}$
295) Ley de Gay-Lussac	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

296) Trabajo en un proceso isotérmico	$W = \frac{m}{M} RT \ell \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
297) Cantidad de calor en un proceso isotérmico	$Q = W$
298) Capacidad calorífica a temperatura constante	$C_T = \infty$
299) Ley de Boyle-Mariotte	$P_1 V_1 = P_2 V_2$
300) Trabajo en un proceso adiabático	$W = \frac{P_1 \cdot V_1}{\chi - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$
301) Cambio de la energía interna en proceso adiabático	$W = -\Delta U$
302) Ecuación de proceso adiabático	$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\chi \quad \text{ó} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}$
303) Cambio de la energía interna proceso politrópico	$\Delta U = C_V (T_2 - T_1)$
304) Cantidad de calor en un proceso politrópico	$Q = C(T_2 - T_1)$
305) Cambio de la entalpía en un proceso politrópico	$\Delta H = C_P (T_2 - T_1)$
306) Capacidad calorífica en un proceso politrópico	$C = \frac{R(n - \chi)}{(\chi - 1)(n - 1)}$
307) Exponente politrópico de un gas ideal	$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$
308) Ecuación de proceso politrópico	$P_1 (T_1)^{n/(1-n)} = P_2 (T_2)^{n/(1-n)}$
309) Trabajo en un proceso politrópico	$W = \frac{m}{M} \frac{R T_1}{n - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(n-1)/n}\right]$
310) Rendimiento térmico en el ciclo de Carnot	$\eta_C = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
311) Rendimiento de una máquina térmica	$\eta = \frac{W}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
312) Rendimiento del ciclo de Otto	$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\chi-1}}$
313) Rendimiento del ciclo Diesel	$\eta = 1 - \frac{\beta^\chi - 1}{\chi \alpha^{\chi-1} (\beta - 1)}$
314) Rendimiento del ciclo de Trinkler-Sabathe	$\eta = 1 - \frac{\lambda \beta \chi - 1}{\alpha^{\chi-1} [(\lambda - 1) + \chi \lambda (\beta - 1)]}$

315) Rendimiento en los ciclos de turbina de gas	$\eta = 1 - \frac{\gamma^\chi}{\chi - 1}$
316) Ciclo de combustión a volumen constante	$\eta = 1 - \frac{\chi(\lambda^{1/\chi} - 1)}{(\lambda - 1)\gamma^{(\chi-1)/\chi}}$
317) Conservación de la energía en refrigeradores	$ Q_C = Q_F + W $
318) Coeficiente de rendimiento en refrigeradores	$\zeta = \frac{ Q_F }{ W } = \frac{ Q_F }{ Q_C - Q_F }$
319) El refrigerador de Carnot	$\zeta = \frac{T_F}{T_C - T_F}$
320) Coeficiente de performance en una bomba de calor	$\zeta = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_F + W}{W}$
321) Cambio de la entropía de un sistema (gas)	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$
322) Calor reducido en una transformación isotérmica	$Q^* = \frac{Q}{T}$
323) Energía libre de un sistema termodinámico	$F = U - TS$
324) Efecto Joule-Thompson que experimenta un gas	$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p} [T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V]$
325) Ecuación diferencial del movimiento ondulatorio	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$
326) Principio de superposición de ondas	$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad y \quad \vec{A} = \sum_{i=1}^n \vec{A}_i$
327) Ecuación de una onda sinusoidal	$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0 \right)$
328) Representación compleja de una onda	$y(x, t) = A e^{i(kx \mp \omega t + \phi_0)}$
329) Fase de una onda sinusoidal	$\Phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0 \right)$
330) Vector de onda de una onda sinusoidal	$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{u}$
331) Frecuencia cíclica de una onda sinusoidal	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

332) Relaciones entre v , T , ω , λ y f	$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$
333) Velocidad de una partícula en una onda senoidal	$v_y = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t)$
334) Velocidad máxima de la partícula	$v_{y, \max} = \pm \omega A$
335) Aceleración de una partícula en una onda senoidal	$a_y = \mp \omega^2 A \sin(kx \pm \omega t)$
336) Densidad de energía en movimiento ondulatorio	$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$
337) Potencia media en el movimiento ondulatorio	$P_m = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2$
338) Intensidad de energía en el movimiento ondulatorio	$I = \frac{P_m}{S} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$
339) Relación entre las amplitudes de las ondas de P y D	$\mathcal{P}_o = \rho_o v \omega A$
340) Velocidad ondas transversales en una barra	$v = \left(\frac{G}{\rho}\right)^{1/2}$
341) Velocidad ondas longitudinales en una barra	$v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$
342) Velocidad de las ondas transversales en una cuerda	$v = \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{1/2}$
343) Velocidad de las ondas en un resorte deformado	$v = \left(\frac{K}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{kL}{\mu}\right)^{1/2}$
344) Velocidad de las ondas superficiales en líquido	$v = \left[\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}\right) \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda}\right]^{1/2}$
345) Ecuación de una onda estacionaria en una cuerda	$y = 2A \sin kx \cos \omega t$
346) Longitud de una onda estacionaria en una cuerda	$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
347) Frecuencia de una onda estacionaria en una cuerda	$f_n = \frac{n}{2\ell} \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
348) Ecuación diferencial de una onda esférica	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial y}{\partial r}\right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$
349) Ecuación de presión de una onda esférica	$P - P_o = \frac{1}{r} f(r \mp vt)$

350) Velocidad de propagación de onda esférica	$v = \left(\frac{\kappa}{\rho_0}\right)^{1/2}$
351) Ecuación de presión de una onda esférica armónica	$P = P_0 + (\mathcal{P}_0/r) \sin(kr - \omega t)$
352) Densidad de energía de una onda esférica	$w = P_0 / 2v^2 \rho_0 r^2$
353) Flujo de energía a través de una superficie esférica	$P_m = 2\pi P_0^2 / \rho_0 v$
354) Intensidad de energía de una onda esférica	$I = P_0 / 2v \rho_0 r^2$
355) Velocidad de propagación del sonido en un sólido	$v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$
356) Velocidad de propagación del sonido en un líquido	$v = \left(\frac{B}{\rho}\right)^{1/2}$
357) Velocidad de propagación del sonido en un gas	$v = \left(\frac{\gamma R T}{M}\right)^{1/2}$
358) Velocidad del sonido en función de la temperatura	$v_S = v_0 + \beta T$
359) Intensidad del sonido	$I = \frac{P}{4\pi r^2}$
360) Intensidad del sonido en un medio isótropo	$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$
• 361) Intensidad del sonido en función de la amplitud	$I = \frac{P_0^2}{2\rho v}$
362) Nivel de referencia de intensidad de sonido	$\beta_I = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right)$
363) Densidad de energía de una onda sonora	$w = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$
364) Flujo de energía de una onda sonora	$\Phi = w v S$
365) Relación de E y B para una onda electromagnética	$E = c B \quad (c=3\cdot 10^8 \text{ m/s})$
366) Velocidad de propagación de una O.E. en el vacío	$c = \lambda \cdot f = 3\cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
367) Velocidad de propagación de una O.E. en medio	$v = \lambda f$
368) Velocidad de la luz en el vacío	$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 3\cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- 369) Ecuación para el campo eléctrico en el vacío $\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$
- 370) Ecuación para la intensidad de campo magnético $\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$
- 371) Densidad de energía electromagnética en vacío $w = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2$
- 372) Energía del campo electromagnético en el vacío $W = \int_V \epsilon \epsilon_0 E^2 dV = \int_V \mu \mu_0 H^2 dV$
- 373) Vector de Poynting $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$
- 374) Presión de radiación electromagnética $P_r = \epsilon \epsilon_0 E^2 \cos^2 \theta$
- 375) Presión media de radiación electromagnética $P_{r,m} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$
- 376) Momento dipolar en la radiación electromagnética $\vec{p}_e = \vec{p}_0 \sin \omega t$
- 377) Campo eléctrico en la radiación electromagnética $\vec{E}(t) = -\frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \times \vec{r} \sin(kr - \omega t)$
- 378) Campo magnético en la radiación electromagnética $\vec{H}(t) = -\frac{\omega^2}{4\pi c r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \sin(kr - \omega t)$
- 379) Intensidad de energía en la radiación electromagnét. $I = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2}$
- 380) Potencia media de emisión del dipolo magnético $P_m = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c}$
- 381) Potencia instantánea de radiación de un dipolo $P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 \ddot{\vec{p}}^2}{3c^3}$
- 382) Potencia de emisión de una carga puntual "q" $P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2q^2 a^2}{3c^2}$
- 383) Potencia media de las oscilaciones armónicas $P_m = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q^2 \omega^4 A_0^2}{3c^3}$
- 384) Intensidad de energía radiada por la carga "q" $I = \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 c^3 \epsilon_0 r^2}$
- 385) Energía de las oscilaciones de un electrón $W = \frac{1}{2} m_e \omega^2 A_0^2$

- 386) Amplitud de las oscilaciones del electrón $A = A_0 e^{-\beta t}$
- 387) Tiempo de relajación de las oscilaciones amortiguadas. $\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{12\pi\epsilon_0 c^3 m_e}{e^2 \omega^2}$
- 388) Potencia de una antena radio emisora $P = \frac{I_0^2 \omega^2 z_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^2}$
- 389) Resistencia de radiación de la antena $R = \frac{\omega^2 z_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{z_0}{\lambda}\right)^2$
- 390) Momento dipolar magnético $\vec{m} = \vec{m}_0 \sin \omega t$
- 391) Intensidad de energía de dipolo magnético $I = \frac{m_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^6 r^2}$
- 392) Potencia media de emisión del dipolo eléctrico $P_m = \frac{m_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^5}$
- 393) Potencia instantánea de radiación de un dipolo $P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 \ddot{\vec{m}}^2}{3 c^5}$
- 394) Potencia media de radiación de un e^- en un átomo $P_m = \frac{(e/2m_e)^2 L^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^5}$
- 395) Ley de reflexión de la luz en una superficie $\theta_i = \theta_r$
- 396) Ley de refracción de la luz en una superficie $n_i \sin \theta_i = n_R \sin \theta_R$
- 397) Índice de refracción de una sustancia $n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$
- 398) Ecuación para los índices de refracción $\frac{n_i}{n_R} = \frac{v_i}{v_R}$
- 399) Ángulo crítico para la reflexión $\theta_C = \sin^{-1}\left(\frac{n_R}{n_i}\right)$
- 400) Índice de refracción de un prisma $n = \frac{\sin[(\delta_{\min} + A) / 2]}{\sin(A / 2)}$
- 401) Frecuencia en el efecto Doppler acústico $f = \frac{f_0}{1 + (v_1 \cos \theta / v)}$
- 402) Frecuencia en el efecto Doppler electromagnético $f = f_0 \frac{[1 - (v/c)^2]^{1/2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$

CONSTANTES FISICAS UNIVERSALES

Magnitud	Símbolo	Valor
01. Unidad masa atómica	1 u.m.a	$1,6605655(86) \cdot 10^{-27}$ kg
02. Carga elemental	e	$1,6021892(46) \cdot 10^{-19}$ C
03. Carga específica electrón	e/m_e	$1,7588047(49) \cdot 10^{-11}$ C/kg
04. Longitud onda Compton (n)	$\lambda_{C, n} = h/(m_n c)$	$1,3195909(22) \cdot 10^{-15}$ m
05. Longitud onda Compton (p)	$\lambda_{C, p} = h/(m_p c)$	$1,3214099(22) \cdot 10^{-15}$ m
06. Longitud onda Compton (e)	$\lambda_{C, e} = h/(m_e c)$	$2,4263089(40) \cdot 10^{-12}$ m
07. Magnetón de Bhor	$\mu_B = eh/2m$	$9,274078(36) \cdot 10^{-24}$ J/T
08. Magnetón Nuclear	$\mu_n = eh/2m_p$	$5,050824(20) \cdot 10^{-27}$ J/T
09. Momento magnético protón	μ_p	$1,410617(55) \cdot 10^{-26}$ J/T
10. Momento magnético electrón	μ_e	$9,284832(36) \cdot 10^{-24}$ J/T
11. Masa en reposo del neutrón	m_n	$1,6749543(86) \cdot 10^{-27}$ kg
12. Masa en reposo del protón	m_p	$1,6726485(86) \cdot 10^{-27}$ kg
13. Masa en reposo del electrón	m_e	$0,9109534(47) \cdot 10^{-30}$ kg
14. Volumen de 1 mol gas perfecto	$V_o = RT_o/P_o$	$0,02241383(70)$ m ³ /mol
15. Constante de Boltzman	$K = R/N_A$	$1,380662(44) \cdot 10^{-23}$ J/K
16. Constante universal gases	R	$8,31441(26)$ J/mol·K
17. Constante de gravitación	G	$6,672(41) \cdot 10^{-11}$ N·m ² /kg ²
18. Constante de Planck	\hbar	$6,6266176(36) \cdot 10^{-34}$ J/Hz
19. Constante de radiación primera	$c_1 = 2\pi h c^2$	$3,741832(20) \cdot 10^{-16}$ W·m ²
20. Constante de radiación segunda	$c_2 = hc/k$	$0,01438786(45)$ m·K
21. Constante de Stefan-Boltzman	$\sigma = \pi^2 k^4 / 60 h^3 c^2$	$5,6703(71) \cdot 10^{-8}$ W/m ² ·K ⁴
22. Constante de estructura fina	$\alpha = \mu_o c e^2 / 2h$	$0,0072973506(60)$
23. Constante de Faraday	$F = N_A e$	$9,648456(27) \cdot 10^4$ C/mol
24. Constante eléctrica	$\epsilon_o = 1/(\mu_o c^2)$	$8,85418782(7) \cdot 10^{-12}$ F/m
25. Radio de Bhor	$a_o = \alpha / (4\pi R_\infty)$	$0,52917706(44) \cdot 10^{-10}$ m
26. Radio clásico del electrón	$R_o = \mu_o e^2 / 4\pi m_e$	$2,8179380(70) \cdot 10^{-15}$ m
27. Velocidad de la luz en el vacío	c	$299792458(1,2)$ m/s
28. Aceleración de caída libre	g	$9,80665$ m/s ²
29. Número de Avogadro	N_A	$6,022045(31) \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
30. Energía en reposo neutrón	$m_n c^2$	$939,5731(27)$ MeV
31. Energía en reposo protón	$M_p c^2$	$938,2796(27)$ MeV
32. Energía en reposo electrón	$M_e c^2$	$0,5110034(14)$ MeV
33. Constante magnética	μ_o	$12,5663706144$ H/m
34. Constante de Rydberg	$R_\infty = \mu_o^2 m_e c^3 e^4 / 8h^3$	$1,097373177(83) \cdot 10^7$ m ⁻¹
35. Cuanto de flujo magnético	$\Phi_o = h/2e$	$2,0678506(54) \cdot 10^{-15}$ Wb

RED DE UNIVERSIDADES DE LA UNASUR

FISICA II



3078

PROBLEMAS

Vol. 2

REGULO SABRERA ALVARADO





Tercera Edición, Febrero 2017

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N° 2016-0054 (Ley N° 26905/D.S. N°017-98-ED)

R.U.C N° 20537993442

ISBN : 977-614-4002-11-6

Area : Superior

Diseño de carátula

© Departamento de Edición y Producción ASM

FISICA II 3078 PROBLEMAS

Derechos Reservados / Decreto Ley 822

Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, su tratamiento informático la transmisión por ninguna forma ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos sin permiso previo y por escrito de los titulares de Copyright.

**RED DE UNIVERSIDADES
DE LA UNASUR**

FISICA II

3078

PROBLEMAS



Colección Tesla

Régulo A. Sabrera Alvarado
Catedrático de Física, Matemática
Computación y SocioFísica



Dedicatoria



*A la juventud estudiosa
y trabajadora, que con
sus ideas y acciones innovadoras
transforman
a diario el mundo*



PROLOGO

Este libro ha sido escrito pensando en hacer de él un libro de problemas para el desarrollo del curso de Física II a nivel superior. El presente libro contiene los siguientes temas: oscilaciones, elasticidad, hidrostática, tensión superficial y capilaridad, hidrodinámica, calor y temperatura, teoría cinética de gases, termodinámica, ondas y sonido. El enunciado y la solución de los problemas se realizan en su mayoría en el Sistema Internacional y a la luz de los avances de la ciencia contemporánea. La intención del autor es la de ofrecer al estudiante una oportunidad para aumentar su comprensión, apreciación y aplicación de las leyes y principios de la teoría de la mecánica de fluidos, el calor y la termodinámica, a través de la solución de una buena cantidad de problemas que le permitan consolidar estos conceptos teóricos, que lo conforman.

Dado que la duración del dictado y desarrollo del curso de Física II es de 16 semanas el contenido de este texto se ha distribuido para desarrollarlo en 16 semanas. De otro lado, la obra está dividida en la forma que el autor cree que es la más conveniente, es decir, los **3078** problemas propuestos que se presentan, se han seleccionado cuidadosamente y organizado de una manera gradual, según su grado de dificultad. Al final del libro se presenta un apéndice que contiene equivalencias, constantes físicas, factores de conversión, prefijos del sistema internacional (S.I.), un formulario completo del curso de Física II,...etc.

El objetivo de éste trabajo, que es resultado de la experiencia del autor de haber dictado por muchos años en las aulas universitarias, el curso de Física II en las diferentes Facultades de Ingeniería, tales como Ingeniería Eléctrica, Electrónica, Civil, Química, Industrial, Sistemas, Telecomunicaciones, etc..es la de servir a la juventud estudiosa, progresista, innovadora y con ansias de superación, que en la actualidad siguen estudios en alguna especialidad de Ciencias ó Ingenierías en las diferentes Universidades Estatales ó Privadas de la Red de Universidades de la **UNASUR (R.U.U)**, y que entusiastamente acometen la transformación que requiere con urgencia nuestras sociedades.

Finalmente, quiero expresar mi mayor agradecimiento a todas aquellas personas que colaboraron con entusiasmo y dedicación en la edición del presente trabajo, especialmente a la Srta. Karen Lara Torres, quién, se encargo de la digitación, diseño y diagramación del texto. Desde ya, me comprometo a superarme y hacer todo lo necesario para mejorar las futuras ediciones.

 Régulo A. Sabrera A.
Autor

CONTENIDO

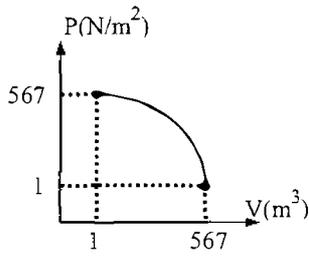
			Página
<u>Cap.01</u>	481	problemas de Oscilaciones	(007)
<u>Cap.02</u>	209	problemas de Elasticidad	(148)
<u>Cap.03</u>	451	problemas de Hidrostática	(213)
<u>Cap.04</u>	100	problemas de Capilaridad	(267)
<u>Cap.05</u>	320	problemas de Hidrodinámica	(406)
<u>Cap.06</u>	326	problemas de Cinética de Gases	(520)
<u>Cap.07</u>	481	problemas de Calor y Temperatura	(612)
<u>Cap.08</u>	505	problemas de Termodinámica	(753)
<u>Cap.09</u>	205	problemas de Ondas y Sonido	(840)
Apéndice			(942)

- a) $1,28 \times 10^3$ b) $1,08 \times 10^3$ c) $1,48 \times 10^3$ d) $1,68 \times 10^3$ e) $1,98 \times 10^3$

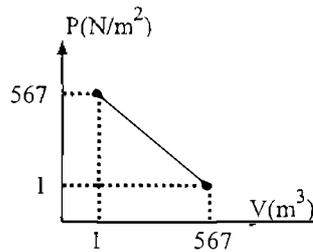
16. ¿Cuántas veces pesará más el aire que llena un local en invierno (7°C) que el que lo llena en verano (37°C)? La presión es la misma.

- a) 1,1 veces b) 1,3 veces c) 1,5 veces d) 1,7 veces e) 1,9 veces

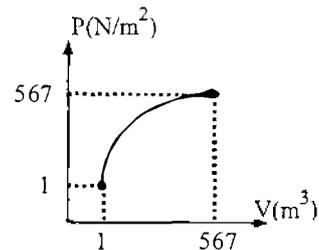
17. Trazar la isoterma de 0,5 g de hidrógeno a la temperatura de 0°C . ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)



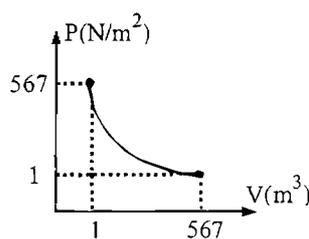
a)



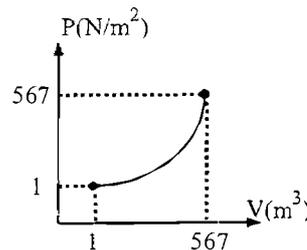
b)



c)



d)



e)

18. ¿Qué cantidad de moles habrá en una botella de 10 m^3 de capacidad a la presión de 720 mmHg y a la temperatura de 17°C ? ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 318 moles b) 398 moles c) 358 moles d) 378 moles e) 338 moles

19. Un recipiente A de capacidad $V_1 = 3 \text{ lt}$ está lleno de gas a la presión $P_1 = 2 \text{ atm}$. Otro recipiente B, de capacidad $V_2 = 4 \text{ lt}$, está lleno de éste mismo gas a la presión $P_2 = 1 \text{ atm}$ ambos recipientes están a la misma temperatura, ¿A qué presión se encontrará el gas si los recipientes A y B se unen entre si por medio de un tubo?

- a) $3/2 \text{ atm}$ b) $5/3 \text{ atm}$ c) $7/5 \text{ atm}$ d) $9/4 \text{ atm}$ e) $10/7 \text{ atm}$

20. En un recipiente cerrado hay una cantidad de agua que ocupa la mitad de su capacidad. Hallar la presión del vapor de está agua a la temperatura de 400°C , sabiendo que a esta temperatura total el agua se convierte en vapor. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M = 10^6$)

- a) 135 MPa b) 145 MPa c) 155 MPa d) 165 MPa e) 175 MPa

21. En un recipiente hay 14 g de nitrógeno y 9 g e hidrógeno a la temperatura de 10°C y a la presión de 10^6 N/m^2 . Hallar la masa de una molécula kilogramo de la mezcla. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1,6 g/mol b) 2,6 g/mol c) 3,6 g/mol d) 4,6 g/mol e) 5,6 g/mol

22. En un recipiente hay 14 g de nitrógeno y 9 g de hidrógeno a la temperatura de 10°C y a la presión de 10^6 N/m^2 . Hallar la capacidad del recipiente. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) $11\,150 \text{ cm}^3$ b) $11\,350 \text{ cm}^3$ c) $11\,550 \text{ cm}^3$ d) $11\,750 \text{ cm}^3$ e) 11950 cm^3
23. En un recipiente hay una mezcla de 10 g de anhídrido carbónico (CO_2) y 15 g de nitrógeno. Hallar la densidad de la mezcla a 27°C de temperatura y a $1,5\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ de presión. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) $1,85 \text{ kg/m}^3$ b) $1,88 \text{ kg/m}^3$ c) $1,91 \text{ kg/m}^3$ d) $1,94 \text{ kg/m}^3$ e) $1,97 \text{ kg/m}^3$
24. En un recipiente cerrado lleno de aire se inyecta éter dietílico ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OC}_2\text{H}_5$). El aire se encuentra en C.N. Cuando se volatilizó todo el éter la presión dentro del recipiente se hizo igual a $1\,050 \text{ mmHg}$, ¿Qué cantidad de éter se inyectó en el recipiente? La capacidad de éste último es $V=2 \text{ lt}$. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) $2,07 \text{ g}$ b) $2,27 \text{ g}$ c) $2,47 \text{ g}$ d) $2,67 \text{ g}$ e) $2,87 \text{ g}$
25. ¿Cuántas partículas hay en 16 g de oxígeno disociado en un 50 %? ($N_A=6,02\cdot 10^{23}$)
- a) $1,52\cdot 10^{23}$ b) $2,52\cdot 10^{23}$ c) $3,52\cdot 10^{23}$ d) $4,52\cdot 10^{23}$ e) $5,52\cdot 10^{23}$
26. Halle la velocidad cuadrática de las moléculas de aire a la temperatura de 17°C , considérandolo como un gas homogéneo cuya molécula-kilogramo tiene una masa igual a $M=29 \text{ kg/kmol}$. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 300 m/s b) 350 m/s c) 400 m/s d) 450 m/s e) 500 m/s
27. Hallar la razón entre las velocidades cuadráticas medias de las moléculas de helio y de nitrógeno a iguales temperaturas.
- a) $2,05$ b) $2,25$ c) $2,45$ d) $2,65$ e) $2,85$
28. ¿A qué altura la densidad del aire será igual a un 50 % de la que tiene al nivel del mar. Considérese que la temperatura es constante e igual a 0°C ? ($M=29$; $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) $5,02 \text{ km}$ b) $5,22 \text{ km}$ c) $5,42 \text{ km}$ d) $5,62 \text{ km}$ e) $5,82 \text{ km}$
29. Hallar la energía del movimiento de rotación de las moléculas que hay en 1 kg de nitrógeno a la temperatura de 7°C . ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $k=10^3$)
- a) 81 kJ b) 83 kJ c) 85 kJ d) 87 kJ e) 89 kJ
30. La energía cinética del movimiento de traslación de las moléculas de nitrógeno que se encuentran en una botella de $0,02 \text{ m}^3$ de capacidad es igual a $5\cdot 10^3 \text{ J}$ y la velocidad cuadrática media de estas moléculas igual a $2\cdot 10^3 \text{ m/s}$. Hallar la masa de nitrógeno que hay en la botella.
- a) $1,0 \text{ g}$ b) $1,5 \text{ g}$ c) $2,0 \text{ g}$ d) $2,5 \text{ g}$ e) $3,0 \text{ g}$

31. La energía cinética del movimiento de traslación de las moléculas de nitrógeno que se encuentran en una botella de $0,02 \text{ m}^3$ de capacidad es igual a $5 \cdot 10^3 \text{ J}$ y la velocidad cuadrática media de estas moléculas igual a $2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$. Hallar la presión a la que se encuentra el nitrógeno. ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 1,05 atm b) 1,25 atm c) 1,45 atm d) 1,65 atm e) 1,85 atm
32. ¿Cuántas moléculas de gas diatómico ocuparán el volumen $V = 10 \text{ cm}^3$ a la presión $P = 40 \text{ mmHg}$ si la temperatura es $T = 27^\circ \text{C}$? ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$)
- a) $1,39 \cdot 10^{19}$ b) $2,39 \cdot 10^{19}$ c) $3,39 \cdot 10^{19}$ d) $4,39 \cdot 10^{19}$ e) $5,39 \cdot 10^{19}$
33. Hallar el calor específico (en $\text{J/kg} \cdot \text{K}$) del oxígeno a volumen constante ($V = \text{cte.}$) ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)
- a) 500 b) 550 c) 600 d) 650 e) 700
34. Hallar el calor específico (en $\text{J/kg} \cdot \text{K}$) del oxígeno a presión constante ($P = \text{cte.}$) ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)
- a) 900 b) 910 c) 920 d) 930 e) 940
35. Hallar la razón $c_p/c_v = ?$ entre el calor específico a presión constante " c_p " y el calor específico a volumen constante (c_v) para el oxígeno.
- a) 1,2 b) 1,4 c) 1,6 d) 1,8 e) 2,0
36. Para cierto gas diatómico el calor específico a presión constante es $3,5 \text{ cal/g} \cdot \text{K}$. Hallar la masa de una molécula-kilogramo de este gas. ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$; $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)
- a) 1,11 g/mol b) 1,33 g/mol c) 1,55 g/mol d) 1,77 g/mol e) 1,99 g/mol
37. Hallar el calor específicos (en $\text{J/kg} \cdot ^\circ \text{C}$) a volumen constante (c_v) de un gas diatómico cuya densidad en (C.N.) es $1,43 \text{ kg/m}^3$. ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $P_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 617 b) 627 c) 637 d) 647 e) 657
38. Hallar el calor específico (en $\text{J/kg} \cdot ^\circ \text{C}$) a presión constante (c_p) de un gas diatómico cuya densidad en condiciones normales es $1,43 \text{ kg/m}^3$? ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $P_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 906 b) 916 c) 926 d) 936 e) 946
39. Hallar el calor específico (en $\text{J/kg} \cdot ^\circ \text{C}$) del vapor de yodo sabiendo que su grado de disociación es igual al 50 %. La masa de una molécula-kilogramo de yodo I_2 es igual a 254 kg/kmol . ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)
- a) 131 b) 133 c) 135 d) 137 e) 139
40. Un gramo-mol de oxígeno a 1 atm y 0°C ocupa un volumen macroscópico de $22,415 \text{ lt}$. Si se supone que cada molécula de oxígeno es una esfera de radio 10^{-8} cm . Hallar el volumen que ocupan realmente las moléculas del oxígeno. ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

- a) $1,0 \text{ cm}^3$ b) $1,5 \text{ cm}^3$ c) $2,0 \text{ cm}^3$ d) $2,5 \text{ cm}^3$ e) $3,0 \text{ cm}^3$

41. Un gas ideal de masa 12 g ocupa un volumen de 12 lt a 27°C y a la presión atmosférica normal. Hallar el porcentaje en que disminuye su presión cuando la temperatura es de 67°C y el volumen de 18 lt .
- a) 20% b) 22% c) 24% d) 26% e) 28%
42. Un gas ideal de masa 12 g ocupa un volumen de 12 lt a 27°C y a la presión atmosférica normal. Hallar la masa de un kilogramo-molecular del gas. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) $24,0 \text{ g/mol}$ b) $24,2 \text{ g/mol}$ c) $24,4 \text{ g/mol}$ d) $24,6 \text{ g/mol}$ e) $24,8 \text{ g/mol}$
43. De un tanque de volumen 40 lt , que se encuentra a la presión de 20 atm , y temperatura de 35°C se extrae oxígeno hasta que la temperatura desciende a 12°C y la presión a 10 atm . Hallar la masa de oxígeno extraída del tanque. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 407 g b) 427 g c) 447 g d) 467 g e) 487 g
44. Se comprime cierto gas de volumen 2 lt , que está a una presión de 1 atm , y una temperatura de -25°C hasta un volumen de $0,5 \text{ lt}$. Hallar el número de moléculas existentes en el gas. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $N_A=6,023\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)
- a) $1\cdot 10^{22}$ b) $2\cdot 10^{22}$ c) $4\cdot 10^{22}$ d) $6\cdot 10^{22}$ e) $8\cdot 10^{22}$
45. Un tanque de acero de gran tamaño contiene dióxido de carbono a 20°F y 10 atm de presión. Si el CO_2 se calienta hasta 200°F , hallar la nueva presión en el tanque.
- a) $13,15 \text{ atm}$ b) $13,35 \text{ atm}$ c) $13,55 \text{ atm}$ d) $13,75 \text{ atm}$ e) $13,95 \text{ atm}$
46. La masa kilogramo-molecular equivalente del aire es $28,97 \text{ kg/kmol}$. ¿Cuántos gramos de aire se requieren para elevar la presión manométrica de una llanta de volumen 6 lt desde 0 hasta $2,172\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, si la temperatura es de 0°C ? ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) $24,0 \text{ g}$ b) $24,2 \text{ g}$ c) $24,4 \text{ g}$ d) $24,6 \text{ g}$ e) $24,8 \text{ g}$
47. Durante el tiempo de $\Delta t=1 \text{ s}$ contra la pared de un recipiente de área $A=2 \text{ cm}^2$ chocan $n=10^{23}$ moléculas de hidrógeno (H_2) de masa $3,32\cdot 10^{-24} \text{ g}$ cada una, formando un ángulo de $\theta=45^\circ$ con la normal a la pared, y moviéndose con una rapidez de $v=1\,000 \text{ m/s}$. Hallar la presión ejercida sobre la pared, si los choques son perfectamente elásticos.
- a) $1,35 \text{ kPa}$ b) $2,35 \text{ kPa}$ c) $3,35 \text{ kPa}$ d) $4,35 \text{ kPa}$ e) $5,35 \text{ kPa}$
48. Una llanta de volumen $V_1=15\cdot 10^3 \text{ cm}^3$ contiene aire a la presión manométrica de $P_1=4\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, y a la temperatura de $T_1=0^\circ\text{C}$. Hallar la presión manométrica del aire al interior de la llanta, cuando su temperatura sube a $T_2=27^\circ\text{C}$ y su volumen aumenta a $V_2=16\cdot 10^3 \text{ cm}^3$. ($P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

- a) 4,1 atm b) 4,3 atm c) 4,5 atm d) 4,7 atm e) 4,9 atm
49. Hallar el valor medio de la energía cinética de las moléculas de un gas ideal a 127°C . ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $k = 1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)
- a) $7,1\cdot 10^{-21} \text{ J}$ b) $7,4\cdot 10^{-21} \text{ J}$ c) $7,7\cdot 10^{-21} \text{ J}$ d) $8,0\cdot 10^{-21} \text{ J}$ e) $8,3\cdot 10^{-21} \text{ J}$
50. Demostrar que la energía cinética media de una molécula de un gas ideal, viene dado por: $\langle E_C \rangle = 3kT/2$, siendo "k" la constante de Boltzman y "T" la temperatura absoluta
51. En un instante dado se observa que en un mol de gas hay 4800 moléculas con velocidades comprendidas entre 495 m/s y 505 m/s. Hallar la función de distribución de velocidades a la velocidad de $v = 500 \text{ m/s}$.
- a) 400 moléculas/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ b) 420 moléculas/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ c) 440 moléculas/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
d) 460 moléculas/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ e) 480 moléculas/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
52. La función de distribución para cierto sistema de partículas es: $f(v) = v(500 - v)$ partículas/(m/s), donde "v" está comprendida entre 0 m/s y 500 m/s; y la masa de cada partícula es $m = 2\cdot 10^{-12} \text{ kg}$. Hallar la velocidad media de cada partícula.
- a) 150 m/s b) 200 m/s c) 250 m/s d) 300 m/s e) 350 m/s
53. La función de distribución para cierto sistema de partículas es: $f(v) = v(500 - v)$ partículas/(m/s), donde "v" está comprendida entre 0 m/s y 500 m/s; y la masa de cada partícula es $m = 2\cdot 10^{-12} \text{ kg}$. Hallar la energía cinética media de cada partícula. ($n = 10^9$ nano)
- a) 60 nJ b) 65 nJ c) 70 nJ d) 75 nJ e) 80 nJ
54. Para velocidades entre $v = 0 \text{ m/s}$ a $v = 10^3 \text{ m/s}$ la función distribución de velocidades por grupos de partículas es: $f(v) = (5\cdot 10^{20}) \text{ sen}(\pi v/10^3)$ partículas/(m/s) y $f(v) = 0$ para velocidades superiores a 10^3 m/s . Hallar el número de partículas en el sistema.
- a) $3,18\cdot 10^{23}$ b) $3,38\cdot 10^{23}$ c) $3,58\cdot 10^{23}$ d) $3,78\cdot 10^{23}$ e) $3,98\cdot 10^{23}$
55. Para la función de distribución de velocidades dada en el prob.(54), con los mismos intervalos de velocidades, hallar la velocidad media de las partículas.
- a) 400 m/s b) 450 m/s c) 500 m/s d) 550 m/s e) 600 m/s
56. Para la función de distribución de velocidades dada en el prob.(54), con los mismos intervalos de velocidades, hallar la velocidad cuadrática media de las partículas.
- a) 535 m/s b) 540 m/s c) 545 m/s d) 550 m/s e) 555 m/s
57. Hallar la razón $v_p/v_c = ?$ entre la velocidad más probable " v_p ", y la velocidad cuadrática media " v_c " para la distribución de velocidades de Maxwell.
- a) 0,80 b) 0,82 c) 0,84 d) 0,86 e) 0,88

58. Asumiendo que la variación de la temperatura, según la altura es: $T=T_0-\xi h$, siendo $\xi=0,006$ K/m una constante y $T_0=300$ K la temperatura en la superficie. La masa molecular del aire $M=28,97$ g/mol, $R=8,31$ J/mol·K, $g=9,8$ m/s². ¿En qué porcentaje varia la presión a una altura de $H=4000$ m, respecto de la presión en la superficie P_0 ?
- a) 31,8 % b) 33,8 % c) 35,8 % d) 37,8 % e) 39,8 %
59. Un globo lleno de helio a presión atmosférica y 20 °C tiene un volumen de 12 lt. El globo se eleva a 4 km de altura, donde la temperatura es de -20 °C y la presión de $0,63$ atm. Hallar el volumen final del globo y el número de moles de helio que hay en el globo. ($R=0,082$ lt·atm/mol·K)
- a) 16,05 lt ; 0,7 moles b) 16,85 lt ; 0,1 moles c) 16,25 lt ; 0,3 moles
d) 16,65 lt ; 0,9 moles e) 16,45 lt ; 0,5 moles
60. Un recipiente de plástico contiene 12 g de oxígeno a 10 atm de presión y 25 °C de temperatura. Debido a una fuga en el recipiente la presión desciende a 6 atm y la temperatura a 21 °C. ¿Cuántos gramos de oxígeno todavía quedan en el recipiente ? ($R=0,082$ lt·atm/mol·K)
- a) 7,1 g b) 7,3 g c) 7,5 g d) 7,7 g e) 7,9 g
61. La parte del fondo de un lago de 35 m de profundidad está a 5 °C mientras que la superficie está a 25 °C. Si una burbuja de aire tiene 15 cm³ de volumen en el fondo, hallar su volumen cuando llega a la superficie. ($R=0,082$ lt·atm/mol·K, $g=9,8$ m/s², $\rho=1\ 000$ kg/m³)
- a) 51,5 cm³ b) 52,5 cm³ c) 53,5 cm³ d) 54,5 cm³ e) 55,5 cm³
62. La presión atmosférica normal corresponde a 760 mmHg. En un recipiente el alto vacío se tienen $5\cdot 10^{-10}$ mmHg de presión. Si el recipiente está a 25 °C, hallar el número de moléculas por cm³ en el sistema al vacío. (1 mmHg= $1,316\cdot 10^{-3}$ atm, $N_A=6,23\cdot 10^{23}$ mol⁻¹ y $R=0,082$ lt.atm/mol·K y)
- a) $1,58\cdot 10^7$ b) $1,62\cdot 10^7$ c) $1,66\cdot 10^7$ d) $1,70\cdot 10^7$ e) $1,74\cdot 10^7$
63. ¿Qué porcentaje de la velocidad de escape del oxígeno respecto del campo gravitatorio, representa la velocidad cuadrática media del oxígeno a la temperatura de 300 K, en la superficie de la Tierra? (Radio de la Tierra $R_T=6,37\cdot 10^6$ m, $R=8,31$ J/mol·K y $g=9,8$ m/s²)
- a) 1,33 % b) 2,33 % c) 3,33 % d) 4,33 % e) 5,33 %
64. La densidad media de un planeta hipotético es de $5\ 000$ kg/m³ y su temperatura en la superficie es de 375 °C. Si el radio del planeta es menor que r_{\min} , la velocidad cuadrática media térmica será mayor que la velocidad de escape, y el planeta no podrá retener una atmósfera de oxígeno. Hallar el valor de r_{\min} . ($G=6,67\cdot 10^{-11}$ N·m²/kg², $R=8,31$ J/mol·K)
- a) 405 km b) 410 km c) 415 km d) 420 km e) 425 km
65. Hallar la densidad del aire a 15 °C y presión normal, sabiendo que los calores específicos a presión y volumen constantes, son: $c_p=0,237$ cal/g·K, $c_v=0,169$ cal/g·K. (1 cal= $4,186$

J, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

a) $1,03 \text{ kg/m}^3$ b) $1,23 \text{ kg/m}^3$ c) $1,43 \text{ kg/m}^3$ d) $1,63 \text{ kg/m}^3$ e) $1,83 \text{ kg/m}^3$

66. En un recipiente de 10 lt s a 0°C se introducen 8 lt s de aire a 20°C y 750 mmHg, y 6 lt s de CO_2 a 5°C y 780 mmHg. Se cierra el recipiente y se calienta a 100°C . Hallar la presión en mmHg al interior del recipiente, despreciando su dilatación. Considérese $R = 62,4 \text{ mmHg} \cdot \text{lt/mol} \cdot \text{K}$.

a) 1 374 b) 1 378 c) 1 382 d) 1 386 e) 1 390

67. ¿Cuál sería la lectura de un barómetro lleno de un líquido de densidad $\rho_L = 1,6 \text{ g/ml}$, cuando el barómetro de mercurio indica 730 mm? La densidad del mercurio es igual a $\rho_{\text{Hg}} = 13,56 \text{ g/ml}$.

a) 6,0 m b) 6,2 m c) 6,4 m d) 6,6 m e) 6,8 m

68. Hallar la masa molecular (en g/mol) aparente de una mezcla gaseosa compuesta de 20 % de H_2 , 70 % de CO_2 y 10 % de N_2O . El porcentaje se da en volumen.

a) 31,6 b) 33,6 c) 35,6 d) 37,6 e) 39,6

69. Una mezcla gaseosa que contiene oxígeno y que tiene una presión de 1 atm, se somete a la acción del fósforo amarillo, para eliminar el oxígeno. De este modo se pudo determinar que la mezcla tenía un 35 % en volumen de oxígeno. ¿Cuál era la presión parcial del oxígeno del O_2 en la mezcla?

a) 0,31 atm b) 0,33 atm c) 0,35 atm d) 0,37 atm e) 0,39 atm

70. En un recipiente de capacidad 10 lt se mezclan 2 lt de N_2 a 1 atm, 5 lt de H_2 a 5 atm, y 3 lt de CH_4 a 2 atm. Hallar la presión resultante de la mezcla.

a) 3,1 atm b) 3,3 atm c) 3,5 atm d) 3,7 atm e) 3,9 atm

71. Una mezcla de gases contenida en un recipiente a 0,5 atm tiene una composición en volumen de 15 % de N_2 , 50 % de N_2O y 35 % de CO_2 . Si se añade un trozo de KOH sólido para eliminar el CO_2 . Hallar la presión resultante.

a) 0,300 atm b) 0,325 atm c) 0,350 atm d) 0,375 atm e) 0,400 atm

72. Una caja cúbica de lado $\ell = 20 \text{ cm}$ se divide en dos partes iguales por medio de una lámina. Cada mitad contiene "n" moles de un gas ideal e inicialmente la temperatura tiene el valor $T_0 = 2^\circ\text{C}$. Luego se calienta el gas de un lado hasta la temperatura $T_1 = 22^\circ\text{C}$, manteniéndose el otro a la temperatura T_0 . No hay paso de gas a través de la lámina. Hallar la fuerza total sobre la lámina divisoria. ($R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

a) $100nR$ b) $200nR$ c) $300nR$ d) $400nR$ e) $500nR$

73. La masa molecular del CO_2 es de 44 g/mol mientras que la del O_2 es de 32 g/mol . Un tanque se mantiene a una temperatura constante contiene inicialmente 8 kg de CO_2 a 6

- atm. Si se extrae el CO_2 y se reemplaza por 7 kg de O_2 . Hallar la nueva presión en el tanque.
- a) 7,02 atm b) 7,22 atm c) 7,42 atm d) 7,62 atm e) 7,82 atm
74. El volumen de un tanque con metano (CH_4) es de 100 lt. Si su temperatura es de 50°C y su presión de 12 atm. Hallar la masa del metano en el tanque. ($R=0,082 \text{ atm}\cdot\text{lt}/\text{mol}\cdot\text{K}$)
- a) 700 g b) 705 g c) 710 g d) 720 g e) 725 g
75. El gas de argón se difunde en C.N. de temperatura y presión a través de un agujero a una velocidad de 3 ml/min. ¿A qué velocidad (en ml/min) se difundirá el gas de xenón a través del mismo agujero en las mismas condiciones? ($M_A=39,94 \text{ g/mol}$; $M_{Xe}=131,3 \text{ g/mol}$)
- a) 1,05 b) 1,25 c) 1,45 d) 1,65 e) 1,85
76. Un globo de goma de masa $m=55 \text{ g}$ y radio $R=30 \text{ cm}$ se llena con hidrógeno a 730 mmHg y 25°C . Hallar la fuerza ascensional del globo, si la densidad del aire es igual a $\rho_A=1,29 \text{ kg/m}^3$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ mmHg}=133,3 \text{ N/m}^2$ y $g=10 \text{ m/s}^2$.
- a) 0,5 N b) 1,0 N c) 1,5 N d) 2,0 N e) 2,5 N
77. Un globo de goma de diámetro $D=25 \text{ cm}$ está lleno de hidrógeno y suspendido en el aire. Tanto el hidrógeno como el aire están en C.N. La presión dentro del globo es igual a la presión exterior. Hallar el peso total del globo. $M_A=29 \text{ kg/kmol}$, $M_H=2 \text{ kg/kmol}$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $m=10^3$
- a) 84 mN b) 87 mN c) 90 mN d) 93 mN e) 96 mN
78. En un recipiente cerrado de capacidad $V=1 \text{ m}^3$ hay $m_A=0,9 \text{ kg}$ de agua y $m_o=1,6 \text{ kg}$ de oxígeno. Hallar la presión en este recipiente a la temperatura de $T=500^\circ\text{C}$ si a esta temperatura toda el agua se convierte en vapor de agua. ($M_O=32 \text{ kg/kmol}$ y $M_A=18 \text{ kg/kmol}$ $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 6,14 atm b) 6,24 atm c) 6,34 atm d) 6,44 atm e) 6,54 atm
79. 12 g de un gas ocupan un volumen de $4\cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ a la temperatura de 7°C . Después de calentar el gas a presión constante, su densidad es de $6\cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3$. ¿Hasta qué temperatura se calentó el gas?
- a) 1300 K b) 1350 K c) 1400 K d) 1450 K e) 1500 K
80. La densidad de cierto gas a la temperatura de 10°C y a la presión de $2\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ es de $0,34 \text{ kg/m}^3$. Hallar la masa de una molécula-kilogramo de este gas. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 1 kg/kmol b) 2 kg/kmol c) 3 kg/kmol d) 4 kg/kmol e) 5 kg/kmol
81. Una molécula de nitrógeno a una velocidad de 600 m/s choca normalmente con la pared de un recipiente y rebota elásticamente en ella sin perder velocidad. Hallar el impulso de la fuerza que le transmite la molécula a la pared durante el choque. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$ $1 \text{ uma}=1,66\cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

- a) $2,8 \cdot 10^{-23}$ N.s b) $3,6 \cdot 10^{-23}$ N.s c) $5,6 \cdot 10^{-23}$ N.s d) $6,4 \cdot 10^{-23}$ N.s e) $7,2 \cdot 10^{-23}$ N.s
- 82.** Una molécula de nitrógeno se mueve con una velocidad de 430 m/s. Hallar la cantidad de movimiento de esta molécula. (1 uma= $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg)
- a) 10^{-23} kg·m/s b) $2 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s c) $3 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s d) $4 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s e) $5 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s
- 83.** ¿Qué cantidad de moléculas contiene 1 g de vapor de agua? ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)
- a) $3,1 \cdot 10^{22}$ b) $3,3 \cdot 10^{22}$ c) $3,5 \cdot 10^{22}$ d) $3,7 \cdot 10^{22}$ e) $3,9 \cdot 10^{22}$
- 84.** ¿Qué cantidad de moléculas habrá en una habitación de capacidad 80 m³ a la temperatura de 17 °C y a la presión de 750 mmHg? (1 mmHg= $133,3$ N/m², R= $8,31$ J/mol·K)
- a) $1 \cdot 10^{27}$ b) $2 \cdot 10^{27}$ c) $3 \cdot 10^{27}$ d) $4 \cdot 10^{27}$ e) $5 \cdot 10^{27}$
- 85.** ¿Qué cantidad de partículas habrá en 1 g de vapor de yodo si su grado de disociación es del 50 %? La masa de una molécula kilogramo de yodo I₂ es igual a 254 kg/kmol? ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)
- a) $3,15 \cdot 10^{21}$ b) $3,35 \cdot 10^{21}$ c) $3,55 \cdot 10^{21}$ d) $3,75 \cdot 10^{21}$ e) $3,95 \cdot 10^{21}$
- 86.** En la explosión de una bomba atómica la temperatura alcanza 10⁷ K. Si a esta temperatura todas las moléculas están disociadas en átomos y que éstos, a su vez, están ionizados Hallar la velocidad cuadrática media del ión de hidrógeno. (1 uma= $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg k= $1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)
- a) $1 \cdot 10^5$ m/s b) $2 \cdot 10^5$ m/s c) $3 \cdot 10^5$ m/s d) $4 \cdot 10^5$ m/s e) $5 \cdot 10^5$ m/s
- 87.** La densidad de cierto gas es de $6 \cdot 10^{-2}$ kg/m³ y la velocidad cuadrática media de sus moléculas es de 500 m/s. Hallar la presión que este gas ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene.
- a) $1 \cdot 10^3$ Pa b) $2 \cdot 10^3$ Pa c) $3 \cdot 10^3$ Pa d) $4 \cdot 10^3$ Pa e) $5 \cdot 10^3$ Pa
- 88.** ¿Cuántas veces menor es la velocidad cuadrática media de las partículas de polvo suspendidas en el aire que la de las moléculas del aire? La masa de una partícula de polvo es de 10⁻⁸ g. Considerar el aire como un gas homogéneo y que la masa de su molécula-kilogramo es de 29 kg/kmol. ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)
- a) $1,04 \cdot 10^7$ b) $1,24 \cdot 10^7$ c) $1,44 \cdot 10^7$ d) $1,64 \cdot 10^7$ e) $1,84 \cdot 10^7$
- 89.** Hallar la cantidad de movimiento (en kg·m/s) de las moléculas de hidrógeno a una temperatura de 20 °C. Asuma que su velocidad es su velocidad cuadrática media. (R= $8,31$ J/mol·K, 1uma= $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg)
- a) $6,14 \cdot 10^{-24}$ b) $6,34 \cdot 10^{-24}$ c) $6,54 \cdot 10^{-24}$ d) $6,74 \cdot 10^{-24}$ e) $6,94 \cdot 10^{-24}$
- 90.** En un recipiente de capacidad 2 lt hay 10 g de oxígeno a la presión de 680 mmHg. Hallar la velocidad cuadrática media de las moléculas del gas. (1 mmHg= $133,3$ N/m²)

- a) 213 m/s b) 223 m/s c) 233 m/s d) 243 m/s e) 253 m/s
91. Unas partículas de gutagamba de diámetro $D=1\ \mu\text{m}$ tienen movimiento Browniano. La densidad de la gutagamba es $\rho=1\ \text{g/cm}^3$. Hallar la velocidad cuadrática media de estas partículas a la temperatura de $T=0\ ^\circ\text{C}$. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, $R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 4,04 mm/s b) 4,24 mm/s c) 4,44 mm/s d) 4,64 mm/s e) 4,84 mm/s
92. La velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas es de 450 m/s y la presión a que éste se encuentra es de $5\cdot 10^4\ \text{N/m}^2$. Hallar la densidad del gas en estas condiciones.
- a) 0,70 kg/m³ b) 0,72 kg/m³ c) 0,74 kg/m³ d) 0,76 kg/m³ e) 0,78 kg/m³
93. Hallar la velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas cuya densidad a la presión de 750 mmHg es igual a $8,2\cdot 10^{-5}\ \text{g/cm}^3$. ($1\ \text{mmHg} = 133,3\ \text{N/m}^2$)
- a) 1910 m/s b) 1912 m/s c) 1914 m/s d) 1916 m/s e) 1918 m/s
94. La velocidad cuadrática media de las moléculas de cierto gas en condiciones normales, es de 461 m/s. ¿Cuántas moléculas habrá en 1 g de este gas? ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$, $R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) $1,22\cdot 10^{22}$ b) $1,44\cdot 10^{22}$ c) $1,66\cdot 10^{22}$ d) $1,88\cdot 10^{22}$ e) $2,32\cdot 10^{22}$
95. Hallar la energía cinética del movimiento térmico de las moléculas que hay en un 1 g de aire a la temperatura de $15\ ^\circ\text{C}$. Asuma que el aire es un gas homogéneo y que su masa molar-kilogramo es de 29 kg/kmol. ($R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 128 J b) 126 J c) 122 J d) 124 J e) 120 J
96. Hallar la energía del movimiento térmico correspondiente a la rotación de 20 g de oxígeno a la temperatura de $10\ ^\circ\text{C}$. ($R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$, $\gamma_r = 2$)
- a) 1,07 kJ b) 1,27 kJ c) 1,47 kJ d) 1,67 kJ e) 1,97 kJ
97. ¿A qué temperatura será suficiente la energía cinética media del movimiento térmico de los átomos de helio para que venzan la atracción de la Tierra y abandonen para siempre la atmósfera terrestre? ($k=1,38\cdot 10^{-23}\ \text{J/K}$, $1\ \text{uma}=1,66\cdot 10^{-27}\ \text{Kg}$, $G=6,67\cdot 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$, $M_T=5,96\cdot 10^{24}\ \text{kg}$, $R_T=6,37\cdot 10^6\ \text{m}$)
- a) $23\ 000^0\ \text{K}$ b) $21\ 000^0\ \text{K}$ c) $22\ 000^0\ \text{K}$ d) $24\ 000^0\ \text{K}$ e) $20\ 000^0\ \text{K}$
98. Hallar el grado de disociación " α " del oxígeno, si su calor específico a presión constante es de $1\ 050\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$. ($R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 30 % b) 32 % c) 34 % d) 36 % e) 38 %
99. En un cuarto de volumen $V=30\ \text{m}^3$ la temperatura subió de $15\ ^\circ\text{C}$ a $25\ ^\circ\text{C}$. ¿En cuánto cambió la masa de aire en el cuarto, si la presión atmosférica es $P=1\ \text{atm}$?. La masa molar-kilogramo del aire es $M=28,9\ \text{kg/kmol}$, $R=8,31\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$, $1\ \text{atm}=1,013\cdot 10^5\ \text{N/m}^2$.

- a) 1,13 kg b) 1,23 kg c) 1,33 kg d) 1,43 kg e) 1,53 kg
- 100.** Hallar la temperatura del gas que se encuentra en un recipiente cerrado, si la presión del gas aumenta en un 0,4 % respecto a la presión inicial al calentar el gas en 1 °C.
- a) 100 K b) 150 K c) 200 K d) 250 K e) 300 K
- 101.** Hallar el calor específico (en J/kg·K) a presión constante de una mezcla de gases formada por 3 kmol de argón y 2 kmol de nitrógeno. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 665 b) 670 c) 675 d) 680 e) 685
- 102.** La densidad del vapor de cierta mezcla de carbono con hidrógeno es 3 g/ℓ para 43 °C y 820 mmHg. Hallar la fórmula molecular de esta mezcla. ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) C_4H_{14} b) C_2H_{12} c) C_3H_{14} d) C_4H_{10} e) C_5H_{12}
- 103.** Hallar la razón c_p/c_v para la mezcla gaseosa de 8 g de helio con 16 g de oxígeno. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 1,51 b) 1,53 c) 1,55 d) 1,57 e) 1,59
- 104.** Una bola de jebe, de paredes muy delgadas se llena con 1 g de nitrógeno y se sumerge en agua de densidad 1000 kg/m^3 a una profundidad de 100 m, siendo la temperatura del agua de 4 °C. ¿Qué peso debe tener la bola, para que este en equilibrio estático? ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M = 28 \text{ kg/kmol}$)
- a) 0,54 N b) 0,64 N c) 0,74 N d) 0,84 N e) 0,94 N
- 105.** El calor específico a volumen constante de una mezcla gaseosa formada por una molécula-kilogramo de oxígeno y varias moléculas-kilogramo de argón es igual a 430 J/kg·K. Hallar la masa de argón en esta mezcla.
- a) 40 kg b) 45 kg c) 50 kg d) 55 kg e) 60 kg
- 106.** 10 g de oxígeno que está a la temperatura de 10 °C y a la presión de $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ se calienta a presión constante llegando a ocupar un volumen de 10 ℓ. Hallar la cantidad de calor suministrada al gas. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 7,1 kJ b) 7,3 kJ c) 7,5 kJ d) 7,7 kJ e) 7,9 kJ
- 107.** 10 g de oxígeno que está a la temperatura de 10 °C y a la presión de $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ se calienta a presión constante llegando a ocupar un volumen de 10 ℓ. Hallar la diferencia de las energías del movimiento térmico de las moléculas del gas, después y antes de ser calentado. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k = 10^3$)
- a) 5,05 kJ b) 5,25 kJ c) 5,45 kJ d) 5,65 kJ e) 5,85 kJ
- 108.** Un recipiente cerrado de capacidad 2 ℓ que contiene 12 g de nitrógeno a 10 °C, se calienta

- ta hasta alcanzar la presión de 10^4 mmHg. Hallar la cantidad de calor suministrada al gas. ($R=8,31$ J/mol \cdot K , 1 mmHg= $133,3$ N/m 2)
- a) 1,15 kJ b) 2,15 kJ c) 3,15 kJ d) 4,15 kJ e) 5,15 kJ
- 109.** ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a 2 ℓ t de nitrógeno, que se encuentra a la presión de 10^5 N/m 2 , para aumentar su volumen al doble, manteniendo su presión constante? ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 500 J b) 550 J c) 600 J d) 650 J e) 700 J
- 110.** ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar a 12 g de oxígeno, que se encuentra en condiciones normales, para calentarlo hasta 50°C a presión constante? ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 516 J b) 526 J c) 536 J d) 546 J e) 556 J
- 111.** Se suministran 150 cal a 40 g de oxígeno, subiendo su temperatura desde 16°C hasta 40°C . ¿El gas se calentó a presión constante o a volumen constante? (1 cal= $4,186$ J, $R=8,31$ J/mol \cdot K)
- 112.** En un recipiente cerrado de capacidad $V=10$ ℓ t hay aire a la presión de 10^5 N/m 2 . ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar al aire para que la presión en el recipiente aumente 5 veces? ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 5 kJ b) 10 kJ c) 15 kJ d) 20 kJ e) 30 kJ
- 113.** ¿Qué cantidad de anhídrido carbónico se puede calentar desde 20°C hasta 100°C con una cantidad de calor de 0,053 kcal? ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 2,5 g b) 2,8 g c) 3,1 g d) 3,4 g e) 3,7 g
- 114.** Hallar la razón del calor específico del monóxido de carbono al calor específico del óxido nítrico, a presión constante. ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 1,1 b) 1,3 c) 1,5 d) 1,7 e) 1,9
- 115.** En un recipiente cerrado de capacidad $V=2$ ℓ t hay nitrógeno de densidad $\rho=1,4$ kg/m 3 . ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar al nitrógeno, para que su temperatura aumente en 100°C ? ($R=8,31$ J/mol \cdot K)
- a) 200 J b) 202 J c) 204 J d) 206 J e) 208 J
- 116.** Una casa de paredes bien aisladas, tiene un volumen de $V=100$ m 3 de aire a 300 K. ($P_0=1,013\cdot 10^5$ N/m 2 , $g=9,81$ m/s 2)
- I) Hallar la energía necesaria para aumentar la temperatura del aire en 1 K.
- a) 110 kJ b) 112 kJ c) 114 kJ d) 116 kJ e) 118 kJ
- II) ¿Qué pasaría? Si esta energía pudiera usarse para levantar un cuerpo de masa "m" a una altura de $h=2$ m, ¿Cuál es el valor aproximado de "m"? (1 Tn= $1\ 000$ kg)
- a) 2 Tn b) 3 Tn c) 4 Tn d) 5 Tn e) 6 Tn

117. De un termo de volumen $V=1 \text{ lt}$ lleno de té a $T=90 \text{ }^\circ\text{C}$ se vierte una taza e inmediatamente se vuelve a tapar. Estimar el orden de magnitud del cambio de temperatura del té restante en el termo que resulta del ingreso de aire a temperatura ambiente. ($c_t=4,186 \text{ J/g}\cdot^\circ\text{C}$, $\rho_t=1,0 \text{ g/cm}^3$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M_a=28,9 \text{ g/mol}$, $\rho_a=1,2\cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, donde $a \rightarrow$ aire, y $t \rightarrow$ té)

- a) $10^{-2} \text{ }^\circ\text{C} < \Delta T < 10^{-1} \text{ }^\circ\text{C}$ b) $10^{-3} \text{ }^\circ\text{C} < \Delta T < 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}$ c) $10^{-4} \text{ }^\circ\text{C} < \Delta T < 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}$
 d) $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C} < \Delta T < 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$ e) $10^{-6} \text{ }^\circ\text{C} < \Delta T < 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}$

118. Durante el proceso de compresión de un motor de gasolina, la presión aumenta de $P_o=1 \text{ atm}$ a $P=20 \text{ atm}$. Si el proceso es adiabático y la mezcla de aire y combustible se comporta como un gas diatómico ideal. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

I) ¿En qué factor cambia el volumen?

- a) 0,118 b) 0,128 c) 0,138 d) 0,148 e) 0,158

II) ¿En qué factor cambia la temperatura?

- a) 2,15 b) 2,25 c) 2,35 d) 2,45 e) 2,55

III) Si se supone que la compresión se inicia con 0,016 moles de gas a la temperatura de $T_o=27 \text{ }^\circ\text{C}$, hallar los valores de "Q", "W" y " ΔE_{int} ".

119. Una muestra de $n=2$ moles de un gas diatómico ideal se expande adiabática y lentamente de una presión de $P_o=5 \text{ atm}$ y un volumen de $V_o=12 \text{ lt}$, a un volumen de $V=30 \text{ lt}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

I) Hallar la presión final del gas.

- a) 1,19 atm b) 1,29 atm c) 1,39 atm d) 1,49 atm e) 1,59 atm

II) Hallar la temperatura inicial del gas.

- a) 361 K b) 363 K c) 365 K d) 367 K e) 369 K

III) Hallar la temperatura final del gas.

- a) 251 K b) 253 K c) 255 K d) 257 K e) 259 K

IV) Hallar la cantidad de calor "Q", el trabajo "W" y el cambio de la energía interna " ΔE_{int} ".

120. Una bombilla eléctrica incandescente contiene un volumen "V" de argón a presión " P_i ".

La bombilla se enciende y una potencia " \mathcal{P} " se transfiere al argón durante el intervalo de tiempo " Δt ". ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $C_v=12,5 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Demostrar que la presión final " P_f " de la bombilla al término de este proceso está dado por: $P_f=P_i[1+(\mathcal{P}\Delta tR)/(P_iVC_v)]$

II) Hallar la presión en una bombilla esférica de diámetro $D=10 \text{ cm}$, después de $\Delta t=4 \text{ s}$ de ser encendida, si su presión inicial es $P_o=1 \text{ atm}$, y la potencia transferida es $\mathcal{P}=5,6 \text{ W}$.

- a) 1,18 atm b) 1,28 atm c) 1,38 atm d) 1,48 atm e) 1,58 atm

121. Un globo esférico de volumen $V=4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$ contiene helio a una presión interior de $P=1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, ¿Cuántos moles de helio están en el globo si la energía cinética promedio de los átomos de helio es $\langle T \rangle = 3,6 \cdot 10^{-22} \text{ J}$?

- a) 3,12 mol b) 3,22 mol c) 3,32 mol d) 3,42 mol e) 3,52 mol

122. Sobre el colector de un calentador de agua de área $A=6 \text{ m}^2$, que contiene un volumen de $V=1 \text{ m}^3$ de agua, incide luz solar de intensidad $I=550 \text{ W/m}^2$. ¿Qué tiempo tarda en aumentar la temperatura del agua de $T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$ a $T=60 \text{ }^\circ\text{C}$?

- a) 14,1 h b) 14,3 h c) 14,5 h d) 14,7 h e) 14,9 h

123. La temperatura inicial del aire de una nube de tormenta que asciende expandiéndose es $T_0=300 \text{ K}$. No se pierde energía por conducción térmica en la expansión. Hallar la temperatura cuando el volumen inicial se duplica.

- a) 221,4 K b) 223,4 K c) 225,4 K d) 227,4 K e) 229,4 K

124. En un experimento en un Laboratorio de la Facultad de Ing. Electrónica, se tiene $n=2$ moles de un gas ideal diatómico. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Hallar la capacidad calorífica total del gas a volumen constante y a presión constante, suponiendo que las moléculas tienen rotación, pero no vibración.
 II) Hallar la capacidad calorífica total del gas a volumen constante y a presión constante, suponiendo que las moléculas tienen rotación, pero no vibración.

125. Cierta molécula tiene " f " grados de libertad. Demostrar que un gas ideal formado por estas moléculas tiene las siguientes propiedades I) su energía interna total es $fnRT/2$. II) su calor específico molar a volumen constante es $fR/2$. III) su calor específico molar a presión constante es $(f+2)R/2$. IV) su razón de calor específico es $\gamma=C_p/C_v = (f+2)/f$.

126. En un sistema al alto vacío la presión es $P=133 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}$. La rapidez promedio de las moléculas de diámetro $D=3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ es de $\bar{v}=500 \text{ m/s}$ y la temperatura es de $T=300 \text{ K}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas/mol}$, $k=10^{-3}$, $\mu=10^{-6}$)

I) Hallar el número de moléculas en un volumen de $V=1 \text{ m}^3$.

- a) $1,21 \cdot 10^{12}$ b) $3,21 \cdot 10^{12}$ c) $5,21 \cdot 10^{12}$ d) $7,21 \cdot 10^{12}$ e) $9,21 \cdot 10^{12}$

II) Hallar la trayectoria libre medio de las moléculas.

- a) 771 km b) 773 km c) 775 km d) 777 km e) 779 km

III) Hallar la frecuencia con la que colisionan las moléculas.

- a) $612 \mu\text{s}^{-1}$ b) $612 \mu\text{s}^{-1}$ c) $612 \mu\text{s}^{-1}$ d) $612 \mu\text{s}^{-1}$ e) $612 \mu\text{s}^{-1}$

127. En el espacio profundo el número de partículas por unidad de volumen es de $n=1 \text{ partícula}$

la/m³. Asumiendo que la temperatura promedio es de T=300 K y que las partículas son H₂ de diámetro D=0,2 nm. (R=8,314 J/mol·K, M=2,016 g/mol, n=10⁻⁹)

I) Hallar la trayectoria libre media de la partícula.

- a) $1,63 \cdot 10^{18}$ m b) $3,63 \cdot 10^{18}$ m c) $5,63 \cdot 10^{18}$ m d) $7,63 \cdot 10^{18}$ m e) $9,63 \cdot 10^{18}$ m

II) Hallar el tiempo promedio entre colisiones.

- a) $1,17 \cdot 10^{16}$ s b) $3,17 \cdot 10^{16}$ s c) $5,17 \cdot 10^{16}$ s d) $7,17 \cdot 10^{16}$ s e) $9,17 \cdot 10^{16}$ s

III) Hallar la trayectoria libre media de la partícula si n=1 partículas/cm³.

- a) $1,63 \cdot 10^{12}$ m b) $3,63 \cdot 10^{12}$ m c) $5,63 \cdot 10^{12}$ m d) $7,63 \cdot 10^{12}$ m e) $9,63 \cdot 10^{12}$ m

128. Se tiene un globo inflado de diámetro D=30 cm, lleno de gas de helio a la temperatura de T=20 °C y presión de P=1 atm. (k=1,38·10⁻²³ J/K, P_o=1,013·10⁵ N/m², M=4 g/mol, N_A=6,023·10²³ moléculas/mol, z=10⁻²¹)

I) Hallar el número de átomos de helio contenidos en el globo inflado.

- a) $1,54 \cdot 10^{23}$ b) $3,54 \cdot 10^{23}$ c) $5,54 \cdot 10^{23}$ d) $7,54 \cdot 10^{23}$ e) $9,54 \cdot 10^{23}$

II) Hallar la energía cinética media de las moléculas de helio.

- a) 3,07 zJ b) 4,07 zJ c) 5,07 zJ d) 6,07 zJ e) 7,07 zJ

III) Hallar la rapidez cuadrática media de los átomos de helio.

- a) 1,15 km/s b) 1,25 km/s c) 1,35 km/s d) 1,45 km/s e) 1,55 km/s

129. Sabiendo que la rapidez cuadrática media de un átomo de helio es v_{cm}=1350 m/s, hallar la rapidez cuadrática media de una molécula de oxígeno (O₂) a esta temperatura. La masa molar del O₂ es M_{O2}=32,0 g/mol, y la masa molar del He es M_{He}=4 g/mol

- a) 471,3 m/s b) 473,3 m/s c) 475,3 m/s d) 477,3 m/s e) 479,3 m/s

130. Un cilindro contiene una mezcla de helio y argón en equilibrio a la temperatura de T=150 °C. (k=1,38·10⁻²³ J/mol·K, P_o=1,013·10⁵ N/m², M_{H2}=4 g/mol, M_{O2}=32 g/mol N_A=6,023·10²³ moléculas/mol)

I) Hallar la energía cinética promedio para cada tipo de molécula del gas.

II) Hallar la rapidez cuadrática media de cada tipo de molécula.

131. Un recipiente de volumen V=5 lt contiene nitrógeno a la temperatura de T=27 °C y presión de P=3 atm. (k=1,38·10⁻²³ J/K, R=8,314 J/mol·K, N_A=6,02·10²³ mol⁻¹, z=10⁻²¹)

I) Hallar la energía cinética total de traslación de las moléculas del gas.

- a) 2,18 kJ b) 2,28 kJ c) 2,38 kJ d) 2,48 kJ e) 2,58 kJ

b) Hallar la energía cinética promedio por cada molécula.

- a) 6,11 zJ b) 6,21 zJ c) 6,31 zJ d) 6,41 zJ e) 6,51 zJ

132. En la Fig.01, se muestra la molécula diatómica giratoria de cloro (Cl_2), los dos átomos de Cl separados por la distancia de $2r=2\cdot 10^{-18}$ m giran alrededor de su centro de masa (C) con velocidad angular de $\omega=2\cdot 10^{12}$ rad/s. Hallar la energía cinética de rotación de la molécula de cloro, si su masa molar es $M=70$ g/mol. ($z=10^{-21}$, zepto)

- a) 1,33 zJ b) 2,33 zJ c) 3,33 zJ d) 4,33 zJ e) 5,33 zJ

133. En la Fig.02, al líquido en equilibrio con su vapor, se agrega un gas indiferente (no reacciona químicamente ni con el líquido ni con su vapor) en el espacio por encima del líquido. La presión total del sistema es la presión de vapor. Demostrar que la presión de vapor cuando el proceso se realiza a $T=\text{cte.}$, viene dado por: $\ln(p/p_0)=V(P-p_0)/RT$, donde "p" presión de vapor, "p₀" presión de vapor en ausencia de gas inerte, "P" presión total, "V" volumen del recinto, y "T" la temperatura.

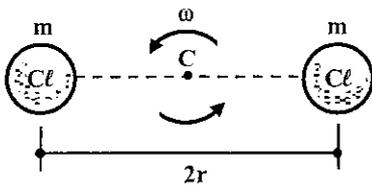


Fig.01

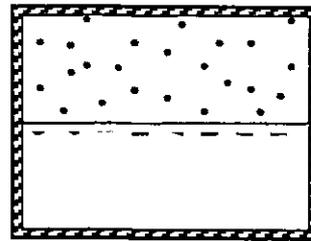


Fig.02

134. I) Si una molécula en la superficie de la Tierra, tiene suficiente energía cinética puede escapar de la "gravitación terrestre". Demostrar que la energía cinética mínima necesaria para "escapar" es " mgR_T ", donde "m" es la masa de la molécula, "g" es la aceleración en caída libre en la superficie, y " R_T " el radio de la Tierra. II) Hallar la temperatura para la cual la energía cinética mínima de escape es diez veces la energía cinética promedio de una molécula de oxígeno. ($R_T=6,37\cdot 10^6$ m, $g=9,8$ m/s², $k=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K)

- a) $1,6\cdot 10^4$ K b) $3,6\cdot 10^4$ K c) $5,6\cdot 10^4$ K d) $7,6\cdot 10^4$ K e) $9,6\cdot 10^4$ K

135. El oxígeno a presiones mucho mayores a 1 atm es tóxico para las células pulmonares. ¿En que razón deben estar los pesos de la mezcla de (O_2) y helio (He), que respira un buceador que está a una profundidad de 50 m, para que no se intoxique? ($P_0=1,013\cdot 10^5$ N/m², $M_{\text{H}_2}=4,003$ g/mol, $M_{\text{O}_2}=31,998$ g/mol, $g=9,8$ m/s²)

- a) 0,323 b) 0,423 c) 0,523 d) 0,623 e) 0,723

136. Las bombas de vacío modernas permiten alcanzar una rarificación hasta una presión de $P=4\cdot 10^{-15}$ atm (a la temperatura ambiente $T=20$ °C). ($P_0=1,013\cdot 10^5$ N/m², $k=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K)

I) Hallar el número de moléculas de un gas en un volumen de $V=1$ cm³.

a) $1,18 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ b) $1,38 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ c) $1,58 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ d) $1,78 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ e) $1,98 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$

II) Hallar la distancia media " $\bar{\lambda}$ " entre ellas bajo esta presión.

a) 0,1 mm b) 0,2 mm c) 0,3 mm d) 0,4 mm e) 0,5 mm

137. Hallar el número de grados de libertad de una molécula de gas, si su densidad en condiciones normales es $\rho = 1,3 \text{ mg/cm}^3$ y la velocidad de propagación del sonido en el gas es de $v = 330 \text{ m/s}$. ($P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

138. Un recipiente de volumen $V = 5 \text{ lt}$ contiene una masa de nitrógeno de $m = 1,4 \text{ g}$ a una temperatura de $T = 1800 \text{ K}$. Hallar la presión del gas, sabiendo que a esta temperatura el $\alpha = 30\%$ de las moléculas se disocia en átomos. Considere el gas ideal. ($R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $M = 28 \text{ g/mol}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

a) 1,52 atm b) 1,62 atm c) 1,72 atm d) 1,82 atm e) 1,92 atm

139. La densidad de una mezcla de helio y nitrógeno en condiciones normales es $\rho = 0,6 \text{ g/lt}$. Hallar la concentración de los átomos de helio en dicha mezcla. Considérese que los gases son ideales. ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

a) $1,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ b) $2,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ c) $3,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ d) $4,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ e) $5,6 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$

140. Determinar la razón entre la velocidad " v " del sonido en un gas y la velocidad cuadrática media de las moléculas en el gas, si las moléculas son:

I) Monoatómicas.

a) 0,71 b) 0,73 c) 0,75 d) 0,77 e) 0,79

II) Diatómicas rígidas.

a) 0,60 b) 0,62 c) 0,64 d) 0,66 e) 0,68

141. Demostrar que la rapidez cuadrática media de las moléculas en un gas, viene dado por, $\langle v_c \rangle = (3P/\rho)^{1/2}$, donde " P " es la presión en el gas y " ρ " es la densidad del gas.

142. Demostrar que el calor específico molar de un sólido a volumen constante, viene dado por: $c_V = 3R$, donde " R " es la constante universal de los gases.

143. I) Demostrar que la distancia de recorrido libre medio para las moléculas de un gas ideal viene dado por: $\langle \lambda \rangle = 1/\sqrt{2} \pi D^2 n$, siendo " D " el diámetro de las moléculas, " n " la concentración molecular. II) Demostrar que el número de choques por unidad de tiempo entre las moléculas del gas perfecto, viene dado por: $N/\Delta t = \sqrt{2} \pi D^2 n v_m$, siendo " v_m " la velocidad media de las moléculas.

144. Se tiene un gas perfecto, cuyas capacidades caloríficas específicas a presión y volumen constantes, son: $c_p=0,91 \text{ J/g}\cdot\text{K}$ y $c_v=0,65 \text{ J/g}\cdot\text{K}$.

I) Hallar la masa molar del gas perfecto.

- a) 30 g/mol b) 32 g/mol c) 34 g/mol d) 36 g/mol e) 38 g/mol

II) Hallar el número de grados de libertad de las moléculas del gas perfecto.

- a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

145. Hallar el número de grados de libertad " γ " de un gas perfecto. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$).

I) Cuando la capacidad calorífica del gas a presión constante es $C_p=29 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

- a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

II) Cuando la capacidad calorífica del gas para un proceso en el que, $P\cdot T=\text{cte.}$, es $C=29 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

- a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

146. Se tiene una mezcla, compuesta por " n_1 " moles de un gas monoatómico, y " n_2 " moles de un gas diatómico de moléculas rígidas.

I) Demostrar que el exponente adiabático de la mezcla es: $\chi = (5n_1 + 7n_2) / (3n_1 + 5n_2)$.

II) Evaluar la expresión obtenida en I) para $n_1=3$ moles y $n_2=5$ moles.

- a) 1,27 b) 1,37 c) 1,47 d) 1,57 e) 1,67

147. Un recipiente termo aislado que contiene nitrógeno gaseoso a la temperatura $T=27^\circ\text{C}$ y presión de $P=1 \text{ atm}$, se desplaza con una rapidez de $v=100 \text{ m/s}$. Hallar el cambio que experimenta la presión del gas, si el recipiente se detiene súbitamente. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=10^5 \text{ N/m}^2$, $k=10^3$)

- a) 2,0 kPa b) 2,2 kPa c) 2,4 kPa d) 2,6 kPa e) 2,8 kPa

148. A una temperatura de $T=17^\circ\text{C}$. ($k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $z=10^{-21}$)

I) Hallar la velocidad cuadrática media de del movimiento progresivo de una molécula de oxígeno.

- a) 455 m/s b) 465 m/s c) 475 m/s d) 485 m/s e) 495 m/s

II) Hallar la energía cinética media del movimiento progresivo de una molécula de oxígeno.

- a) 1 zJ b) 2 zJ c) 4 zJ d) 6 zJ e) 8 zJ

III) Hallar la velocidad cuadrática media de una gota de de agua de diámetro $D=0,1 \mu\text{m}$, y densidad $\rho=1 \text{ g/cm}^3$, suspendida en el aire.

- a) 12 cm/s b) 13 cm/s c) 14 cm/s d) 15 cm/s e) 16 cm/s

- 149.** ¿Cuántas veces debe expandirse adiabáticamente un gas formado por moléculas diatómicas rígidas, para que su velocidad cuadrática media disminuya en $n=1,5$ veces?
- a) 7,0 veces b) 7,2 veces c) 7,4 veces d) 7,6 veces e) 7,8 veces
- 150.** En un recipiente cerrado se encuentra una masa de $m=15$ g de nitrógeno a una temperatura de $T=300$ K. ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar al nitrógeno, para que la velocidad cuadrática media de sus moléculas aumente en $n=2$ veces? ($R=8,314$ J/mol.K)
- a) 10 kJ b) 11 kJ c) 12 kJ d) 13 kJ e) 14 kJ
- 151.** Un gas constituido de moléculas diatómicas rígidas se encuentra a la temperatura de $T=300$ K. Hallar la velocidad media cuadrática angular de rotación de sus moléculas, si su momento de inercia es $I=2,1 \cdot 10^{-39}$ g.cm². ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/mol.K, $T=10^{12}$)
- a) 4,1 Trad/s b) 6,3 Trad/s c) 5,4 Trad/s d) 7,7 Trad/s e) 9,2 Trad/s
- 152.** El volumen de un gas de moléculas diatómicas rígidas, que se encontraba en condiciones normales, se comprimió adiabáticamente $n=5$ veces. Hallar la energía cinética media del movimiento giratorio de su molécula en el estado final. $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $z=10^{-21}$
- a) 7,0 zJ b) 7,2 zJ c) 7,4 zJ d) 7,6 zJ e) 7,8 zJ
- 153.** ¿En cuántas veces variará el número de impactos de las moléculas diatómicas rígidas de un gas sobre la superficie de una pared por unidad de tiempo, si el gas se expande adiabáticamente en volumen $n=5$ veces?
- a) 6,1 veces b) 6,3 veces c) 6,5 veces d) 6,7 veces e) 6,9 veces
- 154.** Cierta cantidad de helio está en equilibrio térmico con helio líquido a 4,2 K. Aún cuando está en el punto de condensación, considere el gas como ideal y determine la rapidez más probable de un átomo de helio (masa $m=6,64 \cdot 10^{-27}$ kg) en el gas. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)
- a) 130 m/s b) 132 m/s c) 134 m/s d) 136 m/s e) 138 m/s
- 155.** ¿A qué temperatura debe llevarse un gas que se encuentra a la temperatura de $T_0=0$ °C, para que su rapidez cuadrática media se duplique?
- a) 811 °C b) 813 °C c) 815 °C d) 817 °C e) 819 °C
- 156.** ¿A qué temperatura es la rapidez media de los átomos de helio de masa $m=6,64 \cdot 10^{-27}$ kg, igual a:
- I) La velocidad de escape desde la Tierra $v_T=1,12 \cdot 10^4$ m/s.
- a) $1,17 \cdot 10^4$ K b) $1,37 \cdot 10^4$ K c) $1,57 \cdot 10^4$ K d) $1,77 \cdot 10^4$ K e) $1,97 \cdot 10^4$ K
- II) A la velocidad de escape desde la Luna $v_L=2,37 \cdot 10^3$ m/s.
- a) $1,06 \cdot 10^3$ K b) $1,26 \cdot 10^3$ K c) $1,46 \cdot 10^3$ K d) $1,66 \cdot 10^3$ K e) $1,86 \cdot 10^3$ K

157. El trabajo realizado en la expansión adiabática de una muestra de 1 mol de un gas ideal es de $W=2495$ J. La temperatura y presión iniciales son: $T_0=500$ K y $P_0=3,6$ atm.

I) Hallar la temperatura final de la muestra de gas.

- a) 300 K b) 310 K c) 320 K d) 330 K e) 340 K

II) Hallar la presión final de la muestra de gas.

- a) 1,0 atm b) 1,5 atm c) 2,0 atm d) 2,5 atm e) 3,0 atm

158. El módulo de compresibilidad " κ " de una sustancia se define como el cambio fraccional que experimenta un volumen de esta sustancia para un cambio dado en presión, esto es: $\kappa = -(1/V)(dV/dP)$.

I) Diga por qué el signo negativo en esta expresión asegura que " κ " siempre será positivo.

II) Demostrar que si un gas ideal se comprime isotérmicamente, su compresibilidad está dada por: $\kappa_1 = 1/P$, donde " P " es la presión del gas.

III) Demostrar que si un gas ideal se comprime adiabáticamente su compresibilidad está dada por: $\kappa_2 = 1/\chi P$, donde " χ " es el exponente adiabático.

IV) Hallar los valores de " κ_1 " y " κ_2 " para un gas monoatómico ideal a la presión de $P=2$ atm

159. Suponiendo que la atmósfera de la Tierra tiene una temperatura uniforme de $T=20$ °C y composición uniforme, con una masa molar efectiva de $M=28,9$ g/mol, $R=8,314$ J/mol.K.

I) Demostrar que la concentración molecular depende de la altura, según: $n(h) = n_0 e^{-mgh/kT}$, siendo " n_0 " la concentración molecular al nivel del mar ($h=0$).

II) Los aviones comerciales a reacción vuelan por lo general a una altitud de 11 km. Hallar la razón entre la concentración atmosférica a esta altura y la concentración al nivel del mar. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 0,218 b) 0,238 c) 0,258 d) 0,278 e) 0,298

160. En un tanque lleno de oxígeno, ¿Cuántos diámetros moleculares " D " (en promedio) recorre una molécula de oxígeno a la presión de $P=1$ atm y temperatura de $T=20$ °C antes de chocar con otra molécula de O_2 . ($D=3,6 \cdot 10^{-10}$ m, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

- a) 190 b) 192 c) 194 d) 196 e) 198

161. Un metro cúbico de hidrógeno atómico a la temperatura de $T=0$ °C y presión atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa contiene aproximadamente $N=2,7 \cdot 10^{25}$ átomos. El primer estado excitado del átomo de hidrógeno tiene una energía de 10,2 eV sobre el nivel de energía más bajo, llamado estado base. Utilizando el factor de Boltzman, hallar el número de átomos en el primer estado excitado a 0 °C y a 10 000 °C. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

162. Las rapidezces de un grupo de quince partículas idénticas están distribuidas del modo siguiente: una tiene una rapidez de 2 m/s, dos tienen 3 m/s, tres tienen 5 m/s, cuatro tienen 7 m/s, tres tienen 5 m/s y dos tienen 12 m/s.

I) Hallar la rapidez media " v_m " para este conjunto de quince partículas.

- a) 6,0 m/s b) 6,2 m/s c) 6,4 m/s d) 6,6 m/s e) 6,8 m/s

II) Hallar la rapidez cuadrática media " v_c " para este conjunto de quince partículas.

- a) 7,11 m/s b) 7,21 m/s c) 7,31 m/s d) 7,41 m/s e) 7,51 m/s

III) Hallar la rapidez más probable " v_{mp} " para este conjunto de quince partículas.

- a) 6,6 m/s b) 6,8 m/s c) 7,0 m/s d) 7,2 m/s e) 7,4 m/s

163. Dos gases en una mezcla se difunden a través de un filtro a una razón proporcional a la rapidez cuadrática media de los gases.

I) Hallar la razón entre la rapidez para los dos isótopos de cloro, ^{35}Cl y ^{37}Cl , cuando se difunden por el aire.

- a) 1,03 b) 1,13 c) 1,23 d) 1,33 e) 1,43

II) ¿Cuál de los dos isótopos se mueve con mayor rapidez?

164. Cierta cantidad de argón a presión atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa está confinada en un recipiente de volumen $V=1$ m³. El diámetro efectivo de la esfera dura del átomo de argón

es de $D=1 \cdot 10^{-10}$ m. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $1 \text{ \AA}=10^{-10}$ m, $n=10^{23}$)

I) Hallar el recorrido libre medio $\langle \lambda \rangle$.

- a) 915 Å b) 925 Å c) 935 Å d) 945 Å e) 955 Å

II) Hallar la presión del gas, cuando $\langle \lambda \rangle=1$ m.

- a) 91,5 natm b) 92,5 natm c) 93,5 natm d) 94,5 natm e) 95,5 natm

III) Hallar la presión del gas, cuando $\langle \lambda \rangle=3,1 \cdot 10^{-10}$ m

- a) 300 atm b) 302 atm c) 304 atm d) 306 atm e) 308 atm

165. Considere las partículas en una centrifugadora de gas, aparato que se utiliza para separar partículas de diferentes masas al hacerlas girar en una trayectoria circular de radio " r " a rapidez angular constante de " ω ".

I) Analizar la forma en que una centrifugadora de gas se puede usar para separar partículas de masa diferente.

II) Demostrar que la densidad de las partículas (partículas por unidad de volumen) en función de " r ", viene dado por: $n(r)=n_0 e^{-mr^2\omega^2/kT}$.

166. Se tiene un recipiente lleno de agua a la temperatura de $T=27$ °C. ¿Cuántas veces sería la presión dentro del recipiente respecto de la presión atmosférica, si de súbito desaparece la interacción entre las moléculas del agua? ($R=8,314$ J/mol·K, $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- a) 131 veces b) 133 veces c) 135 veces d) 137 veces e) 139 veces

- 167.** I) Demostrar que en la atmósfera isotérmica la fuerza sustentadora del un aeróstato con envoltura elástica no depende de la altura de elevación del mismo para cualquier ley de la variación de la presión con la altura.
 II) Hallar la razón de la fuerza sustentadora del aeróstato al peso de aire encerrado, si " M_1 ", " M_2 " son las masas molares del aire fuera y dentro del aeróstato.
- a) M_2/M_1-1 b) M_1/M_2-1 c) $1-M_2/M_1$ d) $1-M_1/M_2$ e) $1+M_2/M_1$
- 168.** Un cilindro muy largo de paredes termo aisladas contiene un gas diatómico a la temperatura " T_1 ". El volumen inicial de longitud " ℓ " está encerrado con un émbolo termo aislado. Al émbolo se le suministro instantáneamente una velocidad constante de " v ".
 I) Hallar una expresión para la temperatura en el cilindro, después de un tiempo " t " de iniciado el proceso de expansión del gas.
 II) Evaluar la temperatura en el cilindro con gas para: $\ell=40$ cm, $v=4$ m/s, $t=0,1$ s, y $T_1=27$ °C.
- a) 221 K b) 223 K c) 225 K d) 227 K e) 229 K
- 169.** Una botella con limonada es fuertemente sacudida, formándose burbujas de diferentes tamaños. ¿Por qué después de cierto tiempo, de colocado la botella sobre la mesa, junto a la superficie libre de la limonada las burbujas grandes se sitúan por encima de las burbujas pequeñas?
- 170.** La presión en el centro de un planeta de radio " R ", y masa homogénea " m " es " P_0 ". Hallar la variación que experimenta la presión a una distancia $r=R/2$ del centro del planeta, respecto de la presión en el centro.
- a) $-P_0/2$ b) $+P_0/2$ c) $-2P_0$ d) $+2P_0$ e) $-P_0/4$
- 171.** Para elevar la temperatura de 1 kg de un gas desconocido en un 1 K a presión constante se requiere 912 J, en tanto que, para elevar la temperatura a volumen constante se requiere 652 J. ¿De qué gas se trata? ($R=8,314$ J/mol·K, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)
- a) xenón b) oxígeno c) helio d) nitrógeno e) hidrógeno
- 172.** Un tubo en forma de U está lleno de agua. De una rama del tubo el aire es extraída; la presión de aire en la otra rama del tubo a la temperatura de $T=20$ °C es la atmosférica. Ambos extremos de las ramas del tubo están cerrados. La diferencia entre los niveles de agua en las ramas es de $h=15$ m. ¿Cuál será aproximadamente la diferencia de los niveles de agua en las ramas, si el agua es calentado hasta 100 °C?
- a) 10,2 m b) 11,2 m c) 12,2 m d) 13,2 m e) 14,2 m
- 173.** En la Fig.03, en el cilindro con émbolo se halla agua en el interior de la cual en el momento inicial existe una cavidad de volumen " V ". La presión de vapores en la cavidad es muy pequeña. El émbolo ejerce sobre el agua una presión constante " P ". ¿Qué energía cinética adquiere el agua en el instante en que la cavidad desaparece? La velocidad inicial de las partículas de agua es nula. No considerar la fuerza de gravedad.

- a) $PV/2$ b) $PV/4$ c) PV d) $2PV/3$ e) $3PV/4$

174. En la Fig.04, en el cilindro mostrado a la izquierda del émbolo fijado se halla 1 mol de un gas ideal, de capacidad calorífica molar $C_V=20,76 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ a la temperatura de $T_1=27^\circ\text{C}$ y presión $P_1=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$. La parte derecha del recipiente está al vacío, en tanto que, el resorte está no deformado. El cilindro está termo aislado del medio ambiente. Cuando el émbolo fue liberado, el volumen ocupado por el gas aumento dos veces. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la temperatura final que alcanza el gas.

- a) 270,7 K b) 272,7 K c) 274,7 K d) 276,7 K e) 278,7 K

II) Hallar la presión final del gas.

- a) 0,41 atm b) 0,43 atm c) 0,45 atm d) 0,47 atm e) 0,49 atm

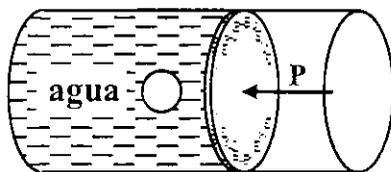


Fig.03

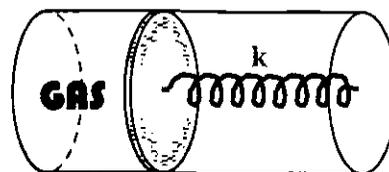


Fig.04

175. Un satélite de comunicaciones de volumen $V=1000 \text{ m}^3$, lleno de aire que se halla en condiciones normales, se encuentra en el espacio externo. Un meteorito perfora en el casco del satélite un orificio de área $A=1 \text{ cm}^2$. ¿Después de qué tiempo la presión en el satélite variará en 1 %? La temperatura del gas se considera constante. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M=29 \text{ kg/kmol}$)

- a) 10 min b) 11 min c) 12 min d) 13 min e) 14 min

176. Un recipiente que contiene un gas presenta un agujero pequeño. La temperatura del gas en el medio ambiente es " T ", la presión " P_0 ". El gas es tan rarificado que las moléculas, que ingresan y salen del recipiente, no colisionan entre ellas. En el recipiente se mantiene la temperatura de " $5T$ ". Hallar la presión al interior del recipiente.

- a) $2,04P_0$ b) $2,24P_0$ c) $2,44P_0$ d) $264P_0$ e) $2,84P_0$

177. Cuando una pelota de fútbol de masa $m=500 \text{ g}$, radio $R=12,5 \text{ cm}$ choca contra la pared este se deforma una longitud " x " ($x \ll R$), por lo que, la presión $P=2\cdot 10^5 \text{ Pa}$ del aire en el balón se mantiene prácticamente constante. Despreciando la elasticidad de la pelota, hallar el tiempo que dura el choque. ($P_0=1\cdot 10^5 \text{ Pa}$, $m=10^{-3}$)

- a) 7,1 ms b) 7,3 ms c) 7,5 ms d) 7,7 ms e) 7,9 ms

178. En la Fig.05, la cavidad termo aislada por pequeños orificios iguales, está unida con dos

volúmenes que contienen helio gaseoso. La presión de helio en estos volúmenes se mantiene constante e igual a "P", mientras que la temperatura se mantiene igual a "T" en un volumen y a "2T" en el otro. ($P=1,5 \text{ atm}$, $T=27 \text{ }^\circ\text{C}$)

I) Hallar la presión estabilizada en la cavidad.

- a) 420,3 K b) 422,3 K c) 424,3 K d) 426,3 K e) 428,3 K

II) Hallar la temperatura estabilizada en la cavidad.

- a) 1,50 atm b) 1,52 atm c) 1,54 atm d) 1,56 atm e) 1,58 atm

179. En la Fig.06, dos volúmenes iguales de $V=2 \text{ } \ell\text{t}$ se unen mediante el canal estrecho. En los volúmenes hay una cantidad pequeña de "N" partículas (son tan pocas las partículas que casi no chocan unas con otras). La temperatura del primer volumen es $T_1=117 \text{ }^\circ\text{C}$ y del segundo $T_2=17 \text{ }^\circ\text{C}$. ($k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el número de partículas en el volumen situado a la izquierda del canal.

- a) 0,40 N b) 0,42 N c) 0,44 N d) 0,46 N e) 0,48 N

II) Hallar el el número de partículas en el volumen a la derecha del canal.

- a) 0,60N b) 0,58 N c) 0,56 N d) 0,54 N e) 0,52 N

III) Hallar la presión (en kPa) en el volumen situado a la izquierda del canal.

- a) 401Nk b) 421Nk c) 441Nk d) 461Nk e) 481Nk

IV) Hallar la presión (en kPa) en el volumen situado a la derecha del canal.

- a) 70Nk b) 72Nk c) 74Nk d) 76Nk e) 78Nk

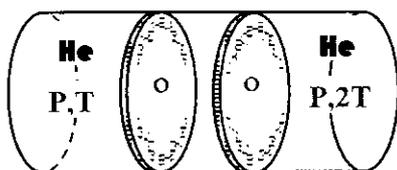


Fig.05

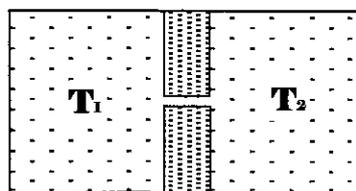


Fig.06

180. Con una bomba se realiza el vaciado de aire de una cámara de volumen $V=87 \text{ } \ell\text{t}$. La velocidad con la que se lleva a cabo el vaciado es $C=10 \text{ } \ell\text{t/s}$. ¿Después de qué tiempo la presión en la cámara disminuirá $\eta=1000$ veces?

- a) 40 s b) 45 s c) 50 s d) 55 s e) 60 s

181. El ambiente de una casa de área $A=200$ y altura $h=3 \text{ m}$ es calentado desde $10 \text{ }^\circ\text{C}$ hasta $22 \text{ }^\circ\text{C}$ mediante un calentador eléctrico, y parte del aire calentado fuga a través de las grietas

tas de la pared, cuando el aire se expande a presión constante. Se sabe que el costo de 1 kW•h es de 0,21 soles. ($M=29$ g/mol, $R=8,314$ J/mol•K, $c_p=1,007$ J/g•K)

I) Hallar la cantidad de calor transferido al aire del ambiente.

- a) 9 018 kJ b) 9 028 kJ c) 9 038 kJ d) 9 048 kJ e) 9 058 kJ

II) Hallar el gasto invertido en calentar el aire por hora.

- a) 0,512 soles b) 0,522 soles c) 0,532 soles d) 0,542 soles e) 0,552 soles

182. Un tanque de volumen $V=1$ m³ que contiene hidrógeno a la temperatura de $T_0=420$ K y presión de $P_0=250$ kPa es enfriada hasta que su temperatura desciende a $T=300$ K. ($R=8,314$ J/mol•K, $M=2,0158$ g/mol, $C_p=29,261$ J/mol•K)

I) Hallar la presión final en el tanque que contiene hidrógeno.

- a) 170,6 kPa b) 172,6 kPa c) 174,6 kPa d) 176,6 kPa e) 178,6 kPa

II) Hallar la cantidad de calor transferida del tanque al medio exterior.

- a) 180 kJ b) 182 kJ c) 184 kJ d) 186 kJ e) 188 kJ

183. En la Fig.07, en el volumen "1" se encuentra una mezcla de helio con hidrógeno. Las presiones del hidrógeno y helio son las mismas. El orificio A se abre por un tiempo breve. Hallar la razón de la presión del helio a la presión del hidrógeno en el volumen "2".

- a) 0,71 b) 0,73 c) 0,75 d) 0,77 e) 0,79

184. En la Fig.08, se muestran $n=9$ volúmenes aislados idénticos. En el volumen "1" se encuentra una misma cantidad de moléculas de masas moleculares " M_1 " y " M_2 " ($M_2=2M_1$). Por un tiempo breve se abren pequeños orificios idénticos que unen los volúmenes vecinos. Hallar la razón $N_1/N_2=?$ donde N_1 y N_2 son los números de moléculas de masas molares M_1 y M_2 , respectivamente.

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

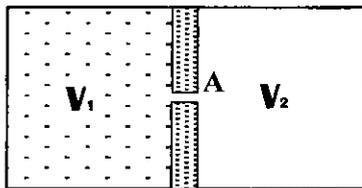


Fig.07

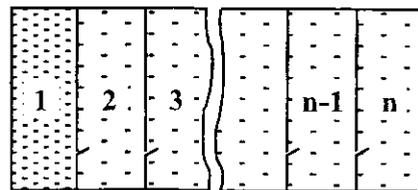


Fig.08

185. Un vaso contiene dos líquidos inmiscibles el primero agua y el segundo tetracloruro de carbono (CCl_4). A la presión atmosférica normal el tetracloruro de carbono hierve a $76,7$ °C, en tanto el agua a 100 °C. Al calentarse el vaso en baño María la ebullición en la su

perficie interfase se inicia a la temperatura de $65,5\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál de los líquidos agua (L_1) o tetracloruro de carbono (L_2) se evapora más rápido en el caso de ebullición "limitrofe" y cuántas veces? La presión de los vapores saturados de agua a $65,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ es de 192 mmHg .

- a) $L_1, 23,3$ b) $L_1, 23,3$ c) $L_1, 25,3$ d) $L_2, 25,3$ e) $L_1, 27,3$

186. Hallar aproximadamente la potencia del motor necesaria para mantener en el aire un helicóptero de masa $m=500\text{ kg}$ si las palas de la hélice son de $\ell=3\text{ m}$ de longitud. Asumir que el aire debajo de las palas se mueve homogéneamente con velocidad constante. ($R=3,814\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M=29\text{ g/mol}$, $T=23\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P_0=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $g=9,8\text{ m/s}^2$)

- a) $25,7\text{ kW}$ b) $26,7\text{ kW}$ c) $27,7\text{ kW}$ d) $28,7\text{ kW}$ e) $29,7\text{ kW}$

187. El volumen que ocupa los gases de la pólvora en el instante en que la bala disparada abandona el cañón de un fusil es $n=100$ veces mayor que el volumen de la pólvora sólida, y su temperatura es de $T=1000\text{ K}$. La masa molar de los gases de combustión es de $M=30\text{ g/mol}$ y la densidad de la pólvora sólida es $\rho=1\text{ g/cm}^3$. Hallar la presión de los gases de la pólvora en el instante en que la bala abandona el cañón del fusil. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $2,18\text{ atm}$ b) $2,28\text{ atm}$ c) $2,38\text{ atm}$ d) $2,48\text{ atm}$ e) $2,58\text{ atm}$

188. Un haz de moléculas monoatómicas de argón de masa molar $M=40\text{ g/mol}$, y concentración $n=5\cdot 10^{-3}\text{ moléculas/m}^3$ (igual masa m_i y velocidad $v_i=400\text{ m/s}$) chocan elásticamente con un émbolo de área de sección transversal igual a $S=0,2\text{ m}^2$. Hallar la magnitud de la fuerza que ejerce el haz de moléculas sobre el émbolo. ($N_A=6\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$)

- a) $1,07\text{ N}$ b) $2,07\text{ N}$ c) $3,07\text{ N}$ d) $4,07\text{ N}$ e) $5,07\text{ N}$

189. En la Fig.09, en el cilindro vertical cerrado el émbolo puede desplazarse sin fricción. A ambos lados del émbolo hay masas iguales de un mismo gas, a la temperatura " T_1 ". La relación entre los volúmenes " V_1 " y " V_2 " es $V_1=nV_2$, siendo " n " un número positivo.

I) Hallar la razón $V_1'/V_2'=?$ entre dichos volúmenes si elevamos la temperatura hasta " T_2 ".

II) Evaluar la expresión obtenida, para: $n=5$, $T_1=300\text{ K}$ y $T_2=400\text{ K}$.

- a) $3,06$ b) $3,26$ c) $3,46$ d) $3,66$ e) $3,86$

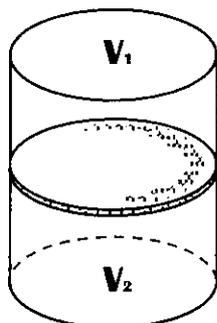


Fig.09

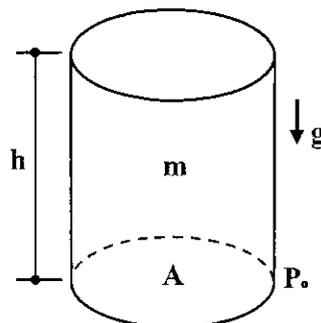


Fig.10

190. En la Fig.10, en el largo recipiente cilíndrico vertical de área de base "A" y altura "h", se encuentra un gas perfecto de masa molar "M", a la temperatura de "T". Asumiendo que la presión en su base inferior es "P₀" y que la temperatura y la aceleración de la caída libre "g" no dependen de la altura, hallar la masa del gas en el recipiente.

- I) Hallar una expresión para la masa "m" de gas en función de "A", "h", "M", "P₀", "g".
 II) Evaluar la expresión obtenida para: A=12 cm², h=40 cm, M=32 g/mol, T=340 K, P₀=1,013·10⁵ N/m², g=9,8 m/s², R=8,314 J/mol·K.

- a) 0,51 g b) 0,53 g c) 0,55 g d) 0,57 g e) 0,59 g

191. Un submarinista emplea el tiempo $\tau_1=10$ min en revisar los deterioros de la parte sumergida de un barco. En este tiempo la presión en el balón de la cámara, que inicialmente era de P₁=150 atm descende un 20 %. Después, el submarinista empieza a hacer las reparaciones. ¿Después de qué tiempo " τ_2 " de haberse sumergido tiene que terminar su trabajo el submarinista, si la presión no debe descender a menos de P₂=30 atm? (R=8,314 J/mol·K, 1 atm=1,013·10⁵ Pa)

- a) 20 min b) 25 min c) 30 min d) 35 min e) 40 min

192. En la Fig.11, en el apéndice de la vasija cerrada por el émbolo se encuentra cierta masa de agua en equilibrio con vapor saturado. El diámetro de la vasija es D=5 cm y el del apéndice d=2 mm. El émbolo se baja una altura de H=10 cm, manteniendo la temperatura en T=20 °C; elevándose el agua en el apéndice una altura de h=1 mm. Hallar la presión del vapor saturado a la temperatura de T=20 °C. (k=10³)

- a) 2,16 kPa b) 2,36 kPa c) 2,56 kPa d) 2,76 kPa e) 2,96 kPa

193. En la Fig.12, las esferas idénticas conectadas mediante el tubo muy largo y delgado de diámetro d=4 mm, contienen gas a la temperatura de T₀=0 °C. Los volúmenes a la izquierda y derecha de la gota de mercurio son iguales a V₀=1 dm³. ¿Qué distancia se desplazará la gota de mercurio, si una de las esferas se calienta hasta T₁=1 °C y la otra se enfría hasta T₂=-1 °C. (R=8,314 J/mol·K, k=1,38·10⁻²³ J/K, N_A=6,02·10²³ mol⁻¹)

- a) 25 cm b) 26 cm c) 27 cm d) 28 cm e) 29 cm

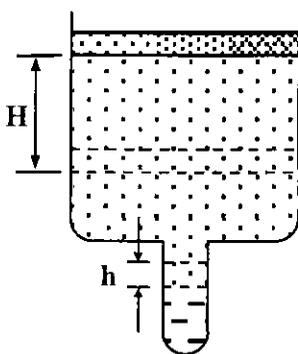


Fig.11

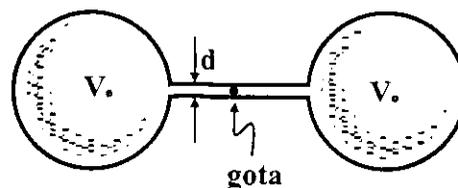


Fig.12

- 194.** En un campo de gravedad homogéneo caracterizado por la aceleración de la caída libre igual a "g" se encuentra un largo recipiente cilíndrico que contiene nitrógeno gaseoso de masa molar $M=28,01$ g/mol. La temperatura del nitrógeno varía con la altura de tal manera que su densidad " ρ " se mantiene constante. Hallar el gradiente de temperatura dT/dh . ($R=3,814$ J/mol·K, $g=9,8$ m/s², $m=10^{-3}$)
- a) -31 mK/m b) 31 mK/m c) -33 mK/m d) 33 mK/m e) -35 mK/m
- 195.** Supongamos que la presión "P" y la densidad " ρ " del aire estén ligados mediante la correlación $P/\rho^n = \text{cte.}$, independientemente de la altura (siendo "n" una constante).
- I) Hallar una expresión para el gradiente de temperatura en función de la masa molar del aire "M", la aceleración de caída libre "g", la constante de los gases "R", y "n".
- II) Evaluar el gradiente de temperatura, para: $M=29$ g/mol, $R=8,314$ J/mol·K, $g=9,8$ m/s², y $n=5$)
- a) -21,3 mK/m b) -23,3 mK/m c) -25,3 mK/m d) -27,3 mK/m e) -29,3 mK/m
- 196.** Un recipiente de volumen $V=30$ lt, contiene un gas ideal a la temperatura de 0°C y presión constante. Después que se dejó salir cierta cantidad del gas, la presión en el recipiente descendió en $\Delta P=0,78$ atm, sin cambiar su temperatura. Hallar la masa del gas que se liberó. La densidad del gas en condiciones normales es $1,3$ g/lt. ($P_0=1,013 \cdot 10^5$ N/m²)
- a) 30,4 g b) 32,4 g c) 34,4 g d) 36,4 g e) 38,4 g
- 197.** Dos botellas iguales se encuentran unidas por un tubo con una válvula que deja pasar el gas de una botella a la otra cuando la diferencia de presión alcanza $\Delta P \geq 1,10$ atm. Inicialmente una de las botellas estaba vacía, y en la otra había un gas ideal a la temperatura de $T_1=27^\circ\text{C}$ y a la presión de $P_1=1,0$ atm. Luego, ambas botellas fueron calentadas hasta la temperatura $T_2=107^\circ\text{C}$. ¿A cuánto llegó la presión del gas en la botella que estaba vacía?
- a) 0,01 atm b) 0,02 atm c) 0,04 atm d) 0,06 atm e) 0,08 atm
- 198.** Un recipiente de volumen $V=20$ lt contiene una mezcla de hidrógeno y helio a la temperatura $T=20^\circ\text{C}$, siendo su presión $P=2,0$ atm. La masa de la mezcla $m=5,0$ g, Hallar la razón $m_1/m_2=?$ de las masas del hidrógeno " m_1 " y del helio " m_2 " en la mezcla. ($R=8,31$ J/mol·K)
- a) 0,1 b) 0,3 c) 0,5 d) 0,7 e) 0,9
- 199.** Una mezcla de $m_1=7,0$ g de nitrógeno y $m_2=11,0$ g de gas carbónico se encuentran en un recipiente a una temperatura de $T=290$ K y una presión de $P_0=1,0$ atm. Hallar la densidad de la mezcla, considerando que los gases son ideales. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ N/m², $R=8,31$ J/mol·K)
- a) $0,5$ kg/m³ b) $1,5$ kg/m³ c) $2,0$ kg/m³ d) $2,5$ kg/m³ e) $3,0$ kg/m³
- 200.** Una botella de volumen $V=7,5$ lt que está a la temperatura de $T=300$ K contiene la sigui

ente mezcla de gases ideales : $n_1=0,10$ moles de oxígeno, $n_2= 0,20$ moles de nitrógeno y $n_3 = 0,30$ moles de gas carbónico. ($R=8,31$ J/mol·K, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ N/m²)

I) Hallar la presión de la mezcla.

- a) 1,0 atm b) 1,5 atm c) 2,0 atm d) 2,5 atm e) 3,0 atm

II) Hallar la masa molecular de la mezcla.

- a) 30,7 g/mol b) 32,7 g/mol c) 34,7 g/mol d) 36,7 g/mol e) 38,7 g/mol

201. A cierto gas se suministran a presión constante $Q_1=160$ cal elevándose su temperatura en $\Delta T_1 = 50$ °C. Si al mismo gas se le sustraen a volumen constante $Q_2 = 240$ cal su temperatura descende en $\Delta T_2 = 100$ °C. Hallar el número de grados de libertad de las moléculas de este gas.

- a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 3 ó 7

202. En un recipiente cerrado de capacidad 3 lt hay nitrógeno a la temperatura de 27 °C y a la presión de 3 atm. Después de calentarlo, la presión en el recipiente aumentó hasta 25 atm. Hallar la cantidad de calor suministrada al nitrógeno. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ N/m², $R=8,31$ J/mol·K)

- a) 15,5 kJ b) 15,8 kJ c) 16,1 kJ d) 16,4 kJ e) 16,7 kJ

203. En un recipiente cerrado hay 10 g de nitrógeno a la temperatura de 7 °C. ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar al nitrógeno para que la velocidad cuadrática media de sus moléculas aumente al doble?

- a) 6 210 J b) 6 220 J c) 6 230 J d) 6 240 J e) 6 250 J

204. A un recipiente cerrado de capacidad 2 lt que contiene helio a la temperatura de 20 °C y a la presión de 10^5 N/m², se le suministra cierta cantidad de calor, elevándose su temperatura en 100 °C. Hallar la razón de la energía del movimiento térmico de las moléculas de helio a la cantidad de calor suministrada.

- a) 1,73 b) 2,73 c) 3,73 d) 4,73 e) 5,73

205. ¿Qué número máximo de moléculas de gas por cm³ puede haber en un recipiente esférico de diámetro $D=15$ cm para que las moléculas no choquen entre sí? El diámetro de las moléculas es $d=3 \cdot 10^{-8}$ cm.

- a) $1,7 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ b) $2,7 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ c) $3,7 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ d) $4,7 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ e) $5,7 \cdot 10^{13}$ cm⁻³

206. Hallar el recorrido libre medio de las moléculas del anhídrido carbónico a la temperatura de $T=100$ °C y a la presión de $P=0,1$ mmHg. El diámetro de las moléculas de anhídrido carbónico es $D=3,2 \cdot 10^{-8}$ cm. ($N_A= 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹, $R= 8,31$ J/mol·K, $1 \text{ mmHg}=133,3$ N/m², $\mu=10^{-6}$)

- a) 805 μm b) 815 μm c) 825 μm d) 835 μm e) 845 μm

- 207.** Hallar el recorrido libre medio de las moléculas del aire en condiciones normales (C.N). El diámetro de estas moléculas es $D=3\cdot 10^{-8}$ cm. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $R=8,31$ J/mol \cdot K, $P=1,013\cdot 10^5$ N/m 2)
- a) 12,6 nm b) 32,6 nm c) 52,6 nm d) 72,6 nm e) 92,6 nm
- 208.** Hallar el número medio de choques que ocurrirán en 1 s entre las moléculas del nitrógeno que se encuentra a la temperatura de 27 °C a la presión de 400 mmHg. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $R=8,31$ J/mol \cdot K, 1 mmHg=133,3 N/m 2)
- a) $1,5\cdot 10^9$ s $^{-1}$ b) $2,5\cdot 10^9$ s $^{-1}$ c) $3,5\cdot 10^9$ s $^{-1}$ d) $4,5\cdot 10^9$ s $^{-1}$ e) $5,5\cdot 10^9$ s $^{-1}$
- 209.** ¿Cuántas veces se hará menor el número de choques que ocurren en 1 s entre las moléculas de un gas diatómico si el volumen de dicho gas se aumenta por vía adiabática al doble?
- a) 2,1 b) 2,3 c) 2,5 d) 2,7 e) 2,9
- 210.** Hallar el recorrido libre medio de las moléculas del nitrógeno a la temperatura de 17 °C y a la presión de 10^4 N/m 2 . El diámetro de las moléculas de nitrógeno es $D=3\cdot 10^{-8}$ cm. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $R=8,31$ J/mol \cdot K, $\mu=10^{-6}$)
- a) 1 μ m b) 2 μ m c) 3 μ m d) 4 μ m e) 5 μ m
- 211.** Hallar el recorrido libre medio de los átomos de helio sabiendo que su densidad es $\rho=2,1\cdot 10^{-2}$ kg/m 3 . El diámetro de estos átomos es $D=2\cdot 10^{-10}$ m. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $\mu=10^{-6}$)
- a) 1,8 μ m b) 2,8 μ m c) 3,8 μ m d) 4,8 μ m e) 5,8 μ m
- 212.** Hallar el tiempo medio que transcurre entre dos choques consecutivos de las moléculas del nitrógeno que se encuentra a la temperatura de 10 °C y a la presión de 1 mmHg. El diámetro de las moléculas de hidrógeno es $D=3\cdot 10^{-10}$ m. (1 mmHg=133,3 N/m 2 , $R=8,31$ J/mol \cdot K, $N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$)
- a) 0,16 μ s b) 0,36 μ s c) 0,56 μ s d) 0,76 μ s e) 0,96 μ s
- 213.** En un recipiente hay anhídrido carbónico de densidad $\rho=1,7$ kg/m 3 ; el recorrido libre medio de sus moléculas en estas condiciones es $\langle \lambda \rangle = 7,9\cdot 10^{-6}$ cm. Hallar el diámetro de las moléculas del anhídrido carbónico. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$, $n=10^{-9}$)
- a) 0,15 nm b) 0,35 nm c) 0,55 nm d) 0,75 nm e) 0,95 nm
- 214.** En un cilindro vertical cerrado por ambos extremos se encuentra un émbolo de fácil movilidad, en cada lado del cual hay un mol de aire. En estado de equilibrio, cuando la temperatura es $T_0=300$ K, el volumen de la parte superior del cilindro es $\eta=4,0$ veces mayor que el de la parte inferior. ¿A qué temperatura la relación entre estos volúmenes llegará a ser $\eta'=3$ veces?
- a) 402 K b) 412 K c) 422 K d) 432 K e) 442 K

- 215.** Con una bomba neumática de émbolo se evacua el aire de un recipiente de volumen "V" a bomba extrae en cada ciclo un volumen $\Delta V = V/500$. ¿Cuántos ciclos deben realizar para que la presión en el recipiente disminuya $\xi = 2$ veces? Considerar que el proceso es isotérmico y que el gas es ideal. (Utilizar $\ln(x)$)
- a) 307 ciclos b) 317 ciclos c) 327 ciclos d) 337 ciclos e) 347 ciclos
- 216.** De un recipiente de volumen $V = 50 \text{ lt}$, se extrae aire con una rapidez de $dV/dt = 5 \text{ lt/s}$. La presión inicial del aire en el recipiente es P_0 . Asumiendo que el proceso es isotérmico y la rapidez de extracción no depende de la presión, hallar la presión en el instante de tiempo $t = 2 \text{ s}$.
- a) $0,80 P_0$ b) $0,82 P_0$ c) $0,84 P_0$ d) $0,86 P_0$ e) $0,88 P_0$
- 217.** Un haz paralelo de moléculas de nitrógeno desplazándose a una rapidez de $v = 400 \text{ m/s}$, incide sobre una pared bajo un ángulo de $\theta = 30^\circ$ respecto a la normal. La concentración de las moléculas en el haz es $n = 0,9 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Hallar la presión que el haz ejerce sobre la pared, considerando que los choques de las moléculas con la pared son absolutamente elásticos. ($1 \text{ uma} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 1 atm b) 2 atm c) 3 atm d) 4 atm e) 5 atm
- 218.** ¿Cuántas veces se debe expandir adiabáticamente un gas que se compone de moléculas diatómicas rígidas, para que su velocidad media cuadrática disminuya $n = 1,5$ veces?
- a) 1,6 veces b) 3,6 veces c) 5,6 veces d) 7,6 veces e) 9,6 veces
- 219.** Hallar la velocidad más probable " v_p " de las moléculas de un gas de densidad $\rho = 1 \text{ g/lt}$ a la presión atmosférica normal. ($P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 300 m/s b) 350 m/s c) 400 m/s d) 450 m/s e) 500 m/s
- 220.** Hallar el número relativo de moléculas de un gas, cuyas velocidades difieren en no más del $\Delta n = 1,0 \%$ del valor de su velocidad más probable " v_p ".
- a) 1,02 % b) 1,22 % c) 1,44 % d) 1,66 % e) 1,88 %
- 221.** ¿Qué parte de las moléculas del oxígeno a la temperatura de 0°C tiene velocidades comprendidas entre 100 m/s y 110 m/s? ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 0,2 % b) 0,4 % c) 0,6 % d) 0,8 % e) 1,0 %
- 222.** En una botella hay 2,5 g de oxígeno. Utilizando la tabla de la fracción de moléculas ($\Delta N/N$) versus la velocidad relativa "u", hallar el número de moléculas de oxígeno cuyas velocidades son mayores que el valor de su velocidad cuadrática media. ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

u	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
$\Delta N/N$	0,95	0,75	0,41	0,18	0,05	0,01

- a) $1,9 \cdot 10^{22}$ b) $3,9 \cdot 10^{22}$ c) $5,9 \cdot 10^{22}$ d) $7,9 \cdot 10^{22}$ e) $9,9 \cdot 10^{22}$

223. Hallar la velocidad relativa media de las moléculas del oxígeno que se encuentra a la temperatura de 27°C . ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 600 m/s b) 610 m/s c) 620 m/s d) 630 m/s e) 640 m/s

224. Hallar la temperatura de un gas de hidrógeno, si se sabe que la velocidad media cuadrática de sus moléculas es mayor que su velocidad más probable en $\Delta v = 400 \text{ m/s}$.

- a) 381°K b) 383°K c) 385°K d) 387°K e) 389°K

225. Utilizando la distribución de Maxwell, hallar la presión ejercida por un gas sobre una pared, si la temperatura del gas es $T=127^\circ\text{C}$ y la concentración de las moléculas igual a $n=8 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. ($k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

- a) 0,11 atm b) 0,22 atm c) 0,44 atm d) 0,66 atm e) 0,88 atm

226. Un recipiente de volumen $V=20 \text{ lt}$ contiene una mezcla de hidrógeno y helio a la temperatura de $T=20^\circ\text{C}$, y presión de $P=2,0 \text{ atm}$. La masa de la mezcla es $m=5,0 \text{ g}$. Hallar la razón de la masa de hidrógeno m_1 a la de helio m_2 . ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $M_1=2,0 \text{ g/mol}$, $M_2=4,0 \text{ g/mol}$)

- a) 0,41 b) 0,43 c) 0,45 d) 0,47 e) 0,49

227. En la Fig.13, las esferas idénticas conectadas mediante el tubo muy largo y delgado de diámetro $d=4 \text{ mm}$, contienen cada una " n " moles de gas a la temperatura de $T_0=0^\circ\text{C}$. Los volúmenes a la izquierda y derecha de la gota de mercurio son iguales a $V_0=1 \text{ dm}^3$. Hallar el trabajo realizado por el gas al desplazar a la gota de mercurio, si una de las esferas se calienta hasta $T_1=2^\circ\text{C}$ y la otra se enfría hasta $T_2=-2^\circ\text{C}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $1,27nR$ b) $2,27nR$ c) $3,27nR$ d) $4,27nR$ e) $5,27nR$

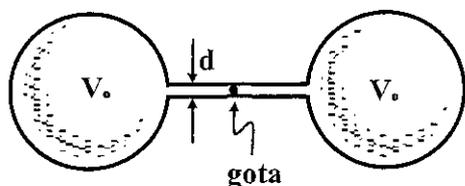


Fig.13

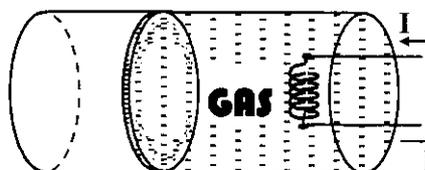


Fig.14

228. En la Fig.14, " n " moles del gas ideal encerrado en el cilindro a la presión " P_1 " y volumen " V_1 " se calienta mediante corriente eléctrica que pasa por la espiral, manteniendo el volumen " V_1 " constante, alcanzando el gas una presión de " P_2 ". A continuación se calienta, a presión constante de " P_1 ", partiendo de ese mismo estado inicial, alcanzando el gas un volumen final de " V_2 ".

- I) Hallar la razón $C_p/C_v=?$ de las capacidades caloríficas molares a presión " C_p " y volumen " C_v " constantes.
- II) Evaluar la expresión $C_p/C_v=?$, para: $P_2=1,7P_1$ y $V_2=1,5V_1$.
- a) 1,32 b) 1,40 c) 1,54 d) 1,67 e) 1,82

229. Demostrar que la ecuación de van der Waals, viene dado por: $(P+a/v^2)(v-b)=RT$, donde " P " es la presión, " v " el volumen molar específico, " T " la temperatura, " a " y " b " constantes de corrección para la presión y volumen específico, en la ecuación de estado de un gas ideal.

230. En la Fig. 15, el gas de masa molar $M=32,0$ g/mol, y capacidad calorífica a presión constante de $C_p=29,4$ J/mol·K, que se encuentra en el recipiente a la temperatura de $T_1=70$ °C sale por el agujero hacia el medio ambiente que está a la temperatura de $T_2=20$ °C. Hallar la velocidad " v " de escape del gas. ($R=8,314$ J/mol·K)

- a) 9,0 m/s b) 9,2 m/s c) 9,4 m/s d) 9,6 m/s e) 9,8 m/s

231. En la Fig. 16, el cilindro aislado térmicamente encierra mediante un pistón de peso despreciable y área $A=400$ cm², una masa de $m=25$ g de agua a la temperatura de $T=0$ °C. La presión externa es de $P=1,013 \cdot 10^5$ N/m². ¿A qué altura se elevará el pistón, si el calentador eléctrico que se encuentra en el cilindro, desprende una cantidad de calor de $Q=24$ kJ? ($L_v=2260$ J/g, $R=8,314$ J/mol·K, $c_e=4,186$ J/g·°C)

- a) 15 cm b) 16 cm c) 17 cm d) 18 cm e) 19 cm

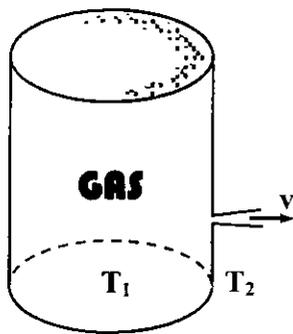


Fig.15

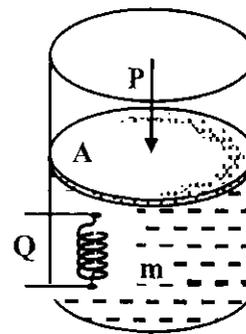


Fig.16

232. Un recipiente de volumen " V " contiene gas carbónico (CO_2) a la temperatura de $T=300$ K, su densidad es $\rho=500$ g/lt. ($R=8,314$ J/mol·K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ N/m²)

I) Hallar la presión del gas, a partir de la ecuación del gas ideal para un estado.

- a) 280 atm b) 282 atm c) 284 atm d) 286 atm e) 288 atm

II) Hallar la presión del gas, a partir de la ecuación de van der Waals.

- a) 80 atm b) 82 atm c) 84 atm d) 86 atm e) 88 atm

233. En un recipiente de volumen $V=1 \text{ lt}$ se encuentra un $n=1 \text{ mol}$ de nitrógeno. Hallar la temperatura del nitrógeno, para la cual el error en el cálculo de la presión, determinada mediante la ecuación de estado del gas ideal, constituye el $\eta=10 \%$, respecto de la presión determinada mediante la ecuación de van der Waals. ($R=0,082 \text{ atm}\cdot\text{lt}/\text{mol}\cdot\text{K}$, $M=28 \text{ g/mol}$)

- a) 121,2 K b) 123,2 K c) 125,2 K d) 127,2 K e) 129,2 K

234. En la ecuación de estado de van der Waals, la constante "b" representa la cantidad de "volumen no disponible" ocupado por las moléculas mismas. Por lo tanto, "V" se sustituye por $(V-nb)$, donde "n" es el número de moles. Para el oxígeno, "b" es aproximadamente $3,2\cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Estimar el diámetro de una molécula de oxígeno. ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

- a) 1 Å b) 2 Å c) 3 Å d) 4 Å e) 5 Å

235. I) A partir de la ecuación de estado de van der Waals, demostrar que la temperatura y la presión críticas están dadas por: $T_{cr}=8a/27bR$, $P_{cr}=a/27b^2$. (Sugerencia: Considere el hecho de que la curva P versus V tiene un punto de inflexión en el punto crítico, de manera que la primera y segunda derivadas son ceros.)

II) Determinar "a" y "b" para el gas carbónico CO_2 a partir de los valores medidos de $T_{cr}=304 \text{ K}$ y $P_{cr}=72,8 \text{ atm}$.

236. Un recipiente de volumen "V" contiene una mezcla de dos gases. La unidad de volumen de la mezcla está constituida por "n₁" moléculas de un gas y "n₂" de otro gas. Los radios de las moléculas son "R₁" y "R₂". Hallar la longitud del recorrido libre medio de las moléculas de dichos gases.

237. I) Estimar el tiempo necesario para que una molécula de glicerina se difunda una distancia de $\Delta x=15 \text{ }\mu\text{m}$ en agua a la temperatura de $T=20 \text{ }^\circ\text{C}$, si su concentración varía a lo largo de esa distancia de $n_1=1,0 \text{ mol}/\text{m}^3$ a $n_2=0,5 \text{ mol}/\text{m}^3$. La masa molecular de la glicerina es de aproximadamente $m=75 \text{ uma}$, $1 \text{ uma}=1,66\cdot 10^{-27} \text{ kg}$

II) Hallar la rapidez de las moléculas de glicerina y comparar con su rapidez cuadrática media térmica. ($D=95\cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$, $k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $\mu=10^{-6}$)

238. Por un tubo conductor de gas de área de sección transversal $A=4 \text{ cm}^2$ pasa anhídrido carbónico a la presión de $P=4\cdot 10^5 \text{ Pa}$ y a la temperatura de $T=10 \text{ }^\circ\text{C}$. Durante el tiempo de $t=10 \text{ min}$ por el tubo pasa una masa de $m=2 \text{ kg}$ de gas. Hallar la velocidad media del gas. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ min}=60 \text{ s}$)

- a) 1,1 m/s b) 1,3 m/s c) 1,5 m/s d) 1,7 m/s e) 1,9 m/s

239. Un satélite artificial de área de sección $A=1 \text{ m}^2$ se desplaza a una rapidez de $v=7,9 \text{ km/s}$ por una órbita alrededor de la Tierra. La presión del aire a la altura de $h=200 \text{ km}$ es de $P=1,37\cdot 10^{-4} \text{ Pa}$ y la temperatura de $T=1226 \text{ K}$. Hallar el número de choques que experimenta el satélite con las moléculas de aire por unidad de tiempo. ($N_A=6,023\cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $E=10^{18}$)

- a) 62 Es^{-1} b) 64 Es^{-1} c) 66 Es^{-1} d) 68 Es^{-1} e) 70 Es^{-1}

240. La masa atómica molar del yodo es de 127 g. Una onda estacionaria en un tubo lleno de yodo gaseoso a la temperatura de $T=111 \text{ }^\circ\text{C}$ tiene nodos separados por una distancia de $d=6,77 \text{ cm}$ cuando la frecuencia es de $f=1400 \text{ Hz}$. Determinar si el yodo gaseoso es monoatómico o diatómico. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

241. Un cilindro inicialmente aislado contiene CO_2 en estado de equilibrio. El CO_2 es calentado eléctricamente durante un tiempo de $t=10 \text{ min}$ a presión constante, hasta que su volumen se duplica. Hallar la intensidad de corriente eléctrica utilizada. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 2,16 A b) 2,26 A c) 2,36 A d) 2,46 A e) 2,56 A

242. Un cierto gas diatómico se dilata, según la ley, $PV^2=\text{cte}$. I) Se calienta o enfría el gas. II) Hallar la capacidad calorífica molar del gas, en este proceso. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $0,5R$ b) $1,0R$ c) $1,5R$ d) $2,0R$ e) $2,5R$

243. Hallar la capacidad calorífica de una pompa de jabón, de radio $r=4 \text{ cm}$, tensión superficial $\gamma=0,075 \text{ N/m}$, la presión atmosférica normal es de $P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, la temperatura del medio es de $T=27 \text{ }^\circ\text{C}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 231,7 J/K b) 233,7 J/K c) 235,7 J/K d) 237,7 J/K e) 239,7 J/K

244. Un gas ideal diatómico de volumen inicial $V_0=0,4 \text{ m}^3$, y exponente adiabático $\chi=1,4$ se expande según la ley: $P=\alpha V$, donde " α " es una constante, aumentando su volumen $n=3$ veces. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el incremento de la energía interna del gas.

- a) $3,0\alpha$ b) $3,2\alpha$ c) $3,4\alpha$ d) $3,6\alpha$ e) $3,8\alpha$

II) Hallar el trabajo realizado por este gas, en este proceso.

- a) $0,60\alpha$ b) $0,62\alpha$ c) $0,64\alpha$ d) $0,66\alpha$ e) $0,68\alpha$

III) Hallar la capacidad calorífica molar de este gas en este proceso.

- a) $2,0R$ b) $2,5R$ c) $3,0R$ d) $3,5R$ e) $4,0R$

245. Un mol de argón se expande según una línea politrópica de exponente $n=1,5$, experimentando un cambio de temperatura de $\Delta T=-26 \text{ K}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la cantidad de calor obtenido por el gas de argón.

- a) 100 J b) 102 J c) 104 J d) 106 J e) 108 J

II) Hallar el trabajo realizado por el gas de argón.

- a) 430,2 J b) 432,2 J c) 434,2 J d) 436,2 J e) 438,2 J

246. En cierto proceso politrópico el volumen de argón aumento en $\alpha=4$ veces, y la presión disminuyo en $\beta=8$ veces. Hallar la capacidad calorífica molar del argón en este proceso, considerando que el gas es ideal. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $-0,31R$ b) $-0,41R$ c) $-0,51R$ d) $-0,61R$ e) $-0,71R$

247. Un gas perfecto diatómico de exponente adiabático " χ " se expande de modo que el calor suministrado a éste es igual a la disminución de su energía interna. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la capacidad calorífica molar del gas en este proceso.

- a) $-1,5R$ b) $-2,0R$ c) $-2,5R$ d) $-3,0R$ e) $-3,5R$

II) Hallar la ecuación del proceso en función de la temperatura (T) y el volumen (V).

- a) $T^{0,4}V=\text{cte.}$ b) $T\cdot V^{0,2}=\text{cte.}$ c) $T^{0,2}V=\text{cte.}$ d) $T\cdot V^{0,4}=\text{cte.}$ e) $T\cdot V^{0,3}=\text{cte.}$

III) Hallar el trabajo realizado por un mol de este gas al aumentar $\eta=4$ veces su volumen.

- a) $361R$ b) $363R$ c) $365R$ d) $367R$ e) $369R$

248. El volumen de un gas perfecto, cuyo exponente adiabático es " χ ", varía según la ley $V=a/T$ siendo "a" una constante. Hallar la cantidad de calor obtenida por el gas en este proceso, si su temperatura aumento en " ΔT ". ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

249. Un mol de gas perfecto cuyo exponente adiabático es " χ " efectúa un proceso, durante el cual su presión depende de la temperatura según la ley: $P=aT^\alpha$, siendo "a" y " α " constantes. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el trabajo que realiza el gas, si el incremento de su temperatura es " ΔT ".

II) Hallar la capacidad calorífica molar "C" del gas en este proceso.

III) ¿Para qué valor de " α " la capacidad calorífica del gas es negativa?

250. En un proceso politrópico, $P\cdot V^n=\text{cte.}$, un gas perfecto de masa "m", masa molecular "M", y exponente adiabático " χ ", aumenta su temperatura en " ΔT ". ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Demostrar que la relación de las presiones y temperaturas, para los estados inicial y final, viene dado por: $P_o(T_o)^{n/(1-n)} = P(T)^{n/(1-n)}$

II) Demostrar que la relación de los volúmenes y temperaturas, para los estados inicial y final, viene dado por: $V_o(T_o)^{1/(n-1)} = V(T)^{1/(n-1)}$.

III) Demostrar que el trabajo realizado por el gas es: $W = (P_o V_o - PV)/(n-1)$.

IV) Demostrar que el trabajo realizado por el gas es: $W = mRT_o[1 - (P/P_o)^{(n-1)/n}]/M(n-1)$.

V) Demostrar que el trabajo realizado por el gas es: $W = P_o V_o / (n-1) [1 - (V/V_o)^{(1-n)}]$

VI) Demostrar que la capacidad calorífica molar del gas es: $C = (n-\chi)R / (n-1)(\chi-1)$.

VII) Demostrar que el exponente politrópico gas es: $n = (C - C_p) / (C - C_v)$, donde " C_p " y " C_v " son las capacidades caloríficas molares a presión y volumen constantes.

251. Se tiene un gas perfecto de capacidad calorífica molar, a volumen constante, igual a " C_v ". Hallar la capacidad calorífica molar de este gas en función de su volumen "V".

- I) Si el proceso transcurre según la ley: $T=T_0e^{\alpha V}$.
- II) Si el proceso transcurre según la ley: $P=P_0e^{\alpha V}$, donde " α " y " P_0 " son constantes.
- 252.** Un mol de gas perfecto de exponente adiabático " χ " realiza cierto proceso, aumentando su volumen de " V_1 " a " V_2 ", según la ley: $P=P_0+\alpha/V$, donde " α " y " P_0 " son constantes positivas. ($R=3,814 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- I) Hallar la capacidad calorífica del gas en función de su volumen.
- II) Hallar el incremento de la energía interna que experimenta el gas.
- III) Hallar el trabajo realizado por el gas, durante el proceso dado.
- IV) Hallar el calor suministrado al gas, durante el proceso dado.
- 253.** La humedad relativa en un cuarto que está a la temperatura de 20°C es de 12 %. Hallar el cambio que experimenta la humedad relativa, cuando la temperatura se eleva gradualmente en 20°C . Las presiones de los vapores saturados a las temperaturas de $T_0=20^\circ\text{C}$ y $T=40^\circ\text{C}$ son de $P_0=2,33 \text{ kPa}$ y $P=7,34 \text{ kPa}$, respectivamente. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)
- a) 3,0 % b) 3,2 % c) 3,4 % d) 3,6 % e) 3,8 %
- 254.** En un cilindro de pistón se comprimen en un proceso isotérmico una masa de $m=10 \text{ g}$ de vapor de agua a la temperatura de $T=30^\circ\text{C}$. ¿Para qué volumen el vapor comenzará a condensarse?. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 300 lt b) 310 lt c) 320 lt d) 330 lt e) 340 lt
- 255.** Para sumergirse a una gran profundidad un tanque de buceo de volumen $V=3,1 \text{ lt}$, se llena con un 50 % (por volumen) de oxígeno puro y un 50 % de helio puro, a la presión manométrica de $P=12 \text{ atm}$ y temperatura de $T=20^\circ\text{C}$. ($k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)
- I) Hallar el número de moléculas de oxígeno puro que existen en el tanque lleno.
- a) $1,22\cdot 10^{23}$ b) $2,22\cdot 10^{23}$ c) $3,22\cdot 10^{23}$ d) $4,22\cdot 10^{23}$ e) $5,22\cdot 10^{23}$
- II) Hallar el número de moléculas de helio puro que existen en el tanque.
- a) $1,22\cdot 10^{23}$ b) $2,22\cdot 10^{23}$ c) $3,22\cdot 10^{23}$ d) $4,22\cdot 10^{23}$ e) $5,22\cdot 10^{23}$
- III) Hallar la razón entre las energías cinéticas de las moléculas de oxígeno y helio.
- a) 0,5 b) 1,0 c) 1,5 d) 2,0 e) 2,5
- IV) Hallar la razón entre las rapidez cuadráticas medias de las moléculas de oxígeno y helio.
- a) 0,20 b) 0,25 c) 0,30 d) 0,35 e) 0,40
- 256.** Un vehículo espacial que regresa del satélite artificial "Luna" ingresa a la atmósfera con una rapidez aproximada de $v=42,000 \text{ km/h}$. Hallar la temperatura asociada con las moléculas de nitrógeno que golpean la nariz del vehículo con esta rapidez. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^{-23}$)

- a) 113 kK b) 123 kK c) 133 kK d) 143 kK e) 153 kK

257. Para evaporar una masa de $m=1$ g de agua a la temperatura ambiente, se utiliza una energía de $E=2,45$ kJ. ($R=8,314$ J/mol \cdot K, $k=1,38\cdot 10^{-23}$ J/K)

I) Hallar la rapidez promedio de las moléculas que se evaporan.

- a) 2,11 km/s b) 2,21 km/s c) 2,31 km/s d) 2,41 km/s e) 2,51 km/s

II) ¿Qué múltiplo de " v_{rcm} " (a la temperatura de 20 °C) para moléculas de agua representa esto?

- a) 0,34 km/s b) 0,44 km/s c) 0,54 km/s d) 0,64 km/s e) 0,74 km/s

258. La presión de vapor de saturación del agua a las temperaturas de 30 °C (verano) y 5 °C (invierno) son, $4,24$ kPa y $0,872$ kPa, respectivamente. Hallar la presión de vapor total del agua en el aire. ($R=8,314$ J/mol \cdot K, $k=10^3$)

I) En un día caluroso de verano a la temperatura de 30 °C, y humedad relativa de 65 %.

- a) 2,36 kPa b) 2,46 kPa c) 2,56 kPa d) 2,66 kPa e) 2,76 kPa

II) En un día frío de invierno a la temperatura de 5 °C, y humedad relativa de 75 %.

- a) 650 Pa b) 654 Pa c) 658 Pa d) 662 Pa e) 666 Pa

259. La densidad de los átomos, principalmente de hidrógeno, en el espacio interestelar es de aproximadamente un átomo por centímetro cúbico. Hallar el recorrido libre medio " $\bar{\lambda}$ " de los átomos de hidrógeno, considerando su diámetro atómico de $D=10^{-10}$ m. ($T=10^{12}$)

- a) 20,5 Tm b) 22,5 Tm c) 24,5 Tm d) 26,5 Tm e) 28,5 Tm

260. Una tapa circular de masa $M=0,50$ kg se mantiene suspendida contra la gravedad, mediante pelotas de tenis de masa $m=52$ g lanzadas verticalmente hacia arriba contra ella con una rapidez de $v=12$ m/s. ¿Cuántas pelotas de tenis por segundo deben rebotar elásticamente en la tapa? ($g=10$ m/s²)

- a) 3 pelotas/s b) 4 pelotas/s c) 4 pelotas/s d) 5 pelotas/s e) 6 pelotas/s

261. Un mol de gas perfecto de capacidad calorífica a presión constante de " C_p " efectúa un proceso según la ley: $T=T_0+\alpha V$, donde " T_0 " y " α " son constantes.

I) Hallar la capacidad calorífica del gas en función de su volumen.

II) Hallar el calor suministrado al gas, si su volumen aumento desde " V_1 " hasta " V_2 ".

262. Determinar la ecuación del proceso de un gas perfecto en función de las variables temperatura " T " y volumen " V ", cuando su capacidad calorífica molar:

I) Varía según la ley: $C=C_V+\alpha T$, donde " α " es una constante.

II) Varía según la ley: $C=C_V+\beta V$, donde " β " es una constante.

III) Varía según la ley: $C=C_V+aP$, siendo "a" una constante.

263. Hallar el trabajo, realizado por un mol de gas de van der Waals, durante su expansión isotérmica a la temperatura $T=37\text{ }^\circ\text{C}$ desde el volumen $V_1=1\text{ }\ell\text{t}$ hasta $V_2=2\text{ }\ell\text{t}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $a=0,36\text{ N}\cdot\text{m}^4/\text{mol}^2$ y $b=4,3\cdot 10^{-5}\text{ m}^3/\text{mol}$, $k=10^3$)

- a) 1,06 kJ b) 1,26 kJ c) 1,46 kJ d) 1,66 kJ e) 1,86 kJ

264. Se tiene un gas perfecto de exponente adiabático " χ ", y cuya capacidad calorífica molar varía en cierto proceso según la ley: $C=\alpha/T$, donde " α " es una constante.

I) Hallar el trabajo realizado por un mol de gas durante su calentamiento desde la temperatura " T_0 " hasta otra " η " veces mayor.

II) Hallar la ecuación de proceso en función de la presión "P" y el volumen "V".

265. I) La rapidez cuadrática media de una molécula o partícula es $v_{\text{rcm}}=1,0\text{ mm/s}$ a la temperatura de $T=300\text{ K}$. ¿Cuál es la masa de dicha molécula ó partícula? ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$, $k=1,38\cdot 10^{-23}\text{ J/K}$, $f=10^{-15}$)

- a) 10,4 fkg b) 11,4 fkg c) 12,4 fkg d) 13,4 fkg e) 14,4 fkg

II) Si la partícula es un cristal de hielo, ¿Cuántas moléculas hay en el cristal? La masa molar del agua es $M=18\text{ g/mol}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $G=10^9$)

- a) 405 G b) 415 G c) 425 G d) 435 G e) 445 G

III) Hallar el diámetro de la partícula si es un trozo esférico de hielo. ¿Sería visible dicha partícula a simple vista? ($\mu=10^{-6}$)

- a) 2,55 μm b) 2,65 μm c) 2,75 μm d) 2,85 μm e) 2,95 μm

266. Se tiene un tanque de volumen $V=5,0\text{ }\ell\text{t}$, que contiene gas de nitrógeno de masa molar $M=2,016\text{ g/mol}$ a la presión de $P=1,01\cdot 10^5\text{ Pa}$ y temperatura de $T=300\text{ K}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la energía cinética de traslación aleatoria total del gas.

- a) 750 J b) 752 J c) 754 J d) 756 J e) 758 J

II) Si el tanque que contiene el gas de nitrógeno se coloca en un avión que se desplaza a la rapidez de $v=300\text{ m/s}$. ¿En qué porcentaje aumenta la energía cinética total del gas?

- a) 2,16 % b) 2,26 % c) 2,36 % d) 2,46 % e) 2,56 %

III) Como la energía cinética de las moléculas de gas es mayor cuando éste se encuentra en el avión, ¿Significa esto que su temperatura aumentó?

267. I) Hallar el aumento de energía potencial gravitacional de una molécula de nitrógeno de masa molar $M=28\text{ g/mol}$ para un aumento de elevación de $h=400\text{ m}$ cerca de la superficie terrestre. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\text{ moléculas/mol}$, $g=9,8\text{ m/s}^2$, $y=10^{-24}$)

- a) 152 yJ b) 162 yJ c) 172 yJ d) 182 yJ e) 192 yJ

II) ¿Para qué aumento de temperatura, se obtiene la misma energía cinética media de una molécula de nitrógeno para ese cambio de altura. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

- a) 8,59 K b) 8,69 K c) 8,79 K d) 8,89 K e) 8,99 K

III) ¿Es posible que una molécula de nitrógeno cerca del nivel del mar, donde $T=15$ °C, ascienda a 400 m? ¿Es probable que lo haga sin chocar con otras moléculas en el camino?

268. En una jaula cúbica de lados $\ell=1,25$ el número de abejas rabiosas es $N=2500$; cada una de ellas vuela aleatoriamente con una rapidez de $v=1,1$ m/s. Asumiendo a las abejas como esferas de diámetro $D=1,5$ cm.

I) Hallar el recorrido libre medio correspondiente al movimiento de las abejas.

- a) 70 cm b) 72 cm c) 74 cm d) 76 cm e) 78 cm

II) Hallar el tiempo medio entre choques correspondientes a las abejas.

- a) 0,709 s b) 0,719 s c) 0,729 s d) 0,739 s e) 0,749 s

III) Hallar el número de choques por segundo que experimenta una abeja.

- a) 1,41 b) 1,43 c) 1,45 d) 1,47 e) 1,49

269. Un globo con un volumen de $V=750$ m³ se llena con hidrógeno a presión atmosférica de $P_0=1,01 \cdot 10^5$ Pa. ($R=8,314$ J/mol·K, $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)

I) Si el hidrógeno se deposita en cilindros de volumen $V_0=1,90$ m³ a la presión manométrica de $P_{\text{man}}=1,2 \cdot 10^6$ Pa, ¿Cuántos cilindros se han utilizado? Asuma que la temperatura del hidrógeno se mantiene constante.

- a) 31 b) 32 c) 33 d) 34 e) 35

II) ¿Qué peso total (además del peso del gas) puede sostener el globo si el gas y el aire circundante están a $T=15$ °C. La masa molar del hidrógeno es de $M=2,02$ g/mol. La densidad del aire es de $\rho=1,23$ kg/m³.

- a) 8414 N b) 8424 N c) 8434 N d) 8444 N e) 8454 N

III) ¿Qué peso se podría sostener si el globo, se llenará con helio de masa molar $M=4,0$ g/mol en lugar de hidrógeno, también a la temperatura de $T=15$ °C?

- a) 7800 N b) 7820 N c) 7840 N d) 7860 N e) 7880 N

270. El extremo inferior de un tubo estrecho vertical de longitud "2L" está cerrado en tanto el extremo superior está abierto a la atmósfera de presión " P_0 ". En la mitad inferior del tubo se encuentra un gas a la temperatura " T_0 ", en tanto, la mitad superior está llena de mercurio de densidad " ρ ". ($g=10$ m/s²)

- I) Hallar una expresión para la temperatura mínima a la que debe calentarse el gas, para que el mercurio sea desplazado.
- II) Evaluar la temperatura mínima, para: $T_0=15\text{ }^\circ\text{C}$, $\rho=13,6\text{ g/cm}^3$, $2L=152\text{ cm}$
- a) $47\text{ }^\circ\text{C}$ b) $49\text{ }^\circ\text{C}$ c) $51\text{ }^\circ\text{C}$ d) $53\text{ }^\circ\text{C}$ e) $55\text{ }^\circ\text{C}$
- 271.** ¿Cuántos ciclos debe efectuar el émbolo de una bomba de volumen de trabajo "V", para elevar la presión " η " veces desde la atmosférica " P_0 " hasta "P" en un recipiente de volumen " V_0 "? Despreciese el calentamiento del gas. ($V=3V_0/4$, $\eta=21$)
- a) 12 ciclos b) 13 ciclos c) 14 ciclos d) 15 ciclos e) 16 ciclos
- 272.** ¿Después de cuántos ciclos del émbolo de una bomba de volumen de trabajo "V", se puede rarificar un recipiente de volumen " V_0 " ($V=3/4V_0$) disminuyendo la presión $\xi=88$ veces desde la presión " P_0 " hasta "P"?
- a) 5 ciclos b) 6 ciclos c) 7 ciclos d) 8 ciclos e) 9 ciclos
- 273.** Un mol de oxígeno se expandió a la temperatura constante de $T=280\text{ K}$ desde el volumen $V_1=1,01\text{ lt}$ hasta $V_2=5,0\text{ lt}$. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$, $a=1,35\text{ atm}\cdot\text{lt}^2/\text{mol}$, $b=0,032\text{ lt/mol}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)
- I) Hallar el incremento de la energía interna del gas de van der Waals.
- a) 0,11 kJ b) 0,21 kJ c) 0,31 kJ d) 0,41 kJ e) 0,51 kJ
- II) Hallar la cantidad de calor absorbido por el gas de van der Waals.
- a) 3,51 kJ b) 3,61 kJ c) 3,71 kJ d) 3,81 kJ e) 3,91 kJ
- 274.** En la Fig.17, en el tubo capilar, sumergido verticalmente en el agua una longitud $\ell=8\text{ cm}$ el agua asciende hasta la altura $h=12\text{ cm}$. Con el extremo inferior del tubo cerrado este se retira del agua y abre nuevamente. Hallar la longitud de la columna de agua que queda en el tubo. ($\rho=1000\text{ kg/m}^3$, $g=9,8\text{ m/s}^2$)
- a) 20 cm b) 22 cm c) 24 cm d) 26 cm e) 28 cm
- 275.** En la Fig.18, en el tubo en forma de U, cuando en el extremo derecho se echa agua, en el extremo izquierdo cerrado, queda aire una altura de "h" a la temperatura de " T_0 ". ¿Para qué temperatura "T" del aire, la diferencia de los niveles del agua, en ambas ramas es igual a la mitad de la inicial. La presión atmosférica " P_0 " es la de una columna de agua de longitud "40h". Despreciar la presión del vapor de agua. ($\rho=1000\text{ kg/m}^3$, $g=9,8\text{ m/s}^2$)
- a) $0,70T_0$ b) $0,72T_0$ c) $0,74T_0$ d) $0,76T_0$ e) $0,78T_0$
- 276.** Se tiene un recipiente con "N" moléculas de oxígeno gaseoso de masa molar $M=32\text{ g/mol}$ a la temperatura de $T=300\text{ K}$. Hallar la fracción de moléculas con velocidades en el intervalo de 599 m/s a 601 m/s .

- a) 0,165 b) 0,265 c) 0,365 d) 0,465 e) 0,565

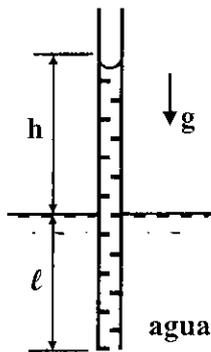


Fig.17

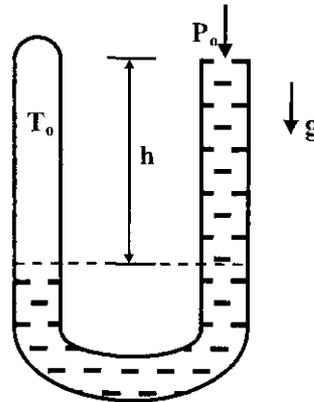


Fig.18

277. En la Fig. 19, en el aparato de Miller y Kusch la longitud del cilindro giratorio es $L=20,4$ cm y el ángulo es $\phi=0,0841$ rad. ¿Qué velocidad rotatoria corresponde a una velocidad seleccionada de $v=212$ m/s?

- a) 85,4 rad/s b) 86,4 rad/s c) 87,4 rad/s d) 88,4 rad/s e) 89,4 rad/s

278. En la Fig. 20, la distribución hipotética de la velocidad del gas de "N" partículas mostrada, viene dada por: $N(v)=Cv^2$, $0 < v < v_0$; $N(v)=0$, $v > v_0$.

- I) Hallar una expresión para "C" en función de "N" y " v_0 ".
 II) Hallar la velocidad media " \bar{v} " de las partículas.
 III) Hallar la velocidad cuadrática media " \bar{v}_c " de las partículas.

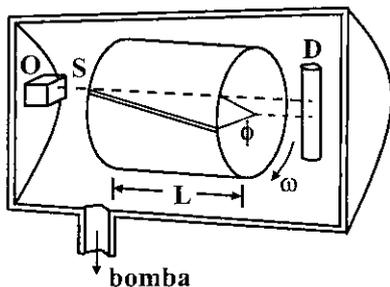


Fig.19

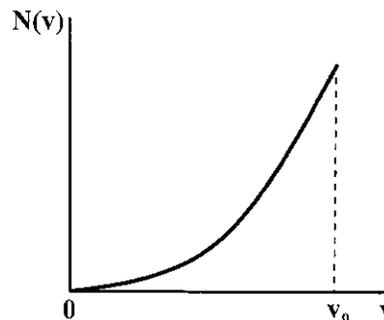


Fig.20

279. ¿A qué frecuencia la longitud de onda del sonido es del orden del recorrido libre en el gas de nitrógeno a la presión de $P=1,02$ atm y temperatura de $T=18$ °C. El diámetro de la molécula de nitrógeno es de $D=315$ pm? ($1 \text{ atm}=1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $p=10^{-12}$)

- a) 3,08 GHz b) 3,28 GHz c) 3,48 GHz d) 3,68 GHz e) 3,88 GHz

280. En un recipiente cerrado hay $n_1=1$ mol de tetróxido de nitrógeno. Se produce una disociación parcial de moléculas de bióxido de nitrógeno: $N_2O_4=2NO_2$. El grado de disociación resulta ser $\alpha_1=0,2$. En el recipiente se establece la presión $P_1=2,4 \cdot 10^4$ Pa. Cuando en

este mismo recipiente se ponen $n_2=0,5$ mol de tetróxido de nitrógeno, una vez que se establece el equilibrio a la misma temperatura que en el experimento anterior, la presión resulta ser $P_2=1,25 \cdot 10^4$ Pa. Hallar el grado de disociación del N_2O_4 en el segundo experimento.

- a) 0,19 b) 0,22 c) 0,25 d) 0,28 e) 0,31

281. Una botella de volumen "V" que contiene una masa de nitrógeno de $m_1=1,2$ kg, al ser sometida a la temperatura de $T_1=400$ °C revienta. ¿Qué masa de hidrógeno " m_2 " podrá guardarse en otra botella idéntica, a la temperatura de $T_2=30$ °C, con un margen de seguridad de 4?

- a) 45,6 g b) 46,6 g c) 47,6 g d) 48,6 g e) 49,6 g

282. Por una chimenea de altura $h=50$ m, se expulsa el humo a la temperatura de $T=60$ °C. Hallar la diferencia de presiones en la chimenea que asegure la salida del humo. La temperatura del aire es de $T_0=-10$ °C y su densidad $\rho_0=1,29$ kg/m³. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 131 Pa b) 133 Pa c) 135 Pa d) 137 Pa e) 138 Pa

283. Un recipiente de volumen $V=1$ dm³, contiene una masa de $m=0,2$ g de anhídrido carbónico. A la temperatura de $T=2600$ K cierta parte de las moléculas de CO_2 se disocia en moléculas de óxido de carbono y de oxígeno: $2CO_2=2CO+O_2$. El grado de disociación de las moléculas de CO_2 es del 20 %. ($R=8,314$ J/mol·K, $k=10^3$)

I) Hallar la presión en el recipiente en el caso en que no haya disociación.

- a) 95,3 kPa b) 96,3 kPa c) 97,3 kPa d) 98,3 kPa e) 99,3 kPa

II) Hallar la presión en el recipiente en el caso que haya disociación.

- a) 105,1 kPa b) 106,1 kPa c) 107,1 kPa d) 108,1 kPa e) 109,1 kPa

III) Hallar el porcentaje en que cambia la presión en el recipiente, respecto de la presión cuando no hay disociación.

- a) 9,17 % b) 9,37 % c) 9,57 % d) 9,77 % e) 9,97 %

284. En un recipiente dos volúmenes $V_1=100$ cm³ y $V_2=200$ cm³ de un mismo gas están separados por un émbolo móvil, de conductibilidad térmica nula. Inicialmente la temperatura del gas es de $T_0=300$ K y la presión de $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa, luego el volumen " V_1 " se enfrió hasta $T_1=273$ K y el volumen " V_2 " se calentó hasta $T_2=373$ K. Hallar la presión final del gas en los volúmenes. ($k=10^3$)

- a) 111,6 kPa b) 112,6 kPa c) 113,6 kPa d) 114,6 kPa e) 115,6 kPa

285. En la Fig.21, en el cilindro por encima del émbolo A se encuentra un gas, encerrado por el émbolo B, sobre el cual hasta el extremo superior del cilindro se vierte cierto líquido de densidad $\rho=1$ g/cm³. ¿Qué distancia "x" hacia arriba se debe desplazar el émbolo A pa

ra que sobre el émbolo B quede una columna de líquido de altura $H=16$ cm. Despréciase la masa del émbolo B y la fricción entre él y las paredes. La presión atmosférica es $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa, la altura inicial de la columna de líquido es $H_0=40$ cm y la de la columna de gas $h_0=16$ cm. La temperatura del gas durante el desplazamiento del émbolo no varía. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 7,58 cm b) 7,68 cm c) 7,78 cm d) 7,88 cm e) 7,98 cm

286. En la Fig.22, el recipiente A que contiene un gas ideal a la presión de $P_A=5,0 \cdot 10^5$ Pa y a la temperatura de $T_A=300$ K, está conectado por el tubo delgado al recipiente B de volumen $V_B=4V_A$, el cual, contiene el mismo gas ideal a la presión de $P_B=1,0 \cdot 10^5$ Pa y a la temperatura $T_B=400$ K. Se abre la válvula de conexión S, y se llega al equilibrio a una presión común mientras que la temperatura de cada recipiente se mantiene constante en su valor inicial. Hallar la presión final del sistema. (1 atm=1,01·10⁵ Pa)

- a) 1,58 atm b) 1,68 atm c) 1,78 atm d) 1,88 atm e) 1,98 atm

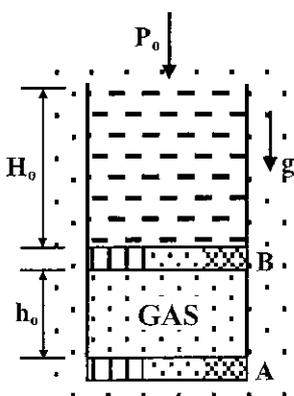


Fig.21

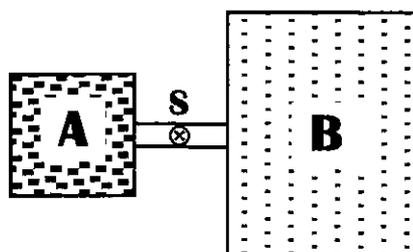


Fig.22

287. En la Fig.23, el tubo de longitud $\ell=25$ m, abierto en un extremo y cerrado en el otro contiene aire a la presión atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa. Se introduce verticalmente en un lago de agua de densidad $\rho=1$ g/cm³, hasta que el agua se eleva a la mitad en el tubo. Asumir que la temperatura en cualquier parte es la misma y que no cambia. Hallar la profundidad sumergida "h" del extremo inferior del tubo. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 22,04 m b) 22,24 m c) 22,44 m d) 22,64 m e) 22,84 m

288. En la Fig.24, la probeta de longitud $\ell=20$ cm se sumerge en agua de densidad $\rho=1$ g/cm³ hasta que su fondo está al mismo nivel que la superficie libre. Cuando la temperatura del aire que queda en la probeta se equilibra con la temperatura del agua, resulta que el agua se ha elevado en la probeta hasta la altura $2\ell/3$. Hallar la temperatura inicial del aire en la probeta. La temperatura del agua es $T=15$ °C y la presión atmosférica $P_0=1,013 \cdot 10^5$ Pa. ($g=9,8$ m/s²)

- a) 581 °C b) 583 °C c) 585 °C d) 587 °C e) 589 °C

289. Dos recipientes de volúmenes $V_A=1,22 \text{ lt}$ y $V_B=3,18 \text{ lt}$ contienen gas de criptón y están conectadas por un tubo delgado. Inicialmente, los recipientes están a la misma temperatura de $T_0=16 \text{ }^\circ\text{C}$ y a la misma presión de $P_0=1,44 \text{ atm}$. Luego, se calienta el recipiente más grande hasta $T=108 \text{ }^\circ\text{C}$ en tanto que la más pequeña se mantiene a $16 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar la presión final.

- a) 70 atm b) 72 atm c) 74 atm d) 76 atm e) 78 atm

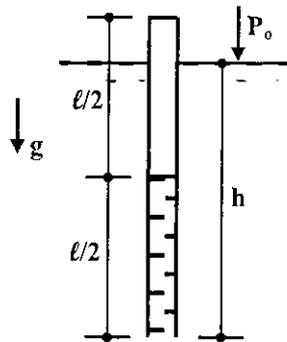


Fig.23

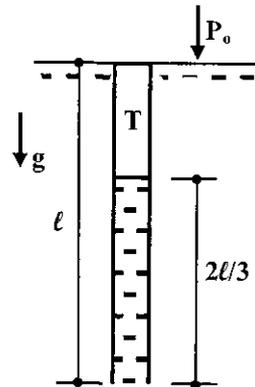


Fig.24

290. A temperatura ambiente el tetróxido de nitrógeno disocia parcialmente en dióxido de nitrógeno: $\text{N}_2\text{O}_4=2\text{NO}_2$. En un volumen rarificado de $V=250 \text{ cm}^3$ se introduce una masa de $m=0,92 \text{ g}$ de N_2O_4 puto a la temperatura de $T_0=0 \text{ }^\circ\text{C}$. Cuando la temperatura en el recipiente sube hasta $T_1=27 \text{ }^\circ\text{C}$ el líquido se evapora totalmente y la presión se hace igual a $P_1=128 \text{ kPa}$. Hallar la parte del tetróxido de nitrógeno que ha disociado. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) 25,3 % b) 26,3 % c) 27,3 % d) 28,3 % e) 29,3 %

291. Se tiene una muestra de gas de argón a la temperatura de $T=35 \text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P=1,22 \text{ atm}$. Suponga que el radio de un átomo (esférico) de argón es $r=0,71\cdot 10^{-10} \text{ m}$. Hallar la fracción del volumen del recipiente ocupado realmente por los átomos de argón. ($k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,01\cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) $4,14\cdot 10^{-5}$ b) $4,34\cdot 10^{-5}$ c) $4,54\cdot 10^{-5}$ d) $4,74\cdot 10^{-5}$ e) $4,94\cdot 10^{-5}$

292. En un acelerador de partículas los protones viajan alrededor de una trayectoria circular de diámetro $D=23,5 \text{ m}$ al interior de una cámara a la presión de $P=1,10\cdot 10^{-6} \text{ mmHg}$ y temperatura de $T=295 \text{ K}$. ($1 \text{ mmHg}=133 \text{ Pa}$, $k=1,38\cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

I) Hallar la concentración molecular (en moléculas por metro³) a esta presión.

- a) $1,59\cdot 10^{16}$ b) $2,59\cdot 10^{16}$ c) $3,59\cdot 10^{16}$ d) $4,59\cdot 10^{16}$ e) $5,59\cdot 10^{16}$

II) Hallar el recorrido libre medio de las moléculas del gas en estas condiciones si el diámetro molecular es de $d=2,20\cdot 10^{-8} \text{ cm}$.

- a) 130 m b) 132 m c) 134 m d) 136 m e) 138 m

293. Se tiene gas de nitrógeno a la temperatura de $T=300\text{ K}$ y presión atmosférica de $P_0=1,01\cdot 10^5\text{ Pa}$. Las moléculas de nitrógeno tienen un diámetro de $d=3,15\cdot 10^{-10}\text{ m}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=1,38\cdot 10^{-23}\text{ J/K}$, $n=10^{-9}$, $G=10^9$)

I) Hallar el recorrido libre medio de las moléculas de nitrógeno.

- a) 91 nm b) 93 nm c) 95 nm d) 97 nm e) 99 nm

II) Hallar la cantidad de colisión promedio para las moléculas de nitrógeno.

- a) $5,0\text{ Gs}^{-1}$ b) $5,2\text{ Gs}^{-1}$ c) $5,4\text{ Gs}^{-1}$ d) $5,6\text{ Gs}^{-1}$ e) $5,8\text{ Gs}^{-1}$

III) ¿A qué temperatura es igual a $6,0\cdot 10^9\text{ s}^{-1}$ la cantidad promedio de colisión? La presión se mantiene constante.

- a) 261 K b) 263 K c) 265 K d) 267 K e) 269 K

294. Los recorridos libres medios " $\bar{\lambda}$ " de las moléculas de argón a las temperatura de $20\text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P=75\text{ cmHg}$ son $\bar{\lambda}_{\text{Ar}}=9,90\cdot 10^{-6}\text{ cm}$ y $\bar{\lambda}_{\text{N}}=27,5\cdot 10^{-6}\text{ cm}$, respectivamente.

I) Hallar la razón entre los diámetros de la sección transversal efectiva del gas de argón a gas de nitrógeno.

- a) 1,07 b) 1,27 c) 1,47 d) 1,67 e) 1,87

II) Hallar el valor del recorrido libre medio del argón a la temperatura de $T=20\text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P=15\text{ cmHg}$.

- a) $29,5\text{ }\mu\text{cm}$ b) $34,5\text{ }\mu\text{cm}$ c) $39,5\text{ }\mu\text{cm}$ d) $44,5\text{ }\mu\text{cm}$ e) $49,5\text{ }\mu\text{cm}$

III) Hallar el valor del recorrido libre medio del argón a la temperatura de $T=-40\text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P=75\text{ cmHg}$.

- a) $7,07\text{ }\mu\text{cm}$ b) $7,27\text{ }\mu\text{cm}$ c) $7,47\text{ }\mu\text{cm}$ d) $7,67\text{ }\mu\text{cm}$ e) $7,87\text{ }\mu\text{cm}$

295. Se tiene una masa de agua de $m=1\text{ g}$. El calor latente de vaporización del agua es de $L_v=539\text{ cal/g}$, el número de Avogadro es $N_A=6,02\cdot 10^{23}\text{ moléculas/mol}$.

I) Hallar el calor transferido a una molécula de agua, en el proceso de vaporización

- a) $6,15\cdot 10^{-20}\text{ J}$ b) $6,35\cdot 10^{-20}\text{ J}$ c) $6,55\cdot 10^{-20}\text{ J}$ d) $6,75\cdot 10^{-20}\text{ J}$ e) $6,95\cdot 10^{-20}\text{ J}$

II) Hallar la razón de la energía de vaporización de una molécula a su energía cinética de traslación.

- a) 10,1 b) 10,3 c) 10,5 d) 10,7 e) 10,9

296. En una caja cúbica de lados $\ell=25\text{ cm}$ está confinado oxígeno gaseoso (O_2) a la temperatura de $T=15\text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P=1,0\text{ atm}$. Hallar la razón de cambio entre la energía potencial gravitatoria de un mol de moléculas de oxígeno que descienden la altura de la caja, y la energía cinética de traslación de las moléculas. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $g=9,8\text{ m/s}^2$, $1\text{ atm}=1,01\cdot 10^5\text{ Pa}$)

- a) $2,0 \cdot 10^{-5}$ b) $2,2 \cdot 10^{-5}$ c) $2,4 \cdot 10^{-5}$ d) $2,6 \cdot 10^{-5}$ e) $2,8 \cdot 10^{-5}$

297. La densidad de un gas a la temperatura de $T=44$ °C y presión de $P=1,23 \cdot 10^{-2}$ atm es de $\rho=1,32 \cdot 10^{-5}$ g/cm³. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, 1 atm= $1,01 \cdot 10^5$ Pa)

I) Hallar la velocidad cuadrática media de las moléculas de este gas.

- a) 531 m/s b) 533 m/s c) 535 m/s d) 537 m/s e) 539 m/s

II) Hallar la masa molar de este gas, e indicar de que gas se trata.

- a) 20 g/mol b) 22 g/mol c) 24 g/mol d) 26 g/mol e) 28 g/mol

298.I) Hallar el número de moléculas en un volumen de $V=1$ m³ de aire a la temperatura de $T=20$ °C y presión de $P=1$ atm. (1 atm= $1,01 \cdot 10^5$ Pa, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

- a) $1,0 \cdot 10^{25}$ b) $1,5 \cdot 10^{25}$ c) $2,0 \cdot 10^{25}$ d) $2,5 \cdot 10^{25}$ e) $3,0 \cdot 10^{25}$

II) Suponiendo que el 75 % son moléculas de nitrógeno (N₂) y 25 % son de oxígeno (O₂), hallar la masa de aire.

- a) 1,0 kg b) 1,2 kg c) 1,4 kg d) 1,6 kg e) 1,8 kg

299. Se encuentra que la velocidad más probable de las moléculas en un gas a la temperatura T_2 es la misma que la velocidad cuadrática media de las moléculas de este gas cuando su temperatura es T_1 . Hallar la razón de temperatura $T_2=T_1=?$.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3

300. Hallar la fracción de las partículas en un gas que se muevan con energía cinética de traslación comprendidas entre $E_1=0,01kT$ y $E_2=0,03kT$. (Sugerencia: Utilizar la aproximación siguiente $e^{-E/kT} \approx 1-E/kT$)

- a) 0,27 b) 0,31 c) 0,35 d) 0,39 e) 0,43

301. Hallar la fracción de las partículas en un gas que tengan energías cinéticas de traslación dentro de un intervalo de $0,02kT$ centrado en la energía más probable " E_p ". (Sugerencia: En esta región, $f(E)=cte.$, ¿Por qué?)

- a) $9,08 \cdot 10^{-3}$ b) $9,28 \cdot 10^{-3}$ c) $9,48 \cdot 10^{-3}$ d) $9,68 \cdot 10^{-3}$ e) $9,88 \cdot 10^{-3}$

302.I) Hallar la energía cuadrática media " \bar{E}_c " correspondiente a la distribución de la energía de Maxwell-Boltzmann, II) Demostrar que, $\bar{E}_c \neq (1/2)m\bar{v}_c^2$, en donde " \bar{v}_c " es la velocidad cuadrática media, y " m " es la masa por partícula.

303.I) Hallar la velocidad media " \bar{v} ", correspondiente a la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann, II) Hallar la velocidad cuadrática media " \bar{v}_c ", correspondiente a la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann.

- 304.** La velocidad cuadrática media de las moléculas de hidrógeno a la temperatura de $T=0$ °C es de $\bar{v}_c=1840$ m/s. Hallar la velocidad de las partículas coloidales de "masa molar" igual a $M=3,2 \cdot 10^6$ g/mol. ($N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K)
- a) 1,06 cm/s b) 1,26 cm/s c) 1,46 cm/s d) 1,66 cm/s e) 1,86 cm/s
- 305.** Una caja cúbica de lados de longitud $\ell=1,8$ m se vacía de modo que la presión del aire en el interior es de $P=10^{-6}$ mmHg. Estimar cuántas colisiones tienen las moléculas entre sí por cada colisión con la pared a la temperatura de $T=0$ °C. (760 mmHg= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol)
- a) $21,4 \cdot 10^{-3}$ b) $22,4 \cdot 10^{-3}$ c) $23,4 \cdot 10^{-3}$ d) $24,4 \cdot 10^{-3}$ e) $25,4 \cdot 10^{-3}$
- 306.** Hallar la presión máxima permisible en un tubo de rayos catódicos de longitud $\ell=32$ cm, si el 98 % de todos los electrones deben golpear la pantalla sin golpear antes una molécula de aire. Considere la temperatura ambiente de $T=27$ °C. ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $m=10^{-3}$)
- a) 0,55 mPa b) 0,65 mPa c) 0,75 mPa d) 0,85 mPa e) 0,95 mPa
- 307.** Estimar cuántas moléculas de aire rebotan por segundo en una pared de una habitación típica, suponiendo un gas ideal de "N" moléculas contenido en una habitación cúbica de lados de longitud " ℓ " a la temperatura "T" y presión "P".
- I) Demostrar que la frecuencia "f" con la que las moléculas de gas golpean la pared, viene dado por: $f=\bar{v}_x P \ell^2 / 2kT$, donde " \bar{v}_x " es la componente "x" promedio de la velocidad de la molécula.
- II) Demostrar que la ecuación se puede escribir, entonces como: $f=P \ell^2 / (4mkT)^{1/2}$, donde "m" es la masa de una molécula de gas.
- III) Suponga que la habitación cúbica que está llena de aire a nivel del mar, tiene una temperatura de $T=20$ °C y lados $\ell=3$ m. Hallar la frecuencia "f".
- 308.** Demostrar que la distribución de la energía de Maxwell-Boltzmann, viene dado por: $f(E) = (2/\sqrt{2})(1/kT)^{3/2} E^{1/2} e^{-E/kT}$, donde "k" es la constante de Boltzmann y "T" la temperatura absoluta.
- 309.** Demostrar que la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann es una función que está normalizada a la unidad.
- 310.** El agua H_2O puede convertirse por electrolisis en gas H_2 y gas O_2 . ¿Cuántos moles del gas de H_2 resultan de la electrolisis de 2 lt de agua?
- a) 55,5 moles b) 65,5 moles c) 111 moles d) 95,5 moles e) 75,5 moles
- 311.** Un cilindro de masa despreciable de longitud $\ell=40$ cm descansa sobre una mesa horizontal sin fricción. El cilindro se divide en dos secciones iguales por una membrana. Una parte contiene nitrógeno y la otra oxígeno. La presión del nitrógeno es el doble de la del oxígeno. ¿Qué distancia recorrerá el cilindro si se quita la membrana?

- a) 2,43 cm b) 2,53 cm c) 2,63 cm d) 2,73 cm e) 2,83 cm

312. El volumen de un gas ideal que está constituido de moléculas diatómicas rígidas aumenta $\eta=2$ veces por la línea politrópica, siendo la capacidad calorífica molar $C=R$. ¿Cuántas veces varío en este caso la frecuencia de los choques de las moléculas contra la pared del recipiente.

- a) 2,12 veces b) 2,22 veces c) 2,32 veces d) 2,42 veces e) 2,52 veces

313. Un gas que está constituido de moléculas diatómicas rígidas se expande politrópicamente de modo que la frecuencia de los impactos de sus moléculas contra la pared del recipiente no varió. Determinar la capacidad calorífica molar de este gas en dicho proceso.

- a) R b) 2R c) 3R d) 4R e) 5R

314. Demostrar que el número de colisiones que experimentan las moléculas por unidad de tiempo y área contra una pared (llamado flujo molecular), es: $\Phi = P / (2\pi \cdot m k T)^{1/2}$, donde "m" masa de una molécula, "P" la presión, "T" la temperatura absoluta, y "k" la constante de Boltzman.

315. I) Hallar para el nitrógeno gaseoso la temperatura para la cual las moléculas con velocidades $v_1=300$ m/s y $v_2=600$ m/s tienen los mismos valores de la función de distribución de Maxwell-Boltzmann "f(v)".

- a) 320 K b) 322 K c) 324 K d) 326 K e) 328 K

II) La velocidad "v" de las moléculas, con la que el valor de la función de la distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann a la temperatura "T₀" será el mismo que para la temperatura " η " veces mayor.

316. ¿A qué temperatura de un gas, que se compone de una mezcla de gas de nitrógeno y oxígeno, las velocidades más probables de las moléculas de estos gases van a diferenciarse entre sí en $\Delta v=30$ m/s?

- a) 361 K b) 363 K c) 365 K d) 367 K e) 369 K

317. Una mezcla de gases de hidrógeno y helio se encuentra a la temperatura de $T=300$ K. ¿A qué velocidad "v" de las moléculas, los valores de la función de distribución de Maxwell según las velocidades "f(v)" serán idénticos para ambos gases? ($k=1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ moléculas/mol)

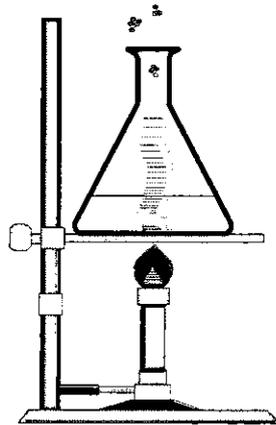
- a) 1,51 km/s b) 1,61 km/s c) 1,71 km/s d) 1,81 km/s e) 1,91 km/s

318. Se tiene un gas constituido por moléculas de masa "m". I) ¿A qué temperatura de este gas el número de las moléculas cuyas velocidades se encuentran en el pequeño intervalo (v, v+ δv) va a ser el máximo? II) Hallar la velocidad más probable de las de las moléculas, correspondiente a esta temperatura.

- 319.** Determinar el número relativo de moléculas, cuyas proyecciones de la velocidad en el eje-x se encuentran dentro del intervalo (v_x, v_x+dv_x) , y los módulos de la componente perpendicular de la velocidad, en el intervalo $(v_\perp, v_\perp+dv_\perp)$. La masa de cada una de las moléculas es "m", la temperatura del gas "T".
- 320.** Utilizando la distribución de velocidades de Maxwell, I) Hallar el valor medio de la componente de la velocidad en la dirección del eje-x, II) Hallar el valor medio del módulo de la componente de la velocidad en la dirección del eje-x, si la masa de cada una de las moléculas es "m" y la temperatura del gas "T".
- 321.** Utilizando la distribución de velocidades de Maxwell, hallar el valor medio del cuadrado de la componente de la velocidad en la dirección del eje-x. La masa de cada molécula es "m", y la temperatura del gas "T".
- a) kT/m b) $2kT/m$ c) $kT/2m$ d) $3kT/2m$ e) $2kT/3m$
- 322.** Utilizando la distribución de velocidades de Maxwell, hallar la presión ejercida por las moléculas de un gas ideal sobre una pared, si la temperatura del gas es "T" y la concentración molecular " n_0 ".
- a) $(1/2)n_0kT$ b) $(3/2)n_0kT$ c) n_0kT d) $2n_0kT$ e) $(1/4)n_0kT$
- 323.** I) Utilizando la distribución de velocidades de Maxwell, hallar el valor medio del inverso de la velocidad de las moléculas de un gas ideal que se encuentra a la temperatura "T", si la masa de cada una de las moléculas es "m".
- a) $(2m/\pi kT)^{1/2}$ b) $(m/\pi kT)^{1/2}$ c) $(2\pi m/kT)^{1/2}$ d) $(2m/kT)^{1/2}$ e) $(\pi m/kT)^{1/2}$
- II) Hallar el producto de la media del inverso de la velocidad $\langle v^{-1} \rangle$ por la velocidad media $\langle v \rangle$, esto es, $\langle v^{-1} \rangle \langle v \rangle$.
- a) $1/\pi$ b) $\pi/2$ c) $2/\pi$ d) $\pi/4$ e) $4/\pi$
- 324.** Un gas ideal se componen de moléculas de masa "m" y se encuentra a la temperatura "T". I) Determinar, valiéndose de la distribución de Maxwell según las velocidades "v", la fracción de moléculas, con velocidades comprendidas entre v y v+dv, en función de la energía cinética " ϵ ". II) Determinar la energía cinética más probable " ϵ_p ". III) Concuere da " ϵ_p " con la energía cinética hallada a partir de la velocidad más probable " v_p ".
- 325.** ¿Qué parte de las moléculas monoatómicas de un gas ideal, que se encuentra en equilibrio térmico, tiene una energía cinética que difiere del valor medio de la energía en no más del $\delta\eta=1\%$?
- a) 0,91 % b) 0,93 % c) 0,95 % d) 0,97 % e) 0,99 %
- 326.** ¿Qué parte de las moléculas de un gas que se encuentra a la temperatura "T" tiene energía cinética del movimiento progresivo mayor que " ϵ_0 ", siendo $\epsilon_0 \gg k$.

CAP-7

CALOR Y TEMPERATURA



- **Calor, calorimetría, equilibrio térmico**
- **Temperatura, termómetro, tipos de escala**
- **Ciencia de los materiales**
- **Dilatación lineal, superficial y volumétrico**



TEMPERATURA Y CALOR

1. CALOR

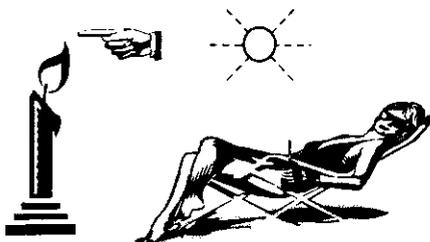
a) Calorimetría

Es una rama de la física molecular, que estudia las leyes que gobiernan el mecanismo del equilibrio térmico y los fenómenos de transporte del calor.

b) Calor

Se llama calor a la propagación o flujo de la energía entre cuerpos que se ponen en contacto, es decir, el calor es la energía en movimiento.

- El calor fluye en forma natural de los cuerpos calientes hacia los fríos, hasta alcanzar el equilibrio térmico.
- Se puede decir, también, que el calor es una forma de energía, producida por el movimiento térmico de las moléculas de un cuerpo o sustancia.
- El calor puede ser generado por reacciones químicas (como en la combustión), nucleares (como en la fusión nuclear de los átomos de hidrógeno que tienen lugar en el Sol), disipación electromagnética (como en los hornos de microondas), o por disipación mecánica (fricción)



- Llamamos energía térmica a la suma de las energías de todas las partículas que componen un cuerpo. Cuando un cuerpo

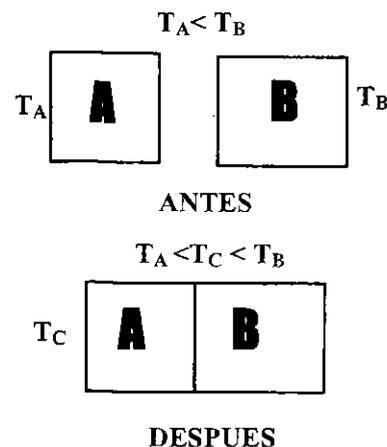
se calienta gana energía, aumentando su temperatura, y cuando se enfría pierde energía disminuyendo su temperatura. La energía ganada o perdida por el cuerpo se llama calor.

- Los cuerpos no tienen calor, sino energía interna. El calor es la transferencia de parte de esta energía interna (energía térmica) de un sistema a otro, que se encuentran a diferente temperatura.
- El calor que puede intercambiar un cuerpo con su entorno depende del tipo de transformación que se efectuó sobre ese cuerpo y por tanto depende de cómo llega el cuerpo del estado inicial al estado final (camino).
- El calor puede ser transferido de un sistema hacia otro, mediante conducción, convección o radiación.

c) Efectos del calor

- 1) El calor dilata los cuerpos, todos los cuerpos, cuando se calientan, aumentan de volumen.
- 2) El calor modifica los estados de la materia convirtiendo los sólidos en líquidos y estos en gases.
- 3) El calor hace variar la temperatura.

d) Equilibrio térmico

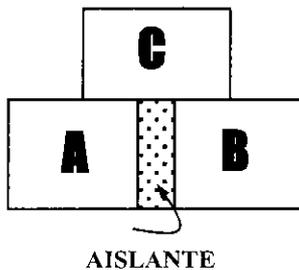


Todos los cuerpos de la naturaleza tienden a un estado final llamado equilibrio

termodinámico con el medio que los rodea o con otros cuerpos en contacto, es decir, adquieren la misma temperatura. Así, en la Figura, los cuerpos A (frío) y B (caliente) de temperaturas " T_A " y " T_B " ($T_A < T_B$) al ponerse en contacto entre sí, luego de transcurrido cierto tiempo, alcanzan la misma temperatura T_C , llamada la temperatura del equilibrio térmico.

e) Ley cero de la termodinámica

Consideremos dos sistemas A y B unidos entre sí mediante un material aislante, y a su vez cada uno de ellos en contacto con un tercer sistema C, como se muestra en la Figura. En estas condiciones se origina una transferencia de energía calorífica entre los sistemas, hasta que alcancen el equilibrio termodinámico.



A este fenómeno se conoce con el nombre de la ley cero de la termodinámica, cuyo enunciado es:

<<Si dos sistemas A y B están en equilibrio térmico con un tercer sistema C, entonces dichos sistemas se encuentran en equilibrio térmico entre sí >>

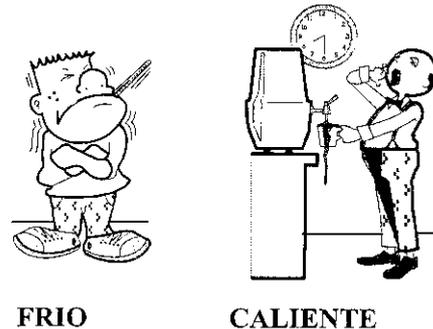
2. TEMPERATURA

a) Concepto

Es una magnitud física escalar, mide el grado de movimiento de las moléculas de un cuerpo (ó sistema); es decir, mide la energía media molecular. A mayor tempe

ratura las moléculas vibran u oscilan con mayor intensidad, alrededor de su posición de equilibrio, y a menor temperatura con menor intensidad.

- La temperatura sirve para caracterizar el grado de calentamiento o enfriamiento (caliente-frío) de un cuerpo. Por ejemplo, nuestra piel percibe automáticamente si un cuerpo esta caliente o frío, pero no sirve para medir la energía cinética media de las moléculas de ese cuerpo. Entonces, podemos decir que la temperatura es una medida de esta energía cinética media.



b) Medición de la temperatura

La temperatura de un cuerpo no es una propiedad que pueda medirse directamente, si no que para obtenerla se emplean otras propiedades, ya sea del propio cuerpo a medir, o del aparato que se utiliza para tal fin, llamado termómetro. Este método de medir la temperatura es posible, gracias a que se conoce la relación entre la temperatura y alguna otra propiedad, que puede ser, por ejemplo la dilatación, la resistencia del material, etc... Dependiendo de la termométrica utilizada los termómetros reciben distintos nombres y funcionan de modo diferente.

- Las más altas temperaturas que pueden lograrse en la Tierra ocurren en colisiones de partículas de alta energía, principalmente iones pesados, en los cuales se se aprecian "bolas de fuego" a temperaturas correspondientes a varios cientos de

MeV.

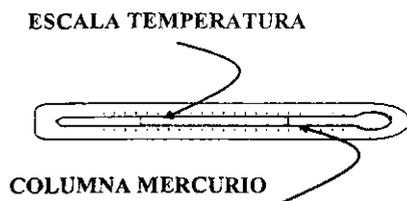
c) Termómetro

Es un dispositivo que se utiliza para medir la temperatura de un cuerpo, la mayoría de ellos se basan en el fenómeno de dilatación de los cuerpos (mercurio).

d) Tipos de termómetros

1) Mercurio

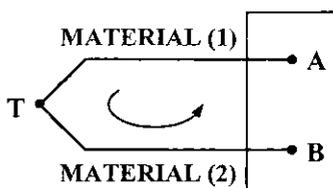
Es el más común, consiste de un tubo capilar de vidrio al vacío con un depósito de mercurio en el fondo y el extremo superior cerrado. Debido a que el mercurio se dilata más rápidamente que el vidrio, cuando aumenta la temperatura este se dilata y sube por la pared del tubo. Este termómetro es el más utilizado, aunque no es el más preciso, porque el mercurio a los -40°C se congela limitando el intervalo de su funcionamiento.



En la actualidad, en muchos países está prohibido el uso del termómetro de mercurio por ser altamente contaminante y peligrosamente tóxico.

2) Termocupla

Su funcionamiento se basa en un voltaje eléctrico producido por la unión de conductores diferentes y que cambia con la temperatura, este voltaje se utiliza como medida indirecta de la temperatura.



La unión de dos metales diferentes en el punto "T", producen un efecto termoeléctrico, el cual, es utilizado en las llamadas termocuplas.

3) Termostato

Es el componente de un sistema de control simple que abre o cierra un circuito eléctrico en función de la temperatura.

- Su versión más sencilla consiste de una lámina bimetalica como la que utilizan los equipos de aire acondicionado para apagar o encender el compresor.
- Otro ejemplo lo encontramos en los motores de combustión interna, donde controlan el flujo de líquido refrigerante que regresa al radiador dependiendo de la temperatura del motor.
- Los termostatos pueden ser mecánicos y electrónicos, entre los mecánicos, tenemos: el bimetalito, el manual, el automático, el de gas, el de parafina, y entre los electrónicos tenemos: el termistor.

3) Termistor

Es un dispositivo electrónico que cambia la impedancia dependiendo de la temperatura. La impedancia del termistor es leída por un sistema de control, usualmente basado en un microprocesador, que es programado para realizar diferentes operaciones a determinadas temperaturas.

- Los termistor se utilizan como componentes en los termostatos electrónicos para medir temperaturas.
- Un ejemplo son los termómetros que utilizan integrados como el LM35. Las pequeñas variaciones de tensión entregadas por el integrado son acopladas para su posterior procesamiento por algún conversor analógico-digital para convertir el valor de la tensión a un número binario, luego mostrando el valor de la temperatura en una pantalla.

4) Pirómetro

Se utiliza en los casos donde las temperaturas a medir son altas. La medición se logra por el registro de la energía radiante (radiación electromagnética, por ejemplo emisión de infrarrojo) que desprende un cuerpo caliente.

Son utilizados en fundiciones, fábricas de vidrio, etc... Existen diferentes tipos de pirómetros, que se definen según su principio de funcionamiento, así, tenemos:

* Pirómetro óptico

Se basa en la ley de Wien de distribución de la radiación electromagnética, según la cual, el color de la radiación emitida, el cual varía con la temperatura.

El color de la radiación de la superficie a medir se compara con el color emitido por un filamento que se ajusta con un reóstato calibrado.

Se utilizan para medir temperaturas elevadas, desde $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta $3\ 200\text{ }^{\circ}\text{C}$, a las cuales se irradia suficiente energía en el espectro visible que haga posible la medición óptica.

* Pirómetro FullRad

Se basa en la ley de Steffan-Boltzman, en la cual, la intensidad de energía emitida por un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.

* Pirómetro de infrarrojo

Son sensibles a la radiación infrarroja, filtrada por una lente mediante un sensor fotorresistivo, originando una corriente eléctrica a partir del cual un circuito electrónico calcula la temperatura. Pueden medirse temperaturas menores a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta temperaturas superiores a $200\text{ }^{\circ}\text{C}$.

* Pirómetro fotoeléctrico

Se basa en el efecto fotoeléctrico, en el

que se liberan electrones de semiconductores cristalinos, cuando incide sobre ellos la radiación térmica.

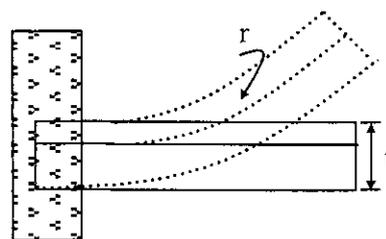
* Termómetro de lámina bimetálica.

Esta formado por dos láminas de metales de coeficientes de dilatación diferentes y arrollados dejando el arrollamiento de mayor coeficiente de dilatación en el interior. Se utiliza como sensor de temperatura en el termo higrógrafo (dispositivo de medición que se utiliza para registrar la temperatura y la humedad relativa).

* Termómetro de gas

Existen a presión constante y a volumen constante, son muy exactos y se utilizan en la calibración de otros termómetros.

5) Bandas de metal



Consiste en dos tiras delgadas de metal unidas en uno de sus extremos, dilatándose a diferentes velocidades al cambiar la temperatura, y arqueándose. Estas tiras se utilizan en los radiadores de los automóviles, y en los sistemas de calentamiento y aire acondicionado.

e) Termometría

Se llama así al método de medición de la temperatura de un cuerpo o sustancia para lo cual, se utiliza una de sus propiedades físicas, tales como, su dilatación, resistencia eléctrica, potencial termoelectrónico, radiación electromagnética, presión de un gas, etc...

f) Construcción de una escala de temperatura

En todo cuerpo material la variación de la temperatura va acompañada de la variación de otras propiedades medibles, de modo que puede establecerse una relación entre la temperatura y la propiedad medible. Por ejemplo, las propiedades medibles pueden ser la longitud de una varilla metálica, la resistencia eléctrica, de un filamento, la presión de un gas, el volumen de un líquido, etc... Estas magnitudes cuya variación está asociada al cambio de temperatura se llaman propiedades termométricas, por que se pueden emplear para la construcción de un termómetro.

- Para definir una escala de temperaturas se necesita elegir una propiedad termométrica que reúna las siguientes características:
 - 1) La expresión matemática de la relación entre la propiedad y la temperatura debe ser conocida.
 - 2) La propiedad termométrica debe ser lo bastante sensible a las variaciones de temperatura como para ser detectadas, con una precisión aceptable.
 - 3) El rango de temperaturas accesible debe ser suficientemente grande.

* A presión constante

Cuando una masa de mercurio contenida en un tubo capilar de cristal, recibe o pierde calor a presión constante, se observa que la longitud de mercurio en el tubo capilar varía, y podemos establecer una dependencia lineal entre la temperatura y la longitud del mercurio, en la forma:

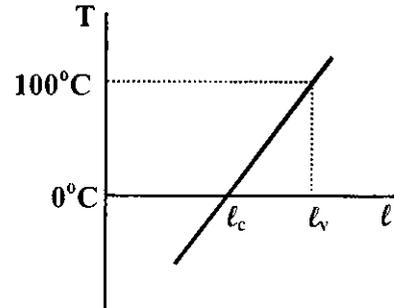
$$T = A \ell + B$$

donde, las constantes, "A", "B", hallamos evaluando la ecuación anterior en $T = 0^\circ\text{C}$, y $T = 100^\circ\text{C}$ puntos de congelación

y ebullición del agua, respectivamente, así:

$$T_c = A \ell_c + B = 0^\circ\text{C}$$

$$T_v = A \ell_v + B = 100^\circ\text{C}$$



Resolviendo este par de ecuaciones para A y B, obtenemos:

$$A = \frac{100^\circ\text{C}}{\ell_v - \ell_c} \quad \text{y} \quad B = -\frac{100^\circ\text{C}}{\ell_v - \ell_c} \ell_c$$

siendo, " ℓ_c ", " ℓ_v " las longitudes de la columna de mercurio en el tubo capilar, correspondientes al punto de congelación y ebullición del agua, respectivamente.

Así, conocidos "A" y "B", podemos medir cualquier otra temperatura "T".

- Las constantes "A" y "B" son diferentes para dos distintos tipos de termómetros.
- Esta forma de establecer una escala de temperatura, según la variación de su longitud, es contraproducente, por ejemplo, al medir el punto de ebullición normal del azufre (444°C) obtenemos diferentes resultados mediante diferentes termómetros (diferentes escalas)

* A volumen constante

Para un termómetro de gas a volumen constante, se define una relación lineal entre la temperatura y la presión del gas, del modo siguiente:

$$T = AP + B$$

donde, las constantes "A" y "B" obtenemos evaluando la ecuación anterior en $T = 0^\circ\text{C}$, y $T = 100^\circ\text{C}$ puntos de congelación y ebullición del agua, respectivamente, así:

$$T_c = A P_c + B = 0$$

$$T_v = A P_v + B = 100^\circ$$

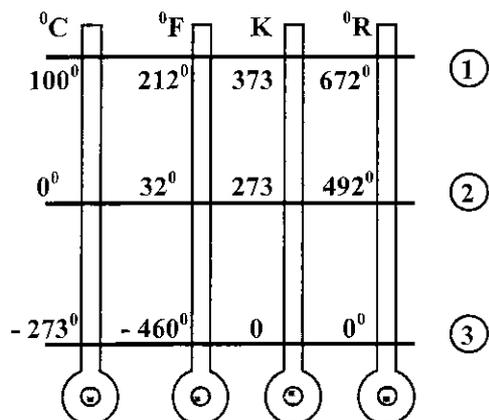
Resolviendo este par de ecuaciones para A y B obtenemos:

$$A = \frac{100^\circ\text{C}}{P_v - P_c} \text{ y } B = -\frac{100^\circ\text{C}}{P_v - P_c} P_c$$

siendo, " P_c ", " P_v " las presiones de la columna de mercurio en el tubo capilar, correspondientes al punto de congelación y ebullición del agua, respectivamente. Así, conocidos "A" y "B", podemos medir cualquier otra temperatura "T".

- Existen un conjunto de termómetros para los cuales las temperaturas medidas, son iguales para todas las temperaturas. Estos son los termómetros de gas a volumen constante o a presión constante, para los cuales hay una variación lineal de la temperatura con el volumen.

g) Escalas de temperatura



La temperatura de un cuerpo se puede medir en diferentes escalas, así, las escalas más conocidas son:

- * Celsius
- * Fahrenheit
- * Kelvin
- * Rankine

Para la construcción de una escala de temperatura, se deben considerar tres puntos de referencia fijos, los cuales se muestran en la Figura, y son:

- 1) Punto de ebullición del agua.
- 2) Punto de congelación del agua.
- 3) Cero absoluto (0 K)

Los puntos 1 y 2 se toman para una presión de $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

1) Escala Celsius

El grado Celsius es la unidad termométrica cuya intensidad calórica corresponde a la centésima parte del intervalo de temperatura existente entre el punto de fusión del agua y el punto de su ebullición. En esta escala se ha fijado el valor de cero grados Celsius para el punto de fusión y el de cien grados Celsius para el punto de ebullición.

- El grado Celsius pertenece al Sistema Internacional de Unidades, con carácter de unidad accesoria, a diferencia del kelvin que es la unidad fundamental de temperatura en dicho sistema.
- Los intervalos de temperatura expresados en las escalas Celsius y Kelvin, tienen el mismo valor, $\Delta T_C = \Delta T_K$.
- La escala Celsius es la más utilizada en el quehacer diario, por ejemplo, se mide la temperatura del aire, de un horno, del agua caliente, de la refrigeradora, etc...

2) Escala Fahrenheit

Esta escala utiliza un grado más pequeño que la escala Celsius, y su cero se establece a una temperatura diferente. Su definición se basa en dos puntos fijos, cuyo intervalo se divide en 100 grados; estos puntos son, el punto de congelación de u

na mezcla de hielo y sal, y la temperatura normal del cuerpo humano. En esta escala se establece como las temperaturas de congelación y ebullición de el agua a 32 °F y 212 °F, respectivamente.

- Esta escala de temperatura esta en desuso, pues, sólo se utiliza en Estados Unidos y Japón en actividades no científicas, y en determinadas industrias como la del petróleo, gastronomía, etc..

3) Escala Kelvin

En esta escala uno de los puntos se escoge a la temperatura de cero, con lo que, la temperatura " T_ℓ " depende directamente de la longitud " ℓ " de la columna de mercurio, esto es:

$$T_\ell = A \ell$$

donde, la constante de proporcionalidad "A" se halla evaluando la ecuación anterior en el punto de calibración P, así:

$$A = \frac{T_p}{\ell_p}$$

Con esto, la ecuación inicial, queda así:

$$T_\ell = \frac{T_p}{\ell_p} \ell$$

Generalmente, el punto de calibración P se escoge en el punto triple del agua, en el que coexiste el agua en su estado sólido, líquido y gaseoso a la temperatura de $T_p=273,16$ °C y " ℓ_p " es el valor de la propiedad termométrica en el punto triple.

h) Relaciones de transformación entre las escalas de temperaturas

Basados en el esquema anterior, se puede fácilmente deducir las relaciones de

transformación entre las escalas de temperatura, así, tenemos:

- 1) Celsius - Kelvin

$${}^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273$$

- 2) Celsius - Fahrenheit

$${}^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} ({}^{\circ}\text{F} - 32)$$

- 3) Celsius - Rankine

$${}^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} ({}^{\circ}\text{R} - 492)$$

- 4) Kelvin - Fahrenheit

$$\text{K} = \frac{5}{9} ({}^{\circ}\text{F} - 32) + 273$$

- 5) Fahrenheit - Rankine

$${}^{\circ}\text{F} = {}^{\circ}\text{R} - 460$$



Cuidado

Nunca se dice grados Kelvin, se dice simplemente Kelvin, por ejemplo 230 kelvin

i) Cero absoluto

Es la temperatura térmica más baja posible. A esta temperatura el nivel de energía del sistema es el más bajo posible, por lo que las partículas, según la mecánica clásica carecen de movimiento.

- El cero absoluto sirve de punto de partida para la definición de las escalas Kelvin y Rankine.
- Según la tercera ley de la termodinámica, el cero absoluto es un límite inalcanzable. La mayor cámara frigorífica actual solo alcanza los -217 °C. La razón de ellos es que las moléculas de la cámara al llegar a esa temperatura, no tienen energía sufi

ciente para hacer que está descienda aún más.

j) Energía del punto cero

Esta energía la más baja que un sistema físico mecánico-cuántico puede poseer, es la energía del estado fundamental del sistema. El concepto de la energía del punto cero, fue llamado en un inicio "energía residual". Todos los sistemas mecánico-cuánticos, tienen energía de punto cero.

k) Cambio de la resistencia eléctrica con la temperatura

El valor de la resistencia que presentan los materiales al paso de la corriente eléctrica a través de ellos, depende de la temperatura a la que se encuentra. Así, la dependencia de la resistencia eléctrica, respecto de la temperatura, viene dado por:

$$R = R_0(1 + AT + BT^2)$$

siendo, " R_0 " el valor de la resistencia a la temperatura $T_0 = 0^\circ\text{C}$, " A " y " B " constantes que se determinan evaluando la ecuación anterior, para dos valores conocidos de la temperatura y resistencia.

- Los termómetros de resistencia emplean normalmente un hilo de platino como sensor de temperatura y poseen un amplio rango de medidas que va desde los -200°C hasta los 1200°C .
- Los termómetros de termistores constituyen una alternativa de los de resistencia.
- El valor de las resistencias de los termómetros fabricados con semiconductores disminuye, cuando la temperatura aumenta, este tipo de termómetros son muy eficientes.

¿Porqué se utiliza el gas como cuerpo termométrico?

Existen dos razones por las que se utiliza

el gas como cuerpo termométrico:

- 1) Un gas tiene un alto coeficiente de dilatación del orden de $1/273$ por $^\circ\text{C}$ de aumento de temperatura, por lo que, se puede medir pequeñas variaciones de temperatura.
- 2) Los gases reales de bajo peso molecular tienen un comportamiento muy similar a un gas ideal para presiones no muy elevadas y un amplio rango de temperaturas.

¿Qué es un cuerpo termométrico?

Es aquel cuerpo cuya propiedad física, tal como, su dilatación, resistencia eléctrica, potencial termoeléctrico, etc..., varía en forma continua con la temperatura.

¿Cuál es la temperatura normal del cuerpo humano?

La temperatura normal del cuerpo humano oscila entre 35°C y 37°C . La medición se realiza con un termómetro que se sitúa debajo de la lengua, en la axila, o el recto, si la temperatura axilar:

- * Es mayor de 37°C y menor de 38°C se llama febrícula.
- * Es mayor o igual a 38°C y menor de 40°C se llama fiebre.
- * Es mayor o igual a 40°C se llama hiperpirexia.
- * Es mayor de 42°C , temperatura que no puede soportar el cuerpo humano.

¿Cuáles son las temperaturas mínima y máxima en la superficie lunar?

Las temperaturas mínima y máxima en la superficie de la Luna son de -233°C y 123°C , respectivamente.

¿Cuál es la temperatura más baja y más alta, obtenida en un Laboratorio científico?

La temperatura más baja obtenida en un

Laboratorio es de $3 \cdot 10^{-8} \text{ K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, y la más alta es de $6 \cdot 10^7 \text{ K}$.

¿Cuál es la temperatura en el centro de la Tierra y Sol?

La temperatura en el centro de la Tierra (núcleo) es de $4 \cdot 10^3 \text{ K} \approx 3,7 \cdot 10^3 \text{ }^\circ\text{C}$, en tanto, en el centro del Sol es de $1,5 \cdot 10^7 \text{ K}$.

¿Cuál es la temperatura más alta en el Universo?

La temperatura más alta en el Universo corresponde al interior de una estrella de neutrones, la cual es de 10^9 K .

¿Cuál es la temperatura más alta que puede existir?

Según el físico teórico Andrei Sajarov, esta temperatura si puede existir, y corresponde a la máxima energía radiante que puede introducirse en un mínimo volumen de $V \approx 10^{-105} \text{ m}^3$, esta temperatura es de $10^{32} \text{ }^\circ\text{C}$. Se debe mencionar que esta temperatura es transitoria.

3. DILATACION

a) Definición

Se llama así, al aumento o disminución que experimenta las dimensiones (tamaño) de un cuerpo al aumentar o disminuir su temperatura. Los gases se dilatan más que los sólidos y líquidos.

b) Fundamentos de la dilatación

La dilatación térmica tiene un fundamento físico diferente en líquidos, gases y sólidos.

Gases

En los gases las moléculas están desplazadas, por lo que, a lo largo del tiempo una molécula puede llegar a ocupar cualquier posición en el seno de la masa gaseosa, el calentamiento produce un aumento de la energía cinética de cada mo

lécula lo cual aumenta la presión del mismo, que a su vez es el fundamento de la dilatación térmica.

Sólidos.

En los sólidos antes de la fusión o aparición de deformación por calor, cada molécula está constreñida a moverse alrededor de una pequeña región alrededor de la posición de equilibrio de la misma. Al aumentar la temperatura la molécula realiza oscilaciones de mayor amplitud alrededor de su posición de equilibrio, lo cual, tiene el efecto de expandir el sólido.

Líquidos

En los líquidos el proceso es más complejo y presenta características tanto de los gases como de los líquidos.

c) Clases

1) Dilatación lineal

Es el aumento o disminución que experimentan las longitudes de los cuerpos al aumentar o disminuir su temperatura.

* Longitud dilatada

La longitud dilatada del cuerpo, viene dada por:

$$\ell = \ell_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

siendo, " ℓ_0 ", " ℓ " las longitudes inicial y final, " T_0 ", " T " las temperaturas inicial y final, y " α " el coeficiente de dilatación lineal.

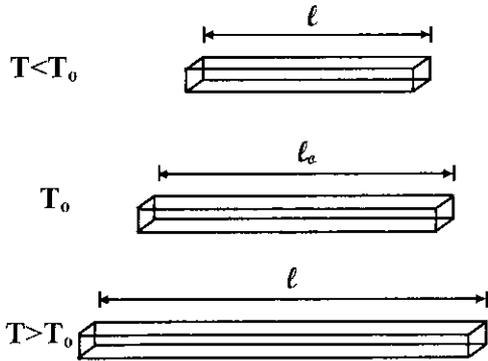
* Variación en la longitud

La diferencia entre las longitudes final e inicial del cuerpo, viene dado por:

$$\Delta \ell = |\ell - \ell_0| = |\ell_0 \alpha (T - T_0)|$$

Si, el cuerpo se calienta su longitud final

" ℓ " es mayor que su inicial " ℓ_0 ", y si el cuerpo se enfría su longitud final " ℓ " es menor que su inicial " ℓ_0 ", como se muestra en la Figura.



* Coefficiente de dilatación lineal

Se llama coeficiente de dilatación lineal al cociente que mide el cambio relativo de longitud, que se produce cuando un cuerpo experimenta un cambio de temperatura, viene dado por:

$$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell / \ell}{\Delta T}$$

☞ **Unidad:** " α " se mide en $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

2) Dilatación superficial

Es el aumento o disminución que experimentan las superficies de los cuerpos al aumentar o disminuir su temperatura.

* Superficie dilatada

La superficie dilatada del cuerpo, viene dada por:

$$S = S_0 [1 + \gamma (T - T_0)]$$

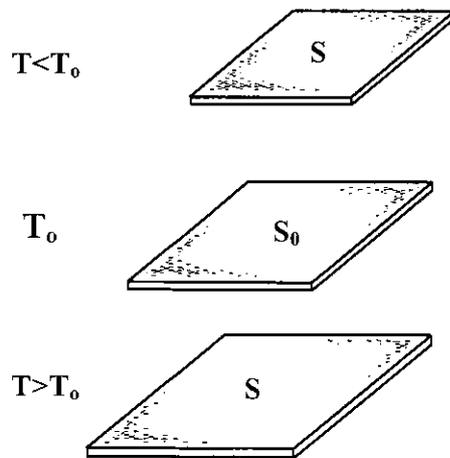
siendo, " S_0 ", " S " las longitudes inicial y final, " T_0 ", " T " las temperaturas inicial y final, y " γ " el coeficiente de dilatación superficial.

* Variación en la superficie

La diferencia entre las áreas de la superficie final e inicial del cuerpo, viene dado por:

$$\Delta S = |S - S_0| = |S_0 \alpha (T - T_0)|$$

Si, el cuerpo se calienta el área de la superficie final " S " es mayor que la inicial " S_0 ", y si el cuerpo se enfría el área de su superficie final " S " es menor que la inicial " S_0 ", como se muestra en la Figura.



* Coefficiente de dilatación superficial

Se llama coeficiente de dilatación superficial al cociente que mide el cambio relativo del área de una superficie, que se produce cuando un cuerpo experimenta un cambio de temperatura, viene dado por:

$$\gamma = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta S / S}{\Delta T}$$

☞ **Unidad:** " γ " se mide en $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

3) Dilatación volumétrica

Es el aumento o disminución que experimentan los volúmenes de los cuerpos al aumentar o disminuir su temperatura.

* Volumen dilatado

El volumen dilatado del cuerpo, viene dado por:

$$V = V_0 [1 + \beta (T - T_0)]$$

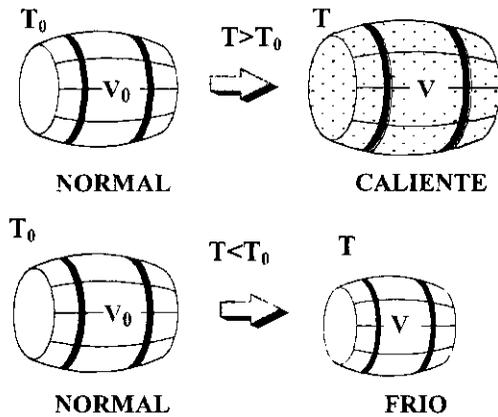
siendo, " V_0 ", " V " los volúmenes inicial y final, " T_0 ", " T " las temperaturas inicial y final, y " β " el coeficiente de dilatación volumétrica.

* Variación en el volumen

La diferencia entre los volúmenes final e inicial del cuerpo, viene dado por:

$$\Delta V = |V - V_0| = |V_0 \beta (T - T_0)|$$

Si, el cuerpo se calienta su volumen final " V " es mayor que su inicial " V_0 ", y si el cuerpo se enfría su volumen final " V " es menor que su inicial " V_0 ", como se muestra en la Figura.



* Coefficiente de dilatación volumétrica

Se llama coeficiente de dilatación volumétrica al cociente que mide el cambio relativo del volumen de un cuerpo, que se produce cuando un cuerpo experimenta un cambio de temperatura, viene dado por:

$$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V / V}{\Delta T}$$

Unidad: " β " se mide en $^{\circ}C^{-1}$.

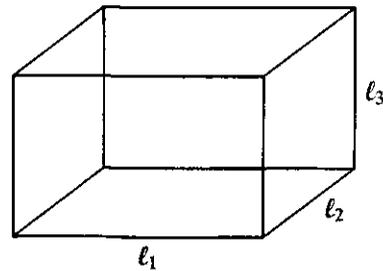
d) Relación entre α , γ y β

La relación entre los coeficientes de dilatación lineal " α ", superficial " γ " y volumétrica " β ", viene dado por:

$$\gamma = 2 \alpha \quad , \quad \beta = 3 \alpha \quad , \quad \beta = \frac{3}{2} \gamma$$

Demostración:

- Consideremos un paralelepípedo de las dimensiones " l_1 ", " l_2 ", " l_3 " a la temperatura " T ".



El volumen del paralelepípedo a la temperatura " T " es:

$$V_0 = l_1 l_2 l_3$$

El volumen del paralelepípedo a la temperatura " $T + \Delta T$ " es:

$$V_0 + \Delta V = (l_1 + \Delta l_1)(l_2 + \Delta l_2)(l_3 + \Delta l_3)$$

$$V_0 + \Delta V = (l_1 + \alpha l_1 \Delta T)(l_2 + \alpha l_2 \Delta T)(l_3 + \alpha l_3 \Delta T)$$

$$V_0 + \Delta V = l_1 l_2 l_3 (1 + \alpha \Delta T)^3$$

$$V_0 + \Delta V = V_0 [1 + 3\alpha \Delta T + 3\alpha^2 \Delta T^2 + \alpha^3 \Delta T^3]$$

$$\Delta V = V_0 \Delta T [3\alpha + 3\alpha^2 \Delta T + \alpha^3 \Delta T^2]$$

Luego, de la definición de coeficiente de dilatación volumétrica, obtenemos:

$$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V / V_0}{\Delta T}$$

$$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} [3\alpha + 3\alpha^2 \Delta T + \alpha^3 \Delta T^2]$$

$$\diamond \beta \approx 3\alpha$$

Segunda forma

Consideremos una esfera compacta homogénea de radio "r", cuyo volumen a la temperatura "T" es:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Ahora, sean "dr" y "dV" los cambios en el radio y volumen que experimenta la esfera, al cambiar su temperatura en "dT", entonces:

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

Luego, la relación entre los coeficientes de dilatación volumétrica "β" y lineal "α" es:

$$\beta = \frac{dV / V}{dT} = \frac{4\pi r^2 dr / 4\pi r^3 / 3}{dT}$$

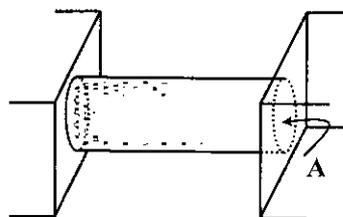
$$\diamond \beta = 3 \frac{dr / r}{dT} = 3\alpha$$



cia de las columnas y vigas de hierro y cemento.

- 4) En la fabricación de envases de plásticos, tales como botellas, se utilizan en los moldes, los cuales, son un tan mayores que el tamaño final de las mismas.
- 5) Se tiene en cuenta el fenómeno de dilatación en la fabricación de componentes electrónicos, los cuales, están sometidos a un cambio de temperatura apreciable.
- 6) Se utilizan en las piezas que presentan una perforación, tales como una brida o brazo de palanca, que debe ser montada sobre una flecha, es calentada y después se le desliza sobre la flecha o husillo fríos.
- 7) Se utiliza en los componentes cerámicos de motores de hierro fundido.
- 8) Se utiliza en la fabricación de los termómetros, que funcionan con mercurio o gas.

f) Esfuerzo térmico



Cuando los extremos de una varilla como el mostrado en la Figura, sujeta rígidamente a las paredes, experimenta un aumento o disminución de su temperatura, surge en sus extremos un esfuerzo de tensión o compresión, que viene dado por:

$$\frac{F}{A} = -E\alpha \Delta T$$

e) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones tecnológicas de la dilatación, son:

- 1) Se utiliza en el diseño y construcción de máquinas de todo tipo, por ejemplo máquinas industriales.
- 2) Se tiene en cuenta en el diseño de rieles del ferrocarril. Para evitar la obstrucción o estiramiento de los rieles se utiliza la técnica de neutralización de tensiones.
- 3) En el diseño y construcción de edificios, se tiene en cuenta al calcular la resis

donde, "E" es el módulo de Young, "α" el coeficiente de dilatación lineal, y

" ΔT " la variación de temperatura que experimenta la varilla.

- Si, $\Delta T < 0$, entonces $F/A > 0$, esto significa que se requiere un esfuerzo de tensión para mantener inalterable la longitud de la varilla.
- Si, $\Delta T > 0$, entonces $F/A < 0$, esto significa que se requiere un esfuerzo de compresión para mantener inalterable la longitud de la varilla.

¿Por qué se rompe una taza de vidrio, cuando se vierte agua muy caliente?

La taza de vidrio se rompe, porque el esfuerzo térmico entre las partes caliente y fría excede el esfuerzo de rotura del vidrio. Los vidrios resistentes al calor como el Pirex, tienen coeficientes de expansión muy bajos y una resistencia elevada.

g) Dilatómetro

Es un instrumento que se utiliza para determinar los coeficientes de dilatación lineal de los cuerpos, cuando estos reciben calor. Los tipos más utilizados son: 1) de palanca, 2) de diferencial, y 3) de frasco.

4. CIENCIA DE LOS MATERIALES

a) Ciencia de los materiales

Investiga las relaciones entre la estructura y las propiedades de los materiales. Es un campo multidisciplinario que estudia conocimientos fundamentales sobre las propiedades físicas macroscópicas de los materiales y las aplicaciones en varias áreas de la ciencia y la ingeniería, permitiendo la construcción de máquinas y herramientas. Incluye disciplinas tales como la física, química, la nanotecnología, etc

Clasificación

Según sus propiedades y su estructura atómica, la ciencia de los materiales se cla-

sifica en: metales, cerámicos, polímeros, materiales compuestos y semiconductores.

1) Metales

Es un material en el que existe un traslape entre la banda de valencia y la banda de conducción en su estructura electrónica (enlace metálico). Esto le da la capacidad de conducir fácilmente calor y electricidad, y reflejar la luz, produciendo el brillo en los metales.

2) Cerámicos

Son materiales duros, porosos y frágiles que pueden presentarse de diferentes formas, incluye a todos los materiales inorgánicos no metálicos. Por ejemplo, los ladrillos, los azulejos, el cemento, el vidrio son cerámicos.

Las propiedades más importantes que presentan los cerámicos son:

- * Refractarios.- Algunos cerámicos soportan temperaturas extremadamente altas sin perder su solidez, estos materiales presentan una baja conductividad térmica por lo que, son buenos aislantes del calor y se llaman refractarios.
- * Aislador eléctrico.- La mayoría de los cerámicos no tienen suficiente cantidad de electrones libres, por lo que, no son conductores de electricidad. Esto se debe a los enlaces iónicos y covalente que restringen la movilidad iónica y electrónica. Por ejemplo, en las líneas de transmisión eléctrica se utilizan discos de porcelana, como aislantes de la corriente eléctrica.
- * Superconductividad.- A temperaturas extremadamente bajas algunos cerámicos presentan la superconductividad, el cual, es un fenómeno que consiste en que en ciertos metales y aleaciones (cerámicos) se produce un descenso brusco de la "resistividad" en las proximidades de una

temperatura " T_S " llamada temperatura de transición al estado superconductor.

3) Polímeros

Son macromoléculas (generalmente orgánicas) formadas por la unión de moléculas más pequeñas llamadas monómeros.

- * Macromoléculas.- Son moléculas de masa molecular elevada, formadas por un gran número de átomos. Cuando una molécula tiene más de 100 átomos se considera una macromolécula. Pueden ser orgánicas o inorgánicas. Dentro de las moléculas orgánicas sintéticas se encuentran los plásticos.
- * Moléculas orgánica natural.- Son las sintetizadas por los seres vivos, y se llaman biomoléculas, las cuales son estudiadas por la bioquímica.
- * Moléculas orgánicas artificiales.- Son sustancias que no existen en la naturaleza y han sido fabricados por el hombre como los plásticos. Los compuestos orgánicos tienen carbono con enlaces de hidrógeno, y los compuestos inorgánicos no.

4) Material compuesto

Se llaman así a los materiales que presentan las siguientes propiedades:

- * Están formados por dos o más componentes distinguibles físicamente y separables mecánicamente.
- * Presentan varias formas químicamente distintas, completamente insolubles entre sí y separadas por una intercalación.
- * Sus propiedades mecánicas son superiores a la simple suma de las propiedades de sus componentes (sinergia).
Estos materiales se originan debido a la necesidad de obtener materiales que combinen las propiedades de los cerámicos, los polímeros y los metálicos. Por ejemplo, en la industria del transporte son necesarios materiales ligeros, rígidos, re-

sistentes al impacto y que resista bien la corrosión y el desgaste. Generalmente estas propiedades no se presentan en un solo tipo de material.

b) **Ciencia de superficies**

Es el estudio de los fenómenos físicos y químicos que ocurren en la interfase de dos fases, incluyendo interfaces sólido líquido, sólido-gas, sólido-vacío, líquido-gas. Es una ciencia interdisciplinaria con campos superpuestos de la química de superficies y física de superficies. Como ciencia es un subcampo de la ciencia de los materiales.

c) **Física de superficies**

Estudia los cambios físicos que ocurren en las interfaces. Algunos de los aspectos que estudia esta rama de la física incluyen las reconstrucciones superficiales, las transiciones electrónicas (plásmos) y acústicas en las superficies (fonones), la epitaxia, la emisión electrónica, el tunelamiento electrónico, el ensamble de superficies, la formación de nanoestructuras.

d) **Química de superficies**

Estudia las reacciones químicas que ocurren en las interfaces. Esta ciencia es particularmente importante para el estudio de las reacciones catalizadoras.

e) **Interfase**

Se llama así a la superficie en la que se unen dos estados diferentes de una misma sustancia o cuerpo o de diferentes sustancias o cuerpos. Por ejemplo, la superficie en la que se unen el hielo con el agua líquida es una interfase.

f) **Epitaxia**

Se llama así al proceso en la fabricación

de circuitos integrados (CI). A partir de una cara de un cristal de material semiconductor se hace crecer un substrato con la misma estructura cristalina. Mediante esta técnica se puede controlar de forma muy precisa el nivel de impurezas en el semiconductor, que son los que definen su carácter (N o P). Para hacer esto se calienta el semiconductor hasta casi su punto de fusión y se pone en contacto con el material de base para al enfriarse, recristalice con la estructura adecuada.

g) Semiconductores

Se llaman así a los cuerpos o sustancias que se comportan como conductores o aisladores y cuya resistividad varía en un amplio intervalo desde $10^{-5} \Omega \cdot m$ hasta $10^8 \Omega \cdot m$ y disminuye muy rápidamente, según una ley exponencial, al elevarse la temperatura.

1) Semiconductor tipo N

Este tipo de semiconductor, se obtiene llevando a cabo un proceso de dopado añadiendo un cierto tipo de átomos al semiconductor para aumentar el número de portadores de cargas libres (negativas), cuando el material dopante es añadido, este aporta sus electrones más débilmente ligados a los átomos del semiconductor. Este tipo de agente dopante se conoce como material donante ya que da alguno de sus electrones.

2) Semiconductor tipo P

Este tipo de semiconductor se obtiene llevando a cabo un proceso de dopado, añadiendo un cierto tipo de átomos al semiconductor para aumentar el número de portadores de cargas libres (positivas). Cuando el material dopante es añadido, este libera los electrones más débilmente ligados a los átomos del semiconductor. Este agente dopante es conocido como material aceptor y los átomos del semi

conductor que han perdido un electrón son conocidos como huecos.

* Hueco

Se así llama a la ausencia de un electrón en la banda de valencia. Una banda de valencia completa (o semicompleta) es característica de los aisladores y semiconductores.

h) Fonones

Es un modo cuantizado de vibración que tiene lugar en redes cristalinas como la red atómica de un sólido. El estudio de los fonones es una parte importante en la física del estado sólido debido a que los fonones juegan un rol muy importante en muchas de sus propiedades físicas, como la conductividad térmica y eléctrica.

- En particular, las propiedades de los fonones de longitud de onda larga dan lugar al sonido en los sólidos.
- En el calentamiento de sólidos, los fonones son el mecanismo primario mediante el cual se produce la conducción del calor.

i) Plasmones

Son un tipo de excitación elemental en sólidos (ondas asociadas al movimiento de electrones), es decir, son fotones que al llegar a la superficie de un material quedan atraídos y atrapados por electrones libres, que las transportan por el interior del sólido.

Estas "partículas" pueden ser utilizadas para transportar la luz a través de una lámina. Su aplicación futura en circuitos ópticos abre grandes posibilidades para el desarrollo de nanotecnologías, en campos tales como la informática, las telecomunicaciones, la biomedicina, etc..

j) Efecto túnel

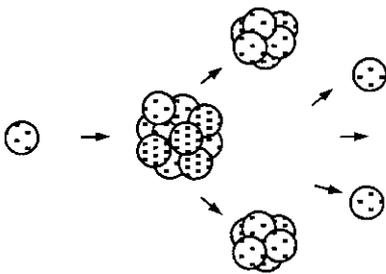
Es un efecto mecánico-cuántico que consiste en que una partícula puede atrave

sar una barrera de potencial sin tener energía suficiente para superarlas por encima (en el sentido clásico), debido a que la probabilidad de que la partícula se encuentre al otro lado de la barrera es no nula.

- Es un fenómeno que no presenta analogía fuera de la mecánica-cuántica. Este efecto se explica utilizando el concepto nuevo de la naturaleza dual de la materia, el cual, consiste en que una partícula puede comportarse como onda o como partícula.
- Una aplicación de este efecto es el microscopio de efecto túnel y el microscopio de fuerza atómica.

k) Fisión nuclear

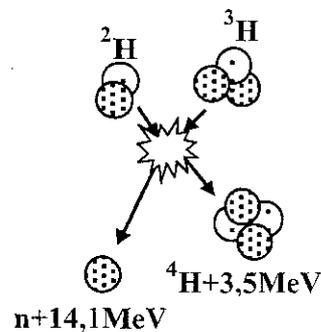
Es un proceso nuclear en el que el núcleo de un átomo se divide en dos o más núcleos pequeños, más algunos subproductos como neutrones libres, fotones (rayos gamma) y partículas alfa (núcleos de helio) y beta (electrones y positrones de alta energía).



- La fisión de núcleos pesados es un proceso exotérmico en el que se liberan cantidades sustanciales de energía, que se utilizan en la producción de energía eléctrica.
- La fisión se puede inducir de varias formas, como por ejemplo bombardear el núcleo fisionable de un átomo con otra partícula de alta energía (neutrón libre).

l) Fusión nuclear

Es el proceso mediante el cual dos núcleos atómicos se unen para formar un núcleo de mayor masa atómica. No debe confundirse con el accidente de las centrales nucleares llamado "fusión del núcleo" que hace referencia a la parte más "interna" (núcleo) del reactor nuclear cuando esta se funde (se derrite) como resultado de la falta de un adecuado control y refrigeración.



- El nuevo núcleo tiene una masa inferior a la suma de las masas de los dos núcleos que se han fusionado para formarlo. Esta diferencia de masa es liberada en forma de energía.
- La energía que se libera varía en función de los núcleos que se unen y del producto de la reacción.
- La cantidad de energía liberada corresponde a la fórmula $E=mc^2$, siendo "m" la diferencia de masa observada en el sistema antes y después de la fusión, y "c" la velocidad de la luz en el vacío.

5. CALOR ESPECÍFICO Y CAPACIDAD CALORÍFICA

a) Calor específico (c_e)

Se define como la cantidad de calor "Q" que se debe suministrar (ó sustraer) a la masa "m" de un cuerpo o sustancia para elevar (o disminuir) su temperatura en un grado centígrado, es decir:

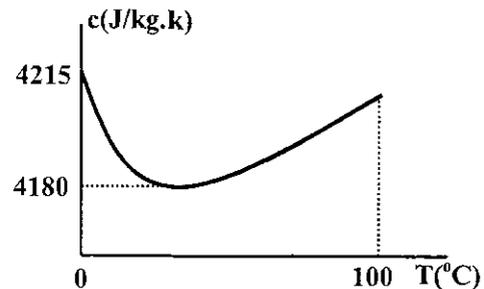
$$c_e = \frac{Q}{m(T - T_0)}$$

siendo, " T_0 ", " T " las temperaturas inicial y final, respectivamente.

- Es una propiedad intensiva de la materia, por lo que, es representativo de cada sustancia o material.
- El calor específico es una cantidad física escalar, que depende de la composición y estructura interna del cuerpo o sustancia.
- Cuanto mayor es el calor específico de las sustancias más energía calorífica se necesita suministrar para aumentar su temperatura.
- El calor específico de los gases normalmente se mide bajo condiciones de presión constante " c_p ".
- Las mediciones del calor específico a presión constante son mayores que las mediciones a volúmenes constante ($c_p > c_v$), debido a que en el primer caso se realiza un trabajo de expansión.
- Una de las razones por las que el calor específico, tiene diferentes valores para diferentes sustancias es la diferencia de sus masas molares.
- El calor específico depende de los grados de libertad internos de los átomos al interior de las moléculas, esto es, las moléculas con mayor atomicidad presentan mayor grados de libertad internos.
- A sustancias de masa molar mas ligeros le corresponden calores específicos mayores, esto explica que el hidrogeno (gas) la sustancia de menor masa molar tenga un calor específico muy grande, porque un gramo de esta sustancia posee una gran cantidad de moléculas.
- Como la densidad de una sustancia está relacionada a la masa molar, existe una correlación entre la densidad del sistema

y su calor específico " c_p ", así, sólidos o sustancias de baja densidad absorberán más calor que los sólidos o sustancias de mayor densidad, para iguales masas.

- La presencia de impurezas en un sólido modifican las mediciones del calor específico, cambiando su valor.
- En general, el calor específico de un material o sustancia siempre presenta una dependencia muy pequeña de la temperatura, por ejemplo en la Figura, se muestra esta dependencia para el agua.



El valor del calor específico del agua varía menos del 1 % para temperaturas entre 0 °C y 100 °C.

Calor específico del agua (H₂O)

FASE	c_e (cal/g.°C)	c_e (J/kg.°C)
Líquido	1,0	4 200
Sólido	0,5	2 100
Gaseoso	0,5	2 100

* Propiedad intensiva

Una magnitud o propiedad física se dice que es intensiva, cuando su valor permanece inalterable al subdividir el sistema inicial en varios subsistemas, es decir, que no depende de la cantidad de sustancia considerada. Una propiedad intensiva

puede ser una magnitud escalar o vectorial. Las propiedades intensivas no constituyen magnitudes aditivas. Ejemplos de propiedades intensivas son la temperatura, el volumen específico.

* Propiedad extensiva

En termodinámica, se dice que una magnitud es extensiva cuando su valor es proporcional al tamaño del sistema que describe. Esta magnitud puede expresarse como la suma de las magnitudes de un conjunto de subsistemas que forman el sistema original. Por ejemplo, la masa y el volumen son magnitudes extensivas.

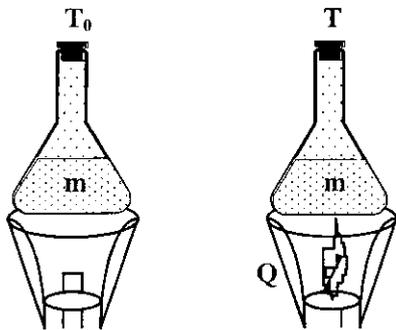
👉 **Unidad:** "c_e" se mide en cal/kg.°C.

b) Capacidad calorífica (C)

Se define como la cantidad de calor "Q" que se debe suministrar (ó sustraer) a un cuerpo o sustancia para elevar (ó disminuir) su temperatura en un grado centígrado, esto es:

$$C = \frac{Q}{T - T_0}$$

siendo, "T₀", "T" las temperaturas inicial y final, respectivamente.



ESTADO INICIAL ESTADO FINAL

- La capacidad calorífica es una cantidad física escalar, que depende de la composición y estructura interna del cuerpo o sus

tancia, lo cual, implica que cada cuerpo o sustancia tiene su propia capacidad calorífica.

- La capacidad calorífica de los sólidos y gases depende del número de grados de libertad de sus moléculas.
- La capacidad calorífica indica la mayor o menor dificultad que presenta un cuerpo o sustancia a experimentar cambios en su temperatura, cuando recibe o pierde calor esto se puede interpretar como una medida de la inercia térmica.
- La capacidad calorífica es una propiedad extensiva, ya que su magnitud depende, no sólo de la sustancia, sino también de la cantidad de sustancia, por lo mismo es característica del cuerpo o sustancia. Por ejemplo, la capacidad calorífica de un tanque lleno de agua, es mayor, que la de un vaso lleno de agua.
- Puede decirse, también, que la capacidad calorífica de un cuerpo o sustancia, es la capacidad que tiene dicho cuerpo de almacenar energía calorífica.
- En general, la capacidad calorífica depende además, de la temperatura y de la presión.

👉 **Unidad:** "C" se mide en cal/°C.

c) Relación entre C y c_e.

La expresión que relaciona la capacidad calorífica "C" con el calor específico "c_e", viene dado por:

$$C = m c_e$$

d) Cantidad de calor (Q)

Se llama así, a la cantidad de calor que gana ó pierde un cuerpo o sustancia al ponerse en contacto con otro cuerpo ó sustancia que se encuentra a diferente temperatura, viene dado por:

$$Q = m c_e (T - T_0)$$

siendo, " c_e " el calor específico, " m " la masa, y " T_0 ", " T " las temperaturas inicial y final, respectivamente.

- Cuando, $T > T_0$ el cuerpo gana calor, y cuando $T < T_0$ el cuerpo pierde calor.

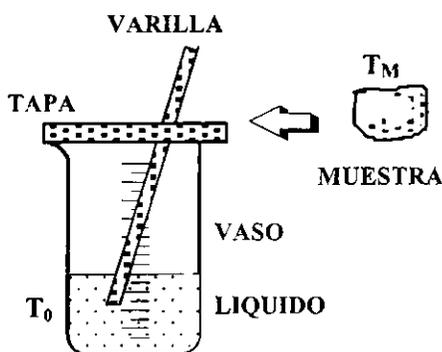
☞ **Unidad:** " Q " se mide en calorías (cal)

6. CALORIMETRO

a) El calorímetro

Es un dispositivo sencillo que permite medir el calor específico " c_e " de un cuerpo o sustancia, conociendo el calor específico de la sustancia patrón (en general agua), está constituido por:

- * Un vaso metálico (aluminio)
- * Una tapa de madera (aislante)
- * Un termómetro.
- * Una varilla de madera (aislante)



Funcionamiento

⇒ Paso 1

Se llena el vaso con agua (u otro líquido cuyo calor específico se conoce) a la temperatura del medio ambiente.

⇒ Paso 2

Se calienta la muestra (cuerpo o sustancia cuyo calor específico se desea conocer) y se mide su temperatura.

⇒ Paso 3

Abriendo la tapa del calorímetro se introduce la muestra en el vaso con agua, y se mueve cuidadosamente la mezcla con la varilla de madera.

⇒ Paso 4

Se mide la temperatura de la mezcla.

⇒ Paso 5

Se utiliza el principio de conservación de la energía, cuya expresión literal, dice:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Calor} \\ \text{perdido} \\ \text{muestra} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Calor ganado} \\ \text{calorímetro} \\ \text{+ agua} \end{array} \right\}$$

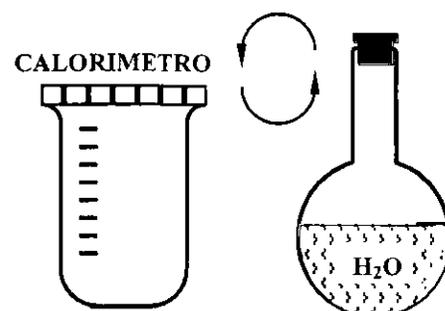
La forma explícita de esta expresión, adopta la forma siguiente:

$$m_M c_{e,M} (T_M - T) = m_C c_{e,C} (T - T_0) + m_L c_{e,L} (T - T_0)$$

los subíndices " M ", " C ", " L " se refieren a muestra, calorímetro y líquido, respectivamente; además, " T_M " temperatura de la muestra, " T_0 " temperatura medio ambiente y " T " temperatura final de la mezcla.

b) Equivalente en agua de un calorímetro

Se llama así, a la cantidad de agua que absorbe o disipa la misma cantidad de calor que un calorímetro, experimentando la misma variación de temperatura, esto es:



$$Q_{H_2O} = Q_{\text{CALORIMETRO}}$$

De modo que, el equivalente de la masa de agua es:

$$m_{H_2O} = m_C c_{e,C}$$

siendo, " m_C ", " $c_{e,C}$ " la masa y el calor específico del calorímetro.

- Generalmente, el equivalente en agua de un calorímetro se da en gramos.

c) Inercia térmica

Se llama así a la propiedad que indica la cantidad de calor que puede conservar un cuerpo y la velocidad con la que la cede o absorbe de su entorno.

- Depende de la masa, del calor específico de sus materiales y del coeficiente de conductividad térmica.
- Esta propiedad se utiliza en construcción para conservar la temperatura del interior de los locales habitables más estable a lo largo del día, mediante muros de gran masa. Durante el día se calientan, y por la noche, más fría, cede calor al ambiente.

d) Masa térmica

Se llama así al valor de la capacidad potencial de almacenamiento de calor en un conjunto o sistema. Por ejemplo, los pisos de hormigón y muros de adobe son masas térmicas.

7. ESTADOS DE LA MATERIA Y CAMBIO DE ESTADOS

a) Estados de la materia

1) Estado sólido

En este estado los cuerpos tienen forma compacta y definida, sus átomos se entrelazan formando estructuras cristalinas definidas, debido a lo cual, pueden soportar

fuerzas sin experimentar deformaciones notorias.

- En los sólidos las fuerzas de atracción son mayores que las de repulsión. La presencia de pequeños espacios intermoleculares caracteriza a los sólidos surgiendo las fuerzas de enlace que ubican las celdillas en un arreglo geométrico.
- Las sustancias en estado sólido, presentan las siguientes características: tienen forma definida, volumen constante, cohesión, vibración, rigidez, incompresibilidad, resistencia a la fragmentación, fluidez muy baja, etc...

2) Estado líquido

Este estado surge cuando un sólido se calienta desapareciendo su estructura cristalina. La característica principal del estado líquido es su capacidad de fluir y adaptarse a la forma del recipiente que lo contiene. La unión entre los átomos del líquido es mucho menos intensa que en la de los sólidos.

El estado líquido presenta las siguientes características: cohesión menor, no poseen forma definida, adoptan la forma del recipiente que lo contiene, en el frío se comprime, excepto el agua, poseen fluidez, pueden presentar difusión, etc...

3) Estado gaseoso

Aumentando la temperatura de un líquido se alcanza el estado gaseoso. Las moléculas del gas se encuentran prácticamente libres, tal que, son capaces de distribuirse por todo el espacio en el que están contenidos.

- El estado gaseoso presenta las siguientes características: cohesión casi nula, ausencia de forma definida, se comprimen fácilmente, ejercen presión sobre las paredes del recipiente que lo contiene, las moléculas del gas se mueven con libertad.

4) Estado plasma.

El plasma es un gas ionizado, es decir, los átomos que lo constituyen se han separado de alguno de sus electrones o de todos ellos.

- El plasma es un estado parecido al gas pero constituido por electrones y cationes (iones con carga positiva) separados entre sí y libres, debido a lo cual, son un excelente conductor.
- Los plasmas conducen la electricidad y son fuertemente influenciados por los campos magnéticos.
- La lámpara fluorescente, contiene plasma (vapor de mercurio) que calienta y agita la electricidad.
- Un ejemplo de plasma es el Sol, los vientos solares, etc...

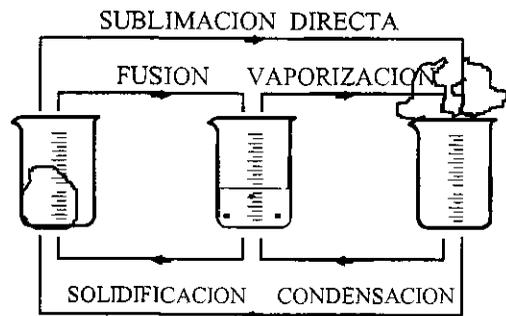
5) Supersólido

Este material es un sólido en el sentido de que la totalidad de los átomos del helio-4 que lo componen están congelados en una película cristalina rígida, de forma similar a como lo están los átomos y las moléculas en un sólido normal como el hielo. Como la película de helio-4 es tan fría, próximo al cero absoluto, comienza a regir las leyes de incertidumbre de la cuántica. Los átomos de helio comienzan a comportarse como si fueran sólidos y fluidos a la vez.

b) **Cambio de estado**

Se llama así a la evolución que experimenta la materia entre varios estados de agregación sin que se produzca un cambio en la composición. Los tres estados más estudiados y comunes en la Tierra son el sólido, el líquido, el gaseoso y el plasma, y los cambios de estados que se dan entre ellos son:

Los cambios de estado se muestran en el siguiente esquema.



- * Fusión.- Es el cambio de estado sólido a líquido.
- * Solidificación.- Es el cambio inverso de líquido a sólido.
- * Vaporización.- Es el cambio de estado líquido a gas.
- * Condensación.- Es el cambio inverso de gas a líquido.
- * Sublimación.- Es el cambio de estado sólido a gas.
- * Sublimación regresiva.- Es el cambio inverso de gas a sólido.
- * Ionización.- Es el cambio de estado de un gas a plasma.
- * Deionización.- Es el cambio inverso de gas a plasma.
- Durante el cambio de estado la sustancia experimenta un reordenamiento molecular, adoptando nuevas propiedades físicas y perdiendo otras.
- La temperatura a la cual se produce un cambio de estado depende de la presión, y es una característica que posee cada sustancia o cuerpo.
- Así, a la presión de 1 atm la temperatura de fusión del hielo es de 0°C , y a otras presiones su temperatura de fusión adopta otros valores.
- Todos los procesos señalados en la Figura anterior, poseen las siguientes características comunes:
- El cambio de estado se produce a presión y temperatura constantes, esto es, los procesos son isotérmicos e isobáricos.

- Para un cambio de estado, se hace necesario que se produzca un intercambio de calor (energía).
- Se produce una variación en el volumen del recipiente que contiene a la sustancia o del cuerpo.

c) Diagrama de estado

Se llama así a la representación gráfica de las fronteras entre diferentes estados de la materia de un sistema, en función de variables elegidas para facilitar el estudio del mismo.

- Cuando en una de estas representaciones todos los estados corresponden a estados de agregación diferentes se llama diagrama de cambio de estado.
- Los diagramas de estado más sencillos son los de presión (P) versus temperatura (T) de una sustancia pura, como el agua. En el eje de ordenadas se coloca la presión (P), y en el de las abscisas la temperatura (T).

d) Punto de fusión

Se llama así a la temperatura a la cual la materia pasa del estado sólido al estado líquido, es decir, se funde.

- En la mayoría de las sustancias, el punto de fusión y de congelación, son iguales. Pero esto no siempre se cumple, por ejemplo, el Agar-Agar se funde a $85\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se solidifica a $32\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

e) Punto de ebullición

Se llama así a la temperatura a la cual la materia cambia de estado líquido a gaseoso. En otras palabras, en un líquido, el punto de ebullición es la temperatura a la cual la presión de vapor del líquido, es igual, a la presión del medio que rodea al líquido. En estas condiciones se puede formar vapor en cualquier punto del líquido.

- La temperatura de una sustancia o cuerpo depende de la energía cinética media de sus moléculas.
- A temperaturas inferiores al punto de ebullición, sólo una pequeña fracción de las moléculas en la superficie tiene energía suficiente para vencer la tensión superficial y abandonar el líquido.
- El punto de ebullición depende de la masa molecular de la sustancia y del tipo de las fuerzas intermoleculares.

f) Punto de congelación

El punto de congelación de un líquido es la temperatura a la que dicho líquido se solidifica debido a una reducción de la temperatura.

Para la mayoría de sustancias el punto de congelación y fusión son iguales, sin embargo, otras sustancias como el Agar-Agar tienen distintas temperaturas de fusión y congelación.

g) Punto de sublimación

El punto de sublimación de una sustancia es aquella temperatura a la cual dicho compuesto pasa de la fase sólida a la fase gaseosa directamente sin pasar por la fase líquida, mediante el mecanismo de sublimación. Algunos sólidos, como el iodo o la quinina, experimentan dicha transición de fase.

- Termodinámicamente suele ser una transición favorable, debido al gran aumento de entropía que conlleva.

h) Punto eutéctico

Se llama así a la máxima temperatura a la que puede producirse la mayor cristalización del solvente y soluto, o también, se define como la temperatura más baja a la cual puede fundirse una mezcla de sólidos A y B que presenta una composición fija.

i) Sobrefusión

También, llamada superenfriamiento, es el proceso de enfriar un líquido por debajo de su punto de congelación sin que se convierta en sólido.

j) Vitrificación

Se llama así al proceso de conversión de un material en un sólido amorfo similar al vidrio, carente de toda estructura cristalina. Esto se consigue mediante el calentamiento o enfriamiento muy rápido o mediante la mezcla con un aditivo. Cuando el material de partida es sólido, la vitrificación se realiza a altas temperaturas. Muchos materiales cerámicos se producen de este modo.

k) Nucleación

Se llama así al inicio de un cambio de estado en una región pequeña pero estable. El cambio de estado puede ser la formación de gas o cristal a partir de un líquido. Por ejemplo, las burbujas de carbono nuclear poco después de que se libere la presión de un recipiente con líquido carbonatado.

- La nucleación es un proceso clave para entender el procesamiento térmico de los polímeros, aleaciones y algunos cerámicos.

l) Supercalentamiento

Es el fenómeno en el que un líquido se calienta a una temperatura superior a su punto de ebullición normal sin que se produzca ebullición. Esto se consigue calentando rápidamente una sustancia homogénea sin perturbarla.

- Como un fluido supercalentado es el resultado de condiciones artificiales, está en un estado metaestable, y puede decaer en cuanto desaparezca las causas. Dando lugar a que el líquido hierva súbitamente y violentamente.

m) Metaestable

Se dice que un estado es metaestable cuando tiene un mínimo local de energía, que no es totalmente estable bajo perturbaciones del sistema por encima de cierta magnitud. Por ejemplo, el agua en sobrefusión, las gotas de agua pura en suspensión en el aire, también puro no se congelan a los 0 °C, sino siguen en estado líquido hasta alcanzar los -39 °C. Este estado de sobrefusión cesa bruscamente cuando la gota entra en contacto con un cuerpo externo.

- En física atómica, un nivel metaestable es aquel en el que un electrón excitado permanece débilmente estable, mucho más tiempo antes de decaer a un nivel inferior de energía.

8. VAPORIZACION DEL AGUA**a) Sustancia pura**

Es la sustancia que presenta una composición química homogénea y que es capaz de reaccionar, pudiendo su estructura molecular experimentar cambios.

- Una sustancia pura no puede separarse en otras sustancias mediante algún medio mecánico. Estas sustancias pueden clasificarse en dos grupos, elementos y compuestos. Los elementos están formados por átomos de un mismo número atómico y los compuestos puros son combinaciones de dos o más elementos en una proporción definida.

b) Influencia de la presión en la temperatura de fusión

Cuando una sustancia sólida se derrite, generalmente, aumenta de volumen

- En las sustancias que presentan este comportamiento se observa que un incremento en la presión ejercida sobre ellas ocasiona un aumento en su temperatura de

fusión, por tanto, en su temperatura de solidificación.

- Así, el plomo que aumenta de volumen al fundirse, tiene su punto de fusión en 327°C a la presión normal de $1,01 \cdot 10^5$ Pa. Al someterlo a una presión más elevada, se funde a una temperatura más alta.

c) El agua una excepción

Son muy pocas las sustancias, entre ellas, que no siguen el comportamiento general, y que disminuyen de volumen al fundirse (cuando el hielo se derrite).

- Por tanto, el volumen de determinada masa de agua aumenta cuando se transforma en hielo (solidificación).
- A ello se debe que una botella llena de agua y colocada en un congelador se rompe cuando el agua se solidifica.
- En estas sustancias, un aumento de presión ocasiona una disminución de la temperatura de fusión.
- Como se sabe, el hielo se funde a 0°C únicamente si la presión ejercida sobre él es $1,01 \cdot 10^5$ Pa.
- Si se aumenta ésta presión se derretirá a una temperatura inferior a 0°C , y recíprocamente, a una presión inferior a $1,01 \cdot 10^5$ Pa su punto de fusión será superior a 0°C .

d) Vaporización

El cambio de estado de líquido a gaseoso puede producirse de dos formas:

1) Por evaporización

Es un proceso mediante el cual una sustancia en estado líquido pasa al estado gaseoso, tras haber adquirido energía suficiente para vencer la tensión superficial. A diferencia de la ebullición este proceso se produce a cualquier temperatura, siendo más rápido cuanto más elevada es aquélla. No es necesario que toda la masa alcance el punto de ebullición. La evapo-

ración es rara pero importante e indispensable para la vida cuando se trata del agua, que se transforma en nube y vuelve en forma de lluvia, nieve, niebla, rocío, etc... Por ejemplo, la ropa mojada se seca al evaporarse del agua en contacto con el aire.

2) Por ebullición

Es el proceso en el que un líquido pasa a estado gaseoso. Se realiza cuando la temperatura de la totalidad del líquido alcanza el punto de ebullición del líquido a esa presión. Si se continúa calentando el líquido éste absorbe el calor, pero sin aumentar la temperatura, el calor se utiliza en la conversión del agua en estado líquido en agua en estado gaseoso, hasta que la totalidad de la masa pasa al estado gaseoso.

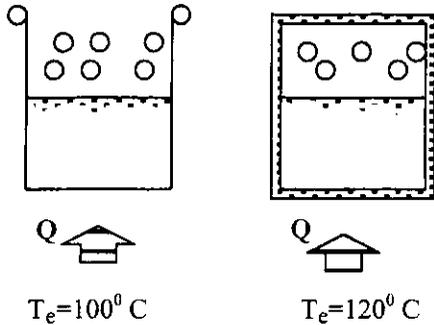
- Este proceso es muy distinto a la evaporación, para el que, en altitudes superiores, la presión atmosférica disminuye, por lo que, el agua necesita temperaturas menores para entrar en ebullición.

e) Influencia de la presión en la temperatura de ebullición

Supongamos que tenemos un líquido confinado en un recipiente abierto como el de la Figura, en este caso sobre el líquido actúa el aire a la presión de la atmósfera, si esta presión es mayor que la presión de vapor saturado del líquido a esa temperatura, la evaporación será muy lenta y se deberá básicamente, a que siempre en el incesante choque de las moléculas, algunas de modo esporádico, alcanzan la energía suficiente para pasar al estado gaseoso con la posibilidad de abandonar el recipiente, especialmente si hay alguna corriente de gases que lo arrastre.

- Si aumentamos la temperatura del sistema, cada vez será mayor la cantidad de

moléculas que lo abandonen y se incrementará la evaporación.



- Cuando se alcance una temperatura, para el cual, el valor de la presión de vapor saturado del líquido en cuestión, sea igual al valor de la presión atmosférica, la evaporación se producirá en toda la masa del líquido, se dice entonces que el líquido ha entrado en ebullición.
- Podemos decir, entonces que el punto de ebullición, es el valor de la temperatura para el cual la presión de vapor saturado de un líquido cualquiera, alcanza la presión a que está sometido.
- Así, el punto de ebullición de un líquido dependerá de la presión a que está sometido y será más bajo para bajas presiones y más alto en el caso contrario.
- Este fenómeno se utiliza en muchas aplicaciones, tales como la olla de presión, las calderas de vapor, las máquinas refrigeradoras o la generación de aire líquido.
- Finalmente, debemos decir, que en un recipiente abierto a la presión normal de $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ el agua entra en ebullición a 100°C . En un recipiente cerrado los vapores de agua que se forman al interior de ella pueden alcanzar la presión de $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, a esta presión el agua entra en ebullición a la temperatura de 120°C .

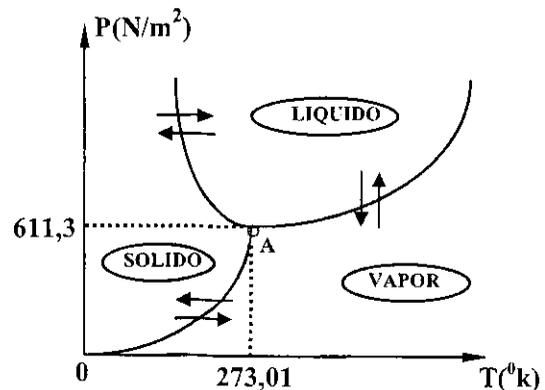
Sustancia volátil

Es aquella sustancia que se evapora a temperatura ambiente sin necesidad de aplicarle alguna fuente de energía.

f) Condiciones de saturación

Se denomina así a los valores de presión y temperatura que se mantienen constantes durante el cambio de fase.

Gráfica Presión-Temperatura de saturación para el H₂O



- Si en un cambio de fase la temperatura de saturación permanece constante, su respectiva presión de saturación, también permanece constante. Es decir, cada sustancia tiene su propia presión y temperatura de saturación.

g) Punto Triple (A)

Se denomina, así, al valor que adoptan la temperatura y presión de saturación, en la que la sustancia se halla en las tres fases (sólido, líquido y gas), esto es las tres fases coexisten simultáneamente.

- Por ejemplo, para el agua, los valores de la temperatura y presión, en el punto triple A, son:

$$T = 0,01^\circ \text{C} \text{ y } P = 611,3 \text{ N/m}^2$$

- Este valor de la temperatura del punto triple, debido a que es un valor constante, sirve para calibrar las escalas de temperatura kelvin y Celsius de los termómetros de mayor precisión, como los termómetros de gas.

h) Punto crítico

Un punto crítico es aquel para el cual el volumen de un líquido, es igual, al de una masa igual de vapor, es decir, las densidades del líquido y del vapor son iguales. Midiéndose las densidades del líquido y del vapor en función de la temperatura y representándose gráficamente se determina la temperatura crítica (T_c), partiendo del punto de intersección de ambas curvas.

- En general, la presión y temperatura correspondientes al punto crítico, es mayor que el correspondiente al punto triple.

i) Punto de rocío

Llamado también temperatura de rocío, es la temperatura a la que empieza a condensarse el vapor de agua contenido en el aire, produciendo rocío, neblina, o en el caso que la temperatura sea muy baja escarcha. La temperatura del punto de rocío depende de la presión del gas.

j) Rocío

Es un fenómeno físico-meteorológico en el que la humedad del aire se condensa en forma de gotas por la disminución brusca de la temperatura, o al contacto con superficies frías. Se habla de rocío en general cuando se trata de condensación sobre una superficie, usualmente sobre la cubierta vegetal del suelo.

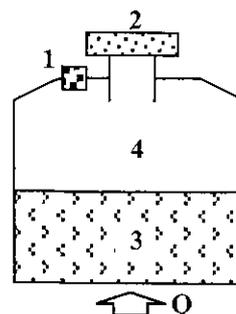
k) Sublimación

Es aquel proceso de cambio de fase, en la que la sustancia pasa de la fase sólida a la fase gaseosa, sin pasar por la fase líquida.

- Este fenómeno, generalmente ocurre en algunas sustancias llamadas volátiles.
- Para el agua (de hielo a vapor) se realiza a bajas presiones, por debajo del punto triple A.

9. OLLA A PRESION**a) Definición**

Es un dispositivo que basa su funcionamiento en el hecho de que la temperatura de ebullición de un líquido depende de la presión a que está sometido, de forma tal que, a mayor presión mayor temperatura.

**b) Componentes**

Las principales componentes presentes en una olla de presión, son:

- 1- Válvula de seguridad
- 2- Tapa (peso)
- 3- Líquido (agua)
- 4- Vapor del líquido.

c) Funcionamiento

En la Figura, si a la olla de presión que contiene agua con su tapa ajustada se le suministra calor, se forman burbujas de vapor por encima de la superficie del líquido. Este vapor como está encerrado y no puede escapar, van gradualmente incrementando la presión al interior de la olla, y con ello la presión de vapor saturado del agua, por lo que está no podrá entrar en ebullición.

- El incremento de presión terminará levantando el peso que cierra un pequeño conducto al exterior y los vapores escaparán haciendo que la presión interior se estabilice en un valor fijo, si baja, el peso cae y cierra el conducto, si sube el peso se levanta y deja escapar el vapor en una suer

te de regulador de presión.

- Durante este proceso, el agua de la olla ha ido subiendo de temperatura, y entra al fin en ebullición a un valor más alto de temperatura final, que si la olla estuviera abierta a la atmósfera.
- El incremento de temperatura, resulta evidente que dependerá de la magnitud del peso colocado para cerrar el agujero de escape, y del diámetro de este agujero.
- Este incremento de temperatura hace que los alimentos se cuezan mucho más rápido.
- La válvula de seguridad se abre cuando la presión al interior de la olla sobrepasa la presión límite, fijada por el fabricante.

d) Importancia

Las ollas a presión ahorran tiempo y combustible. Debido al corto tiempo de cocción y a la poca cantidad de líquido requerida, junto con la ausencia de aire y de luz, los alimentos cocinados con una olla a presión mantienen más elementos nutritivos que los cocinados en las ollas convencionales.

e) Ventajas

Algunas de las ventajas que presenta una olla a presión, son:

1) Velocidad

Las ollas de presión se comparan con las microondas por su velocidad de cocción de los alimentos. Las ollas a presión son mucho más veloces en cuanto a la cocción, si se les compara con las cocinas tradicionales.

2) Limpieza

El tiempo de limpieza de una olla a presión es mucho menor que un microondas, puesto que sólo está constituido de una olla.

3) Seguridad

Las versiones antiguas de las ollas a presión

eran proclives a causar demasiado vapor, por lo que, volaban las tapas. Las ollas a presión modernas presentan funciones de seguridad integradas para evitar este tipo de incidentes. Vienen con válvulas de escape de vapor, disminuyendo la presión. Además vienen incorporados con una válvula manual, que tiene las mismas funciones.

4) Conservación de nutrientes

Ya que las carnes se sellan bien, las ollas a presión mantienen la humedad y los jugos, por lo que, presentan las comidas un mayor sabor. Como el tiempo de cocción es muy corto y se hace en un espacio cerrado, se pierden menos nutrientes que en la mayoría de las cocinas.

f) Desventajas

Algunas de las desventajas que presenta una olla a presión, son:

1) Liberación de presión

Al final del tiempo de cocción, el manual de uso especifica la forma en que debe liberarse la presión. El método con agua fría implica mover la olla pesada a la piletta y dejar que se cubra con agua fría. Este método es el más rápido, si es que se puede mover la olla. El método natural implica simplemente dejar que la olla se enfríe. Este método lleva tiempo, por lo que resta la ventaja de la velocidad de cocción.

2) Diferentes tiempos de cocción

Si se tiene alimentos que deben cocinarse al mismo tiempo, el proceso es simple. No obstante, si se tiene varios ingredientes con distintos tiempos de cocción, el proceso puede volverse complicado. Se debe comenzar por el ingrediente que tiene más tiempo de cocción y luego liberar la presión y añadir los ingredientes con menor tiempo de cocción y volver a acumular la presión para terminar de cocinar

3) Posible obstrucción de válvula

Siempre que se va a utilizar la olla a presión se debe verificar el estado en la que se encuentra la válvula, para evitar una posterior explosión de la misma.

g) **Precauciones**

Algunas recomendaciones para el buen uso de una olla a presión, son:

- 1) Nunca llene la olla por encima de su capacidad nominal, un nivel muy alto hará, que fragmentos de los alimentos que se cocen, puedan alcanzar el conducto de salida obstruyéndolo. Se recomienda llenar hasta $2/3$ de su capacidad.
- 2) Jamás destape la olla conteniendo presión en su interior, el contenido caliente será dispersado o expulsado violentamente.
- 3) No use una olla que tenga escapes por la junta o empaque de la tapa, ya que esto acelera la pérdida de líquido interior con el riesgo de que se seque y queme el contenido.
- 4) Debe utilizarse siempre una cantidad de agua apropiada de acuerdo al tiempo previsto de cocción, para evitar el secado al interior de la olla.
- 5) Nunca abandone por mucho tiempo la olla sin vigilancia.
- 6) Si en un tiempo razonable, la válvula no empieza a liberar presión, apáguela inmediatamente, puede estar obstruido el conducto de escape.
- 7) Los alimentos que durante la cocción inicial generan abundante espuma, deben cocerse unos minutos, con la olla a presión destapada hasta que el proceso de generación de espuma cese, y luego se tapa la olla.
- 8) Una vez que la válvula reguladora de presión, comienza a dejar escapar vapores, el fuego debe bajarse a un valor medio, para evitar excesiva ebullición al interior de la olla.

¿Aproximadamente qué temperatura máxima se alcanza en una olla a presión?

La temperatura máxima que se alcanza en una olla a presión, en una cocción de alimentos es de aproximadamente $130\text{ }^{\circ}\text{C}$

¿Aproximadamente a qué presión trabaja una olla a presión?

Una olla a presión trabaja aproximadamente a la presión de 3 atm (3041 kPa)

¿Por qué en la Oroya el sabor del té no es tan agradable?

Como en la Oroya la presión atmosférica es menor que al nivel del mar, el punto de ebullición del agua es menor, por lo que, el tiempo de preparación del té es menor, y este no alcanza a liberar un aroma, sabor y gusto óptimo.

¿Qué es un autoclave?

Es un recipiente de presión metálico de paredes gruesas con un cierre hermético que trabaja a alta presión para realizar una reacción industrial, una cocción o una esterilización con vapor de agua. La presión elevada permite que el agua alcance temperaturas superiores a los $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. En la industria se utiliza para la destrucción de microorganismos con fines de conservación de alimentos, medicamentos, y otros productos.

¿Qué es una olla de cocción lenta?

Es un tipo de olla que utilizando corriente eléctrica, mantiene la temperatura constante durante largos periodos de tiempo. Sirve para elaborar alimentos en cocciones prolongadas. Su funcionamiento es opuesta a la de la olla a presión. La ventaja en su utilización es que conserva los nutrientes y vitaminas de los alimentos, y su desventaja es que algunos microorga

nismos tóxicos sobreviven a la temperatura a la que funciona esta.

10. EQUIVALENTE MECANICO DEL CALOR Y EXPERIMENTO DE JOULE

a) Calor latente (L)

Es la cantidad de calor necesaria que se debe suministrar o sustraer a una unidad de masa de una sustancia saturada, para que esta cambie de fase, se expresa así:

$$L = \frac{Q}{m}$$

siendo "Q" la cantidad de calor latente.

- El calor latente "L" puede ser positivo o negativo, es decir, a veces se necesitará calentar al sistema y en otras veces enfriarlo, con la finalidad que se produzca el cambio de fase.
- Experimentalmente, se ha observado que "L" depende, en general, de la presión a la que se realiza el cambio de fase. Así, para el agua el calor latente de fusión (solidificación) y vaporización (condensación) son:

- 1) Fusión \rightleftharpoons solidificación
(T = 0° C)

$$L = 80 \text{ cal / g} = 335 \text{ kJ / kg}$$

- 2) Vaporización \rightleftharpoons condensación
(T = 100° C)

$$L = 540 \text{ cal / g} = 2260 \text{ kJ / kg}$$

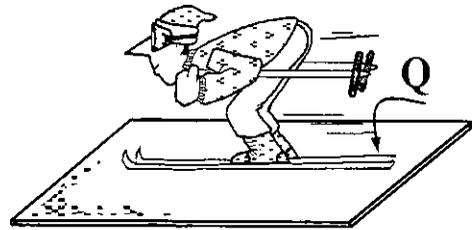
b) Sustancia saturada

Es aquella sustancia que durante el cambio de fase, mantiene constante su presión y temperatura.

c) Equivalente mecánico del calor

Es el factor de conversión que permite transformar la energía térmica (caloría) en energía mecánica (joule), así, tenemos

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J} \quad \text{o} \quad 1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal}$$



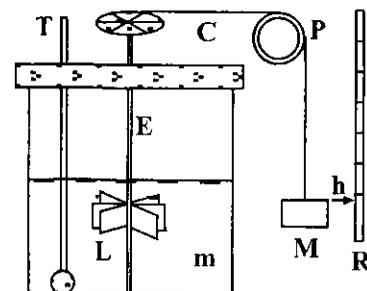
Por ejemplo, en la Figura, al desplazarse el deportista en la pista de hielo, el trabajo contra la fuerza de fricción, que aparece entre los patines y el hielo, se transforma en energía en forma de calor, como resultado se derrite una parte del hielo de la pista de patinaje.

d) Experimento de joule

1) Objetivo

Determinar el equivalente mecánico del calor, es decir, la relación entre la unidad de energía el joule (J) y la unidad de calor la caloría (cal).

2) Materiales



- Un recipiente graduado y aislado térmicamente conteniendo agua.

- Un eje de giro (E) con paletas (L)
- Una polea (P), una cuerda (C) y una pesa (M)
- Una regla (R) y un termómetro (T)

3) Fundamento teórico

Sea "M" la masa de la pesa suspendida, "h" su desplazamiento vertical, "m" la masa de agua en el calorímetro y "T₀", "T" sus temperaturas inicial y final, en tonces, del principio de conservación de la energía, la energía potencial perdida por la pesa se transforma en calor ganado por el agua, esto es:

$$Mgh = mc(T - T_0)$$

De aquí, obtenemos la expresión para la equivalencia entre las unidades de calor y energía, así:

$$c = \frac{Mgh}{m(T - T_0)}$$

4) Procedimiento

La energía potencia perdida por la pesa que desciende con velocidad constante, se utiliza para hacer girar las paletas, produciendo un calentamiento del agua por fricción.

- Así, si el bloque de masa "M" desciende de una altura "h", la energía potencial disminuye en Mgh, y esta energía se transforma en calor al calentarse el agua.
- En la experiencia se encuentra que la disminución de la energía potencial es proporcional al incremento de temperatura del agua, siendo la constante de proporcionalidad (el calor específico del agua) igual a 4,186 J/g·°C.
- Esto es, 4,186 J de energía mecánica aumentan la temperatura de 1 g de agua en 1 °C.
- En la realización del experimento se presenta dificultades en la medición de T.

11. PROPAGACION DEL CALOR POR CONDUCCION

En la naturaleza el calor se transfiere de un sistema (cuerpo) hacia otro sistema (cuerpo) por conducción, convección, o radiación.

a) Concepto

Es un mecanismo de transferencia de energía térmica entre dos sistemas basedos en el contacto directo de sus partículas (moléculas, electrones, etc..) sinflujo neto de materia y que tiende a igualar la temperatura al interior del cuerpo y entre diferentes cuerpos en contacto.

- Todas las formas de materia condensada (sólido o líquido) transfieren calor mediante la conducción térmica, los gases no transfieren calor por conducción, debido a que sus moléculas están demasiado distanciadas unas con otras.
- En el vacío no hay conducción de calor, pues, es necesario que haya una sustancia que permita la transferencia de calor.
- El principal parámetro dependiente del material que regula la condición de calor en los materiales es la conductividad térmica.
- La conductividad térmica es elevada en metales y en general en cuerpo continuos y es baja en los gases y muy baja en la fíbra de vidrio, que son aislantes térmicas.

b) Conductividad térmica

Es una propiedad física que mide la capacidad de conducción del calor en un cuerpo y se representa con una "k". La conductividad térmica de un cuerpo depende de la interacción de sus moléculas que intercambian energía cinética sin producir movimiento neto de la materia.

☞ **Unidad:** "k" se mide en W/m.°C

c) Difusividad térmica

Es una constante característica de cada medio (sustancia o cuerpo), que mide la rapidez con que se difunde el calor por el medio ó cuerpo, viene dado por:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_e}$$

siendo, "k" la conductividad térmica, "ρ" la densidad de masa, y "c_e" el calor específico a presión constante.

d) Mecanismo de transferencia

La transferencia de calor en un cuerpo por conducción, se da por choques de las moléculas y electrones entre si. Por ejemplo, si calentamos uno de los extremos de una barra, las moléculas que reciben el calor aumentan su temperatura y chocan con los que los rodean, estos a su vez hacen lo mismo con sus vecinos hasta que todas las moléculas del cuerpo se agitan, calentándose toda la barra.

e) Ecuación general de la conducción del calor

En general la temperatura en un proceso de conducción del calor a través de un cuerpo depende de las coordenadas de posición (x, y, z) y del tiempo "t", esto es, T=T(x, y, z, t). La ecuación diferencial a partir del cual podemos determinar la temperatura en puntos del cuerpo, viene dado por:

$$\nabla^2 T + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

siendo, "q_G" una fuente interna de calor, "k" la conductividad térmica, "α" la difusividad térmica.

Por ejemplo, en el sistema de coordenadas cartesianas rectangulares, la ecuación diferencial que describe el comportamiento de la temperatura es:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

f) Ley de Fourier

Establece que la corriente térmica por unidad de área régimen permanente es proporcional al gradiente de temperatura (∇T) cambiado de signo, esto es:

$$\vec{H} = -k \nabla T$$

siendo, "k" la constante de proporcionalidad llamada conductividad térmica, y "T" la temperatura que en general depende de las coordenadas (x, y, z) y el tiempo, esto es: T = T(x, y, z, t).

Régimen permanente. - La temperatura de los cuerpos que intervienen en la transferencia de calor permanece constante.

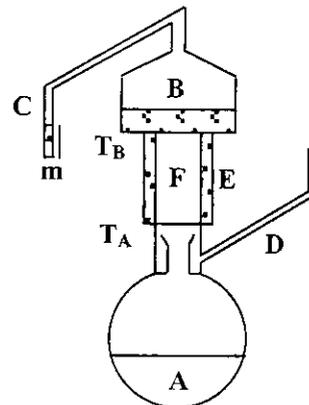
Régimen variable. - La temperatura de los cuerpos que participan en la transferencia de calor varía con el tiempo.

Nota

El gradiente de la temperatura dT/dx es negativa, por que, la temperatura disminuye en la dirección del flujo.

g) Medida de la conductividad térmica

1) Objetivo



Medir el coeficiente de conductividad de una barra metálica.

2) Materiales

- Una vasija conteniendo agua (A)
- Una vasija conteniendo un líquido volátil (B).
- Una barra metálica (F)
- Aislante térmico (G)
- Tubo para la fuga del vapor de agua (D).
- Tubo graduado para la fuga del vapor de líquido volátil (C).

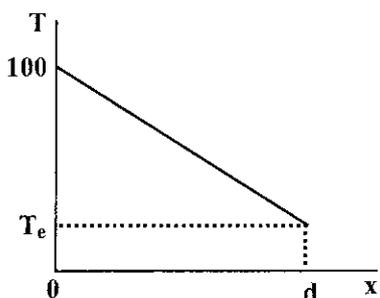
3) Fundamento teórico

Según la ley de Fourier, la corriente térmica por unidad de área "H" a lo largo de la barra de longitud "d", de áreas de sus bases "A", y que están a las temperaturas "T_A" y "T_B", viene dada por:

$$H = k \left(\frac{T_A - T_B}{d} \right) \quad (1)$$

La cantidad de calor "Q" que llega al extremo superior de la barra en el tiempo "t" es:

$$Q = H A t = k \left(\frac{T_A - T_B}{d} \right) A t \quad (2)$$



Este calor se emplea en evaporar una masa "m" de líquido volátil de calor de la tente de vaporización "L_V" en el tiempo "t", esto es:

$$Q = m L_V = \rho V L_V \quad (3)$$

siendo, "ρ" y "V" la densidad y el volumen del líquido condensado, respectivamente.

Finalmente, igualando las ecs.(2) y (3), obtenemos la fórmula para la determinación del coeficiente de conductividad térmica de la barra, así:

$$\rho V L_V = k \left(\frac{T_A - T_B}{d} \right) A t$$

$$k = \frac{\rho V L_V d}{(T_A - T_B) A t} \quad (4)$$

4) Procedimiento

La barra metálica se coloca en posición vertical, su extremo inferior se calienta con vapor de agua en ebullición, y su extremo superior se pone en contacto con un líquido volátil en ebullición, manteniendo así ambos extremos de la barra a una temperatura constante.

- El vapor de agua se escapa por el tubo vertical que es refrigerado con agua fría. Parte del vapor se condensa regresando al depósito inferior.
- La barra metálica en posición vertical, se envuelve con material aislante excepto en sus bases inferior y superior, para evitar las pérdidas de calor por su superficie lateral.
- El extremo inferior de la barra, se calienta con vapor de agua a la temperatura de T_A=100 °C, la barra conduce el calor hacia el extremo superior que está en contacto con un líquido volátil a su temperatura de ebullición "T_B". El vapor sale por un tubo cerrado que se refrigera con agua fría, el vapor se condensa y el líquido resultante se acumula en un tubo graduado, que mide el volumen de líquido que se condensa a medida que pasa el tiempo.
- Conocido el volumen de líquido volátil condensado durante un determinado tiempo

po, se obtiene el valor de la conductividad térmica, a partir de la ecuación (4).

e) Aislamiento térmico

El aislamiento térmico que presenta la pared de una habitación, depende de la resistencia térmica del material, el cual a su vez, depende del ancho de la pared "d", y de la conductividad térmica "k", esto es:

$$R = \frac{d}{k}$$

Así, para un flujo de calor estacionario a través de una pared compuesta de diferentes materiales, "H" para un tiempo "τ", viene dado por:

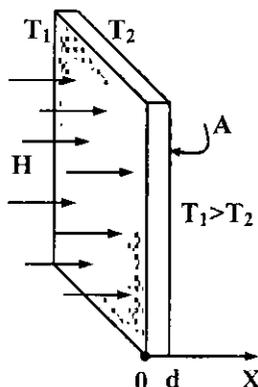
$$H = \frac{Q}{A\tau} = \frac{\Delta T}{R_T}$$

donde, "A" es el área de la superficie de la pared, "ΔT" la diferencia de temperatura entre las caras caliente y fría de la pared, y $R_T = \sum R_k$ la resistencia total de la pared.

12. CONDUCCION DEL CALOR EN DIFERENTES CUERPOS

a) Conducción en una placa

1) Sin fuente de calor



Consideremos una placa de espesor "d" cuyas caras izquierda y derecha están a las temperaturas fijas "T₁" y "T₂" (T₁>T₂), respectivamente.

Ahora, como el calor en régimen permanente se propaga de la cara izquierda (caliente) hacia la cara derecha (fría), la ecuación general de la conducción expresada en coordenadas cartesianas rectangulares, se reduce a:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

Integrando consecutivamente dos veces obtenemos la solución general:

$$T(x) = Ax + B$$

siendo, A y B las constantes de integración.

Evaluando esta ecuación en x=0 y x=d, obtenemos las constantes A y B, así:

$$T(0) = A(0) + B = T_1$$

$$T(d) = A(d) + B = T_2$$

Resolviendo este par de ecuaciones:

$$A = \frac{T_2 - T_1}{d} \quad \text{y} \quad B = T_1$$

Así, la temperatura a una distancia "x" de la cara izquierda de la placa es:

$$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{d}\right)x + T_1$$

De otro lado, de la ley de Fourier la corriente térmica por unidad de área es:

$$H = -k \frac{dT}{dx}$$

$$H = k \left(\frac{T_1 - T_2}{d} \right) = \text{cte.}$$

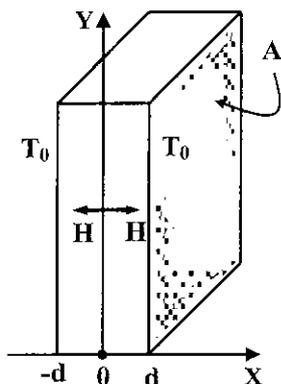
A su vez, la rapidez con que se propaga el calor (corriente de calor) es:

$$\frac{dQ}{dt} = HA = kA \left(\frac{T_1 - T_2}{d} \right)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{d/kA} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

siendo, $R=d/kA$, la resistencia térmica.

2) Con fuente de calor



Consideremos una placa de espesor "d" cuyas caras izquierda y derecha están a las temperaturas fijas "T₀" y que presenta una fuente de calor situada en el plano central de la placa.

En este caso la ecuación general de la conducción de calor, se reduce a:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q_G}{k} = 0$$

Integrando esta ecuación, obtenemos la solución general:

$$T(x) = -\frac{q_G}{k} x^2 + Ax + B$$

siendo, A y B las constantes de integración.

Aplicando las condiciones de contorno.

* En: $x=0$, hay un máximo, pues la fuente está situada ahí, por lo que:

$$\left(\frac{dT}{dx} \right) \Big|_{x=0} = -\frac{q_G}{k}(0) + A = 0$$

$$A = 0$$

* En, $x=d$, las corrientes térmicas por unidad de área por conducción y convección deben ser iguales, esto es:

$$\left(-k \frac{dT}{dx} \right) \Big|_{x=d} = h(T_S - T_0) \Big|_{x=d}$$

$$-k \left(-\frac{q_G d}{k} \right) = h \left(-\frac{q_G}{2k} d^2 + A - T_0 \right)$$

$$B = \frac{q_G d^2}{2k} + \frac{q_G d}{h} + T_0$$

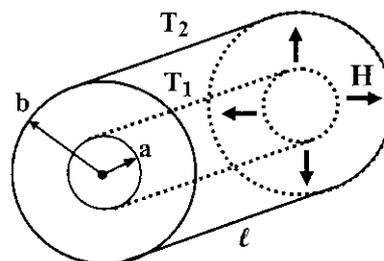
Así, la temperatura a la distancia "x" del centro de la placa es:

$$T(x) = -\frac{q_G}{2k} x^2 + \frac{q_G d^2}{2k} + \frac{q_G d}{h} + T_0$$

De otro lado, de la ley de Fourier, la corriente de calor por unidad de área es:

$$H = -k \frac{dT}{dx} = q_G x$$

b) Tubo cilíndrico sin fuente de calor



Consideremos un tubo de radios interno "a", externo "b", cuyas superficies interna y externa están a las temperaturas fijas " T_1 " y " T_2 ", respectivamente.

Como el calor en régimen permanente se transfiere en la dirección radial, la ecuación general de conducción expresada en coordenadas cilíndricas, se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Integrando consecutivamente dos veces obtenemos la solución general:

$$T(r) = A \ln(r) + B$$

siendo, "A" y "B" las constantes de integración.

Evaluando esta ecuación en $r=a$ y $r=b$, obtenemos estas constantes, así:

$$T(a) = A \ln a + B = T_1$$

$$T(b) = A \ln b + B = T_2$$

Resolviendo este par de ecuaciones:

$$A = \frac{T_2 - T_1}{\ln(b/a)} \quad \text{y} \quad B = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln(b/a)} \ln a$$

De modo que, la temperatura en puntos situados en $a \leq r \leq b$ es:

$$T(r) = \frac{T_2 - T_1}{\ln(b/a)} \ln(r/a) + T_1$$

Así, la corriente térmica por unidad de área en la dirección radial del cilindro es:

$$H = -k \frac{dT}{dr}$$

$$H = -k \frac{(T_2 - T_1)}{\ln(b/a)} \frac{1}{r}$$

A su vez, la rapidez con la que pasa el calor por unidad de longitud, a través de la superficie lateral de radio "r" y área $A = 2\pi r \ell$ es:

$$\frac{dQ}{dt} = H A$$

$$\frac{dQ}{dt} = \left(k \frac{T_1 - T_2}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \right) (2\pi r \ell)$$

$$\frac{dQ/dt}{\ell} = 2\pi k \frac{T_1 - T_2}{\ln(b/a)}$$

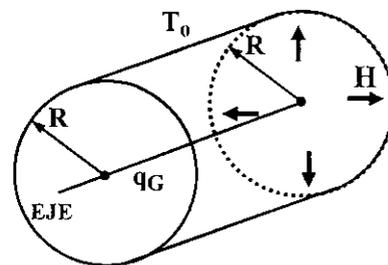
$$\frac{dQ/dt}{\ell} = \frac{T_1 - T_2}{\ln(b/a) / 2\pi k}$$

$$\frac{dQ/dt}{\ell} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

siendo, $R = \ln(b/a) / 2\pi k \ell$ la resistencia térmica.

c) Cilindro compacto con fuente de calor

Consideremos un cilindro compacto de radio "R" cuya superficie está a la temperatura fija " T_0 ", y con una fuente de calor " q_G " constante, situado en el eje del cilindro.



Como el calor en régimen permanente se transfiere en la dirección radial, la ecuación general de la conducción expresada en coordenadas cilíndricas, se reduce a:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{q_G}{k} = 0$$

La integración de esta ecuación nos da la siguiente solución general:

$$T(r) = -\frac{q_G}{4k} r^2 + A \ln r + B$$

siendo, "A" y "B" las constantes de integración.

Aplicando la condición de contorno.

* En, $r=0$, hay un máximo dado que la fuente esta situada ahí, por lo que:

$$\frac{dT}{dr} = \lim_{r \rightarrow 0} -\frac{q_G}{2k} r + \frac{A}{r} = 0$$

$$A = 0$$

* En, $r=R$, las corrientes térmicas por unidad de área, por conducción y convección, deben ser iguales, esto es:

$$-k \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R} = h(T_S - T_o) \Big|_{r=R}$$

$$-k \left(-\frac{q_G R}{2k} \right) = h \left(-\frac{q_G R^2}{4k} + B - T_o \right)$$

$$B = \frac{q_G R^2}{4k} + \frac{q_G R}{2h} + T_o$$

Así, la temperatura en puntos situados en $0 < r \leq R$ es:

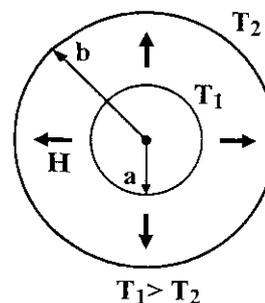
$$T(r) = -\frac{q_G r^2}{4k} + \frac{q_G R^2}{4k} + \frac{q_G R}{2h} + T_o$$

De otro lado, la corriente térmica por unidad de área en la dirección radial es:

$$H = -k \frac{dT}{dr} = \frac{q_G r}{2k}$$

d) Cascarón esférico

Consideremos un cascarón esférico de radios interno "a", externo "b", cuyas superficies interna y externa están a las temperaturas fijas " T_1 " y " T_2 ", respectivamente; y que no presenta fuentes de calor interno.



Como el calor en régimen permanente se transfiere en la dirección radial, y no existe fuentes de calor interno, la ecuación general de conducción expresada en coordenadas esféricas, se reduce a:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$$

Integrando consecutivamente dos veces obtenemos la solución general:

$$T(r) = -\frac{A}{r} + B$$

siendo, "A" y "B" las constantes de integración.

Evaluando esta ecuación en $r=a$ y $r=b$, obtenemos las constantes A y B, así;

$$T(a) = -\frac{A}{a} + B = T_1$$

$$T(b) = -\frac{A}{b} + B = T_2$$

Resolviendo este par de ecuaciones:

$$A = \frac{(T_2 - T_1) a b}{b - a} \quad \text{y} \quad B = \frac{T_2 b - T_1 a}{b - a}$$

Así, la temperatura en puntos situados en $a \leq r \leq b$ es:

$$T(r) = \frac{(T_1 - T_2)ab}{(b-a)r} + \frac{T_2b - T_1a}{b-a}$$

De otro lado, la corriente térmica por unidad de área en la dirección radial es:

$$H = -k \frac{dT}{dr} = k \frac{(T_1 - T_2)ab}{(b-a)r^2}$$

A su vez, la rapidez con que pasa el calor a través de una superficie esférica de radio "r", con $a \leq r \leq b$ es:

$$\frac{dQ}{dt} = HA$$

$$\frac{dQ}{dt} = \left[k \frac{(T_1 - T_2)ab}{(b-a)r^2} \right] (4\pi r^2)$$

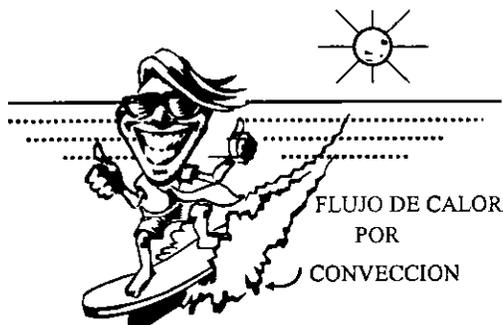
$$\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{(b-a)/4\pi k ab}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{R} = \text{cte.}$$

siendo, $R = (b-a)/4\pi k.ab$ la resistencia térmica.

13. PROPAGACION DEL CALOR POR CONVECCION

a) Definición



Se caracteriza porque la transferencia de calor se da a través del desplazamiento de partículas entre regiones con diferentes temperaturas. La convección se produce únicamente en los fluidos más no en los sólidos.

- A diferencia de la conductividad térmica, la convección no es una propiedad del sólido o del fluido, sino que depende de muchos parámetros del sistema, tales como la geometría del sólido, el acabado de la superficie, la velocidad y densidad del fluido, y la conductividad térmica.
- Por ejemplo, en los radiadores de calefacción por agua, la energía del agua caliente es transmitida hacia las paredes del radiador por convección.
- Los procesos de transferencia de calor que comprenden cambio de fase de un fluido, también se consideran convección por el movimiento inducido de dicho fluido durante el proceso. Por ejemplo, la ascensión de las burbujas de vapor durante la ebullición o el descenso de las gotas de líquido durante la condensación.
- La convección en la atmósfera terrestre involucra la transferencia de enormes cantidades del calor absorbido por el agua.
- Todos los procesos y mecanismos de convección del calor atmosférico obedecen a las leyes físicas de la termodinámica.

b) Mecanismo de transferencia

El fluido al calentarse disminuye su densidad y asciende al ser desplazado por las porciones superiores de fluido que se encuentran a menor temperatura. Lo que se llama convección en sí, es el transporte de calor por medio de las partes de fluido ascendente y descendente.

c) Ley de enfriamiento

Esta ley establece que el flujo de calor

que se transfiere en un proceso de convección, es directamente proporcional al área "A" de la superficie del cuerpo en contacto con el fluido, y a la diferencia entre la temperatura de la superficie del cuerpo " T_s " y la temperatura del fluido " T_l " lejos del cuerpo, esto es:

$$H = \frac{dQ}{A dt} = h(T_2 - T_1)$$

siendo, "h" el coeficiente de convección cuyas unidades son $W/m^2 \cdot ^\circ C$.

☞ **Unidad:** "H" se mide en vatios (W)

d) Tipos de convección

Existen dos tipos de convección:

Convección natural.

Es la que se produce como resultado de la diferencia de densidades en el líquido o gas. Por ejemplo, en la atmósfera el ascenso del aire caliente, debida a la diferencia de densidades, es una convección natural.

Convección forzada

Es la que se produce cuando el cuerpo o sustancia caliente posee movimiento. Por ejemplo, en el funcionamiento de los ventiladores y bombas esta presente la convección forzada.

e) La convección en meteorología

El proceso que origina la convección en el seno de la atmósfera es muy importante y genera una serie de fenómenos fundamentales en la explicación de los vientos y en la formación de nubes, vaguadas, ciclones, huracanes, tifones, precipitaciones etc...

f) Importancia

La propagación del calor por convección hace posible la vida en la Tierra, por que,

permite que la atmósfera tenga una temperatura apropiada, al igual, que en los océanos es un mecanismo muy importante de transferencia global del calor haciendo que esta alcance temperaturas apropiadas para la vida en el mar.

¿Porqué un termo está constituido por dos paredes de vidrio, con un vacío entre ellas?

Un termo es un recipiente que se utiliza para conservar el agua caliente, este esta formado por dos paredes de vidrio, con un vacío entre ellas, por que, el vidrio al ser mal conductor del calor, minimiza la perdida por conducción del calor; y el vacio (ausencia de moléculas) atenúa la perdida de energía térmica por convección.

¿Cuál es el mecanismo de transferencia de calor más importante dentro del cuerpo humano?

Dentro del cuerpo humano el mecanismo de transferencia de calor más importante es la convección forzada de la sangre, pues, este permite que el cuerpo se mantenga a una temperatura casi constante.

¿Porqué los disipadores de calor de los chips de los microprocesadores, tienen la forma de aletas?

Los disipadores de calor de los chips de los microprocesadores, tienen la forma de aletas, porque estas al presentar superficies planas, y estar adheridas a la parte externa de los chips, transfieren con mayor eficiencia el calor producido por el microprocesador, hacia el medio externo.

¿Por qué una noche con nubes es más cálida que una noche despejada?

En una noche con nubes, el vapor de agua de las nubes absorbe parte de la radiación

radiación infrarroja emitida por la Tierra, y la regresa a la superficie, manteniéndose más o menos constante la temperatura de la superficie terrestre, en tanto, en una noche despejada, la radiación infrarroja emitida por la Tierra escapa hacia el espacio exterior, disminuyendo la temperatura de la superficie terrestre.

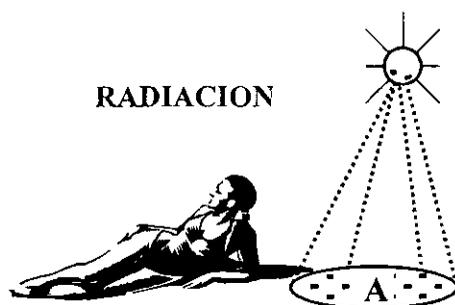
¿Qué es un termómetro molecular?

Son dispositivos sencillos y de bajo costo, que utilizan cristales líquidos formados por moléculas alrededor de un eje. Cuando cambia la temperatura, las espigas de cada molécula se aprietan o se aflojan, haciendo que los cristales líquidos absorban ó reflejen la luz, Algunos cristales líquidos son sensible a variaciones de temperatura del orden de $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$, mostrando cambios de color en un pequeño intervalo de temperatura.

¿Porqué cuando se toca con los dedos húmedos, plomo fundido a la temperatura de $327\text{ }^{\circ}\text{C}$, y se retira inmediatamente no se sufre quemaduras?

Los dedos húmedos al ponerse en contacto con el plomo fundido generan una capa de vapor que actúa como un aislante térmico, de este modo, el dedo no experimenta quemadura.

14. PROPAGACION DEL CALOR POR RADIACION



a) Descripción

Es la radiación emitida por un cuerpo debido a su temperatura que depende de una propiedad superficial llamada emisivida. Todo cuerpo emite radiación hacia su entorno y absorbe radiación de este.

- Este tipo de transmisión del calor se efectúa sin necesidad de que los cuerpos estén en contacto entre sí, y consiste en la absorción y emisión de energía del campo electromagnético.
- Por ejemplo, por radiación llega desde el Sol a la superficie de la Tierra una enorme cantidad de energía.
- Otros ejemplos de radiación térmica son la radiación infrarroja emitida por un radiador hogareño o un calefactor eléctrico al igual, que la luz emitida por una lámpara incandescente.
- La materia en un estado sólido o líquido emite un espectro de radiación continuo.
- A temperatura ambiente, vemos que los cuerpos por la luz que reflejan, dado que por si mismos no emiten luz. Si no se hace incidir luz sobre ellos, si no se los ilumina, no podemos verlos.
- A temperaturas más altas, vemos los cuerpos por la luz que emiten, pues en este caso son luminosos por si mismos. Así, es posible determinar la temperatura de un cuerpo de acuerdo a su color, pues un cuerpo que es capaz de emitir luz se encuentra a altas temperaturas.
- Las superficies opacas pueden absorber o reflejar la radiación incidente. Generalmente, las superficies mates y rugosas absorben más calor que las superficies brillantes y pulidas, y las superficies brillantes reflejan más energía radiante que las superficies mates. Además, las sustancias que absorben mucha radiación, también, son buenos emisores; las que reflejan mucha radiación y absorben, son malos emisores. Por eso, la sartén de cocina tiene

fondo mate para una buena absorción y paredes pulidas para una emisión mínima, con lo que se maximiza la transferencia del calor al contenido de la sartén.

- A diferencia de la conducción y la convección, la radiación no necesita de un medio de transmisión, y puede producirse en el vacío. Por ejemplo, la radiación térmica emitida por el Sol llega a la Tierra a través del vacío.
- La transferencia de calor por radiación es la más rápida, pues, las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz, que en el vacío es $c=3\cdot 10^8$ m/s. No experimenta atenuación en el vacío

b) Intensidad de energía

- La cantidad de energía por unidad de área y tiempo, que se denota con "R", e emitido por un cuerpo, viene dado por:

$$R = \frac{E}{A \cdot t}$$

siendo, "E" la energía, "t" el tiempo, y "A" el área del cuerpo que radia.

- También, la intensidad de radiación según Steffan-Boltzmann, se puede calcular a partir de:

$$R = \epsilon \sigma T^4$$

siendo, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-6} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4$ la constante de Steffan-Boltzmann, "e" la emisividad del cuerpo, valor comprendido entre 0 y 1; y "T" la temperatura en K del cuerpo que radia energía.

c) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones tecnológicas de la radiación térmica, son:

- * La radiación infrarroja que es un tipo de radiación electromagnética y térmica, se utilizan en los equipos de visión nocturna,

cuando la cantidad de luz es insuficiente para ver los objetos.

- * La radiación infrarroja es utilizada por los mandos a distancia (llamados telecomandos) en lugar de las ondas de radio, que es susceptible de experimentar interferencias.
- * Se utilizan para comunicar a corta distancia los ordenadores con sus periféricos.
- * Se utilizan para detectar billetes falsos. Los sensores infrarrojos exploran la superficie de billetes de banco y comprueban la existencia así como las características de las señales infrarrojas.
- * Los sensores infrarrojos se utilizan en los hornos microondas, para medir la distribución de la temperatura en el interior del microondas.
- * En la medicina los sensores infrarrojos se utilizan en ciertos procedimientos de reconocimiento y examen de las mamas y de los músculos.
- * En la industria automovilística, los sensores infrarrojos se usan en el campo de la seguridad y el confort en la conducción. Monitorización de tráfico y carreteras, sistemas antiniebla, control de presión de los neumáticos y frenos.

☞ **Unidad:** "R" se mide en W/m^2 .

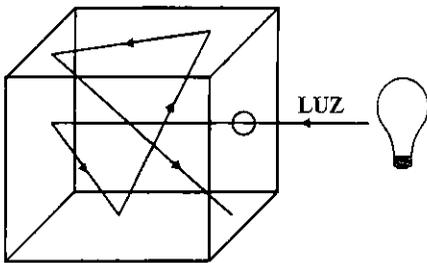
d) Cuerpo negro

Es un objeto que absorbe toda la luz y energía que incide en él. Ninguna parte de la radiación es reflejada o pasa a través del cuerpo negro. A pesar de su nombre, el cuerpo negro emite luz y constituye un modelo físico ideal para el estudio de la radiación electromagnética.

- La luz emitida por un cuerpo negro se llama radiación de cuerpo negro.
- La sustancia que menos refleja la luz (el cuerpo más negro), es una aleación de fósforo y níquel, con fórmula química

NiP. Esta sustancia refleja tan sólo el 0,16 % de la luz visible, o sea, 25 veces menos que la pintura negra convencional.

- La radiación cósmica de fondo de microondas provenientes del Big Bang se comportan como un cuerpo negro ideal.
- La radiación de Hawking es la radiación de cuerpo negro emitida por agujeros negros.



- Por ejemplo, si hacemos incidir luz a través de un agujero, hecho, en una caja cúbica de paredes internas pintadas de negro, el rayo de luz después de reflejarse varias veces es absorbida, así, podemos decir, que tenemos un modelo sencillo de cuerpo negro.

e) Agujero negro

Es una región del espacio-tiempo originada por una gran concentración de masa en su interior, con enorme aumento de la densidad, lo que a su vez crea un campo gravitatorio de gran intensidad, tal que ninguna partícula natural, ni siquiera la luz pueden escapar de la atracción de dicho campo.

- Se cree que en el centro de la mayoría de las galaxias entre ellas la Vía Láctea, existen agujeros negros supermasivos.
- La existencia de agujeros está apoyada en observaciones astronómicas, en especial a través de la emisión de rayos-X por estrellas binarias y galaxias activas.
- En la actualidad no existe una teoría física que explique los fenómenos relacio-

nados con los agujeros negros, pues, ni la mecánica cuántica ni la relatividad general pueden hacerlo a plenitud. Es decir, se necesita contar con una física más avanzada que pueda explicar la naturaleza de este fenómeno.

- * Según su masa los agujeros negros, se clasifican en:

- Agujeros supermasivos

Tienen masa de varios millones de masas solares. Se encuentran en el centro de muchas galaxias.

- Agujeros negros de masa estelar

Se origina cuando una estrella de masa 2,5 veces mayor que la masa del Sol se convierte en supernova e implosiona. Su núcleo se distribuye en un volumen muy pequeño, el cual, se reduce progresivamente.

- Micro agujeros negros

Son supuestos objetos algo más pequeños que los estelares. Pueden llegar a evaporarse en un período corto mediante emisión de radiación Hawking.

- * Según sus propiedades físicas, los agujeros negros se clasifican en:

- Agujero negro de Schwarzschild

Es el más sencillo, no rota ni tiene carga eléctrica.

- Agujero negro de Reisner-Nordstram

No gira, pero posee carga eléctrica.

- Agujero negro de Kerr

Tiene rotación pero no posee carga eléctrica.

f) Cuerpo gris

Los cuerpos reales nunca se comportan como cuerpos negros ideales. Así, la radiación emitida a una frecuencia dada es una fracción de la emisión ideal.

La emisividad de un material específica cual es la fracción de radiación de cuerpo negro que es capaz de emitir el cuerpo real. Se considera que el cuerpo ne-

gro tiene emisividad 1. Esta aproximación que se hace, se llama aproximación de cuerpo gris.

g) Cuerpo reflector

Es aquel cuerpo que tiene emisividad aproximadamente cero, y refleja toda la energía que incide sobre él, es decir, no absorbe energía calorífica.

h) Depósito de calor

Se llama así al sistema capaz de absorber calor de un objeto con el que está en contacto térmico sin que se produzca un cambio de fase o una variación significativa en su temperatura.

Por ejemplo, respecto de la Tierra, el espacio exterior, el campo gravitacional son depósitos de calor.

i) Absorción por resonancia

Decimos que se ha producido absorción de calor por resonancia cuando la frecuencia de vibración de las moléculas del cuerpo o sustancia receptora coincide con la frecuencia de las ondas incidentes de radiación infrarroja solar.

- Por ejemplo, los humanos sentimos el calor irradiado por el Sol y otros sistemas más calientes que nosotros por que nuestros cuerpos están formados por un 55% a 75% de agua. El calor radiante que incide en nuestra piel es absorbido por nuestras moléculas de agua por absorción por resonancia.

j) Efecto invernadero

Se llama así, al fenómeno en el que los gases componentes de la atmósfera, retienen parte de la energía que el suelo emite de la radiación solar recibida.

- El efecto invernadero está aumentando debido a la emisión de ciertos gases, como el dióxido de carbono (CO_2), el meta-

no (CH_4), vapor de agua (H_2O), ozono (O_3), óxido de nitrógeno (NO_x), resultado de la actividad económica humana.

- Este fenómeno evita que la energía solar recibida por la Tierra regrese al espacio, originando un efecto parecido al observado en un invernadero.
- La temperatura superficial de la Tierra está aumentando a un ritmo cada vez mayor, la temperatura media de la superficie terrestre aumenta $0,3\text{ }^\circ\text{C}$ por década.
- De no existir el efecto invernadero, la temperatura de la Tierra sería de unos $20\text{ }^\circ\text{C}$ bajo cero, en lugar de los $15\text{ }^\circ\text{C}$ sobre cero, que es en la actualidad.
- Algunas de las consecuencias que se esperan del efecto invernadero para el próximo siglo, son:
 - Aumento de la temperatura media del planeta.
 - Aumento de sequías en unas zonas e inundaciones en otras, y mayor frecuencia de formación de huracanes.
 - Progresivo deshielo de los casquetes polares, produciendo un aumento de los niveles de los océanos.
 - Aumento de las precipitaciones a nivel planetario, lloviendo menos días y más torrencialmente.
 - Aumento de la cantidad de días calurosos, produciendo una disminución de la productividad y eficiencia agrícola.

k) Termografía

Se llama así al proceso de obtención de imágenes fisiológicas que brinda información sobre el funcionamiento normal o anormal del sistema nervioso, vascular, músculo, esquelético y los procesos de inflamación local.

¿Cuál es el metal más resistente al calor?

El metal más resistente al calor es el Wolframio, temperatura fusión $3422\text{ }^\circ\text{C}$.

15. TEORIA MODERNA DE LA RADIA- CION TERMICA

a) Radiación térmica

- 1) Se llama radiación térmica a la radiación electromagnética que emite una sustancia o cuerpo a expensas de su energía interna. Esta radiación depende únicamente de la temperatura y de las propiedades ópticas del cuerpo.
- 2) Los cuerpos muy calientes radian luz, mientras que a temperaturas ordinarias emiten radiación infrarroja invisible.
- 3) Se llama intercambio de calor por radiación el proceso espontáneo de transmisión de energía en forma de calor de un cuerpo más caliente a otro menos caliente.

b) Densidad volumétrica de energía

Es una característica de la radiación en equilibrio, se define así:

$$\rho(\nu, T) = \frac{dw}{d\nu}$$

siendo, "dw" la energía de radiación por unidad de volumen con frecuencias entre " ν " y " $\nu + d\nu$ ".

A su vez, la energía por unidad de volumen, viene dado por:

$$w = \int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu$$

La radiación en equilibrio es isótropa, no está polarizada y todas sus direcciones de propagación son igualmente probables.

c) Densidad de energía por unidad de área y tiempo

La energía "dw" de radiación en equilibrio en el vacío, con frecuencias desde " ν " hasta " $\nu + d\nu$ ", que incide por un

dad de área y tiempo sobre el cuerpo en equilibrio termodinámico, viene dado por:

$$dW = \frac{c}{4} \rho(\nu, T) d\nu$$

siendo, "c" la velocidad de la luz en el vacío.

d) Emitancia energética (R_e)

Se denomina así a la energía de las ondas electromagnéticas de todas las frecuencias posibles (y longitudes de onda) desde 0 hasta ∞ , emitidas por unidad de área y tiempo.

e) Poder emisor (r)

Es numéricamente igual a la razón de la energía "dW", radiada en la unidad de tiempo y área del cuerpo, de las ondas electromagnéticas, en un intervalo de frecuencias que varían desde " ν " hasta " $\nu + d\nu$ ", a la anchura de este intervalo, esto es:

$$r_\nu = \frac{dW}{d\nu}, \quad r_\lambda = \frac{dW}{d\lambda}$$

donde, " r_ν " (ó " r_λ ") dependen de la frecuencia " ν " (ó " λ ") de la temperatura, de la composición química del cuerpo y del estado de su superficie.

f) Relación entre r_ν y r_λ

La expresión que relaciona " r_ν " con " r_λ ", viene dada por:

$$r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu$$

siendo, "c" la velocidad de la luz en el vacío.

g) Relación entre R_e y r_ν , r_λ

La expresión que relaciona " R_e " con " r_ν " y " r_λ ", viene dada por:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_v dv = \int_0^{\infty} r_\lambda d\lambda$$

$$r_v dv = a_v \frac{c}{4} \rho(v, T)$$

h) Poder absorbente (a)

Es una cantidad física adimensional, que proporciona la fracción de energía de las ondas electromagnéticas con frecuencias desde "v" hasta "v + dv", que inciden sobre la superficie del cuerpo; que este absorbe:

$$a_v = \frac{dW_{abs}}{dW_{inc}} \leq 1$$

El valor de "a_v" depende de la frecuencia, de la temperatura, de la composición química del cuerpo y del estado de su superficie.

$$\frac{r_v}{a_v} = r_v^* = \frac{c}{4} \rho(v, T)$$

La ley de Kirchoff, establece que la razón del poder emisor del cuerpo a su poder absorbente no depende de la naturaleza del cuerpo y es igual a la emisividad del cuerpo negro r_v^{*} para los mismos valores de la temperatura y frecuencia.

b) Función de Kirchoff

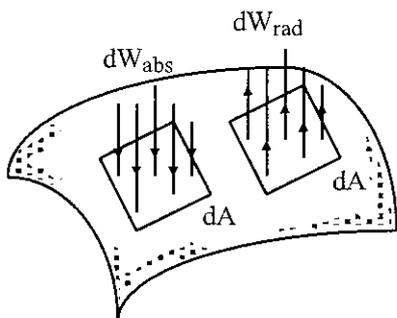
Se llama así, a la dependencia que presenta r_v^{*} respecto a "v" y "T", esto es:

$$r_v^* = f(v, T) = \frac{c}{4} \rho(v, T)$$

16. LEY DE KIRCHOFF

a) Ley de Kirchoff

Esta ley se deduce del principio de equilibrio detallado, el cual establece que todo proceso microscópico en equilibrio se desarrolla con la misma velocidad que su inverso, como se muestra en la Figura.



- De la ley de Kirchoff se sigue que la emitancia energética de un cuerpo es:

$$R_e = \int_0^{\infty} a_v r_v^* dv$$

- En particular, la emitancia del cuerpo gris, viene dado por:

$$R_e^g = \int_0^{\infty} a_v^g r_v^* dv = a_v^g \int_0^{\infty} r_v^* dv$$

$$R_e^g = a_v^g R_e^*$$

Así, la energía radiada en la unidad de tiempo y unidad de área de la superficie del cuerpo para frecuencias entre "v" y "v + dv", es igual, a la energía absorbida en la unidad de tiempo y área, esto es:

$$dW_{rad} = dW_{abs}$$

emitancia energética del cuerpo negro a la misma temperatura.

- Para un cuerpo no gris, se cumple:

$$R_e = \alpha R_e^*$$

siendo, "α" la negrura integral del cuerpo, el cual, depende del material, del estado de su superficie y de la temperatura;

para todos los cuerpos excepto el negro $\alpha < 1$.

- La radiación en equilibrio a la temperatura "T" es idéntica a la radiación térmica del cuerpo negro a esta misma temperatura; por lo mismo, a la radiación en equilibrio se le llama radiación negra.
- La relación entre la emitancia energética del cuerpo negro y la densidad volumétrica de la energía de radiación negra tiene la forma:

$$R_e^* = \frac{c}{4} \omega = \frac{c}{4} \int_0^\infty \rho(v, T) dv$$

17. LEY DE STEFFAN-BOLTZMANN

Establece que la emitancia energética del cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta, esto es:

$$R_e^* = \sigma T^4$$

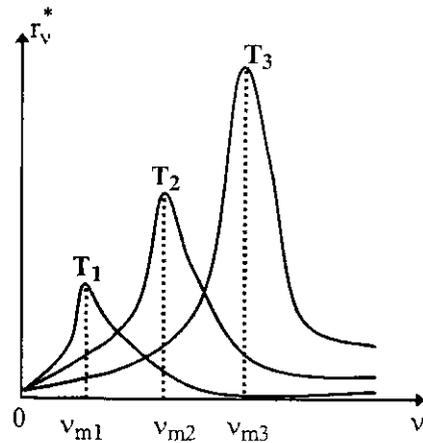
siendo, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ la constante de Steffan-Boltzmann, y "T" la temperatura absoluta (K).

- Esta ley se deduce a partir de los métodos de la termodinámica para la radiación en equilibrio en una cavidad cerrada.
- Para un cuerpo real la ley de Steffan-Boltzmann, se expresa así:

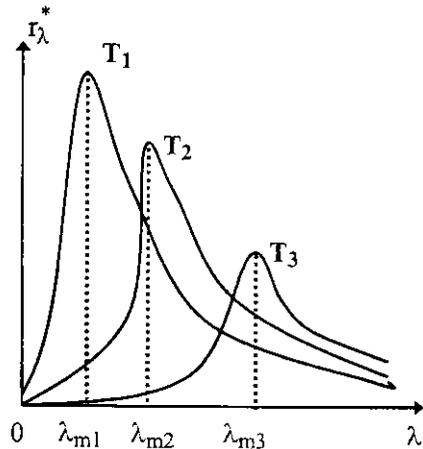
$$R_e = \sigma k T^4, \quad 0 < k < 1$$

siendo, "R_e" un número fraccionario, y "k" una constante adimensional comprendido entre 0 y 1.

La representación gráfica de la dependencia de la emisividad del cuerpo negro r_v^* respecto de la frecuencia ν (ó λ) para varios valores constantes de la temperatura, hallada experimentalmente es:



- En la región de las frecuencias pequeñas, $r_v^* \approx \nu^2 T$, y en las frecuencias grandes, $r_v^* \approx \nu^3 \exp[-a_s \nu / T]$, siendo "a_s" un factor constante.



- El cuerpo negro casi no radia en las regiones de frecuencias muy pequeñas y muy grandes.
- A medida que aumenta la temperatura del cuerpo, el máximo de r_v^* se desplaza hacia el lado de las frecuencias mayores, de acuerdo con la ley:

$$\nu_m = b_1 T$$

siendo, " ν_m " la frecuencia correspondiente al máximo de r_v^* para la temperatura "T", y "b_s" un factor constante.

a) Desplazamiento de Wien

A medida que aumenta la temperatura del cuerpo, el máximo de r_{λ}^* se desplaza hacia el lado de las longitudes menores, según:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}$$

siendo, $b=2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ la constante de Wien.

- Del mismo modo, a medida que disminuye la temperatura de los cuerpos calientes, en su espacio predomina cada vez con más intensidad la radiación de las ondas largas.
- Los valores " λ_m " y " ν_m " no se relacionan mediante la fórmula $\lambda = c/\nu$, pues, los máximos de r_{ν}^* y r_{λ}^* están en distintas partes del espectro.

b) Fórmula de Wien

Todos los intentos de fundamentar teóricamente la función de Kirchoff $r_{\nu}^* = f(\nu, T)$ en la física clásica hallada experimentalmente y representada anteriormente fueron inútiles. Así, a partir de métodos de la termodinámica Wien obtuvo la siguiente fórmula:

$$r_{\nu}^* = \nu^3 \phi\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

siendo, $\phi(\nu/T)$ una función desconocida dependiente de ν/T .

c) Fórmula de Rayleigh-Jean

Rayleigh y Jean basándose en las leyes de la electrodinámica y la física estadística clásica sobre la equipartición de la energía según los grados de libertad del sistema en equilibrio obtuvieron la fórmula:

$$r_{\nu}^* = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} k T$$

siendo, "k" la constante de Boltzmann.

Esta fórmula se ajusta a los datos experimentales únicamente para pequeñas frecuencias.

- Se deduce una conclusión absurda, según la cual, para cualquier temperatura, la emitancia energética del cuerpo negro R_e^* y la densidad volumétrica de la energía de radiación en equilibrio son infinitamente grandes, a este resultado absurdo se le conoce con el nombre de "catástrofe ultravioleta".
- La causa de estas dificultades surgidas al determinar la expresión de la función de Kirchoff r_{ν}^* está relacionada con uno de los principios fundamentales de la física clásica, según el cual la energía de cualquier sistema puede variar continuamente, es decir, puede adquirir cualesquiera valores próximos, es decir:

"La energía de radiación térmica, es una cantidad física continua"

d) Fórmula de Planck

Según la teoría cuántica de Planck, la energía de un oscilador de radiación de frecuencia propia " ν " puede adquirir sólo determinados valores discretos (cuantificados), que se diferencian en un número entero de porciones elementales, llamados cuantos de energía, esto es:

$$\epsilon_0 = h \nu$$

siendo, $h=6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ la constante de Planck (cuanto elemental de acción)

- En correspondencia con esto, la absorción y radiación de energía por las partículas del cuerpo emisor (átomos, moléculas o iones) que intercambian energía con los osciladores de energía, se debe efectuar de forma discontinua.
- La energía media de un oscilador de radiación, viene dado por:

$$\varepsilon(\nu) = \frac{h \nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- La fórmula de Planck para el poder emisivo del cuerpo negro, viene dado por:

$$r_\nu = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \frac{h \nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

- Esta fórmula concuerda con los resultados experimentales de medición de la distribución de la energía en el espectro del cuerpo negro a distintas temperaturas.
- El valor numérico de la constante de Planck se puede calcular conociendo los valores de la constante de Boltzman "k", la constante de Steffan-Boltzman "σ" y la velocidad de la luz en el vacío "c", a partir de la expresión:

$$h = \left[\frac{2\pi^5 k^4}{15\sigma c^2} \right]^{1/3}$$

e) Pirometría de radiación

Se llama pirometría de radiación el conjunto de métodos de medición de elevadas temperaturas fundamentadas en la relación de dependencia que existe entre la temperatura y el poder emisivo de un cuerpo caliente.

f) Pirómetros de radiación

Se llaman así, a los instrumentos que se utilizan para medir el conjunto de temperaturas elevadas de un cuerpo. En los pi-

rómetros de radiación se registra la radiación integral del cuerpo caliente que se estudia, en tanto, en el pirómetro óptico, su radiación en una o en dos partes estrechas de su espectro. Para medir la temperatura de los cuerpos sólidos, líquidos o gaseosos, estos deben estar en estado de equilibrio termodinámico.

g) Temperatura de radiación

Se llama temperatura de radiación de un cuerpo, a la temperatura del cuerpo negro cuya radiación total de energía coincide con la radiación del cuerpo en cuestión.

h) Temperatura de color

Se llama temperatura de color de un cuerpo, a la temperatura T del cuerpo negro que tiene una distribución de energía en el espectro la más próxima a la distribución de energía del cuerpo considerado a la temperatura dada.

i) Temperatura de brillo

Se llama temperatura de brillo de un cuerpo a la temperatura del cuerpo negro, cuya densidad espectral de brillo energético para la longitud de onda de $\lambda_0 = 660 \text{ nm}$ es igual a la densidad espectral de brillo energético del cuerpo en mención para la misma longitud de onda y en la dirección de la normal a la superficie.

j) Fotelectricidad

Se llama así al proceso de interacción de la radiación electromagnética con la materia, en el que, la energía de los fotones se transmiten a los electrones de la materia. En los sólidos y líquidos se observa el efecto fotoeléctrico externo. En este efecto se basa el funcionamiento de los sensores utilizados en las cámaras digitales y en los diodos fotosensibles.

PROBLEMAS PROPUESTOS

- 01.** Para medir la temperatura de una persona debemos mantener el termómetro en su contacto durante cierto tiempo ¿Porqué?
- 02.** Responda a las siguientes preguntas:
- La temperatura normal del cuerpo humano es de 36°C . Expresar esta temperatura en la escala Kelvin.
 - La temperatura de ebullición del nitrógeno líquido es de 78 K ¿Cuál es su valor en grados centígrados $^{\circ}\text{C}$?
 - La temperatura de un cuerpo se elevó en 52°C . ¿Cuál fue la elevación de la temperatura en la escala Kelvin del mismo?
- 03.** Dos recipientes A y B contienen masas iguales de un mismo gas a diferentes temperaturas siendo $t_A > t_B$. Decir si es correcto:
- "El gas en A posee más calor que en el gas B "
 - "La energía cinética de las moléculas del gas A es mayor que la energía cinética del gas B"
- 04.** Si el coeficiente de dilatación lineal del plomo es $29 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ esto significa que una barra de plomo:
- De un kilómetro de longitud se dilata $29 \cdot 10^{-6} \text{ km}$, cuando su temperatura aumenta en -----

 - De un centímetro de longitud, cuando su temperatura aumenta en $1 \text{ }^{\circ}\text{C}$, se dilata en-----

- 05.** Una placa de zinc ($\alpha=25 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$) de forma rectangular, tiene 60 cm de longitud y 40 cm de ancho, a la temperatura de $20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, si se calienta hasta $120 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
- ¿Cuál será el aumento de longitud de la placa?
 - ¿Cuál será el aumento de la anchura de la placa?
- 06.** Un líquido de coeficiente de dilatación cúbica $\beta_L = 6,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ se ubica en un recipiente de aluminio (Al) de coeficiente lineal $\alpha=23 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ alcanzando una altura "h".
- Determinar el coeficiente de dilatación cúbica del aluminio.
 - Si el conjunto recipiente-líquido se calienta, el nivel del líquido:
 - subirá
 - bajará
 - quedará fijo
 - ¿Cuál será la dilatación aparente del líquido?
- 07.** Una esfera de madera flota sumergida con la mitad de su volumen en agua contenida en un recipiente, los cuales están a $2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ de temperatura. Si sólo se calienta el agua hasta una temperatura de $4 \text{ }^{\circ}\text{C}$:
- El volumen de agua:

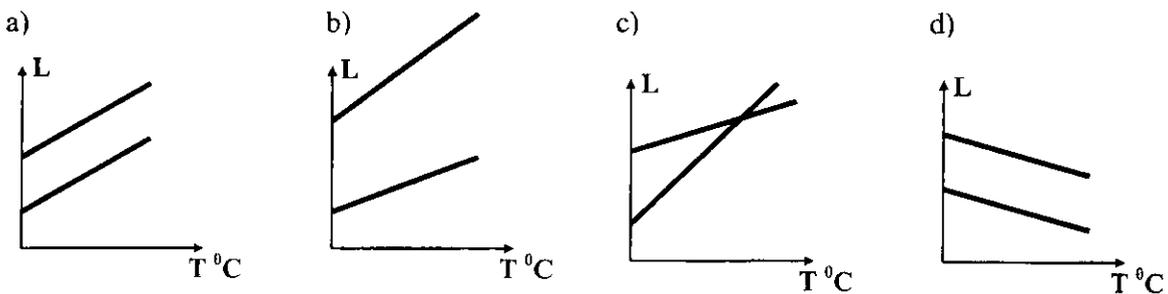
- a) VFFV b) FVFF c) VVFV d) FFVF e) VFVV

12. De conocerse el calor específico de una pulga " c_p ", en el proceso seguido para medir su temperatura indique los pasos correctos ó falsos:

- I) Medimos la temperatura " T_0 " y la masa del agua " m_{H2O} " en el vaso.
- II) Medimos la masa " m_p " de las 1 000 pulgas.
- III) En el vaso con agua echamos las pulgas.
- IV) Medimos la temperatura de la mezcla (T) (agua + pulgas).
- V) Luego, la temperatura de una pulga, puede hallarse de:

$$T_p = \frac{1}{1\,000} \left[\frac{c_{H2O} \cdot m_{H2O}}{c_p \cdot m_p} (T - T_0) + T \right]$$

13. Se tienen dos barras del mismo material de longitudes diferentes, indique la gráfica correcta de la variación de longitud "L" vs temperatura "T":



14. Indicar las afirmaciones verdaderas (V) ó falsas (F). En las construcciones de hormigón armado, se utiliza únicamente el hierro como armadura, por:

- I) Ser el material de construcción más barato.
- II) Tener su coeficiente de dilatación muy próximo al del hormigón armado.
- III) No se quiebra fácilmente.
- IV) No se oxida ó experimenta corrosión.
- V) Es el metal más resistente ó duro.

- a) FVFFF b) FFVVF c) FVFVF d) VFVFV e) VVFFV

15. Indicar las afirmaciones verdaderas (V) ó falsas (F). En un cuarto, si abrimos la puerta de la refrigeradora en pleno funcionamiento:

- I) La temperatura del cuarto disminuye.
- II) La temperatura del cuarto aumenta.
- III) La temperatura del cuarto no cambia.
- IV) La temperatura de la refrigeradora aumenta.
- V) La potencia consumida por la refrigeradora es igual, a la potencia transferida al cuarto, en forma de calor.

- a) FVFFV b) FFVVF c) FVFVF d) VFVFV e) VVFFV

16. Transformar $-2,2\text{ }^{\circ}\text{F}$ a grados centígrados.

- a) 10,55 °C b) 12,55 °C c) 14,55 °C d) 16,55 °C e) 18,55 °C

17. Calcular la temperatura que es expresada por el mismo número usándose la escala centígrada o la escala Fahrenheit.

- a) -10 °C b) -20 °C c) -30 °C d) -40 °C e) -50 °C

18. El punto de fusión del plomo es 330 °C y su punto de ebullición a presión atmosférica es 1 170 °C. Hallar la razón (T/T_0) de estas temperaturas en la escala Fahrenheit.

- a) 1,4 b) 2,4 c) 3,4 d) 4,4 e) 5,4

19. La longitud de la columna de mercurio de un termómetro es 4 cm cuando el termómetro se sumerge en agua con hielo, y de 24 cm cuando el termómetro se sumerge en vapor de agua hirviendo a condiciones normales, ¿Qué longitud tendrá en una habitación a 22 °C?

- a) 8,0 cm b) 8,2 cm c) 8,4 cm d) 8,6 cm e) 8,8 cm

20. Un termómetro de gas a volumen constante se calibra en hielo seco a la temperatura de $T_c = -80,0$ °C y presión $P_c = 0,9$ atm, y en el punto de ebullición del alcohol etílico a la temperatura $T_v = 78,0$ °C y presión $P_v = 1,635$ atm.

I) ¿Para qué presión se obtiene el cero absoluto?

- a) -273,07 °C b) -273,27 °C c) -273,47 °C d) -273,67 °C e) -273,87 °C

II) ¿Cuál es la presión en el punto de congelación del agua?

- a) 1,21 atm b) 1,23 atm c) 1,25 atm d) 1,27 atm e) 1,29 atm

III) ¿Cuál es la presión en el punto de ebullición del agua?

- a) 1,70 atm b) 1,72 atm c) 1,74 atm d) 1,76 atm e) 1,78 atm

21. Si la lectura de una temperatura en grados Fahrenheit excede en 40 a la temperatura en grados Celsius. Hallar la temperatura en grados kelvin.

- a) 253 K b) 263 K c) 273 K d) 283 K e) 293 K

22. Suponga que la temperatura (en kelvin) y la presión (en Pa) en un termómetro de gas ideal se relaciona por medio de la ecuación: $T = aP^2 + bP$, siendo "a" y "b" constantes.

I) Hallar las constantes "a" y "b" en función de la temperatura y presión en el punto triple del agua " T_3 " y " P_3 ", y de la temperatura y presión en el punto de ebullición del agua " T_1 " y " P_1 ".

II) Hallar la constante "a" (en $10^5 \text{ K} \cdot \text{atm}^{-2}$)

- a) -0,25 b) -0,35 c) -0,45 d) -0,55 e) -0,65

III) Hallar la constante "b" (en $10^5 \text{ K} \cdot \text{atm}^{-1}$)

- a) 0,15 b) 0,25 c) 0,35 d) 0,45 e) 0,55

23. Demostrar que la relación de transformación entre dos escalas de temperatura X e Y definidas en dos termómetros a volumen constante, tomando como referencia los puntos de congelación y ebullición del agua, es: $T_x = T_{xc} + [(T_{xv} - T_{xc}) / (T_{yv} - T_{yc})](T_y - T_{yc})$, donde "c" y "v" se refieren a los puntos de congelación y ebullición del agua.
24. Un termómetro de gas a volumen constante registra una presión de $P = 0,00995$ atm cuando está a la temperatura de $T = 450$ K. ($1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)
- I) ¿Cuál es la presión en el punto triple del agua?
- a) 602 PA b) 604 Pa c) 606 Pa d) 608 Pa e) 610 Pa
- II) ¿Cuál es la temperatura cuando el valor de la presión es de $P = 0,015$ atm?
- a) 102 K b) 104 K c) 106 K d) 108 K e) 110 K
25. Un termómetro con escala arbitraria tiene como punto de fusión del hielo -20 y como punto de ebullición del agua $+180$. ¿A qué temperatura en grados Fahrenheit ambos termómetros indicarán lo mismo?
- a) 400°F b) 450°F c) 500°F d) 550°F e) 600°F
26. En la escala inti la temperatura de ebullición del agua es de 80°I y la de fusión del hielo de 0°I . Hallar la lectura en esta escala cuando la temperatura en kelvin es de 293 K
- a) 10°I b) 12°I c) 14°I d) 16°I e) 18°I
27. Un termómetro con escala arbitraria tiene como punto de fusión del hielo -40° y como punto de ebullición del agua 160° , cuando en este termómetro se lee 20° , ¿Cuál es el valor de la temperatura en la escala centígrada?
- a) 10°C b) 20°C c) 30°C d) 40°C e) 50°C
28. Un termómetro mal calibrado, indica $+1^\circ$ a la temperatura de congelación del agua y 99° a la temperatura de ebullición del agua. Con este termómetro mal calibrado se mide la temperatura de cierta sustancia dando como lectura 25° . ¿Cuál es la verdadera temperatura en grados centígrados de la sustancia?
- a) $20,5^\circ\text{C}$ b) $22,5^\circ\text{C}$ c) $24,5^\circ\text{C}$ d) $26,5^\circ\text{C}$ e) $28,5^\circ\text{C}$
29. En un termómetro de gas a volumen constante, la presión a la temperatura de 20°C es de $0,980$ atm.
- I) ¿Cuál es la presión a la temperatura de 45°C ?
- a) $1,024$ atm b) $1,044$ atm c) $1,064$ atm d) $1,084$ atm e) $1,104$ atm
- II) ¿Cuál es la temperatura a la presión de $0,5$ atm?
- a) $-121,5^\circ\text{C}$ b) $-123,5^\circ\text{C}$ c) $-125,5^\circ\text{C}$ d) $-127,5^\circ\text{C}$ e) $-129,5^\circ\text{C}$

- 30.** Un termómetro de gas a volumen constante se llena con helio. Cuando en nitrógeno líquido hirviendo a la temperatura de 77,34 K, la presión absoluta es de 25,0 kPa.
- I) ¿Cuál es la temperatura en grados Celsius cuando la presión es de 45,0 kPa?
- a) -133,0 °C b) -133,2 °C c) -133,4 °C d) -133,6 °C e) -133,8 °C
- II) ¿Cuál es la presión cuando el termómetro se sumerge en hidrógeno líquido hirviendo?
- a) 6,16 kPa b) 6,26 kPa c) 6,36 kPa d) 6,46 kPa e) 6,56 kPa
- 31.** Dos vasos con agua A y B, están inicialmente a la misma temperatura. La temperatura del agua del vaso A en 10 °F; y la del vaso B en 10 K. ¿Cuál vaso está ahora a mayor temperatura? Explique su respuesta.
- 32.** La presión de un gas en el punto triple del agua es de 1,35 atm. Si este volumen permanece constante, ¿Cuál será su presión a la temperatura a la que el CO₂ se solidifica?
- a) 0,904 atm b) 0,924 atm c) 0,944 atm d) 0,964 atm e) 0,984 atm
- 33.** La longitud de una columna de mercurio de un termómetro es $l_1=40$ cm cuando se sumerge en agua con hielo y $l_2=24$ cm cuando se ubica en agua hirviendo.
- I) ¿Cuál será su longitud en una habitación que está a la temperatura de $T=22$ °C?
- a) 8,0 cm b) 8,2 cm c) 8,4 cm d) 8,6 cm e) 8,8 cm
- II) La columna de mercurio tiene una longitud de $l_3=25,4$ cm, cuando el termómetro se introduce en una solución química. ¿Cuál es la temperatura de la solución?
- a) 101 °C b) 103 °C c) 105 °C d) 107 °C e) 109 °C
- 34.** La presión de un termómetro de gas a volumen constante es de $P_f=0,4$ atm en el punto de fusión de hielo y de $P_v=0,546$ atm en el punto de vapor.
- I) Hallar la temperatura a la presión de $P=0,1$ atm.
- a) 60,3 K b) 62,3 K c) 64,3 K d) 66,3 K e) 68,3 K
- II) Hallar la presión en el punto de ebullición del azufre a la temperatura de $T=444,6$ °C.
- a) 1,05 atm b) 1,15 atm c) 1,25 atm d) 1,35 atm e) 1,45 atm
- 35.** Un termómetro de gas a volumen constante indica una presión de $P=50$ mmHg en el punto triple del agua.
- I) Hallar la presión (en mmHg) cuando el termómetro indica una temperatura de 300 K.
- a) 50,9 b) 51,9 c) 52,9 d) 53,9 e) 54,9
- II) Hallar la temperatura del gas ideal que corresponde a una presión de 678 mmHg.
- a) 370 K b) 372 K c) 374 K d) 376 K e) 378 K

- 36.** En la escala de temperaturas Réaumur, el punto de fusión del hielo es 0°R y el punto de ebullición del agua de 80°R . Hallar las ecuaciones de transformación para las temperaturas de la escala Réaumur a centígrada y Fahrenheit, respectivamente.
- 37.** Un termistor es un dispositivo en estado sólido cuya resistencia varía considerablemente con la temperatura, según la ecuación: $R=R_0e^{B/T}$, donde "R" está en ohmios, "T" en kelvin, " R_0 " y "B" constantes. ($m=10^{-3}$, $k=10^3$)
- I) Hallar " R_0 " y "B" sabiendo que, $R=7360\ \Omega$ en el punto de congelación del hielo, y $R=153\ \Omega$ en el punto de ebullición del agua.
- a) $3,57\ \text{m}\Omega$, $3,54\ \text{kK}$ b) $3,67\ \text{m}\Omega$, $3,64\ \text{kK}$ c) $3,77\ \text{m}\Omega$, $3,74\ \text{kK}$
d) $3,87\ \text{m}\Omega$, $3,84\ \text{kK}$ e) $3,97\ \text{m}\Omega$, $3,94\ \text{kK}$
- II) Hallar la resistencia del termistor a la temperatura de $T=98,6^{\circ}\text{F}$.
- a) $1,11\ \text{k}\Omega$ b) $1,21\ \text{k}\Omega$ c) $1,31\ \text{k}\Omega$ d) $1,41\ \text{k}\Omega$ e) $1,51\ \text{k}\Omega$
- III) $-359\ \Omega/\text{K}$, $-4,13\ \Omega/\text{K}$ b) $-399\ \Omega/\text{K}$, $-4,23\ \Omega/\text{K}$ c) $-389\ \Omega/\text{K}$, $-4,33\ \Omega/\text{K}$
d) $-379\ \Omega/\text{K}$, $-4,43\ \Omega/\text{K}$ e) $-369\ \Omega/\text{K}$, $-4,53\ \Omega/\text{K}$
- 38.** Las temperaturas típicas en el interior de la Tierra y Sol son de aproximadamente 4000°C y $15 \cdot 10^6^{\circ}\text{C}$, respectivamente.
- I) Hallar el equivalente de estas temperaturas en kelvin.
- II) ¿Qué error porcentual se comete en cada caso si una persona se olvida convertir $^{\circ}\text{C}$ a K?
- 39.** En un termómetro de gas a volumen constante, ¿Cuál es la razón límite entre la presión en el punto de ebullición del agua a 1 atm y la del punto triple?
- a) 1,166 b) 1,266 c) 1,366 d) 1,466 e) 1,566
- 40.** En el punto de ebullición del azufre $T_{\text{pt}}=444,6^{\circ}\text{C}$, la presión en un termómetro de gas a volumen constante es de $P=187\ \text{mmHg}$,
- I) Hallar la presión en el punto triple del agua.
- a) $71,2\ \text{mmHg}$ b) $72,2\ \text{mmHg}$ c) $73,2\ \text{mmHg}$ d) $74,2\ \text{mmHg}$ e) $75,2\ \text{mmHg}$
- II) La temperatura cuando la presión en el termómetro es de $P=118\ \text{mmHg}$.
- a) 155°C b) 156°C c) 157°C d) 158°C e) 159°C
- 41.** En la Fig.01, se representa la gráfica de la temperatura (T) en función de la presión (P) para un termómetro de gas a volumen constante.
- I) Determinar la imprecisión del termómetro, si lee una presión de $P=268\ \text{mmHg}$ en el punto de ebullición del agua a la presión de 1 atm.
- a) $0,11\ \text{K}$ b) $0,13\ \text{K}$ c) $0,15\ \text{K}$ d) $0,17\ \text{K}$ e) $0,19\ \text{K}$
- II) Determinar la imprecisión en porcentaje del termómetro, si lee una presión de $P=268\ \text{mmHg}$ en el punto de ebullición del agua a la presión de 1 atm.

- a) 0,051 % b) 0,053 % c) 0,055 % d) 0,057 % e) 0,059 %

42. Con un termómetro de gas a volumen constante desea medir la temperatura del punto de fusión de una sustancia. La presión en el termómetro a esta temperatura es de 218 mmHg; en el punto triple del agua, la presión es de 286 mmHg. Si se libera algo de gas del termómetro, la presión en el punto triple del agua es 163 mmHg. A la temperatura de la sustancia en fusión, la presión es de 128 mmHg. Estimar, lo más preciso posible, la temperatura del punto de fusión de la sustancia.

- a) 221,9 K b) 222,9 K c) 223,9 K d) 224,9 K e) 225,9 K

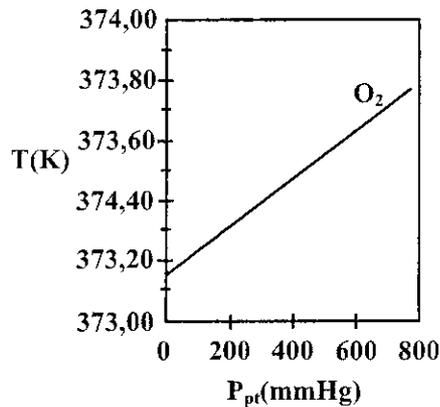


Fig.01

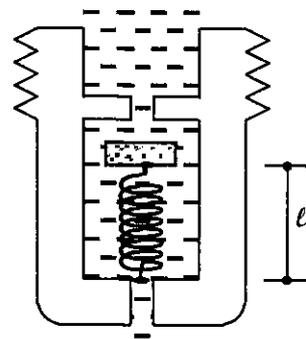


Fig.02

43. A la temperatura de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ el diámetro de una varilla de acero es de 3,000 mm, y la longitud de una argolla de bronce es de 2,995 mm. ¿A qué temperatura común la argolla de bronce se ensartará deslizándose suavemente sobre la varilla de acero? Los coeficientes de dilatación lineal del acero y cobre son, $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $1,8 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

- a) $71,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $72,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $73,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $74,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $75,8\text{ }^{\circ}\text{C}$

44. A la temperatura de $T_0=28\text{ }^{\circ}\text{C}$ la longitud de los lados de una hoja rectangular de aluminio son $a=6\text{ cm}$ y $b=9\text{ cm}$. El coeficiente de dilatación lineal del aluminio es $\alpha=2,4 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Hallar el área de la hoja a la temperatura de $T=0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) $53,1\text{ cm}^2$ b) $53,3\text{ cm}^2$ c) $53,5\text{ cm}^2$ d) $53,7\text{ cm}^2$ e) $53,9\text{ cm}^2$

45. La longitud de una varilla de aluminio, medida con una cinta de acero, fue de 60 cm cuando ambas estaban a $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál será la lectura de la longitud de la varilla en la cinta si ambas están a $38\text{ }^{\circ}\text{C}$? Los coeficientes de dilatación lineal del acero y aluminio son, $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $2,4 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, respectivamente.

- a) 60,02 cm b) 60,04 cm c) 60,06 cm d) 60,08 cm e) 61,00 cm

46. A la temperatura de $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$, la longitud de los lados de un cubo de cobre es $a=40\text{ cm}$. ¿Cuál es el volumen del cubo a la temperatura de $T=150\text{ }^{\circ}\text{C}$? ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

- a) $64\ 124\text{ cm}^3$ b) $64\ 224\text{ cm}^3$ c) $64\ 324\text{ cm}^3$ d) $64\ 424\text{ cm}^3$ e) $64\ 524\text{ cm}^3$

47. El diámetro de un orificio de una placa de acero es de 9 cm cuando la temperatura es de 20 °C. ¿Cuál será el diámetro del orificio a 200 °C? ($\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 9,00 cm b) 9,02 cm c) 9,04 cm d) 9,06 cm e) 9,08 cm
48. A la temperatura de $T_0=20 \text{ } ^\circ\text{C}$ la longitud de los lados de una placa cuadrada de cobre es $\ell_0=4 \text{ cm}$. Hallar el cambio que experimenta el área de la placa, si esta se calienta hasta $T=120 \text{ } ^\circ\text{C}$. ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 5,04 mm² b) 5,24 mm² c) 5,44 mm² d) 5,64 mm² e) 5,84 mm²
49. Un orificio circular en una placa de acero tiene un diámetro de $D_0=20 \text{ cm}$ a la temperatura de $T_0=27 \text{ } ^\circ\text{C}$. ¿A qué temperatura el área del orificio es de $A=314 \text{ cm}^2$? ($\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 5,18 °C b) 5,38 °C c) 5,58 °C d) 5,78 °C e) 5,98 °C
50. Hallar el aumento en el volumen que experimenta 16 lt de alcohol etílico, cuando su temperatura aumenta en 30 °C. El coeficiente de dilatación volumétrico del alcohol etílico es $\beta=11 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.
- a) 520 cm³ b) 522 cm³ c) 524 cm³ d) 526 cm³ e) 528 cm³
51. Una taza de aluminio de volumen 200 cm³ que está llena de benceno a 40 °C se enfría hasta 18 °C. Los coeficientes de dilatación del aluminio y benceno son, $\alpha=2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\beta=12,4 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. ¿Qué cantidad de benceno (a 18 °C) puede agregarse a la taza sin que se derrame?
- a) 5,14 cm³ b) 5,24 cm³ c) 5,34 cm³ d) 5,44 cm³ e) 5,54 cm³
52. Una varilla metálica tiene longitudes $\ell_0=40,125 \text{ cm}$ y $\ell=40,148 \text{ cm}$ a las temperaturas de $T_0=20 \text{ } ^\circ\text{C}$, y $T=45 \text{ } ^\circ\text{C}$. Hallar el coeficiente de dilatación lineal media de la varilla.
- a) $2,1 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ b) $2,3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ c) $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ d) $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e) $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
53. A la temperatura de $T_0=20$ el volumen de un cilindro de cobre es " V_0 ". ¿A qué temperatura su volumen aumentará en un 0,15 %? ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 49,0 °C b) 49,2 °C c) 49,4 °C d) 49,6 °C e) 49,8 °C
54. El puente de Paucallay tiene un claro individual de longitud 1200 m. Hallar el cambio en la longitud de la cubierta de acero del claro, si el aumento de la temperatura es de 20 °C. ($\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 28,0 cm b) 28,2 cm c) 28,4 cm d) 28,6 cm e) 28,8 cm
55. ¿Qué diámetros deben tener los remaches de aluminio a la temperatura de $T_0=23 \text{ } ^\circ\text{C}$, tal que, al enfriarse con hielo seco (CO₂) hasta $T=-78 \text{ } ^\circ\text{C}$, puedan ingresar por los agujeros de diámetros $D=4,5 \text{ mm}$. ($\alpha=2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) 5,511 mm b) 5,521 mm c) 5,531 mm d) 5,541 mm e) 5,551 mm

56. A la temperatura de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$ el diámetro de una moneda de zinc es de $D_0=1,9\text{ cm}$. El coeficiente de dilatación lineal del zinc es $\alpha=2,6\cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

I) Hallar el diámetro de la moneda a la temperatura de $T=48\text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 1,9014 cm b) 1,9024 cm c) 1,9034 cm d) 1,9044 cm e) 1,9054 cm

II) Hallar el diámetro de la moneda a la temperatura de $T=-53\text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 1,8904 cm b) 1,8924 cm c) 1,8944 cm d) 1,8964 cm e) 1,8984 cm

57. A la temperatura de $T_0=-15\text{ }^\circ\text{C}$, el diámetro de un domo semiesférico de aluminio es de $D_0=55\text{ m}$. Hallar el espacio interior del domo a la temperatura de $T=35\text{ }^\circ\text{C}$. El coeficiente de dilatación volumétrico del aluminio es $\beta=7,2\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

- a) 43,51 m³ b) 43,61 m³ c) 43,71 m³ d) 43,81 m³ e) 43,91 m³

58. El diámetro exterior de un frasco de vidrio y el diámetro interior de su tapa de hierro miden ambos 725 mm a la temperatura de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$. ¿Cuál será la diferencia de los diámetros de la tapa y frasco, si la tapa se deja brevemente bajo agua caliente hasta que su temperatura alcance $T=50\text{ }^\circ\text{C}$, manteniéndose la temperatura del vidrio constante. Los coeficientes de dilatación lineal del vidrio y hierro son, $3\cdot 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y $2,1\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

- a) 0,201 mm b) 0,221 mm c) 0,241 mm d) 0,261 mm e) 0,281 mm

59. Un tapón de bronce redondo tiene un diámetro de $D_0=8,001\text{ cm}$ a la temperatura de $T_0=28\text{ }^\circ\text{C}$. ¿A qué temperatura deberá enfriarse el tapón para que ajuste correctamente en un orificio de diámetro $D=8\text{ cm}$? ($\alpha=1,8\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) 21,1 $^\circ\text{C}$ b) 21,3 $^\circ\text{C}$ c) 21,5 $^\circ\text{C}$ d) 21,7 $^\circ\text{C}$ e) 21,9 $^\circ\text{C}$

60. Se tiene una varilla de latón de longitud $\ell_0=185\text{ cm}$, diámetro de sección $D=1,6\text{ cm}$, coeficiente de dilatación lineal $\alpha=2\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, y módulo de Young $E=0,9\cdot 10^{11}\text{ Pa}$. ¿Qué fuerza debe aplicarse a cada extremo de la varilla para evitar que la varilla se contraiga al enfriarse de $120\text{ }^\circ\text{C}$ a $10\text{ }^\circ\text{C}$?

- a) 39,5 kN b) 39,6 kN c) 39,7 kN d) 39,8 kN e) 39,9 kN

61. I) Un alambre de longitud $\ell_0=1,5\text{ m}$ a $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$ se alarga $\Delta\ell=1,9\text{ cm}$ al calentarse hasta $T=420\text{ }^\circ\text{C}$. Hallar el coeficiente de dilatación lineal media del alambre.

- a) 31,7 $\mu^\circ\text{C}^{-1}$ b) 31,7 $\mu^\circ\text{C}^{-1}$ c) 31,7 $\mu^\circ\text{C}^{-1}$ d) 31,7 $\mu^\circ\text{C}^{-1}$ e) 31,7 $\mu^\circ\text{C}^{-1}$

II) El alambre se tiende sin tensión a $T_0=420\text{ }^\circ\text{C}$. Hallar el esfuerzo que se debe aplicar al enfriarse hasta $T=20\text{ }^\circ\text{C}$, para evitar que se contraiga. El módulo de Young del alambre es $E=2,0\cdot 10^{11}\text{ Pa}$.

- a) 2,14 nPa b) 2,24 nPa c) 2,34 nPa d) 2,44 nPa e) 2,54 nPa

- 62.** Los rieles de acero de para tren se tienden en segmentos de longitud $\ell_0=12$ m, colocados extremo con extremo en un día de invierno a $T_0=-2$ °C. ($\alpha=1,2\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, $M=10^6$)
- I) ¿Que distancia de tolerancia debe dejarse entre los rieles adyacentes para que apenas se toquen en verano a la temperatura de $T=33$ °C?
- a) 3,0 mm b) 3,5 mm c) 4,0 mm d) 4,5 mm e) 5,0 mm
- II) Si los rieles se tienden en contacto, ¿A qué esfuerzo se someterán en verano un día de verano en el que la temperatura es de $T=33$ °C?
- a) 80 MPa b) 82 MPa c) 84 MPa d) 86 MPa e) 88 MPa
- 63.** La montura de unos lentes de plástico de $\alpha=1,3\cdot 10^{-4}$ °C presenta agujeros circulares de radio $R_0=2,20$ cm a la temperatura de $T_0=20$ °C. ¿A qué temperatura debe calentarse la montura para insertar los lentes de radio $R=2,21$ cm?
- a) 51 °C b) 52 °C c) 53 °C d) 54 °C e) 55 °C
- 64.** En la Fig.02, se muestra un dispositivo "antiquemadura", cuya válvula se cierra cuando el agua alcanza la temperatura de cierre " T_c ". Si la longitud inicial del resorte no estirado es $\ell_0=2,4$ cm y coeficiente de dilatación lineal $\alpha=2,2\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹. Hallar el aumento de longitud del resorte cuando la temperatura del agua sube 30 °C.
- a) 11,8 μ m b) 12,8 μ m c) 13,8 μ m d) 14,8 μ m e) 15,8 μ m
- 65.** El elemento activo de cierto láser es una barra de vidrio de longitud $\ell_0=30$ cm y diámetro de sección $D_0=1,5$ cm. Si la temperatura de la barra aumenta en 65 °C. El coeficiente de dilatación lineal del vidrio es $\alpha=9\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹. ($m=10^{-3}$, $\mu=10^{-6}$)
- I) Hallar el aumento que experimenta la longitud del elemento activo.
- a) 156 μ m b) 166 μ m c) 176 μ m d) 186 μ m e) 196 μ m
- II) Hallar el aumento que experimenta el diámetro del elemento activo.
- a) 858 μ m b) 868 μ m c) 858 μ m d) 858 μ m e) 858 μ m
- III) Hallar el aumento que experimenta el volumen del elemento activo.
- a) 91 mm³ b) 93 mm³ c) 95 mm³ d) 97 mm³ e) 99 mm³
- 66.** Un frasco volumétrico de Pirex calibrado a 20 °C se llena a la marca de 100 ml con acetona a 35 °C. Los coeficientes de dilatación del Pirex y acetona son, $\alpha=3,2\cdot 10^{-6}$ °C⁻¹, y $\beta=1,5\cdot 10^{-4}$ °C⁻¹, respectivamente.
- I) Hallar el volumen de la acetona cuando se enfría a 20 °C.
- a) 99,0 ml b) 99,2 ml c) 99,4 ml d) 99,6 ml e) 99,8 ml
- II) ¿Qué tan significativo es el cambio que experimenta el volumen del frasco de Pirex?

- a) 2,4 % b) 3,4 % c) 4,4 % d) 5,4 % e) 6,4 %

67. Se cuele una banqueta de concreto a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, de tal forma, que sus extremos no puedan moverse. Modulo del Young del concreto $E=7\cdot 10^9\text{ Pa}$, coeficiente de dilatación lineal, $\alpha=12\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, y esfuerzo de rotura $\sigma_r=2\cdot 10^9\text{ Pa}$. ($M=10^6$)

I) Hallar el esfuerzo que experimenta el concreto a la temperatura de $T=50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) 2,12 MPa b) 2,22 MPa c) 2,32 MPa d) 2,42 MPa e) 2,52 MPa

II) ¿Se fractura el concreto?

68. A $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ un anillo de aluminio tiene un diámetro interior de 5,000 cm y una varilla de bronce tiene un diámetro de 5,050 cm. Los coeficientes de dilatación de aluminio y bronce son, $2,4\cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, $1,9\cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

I) Si se calienta sólo el anillo, qué temperatura debe alcanzar para que apenas se deslice sobre la varilla.

- a) 431 $^{\circ}\text{C}$ b) 433 $^{\circ}\text{C}$ c) 435 $^{\circ}\text{C}$ d) 437 $^{\circ}\text{C}$ e) 439 $^{\circ}\text{C}$

II) ¿Qué pasaría? Si ambos se calientan juntos, ¿Qué temperatura deben alcanzar para que el anillo apenas se deslice sobre la varilla? ¿Funcionaria este proceso?

- a) 2099 $^{\circ}\text{C}$ b) 3009 $^{\circ}\text{C}$ c) 3019 $^{\circ}\text{C}$ d) 3029 $^{\circ}\text{C}$ e) 3039 $^{\circ}\text{C}$

69. Un cilindro hueco de aluminio de altura $h=20\text{ cm}$ tiene un volumen de $V_0=2\text{ lt}$ a la temperatura de $T_0=20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se llena por completo con aguarrás y se calienta hasta $T=80\text{ }^{\circ}\text{C}$. Los coeficientes de dilatación del aluminio y aguarrás son, $\alpha=2,4\cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, y $\beta=9\cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, respectivamente.

I) ¿Qué cantidad de aguarrás se derrama?

- a) 95,4 cm^3 b) 96,4 cm^3 c) 97,4 cm^3 d) 98,4 cm^3 e) 99,4 cm^3

II) Si el cilindro se enfría otra vez a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿A qué distancia del borde del cilindro descenderá la superficie libre del aguarrás?

- a) 9,03 mm b) 9,23 mm c) 9,43 mm d) 9,63 mm e) 9,83 mm

70. Un vaso de vidrio contiene una esfera de plomo de diámetro $D_0=4\text{ cm}$ firmemente unida a su fondo. A una temperatura uniforme de $T_0=-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, el vaso se llena hasta el borde con $V_0=118\text{ cm}^3$ de mercurio, que cubre por completo la esfera. Los coeficientes de dilatación del plomo, vidrio y mercurio son, $\alpha_A=29\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, $\alpha_B=9\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, y $\beta_C=182\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. ¿Qué cantidad de mercurio se derrama del vaso si la temperatura se eleva a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$?

- a) 812 mm^3 b) 822 mm^3 c) 832 mm^3 d) 842 mm^3 e) 842 mm^3

71. A la temperatura absoluta " T_0 " un cubo tiene lados de longitud " ℓ_0 " y su densidad " ρ_0 ". El cubo esta hecho de un material con coeficiente de expansión de volumen " β ".

- I) Demostrar que si, la temperatura aumenta a $T_0 + \Delta T$, la densidad del cubo es aproximadamente, $\rho \approx \rho_0(1 + \beta \Delta T)$. Explique por qué este resultado aproximado, sólo es válido si $\Delta T \ll 1/\beta$.
- II) La longitud de los lados de un cubo de cobre a la temperatura de 20°C es de $1,25\text{ cm}$ hallar el cambio de su volumen, cuando su temperatura aumenta a 70°C .
- a) $4,58\text{ mm}^3$ b) $4,68\text{ mm}^3$ c) $4,78\text{ mm}^3$ d) $4,88\text{ mm}^3$ e) $4,98\text{ mm}^3$
- III) Hallar el cambio que experimenta la densidad (en kg/m^3) del cubo de cobre.
- a) $-22,1$ b) $-22,3$ c) $-22,5$ d) $-22,7$ e) $-22,9$
72. La longitud de un riel de ferrocarril a la temperatura de $T_0 = -15^\circ\text{C}$ es de $\ell_0 = 20\,000\text{ m}$. ¿Cuál será su longitud a la temperatura de $T = 35^\circ\text{C}$? ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) $20\,012\text{ m}$ b) $20\,016\text{ m}$ c) $20\,020\text{ m}$ d) $20\,024\text{ m}$ e) $20\,028\text{ m}$
73. En un día en la que la temperatura es de 31°C , se llena un tanque de acero a 20°C con gasolina fría extraída de un almacén subterráneo a la temperatura de 20°C , ¿Qué fracción de gasolina se derrama cuando el tanque y este alcanzan la temperatura de 31°C ? (Los coeficientes de dilatación lineal de la gasolina y aluminio son: $\alpha_A = 36 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_G = 956 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) $1/10$ b) $1/20$ c) $1/50$ d) $1/80$ e) $1/100$
74. Hallar la longitud de una barra a $T = 10^\circ\text{C}$, si su longitud a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ es de $\ell_0 = 50\text{ cm}$. El coeficiente de dilatación lineal de la barra es $\alpha = 2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- a) $50,01\text{ m}$ b) $50,03\text{ m}$ c) $50,05\text{ m}$ d) $50,07\text{ m}$ e) $50,09\text{ m}$
75. Para obtener la temperatura de un horno, se coloca en el una barra de longitud $\ell_0 = 4,414\text{ m}$ a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ aumentando su longitud a $\ell = 4,432\text{ m}$. Hallar la temperatura del horno, si el coeficiente de dilatación lineal de la barra es de $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.
- a) $33,82^\circ\text{C}$ b) $33,86^\circ\text{C}$ c) $33,90^\circ\text{C}$ d) $33,94^\circ\text{C}$ e) $33,98^\circ\text{C}$
76. ¿En cuánto debe elevarse la temperatura de una barra de latón de longitud L_0 y coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para que su longitud aumente en $L_0/1000$?
- a) 30°C b) 35°C c) 40°C d) 45°C e) 50°C
77. En un termómetro que se encuentra a $T_0 = 0^\circ\text{C}$ de temperatura el volumen de su depósito es $V_0 = 50\text{ cm}^3$ y la sección transversal del capilar es $A_0 = 5\text{ cm}^2$, si el mercurio llena justamente el depósito a 0°C , ¿Cuál es la longitud de la columna de mercurio en el capilar a la temperatura de $T = 50^\circ\text{C}$? ($\beta_M = 182 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_V = 3 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) $0,165\text{ mm}$ b) $0,265\text{ mm}$ c) $0,465\text{ mm}$ d) $0,665\text{ mm}$ e) $0,865\text{ mm}$

78. La densidad del acero a la temperatura de $T_0=0\text{ }^{\circ}\text{C}$ es de $7,8\text{ g/cm}^3$. Hallar su densidad a $T=100\text{ }^{\circ}\text{C}$. El coeficiente de dilatación lineal del acero es $\alpha=12\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
- a) $7,71\text{ g/cm}^3$ b) $7,73\text{ g/cm}^3$ c) $7,75\text{ g/cm}^3$ d) $7,77\text{ g/cm}^3$ e) $7,79\text{ g/cm}^3$
79. Alrededor de un aro de locomotora de diámetro $D_0=1,30\text{ m}$ que está a $T_0=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ se trata de ubicar una rueda de acero cuyo diámetro interior es menor que el de la rueda en $0,50\text{ mm}$ y de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=12\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, ¿A qué temperatura deberá calentarse la rueda para que supere al del aro en $0,50\text{ mm}$?
- a) $72\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $76\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $84\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $88\text{ }^{\circ}\text{C}$
80. Un frasco de vidrio de volumen $V_0=1000\text{ cm}^3$ completamente lleno de mercurio de coeficiente de dilatación volumétrica $\beta_M=180\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, está a $T_0=0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Si se calienta el frasco hasta $T=100\text{ }^{\circ}\text{C}$ se derrama 15 cm^3 de mercurio.
- I) ¿Cuánto se dilatará el mercurio?
- a) 10 cm^3 b) 12 cm^3 c) 14 cm^3 d) 16 cm^3 e) 18 cm^3
- II) ¿Cuánto fue la dilatación volumétrica del frasco?
- a) 1 cm^3 b) 2 cm^3 c) 3 cm^3 d) 4 cm^3 e) 5 cm^3
- III) ¿Para este frasco de vidrio qué valor tiene α ?
- a) $10\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ b) $12\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ c) $14\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ d) $16\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ e) $18\mu\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
81. Una tubería de acero para transporte de vapor tiene una sección transversal de área $A_0=8,0\cdot 10^{-3}\text{ m}^2$ a $T_0=20\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿Cuál será la sección transversal cuando la tubería se encuentre lleno de vapor recalentado a $T=170\text{ }^{\circ}\text{C}$? ($\alpha=12\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)
- a) $80,19\text{ cm}^2$ b) $80,49\text{ cm}^2$ c) $80,59\text{ cm}^2$ d) $80,39\text{ cm}^2$ e) $80,29\text{ cm}^2$
82. En la Fig.03, la varilla de cobre de longitud $\ell_0=5\text{ m}$, fijo por un extremo y apoyado sobre rodillos de diámetro $D_0=1\text{ cm}$. La varilla al calentarse desde $T_0=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hasta $T=220\text{ }^{\circ}\text{C}$, giran los rodillos. ¿Cuántos radianes gira el último rodillo contando a partir del extremo fijo? ($\alpha_{\text{Cu}}=17\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)
- a) $3,0\text{ rad}$ b) $3,2\text{ rad}$ c) $3,4\text{ rad}$ d) $3,6\text{ rad}$ e) $3,8\text{ rad}$
83. Con una regla metálica de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=5\cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, se realiza mediciones exactas a $T_0=10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se efectúa una medición a la temperatura de $T=30\text{ }^{\circ}\text{C}$, obteniéndose una lectura de $\ell=100\text{ cm}$ dilatados. Hallar la longitud correcta de la medida realizada.
- a) 97 cm b) 98 cm c) 99 cm d) 100 cm e) 101 cm
84. Las áreas de dos láminas muy delgadas homogéneas de latón y acero, son iguales a las temperaturas de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, respectivamente. ¿A qué temperatura común ambas lámi

nas tendrán la misma área? ($\alpha_{\text{latón}} = 3\alpha_{\text{acero}}$)

- a) 10°C b) 15°C c) 20°C d) 25°C e) 30°C

85. Hallar la altura de mercurio que debe suministrarse a un tubo de vidrio de altura $h=15\text{ cm}$ para que el volumen dentro del tubo sobre el mercurio sea el mismo a cualquier temperatura. Los coeficientes de dilatación cúbica del vidrio y mercurio son: $\beta_V=6\cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ y $\beta_M=18\cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, respectivamente.

- a) 1 cm b) 2 cm c) 3 cm d) 4 cm e) 5 cm

86. Se tiene una esfera hueca de radio "R" y en su interior otra esfera concéntrica de radio "r". Hallar la razón "R / r" entre sus radios para que el volumen de la parte intermedia no varíe al incrementarse la temperatura del sistema. La relación de los coeficientes de dilatación lineal de las esferas es $\alpha_r = 8\alpha_R$.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

87. Una lámina metálica de coeficiente de dilatación superficial $\gamma=2,02\cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ presenta un agujero de radio $a=1\text{ cm}$. ¿En cuánto debe aumentarse la temperatura de la lámina metálica, para que pueda pasar por el agujero una esfera de radio $b=1,02\text{ cm}$?

- a) 100°C b) 150°C c) 200°C d) 250°C e) 300°C

88. En la Fig.04, mostrada, en cuántos $^{\circ}\text{C}$ se debe incrementar la temperatura de las barras A y B para que sus extremos libres se junten. Las barras están empotradas a paredes aislantes del calor y además: $\alpha_A= 15\cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$; $\alpha_B= 1\cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

- a) 10°C b) 20°C c) 30°C d) 40°C e) 50°C

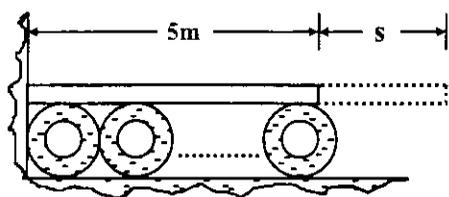


Fig.03

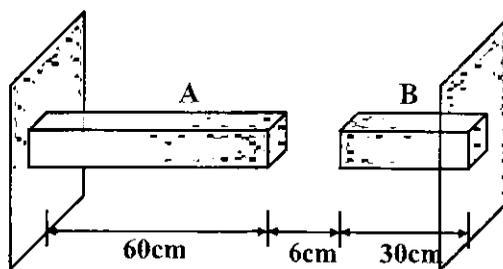


Fig.04

89. Hallar las longitudes de dos varillas a la temperatura ambiente, de coeficientes de dilatación lineal: $\alpha_1=18\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$; $\alpha_2=12\cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, tal que, la diferencia de sus longitudes sea igual a 5 cm, a cualquier temperatura.

- a) 13 cm, 8 cm b) 12 cm, 7 cm c) 14 cm, 9 cm d) 15 cm, 10 cm e) 16 cm, 11 cm

90. Un alambre de coeficiente de dilatación lineal " α " y longitud " L_0 " se dobla en forma de circunferencia dejando una abertura, si incrementamos su temperatura en " ΔT ", ¿El anillo cerrará?

- 91.** Un reloj de péndulo metálico adelanta $\tau_1 = 2$ s por día a una temperatura " T_1 " y atrasa $\tau_2 = 4$ s por día a una temperatura " T_2 ", si el coeficiente de dilatación lineal del metal es $\alpha = 2,31 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Hallar la diferencia de temperaturas ($T_2 - T_1$). ($T_2 > T_1$)
- a) $2 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $4 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $6 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $8 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $10 \text{ }^\circ\text{C}$
- 92.** Un riel de acero de longitud $\ell_0 = 1$ km para ferrocarril está fuertemente sujeto en ambos extremos a la temperatura de $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Al aumentar la temperatura el riel empieza a pandearse. Si su forma es un arco de circunferencia vertical, hallar la altura "h" del centro del riel a la temperatura de $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$. ($\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)
- a) 4,14 m b) 4,24 m c) 4,34 m d) 4,44 m e) 4,54 m
- 93.** La densidad de la gasolina es $\rho_0 = 730 \text{ kg/m}^3$ a $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Su coeficiente de dilatación volumétrica es $\beta = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Si 1 galón de gasolina ocupa $0,0038 \text{ m}^3$, ¿Cuántos kilogramos extra de gasolina se obtendrían si se compran 10 galones de gasolina a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ en lugar de a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ de una bomba que no está compensada en temperatura? (1 galón = $3,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$)
- a) 510 g b) 520 g c) 530 g d) 540 g e) 550 g
- 94.** Un cierto líquido homogéneo tiene una densidad de masa " ρ ". I) Demostrar que el cambio fraccionario en densidad para un cambio en temperatura " ΔT ", viene dado por: $\Delta\rho/\rho = -\beta\Delta T$. ¿Qué significa el signo negativo?. II) El agua dulce tiene una densidad máxima de $\rho_4 = 1 \text{ g/cm}^3$ a $4 \text{ }^\circ\text{C}$, y $\rho_{10} = 0,9997 \text{ g/cm}^3$ a $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar el coeficiente de dilatación " β " para el agua en este intervalo de temperaturas.
- a) $1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ b) $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ c) $3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ d) $4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ e) $5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
- 95.** Una flauta de aluminio de longitud $0,655 \text{ m}$ a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ está abierto en ambos extremos. El tubo está enfriado a baja temperatura, pero a continuación se llena de aire a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ tan pronto como se empieza a ejecutar en el una melodía. Después de eso, ¿Cuánto cambia su frecuencia fundamental cuando el metal sube su temperatura de $5 \text{ }^\circ\text{C}$ a $20 \text{ }^\circ\text{C}$? ($\alpha = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $m = 10^{-3}$)
- a) 91,3 mHz b) 92,3 mHz c) 93,3 mHz d) 94,3 mHz e) 95,3 mHz
- 96.** Un reloj de péndulo de bronce tienen un período de $T_0 = 1,0$ s a $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Si la temperatura aumenta a $T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$. ($\alpha = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\mu = 10^{-6}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$)
- I) Hallar el cambio que experimenta el periodo del péndulo.
- a) $75 \text{ } \mu\text{s}$ b) $80 \text{ } \mu\text{s}$ c) $85 \text{ } \mu\text{s}$ d) $90 \text{ } \mu\text{s}$ e) $95 \text{ } \mu\text{s}$
- II) ¿Cuántos segundos el reloj se atrasa (A) o adelanta (B) en una semana?
- a) 56,46 s (A) b) 56,46 s (B) c) 57,46 s (A) d) 57,46 s (B) e) 59,46 s (A)
- 97.** Una cuerda de acero para guitarra, de diámetro de sección $D_0 = 1 \text{ mm}$, se estira a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ en

tre soportes fijos separados por una distancia de $d=80$ cm. La densidad del acero es $\rho=7860$ kg/m³. (Módulo de Young $E=2\cdot 10^{11}$ Pa, y coeficiente dilatación $\alpha=1,1\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹)

I) Hallar la masa por unidad de longitud de esta cuerda de guitarra.

- a) 6,17 g/m b) 6,37 g/m c) 6,57 g/m d) 6,77 g/m e) 6,97 g/m

II) Hallar la tensión en la cuerda, sabiendo que la frecuencia fundamental de las oscilaciones transversales en la cuerda es $f=200$ Hz.

- a) 630 N b) 632 N c) 634 N d) 636 N e) 638 N

III) Hallar la tensión en la cuerda, si la temperatura se eleva a 30 °C.

- a) 571,5 N b) 573,5 N c) 575,5 N d) 577,5 N e) 579,5 N

IV) Hallar la frecuencia fundamental de la cuerda, si la temperatura se eleva a 30 °C.

- a) 191,5 Hz b) 193,5 Hz c) 195,5 Hz d) 197,5 Hz e) 199,5 Hz

98. Dos alambres uno de acero y el otro de cobre, cada uno de diámetro 2 mm, se unen por un extremo. A 40 °C, cada uno tiene una longitud no estirada de 2,0 m, se conectan entre dos soportes fijos que están a 4 m de separación sobre una mesa, de modo que el alambre de acero se extiende de $x=0$ a $x=2$ m y la tensión es muy pequeña. La temperatura se baja luego a 20 °C.

I) A la temperatura de 20 °C, hallar la tensión del alambre.

- a) 105 N b) 110 N c) 115 N d) 120 N e) 125 N

II) A la temperatura de 20 °C, hallar la coordenada "x" de la unión entre los alambres.

- a) -32 μ m b) -42 μ m c) -52 μ m d) -62 μ m e) -72 μ m

99. Dos alambres uno de cobre y el otro de plomo se unen, extremo con extremo. El alambre combinado tiene un coeficiente de dilatación efectivo de expansión lineal de $\alpha_{ef}=2\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, ¿Qué fracción de la longitud del alambre combinado es de cobre? ($\alpha_{Cu}=1,7\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, $\alpha_{Pb}=2,9\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹)

- a) 2/3 b) 3/2 c) 3/4 d) 4/3 e) 4/5

100. Un anillo de latón de diámetro " D_0 " se calienta hasta la temperatura $T_1=573$ y se encaja ajustadamente sobre un cilindro de acero que está a la temperatura $T_2=291$ K. El coeficiente de dilatación lineal del latón es $\alpha=1,84\cdot 10^{-6}$ K⁻¹ y su módulo de Young $E=6,47\cdot 10^{10}$ Pa. Los lados de la sección rectangular del anillo $a=2$ mm y $b=5$ mm. Hallar el esfuerzo de rotura que experimenta el anillo, cuando se enfría hasta 291 K.

- a) 331,7 N b) 333,7 N c) 335,7 N d) 337,7 N e) 339,7 N

101. Dos láminas, una de acero y otra de bronce, de igual espesor $a=0,2$ mm, están remacha

das entre sí por sus extremos de manera que a la temperatura $T_0=293$ K forman una lámina bimetálica plana. ¿Cuál será el radio de flexión de esta lámina a la temperatura de $T=393$ K? El coeficiente de dilatación lineal del acero es $\alpha_a=1,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ y del cobre $\alpha_b=2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

- a) 21,3 cm b) 22,3 cm c) 23,3 cm d) 24,3 cm e) 25,3 cm

102. Se tiene una rueda de acero en forma de disco de radio $R_0=20$ cm, masa $m=20$ kg, coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Hallar el aumento que experimenta el momento de inercia (en $\mu\text{kg}\cdot\text{m}^2$) de la rueda, cuando su temperatura aumenta en $50 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) 450 b) 460 c) 470 d) 480 e) 490

103. Un cubo de hierro de masa $m=1$ kg que está a la temperatura de $T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$ se calienta hasta $T=80 \text{ }^\circ\text{C}$ mientras está rodeado por aire a la presión de $P_0=1,0$ atm. La densidad del hierro es $\rho=7,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, su coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, su calor específico $c_e=445 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, y $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $m=10^{-3}$)

I) Hallar el trabajo que realiza el hierro contra la presión atmosférica mientras se expande.

- a) 25,7 mJ b) 26,7 mJ c) 27,7 mJ d) 28,7 mJ e) 29,7 mJ

II) Hallar la razón del calor absorbido por el cubo al trabajo realizado por este.

- a) $5,64 \cdot 10^5$ b) $6,64 \cdot 10^5$ c) $7,64 \cdot 10^5$ d) $8,64 \cdot 10^5$ e) $9,64 \cdot 10^5$

104. Cuando un sólido se expande, el incremento del área de una de sus caras es directamente proporcional al incremento de temperatura " ΔT " y al área original " A_0 ". Demostrar que el coeficiente de dilatación superficial es 2 veces el coeficiente de dilatación lineal.

105. El péndulo (barra y disco) de un reloj de péndulo está hecho de latón de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

I) Hallar el incremento en fracción en la longitud de este péndulo, si la temperatura aumenta en $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) $3,0 \cdot 10^{-4}$ b) $3,2 \cdot 10^{-4}$ c) $3,4 \cdot 10^{-4}$ d) $3,6 \cdot 10^{-4}$ e) $3,8 \cdot 10^{-4}$

II) Hallar el incremento en fracción en el periodo del reloj de péndulo.

- a) $1,1 \cdot 10^{-4}$ b) $1,3 \cdot 10^{-4}$ c) $1,5 \cdot 10^{-4}$ d) $1,7 \cdot 10^{-4}$ e) $1,9 \cdot 10^{-4}$

III) El reloj de péndulo marca correctamente cuando la temperatura es de $15 \text{ }^\circ\text{C}$, ¿Qué tiempo (en segundos por día) se atrasará el reloj cuando su temperatura aumenta a $35 \text{ }^\circ\text{C}$?

- a) 16,02 s b) 16,22 s c) 16,42 s d) 16,62 s e) 16,82 s

106. ¿A qué temperatura tendría que calentarse una varilla de latón de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para que sea 1 % más larga de lo que es a $25 \text{ }^\circ\text{C}$?

- a) $551,3 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $552,3 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $553,3 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $554,3 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $555,3 \text{ }^\circ\text{C}$

- 107.** Una rueda cilíndrica de aluminio sólido de masa $m=28,4$ kg, radio $R_0=0,41$ m, coeficiente de dilatación lineal $\alpha=2,5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, gira en torno a su eje en cojinetes sin fricción con velocidad angular $\omega=32,8$ rad/s. Hallar el cambio porcentual que experimenta " ω ", cuando la temperatura se eleva de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a $95 \text{ }^\circ\text{C}$.
- a) 0,315 % b) 0,335 % c) 0,355 % d) 0,375 % e) 0,395 %
- 108.** Una barra de aluminio de longitud " ℓ_0 ", coeficiente de dilatación lineal $\alpha=2,5 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ módulo de Young $E=70$ GPa, está a la temperatura de $T_0=18 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar el esfuerzo que se debe ejercer, para mantener constante la longitud de la barra, cuando la temperatura aumenta a $35 \text{ }^\circ\text{C}$. ($M=10^6$, $G=10^9$)
- a) 29,1 MPa b) 29,1 MPa c) 29,1 MPa d) 29,1 MPa e) 29,1 MPa
- 109.** Una viga I horizontal de acero, con área transversal de $0,041 \text{ m}^2$, se conecta rígidamente a dos vigas de acero verticales. Si la viga I se instaló a la temperatura de $25 \text{ }^\circ\text{C}$. ($\alpha=1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\sigma_r=5 \cdot 10^8$ Pa, $E=2 \cdot 10^{11}$ Pa, $M=10^6$)
- I) ¿Qué esfuerzo se desarrolla en la viga I cuando la temperatura disminuya hasta $-25 \text{ }^\circ\text{C}$?
- a) 110 MPa b) 120 MPa c) 130 MPa d) 140 MPa e) 150 MPa
- II) ¿Se supera la resistencia a la rotura del acero?
- III) ¿Qué esfuerzo se desarrollará si la viga es de concreto y tiene un área transversal de $0,13 \text{ m}^2$? ($\sigma_r=2 \cdot 10^6$ Pa, $E=2 \cdot 10^{10}$ Pa, $M=10^6$)
- a) 10 MPa b) 11 MPa c) 12 MPa d) 13 MPa e) 14 MPa
- IV) Se fractura la viga de concreto.
- 110.** Un barril de $134,122$ cm de diámetro a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ se va a cerrar mediante una banda de hierro. La banda circular tiene un diámetro interior de $134,110$ cm a $20 \text{ }^\circ\text{C}$; mide $9,4$ cm de ancho y $0,65$ cm de espesor.
- I) ¿A qué temperatura se debe calentar la banda de modo que ajuste el barril?
- a) $25,5 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $26,5 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $27,5 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $28,5 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $29,5 \text{ }^\circ\text{C}$
- II) ¿Cuál será la tensión en la banda cuando se enfrié a $20 \text{ }^\circ\text{C}$?
- a) 4,1 kN b) 4,3 kN c) 4,5 kN d) 4,7 kN e) 4,9 kN
- 111.** Una esfera compacta de vidrio, de coeficiente de dilatación cúbica " β ", se pesa tres veces: en el aire y en un líquido a las temperaturas " T_1 " y " T_2 ", los resultados de las pesadas son: " W ", " W_1 " y " W_2 ".
- I) Hallar una expresión para el coeficiente de dilatación cúbica " β_1 " del líquido, en función de " W ", " W_1 ", " W_2 ", " β ", " T_1 " y " T_2 ".
- II) Evaluar la expresión obtenida en I) para: $\beta=27 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $W=98,52$ N, $W_1=65,68$ N, $W_2=66,42$ N, $T_1=20 \text{ }^\circ\text{C}$ y $T_2=40 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) $1,18 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ b) $1,38 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ c) $1,58 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
 d) $1,78 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ e) $1,98 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

III) ¿De qué líquido se trata?

112. Se tiene una esfera de acero sólida de radio $R=10 \text{ cm}$, masa 10 kg y coeficiente de dilatación lineal $\alpha=12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, que gira alrededor de su diámetro con una velocidad angular de $\omega=20 \text{ rad/s}$. Si la esfera aumenta su temperatura en $\Delta T=100 \text{ }^\circ\text{C}$.

I) Hallar la variación que experimenta su momento de inercia (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$).

- a) 90 b) 92 c) 94 d) 96 e) 98

II) Hallar la velocidad angular con la que gira la esfera compacta.

- a) 19,15 rad/s b) 19,25 rad/s c) 19,55 rad/s d) 19,75 rad/s e) 19,95 rad/s

113. En la Fig.05, la barra de longitud $\ell=50 \text{ cm}$ y masa $m=5 \text{ kg}$, que esta a la temperatura de $T_0=0 \text{ }^\circ\text{C}$ puede girar alrededor del eje que pasa por P. Si la barra se calienta hasta $T=100 \text{ }^\circ\text{C}$, en qué porcentaje varia su momento de inercia? ($\alpha=17 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,30 % b) 0,32 % c) 0,34 % d) 0,36 % e) 0,38 %

114. En la Fig.06, el recipiente mostrado contiene un bloque de madera flotando en mercurio. Al aumentar la temperatura del mercurio. Indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I) La densidad del líquido disminuye.
 II) La altura sumergida del bloque aumenta.
 III) El área de la base del bloque de madera aumenta.

- a) FFV b) VFV c) FVF d) VVF e) VFF

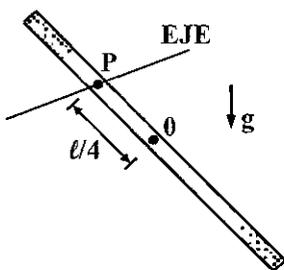


Fig.05

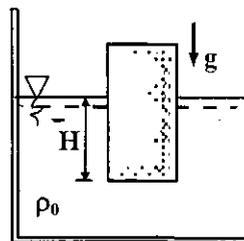


Fig.06

115. Un cilindro de plomo de diámetro $D_0=11 \text{ cm}$, coeficiente de dilatación longitudinal $\alpha=29,4 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ esta a la temperatura de $T_0=40 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar la temperatura a la que ajustará exactamente en un agujero de diámetro igual a $D=10,996 \text{ cm}$.

- a) $23,6 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $24,6 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $25,6 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $26,6 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $27,6 \text{ }^\circ\text{C}$

116. Una varilla delgada de acero de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ oscila co

mo un péndulo físico alrededor de un eje horizontal que pasa por uno de sus extremos. Si la varilla tiene una longitud de $\ell=60$ cm a 20°C . Hallar la variación que experimenta su periodo cuando su temperatura se eleva hasta 30°C . ($\mu=10^{-6}$)

- a) 75,0 μs b) 75,4 μs c) 75,8 μs d) 76,2 μs e) 76,6 μs

117. Un alambre de acero de diámetro $D=0,25$ mm y coeficiente de dilatación lineal $\alpha_A=12\cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$, se sujeta a los extremos de una larga barra de latón de coeficiente de dilatación $\alpha_L=20\cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$. La tensión del alambre a 0°C es nula. Hallar la tensión cuando la barra y el alambre están a 20°C . El módulo de Young del acero es $E=21,6\cdot 10^{10}$ N/m².

- a) 1,29 N b) 1,39 N c) 1,49 N d) 1,59 N e) 1,69 N

118. Un cubo de aluminio de lados $a=20$ cm, densidad $\rho_{Al}=2,7$ g/cm³, coeficiente de dilatación lineal $\alpha_{Al}=24\cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ flota en mercurio de densidad $\rho_{Hg}=13,6$ g/cm³, coeficiente de dilatación volumétrico $\beta=1,8\cdot 10^{-4}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$. ¿Qué altura adicional se sumerge el cubo, cuando la temperatura aumenta desde 270 K hasta 320 K.

- a) 0,20 mm b) 0,25 mm c) 0,30 mm d) 0,35 mm e) 0,40 mm

119. Un trozo de metal de coeficiente de dilatación cúbica $\beta=2\cdot 10^{-4}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ sumergido en cierto líquido experimenta una pérdida de peso de 5,3 N a 0°C y 5,1 N a 100°C . Hallar el coeficiente de dilatación lineal (en $\mu^{\circ}\text{C}^{-1}$) del líquido.

- a) 100 b) 200 c) 300 d) 400 e) 500

120. ¿En qué porcentaje varía, el área de la superficie de un cilindro metálico de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=9\cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$, cuando este se calienta desde 0°C hasta 100°C ?

- a) 0,10 % b) 0,12 % c) 0,14 % d) 0,16 % e) 0,18 %

121. Un cubo de vidrio de masa $m=205$ g, al sumergir en un líquido a 20°C experimenta un empuje de 1 N, y luego al aumentar la temperatura a 100°C experimenta un empuje de 0,997. El coeficiente de dilatación lineal del vidrio es $\alpha_V=9\cdot 10^{-6}$ K^{-1} . Hallar el coeficiente de dilatación volumétrica (en $\mu^{\circ}\text{K}^{-1}$) del líquido.

- a) 84,3 b) 85,3 c) 86,3 d) 87,3 e) 88,3

122. I) A partir de la definición del coeficiente de dilatación volumétrico " β " (a presión constante), demostrar que $\beta=1/T$ en el caso de un gas ideal. II) El valor determinado experimentalmente para " β " del gas nitrógeno N_2 es $0,003673$ K^{-1} a 0°C . Comparar este valor con el teórico $\beta=1/T$, suponiendo que el nitrógeno N_2 es un gas ideal.

123. En la Fig.07, una forma de conseguir un dispositivo con dos puntos cuya separación permanezca invariable a pesar de las variaciones de temperatura es atornillar juntos un extremo de dos barras con diferentes coeficientes de dilatación lineal. I) Demostrar que la distancia " ℓ " no cambia con la temperatura si las longitudes " ℓ_A " y " ℓ_B " se elige de modo que $\ell_A/\ell_B=\alpha_B/\alpha_A$. II) Si el material B es acero y A es latón, y $\ell_A=250$ cm a 0°C ,

¿Cuál es el valor de " ℓ "?

- a) 181,8 cm b) 182,8 cm c) 183,8 cm d) 184,8 cm e) 185,8 cm

124. A la temperatura de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$, se tiende una vía férrea de $\ell_0=1\text{ km}$ de longitud. Al elevarse la temperatura hasta $T=25\text{ }^\circ\text{C}$ la vía férrea se pandea en forma de un triángulo rectángulo. Hallar la altura del triángulo. ($\alpha=1,1\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) 5,04 m b) 5,24 m c) 5,44 m d) 5,64 m e) 5,84 m

125. En la Fig.08, el disco sólido de radio " r " y masa " m " está girando en un espacio sin fricción con velocidad angular " ω_1 " a la temperatura " T_1 ". La temperatura del disco cambia entonces a " T_2 ". Expresar la velocidad angular " ω_2 ", la energía cinética de rotación " E_2 " y el momento angular " L_2 " en función de sus valores respectivos a la temperatura " T_1 " y el coeficiente de dilatación lineal " α " del disco.

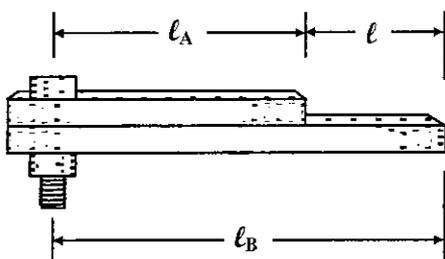


Fig.07

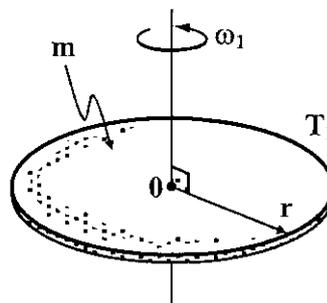


Fig.08

126. A la temperatura de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$ un cascarón esférico de cobre de radios interno " R_1 ", externo " R_2 ", tiene una carga eléctrica " Q " distribuida uniformemente en su volumen. Hallar el cambio porcentual que experimenta la densidad de carga del cascarón, cuando la temperatura se eleva a $T=40\text{ }^\circ\text{C}$. ($\alpha=1,7\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) $+1,02\cdot 10^{-3}\%$ b) $-1,02\cdot 10^{-3}\%$ c) $+4,02\cdot 10^{-3}\%$ d) $-4,02\cdot 10^{-3}\%$ e) $+8,2\cdot 10^{-3}\%$

127. A la temperatura de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$ un anillo de acero de radio $R=10\text{ cm}$, tiene una carga eléctrica de $Q=40\text{ pC}$ distribuida uniformemente en su longitud. ¿En cuantos grados debe aumentar la temperatura, para que el potencial del anillo en un punto situado en su eje de simetría a una distancia de $d=10\text{ cm}$, cambie en $2,7986\text{ mV}$? ¿Es posible esto? ($\alpha=1,1\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $m=10^{-3}$, $p=10^{-12}$, $k=9\cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)

- a) $200\text{ }^\circ\text{C}$ b) $210\text{ }^\circ\text{C}$ c) $220\text{ }^\circ\text{C}$ d) $230\text{ }^\circ\text{C}$ e) $240\text{ }^\circ\text{C}$

128. Una lámina muy delgada tiene una densidad de carga superficial no uniforme, dado por: $\sigma=\sigma_0 x^2 y^2/a^2 b^2$, para $-a\leq x\leq+a$ y $-b\leq y\leq+b$, siendo $\sigma_0=9\text{ nC}/\text{m}^2$ una constante. Hallar la densidad de carga superficial media de la lámina, cuando la temperatura aumenta en $\Delta T=100\text{ }^\circ\text{C}$. ($a=10\text{ cm}$, $b=5\text{ cm}$, $\alpha=1,1\cdot 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $k=9\cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $n=10^{-9}$)

- a) 1 nC/m^2 b) 2 nC/m^2 c) 4 nC/m^2 d) 6 nC/m^2 e) 8 nC/m^2

129. A la temperatura de 20°C el radio interior de un hemisferio hueco muy delgado de acero es de $R=20 \text{ cm}$. Hallar la distancia que se desplaza el centro de masa del hemisferio, cuando la temperatura se eleva en 200°C . ($\alpha=1,1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) $0,12 \text{ mm}$ b) $0,22 \text{ mm}$ c) $0,32 \text{ mm}$ d) $0,42 \text{ mm}$ e) $0,52 \text{ mm}$

130. En la Fig.09, el disco plano homogéneo de masa "m" y radio $R=20 \text{ cm}$ tiene en su borde soldada una billa de masa "m". El disco se libera de su posición de equilibrio AA' a las temperaturas de 20°C y 120°C , respectivamente. Hallar el cambio en el periodo de las pequeñas oscilaciones que realiza el disco. ($\alpha=1,1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)

- a) $0,1 \text{ ms}$ b) $0,2 \text{ ms}$ c) $0,4 \text{ ms}$ d) $0,6 \text{ ms}$ e) $0,8 \text{ ms}$

131. En la Fig.10, el alambre delgado de cobre formado por infinitas semicircunferencias de radios $R, R/2, R/4, \dots$ etc. ($R=20 \text{ cm}$) está a la temperatura de 20°C . Hallar la abscisa (x_c) del centro de masa, cuando la temperatura se eleva en 300°C . ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) $24,12 \text{ cm}$ b) $24,22 \text{ cm}$ c) $24,32 \text{ cm}$ d) $24,42 \text{ cm}$ e) $24,52 \text{ cm}$

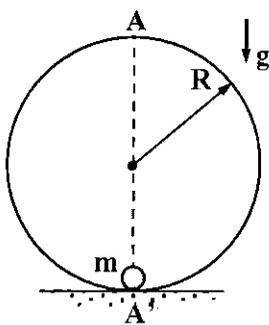


Fig.09

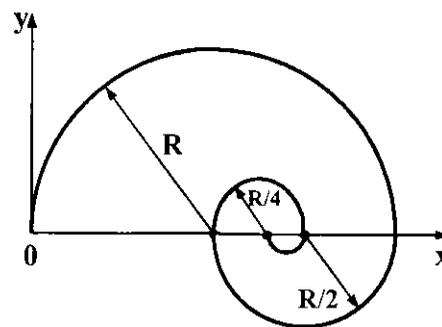


Fig.10

132. A la temperatura de $T_0=20^\circ\text{C}$ se suspende verticalmente de su extremo superior una varilla de cobre de longitud $\ell_0=10 \text{ m}$, coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, módulo de Young $E=11,8 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, densidad de masa $\rho=8,6 \text{ g/cm}^3$, y $g=10 \text{ m/s}^2$.

I) Hallar la deformación total que experimenta la longitud de la varilla, cuando la temperatura se eleva en 50°C .

- a) $8,136 \text{ mm}$ b) $8,236 \text{ mm}$ c) $8,336 \text{ mm}$ d) $8,436 \text{ mm}$ e) $8,536 \text{ mm}$

II) ¿Cuántas veces representa la deformación térmica, respecto de la deformación elástica?

- a) 230 veces b) 232 veces c) 234 veces d) 236 veces e) 238 veces

III) ¿En cuanto se debe elevar la temperatura, para que la deformación térmica sea igual a la elástica?

- a) 0,11 °C b) 0,21 °C c) 0,31 °C d) 0,41 °C e) 0,51 °C

133. En la Fig.11, a la temperatura de 20 °C el bloque de peso $P=5$ N unido al cordón de jebe gira describiendo circunferencias horizontales, con frecuencia de $f=2$ rev/s. El cordón se alarga $x_1=1$ cm bajo la acción de una fuerza de $F_1=6$ N. A continuación se eleva la temperatura hasta 40 °C. ($\alpha=1,1 \cdot 10^{-4}$ °C $^{-1}$, $g=10$ m/s 2)

I) Hallar la deformación total que experimenta la longitud del cordón.

- a) 7,13 cm b) 7,23 cm c) 7,33 cm d) 7,43 cm e) 7,53 cm

II) ¿Cuántas veces representa la deformación elástica respecto de la deformación térmica?

- 50 veces v) 55 veces c) 60 veces d) 65 veces e) 70 veces

134. En la Fig.12, a la temperatura de 20 °C la mitad del anillo de cobre circular muy delgado de radio $R=50$ cm, tiene una densidad de carga lineal uniforme de $\lambda=4$ nC/m. El punto P está a una distancia de $d=\sqrt{3}R$ del centro O de la mitad del anillo. Hallar la magnitud del campo eléctrico en P, cuando la temperatura del anillo se eleva en 80 °C. ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5}$ °C $^{-1}$, $k=9 \cdot 10^9$ N·m 2 /C 2 , $n=10^{-9}$)

- a) 52,105 N/C b) 52,205 N/C c) 52,305 N/C d) 52,405 N/C e) 52,505 N/C

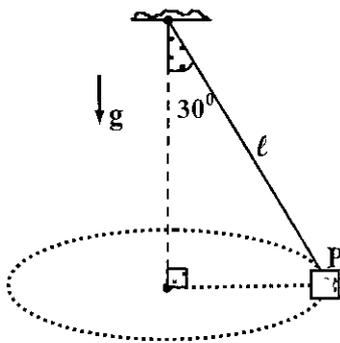


Fig.11

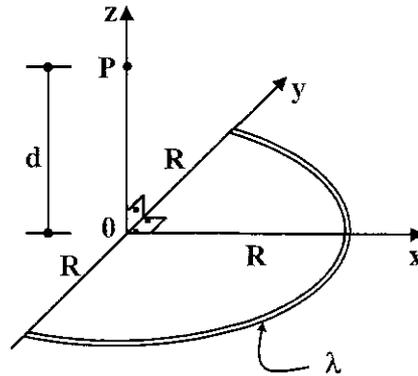


Fig.12

135. A un alambre de cobre de masa $m=36$ g, longitud $\ell=1$ m, densidad de masa $\rho=8,5$ g/cm 3 , coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,7 \cdot 10^{-5}$ °C $^{-1}$, y módulo de Young $E=11,8 \cdot 10^{10}$ Pa que está a la temperatura de 20 °C se le aplica una tracción de $F=500$ N. Luego, se eleva la temperatura del alambre hasta 120 °C, hallar la deformación total que experimenta la longitud del alambre.

- a) 2,502 mm b) 2,602 mm c) 2,702 mm d) 2,802 mm e) 2,902 mm

136. A la temperatura de 20 °C una barra de acero de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,1 \cdot 10^{-5}$ °C $^{-1}$, densidad de masa $\rho=7,9$ g/cm 3 , esfuerzo de rotura $\sigma_r=5,7 \cdot 10^8$ Pa gira uniformemente en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su centro. Esta barra se rompe cuando la velocidad angular de giro es de $\omega=760$ rad/s. Si detene

mos el giro de la barra, y elevamos la temperatura a 220 °C. ¿Cuál es la longitud final de la barra?

- a) 100,09 cm b) 100,19 cm c) 100,29 cm d) 100,39 cm e) 100,49 cm

137. A la temperatura de 20 °C un anillo de cobre delgado de radio 20 cm tiene una densidad lineal de masa, dado por: $\lambda(\theta) = \lambda_0(3 \sin \theta + 4 \cos \theta + 5)$, donde $\lambda_0 = 0,16 \text{ g/cm}$ es una constante, y " θ " es el ángulo polar. Hallar la densidad lineal de masa media del anillo, a la temperatura de 120 °C. ($\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

- a) 0,5 g/cm b) 0,6 g/cm c) 0,7 g/cm d) 0,8 g/cm e) 0,9 g/cm

138. En la Fig.13, a la temperatura ambiente el anillo muy delgado de radio $R = 10 \text{ cm}$, tiene una densidad de carga lineal uniforme de $\lambda = 400 \text{ pC/m}$. ¿Cuántos grados debe elevarse la temperatura del anillo, para que la magnitud de la fuerza eléctrica sobre la carga puntual $q_0 = 5 \text{ pC}$, situada a la distancia $d = 10 \text{ cm}$, cambie en $\Delta F = 1 \text{ pN}$? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $n = 10^{-9}$, $p = 10^{-12}$)

- a) 48,6 °C b) 49,6 °C c) 50,6 °C d) 51,6 °C e) 52,6 °C

139. En la Fig.14, el alambre muy delgado en forma de semicircunferencia de radio $R = 40 \text{ cm}$ tiene una densidad de carga lineal uniforme de $\lambda = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}$ a la temperatura de 20 °C. Hallar el valor del cambio porcentual que experimenta la magnitud de la fuerza sobre la carga de prueba $q = 6 \text{ } \mu\text{C}$, al ser calentado el alambre en 120 °C. ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $m = 10^{-3}$, $\mu = 10^{-6}$)

- a) 0,11 % b) 0,21 % c) 0,31 % d) 0,41 % e) 0,51 %

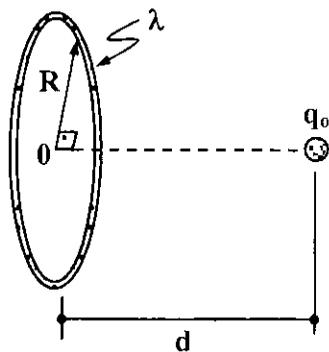


Fig.13

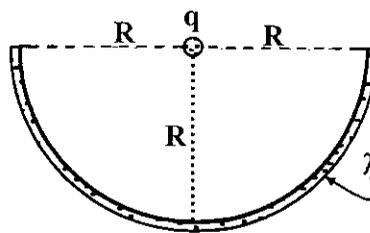


Fig.14

140. En la Fig.15, a temperatura ambiente con un alambre fino se forma el cuadrante de circunferencia de radio $a = 50 \text{ cm}$ y dos segmentos rectilíneos, y se le suministra una densidad de carga lineal uniforme de $\lambda = +5 \cdot 10^{-10} \text{ C/m}$. Hallar la magnitud del campo eléctrico en el punto 0, cuando el alambre de coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, se calienta en 200 °C. ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$)

- a) 21,3 N/C b) 23,3 N/C c) 25,3 N/C d) 27,3 N/C e) 29,3 N/C

141. En la Fig.16, la barra homogénea de acero de longitud $\ell=1,2$ m se deja caer de la posición vertical sobre el piso horizontal liso a la temperatura de 20°C . Luego, la barra se calienta hasta 520°C y se deja caer nuevamente. Hallar el cambio porcentual que experimenta la rapidez del extremo superior del palo para el instante en que este choca contra el piso? ($\alpha=1,1\cdot 10^{-5}^\circ\text{C}^{-1}$, $g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 0,1 % b) 0,3 % c) 0,5 % d) 0,7 % e) 0,9 %

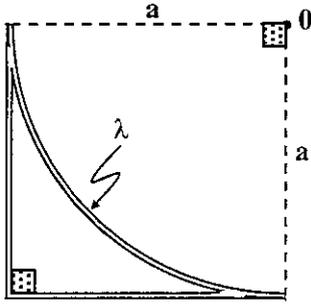


Fig.15

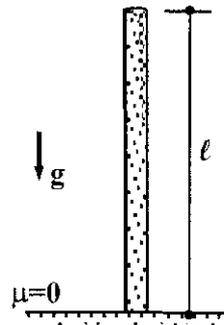


Fig.16

142.Cuál es la temperatura más probable cerca del fondo de un lago con hielo en la superficie? ¿Por qué razón?

- a) 2°C b) 4°C c) 6°C d) 8°C e) 10°C

143. En un calorímetro de equivalente en agua 40 g , que contiene 360 g de agua a la temperatura de 10°C , se introduce un cuerpo de 100 g de masa que está a 120°C . Hallar el calor específico (en $\text{cal/g}\cdot^\circ\text{C}$) del cuerpo, si la temperatura de equilibrio del sistema es de 40°C

- a) 1,1 b) 1,2 c) 1,3 d) 1,4 e) 1,5

144. En un calorímetro de equivalente en agua 55 g , que contiene 500 g de agua a 0°C , se introduce $0,5\text{ kg}$ de cobre a 200°C . Hallar la temperatura del equilibrio térmico. (El calor específico del cobre es $0,09\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$)

- a) 11°C b) 13°C c) 15°C d) 17°C e) 19°C

145. Cuando un trozo de hierro de 290 g a una temperatura de 190°C se sumerge en 259 g de glicerina que se encuentran en un calorímetro de aluminio de 100 g a 10°C , se observa una temperatura final de 38°C , ¿Cuál es el calor específico (en $\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$) de la glicerina? ($c_{\text{Fe}}=450\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $c_{\text{Al}}=900\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)

- a) 2358 b) 2368 c) 2378 d) 2388 e) 3398

146. Una sustancia de masa 220 g se calienta hasta 330°C y se introduce en un calorímetro de aluminio de 90 g que contiene 150 g de agua a $11,5^\circ\text{C}$, la temperatura final, medida con un termómetro de vidrio de masa 17 g es $33,8^\circ\text{C}$. Hallar el calor específico (en $\text{J/kg}\cdot^\circ\text{C}$) de la sustancia ($c_{\text{Al}}=900\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $c_{\text{H}_2\text{O}}=4186\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $c_{\text{V}}=840\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)

- a) 217,5 b) 227,5 c) 237,5 d) 247,5 e) 257,5

147. Una olla con base de acero de espesor $d=8,50$ mm y área de $A=0,150$ m² descansa en una estufa caliente. El agua dentro de la olla está a $T_A=100$ °C y se evaporan $m=0,390$ kg cada $t=30$ minutos. Hallar la temperatura de la superficie interior de la olla, que está en contacto con la estufa. ($L_v=2256$ kJ/kg, $k=50,2$ W/m·K)

- a) 101,5 °C b) 102,5 °C c) 103,5 °C d) 104,5 °C e) 105,5 °C

148. I) Se agregan 8950 J de calor a 3 moles de hierro. Hallar el aumento de temperatura del hierro, sabiendo que $C=26,3$ J/mol·K.

- a) 114,7 °C b) 115,7 °C c) 116,7 °C d) 117,7 °C e) 118,7 °C

II) Si se añade la misma cantidad de calor a 3,0 kg de hierro, ¿Cuánto subirá su temperatura, sabiendo que $c=470$ J/kg·K.

- a) 6,15 °C b) 6,25 °C c) 6,35 °C d) 6,45 °C e) 6,55 °C

149. En la Fig. 17, la cabeza de 0,50 kg de un martillo tiene una velocidad de 6,0 m/s justo antes de golpear el clavo de hierro de 20 g y quedar en reposo. Hallar el aumento de temperatura del clavo generada por 10 golpes sucesivos del martillo. Suponer que el clavo absorbe todo el calor. ($c_{Fe}=450$ J/kg·°C)

- a) 6° C b) 10° C c) 8° C d) 12° C e) 14° C

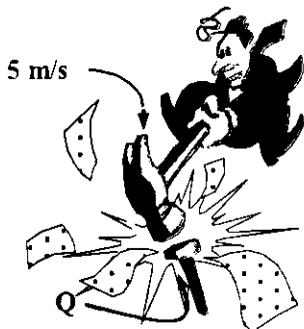


Fig.17

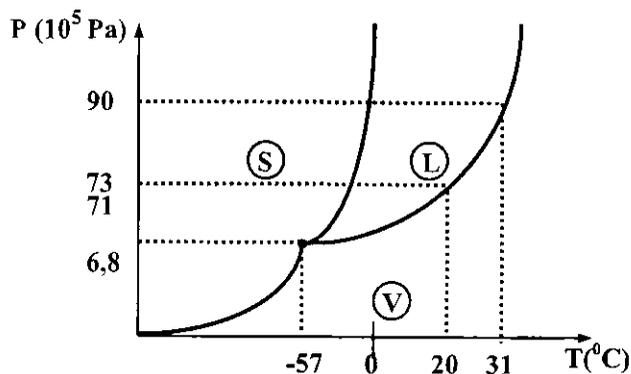


Fig.18

150. Una bala de plomo de 25 g moviéndose a 400 m/s atraviesa una delgada pared de hierro y emerge de ella con una velocidad de 250 m/s. Si la bala absorbe el 50% del calor que se genera. ($T_F=327$ °C, $c_{pb}=130$ J/kg·°C)

I) ¿Cuál será el aumento de temperatura de la bala?

- a) 181,5 °C b) 183,5 °C c) 185,5 °C d) 187,5 °C e) 189,5 °C

II) Si la temperatura ambiente es de 20° C, ¿Se fundirá alguna parte de la bala? Y si esto sucede ¿Qué cantidad se funde?

- a) 0 g b) 5 g c) 10 g d) 15 g e) 20 g

- 151.** ¿En cuánto tiempo una cafetera de 500 W hervirá 0,45 lt de agua que se encuentran inicialmente a 10°C ? Suponer que la parte de la cafetera que se calienta junto con el agua es de aluminio y tiene una masa de 400 g. ($c_{\text{H}_2\text{O}} = 4186 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_{\text{Al}} = 900 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)
- a) 1,7 min b) 2,7 min c) 4,7 min d) 6,7 min e) 8,7 min
- 152.** Una caja con fruta, con masa de $m=35,0 \text{ kg}$ y calor específico de $c=3650 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ baja deslizándose por una rampa de longitud $d=8 \text{ m}$, que está inclinada $\theta=36,9^{\circ}$ respecto de la horizontal.
- D) Si la caja estaba en reposo arriba de la rampa y tiene una rapidez de $v=2,50 \text{ m/s}$ en la base. ¿Cuánto trabajo efectuó la fricción sobre ella?
- a) -1539,06 J b) -1539,26 J c) -1539,46 J d) -1539,66 J e) -1539,86 J
- II) Si una cantidad de calor igual a la magnitud de dicho trabajo pasa a la fruta y ésta alcanza una temperatura final uniforme, ¿qué magnitud tiene el cambio de temperatura?
- a) $1,01 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $1,21 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $1,41 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $1,61 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $1,81 \cdot 10^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}$
- 153.** Una bola de metal de 2 kg se suelta desde 160 m de altura y al impactar sobre el piso se eleva hasta la mitad de la altura inicial. Si la cuarta parte de la energía que se transformó en calor se disipa al medio exterior. Hallar el incremento de su temperatura ($c_e=200 \text{ J/kg }^{\circ}\text{C}$ y $g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 1°C b) 2°C c) 3°C d) 4°C e) 5°C
- 154.** Si la cantidad de calor necesario para aumentar en 100°C la temperatura de 10 kg de un metal es 100 kcal. Hallar el porcentaje de calor cedido al medio ambiente. ($c_e=85 \text{ cal/kg }^{\circ}\text{C}$)
- a) 10 % b) 15 % c) 20 % d) 25 % e) 30 %
- 155.** Sobre un carrito de masa $m=7 \text{ kg}$, que se mueve por inercia con rapidez de $v=4 \text{ m/s}$, se coloca desde arriba un ladrillo de masa $M=1 \text{ kg}$. Hallar la cantidad de calor desprendido en el proceso. ($1 \text{ J} = 0,25 \text{ cal}$)
- a) 1,00 cal b) 1,25 cal c) 1,50 cal d) 1,75 cal e) 2,00 cal
- 156.** ¿Con qué velocidad se debe lanzar un bloque de hielo a 0°C , contra una pared, tal que cambie de fase íntegramente (agua líquida a 0°C). Calor latente de fusión del agua igual a 320 kJ/kg .
- a) 600 m/s b) 650 m/s c) 700 m/s d) 750 m/s e) 800 m/s
- 157.** ¿Cuál es la temperatura de equilibrio final cuando 10 g de leche a 10°C se agregan a 160 g de café a 90°C ? Despreciar la capacidad calorífica del recipiente.
- a) $85,17^{\circ}\text{C}$ b) $85,27^{\circ}\text{C}$ c) $85,37^{\circ}\text{C}$ d) $85,47^{\circ}\text{C}$ e) $85,57^{\circ}\text{C}$
- 158.** I) Un calorímetro contiene 500 ml de agua a 30°C y 25 g de hielo a 0°C . Hallar la temperatura final del sistema.

- a) 25,17 °C b) 25,37 °C c) 25,57 °C d) 25,77 °C e) 25,97 °C
- II) Repetir el inciso I) si 250 g de hielo están presentes inicialmente a 0 °C.
- a) 0 °C b) 5 °C c) 10 °C d) 15 °C e) 20 °C
- 159.** Una herradura de hierro de masa 1,5 kg, calor específico $c_e=0,1097 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ inicialmente a 600 °C se sumerge en una cubeta que contiene 20 kg de agua a 25 °C. ¿Cuál es la temperatura final? Despreciar la capacidad calorífica de la cubeta.
- a) 29,39 °C b) 29,49 °C c) 29,59 °C d) 29,69 °C e) 29,79 °C
- 160.** La temperatura del aire en áreas costeras se ve influida considerablemente por el gran calor específico del agua $c_e=4190 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$. Una razón es que el calor liberado cuando 1 m³ de agua se enfría 1,0 °C aumentará la temperatura de un volumen enormemente más grande de aire en 1,0 °C. Hallar este volumen de aire. El calor específico del aire es aproximadamente 1,0 kJ/kg·°C y su densidad 1,25 kg/m³.
- a) 3312 m³ b) 3322 m³ c) 3332 m³ d) 3342 m³ e) 3352 m³
- 161.** Si 200 g de agua están contenidos en un recipiente de aluminio de 300 g a 10 °C y 100 g adicionales de agua a 100 °C se vierten en el recipiente. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio final del sistema? ($c_{Al}=0,2079 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$)
- a) 34,0 °C b) 34,2 °C c) 34,4 °C d) 34,6 °C e) 34,8 °C
- 162.** Un estudiante inhala aire a 22 °C y exhala aire a 37 °C. El volumen promedio del aire en una respiración es de 200 cm³. Ignore la evaporación del agua en el aire y calcule la cantidad de calor absorbido en un día por el aire respirado por el estudiante. La densidad del aire es aproximadamente igual a 1,25 kg/m³, y su calor específico de 1000 J/kg·°C.
- a) 100 kJ b) 102 kJ c) 104 kJ d) 106 kJ e) 108 kJ
- 163.** En la Fig.18, las preguntas se refieren al diagrama de fase del CO₂ (hielo seco), que se muestra. El gráfico no está trazado a escala uniforme.
- I) Si el CO₂ estuviera sometido a una presión de $70\cdot 10^5 \text{ Pa}$ y a una temperatura de -80° C. ¿En que fase se encuentra?
- a) sólida b) líquida c) gaseosa
- II) Cierta masa de CO₂, en las mismas condiciones de temperatura y presión que en aula de clases (aproximadamente 10^5 Pa y 20° C) ¿En qué fase se hallará?
- a) sólida b) líquida c) gaseosa
- III) En un recipiente se tiene CO₂ líquido a una presión de $73\cdot 10^5 \text{ Pa}$. Al calentarlo y manteniendo constante la presión que se ejerce sobre el, ¿A qué temperatura empezará a vaporizarse?
- a) 10° C b) 15° C c) 20° C d) 25° C e) 30° C

- IV) ¿A qué presión y temperatura debemos someter el CO_2 para que sea posible encontrarlo, simultáneamente en las tres fases?
- a) $6,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, -51°C b) $6,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, -59°C c) $6,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, -53°C
 d) $6,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, -55°C e) $6,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, -57°C
- V) Considere un trozo de "hielo seco" a una presión de $3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ manteniendo constante esta presión y calentándolo dicho trozo, cambiará de fase al llegar a cierta temperatura. ¿Cuál será este cambio de fase?
- a) sublimación b) fusión c) solidificación
 d) vaporización e) condensación
- VI) Un recipiente contiene una mezcla de CO_2 , en los estados sólido, líquido y gaseoso, con los tres en equilibrio. La temperatura se mantiene constante y se aumenta la presión ejercida sobre la mezcla. ¿En qué fase, entonces, se presentará toda la masa de CO_2 ?
- a) sólida b) líquida c) gaseosa
164. Una resistencia recibe de una fuente eléctrica una potencia de 500 vatios. El bloque de hielo en donde se encuentra el resistor es de 716,7 gramos a 0°C . Encontrar después de cuántos minutos se logrará fundir íntegramente el hielo. ($L_F = 80 \text{ cal/g}$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)
- a) 1 min b) 2 min c) 4 min d) 6 min e) 8 min

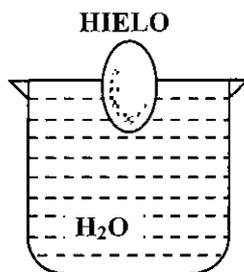


Fig.19

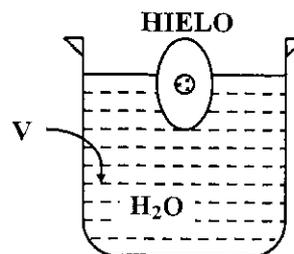


Fig.20

165. ¿Cuánto calor debe agregarse a 20 g de aluminio a 20°C para fundirlo completamente? ($c_e = 0,2079 \text{ cal/g} \cdot ^\circ \text{C}$, $L_F = 76,8 \text{ cal/g}$, $T_F = 658^\circ \text{C}$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)
- a) 11,5 kJ b) 13,5 kJ c) 15,5 kJ d) 17,5 kJ e) 19,5 kJ
166. La Fig. 19, muestra un bloque de hielo masa $m = 10 \text{ kg}$ sumergido parcialmente en agua. Si el recipiente se encuentra completamente lleno con agua, cuando el hielo se derrite. ¿Cuánto (en kg) de agua se derrama?
- a) 1 kg b) 2 kg c) 3 kg d) 4 kg e) 0 kg
167. En la Fig. 20, en el vaso con agua está sumergido parcialmente un bloque de hielo que contiene una billa metálica, ¿Al derretirse el hielo, que sucede con el nivel del agua?
- a) El nivel de agua baja b) El nivel de agua sube c) El nivel de agua se mantiene

- 168.** Con un litro de agua a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ se prepara té helado. ¿Qué cantidad de hielo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ debe agregarse para reducir la temperatura del té a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? ($L_F=80\text{ cal/g}$)
- a) 0,18 kg b) 0,22 kg c) 0,26 kg d) 0,30 kg e) 0,34 kg
- 169.** Un calentador de agua funciona mediante potencia solar. Si el colector solar tiene un área de $6,0\text{ m}^2$ y la intensidad de energía entregada por la luz solar es de 550 W/m^2 . ¿Qué tiempo tarda en aumentar la temperatura de $1,0\text{ m}^3$ de agua de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- a) 14 h 6 min 21,9 s b) 14 h 6 min 23,9 s c) 14 h 6 min 25,9 s
d) 14 h 6 min 27,9 s e) 14 h 6 min 29,9 s
- 170.** Si 90 g de plomo fundido de calor específico $c_e=0,0309\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ a la temperatura de $327,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ se vierten en una pieza de 300 g de hierro inicialmente a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es la temperatura final del sistema. (Suponer que no hay pérdidas de calor)
- a) $58,12\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $58,32\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $58,52\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $58,72\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $58,92\text{ }^{\circ}\text{C}$
- 171.** El láser del Instituto de Investigación de la Facultad de Ingeniería Electrónica, puede entregar una potencia de $P=1,6\cdot 10^{15}\text{ W}$ durante un intervalo de tiempo de $\Delta t=2,5\text{ ms}$. ¿Cuántas veces representa la energía utilizada para calentar una olla de té de masa $m=0,8\text{ kg}$, en $\Delta T=80\text{ }^{\circ}\text{C}$, que la energía entregada por el láser? ($c_{\text{Agua}}=4\ 186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)
- a) 6,1 veces b) 6,3 veces c) 6,5 veces d) 6,7 veces e) 6,9 veces
- 172.** En el aparato de Joule la masa de cada uno de los bloques es de $m=1,5\text{ kg}$, y el tanque aislado se llena con $M=200\text{ g}$ de agua. Hallar el aumento de la temperatura del agua, después que los bloques descienden una altura de $h=3\text{ m}$. ($g=9,8\text{ m/s}^2$, $c_{\text{Agua}}=4\ 186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)
- a) $0,105\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $0,125\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $0,145\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $0,165\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $0,185\text{ }^{\circ}\text{C}$
- 173.** Una taza de aluminio de masa $m=200\text{ g}$ contiene una masa $M=800\text{ g}$ de agua en equilibrio térmico a $T=80\text{ }^{\circ}\text{C}$. La combinación de taza y agua se enfría uniformemente de modo que la temperatura desciende en $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ por minuto. Hallar la rapidez con que se pierde energía en forma de calor. ($c_{\text{Al}}=900\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_{\text{Agua}}=4186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)
- a) 85,2 W b) 86,2 W c) 87,2 W d) 88,2 W e) 89,2 W
- 174.** Dos recipientes térmicamente aislados están conectados herméticamente por un tubo con la válvula inicialmente cerrada. El primer recipiente de volumen $V_1=16,8\text{ lt}$ contiene oxígeno a la temperatura de $T_1=300\text{ K}$ y presión de $P_1=1,75\text{ atm}$, y el otro recipiente de volumen $V_2=22,4\text{ lt}$ contiene oxígeno a la temperatura de $T_2=450\text{ K}$ y presión de $P_2=2,25\text{ atm}$. Cuando la válvula se abre, los gases de los dos recipientes se mezclan, y la temperatura y presión se hacen uniformes en todo el sistema. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- I) Hallar la temperatura final de la mezcla.
- a) 370 K b) 375 K c) 380 K d) 385 K e) 390 K

II) Hallar la presión final de la mezcla.

- a) 2,03 atm b) 2,13 atm c) 2,23 atm d) 2,33 atm e) 243 atm

175. Un mol de un gas ideal, inicialmente a 300 K se enfría a volumen constante de modo que la presión final es un cuarto de la presión inicial. Entonces, el gas se expande a presión constante hasta alcanzar la temperatura inicial. Hallar el trabajo realizado por el gas ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) +1,87 kJ b) -1,87 kJ c) +1,67 kJ d) -1,67 kJ e) +1,47 kJ

176. Un anillo de cobre de masa $m_1=25 \text{ g}$, coeficiente de dilatación lineal $\alpha_1=1,7\cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, y calor específico $c_1=9,24\cdot 10^{-2} \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ tiene un diámetro $D_1=5 \text{ cm}$ a la temperatura de $T_1=15 \text{ }^\circ\text{C}$. Una capa de aluminio esférico de masa $m_2=10,9 \text{ g}$, coeficiente de dilatación lineal $\alpha_2=2,4\cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y calor específico $c_2=0,215 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ tiene un diámetro $D_2=5,01 \text{ cm}$ a una temperatura mayor de $T_2=15 \text{ }^\circ\text{C}$. La esfera se pone en la parte superior del anillo horizontal, y se deja que los dos lleguen al equilibrio térmico sin ningún intercambio de energía con el entorno. Tan pronto como la esfera y el anillo alcanzan el equilibrio térmico la esfera apenas pasa por el anillo.

II) Hallar la temperatura de equilibrio " T_e ".

- a) 61,1 $^\circ\text{C}$ b) 62,1 $^\circ\text{C}$ c) 63,1 $^\circ\text{C}$ d) 64,1 $^\circ\text{C}$ e) 65,1 $^\circ\text{C}$

II) Hallar la temperatura inicial de la capa esférica.

- a) 111,6 $^\circ\text{C}$ b) 112,6 $^\circ\text{C}$ c) 113,6 $^\circ\text{C}$ d) 114,6 $^\circ\text{C}$ e) 115,6 $^\circ\text{C}$

177. Un calorímetro de aluminio de masa $m_1=100 \text{ g}$ contiene $m_2=200 \text{ g}$ de agua, ambos están en equilibrio térmico a $T_1=10 \text{ }^\circ\text{C}$. Dos bloques metálicos se ponen en el agua, el primero de cobre de masa $m_3=50 \text{ g}$ a $T_3=80 \text{ }^\circ\text{C}$ y el segundo desconocido de masa $m_4=70 \text{ g}$ a $T_4=100 \text{ }^\circ\text{C}$. Todo el sistema se estabiliza a la temperatura de $T_e=20 \text{ }^\circ\text{C}$. ($c_1=0,215 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, $c_2=1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, $c_3=0,0924 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$)

I) Hallar el calor específico " c_4 " (en $\text{cal/g}\cdot^\circ\text{C}$) de la muestra desconocida.

- a) 0,415 b) 0,435 c) 0,455 d) 0,475 e) 0,495

II) La muestra desconocida que tipo de metal es.

- a) cobre b) plata c) oro berilio e) aluminio

178. Un bloque de cobre de masa $m_1=1 \text{ kg}$ a $T_1=20 \text{ }^\circ\text{C}$ se pone en un gran recipiente de nitrógeno líquido a $T_2=77,3 \text{ K}$. ¿Cuántos kilogramos de nitrógeno hierven para cuando el cobre llega a $77,3 \text{ K}$? ($c_1=0,092 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, $L_2=48 \text{ cal/g}$.)

- a) 411,4 g b) 413,4 g c) 415,4 g d) 417,4 g e) 419,4 g

179. Un esquiador de masa $m=75 \text{ kg}$ se desliza sobre hielo que está a la temperatura de $T=0$

$^{\circ}\text{C}$. Asumiendo que toda la energía interna generada por fricción se agrega a la nieve, y que el coeficiente de fricción entre los esquís y el hielo es $\mu=0,2$. Hallar la distancia que debe recorrer el esquiador, para que se derrita un $M=1$ kg de hielo. ($L_F=3,3\cdot 10^5$ J/kg, $g=9,8$ m/s 2)

- a) 2 245 m b) 2 255 m c) 2 265 m d) 2 275 m e) 2 285 m

180. Nitrógeno líquido de masa $m_1=100$ g a $T_1=77,3$ se agita en un vaso que contiene una masa $m_2=200$ g de agua a $T_2=5$ $^{\circ}\text{C}$. Si el nitrógeno sale de la solución tan pronto como se convierte en gas, ¿Cuánta agua se congela? (Calor latente de vaporización del nitrógeno y fusión del agua son: $L_1=48$ cal/g y $L_2=79,6$ cal/g, 1 cal= $4,186$ J)

- a) 45,8 g b) 46,8 g c) 47,8 g d) 48,8 g e) 49,8 g

181. Un estudiante introduce en su bolsillo monedas de cobre de masa $m_1=9$ g a $T_1=-12$ $^{\circ}\text{C}$. Su bolsillo ya contiene monedas de plata de masa $m_2=14$ g a $T_2=30$ $^{\circ}\text{C}$. Después de cierto tiempo la temperatura de las monedas de cobre es de $T_1'=4$ $^{\circ}\text{C}$ y su temperatura está aumentando a razón de $R_1=0,5$ $^{\circ}\text{C/s}$. ($c_1=387$ J/kg $\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_2=234$ J/kg $\cdot^{\circ}\text{C}$)

I) Hallar la temperatura T_2' de las monedas de plata.

- a) 10 $^{\circ}\text{C}$ b) 11 $^{\circ}\text{C}$ c) 12 $^{\circ}\text{C}$ d) 13 $^{\circ}\text{C}$ e) 14 $^{\circ}\text{C}$

II) Hallar la rapidez con que cambia la temperatura de las monedas de plata.

- a) $+0,132$ $^{\circ}\text{C/s}$ b) $-0,132$ $^{\circ}\text{C/s}$ c) $+0,532$ $^{\circ}\text{C/s}$ d) $-0,532$ $^{\circ}\text{C/s}$ e) $+0,332$ $^{\circ}\text{C/s}$

III) ¿Después de que tiempo las monedas alcanzan la temperatura T_1' , T_2' ?

- a) 31 s b) 32 s c) 33 s d) 34 s e) 35 s

182. Una varilla de aluminio de longitud $\ell=0,5$ m, y área de sección $A=2,5$ cm 2 a la temperatura de $T_1=4,2$ K se inserta en un recipiente térmicamente aislado que contiene helio líquido a $T_2=300$ K. ($k_{Al}=31$ W/cm \cdot K, $c_{Al}=0,21$ cal/g $\cdot^{\circ}\text{C}$, $\rho=2,7$ g/cm 3 , $\rho_{He}=0,125$ g/cm 3 , $L_{v,He}=2,09\cdot 10^4$ J/kg)

I) Si la mitad de la varilla se inserta en el helio, ¿Cuántos litros de helio hierven para el tiempo en que la mitad insertada se enfría a 4,2 K? (Suponga que la mitad superior no se enfría todavía)

- a) 16,17 lt b) 16,37 lt c) 16,57 lt d) 16,77 lt e) 16,97 lt

II) Si el extremo superior de la varilla se mantiene a 300 K, ¿Cuál es la rapidez aproximada de ebullición del helio líquido después que la mitad inferior ha llegado a 4,2 K?

- a) 351 cm 3 /s b) 353 cm 3 /s c) 355 cm 3 /s d) 357 cm 3 /s e) 359 cm 3 /s

183. Después de una colisión entre una nave espacial grande y un asteroide, un disco de cobre de radio $R_0=28$ m y espesor $s=1,2$ m a la temperatura de $T_0=850$ $^{\circ}\text{C}$, flota en el espa

cio, girando alrededor de su eje con una rapidez angular de $\omega=25$ rad/s. Debido a que el disco irradia luz infrarroja su temperatura desciende a $T=20$ °C. No hay par de torsión externo sobre el disco. ($\alpha=1,7 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, $c_e=387$ J/kg·°C, $\rho=8,92$ g/cm³, $G=10^9$, $T=10^{12}$)

I) Hallar el cambio de energía cinética del disco.

- a) 92,1 GJ b) 92,3 GJ c) 92,5 GJ d) 92,7 GJ e) 92,9 GJ

II) Hallar el cambio en la energía interna del disco.

- a) -8,41 TJ b) -8,43 T c) -8,45 TJ d) -8,47 TJ e) -8,49 TJ

III) Hallar la cantidad de energía que irradia el disco.

- a) 8,30 TJ b) 8,32 TJ c) 8,34 TJ d) 8,36 TJ e) 8,38 TJ

184. Un meteorito de aluminio de masa $m=670$ kg, que está lejos de la Tierra a la temperatura de $T_0=-15$ °C se mueve con rapidez de $v=14$ km/s respecto de la Tierra. Cuando choca con la Tierra, su energía interna adicional resultante es compartida por igual entre el meteoro y la Tierra. El calor específico del aluminio sólido $c_e=900$ J/kg·°C y el del líquido y gaseoso es de $c_e=1$ 170 J/kg·°C, $L_F=3,97 \cdot 10^5$ J/kg, $L_V=1,14 \cdot 10^7$ J/kg, $T_F=660$ °C, $T_V=2450$ °C, $G=6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg², $M_T=5,98 \cdot 10^{24}$ kg, $R_T=6,37 \cdot 10^3$ km Hallar la temperatura final que alcanza el meteorito.

- a) 58607 °C b) 58627 °C c) 58647 °C d) 58667 °C e) 58687 °C

185. I) La fuerza de fricción cinética entre una rueda de hierro y una placa de hierro es de $f=50$ N. La rapidez relativa entre la rueda y la placa es de $v=40$ m/s. Hallar la rapidez con la que la energía mecánica se transforma en energía interna.

- a) 1,0 kW b) 1,5 kW c) 2,0 kW d) 2,5 kW e) 3,0 kW

II) La placa y la rueda de masas iguales a $m=5$ kg, reciben cada una de ellas 50 % de la energía interna. Si el sistema funciona durante $t=10$ s. Hallar el aumento de la temperatura que experimenta el sistema. ($c_e=0,107$ cal/g·°C, 1 J=0,2389 cal)

- a) 4,17 °C b) 4,27 °C c) 4,37 °C d) 4,47 °C e) 4,57 °C

186. La potencia solar por unidad de área que llega a la superficie reflectora de diámetro $D=6600$ m de una estufa solar es de $R=600$ W/m². Asumiendo que el 40 % de la energía incidente se transfiere a un volumen de $V=0,5$ lt de agua a la temperatura de inicial de $T_0=20$ °C. Hallar el tiempo que tarda en hervir completamente el agua. Desprecie la capacidad calorífica del recipiente que contiene al agua de $c_e=4186$ J/kg·°C y $L_V=2,26 \cdot 10^6$ J/kg)

- a) 5,11 h b) 5,21 h c) 5,31 h d) 5,41 h e) 5,51 h

187. En una tetera eléctrica está hirviendo agua. La potencia absorbida por el agua es de $P=1$ kW. Suponiendo que la presión de vapor de la tetera es igual al de la presión atmosférica

rica, hallar la rapidez de efusión de vapor del pico de la tetera, si este tiene un área de sección transversal de $A=2 \text{ cm}^2$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $P_0=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$, $M=0,018 \text{ kg/mol}$, $L_V=2,26\cdot 10^6 \text{ J/kg}$)

- a) 3,16 m/s b) 3,36 m/s c) 3,56 m/s d) 3,76 m/s e) 3,96 m/s

188. Se fabrican cuatro bloques de masa 200 g de cobre, aluminio, plata y plomo, respectivamente, todos con la misma masa y la misma área de su base (aunque de alturas diferentes). La temperatura de cada bloque se eleva de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a $100 \text{ }^\circ\text{C}$ aplicando calor a razón de 200 J/s . Hallar el valor de la expresión: $\xi=t_1\cdot t_3/t_2\cdot t_4$, donde t_1 , t_2 , t_3 y t_4 son los tiempos que tardan los bloques en llegar a $100 \text{ }^\circ\text{C}$. ($c_{\text{Cu}}=390 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $c_{\text{Al}}=920 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $c_{\text{Ag}}=230 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $c_{\text{Pb}}=130 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$)

- a) 1/2 b) 2/3 c) 3/4 d) 3/2 e) 4/5

189. El calor corporal liberado por los niños en una escuela genera un calentamiento del edificio. Los alimentos que ingiere diariamente cada niño equivalen a una energía química de 2 kcal, estos alimentos se consumen a una tasa estable. ¿Cuántos kilowatios de calor liberan 1000 niños? (1 kcal=4187 J, la jornada escolar es de 7 horas diarias)

- a) 330 kW b) 332 kW c) 334 kW d) 336 kW e) 338 kW

190. Una planta núcleo eléctrica toma un volumen de $V=5\cdot 10^6 \text{ m}^3$ de agua de enfriamiento por día de un río y expulsa una potencia de $P_r=1200$ de calor residual en esta agua. Si la temperatura de flujo de entrada de agua es de $T_0=20 \text{ }^\circ\text{C}$. ¿Cuál es la temperatura del flujo de salida de agua? ($c_e=4187 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $\rho=1 \text{ g/cm}^3$)

- a) $22 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $23 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $24 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $26 \text{ }^\circ\text{C}$

191. El metabolismo de una persona extrae aproximadamente 100 kcal de energía de una manzana. ¿Qué distancia debe recorrer la persona con una rapidez de $v=12 \text{ km/h}$, consumiendo 750 kcal/h , para consumir totalmente la energía suministrada por la manzana?

- a) 1,50 km b) 1,55 km c) 1,60 km d) 1,65 km e) 1,70 km

192. Al girar una manivela, Ud. Puede realizar trabajo mecánico a la tasa estable de $P=112 \text{ W}$. Si la manivela se conecta a paletas que agitan un volumen de $V=4 \text{ } \ell$ de agua ¿Cuánto tardará en agitar el agua para elevar su temperatura en $T=5 \text{ }^\circ\text{C}$?

- a) 761 s b) 763 s c) 765 s d) 767 s e) 769 s

193. Una taza tiene una masa de $m_1=125 \text{ g}$ cuando está vacía. Contiene $m_2=180 \text{ g}$ de café y tanto la taza como el café están a $T_1=70 \text{ }^\circ\text{C}$. Ud agrega $m_3=15 \text{ g}$ de crema a $T_2=5 \text{ }^\circ\text{C}$ al café. Si supone que el sistema taza-café está aislado, hallar la temperatura final común. ($c_1=840 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $c_2=4187 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$, $c_3=2900 \text{ J/kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C}$)

- a) $60,9 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $62,9 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $64,9 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $66,9 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $68,9 \text{ }^\circ\text{C}$

194. La etiqueta de un bocadillo de cafetería indica que un postre lleno con "crema" contie

- ne 350 calorías. ¿Cuántos escalones de altura $h=25$ cm, debe ascender una persona de masa $m=70$ kg para realizar una cantidad de trabajo igual a la energía contenida en el bocadillo? ($1 \text{ kcal}=4187 \text{ J}$, $g=9,81 \text{ m/s}^2$)
- a) 8536 b) 8546 c) 8556 d) 8566 e) 8576
- 195.** Diez personas pueden nadar en una alberca al mismo tiempo; cada una libera aproximadamente $P=3,6 \cdot 10^6$ joules por hora. Si el volumen total del agua en la alberca es de $V=600 \text{ m}^3$, ¿Qué cambio de temperatura ocurre durante un periodo de 12 h, si suponemos que la alberca se utiliza por completo? ($\rho=1 \text{ g/cm}^3$, $c_e=4187 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$)
- a) $0,11 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $0,13 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $0,15 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $0,17 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $0,19 \text{ }^\circ\text{C}$
- 196.** Una sartén de hierro se vuelve peligrosamente caliente arriba de $T=400 \text{ }^\circ\text{C}$. Después de que un quemador de estufa de potencia $P=600 \text{ W}$ se enciende por completo, ¿Cuánto tardará una sartén de masa $m=5 \text{ kg}$ inicialmente a $T_o=25 \text{ }^\circ\text{C}$ en ponerse así de caliente? Su ponga por simplicidad que todo el calor pasa a la sartén. ($c_e=445 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$)
- a) 21,18 min b) 22,18 min c) 23,18 min d) 24,18 min e) 25,18 min
- 197.** Un aparato de pulido industrial genera $P=300 \text{ W}$ de calor debido a la fricción. El calor se disipa mediante un flujo de agua de $Q^*=2,5 \text{ lt/min}$. ¿Cuánto más caliente está el agua que sale de la estación de pulido que el agua que entra a ella? ($\rho=1 \text{ g/cm}^3$, $c_e=4187 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, $1 \text{ m}^3=1000 \text{ lt}$, $1 \text{ min}=60 \text{ s}$)
- a) $1,52 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $1,62 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $1,72 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $1,82 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $1,92 \text{ }^\circ\text{C}$
- 198.** Ud. puede calentar la superficie de sus manos al frotar una contra otra. Si el coeficiente de fricción entre sus manos es de $\mu=0,6$ y si presiona sus manos juntas con una fuerza de $F=60 \text{ N}$ mientras la frota de ida y vuelta a una rapidez promedio de $v=0,5 \text{ m/s}$, ¿Con que rapidez se genera energía en las superficies de sus manos?
- a) 15 W b) 16 W c) 17 W d) 18 W e) 19 W
- 199.** En el sistema calefactor de una casa, un horno de aceite calienta el agua en un calentador y el agua se bombea en tuberías conectadas a radiadores y luego regresa al calentador, para recalentarse. El horno entrega $P=1,8 \cdot 10^8 \text{ J/h}$ de energía térmica al agua y ésta sale del calentador a $88 \text{ }^\circ\text{C}$ y regresa a $77 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar el caudal de agua Q^* requerido. ($c_e=4187 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, $\rho=1 \text{ g/cm}^3$)
- a) 1,09 lt b) 1,19 lt c) 1,29 lt d) 1,39 lt e) 1,49 lt
- 200.** Un estanque en forma de paralelepípedo de área de base $A=100 \text{ m}^2$, lleno de agua hasta la altura $h=1 \text{ m}$, está dividido en dos partes iguales por un tabique. Este tabique se desplaza lentamente dividiendo el estanque en la proporción 1:3. ¿Qué trabajo se hizo, si el agua no penetra a través del tabique? ($\rho=1 \text{ g/cm}^3$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $k=10^3$)
- a) 161 kJ b) 163 kJ c) 165 kJ d) 167 kJ e) 169 kJ

- 201.** A una taza de café colocamos una resistencia eléctrica de inmersión de $P=200$ W en $m=0,320$ kg de agua. ($c_e=4187$ J/kg \cdot °C)
- I) ¿Qué cantidad de calor debe agregarse al agua para elevar su temperatura de $T_0=20$ °C a $T=80$ °C?
- a) 105 kJ b) 106 kJ c) 107 kJ d) 108 kJ e) 109 kJ
- II) ¿Qué tiempo se necesita para realizar esta operación?
- a) 8,1 min b) 8,3 min c) 8,5 min d) 8,7 min e) 8,9 min
- 202.** Para determinar el calor específico de un metal, se pesa la muestra obteniéndose $W=28,4$ N. Luego se añade con sumo cuidado $Q=12,5$ kJ de energía calorífica al metal y se observa que su temperatura aumenta en $\Delta T=18$ °C. ¿Cuál es el calor específico del metal (en J/kg \cdot K)? ($g=9,8$ m/s²)
- a) 235,6 b) 236,6 c) 237,6 d) 238,6 e) 239,6
- 203.** Desde una altura de $h=225$ m, un pintor suelta una botella con agua de volumen $V=1$ lt. La botella cae sobre unos arbustos del suelo y no se rompe. Si una cantidad de calor igual a la magnitud del cambio de energía mecánica de la botella pasa al agua. Hallar el aumento de la temperatura de la botella. ($c_e=4187$ J/kg \cdot °C, $g=9,8$ m/s²)
- a) 0,517 °C b) 0,527 °C c) 0,537 °C d) 0,547 °C e) 0,557 °C
- 204.** Una pelotita de tenis de mesa de radio $r=15$ mm y masa $m=5$ g se sumerge en agua de densidad $\rho=1$ g/cm³ a la profundidad de $H=30$ cm y se suelta. La pelotita emerge del agua y sobresale hasta una altura de $h=10$ cm. ¿Qué energía se transforma en calor debido a la fricción de la pelotita con el agua? ($g=9,8$ m/s², 1 cal=4,186 J)
- a) 5,05 cal b) 5,15 cal c) 5,25 cal d) 5,35 cal e) 5,45 cal
- 205.** En un recipiente hermético con agua a la temperatura de $T=0$ °C flota un pedazo de hielo de masa $m_1=0,1$ kg, en cuyo interior se encuentra un perdigón de masa $m_2=5$ g. ¿Qué cantidad de calor se debe suministrar para que el perdigón comience a hundirse? (densidades del hielo, plomo, agua $\rho_1=0,9$ g/cm³, $\rho_2=11,3$ g/cm³, $\rho_3=1$ g/cm³, calor latente fusión del hielo $L_F=3,3\cdot 10^5$ J/kg, $k=10^3$, 1 cal=4,186 J)
- a) 4,35 kcal b) 4,45 kcal c) 4,55 kcal d) 4,65 kcal e) 4,75 kcal
- 206.** Después de un accidente automovilístico el inspector de la Municipalidad de Saullapampa determina que la longitud de la huella dejada sobre el asfalto de la carretera por el automóvil es de $\ell=60$ m. Hallar el calor disipado por unidad de masa al frenar, si el coeficiente de fricción de las ruedas con el asfalto es de $\mu=0,5$. ($g=9,8$ m/s²)
- a) 70,2 cal/kg b) 71,2 cal/kg c) 72,2 cal/kg d) 73,2 cal/kg e) 74,2 cal/kg
- 207.** Con una escopeta de aire comprimido se dispara sobre una caja de cerillas de masa $M=$

50 g, situada a la distancia $\ell=30$ cm del extremo de una mesa. La bala de masa $m=1$ g, lanzada horizontalmente a la rapidez de $v=150$ m/s atraviesa la caja y sale de ella con la rapidez $u=75$ m/s. ($g=9,8$ m/s², $m=10^{-3}$)

- I) Hallar la rapidez que adquiere la caja, instantes después de la colisión.
- a) 1,0 m/s b) 1,5 m/s c) 2,0 m/s d) 2,5 m/s e) 3,0 m/s
- II) ¿Para qué coeficiente de fricción " μ " entre la caja y la mesa se caerá aquella de esta?
- a) 0,303 b) 0,323 c) 0,343 d) 0,363 e) 0,383
- III) Hallar la cantidad de calor que se disipa en la mitad del recorrido de la caja, para el coeficiente de fricción obtenido en I).
- a) 6,12 mcal b) 6,32 mcal c) 6,52 mcal d) 6,72 mcal e) 6,92 mcal

208. Se jala por una pendiente de ángulo de inclinación $\theta=30^\circ$ con la horizontal un trineo de masa $m=30$ kg, hasta un montículo de altura $H=10$ m. El coeficiente de fricción entre el trineo y la superficie disminuye linealmente a lo largo de la trayectoria desde $\mu_1=0,5$ en la base hasta $\mu_2=0,1$ en el montículo. ($g=9,8$ m/s², 1 cal= $4,186$ J, $k=10^3$)

- I) Hallar el trabajo realizado para desplazar al trineo.
- a) 4,407 kJ b) 4,427 kJ c) 4,447 kJ d) 4,467 kJ e) 4,487 kJ
- II) Hallar la cantidad de calor generado por la fricción durante el desplazamiento.
- a) 350 cal b) 355 cal c) 360 cal d) 365 cal e) 370 cal
- III) ¿Qué porcentaje representa la energía disipada por fricción, respecto de la energía total utilizada en el proceso?
- a) 31,2 % b) 32,2 % c) 33,2 % d) 34,2 % e) 35,2 %

209. Funcionando con potencia constante una locomotora arrastra un tren hacia arriba, por una pendiente de ángulo de inclinación $\theta_1=5 \cdot 10^{-3}$ rad, con rapidez de $v_1=50$ km/h. Para un ángulo de inclinación de $\theta_2=2,5 \cdot 10^{-3}$ rad, la rapidez es $v_2=60$ km/h. Hallar la diferencia de cantidad de calor por unidad de masa en ambos casos, generada por la fricción entre el tren y la superficie, para una distancia recorrida de $\ell=100$ m. ($g=9,8$ m/s², 1 cal= $4,186$ J, $\mu=10^{-6}$)

- a) 20 μ cal/kg b) 22 μ cal/kg c) 24 μ cal/kg d) 26 μ cal/kg e) 28 μ cal/kg

210. Un saco de azúcar partiendo del reposo desde una altura de $H=4$ m se desliza por una tabla inclinada que forma un ángulo de $\theta=60^\circ$ con el horizonte; luego se desliza por el suelo horizontal. Los coeficientes de fricción del saco con la tabla y el suelo son iguales a $\mu=0,5$.

- I) Hallar la cantidad de calor por unidad de masa generada por la fricción, hasta el instante

en que se detiene el saco. ($g=9,8 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 9,16 cal/kg b) 9,26 cal/kg c) 9,36 cal/kg d) 9,46 cal/kg e) 9,56 cal/kg

II) Hallar la razón de la cantidad de calor generado por fricción, para el suelo horizontal y la tabla inclinada, respectivamente.

- a) 2,16 b) 2,26 c) 2,36 d) 2,46 e) 2,56

211. Al elevar lentamente un cuerpo de masa "m" por un plano inclinado un ángulo de $\theta=45^\circ$ respecto de la horizontal y de coeficiente de fricción $\mu=1/2$, se ha realizado un trabajo de $W=300 \text{ J}$. Hallar la cantidad de calor desprendida. ($1 \text{ cal}=4,186$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 23,1 cal b) 23,3 cal c) 23,5 cal d) 23,7 cal e) 23,9 cal

212. Un bloque de masa $m=2 \text{ kg}$ partiendo del origen se desliza rectilíneamente a lo largo del eje-x sobre un piso horizontal de coeficiente de fricción cinético $\mu_c=0,5x$ ($|x|<2$). Hallar la cantidad de calor desprendida, cuando el bloque se desplaza una distancia de $d=1 \text{ m}$. ($1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,0 cal b) 1,2 cal c) 1,4 cal d) 1,6 cal e) 1,8 cal

213. Una fuerza de magnitud $F=7 \text{ N}$, dirigida horizontalmente, actúa sobre un cuerpo en reposo de masa $m=1 \text{ kg}$ durante el tiempo $\tau=\sqrt{5} \text{ s}$. El coeficiente de fricción entre el cuerpo y la superficie es $\mu=0,5$. Hallar la cantidad de calor desprendido, correspondiente al tramo en la que la fuerza " \vec{F} " deja de actuar. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)

- a) 261 mcal b) 263 mcal c) 265 mcal d) 267 mcal e) 269 mcal

214. En la Fig.21, hallar la cantidad de calor desprendido por fricción al trasladar el bloque homogéneo de masa $m=20 \text{ kg}$ y longitud $\ell=2 \text{ m}$, desde la posición mostrada hasta la zona ($\mu=0$). El coeficiente de fricción entre el bloque y el piso es $\mu=1/3$. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 45,8 cal b) 46,8 cal c) 47,8 cal d) 48,8 cal e) 49,8 cal

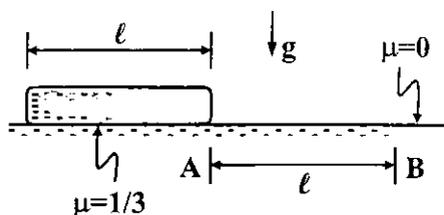


Fig.21

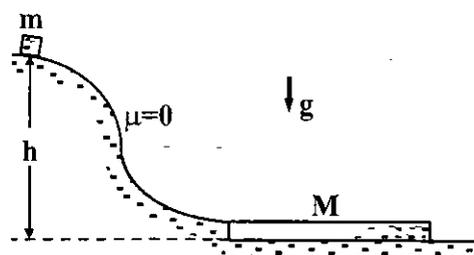


Fig.22

215. En la Fig.22, desde el montículo liso de altura $h=4 \text{ m}$ resbala desde el reposo un bloque de masa $m=1 \text{ kg}$ cayendo sobre la tabla de masa $M=9 \text{ kg}$, situada sobre el piso liso en la base del montículo. Debido a la fricción entre el bloque y la tabla este se frena, y a partir de este instante el bloque y la tabla se mueven juntos. Hallar la cantidad de calor

desprendido por fricción entre el bloque y la tabla. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal}=4,186$)

- a) 8,0 cal b) 8,2 cal c) 8,4 cal d) 8,6 cal e) 8,8 cal

216. En la Fig.23, sobre el piso liso yace una barra larga de masa $M=8 \text{ kg}$. La fuerza horizontal $F_0=13 \text{ N}$ actúa sobre el bloque de masa $m=2 \text{ kg}$ que descansa sobre la barra durante el tiempo $\tau=3 \text{ s}$. El coeficiente de fricción entre la barra y el bloque es $\mu=1/2$. Hallar la cantidad de calor generado, hasta el instante en que el bloque se detiene sobre la barra. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 2,0 cal b) 2,2 cal c) 2,4 cal d) 2,6 cal e) 2,8 cal

217. En la Fig.24, los carritos (con ruedas fijadas por cuñas) se apartan mediante una explosión de carga "Q", colocada entre ellos. El carrito de masa " m_1 " recorre una distancia " d_1 " y se detiene. Hallar la cantidad de calor desprendido por el carrito "2", hasta el instante en que se detiene. El coeficiente de fricción entre el suelo y los carritos es $\mu_c=2/3$. ($m_1=24 \text{ kg}$, $m_2=12 \text{ kg}$, $d_1=2 \text{ m}$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 151 cal b) 153 cal c) 155 cal d) 157 cal e) 159 cal

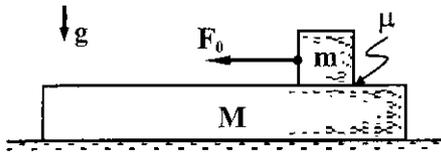


Fig.23

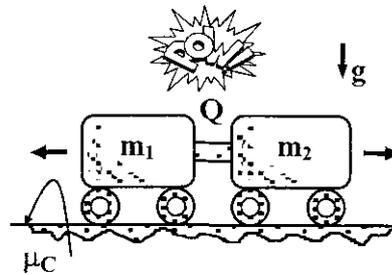


Fig.24

218. Durante unos ejercicios físicos una persona de masa $m=70 \text{ kg}$, puede generar $P=200 \text{ kcal/h}$. Si se supone que el 20 % de esto se destina a trabajo útil y el otro 80 % se convierte en calor. Hallar el aumento de temperatura del cuerpo después de $t=30 \text{ min}$, si nada de este calor se transfiere al ambiente. ($c=0,83 \text{ kcal/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 1,18 $^\circ\text{C}$ b) 1,38 $^\circ\text{C}$ c) 1,58 $^\circ\text{C}$ d) 1,78 $^\circ\text{C}$ e) 1,98 $^\circ\text{C}$

219. Una corredora de maratón tiene una tasa metabólica promedio de aproximadamente $P=950 \text{ kcal/h}$ durante una carrera. Si la corredora tiene una masa de $m=55 \text{ kg}$, hallar la cantidad de agua que perdería por evaporación a través de la piel en una carrera de duración $t=2,2 \text{ h}$. ($1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $L_v=585 \text{ kcal/kg}$, $k=10^3$)

- a) 3,17 kg b) 3,37 kg c) 3,57 kg d) 3,77 kg e) 3,97 kg

220. En la Fig.25, el cilindro hueco de radio $R=12\pi \text{ cm}$, masa $m=9 \text{ kg}$ se hace girar hasta una rapidez angular de $\omega=40 \text{ rad/s}$ y se pone en el rincón recto. El coeficiente de fricción de deslizamiento entre las paredes del ángulo recto y el cilindro es $\mu=1/2$. Hallar la

cantidad de calor desprendido, para la mitad del número total de vueltas que da el cilindro. ($1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 120 cal b) 122 cal c) 124 cal d) 126 cal e) 128 cal

221. En la Fig.26, la barra de masa $m=10 \text{ g}$, longitud $\ell=20 \text{ cm}$, sección cuadrada de lados $a=1 \text{ cm}$ flota en posición vertical sumergida parcialmente en agua de densidad $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$. Hallar la cantidad de calor que se desprende al dar media vuelta a la barra situándola en posición horizontal. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$)

- a) 4,00 mJ b) 4,25 mJ c) 4,50 mJ d) 4,75 mJ e) 5,00 mJ

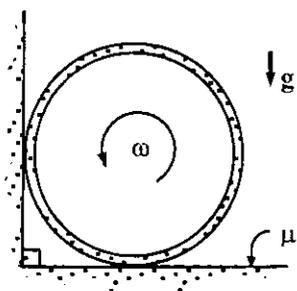


Fig.25

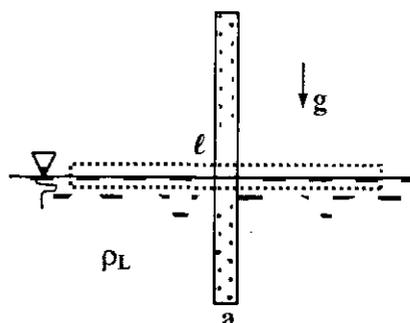


Fig.26

222. En la Fig.27, el bloque se suelta de "A" deslizándose por la trayectoria curvilínea lisa de radio $R=1 \text{ m}$. Existe fricción entre el bloque y la superficie plana. Hallar la cantidad de calor por unidad de masa desprendida, si la altura que asciende el bloque es de $h=20 \text{ cm}$. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 1,1 cal/kg b) 1,3 cal/kg c) 1,5 cal/kg d) 1,7 cal/kg e) 1,9 cal/kg

223. En la Fig.28, los bloques de masas $m_1=4 \text{ kg}$, y $m_2=1 \text{ kg}$, unidas por la cuerda se ponen en movimiento del reposo, la polea es ingrávica. ¿Cuánto calor se desprenderá al chocar el bloque de masa " m_1 " con la mesa? El choque es absolutamente inelástico. ($g=10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $h=1 \text{ m}$)

- a) 5,13 cal b) 5,33 cal c) 5,53 cal d) 5,73 cal e) 5,93 cal

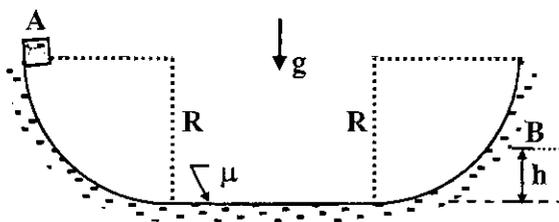


Fig.27

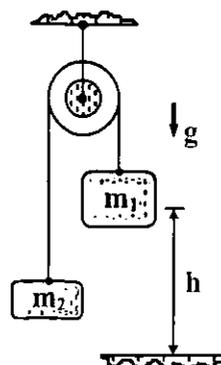


Fig.28

- 224.** Una lancha impulsada por chorro de agua se mueve por agua tranquila a rapidez constante de $v=20$ m/s. La rapidez del agua expulsada con relación a la lancha es $u=40$ m/s. Hallar la cantidad de calor desprendida por la resistencia que ejerce el agua si el área de la sección del flujo del agua que toma el motor es $A=0,2$ m², la densidad del agua es $\rho=10^3$ kg/m³, y la distancia recorrida es $d=400$ m. ($g=10$ m/s², 1 cal= $4,186$ J, $M=10^6$)
- a) 5,6 Mcal b) 6,6 Mcal c) 7,6 Mcal d) 8,6 Mcal e) 9,6 Mcal
- 225.** En la Fig.29, del extremo superior de la tira de goma de peso despreciable, longitud $\ell_0=1$ m y constante elástica $k=200$ N/m, empieza a deslizarse del reposo la "argolla" de masa "m". La fuerza de fricción entre la argolla y la tira de goma es constante e igual a $f=400$ N. Hallar la cantidad de calor "Q" que se desprende en este proceso.
- a) 600 J b) 650 J c) 700 J d) 750 J e) 800 J
- 226.** En la Fig.30, hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, durante una revolución del trineo aéreo, a través de la pista circular contenido en el plano vertical. El movimiento se realiza a rapidez constante de $v=4$ m/s, la masa del trineo es de $m=200$ kg y el coeficiente de fricción cinético es $\mu=3/4$. ($g=10$ m/s²)
- a) -1,2 kJ b) -2,4 kJ c) -3,6 kJ d) -4,8 kJ e) -6,0 kJ

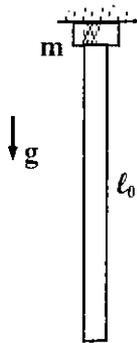


Fig.29

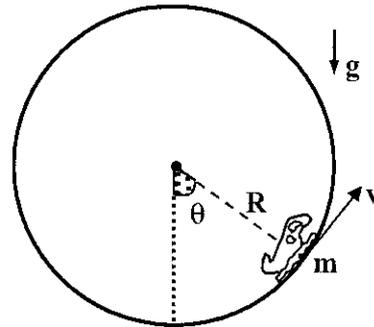


Fig.30

- 227.** En la Fig.31, el bloque de masa $m=1$ kg que comprime al resorte de constante elástica $k=2000$ N/m una longitud de $x=0,2$ m, se suelta sobre el plano inclinado $\theta=37^\circ$, y coeficiente de fricción $\mu=0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendida máxima por fricción entre el bloque y la superficie inclinada. ($g=10$ m/s²)
- a) 8,0 J b) 8,2 J c) 8,4 J d) 8,6 J e) 8,8 J
- 228.** En la Fig.32, el bloque de masa "m" se mueve con velocidad constante de 8 m/s mientras que el bloque de masa $M=3m$ se encuentra en reposo. Si el coeficiente de fricción entre estas es $\mu=0,25$. Hallar la cantidad de calor por unidad de masa desprendida por fricción, hasta el instante en que "m" se detiene sobre "M". ($g=10$ m/s²)
- a) 20 J/kg b) 21 J/kg c) 22 J/kg d) 23 J/kg e) 24 J/kg

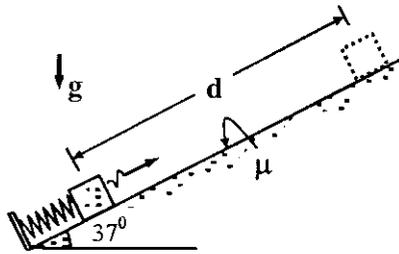


Fig.31

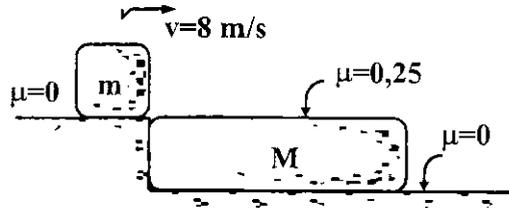


Fig.32

229. Un anillo fino de radio $R=50$ cm y masa $m=6$ kg se impulsa hasta obtener la velocidad angular de $\omega_0=40$ rad/s y se pone verticalmente sobre un plano horizontal de coeficiente de fricción $\mu=0,5$. Hallar la cantidad de calor desprendida por fricción del anillo en su deslizamiento en el suelo. ($g=10$ m/s²)

- a) 200 J b) 250 J c) 300 J d) 350 J e) 400 J

230. Un cilindro de peso $W=40$ N que gira alrededor de su eje vertical dando $n=705$ vueltas por minuto, se pone en contacto su base inferior con una superficie horizontal rugosa. El coeficiente de fricción entre la superficie y el cilindro es $\mu=0,5$. Hallar la cantidad de calor desprendida por el cilindro, hasta el instante en que da la mitad del número total de vueltas, y se detiene ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 20 cal b) 22 cal c) 24 cal d) 26 cal e) 28 cal

231. En la Fig.33, el bloque de masa $m=10$ kg partiendo del reposo se desliza sobre la cuña de ángulo de inclinación $\theta=37^\circ$. La fuerza que ejerce la cuña sobre la pared es $F=16$ N, y el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie de la cuña es $\mu=1/2$. Desprecie la fricción entre la cuña y el suelo. Hallar la cantidad de calor desprendida por fricción, después de $t=0,2$ s de iniciado el movimiento. ($g=10$ m/s²)

- a) 1,0 J b) 1,5 J c) 2,0 J d) 2,5 J e) 3,0 J

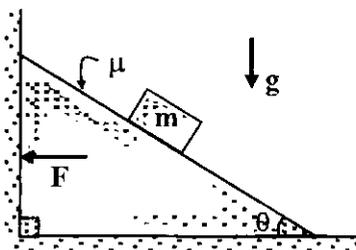


Fig.33

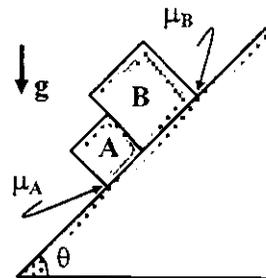


Fig.34

232. En la Fig.34, los bloques "A" y "B" de masas $m_A=m_B=1$ kg partiendo del reposo deslizarán por el plano inclinado $\theta=37^\circ$ respecto del horizonte. Los coeficientes de fricción en

entre los bloques "A" y "B" y el plano son $\mu_A=1/2$ y $\mu_B=1/4$, respectivamente. Hallar la cantidad de calor desprendido, después de $t=0,2$ s de iniciado el movimiento. ($g=10$ m/s²)

- a) 0,30 J b) 0,32 J c) 0,34 J d) 0,36 J e) 0,38 J

233. En la Fig.35, se eleva el cajón de peso $W=200$ N arrastrándolo con una cuerda sobre el plano inclinado $\theta=30^\circ$. El coeficiente de fricción del cajón con el plano es $\mu=3/4$. Hallar la cantidad de calor máximo desprendido por fricción entre el cajón y el plano. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 7,06 cal b) 7,26 cal c) 7,46 cal d) 7,66 cal e) 7,86 cal

234. En la Fig.36, el elevador de cinta está inclinado $\theta=37^\circ$ respecto al horizonte. El coeficiente de fricción entre el cajón y la cinta es $\mu=4/5$. Hallar la cantidad de calor mínima que se desprende, durante los primeros $t=4$ s de iniciado el movimiento. La cinta del elevador no se encorva. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 95,8 cal b) 96,8 cal c) 97,8 cal d) 98,8 cal e) 99,8 cal

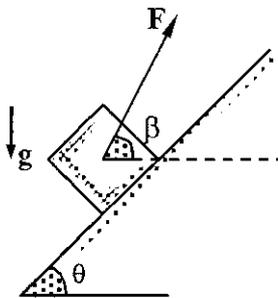


Fig.35

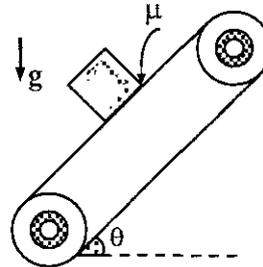


Fig.36

235. En la Fig.37, el ciclista se desplaza por la pista horizontal circular de radio $R=20$ m, el coeficiente de fricción depende únicamente de la distancia "r" hasta su centro θ , según la ley $\mu=\mu_0(1-r/R)$, siendo $\mu_0=0,25$ una constante. Hallar la cantidad de calor por unidad de masa desprendida, cuando el ciclista desplazándose a la rapidez máxima, aplica los frenos y se detiene. (1 cal=4,186 J, $g=10$ m/s²)

- a) 10,5 J/kg b) 11,0 J/kg c) 11,5 J/kg d) 12,0 J/kg e) 12,5 J/kg

236. En la Fig.38, sobre la mesa horizontal lisa se hallan los bloques de masas $M=12$ kg y $m=4$ kg. El coeficiente de fricción entre los bloques es $\mu=1/2$. La carga inferior derecha se arrastra a lo largo de la mesa con la fuerza de $F_0=56$ N. Hallar la cantidad de calor desprendida por fricción, después de $t=1$ s de iniciado el movimiento. ($g=10$ m/s²)

- a) 20 J b) 22 J c) 24 J d) 26 J e) 28 J

237. El golpe de un martillo industrial de masa $m=500$ kg, que cae libremente desde cierta altura hunde un pilote en el suelo a una profundidad de $h=1$ cm. La rapidez del martillo

antes del golpe es de $v=10$ m/s. Despreciando la masa del pilote, hallar la cantidad de calor desprendido, debido a la resistencia que presenta el suelo. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 4 kcal b) 5 kcal c) 6 kcal d) 7 kcal e) 8 kcal

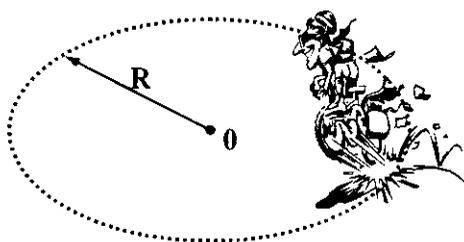


Fig.37

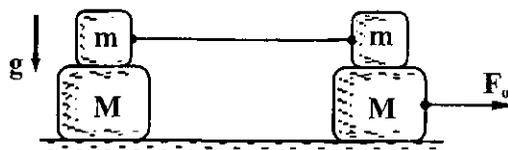


Fig.38

238. Un trineo de masa $m=80$ kg deslizando por una superficie horizontal de hielo a la rapidez de $v=6$ m/s, ingresa a una superficie asfaltada. La longitud de las deslizaderas del trineo es de $\ell=2$ m el coeficiente de fricción del trineo con el asfalto es $\mu=1$. Hallar la cantidad de calor desprendido por el deslizador, cuando se desplaza enteramente sobre el asfalto, hasta el instante en que se detiene. ($g=10$ m/s²)

- a) 600 J b) 620 J c) 640 J d) 660 J e) 680 J

239. Una tabla homogénea de masa $m=50$ kg, longitud $\ell=2$ m que descansa sobre el suelo horizontal se gira un ángulo de $\theta=53^\circ$, alrededor de uno de sus extremos. El coeficiente de fricción entre la tabla y el suelo es $\mu=3/4$. Hallar la cantidad de calor desprendido. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 80,9 cal b) 81,9 cal c) 82,9 cal d) 83,9 cal e) 84,9 cal

240. En la Fig.39, en los cilindros de paredes delgadas de masas $m_1=20$ kg, $m_2=8$ kg, el cilindro de radio $R=40$ cm, gira alrededor de su eje con la rapidez angular de $\omega=80$ rad/s y el otro está en reposo. Estos cilindros se ponen en contacto de modo que sus ejes de rotación quedan paralelos. Después de cierto tiempo los cilindros empiezan a girar sin deslizamiento. Hallar la cantidad de calor desprendido. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 691 cal b) 693 cal c) 695 cal d) 697 cal e) 699 cal

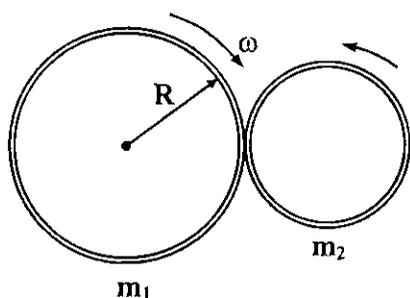


Fig.39

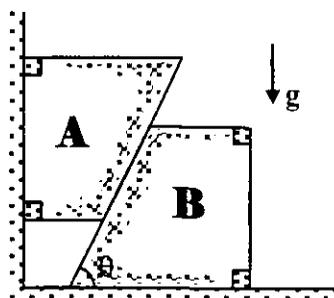


Fig.40

- 241.** En la Fig.40, los dos bloques de peso $W=445$ N se sueltan desde el reposo. El coeficiente de fricción cinético entre todas las superficies de contacto es de $\mu_c=0,1$. Hallar la cantidad de calor desprendido, después de $t=0,284$ s de iniciado el movimiento. ($g=9,81$ m/s², 1 cal=4,186 J)
- a) 3,86 cal b) 4,16 cal c) 4,46 cal d) 4,76 cal e) 5,06 cal
- 242.** Sobre un plano inclinado $\theta=20^\circ$, se coloca una caja de peso $W=445$ N. El coeficiente de fricción estático y cinético entre la caja y la superficie inclinada, son: $\mu_s=0,2$, $\mu_c=0,12$. Hallar la cantidad de calor desprendido, después de $t=1$ s de colocado la caja en la superficie inclinada. ($g=10$ m/s², 1 cal= 4,186 J)
- a) 13,1 cal b) 13,3 cal c) 13,5 cal d) 13,7 cal e) 13,9 cal
- 243.** En la Fig.41, cuando a la caja de peso $W=30$ N en reposo se le aplica la fuerza constante "F", dos segundos después su rapidez es de $v=20$ m/s. El coeficiente de fricción cinética entre la caja y el piso es $\mu=0,1$. Hallar la cantidad de calor desprendido. ($g=9,81$ m/s²)
- a) 20,0 cal b) 20,2 cal c) 20,4 cal d) 20,6 cal e) 20,8 cal
- 244.** En la Fig.42, desde A se lanza hacia arriba el bloque de masa $m=8$ kg con una rapidez de $v_0=10$ m/s, sobre el plano inclinado $\theta=53^\circ$ respecto de la horizontal y de coeficiente de fricción $\mu_c=0,5$. Hallar la cantidad de calor desprendido, cuando el bloque retorna a A. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)
- a) 51,1 cal b) 52,1 cal c) 53,1 cal d) 54,1 cal e) 55,1 cal

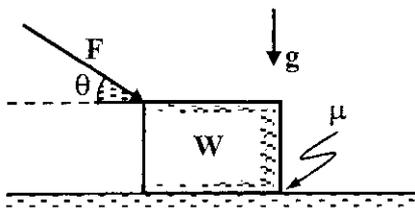


Fig.41

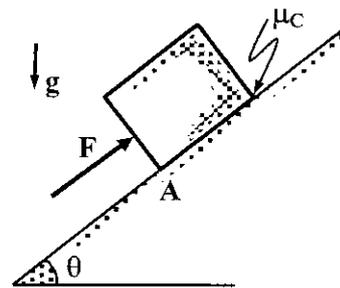


Fig.42

- 245.** En la Fig.43, la esquiadora de peso $W=700$ N desciende por la pendiente de $\theta=25^\circ$. En el instante mostrado, su rapidez es de $v_0=40$ m/s. El coeficiente de fricción cinética es de $\mu_c=0,08$. La resistencia aerodinámica ejerce sobre la esquiadora una fuerza de magnitud $F=0,015v^2$, donde "v" es la rapidez. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, hasta que la esquiadora alcanza la rapidez de $v=60$ m/s. (Usar: $\ln(x)$, $g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)
- a) 1405 cal b) 1425 cal c) 1445 cal d) 1465 cal e) 1485 cal

246. En la Fig.44, los dos bloques de pesos $W_A=5\text{ N}$ y $W_B=10\text{ N}$ se liberan del reposo. El coeficiente de fricción cinética entre la superficie horizontal y el bloque "A" es $\mu_c=0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendido, luego de $t=1,4\text{ s}$ de iniciado el movimiento. ($g=10\text{ m/s}^2$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$)

- a) 1,0 cal b) 1,2 cal c) 1,4 cal d) 1,6 cal e) 1,8 cal

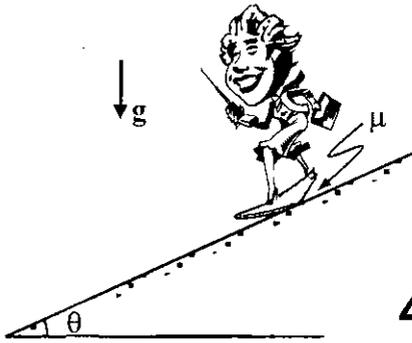


Fig.43

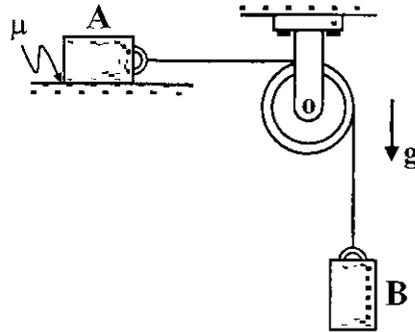


Fig.44

247. En la Fig.45, los bloques A y B tienen masas "M" y una aceleración doble que el bloque C de masa "2M". Existe fricción en todas las superficies en contacto. Hallar la cantidad de calor desprendido, después de $t=1\text{ s}$ de iniciado el movimiento desde el reposo. ($g=10\text{ m/s}^2$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$, $M=12\text{ kg}$)

- a) 110 J b) 120 J c) 130 J d) 140 J e) 150 J

248. En la Fig.46, los bloques de pesos $W_A=20\text{ N}$ y $W_B=10\text{ N}$ están en movimiento. La fuerza de fricción en cada uno de los bloques es de $f=2\text{ N}$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción. ($g=10\text{ m/s}^2$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$)

- a) 3,04 J b) 3,24 J c) 3,44 J d) 3,64 J e) 3,84 J

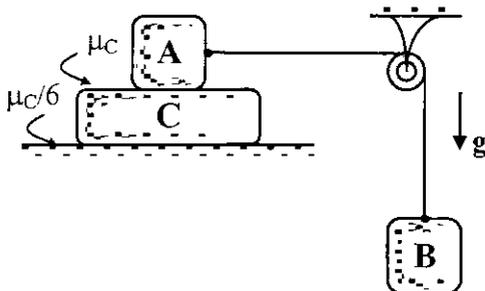


Fig.45

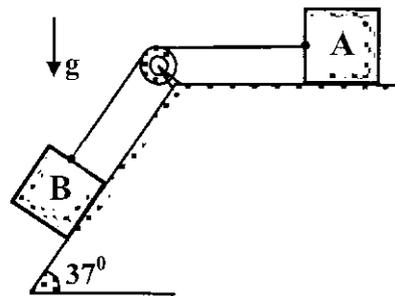


Fig.46

249. En la Fig.47, las masas de los bloques "A" y "B" son de $m_A=3\text{ kg}$ y $m_B=5\text{ kg}$. El coeficiente de fricción cinética entre A y el piso es de $\mu_c=0,2$. La fuerza constante hace que el bloque se acelere. El ángulo es de $\theta=20^\circ$. Hallar la cantidad de calor que se despen

de, luego de $t=1,2$ s de iniciado el movimiento del reposo. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 60,9 cal b) 61,9 cal c) 62,9 cal d) 63,9 cal e) 64,9 cal

250. En la Fig.48, el coeficiente de fricción cinético entre el collarín "A" de masa $m=8$ kg y la barra fija es de $\mu_c=0,1$. Hallar la cantidad de calor que se desprende, debido a la fricción, luego de $t=0,4$ s de iniciado su movimiento del reposo. ($F=200$ N, $\theta=20^\circ$, $\alpha=45^\circ$, $g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 2,07 J b) 2,17 J c) 2,27 J d) 2,37 J e) 2,47 J

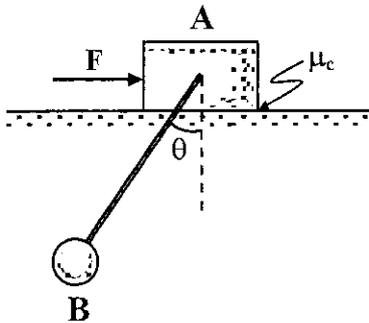


Fig.47

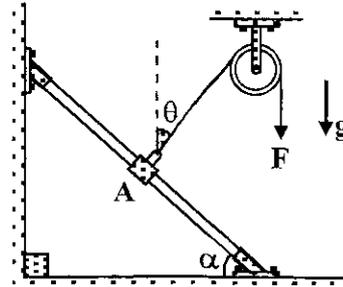


Fig.48

251. En la Fig.49, la caja de masa $m=120$ kg es jalada a lo largo del piso mediante una polea que repliega el cable a razón constante de $v=0,2$ m/s. El coeficiente de fricción cinético entre la caja y el piso es de $\mu_c=0,24$. Hallar la cantidad de calor desprendido, luego de $t=1$ min de iniciado el movimiento desde el reposo. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 271 cal b) 273 cal c) 275 cal d) 277 cal e) 279 cal

252. En la Fig.50, cuando el bote de masa $m=450$ kg se mueve a la rapidez de $v_o=10$ m/s, su motor es apagado. La magnitud de la fuerza de resistencia hidrodinámica es de $F=40v^2$ (N), donde "v" es la rapidez en m/s. Hallar la cantidad de calor medio desprendido, hasta que el bote ha disminuido su rapidez a $v=1$ m/s. (Usar: $\ln(x)$, $g=10$ m/s², $k=10^3$)

- a) 30,2 kcal b) 31,2 kcal c) 32,2 kcal d) 33,2 kcal e) 34,2 kcal

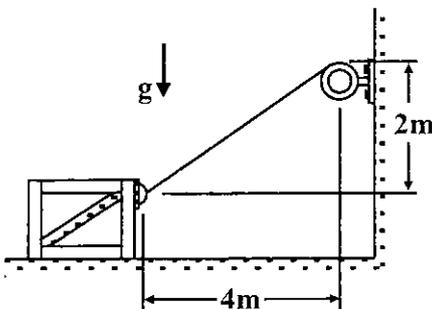


Fig.49

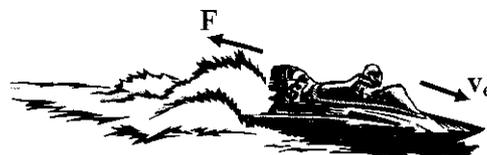


Fig.50

253. En la Fig.51, en el instante $t=0$, sobre la caja de peso $W=220$ N que tiene una rapidez de $v_0=1$ m/s se aplica la fuerza de magnitud $F=90t$ N, donde "t" está en segundos. El coeficiente de fricción cinético entre la caja y el plano es $\mu_c=0,3$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, después de $t=2$ s de aplicado la fuerza. ($\theta=37^\circ$, $g=9,81$ m/s²)

- a) 181,6 cal b) 182,6 cal c) 183,6 cal d) 184,6 cal e) 185,6 cal

254. En la Fig.52, el bloque A de peso $W=3580$ N se conecta al resorte no deformado de constante elástica $k=365$ N/m, y se libera del reposo. El coeficiente de fricción entre el bloque y el plano inclinado $\theta=30^\circ$ es de $\mu=0,1$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, cuando el bloque alcanza su máximo desplazamiento. ($g=9,81$ m/s²)

- a) 600,7 cal b) 605,7 cal c) 610,7 cal d) 615,7 cal e) 620,7 cal

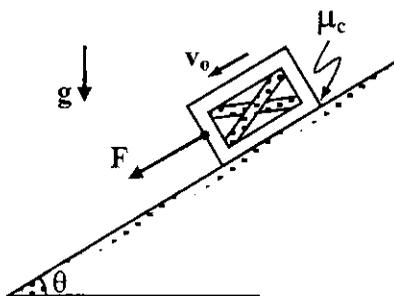


Fig.51

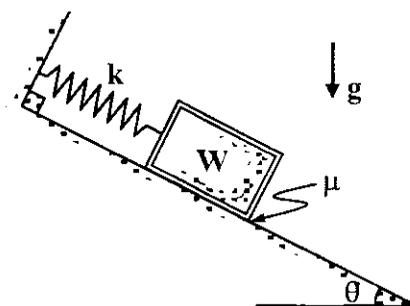


Fig.52

255. Se dispara un proyectil pequeño de masa $m=400$ g, verticalmente hacia abajo en un medio fluido con una rapidez inicial de $v_0=60$ m/s. Debido a la resistencia aerodinámica del fluido, el proyectil experimenta una desaceleración de $a=(-0,4 v^3)$ m/s², donde "v" está en m/s. Hallar la cantidad de calor disipado por unidad de tiempo, para el instante $t=4$ s. ($g=9,81$ m/s², $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $m=10^{-3}$)

- a) 3,1 mcal b) 3,4 mcal c) 3,7 mcal d) 4,0 mcal e) 4,3 mcal

256. En la Fig.53, el motor enrolla el cable con una aceleración constante, siendo la tensión en el cable $T=200$ N, y el coeficiente de fricción cinético entre la caja y el plano $\mu_c=0,3$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, luego de $t=2$ s de iniciado el movimiento desde el reposo. ($\theta=30^\circ$, $m=20$ kg, $g=9,81$ m/s², $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 60 cal b) 62 cal c) 64 cal d) 66 cal e) 68 cal

257. En la Fig.54, el motor "M" ejerce una fuerza en el cable de $F=(10t^2+100)$ N, donde "t" está en segundos. Los coeficientes de fricción entre la caja de masa $m=25$ kg y el piso son: $\mu_s=0,3$ y $\mu_c=0,25$, respectivamente. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, después de $t=4$ s de iniciado el movimiento desde el reposo. ($g=9,81$ m/s²)

- a) 300,5 cal b) 302,5 cal c) 304,5 cal d) 306,5 cal e) 308,5 cal

258. Desde el piso se dispara verticalmente un proyectil de masa $m=10$ kg, con una rapidez

inicial de $v_0=50$ m/s. La resistencia atmosférica, viene dado por: $F_D=(0,01v^2)$ N, donde la rapidez "v" se mide en m/s. Hallar la cantidad de calor disipado por unidad de tiempo, para el instante en que el proyectil alcanza la mitad de su altura máxima. ($g=9,81$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 95,7 cal/s b) 96,7 cal/s c) 97,7 cal/s d) 98,7 cal/s e) 99,7 cal/s

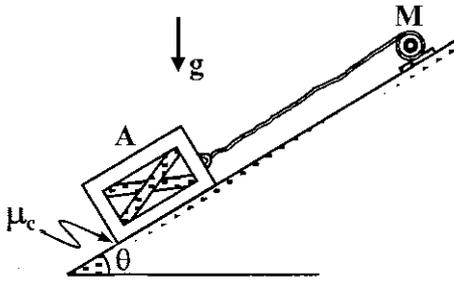


Fig.53

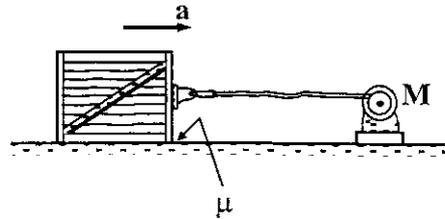


Fig.54

259. En la Fig.55, la camioneta de masa $2 Mg$ viaja a 15 km/s cuando se aplican los frenos en todas las ruedas, haciendo que patine una distancia de 10 m antes de detenerse. La masa total del bote y el remolque es de $1 Mg$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción. ($g=9,81$ m/s², 1 cal=4,816 J, $M=10^6$, $\mu_c=0,25$)

- a) 11 718 cal b) 11 738 cal c) 11 758 cal d) 11 778 cal e) 11 798 cal

260. En la Fig.56, los bloques A y B de masas $m_A=10$ kg y $m_B=6$ kg, se sueltan sobre el plano inclinado desde el reposo. Los coeficientes de fricción cinética entre los bloques y el plano inclinado $\theta=30^\circ$ son: $\mu_A=0,1$ y $\mu_B=0,3$, respectivamente. Hallar la cantidad de calor desprendido, luego de $t=1$ s de iniciado el movimiento. Despreciar la masa del eslabón. ($g=9,81$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 9,1 cal b) 9,3 cal c) 9,5 cal d) 9,7 cal e) 9,9 cal

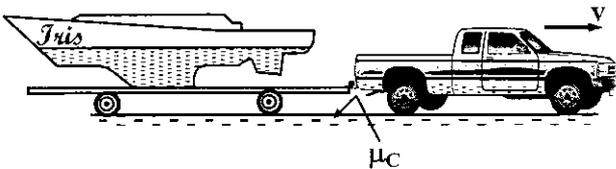


Fig.55

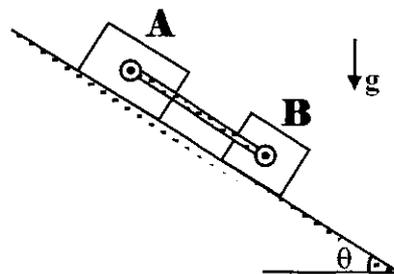


Fig.56

261. En la Fig.57, en el sistema mostrado las masas de los bloques son, $m_A=25$ kg, $m_B=5$ kg, $m_C=10$ kg. El plano inclinado es liso, y el coeficiente de fricción cinético entre el piso y el bloque C es $\mu_c=0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, luego de

$t=2$ s de iniciado el movimiento desde el reposo. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J, $\theta=30^\circ$)

- a) 50 J b) 55 J c) 60 J d) 65 J e) 70 J

262. En la Fig.58, el bloque B de masa "m" se suelta del reposo desde la parte superior de la carretilla A de masa "3m". El coeficiente de fricción cinética entre A y B es $\mu_c=0,25$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, luego de $t=1$ s de iniciado su movimiento desde el reposo, si la carretilla no se desliza. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J, $\theta=30^\circ$, $m=10$ kg)

- a) 5,3 cal b) 6,3 cal c) 7,3 cal d) 8,3 cal e) 9,3 cal

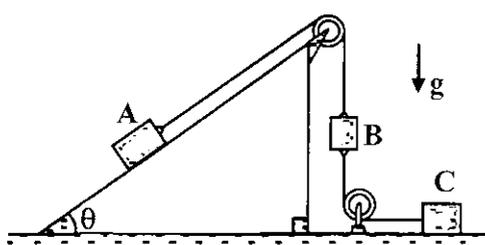


Fig.57

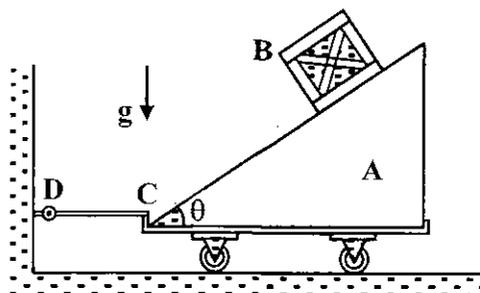


Fig.58

263. En la Fig.59, el bloque A de peso $W_A=45$ N se desplaza hacia la derecha a $v_A=0,6$ m/s en el instante mostrado. Si el coeficiente de fricción cinética es $\mu_c=0,2$ entre la superficie y A. El bloque B pesa $W_B=90$ N. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, hasta el instante en que la rapidez del bloque A es de 5,4 m/s. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 3,57 cal b) 3,67 cal c) 3,77 cal d) 3,87 cal e) 3,97 cal

264. En la Fig.60, a la carretilla de masa $m=30$ kg se aplica la fuerza de magnitud $F=200$ N. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el bloque de A de masa $m_A=20$ kg es $\mu_s=0,3$ y $\mu_c=0,25$, respectivamente. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, cuando el bloque A ha recorrido la distancia de $d=1,5$ m, partiendo del reposo. ($g=10$ m/s², 1 cal=4,186 J)

- a) 11 cal b) 12 cal c) 13 cal d) 14 cal e) 15 cal

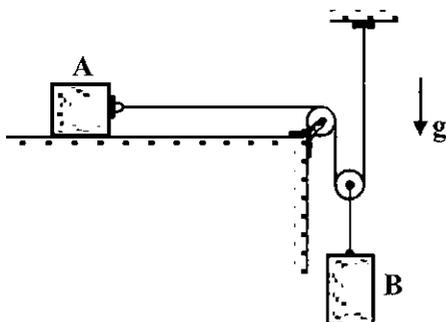


Fig.59

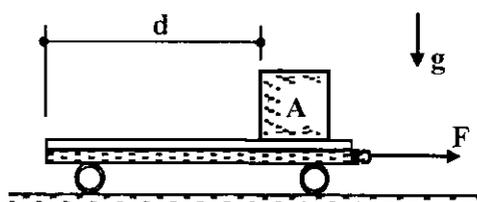


Fig.60

265. En la Fig.61, la caja de masa $m=150$ kg descansa sobre la superficie de coeficientes de fricción estática $\mu_s=0,3$ y cinética $\mu_c=0,2$. El motor M suministra una fuerza al cable de $F=(8t^2+20)$ N, donde "t" está en segundos. Hallar la cantidad de calor desprendido, después de $t=5$ s de aplicado la fuerza "F". ($g=10$ m/s²)

- a) 200 J b) 202 J c) 204 J d) 206 J e) 208 J

266. En la Fig.62, el bloque de peso $W=220$ N sobre la superficie áspera de coeficiente de fricción cinética $\mu_c=0,2$. Una fuerza de $F=(0,4s^2+178)$ N, donde "s" está en metros, actúa en el bloque en la dirección mostrada. Al inicio el resorte no está alargado ($s=0$) y el bloque está en reposo. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, cuando el bloque se ha desplazado $s=45$ cm. ($g=10$ m/s², 1 cal= $4,186$ J, $\theta=30^\circ$, $k=290$ N/m)

- a) 6,54 cal b) 6,64 cal c) 6,74 cal d) 6,84 cal e) 6,94 cal

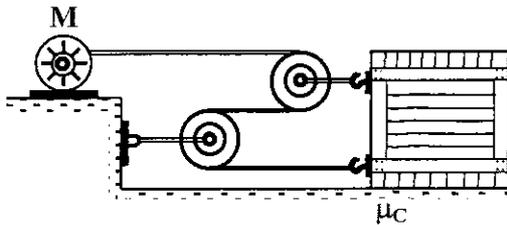


Fig.61

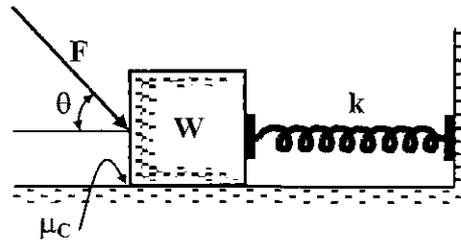


Fig.62

- a) 6,54 cal b) 6,64 cal c) 6,74 cal d) 6,84 cal e) 6,94 cal

267. En la Fig.63, sobre el carrito que se desplaza con aceleración "a", el bloque de masa "m" asciende con rapidez constante de $v=40$ cm/s. El coeficiente de fricción entre el carrito y el bloque es $\mu=0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, después que el carrito ha recorrido la distancia $d=2,5$ m, partiendo del reposo. ($g=10$ m/s², $\theta=45^\circ$)

- a) 8,0 J b) 8,2 J c) 8,4 J d) 8,6 J e) 8,8 J

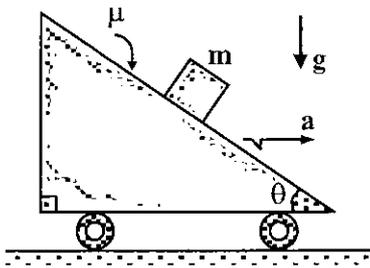


Fig.63

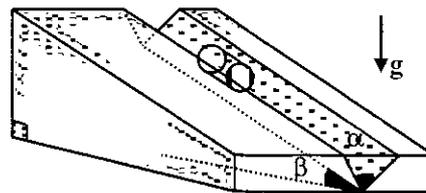


Fig.64

268. En la Fig.64, el cilindro partiendo del reposo se desliza por la canaleta que tiene forma

de un ángulo diedro de abertura $\alpha = 60^\circ$. La arista del ángulo diedro está inclinada bajo el ángulo $\beta = 53^\circ$ respecto de la horizontal. Los planos del ángulo diedro forman ángulos idénticos con el horizonte. El coeficiente de fricción entre el cilindro y la superficie de la canaleta es $\mu = 0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, luego de $t = 0,8$ s de iniciado el movimiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 10,5 cal b) 11,0 cal c) 11,5 cal d) 12,0 cal e) 12,5 cal

269. Un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ se lanza verticalmente hacia arriba desde el piso con una rapidez inicial de $v_0 = 10 \text{ m/s}$. La magnitud de la fuerza de fricción es: $f = 5v$ (N), siendo "v" la rapidez instantánea. Hallar la cantidad de calor desprendido por la fuerza de fricción, durante el ascenso del cuerpo. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 30 J b) 32 J c) 34 J d) 36 J e) 38 J

270. En la Fig.65, el recipiente partiendo del reposo se desliza por el plano inclinado áspero que forma un ángulo de $\alpha = 49^\circ$ respecto de la horizontal. La superficie del líquido contenido en el recipiente forma un ángulo de $\beta = 12^\circ$, respecto de la horizontal. Hallar la cantidad de calor desprendido por unidad de masa del líquido, debido a la fricción. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 9,1 J/kg b) 9,3 J/kg c) 9,5 J/kg d) 9,7 J/kg e) 9,9 J/kg

271. En la Fig.66, el bloque A de masa $m = 5 \text{ kg}$ comienza a deslizarse del reposo desde el vértice de la cuña de base $b = 2,10 \text{ m}$. El coeficiente de fricción entre el cuerpo y la superficie de la cuña es $\mu = 0,14$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, correspondiente al tiempo mínimo de deslizamiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 2,0 cal b) 2,5 cal c) 3,0 cal d) 3,5 cal e) 4,0 cal

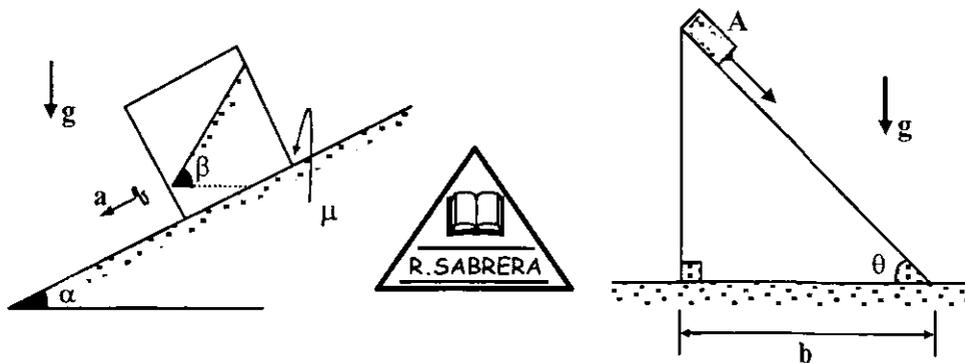


Fig.65

Fig.66

272. En la Fig.67, los bloques de masas $M = 15 \text{ kg}$ y $m = 5 \text{ kg}$, se liberan del reposo, sobre las superficies inclinadas respecto del horizonte, $\theta = 53^\circ$ y $\beta = 37^\circ$, la polea (P) es de peso despreciable y el coeficiente de fricción cinética es $\mu = 1/2$. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, luego de $t = 1 \text{ s}$ de iniciado el movimiento. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- a) 31 J b) 33 J c) 35 J d) 37 J e) 39 J

273. En la Fig.68, se ubica sobre la mesa horizontal, la cadena homogénea de peso $W=40\text{ N}$ y longitud total $a=2\text{ m}$, suspendida inicialmente una longitud $b=1\text{ m}$. El coeficiente de fricción entre la superficie y la cadena es $\mu=0,2$. Hallar la cantidad de calor desprendida por fricción, hasta el instante en que la cadena abandona la mesa. ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 1,0 J b) 1,5 J c) 2,0 J d) 2,5 J e) 3,0 J

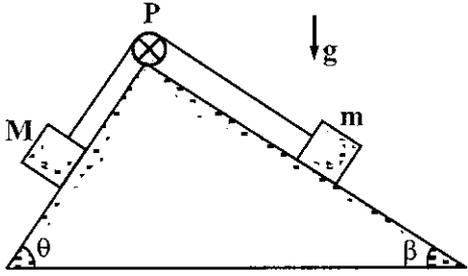


Fig.67

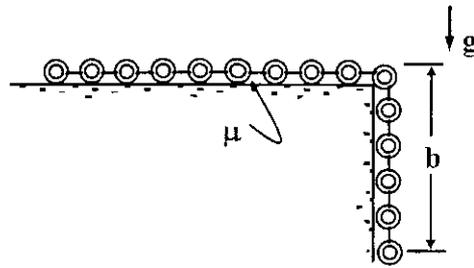


Fig.68

274. Una esferita de densidad $\rho=2,7\text{ g/cm}^3$ y radio $R=4\text{ cm}$ se lanza verticalmente hacia abajo con una rapidez de $v_0=60\text{ m/s}$, dentro de un fluido de densidad $\rho_0=1,26\text{ g/cm}^3$, coeficiente de viscosidad $\eta=9,86\cdot 10^{-2}\text{ Poises}$. Hallar la rapidez con que se disipa el calor en el instante $t=1\text{ s}$, después del lanzamiento. ($g=9,81\text{ m/s}^2$)

- a) 61,8 W b) 62,8 W c) 63,8 W d) 64,8 W e) 65,8 W

275. En la Fig.69, la masa del bloque A es $m_A=8\text{ kg}$ y está unida al resorte de constante elástica $k=120\text{ N/m}$ y longitud no deformada " ℓ_0 ". Si otro bloque B de masa $m_B=6\text{ kg}$ se presiona contra A el resorte se deforma una longitud " d ". ($g=9,81\text{ m/s}^2$)

I) Demostrar que para que se separen, debe cumplirse que: $d > 2\mu_c g (m_A + m_B)/k$, donde " μ_c " es el coeficiente de fricción cinético entre los bloques y el piso.

II) Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, hasta el instante en que los bloques se separan, si el coeficiente de fricción cinético es $\mu_c=0,2$.

- a) 2,0 cal b) 2,5 cal c) 3,0 cal d) 3,5 cal e) 4,0 cal

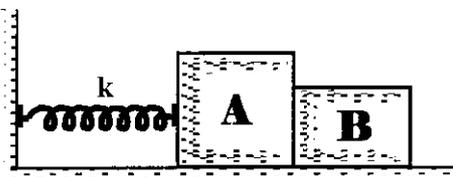


Fig.69

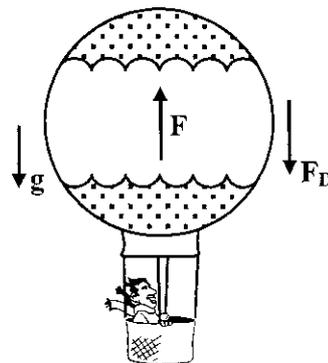


Fig.70

276. En la Fig.70, la fuerza de flotación sobre el globo de masa $m=500$ kg es $F=6$ kN y la resistencia del aire es $F_D=100v$ (N), donde "v" está en m/s. Hallar la rapidez con que se desprende el calor por fricción, para el instante en que el globo alcanza su velocidad terminal, partiendo del reposo. ($g=9,81$ m/s², $k=10^3$)

- a) 11,19 kW b) 11,39 kW c) 11,59 kW d) 11,79 kW e) 11,99 kW

277. En la Fig.71, la caja de masa $m=100$ kg se suelta del reposo, sobre el plano inclinado de coeficiente de fricción cinética $\mu=0,2$. El resorte de constante elástica $k=2$ kN/m está inicialmente no deformado. Hallar la cantidad de calor desprendido por fricción, hasta el instante en que la rapidez de la caja es $v=8,64$ m/s. ($g=9,81$ m/s², 1 cal= $4,186$ J)

- a) 456,4 cal b) 466,4 cal c) 476,4 cal d) 486,4 cal e) 496,4 cal

278. En la Fig.72, el bloque de masa $m=8$ kg partiendo del reposo en A, se desliza hacia abajo sobre la cuña lisa de masa $M=28$ kg, longitud $\ell=1$ m, ángulo de inclinación $\theta=30^\circ$, el cual, está sobre una superficie horizontal lisa. ¿A qué distancia del vértice B de la cuña se encuentra el bloque, cuando la cuña ha recorrido la distancia $d=15$ cm sobre el piso?. ($g=10$ m/s²)

- a) 20 cm b) 22 cm c) 24 cm d) 26 cm e) 28 cm

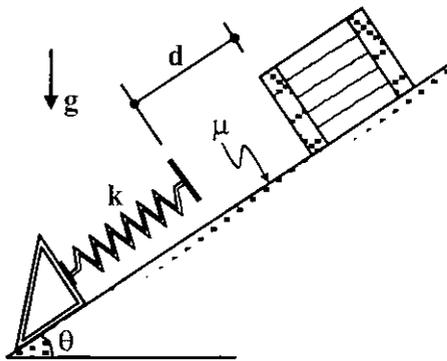


Fig.71

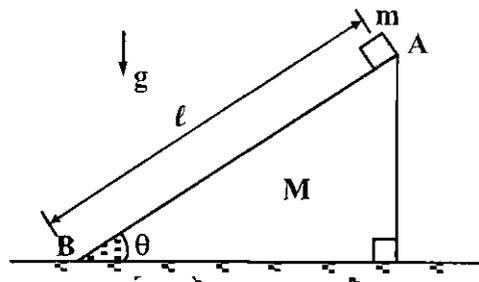


Fig.72

279. En la Fig.73, la bala de masa $m=30$ g con una rapidez de $v_b=150$ m/s impacta sobre el bloque de madera de masa $M=0,30$ kg unida al resorte de constante elástica $k=7500$ N/m, y que se encuentra en reposo sobre la superficie de coeficiente de fricción cinética $\mu=0,4$. En el choque la bala queda incrustada en el bloque de madera. Hallar la cantidad de calor generada, hasta el instante en que el bloque se detiene. ($g=10$ m/s²)

- a) 65,2 cal b) 66,2 cal c) 67,2 cal d) 68,2 cal e) 69,2 cal

280. En la Fig.74, al collarín de masa $m=0,5$ kg se le suministra una rapidez inicial de $v_0=2$ m/s sobre el anillo muy delgado horizontal de radio $r=20$ cm. El coeficiente de fricción cinético es $\mu_c=0,25$. ($g=10$ m/s²)

I) Hallar la distancia "s" que recorre el collarín hasta detenerse.

- a) 90 cm b) 92 cm c) 94 cm d) 96 cm e) 98 cm

II) Hallar la rapidez con que se disipa el calor, cuando la rapidez del collarín se ha reducido a la mitad de su rapidez inicial.

- a) 1,0 W b) 1,2 W c) 1,4 W d) 1,6 W e) 1,8 W

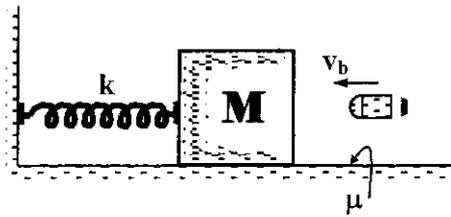


Fig.73

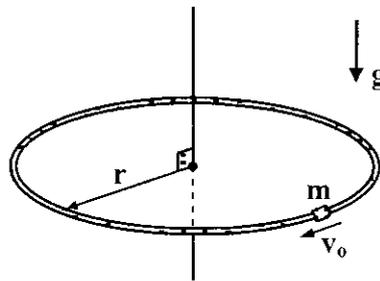


Fig.74

281. En la Fig.75, el vidrio de una ventana de lados $a=2$ m, $b=6$ m tiene un espesor de $d=1,2$ cm. La superficie exterior está a una temperatura de 23 °C y la interior a 25 °C. ¿Cuánto calor se transfiere por el vidrio en una hora? ($K=0,25$ cal/m·s·°C, $M=10^6$)

- a) 1,0 Mcal b) 1,2 Mcal c) 1,4 Mcal d) 1,6 Mcal e) 1,8 Mcal

281. En la Fig.76, la pared vertical plana de área 24 m² se mantiene a la temperatura de 90 °C. El aire de los alrededores en ambos lados es de 30 °C. ¿Cuánto calor se pierde en ambos lados de la pared en una hora? (El coeficiente de convección del aire es igual a $1,27 \cdot 10^{-3}$ kcal/m²·s·°C)

- a) 11 Mcal b) 13 Mcal c) 15 Mcal d) 17 Mcal e) 19 Mcal

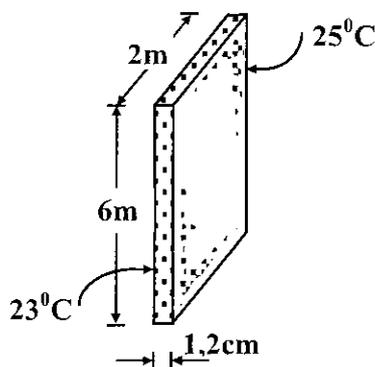


Fig.75

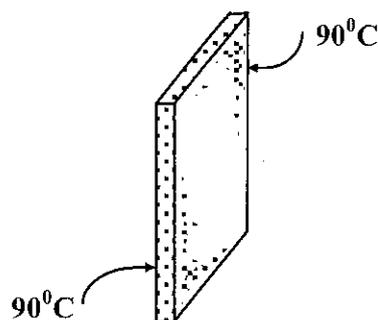


Fig.76

283. En la Fig.77, la hielera de madera de espesor de 4 cm tiene un área total eficaz de 2 m², ¿Cuántos gramos de hielo se fundirán en un minuto si la temperatura del interior es 4 °C y la temperatura exterior es 26 °C? ($K=2,5 \cdot 10^{-5}$ kcal/m·s·°C)

- a) 20,600 g b) 20,625 g c) 20,650 g d) 20,675 g e) 20,700 g

284. La radiación térmica incide sobre un cuerpo con una rapidez de 100 W/m^2 . Si el cuerpo absorbe el 20% de la radiación incidente ¿Cuál es su absorbancia? ¿Qué energía en joule se emitirá por este cuerpo en un minuto. Si el área de su superficie es 1 m^2 y su temperatura $727 \text{ }^\circ\text{C}$? ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, $M=10^6$)

- a) 2,1 MJ b) 2,3 MJ c) 2,5 MJ d) 2,7 MJ e) 2,9 MJ

285. La temperatura de operación de un filamento de una lámpara de potencia $P=25$ vatios es $T=1727 \text{ }^\circ\text{C}$. Si la emisividad del filamento es $e=0,3$. ¿Cuál es el área del filamento? ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$, $\mu=10^{-6}$)

- a) $90 \mu\text{m}^2$ b) $92 \mu\text{m}^2$ c) $94 \mu\text{m}^2$ d) $96 \mu\text{m}^2$ e) $98 \mu\text{m}^2$

286. Hallar la rapidez de radiación de un cuerpo negro cuando su temperatura es $60 \text{ }^\circ\text{C}$ y comparar con la rapidez del mismo cuando se duplica su temperatura. ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$)

- a) 1,14 b) 1,94 c) 1,54 d) 1,34 e) 1,74

287. En la Fig.78, la pared está formada por dos láminas de diferentes materiales, de coeficientes de conductividad térmica "k" y "2k", el espesor de las láminas es "d" y "2d", respectivamente. Si las temperaturas de las caras externas de la pared son 20°C y 40°C . Hallar la temperatura en la superficie de separación de las láminas.

- a) 20°C b) 25°C c) 30°C d) 35°C e) 40°C

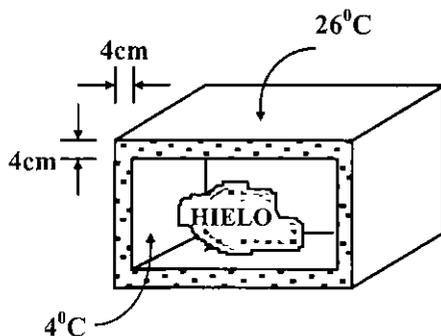


Fig.77

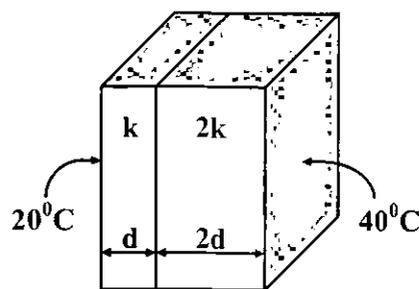


Fig.78

288. En la Fig.78, respecto del problema anterior, si las láminas tienen igual espesor y sus coeficientes de conductividad térmica son "k" y "3k", ¿Cuál es el valor del coeficiente de conductividad térmica equivalente de la pared?

- a) 2k b) 4k c) $5k/4$ d) $4k/3$ e) $3k/2$

289. Hallar el flujo de calor a través de un tubo cilíndrico de longitud $\ell=1 \text{ m}$, radios interior "a" y exterior "b" ($b=2a$), conductividad térmica $k=74,4 \text{ W/m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}$, cuyas superficies laterales interna y externa están a una diferencia de temperatura de $\Delta T=200 \text{ }^\circ\text{C}$

- a) 129 kW b) 132 kW c) 135 kW d) 138 kW e) 141 kW

290. Un cuerpo de masa $m=3$ kg se suelta desde una altura de $h=30$ m, sobre un dispositivo que contiene $M=100$ g de agua, que está a la temperatura de $T_0=20^{\circ}\text{C}$. Hallar la nueva temperatura del agua, si el 60 % de la energía del cuerpo de masa "m" se transforma en calor, en el instante del impacto. ($c_e=4\ 186$ J/kg $\cdot^{\circ}\text{C}$, $g=10$ m/s 2)

- a) $21,1^{\circ}\text{C}$ b) $21,3^{\circ}\text{C}$ c) $21,5^{\circ}\text{C}$ d) $21,7^{\circ}\text{C}$ e) $21,9^{\circ}\text{C}$

291. En la Fig.79, la barra de hierro de conductividad térmica $k=74,4$ W/m $\cdot^{\circ}\text{C}$, sección transversal rectangular de lados $a=1$ cm, $b=2$ cm y longitud $\ell=20$ cm, está revestida de un aislador térmico especial, que evita pérdidas de calor por las paredes laterales. Uno de los extremos está a la temperatura $T_1=100^{\circ}\text{C}$ y el otro a $T_2=20^{\circ}\text{C}$. Hallar el flujo de calor a lo largo de la barra.

- a) 1 W b) 2 W c) 4 W d) 6 W e) 8 W

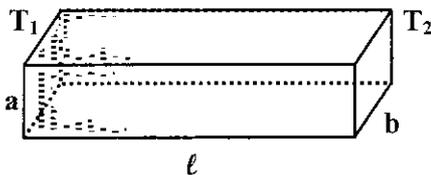


Fig.79

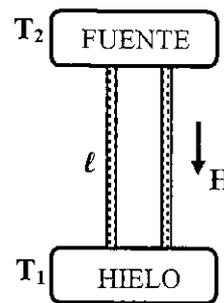


Fig.80

292. Un tubo de cobre de longitud $\ell=25$ cm, diámetros interior $d=1$ cm y exterior $D=2$ cm es sumergido en un recipiente que contiene agua a la temperatura de 25°C , la temperatura de la superficie lateral interna del tubo es de 50°C . Hallar la masa de agua que se calienta hasta la temperatura de 70°C durante 10 min. ($k=385$ W/m $\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_e=4\ 186$ J/kg $\cdot^{\circ}\text{C}$)

- a) 61,5 kg b) 63,5 kg c) 65,5 kg d) 67,5 kg e) 69,5 kg

293. La temperatura en la superficie de un lago es de -15°C . Si el coeficiente de conductividad térmica del hielo es $k=2,093$ W/m $\cdot^{\circ}\text{C}$ y su densidad $\rho=910$ kg/m 3 . ¿En qué tiempo se formará una capa de hielo de espesor $d=10$ cm? ($L_F=335$ kJ/kg)

- a) 12,3 h b) 12,7 h c) 13,1 h d) 13,5 h e) 13,9 h

294. En la Fig.80, la barra maciza de acero de conductividad térmica $k=50,23$ W/m $\cdot^{\circ}\text{C}$, longitud $\ell=30,48$ cm, diámetro de la sección transversal $D=1,27$ cm, está revestida de un aislamiento térmico evitando pérdidas de calor laterales. La barra al recibir calor de la fuente, derrite 50 g de de hielo, durante 50 min. Hallar la temperatura del foco caliente. ($L_F=335$ kJ/kg)

- a) 261°C b) 263°C c) 265°C d) 267°C e) 269°C

295. En la Fig.81, el sistema formado por las barras de acero (1) y cobre (2) de longitudes iguales a $\ell=15$ cm, y diámetro de sección $D_1=1,4$ cm, están cubiertas por un aislante térmico evitando pérdidas laterales. Hallar el diámetro de la barra de cobre ($D_2=?$), si el flujo de calor por la barra de acero es $H_1 = 6$ W. ($k_1=50,23$ W/m \cdot °C, $k_2=385,1$ W/m \cdot °C)

- a) 4,5 mm b) 4,8 mm c) 5,1 mm d) 5,4 mm e) 5,7 mm

296. En la Fig.82, la pared del horno está formada por dos capas, el ancho de cada una de ellas es $\ell_1=22$ cm, $\ell_2=12$ cm, sus conductividades térmicas $k_1 = 0,43$ W/m \cdot °C, $k_2= 0,053$ W/m \cdot °C. La temperatura al interior del horno es $T_1=1600^\circ$ C y al exterior $T_2=20^\circ$ C.

I) Hallar la temperatura común a ambas capas de la pared compuesta del horno.

- a) 1 309° C b) 1 319° C c) 1 329° C d) 1 339° C e) 1 349° C

II) Hallar el flujo de calor (en W/m 2) por unidad de área.

- a) 561,2 b) 563,2 c) 565,2 d) 567,2 e) 569,2

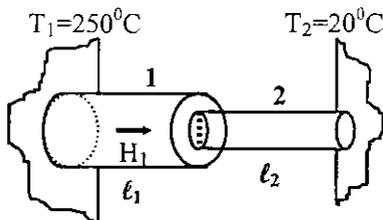


Fig.81

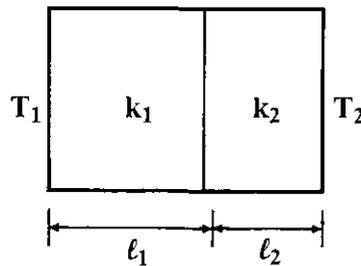


Fig.82

297. A un alambre de cobre de calibre 18 (diámetro igual a 0,1016 cm), longitud 30,48 m, resistividad $\rho=1,7\cdot 10^{-8}$ $\Omega\cdot$ m se aplica una diferencia de potencial de 1,0 V. Hallar el ritmo con que se genera energía térmica en el alambre.

- a) 1,58 W b) 1,56 W c) 1,54 W d) 1,52 W e) 1,50 W

298. Un calentador de potencia 350 W opera en una línea de 120 V, ¿En qué tiempo convierte este calentador 250 cm 3 de agua a la temperatura de 27° C totalmente en vapor de agua. ($c_e = 4186$ J/kg \cdot °C , $L=2,257\cdot 10^6$ J/kg , $\rho=1000$ kg/m 3)

- a) 15,5 min b) 26,9 min c) 20,5 min d) 30,5 min e) 35,5 min

299. Una lámpara de incandescencia funcionando con una tensión de $V=130$ voltios, y una corriente de intensidad $I=10$ A eleva la temperatura de 2,7 litros de agua en 26° C, durante un tiempo de $t=5$ min. Hallar que porcentaje de la energía entregada se convierte en luz.

- a) 15 % b) 20 % c) 25 % d) 30 % e) 35 %

300. Hallar la cantidad de calor que se desprende por segundo y por unidad de volumen de

un conductor de cobre de resistividad $\rho=1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, si la densidad de corriente uniforme es, $J=30 \text{ A/cm}^2$.

- a) $1,51 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3 \cdot s$ b) $1,53 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3 \cdot s$ c) $1,55 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3 \cdot s$
 d) $1,57 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3 \cdot s$ e) $1,59 \cdot 10^3 \text{ J/m}^3 \cdot s$

301. En una red se conectan en serie un conductor de cobre (Cu) y otro de acero (A) de longitudes y diámetros iguales, y resistividades $\rho_{Cu}=1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$, $\rho_A=1 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot m$. Hallar la razón de las cantidades de calor (Q_{Cu}/Q_A) que se disipa en estos conductores.

- a) 0,11 b) 0,13 c) 0,15 d) 0,17 e) 0,19

302. Para calentar un volumen $V=4,5 \text{ lt}$ de agua desde la temperatura de $T_0=25^\circ \text{C}$ hasta la ebullición, un calentador consume $E=0,5 \text{ kWh}$ de energía eléctrica. Hallar el rendimiento del calentador. ($1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$, $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$)

- a) 78,0 % b) 78,2 % c) 78,4 % d) 78,6 % e) 78,8 %

303. ¿Cuántos vatios consume la resistencia de una tetera eléctrica, si un $V=1 \text{ lt}$ de agua a la temperatura de $T_0=13,5^\circ \text{C}$ tarda en hervir $t=5 \text{ min}$? ($c_e=1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ \text{C}$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 1,0 kW b) 1,2 kW c) 1,4 kW d) 1,6 kW e) 1,8 kW

304. Un calentador de potencia $P=500 \text{ W}$, se coloca en un recipiente que contiene $V=2,0 \text{ litros}$ de agua a la temperatura de $T_0 = 20^\circ \text{C}$. ¿Qué tiempo tardará en hervir el agua, asumiendo que absorbe el 80 % de la energía disponible? ($1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 20 min b) 22 min c) 24 min d) 26 min e) 28 min

305. Un calentador de resistencia de hilo de nicromio de diámetro $D=1 \text{ mm}$ y resistividad $\rho=1 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$, se conecta a una línea de 120 V, suministrando 20 800 kcal al día, para calentar una habitación. Hallar la longitud del hilo de nicromio.

- a) 11,1 m b) 11,3 m c) 11,5 m d) 11,7 m e) 11,9 m

306. Una lámpara de potencia $P=400 \text{ W}$ que opera con un voltaje $V=220 \text{ voltios}$, se sumerge en agua de masa $m=8 \text{ kg}$ a la temperatura de $T_0=20^\circ \text{C}$. Hallar la temperatura del agua después de 5 min. ($c_e=1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ \text{C}$; $1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$)

- a) $23,0^\circ \text{C}$ b) $23,2^\circ \text{C}$ c) $23,4^\circ \text{C}$ d) $23,6^\circ \text{C}$ e) $23,8^\circ \text{C}$

307. En la Fig.83, el calorímetro C de resistencia $R_1=60 \Omega$, que contiene una masa $m=480 \text{ g}$ de agua, se conecta a la fuente de energía durante $t=5 \text{ min}$, indicando el amperímetro una intensidad de corriente $I=6 \text{ A}$. ¿En cuánto se eleva la temperatura del agua, si $R_2=30 \Omega$?

- a) 12°C b) 18°C c) 24°C d) 30°C e) 36°C

308. La temperatura de un termostato de agua de $V=1 \text{ litro}$ de capacidad se mantiene constan

te mediante un calentador de potencia $P=26$ W; en el calentamiento del agua se utiliza el 80 % de esta potencia. ¿Cuántos grados desciende la temperatura del agua del termos tato en 10 min, si se desconecta el calentador?

- a) 1°C b) 2°C c) 3°C d) 4°C e) 5°C

309. Una lámpara de incandescencia conectado a 120 voltios se sumerge en un calorímetro que contiene 400 g de petróleo de calor específico $0,5 \text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$, luego de transcurrido 1 min 40 s, la temperatura del petróleo se eleva en 6°C . Hallar el gasto que supone tener encendida la lámpara 5 h, si el kW-h cuesta \$ 20. ($1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) \$ 100 b) \$ 5 c) \$ 10 d) \$ 15 e) \$ 20

310. En la Fig.84, el cascarón esférico de aluminio de conductividad térmica igual a $k=210 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, tiene radios interno $a=10 \text{ cm}$ y externo $b=20 \text{ cm}$, y sus superficies interna y externa están a las temperaturas constantes de $T_a=200^{\circ}\text{C}$ y $T_b=100^{\circ}\text{C}$. Hallar el flujo de calor.

- a) 50,8 kW b) 52,8 kW c) 54,8 kW d) 56,8 kW e) 58,8 kW

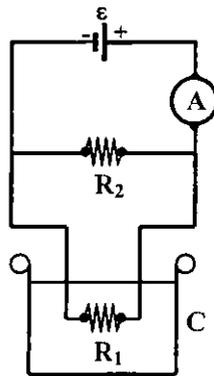


Fig.83

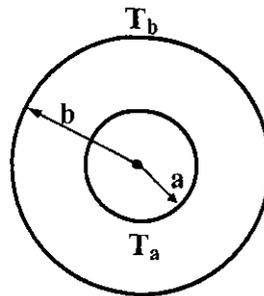


Fig.84

311. En la Fig.85, el cascarón esférico de cobre de conductividad térmica $k=390 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$, tiene radios interno $a=10 \text{ cm}$ y externo $b=20 \text{ cm}$, y sus superficies interna y externa están a las temperaturas constantes de $T_a=200^{\circ}\text{C}$ y $T_b=100^{\circ}\text{C}$. ¿Para qué valor de "r" la temperatura es de $T=150^{\circ}\text{C}$?

- a) 12,5 cm b) 12,9 cm c) 13,3 cm d) 13,7 cm e) 14,1 cm

312. En la Fig.86, el cascarón esférico está formado por dos capas, la primera de cobre y la segunda de aluminio de conductividades térmicas $k_1=390 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ y $k_2=210 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$. Hallar la temperatura " T_b " en la superficie común de las capas. ($a=10 \text{ cm}$, $b=20 \text{ cm}$, $c=30 \text{ cm}$, $T_a=200^{\circ}\text{C}$ y $T_c=100^{\circ}\text{C}$)

- a) $130,2^{\circ}\text{C}$ b) $132,2^{\circ}\text{C}$ c) $134,2^{\circ}\text{C}$ d) $136,2^{\circ}\text{C}$ e) $138,2^{\circ}\text{C}$

313. La dependencia del calor específico de cierta sustancia respecto de la temperatura, viene

dado por: $c(T)=a+ b.T$ (cal/g. $^{\circ}$ C), siendo "a", "b" constantes ($b=a/30$). ¿Qué cantidad de calor por unidad de masa ($\Delta Q/m$), se debe suministrar para elevar la temperatura de la sustancia de $T_1=20^{\circ}$ C hasta $T_2=40^{\circ}$ C?

- a) 10a cal b) 20a cal c) 30a cal d) 40a cal e) 50a cal

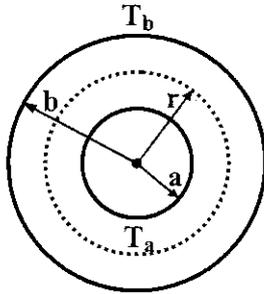


Fig.85

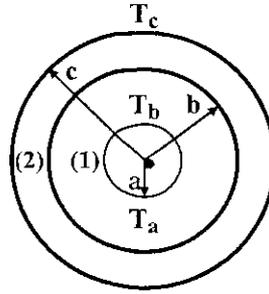


Fig.86

314. En la Fig.87, la ventana está constituida de una capa de aire intercalada entre dos placas de vidrio, de conductividades térmicas " k_A ", " k_V ", respectivamente. Hallar la conductividad térmica equivalente del sistema. ($l_2=2l_1$)

- a) $\frac{k_A k_V}{k_A + k_V}$ b) $\frac{k_A k_V}{k_V - k_A}$ c) $\frac{2k_A k_V}{k_A + k_V}$ d) $\frac{2k_A k_V}{k_V - k_A}$ e) $\frac{4k_A k_V}{k_A + k_V}$

315. Un esquiador de masa $m = 90$ kg desciende con velocidad constante de $v=16$ m/s, por una pendiente uniforme de hielo que está a la temperatura de $T_0=-32^{\circ}$ C. ¿Qué cantidad de hielo por segundo se derrite, si toda la energía disponible se emplea en fundir el hielo, cuya calor específico es $c_H=2\ 093$ J/kg. $^{\circ}$ C, y calor latente de fusión $L_F=335$ kJ/kg.

- a) 20,66 g b) 22,66 g c) 24,66 g d) 26,66 g e) 28,66 g

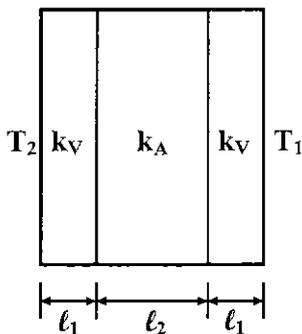


Fig.87

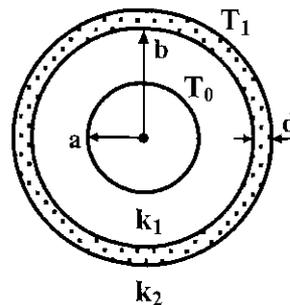


Fig.88

316. En la Fig.88, el tubo muy largo de conductividad térmica $k_1 = 390$ W/m. $^{\circ}$ C, radios interior $a=2$ cm y exterior $b=2,2$ cm conduce vapor a la temperatura $T_0=150^{\circ}$ C. El área lateral externo del tubo está cubierta de un material aislante térmico de conductividad térmica $k_2 = 0,046$ W/m. $^{\circ}$ C, espesor $d = 0,4$ cm, y cuya superficie externa se encuentra a una

temperatura constante de $T_1=50^\circ\text{C}$. Hallar la temperatura en la superficie externa del tubo ($r=b$).

- a) 137°C b) 140°C c) 143°C d) 146°C e) 149°C

317. La densidad del hielo es $\rho=920\text{ kg/m}^3$, su conductividad térmica $k=0,92\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ y su calor de fusión es $L_F=308,5\text{ kJ/kg}$. Un lago tiene una capa superficial de hielo de espesor $d=10\text{ cm}$ cuando la temperatura del aire es de $T_0=-15^\circ\text{C}$. Hallar la rapidez con que aumenta el espesor de la capa de hielo. ($\mu=10^{-6}$)

- a) $0,37\text{ }\mu\text{m/s}$ b) $0,40\text{ }\mu\text{m/s}$ c) $0,43\text{ }\mu\text{m/s}$ d) $0,46\text{ }\mu\text{m/s}$ e) $0,49\text{ }\mu\text{m/s}$

318. La temperatura de uno de los extremos de una varilla de bronce de longitud $\ell=50\text{ cm}$, diámetro $D=3\text{ mm}$, y conductividad térmica $k=109\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ es 76°C más alta que el otro extremo. ¿Qué cantidad de calor pasa por la varilla durante el tiempo de $t=1\text{ min}$?

- a) 5 J b) 6 J c) 7 J d) 8 J e) 9 J

319. ¿Qué espesor de concreto se requiere para alcanzar el mismo valor de aislamiento que la fibra de vidrio de espesor $\ell_1=6\text{ cm}$? Las conductividades térmicas de la fibra de vidrio y el acero, son: $k_1=0,04\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ y $k_2=0,8\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$ respectivamente.

- a) 100 cm b) 105 cm c) 110 cm d) 115 cm e) 120 cm

320. Un foco de luz de potencia $P=100\text{ W}$ genera $Q=95\text{ W}$ de calor, que se disipan a través de un bulbo de vidrio de radio $R=3\text{ cm}$ y espesor $s=0,5\text{ mm}$. Hallar la diferencia de temperaturas entre las superficies interior y exterior del foco.

- a) $4,1^\circ\text{C}$ b) $4,3^\circ\text{C}$ c) $4,5^\circ\text{C}$ d) $4,7^\circ\text{C}$ e) $4,9^\circ\text{C}$

321. ¿Qué tiempo tarda el Sol en fundir un bloque de hielo a la temperatura de $T=0^\circ\text{C}$, área horizontal plana de $A=1\text{ m}^2$ y espesor $h=1\text{ cm}$? Los rayos del Sol inciden con una intensidad de $I=1000\text{ W/m}^2$ formando un ángulo de $\theta=35^\circ$, respecto de la vertical. La emisividad del hielo es de $e=0,05$.

- a) $20,1\text{ h}$ b) $20,3\text{ h}$ c) $20,5\text{ h}$ d) $20,7\text{ h}$ e) $20,9\text{ h}$

322. I) Con la constante solar ($I=1350\text{ W/m}^2$), estimar la tasa a la que toda la Tierra de radio $R_T=6,38\cdot 10^6\text{ m}$ recibe energía del Sol. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}\cdot\text{K}^4$, $P=10^{15}$)

- a) 156 PW b) 160 PW c) 164 PW d) 168 PW e) 172 PW

II) Asumiendo que la Tierra irradia la misma cantidad de energía, y que la misma es un emisor perfecto $e=1$, estimar su temperatura superficial promedio.

- a) $3,5^\circ\text{C}$ b) $4,5^\circ\text{C}$ c) $5,5^\circ\text{C}$ d) $6,5^\circ\text{C}$ e) $7,5^\circ\text{C}$

323. I) Hallar la potencia radiada por una esfera de tungsteno de radio $R=16\text{ cm}$, emisividad $e=0,35$ que está a la temperatura de $T=25^\circ\text{C}$. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}\cdot\text{K}^4$)

- a) 50,4 W b) 52,4 W c) 54,4 W d) 56,4 W e) 58,4 W
- II) Si la esfera está encerrada en una habitación cuyas paredes se mantienen a $-5\text{ }^\circ\text{C}$, hallar la tasa de flujo de energía neta hacia fuera de la esfera.
- a) 16,6 W b) 17,0 W c) 17,4 W d) 17,8 W e) 18,2 W
- 324.**I) Demostrar que la resistencia equivalente " R_e " de dos láminas de resistencias térmicas " R_1 " y " R_2 " conectadas en serie, viene dado por: $R_e=R_1+R_2$.
- II) Demostrar que la resistencia equivalente " R_e " de dos láminas de resistencias térmicas " R_1 " y " R_2 " conectadas en paralelo, viene dado por: $R_e=R_1R_2/(R_1+R_2)$
- 325.** Dos cubos metálicos de aristas $a=3\text{ cm}$, el primero de cobre (Cu) y el segundo de aluminio (Al), se disponen en serie. Los extremos del conjunto están a las temperaturas de $100\text{ }^\circ\text{C}$ y $20\text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente ($K_{\text{Cu}}=401\text{ W/m}\cdot\text{K}$, $K_{\text{Al}}=237\text{ W/m}\cdot\text{K}$)
- I) Hallar la resistencia térmica de cada uno de los cubos.
- II) Hallar la resistencia térmica equivalente del conjunto de dos cubos.
- III) La corriente térmica " I " que pasan por los cubos.
- IV) La temperatura en la superficie de interfaz de los dos cubos.
- 326.** Los cables de calefacción de una estufa eléctrica de potencia $P=1\text{ kW}$ se encuentran al rojo vivo a la temperatura de $T=900\text{ }^\circ\text{C}$. Suponiendo que el 100 % del calor emitido es debido a la radiación y que los cables actúan como radiadores ideales (cuerpo negro) ¿Cuál es el área efectiva de la superficie radiante (Suponer que la temperatura ambiente es de $T_0=20\text{ }^\circ\text{C}$, $\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4$, $k=10^3$)
- a) 90,2 cm^2 b) 91,2 cm^2 c) 92,2 cm^2 d) 93,2 cm^2 e) 94,2 cm^2
- 327.** ¿Cuál es el rango de temperaturas de la superficie de una estrella para las cuales " λ_{max} " (longitud de onda a la cual la potencia de la radiación es máxima) está en el rango del visible? (constante de Wien $b=2,898\text{ mm}\cdot\text{K}$)
- 328.** El universo está lleno de radiación que se cree que procede del "big bang". Si el universo se considera como un cuerpo negro con temperatura de $T=2,3\text{ K}$, ¿Cuál será la " λ_{max} " (la longitud de onda a la cual la potencia de la radiación es máxima)?
- a) 1,16 mm b) 1,26 mm c) 1,36 mm d) 1,46 mm e) 1,56 mm
- 329.** La temperatura superficial del filamento de un foco de luz es de $T=1300\text{ }^\circ\text{C}$. ¿Cuál será su temperatura si se duplica la potencia eléctrica suministrada? (Sugerencia: Demostrar que puede despreciarse la temperatura del medio externo, $\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4$)
- a) 1590 $^\circ\text{C}$ b) 1592 $^\circ\text{C}$ c) 1594 $^\circ\text{C}$ d) 1596 $^\circ\text{C}$ e) 1598 $^\circ\text{C}$
- 330.** En un recipiente esférico de diámetro $D=30\text{ cm}$ ennegrecido por su parte exterior, tiene helio líquido a la temperatura de $T=4,2\text{ K}$. Este recipiente está separado de una capa ais

lante que se mantiene a la temperatura del nitrógeno líquido $T'=77\text{ K}$ mediante un espacio sometido al vacío. ¿Qué cantidad de helio se evapora por hora? ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}\cdot\text{K}^4$, $L_F=21\text{ kJ/kg}$)

- a) 95,5 g/h b) 96,5 g/h c) 97,5 g/h d) 98,5 g/h e) 99,5 g/h

331. ¿Qué cantidad de gasolina consume el motor de un auto al recorrer 100 km si con su potencia media de 15 CV, la rapidez media que desarrolla es de 30 km/h? El motor tiene un rendimiento del 22 %, el poder calorífico de la gasolina es $4,6\cdot 10^7\text{ J/kg}$, $1\text{ CV}=736\text{ W}$

- a) 11 kg b) 13 kg c) 15 kg d) 17 kg e) 19 kg

332. Hallar el rendimiento del motor de un auto, si para recorrer $d=100\text{ km}$ con rapidez constante de $v=40\text{ km/h}$ consume $V=13,5\text{ lt}$ de gasolina; y la potencia desarrollada en este tramo es de $P=16,3\text{ CV}$. La densidad de la gasolina $\rho=0,8\text{ g/cm}^3$, el poder calorífico de la gasolina $C=4,6\cdot 10^7\text{ J/kg}$, $1\text{ CV}=736\text{ W}$.

- a) 21,1 % b) 21,3 % c) 21,5 % d) 21,7 % e) 21,9 %

333. Un cuerpo de masa $m=3\text{ kg}$ que se mueve con rapidez $v=4\text{ m/s}$ choca con otro cuerpo de igual masa que se encuentra en reposo. Si el choque es central e inelástico, hallar la cantidad de calor que se desprende durante el choque.

- a) 10 J b) 12 J c) 14 J d) 16 J e) 18 J

334. En la Fig.89, la barra de peso 60 N y longitud 1 m se halla en equilibrio apoyada en dos superficies rugosas. Si un agente externo realiza un trabajo de 26 J para deslizar la barra y ubicarla en posición horizontal. Hallar la cantidad de calor que se desprende, $\theta=37^\circ$.

- a) 30 J b) 35 J c) 40 J d) 45 J e) 50 J

335. En la Fig.90, en el platillo esférico de radio $R=1\text{ m}$ se pone las pesas cuya barra es de masa despreciable y longitud $\ell=\sqrt{3}R$ las bolas son de masas $m=8\text{ kg}$. Una de las bolas descansa en el punto inferior de la semiesfera. Existe una fricción pequeña. Las pesas empiezan a moverse. Hallar que cantidad de calor que se desprende después de un tiempo largo. ($g=10\text{ m/s}^2$)

- a) 30 J b) 35 J c) 40 J d) 45 J e) 50 J

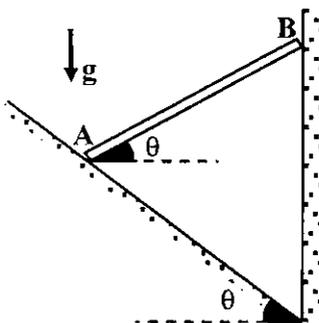


Fig.89

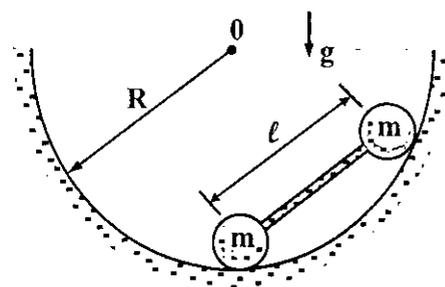


Fig.90

336. En la Fig.91, la bala de masa $m=50$ g, moviéndose con rapidez inicial de $v=400$ m/s, perfora el disco de masa $m=50$ g y se atraca en el siguiente, idéntico al primero. Hallar la cantidad de calor que se desprendió en el primer disco si en el segundo se desprendió la cantidad de calor $Q_2=1000$ J.

- a) 1617 J b) 1627 J c) 1637 J d) 1647 J e) 1657 J

337. En la Fig.92, la bala de acero de masa " m " y velocidad " \vec{v} " perfora la esfera de plomo de masa " M " ($M=51m$), como consecuencia de lo cual la rapidez de la bala disminuye a la mitad. ¿Qué parte de la energía cinética de la bala se transformó en calor?

- a) 26/37 b) 65/84 c) 42/59 d) 11/27 e) 38/51

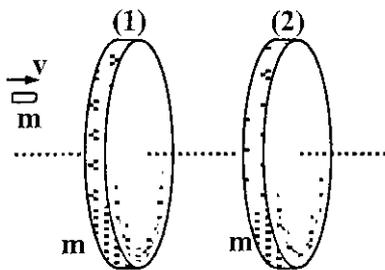


Fig.91

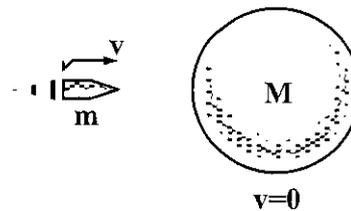


Fig.92

338. Un núcleo en movimiento se desintegra en dos fragmentos de masas " m_1 " y " m_2 " ($m_2=2m_1$), cuyos impulsos " \vec{p}_1 " y " \vec{p}_2 " ($p_2=2p_1$) forman un ángulo de $\theta = 60^\circ$. Hallar la energía " Q " que se libera al desintegrarse el núcleo, en función de la energía cinética ($E_{C,1}$) del fragmento "1".

- a) $2E_{C,1}/3$ b) $3E_{C,1}/4$ c) $4E_{C,1}/5$ d) $4E_{C,1}/3$ e) $E_{C,1}/2$

339. Una granada de masa " m " en reposo explota en dos fragmentos, cuyas masas están en relación de $m_1/m_2=1/4$. Hallar la energía de estos fragmentos, si el calor producido en la explosión es $Q=10$ kJ.

- a) 8 kJ, 2 kJ b) 6 kJ, 4 kJ c) 9 kJ, 1 kJ d) 7 kJ, 3 kJ e) 5 kJ, 5 kJ

340. Hallar la pérdida de energía " Q " en un choque frontal entre dos bolillas de masa $m_1 = 0,4$ kg y rapidez $v_1=6$ m/s y otra de masa $m_2=0,8$ kg en reposo, si el coeficiente de restitución es $e=1/2$.

- a) 1 J b) 2 J c) 4 J d) 6 J e) 8

341. ¿Qué fuerzas se debe de aplicar a los extremos de una barra de acero, de área de sección transversal $A=10$ cm², de coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,06 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, y módulo de Young $E=21,6 \cdot 10^{10}$ N/m², para evitar que se dilate cuando se calienta desde $T_0=0$ °C hasta $T=30$ °C? ($k=10^3$)

- a) 61 kN b) 63 kN c) 65 kN d) 67 kN e) 69 kN

- 342.** ¿Qué trabajo puede realizar una barra de acero de longitud $\ell=1$ m, área de sección transversal $A=4$ cm², coeficiente de dilatación lineal $\alpha=1,25\cdot 10^{-5}$ °C⁻¹ y módulo de Young $E=2\cdot 10^{11}$ N/m², al calentarla en $\Delta T=50$ °C?
- a) 15,0 J b) 15,2 J c) 15,4 J d) 15,6 J e) 15,8 J
- 343.** Se tiene una esfera de acero sólida de radio $R=10$ cm, masa $m=10$ kg y coeficiente de dilatación lineal $\alpha=12\cdot 10^{-6}$ °C⁻¹, que gira alrededor de su diámetro con una velocidad angular de $\omega=20$ rad/s. Si la esfera aumenta su temperatura en $\Delta T=100$ °C. Hallar:
- I. La variación que experimenta su momento de inercia.
- a) 90 kg.m² b) 92 kg.m² c) 94 kg.m² d) 96 kg.m² e) 98 kg.m²
- II. La nueva velocidad angular con la que gira la esfera compacta.
- a) 19,15 rad/s b) 19,25 rad/s c) 19,55 rad/s d) 19,75 rad/s e) 19,95 rad/s
- 344.** Un trozo de metal de coeficiente de dilatación cúbica $\beta=2\cdot 10^{-4}$ °C⁻¹ sumergido en cierto líquido experimenta una pérdida de peso de 5,3 N a 0 °C y 5,1 N a 100 °C. Hallar el coeficiente de dilatación lineal del líquido.
- a) 100 μ °C⁻¹ b) 200 μ °C⁻¹ c) 300 μ °C⁻¹ d) 400 μ °C⁻¹ e) 500 μ °C⁻¹
- 345.** ¿Qué cantidad de energía radia el Sol por minuto? Considere que la radiación del Sol se aproxima a la de un cuerpo negro. La temperatura de la superficie del Sol es aproximadamente 5 800 K y su radio medio $R=6,95\cdot 10^8$ m, $\sigma=5,67\cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴.
- a) $1,33\cdot 10^{27}$ J b) $2,33\cdot 10^{28}$ J c) $3,33\cdot 10^{27}$ J d) $4,33\cdot 10^{28}$ J e) $5,33\cdot 10^{28}$ J
- 346.** Un alambre de acero de diámetro $D=0,25$ mm, y coeficiente de dilatación lineal igual a $\alpha_A=12\cdot 10^{-6}$ °C, se sujeta a los extremos de una larga barra de latón de coeficiente de dilatación $\alpha_L=20\cdot 10^{-6}$ °C. La tensión del alambre a 0 °C es nula. Hallar la tensión cuando la barra y el alambre están a 20 °C. El módulo de Young del acero es $E=21,6\cdot 10^{10}$ N/m².
- a) 1,29 N b) 1,39 N c) 1,49 N d) 1,59 N e) 1,69 N
- 347.** Un cubo de aluminio de lados $a=20$ cm, densidad $\rho_{Al}=2,7$ g/cm³, coeficiente de dilatación lineal $\alpha_{Al}=24\cdot 10^{-6}$ °C⁻¹ flota en mercurio de densidad $\rho_{Hg}=13,6$ g/cm³, coeficiente de dilatación volumétrico $\beta=1,8\cdot 10^{-4}$ °C⁻¹. ¿Qué altura adicional se sumerge el cubo, cuando la temperatura aumenta desde 270 K hasta 320 K.
- a) 0,20 mm b) 0,25 mm c) 0,30 mm d) 0,35 mm e) 0,40 mm
- 348.** La potencia de radiación de un cuerpo negro es de $P=34$ kW. Hallar su temperatura sabiendo que el área de su superficie es $A=0,6$ m². ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}$ W.m⁻².K⁻⁴)
- a) 991,9 K b) 993,9 K c) 995,9 K d) 997,9 K e) 999,9 K
- 349.** Hallar la magnitud de la «constante solar», es decir, la cantidad de energía radiante que emite el Sol por minuto a través de una superficie de área $A=1$ cm², situada perpendicular

larmente a sus rayos y a la misma distancia que se encuentra la Tierra de el. La temperatura en la superficie del Sol es de $T=5\ 800\text{ K}$. Asumir que el Sol radia como un cuerpo negro, y que la distancia media entre la Tierra y el Sol es $d=1,5\cdot 10^{11}\text{ m}$. ($1\text{ cal}=4,186\text{ J}$)

- a) $1,174\text{ cal/min.cm}^2$ b) $1,374\text{ cal/min.cm}^2$ c) $1,574\text{ cal/min.cm}^2$
 d) $1,774\text{ cal/min.cm}^2$ e) $1,974\text{ cal/min.cm}^2$

350. ¿Qué cantidad de calor emite 1 cm^2 de la superficie de un cuerpo por segundo, sabiendo que su poder emisor monocromático máximo de la radiación $(e_\lambda)_{\text{max}}$ corresponde a la longitud de onda $\lambda=484\text{ nm}$? ($n=10^{-9}$)

- a) $7301,92\text{ J}$ b) $7303,92\text{ J}$ c) $7305,92\text{ J}$ d) $7307,92\text{ J}$ e) $7309,92\text{ J}$

351. ¿En cuánto disminuirá la masa del Sol durante un año debido a la radiación que emite?. La temperatura de la superficie del Sol es aproximadamente $T=5800\text{ K}$. ($R=6,95\cdot 10^8\text{ m}$, $(\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^{-4})$)

- a) 116 Pkg b) 126 Pkg c) 136 Pkg d) 146 Pkg e) 156 Pkg

352. Asumiendo que la radiación del Sol se mantiene constante, ¿Después de qué tiempo (en Taños) su masa se reduce a la mitad? $R=6,95\cdot 10^8\text{ m}$, $M=1,97\cdot 10^{30}\text{ kg}$, $T=5800\text{ K}$, $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$, $\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$, $T=10^{12}$)

- a) $1,218$ b) $3,218$ c) $5,218$ d) $7,218$ e) $9,218$

353. El coeficiente de dilatación cúbica del Hg es $\beta=1,82\cdot 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Hallar su coeficiente de compresibilidad, sabiendo que para que su volumen no cambie es necesario aumentar en 47 atm la presión externa.

- a) $3,81\text{ }\mu\text{atm}^{-1}$ b) $3,83\text{ }\mu\text{atm}^{-1}$ c) $3,85\text{ }\mu\text{atm}^{-1}$ d) $3,87\text{ }\mu\text{atm}^{-1}$ e) $3,89\text{ }\mu\text{atm}^{-1}$

354. Una bola de vidrio de peso "P", coeficiente de dilatación cúbica " β ", al pesarse en un líquido a las temperaturas de " T_0 ", " T_1 " y " T_2 ", sucesivamente, los resultados obtenidos son: " P_0 ", " P_1 ", " P_2 ". Demostrar que el coeficiente de dilatación cúbico del líquido es $\beta_L = (P_2 - P_1) + (P - P_0)(T_2 - T_1)\beta / (P - P_0)(T_2 - T_1)$.

355. Un cuerpo negro se encuentra a la temperatura de $T_1=2\ 900\text{ K}$. Al enfriarse este cuerpo, la longitud de onda correspondiente a la radiación espectral máxima experimenta una variación de $\Delta\lambda=9\text{ nm}$. ¿Hasta que temperatura se enfrió el cuerpo? ($b=289\cdot 10^{-5}\text{ m}\cdot\text{K}$.)

- a) 2870 K b) 2872 K c) 2874 K d) 2876 K e) 2878 K

356. Una lámina de color negro se encuentra colocada de tal manera que los haces de luz incidente caen sobre el perpendicularmente. ¿Hasta qué temperatura se calienta la lámina si en cada minuto caen 2 calorías en cada cm^2 de su superficie? ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)

- a) $121\text{ }^\circ\text{C}$ b) $123\text{ }^\circ\text{C}$ c) $125\text{ }^\circ\text{C}$ d) $127\text{ }^\circ\text{C}$ e) $129\text{ }^\circ\text{C}$

357. Hallar la temperatura de la superficie del Sol, sabiendo que al espectro de la radiación

del Sol, le corresponde una mayor emisión de energía a la longitud de onda de $4,75 \cdot 10^{-5}$ cm. Asumir que el Sol emite como un cuerpo negro. ($b=289 \cdot 10^{-5}$ m·K)

- a) 6080 K b) 6082 K c) 6084 K d) 6086 K e) 6088 K

358. El valor medio de la energía que emite 1 cm^2 de la superficie terrestre en 1 minuto es de 0,13 calorías. Asumiendo la Tierra como un cuerpo negro. ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $b=289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

I) Hallar la temperatura media de la superficie terrestre.

- a) 185 K b) 190 K c) 195 K d) 200 K e) 205 K

II) Hallar la longitud de onda correspondiente a la radiancia máxima.

- a) 13,5 μm b) 14,5 μm c) 15,5 μm d) 16,5 μm e) 17,5 μm

359. Un cuerpo negro se calienta sucesivamente a las temperaturas de $T_1=10^6 \text{ K}$ y $T_2=10^3 \text{ K}$. ¿A qué longitud de onda le corresponde la mayor cantidad de energía? ($b=289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

360. La temperatura de la superficie de las estrellas llamadas «enanas blancas» es de $1 \cdot 10^4 \text{ K}$. ¿A qué color del espectro visible le corresponde el máximo de su radiación? ($b=289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$)

- a) violeta b) azul c) verde d) amarillo e) naranja

361. Sobre 1 cm^2 de la superficie terrestre inciden 1,92 calorías de energía térmica por minuto. Hallar la temperatura de la superficie del Sol, suponiendo que éste radia como cuerpo negro. La distancia entre el Sol y la Tierra es de $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ y su radio medio es $6,96 \cdot 10^8$ ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 5715 K b) 5725 K c) 5735 K d) 5745 K e) 5755 K

362. Hallar la temperatura de un horno sabiendo que su boca de área $A=6,1 \text{ cm}^2$, emite 8,28 calorías cada minuto? Considerar que el horno emite como un cuerpo negro. ($1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$, $b=289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$)

- a) 721,5 °C b) 723,5 °C c) 725,5 °C d) 727,5 °C e) 729,5 °C

363. ¿Qué cantidad de energía emite en 1 s un centímetro cuadrado de plomo en estado de solidificación? La relación entre las emitancias de radiación de la superficie del plomo y del cuerpo negro a esta temperatura es de 0,6. ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

- a) 0,36 J b) 0,40 J c) 0,44 J d) 0,48 J e) 0,52 J

364. La potencia de radiación de un cuerpo negro es igual a 34 kW. Hallar la temperatura de este cuerpo sabiendo que el área de su superficie es de $0,6 \text{ m}^2$. ($\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

- a) 721 °C b) 723 °C c) 725 °C d) 727 °C e) 729 °C

365. Una superficie metálica incandescente de área 10 cm^2 , que esta a la temperatura de 2500

- K emite en un 1 minuto $4 \cdot 10^4$ J. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)
- I) Hallar la radiación de este cuerpo, asumiendo que es un cuerpo negro.
- a) $13,06 \cdot 10^4$ J b) $13,26 \cdot 10^4$ J c) $13,46 \cdot 10^4$ J d) $13,66 \cdot 10^4$ J e) $13,86 \cdot 10^4$ J
- II) Hallar la radiación de la emitancia de radiación de esta superficie a la del cuerpo negro a la temperatura dada.
- a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3 d) 0,4 e) 0,5
- 366.** Una esfera ennegrecida se enfría desde la temperatura de 27°C hasta 20°C . ¿Cuánto variará la longitud de onda correspondiente a la densidad espectral máxima de su emitancia de radiación? ($b = 289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $n = 10^{-9}$)
- a) 210 nm b) 220 nm c) 230 nm d) 240 nm e) 250 nm
- 367.** Sabiendo que la superficie del Sol se encuentra a la temperatura de $5\,700^\circ\text{C}$, su diámetro medio es de $1,391 \cdot 10^9$ m, y asumiendo que radia como un cuerpo negro. ($b = 289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $n = 10^{-9}$, $M = 10^6$)
- I) Hallar el poder de emisión (en MW/m^2) de la superficie del Sol.
- a) 70,17 b) 72,17 c) 74,17 d) 76,17 e) 78,17
- II) Hallar la longitud de onda con la que se observará el máximo poder emisivo monocromático.
- a) 444 nm b) 454 nm c) 464 nm d) 474 nm e) 484 nm
- III) Hallar el flujo de calor que emite la superficie del Sol.
- a) $1,18 \cdot 10^{26}$ W b) $1,38 \cdot 10^{26}$ W c) $1,58 \cdot 10^{26}$ W d) $1,78 \cdot 10^{26}$ W e) $1,98 \cdot 10^{26}$ W
- 368.** Un filamento metálico de diámetro $D = 0,2$ mm y calor específico $c = 0,037 \text{ cal/g} \cdot \text{K}$ se calienta con corriente eléctrica hasta una temperatura $T_0 = 3000$ K. ¿Qué tiempo tardará en enfriarse después de desconectarse, hasta una temperatura de $T = 800$ K. Asumir que el filamento emite como un cuerpo negro. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)
- a) 1,36 s b) 1,46 s c) 1,56 s d) 1,66 s e) 1,76 s
- 369.** Hallar la intensidad de corriente eléctrica "I", que debe pasar por un filamento de diámetro $D = 0,1$ mm, resistividad eléctrica $\rho = 2,5 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{cm}$ para que su temperatura sea de $T = 2500$ K. El filamento radia como un cuerpo negro. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)
- a) 1,40 A b) 1,42 A c) 1,44 A d) 1,46 A e) 1,48 A
- 370.** ¿Cuál es la potencia radiada por un alambre de nicromo de longitud $\ell = 1$ m, diámetro $D = 0,15$ cm, que está a la temperatura de $T = 727^\circ\text{C}$, sabiendo que su emisividad es $e = 0,92$? ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)
- a) 241,82 W b) 242,82 W c) 243,82 W d) 244,82 W e) 245,82 W

371. ¿Qué potencia se debe aplicar a una esfera de metal ennegrecida de radio $R=2$ cm para mantener su temperatura 27°C más alta que la temperatura del medio que la rodea que es de 20°C . Asumir que el calor se pierde solo por radiación. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)

- a) 0,49 W b) 0,59 W c) 0,69 W d) 0,79 W e) 0,89 W

372. La temperatura de un cuerpo negro se elevó por calentamiento desde 1000 K hasta 3000 K. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$, $b=289\cdot 10^{-5}\text{ m}\cdot\text{K}$)

I) ¿Cuántas veces aumentó la emitancia de radiación al ocurrir esto?

- a) 76 veces b) 78 veces c) 80 veces d) 82 veces e) 84 veces

II) ¿Qué variación experimento la longitud de onda correspondiente a la densidad espectral máxima de la emitancia de radiación?

- a) -1917 nm b) 1917 nm c) -1927 nm d) 1927 e) -1937 nm

III) ¿Cuántas veces aumento su densidad espectral máxima de emitancia de radiación?

- a) 240 veces b) 242 veces c) 244 veces d) 246 veces e) 248 veces

373. Hallar qué cantidad de energía emite 1 cm^2 de superficie de un cuerpo negro por segundo sabiendo que la densidad espectral máxima de su emitancia de radiación corresponde a la longitud de onda de $4\ 840\ \text{\AA}$. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$, $b=289\cdot 10^{-5}\text{ m}\cdot\text{K}$, $1\ \text{\AA}=10^{-10}\text{ m}$)

- a) 6,81 kJ b) 7,21 kJ c) 7,61 kJ d) 8,01 kJ e) 8,41 kJ

374. A temperaturas muy bajas, la capacidad calorífica molar de la sal de roca varía con la temperatura, según la ley de Debye: $C=kT^3/\Theta^3$ donde $k=1940\text{ J/mol}\cdot\text{K}$ y $\Theta=281\text{ K}$.

I) ¿Cuánto calor se requiere para elevar la temperatura de 1,50 mol de sal de roca de 10,0 K a 40,0 K?

- a) 83,01 J b) 83,21 J c) 83,41 J d) 83,61 J e) 83,81 J

II) Calcular la capacidad calorífica molar media (en $\text{J/mol}\cdot\text{K}$) en este intervalo.

- a) 1,80 b) 1,82 c) 1,84 d) 1,86 e) 1,88

III) Calcular la capacidad calorífica molar verdadera (en $\text{J/mol}\cdot\text{K}$) a 40,0 K.

- a) 5,0 b) 5,2 c) 5,4 d) 5,6 e) 5,8

375. La tasa de energía radiante que llega del Sol a la atmósfera superior de la Tierra es de cerca de $1,50\text{ kW/m}^2$. La distancia de la Tierra al Sol es de $1,50\cdot 10^{11}\text{ m}$, y el radio del Sol es de $6,96\cdot 10^8\text{ m}$.

I) Hallar la tasa de radiación de energía por unidad de área (en MW/m^2) de la superficie solar. ($M=10^6$)

- a) 69,07 b) 69,27 c) 69,47 d) 69,67 e) 69,87

- II) Si el Sol radia como cuerpo negro ideal, ¿qué temperatura superficial tiene?
- a) 5901 K b) 5921 K c) 5941 K d) 5961 K e) 5981 K
- 376.** De un depósito que contiene agua de densidad $\rho_L=1 \text{ g/cm}^3$, emerge una burbuja de aire de radio $R=10 \text{ cm}$ desde una profundidad de $h=10 \text{ m}$. Hallar la cantidad de calor desprendido. ($g=10 \text{ m/s}^2$)
- a) 413 J b) 416 J c) 419 J d) 422 J e) 425 J
- 377.** Una bola de hierro se deja caer sobre un piso de cemento desde una altura de $H=10 \text{ m}$. En el primer rebote sube hasta una altura de $h=0,50 \text{ m}$. Supóngase que toda la energía mecánica microscópica perdida en el choque contra el suelo se queda en la bola. El calor específico del hierro es de $0,12 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$.
- I) Durante el choque se ha añadido calor a la bola.
- II) ¿Se ha efectuado algún trabajo sobre la bola?
- III) ¿Ha cambiado su energía interna? De ser así, ¿en cuánto?
- a) 91,2 J/kg b) 92,2 J/kg c) 93,2 J/kg d) 94,2 J/kg e) 95,2 J/kg
- IV) ¿En cuánto ha aumentado la temperatura de la bola, después del choque?
- a) 0,15 °C b) 0,17 °C c) 0,19 °C d) 0,21 °C e) 0,23 °C
- 378.** La superficie de un cuerpo se calentó hasta la temperatura de 1000 K. Después, una mitad de esta superficie se calentó 100 K más y la otra mitad se enfrió 100 K. ¿Qué variación experimenta la emitancia de radiación de la superficie de este cuerpo?
- a) 1,06 veces b) 1,16 veces c) 1,26 veces d) 1,36 veces e) 1,46 veces
- 379.** Al calentar un cuerpo negro la longitud de onda correspondiente a la densidad espectral máxima de la emitancia de radiación varió desde $\lambda_1=0,69 \mu\text{m}$ hasta $\lambda_2=0,5 \mu\text{m}$. ¿Cuántas veces mayor se hizo la emitancia de radiación del cuerpo? ($\mu=10^{-6}$)
- a) 3,0 veces b) 3,2 veces c) 3,4 veces d) 3,6 veces e) 3,8 veces
- 380.** La temperatura de la espiral de wolframio de una lámpara eléctrica de 25 W es de 2450 K. La relación entre su emitancia de radiación y la del cuerpo negro a esta temperatura es de 0,3. Hallar la magnitud de la superficie radiante de la espiral. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)
- a) 0,41 cm² b) 0,44 cm² c) 0,47 cm² d) 0,50 cm² e) 0,53 cm²
- 381.** Conociendo la magnitud de la constante solar para la Tierra (ver el problema 138), hallar el valor de la constante solar (en $\text{cal}/\text{min}\cdot\text{cm}^2$) para Marte. Las distancias de la Tierra y Marte al Sol son: $d_T=149,5 \text{ Gm}$, $d_M=227,8 \text{ Gm}$, respectivamente. ($G=10^9$)
- a) 0,81 b) 0,83 c) 0,85 d) 0,87 e) 0,89
- 382.** Demostrar con la ayuda de la fórmula de Wien que: I) La frecuencia más probable de ra

diación es $\omega_{\text{prob}} \propto T$. II) La densidad espectral máxima de la radiación térmica es $(U_{\omega})_{\text{máx}} \propto T^3$, III) La luminosidad energética es $M_e \propto T^4$.

383. La luminosidad energética de un cuerpo absolutamente negro $M_e = 3,0 \text{ W/cm}^2$. Hallar la longitud de onda que corresponde al máximo de la emisividad de este cuerpo. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $b = 289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $n = 10^{-9}$)

- a) 3,19 nm b) 3,39 nm c) 3,59 nm d) 3,79 nm e) 3,99 nm

384. La radiación del Sol, según su composición espectral, es cercana a la de un cuerpo absolutamente negro para el cual el máximo del poder emisor corresponde a la longitud de onda de $\lambda = 0,48 \mu\text{m}$. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $b = 289 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{K}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

I) Hallar la masa que pierde en radiación electromagnética el Sol por segundo.

- a) $1 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$ b) $3 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$ c) $5 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$ d) $7 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$ e) $9 \cdot 10^9 \text{ kg/s}$

II) Estimar el tiempo transcurrido, durante el cual su masa disminuye en un 1 %.

- a) $1,25 \cdot 10^{11}$ años b) $3,25 \cdot 10^{11}$ años c) $5,25 \cdot 10^{11}$ años
d) $7,25 \cdot 10^{11}$ años e) $9,25 \cdot 10^{11}$ años

385. Hallar la temperatura del plasma de hidrógeno totalmente ionizado, que tiene una densidad $\rho = 0,10 \text{ g/cm}^3$, a la cual la presión de la radiación térmica es igual a la presión gasocinética de las partículas del plasma. Sabiendo que la presión de la radiación térmica $P = u/3$, donde "u" es la densidad volumétrica de la energía de radiación y que a altas temperaturas la sustancia obedece a la ecuación de estado de los gases perfectos. ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

- a) 1,18 MK b) 3,18 MK c) 5,18 MK d) 7,18 MK e) 9,18 MK

386. En un recipiente en el que se produce el vacío y cuya temperatura de las paredes se mantiene cerca del cero absoluto se colocó una bola de cobre de diámetro $d = 1,2 \text{ cm}$. La temperatura inicial de la bola $T_0 = 300 \text{ K}$. Considerando la superficie de la bola absolutamente negra, determinar cuánto tardará su temperatura en decrecer $\eta = 2,0$ veces. ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$)

- a) 2,14 h b) 2,34 h c) 2,54 h d) 2,74 h e) 2,94 h

387. Utilizando la fórmula de Planck para la densidad volumétrica espectral de la radiación térmica " u_{ω} ", en función de la frecuencia " ω " y la temperatura "T".

I) Obtener la fórmula de Rayleigh-Jeans, para $\hbar\omega \ll kT$.

II) Obtener la fórmula de Wien, para $\hbar\omega \gg kT$.

388. Una cavidad, cuyo volumen $V = 1,0 \text{ lt}$, se llena con radiación térmica a la temperatura $T = 1000 \text{ K}$. Hallar: ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

I) La capacidad térmica " C_V ".

- a) 1 nJ/K b) 3 nJ/K c) 5 nJ/K d) 7 nJ/K e) 9 nJ/K

- II) La entropía de esta radiación.
- a) 1 nJ/K b) 3 nJ/K c) 5 nJ/K d) 7 nJ/K e) 9 nJ/K
- 389.** Hallar utilizando la fórmula de Planck, las expresiones para determinar el número de fotones en 1 cm^3 de una cavidad a la temperatura "T", en los intervalos espectrales de frecuencias $(\nu, \nu+d\nu)$, $(\omega, \omega+d\omega)$ y longitudes de onda $(\lambda, \lambda+d\lambda)$.
- 390.** Una fuente isotrópica puntual emite luz de $\lambda=589 \text{ nm}$. La potencia luminosa de la fuente $P=10 \text{ W}$. Hallar: ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $h=6,626\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)
- I) La densidad media del flujo de fotones (en fotones/ $\text{cm}^2\cdot\text{s}$) a la distancia de $r=2,0 \text{ m}$ de la fuente.
- a) $1\cdot 10^{17}$ b) $2\cdot 10^{17}$ c) $4\cdot 10^{17}$ d) $6\cdot 10^{17}$ e) $8\cdot 10^{17}$
- II) La distancia entre la fuente y el punto en que la concentración media de los fotones es $n=100 \text{ cm}^{-3}$.
- a) 8,07 m b) 8,27 m c) 8,47 m d) 8,67 m e) 8,87 m
- 391.** Un pequeño impulso de luz de energía $E=7,5 \text{ J}$ en forma de un haz estrecho casi paralelo incide con un ángulo de $\theta=30^\circ$, sobre una placa especular, de índice de reflexión $\rho=0,6$. Hallar, con ayuda de las nociones corpusculares, el impulso transmitido a la placa. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $n=10^{-9}$)
- a) 31 nN.s b) 33 nN.s c) 35 nN.s d) 37 nN.s e) 39 nN.s
- 392.** Una onda luminosa plana de intensidad $I=0,20 \text{ W/cm}^2$ incide con un ángulo de $\theta=45^\circ$, sobre una superficie especular plana, de índice de reflexión $\rho=0,8$. Hallar, valiéndose de las nociones corpusculares, el valor de la presión normal ejercida por la luz sobre esta superficie. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$)
- a) $1 \mu\text{Pa}$ b) $3 \mu\text{Pa}$ c) $5 \mu\text{Pa}$ d) $7 \mu\text{Pa}$ e) $9 \mu\text{Pa}$
- 393.** Una onda luminosa plana de intensidad $I=0,20 \text{ W/cm}^2$ ilumina una bola de radio $R=5,0 \text{ cm}$, de superficie absolutamente especular. Hallar, a base de las nociones corpusculares, la fuerza de la presión luminosa que experimenta la bola. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$)
- a) $0,10 \mu\text{N}$ b) $0,14 \mu\text{N}$ c) $0,18 \mu\text{N}$ d) $0,22 \mu\text{N}$ e) $0,26 \mu\text{N}$
- 394.** Considerando que la distribución espectral de la energía de la radiación térmica se subordina a la fórmula de Wien $u(\omega, T)=A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, donde $a=7,64 \text{ ps}\cdot\text{K}$ es una constante. Hallar para la temperatura $T=2000 \text{ K}$. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$)
- I) La frecuencia angular " ω_p " más probable. ($P=10^{15}$)
- a) $0,185 \text{ P}\cdot\text{s}^{-1}$ b) $0,385 \text{ P}\cdot\text{s}^{-1}$ c) $0,585 \text{ P}\cdot\text{s}^{-1}$ d) $0,785 \text{ P}\cdot\text{s}^{-1}$ e) $0,985 \text{ P}\cdot\text{s}^{-1}$
- II) La longitud de onda " λ_p " más probable.
- a) $1,34 \mu\text{m}$ b) $1,34 \mu\text{m}$ c) $1,34 \mu\text{m}$ d) $1,34 \mu\text{m}$ e) $1,34 \mu\text{m}$

- 395.** Al calentar un cuerpo negro la longitud de onda correspondiente a la densidad espectral máxima de la emitancia de radiación varió desde $0,60 \mu\text{m}$ hasta $0,50 \mu\text{m}$. ¿Cuántas veces mayor se hizo la emitancia de radiación del cuerpo?
- a) 3,23 veces b) 3,33 veces c) 3,43 veces d) 3,53 veces e) 3,63 veces
- 396.** En el eje de un lámina circular absolutamente especular se encuentra una fuente isotrópica puntual, cuya potencia luminosa es $P=9 \text{ W}$. La distancia entre la fuente y la lámina es "n" veces su radio. Hallar, valiéndose de las nociones corpusculares, la fuerza de la presión luminosa que experimenta la lámina. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $n=10^{-9}$)
- a) 1 nN b) 2 nN c) 3 nN d) 4 nN e) 5 nN
- 397.** La potencia de radiación de un cuerpo negro es igual a $P=10 \text{ kW}$. Hallar la magnitud de la superficie radiante de este cuerpo sabiendo que la longitud de onda a la cual le corresponde la densidad máxima espectral de su emitancia de radiación es $\lambda_p=70 \mu\text{cm}$. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$, $c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $a=7,64 \text{ ps}\cdot\text{K}$, $p=10^{-12}$)
- a) $4,15 \text{ cm}^2$ b) $5,51 \text{ cm}^2$ c) $6,15 \text{ cm}^2$ d) $7,15 \text{ cm}^2$ e) $8,15 \text{ cm}^2$
- 398.** ¿En qué zonas del espectro se encuentran las longitudes de onda correspondientes a la densidad espectral máxima de la emitancia de radiación si de foco luminoso sirve: I) la espiral de una lámpara eléctrica ($T=3 \text{ 000 K}$), II) La superficie del Sol ($T=6 \text{ 000 K}$), III) una bomba atómica, en la cual, en el momento de hacer explosión se desarrolla una temperatura de cerca de 10 millones de grados? Asumir que las radiaciones son de un cuerpo negro. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $a=7,64 \text{ ps}\cdot\text{K}$, $p=10^{-12}$)
- 399.** I) Hallar la temperatura estacionaria de una esfera metálica en la proximidad de una superficie plana negra, calentada hasta la temperatura de $T=800 \text{ K}$.
- a) 671,7 K b) 672,7 K c) 673,7 K d) 674,7 K e) 675,7 K
- II) Hallar la temperatura estacionaria de una esfera que se encuentra entre dos planos negros, calentados hasta las temperaturas de $T_1=200 \text{ K}$ y $T_2=300 \text{ K}$.
- a) 261,8 K b) 262,8 K c) 263,8 K d) 264,8 K e) 269,8 K
- 400.** I) La densidad del flujo radiante del cielo estelar es de unos $2\cdot 10^{-10} \text{ W/cm}^2$. Estímese la temperatura del polvo intergaláctico. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)
- a) 2,04 K b) 2,14 K c) 2,24 K d) 2,34 K e) 2,44 K
- II) Estímese la energía que radia el Sol en 1 s (flujo de radiación solar)
- a) $1,89\cdot 10^{26} \text{ W}$ b) $3,89\cdot 10^{26} \text{ W}$ c) $5,89\cdot 10^{26} \text{ W}$ d) $7,89\cdot 10^{26} \text{ W}$ e) $9,89\cdot 10^{26} \text{ W}$
- 401.** I) Hallar la densidad de la energía de radiación térmica en la cavidad de un cuerpo a la temperatura de $T=800 \text{ K}$. ($c=3\cdot 10^8 \text{ m/s}$, $\mu=10^{-6}$)
- a) $301,6 \mu\text{J/m}^3$ b) $303,6 \mu\text{J/m}^3$ c) $305,6 \mu\text{J/m}^3$ d) $307,6 \mu\text{J/m}^3$ e) $309,6 \mu\text{J/m}^3$

- II) El Sol emite energía como un cuerpo negro a la temperatura de $T=6\,300\text{ K}$. Hallar la densidad del flujo radiante de la superficie solar. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)
- a) 81 MW/m^2 b) 83 MW/m^2 c) 85 MW/m^2 d) 87 MW/m^2 e) 89 MW/m^2
- III) Estímese la temperatura del filamento de una bombilla de potencia $P=150\text{ W}$, diámetro $D=0,3\text{ mm}$, longitud $\ell=5\text{ cm}$.
- a) $2\,719\text{ K}$ b) $2\,739\text{ K}$ c) $2\,759\text{ K}$ d) $2\,779\text{ K}$ e) $2\,799\text{ K}$
- 402.** El diámetro de la espiral de wolframio de una lámpara eléctrica es $D=0,3\text{ mm}$ y su longitud $\ell=5\text{ cm}$. Cuando la lámpara se conecta a una tensión de $V=127\text{ voltios}$ pasa a una corriente de intensidad $I=0,31\text{ A}$. Hallar la temperatura de la lámpara. La emitancia del filamento de la lámpara es $e=0,31$. ($\sigma=5,67\cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)
- a) $2\,605\text{ K}$ b) $2\,625\text{ K}$ c) $2\,645\text{ K}$ d) $2\,665\text{ K}$ e) $2\,685\text{ K}$
- 403.** Una onda electromagnética plana de frecuencia $\nu=300\text{ MHz}$ incide normalmente sobre una superficie de área $A=50\text{ cm}^2$. Si la intensidad de la onda es $I=9\cdot 10^{-5}\text{ W/m}^2$. Hallar el número de fotones por unidad de tiempo que inciden sobre la superficie. ($h=6,63\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$, $M=10^6$)
- a) $1,26\cdot 10^{28}$ b) $2,26\cdot 10^{28}$ c) $3,26\cdot 10^{28}$ d) $4,26\cdot 10^{28}$ e) $5,26\cdot 10^{28}$
- 404.** Hallar aproximadamente la potencia por unidad de área (en MW/m^2) que irradia la superficie del Sol en el intervalo de longitudes de onda $600,0\text{ nm}$ a $605,0\text{ nm}$. La temperatura de la superficie del Sol es $T=5\,800\text{ K}$. ($h=6,626\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot 10^8\text{ m/s}$, $n=10^{-9}$)
- a) $0,19$ b) $0,39$ c) $0,59$ d) $0,79$ e) $0,99$
- 405.** A una temperatura dada, $\lambda_{\text{máx}}=6\,500\text{ \AA}$ para una cavidad de cuerpo negro. ¿Cuál será $\lambda_{\text{máx}}$ si la temperatura de las paredes de la cavidad aumenta de modo que la razón de emisión de radiación espectral se duplica?
- a) $5\,406\text{ \AA}$ b) $5\,426\text{ \AA}$ c) $5\,446\text{ \AA}$ d) $5\,466\text{ \AA}$ e) $5\,476\text{ \AA}$
- 406.** Una fuente luminosa de frecuencia $\nu=6\cdot 10^{14}\text{ Hz}$ produce una potencia de $P=10\text{ W}$. ¿Cuántos fotones se producen en 1 segundo? ($h=6,63\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$)
- a) $1,51\cdot 10^{19}$ b) $2,51\cdot 10^{19}$ c) $3,51\cdot 10^{19}$ d) $4,51\cdot 10^{19}$ e) $5,51\cdot 10^{19}$
- 407.** Una estación de radio tiene una potencia de salida de 150 kW a una frecuencia de $101,1\text{ MHz}$. Hallar el número de fotones por unidad de área y tiempo (en fotones/ $\text{m}^2\cdot\text{s}$), a una distancia de 1 milla de la estación. La estación emite uniformemente en todas las direcciones. ($h=6,63\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$)
- a) $1,8\cdot 10^{22}$ b) $2,8\cdot 10^{22}$ c) $4,8\cdot 10^{22}$ d) $6,8\cdot 10^{22}$ e) $8,8\cdot 10^{22}$
- 408.** Una fuente de luz se mueve con una velocidad respecto de un receptor fijo. Demostrar que para $v\ll c$ la variación relativa de la frecuencia " ω " de la luz, viene dado por: $\Delta\omega/\omega_0 = (v/c) \cos \theta$.

- 409.** Demostrar que la temperatura en cualquier instante, en un punto cualquiera de una barra viene dado por la solución de la ecuación $\partial T/\partial t = \alpha \partial^2 T/\partial x^2$, siendo $\alpha = k/\rho c_e$ una constante.
- 410.** La expresión de la energía potencial de interacción entre los dos núcleos de una molécula diatómica (hidrógeno), viene dado por: $U(r) = U_0[(r_0/r)^2 - 2(r_0/r)]$ siendo "r" la distancia entre los núcleos y " r_0 " una constante. ¿Qué trabajo debemos de hacer sobre la molécula, de energía inicial $-V_0$, para duplicar la distancia intermolecular?
- a) V_0 b) $V_0/2$ c) $V_0/3$ d) $V_0/4$ e) $3V_0/4$
- 411.** Por término medio, la temperatura de la corteza terrestre se incrementa $1,0^\circ\text{C}$ por cada 30 m de profundidad. La conductividad térmica media de la corteza es de $0,74 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. ($R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, $k = 0,74 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, $T = 10^{12}$)
- I) Hallar la pérdida de calor que experimenta la Tierra cada segundo debida a la conducción desde su núcleo.
- a) 10,6 TW b) 11,6 TW c) 12,6 TW d) 13,6 TW e) 14,6 TW
- II) Comparar esta pérdida de calor con la potencia media recibida del Sol. (La constante solar es aproximadamente $1,35 \text{ kW/m}^2$)
- a) 0,001 % b) 0,002 % c) 0,003 % d) 0,004 % e) 0,005 %
- 412.** Se tiene una barra de longitud " ℓ ", conductividad térmica " k " y cuyo diámetro de sección, viene dado por: $D = D_0(1 + ax)$, donde " a " es una constante y " x " la distancia medida desde un extremo. Hallar la resistencia térmica de la barra.
- 413.** Un tanque de agua caliente cilíndrica de diámetro interior $d = 0,55 \text{ m}$ y altura interior $\ell = 1,2 \text{ m}$ está rodeado de una capa aislante de espesor $s = 5 \text{ cm}$ de lana de vidrio de conductividad térmica $k = 0,035 \text{ W/m}\cdot\text{K}$. Las paredes metálicas interior y exterior del tanque tienen conductividades térmicas muy superiores a la de la lana de vidrio. ¿Qué potencia debe suministrarse al tanque para mantener la temperatura del agua a 75°C cuando la temperatura externa es de 1°C .
- a) 130 W b) 132 W c) 134 W d) 136 W e) 138 W
- 414.** Una olla cuyo fondo de cobre de diámetro $D = 15 \text{ cm}$, espesor $s = 3 \text{ mm}$, conductividad $k = 401 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ contiene agua un volumen de $V = 0,8 \text{ lt}$, el cual, se seca en 10 minutos. Calor latente de vaporización del agua es $L_v = 2,26 \text{ MJ/kg}$. Hallar la temperatura en la parte exterior del fondo de cobre, cuando todavía queda agua en la olla.
- a) $100,3^\circ\text{C}$ b) $101,3^\circ\text{C}$ c) $102,3^\circ\text{C}$ d) $103,3^\circ\text{C}$ e) $104,3^\circ\text{C}$
- 415.** En una laguna flota una capa de hielo de densidad $\rho = 0,917 \text{ g/cm}^3$, conductividad térmica $k = 0,592 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, calor latente de fusión $L_F = 333,5 \text{ kJ/kg}$ y espesor $s = 1 \text{ cm}$. La temperatura del aire es de $T = -10^\circ\text{C}$.

- I) Hallar la rapidez con que aumenta el espesor del hielo en milímetros por hora, en su parte inferior.
- a) 6,17 mm/h b) 6,37 mm/h c) 6,57 mm/h d) 6,77 mm/h e) 6,97 mm/h
- II) ¿Qué tiempo tardará en formarse una capa de hielo de $s=20$ cm de espesor?
- a) 11,1 días b) 11,3 días c) 11,5 días d) 11,7 días e) 11,9 días
- 416.** Dos recipientes de cobre de masa $m=200$ g cada una, conteniendo el primero $V=0,7$ lt de agua a $T_0=60$ °C, se conectan con una barra de cobre de longitud $\ell=10$ cm y área de sección $A=1,5$ cm². El segundo está lleno de una mezcla de hielo y agua a 0 °C. Despreciando la capacidad calorífica de la barra. ($k_{Cu}=401$ W/m·K, $c_{Cu}=0,386$ kJ/kg·K, $c_A=4,18$ kJ/kg·K, $\rho_A=1$ g/cm³, Cu=cobre, A=Agua)
- I) Demostrar que la temperatura del primer recipiente, viene dado por: $T=T_0 e^{-t/RC}$ donde "t" es el tiempo, "R" la resistencia térmica de la barra, y "C" la capacidad calorífica total del recipiente más el agua.
- II) Hallar los valores de "R", "C" y la constante de tiempo "RC".
- III) Demostrar que la cantidad total de calor "Q" conducida después de transcurrido un tiempo "t" es: $Q=CT_0(1-e^{-t/RC})$
- 417.** Una esfera de cobre ennegrecido de diámetro $D=4$ cm está suspendida al interior de un recipiente al vacío, cuyas paredes están a 20 °C. Si la temperatura inicial de la esfera es de 0 °C. ¿Con qué rapidez cambia la temperatura de la esfera? ($c_e=0,386$ kJ/kg·K, $\rho=8,93$ g/cm³, $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}$ W/m²·K⁴)
- a) 8,06 K/h b) 8,26 K/h c) 8,46 K/h d) 8,66 K/h e) 8,86 K/h
- 418.** Experimentalmente se encuentra que la expresión de la velocidad con la que cae una bola esférica $m=40$ g, radio $r=1$ cm a partir del reposo, bajo la acción del campo gravitatorio, viene dado por: $v = V \tanh(-kt)$, siendo "V" y "k" constantes. La resistencia del aire es de la forma $f = K a r^2 v^2$ siendo $a=1,5$ g/lt y "K" una constante que depende de las dimensiones de la bola. ($g=10$ m/s²)
- I) Sabiendo que la velocidad límite que alcanza la bola es $v=40$ m/s, hallar el valor de "k".
- a) 0,10 s⁻¹ b) 0,15 s⁻¹ c) 0,20 s⁻¹ d) 0,25 s⁻¹ e) 0,30 s⁻¹
- II) Hallar la magnitud de la fuerza resultante sobre la bola, en el instante en que su velocidad es la mitad de su velocidad límite.
- a) 0,1 N b) 0,2 N c) 0,3 N d) 0,4 N e) 0,5 N
- III) Hallar el valor de la constante "K".
- a) 1,07 b) 1,27 c) 1,47 d) 1,67 e) 1,87
- IV) Hallar la rapidez con la que varía la energía mecánica de la bola, para el instante en que su rapidez instantánea es $v=V/4$.

- a) -2,75 J/s b) -3,00 J/s c) -3,25 J/s d) -3,50 J/s e) -3,75 J/s

419. Un disco homogéneo de masa "m" y radio $R=20$ cm se hace girar alrededor de su eje de simetría perpendicular a el, hasta una velocidad angular de $\omega=100$ rad/s y se coloca de plano sobre una mesa horizontal. El coeficiente de fricción entre el disco y la mesa es $\mu=0,5$. ¿Después de qué tiempo se detiene el disco? ($g=10$ m/s²)

- a) 2,0 s b) 2,5 s c) 3,0 s d) 3,5 s e) 4,0 s

420. Un cilindro homogéneo de radio $R=50$ cm y masa "m" se hace girar hasta alcanzar la velocidad angular de $\omega_0=20$ rad/s y se pone en un plano inclinado un ángulo de $\theta=15^\circ$ respecto de la horizontal. El coeficiente de fricción entre el plano y el cilindro es $\mu=0,8$. ¿A qué altura ascenderá el cilindro? ($g=10$ m/s²)

- a) 60,4 cm b) 62,4 cm c) 64,4 cm d) 66,4 cm e) 68,4 cm

421. Un anillo fino de radio $R=50$ cm y masa "m" se impulsa hasta obtener la velocidad angular de $\omega_0=40$ rad/s y se pone verticalmente sobre un plano horizontal de coeficiente de fricción $\mu=0,5$. ¿Con qué rapidez se mueve el anillo al final de la rotación con deslizamiento, y qué parte de la energía inicial se transforma en calor? ($g=10$ m/s²)

- a) $4 \frac{m}{s}$, $2/3$ b) $6 \frac{m}{s}$, $3/4$ c) $8 \frac{m}{s}$, $1/4$ d) $10 \frac{m}{s}$, $1/2$ e) $12 \frac{m}{s}$, $1/3$

422. En la Fig.93, la placa de cobre tiene área de sección $A=1,8$ m², espesor $\Delta x=24,9$ cm. $T=-12$ °C y $\Delta T=136$ °C, y que se alcanza el estado permanente.

- I) Hallar el gradiente de temperatura en la placa de cobre.
 II) Hallar la cantidad de calor transferido a la placa.
 III) Hallar la temperatura en un punto de la placa a la distancia de $x=11$ cm de la cara de mayor temperatura.

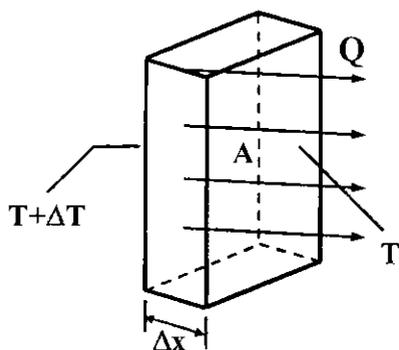


Fig.93

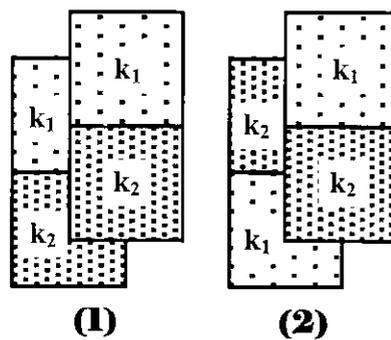


Fig.94

423. En la Fig.94, para cubrir una abertura de área "2A" se dispone de cuatro piezas cuadradas de dos materiales aislantes diferentes, todas con el mismo espesor y área "A". Esto puede hacerse de cualquiera de las formas mostradas (1) y (2).

- I) Hallar la razón del flujo de calor que pasa por el arreglo (2) a (1), cuando $k_2=2k_1$.

II) ¿Por cuál de los arreglos (1) o (2), pasa menor flujo de calor, siendo $k_2 \neq k_1$?

424. I) Demostrar que la temperatura " T_x ", en la superficie de contacto de una placa compuesta, viene dado por: $T_x = (R_2 T_1 + R_1 T_2) / (R_1 + R_2)$, donde " T_1 ", " T_2 " son las temperaturas de los extremos de la placa compuesta en serie, y " R_1 ", " R_2 " las resistencias térmicas de cada una de las partes. II) Evaluar " T_x " para $R_1 = 2R_2$ y $T_1 = 4T_2$.

- a) $1,5 T_2$ b) $2,0 T_2$ c) $2,5 T_2$ d) $3,0 T_2$ e) $3,5 T_2$

425. Un alambre largo de tungsteno de un calefactor está tiene una especificación de $3,08 \text{ kW/m}$ y un diámetro de $d = 0,520 \text{ mm}$. Está empotrado a lo largo del eje de un cilindro de cerámica de diámetro $D = 12,4 \text{ cm}$. Cuando se opera a la potencia especificada, el alambre está a $T_1 = 1480 \text{ }^\circ\text{C}$ y el exterior del cilindro está a $T_2 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar la conductividad térmica de la cerámica.

- a) $1,5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ b) $1,6 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ c) $1,7 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ d) $1,8 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ e) $1,9 \text{ W/m}\cdot\text{K}$

426. Una barra cilíndrica de plata de longitud $\ell = 1,17 \text{ m}$, área de sección transversal $A = 4,76 \text{ cm}^2$, conductividad térmica $k = 401 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ se aísla para impedir la pérdida de calor a través de su superficie. Los extremos se mantienen a una diferencia de temperatura de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ colocando un extremo en una mezcla de agua y hielo y el otro en agua hirviendo y vapor. (Calor latente de fusión del hielo $L_F = 333,3 \text{ kJ/kg}$)

I) Hallar la rapidez con la que se transfiere el calor a lo largo de la barra.

- a) $16,1 \text{ W}$ b) $16,3 \text{ W}$ c) $16,5 \text{ W}$ d) $16,7 \text{ W}$ e) $16,9 \text{ W}$

II) Hallar la cantidad de hielo que se funde en el extremo frío de la barra.

- a) $48,1 \text{ mg/s}$ b) $48,3 \text{ mg/s}$ c) $48,5 \text{ mg/s}$ d) $48,7 \text{ mg/s}$ e) $48,9 \text{ mg/s}$

427. En la Fig.95, a través de las barras rectangulares de metal idénticas soldadas en serie (1), fluyen $Q = 10 \text{ J}$ de calor en $t = 2 \text{ min}$. ¿En que tiempo fluye 30 J de calor a través de las barras soldadas en paralelo (2)?

- a) $1,0 \text{ min}$ b) $1,5 \text{ min}$ c) $2,0 \text{ min}$ d) $2,5 \text{ min}$ e) $3,0 \text{ min}$

428. En la Fig.96, las tres barras de longitudes $\ell = 10 \text{ cm}$, áreas de sección $A = 32 \text{ cm}^2$, y conductividades térmicas $k_1 = 0,7 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, $k_2 = 0,8 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ y $k_3 = 0,55 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ están unidas herméticamente en el arreglo mostrado. Hallar la cantidad de calor que pasa por el arreglo durante el tiempo de $t = 2 \text{ min}$.

- a) $495,6 \text{ J}$ b) $496,6 \text{ J}$ c) $497,6 \text{ J}$ d) $498,6 \text{ J}$ e) $499,6 \text{ J}$

429. A bajas temperaturas (por debajo de 50 K), la conductividad térmica de un metal es proporcional a la temperatura absoluta, esto es: $k = aT$, donde " a " es una constante con un valor numérico que depende del metal en particular. Demostrar que la razón de flujo de calor a través de una barra de longitud " ℓ " y área de sección transversal " A ", y cuyos

extremos están a las temperaturas " T_1 " y " T_2 ", viene dado por: $H=(aA/2\ell)(T_1^2 - T_2^2)$. Desprecia la pérdida de calor de la superficie.

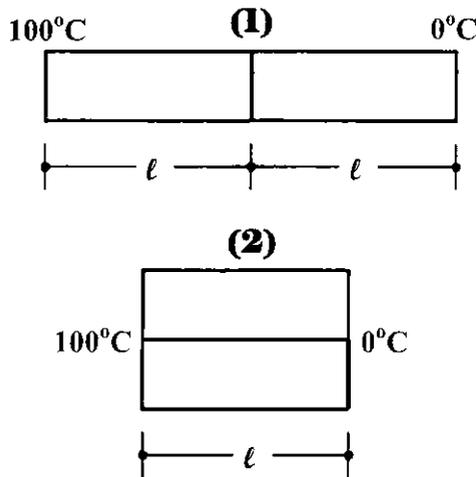


Fig.95

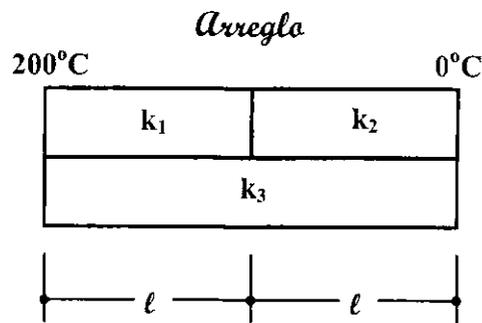


Fig.96

- 430.** Cerca del cero absoluto la capacidad calorífica molar del aluminio varía con la temperatura absoluta " T " y está dada por: $C = (3,16 \cdot 10^{-5})T^3$, en $J/mol \cdot K$. ¿Qué cantidad de calor se necesita para elevar la temperatura de $m=1,2$ g de aluminio de $T_0=6,6$ K a $T=15$ K? (Masa molar del aluminio $M=26,9815$ g/mol, $m=10^{-3}$)
- a) 1,17 mJ b) 1,27 mJ c) 1,37 mJ d) 1,47 mJ e) 1,57 mJ
- 431.** Se encuentra que la capacidad calorífica molar de la plata, medida a la presión atmosférica, varía con la temperatura entre 50 K y 100 K, según la ecuación empírica, dada por: $C=0,318T-0,00109T^2-0,628$, donde " C " está en $J/mol \cdot K$ y " T " está en K. Hallar la cantidad de calor necesario para elevar $m=316$ g de plata desde $T_0=50$ K a $T=90$ K. La masa molar de la plata es $M=107,87$ g/mol.
- a) 1 856 J b) 1 866 J c) 1 876 J d) 1 886 J e) 1 896 J
- 432.** Tres barras rectas de igual longitud, de aluminio (A), acero (B) y invar (C) de coeficientes de dilatación lineal, $\alpha_A=23 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_B=11 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ y $\alpha_C=0,7 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ a la temperatura de $T_0=20$ °C forman un triángulo equilátero con pivotes en los vértices. ¿A qué temperatura el ángulo opuesto a la barra de invar tendrá $T=59,95$ °C?
- a) 45,35 °C b) 46,35 °C c) 47,35 °C d) 48,35 °C e) 49,35 °C
- 433.** Un tubo vertical de vidrio de longitud $\ell=1,28$ m está medio lleno de un líquido a la temperatura de $T_0=20$ °C. Los coeficientes de dilatación lineal del vidrio y volumétrico del líquido son: $\alpha_{vid}=9 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ y $\beta_{liq}=210 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, respectivamente. Hallar el cambio que experimenta la altura del líquido cuando este se calienta a $T=33$ °C.
- a) 2,55 mm b) 2,65 mm c) 2,75 mm d) 2,85 mm e) 2,95 mm

- 434.** Se tiene un pared plana de espesor " ℓ " cuya conductividad térmica varía linealmente en un rango de temperatura dado por $k(T)=k_0(1+\beta T)$ siendo " k_0 " y " β " constantes. Las superficies de las paredes en $x=0$ y $x=\ell$ se mantienen a las temperaturas de " T_1 " y " T_2 ".
- I) Hallar una relación para la transferencia de calor a través de la pared.
 II) Hallar la distribución de temperatura $T(x)$ en la pared.
- 435.** Una resistencia de alambre de hierro de 1000-W tiene una longitud de $\ell=40$ cm y un diámetro de $D=0,2$ cm.
- I) Hallar la rapidez de generación de calor en el alambre por unidad de volumen.
 II) Hallar el flujo de calor en la superficie externa del alambre.
- 436.** En un reactor nuclear, el calor es generado uniformemente en la barra cilíndrica de uranio de diámetro $D=5$ cm a una rapidez de $7 \cdot 10^7$ W/m³. Si la longitud de la barra es de $\ell=1$ m, hallar la rapidez de generación de calor en cada una de las barras.
- a) 131,4 kW b) 133,4 kW c) 135,4 kW d) 137,4 kW e) 139,4 kW
- 437.** En un estanque solar, la absorción de energía solar puede ser modelado como generación de calor y puede ser aproximado por $\dot{g} = g_0 e^{-bx}$, donde " g_0 " es la rapidez de absorción de calor en la parte superior de la superficie por unidad de volumen y " b " es una constante. Hallar una relación para la rapidez de la generación de calor en una capa de agua de superficie de área " A " y espesor " ℓ " en la parte superior del estanque.
- 438.** Aplicando el balance de energía a un elemento de volumen rectangular, derivar la ecuación de conducción de calor transitorio unidimensional para una placa plana con conductividad térmica constante y sin fuentes de calor.
- 439.** Consideremos un medio en la cual la ecuación de conducción de calor esta dada en su forma más simple por: $\partial^2 T / \partial x^2 = (1/\alpha) \partial T / \partial t$.
- I) Es la transferencia de calor estable o transitorio.
 II) Es la transferencia de calor uni-bi o tri-dimensional.
 III) Existen fuentes de generación de calor en el medio.
 IV) Es la conductividad térmica del medio constante o variable.
- 440.** Aplicando el balance de energía a un elemento de volumen derivar la ecuación de conducción de calor transitorio bidi-mensional en coordenadas rectangulares para la temperatura $T(x, y)$, para el caso en que la conductividad térmica es constante y en ausencia de fuentes de generación de calor.
- 441.** Consideremos un medio en la que la ecuación de conducción de calor está dada en su forma más simple por: $(1/r^2) \partial(r^2 \partial T / \partial r) / \partial r = (1/\alpha) \partial T / \partial t$.
- I) Es la transferencia de calor estable o transitorio.
 II) Es la transferencia de calor uni-bi o tri-dimensional.
 III) Existen fuentes de generación de calor en el medio.
 IV) Es la conductividad térmica del medio constante o variable.

- 442.** Aplicando el balance de energía a un elemento de volumen en forma de anillo delgado derivar la ecuación de conducción de calor transitorio en coordenadas cilíndricas para la temperatura $T(r, z)$, para el caso en que la conductividad térmica es constante y en ausencia de fuentes de calor.
- 443.** Considere un contenedor esférico de radios interno " r_1 ", externo " r_2 " y conductividad térmica " k ". Expresar las condiciones de contorno para la superficie interna del contenedor para una conducción de calor unidimensional estable, para los siguientes casos: I) Temperatura especificada de $T=50\text{ }^\circ\text{C}$. II) Flujo de calor especificado de $H=30\text{ W/m}^2$, dirigido hacia el centro. c) Convección hacia un medio en T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor de " h ".
- 444.** El calor es generado a lo largo de un alambre de radio " r_0 " con una rapidez constante de " g_0 " por unidad de volumen. El alambre está cubierto con una capa aislante de plástico. Expresar la condición de contorno del flujo de calor en la interfase en términos del calor generado.
- 445.** Considere un tubo largo de radios interno " r_1 ", externo " r_2 " y conductividad térmica " k ". La superficie externa del tubo está sometida a convección hacia un medio a T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor " h ", pero la dirección de transferencia de calor es desconocida. Expresar la condición de contorno de convección para la superficie externa del tubo.
- 446.** Se tiene una cacerola de aluminio usado para preparar guisos para cierto intervalo de temperaturas. El espesor de la sección del fondo de la cacerola es $\ell=0,25\text{ cm}$ y su diámetro es de $D=18\text{ cm}$. El calentador eléctrico funcionando al tope consume 900 W de potencia durante el calentamiento, y 90% del calor generado en el elemento calefactor es transferido a la cacerola. Durante la operación estable, la temperatura medida en el interior de la superficie de la cacerola resulta ser $108\text{ }^\circ\text{C}$. Asumiendo que la conductividad térmica depende de la temperatura, formular una expresión matemática para la ecuación diferencial y su condición de contorno de este problema de conducción de calor.
- 447.** El agua fluye a través de un tubo a la temperatura media de $T_\infty=50\text{ }^\circ\text{C}$. Los radios interno y externo del tubo son: $r_1=6\text{ cm}$ y $r_2=6,5\text{ cm}$, respectivamente. La superficie externa del tubo está envuelta con un calentador eléctrico pequeño que consume 300 W por unidad de longitud del tubo. La superficie expuesta del calentador está totalmente aislada tal que todo el calor generado en el calentador es transferido al tubo. El calor es transferido desde la superficie interna del tubo hacia el agua por convección con un coeficiente de transferencia de calor $h=55\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$. Asumiendo constante la conductividad térmica y la transferencia de calor unidimensional, expresar la formulación matemática de la conducción de calor en el tubo durante la operación estable.
- 448.** Una bola metálica esférica que es calentada en un horno a la temperatura de T_i es completamente sumergida en una gran cantidad de agua a la temperatura de T_∞ donde es enfriada por convección. Asumiendo que la conductividad térmica es constante y la trans

ferencia de calor es transitoria y unidimensional formular una expresión matemática para la ecuación diferencial y su condición de contorno de este problema de conducción del calor.

449. Se tiene una pared plana grande de espesor $\ell=0,4$ m, conductividad térmica $k=2,3$ W/m \cdot °C, y área de superficie $A=20$ m². El lado izquierdo de la pared está a la temperatura constante de $T_1=80$ °C en tanto el lado derecho pierde calor por convección hacia el aire que lo rodea a $T_\infty=15$ °C con un coeficiente de transferencia de $h=24$ W/m²·°C. Asumiendo que la conductividad térmica de la pared es constante y que no existe fuentes de generación de calor.

- I) Expresar la ecuación diferencial y su condición de contorno para una conducción de calor estable y unidimensional a través de la pared.
 II) Obtener una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y evaluar en $x=0,1$ m.

a) 65,9 °C b) 66,9 °C c) 67,9 °C d) 68,9 °C e) 69,9 °C

- III) Evaluar la rapidez de transferencia de calor a través de la pared.

a) 6000 W b) 6010 W c) 6020 W d) 6030 W e) 6040 W

450. Se tiene una barra cilíndrica sólida de longitud $\ell=0,15$ m y diámetro $D=,05$ m. Las superficies superior e inferior de la barra están a las temperaturas constantes de $T_1=20$ °C y $T_2=95$ °C, respectivamente, en tanto la superficie lateral esta perfectamente aislada.

- I) Hallar la rapidez de transferencia de calor a través de la barra si esta es de cobre de conductividad térmica $k=380$ W/m \cdot °C.
 II) Hallar la rapidez de transferencia de calor a través de la barra si esta es de acero de conductividad térmica $k=18$ W/m \cdot °C.
 I) Hallar la rapidez de transferencia de calor a través de la barra si esta es de granito de conductividad térmica $k=1,2$ W/m \cdot °C.

451. Considere la placa plana de una casa de hierro de 800-W con un espesor de $\ell=0,6$ cm, área de la base de $A=160$ cm², y conductividad térmica de $k=20$ W/m \cdot °C. La superficie interna de la placa plana esta sometida a un flujo de calor uniforme generado por las resistencias calefactores internas. Cuando las condiciones de operación son alcanzadas, la medida de la temperatura de la superficie externa de la base es de 85 °C. Despreciando cualquier pérdida de calor a través de la parte superior del hierro.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable unidimensional a través de la placa.
 II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en placa base, resolviendo la ecuación diferencial.
 III) Evaluar la temperatura en la superficie interna de la placa base.

a) 80 °C b) 85 °C c) 90 °C d) 95 °C e) 100 °C

452. Considere un tubo de vapor de longitud $\ell=4,5$ m, radio interno $r_1=5$ cm, radio externo

$r_2=6$ cm, y conductividad térmica $k=6,92$ W/m \cdot °F. El vapor fluye a través del tubo a una temperatura promedio de $T=250$ °C y el coeficiente de transferencia de calor en la convección media en la superficie interna esta dada por $h=39,4$ W/m 2 \cdot °F. Si la temperatura media en la superficie externa del tubo es de $T_2=160$ °C.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable unidimensional a través del tubo.
 II) Obtener una relación para la variación de temperatura en el tubo resolviendo la ecuación diferencial, y evaluar en $r=5,5$ cm.

a) 161 °F b) 162 °F c) 163 °F d) 164 °F e) 165 °F

- III) Evaluar la rapidez de la pérdida de calor del vapor a través del tubo.

a) 4726 W b) 4736 W c) 4746 W d) 4756 W e) 4766 W

453. Un recipiente esférico de radios interno $r_1=2,0$ m, externo $r_2=2,1$ m, y conductividad térmica $k=30$ W/m \cdot °C esta llena de agua helada a 0 °C. El recipiente es calentado por convección desde el aire que lo rodea a $T_\infty=25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor de $h=18$ W/m 2 \cdot °C. Asumiendo que la temperatura de la superficie interna del recipiente esta a la temperatura $T_1=0$ °C.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable unidimensional a través del recipiente.
 II) Obtener una relación para la variación de temperatura en el recipiente resolviendo la ecuación diferencial.
 III) Evaluar la rapidez con que gana calor el agua helada.

a) 21,45 W b) 22,45 W c) 23,45 W d) 24,45 W e) 25,45 W

454. En la Fig.97, se tiene una pared plana de espesor $\ell=0,3$ m, conductividad térmica $k=2,5$ W/m \cdot °C, y área de superficie $A=12$ m 2 . La cara izquierda de la pared en $x=0$ está sometida a un flujo de calor de $\dot{q}_0=700$ W/m 2 en tanto la temperatura medida en esta superficie es de $T_1=80$ °C. Asumiendo conductividad térmica constante y en ausencia de fuentes de calor en la pared.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable unidimensional a través de la pared.
 II) Obtener una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y evaluar en un punto equidistante a ambas caras de la pared.

a) 30 °C b) 32 °C c) 34 °C d) 36 °C e) 38 °C

- III) Evaluar la temperatura de la superficie derecha de la pared en $x=\ell$.

a) -2 °C b) -4 °C c) -6 °C d) -8 °C e) -10 °C

455. En la Fig.98, la placa grande de acero tiene un espesor de $\ell=10,16$ cm, conductividad térmica de $k=6,92$ W/m \cdot °F, y una emisividad de $\epsilon=0,6$ está descansando en el fondo. Se conoce que la superficie expuesta de la placa situada en $x=\ell$ intercambia calor con el aire

que lo rodea que esta a la temperatura de $T_{\infty}=90^{\circ}\text{F}$ con un coeficiente de transferencia de calor media de $h=37,85\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{F}$ como también por radiación con el cielo abierto con una temperatura equivalente del cielo de $T_s=510\text{ R}$. También, la temperatura medida de la superficie superior de la placa es de $T=75^{\circ}\text{F}$. Asumiendo que la transferencia de calor es estable unidimensional. ($\sigma=0,54\cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{R}^4$)

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor a través de la placa.
- II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en la placa resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Determinar el valor de la temperatura de la superficie inferior de la placa en $x=0$.

- a) $61,8^{\circ}\text{F}$ b) $63,8^{\circ}\text{F}$ c) $65,8^{\circ}\text{F}$ d) $67,8^{\circ}\text{F}$ e) $69,8^{\circ}\text{F}$

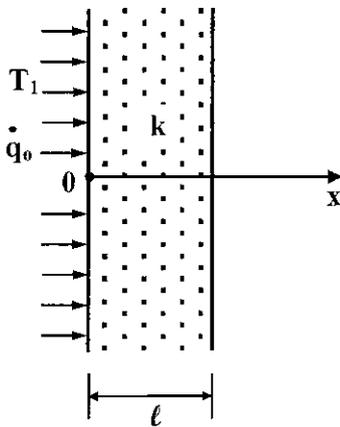


Fig.97

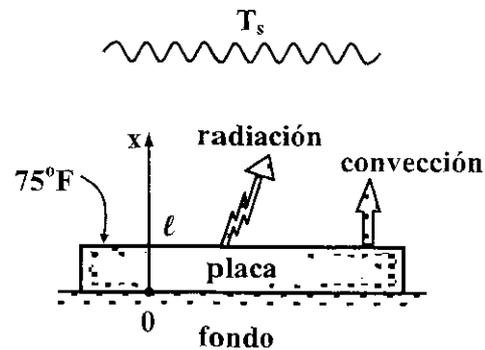


Fig.98

456. En la Fig.99, se tiene un tubo de aire comprimido de longitud $\ell=6\text{ m}$, radios interno $r_1=3,7\text{ cm}$, externo $r_2=4,0\text{ cm}$, y conductividad térmica $k=14\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ equipado con un calentador de 300 W . El aire fluye a través del tubo a una temperatura media de -10°C y el coeficiente de transferencia de convección del calor medio en la superficie interna es de $h=30\text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$. Asumiendo que el 15 % del calor generado en el calentador se pierde a través del aislante.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción del calor estable y unidimensional, a través del tubo.
- II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en el tubo resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Evaluar las temperaturas de las superficies interna y externa del tubo.

457. En la Fig.100, en una fabrica de procesamiento de alimentos, un contenedor esférico de radios interno $r_1=0\text{ cm}$, externo $r_2=41\text{ cm}$, y conductividad térmica $k=15\text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ es utilizado para almacenar agua y mantenerlo a la temperatura de $T_1=100^{\circ}\text{C}$. Para hacer esto, la superficie externa del contenedor esta cubierta con un calentador eléctrico de alambre de 500 W y un aislante. La temperatura de la superficie interna del contenedor es de aproximadamente 100°C en todo instante. Asumiendo que el 10 % del calor generado por el calentador se pierde a través del aislante.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable y unidimensional a través del contenedor.
- II) Obtener una relación para la variación de temperatura de temperatura en el contenedor resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Evaluar la temperatura de la superficie externa del contenedor.
- a) 101,5 °C b) 103,5 °C c) 105,5 °C d) 107,5 °C e) 10,5 °C
- IV) Determinar que cantidad de agua por hora a 100 °C este tanque puede suministrar esta blemente si el agua ingresa a 20 °C.
- a) 4,04 kg/h b) 4,24 kg/h c) 4,44 kg/h d) 4,64 kg/h e) 4,84 kg/h

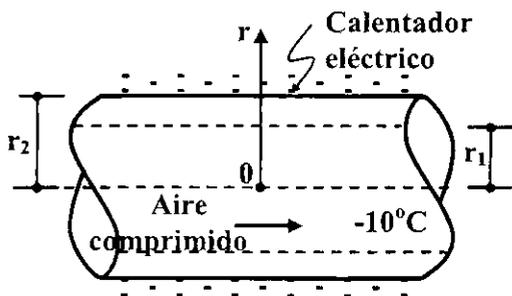


Fig.99

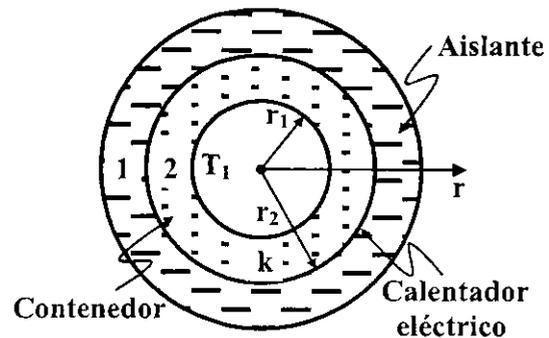


Fig.100

458. En la Fig.101, el calentador de alambre de 2-kW de resistencia con conductividad térmica de $k=20 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$, diámetro de $D=5 \text{ mm}$, y longitud de $\ell=0,7 \text{ m}$ es utilizada para hervir agua. Si la temperatura de la superficie externa de la resistencia de alambre es de $T_s=110^\circ\text{C}$, determinar la temperatura en el centro del alambre.

- a) 121,4 °C b) 123,4 °C c) 125,4 °C d) 127,4 °C e) 129,4 °C

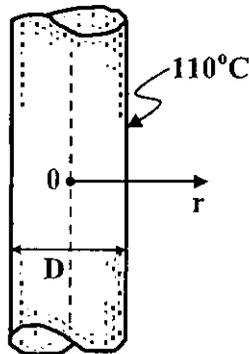


Fig.101

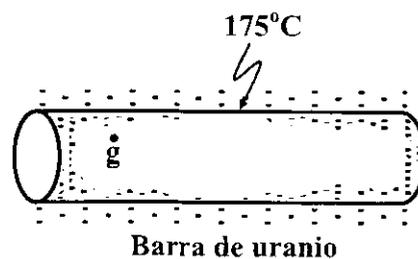


Fig.102

459. En un reactor nuclear, la barra cilíndrica de uranio de diámetro $D=1 \text{ cm}$, enfriado por agua desde la parte externa al combustible. El calor es generado uniformemente en la ba

rra ($k=29,5 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$) a una rapidez de $7\cdot 10^7 \text{ W/m}^3$. Si la temperatura de la superficie externa de la barra es 175 °C , determinar la temperatura en su centro.

- a) $541,8 \text{ °C}$ b) $543,8 \text{ °C}$ c) $545,8 \text{ °C}$ d) $547,8 \text{ °C}$ e) $549,8 \text{ °C}$

460. Una resistencia eléctrica de alambre de 2-kW, longitud 6m está hecha de acero inoxidable de conductividad térmica $k=15,1 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$. El resistor de alambre opera en un ambiente a la temperatura de 30 °C con una transferencia de calor de $140 \text{ W/m}^2\cdot\text{°C}$ en la superficie externa.

- I) Hallar la temperatura de la superficie del alambre utilizando la relación apropiada.
 II) Hallar la temperatura de la superficie del alambre, planteando la ecuación diferencial, y resolviéndolo.

- a) 401 °C b) 403 °C c) 405 °C d) 407 °C e) 409 °C

461. Se tiene una pieza esférica homogénea de material radioactivo de radio $r_0=40 \text{ cm}$ que genera calor a una rapidez constante de $\dot{g}=4\cdot 10^7 \text{ Wm}^3$. El calor generado es disipado establenente hacia el medio ambiente. La superficie externa de la esfera se mantiene a una temperatura uniforme de 80 °C y la conductividad térmica de la esfera es $k=15 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$. Asumiendo una transferencia de calor estable y unidimensional.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor a través de la esfera.
 II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en la esfera resolviendo la ecuación diferencial.
 III) Determinar la temperatura en el centro de la esfera.

- a) 791 °C b) 793 °C c) 795 °C d) 797 °C e) 799 °C

462. Una resistencia de alambre homogénea muy larga de radio $r_0=5 \text{ mm}$ es utilizada para calentar el aire de un ambiente, pasando corriente eléctrica por el alambre. El calor es generado en el alambre uniformemente a una rapidez de $\dot{g}=5\cdot 10^7 \text{ W/m}^3$ como resultado del calentamiento del resistor. Si la temperatura de la superficie externa del alambre permanece en 80 °C , determinar la temperatura en $r=2 \text{ mm}$ después de que se alcanza el estado de operación estable. Considerar que la conductividad térmica del alambre es $k=8 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$.

- a) $210,8 \text{ °C}$ b) $211,8 \text{ °C}$ c) $212,8 \text{ °C}$ d) $213,8 \text{ °C}$ e) $214,8 \text{ °C}$

463. Se tiene una pared plana muy larga de espesor $\ell=0,05 \text{ m}$. La superficie de la pared en $x=0$ está aislada, en tanto la superficie en $x=\ell$ se mantiene a la temperatura de 30 °C . La conductividad térmica de la pared es $k=30 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$, y el calor es generado en la pared a una rapidez de $\dot{g}=\dot{g}_0 e^{-0,5x/\ell} \text{ W/m}^3$ donde $\dot{g}_0=8\cdot 10^6 \text{ W/m}^3$. Asumiendo una transferencia de calor estable y unidimensional.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción a través de la pared.
 II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial.

ción diferencial.

III) Determinar la temperatura de la superficie aislada de la pared.

- a) 310 °C b) 312 °C c) 314 °C d) 316 °C e) 318 °C

464. Se tiene una pared plana de espesor " ℓ " cuya conductividad térmica varía en un rango de temperatura especificada, según: $k(T)=k_0(1+\beta T)$ donde " k_0 " y " β " son dos constantes dadas. La superficie de la pared en $x=0$ se mantiene a la temperatura constante de " T_1 ", en tanto, la superficie en $x=\ell$ se mantiene a " T_2 ". Asumiendo que la transferencia de calor es estable y unidimensional, obtener una relación para la transferencia de calor a través de la pared.

465. En la Fig.103, se tiene un capa cilíndrica de longitud " ℓ ", radios interno " r_1 ", externo " r_2 ", cuya conductividad térmica varía linealmente para un rango de temperaturas, dado por: $k(T)=k_0(1+\beta T)$ donde " k_0 " y " β " son dos constantes conocidas. Las superficies internas y externa de la capa cilíndrica se mantienen a las temperaturas constantes de " T_1 " y " T_2 ", respectivamente. Asumiendo que la transferencia de calor es estable y unidimensional a través de la capa cilíndrica.

- I) Hallar la transferencia de calor a través de la capa cilíndrica.
 II) Hallar la distribución de temperatura $T(r)$ en la capa cilíndrica.

466. En la Fig.104, se tiene un capa esférica de interno " r_1 ", externo " r_2 ", cuya conductividad térmica varía linealmente para un rango de temperaturas, dado por: $k(T)=k_0(1+\beta T)$ donde " k_0 " y " β " son dos constantes conocidas. Las superficies internas y externa de la capa esférica se mantienen a las temperaturas constantes de " T_1 " y " T_2 ", respectivamente. Asumiendo que la transferencia de calor es estable y unidimensional a través de la capa esférica

- I) Hallar la transferencia de calor a través de la capa esférica.
 II) Hallar la distribución de temperatura $T(r)$ en la capa esférica.

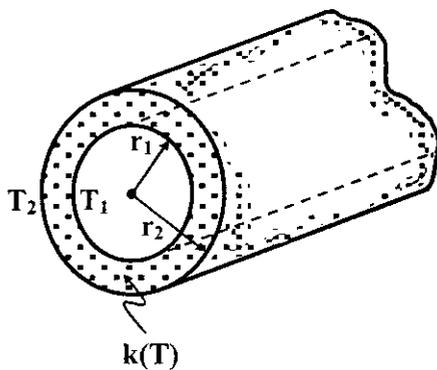


Fig.103

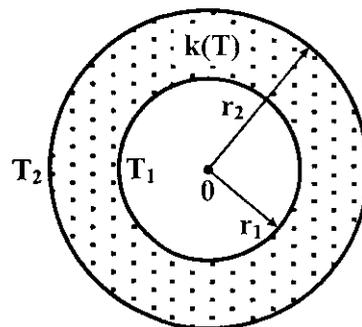


Fig.104

467. Se tiene una placa rectangular de ancho 0,6 m, largo 1,5 m, espesor 0,15 m. Una de las caras de la placa se mantiene a la temperatura de 500 K, en tanto, la otra cara se mantiene a 350 K. La conductividad térmica de la placa puede asumirse que varía linealmente

para un rango de temperaturas, dado por: $k(T) = k_0(1 + \beta T)$ donde $k_0 = 25 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ y $\beta = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Despreciando los efectos de borde y asumiendo que la transferencia de calor es estable y unidimensional, hallar la rapidez de la conducción de calor a través de la placa.

- a) 30,8 kW b) 32,8 kW c) 34,8 kW d) 36,8 kW e) 38,8 kW

468. Se tiene un pequeño objeto metálico caliente de masa " m " y calor específico " C " que está inicialmente a la temperatura de " T_i ". Luego, el objeto es colocado en un ambiente frío que está a la temperatura " T_∞ " con un coeficiente de transferencia de calor de convección de " h ". La temperatura del objeto metálico se observa que varía uniformemente durante el enfriamiento. Aplicando el balance de energía sobre todo el objeto metálico, derivar la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura de la bola con el tiempo $T(t)$. Asumir constante la conductividad térmica y que no existen fuentes de generación de calor en el objeto.

469. En la Fig.105, se tiene una barra rectangular grande de longitud " a " en la dirección del eje- x , y ancho " b " en la dirección del eje- y que está inicialmente a la temperatura uniforme de " T_i ". Las superficies de la barra situadas en $x=0$ y $y=0$ están aisladas en tanto el calor se pierde por las otras caras por convección hacia el medio ambiente a la temperatura de " T_∞ " con un coeficiente de transferencia de calor de " h ". Asumiendo constante la conductividad térmica y la transferencia de calor bidimensional y transitoria en ausencia de fuentes de calor, expresar la formulación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de contorno) de este problema de conducción del calor.

470. En la Fig.106, se tiene un cilindro corto de radio " r_0 " y altura " H " en la que el calor es generado a una rapidez constante de " \dot{g}_0 ". El calor se pierde desde la superficie cilíndrica en $r=r_0$ por convección hacia el medio ambiente que lo rodea a la temperatura de " T_∞ " con un coeficiente de transferencia de calor de " h ". La superficie inferior del cilindro situado en $z=0$ está aislada, en tanto la superficie superior en $z=H$ esta sometido a un flujo de calor de " \dot{q}_h ". Asumiendo la transferencia de calor estable bidimensional y la conductividad térmica constante, expresar la formulación matemática (la ecuación matemática y las condiciones de contorno) de este problema de conducción del calor.

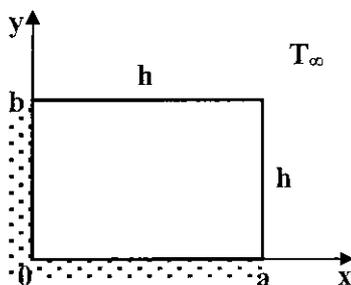


Fig.105

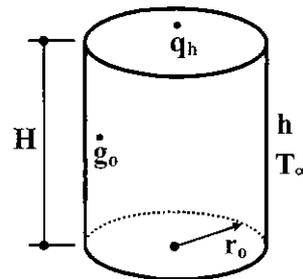


Fig.106

471. En la Fig.107, se tiene un tubo de vapor de longitud " ℓ ", radios interior " r_1 ", externo " r_2 ", y constante de conductividad térmica " k ". El vapor al interior del tubo fluye a una temperatura media de " T_i ", con un coeficiente de transferencia de convección de " h_i ". La superficie externa del tubo esta expuesta a convección con el aire que lo rodea a la temperatura de " T_o " con un coeficiente de transferencia de calor de " h_o ". Asumiendo estable y unidimensional la conducción del calor a través del tubo.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor a través del material del tubo.
- II) Obtener una relación para la variación de la temperatura en el material del tubo resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Obtener una relación para la temperatura de la superficie externa del tubo.

472. En la Fig.108, la temperatura de ebullición del nitrógeno a presión atmosférica al nivel del mar (1 atm de presión) es de -196°C . Por lo que, el nitrógeno es comúnmente utilizado para estudios científicos a bajas temperaturas dado que la temperatura del nitrógeno líquido en un tanque abierto a la atmósfera se mantiene constante en -196°C hasta que el nitrógeno líquido en el tanque se agote. Cualquier transferencia de calor en el tanque resultará en la evaporación de algo de nitrógeno líquido, la cual, tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 180 kg/m^3 a 1 atm. Se tiene un tanque esférico de pared gruesa de radio interno $r_1=2\text{ m}$, radio externo $r_2=2,1\text{ m}$, conductividad térmica constante de $k=18\text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$. El tanque está inicialmente lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y -196°C , y esta expuesto al medio ambiente a $T_\infty=20^\circ\text{C}$ con un coeficiente de transferencia de calor de $h=25\text{ W/m}^2\cdot^\circ\text{C}$. La temperatura de la superficie interna del tanque se observa que esta a la misma temperatura que la del nitrógeno al interior. Asumiendo la transferencia de calor estable unidimensional.

- I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor a través del tanque.
- II) Obtener una relación para la obtención de la temperatura en el material del tanque resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Determinar la rapidez de evaporación del nitrógeno líquido en el tanque como resultado de la transferencia de calor desde el medio ambiente.

a) 1,12 kg/s

b) 1,32 kg/s

c) 1,52 kg/s

d) 1,72 kg/s

e) 1,92 kg/s

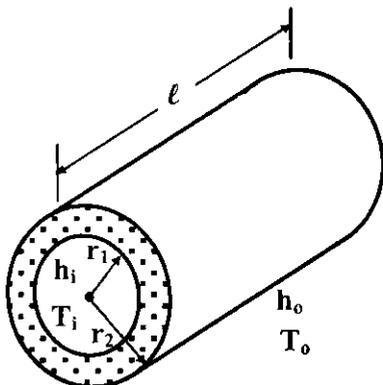


Fig.107

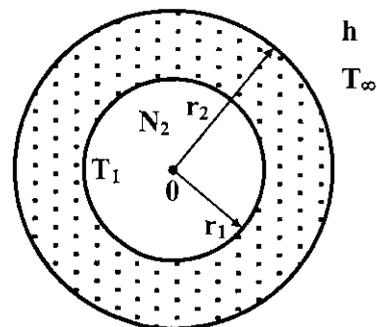


Fig.108

473. En la Fig.109, se tiene una pared muy grande de espesor $\ell=0,1524$ m y conductividad térmica $k=1,15$ W/m \cdot °F. La pared está cubierta con un material que tiene una emisividad de $\varepsilon=0,8$. La superficie interna de la pared es mantenida a la temperatura de $T_1=520$ R en todo instante. La superficie externa pierde calor de radiación hacia el espacio a la temperatura de 0 K.

I) Determinar la temperatura de la superficie externa de la pared.

- a) 481,7 R b) 483,7 R c) 485,7 R d) 487,7 R e) 489,7 R

II) Determinar la rapidez de la transferencia de calor a través de la pared cuando las condiciones de operación estable son alcanzadas.

- a) 71,5 W/m 2 b) 73,5 W/m 2 c) 75,5 W/m 2 d) 77,5 W/m 2 e) 79,5 W/m 2

474. En la Fig.110, se tiene una pared plana muy grande de espesor $\ell=0,4$ m y conductividad térmica $k=8,4$ W/m \cdot °C. No hay acceso a la superficie interna de la pared en $x=0$ de modo que la conductividad térmica en esta superficie es desconocida. Sin embargo, la superficie externa en $x=\ell$, cuya emisividad es $\varepsilon=0,7$, intercambia calor con el medio ambiente a $T_\infty=25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor medio de $h=14$ W/m 2 ·°C como también por radiación con el ambiente que rodea a la superficie a una temperatura media de $T_{\text{rod}}=290$ K. Además la temperatura medida de la superficie externa es de $T_2=45$ °C. Asumiendo transferencia de calor estable y unidimensional.

I) Expresar la ecuación diferencial y las condiciones de contorno para la conducción de calor en la pared.

II) Obtener una relación para la temperatura de la superficie externa de la pared resolviendo la ecuación diferencial.

III) Evaluar la temperatura de la superficie interna de la pared en $x=0$.

- a) 60,3 °C b) 62,3 °C c) 64,3 °C d) 66,3 °C e) 68,3 °C

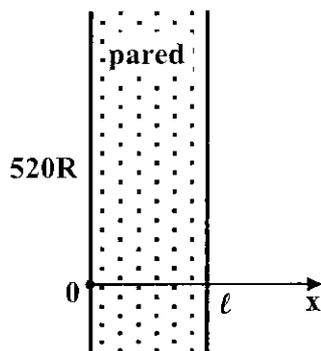


Fig.109

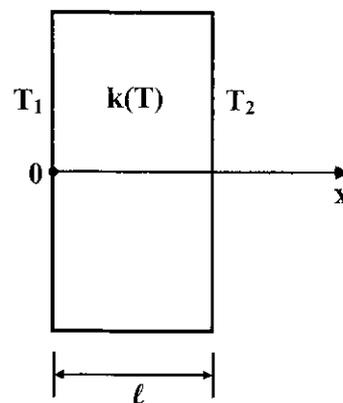


Fig.110

475. En la Fig.111, el techo de una casa consiste de una lamina de concreto de espesor 0,244 m ($k=1,057$ W/m \cdot °F) ancho 7,62 m y largo 10,67 m. La emisividad de la superficie externa del techo es 0,8 y el coeficiente de transferencia de calor por convección sobre esta

superficie es de $10,09 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{F}$. Para una noche clara de invierno, la temperatura medida del aire del ambiente es de $50 \text{ }^\circ\text{F}$, en tanto la temperatura de la transferencia de calor hacia el cielo nocturno es de 310 R . Si la temperatura de la superficie interna del techo es $T_i=62 \text{ }^\circ\text{F}$, determinar la temperatura de la superficie externa del ambiente y la rapidez de la pérdida de calor a través del techo cuando las condiciones de operación estable son alcanzadas.

476. En la Fig.112, se tiene un alambre de resistencia muy largo de radio $r_1=0,3 \text{ cm}$ y conductividad térmica $k_{\text{alam}}=18 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ en la cual el calor es generado uniformemente a una rapidez constante de $\dot{g}=1,5 \text{ W/cm}^3$ como resultado del calentamiento de la resistencia. El alambre es envuelto con una capa de plástico de espesor $0,4 \text{ cm}$ cuya conductividad térmica es $k_{\text{plas}}=1,8 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. La superficie externa del plástico evita la pérdida de calor por convección hacia el aire del medio ambiente a $T_\infty=25 \text{ }^\circ\text{C}$ con un coeficiente de transferencia de calor medio de $h=14 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. Asumiendo una transferencia de calor unidimensional.

- I) Determinar la temperatura del centro del alambre de resistencia.
- a) $91,1 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $93,1 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $95,1 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $97,1 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $99,1 \text{ }^\circ\text{C}$
- II) Determinar la temperatura de la interfase de la capa de plástico bajo condiciones estables.
- a) $91,1 \text{ }^\circ\text{C}$ b) $93,1 \text{ }^\circ\text{C}$ c) $95,1 \text{ }^\circ\text{C}$ d) $97,1 \text{ }^\circ\text{C}$ e) $99,1 \text{ }^\circ\text{C}$

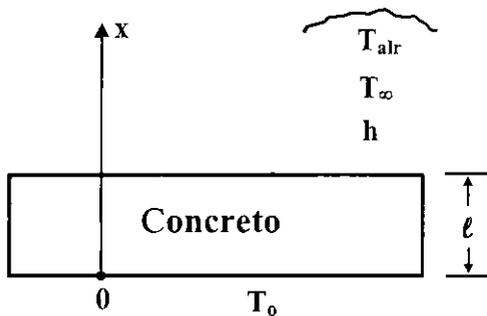


Fig.111

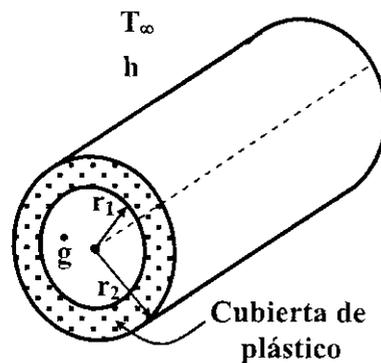


Fig.112

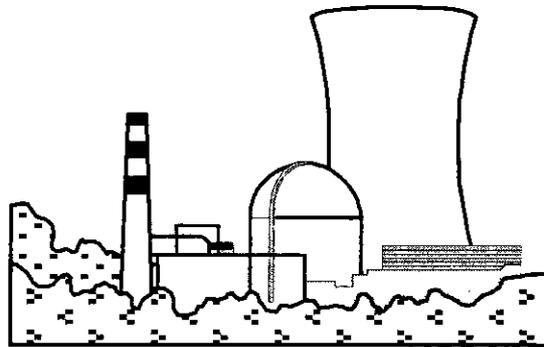
477. Se tiene una capa cilíndrica de longitud " ℓ ", radio interior " r_1 ", y radio exterior " r_2 " cuya conductividad térmica varía en un rango de temperatura dada como $k(T)=k_0(1+\beta T^2)$ donde " k_0 " y " β " son dos constantes conocidas. La superficie interna de la capa es mantenida a una temperatura constante de " T_1 " en tanto la superficie externa es mantenida a " T_2 ". Asumiendo la transferencia de calor estable y unidimensional, obtener una relación para la transferencia de calor a través de la capa.

478. Se tiene una pared plana de concreto de espesor 20 cm ($k=0,77 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$) sometido a convección en ambos caras con $T_{\infty 1}=27 \text{ }^\circ\text{C}$ y $h_1=5 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ en el interior, y $T_{\infty 2}=8 \text{ }^\circ\text{C}$ y $h_2=12 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ en la externa. Asumiendo constante la conductividad térmica en ausen

- cia de generación de calor y radiación despreciable.
- I) Expresar las ecuaciones diferenciales y las condiciones de contorno para la conducción de calor estable y unidimensional a través de la pared.
- II) Obtener una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial.
- III) Evaluar la temperatura en la superficie interna de la pared.
- a) 20 °C b) 21 °C c) 22 °C d) 23 °C e) 24 °C
- IV) Evaluar la temperatura en la superficie externa de la pared.
- a) 10,9 °C b) 11,9 °C c) 12,9 °C d) 13,9 °C e) 14,9 °C
- 479.** Se tiene un tubo de agua de longitud $\ell=12$ m, radios interno $r_1=15$ cm, externo $r_2=20$ cm, y conductividad térmica $k=20$ W/m·°C. El calor es generado en el material del tubo uniformemente por un calentador de resistencia eléctrica 25-kW. Las superficies interna y externa del tubo son $T_1=60$ °C y $T_2=80$ °C, respectivamente. Obtener una relación general para la distribución de la temperatura al interior del tubo bajo condiciones estables y determinar la temperatura en el plano central del tubo.
- a) 71,2 °C b) 72,2 °C c) 73,2 °C d) 74,2 °C e) 75,2 °C
- 480.** Se tiene una ventana de vidrio de ancho 2 m y altura 1,2 m cuyo espesor es 6 mm y conductividad térmica es $k=0,78$ W/m·°C. Determinar la rapidez estable de la transferencia de calor a través de esta ventana de vidrio y la temperatura de su superficie interna para un día durante el cual el ambiente es mantenido a 24 °C en tanto la temperatura externa es de -5 °C. Considerar los coeficientes transferencia de calor por convección de las superficies interna y externa de la ventana como $h_1=10$ W/m²·°C y $h_2=25$ W/m²·°C, y omitir cualquier transferencia de calor por radiación.
- a) 4,0 °C b) 4,2 °C c) 4,4 °C d) 4,6 °C e) 4,8 °C
- 481.** Un elemento resistor cilíndrico en un tablero de un circuito disipa 0,15 W de potencia en un ambiente a 40 °C. El resistor de 1,2 cm de largo, tiene un diámetro de 0,3 cm. Asumiendo que el calor se transfiere uniformemente por todas las superficies, determinar:
- I) La cantidad de calor que este resistor disipa durante un periodo de 24 h.
- a) 3,0 Wh b) 3,2 Wh c) 3,4 Wh d) 3,6 Wh e) 3,8 Wh
- II) El flujo de calor (en W/m²) en la superficie del resistor.
- a) 1159 W/m² b) 1169 W/m² c) 1179 W/m² d) 1189 W/m² e) 1199 W/m²
- III) La temperatura de la superficie del resistor para una convección combinada y un coeficiente de transferencia calor por radiación de 9 W/m²·°C.
- a) 171 °C b) 173 °C c) 175 °C d) 177 °C e) 179 °C

CAP-8

TERMODINAMICA



- **Conceptos fundamentales**
- **Trabajo realizado por un gas**
- **Primer principio de la termodinámica**
- **Procesos termodinámicos**
- **Ciclo de Carnot**



TERMO DINAMICA

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

a) Termodinámica

Es una parte de la Física, que estudia las leyes que rigen la transformación del calor en trabajo mecánico, se podría decir, también, que la termodinámica se ocupa del estudio de la dinámica del calor. La termodinámica tiene sus orígenes en varios problemas de las actividades del hombre, tales, como por ejemplo:

- 1) El motor de gasolina en un automóvil, los motores a reacción de un avión, utilizan el calor de la combustión generado al quemarse el combustible para realizar trabajo mecánico e impulsar el vehículo.
- 2) Una máquina o turbina de vapor utiliza el calor de combustión del carbón u otro combustible para realizar trabajo mecánico, como el impulsar un generador eléctrico.

b) Sistema

1) Definición

Se llama sistema al conjunto de elementos (partículas o cuerpos), limitada por una superficie, definida por un observador la cual puede ser real o imaginaria.

2) Tipos

* Sistema abierto.- Es aquel sistema en el que existe un intercambio de masa y energía con los alrededores, por ejemplo, un coche (sistema) emite gases de combustión que se pierden en el medio ambiente

* Sistema cerrado.- Es aquel sistema en el que no existe intercambio de masa con el medio circundante, sólo se puede dar un intercambio de energía.

* Sistema aislado.- Es aquel sistema en el que no existe intercambio de masa ni energía con los alrededores. Un ejemplo, es un termo para conservar la comida, el envase evita el intercambio de materia, y a su vez intenta de que la energía (calor) no salga de él.

c) Sistema termodinámico

Es una región del espacio que se aísla en forma real o imaginaria con la finalidad de estudiar lo que sucede dentro de ella. Los límites de un sistema pueden ser fijos o variables. Ejemplo de sistema termodinámico es el gas encerrado en un recipiente.

d) Medio externo

Se llama así a todo aquello que no está en el sistema pero que puede influir en él. Por ejemplo, el medio ambiente influye en el enfriamiento de una taza de café caliente recién servida.

e) Variables termodinámicas

Se llaman así a las variables que tienen relación con el estado interno de un sistema, las variables termodinámicas más importantes son: la presión "P", la temperatura "T", el volumen "V".

f) Foco térmico

Un foco térmico es un sistema que puede entregar y/o recibir calor, pero sin alterar su temperatura.

g) Contacto térmico

Se dice que los sistemas están en contacto térmico, cuando se producen transferencia de calor de un sistema a otro.

h) Sustancia de trabajo

Es el fluido que se utiliza para transformar el calor en trabajo mecánico; en este fluido se puede almacenar energía y/o sustraer energía.

i) Fase

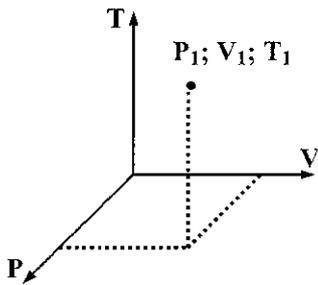
Se denomina fase de una sustancia a su composición química y estructura física homogénea que presenta, así, existen tres fases fundamentales: sólido, líquido, gas.

j) Estado de un sistema

Se llama así a la situación particular en la que se encuentra un sistema, el estado termodinámico de un sistema queda definido, proporcionando tres de sus propiedades físicas: presión "P", volumen "V", temperatura "T", llamadas variables.

Ejemplo: 01

En la fase líquida, el H₂O no disuelve la grasa a 10°, pero, si lo hace a 60°



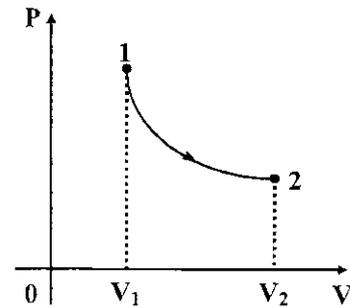
ESTADO TERMODINAMICO

l) Proceso

Se llama así a la sucesión ininterrumpida de estados, las que se presenta, cada vez que el sistema es afectado en alguna de sus propiedades físicas.

Ejemplo: 03

La Figura, presenta un proceso termodinámico en equilibrio, pasando del estado (1) al estado (2).



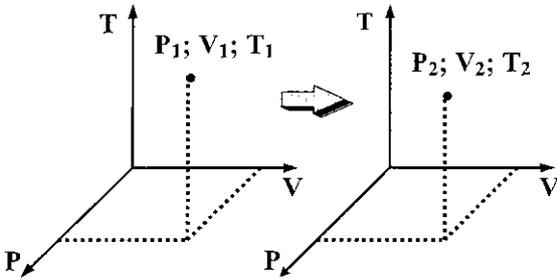
m) Ciclo

Se denomina así al proceso cerrado, mediante el cual una sustancia recupera su estado termodinámico inicial, existen dos tipos de ciclos:

- Ciclo directo: Se dice que un ciclo es directo cuando el sistema realiza trabajo positivo, $W > 0$. En el diagrama P-V el agente de transformación recorre la curva cerrada en el sentido de las manecillas del reloj.
- Ciclo inverso: Se dice que un ciclo es inverso cuando el sistema realiza trabajo negativo, $W < 0$. En el diagrama P-V el agente de transformación recorre la curva cerrada en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

k) Cambio de estado

Se denomina así a la transformación de una o más propiedades físicas de un sistema termodinámico.



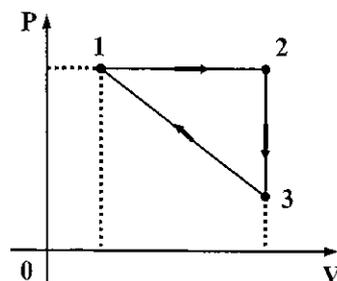
ESTADO 1 ESTADO 2

Ejemplo: 02

El H₂O en fase gaseosa a presión constante pasa de un estado a otro, así, al elevarse su temperatura, su densidad aumenta.

Ejemplo: 04

En la Figura, se presenta un ciclo termodinámico.



n) Procesos "iso"

Son aquellos procesos termodinámicos que se realizan manteniendo constante el valor de uno de los parámetros del estado, éste parámetro puede ser, por ejemplo, la presión, la temperatura ó el volumen.

- Además en un proceso "iso", la masa del sistema termodinámico se mantiene constante. Ejemplo de procesos "iso" son:
- * Isotérmico.- Proceso a temperatura constante.
- * Isobárico.- Proceso a presión constante.
- * Isocórico.- Proceso a volumen constante.
- * Isentálpico.- Proceso a entalpía constante
- * Isentrópico.- Proceso a entropía constante.

o) Proceso politrópico

Se denomina, así, a la transformación termodinámica en la que el calor específico "c" del gas se mantiene constante.

- Las transformaciones "iso" y adiabática son casos particulares de la transformación politrópica.
- En un proceso politrópico de expansión o compresión de gases, la presión y el volumen se relacionan en la forma:

$$PV^n = C$$

donde, "n" y "C" son constantes.

p) Isócora, isobara, isoterma, adiábata, politrópica

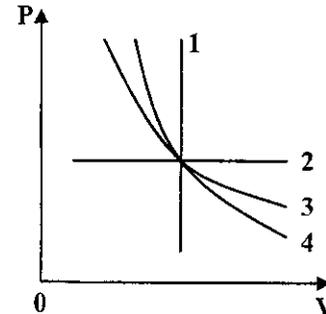
Se denomina así, a las curvas que en cualquiera de los diagramas termodinámicos representan los procesos isocórico, isobárico, isotérmico, adiabático o politrópico.

q) Diagramas de proceso

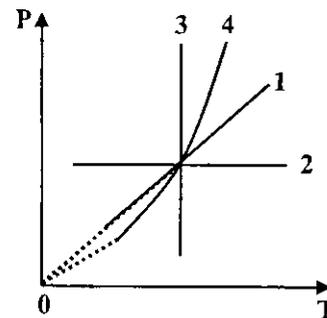
Se llama así a la representación gráfica de los valores que adoptan dos variables termodinámicas, durante un proceso ter-

modinámico, tenemos los siguientes diagramas de proceso:

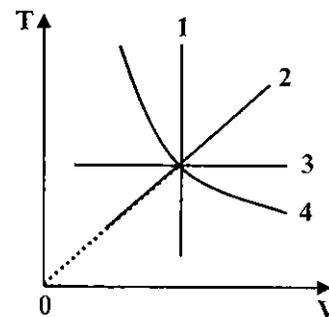
1) Presión (P)–Volumen (V)



2) Presión (P)-Temperatura (T)



3) Temperatura (T)–Volumen (V)



En todos los diagramas de proceso: (1) isócora, (2) isobara, (3) isoterma y (4) adiábata.

r) Paredes termodinámicas

1) Definición

Para la descripción de las relaciones existentes entre los sistemas termodinámicos y su entorno, se define el contorno termodinámico como un conjunto de paredes termodinámicas cerrados entre si de for-

ma que, además de delimitar y confinar al sistema, nos informan sobre los equilibrios que pudieran tener el sistema con el resto del universo.

2) Tipos

- * Adiabática.- No permiten la transmisión de energía térmica.
- * Rígida.- No puede desplazarse, es decir, evitan que el volumen del sistema cambie.
- * Impermeable.- No permite la transferencia de materia.

s) Exergía

Es una magnitud termodinámica que indica el máximo trabajo teórico que puede realizarse por la interacción entre un sistema y su entorno. Nos indica la utilidad del sistema como fuente de trabajo.

- También, puede decirse que la exergía es la parte de la energía que puede transformarse en trabajo mecánico, la parte no utilizada, recibe el nombre de anergía.

2. ENERGIA INTERNA DE UN SISTEMA Y ENTALPIA

a) Equilibrio termodinámico

1) Concepto

Se dice que un sistema (gas ideal) se encuentra en equilibrio termodinámico cuando sus variables macroscópicas presión "P", volumen "V" y temperatura "T" permanecen constantes.

2) Condiciones

Para que un sistema, este, en equilibrio termodinámico, deberá existir equilibrio:

- Mecánico: La fuerza resultante externa sobre el sistema, debe ser nula.
- Térmico: Todos los puntos del sistema internos y externos, deben estar a la misma temperatura, esto es, no debe haber flujo de calor ($Q = 0$).
- Químico: El sistema no debe experimentar reacciones químicas.

b) Energía interna de un sistema (U)

La energía interna de un sistema es la suma de las energías de los movimientos que existen en el sistema más la energía de interacción entre las partículas que conforman el sistema.

Así, la energía de un gas de moléculas monoatómicas, está formada por:

- 1) La energía cinética de los movimientos térmicos de traslación y rotación de las moléculas.
- 2) Las energías cinética y potencial de las oscilaciones de los átomos en las moléculas.
- 3) La energía potencial debida a las interacciones intermoleculares.
- 4) La energía de las capas electrónicas de los átomos e iones.
- 5) La energía cinética y potencial entre los nucleones de los átomos.

El valor de la energía interna "U" de un gas, debido a su movimiento térmico, viene dado por:

$$U = \frac{\gamma}{2} \frac{m}{M} R.T$$

siendo, "m" la masa del gas, "M" su masa molecular, "T" la temperatura absoluta (en kelvin), "R" la constante universal de los gases y "γ" los grados de libertad que posee el movimiento de las moléculas del gas, cuyo valores dependen de la naturaleza del gas, así:

Tipo de Gas	γ	χ
monoatómico	3	5/3
diatómico	5	7/5
triatómico	6	4/3
poliatómico	7	9/7

- La energía interna de un gas depende só lo del estado termodinámico en el que se encuentre.
- Si el sistema termodinámico realiza una transformación cerrada o ciclo la varia ción total de su energía interna es nula, esto es:

$$\oint dU = 0$$

- En un sistema que no esté sometido a la acción de fuerzas externas y que se en cuentre en estado de equilibrio macros cópico la energía interna es la energía to tal del sistema.
- La energía interna de un sistema homo géneo es una magnitud aditiva, esto es, es igual a la suma de las energías inter nas de todas sus partes macroscópicas, es decir, es proporcional a la masa del siste ma.

c) Variación de la energía interna

En todo proceso termodinámico, la varia ción de la energía interna, es independi ente de los estados intermedios, está va riación sólo depende de los estados ini cial y final, esto es:

$$\Delta U = U_2 - U_1$$

siendo, "U₁", "U₂" las energías internas inicial y final, respectivamente.

Ejemplo: 05

Hallar la energía del movimiento térmico de las moléculas de un gas diatómico con tenido en un recipiente de volumen 2 li tros a la presión de 1,5•10⁵ N/m²

Solución:

- Para un gas diatómico, γ=5, y la energía interna es:

$$U = \frac{\gamma}{2} \frac{m}{M} R T = \frac{\gamma}{2} P V$$

$$U = \frac{5}{2} (1,5 \cdot 10^5)(2 \cdot 10^{-3})$$

$$\diamond U = 750 \text{ J}$$

Ejemplo: 06

En un recipiente cerrado hay 20g de nitró geno y 32 g de oxígeno. Hallar la varia ción de la energía interna de esta mezcla de gases al enfriarla 28^o C.

Solución:

- La mezcla es un gas diatómico, γ=5, lue go, la variación de su energía interna es:

$$\Delta U = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) R \cdot \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{28} + \frac{32 \cdot 10^{-3}}{32} \right) (8,31 \cdot 10^3)(28)$$

$$\diamond \Delta U = 997,2 \text{ J}$$

d) Entalpía (H)

Se llama entalpía "H" a la función de es tado de un sistema termodinámico igual a su energía interna "U" más el produc to de la presión "P" por el volumen "V" del sistema expresado en las mismas unj dades, esto es:

$$H = U + P V$$

- A la entalpía también se le denomina con tenido calorífico o calor total de un siste ma.
- La entalpía de un gas perfecto depende ú nicamente de su temperatura absoluta y es proporcional a la masa "m" del gas, a sí:

$$H = \int_0^T C_P dT + H_0$$

siendo, " C_p " la capacidad calorífica a presión constante y $H_0=U_0$ la entalpía del gas a la temperatura de $T=0$ K.

- La entalpía de los gases monoatómicos viene dado por:

$$H = C_p T + H_0$$

- La entalpía de una mezcla de " N " gases perfectos, es igual, a la suma de las entalpías de cada uno de los gases que forman la mezcla, esto es:

$$H = \sum_{k=1}^N H_k = \sum_{k=1}^N \left[\int_0^T C_{p,k} dT + H_{0,k} \right]$$

siendo, $C_{p,k}$ la capacidad calorífica a presión constante de la k -ésima componente de la mezcla.

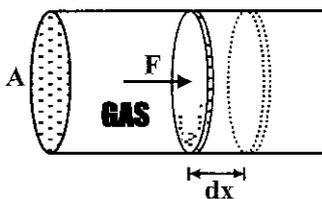
e) Isoentálpica

Se llama así a la transformación termodinámica en la que la entalpía del sistema no varía.

3. TRABAJO REALIZADO AL CAMBIAR EL VOLUMEN DEL GAS

En general, en los diferentes procesos termodinámicos que existen, el volumen de un gas puede experimentar cambios, generándose un trabajo, así tenemos:

a) Trabajo a presión variable



Consideremos un gas ideal encerrado en un cilindro mediante un pistón móvil de área " A ", el cual, experimenta un desplazamiento " dx " hacia la derecha, bajo la acción de la fuerza de presión $F=PdA$, el

trabajo elemental " dW " realizado por esta fuerza es:

$$dW = F dx = P A dx$$

$$dW = P dV$$

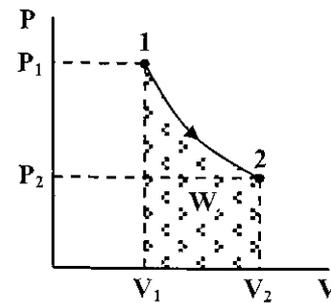
siendo, $dV = A dx$ el elemento de volumen.

- Así, el trabajo efectuado por el gas en un proceso de expansión, pasando el gas de un volumen " V_1 " a un volumen " V_2 " es:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$$

En general la presión " P " del gas cambia, cuando varía su volumen.

- Para calcular la integral del trabajo, se representa la gráfica de la presión " P " en función del volumen " V ", para el proceso termodinámico correspondiente, un ejemplo de ello se muestra en la Figura.



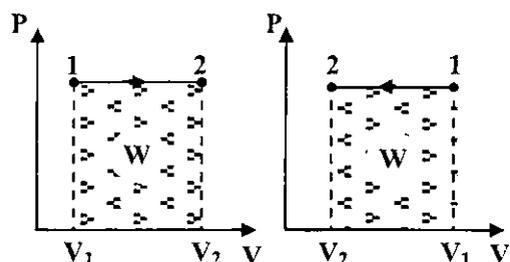
- El trabajo realizado por (o sobre) el gas es numéricamente igual al área bajo la curva de la gráfica de la presión " P " en función del volumen " V ", para los intervalos $V_1 \leq V \leq V_2$ y $P_1 \leq P \leq P_2$.

b) Trabajo a presión constante

Si la presión " P " se mantiene constante durante el proceso en el que el volumen del gas pasa de " V_1 " a " V_2 ", la integral anterior para el trabajo " W ", se reduce a la siguiente expresión:

$$W = P(V_2 - V_1)$$

- * Si, $V_2 > V_1$, el gas se expande, y se dice que el trabajo es positivo.
- * Si, $V_2 < V_1$, el gas se comprime, y se dice que el trabajo es negativo.



- El trabajo realizado por el sistema (gas ideal) depende no sólo de los estados inicial y final, sino, también de los estados intermedios, es decir, de la trayectoria. Por ejemplo, el trabajo en un ciclo no es cero, a pesar de que el estado inicial coincide con el final.

4. PRIMERA LEY DE LA TERMODINAMICA

a) Primera ley de la termodinámica

La primera ley de la termodinámica se refiere al concepto de energía interna "U", trabajo "W", y calor "Q". Nos dice que si sobre un sistema con una determinada energía interna "U", se realiza un trabajo "W" mediante cierto proceso, la energía interna del sistema varía. A la suma de la variación de la energía interna " ΔU " con el trabajo "W", le llamamos calor "Q", así:

$$Q = W + \Delta U$$

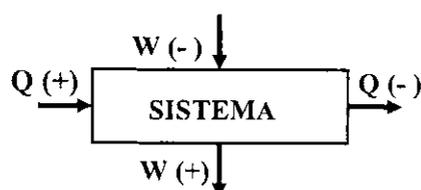
- De resultados experimentales se encuentra que la variación de la energía interna " ΔU " depende de los estados inicial y fi

nal, y no de la trayectoria que lleva al gas de un estado a otro.

- La cantidad de calor "Q" y el trabajo "W" dependen de la trayectoria, mas no la variación de la energía interna " ΔU ", a pesar de que, $\Delta U = Q - W$.
- El calor "Q" es la energía transferida al sistema por medios no mecánicos. Imaginemos que nuestro sistema es un recipiente metálico con agua, podemos elevar la temperatura del agua de dos maneras: por fricción con una cuchara o por calentamiento directo mediante un mechero, en el primer caso, estamos haciendo un trabajo sobre el sistema, y en el segundo le transferimos calor directamente.
- La primera ley de la termodinámica, se basa en el principio de conservación de la energía total mecánica+calorífica.

Convención de Signos

Para la utilización de la ecuación correspondiente a la primera ley de la termodinámica, se debe tener en cuenta la convención de signos acordada para cada una de las magnitudes, estas son:



- Q (+) el sistema recibe calor.
- Q (-) el sistema pierde calor.
- W (+) trabajo realizado por el sistema.
- W (-) trabajo realizado sobre sistema.
- $\Delta U(+)$ el sistema se calienta.
- $\Delta U(-)$ el sistema se enfría.

- En la ecuación correspondiente a la primera ley de la termodinámica, las magnitudes físicas "Q", "W", " ΔU " deben ser expresadas en las mismas unidades, ya sea en joules o en calorías.

- La primera ley de la termodinámica es de terminista y no probabilista, y es una medida microscópica de los cambios y transformaciones que experimenta la energía en un sistema termodinámico.
- La primera ley de la termodinámica se aplica a todo proceso de la naturaleza que parte de un estado de equilibrio y termina en otro estado. Decimos que un estado está en equilibrio cuando podemos describirlo mediante los parámetros tales como la presión "P", el volumen "V" y la temperatura "T".

Aclaración

La energía interna "U" de un sistema, el trabajo "W" y el calor "Q" no son más que diferentes formas en las que se presenta la energía. Esto significa que, la energía no se crea ni destruye, solo se transforma en sus diversas formas.

b) Expansión cuasi-estática de un gas

Consideremos un proceso cuasi-estático a presión constante, y expresemos la primera ley de la termodinámica en términos de los estados inicial y final, así:

$$Q = \Delta U + W = U_2 - U_1 + W$$

Ahora, teniendo en cuenta que: $P_1 = P_2 = \text{cte.}$, el trabajo es, $W = P(V_2 - V_1)$, y la presión anterior, queda así:

$$Q = (U_2 - U_1) + P(V_2 - V_1)$$

Agrupando términos e introduciendo el concepto de entalpía "H", tenemos:

$$Q = U_2 + P V_2 - (U_1 + P V_1)$$

$$Q = H_2 - H_1 \Rightarrow Q = \Delta H$$

Es decir, el calor "Q" transferido al siste

ma, se utiliza para cambiar la entalpía "H" del sistema.

- * Para un proceso exotérmico, $\Delta H < 0$.
- * Para un proceso endotérmico, $\Delta H > 0$.

c) Procesos cíclicos y sistemas aislados termodinámicos

En procesos cíclicos el sistema regresa a su estado inicial, en tales procesos, el estado inicial es el mismo que el final, esto es, se cumple que:

$$U_2 = U_1 \text{ y } Q = W$$

El sistema realiza trabajo "W" durante este proceso, cuando recibe una cantidad igual de energía en forma de calor "Q".

d) Sistemas aislados

En un sistema aislado, que no realiza trabajo sobre su entorno ni intercambia calor con el. Para cualquier proceso que se realiza en un sistema aislado, se cumple que:

$$W - Q = 0$$

Por lo que:

$$U_2 = U_1 = \Delta U = 0$$

Es decir, la energía interna de un sistema aislado permanece constante.

e) Móvil perpetuo de primera especie

Si llama móvil perpetuo de primera especie a una máquina de acción periódica en la cual un gas, un vapor o cualquier otro agente de transformación después de cumplir un ciclo vuelve a su estado inicial, $\Delta U = 0$ y $W = Q$. Por lo tanto, es imposible construir un motor de acción periódica capaz de realizar un trabajo mayor que la energía que reciba del exterior.

f) Ley de Hess

El efecto calorífico de una reacción que

transcurre en un sistema a volumen constante o a presión constante no depende de los estados intermedios, sólo depende de los estados inicial y final del sistema.

- La ley de Hess expresa el primer principio de la termodinámica referido a las transformaciones químicas y es la ley fundamental de la termodinámica.

g) Ecuación de Mayer

Es una ecuación matemática, que relaciona las capacidades caloríficas molares a presión constante " C_p " y volumen constante " C_v ", viene dado por:

$$C_p - C_v = R$$

siendo, "R" la constante de los gases.

- Como, $C=Mc$, la ecuación para los calores específicos molares, se escribe así:

$$c_p - c_v = \frac{R}{M}$$

siendo, " c_p ", " c_v " los calores específicos a presión y volumen constantes, y "M" la masa molecular.

h) Exponente adiabático (χ)

Se define como la razón de la capacidad calorífica a presión constante " C_p " a la capacidad calorífica a volumen constante " C_v ", esto es:

$$\chi = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$$

En el caso de los gases " C_p " siempre es mayor que " C_v " y " χ " siempre es mayor que la unidad. Esta cantidad desempeña

un rol muy importante en los procesos adiabáticos de gases ideales.

- Para un gas ideal, la variación de la energía interna en cualquier proceso, viene dado por: $\Delta U = nC_v\Delta T$, sea constante o no el volumen. Para otras sustancias se cumple solo si el volumen se mantiene constante.

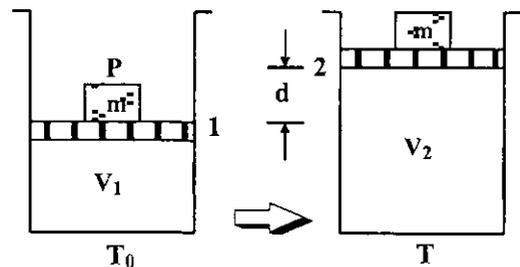
i) Efecto térmico E

Se llama efecto térmico "E" de una transformación la suma de las cantidades de calor Q' , que cede el sistema en esta transformación y del equivalente térmico W^* de un trabajo, igual a la diferencia entre el trabajo total del sistema en dicha transformación y su trabajo de expansión esto es:

$$E = Q' + W^*$$

5. PROCESOS TERMODINAMICOS

a) Proceso isobárico ($P=cte$)



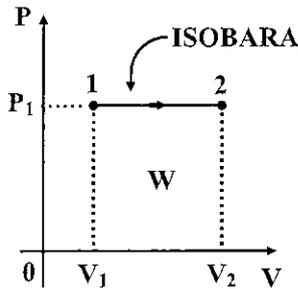
En este tipo de proceso la presión se mantiene constante y el trabajo realizado por (o sobre) el sistema (gas) cuando este pasa del estado 1 hacia el 2, es:

$$W_{1 \rightarrow 2} = P (V_2 - V_1)$$

Si, $V_2 > V_1$, el sistema realiza trabajo, el gas se expande.

Si, $V_2 < V_1$, el trabajo se realiza sobre el sistema, el gas se comprime.

- El trabajo neto realizado por (o sobre) el gas en un ciclo, es igual al área encerrada por la curva "P -V".
- Si, el ciclo se realiza en el sentido horario, el trabajo neto será positivo, en caso contrario negativo.

Diagrama P-V

- La cantidad de calor suministrada (ó sustraída) durante el proceso es:

$$Q = C_P (T_2 - T_1)$$

- La variación de la energía interna, durante el proceso es:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_V (T_2 - T_1)$$

- La capacidad calorífica molar, a presión constante, viene dado por:

$$C_P = \frac{\chi R}{\chi - 1}$$

siendo " χ " el exponente adiabático.

➤ Ley de Charles (P=cte)

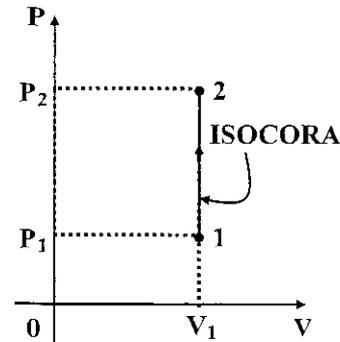
Esta ley establece, que en un gas ideal a presión constante, la razón de su volumen a su temperatura es una constante, a sí para dos estados diferentes 1 y 2, se tiene:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

b) Proceso isocórico (V=cte)

En este tipo de proceso, el sistema pasa del estado "1" hacia el estado "2", sin variar su volumen y por tanto no realiza trabajo, el calor que recibe (o entrega) se invierte en elevar (o disminuir) su energía interna.

$$W = 0$$

Diagrama P-V

- La cantidad de calor suministrada (ó sustraída) durante el proceso es:

$$Q = C_V (T_2 - T_1)$$

- La variación de la energía interna, durante el proceso, es igual, a la variación de la cantidad de calor:

$$\Delta U = Q$$

- La capacidad calorífica molar, a volumen constante, viene dado por:

$$C_V = \frac{R}{\chi - 1}$$

siendo " χ " el exponente adiabático.

➤ Ley de Gay-Lusacc (V=cte)

Esta ley establece que en un gas ideal a volumen constante, la razón de su presión a su temperatura es una constante, a sí para dos estados diferentes 1 y 2, se tiene:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\int_0^W dW = \frac{m}{M} R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

c) Proceso isotérmico (T=cte)

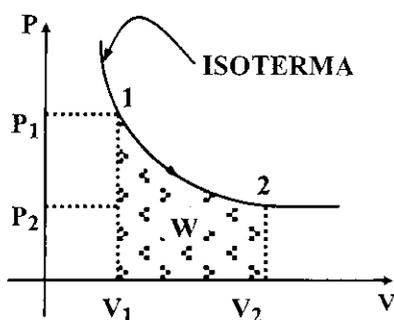
En este tipo de proceso el sistema pasa del estado "1" hacia el estado "2", a temperatura constante y por tanto la variación de su energía interna es nula, el calor que recibe (o entrega) se transforma en trabajo realizado por (o sobre) el sistema.

$$\Delta U = 0$$

- El trabajo "W" realizado por (o sobre) el gas, es igual, al área bajo la curva (área sombreada).
- El valor numérico del trabajo realizado en el proceso, viene dado por:

$$W = \frac{m}{M} R \cdot T \ell \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Diagrama P-V



Demostración:

- De la ecuación de los gases ideales despejando la presión "P", y sustituyendo en la expresión del trabajo elemental, e integrando, obtenemos:

$$dW = P dV$$

$$dW = \frac{m}{M} R T \frac{dV}{V}$$

$$W = \frac{m}{M} R \cdot T \ell \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

- La variación de la cantidad de calor, es igual, al trabajo realizado en el proceso, es decir:

$$Q = W$$

- La capacidad calorífica del gas, a temperatura constante es:

$$C_T = \infty$$

➤ **Ley de Boyle–Mariotte (T=cte)**

Esta ley establece que en un gas ideal a temperatura constante, el producto de su presión por su volumen es una constante, así, para dos estados diferentes 1 y 2, se tiene:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Ejemplo: 07

1 litro de helio que está en C.N. se dilata isotérmicamente, al recibir calor hasta ocupar un volumen de 2 litros. Hallar

- El trabajo hecho por el gas.
- El calor que recibió.

Solución:

- El trabajo realizado por el gas, aumentando su volumen es

$$W = \frac{m}{M} R T \ell \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$W = P V \ell \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$W = (1,01 \cdot 10^5) (10^{-3}) \ell \ln(2/1)$$

$$W = 70 \text{ J}$$

b) La cantidad de calor que recibió es:

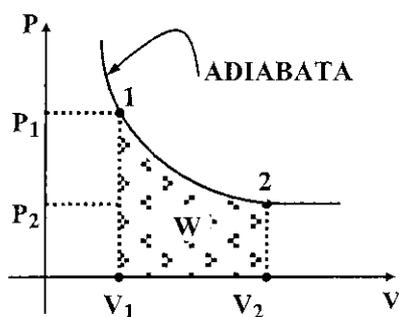
$$Q = W = 70 \text{ J}$$

d) Proceso adiabático (Q=0)

En este tipo de proceso el sistema pasa del estado "1" hacia el estado "2", sin recibir ni entregar calor, la variación de su energía interna se utiliza para hacer trabajo.

$$W = -\Delta U$$

Diagrama P-V



- El trabajo realizado por el gas en el proceso 1→2, es igual, al área sombreada bajo la curva, su valor numérico, se puede hallar de cualquiera de las siguientes fórmulas:

$$W = \frac{m}{M} \frac{R}{\chi - 1} (T_1 - T_2)$$

$$W = \frac{P_1 \cdot V_1}{\chi - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$W = \frac{P_1 \cdot V_1}{\chi - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\chi - 1)}\right]$$

siendo, "m" la masa del gas, "M" su masa molecular y "χ" el exponente adiabático.

Demostración:

- Para un proceso adiabático, la relación en

tre las presiones y volúmenes correspondientes al estado inicial y final del gas ideal, vienen dados por:

$$\frac{P}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^\chi \Rightarrow P = \frac{P_1 V_1^\chi}{V^\chi}$$

Luego, el trabajo realizado sobre el gas en el proceso de compresión adiabática es:

$$\int_0^W dW = \int_{V_0}^V P dV$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{P_1 V_1^\chi}{V^\chi} dV$$

$$W = \frac{P_1 V_1^\chi}{1 - \chi} (V^{1-\chi}) \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$W = \frac{P_1 V_1^\chi}{1 - \chi} (V_2^{1-\chi} - V_1^{1-\chi})$$

$$W = \frac{P_1 V_1^\chi}{\chi - 1} [V_1^{1-\chi} - V_2^{1-\chi}]$$

$$W = \frac{P_1 V_1^\chi}{(\chi - 1) V_1^{\chi-1}} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1}\right]$$

$$\diamond W = \frac{P_1 \cdot V_1}{\chi - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(\chi-1)}\right]$$

- La capacidad calorífica del gas, en un proceso adiabático, es nulo, es decir:

$$C_{ad} = 0$$

- La relación entre las variables termodinámicas P, V y T, para los estados 1, 2, vienen dados por:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\chi \quad \text{ó} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}$$

Demostración:

- Como el proceso es adiabático, no hay transferencia de calor ($dQ=0$), entonces de la primera ley de la termodinámica, se tiene:

$$dQ = dW + dU$$

$$dW = -dU = -\frac{\gamma}{2} n R dT \quad (1)$$

También, de la ecuación de los gases ideales, el volumen es:

$$V = \frac{n R T}{P} \quad (2)$$

De otro lado, diferenciando la ecuación de los gases ideales, y teniendo en cuenta que el trabajo elemental es $dW=PdV$, tenemos:

$$P V = n R T$$

$$P dV + V dP = n R dT$$

$$dW + V dP = n R dT$$

De (1) y (2), obtenemos la expresión:

$$-\frac{\gamma}{2} n R dT + \frac{n R T}{P} dP = n R dT$$

$$\frac{T}{P} dP = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) dT$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T}$$

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma+2}{2}}$$

Ahora, encontremos una relación entre el exponente adiabático " χ " y los grados de libertad " γ ", así:

$$\chi = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\left(\frac{\gamma}{2} + 1\right) R}{\frac{\gamma}{2} R}$$

$$\chi = \frac{\gamma + 2}{\gamma} \Rightarrow \gamma = \frac{2}{\chi - 1}$$

$$\frac{\gamma + 2}{2} = \frac{\chi}{\chi - 1}$$

Con esto la expresión para las presiones y temperaturas, queda así:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\chi}{\chi - 1}}$$

$$\diamond \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\chi - 1}{\chi}}$$



Ejemplo: 08

1 kg de aire que está a la temperatura de 30^0 C y a la presión de 1,5 atm se expande adiabáticamente disminuyendo su presión hasta 1 atm. Hallar:

- El grado de expansión.
- La temperatura final.
- El trabajo realizado.

Solución:

- El aire es un gas diatómico, $\gamma = 5$, luego, el exponente adiabático es:

$$\chi = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V}$$

$$\chi = 1 + \frac{2}{\gamma} = 1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

Y el grado de expansión V_2/V_1 del gas es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\chi}} = \left(\frac{1,5}{1}\right)^{\frac{5}{7}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 1,33 \text{ veces}$$

b) La temperatura final " T_2 ", hallamos de:

$$T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\chi-1} \cdot T_1$$

$$T_2 = \left(\frac{1}{1,33}\right)^{\frac{7}{5}-1} \cdot (303 \text{ } ^\circ\text{K})$$

$$T_2 = 270,3 \text{ K}$$

c) El trabajo realizado por el gas es:

$$W = \frac{m}{M} \frac{R}{\chi-1} (T_1 - T_2)$$

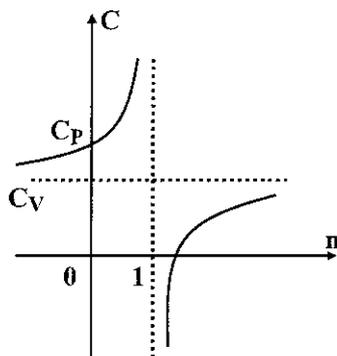
$$W = \frac{1}{29} \frac{8,31 \cdot 10^3}{(7/5-1)} (303 - 270)$$

$$W = 2,36 \cdot 10^4 \text{ J}$$

e) Proceso politrópico ($C = \text{cte.}$)

En este tipo de proceso el sistema pasa del estado "1" hacia el estado "2", manteniéndose la capacidad calorífica " C " del perfecto constante, y el calor que recibe (o entrega) el sistema se transforma en cambio en su energía interna y en trabajo.

Gráfica $C-n$



En la gráfica se muestra la capacidad ca

lorífica " C " del gas perfecto en la transformación politrópica, en función del exponente politrópico " n ".

- La variación de la energía térmica que experimenta el gas perfecto es:

$$\Delta U = C_V (T_2 - T_1)$$

siendo, " C_V " la capacidad calorífica a volumen constante, y " T_1 ", " T_2 " las temperaturas inicial y final.

- La cantidad de calor cedida por el gas perfecto, viene dado por:

$$Q = C (T_2 - T_1)$$

siendo, " C " la capacidad calorífica constante en el proceso politrópico.

- La variación en la entalpía del gas perfecto, viene dado por:

$$\Delta H = C_p (T_2 - T_1)$$

siendo, " C_p " la capacidad calorífica a presión constante, y " T_1 ", " T_2 " las temperaturas inicial y final.

- La capacidad calorífica del gas perfecto en el proceso politrópico es:

$$C = \frac{R(n - \chi)}{(\chi - 1)(n - 1)}$$

siendo, " χ " el exponente adiabático, y " n " el exponente politrópico, cuya expresión, viene dado por:

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

- La relación entre las variables termodinámicas " P ", " V " y " T ", para los estados 1, 2, vienen dados por:

$$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n$$

$$P_1 (T_1)^{n/(1-n)} = P_2 (T_2)^{n/(1-n)}$$

$$V_1 (T_1)^{1/(n-1)} = V_2 (T_2)^{1/(n-1)}$$

- El trabajo realizado por el gas perfecto, cuando pasa del estado (1) hacia el (2), se halla a partir de cualquiera de las siguientes expresiones:

$$W = \frac{1}{n-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2)$$

$$W = \frac{m R T_1}{M n - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(n-1)/n} \right]$$

$$W = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{(1-n)} \right]$$

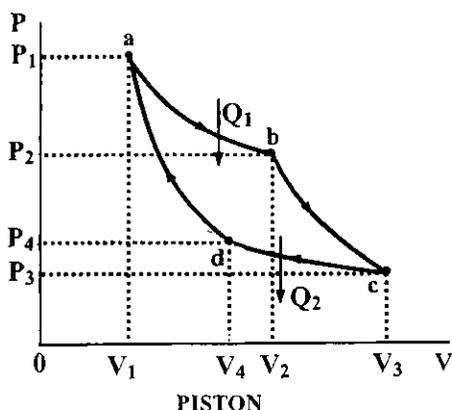
siendo, "m" la masa del gas, "M" su masa molecular, y "n" el exponente politrópico.

6. CICLO DE CARNOT Y MAQUINAS TERMICAS

a) Ciclo de Carnot

1) Definición

Se denomina así al ciclo reversible formado por dos procesos isotérmicos y otros dos adiabáticos; dando lugar, a dos procesos de compresión y dos de expansión.



- El principio de Carnot establece que toda máquina térmica, trabajando entre dos temperaturas fijas "T₁" (alta) y "T₂" (baja), desarrolla una eficiencia menor que la del ciclo de Carnot.
- Es utilizado en máquinas que usan vapor o una mezcla de combustible (con aire o oxígeno)

2) Descripción completa del ciclo de Carnot

Consideremos el pistón de un motor de combustión interna a gas, para el cual, describamos los cuatro procesos que forman el ciclo de Carnot.

Proceso isotérmico (a-b)

Inicialmente el gas que está en equilibrio en el estado P₁, V₁, T₁, se expande lentamente hasta el estado P₂, V₂, T₁ absorbiendo la energía calorífica Q₁. El gas hace trabajo desplazando el pistón hacia la derecha.

Proceso adiabático (b-c)

Ponemos el cilindro sobre una base no conductora de calor y permitimos que el gas se dilate hasta P₃, V₃, T₂. La dilatación es adiabática porque no hay pérdida ni ganancia de calor. El gas efectúa trabajo elevando el émbolo y disminuye su temperatura desde T₁ hasta T₂.

Proceso isotérmico (c-d)

Ponemos el cilindro sobre un depósito de calor (más frío) T₂ y comprimimos lentamente el gas hasta P₄, V₄, T₂. Durante este proceso se transfiere cierta cantidad de energía calorífica Q₂ del gas al depósito.

Proceso adiabático (d-a)

Ponemos al cilindro en un soporte no conductor de calor y comprimimos lentamente hasta el estado inicial P₁, V₁, T₁. La compresión es adiabática, se efectúa trabajo sobre el gas elevándose su tempera

tura hasta T_1 .

👍 Conclusión

Podemos decir, que el ciclo de Carnot establece el máximo rendimiento térmico que puede alcanzar una máquina térmica.

3) Teorema de Carnot

El rendimiento térmico del ciclo reversible de Carnot no depende de la composición del agente de transformación y viene dado por:

$$\eta_C = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

- El rendimiento térmico del ciclo irreversible de Carnot " $\eta_{C'}$ " es siempre menor que el rendimiento térmico " η_C " del ciclo reversible de Carnot realizado entre las mismas temperaturas " T_1 ", " T_2 ", esto es:

$$\eta_{C'} < \eta_C$$

- El rendimiento térmico de un ciclo reversible cualquiera no puede ser nunca mayor que el rendimiento térmico " η_C " del ciclo reversible de Carnot, a las mismas temperaturas " T_1 ", " T_2 ".

b) Transformaciones reversibles e irreversibles

Una transformación se dice que es reversible si al efectuarla un sistema termodinámico primero en sentido directo y después en sentido inverso, tanto el sistema mismo como todos los cuerpos externos que interaccionan con él retornan al estado inicial.

- Esto es durante la transformación inversa el sistema termodinámico regresa a su estado inicial, de tal modo que el nuevo medio que lo rodea no experimenta ninguna variación.

- La condición necesaria y suficiente para que una transformación termodinámica sea reversible, es que todos los estados que sucesivamente recorre la transformación sean de equilibrio.
- Así, las transformaciones directa e inversa que experimenta un sistema termodinámico serán idénticos.
- La reversibilidad de los movimientos mecánicos significa que son simétricos respecto de la sustitución del futuro por el pasado.

Ejemplo: 09

El movimiento mecánico de un cuerpo en el vacío, en ausencia de fuerzas de fricción, es un proceso reversible

c) Máquinas térmicas

1) Definición

Es todo dispositivo mecánico que transforma parte de la energía calorífica que recibe en energía mecánica.

2) Funcionamiento

- Toda máquina térmica para su funcionamiento necesita de un foco caliente (entrega energía) a la temperatura T_C , un foco frío (consume energía) a la temperatura T_F ($T_C > T_F$) y de un agente de transformación (sustancia activa o de trabajo).
- La máquina térmica de la Figura, recibe energía calorífica Q_C del foco caliente, y parte la transforma en trabajo W , y la energía restante la cede al foco frío en forma de calor Q_F .
- Según, el principio de conservación de la energía total, se cumple que:

$$Q_C = W + Q_F$$

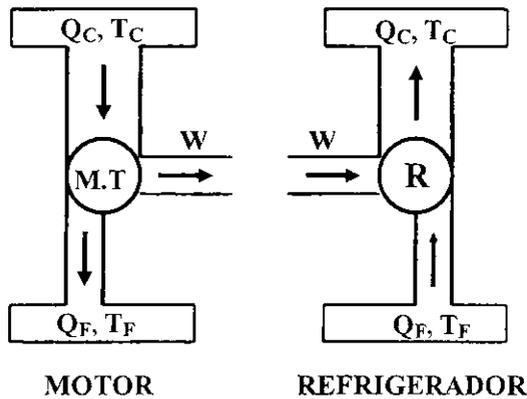
Ejemplo: 10

Los motores de combustión interna (pe

tróleo y gasolina), las turbinas de vapor las calderas, las refrigeradoras, etc ..., son máquinas térmicas.

- Esto es, el trabajo útil efectuado por una máquina térmica, es igual, a la diferencia de calores ($Q_C - Q_F$).

Diagrama de una máquina térmica y de un refrigerador



- En el caso de una refrigerador, el proceso es inverso, es decir, el calor se transfiere del foco frío " Q_F " al foco caliente " Q_C ", para lo cual, las fuerzas externas deben hacer trabajo sobre el sistema.
- Las máquinas térmicas que son máquinas de fluido compresible, se clasifican en:
 - * Motores térmicos.- En estas máquinas la energía del fluido que atraviesa la máquina disminuye, obteniéndose energía mecánica. Los motores térmicos pueden ser:
 - Alternativas.- Máquina de vapor.
 - Rotativas.- Motor rotativo de aire caliente.
 - Turbomáquinas.- Turbinas
 - * Generadores térmicos.- En estas máquinas el proceso es inverso de modo que el fluido incrementa su energía al atravesar la máquina. Los generadores térmicos pueden ser:
 - Alternativos.- Compresor de émbolo.
 - Rotativa.- Compresor rotativo.
 - Turbo máquina.- Turbo compresoras.

3) Rendimiento de una máquina térmica (η)

El rendimiento es una cantidad adimensional que mide el trabajo útil que hace una máquina térmica, y se define así:

$$\eta = \frac{W}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

las temperaturas deben estar en la escala absoluta (K).

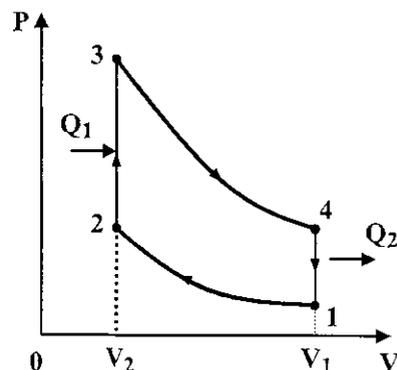
- El rendimiento térmico caracteriza el grado de perfeccionamiento de la transformación de la energía interna en mecánica que tiene lugar en el motor térmico que funciona de acuerdo con el ciclo que se analiza.
- En porcentaje, el rendimiento " η " de una máquina térmica, se escribe así:

$$\eta (\%) = \left(1 - \frac{Q_F}{Q_C}\right) (100)$$

- El rendimiento de una máquina térmica " η ", siempre es menor que la unidad, debido a la limitación de ceder calor a una fuente fría que impone la segunda ley de la termodinámica.

5) Rendimiento de los ciclos de los motores térmicos alternativos

[1] Ciclo de Otto ($V = \text{cte.}$)



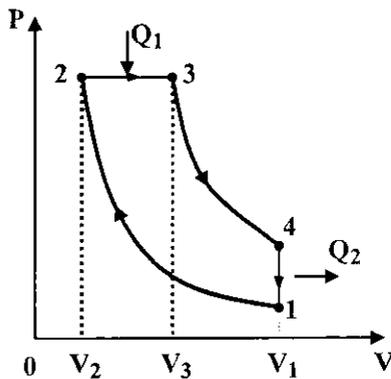
1-2 compresión adiabática

2-3	calentamiento	isócoro
3-4	expansión	adiabática
4-1	enfriamiento	isócoro.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\chi-1}}$$

siendo, $\alpha = V_1/V_2$ la relación de compresión, y " χ " el exponente adiabático de compresión y expansión.

[2] Ciclo de Diesel (P=cte.)

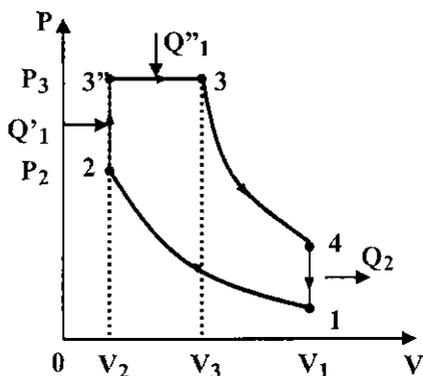


1-2	compresión	adiabática
2-3	calentamiento	isobárico
3-4	expansión	adiabática
4-1	enfriamiento	isócoro.

$$\eta = 1 - \frac{\beta^{\chi} - 1}{\chi \alpha^{\chi-1} (\beta - 1)}$$

siendo, $\beta = V_3/V_2$ la relación de expansión isobárica, $\alpha = V_1/V_2$ la relación de compresión, y " χ " el exponente adiabático de compresión y expansión.

[3] Ciclo de Trinkler -Sabathé



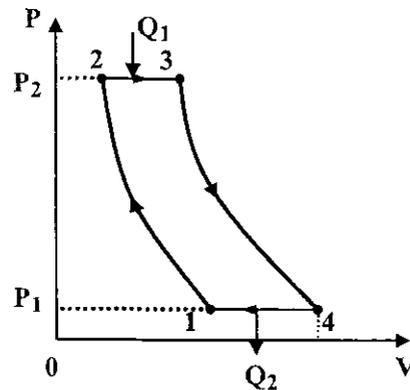
1-2	compresión	adiabática
2-3'	calentamiento	isócoro
3'-3	calentamiento	isobárico
3-4	expansión	adiabática
4-1	enfriamiento	isócoro.

$$\eta = 1 - \frac{\lambda \beta^{\chi} - 1}{\alpha^{\chi-1} [(\lambda - 1) + \chi \lambda (\beta - 1)]}$$

siendo, $\beta = V_3/V_2$ la relación de expansión isobárica, $\alpha = V_1/V_2$ la relación de compresión, $\lambda = P_3/P_2$ la relación de aumento de la presión, y " χ " el exponente adiabático de compresión y expansión.

6) Rendimiento de los ciclos de las turbinas de gas

[1] Ciclo de combustión a presión constante

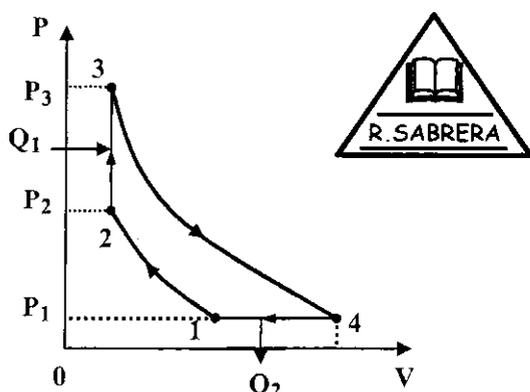


1-2	compresión	adiabática
2-3	calentamiento	isobárico
3-4	expansión	adiabática
4-1	enfriamiento	isobárico

$$\eta = 1 - \frac{\gamma^{\chi}}{\chi - 1}$$

siendo, $\gamma = P_2/P_1$ la relación de aumento de la presión durante la compresión, y " χ " el exponente adiabático de compresión y expansión.

[2] Ciclo de combustión a volumen constante



- | | | |
|-----|---------------|------------|
| 1-2 | compresión | adiabática |
| 2-3 | calentamiento | isócoro |
| 3-4 | expansión | adiabática |
| 4-1 | enfriamiento | isobárico |

$$\eta = 1 - \frac{\chi(\lambda^{1/\chi} - 1)}{(\lambda - 1)\gamma^{(\chi-1)/\chi}}$$

siendo, $\gamma = P_2/P_1$ la relación de aumento de la presión durante la compresión, $\lambda = P_3/P_2$ la relación del aumento complementario de la presión y " χ " el exponente a diabático de compresión y expansión.

$$W = Q_F + Q_C \Rightarrow -Q_C = Q_F - W$$

$$|Q_C| = Q_F + |W|$$

Como muestra el diagrama de un refrigerador, el calor $|Q_C|$ que sale de la sustancia de trabajo y se cede al foco caliente siempre es mayor que el calor " Q_F " que se toma del foco frío.

Se debe mencionar que la relación de valor absoluto, dada por:

$$|Q_C| = |Q_F| + |W|$$

Es válida tanto para máquinas térmicas como para refrigeradores.

2) Coeficiente de rendimiento

Definimos como coeficiente de rendimiento a la razón del foco frío $|Q_F|$ al trabajo " W ", esto es:

$$\zeta = \frac{|Q_F|}{|W|} = \frac{|Q_F|}{|Q_C| - |Q_F|}$$

" ζ " es una cantidad física adimensional. Así, el mejor ciclo de refrigeración es el que extrae el máximo de calor $|Q_F|$ del refrigerador con el menor gasto de trabajo mecánico.

A diferencia de las máquinas térmicas, la eficiencia de las máquinas refrigeradoras es una cantidad mayor que la unidad.

3) El refrigerador de Carnot

Como en el ciclo de Carnot cada paso es reversible, todo el ciclo puede revertirse, de modo que, que la máquina térmica puede transformarse en un refrigerador. El coeficiente de rendimiento para el refrigerador de Carnot se denota por " ζ ", y viene dado por:

d) Refrigeradores

1) Descripción

Es una máquina térmica en reversa, esto es, toma calor de un foco frío, y lo cede al foco caliente que en general es el aire contenido en el refrigerador.

A diferencia de una máquina térmica que tiene una salida neta de trabajo mecánico, el refrigerador necesita una entrada neta de trabajo mecánico. Aplicando la convención de signos establecida en primera ley de la termodinámica el calor del foco frío " Q_F " es positivo, en tanto, el calor del foco caliente " Q_C " y el trabajo " W " son negativos, con esto, la expresión de la primera ley de la termodinámica, se escribe así:

$$\zeta = \frac{|Q_F|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{|Q_F|/|Q_C|}{1 - |Q_F|/|Q_C|}$$

Sustituyendo la relación entre calores y temperaturas: $|Q_F|/|Q_C| = |T_F|/|T_C|$, la expresión anterior, se reduce a:

$$\zeta = \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

Si, $T_C - T_F \ll 1$, entonces " ζ " es muy grande, lo cual, significa que puede bombearse mucho calor de la temperatura inferior a la superior, con muy poco trabajo.

e) Bomba de calor

Es un dispositivo que se utiliza para calentar el ambiente de los edificios enfriando el aire exterior. Este dispositivo funciona como refrigerador al revés. Las espiras del evaporador están afuera, donde toman calor del aire frío, y las del condensador están adentro, donde ceden al aire más caliente. Para un diseño apropiado, el calor $|Q_C|$ suministrado al interior cada ciclo puede ser mucho mayor que el trabajo $|W|$ necesario para llevar ahí.

- Gracias a su versatilidad, es posible encontrar bombas de calor tanto para calentar una piscina como para controlar el ambiente de un invernadero.
- En toda bomba de calor se verifica que el calor transferido al foco caliente " Q_C " es la suma del calor extraído del foco frío " Q_F " más el trabajo " W " consumido por el compresor, que se transfiere al fluido, esto es:

$$Q_C = Q_F + W$$

Las bombas de calor tienen una eficiencia,

llamado coeficiente de performance.

Existen dos expresiones diferentes del coeficiente de performance. Así, si la bomba de calor se utiliza para refrigerar un ambiente, el efecto útil es el calor extraído del foco frío, esto es:

$$\zeta = \frac{Q_F}{W}$$

De otro lado, si la bomba de calor se utiliza para calentar una región del espacio, el efecto útil es el calor introducido, en este caso:

$$\zeta = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_F + W}{W}$$

- Una bomba de calor típica tiene un coeficiente de performance entre 3 y 6.

f) Compresor

Es una máquina térmica que se utiliza para aumentar la presión y desplazar cierto tipo de fluidos llamados compresibles, tales como gases y vapores. Esto se realiza a través de un intercambio de energía entre la máquina y el fluido en el cual el trabajo ejercido por el compresor se transfiere a la sustancia que pasa por él, transformándose en energía de flujo, así, aumentando su presión y energía cinética.

- Los compresores son utilizados en actividades de ingeniería, así, como en otras diversas actividades que realiza el hombre, tales como:
 - Intervienen en los sistemas de refrigeración y en los sistemas de aire acondicionado.
 - Se utilizan en los sistemas de generación de energía eléctrica.
 - Se utilizan en los motores de los aviones como turbo reactores.
 - Se utilizan para comprimir gases en las redes de alimentación de los sistemas neumáticos.

* Máquina de fluido.- Se llama así a las máquinas térmicas que tienen como función principal intercambiar energía con un fluido que pasa por él, este intercambio conlleva una transformación de energía.

g) Cortina de aire

Es un equipo de ventilación que crea una barrera invisible sobre la puerta para separar dos ambientes diferentes de modo eficiente y sin limitar el acceso de las personas.

El ahorro energético de la pantalla de aire reduce el costo de calefacción y refrigeración en más del 80 %.

Mantiene el ambiente libre de plagas, insectos y polvos, partículas en suspensión, contaminación y olores desagradables.

7. SEGUNDA LEY DE LA TERMODINAMICA

a) Enunciados

La segunda ley de la termodinámica ayuda a entender muchos procesos de transformación de la energía que se dan en la naturaleza, a través de los siguientes enunciados:

- 1) El calor no puede pasar de forma espontánea de una fuente fría a otra más caliente.
- 2) No existe máquina térmica (ideal) en la que todo el calor del foco caliente sea transformado en trabajo útil, es decir, es imposible construir el móvil perpetuo de segunda especie.
- 3) El calor no puede propagarse de modo natural de un cuerpo frío hacia un cuerpo caliente, salvo que el proceso termodinámico sea forzado, es decir, haya la necesidad de hacer trabajo.
- 4) De un sistema adiabático y rígido (volumen constante) no se puede obtener trabajo, solo podemos aportarlo. La energía interna solo puede aumentar.

5) El móvil o motor perpetuo de segunda especie es imposible (no existe). El móvil perpetuo de segunda especie se define como una máquina monoterma.

6) En el entorno de cualquier estado de un sistema cerrado existen siempre estados que son inaccesibles por vía adiabática.

- Los enunciados anteriores de la segunda ley de la termodinámica no son excluyentes sino se complementan y se explican unos a otros.
- La segunda ley de la termodinámica no se deduce de la primera ley, es una ley natural independiente.
- La primera ley de la termodinámica niega la posibilidad de crear o destruir energía, en tanto, la segunda ley de la termodinámica limita o restringe la disponibilidad de la energía y las formas en que puede utilizarse y transformarse.
- Según la segunda ley de la termodinámica: <<La entropía del universo aumenta en un proceso espontáneo y se mantiene constante en un proceso que se encuentra en equilibrio>>

b) Móvil perpetuo de segunda especie

Se llama así al dispositivo (motor) cuyo agente de transformación, recibiera, para efectuar el ciclo, energía en forma de calor de un cuerpo exterior y la cediera después totalmente en forma de trabajo a otro cuerpo exterior.

8. ENTROPIA

a) Concepto

No es una magnitud física, tal como temperatura o presión, que se pueden medir en forma directa, al contrario, la entropía de un sistema termodinámico se determina utilizando métodos indirectos.

- Se define como la propiedad física que permite medir el grado de desorden de un

sistema termodinámico. Así, un sistema aislado alcanza el equilibrio cuando su entropía es máxima. El estado de equilibrio de un sistema aislado es el de máxima probabilidad. En general los estados desordenados son más probables que los ordenados, un sistema aislado que no es en equilibrio, evoluciona espontáneamente hacia estados de máximo desorden

- Se puede decir, también, que la entropía de un sistema, es su capacidad de hacer trabajo.
- La entropía de un sistema es una propiedad física puntual, es decir, es independiente del camino que utiliza el sistema para ir de un estado 1 (inicial) hacia otro 2 (final).
- El cambio en la entropía que experimenta un sistema termodinámico, cuando pasa de un estado inicial (1) hacia un estado final (2), viene dado por:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

- El carácter de la variación de la entropía sirve para determinar en que sentido se realiza el intercambio de calor, así, cuando el cuerpo (ó sustancia) se calienta ($\Delta S > 0$) su entropía aumenta, y cuando se enfría ($\Delta S < 0$), su entropía disminuye.

b) Propiedades

- 1) La entropía de un sistema cerrado que realiza un ciclo reversible de Carnot no varía, esto es:

$$\Delta S_{\text{rev}} = 0 \quad ; \quad S = \text{cte.}$$

- 2) La entropía de un sistema cerrado que realiza un ciclo irreversible de Carnot aumenta, esto es:

$$\Delta S_{\text{irrev}} > 0$$

- 3) La entropía de un sistema cerrado, cualquiera que sean las transformaciones que ocurran en él, no disminuye, esto es:

$$\Delta S \geq 0$$

- 4) Si el estado de un sistema cerrado experimenta una variación elemental, la entropía del sistema no disminuye, así: $dS \geq 0$, el signo igual se refiere a las transformaciones reversibles, y el de la desigualdad, a las irreversibles.

c) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones en las que se utiliza el concepto de entropía son:

- 1) En la investigación médica, la entropía se utiliza como una herramienta estadística para medir la diversidad ecológica y de otros sistemas.
- 2) Mediante el postulado de Información Física Extrema (EPI), relacionado a la entropía máxima del sistema, se aplica a problemas biológicos, como por ejemplo, predecir tasas de crecimiento de cáncer.
- 3) La entropía también puede utilizarse, en las aplicaciones relacionadas con la inmunología.
- 4) En la teoría de información o entropía de la información, es una medida de la incertidumbre asociada a una variable al azar. Cuantifica la información contenida en un mensaje.
- 5) La entropía se utiliza en el análisis de cluster en variables cualitativas dicotómicas y multiestado, relacionados a la afinidad, similaridad y agrupación de los componentes de un sistema, estos estudios, tiene amplia aplicación en la arqueología.
- 6) La entropía se utiliza para crear cristales complejos a partir de formas simples. La entropía es una medida del número de formas en que pueden ordenarse los componentes de un sistema. Si bien a menú

do se la vincula con el desorden la entropía también puede causar que los objetos se ordenen.

- 7) En Química, la principal aplicación del concepto de entropía es que permite predecir cuando un proceso químico puede ocurrir, independientemente del tiempo que tarde en alcanzarse el equilibrio.

d) Calor reducido (Q^*)

Se llama calor reducido " Q^* ", en una transformación isotérmica, a la razón de la cantidad de calor " Q ", recibida por el sistema, a la temperatura " T " del cuerpo que cede calor, esto es:

$$Q^* = \frac{Q}{T}$$

siendo, $Q > 0$ cuando el sistema le cede energía al cuerpo, y $Q < 0$ cuando absorbe energía de él.

e) Transformación isoentrópica

Se llama así al proceso termodinámico en el cual la entropía del sistema no varía. Por ejemplo en una transformación adiabática reversible $\delta Q = 0$ y $S = \text{cte}$.

Según la segunda ley de la termodinámica, podemos decir que:

$$\delta Q \leq T dS$$

siendo, " δQ " la cantidad de energía que el sistema gana por calentamiento, " T " la temperatura del sistema, y " dS " el cambio de la entropía.

- El caso de igualdad se cumple, cuando el proceso es reversible.
- En un proceso isoentrópico reversible no hay transferencia de energía calorífica, y por tanto el proceso también es adiabático.
- Para procesos reversibles, una transformación isoentrópica se realiza mediante

el aislamiento térmico del sistema respecto a su entorno.

f) Energía libre (F)

Se denomina energía libre a la diferencia entre la energía interna del sistema " U " menos la energía ligada " TS ", esto es:

$$F = U - TS$$

- Si el sistema realiza una transformación isotérmica reversible, $dT=0$ y $\delta W_{\text{isot}} = dF$. Al pasar el sistema del estado 1 al estado 2 en una transformación reversible,

$$W_{\text{isot}} = F_1 - F_2$$

- La disminución de la energía libre es la medida del trabajo que realiza el sistema durante la transformación isotérmica reversible.

g) Energía ligada

La energía ligada es la parte de la energía interna del sistema que no puede ser transferida en forma de trabajo en la transformación isotérmica. En este sentido sentido, dicha parte de la energía es "despreciable". La energía ligada es directamente proporcional a la entropía, es decir, a una mayor entropía le corresponde una mayor energía ligada del sistema. Por lo mismo, la entropía del sistema (gas) se utiliza como una medida de su energía "desvalorizada".

9. TERCERA LEY DE LA TERMODINAMICA

a) Enunciados

- El primer y segundo principio de la termodinámica no permiten determinar el valor de la entropía " S_0 " de un sistema a la temperatura del cero absoluto ($T=0$ K).

- Este principio basado en las investigaciones experimentales de las propiedades de diversas sustancias a temperaturas ultrabajas, establece que: en cualquier transformación isotérmica que se realice a la temperatura del cero absoluto la variación de la entropía es nula, esto es:

$$\Delta S_{T=0} = 0, \quad S = S_0 = \text{cte.}$$

independientemente de las variaciones que experimenten los demás parámetros del estado.

- Del tercer principio de la termodinámica se deduce, que las capacidades caloríficas " C_p " y " C_v " y el coeficiente termodinámico de expansión " χ " son nulos para todos los cuerpos a la temperatura $T=0$ K. de una sustancia a la temperatura del cero absoluto es nula. También, se deduce que es imposible realizar transformaciones sucesivas mediante el cual el cuerpo alcance la temperatura de 0 K, esto se conoce como: "El principio de la imposibilidad de alcanzar el cero absoluto".

b) Principio de Nernst

Este principio se basa en el desarrollo obtenido por Planck, que supuso que $S_0 = 0$, es decir, que a la temperatura de cero absoluto la entropía de un sistema es nula. La interpretación física de este principio se realiza en el marco de la física estadística. La condición $S_0=0$ para $T=0$ K es una consecuencia del carácter cuántico que tienen los procesos que se dan en un sistema cualquiera a bajas temperaturas y solamente lo cumplen los sistemas cuyo estado, a $T=0$ K es de equilibrio estable, así, basándose en este principio se pueden determinar los valores absolutos de la entropía de un sistema en cualquier estado de equilibrio.

Un caso especial se produce en los siste

mas con un único estado fundamental, como una estructura cristalina. La entropía de un cristal perfecto definida por el teorema de Nernst es cero.

c) Teorema de Noether

Este teorema establece que la existencia de ciertas simetrías abstractas en un sistema físico implica la existencia de leyes de conservación. Además, de permitir aplicaciones físicas prácticas, este teorema constituye una explicación de por qué existen leyes de conservación y magnitudes físicas que no varían con la evolución temporal de un sistema físico.

d) Estrangulación de un gas

Se llama estrangulación de un gas a la disminución que experimente la presión de este al pasar adiabáticamente por un orificio estrecho o por un tapón poroso. Este proceso de estrangulación es una transformación irreversible y, por lo tanto, va acompañada de un incremento de la entropía. La entalpía del gas en los estados inicial y final de la estrangulación no cambia.

e) Efecto Joule-Thomson

Este efecto consiste en que todo gas al ser estrangulado experimenta una variación de su temperatura, la expresión diferencial de este efecto, viene dado por:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_p} \left[T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$$

Así, cuando un gas experimenta una expansión a través de un obstáculo o estrangulamiento, a presiones y temperaturas adecuadas, se produce una disminución de su temperatura, el término $(\partial(TV)/\partial T)_p$ es de mayor valor absoluto y negativo el coeficiente de Joule-Thomson tendrá los

valores positivos más altos, a temperaturas bajas. Como consecuencia de ello, el enfriamiento por efecto de Joule-Thomson será más pronunciado a temperaturas bajas y presiones bajas.

f) Licuefacción de un gas

Se llama así a la transformación de los gas al estado líquido, esta se realiza en friándolos hasta una temperatura muy inferior a la de ebullición y aumentando la presión, llegando a una sobrepresión, de talle que diferencia a la licuefacción de la condensación. También, esto se puede obtener disminuyendo el volumen del gas, pero solamente en el caso en que su temperatura sea menor que la crítica.

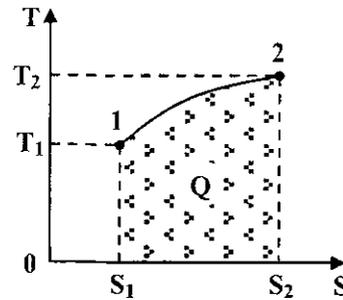
- La licuefacción se utiliza para el análisis de las propiedades fundamentales de las moléculas de gas (fuerzas intermoleculares), para el almacenamiento de gases, por ejemplo el GLP (gas licuado de petróleo), y en la refrigeración y aire acondicionado.
- La licuefacción de aire se utiliza para la obtención de nitrógeno, oxígeno y argón que están presentes en este, separando los componentes por destilación.

g) Diagrama S-T

Se llama diagrama S-T a la representación gráfica de los estados termodinámicos de equilibrio de un sistema en coordenadas rectangulares sobre cuyo eje de abscisas se ubica la entropía específica "S", y sobre el eje de ordenadas se ubica la temperatura absoluta "T".

- En los diagramas S-T las isobaras y las isócoras de un sistema homogéneo tienen la forma de curvas ascendentes. El diagrama S-T se utiliza mucho para el análisis termodinámico de los ciclos reversibles.
- En el diagrama S-T, el área de la superfi

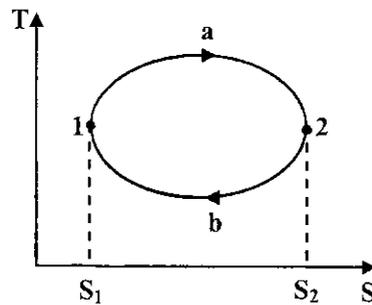
cie limitada por la curva S-T de la transformación reversible, el eje de abscisas es proporcional a la cantidad de calor "Q" cedido al sistema durante el proceso, así:



$$Q = M \int_1^2 T dS$$

siendo, "M" la masa del sistema que experimenta la transformación.

- Los ciclos reversibles se representan en el diagrama S-T mediante curvas cerradas, como la mostrada en la Figura.



- En la trayectoria 1a2 el sistema absorbe una cantidad de calor "Q₁" y en la trayectoria 2b1 cede otra cantidad de calor cuyo valor absoluto es "Q₂". Los valores de "Q₁" y "Q₂" son proporcionales a las áreas de los trapecios curvilíneos S₁a2S₂ y S₁b2S₂.
- El área del ciclo 1a2b1 es proporcional a Q₁-Q₂, es decir, el trabajo "W" realizado por el sistema durante la transformación cerrada.

IV) ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas de C a A?

- a) 0 J b) -30 J c) -40 J d) 60 J e) -60 J

V) ¿Cuál es el calor extraído del gas de C a A?

- a) -15 J b) 30 J c) -30 J d) 60 J e) -90 J

VI) ¿Cuál es el trabajo neto efectuado por el gas en este ciclo?

- a) 10 J b) 20 J c) -20 J d) 30 J e) 60 J

04. Un motor de Carnot recibe $Q=10\,000$ cal de un foco que está a $T_C=727$ °C; realiza un trabajo y cede una cierta cantidad de calor a un foco a $T_F=27$ °C.

I) ¿Cuál es el rendimiento térmico de este motor?

- a) 30% b) 40% c) 50% d) 60% e) 70%

II) ¿Cuál es el trabajo realizado?

- a) 1 000 cal b) 3 000 cal c) 4000 cal d) 7 000 cal e) 8 000 cal

III) ¿Qué cantidad de calor es cedido al foco frío?

- a) 1 000 cal b) 3 000 cal c) 4000 cal d) 7 000 cal e) 8 000 cal

05. La afirmación correcta correspondiente a la teoría cinética de los gases es:

- a) A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen mayor velocidad cuadrática media que las moléculas de un gas pesado.
b) A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen mayor energía cinética media que las moléculas de un gas pesado.
c) A la misma temperatura, las moléculas de un gas liviano tienen la misma velocidad cuadrática media que las moléculas de un gas pesado.
d) La velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas depende de la presión.
e) Las moléculas de un gas liviano o pesado se quedan en reposo absoluto a 0^0 C.

06. Hallar el equivalente mecánico del calor si la energía interna de un sistema aumenta en $\Delta U=630$ J cuando se hace un trabajo sobre el de $W=210$ J y suministrándole $Q=100$ cal.

07. Durante un cierto tiempo se suministra a un sistema $Q=100$ cal mientras realiza un trabajo de $W=100$ J, ¿Cuál es el incremento de la energía interna? (1 cal = 4,186 J)

- a) 310,6 J b) 312,6 J c) 314,6 J d) 316,6 J e) 318,6 J

08. Un gas ideal es sometido a las transformaciones representadas en la Figura.02.

- I) Calcular el valor de las variables P, V, T en los puntos 2, 3 y 4.
II) ¿Cuál es el trabajo neto realizado por el gas?

09. En la Fig.03, el sistema pasa del estado X al estado Y siguiendo la trayectoria xay recibiendo $Q=100$ cal y realizando un trabajo de $W=40$ cal.

- I) ¿Qué calor recibe o libera si el sistema a lo largo de la trayectoria xby realiza un trabajo de $W=10$ cal?
- a) 50 cal b) 60 cal c) 70 cal d) 80 cal e) 90 cal
- II) Si el sistema recibe $Q=80$ cal a lo largo de la trayectoria xcy, ¿Qué trabajo es realizado por o sobre el sistema.
- a) 50 cal b) 60 cal c) 70 cal d) 80 cal e) 90 cal
- III) Cuando el sistema regresa de Y a X a lo largo de la trayectoria curva se realiza sobre él un trabajo de $W=30$ cal, ¿Qué calor recibe o libera?
- a) -50 cal b) -60 cal c) -70 cal d) -80 cal e) -90 cal
- IV) Si la energía interna $U_x=0$ y $U_a=45$ cal. Hallar "Q" y "W" para los procesos xa y ay.
- a) 40 cal b) 45 cal c) 50 cal d) 55 cal e) 60 cal

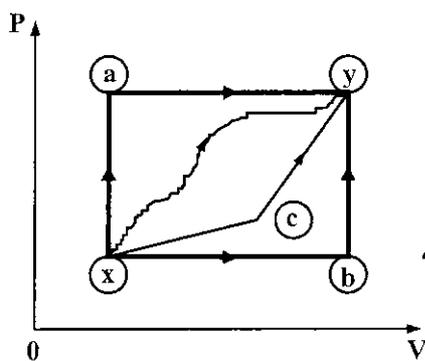


Fig.03

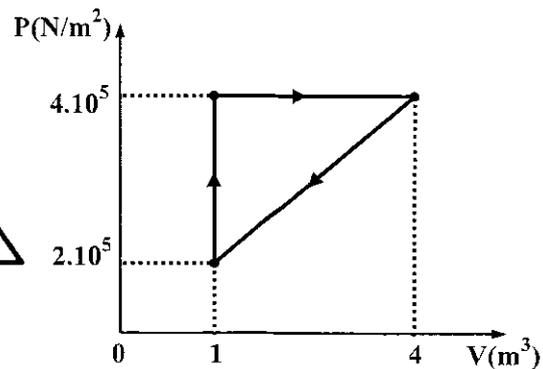


Fig.04

10. En cada uno de los siguientes casos, hallar la variación de energía interna " ΔU " del sistema. (1 cal = 4,186 J)
- I) Un sistema absorbe 500 cal y realiza 40 J de trabajo.
- a) 2051 J b) 2053 J c) 2055 J d) 2057 J e) 2059 J
- II) Un sistema absorbe 300 cal cuando se le aplica un trabajo de 419 J.
- a) 1655 J b) 1660 J c) 1665 J d) 1670 J e) 1675 J
- III) Un gas pierde 1 500 cal a volumen constante.
- a) -6271 J b) -6273 J c) -6275 J d) -6277 J e) -6279 J
11. En cada una de las siguientes transformaciones adiabáticas, halle la variación de energía interna.
- I) Un gas produce, en una expansión adiabática, 5 J de trabajo exterior.
- a) -1 J b) -3 J c) -5 J d) -7 J e) -9 J
- II) Durante una compresión adiabática se aplica a un gas un trabajo de 100 J.

12. En un determinado proceso se suministra a un sistema $Q=5 \cdot 10^4$ cal y simultáneamente el sistema se expande venciendo una presión exterior constante de $P=7,2$ N/cm². La energía interna del sistema es la misma al comienzo que al final del proceso. Hallar el incremento de volumen " ΔV " del sistema. (1 cal = 4,186 J)
- a) 2,1 m³ b) 2,3 m³ c) 2,5 m³ d) 2,7 m³ e) 2,9 m³
13. Hallar el trabajo exterior en la expansión de un gas que, en contra de una presión constante de $P=2 \cdot 10^5$ N/m² pasa de ocupar un volumen de $V_1=3$ lt a otro de $V_2=30$ lt.
- a) 5100 J b) 5200 J c) 5300 J d) 5400 J e) 5500 J
14. Hallar el trabajo que realiza un gas cuyo volumen inicial es de $V_1=3$ lt y cuya temperatura aumenta de $T_1=27$ °C a $T_2=227$ °C, al expansionarse en contra de una presión constante de $P=2 \cdot 10^5$ N/m².
- a) 100 J b) 200 J c) 300 J d) 400 J e) 500 J
15. Para el diagrama P-V mostrado en la Figura.04, hallar el trabajo realizado en los siguientes procesos:
- I) De 1 a 2.
- a) 1,0 MJ b) 1,2 MJ c) 1,4 MJ d) 1,6 MJ e) 1,8 MJ
- II) De 2 a 3.
- a) 600 kJ b) -600 kJ c) 900 kJ d) -900 kJ e) 500 kJ
- III) De 3 a 1.
- a) 0 J b) 1 J c) 2 J d) 3 J e) 4 J
- IV) En todo el ciclo.
- a) 100 kJ b) 200 kJ c) 300 kJ d) 400 kJ e) 500 kJ
- V) Si se invierte el sentido del ciclo. Hallar el trabajo para cada uno de los procesos a, b, c, d.
16. Para el diagrama P-V mostrado en la Figura.05, hallar el trabajo realizado en los siguientes procesos:
- I) De 1 a 4.
- a) 0 J b) 1 J c) 2 J d) 3 J e) 4 J
- II) De 4 a 3.
- a) 100 kJ b) 200 kJ c) 300 kJ d) 400 kJ e) 500 kJ
- III.) De 3 a 2.
- a) 0 J b) 1 J c) 2 J d) 3 J e) 4 J

IV) De 2 a 1.

- a) -1,0 MJ b) -1,2 MJ c) -1,4 MJ d) -1,6 MJ e) -1,8 MJ

V) En todo el ciclo.

- a) -1,0 MJ b) -1,2 MJ c) -1,4 MJ d) -1,6 MJ e) -1,8 MJ

VI) Si se invierte el sentido del ciclo, hallar el trabajo para uno de los procesos a, b, c, d y e.

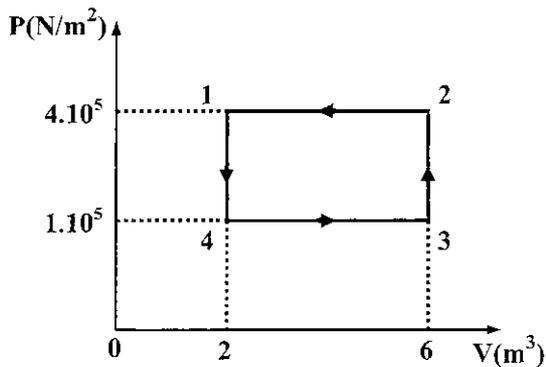


Fig.05

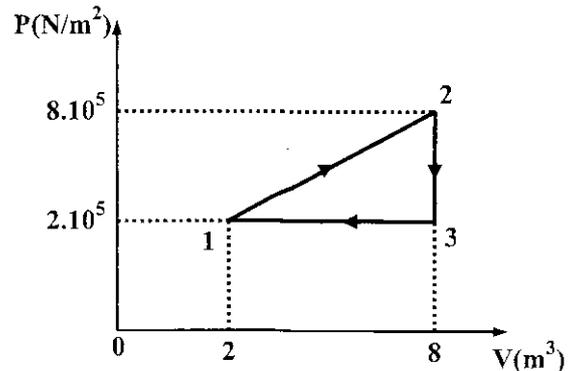


Fig.06

17. Para el diagrama P-V mostrado en la Figura.06, hallar el trabajo realizado en los siguientes procesos:

I) De 1 a 2.

- a) 1 MJ b) 2 MJ c) 3 MJ d) 4 MJ e) 5 MJ

II) De 2 a 3.

- a) 0 J b) 1 J c) 2 J d) 3 J e) 4 J

III) De 3 a 1.

- a) -1,0 MJ b) -1,2 MJ c) -1,4 MJ d) -1,6 MJ e) -1,8 MJ

IV) En todo el ciclo.

- a) 1,0 MJ b) 1,2 MJ c) 1,4 MJ d) 1,6 MJ e) 1,8 MJ

V) Si se invierte el ciclo. Hallar el trabajo en cada uno de los procesos a, b, c y d.

18. A un gas diatómico se le suministra $Q=500$ cal. Al ocurrir esto, el gas se dilata a presión constante. Hallar el trabajo de expansión del gas. ($1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 582 J b) 586 J c) 590 J d) 594 J e) 598 J

19. En un recipiente cerrado hay $m_1=20$ g de nitrógeno y $m_2=32$ g de oxígeno. Hallar la variación que experimentará la energía interna de esta mezcla de gases al enfriarla en $\Delta T=28^\circ \text{C}$. ($R= 8,31 \text{ J/mol}\cdot^\circ\text{K}$)

- a) 981 J b) 985 J c) 989 J d) 993 J e) 997 J

20. Una masa de $m=10$ g de oxígeno están sometidos a la presión de $P=3 \cdot 10^5$ N/m² a una temperatura de $T=10^0$ C. Después de calentarlo a presión constante este gas ocupó un volumen de $V=10$ lt. Hallar: ($R= 8,31$ J/mol·K)

I) La cantidad de calor que recibió el gas.

- a) 7 916 J b) 7 926 J c) 7 936 J d) 7 946 J e) 7 956 J

II) La variación de la energía interna del gas.

- a) 5 641 J b) 5 661 J c) 5 631 J d) 5 651 J e) 5 621 J

III) El trabajo realizado por el gas.

- a) 2 285 J b) 2 225 J c) 2 245 J d) 2 205 J e) 2 265 J

21. Una masa de $m=6,5$ g de nitrógeno cuya temperatura es de $T=27^0$ C se dilatan hasta ocupar el doble de su volumen, siendo la presión constante $P=cte$, debido al calor que perciben del exterior, $R= 8,31$ J/mol·K.

I) Hallar el trabajo de expansión.

- a) 8,1 kJ b) 8,4 kJ c) 8,7 kJ d) 9,0 kJ e) 9,3 kJ

II) Hallar la variación que experimenta la energía interna del gas.

- a) 20,2 kJ b) 20,6 kJ c) 22,4 kJ d) 22,8 kJ e) 24,6 kJ

III) La cantidad de calor suministrado al gas.

- a) 28,3 kJ b) 28,6 kJ c) 28,9 kJ d) 29,3 kJ e) 29,6 kJ

22. 2 kmol de anhídrido carbónico se calientan $\Delta T=50^0$ C a presión constante, sabiendo que $R= 8,31$ J/mol·K. Hallar:

I) La variación de su energía interna.

- a) 2481 kJ b) 2484 kJ c) 2487 kJ d) 2490 kJ e) 2493 kJ

II) El trabajo de expansión del gas.

- a) 819 kJ b) 822 kJ c) 825 kJ d) 828 kJ e) 831 kJ

III) La cantidad de calor que se suministró al gas.

- a) 3320 kJ b) 3324 kJ c) 3328 kJ d) 3332 kJ e) 3336 kJ

23. Un gas diatómico que se encuentra a la temperatura de $T_1=27^0$ C y a la presión de $P_1= 2 \cdot 10^6$ N/m² se comprime adiabáticamente variando su volumen de V_1 a $V_2= V_1/2$. Hallar:

I) La temperatura del gas después de comprimido.

- a) 111^0 C b) 114^0 C c) 117^0 C d) 120^0 C e) 123^0 C

II) La presión del gas después de comprimido. ($M=10^6$)

- a) 5,0 MPa b) 5,3 MPa c) 5,6 MPa d) 5,9 MPa e) 6,2 MPa

24. Una máquina de vapor trabaja entre la temperatura de la caldera de $250\text{ }^\circ\text{C}$ y la del condensador de $50\text{ }^\circ\text{C}$ y desarrolla una potencia de 8 CV. Sabiendo que su rendimiento es del 30 % respecto del correspondiente a una máquina térmica ideal que opera entre las mismas temperaturas, hallar la cantidad de calor que se debe comunicar a la caldera en la unidad de tiempo (en cal/s). (1 cal = 4,186 J, 1 CV = 735 W)

- a) 12 217 b) 12 227 c) 12 237 d) 12 247 e) 12 257

25. Una máquina de Carnot funciona entre un foco a la temperatura de $T_C=819\text{ }^\circ\text{C}$ y de un lago completamente congelado a $T_F=0\text{ }^\circ\text{C}$. Si toma $Q_C=3\ 200$ cal del foco caliente por ciclo ¿Cuál es la masa "m" de hielo fundido por ciclo? ($L_F = 80$ cal/g, 1 cal = 4,186 J)

- a) 10 g b) 20 g c) 30 g d) 40 g e) 50 g

26. Un motor de Carnot opera entre $T_C=500\text{ K}$ y $T_F=300\text{ K}$ y realiza un trabajo de $W=1000\text{ J}$ por ciclo. ¿Cuáles son las cantidades de calor recibida y cedida?

- a) 1500 J, 2500 J b) 2500 J, 1500 J c) 1200 J, 1400 J
d) 1400 J, 1200 J e) 1600 J, 1300 J

27. Un motor de explosión consume una masa de $m=250\text{ g}$ de gasolina por hora para una potencia de $P=1\text{ CV}$. Los gases se queman a una temperatura de $T_C=1\ 527\text{ }^\circ\text{C}$ y se escapan a una temperatura de $T_F=527\text{ }^\circ\text{C}$. Si se sabe que la gasolina produce 11000 cal/g y que 1 CV = 735 W. Hallar el rendimiento real y el rendimiento térmico ideal de este motor.

- a) 21 %, 52 % b) 23 %, 56 % c) 25 %, 50 % d) 27 %, 54 % e) 29 %, 58%

28. Tres moles de un gas ideal experimentan una expansión isotérmica a $T=30^0\text{ }^\circ\text{C}$. Si el volumen aumenta desde $V_0=5\text{ }^{\text{lt}}$ hasta $V=20\text{ }^{\text{lt}}$, hallar: ($R=0,08206\text{ }^{\text{lt}}\cdot\text{atm}/\text{mol}\cdot\text{K}$)

I) Las presiones inicial y final del gas.

- a) 14,9 atm , 3,7 atm b) 14,1 atm , 3,5 atm c) 14,3 atm , 3,3 atm
d) 14,5 atm , 3,9 atm e) 14,1 atm , 3,1 atm

II) El trabajo efectuado por el gas sobre sus alrededores.

- a) 10,5 kJ b) 12,5 kJ c) 14,5 kJ d) 16,5 kJ e) 18,5 kJ

29. Un mol de un gas diatómico se expande adiabáticamente desde un volumen " V_0 " hasta un volumen " $2V_0$ ". Hallar la presión final "P" en función de la presión inicial " P_0 ".

- a) $0,30 P_0$ b) $0,32 P_0$ c) $0,34 P_0$ d) $0,36 P_0$ e) $0,38 P_0$

30. Se suministran $Q=100$ cal a $n=2$ moles de un gas monoatómico ideal. Hallar: (Considere: $R=1,986\text{ cal}/\text{mol}\cdot\text{K}$)

- I) El cambio de temperatura si el volumen se mantiene constante.
- a) $16,0^{\circ}\text{C}$ b) $16,2^{\circ}\text{C}$ c) $16,4^{\circ}\text{C}$ d) $16,6^{\circ}\text{C}$ e) $16,8^{\circ}\text{C}$
- II) El cambio de temperatura si la presión se mantiene constante.
- a) $10,1^{\circ}\text{C}$ b) $10,3^{\circ}\text{C}$ c) $10,5^{\circ}\text{C}$ d) $10,7^{\circ}\text{C}$ e) $10,9^{\circ}\text{C}$
- 31.** El diámetro de un pistón es $D=6,0\text{ cm}$ y la longitud de su carrera es $\ell=12\text{ cm}$. Suponga que una fuerza constante de $F=340\text{ N}$ desplaza el pistón durante una carrera completa. Hallar el trabajo a partir de la fuerza y la distancia. Comprobar después su respuesta considerando la presión y el volumen.
- 32.** Un trozo de bronce de masa $m=4\text{ kg}$, calor específico $c_e=390\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ se calienta isocóricamente, con lo que la temperatura se eleva en $\Delta T=10^{\circ}\text{C}$. Hallar el incremento de la energía interna del trozo de bronce.
- a) $261,46\text{ kJ}$ b) $263,46\text{ kJ}$ c) $265,46\text{ kJ}$ d) $267,46\text{ kJ}$ e) $269,46\text{ kJ}$
- 33.** La razón de compresión de cierto motor diesel es 15. La mezcla aire-combustible ($\gamma=1,4$) entra a 300 K y 1 atm de presión.
- I) Hallar la presión del gas después de la compresión adiabática.
- a) 4450 kPa b) 4460 kPa c) 4470 kPa d) 4480 kPa e) 4490 kPa
- II) Hallar la temperatura del gas después de la compresión adiabática.
- a) 880 K b) 882 K c) 884 K d) 886 K e) 888 K
- 34.** Durante un ciclo completo, un sistema absorbe 600 cal de calor y lanza 200 cal al medio.
- I) ¿Cuánto trabajo se realiza?
- a) 400 cal b) 410 cal c) 420 cal d) 430 cal e) 440 cal
- II) ¿Cuál es la eficiencia en el ciclo?
- a) $63,7\%$ b) $64,7\%$ c) $65,7\%$ d) $66,7\%$ e) $67,7\%$
- 35.** Un motor de eficiencia 37% pierde 400 J de calor en cada ciclo.
- I) ¿Qué trabajo se realiza?
- a) 231 J b) 232 J c) 233 J d) 234 J e) 235 J
- II) ¿Cuánto calor se absorbe en cada ciclo?
- a) 631 J b) 633 J c) 635 J d) 637 J e) 639 J
- 36.** Una máquina de vapor recibe vapor sobrecalentado de una caldera que trabaja a 200°C y que lo arroja directamente al aire a 100°C . Hallar la eficiencia de la máquina.
- a) $21,1\%$ b) $22,1\%$ c) $23,1\%$ d) $24,1\%$ e) $25,1\%$

- 37.** En un ciclo de Carnot, la expansión isotérmica de un gas tiene lugar a 400 K y dicho gas absorbe 500 cal de calor.
- I) ¿Cuál es la eficiencia del ciclo de Carnot?
- a) 20 % b) 21 % c) 22 % d) 23 % e) 25 %
- II) ¿Cuánto calor se pierde si el sistema experimenta una compresión isotérmica a 300 K?
- a) 360 cal b) 365 cal c) 370 cal d) 375 cal e) 380 cal
- III) ¿Qué trabajo se realiza?
- a) 110 cal b) 115 cal c) 120 cal d) 125 cal e) 130 cal
- 38.** Un refrigerador ideal extrae 400 J de calor de un recipiente a 200 K y expulsa calor hacia un recipiente a 500 K.
- I) ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento ideal?
- a) 64,7 % b) 65,7 % c) 66,7 % d) 67,6 % e) 68,7 %
- II) ¿Cuánto trabajo se realiza en cada ciclo?
- a) 600 J b) 610 J c) 620 J d) 630 J e) 640 J
- 39.** Un motor de gasolina recibe 2000 J de calor y entrega 400 J de trabajo por ciclo. El calor se obtiene de la combustión de gasolina, la cual, tiene un calor de combustión de 50 kJ/g.
- I) ¿Cuál es la eficiencia térmica?
- a) 0,10 b) 0,15 c) 0,20 d) 0,25 e) 0,30
- II) ¿Cuánto calor se pierde por ciclo?
- a) 1500 J b) 1550 J c) 1600 J d) 1650 J e) 1700 J
- III) ¿Cuánta gasolina se quema en cada ciclo?
- a) 30 mg b) 35 mg c) 40 mg d) 45 mg e) 50 mg
- IV) Si el motor funciona a 90 ciclos por segundo, ¿Cuál es la potencia de salida?
- a) 30 kW b) 32 kW c) 34 kW d) 36 kW e) 38 kW
- 40.** La eficiencia de un motor de gasolina en un ciclo de Otto es de 50 % y la constante adiabática de 1,4. Hallar la razón de compresión.
- a) 5,06 b) 5,26 c) 5,46 d) 5,66 e) 5,86
- 41.** ¿Cuántos joules de trabajo debe realizar el compresor de un refrigerador para hacer que 1 kg de agua a 20 °C se convierta en hielo a -10 °C? El coeficiente de rendimiento es de 3,5.

- a) 120 kJ b) 122 kJ c) 124 kJ d) 126 kJ e) 128 kJ

42. El coeficiente de rendimiento de refrigerador es de 5. Si la temperatura ambiente es de 28°C . ¿Cuál es la temperatura más baja posible que puede alcanzarse dentro del refrigerador?

- a) 251 K b) 253 K c) 255 K d) 257 K e) 259 K

43. Una máquina de Carnot tiene una eficiencia de 48 %. Si la sustancia de trabajo entra al sistema a 400°C , ¿Cuál es la temperatura del escape?

- a) 310 K b) 320 K c) 330 K d) 340 K e) 350 K

44. Un motor real funciona entre 327°C y 0°C , y tiene una potencia de salida de 8 kW.

I) ¿Cuál es la eficiencia ideal de este motor?

- a) 51,5 % b) 52,5 % c) 53,5 % d) 54,5 % e) 55,5 %

II) ¿Cuánta potencia se desperdicia si la eficiencia real es de sólo 25 %?

- a) 50,7 kW b) 51,7 kW c) 52,7 kW d) 53,7 kW e) 54,7 kW

45. Una máquina térmica particular útil de 5 kW y una eficiencia de 25 %. La máquina expulsa 8 kJ de energía de escape en cada ciclo.

I) Hallar la energía tomada en cada ciclo.

- a) 10,7 kJ b) 11,7 kJ c) 12,7 kJ d) 13,7 kJ e) 14,7 kJ

II) Hallar el intervalo de tiempo para cada ciclo.

- a) 0,513 s b) 0,533 s c) 0,553 s d) 0,573 s e) 0,593 s

46. La máquina térmica X toma cuatro veces más energía por calor de un reservorio caliente que la máquina térmica Y. La máquina X entrega dos veces más trabajo, y rechaza siete veces más energía por calor al reservorio frío que la máquina térmica Y.

I) Hallar la eficiencia de la máquina térmica X.

- a) 40 % b) 45 % c) 50 % d) 55 % e) 60 %

II) Hallar la eficiencia de la máquina térmica Y.

- a) 20 % b) 25 % c) 30 % d) 35 % e) 40 %

47. Un motor de gasolina de varios cilindros de un avión, que opera a 2500 rpm, toma en energía $7,8 \cdot 10^5$ J y descarga $4,58 \cdot 10^5$ J por cada revolución del cigüeñal.

I) ¿Cuántos litros de combustible consume en 1 h de operación si el calor de combustión es de $4,03 \cdot 10^7$ J/lt.

- a) 25,4 lt/h b) 26,4 lt/h c) 27,4 lt/h d) 28,4 lt/h e) 29,4 lt/h

- II) ¿Cuál es la potencia de salida mecánica del motor? Despreciar la fricción y expresar la respuesta en caballos de potencia (hp). (1 hp=746 W)
- a) 181 hp b) 183 hp c) 185 hp d) 187 hp e) 189 hp
- III) ¿Cuál es el par de torsión ejercido por cigüeñal en la carga?
- a) 521 N.m b) 523 N.m c) 525 N.m d) 527 N.m e) 529 N.m
- IV) ¿Qué potencia deben transferir hacia fuera el escape y el sistema de enfriamiento del motor?
- a) 191 kW b) 193 kW c) 195 kW d) 197 kW e) 199 kW
48. Suponga que una máquina térmica está conectada a dos reservorios de energía, uno es una fuente de aluminio fundido ($660\text{ }^{\circ}\text{C}$) y el otro es un bloque de mercurio sólido ($-38,9\text{ }^{\circ}\text{C}$). La máquina funciona al congelar $1,0\text{ g}$ de aluminio y fundir $15,0\text{ g}$ de mercurio durante cada ciclo. El calor de fusión del aluminio es $3,97 \cdot 10^5\text{ J/kg}$, el calor de fusión del mercurio es de $1,18 \cdot 10^4\text{ J/kg}$.
- I) Hallar la eficiencia de esta máquina.
- a) 51,4 % b) 52,4 % c) 53,4 % d) 54,4 % e) 55,4 %
- II) Hallar la eficiencia teórica de esta máquina, para el ciclo de Carnot.
- a) 71,9 % b) 72,9 % c) 73,9 % d) 74,9 % e) 75,9 %
49. Un refrigerador tiene un coeficiente de operación de 3. El compartimiento de la charola de hielos está a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, y la temperatura ambiente es de $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. El refrigerador puede convertir 30 g de agua a $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ en 30 g de hielo a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ por minuto. ¿Cuál es la potencia de entrada necesaria? (calores específicos del agua y hielo $c_{e,A}=4186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_{e,H}=2090\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, calor latente de fusión del agua $L_f=3,3 \cdot 10^5\text{ J/kg}$)
- a) 75,7 W b) 76,7 W c) 77,7 W d) 78,7 W e) 79,7 W
50. En la Fig.07, una muestra de gas ideal se expande al doble de su volumen inicial de 1 m^3 en un proceso cuasiestático para el cual $P=\alpha V^2$, con $\alpha=5,065\text{ Pa/m}^6$ una constante. Hallar el trabajo realizado sobre el gas en expansión. ($M=10^6$)
- a) +1,18 MJ b) -1,18 MJ c) +1,38 MJ d) -1,38 MJ e) +1,58 MJ
51. En la Fig.08, I) Hallar el trabajo realizado sobre un fluido que se expande de "a" hacia "b" como se indica en la Figura. II) ¿Qué pasaría si? ¿Cuánto trabajo es realizado sobre el fluido si se comprime de "b" hacia a "a" lo largo de la misma trayectoria.
52. Un gas ideal está encerrada en un cilindro con un émbolo desplazable de masa $m=8\text{ kg}$ y área de $A=5\text{ cm}^2$, manteniéndose constante la presión del gas. ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas cuando la temperatura de $0,2\text{ mol}$ de gas se eleva de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $300\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) -460 J b) +460 J c) -466 J d) +466 J e) -470 J

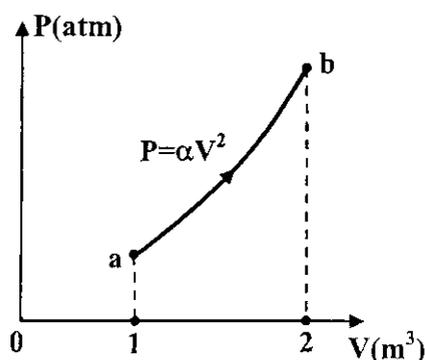


Fig.07

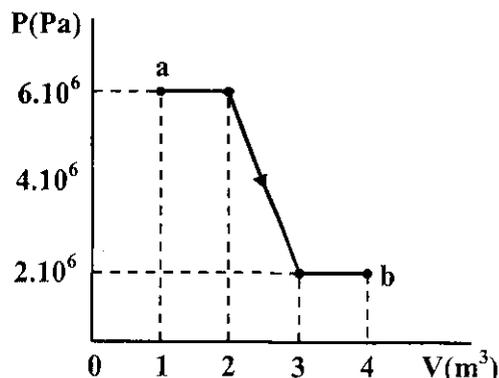


Fig.08

53. Un gas ideal está encerrado en un cilindro por un émbolo de masa "m" y área "A", manteniendo constante la presión. ¿Qué trabajo se realiza sobre el gas, cuando la temperatura de "n" moles del gas se eleva de "T₁" a "T₂"?

54. Un mol de un gas ideal se calienta lentamente de modo que pasa del estado P₀V₀ a 3P₀3V₀ de forma tal que la presión es directamente proporcional al volumen.

I) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas en este proceso?

- a) -6P₀V₀ b) +6P₀V₀ c) -8P₀V₀ d) +8P₀V₀ e) -2P₀V₀

II) ¿Cómo está relacionado la temperatura del gas con su volumen durante este proceso?

55. En la Fig.09, en el proceso cíclico descrito. Si "Q" es negativo para el proceso BC y "ΔU" es negativo para el proceso CA, ¿Cuáles son los signos de Q, W y ΔU que están asociados con cada proceso?

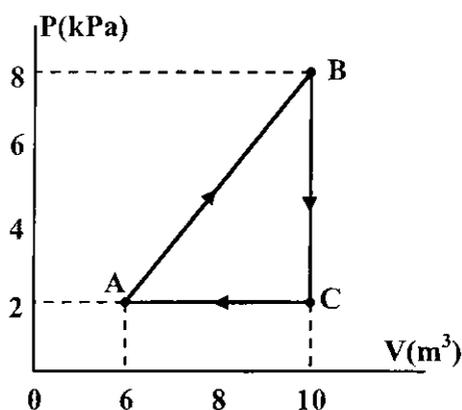


Fig.09

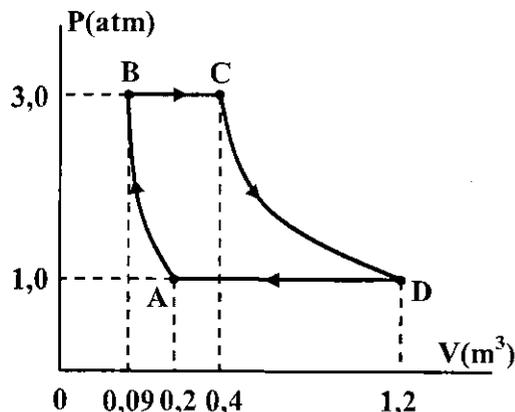


Fig.10

56. En la Fig.10, un gas ideal pasa por el proceso mostrado. De A a B el proceso es adiabático; de B a C es isobárico con 100 kJ de energía ingresando al sistema por calor. De C a D el proceso es isotérmico; de D a A es isobárico con 150 kJ de energía saliendo del siste

ma por calor. Hallar la diferencia en la energía interna $\Delta U_{AB}=U_B-U_A$. ($k=10^3$)

- a) 41,9 kJ b) 42,9 kJ c) 43,9 kJ d) 44,9 kJ e) 45,9 kJ

57. En la Fig. 11, una muestra de un gas ideal está en un cilindro vertical cerrado por un émbolo. Cuando 5,79 kJ de energía se transfieren al gas por calor para elevar su temperatura, el peso sobre el émbolo se ajusta de modo que el estado del gas cambia del punto A al punto B a lo largo del semicírculo mostrado. Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) 3,0 kJ b) 3,2 kJ c) 3,4 kJ d) 3,6 kJ e) 3,8 kJ

58. En la Fig. 12, un gas ideal inicialmente a P_0 , V_0 y T_0 se lleva por el ciclo mostrado.

I) Hallar el trabajo neto realizado por el gas por ciclo. ($k=10^3$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $-2P_0V_0$ b) $+2P_0V_0$ c) $-4P_0V_0$ d) $+4P_0V_0$ e) $-6P_0V_0$

II) Hallar la energía neta agregada por calor por ciclo.

- a) $-2P_0V_0$ b) $+2P_0V_0$ c) $-4P_0V_0$ d) $+4P_0V_0$ e) $-6P_0V_0$

III) Hallar el trabajo neto realizado por cada ciclo para 1 mol de gas inicialmente a 0°C .

- a) -4,08 kJ b) +4,08 kJ c) -6,08 kJ d) +6,08 kJ e) -9,08 kJ

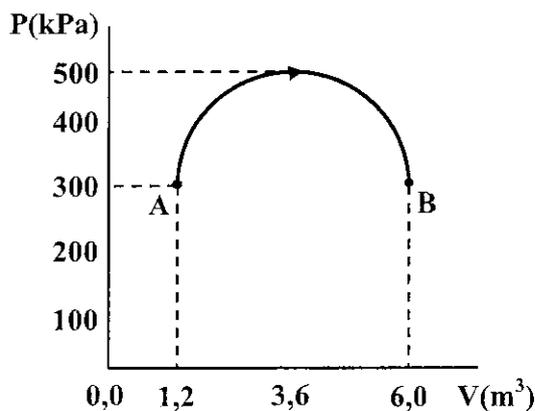


Fig. 11

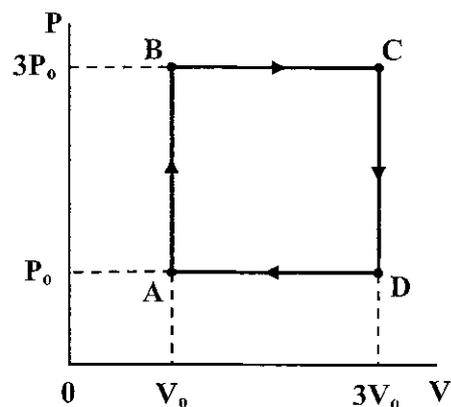


Fig. 12

59. Una muestra de $n=2$ moles de helio inicialmente a la temperatura de $T_0=300 \text{ K}$ y presión de $P_0=0,4 \text{ atm}$ se comprime isotérmicamente hasta la presión de $P=1,2 \text{ atm}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ m}^3=10^3 \text{ lt}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

I) Hallar el volumen final del gas de helio.

- a) 41 lt b) 43 lt c) 45 lt d) 47 lt e) 49 lt

II) Hallar el trabajo realizado sobre el gas de helio.

- a) -5,28 kJ b) +5,28 kJ c) -5,48 kJ d) +5,48 kJ e) -5,68 kJ

III) Hallar la energía transferida al gas de helio por calor.

- a) -5,28 kJ b) +5,28 kJ c) -5,48 kJ d) +5,48 kJ e) -5,68 kJ

60. En la Fig.13, el cambio en la energía interna de un gas que se lleva de A a C es +800 J. El trabajo realizado sobre el gas a lo largo de la trayectoria ABC es de -500 J.

I) ¿Cuánta energía debe agregarse al sistema por calor cuando pasa de A a B a C.

- a) 1200 J b) 1250 J c) 1300 J d) 1350 J e) 1400 J

II) Si la presión en el punto A es de cinco veces la del punto C, ¿Cuál es el trabajo realizado sobre el sistema al pasa de C a D?

- a) 100 J b) 110 J c) 120 J d) 130 J e) 140 J

III) ¿Cuál es el intercambio de energía con el entorno por calor cuando el ciclo pasa de C a A a lo largo de la trayectoria CDA?

- a) -800 J b) +800 J c) -900 J d) +900 J e) -400 J

IV) ¿Cuánta energía debe agregarse al sistema por calor cuando pasa del punto C al punto D?

- a) -1200 J b) +1200 J c) -1400 J d) +1400 J e) -1600 J

61. En la Fig.14, un gas ideal es llevado por un ciclo termodinámico que consiste en dos procesos isobáricos y dos isotérmicos. Demostrar que el trabajo neto realizado sobre el gas en todo el ciclo, viene dado por: $W_{\text{neto}} = -P_1(V_2 - V_1) \ln(P_2/P_1)$

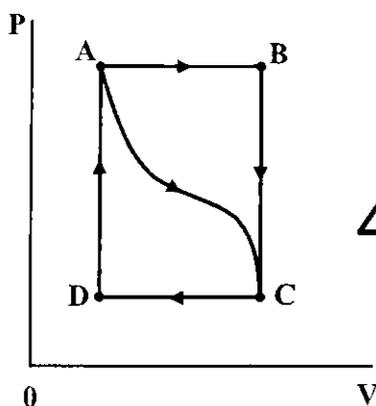


Fig.13

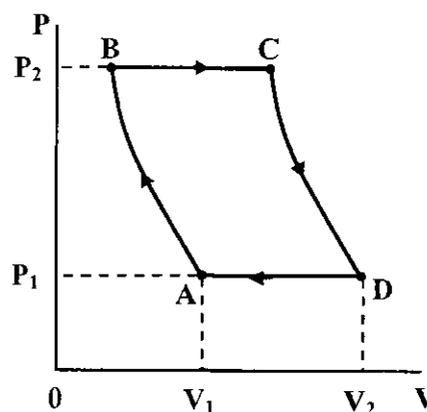


Fig.14

62. En la Fig.15, una muestra de gas monoatómico ocupa 5 lt a presión atmosférica y 300 K (punto A). Esta calentada a volumen constante a 3 atm (punto B). Luego se deja expandir isotérmicamente a 1 atm (punto C) y al final se comprime isobáricamente a su estado original.

I) Hallar el número de moles de la muestra de gas ideal.

- a) 0,203 b) 0,223 c) 0,243 d) 0,263 e) 0,283

II) Hallar la temperatura en el estado B.

- a) 860 K b) 870 K c) 880 K d) 890 K e) 900 K

III) Hallar el volumen que ocupa el gas en el punto C.

- a) 15 lt b) 15 lt c) 15 lt d) 15 lt e) 15 lt

IV) Suponiendo que el calor específico molar no depende de la temperatura, de modo que: $U=3nRT/2$, hallar $k=(U_C+U_A)/(U_B-U_A)$ donde U_A , U_B , U_C son las energías internas.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

V) Tabule presión (P), volumen (V), $t \rightarrow$ temperatura (T) y energía interna (U) para los estados en los puntos A, B y C.

VI) Ahora, considérese el proceso $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ y $C \rightarrow A$. Describa la forma de llevar a cabo el proceso experimentalmente.

VII) Hallar el calor (Q), el trabajo (W) y la energía interna (U) para cada uno de los procesos

VIII) Hallar el calor (Q), el trabajo (W) y la energía interna para todo el ciclo (U).

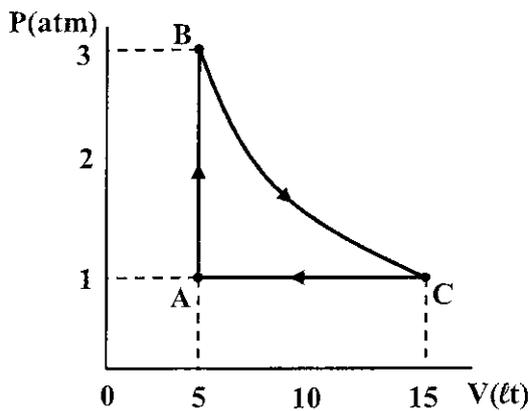


Fig.15

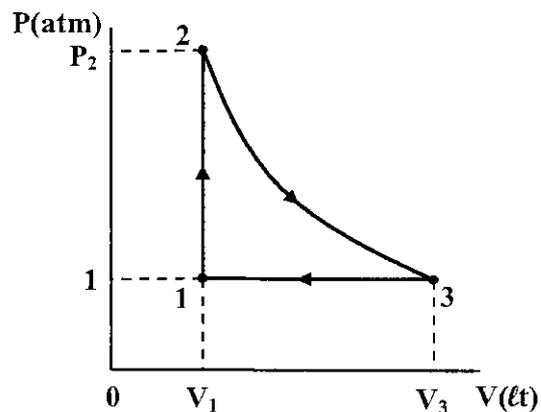


Fig.16

63. En la Fig.16, una máquina térmica utiliza 0,350 moles de un gas diatómico de un gas ideal en el ciclo mostrado. El proceso $1 \rightarrow 2$ es a volumen constante, el $2 \rightarrow 3$ es adiabático y el $3 \rightarrow 1$ es a presión constante de 1 atm. ($T_1=300$ K, $T_3=492$ K, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar la presión y el volumen en los puntos 1, 2 y 3.

II) Hallar el calor (Q), el trabajo (W) y el cambio en la energía interna (ΔU) para cada uno de los tres procesos termodinámicos.

III) Hallar el trabajo neto efectuado por el gas en el ciclo.

IV) Hallar el flujo neto de calor hacia la máquina en un ciclo.

V) Hallar la eficiencia térmica de la máquina y compararla con la de la máquina de Carnot que opera entre las mismas temperaturas mínima T_1 y máxima T_2 .

- a) 10,13 lt b) 10,33 lt c) 10,53 lt d) 10,73 lt e) 10,93 lt

64. Una máquina de Carnot usa dos moles de CO_2 ideal. El CO_2 debe tener una temperatura máxima de 527°C y una presión máxima de 5 atm. Con un suministro de 400 J por ciclo, se desea obtener 300 J de trabajo útil. ($L_F=334\cdot 10^3$ J/kg)

I) Hallar la temperatura de la fuente fría.

- a) -71°C b) -73°C c) -75°C d) -77°C e) -79°C

II) ¿Durante cuántos ciclos debe operar esta máquina para derretir totalmente un bloque de hielo de masa 10 kg que inicialmente estaba a 0°C , empleando únicamente el calor cedido por la máquina?

- a) $3,14\cdot 10^4$ b) $3,34\cdot 10^4$ c) $3,54\cdot 10^4$ d) $3,74\cdot 10^4$ e) $3,94\cdot 10^4$

65. Una máquina de Carnot cuya fuente fría está a -90°C tiene una eficiencia de 40 %. Se desea aumentar la eficiencia a 45 %.

I) ¿En cuántos grados Celsius debe aumentarse la temperatura de la fuente caliente si la temperatura de la fuente fría permanece constante?

- a) 20°C b) 22°C c) 24°C d) 26°C e) 28°C

II) ¿En cuántos grados Celsius debe reducirse la temperatura de la fuente fría si la temperatura de la fuente caliente no cambia?

- a) 11°C b) 13°C c) 15°C d) 17°C e) 19°C

66. Una máquina de Carnot que opera entre las temperaturas de 500 K y 400 K genera 200 J de trabajo en cada ciclo.

I) Hallar la eficiencia de la máquina térmica.

- a) 20 % b) 21 % c) 22 % d) 23 % e) 24 %

II) Hallar la cantidad de calor cedida durante la compresión isotérmica a 400 K.

- a) 6,0 kJ b) 6,5 kJ c) 8,0 kJ d) 8,5 kJ e) 9,0 kJ

III) Trazar las isotermas de 500 K y 400 K en un diagrama P-V, luego dibuje el ciclo de Carnot que sigue la máquina.

IV) En el mismo diagrama trace la isoterma de 300 K, a continuación dibuje el ciclo de Carnot que comienza en el mismo punto sobre la isoterma de 500 K, pero que opera en un ciclo entre las isotermas de 500 K y 300 K.

V) Compare las áreas contenidas por las trayectorias cerradas (el trabajo neto realizado) para los dos ciclos. Advierta que extrae la misma cantidad de calor de la fuente caliente en ambos casos. ¿Puede explicar porqué se pierde menos calor durante la compresión isotérmica que durante la compresión de 400 K?

67. En la Fig.17, 1 mol de un gas ideal diatómico realiza el ciclo mostrado en el diagrama PV

I) Demostrar que el proceso A→B es una compresión isotérmica.

II) ¿Durante que proceso (o procesos) del ciclo el gas absorbe calor? ¿Durante que proceso

(o procesos) del ciclo el gas cede calor?

III) Hallar $k = (T_A + T_C)/T_B$ siendo T_A , T_B y T_C las temperaturas en los estados A, B y C.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

IV) Hallar el calor neto intercambiado con los alrededores y el trabajo neto realizado por la máquina en un ciclo.

- a) 600 J b) 610 J c) 620 J d) 630 J e) 640 J

V) Hallar la eficiencia térmica de la máquina.

- a) 8,1 % b) 8,3 % c) 8,5 % d) 8,7 % e) 8,9 %

68. En la Fig. 18, dos moles de helio gaseoso realiza el ciclo mostrado en el diagrama P-V, alcanzando una temperatura máxima de 327°C . El proceso B→C es isotérmico. La presión en los estados A y C es de $1,0 \cdot 10^5$ Pa, y en el estado B de $3,0 \cdot 10^5$ Pa. ($R = 8,314$ J/mol·K)

I) Hallar la cantidad de calor suministrado al gas en cada ciclo.

- a) 20 kJ b) 21 kJ c) 22 kJ d) 23 kJ e) 24 kJ

II) Hallar la cantidad de calor sustraído del gas en cada ciclo.

- a) 15,6 kJ b) 16,6 kJ c) 17,6 kJ d) 18,6 kJ e) 19,6 kJ

III) Hallar el trabajo realizado por el gas en cada ciclo.

- a) 40 kJ b) 41 kJ c) 42 kJ d) 43 kJ e) 44 kJ

IV) Hallar la eficiencia térmica de la máquina.

- a) 65 % b) 66 % c) 67 % d) 68 % e) 69 %

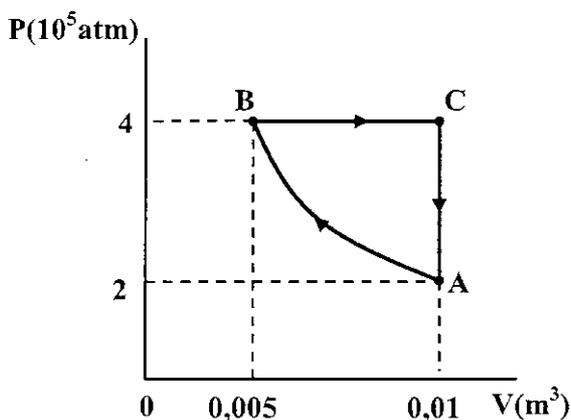


Fig.17

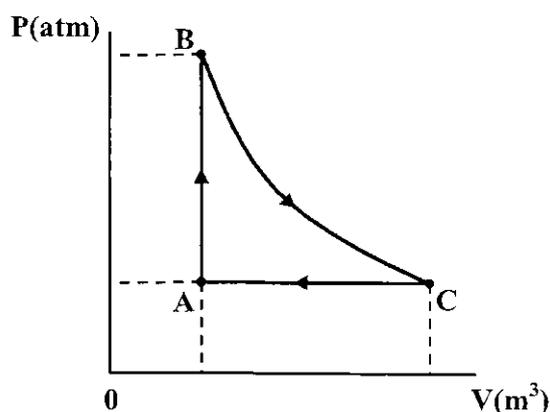


Fig.18

69. Una pelota de masa $m = 0,142$ kg lanzada con una rapidez de $v_0 = 47,2$ m/s, después de recorrer $d = 19,4$ m reduce su rapidez a $v = 42,5$ m/s, debido a la resistencia del aire. Hallar el

cambio en la temperatura del aire de masa molar equivalente de $M=28,9$ g/mol. El forro de la pelota actúa como aislante térmico. Un cambio en temperatura ocurre inicialmente sólo para el aire contenido en un cilindro de largo $\ell=19,4$ m y radio $R=3,7$ cm, y a la temperatura inicial de $T_0=20$ °C.

- a) 0,216 °C b) 0,236 °C c) 0,256 °C d) 0,276 °C e) 0,296 °C

70. Un cilindro con un émbolo contiene 1,2 kg de aire considerado un gas diatómico de masa molar $M=28,9$ g/mol, a la temperatura de $T_0=25$ °C y presión $P_0=200$ kPa. Se transfiere energía por calor expandiéndose el sistema, y elevándose la presión a $P=400$ kPa. En toda la expansión, la relación entre la presión y el volumen, viene dada por: $P=CV^{1/2}$, siendo C una constante.

I) Hallar el volumen inicial del aire V_0 .

- a) 510 ℓ b) 512 ℓ c) 514 ℓ d) 516 ℓ e) 518 ℓ

II) Hallar el volumen final del aire V .

- a) 2016 ℓ b) 2036 ℓ c) 2056 ℓ d) 2076 ℓ e) 2096 ℓ

III) Hallar la temperatura final T .

- a) 2304 K b) 2324 K c) 2344 K d) 2364 K e) 2384 K

IV) Hallar el trabajo W realizado sobre el aire.

- a) -440 kJ b) +440 kJ c) -460 kJ d) +460 kJ e) -480 kJ

V) Hallar la energía Q transferida por calor.

- a) 2219 kJ b) 2239 kJ c) 2259 kJ d) 2279 kJ e) 2299 kJ

71. Dos moles de un gas diatómico ideal se expande adiabática y lentamente de una presión de 5 atm y un volumen de 12 ℓ a un volumen final de 50 ℓ .

I) Hallar la presión final del gas.

- a) 1,19 atm b) 1,29 atm c) 1,39 atm d) 1,49 atm e) 1,59 atm

II) Hallar la temperatura inicial del gas.

- a) 325 K b) 335 K c) 345 K d) 355 K e) 365 K

III) Hallar la temperatura final del gas.

- a) 213 K b) 223 K c) 233 K d) 243 K e) 253 K

IV) Hallar el calor (Q), el trabajo realizado (W) y el cambio de la energía interna (ΔU).

72. Durante la compresión de un motor de gasolina, la presión aumenta de 1 atm a 20 atm. Si

el proceso es adiabático y la mezcla de aire y combustible se comporta como un gas diatómico ideal.

I) Hallar el porcentaje en qué cambia el volumen de la mezcla.

- a) 10,8 % b) 11,8 % c) 12,8 % d) 13,8 % e) 14,8 %

II) Hallar el factor en que cambia la temperatura de la mezcla.

- a) 2,16 b) 2,26 c) 2,36 d) 2,46 e) 2,56

III) Hallar el trabajo realizado por (o sobre) la mezcla.

- a) -131 J b) +131 J c) -135 J d) +135 J e) -139 J

73. Durante la compresión isotérmica de 0,305 moles de un gas ideal a $22\text{ }^{\circ}\text{C}$, este recibe un trabajo de 518 J. La presión final es de 1,76 atm. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la presión inicial a la que se encontraba el gas.

- a) 0,851 atm b) 0,861 atm c) 0,871 atm d) 0,881 atm e) 0,891 atm

II) Dibuje un diagrama de la presión en función del volumen (PV).

74. Un gas en un cilindro al expandirse desde un volumen de $V_1=0,11\text{ m}^3$ hasta $V_2=0,32\text{ m}^3$, recibe un calor total de $Q=1,15\cdot 10^5\text{ J}$, con la rapidez mínima manteniéndose la presión constante a $P=1,8\cdot 10^5\text{ Pa}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el trabajo efectuado por el gas.

- a) 35,8 kJ b) 36,8 kJ c) 37,8 kJ d) 38,8 kJ e) 39,8 kJ

II) Hallar el cambio de la energía interna del gas.

- a) 75,2 kJ b) 76,2 kJ c) 77,2 kJ d) 78,2 kJ e) 79,2 kJ

III) ¿Importa si el gas se comporta como ideal o no?

75. Cinco moles de un gas diatómico ideal que se encuentra a $127\text{ }^{\circ}\text{C}$ se expanden, absorbiendo 1 200 J de calor y efectuando un trabajo de 2 100 J. Hallar la temperatura final de este gas ideal. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) $111,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ b) $112,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ c) $113,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ d) $114,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ e) $115,6\text{ }^{\circ}\text{C}$

76. Al patearse un balón de fútbol este se comprime a $2/3$ de su volumen inicial, y efectuando un trabajo de 410 J sobre el aire al interior del balón.

I) Hallar el cambio en la energía interna del aire dentro del balón al comprimirse.

- a) -400 J b) +400 J c) -410 J d) +410 J e) -420 J

II) ¿La temperatura del aire al interior del balón aumenta o disminuye debido a la compresión? Explique su respuesta.

77. Un gas ideal en un cilindro se mantiene a presión constante de $P=2,3 \cdot 10^5$ Pa mientras se enfría y se comprime de $V_1=1,7 \text{ m}^3$ a $V_2=1,2 \text{ m}^3$ y su energía interna disminuye $1,4 \cdot 10^5$ J.

I) Hallar el trabajo efectuado por el gas ideal.

- a) +115 kJ b) -115 kJ c) -125 kJ d) +125 kJ e) -155 kJ

II) Hallar el valor absoluto $|Q|$ del flujo de calor hacia o desde el gas, e indique la dirección del flujo.

- a) 215 kJ b) 225 kJ c) 235 kJ d) 245 kJ e) 255 kJ

III) ¿Importa si el gas es ideal o no?

78. Una dona contiene 2,0 g de proteínas, 17,0 g de carbohidratos y 7,0 g de grasas. La cantidad de calorías por gramo suministrado por cada una de estas es de, 4,0 kcal/g, 4,0 kcal/g y 9,0 kcal/g, respectivamente. (1 cal=4,186 J, 1 m/s=3,6 km/h)

I) Al hacer ejercicio una persona consume energía a una tasa de 510 kcal/h. ¿Qué tiempo debe hacer ejercicio la persona para "quemar" la energía suministrada por una dona?

- a) 15,6 min b) 16,0 min c) 16,4 min d) 16,8 min e) 17,2 min

II) Si fuera posible convertir la energía de una dona en energía cinética del cuerpo entero ¿Con qué rapidez podría moverse una persona de masa 60 kg, luego de comer una dona?

- a) 501 km/h b) 503 km/h c) 505 km/h d) 507 km/h e) 509 km/h

79. Cierta líquido se agita irregularmente en un recipiente bien aislado aumentando su temperatura. Considere el líquido como el sistema.

I) ¿Se ha transferido calor? ¿Cómo lo sabe?

II) ¿Se ha efectuado trabajo? ¿Cómo lo sabe? ¿Porqué es importante que la agitación sea irregular?

III) ¿Qué signo tiene el cambio en la energía interna ΔU ? ¿Cómo lo sabe?

80. Un cilindro vertical de radio $r=10$ cm contiene un gas ideal, encerrado por un pistón de masa $m=4$ kg. El pistón y las paredes del cilindro carecen de fricción, y el cilindro se coloca a una temperatura constante. La presión del aire exterior es de $P_o=1$ atm. En equilibrio el pistón está a una altura $h=8$ cm sobre la base del cilindro. (1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K, $g=10$ m/s²)

I) Hallar la presión absoluta del gas atrapado bajo el pistón cuando está en equilibrio.

- a) 101,57 kPa b) 102,57 kPa c) 103,57 kPa d) 104,57 kPa e) 105,57 kPa

II) Se tira del pistón para subirlo una pequeña distancia y se libera. Hallar la magnitud de la fuerza neta que actúa sobre el pistón, cuando su base está a una distancia de 8,002 cm sobre la base del cilindro.

- a) 0,5 N b) 0,6 N c) 0,7 N d) 0,8 N e) 0,9 N

III) Después de que el pistón se desplaza del equilibrio y se suelta, oscila verticalmente. Hallar la frecuencia de estas pequeñas oscilaciones. Si el desplazamiento no es pequeño ¿Las oscilaciones son armónicas simples?

- a) 15 Hz b) 16 Hz c) 17 Hz d) 18 Hz e) 19 Hz

81. En la Fig.19, el sistema se lleva del estado "a" al "b" por las tres trayectorias mostradas.

- I) ¿Para que trayectoria el trabajo efectuado por el sistema es mayor? ¿Y menor?
 II) Si $U_b > U_a$, ¿Por cuál trayectoria es mayor el valor absoluto $|Q|$ de la transferencia de calor? ¿En esa trayectoria, ¿El sistema absorbe o desprende calor?

82. En la Fig.20, se muestra el proceso cíclico que experimenta un sistema termodinámico.

El ciclo consiste en los lazos cerrados I y II.

- I) Durante un ciclo completo, ¿el sistema efectúa trabajo positivo o negativo?
 II) En cada lazo, I y II, ¿el trabajo neto efectuado por el sistema es positivo o negativo?
 III) Durante un ciclo completo, ¿ingresa calor al sistema o sale calor del sistema?
 IV) En cada lazo I y II, ¿ingresa calor en el sistema o sale calor del sistema?

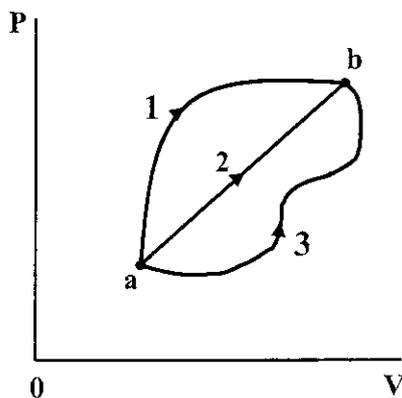


Fig.19

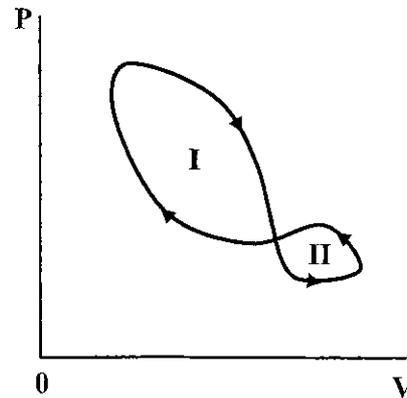


Fig.20

83. Un estudiante efectúa un experimento de combustión quemando una mezcla de combustible y oxígeno en una lata metálica de volumen constante rodeada por un baño de agua. Durante el experimento, la temperatura del agua aumenta. Considere la mezcla de combustible y oxígeno como el sistema.

- I) ¿Se transfirió calor? ¿Cómo lo sabe?
 II) ¿Se efectuó trabajo? ¿Cómo lo sabe?
 III) ¿Qué signo tiene ΔU ? ¿Cómo lo sabe?

84. Cuando se hierve agua a la presión de 2 atm, el calor de vaporización es de $2,2 \cdot 10^6$ J/kg y el punto de ebullición es de 120°C . A esta presión, 1,0 kg de agua tiene un volumen de $1,0 \cdot 10^{-3}$ m³, y 1,0 kg de vapor de agua tiene un volumen de 0,824 m³.

I) Hallar el trabajo efectuado cuando se forma 1,0 kg de vapor de agua a esta temperatura.

- a) 161 kJ b) 163 kJ c) 165 kJ d) 167 kJ e) 169 kJ

II) Hallar el incremento en la energía interna del agua.

- a) 2013 kJ b) 2023 kJ c) 2033 kJ d) 2043 kJ e) 2053 kJ

85. Un cilindro que contiene 0,250 moles de dióxido de carbono (CO_2) gaseoso a la temperatura de 27°C , encerrado por un pistón sin fricción a la presión constante de 1,0 atm sobre el gas, se calienta hasta alcanzar 127°C . ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $C_V=28,46\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Trace el diagrama P-V para este proceso.
 II) Hallar el trabajo que efectúa el gas en este proceso.

- a) 205,9 J b) 206,9 J c) 207,9 J d) 208,9 J e) 209,9 J

III) ¿Sobre qué se efectúa este trabajo?

IV) Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) 711,5 J b) 712,5 J c) 713,5 J d) 714,5 J e) 715,5 J

V) Hallar la cantidad de calor suministrado al gas.

- a) 911,4 J b) 913,4 J c) 915,4 J d) 917,4 J e) 919,4 J

VI) ¿Qué trabajo si hubiera efectuado si la presión hubiera sido de 0,50 atm?

86. Un cilindro contiene $n=0,01$ moles de helio a la temperatura de $T_1=27^\circ\text{C}$. (Considérese: $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $C_V=12,47\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $C_P=20,78\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) ¿Qué cantidad de calor se requiere para elevar la temperatura a $T_2=67^\circ\text{C}$ manteniendo constante el volumen?

- a) 4,19 J b) 4,39 J c) 4,59 J d) 4,79 J e) 4,99 J

II) Si, en vez del volumen, se mantiene constante la presión del helio, ¿Cuánto calor se requiere para elevar la temperatura de $T_1=27^\circ\text{C}$ a $T_2=67^\circ\text{C}$?

- a) 8,11 J b) 8,31 J c) 8,51 J d) 8,71 J e) 8,91 J

III) Trace la gráfica del diagrama P-V para este proceso.

IV) ¿Qué explica la diferencia entre las respuestas a los incisos I) y II)? ¿En qué caso se requiere más calor? ¿Qué sucede con el calor adicional?

V) Si el gas tiene comportamiento ideal, ¿Cuánto cambia la energía interna en el inciso I)? ¿Y en el inciso II)? Compare las respuestas y explique cualquier diferencia.

87. En un experimento para simular las condiciones dentro de un motor de automóvil, 0,185 moles de aire a una temperatura de 780 K y a una presión de $3,0\cdot 10^5\text{ Pa}$ están contenidos en un cilindro cuyo volumen es de 40 cm^3 . Después se transfieren 645 J de calor al cilindro. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Si el volumen del cilindro se mantiene fijo, ¿Qué temperatura final alcanza el aire? Suponga que el aire es prácticamente nitrógeno.

II) Trace la gráfica para el diagrama P-V de este proceso.

III) Hallar la temperatura final del aire, si se permite que el volumen del cilindro aumente mientras que la presión se mantiene constante.

IV) Trace la gráfica del diagrama P-V para este proceso.

88. Un gas con comportamiento ideal se expande mientras la presión se mantiene constante. Trace la gráfica del diagrama P-V para este proceso.

89. Fluye calor hacia un gas monoatómico con comportamiento ideal y el volumen aumenta mientras la presión se mantiene constante. ¿Qué fracción de la energía calorífica se usa para efectuar el trabajo de expansión del gas?

- a) 5/2 b) 2/5 c) 3/2 d) 2/3 e) 3/4

90. La ecuación de Van der Waals, una representación aproximada del comportamiento de los gases a presión elevada, está dada por: $(P + a n^2/V^2)(V - nb) = nRT$, donde "a" y "b" son constantes con diferentes valores para gases distintos. En el caso especial $a=b=0$, ésta es la ecuación del gas ideal.

I) Hallar el trabajo efectuado por un gas que obedece esta ecuación de estado, durante una expansión isotérmica de V_1 a V_2 .

II) Para etano (C_2H_6) gaseoso, $a=0,554 \text{ J}\cdot\text{m}^3/\text{mol}^2$ y $b=6,38\cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$. Hallar el trabajo efectuado por 1,8 moles de etano cuando se expande de $2,0\cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ a $4,0\cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ a una temperatura constante de 300 K. Efectué el cálculo utilizando la ecuación de estado de Van der Waals y la ecuación de estado del gas ideal.

III) ¿qué tan grande es la diferencia entre los dos resultados de W en el inciso II) ¿Con qué ecuación de estado W es mayor?

91. Cuando una cantidad de gas ideal monoatómico se expande a una presión constante de $P=4,0\cdot 10^4 \text{ Pa}$, el volumen del gas aumenta de $V_1=2,0\cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ a $V_2=8,0\cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, ¿Cuánto cambia la energía interna del gas? ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 600 J b) 610 J c) 620 J d) 630 J e) 640 J

92. A 3,0 moles de nitrógeno (N_2) gaseoso ideal, contenido en un cilindro con un pistón móvil se le suministra 1557 de calor. Hallar:

I) El cambio en la temperatura del nitrógeno, cuando este se calienta a volumen constante.

- a) 21 K b) 22 K c) 23 K d) 24 K e) 25 K

II) El cambio en la temperatura del nitrógeno, cuando este se calienta a presión constante.

- a) 15,8 K b) 16,8 K c) 17,8 K d) 18,8 K e) 19,8 K

III) ¿En qué caso a $V=\text{cte.}$ o $P=\text{cte.}$, el cambio en la energía interna del N_2 es mayor?

93. Tres moles de un gas monoatómico ideal se expanden a una presión constante de $P=2,5 \text{ atm}$; el volumen del gas cambia de $V_1=3,2\cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ a $V_2=4,5\cdot 10^{-2} \text{ m}^3$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la diferencia entre las temperaturas final e inicial del gas.

- a) 130 K b) 132 K c) 134 K d) 136 K e) 138 K

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas al expandirse.

- a) 3,19 kJ b) 3,29 kJ c) 3,39 kJ d) 3,49 kJ e) 3,59 kJ

III) Hallar la cantidad de calor suministrado al gas.

- a) 8,13 kJ b) 8,23 kJ c) 8,33 kJ d) 8,43 kJ e) 8,53 kJ

V) Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) 4,54 kJ b) 4,64 kJ c) 4,74 kJ d) 4,84 kJ e) 4,94 kJ

94. La temperatura de $n=0,150$ moles de un gas ideal se mantiene constante en $T=77\text{ }^\circ\text{C}$ en tanto su volumen se reduce al 25 % de su volumen inicial. La presión inicial del gas es de $P_1=1,25\text{ atm}$. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el trabajo efectuado por el gas.

- a) -603 J b) +603 J c) -605 J d) +605 J e) -607 J

II) Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) 0 b) +100 J c) -100 J d) +150 J e) -150 J

III) ¿El gas intercambia energía con su entorno? Si lo hace, ¿Cuánto es?

- a) -603 J b) +603 J c) -605 J d) +605 J e) -607 J

95. El gas de propano C_3H_8 tiene un comportamiento de gas ideal, con $\gamma=1,127$.

I) Hallar la capacidad calorífica molar (en $\text{J/mol}\cdot\text{K}$) a volumen constante.

- a) 65,03 b) 65,23 c) 65,43 d) 65,63 e) 65,83

I) Hallar la capacidad calorífica molar (en $\text{J/mol}\cdot\text{K}$) a presión constante.

- a) 73,15 b) 73,35 c) 73,55 d) 73,75 e) 73,95

III) Hallar el exponente adiabático de este gas.

- a) 1,13 b) 1,23 c) 1,33 d) 1,43 e) 1,53

96. Un ingeniero químico agrega $Q=970\text{ J}$ de calor a $n=1,75$ moles de un gas ideal, para calentarlo de $T_1=10\text{ }^\circ\text{C}$ a $T_2=25\text{ }^\circ\text{C}$ a presión constante, realizando el gas un trabajo de $W=+223\text{ J}$ al expandirse. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) 741 J b) 743 J c) 745 J d) 747 J e) 749 J

II) Hallar el exponente adiabático de este gas.

- a) 1,1 b) 1,2 c) 1,3 d) 1,4 e) 1,5

97. Un gas monoatómico ideal que está a la presión de $P_1=1,5\cdot 10^5\text{ Pa}$ y volumen $V_1=0,08\text{ m}^3$

se comprime adiabáticamente a un volumen de $V_2=0,04 \text{ m}^3$.

I) Hallar la presión final que alcanza el gas.

- a) 470 kPa b) 472 kPa c) 474 kPa d) 476 kPa e) 478 kPa

II) Hallar el trabajo que efectúa el gas.

- a) +10,6 kJ b) -10,6 kJ c) +12,6 kJ d) -12,6 kJ e) +14,6 kJ

III) Hallar la razón de la temperatura final a la inicial del gas.

- a) 1,19 b) 1,29 c) 1,39 d) 1,49 e) 1,59

98. El motor de un auto admite aire a la temperatura de $T_1=20 \text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P_1=1 \text{ atm}$ y lo comprime adiabáticamente a 0,09 veces el volumen inicial. El aire puede considerarse un gas ideal con $\chi=1,4$. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

I) Trace la gráfica del diagrama P-V del aire.

II) Hallar la temperatura final del aire.

- a) 494,1 $^\circ\text{C}$ b) 494,3 $^\circ\text{C}$ c) 494,5 $^\circ\text{C}$ d) 494,7 $^\circ\text{C}$ e) 494,9 $^\circ\text{C}$

III) Hallar la presión final del aire.

- a) 29,1 atm b) 29,3 atm c) 29,5 atm d) 29,7 atm e) 29,9 atm

99. Dos moles de monóxido de carbono (CO) están a una presión de 2,0 atm y ocupan un volumen de 30 lt. Después, el gas se comprime adiabáticamente a 1/3 de su volumen inicial. Considérese que el CO tiene un comportamiento de gas ideal.

I) Hallar el cambio en la energía interna del gas. ¿La energía interna aumenta o disminuye? ¿La temperatura del gas aumenta o disminuye?

- a) -5,05 kJ b) +5,05 kJ c) -5,45 kJ d) +5,45 kJ e) -5,75 kJ

100. Una bomba de aire tiene un cilindro de longitud $\ell=0,25 \text{ m}$ con un pistón móvil. Esta bomba se utiliza para comprimir aire a una presión atmosférica $P_1=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ e introducirlo en un tanque muy grande, a la presión manométrica de $P_2=4,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Capacidad calorífica molar del aire $C_V=20,8 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) El pistón inicia la carrera de compresión en el extremo abierto del cilindro. ¿Qué distancia se ha movido el pistón en el cilindro cuando comienza a fluir aire del cilindro al tanque? Asumir que la compresión es adiabática.

- a) 17,1 cm b) 17,3 cm c) 17,5 cm d) 17,7 cm e) 17,9 cm

II) Si el aire se introduce en la bomba a $27 \text{ }^\circ\text{C}$ ¿Cuál es su temperatura luego de comprimido?

- a) 205,5 $^\circ\text{C}$ b) 206,5 $^\circ\text{C}$ c) 207,5 $^\circ\text{C}$ d) 208,5 $^\circ\text{C}$ e) 209,5 $^\circ\text{C}$

III) ¿Qué trabajo efectúa la bomba al introducir 20 moles de aire en el tanque?

- a) +72,7 kJ b) +73,7 kJ c) +74,7 kJ d) +75,7 kJ e) +76,7 kJ

101. Un jugador rebota un balón de fútbol en el piso, comprimiéndolo a un 80 % de su volumen inicial. Dentro del balón el aire compuesto esencialmente por nitrógeno (N_2) gaseoso está originalmente a la temperatura de $T_1=20\text{ }^\circ\text{C}$ y presión de $P_1=2,0\text{ atm}$. El diámetro del balón es de $D=23,9\text{ cm}$. ($C_V=21,05\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) ¿A qué temperatura el aire en el balón alcanza su compresión máxima?

- a) 312 K b) 314 K c) 316 K d) 318 K e) 320 K

II) ¿Cuánto cambia la energía interna del aire entre el estado original del balón y su compresión máxima?

- a) 332 J b) 334 J c) 336 J d) 338 J e) 340 J

102. Durante una expansión adiabática, la temperatura de $n=0,45$ moles de argón (Ar) baja de $T_1=50\text{ }^\circ\text{C}$ a $T_2=10\text{ }^\circ\text{C}$. El argón tiene comportamiento de gas ideal.

I) Trace una gráfica para el diagrama P-V del proceso adiabático.

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas en este proceso?

- a) -222,5 J b) +222,5 J c) -224,5 J d) +2245 J e) -226,5 J

III) Hallar el cambio en la energía del gas.

- a) -222,5 J b) +222,5 J c) -224,5 J d) +2245 J e) -226,5 J

103. Un cilindro contiene $n=0,1$ moles de un gas monoatómico ideal a la presión de $P_1=1,0\cdot 10^5\text{ Pa}$, en un volumen de $V_1=2,5\cdot 10^{-3}\text{ m}^3$. Para una expansión A) isotérmica, B) isobárica, C) adiabática: ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la temperatura inicial del gas.

II) Hallar la temperatura final y presión del gas, cuando este se expande al doble de su volumen inicial

104. I) Demostrar que para una pequeña expansión adiabática, $dP/P=-(1+R/C)dV/V$, como $R=C_P-C_V$, esto también puede escribirse así: $dP/P=-(C_P/C_V)dV/V$.

II) Si un gas monoatómico ideal se expande adiabáticamente en 3 %, ¿Cuál es la disminución porcentual de la presión?

- a) 4 % b) 5 % c) 6 % d) 7 % e) 8 %

105. Cuando un viento lleva una porción de aire arriba de una montaña, esta porción se expande adiabáticamente y se enfría cuando el viento lleva la porción de aire hacia abajo, se comprime adiabáticamente y se calienta. Hallar la diferencia de temperaturas entre las partes inferior y superior de una montaña de $h=100\text{ m}$ de alto. La temperatura en la parte inferior es de $T_1=20\text{ }^\circ\text{C}$. Las presiones en la parte inferior y superior son $P_1=1,0\text{ atm}$ y $P_2=0,988\text{ atm}$, respectivamente.

- a) 0,5 K b) 1,0 K c) 1,5 K d) 2,0 K e) 2,5 K

106. Un extintor de incendios está lleno con una masa de $m=1,0\text{ kg}$ de nitrógeno a la presión

de $P_1 = 1,2 \cdot 10^6$ Pa y temperatura de $T_1 = 20$ °C. ($R = 8,314$ J/mol·K, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5$ Pa)

I) Hallar el volumen inicial de este gas.

- a) 72,07 lt b) 72,27 lt c) 72,47 lt d) 72,67 lt e) 72,87 lt

II) Si se permite que el gas escape adiabáticamente contra la presión atmosférica, ¿Cuál será el volumen y la temperatura del gas expandido?

- a) 423 lt, -128,7 °C b) 421 lt, -128,3 °C c) 422 lt, -128,1 °C
d) 424 lt, -128,5 °C e) 425 lt, -128,9 °C

107. Se tiene una muestra de gas de oxígeno a la presión de $P_1 = 3$ atm y temperatura de $T_1 = -29$ °C. Si súbitamente el gas se expande a una presión de $P_2 = 1$ atm, ¿Cuál será la temperatura final del gas? ($R = 8,314$ J/mol·K, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- a) -221,2 °C b) -222,2 °C c) -223,2 °C d) -224,2 °C e) -225,2 °C

108. El aire de una llanta de un auto está a la sobrepresión de $P_1 = 2,0$ atm y temperatura de $T_1 = 20$ °C. La presión exterior a la llanta es de $P_0 = 1,0$ atm. Si se deja escapar aire a través de la válvula, ¿Cuál será la temperatura final del aire que escapa? Suponer que el aire se escapa adiabáticamente. ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- a) -55,9 °C b) -56,9 °C c) -57,9 °C d) -58,9 °C e) -59,9 °C

109. Con una bomba de mano se infla la llanta de un auto desde $P_1 = 0,0$ atm hasta $P_2 = 2,4$ atm de sobrepresión. El volumen del neumático se mantiene constante a $V_1 = 0,1$ m³. ¿Qué trabajo debe hacerse sobre el aire con la bomba? Suponer que cada golpe de la bomba es un proceso adiabático y que el aire está inicialmente en C.N.

- a) -25,5 kJ b) +25,5 kJ c) -27,5 kJ d) +27,5 kJ e) -29,5 kJ

110. Desde una profundidad de $h = 14$ m, un buzo libera una burbuja esférica de aire de diámetro $D = 3,0$ cm. Suponga que la temperatura es constante $T = 298$ K, y que el aire se comporta como un gas ideal. ($P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Pa, $g = 9,8$ m/s²)

I) Hallar el diámetro de la burbuja, cuando esta emerge a la superficie del agua.

- a) 3,58 cm b) 3,68 cm c) 3,78 cm d) 3,88 cm e) 3,98 cm

II) Trace el diagrama P-V para el proceso que experimenta la burbuja.

III) Hallar el trabajo que realiza la burbuja de aire al levarse a la superficie.

- a) -2,64 J b) +2,64 J c) -2,84 J d) +2,84 J e) -3,04 J

IV) Hallar el cambio en la energía interna de la burbuja de aire.

- a) 0 J b) -2,2 J c) +2,2 J d) -2,8 J e) +2,8 J

V) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) de la burbuja de aire.

- a) -2,64 J b) +2,64 J c) -2,84 J d) +2,84 J e) -3,04 J

111. Una bomba de bicicleta es un cilindro de longitud $\ell=22$ cm y diámetro $D=3$ cm. La bomba contiene aire a $T_1=20$ °C y $P_1=1,0$ atm. Si la salida en la base de la bomba está bloqueada y la manija se empuja muy rápidamente de modo que comprime el aire a la mitad de su volumen inicial. ¿Cuánto se calienta el aire en la bomba?

- a) 91,6 °C b) 92,6 °C c) 93,6 °C d) 94,6 °C e) 95,6 °C

112. Un compresor "reciprocante" es un dispositivo que comprime aire mediante un movimiento en línea recta de ida y vuelta, como un pistón en un cilindro. Considere un compresor reciprocante que corre a 150 rpm. Durante una carrera de compresión, se comprime 1,0 mol de aire. La temperatura inicial del aire es de 390 K, el motor del compresor suministra 7,5 kW de potencia para comprimir el aire y se elimina calor a una tasa de 1,5 kW. Hallar el cambio de temperatura por carrera de compresión. ($C_V=20,93$ J/mol•K)

- a) 51,3 °C b) 52,3 °C c) 53,3 °C d) 54,3 °C e) 55,3 °C

113. 3,0 moles de neón (gas monoatómico ideal) en C.N se comprimen lenta e isotérmicamente a 0,22 de su volumen inicial. Luego, el gas se expande rápida y adiabáticamente de nuevo a su volumen inicial. ($R=8,314$ J/mol•K)

I) Hallar la razón de la temperatura máxima a la mínima.

- a) 2,0 b) 2,2 c) 2,4 d) 2,6 e) 2,8

II) Hallar la razón de la presión máxima a la mínima.

- a) 12,0 b) 12,2 c) 12,4 d) 12,6 e) 12,8

114. Un motor diesel logra ignición sin una bujía, mediante una compresión adiabática del aire a una temperatura por arriba de la temperatura de ignición del diesel, que se inyecta en el cilindro en el punto de máxima compresión. Suponga que el aire se inyecta en el cilindro a la temperatura de $T_1=280$ K, y volumen " V_1 ", y se comprime adiabáticamente a 560 °C y volumen " V_2 ". Hallar la tasa de compresión V_1/V_2 del motor diesel.

- a) 15,1 b) 15,3 c) 15,5 d) 15,7 e) 15,9

115. Un calentador suministra $1,8 \cdot 10^6$ J/h a una habitación de 3,5 mx4,6 m x3,0 m que contiene aire a 20 °C y 1,0 atm, ¿En cuánto aumentará la temperatura de la habitación en una hora, suponiendo que no hay pérdidas de calor o de masa de aire con el exterior? ($M=29$ kg/kmol, $R=8,314$ J/mol•K)

- a) 43,1 °C b) 43,3 °C c) 43,5 °C d) 43,7 °C e) 43,9 °C

116. Hallar la energía interna de 4,5 moles de un gas diatómico ideal a la temperatura de 645 K, si se supone que todos los grados de libertad están activos. ($R=8,314$ J/mol•K)

- a) 73,1 kJ b) 73,3 kJ c) 73,5 kJ d) 73,7 kJ e) 73,9 kJ

117. Un mol de un gas ideal monoatómico se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente desde una presión de $P_1=10$ atm y temperatura $T_1=0$ °C a un estado final de presión $P_2=2$ atm. ($R=8,314$ J/mol•K, 1 lt= 10^{-3} m³)

I) Hallar el volumen inicial del gas monoatómico.

- a) 2,141 lt b) 2,241 lt c) 2,341 lt d) 2,441 lt e) 2,541 lt

II) Hallar el volumen final del gas monoatómico.

- a) 5,586 lt b) 5,686 lt c) 5,786 lt d) 5,886 lt e) 5,986 lt

III) Hallar la temperatura final del gas monoatómico.

- a) 135 K b) 136 K c) 137 K d) 138 K e) 139 K

IV) Hallar el trabajo efectuado por el gas monoatómico.

- a) 1,51 kJ b) 1,61 kJ c) 1,71 kJ d) 1,81 kJ e) 1,91 kJ

118. Un gas ideal a la temperatura ambiente de $T_1=20$ °C se comprime adiabática y cuasiestáticamente hasta la mitad de su volumen inicial. ($R=8,314$ J/mol•K)

I) Hallar su temperatura final si su capacidad calorífica molar es $C_V = (3/2)nR$.

- a) 461 K b) 462 K c) 463 K d) 464 K e) 465 K

II) Hallar su temperatura final si su capacidad calorífica molar es $C_V = (5/2)nR$.

- a) 385,6 K b) 386,6 K c) 387,6 K d) 388,6 K e) 389,6 K

119. Dos moles de gas de neón inicialmente a la temperatura de $T_1=20$ °C y a la presión de $P_1=1$ atm se comprimen adiabáticamente hasta $1/4$ de su volumen inicial.

I) Hallar la temperatura final después de la compresión.

- a) 735,3 K b) 736,3 K c) 737,3 K d) 738,3 K e) 739,3 K

II) Hallar la presión final después de la compresión.

- a) 10,1 atm b) 10,3 atm c) 10,5 atm d) 10,7 atm e) 10,9 atm

120. Medio mol de un gas ideal monoatómico a la presión de $P_1=400$ kPa y a la temperatura de $T_1=300$ K se expande adiabáticamente hasta que la presión disminuye a $P_2=160$ kPa.

I) Hallar la temperatura final, después de la expansión del gas.

- a) 207,1 K b) 207,3 K c) 207,5 K d) 207,7 K e) 207,9 K

II) Hallar el volumen final, después de la expansión del gas.

- a) 5,11 lt b) 5,21 lt c) 5,31 lt d) 5,41 lt e) 5,51 lt

III) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el proceso de expansión.

- a) 571,3 J b) 572,3 J c) 573,3 J d) 574,3 J e) 575,3 J

IV) Hallar el cambio en la energía interna del gas.

- a) -576,3 J b) +572,3 J c) -572,3 J d) +574,3 J e) -574,3 J

121. Medio mol de helio se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente desde una presión inicial de $P_1=5$ atm y una temperatura de $T_1=500$ K hasta una presión final de $P_2=1$ atm.

I) Hallar la temperatura final del helio, después de la expansión.

- a) 261,7 K b) 262,7 K c) 263,7 K d) 264,7 K e) 265,7 K

II) Hallar el volumen final del helio, después de la expansión.

- a) 10,2 lt b) 10,4 lt c) 10,6 lt d) 10,8 lt e) 11,0 lt

III) Hallar el trabajo efectuado por el helio, durante el proceso de expansión.

- a) -1,28 kJ b) +1,28 kJ c) -1,48 kJ d) +1,48 kJ e) -1,68 kJ

IV) Hallar la variación de la energía interna del helio.

- a) -1,28 kJ b) +1,28 kJ c) -1,48 kJ d) +1,48 kJ e) -1,68 kJ

122. Un mol de aire ($C_V=5R/2$) está encerrado a la presión atmosférica en un cilindro medi ante un pistón a la temperatura de $T_1=0$ °C. El volumen inicial ocupado por el gas es " V_1 ". Hallar el volumen final " V_2 " del gas, después de suministrarle el calor equivalente a $Q=13\ 200$ J. ($R=8,314$ J/mol·K, 1 cal= $4,186$ J)

- a) 59,0 lt b) 59,2 lt c) 59,4 lt d) 59,6 lt e) 59,8 lt

123. En la Fig.21, un gas encerrado en una cámara pasa por el ciclo mostrado. Hallar el calor neto suministrado (o sustraído) al gas en el proceso isobárico CA si $Q_{AB}=20$ J, $Q_{BC}=0$, y $W_{BCA}=+15$ J.

- a) -10 J b) +10 J c) -5 J d) +5 J e) -15 J

124. En la Fig.22, el cilindro que contiene gas encerrado por el embolo móvil, está sumergido en una mezcla de hielo y agua. El émbolo se empuja rápidamente hacia abajo de la posición 1 hacia la 2. El émbolo se mantiene en la posición 2 hasta que el gas este a 0 °C y luego se eleva lentamente a la posición 1. Si durante el ciclo se funden $m=122$ g de hielo. Hallar el trabajo efectuado sobre el gas. ($L_F=333 \cdot 10^3$ J/kg)

- a) -40,33 kJ b) +40,33 kJ c) -40,63 kJ d) +40,63 kJ e) -40,93 kJ

125. La capacidad calorífica a volumen constante de cierto gas monoatómico es $C_V=49,8$ J/K. ($R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar el número de moles del gas.

- a) 3 moles b) 4 moles c) 5 moles d) 6 moles e) 7 moles

II) Hallar la energía interna de este gas a la temperatura de $T=300\text{ K}$.

- a) 14,1 kJ b) 14,3 kJ c) 14,5 kJ d) 14,7 kJ e) 14,9 kJ

III) Hallar la capacidad calorífica a presión constante.

- a) 82,1 J/K b) 82,3 J/K c) 82,5 J/K d) 82,7 J/K e) 82,9 J/K

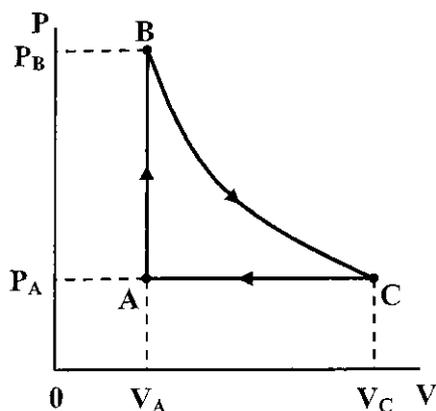


Fig.21

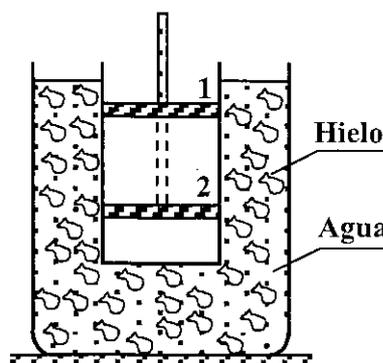


Fig.22

126. La ley de Dulong-Petit se utilizó originalmente para determinar la masa molecular de una sustancia a partir de sus capacidades caloríficas medidas. Sabiendo que el calor específico de un sólido es de $c_e=0,447\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar su masa molecular.

- a) 55,0 g/mol b) 55,2 g/mol c) 55,4 g/mol d) 55,6 g/mol e) 55,8 g/mol

II) ¿De que elemento se trata?

- a) cobre b) aluminio c) hierro d) cobalto e) oro

127. El aire se compone de un 74 % de moléculas de N_2 (peso molecular 28 g/mol) y de un 26 % de moléculas de O_2 (peso molecular 32 g/mol). Asumir que ambos componentes son gases ideales, y que están a la temperatura de $T=300\text{ K}$ y presión de $P=10^5\text{ Pa}$ ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el calor específico (en $\text{J/kg}\cdot\text{K}$) del aire a volumen constante.

- a) 711,7 b) 712,7 c) 713,7 d) 714,7 e) 715,7

II) Hallar el calor específico ($\text{J/kg}\cdot\text{K}$) del aire a presión constante.

- a) 1000 b) 1002 c) 1004 d) 1006 e) 1008

III) Hallar el error porcentual de c_p , respecto del valor $c_p=1\text{ 032 J/g}\cdot\text{K}$, obtenida de tablas.

- a) 2,51 % b) 2,61 % c) 2,71 % d) 2,81 % e) 2,91 %

128. Un gas diatómico de masa molar "M" está confinado en un recipiente cerrado de volumen "V" a la presión "P₀". ¿Qué cantidad de calor "Q" debe transferirse al gas para que su presión se triplique?

- a) 3P₀V b) 4P₀V c) 5P₀V d) 6P₀V e) 7P₀V

129. El dióxido de carbono (CO₂) a la presión de 1 atm y temperatura de -78,5 °C sublima directamente desde el estado sólido al gaseoso, sin pasar por la fase líquida. Suponiendo que las moléculas del gas pueden girar pero no vibrar. Hallar el cambio en la capacidad calorífica molar a presión constante del CO₂ cuando tiene lugar la sublimación.

- a) -3Nk/2 b) -5Nk/2 c) -7Nk/2 d) -9Nk/2 e) -11Nk/2

130. I) Hallar el número de grados de libertad "γ" posibles de una molécula de agua.

- a) 3 b) 5 c) 7 d) 10 e) 12

II) Estimar la capacidad calorífica del agua muy por encima de su punto de ebullición. (Ignorar que la molécula pueda disociarse a altas temperaturas).

- a) 3Nk b) 4Nk c) 5Nk d) 6Nk e) 7Nk

131. Un gas ideal cuyo estado inicial es, P₁=3·10⁵ Pa, V₁=1 lt, U₁=450 J se expande a presión constante hasta un volumen de V₂=3 lt, y U₂=910 J. Luego, se enfría a volumen constante hasta una presión de P₂=2·10⁵ Pa.

I) Representar el diagrama P-V para este proceso.

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas durante este proceso.

- a) 600 J b) 610 J c) 620 J d) 630 J e) 640 J

II) Hallar el calor absorbido durante este proceso.

- a) 1,06 kJ b) 1,16 kJ c) 1,26 kJ d) 1,36 kJ e) 1,46 kJ

132. Un gas ideal cuyo estado inicial es, P₁=3·10⁵ Pa, V₁=1 lt, U₁=450 J se enfría primero a volumen constante hasta la presión de P₂=2·10⁵ Pa, y U₂=910 J. Luego se expande a presión constante hasta un volumen de V₂=3 lt.

I) Representar el diagrama P-V para este proceso.

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas durante este proceso.

- a) 400 J b) 410 J c) 420 J d) 430 J e) 440 J

II) Hallar el calor absorbido durante este proceso.

- a) 800 J b) 820 J c) 840 J d) 860 J e) 880 J

133. Un gas ideal cuyo estado inicial es, P₁=3·10⁵ Pa, V₁=1 lt, U₁=450 J se expande isotérmicamente hasta un volumen de V₂= 3lt y presión de P=1·10⁵ Pa. Luego, se calienta a volumen constante hasta la presión de P₂=2·10⁵ Pa, y U₂=910 J.

I) Representar el diagrama P-V para este proceso.

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas durante este proceso.

- a) 321,6 J b) 323,6 J c) 325,6 J d) 327,6 J e) 329,6 J

II) Hallar el calor absorbido durante este proceso.

- a) 781,6 J b) 783,6 J c) 785,6 J d) 787,6 J e) 789,6 J

134. Un mol de gas ideal que está a la presión de $P_1=1$ atm, volumen $V_1=25$ lt al calentarse lentamente, su diagrama P-V corresponde a una línea recta, alcanzando una presión de $P_2=3$ atm, y un volumen de $V_2=75$ lt. Hallar el trabajo efectuado por el gas en este proceso. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$)

- a) 10,1 kJ b) 10,3 kJ c) 10,5 kJ d) 10,7 kJ e) 10,9 kJ

135. Un mol de un gas ideal se calienta de modo que, $T=A \cdot P^2$, donde "A" es una constante. La temperatura cambia de T_0 a $4T_0$ ($T_0=300$ K). Hallar el trabajo efectuado por el gas en este proceso. ($R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

- a) 3,54 kJ b) 3,64 kJ c) 3,74 kJ d) 3,84 kJ e) 3,94 kJ

136. Una expansión isobárica es un proceso a presión constante. Trazar las isóbaras de un mol de gas ideal en un diagrama que muestre el volumen en función de la temperatura, para las presiones de $P_1=0,1$ atm, $P_2=0,5$ atm y $P_3=1,0$ atm. ($R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

137. Un gas ideal que está a la temperatura de $T_1=20$ °C, presión de $P_1=200$ kPa y volumen de $V_1=4$ lt, se expande isotérmicamente cuasiestáticamente hasta la presión de $P_2=100$ kPa. ($R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

I) Hallar el trabajo realizado por el gas, durante la expansión.

- a) 551,5 J b) 552,5 J c) 553,5 J d) 554,5 J e) 555,5 J

II) Hallar el calor suministrado al gas durante la expansión.

- a) 551,5 J b) 552,5 J c) 553,5 J d) 554,5 J e) 555,5 J

138. Un mol de gas de nitrógeno (N_2) de capacidad calorífica $C_V=(5/2)nR$ se mantiene a la temperatura de 20 °C y presión de 5 atm, se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente hasta la presión de 1 atm. Luego, se calienta expandiéndose a presión constante hasta la temperatura de 20 °C. Luego, se calienta a volumen constante hasta la presión de 5 atm. Finalmente, se comprime a presión constante hasta volver a su estado inicial. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

I) Trazar un diagrama P-V de precisión suficiente mostrando cada etapa del ciclo.

II) A partir de este gráfico determinar el trabajo efectuado por el gas en todo el ciclo.

- a) +6,38 kJ b) -6,38 kJ c) +6,58 kJ d) -6,58 kJ e) +9,78 kJ

II) Mediante cálculo directo, hallar el trabajo efectuado por el gas en todo el ciclo.

- a) +6,36 kJ b) -6,36 kJ c) +6,56 kJ d) -6,56 kJ e) +9,76 kJ

IV) Hallar la cantidad de calor absorbido (o cedido) por el gas en todo el ciclo.

- a) +6,36 kJ b) -6,36 kJ c) +6,56 kJ d) -6,56 kJ e) +9,76 kJ

139. En la Fig.23, un mol de un gas ideal diatómico se expande a lo largo de la recta que va del estado 1 al 2 en el diagrama PV. Luego, se comprime isotérmicamente desde 2 hasta 1. Hallar el trabajo total efectuado por el gas durante este ciclo. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$)

- a) +0,12 kJ b) -0,12 kJ c) +0,22 kJ d) -0,22 kJ e) +0,32 kJ

140. En la Fig.24, el estado de un mol de un gas ideal varía primero según la isobara $1\rightarrow 2$ y luego según la isócora $2\rightarrow 3$, realizando el gas un trabajo de "W". La relación entre las presiones en los estados 2 y 3 es $P_2/P_3=k$, y las temperaturas en los estados final 3 y inicial 1 son iguales. Hallar esta temperatura. ($W=1000 \text{ J}$, $k=1,5$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 200 K b) 210 K c) 220 K d) 230 K e) 240 K

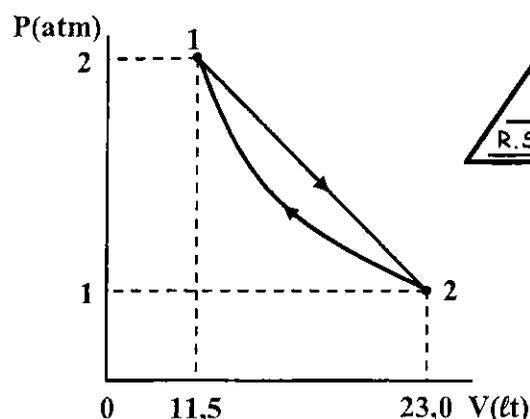


Fig.23

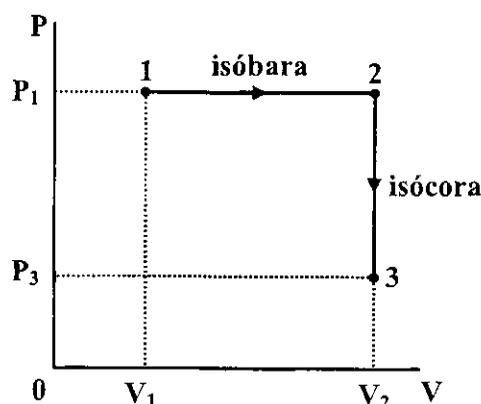


Fig.24

141. Un mol de un gas ideal, se calienta en un cilindro cerrado por un émbolo móvil, de modo que su temperatura varía proporcionalmente según el cuadrado de su presión $T\propto P^2$. El trabajo del gas en este proceso es $W=400 \text{ J}$. Hallar el cambio que experimenta la temperatura del gas. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 96,0 K b) 96,2 K c) 96,4 K d) 96,6 K e) 96,8 K

142. Un globo (aeróstato) de volumen $V=224 \text{ m}^3$ y masa de su envoltura, $m=145 \text{ kg}$ está llena de aire caliente a la presión atmosférica normal $P_0=1 \text{ atm}$. La temperatura del aire fuera del globo es $T=0 \text{ }^\circ\text{C}$. ¿Qué temperatura debe tener el aire al interior de la envoltura para que el globo inicie su ascenso? ($1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$, $M=29 \text{ g/mol}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 271 $^\circ\text{C}$ b) 273 $^\circ\text{C}$ c) 275 $^\circ\text{C}$ d) 277 $^\circ\text{C}$ e) 279 $^\circ\text{C}$

143. Un cilindro de área de sección $A=10 \text{ cm}^2$ está cerrado por un émbolo de masa $m=5 \text{ kg}$. Cuando el cilindro se desplaza hacia abajo con la aceleración "4g" el volumen del gas que hay debajo del émbolo aumenta dos veces. La temperatura del gas se mantiene constante. Hallar la presión exterior " P_0 " al cilindro. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$)

- a) 3,0 atm b) 3,2 atm c) 3,4 atm d) 3,6 atm e) 3,8 atm

144. En un balón provisto de llave, hay cierta cantidad de gas a la presión atmosférica $P_0=10^5 \text{ Pa}$. Estando abierta la llave, el balón se calienta, después de lo cual se cierra la llave y el gas se enfría hasta la temperatura inicial $T_0=10^\circ \text{C}$ y la presión desciende hasta $P=0,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Hallar la variación de la temperatura que experimenta el balón.

- a) 121,3 K b) 122,3 K c) 123,3 K d) 124,3 K e) 125,3 K

145. Dos moles de un gas ideal monoatómico que están a la presión de $P_1=2 \text{ atm}$ y volumen $V_1=2 \text{ lt}$ realizan cuasiestáticamente el siguiente ciclo: Se expande isotérmicamente hasta un volumen $V_2=4 \text{ lt}$, luego se calienta a volumen constante hasta la presión de $P_3=2 \text{ atm}$, finalmente se enfría a presión constante hasta retornar a su volumen inicial. ($1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$)

I) Trazar el diagrama PV correspondiente a este ciclo.

II) Hallar el valor de la expresión $k=3(T_1+T_2)/T_3$.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

III) Hallar el calor suministrado al gas durante el ciclo.

- a) +124,4 J b) -124,4 J c) +126,4 J d) -126,4 J e) +128,4 J

IV) Hallar el trabajo efectuado por el gas durante el ciclo

- a) +124,4 J b) -124,4 J c) +126,4 J d) -126,4 J e) +128,4 J

146. En la Fig.25, en el ciclo que efectúan dos moles de un gas ideal monoatómico: $T_D=360 \text{ K}$, $P_D=2 \text{ atm}$, $V_B=3V_D$, $P_B=2P_C$. Las trayectorias AB y CD son isotermas. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el trabajo total que efectúa el gas en el ciclo, sumando los trabajos parciales.

- a) -6,17 kJ b) +6,17 kJ c) -6,37 kJ d) +6,17 kJ e) -6,57 kJ

II) Hallar el calor suministrado (o sustraído) al gas en el ciclo, sumando los calores parciales

- a) -6,17 kJ b) +6,17 kJ c) -6,37 kJ d) +6,17 kJ e) -6,57 kJ

III) Hallar la razón de los cambios de energía interna para los procesos $A \rightarrow D$ y $C \rightarrow B$.

- a) -1 b) +1 c) -2 d) +2 e) -0,5

147. En la Fig.26, se representa procesos realizados por tres moles de un gas ideal monoatómico. El gas está inicialmente en A, y las trayectorias AD y CB son isotermas. Si el siste

ma evoluciona hasta el punto C a lo largo de la trayectoria AEC. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el cambio de temperatura entre los estados C y A.

- a) 16,08 K b) 16,18 K c) 16,28 K d) 16,38 K e) 16,48 K

II) Hallar el trabajo realizado por el gas.

- a) -1,55 kJ b) +1,55 kJ c) -1,57 kJ d) +1,57 kJ e) +1,59 kJ

III) Hallar el calor absorbido por el gas.

- a) -2,19 kJ b) +2,19 kJ c) -2,29 kJ d) +2,29 kJ e) -2,39 kJ

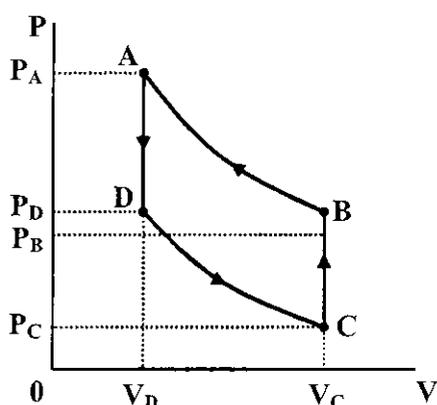


Fig.25

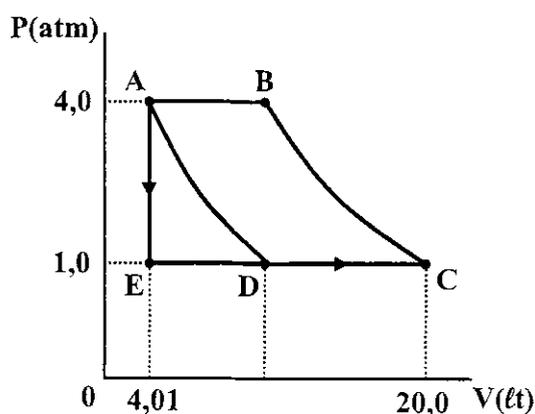


Fig.26

148. Dos moles de gas ideal de energía interna $U=3,5nRT$ esta a la presión de $P_1=100 \text{ kPa}$ y temperatura de $T_1=300 \text{ K}$. Hallar la presión, el volumen y la temperatura, finales, el cambio en la energía interna del gas, la energía agregada al gas por calor, y el trabajo realizado sobre el gas. ($1 \text{ atm}= 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Si el gas es calentado a presión constante hasta la temperatura de $T_2=400 \text{ K}$.
 II) Si el gas es calentado a volumen constante hasta la temperatura de $T_2=400 \text{ K}$.
 III) El gas es comprimido a temperatura constante hasta la presión de $P_2=120 \text{ kPa}$.
 IV) El gas es comprimido adiabáticamente hasta la presión de $P_2=120 \text{ kPa}$.

149. Un mol de un gas ideal monoatómico que esta a la presión de $P_1=3,6 \text{ atm}$, y temperatura de $T_1=500 \text{ K}$, se expande adiabáticamente, recibiendo un trabajo de $W=-2500 \text{ J}$. ($1 \text{ atm}= 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la temperatura final T_2 , que alcanza el gas monoatómico.

- a) 300 K b) 310 K c) 320 K d) 330 K e) 340 K

II) Hallar la presión final P_2 , que alcanza el gas monoatómico.

- a) 1,0 atm b) 1,5 atm c) 2,0 atm d) 2,5 atm e) 3,0 atm

150. Un cilindro vertical, cerrado por ambos extremos, está dividido por un émbolo pesado

155. En la Fig.28, una cantidad de aire considerado ideal, se lleva del estado A al B siguiendo la trayectoria rectilínea mostrada en el diagrama PV.

- I) Respecto de la temperatura diga, este aumenta, disminuye o permanece constante
 II) $V_A=0,07 \text{ m}^3$, $V_B=0,11 \text{ m}^3$, $P_A=1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ y $P_B=1,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, hallar el trabajo que efectúa el gas en este proceso.

- a) 4,0 kJ b) 4,2 kJ c) 4,4 kJ d) 4,6 kJ e) 4,8 kJ

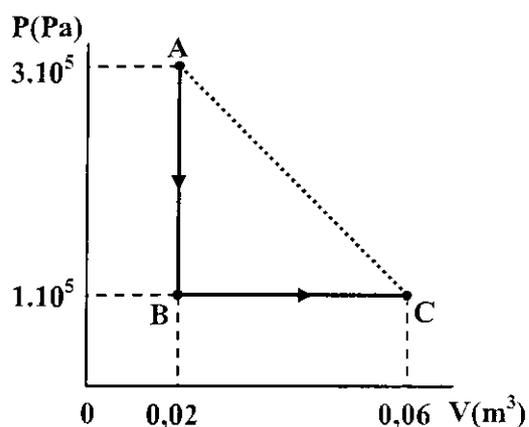


Fig.27

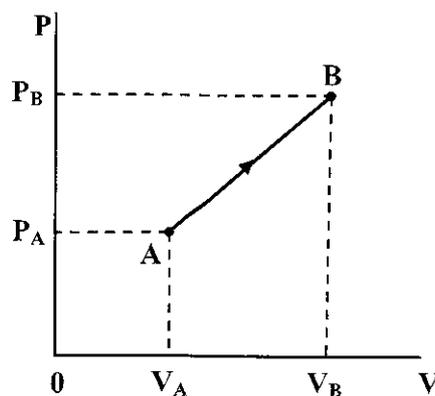


Fig.28

156. En la Fig.29, media mol de un gas ideal efectúa el proceso de A hacia C.

- I) Hallar la temperatura final del gas.
 a) 190,4 K b) 192,4 K c) 194,4 K d) 196,4 K e) 198,4 K
- II) Hallar el trabajo efectuado por el gas (o sobre el gas), durante el proceso A a C.
 a) -400 J b) +400 J c) -500 J d) +500 J e) -600 J
- III) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) al gas, durante el proceso A a C.
 a) -400 J b) +400 J c) -500 J d) +500 J e) -600 J

157. En la Fig.30, un gas ideal se lleva del estado A al B por la trayectoria A→C→B mostrada en el diagrama PV, 90 J ingresan al sistema y éste efectúa 60 J de trabajo.

- I) Hallar la cantidad de calor suministrada al gas por la trayectoria A→D→B si el trabajo efectuado por el sistema (gas) es de 15 J.
 a) 41 J b) 42 J c) 43 J d) 44 J e) 45 J
- II) Cuando el sistema regresa de B a A siguiendo la trayectoria curva, el valor absoluto del trabajo efectuado por el sistema es de 35 J. Hallar la cantidad de calor que absorbe (o desprende) el gas.
 a) -55 J b) +55 J c) -65 J d) +65 J e) -75 J
- III) Si $U_A=0$, y $U_D=8 \text{ J}$, hallar el calor que absorbe el gas en los procesos A→D y D→B.

- a) -23 J b) +23 J c) -25 J d) +25 J e) -27 J

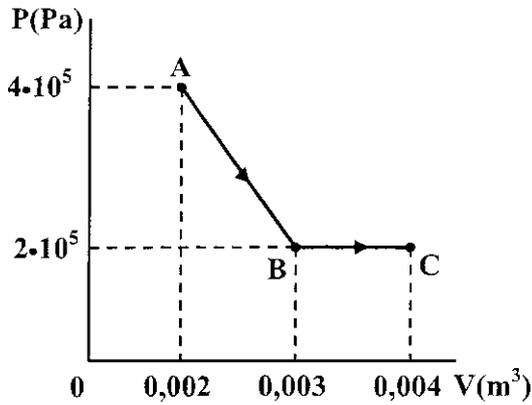


Fig.29

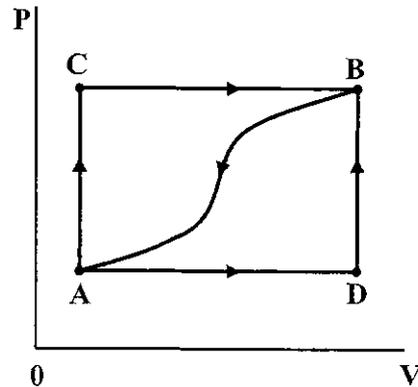


Fig.30

158. En la Fig.31, un gas ideal al llevarse del estado A al C, a través de la trayectoria ABC hace un trabajo de 450 J, y al llevarse a través de la trayectoria ADC hace un trabajo de 120 J. Las energías internas de los cuatro estados mostrados son: $U_A=150$ J, $U_B=240$ J, $U_C=680$ J y $U_D=330$ J.

I) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) en el proceso A→B.

- a) -90 J b) +90 J c) -92 J d) +92 J e) -94 J

II) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) en el proceso B→C.

- a) -890 J b) +890 J c) -895 J d) +895 J e) -400 J

III) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) en el proceso A→D.

- a) -300 J b) -300 J c) -310 J d) +310 J e) -315 J

IV) Hallar la cantidad de calor suministrado (o sustraído) en el proceso D→C.

- a) -350 J b) +350 J c) -360 J d) +360 J e) -370 J

159. En la Fig.32, tres moles de un gas ideal de capacidad calorífica molar $C_P=29,1$ J/mol·K efectúan el ciclo ABC. El proceso A→C es isobárico, el proceso B→A es isocórico y el proceso C→B es adiabático. Las temperaturas del gas en los estados A, C y B son: $T_A=300$ K, $T_B=600$ K y $T_C=492$ K. Hallar el trabajo total en todo el ciclo.

- a) -1,85 kJ b) +1,85 kJ c) -1,95 kJ d) +1,95 kJ e) -2,15 kJ

160. Tres recipientes idénticos, comunicados entre sí por tubos delgados no conductores del calor, se llenan de cierta cantidad de helio gaseoso a la temperatura de $T_1=4$ K. Después el primer recipiente se calienta hasta la temperatura $T_2=20$ K y el segundo hasta la temperatura de $T_3=80$ K. La temperatura del tercer recipiente permanece constante. Hallar la presión final del gas de helio, si su presión inicial es de $P=1,5$ atm.

- a) 3,00 atm b) 3,25 atm c) 3,50 atm d) 3,75 atm e) 4,00 atm

161. Dos moles de un gas ideal monoatómico el efectuar el ciclo ABC pierde 800 de calor. El proceso A→B es isobárico, y el B→C es isocórico. Las temperaturas de los estados A y B son: $T_A=200\text{ K}$, $T_B=300\text{ K}$.

- I) Trazar el diagrama presión-volumen (PV) para el ciclo.
 II) Hallar el trabajo efectuado en el proceso C→A.

- a) -2453 J b) +2453 J c) -2463 J d) +2463 J e) -2473 J

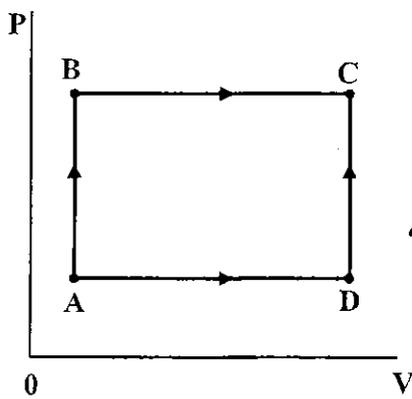


Fig.31

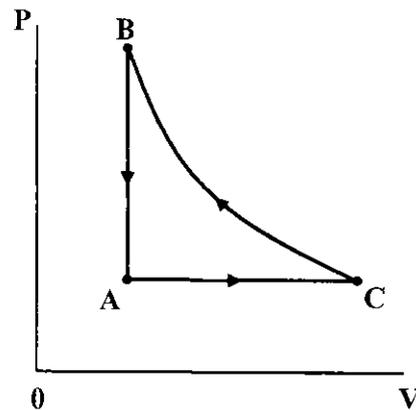


Fig.32

162. 2,50 moles de gas de nitrógeno (N_2) ideal contenido en un cilindro a la temperatura de $T_1=20\text{ }^\circ\text{C}$ y $P_1=1\text{ atm}$, primero se calienta a volumen constante, luego se suministra $Q=1,52\cdot 10^4\text{ J}$ de calor, luego se continua calentando expandiéndose el gas a presión constante al doble de su volumen inicial. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$, $R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Hallar la temperatura final del gas.

- a) 890,2 °C b) 892,2 °C c) 894,2 °C d) 896,2 °C e) 898,2 °C

- II) Hallar el trabajo efectuado por el gas.

- a) 12,0 kJ b) 12,2 kJ c) 12,4 kJ d) 12,6 kJ e) 12,8 kJ

- III) Hallar la cantidad de calor agregado al gas mientras se expande.

- a) 42,0 kJ b) 42,2 kJ c) 42,4 kJ d) 42,6 kJ e) 42,8 kJ

- IV) Hallar el cambio que experimenta la energía interna del gas.

- a) 45,0 kJ b) 45,2 kJ c) 45,4 kJ d) 45,6 kJ e) 45,8 kJ

163. Gas de nitrógeno (N_2) ideal en un recipiente con émbolo se enfría de $T_1=50\text{ }^\circ\text{C}$ a $T_2=10\text{ }^\circ\text{C}$ a presión constante de $P=3,0\cdot 10^5\text{ Pa}$. El calor total desprendido por el gas es de $Q=2,5\cdot 10^4\text{ J}$. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Hallar el número de moles del gas.

- a) 21,1 moles b) 21,3 moles c) 21,5 moles d) 21,7 moles e) 21,9 moles

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas.

- a) +17,56 kJ b) -17,56 kJ c) +17,86 kJ d) -17,86 kJ e) +2,06 kJ

III) Hallar la cantidad de calor desprendido por el gas con el mismo cambio de temperatura si el volumen fuera constante.

- a) -7,14 kJ b) +7,14 kJ c) -7,36 kJ d) +7,36 kJ e) -7,56 kJ

164. En cierto proceso, al comprimirse un gas a presión constante, este desprende $Q = 2,15 \cdot 10^5$ J de calor. La energía interna del gas es la misma al inicio y al final del proceso. Hallar el cambio que experimenta el volumen del gas. ($1 \text{ lt} = 10^{-3} \text{ m}^3$)

- a) 220 lt b) 222 lt c) 224 lt d) 226 lt e) 228 lt

165. Un cilindro con un pistón móvil sin fricción, hay una cierta cantidad de helio gaseoso ideal. Al inicio su presión es de $P_1 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa, su temperatura $T_1 = 300$ K y volumen $V_1 = 1,5$ lt. Después, el gas se calienta moviéndose el pistón de tal modo que la temperatura se mantiene constante en $T_1 = 300$ K hasta que la presión es de $P_2 = 2,5 \cdot 10^4$ Pa. A continuación el gas se comprime a presión constante hasta que regresa a su volumen inicial.

I) Trazar la gráfica correspondiente al diagrama PV de este proceso.

II) Hallar el volumen del gas al final del primer proceso.

- a) 4,0 lt b) 4,5 lt c) 5,0 lt d) 5,5 lt e) 6,0 lt

III) Hallar la presión del gas al final del segundo proceso.

- a) 1,5 kPa b) 2,0 kPa c) 2,5 kPa d) 3,0 kPa e) 3,5 kPa

IV) Hallar la temperatura del gas al final del segundo proceso.

- a) 60 K b) 65 K c) 70 K d) 75 K e) 75 K

V) Hallar el trabajo total efectuado por el gas en ambos procesos.

- a) 91,5 J b) 92,5 J c) 93,5 J d) 94,5 J e) 95,5 J

VI) ¿Qué se tendría que hacer con el gas, para volverlo a su presión y temperaturas iniciales?

166. Un cilindro de acero de área de sección $A = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, que contiene un volumen $V = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ de metanol, está cerrado por un pistón que sostiene un bloque de peso $W = 3 \cdot 10^4$ N. La temperatura del sistema aumenta de $T_1 = 20$ °C a $T_2 = 50$ °C. El coeficiente de expansión de volumen del metanol es de $c = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, su densidad es de $\rho = 791 \text{ kg/m}^3$, y su calor específico a presión constante es de $C_p = 2,51 \cdot 10^3 \text{ J/kg.K}$. Despreciar la expansión del cilindro de acero.

I) Hallar el aumento del volumen del metanol.

- a) $412 \mu\text{m}^3$ b) $432 \mu\text{m}^3$ c) $452 \mu\text{m}^3$ d) $472 \mu\text{m}^3$ e) $492 \mu\text{m}^3$

II) Hallar el trabajo mecánico efectuado por el metanol para elevar el bloque.

- a) 640 J b) 642 J c) 644 J d) 646 J e) 648 J

III) Hallar la cantidad de calor agregado al metanol

- a) 711 kJ b) 713 kJ c) 715 kJ d) 717 kJ e) 719 kJ

IV) Hallar el cambio de energía interna del metanol.

- a) 710 kJ b) 712 kJ c) 714 kJ d) 716 kJ e) 718 kJ

V) Diga, si hay una diferencia entre los calores específicos del metanol a presión constante (c_p) y volumen constante (c_v).

167. Un cubo de cobre de lados $a=2$ cm que esta sostenido de una cuerda, se calienta con un mechero de $T_1=20$ °C a $T_2=90$ °C. El aire que rodea al cubo está a presión atmosférica $P_0=1,01 \cdot 10^5$ Pa. ($\beta=5,1 \cdot 10^{-3}$ °C⁻¹, $c_p=390$ J/kg·K, $\rho=8,9 \cdot 10^3$ kg/m³)

I) Hallar el aumento que experimenta el volumen del cubo.

- a) 25,6 nm³ b) 26,6 nm³ c) 27,6 nm³ d) 28,6 nm³ e) 29,6 nm³

II) Hallar el trabajo mecánico efectuado por el cubo para expandirse contra la presión del aire circundante.

- a) 2,58 mJ b) 2,68 mJ c) 2,78 mJ d) 2,88 mJ e) 2,98 mJ

III) Hallar la cantidad de calor suministrada al cubo.

- a) 1904 J b) 1914 J c) 1924 J d) 1934 J e) 1944 J

IV) Hallar el cambio de energía interna del cubo.

- a) 1904 J b) 1914 J c) 1924 J d) 1934 J e) 1944 J

V) Diga, si existe una diferencia entre los calores específicos del metanol a presión constante (c_p) y volumen constante (c_v).

168. Un globo de investigación grande contiene $V_1=2,0 \cdot 10^3$ m³ de helio gaseoso ideal a la presión de $P_1=1,013 \cdot 10^5$ Pa y temperatura de $T_1=15$ °C se eleva desde el suelo hasta una altura donde la presión atmosférica es de $P_2=0,9117 \cdot 10^5$ Pa.

I) Hallar el volumen del gas a la máxima altura.

- a) $2,11 \cdot 10^3$ m³ b) $2,13 \cdot 10^3$ m³ c) $2,15 \cdot 10^3$ m³ d) $2,17 \cdot 10^3$ m³ e) $2,19 \cdot 10^3$ m³

II) Hallar la temperatura del gas a la máxima altura.

- a) 2 °C b) 3 °C c) 4 °C d) 5 °C e) 6 °C

III) Hallar el cambio de la energía interna del gas de helio conforme se eleva a su máxima altura.

- a) +1,24 MJ b) -1,24 MJ c) +1,26 MJ d) -1,26 MJ e) +1,28 MJ

169. Una muestra de cierto gas ideal de capacidad calorífica molar a volumen constante " C_V ", tiene inicialmente un volumen " V_1 ", una presión " P_1 ", y una temperatura absoluta " T_1 ". El gas se expande isobáricamente a un volumen " $2V_1$ ", y luego sigue expandiéndose adiabáticamente hasta un volumen final de " $4V_1$ ".

- I) Trazar una gráfica correspondiente al diagrama PV de esta sucesión de procesos.
 II) Hallar el trabajo total efectuado por el gas en esta sucesión de procesos.
 III) Hallar la temperatura final que alcanza el gas.
 IV) Hallar el valor de la cantidad de calor suministrado (o sustraído) del gas, en toda la sucesión de procesos.

170. En la Fig.33, los recipientes de áreas de sección $A=10 \text{ cm}^2$, que se comunican entre sí mediante el tubo delgado con la llave S, se llenan, hasta la altura $h=1 \text{ m}$, de líquidos inmiscibles de densidades $\rho_1=1 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_2=2 \text{ g/cm}^3$. ¿Al abrirse la llave, qué cantidad de calor se desprende al pasar el sistema al equilibrio? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 1,05 J b) 1,15 J c) 1,25 J d) 1,35 J e) 1,45 J

171. En la Fig.34, se muestra el diagrama PV del ciclo que efectúa una máquina térmica utilizando " n " moles de un gas ideal diatómico. Hallar la eficiencia térmica de esta máquina.

- a) 8,5 % b) 9,5 % c) 10,5 % d) 11,5 % e) 12,5 %

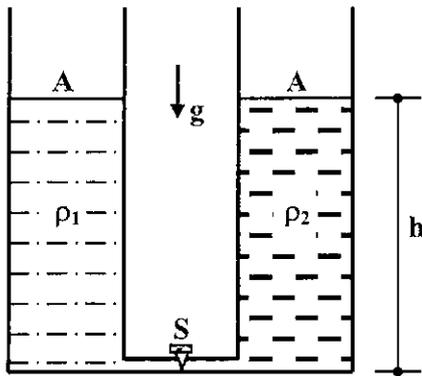


Fig.33

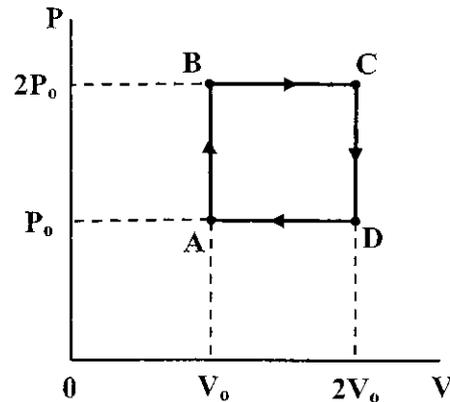


Fig.34

172. Una planta de electricidad genera electricidad a partir del gradiente de temperatura del océano. Las temperaturas superficial y del agua profunda son de $T_1=27 \text{ }^\circ\text{C}$ y $T_2=6 \text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. La planta debe producir 210 kW de potencia. ($c_e=4190 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $M=10^6$)

- I) Hallar la eficiencia teórica máxima de esta planta eléctrica.

- a) 5 % b) 6 % c) 7 % d) 8 % e) 9 %

- II) Hallar la rapidez con qué debe extraerse calor del agua tibia. Suponga eficiencia teórica máxima.

- a) 2,0 MW b) 2,5 MW c) 3,0 MW d) 3,5 MW e) 4 MW

III) Hallar la rapidez con qué debe absorber calor el agua fría. Suponga eficiencia teórica máxima.

- a) 2,0 MW b) 2,2 MW c) 2,4 MW d) 2,6 MW e) 2,8 MW

III) El agua fría que ingresa en la planta sale a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Hallar la rapidez, con que debe fluir el agua fría por el sistema.

- a) 559 Tn/h b) 569 Tn/h c) 579 Tn/h d) 589 Tn/h e) 599 Tn/h

173. 0,25 moles de oxígeno ideal encerrado en un cilindro con pistón, a la presión de $P_1=2,4\cdot 10^5\text{ Pa}$ y temperatura de $T_1=355\text{ K}$, se expande isobáricamente al doble de su volumen inicial. Después, se comprime isotérmicamente a su volumen inicial, y finalmente se se enfría isocóricamente hasta su presión inicial. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Trazar la gráfica del diagrama PV para esta sucesión de procesos.

II) Hallar la temperatura durante la compresión isotérmica.

- a) 710 K b) 715 K c) 720 K d) 725 K e) 730 K

III) Hallar la presión máxima en la sucesión de procesos.

- a) 450 kPa b) 460 kPa c) 470 kPa d) 480 kPa e) 490 kPa

IV) Hallar el trabajo total efectuado por el pistón sobre el gas.

- a) -244 J b) +244 J c) -284 J d) +284 J e) -304 J

174. 0,150 moles de gas de nitrógeno ideal a la presión de $P_1=1,8\cdot 10^5\text{ Pa}$ y temperatura de $T_1=300\text{ K}$, contenidos en un cilindro con pistón, se comprime isobáricamente a la mitad de su volumen inicial, luego se expande adiabáticamente hasta su volumen inicial, y finalmente se calienta isocóricamente hasta su presión inicial. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

I) Trazar la gráfica del diagrama PV para esta sucesión de procesos.

II) Hallar la diferencia de temperaturas final menos inicial del proceso adiabático.

- a) -34,3 K b) 34,3 K c) -36,3 K d) 36,3 K e) -38,3 K

III) Hallar la presión mínima, en la sucesión de procesos.

- a) 65,2 kPa b) 66,2 kPa c) 67,2 kPa d) 68,2 kPa e) 69,2 kPa

IV) Hallar total efectuado por el gas en la sucesión de procesos.

- a) +72,9 J b) -72,9 J c) -73,9 J d) +73,9 J e) -74,9 J

175. Se mezclan un mol de gas de helio con dos moles de gas de oxígeno. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la capacidad calorífica molar " C_V " (en $\text{J/mol}\cdot\text{K}$) a volumen constante de mezcla

178. En la Fig.36, un mol de un gas ideal monoatómico que está encerrado en un cilindro con pistón efectúa el ciclo mostrado. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

I) Hallar el trabajo neto efectuado por el gas durante este ciclo.

- a) 6001 J b) 6011 J c) 6021 J d) 6031 J e) 6041 J

II) Hallar el calor absorbido o liberado por el gas en el proceso 2→3.

- a) -9021 J b) +9021 J c) -9041 J d) +9041 J e) -9061 J

III) Hallar el calor absorbido o liberado por el gas durante el proceso 4→1.

- a) -3006 J b) +3006 J c) -3026 J d) +3006 J e) -3046 J

IV) Hallar el cambio en la energía interna del gas durante el proceso 1→2.

- a) +1459 J b) -1459 J c) +1479 J d) -1479 J e) +1499 J

V) Hallar el cambio de la energía interna del gas durante el proceso 3→4.

- a) -7500 J b) +7500 J c) -7510 J d) +7510 J e) -7520 J

VI) Hallar la eficiencia de este ciclo.

- a) 65,5 % b) 66,5 % c) 67,5 % d) 68,5 % e) 69,5 %

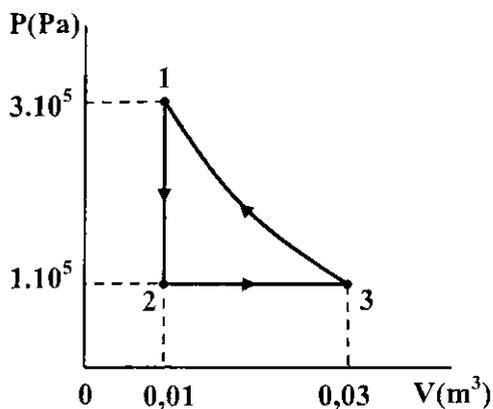


Fig.35

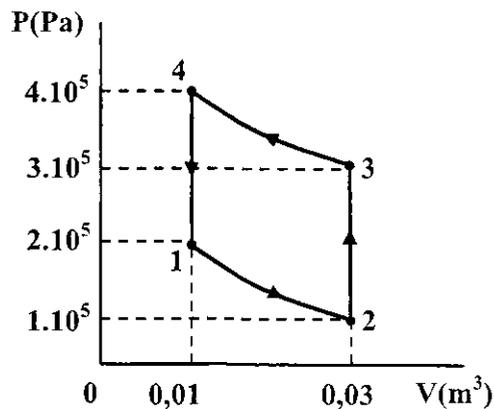


Fig.36

179. Una planta de hielo consiste en una máquina de Carnot que funciona al revés y extrae calor de una caja bien aislada. La temperatura en la hielera es de $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ y la temperatura del aire ambiente es de $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Agua de una temperatura inicial de $30 \text{ }^\circ\text{C}$, se coloca en la hielera y se permite congelar y enfriar a $-5 \text{ }^\circ\text{C}$. Si la planta de hielo produce $10\,000 \text{ kg}$ de hielo al día, ¿Qué potencia mecánica requiere la máquina de Carnot? (Calor específico del agua y hielo, $c_{e,A}=4187 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $c_{e,H}=2230 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, $L_F=3,34\cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

- a) 7,0 kW b) 7,2 kW c) 7,4 kW d) 7,6 kW e) 7,8 kW

180. En un cilindro encerrado por un émbolo móvil, hay un volumen de vapor de agua de

$V=20 \text{ dm}^3$, a la temperatura de $T=100 \text{ }^\circ\text{C}$, y presión de $P=10^5 \text{ Pa}$. A presión atmosférica constante el émbolo se baja hasta que el volumen de vapor se reduce a la mitad. El calor latente de vaporización del agua a la temperatura de $T=100 \text{ }^\circ\text{C}$ es de $L_v=2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$. Hallar la cantidad de agua que se debe extraer del cilindro para que la temperatura del vapor siga siendo la misma que antes. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) 13,1 kJ b) 13,4 kJ c) 13,7 kJ d) 14,0 kJ e) 14,3 kJ

181. En un depósito cerrado de volumen $V=10 \text{ dm}^3$ hay una masa $m_0=0,1 \text{ g}$ de gasolina. Hallar la presión en dicho depósito después de arder rápidamente la gasolina, si la presión inicial era $P_0=10^5 \text{ Pa}$ y la temperatura inicial, $T_0=300 \text{ K}$. La capacidad calorífica molar del gas después de la combustión es $C=21 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$. El calor de combustión (poder calorífico) de la gasolina es $q=4,2 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 2,53 atm b) 2,63 atm c) 2,73 atm d) 2,83 atm e) 2,93 atm

182. Cierta masa de aire encerrada en un cilindro con émbolo móvil, se calienta a presión constante con una cantidad de calor de $Q=5 \text{ kJ}$. El calor específico del aire es $c_p=10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, y su masa molar es $M=29 \text{ g/mol}$. Hallar el trabajo efectuado por el aire. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) 1,13 kJ b) 1,23 kJ c) 1,33 kJ d) 1,43 kJ e) 1,53 kJ

183. En un cilindro de volumen $V=10 \text{ dm}^3$, hay aire y agua de masa $m=3,5 \text{ g}$. a la temperatura de $T_0=7 \text{ }^\circ\text{C}$, a la cual la tensión de vapor de agua saturado es insignificante, la presión en el recipiente es la atmosférica $P_0=10^5 \text{ Pa}$. El cilindro está cerrado por una válvula de área $A=1 \text{ mm}^2$ fijada por un resorte cuya fuerza es $F=0,1 \text{ N}$. El cilindro se calienta lentamente, ¿A qué temperatura se abrirá la válvula, si en el instante de la apertura toda el agua se transforma en vapor? ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ dm}^3=10^{-3} \text{ m}^3$)

- a) 381,5 K b) 382,5 K c) 383,5 K d) 384,5 K e) 385,5 K

184. En un recipiente hermético de volumen $V=5,6 \text{ dm}^3$ que contiene aire a la presión de $P=10^5 \text{ Pa}$, se le suministra la cantidad de calor $Q=1430 \text{ J}$. Hallar la presión que se establece en el recipiente con aire. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $1 \text{ dm}^3=10^{-3} \text{ m}^3$)

- a) 1,85 atm b) 1,88 atm c) 1,91 atm d) 1,94 atm e) 1,97 atm

185. Un mol de gas ideal diatómico se hace pasar del estado inicial a la temperatura de $T_1=300 \text{ K}$ y volumen V_1 , al estado final en el que su temperatura es $T_2=100 \text{ K}$ y su volumen $V_2=2V_1$. Se sabe que de todos los procesos posibles del estado inicial hacia el final, en que la presión no excede de la inicial, se eligió aquella en la que el gas realiza el trabajo máximo. Hallar la cantidad de calor extraída del gas. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) -1,61 kJ b) -1,63 kJ c) -1,65 kJ d) -1,67 kJ e) -1,69 kJ

186. En una máquina térmica un mol de un gas monoatómico ideal efectúa un ciclo estando a la presión de $P_1=1 \text{ atm}$ y volumen de $V_1=24,6 \text{ lt}$ se calienta a volumen constante hasta

$P_2=2$ atm. Luego, se expande a presión constante hasta $V_3=49,2$ lt. Entonces el gas se enfría a volumen constante hasta $P_4=1$ atm. Luego, se comprime a presión constante regresando a su estado inicial. Todas las etapas son reversibles y cuasiestáticas. ($R=8,314$ J/mol•K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $k=10^3$, 1 lt= 10^{-3} m³)

I) Trazar la gráfica correspondiente al diagrama PV de este ciclo.

II) Hallar el trabajo efectuado por el gas en este ciclo.

- a) 2,16 kJ b) 2,26 kJ c) 2,36 kJ d) 2,46 kJ e) 2,56 kJ

III) Hallar la expresión, $k=(Q_{34} \cdot Q_{23})/(Q_{12} \cdot Q_{41})$ donde Q_{12} , Q_{23} , Q_{34} y Q_{41} son las cantidades de calor suministrados (o sustraídos) en cada uno de los procesos del ciclo.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

IV) Hallar el cambio en la energía interna del gas en el proceso $2 \rightarrow 3$.

- a) 7,08 kJ b) 7,28 kJ c) 7,48 kJ d) 7,68 kJ e) 7,88 kJ

V) Hallar el rendimiento en el ciclo.

- a) 13,6 % b) 14,0 % c) 14,4 % d) 14,8 % e) 15,2 %

187. Una máquina utilizando 1 mol de un gas diatómico ideal, efectúa un ciclo constituido de tres procesos: (1) Una expansión adiabática desde una presión inicial de $P_1=2,64$ atm y volumen de $V_1=10$ lt, hasta una presión final de $P_2=1$ atm y volumen $V_2=20$ lt, (2) Una compresión isobárica hasta su volumen inicial de $V_3=10$ lt, y (3) Un calentamiento isocórico hasta su presión inicial de $P_4=2,64$ atm. ($R=8,314$ J/mol•K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

I) Trazar la gráfica correspondiente al diagrama PV de este ciclo.

II) Hallar la razón $k=W_{12}/W_{23}$, donde W_{12} y W_{23} son los valores de los trabajos en los procesos $1 \rightarrow 2$, y $2 \rightarrow 3$

- a) 1,2 b) 1,4 c) 1,6 d) 1,8 e) 2,0

III) Hallar la razón $m=Q_{23}/Q_{31}$, donde Q_{23} y Q_{31} son los valores de las cantidades de calor suministrados (o sustraídos) al gas en los procesos $2 \rightarrow 3$, y $3 \rightarrow 1$

- a) 1,53 b) 1,63 c) 1,73 d) 1,83 e) 1,93

IV) Hallar el rendimiento del ciclo efectuado por el gas.

- a) 13,7 % b) 14,1 % c) 14,5 % d) 14,9 % e) 15,3 %

188. Un mol de un gas diatómico ideal que inicialmente ocupa un volumen de $V_1=24,6$ lt y esta a la temperatura de $T_1=400$ K efectúa en una máquina un ciclo constituido por cuatro procesos: (1) Expansión isotérmica a $T=400$ K hasta un volumen de $V_2=49,2$ lt, (2) Enfriamiento isocórico hasta $T=300$ K, (3) Compresión isotérmica hasta un volumen $V_4=24,6$ lt, y (4) Calentamiento isocórico hasta $T_4=400$ K. ($R=8,206 \cdot 10^{-2}$ atm•lt/mol•K, 1 dm³= 10^{-3} m³, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

- I) Trazar la gráfica correspondiente al diagrama PV de este ciclo.
 II) Construir una tabla con los valores de P, V y T para los cuatro estados.
 III) Construir una tabla con los valores de Q, W y ΔU para los cuatro procesos del ciclo.
 III) Hallar la eficiencia del ciclo efectuado por el gas.

a) 10,5 % b) 11,0 % c) 11,5 % d) 12,0 % e) 12,5 %

189. En la Fig.37, un mol de un gas ideal monoatómico de volumen inicial $V_1=25 \text{ lt}$ efectúa el ciclo mostrado. Todos los procesos son cuasiestáticos. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- I) Hallar el valor de la expresión $k=(T_1+T_2)/T_3$, donde T_1 , T_2 y T_3 son las temperaturas en los estados 1, 2 y 3, respectivamente.

a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 0,5

- II) Hallar el valor de la expresión $m=(Q_{12}+Q_{23})/Q_{31}$ donde Q_{12} , Q_{23} y Q_{31} son los valores de las cantidades de calor suministrados (o sustraídos) al gas, en cada uno de los procesos.

a) 1,16 b) 1,26 c) 1,36 d) 1,46 e) 1,56

- III) Hallar la eficiencia del ciclo efectuado por el gas.

a) 12,6 % b) 13,0 % c) 13,4 % d) 13,8 % e) 14,2 %

190. En la Fig.38, un gas ideal diatómico inicialmente a la temperatura $T_1=200 \text{ K}$ efectúa el ciclo mostrado. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- I) Hallar el valor de la expresión $k=(T_1\cdot T_3)/(T_2\cdot T_4)$ donde T_1 , T_2 , T_3 y T_4 son las temperaturas en los estados 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

- II) Hallar el rendimiento del ciclo efectuado por este gas.

a) 13,8 % b) 14,2 % c) 14,6 % d) 15,0 % e) 15,4 %

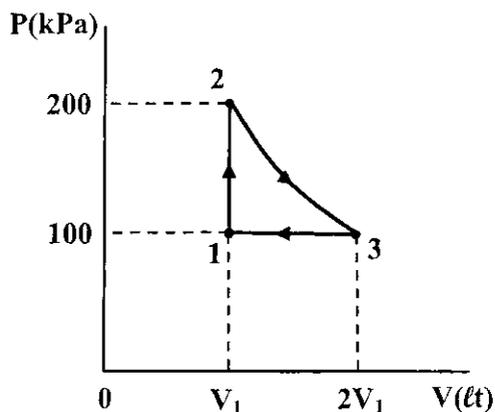


Fig.37

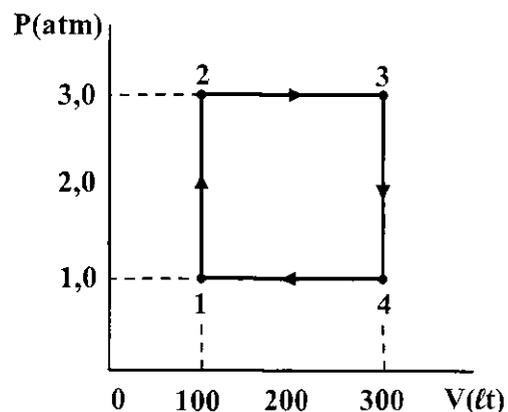


Fig.38

191. En la Fig.39, un gas monoatómico ideal que está a la presión de $P_1=1 \text{ atm}$, y temperatu

ra $T_1=273\text{ K}$ pasa del estado 1 al 2 mediante dos métodos: el $1\rightarrow 3\rightarrow 2$ y el $1\rightarrow 4\rightarrow 2$. Hallar la relación de las cantidades de calor Q_{132}/Q_{142} necesarias para suministrar a 1 kmol de gas en estos dos procesos. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1,6 b) 1,7 c) 1,8 d) 1,9 e) 2,0

192. En la Fig.40, un gas ideal monoatómico efectúa los ciclos mostrados ABCA y ACDA.

I) ¿En que proceso se sustrae la mayor cantidad de calor y cuánto?

- a) BC, $10P_0V_0$ b) CD, $4,5P_0V_0$ c) CA, $10,5P_0V_0$ d) DA, $15P_0V_0$ e) AB, $2P_0V_0$

II) Hallar la razón de la cantidad de calor suministrado en el ciclo ABCA al calor sustraído en el ciclo ACDA.

- a) -1,01 b) +1,01 c) -1,21 d) +1,21 e) -1,41

III) Hallar la eficiencia del ciclo ABCA.

- a) 8,1 % b) 8,3 % c) 8,5 % d) 8,7 % e) 8,9 %

IV) Hallar la eficiencia del ciclo ACDA.

- a) 9,12 % b) 9,32 % c) 9,52 % d) 9,72 % e) 9,92 %

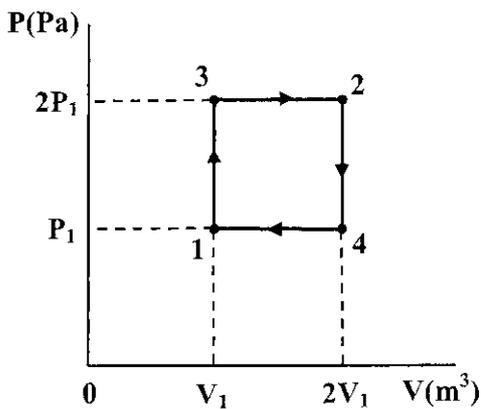


Fig.39

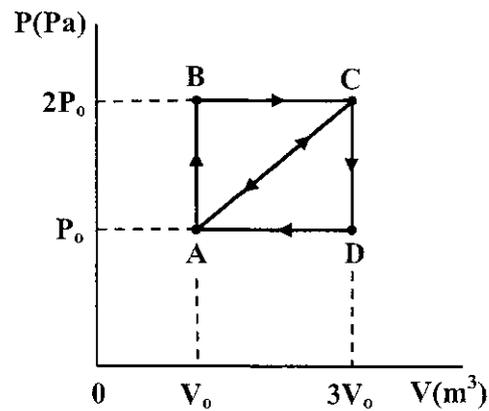


Fig.40

193. En la Fig.41, se muestra el ciclo diesel efectuado por un motor diesel. El proceso $a\rightarrow b$ es una compresión adiabática, el proceso $b\rightarrow c$ es una expansión a presión constante, el proceso $c\rightarrow d$ es una expansión adiabática y el proceso $d\rightarrow a$ es un enfriamiento a volumen constante. Hallar el rendimiento de este ciclo en función de los volúmenes V_a , V_b , V_c y V_d .

194. En la Fig.42, 1 mol de un gas ideal diatómico que esta a la presión de $P_1=1\text{ atm}$, y a la temperatura de $T_1=0\text{ }^\circ\text{C}$, efectúa el ciclo mostrado. El gas se calienta a volumen constante hasta $T_2=150\text{ }^\circ\text{C}$ y luego se expande adiabáticamente hasta que su presión es de $P_3=1\text{ atm}$. Luego, se comprime a presión constante hasta su estado original. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la temperatura T_3 después de la expansión adiabática.

- a) 90°C b) 95°C c) 100°C d) 105°C e) 110°C

II) Hallar la expresión $k = (Q_{12} + Q_{23}) / Q_{31}$, donde Q_{12} , Q_{23} y Q_{31} son las cantidades de calor su ministrados (o sustraídos) por el gas, durante cada proceso.

- a) -1,1 b) +1,1 c) -1,3 d) +1,3 e) -1,5

III) Hallar el rendimiento de este ciclo, que efectúa el gas.

- a) 6,1 % b) 6,3 % c) 6,5 % d) 6,7 % e) 6,9 %

IV) Hallar el rendimiento de un ciclo de Carnot que opere entre las temperaturas extremas de este ciclo.

- a) 35,1 % b) 35,3 % c) 35,5 % d) 35,7 % e) 35,9 %

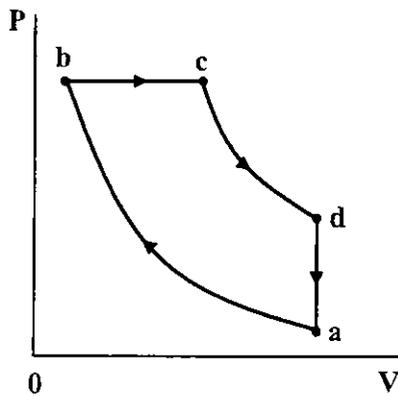


Fig.41

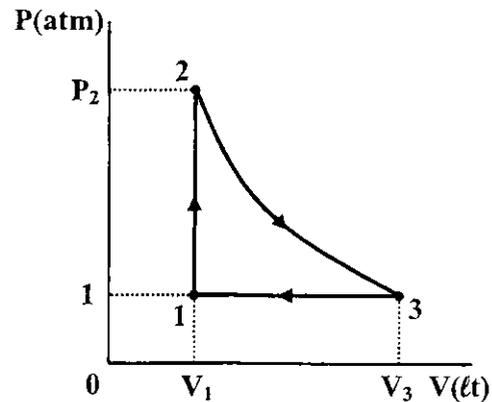


Fig.42

195. En la Fig.43, demostrar que el rendimiento del ciclo de Otto en una máquina térmica alternativa, viene dado por: $\eta = 1 - \alpha^{1-\chi}$, donde $\alpha = V_1/V_2$ es la relación de compresión y χ el exponente adiabático de compresión y expansión.

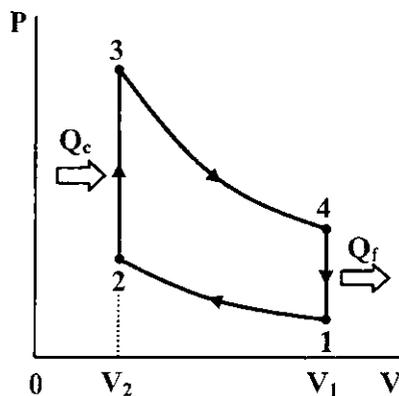


Fig.43

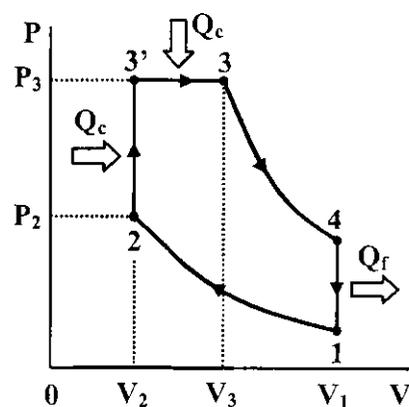


Fig.44

196. En la Fig.44, demostrar que el rendimiento del ciclo de Trinkler-Sabathé en una máquina

na térmica alternativa, viene dado por: $\eta=1-(\lambda\beta^\chi-1)/\alpha^{\chi-1}[(\lambda-1)+\chi\lambda(\beta-1)]$, donde $\beta=V_3/V_2$ es la relación de expansión isobárica, $\alpha=V_1/V_2$ la relación de compresión, $\lambda=P_3/P_2$ la relación de aumento de la presión, y χ el exponente adiabático.

197. En la Fig.45, demostrar que el rendimiento del ciclo de una turbina de gas a presión constante, viene dado por: $\eta=1-\alpha^{(1-\chi)/\chi}$, donde $\alpha=P_2/P_1$ es la relación de aumento de la presión durante la compresión, y χ el exponente adiabático.

198. En la Fig.46, demostrar que el rendimiento del ciclo de una turbina de gas a presión constante, viene dado por: $\eta=1-\chi(\lambda^{1/\chi}-1)/(\lambda-1)\alpha^{(\chi-1)/\chi}$, donde $\alpha=P_2/P_1$ es la relación de aumento de la presión durante la compresión, $\lambda=P_3/P_2$ la relación de aumento complementario de la presión, y χ el exponente adiabático.

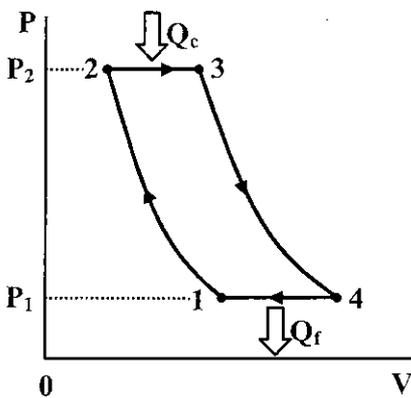


Fig.45

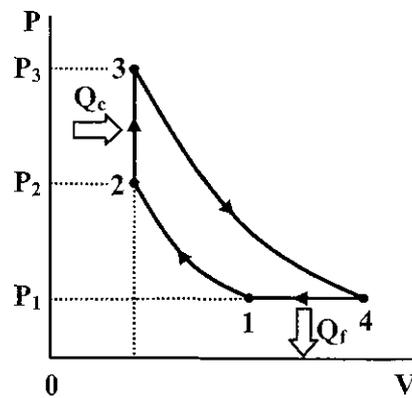


Fig.46

199. En la Fig.47, demostrar que el rendimiento del ciclo de Stirling en una máquina térmica, viene dado por: $\eta=1-[\ln(\lambda^{\chi-1}+(\alpha-1))/[\ln(\lambda^{\chi-1}+\chi(\alpha-1))]$, donde $\lambda=P_2/P_1$ es la relación de aumento de presión adiabático, $\alpha=P_3/P_2$ es la relación de aumento de presión isocórico, y χ el exponente adiabático.

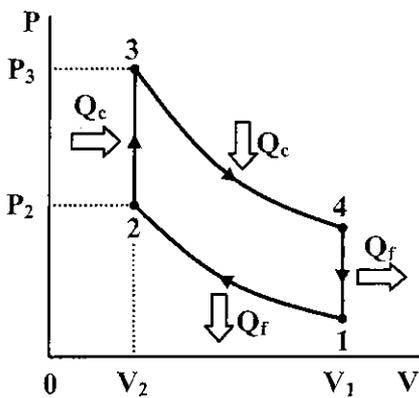


Fig.47

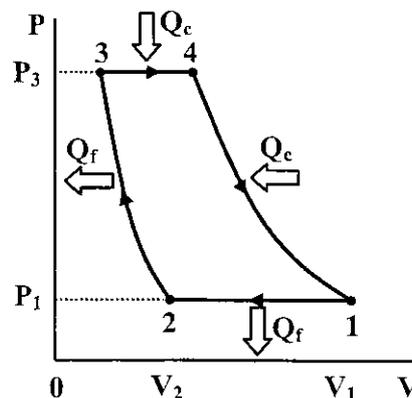


Fig.48

200. En la Fig.48, demostrar que el rendimiento del ciclo de Ericsson en una máquina térmica, viene dado por: $\eta=1-[\chi(\alpha-1) + \ln\beta^{\chi\alpha(\chi-1)}]/[\chi(1-\alpha) - \ln\beta^{\chi-1}]$, donde $\alpha=V_1/V_2$ es la rela

ción de compresión isobárica, $\beta=V_1/V_4$ es la relación de compresión isotérmica, y χ el exponente adiabático.

201.I) Demostrar que el coeficiente de eficiencia de un refrigerador, viene dado por la expresión: $\eta_R=T_f/(T_c-T_f)$, donde " T_f " y " T_c " son las temperaturas del foco frío y caliente.

II) Demostrar que la relación entre la eficiencia térmica " η_T " y el coeficiente de eficiencia de un refrigerador " η_R ", viene dado por: $\eta_T=1/(1+\eta_R)$.

III) Demostrar que el coeficiente de eficiencia de una bomba de calor, viene dado por la expresión: $\eta_B=T_c/(T_c-T_f)$, donde " T_f " y " T_c " son las temperaturas del foco frío y caliente.

IV) Demostrar que la relación entre los coeficientes de eficiencia de una bomba de calor " η_B " y de un refrigerador " η_R ", viene dado por: $\eta_B-\eta_R=1$.

202.Las temperaturas al interior y exterior de un refrigerador que consume 370 W son de $T_f=0^\circ\text{C}$ y $T_c=20^\circ\text{C}$, respectivamente.

I) Hallar la máxima cantidad de calor que puede eliminar el refrigerador en 1 minuto.

- a) 300 kJ b) 303 kJ c) 306 kJ d) 309 kJ e) 312 kJ

II) Si el coeficiente de eficiencia del refrigerador es el 70 % del correspondiente a una bomba de calor ideal, ¿Qué cantidad de calor podrá eliminar en 1 minuto?

- a) 210 kJ b) 212 kJ c) 214 kJ d) 216 kJ e) 218 kJ

203.En la Fig.49, demostrar que el rendimiento del ciclo de Carnot en una máquina térmica, viene dado por: $\eta=1-T_f/T_c$, donde " T_f " y " T_c " son las temperaturas del foco frío y caliente, respectivamente.

204.I) En la Fig.50, demostrar que el rendimiento del ciclo de Brayton en una máquina térmica, viene dado por: $\eta=1-(T_4-T_1)/(T_3-T_2)$, donde T_1, T_2, T_3 y T_4 son las temperaturas en cada uno de los cuatro estados. II) Demostrar que el rendimiento del ciclo de Brayton, viene dado por: $\eta=1-\alpha^{(1-\chi)/\chi}$, donde $\alpha=P_2/P_1$ es la razón entre las presiones máxima y mínima del ciclo, y χ el exponente adiabático.

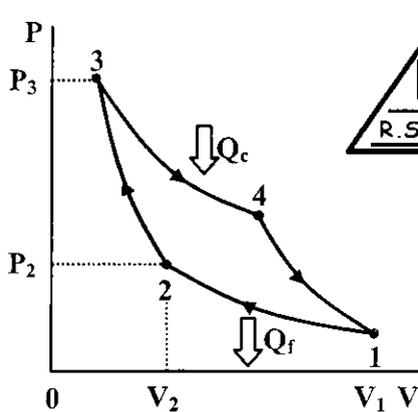


Fig.49

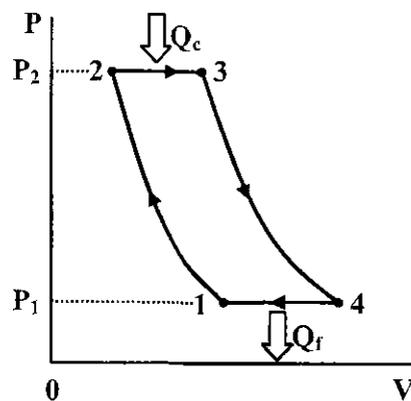


Fig.50

205. En la Fig.51, un mol de gas ideal monoatómico efectúa el ciclo mostrado. Las temperaturas de los estados A y B son $T_A=300\text{ K}$ y $T_B=750\text{ K}$, respectivamente. Hallar el rendimiento termodinámico del proceso cíclico ABCDA.

- a) 45 % b) 50 % c) 55 % d) 60 % e) 65 %

206. En la Fig.52, dos moles de un gas ideal diatómico efectúa el ciclo ABCA mostrado en el diagrama PV. En A la presión es de $P_A=5\text{ atm}$, la temperatura de $T_A=600\text{ K}$. El volumen en B es el doble que en A. El segmento AB es una expansión adiabática y el segmento CA una compresión isotérmica. ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ Pa}$)

I) Hallar el volumen del gas en A.

- a) 19,1 lt b) 19,3 lt c) 19,5 lt d) 19,7 lt e) 19,9 lt

II) Hallar la expresión $m=(T_A+T_B)/T_C$, donde T_A , T_B y T_C son las temperaturas del gas en los estados A, B y C, respectivamente.

- a) 2,0 b) 2,5 c) 3,0 d) 3,5 e) 4,0

III) Hallar la expresión $k=W_{AB}/(W_{BC}+W_{CA})$ donde W_{AB} , W_{BC} y W_{CA} son los trabajos en cada uno de los procesos.

- a) 12,0 b) 12,5 c) 13,0 d) 13,5 e) 14,0

IV) Hallar la expresión $t=(Q_{BC}+Q_{AB})/Q_{CA}$ donde Q_{BC} , Q_{AB} y Q_{CA} son las cantidades de calor en cada uno de los procesos.

- a) -1,14 b) -1,24 c) -1,34 d) -1,44 e) -1,54

V) Hallar el rendimiento del ciclo que efectúa el gas.

- a) 30,7 % b) 31,7 % c) 32,7 % d) 33,7 % e) 34,7 %

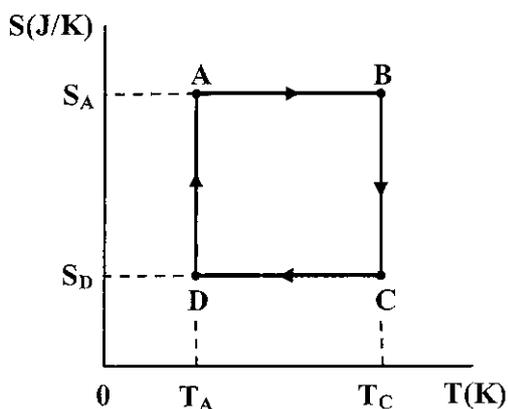


Fig.51

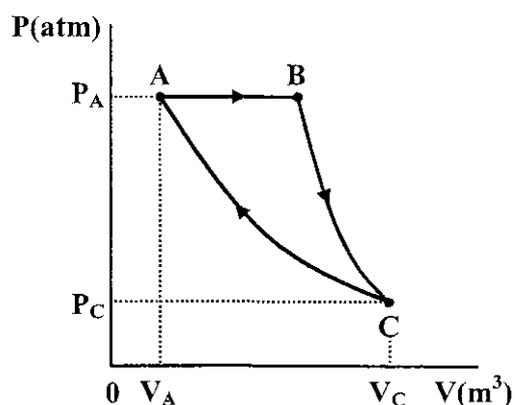


Fig.52

207. En la Fig.53, dos moles de un gas ideal diatómico efectúan el ciclo ABCDA que se muestra en el diagrama PV. El segmento AB es una expansión isotérmica, el segmento

BC una expansión adiabática. En A la presión es de $P_A=5$ atm y la temperatura de $T_A=600$ K. El volumen en B es $V_B=2V_A$. La presión en D es $P_D=1$ atm. ($R=8,314$ J/mol·K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa)

I) Hallar la presión en el estado B.

- a) 251,3 K b) 252,3 K c) 253,3 K d) 254,3 K e) 255,3 K

II) Hallar la temperatura en el estado C.

- a) 460,7 K b) 461,7 K c) 462,7 K d) 463,7 K e) 464,7 K

III) Hallar el trabajo efectuado por el gas en un ciclo.

- a) +6,39 kJ b) -6,39 kJ c) +6,69 kJ d) -6,69 kJ e) +6,99 kJ

IV) Hallar el rendimiento termodinámico del ciclo.

- a) 21,8 % b) 22,8 % c) 23,8 % d) 24,8 % e) 25,8 %

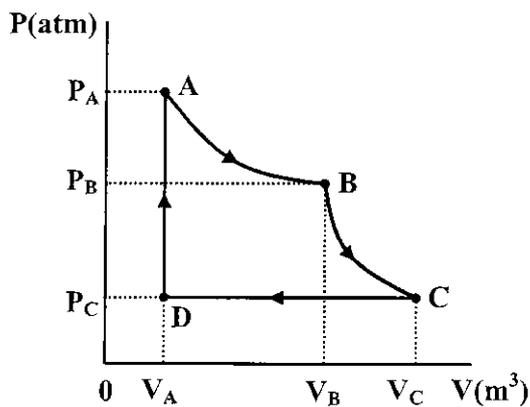


Fig.53

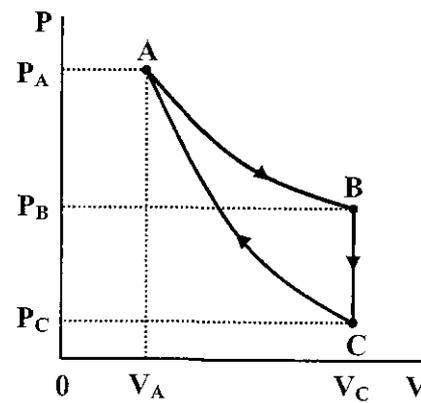


Fig.54

208. En la Fig.54, 0,75 moles de un gas ideal monoatómico en C.N. experimenta una expansión isotérmica, aumentando su volumen a $V_B=2,5V_A$. A continuación, se extrae calor a volumen constante, disminuyendo su presión. Luego el gas se comprime adiabáticamente retornando a su estado original. ($R=8,314$ J/mol·K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $k=10^3$)

I) Hallar la temperatura del gas en el estado C.

- a) 145,21 K b) 146,21 K c) 147,21 K d) 148,21 K e) 149,21 K

I) Hallar la razón de las presiones $P_B/P_C=?$, en los estados B y C.

- a) 1,13 b) 1,23 c) 1,33 d) 1,43 e) 1,53

III) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el ciclo.

- a) -0,39 kJ b) +0,39 kJ c) -0,59 kJ d) +0,59 kJ e) -0,79 kJ

IV) Hallar el calor extraído en el ciclo.

- a) -1,07 kJ b) -1,17 kJ c) -1,27 kJ d) -1,37 kJ e) -1,47 kJ

V) Hallar el rendimiento en el ciclo, efectuado por el gas.

- a) 21 % b) 22 % c) 23 % d) 24 % e) 25 %

209. En la Fig.55, un gas diatómico efectúa en una máquina térmica, el ciclo mostrado esta formado por los procesos A→B isotérmico, B→C isocórico, y C→A adiabático.

I) Hallar el número de moles del gas.

- a) 0,41 moles b) 0,44 moles c) 0,47 moles d) 0,50 moles e) 0,53 moles

II) Hallar la temperatura del gas en el estado C.

- a) 391,85 K b) 392,85 K c) 393,85 K d) 394,85 K e) 395,85 K

III) Hallar el calor suministrado al gas en el proceso isocórico B→C.

- a) 0,817 kJ b) 0,837 kJ c) 0,857 kJ d) 0,877 kJ e) 0,897 kJ

IV) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el proceso isotérmico A→B.

- a) -0,509 kJ b) +0,509 kJ c) -0,709 kJ d) +0,709 kJ e) -0,909 kJ

V) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el proceso adiabático C→A.

- a) 0,817 kJ b) 0,837 kJ c) 0,857 kJ d) 0,877 kJ e) 0,897 kJ

VI) Hallar la eficiencia de la máquina térmica.

- a) 12,9 % b) 13,2 % c) 13,5 % d) 13,8 % e) 14,1 %

VII) Hallar la máxima eficiencia posible para una máquina que opere entre T_A y T_C .

- a) 24,0 % b) 24,2 % c) 24,4 % d) 24,6 % e) 24,8 %

210. En la Fig.56, 0,5 moles de un gas ideal diatómico efectúa el ciclo de Carnot que tiene las siguientes condiciones: $V_A=7,5$ lt, $V_B=15,0$ lt, $T_c=470$ °C y $T_f=260$ °C. ($R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar la razón de las presiones $P_A/P_B=?$, en los estados A y B.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

II) Hallar la razón de volúmenes $V_C/V_D=?$ en los estados C y D.

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

III) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el proceso isotérmico A→B.

- a) 2,14 kJ b) 2,24 kJ c) 2,34 kJ d) 2,44 kJ e) 2,54 kJ

IV) Hallar la pérdida de calor en el proceso isotérmico C→D.

- a) -1,135 kJ b) -1,235 kJ c) -1,335 kJ d) -1,435 kJ e) -1,535 kJ

V) Hallar el trabajo neto efectuado por el gas en todo el ciclo.

- a) 600 J b) 605 J c) 610 J d) 615 J e) 620 J

VI) Hallar la eficiencia que desarrolla el gas en el ciclo.

- a) 25,3 % b) 26,3 % c) 27,3 % d) 28,3 % e) 29,3 %

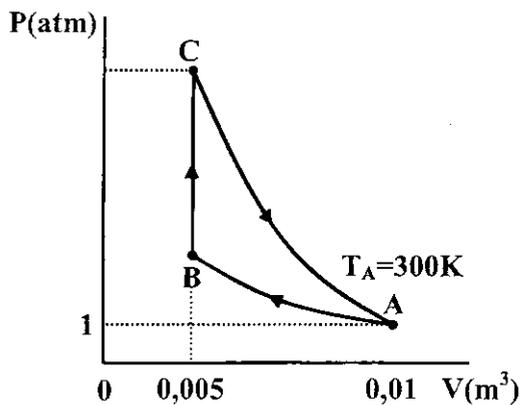


Fig.55

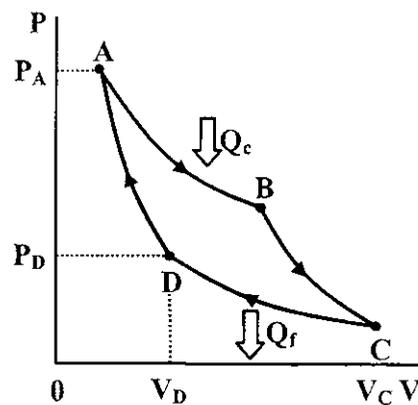


Fig.56

211. Un mol de un gas ideal monoatómico efectúa en una máquina térmica un ciclo de Carnot. Durante la expansión isotérmica el volumen inicial se duplica, en tanto, en la expansión adiabática el volumen aumenta en 5,7 veces. La salida del trabajo de la máquina es de 920 J en cada ciclo. Hallar las temperaturas del foco frío y caliente de los depósitos.

- a) 71 K, 231 K b) 73 K, 233 K c) 75 K, 235 K d) 77 K, 237 K e) 79 K, 239 K

212. Una máquina térmica utiliza una fuente de calor a la temperatura de $T_c = 580^\circ\text{C}$ y tiene una eficiencia de Carnot de 32 %. Para aumentar la eficiencia al 38 %, ¿Cuál debe ser la temperatura de la fuente de calor?

- a) $660,5^\circ\text{C}$ b) $662,5^\circ\text{C}$ c) $664,5^\circ\text{C}$ d) $666,5^\circ\text{C}$ e) $668,5^\circ\text{C}$

213. Un alpinista de masa $m = 65\text{ kg}$ necesita consumir $E = 4,0 \cdot 10^3\text{ kcal}$ de energía por día. Estime la altura máxima a la que el alpinista puede ascender en un día. Suponga al alpinista que es una máquina térmica aislada, que opera entre la temperatura interna de $T_c = 37^\circ\text{C}$ y la temperatura ambiental del aire de $T_f = 20^\circ\text{C}$. ($1\text{ cal} = 4,816\text{ J}$)

- a) 1411 m/día b) 1421 m/día c) 1431 m/día d) 1441 m/día e) 1451 m/día

214. Un automóvil realiza trabajo contra la fuerza de fricción a una tasa de $7,0\text{ kJ/s}$ cuando se desplaza a una rapidez de $v = 20\text{ m/s}$ a lo largo de un camino horizontal. El automóvil puede viajar $d = 17\text{ km}$ con un $V = 1\text{ lt}$ de gasolina a esta rapidez. ¿Cuál es el valor mínimo de

la temperatura del foco caliente " T_c " si la del foco frío es $T_f=25\text{ }^\circ\text{C}$? La energía que proporciona 1 ℓ de gasolina es de $3,2 \cdot 10^7$ J.

- a) $91\text{ }^\circ\text{C}$ b) $93\text{ }^\circ\text{C}$ c) $95\text{ }^\circ\text{C}$ d) $97\text{ }^\circ\text{C}$ e) $99\text{ }^\circ\text{C}$

215. Demostrar que en la atmósfera isotérmica la fuerza sustentadora del aeróstato con enervadura elástica no depende de la altura de elevación del mismo para cualquier ley de variación de la presión con la altura.

216. Sobre la superficie superior de un líquido contenido en un cilindro largo esta un émbolo móvil aislante del calor. En la base del cilindro cuyas paredes laterales son aislantes se suministra calor con una rapidez constante. Trazar la gráfica de la altura de elevación del émbolo en función del tiempo transcurrido.

217. En un refrigerador a través de las paredes en $t=1$ h ingresa la cantidad de calor $Q=7,6$ kJ. La temperatura en el interior del refrigerador es $T_f=+5\text{ }^\circ\text{C}$ y la temperatura de la habitación es $T_c=+20\text{ }^\circ\text{C}$. ¿Qué potencia mínima debe consumir el refrigerador a partir de la red?

- a) 35 W b) 36 W c) 37 W d) 38 W e) 39 W

218. Un recipiente termoaislado está bombeado hasta un profundo vacío. El gas monoatómico que rodea el recipiente esta a la temperatura $T_o=27\text{ }^\circ\text{C}$. En cierto instante se abre el grifo y el recipiente se llena con el gas. Hallar la temperatura " T_1 " del gas en el recipiente.

- a) $225\text{ }^\circ\text{C}$ b) $226\text{ }^\circ\text{C}$ c) $227\text{ }^\circ\text{C}$ d) $228\text{ }^\circ\text{C}$ e) $229\text{ }^\circ\text{C}$

219. En la Fig.57, el recipiente horizontal termoaislado contiene un gas ideal monoatómico, encerrado por el émbolo móvil E, que inicialmente se sujeta, tal que, el resorte de constante elástica " k " no esta deformado. Al liberarse el émbolo, el volumen del gas aumenta al doble.

I) ¿En qué porcentaje aumenta (A) o disminuye (D) la temperatura del gas?

- a) A; 12,3 % b) D; 12,3 % c) A; 14,3 % d) D; 14,3 % e) A; 16,3 %

II) ¿En qué porcentaje aumenta (A) o disminuye (D) la presión del gas?

- a) A; 55,1 % b) D; 55,1 % c) A; 57,1 % d) D; 57,1 % e) A; 59,1 %

220. En la Fig.58, el dispositivo cilindro-émbolo de diámetro $D=30,5$ cm, conectado al resorte de constante elástica $k=6500$ N/m, se llena inicialmente con una masa $m=90,6$ g de una mezcla de líquido y vapor de refrigerante "134a" a la temperatura de $T_1=-34\text{ }^\circ\text{C}$, y cuya calidad es 80 %. El refrigerante experimenta un proceso aumentando su volumen en 40%

I) Hallar la temperatura final que alcanza el refrigerante "134a".

- a) $21,5\text{ }^\circ\text{C}$ b) $23,5\text{ }^\circ\text{C}$ c) $25,5\text{ }^\circ\text{C}$ d) $27,5\text{ }^\circ\text{C}$ e) $29,5\text{ }^\circ\text{C}$

II) Hallar la entalpía final (en kJ/kg) del refrigerante "134a".

a) 270,89

b) 272,89

c) 274,89

d) 276,89

e) 278,89

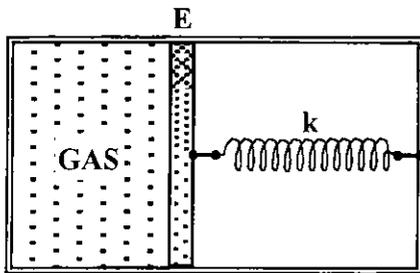


Fig.57

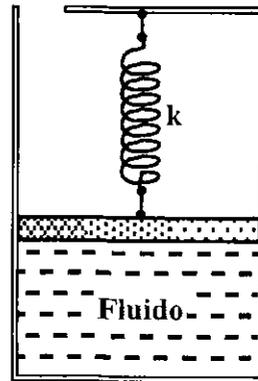


Fig.58

221. Cuando se quema un hidrocarburo combustible, casi todo su carbono se quema y forma CO_2 (dióxido de carbono) el principal gas causante del efecto invernadero, y por consiguiente del cambio climático global. En promedio, se produce 0,59 kg de CO_2 por cada kWh de electricidad generado en una central eléctrica donde se quema gas natural. Un refrigerador típico de un hogar usa unos 700 kWh de electricidad por año. Hallar la cantidad de CO_2 producido (en kg/año) para que funcionen los refrigeradores en una ciudad con 300 000 hogares.

a) $1,03 \cdot 10^8$

b) $1,13 \cdot 10^8$

c) $1,23 \cdot 10^8$

d) $1,33 \cdot 10^8$

e) $1,43 \cdot 10^8$

222. En la Fig.59, los diámetros del émbolo son: $D_1=10$ cm y $D_2=4$ cm. Cuando la presión en la cámara 2 es de $P_2=2000$ kPa y la presión en la cámara 3 es de $P_3=700$ kPa. ¿Cuál es la presión en la cámara 1 (en kPa)?

a) 908 kPa

b) 918 kPa

c) 928 kPa

d) 938 kPa

e) 9,48 kPa

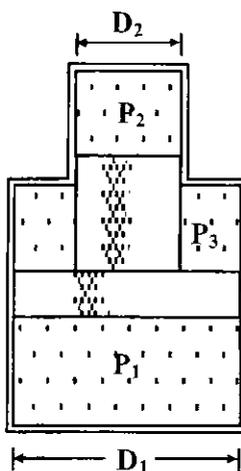


Fig.59

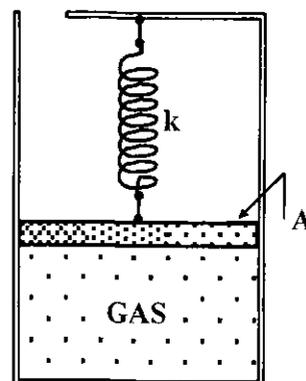


Fig.60

223. En la Fig.60, el gas está contenido en el dispositivo vertical de cilindro-émbolo entre los

que no hay fricción. El émbolo tiene una masa de 3,2 kg y un área de sección transversal de 35 cm^2 . Un resorte comprimido sobre el émbolo ejerce una fuerza de 150 N. Si la presión atmosférica es de 95 kPa, hallar la presión dentro del cilindro. ($g=9,8\text{m/s}^2$)

- a) 145,8 kPa b) 146,8 kPa c) 147,8 kPa d) 148,8 kPa e) 149,8 kPa

224. Se utiliza un refrigerador para enfriar agua de $23 \text{ }^\circ\text{C}$ a $5 \text{ }^\circ\text{C}$ de modo continuo. El calor rechazado en el condensador es de 570 kJ/min , y la potencia es de 2,65.

I) Hallar la tasa a la que se enfría el agua en ℓ/min . El calor específico del agua es $4,18 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ y su densidad es de $1 \text{ kg}/\ell$.

- a) 5,16 ℓ/min b) 5,16 ℓ/min c) 5,16 ℓ/min d) 5,16 ℓ/min e) 5,16 ℓ/min

II) Hallar el coeficiente de eficiencia del refrigerador " η_R ".

- a) 2,18 b) 2,28 c) 2,38 d) 2,48 e) 2,58

225. Se utiliza una bomba de calor para mantener una casa a la temperatura constante de $23 \text{ }^\circ\text{C}$. La casa pierde calor hacia el aire exterior a través de las paredes y las ventanas a razón de $6\cdot 10^4 \text{ kJ/h}$, mientras que la energía generada dentro de la casa por las personas, las luces y los aparatos domésticos necesarios es de $4\cdot 10^3 \text{ kJ/h}$. Para un coeficiente de eficiencia de 2,5, hallar la potencia necesaria para la operación de la bomba de calor.

- a) 6,12 kW b) 6,22 kW c) 6,32 kW d) 6,42 kW e) 6,52 kW

226. Cuando José regresa a su casa que esta a la temperatura de $35 \text{ }^\circ\text{C}$, enciende el acondicionador de aire, enfriándose su casa a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ en 30 minutos. El coeficiente de refrigeración es $\eta_R=2,8$, la masa de aire en la casa es de 800 kg, el calor específico del aire es $c_v=0,72 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ y $c_p=1,0 \text{ kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$. Hallar la potencia que toma el acondicionador de aire.

- a) 1,51 kW b) 1,61 kW c) 1,71 kW d) 1,81 kW e) 1,91 kW

227. Un refrigerador doméstico de coeficiente de eficiencia $\eta_R=1,2$ extrae calor del espacio refrigerado a una tasa de 60 kJ/min .

I) Hallar la potencia eléctrica que consume el refrigerador.

- a) 0,79 kW b) 0,83 kW c) 0,87 kW d) 0,91 kW e) 0,95 kW

II) Hallar la rapidez de transferencia del calor al aire de la cocina.

- a) 105 kJ/min b) 110 kJ/min c) 115 kJ/min d) 120 kJ/min e) 125 kJ/min

228. El coeficiente de eficiencia de un frigorífico es $\eta_R=0,8$. ¿Qué cantidad de agente enfriador (líquido freón-12) deberá evaporarse para que una masa de $m=150 \text{ g}$ de agua a la temperatura inicial de $T_o=289 \text{ K}$ se convierta en hielo? (calor fusión del hielo $L_F=3,32\cdot 10^5 \text{ J/kg}$, calor de vaporización del freón $L_v=1,68\cdot 10^6 \text{ J/kg}$, calor específico $c_e=4187 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$)

- a) 41,5 g b) 42,5 g c) 43,5 g d) 44,5 g e) 45,5 g

229. En la Fig.61, dos moles de un gas ideal monoatómico efectúa el ciclo mostrado. El proceso $b \rightarrow c$ es una expansión adiabática reversible con $P_b = 10,4 \text{ atm}$, $V_b = 1,22 \text{ m}^3$, y $V_c = 9,13 \text{ m}^3$. ($1 \text{ atm} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el calor suministrado al gas en el ciclo.

- a) 1,81 MJ b) 1,83 MJ c) 1,85 MJ d) 1,87 MJ e) 1,89 MJ

II) Hallar el calor sustraído del gas en el ciclo.

- a) -0,69 MJ b) -0,72 MJ c) -0,75 MJ d) -0,78 MJ e) -0,81 MJ

III) Hallar el trabajo neto efectuado por el gas en el ciclo.

- a) 1,10 MJ b) 1,13 MJ c) 1,16 MJ d) 1,19 MJ e) 1,22 MJ

IV) Hallar la eficiencia desarrollada por el gas en el ciclo.

- a) 61,1 % b) 62,1 % c) 63,1 % d) 64,1 % e) 65,1 %

230. En la Fig.62, la cámara de explosión se llena de una mezcla de oxígeno e hidrógeno a la temperatura $T_1 = 300 \text{ K}$ y presión $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$. Las presiones parciales del oxígeno y del hidrógeno en la cámara son iguales. Después de cerrar herméticamente dicha cámara se produce la explosión. Hallar la presión en la cámara luego que los productos de la reacción se enfrían hasta la temperatura de $T_2 = 373 \text{ K}$. ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1,79 atm b) 1,82 atm c) 1,85 atm d) 1,88 atm e) 1,91 atm

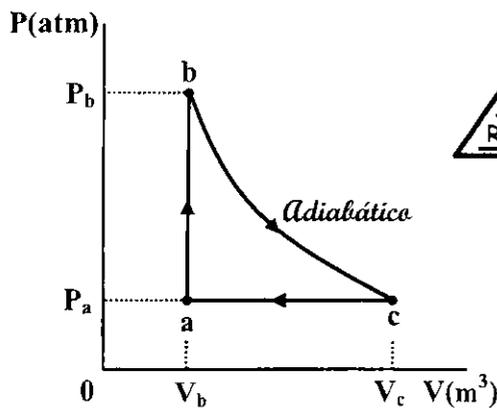


Fig.61



Fig.62

231. Un mol de un gas ideal diatómico pasa del estado inicial a la temperatura de $T_1 = 300 \text{ K}$, a un estado final a la temperatura de $T_2 = 100 \text{ K}$ y volumen $V_2 = 2V_1$. Hallar la cantidad de calor extraída "Q" al gas. Se sabe que de todas las vías posibles de transición del gas desde el estado inicial al final, su presión no excede al de la inicial, y el trabajo que efectúa el gas es el máximo. ($R = 8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1652 J b) 1662 J c) 1672 J d) 1682 J e) 1692 J

232. Un refrigerador para enfriar alimentos produce $25 \cdot 10^3$ kJ/h de efecto de enfriamiento, con un coeficiente de eficiencia de $\eta_R=1,6$. ¿Con cuántos kilovatios de potencia opera este refrigerador?

- a) 4,14 kW b) 4,24 kW c) 4,34 kW d) 4,44 kW e) 4,54 kW

233. Un refrigerador que tiene una entrada de potencia de $P=450$ W y un coeficiente de eficiencia $\eta_R=2,5$ debe enfriar cuatro sandías de $m=10$ kg cada una desde la temperatura de $T_1=20$ °C hasta $T_2=8$ °C. El calor específico de l sandía es $c_e=4,2$ kJ/kg·°C. Hallar el tiempo que tarda el proceso de enfriamiento.

- a) 36,7 min b) 37,0 min c) 37,3 min s d) 37,6 min e) 37,9 min

234. Un motor de automóvil consume combustible a razón de $\dot{V}=22$ lt/h y entrega a las ruedas una potencia de $P=55$ kW. El poder calorífico del combustible de densidad $\rho=0,8$ g/cm³ es de $P_c=44 \cdot 10^3$ kJ/kg. Hallar la eficiencia de este motor.

- a) 25,0 % b) 25,3 % c) 25,6 % d) 25,9 % e) 26,2 %

235. Una planta eléctrica de carbón produce una potencia neta de 300 MW con una eficiencia térmica total de 32 %. La relación gravimétrica aire-combustible en el horno es de 12 kg aire/kg de combustible. El poder calorífico del carbón es de $P_c=28 \cdot 10^3$ kJ/kg.

I) Hallar la cantidad de carbón que se consume en 24 horas.

- a) $2,59 \cdot 10^6$ kg b) $2,69 \cdot 10^6$ kg c) $2,79 \cdot 10^6$ kg d) $2,89 \cdot 10^6$ kg e) $2,99 \cdot 10^6$ kg

II) Hallar la tasa de aire que fluye a través del horno.

- a) 402 kg/s b) 412 kg/s c) 422 kg/s d) 432 kg/s e) 442 kg/s

236. Cierta masa "m" de gas de hidrógeno ocupa un volumen " V_1 " a la presión de $P_1=1,5 \cdot 10^5$ Pa y a la temperatura de $T_1=250$ K. Hallar el volumen inicial " V_1 ", si a la temperatura de $T_2=5000$ K, las moléculas de hidrógeno se disocian completamente en átomos, alcanzando un volumen de $V_2=10$ m³ y una presión de $P_2=9 \cdot 10^5$ Pa.

- a) 1,1 m³ b) 1,3 m³ c) 1,5 m³ d) 1,7 m³ e) 1,9 m³

237. Un recipiente de capacidad $2V=200$ cm³, está dividido en dos partes iguales por un tabi que semipermeable fijo. En la primera mitad se ha introducido una mezcla de $m_H=2$ mg de hidrógeno y $m_{He}=4$ mg de helio, en la otra mitad se ha hecho el vacío. A través del tabi que sólo puede difundirse el helio. Durante el proceso la temperatura se mantiene en $T=27$ °C. Hallar la razón de presiones P_1/P_2 que se establecen en ambas partes. ($R=8,314$ J/mol·K)

- a) 1,0 b) 1,5 c) 2,0 d) 2,5 e) 3,0

238. En un recipiente de capacidad $V=60$ dm³, hay una mezcla de hidrógeno y oxígeno cuya

masa total de $m=60$ g que esta a la temperatura de $T=27$ °C crea una presión de $P=3,28 \cdot 10^5$ Pa. ¿Qué cantidad de agua formará esta mezcla si se da al hidrógeno la posibilidad de combinarse con el oxígeno? ($R=8,314$ J/mol·K)

- a) 51 g b) 53 g c) 55 g d) 57 g e) 59 g

239. A una turbina adiabática ingresa gas de argón a la presión de $P_1=1600$ kPa y temperatura de $T_1=450$ °C, con una rapidez constante de $v_1=55$ m/s, y sale a la presión de $P_2=150$ kPa con una rapidez de $v_2=150$ m/s. El área de entrada de la turbina es $A=60$ cm². Si la potencia producida por la turbina es $P=90$ kW. (masa molar del argón $M=39,952$ g/mol)

I) Hallar el volumen específico (en m³/kg) en la entrada de la turbina.

- a) 0,054 b) 0,064 c) 0,074 d) 0,084 e) 0,094

II) Hallar el flujo de masa (en kg/s) que pasa a través de la turbina.

- a) 3,509 b) 3,529 c) 3,549 d) 3,569 e) 3,589

III) Hallar la temperatura del argón en la salida de la turbina.

- a) 321 °C b) 323 °C c) 325 °C d) 327 °C e) 329 °C

240. En la cámara de combustión de un motor reactor de volumen $V=0,1$ m³, temperatura $T=2 \cdot 10^3$ K y presión $P=2 \cdot 10^6$ Pa, la rapidez de combustión del carburante es $\dot{m}=30$ kg/s y la masa molar media de los productos de la combustión es $M=21$ g/mol. ¿Cuánto tiempo permanecerá una porción de carburante en la cámara de combustión?

- a) 8,01 ms b) 8,21 ms c) 8,41 ms d) 8,61 ms e) 8,81 ms

241. Una masa $m=1$ kg de un gas ideal que está a la presión de $P_1=10^5$ Pa y temperatura de $T_1=288$ K, se somete a una compresión reversible politrópica de exponente $n=1,2$ alcanzando una temperatura de $T_2=500$ K, realizándose un trabajo sobre el gas de $W=304,22$ kJ, y extrayéndose hacia el exterior un calor de $Q=152,11$ kJ. (1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K, 1 lt= 10^{-3} m³)

I) Hallar la variación que experimenta la energía interna del gas.

- a) 150,11 kJ b) 152,11 kJ c) 154,11 kJ d) 156,11 kJ e) 158,11 kJ

II) Hallar la masa molecular del gas.

- a) 28,17 g/mol b) 28,37 g/mol c) 28,57 g/mol d) 28,77 g/mol e) 28,97 g/mol

III) Hallar el número de moles del gas.

- a) 34,12 b) 34,32 c) 34,52 d) 34,72 e) 34,92

IV) Construir una tabla para la temperatura T (K), presión P (atm) y volumen V (lt) del gas para los estados inicial (1) y final (2).

V) Hallar la capacidad calorífica molar (C_V) a volumen constante (en J/mol·K).

- a) 20,18 b) 20,38 c) 20,58 d) 20,78 e) 20,98

VI) Hallar la capacidad calorífica molar (C_p) a presión constante (en J/mol·K).

- a) 29,09 b) 29,29 c) 29,49 d) 29,69 e) 29,89

242. A una tobera de área de entrada $A_1=800 \text{ cm}^2$, ingresa vapor de agua a la temperatura de $T_1=400 \text{ °C}$ y presión $P_1=800 \text{ kPa}$ con una rapidez de $v_1=10 \text{ m/s}$, y sale a la temperatura de $T_2=300 \text{ °C}$ y presión de $P_2=200 \text{ kPa}$, perdiendo calor a una tasa de $P=25 \text{ kW}$.

I) Hallar la rapidez del vapor de agua en la salida de la tobera.

- a) 600 m/s b) 602 m/s c) 604 m/s d) 606 m/s e) 608 m/s

II) Hallar el flujo volumétrico del vapor de agua en la salida de la tobera.

- a) 2,54 m³/s b) 2,64 m³/s c) 2,74 m³/s d) 2,84 m³/s e) 2,94 m³/s

243. Un recipiente de volumen $V=2 \text{ dm}^3$, se divide en dos partes iguales con un tabique semi permeable fijo. En la primera mitad se introduce una mezcla de $m_{Ar}=20 \text{ g}$ de argón y $m_H=2 \text{ g}$ de hidrógeno, y en la segunda mitad se hace el vacío. A través del tabique sólo puede difundirse el hidrógeno. Durante el proceso se mantiene constante la temperatura $T=20 \text{ °C}$. Hallar la presión en la primera mitad, luego de finalizado el proceso de difusión ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 20 atm b) 21 atm c) 22 atm d) 23 atm e) 24 atm

244. Cierta cantidad de un gas ideal diatómico que está a la presión de $P_1=10 \text{ atm}$, temperatura $T_1=300 \text{ K}$ y volumen $V_1=5 \text{ lt}$, evoluciona isotérmicamente hasta $P_2=5 \text{ atm}$, y finalmente cambia de estado adiabáticamente. El trabajo efectuado en los dos procesos es el mismo. ($1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el número de moles del gas diatómico.

- a) 2,03 b) 2,13 c) 2,23 d) 2,33 e) 2,43

II) Construir una tabla para los valores de presión $P(\text{atm})$, $V(\text{lt})$, temperatura $T(\text{K})$, correspondientes a los tres estados del gas.

III) Hallar la variación que experimenta la energía interna del gas en todo el proceso.

- a) -3,32 kJ b) +3,32 kJ c) -3,52 kJ d) +3,52 kJ e) -3,72 kJ

245. En la Fig.63, el aire que encierra el émbolo pesado liso que se encuentra al interior del cilindro vertical, se extrae y luego se inyecta una mezcla de hidrógeno y helio, situándose el émbolo en la mitad del cilindro. Con el tiempo el émbolo se desplaza hacia abajo, debido a la difusión del helio a través de él, quedando en reposo el émbolo a un 1/3 de la altura del cilindro. Hallar la razón $m_{He}/m_H=?$ de las masas de helio y hidrógeno.

- a) 1,0 b) 1,2 c) 1,4 d) 1,6 e) 1,8

246. En la Fig. 64, las bolitas de masas $m_1=0,13$ g, $m_2=0,34$ g, y volúmenes $V_1=0,1$ cm³, $V_2=0,2$ cm³, unidas mediante la cuerda, están en equilibrio sumergidas en una solución de sal cuya densidad varía con la altura, según: $\rho=\rho_0+Ah$, con $\rho_0=1$ g/cm³, y $A=0,02$ g/cm⁴. Hallar la presión a la profundidad en la que se encuentra el punto medio de la cuerda. ($h_1=20$ cm, 1 atm= $1,013\cdot 10^5$ Pa, $g=9,8$ m/s²)

- a) 1,02 atm b) 1,04 atm c) 1,06 atm d) 1,08 atm e) 1,10 atm

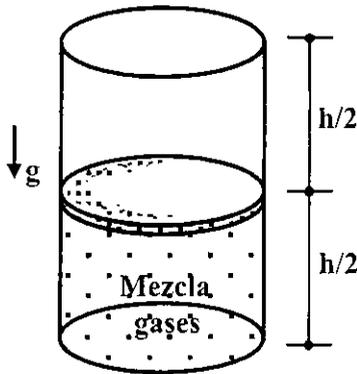


Fig. 63

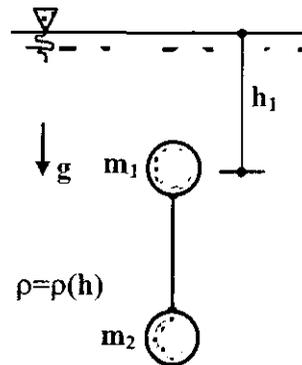


Fig. 64

247. A una tobera adiabática ingresa vapor a la presión de $P_1=3$ MPa y temperatura de $T_1=400$ °C, con una rapidez de $v_1=40$ m/s, y sale a la presión de $P_2=2,5$ MPa y rapidez de $v_2=300$ m/s.

I) Hallar la temperatura en la salida de la tobera.

- a) 370,6 °C b) 372,6 °C c) 374,6 °C d) 376,6 °C e) 378,6 °C

II) Hallar la razón del área de entrada a la de salida $A_1/A_2=?$.

- a) 6,16 b) 6,26 c) 6,36 d) 6,46 e) 6,56

248. Un compresor adiabático de aire procesa $\dot{V}=10$ lt/s a la presión de $P_1=120$ kPa y temperatura de $T_1=20$ °C, hasta la presión de $P_2=1000$ kPa y temperatura de $T_2=300$ °C.

I) Hallar el trabajo (kJ/kg) que requiere el compresor.

- a) 281 kJ/kg b) 282 kJ/kg c) 283 kJ/kg d) 284 kJ/kg e) 285 kJ/kg

II) Hallar la potencia (en kW) necesaria para impulsarlo.

- a) 4,008 kW b) 4,028 kW c) 4,048 kW d) 4,068 kW e) 4,088 kW

249. A una turbina adiabática ingresa gas de argón a $P_1=1600$ kPa y $T_1=450$ °C, con una rapidez constante de $v_1=55$ m/s, y sale a $P_2=150$ kPa con una rapidez de $v_2=150$ m/s. El área de la entrada de la turbina es $A_1=60$ cm². Si la potencia producida por la turbina es $P=90$ kW, hallar la temperatura en la salida de la turbina.

- a) 321 °C b) 323 °C c) 325 °C d) 327 °C e) 329 °C

250. Una cierta cantidad de gas ideal diatómico, que ocupa un volumen de $V_1=300 \text{ lt}$, y esta a la presión de $P_1=2 \text{ atm}$, se comprime hasta un volumen de $V_2=100 \text{ lt}$, mediante tres procesos que se efectúan por separado: (1) adiabático, (2) isotérmico, y (3) politrópico de exponente $n=2$. Las condiciones del problema, son las mismas para los tres procesos.

I) Hallar la relación para los valores de los trabajos en dichos procesos.

- a) $W_1 < W_2 < W_3$ b) $W_3 < W_1 < W_2$ c) $W_3 < W_2 < W_1$ d) $W_2 < W_1 < W_3$ e) $W_2 < W_3 < W_1$

II) Hallar el valor de la expresión $k = (W_3 - W_2) / (W_3 - W_1)$, donde W_1 , W_2 y W_3 son los valores de los trabajos, en cada uno de los tres procesos.

- a) 2,14 b) 2,24 c) 2,34 d) 2,44 e) 2,54

251. En la Fig.65, el flujo de agua caliente a $T_1=80 \text{ }^\circ\text{C}$ ingresa a la cámara mezcladora a una razón de $\dot{m}=0,5 \text{ kg/s}$, y se mezcla con el flujo de agua fría a $T_2=20 \text{ }^\circ\text{C}$. Se desea que la mezcla salga de la cámara a $T_3=42 \text{ }^\circ\text{C}$. Asumir que todos los flujos están a la presión de $P=250 \text{ kPa}$. Hallar el flujo másico de agua fría.

- a) 0,855 kg/s b) 0,865 kg/s c) 0,875 kg/s d) 0,885 kg/s e) 0,895 kg/s

252. En la Fig.66, el pontón de masa $m=2000 \text{ kg}$, área de sección $A=4 \text{ m}^2$ y altura $h=1 \text{ m}$ está totalmente sumergida, mediante la ancla pesada que descansa en el fondo. ¿Qué cantidad de calor se desprende al emerger el pontón, luego de desengancharse el cable que lo sostiene? ($g=10 \text{ m/s}^2$, $\rho=1 \text{ g/cm}^3$)

- a) 4,0 kJ b) 4,5 kJ c) 5,0 kJ d) 5,5 kJ e) 6,0 kJ

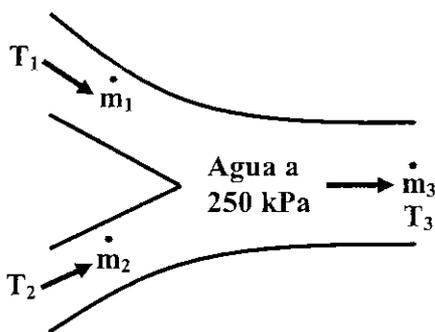


Fig.65

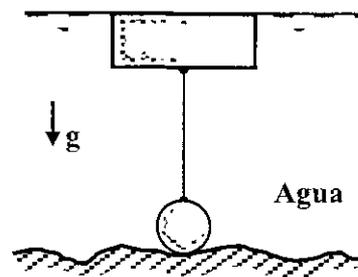


Fig.66

253. En un tubo cilíndrico vertical cerrado por abajo con un filtro poroso se encuentra una columna de mercurio de altura $h=0,1 \text{ m}$, densidad $\rho=13,6 \text{ g/cm}^3$ y tensión superficial $\sigma=0,465 \text{ N/m}$. ¿Qué radio tienen los canales del filtro si el mercurio empieza a filtrarse a través de él, cuando sobre su superficie se ejerce una presión adicional de $P_0=80 \text{ kPa}$?

- a) 9,57 μm b) 9,67 μm c) 9,77 μm d) 9,87 μm e) 9,97 μm

254. Un balón de volumen $V=50 \text{ dm}^3$, se llena de aire a la temperatura de $T_1=27 \text{ }^\circ\text{C}$ hasta la presión de $P_1=100 \text{ atm}$. ¿Qué volumen de agua se puede desalojar de la cisterna de un

submarino que esta a la profundidad de $h=40$ m, con el aire de este balón? La temperatura de todo el aire después de expandirse es $T_2=3$ °C. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $g=9,8 \text{ m/s}^2$, $\rho=1,03 \text{ g/cm}^3$)

- a) 914 lt b) 918 lt c) 922 lt d) 926 lt e) 930 lt

255. La cámara de aire de la llanta de un auto tiene un volumen de $V_2=280$ lt, presión normal de $P_2=2,9$ atm. Al inicio se produce una fuga de aire, descendiendo la presión a $P_1=2,42$ atm. Para recuperar la presión, se inyecta isobáricamente un volumen "V" de aire a la cámara desde un depósito externo a la presión constante de $P=4,84$ atm y temperatura de $T=27$ °C. Asumiendo que en la cámara se mantiene $V_1=V_2=$ cte., y que no hay pérdidas de calor. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$)

I) Hallar la temperatura T_2 del aire en la cámara, cuando se restablece la presión normal.

- a) 311 K b) 313 K c) 315 K d) 317 K e) 319 K

II) Hallar el número de moles " Δn " que se inyecta a la cámara.

- a) 3,09 moles b) 3,29 moles c) 3,49 moles d) 3,69 moles e) 3,89 moles

III) Hallar el volumen "V" de aire que se inyecta a la cámara.

- a) 15,8 lt b) 16,8 lt c) 17,8 lt d) 18,8 lt e) 19,8 lt

IV) Hallar el trabajo efectuado en el proceso de inyección del aire a la cámara.

- a) -9,1 kJ b) -9,3 kJ c) -9,5 kJ d) -9,7 kJ e) -9,9 kJ

256. En la Fig.67, el dispositivo cilindro-émbolo vertical aislado contiene una masa de $m_A=4$ kg de agua, y $m_V=6$ kg de vapor de agua. La masa del émbolo es tal que mantiene la presión constante de $P=200$ kPa al interior del cilindro. Si se deja entrar vapor de agua a la presión de $P_1=0,5$ MPa y temperatura de $T_1=350$ °C, hasta que se evapore el líquido en el cilindro.

I) Hallar la temperatura final en el cilindro.

- a) 120,2 °C b) 122,2 °C c) 124,2 °C d) 126,2 °C e) 128,2 °C

II) Hallar la masa de vapor de agua que ingreso.

- a) 19,07 kg b) 19,27 kg c) 19,47 kg d) 19,67 kg e) 19,87 kg

257. En la Fig.68, al tubo aislado ingresa vapor de agua a la presión de $P_1=200$ kPa y temperatura de $T_1=200$ °C, y sale a la presión de $P_2=150$ kPa y temperatura de $T_2=150$ °C. La relación de los diámetros de entrada (D_1) y salida (D_2) es $D_1/D_2=1,8$.

I) Hallar la rapidez en la entrada del vapor de agua.

- a) 115,8 m/s b) 116,8 m/s c) 117,8 m/s d) 118,8 m/s e) 119,8 m/s

II) Hallar la rapidez en la salida del vapor de agua.

- a) 455 m/s b) 456 m/s c) 457 m/s d) 458 m/s e) 459 m/s

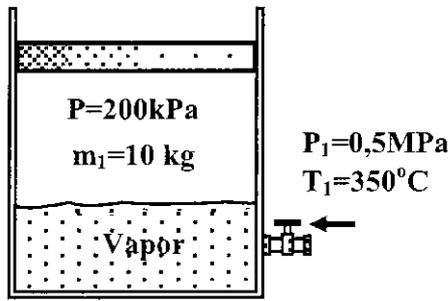


Fig.67

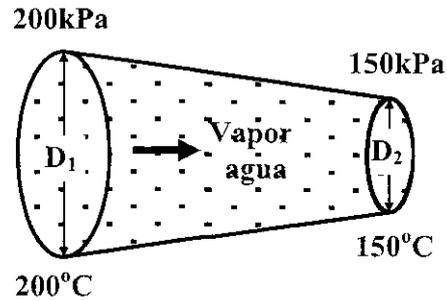


Fig.68

258. Un gas ideal diatómico de volumen inicial $V_1=10 \text{ lt}$, presión $P_1=9,5 \text{ atm}$, y temperatura $T_1=579,19 \text{ K}$, se expande politrópicamente con un exponente "n", alcanzando un volumen de $V_2=18,387 \text{ lt}$ y temperatura $T_2=315 \text{ K}$. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$)

I) Hallar el trabajo efectuado por el gas en el proceso politrópico.

- a) 4,309 kJ b) 4,329 kJ c) 4,349 kJ d) 4,369 kJ e) 4,389 kJ

II) Hallar la cantidad de calor suministrada (o sustraída) en el proceso.

- a) -6,819 kJ b) -6,839 kJ c) -6,859 kJ d) -6,879 kJ e) -6,899 kJ

III) Hallar el cambio que experimenta la energía interna del gas.

- a) -10,902 kJ b) -10,922 kJ c) -10,942 kJ d) -10,962 kJ e) -10,982 kJ

259. Un cilindro contiene un volumen de $V=1 \text{ m}^3$ de vapor de agua saturado, encerrado por un émbolo de peso despreciable. Despreciando la capacidad calorífica del cilindro y la pérdida de calor, hallar la masa de agua a la temperatura $T_0=0 \text{ °C}$ que debe introducirse para que todo el vapor de agua se condense. ($L_v=2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $c_e=4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$)

- a) 3,12 kg b) 3,22 kg c) 3,32 kg d) 3,42 kg e) 3,52 kg

260. En un cilindro, que contiene una masa de $m_1=1 \text{ kg}$ de agua a la temperatura de $T_1=0 \text{ °C}$, encerrado por un émbolo móvil de peso despreciable, se introduce un trozo de hierro de masa $m_2=1 \text{ kg}$, a la temperatura de $T_2=1100 \text{ °C}$. El calor específico del agua $c_1=4200 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, del hierro $c_2=500 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, calor latente agua $L_v=2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$. Despreciando la capacidad calorífica del cilindro y la pérdida de calor, hallar la altura que se eleva el émbolo. ($R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- a) 61 cm b) 63 cm c) 65 cm d) 67 cm e) 69 cm

261. En la Fig.69, cuando un sistema se lleva del estado "i" al estado "f" a lo largo de la trayectoria $i \rightarrow a \rightarrow f$, se encuentra que $Q=50 \text{ J}$ y $W=20 \text{ J}$. A lo largo de la trayectoria $i \rightarrow b \rightarrow f$,

$$Q=36 \text{ J.}$$

I) Hallar el trabajo "W" a lo largo de la trayectoria $i \rightarrow b \rightarrow f$.

- a) -4 J b) +4 J c) -6 J d) +6 J e) -8 J

II) Hallar el valor de la cantidad de calor "Q" en la trayectoria $f \rightarrow b \rightarrow i$, si $W=-13 \text{ J}$.

- a) 41 J b) 42 J c) 43 J d) 44 J e) 45 J

III) Hallar la energía interna U_f el estado "f", si se sabe que, $U_i=10 \text{ J}$.

- a) 30 J b) 35 J c) 40 J d) 45 J e) 50 J

IV) Hallar la cantidad de calor "Q" para el proceso $b \rightarrow f$.

- a) 15 J b) 16 J c) 17 J d) 18 J e) 19 J

V) Hallar la cantidad de calor "Q" para el proceso $i \rightarrow b$.

- a) 15 J b) 16 J c) 17 J d) 18 J e) 19 J

262. En la Fig.70, un gas ideal dentro de una cámara experimenta los procesos mostrados en el diagrama PV. Hallar el calor neto suministrado al sistema durante un ciclo completo.

- a) 31,35 kJ b) 32,35 kJ c) 33,35 kJ d) 34,35 kJ e) 35,35 kJ

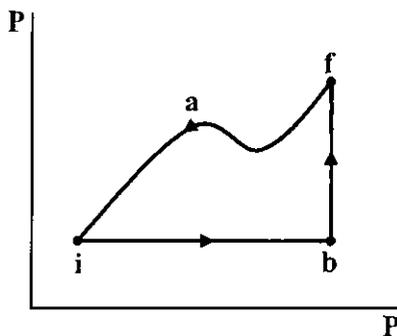


Fig.69

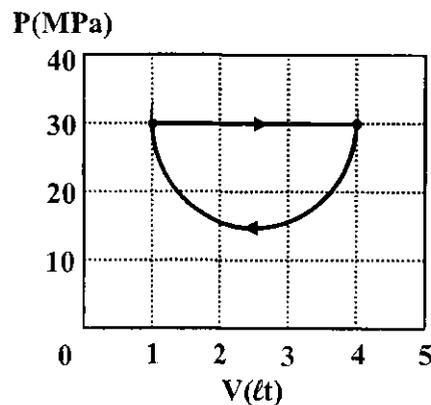


Fig.70

263. La temperatura de $n=3,15$ moles de un gas ideal poliatómico se eleva en $\Delta T=52 \text{ K}$ mediante cada uno de los procesos dinámicos diferentes: (1) A volumen constante, (2) A presión constante, (3) Una compresión adiabática. Hacer una tabla que muestre, para cada procedimiento, el calor añadido, el trabajo efectuado sobre el gas, el cambio de la energía interna del gas, y el cambio de la energía cinética total de traslación de las moléculas del gas.

264. En la Fig.71, un mol de un gas ideal monoatómico realiza el ciclo mostrado. El proceso $A \rightarrow B$ es a volumen constante, el proceso $B \rightarrow C$ es adiabático, y el proceso $C \rightarrow A$ es a presión constante. ($T_A=300 \text{ K}$, $T_B=600 \text{ K}$, $T_C=455 \text{ K}$, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R=8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$)

- I) Elaborar una tabla con el calor (Q), el cambio en la energía interna (ΔU), y el trabajo efectuado por el gas en cada uno de los procesos.
- II) Si la presión inicial en el punto A es de $P_A=1,0$ atm, hallar la presión y el volumen en los puntos B y C, y elaborar una tabla de P, V y T para los tres estados A, B y C.
- III) Hallar el calor (Q), el trabajo (W) y el cambio en la energía interna (ΔU) en todo el ciclo.
- IV) Hallar el rendimiento efectuado por el gas ideal en todo el ciclo.

265. En la Fig.72, en el cilindro a ambos lados del tabique fijo se encuentran émbolos móviles. El volumen izquierdo contiene 0,5 mol de nitrógeno y 0,5 mol de hidrógeno, y el volumen derecho 1 mol de vapor de agua. La temperatura del sistema es de $T=100$ °C. El tabique es permeable al hidrógeno e impermeable a los demás gases. Hallar el volumen izquierdo "V". ($R=8,314$ J/mol·K, $P_0=10^5$ Pa)

- a) 20,07 lt b) 20,27 lt c) 20,47 lt d) 20,67 lt e) 20,87 lt

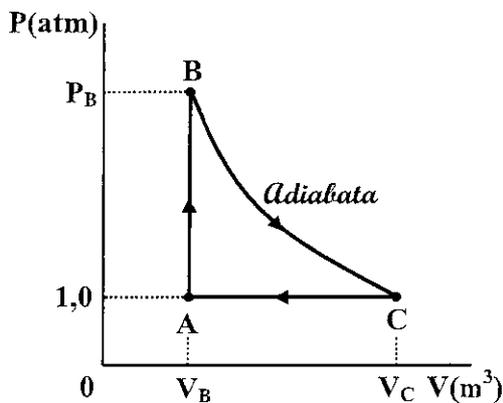


Fig.71

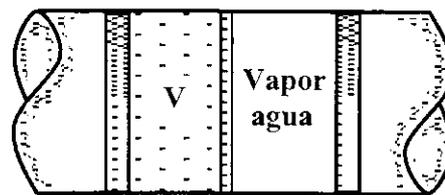


Fig.72

266. El etileno es un gas utilizado en la creación de atmósferas para el control de la maduración de frutas. En un recipiente de $V=50$ lt se encuentran $n=100$ moles de etileno. Para el etileno $P_c=5,03$ MPa, $T_c=282$ K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K, $T=27$ °C.

- I) Hallar la presión creada por el etileno, utilizando la ecuación de los gases ideales.

a) 4,908 MPa b) 4,928 MPa c) 4,948 MPa d) 4,968 MPa e) 4,988 MPa

III) Hallar la presión creada por el etileno, a partir de la ecuación de van der Waals.

- a) 3,803 MPa b) 3,823 MPa c) 3,843 MPa d) 3,863 MPa e) 3,883 MPa

III) Hallar la presión creada por el etileno, a partir de la ecuación de Redlich-Kwong.

- a) 3,713 MPa b) 3,733 MPa c) 3,753 MPa d) 3,773 MPa e) 3,793 MPa

267. Un tabique de volumen despreciable divide un tanque de capacidad calorífica despreciable, en dos partes diferentes A y B. Inicialmente en la parte A hay $n_A=2$ moles de un gas monoatómico a la presión de $P_A=2$ atm y temperatura de $T_A=300$, en tanto, en la parte B hay $n_B=5$ moles de un gas diatómico a la presión de $P_B=6$ atm y temperatura de $T_B=325$

K. Cuando se retira el tabique los gases se mezclan adiabáticamente y homogéneamente, sin reacción química, alcanzándose el equilibrio térmico. ($1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $1 \text{ lt} = 10^{-3} \text{ m}^3$)

I) Hallar el volumen del tanque.

- a) 46,55 lt b) 46,65 lt c) 46,75 lt d) 46,85 lt e) 46,95 lt

II) Hallar la capacidad calorífica molar (en $\text{J/mol} \cdot \text{K}$) a volumen constante de la mezcla.

- a) 18,11 b) 18,21 c) 18,31 d) 18,41 e) 18,51

III) Hallar la capacidad calorífica molar (en $\text{J/mol} \cdot \text{K}$) a presión constante de la mezcla.

- a) 26,52 b) 26,62 c) 26,72 d) 26,82 e) 26,92

IV) Hallar el exponente adiabático de la mezcla de gases.

- a) 1,35 b) 1,45 c) 1,55 d) 1,65 e) 1,75

V) Hallar la temperatura de equilibrio de la mezcla de gases.

- a) 320,16 K b) 320,36 K c) 320,56 K d) 320,76 K e) 320,96 K

VI) Hallar la presión de equilibrio de la mezcla de gases.

- a) 3,53 atm b) 3,63 atm c) 3,73 atm d) 3,83 atm e) 3,93 atm

268. En la Fig.73, el cilindro contiene una masa de $m = 18 \text{ g}$ de agua a la temperatura de $T_0 = 0^\circ \text{C}$, encerrado por el émbolo de área de sección $A = 100 \text{ cm}^2$, sobre el cual, se encuentra un bloque de masa $M = 100 \text{ kg}$. El cilindro se calienta hasta la temperatura de $T = 200^\circ \text{C}$. Hallar la altura que se eleva el émbolo. ($R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $P_s = 16 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a $T = 200^\circ \text{C}$, $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$)

- a) 196,05 cm b) 196,25 cm c) 196,45 cm d) 196,65 cm e) 196,85 cm

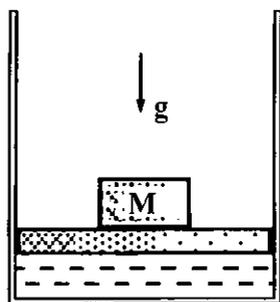


Fig.73

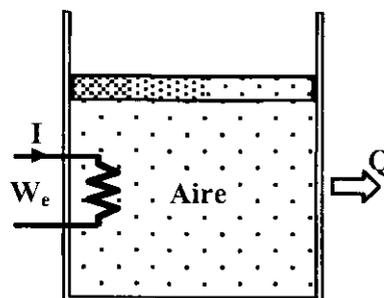


Fig.74

269. En la Fig.74, aire de masa $m = 15 \text{ kg}$, contenido en el cilindro-émbolo se calienta de $T_0 = 25^\circ \text{C}$ a $T = 77^\circ \text{C}$, mediante corriente eléctrica. Durante el proceso, la presión al interior

del cilindro se mantiene constante en $P=300$ kPa, en el que, se experimenta una pérdida de calor de $Q=60$ kJ. Hallar los kWh de energía eléctrica suministrada.

- a) 0,215 kWh b) 0,225 kWh c) 0,235 kWh d) 0,245 kWh e) 0,255 kWh

270. En un cilindro bajo un émbolo de área $A=100$ cm² y peso despreciable, hay vapor de agua a la temperatura de $T_0=100$ °C y presión de $P_0=10^5$ Pa. A presión atmosférica constante el émbolo se baja con una rapidez de $v=0,3$ cm/s. ¿Con qué rapidez se debe extraer el calor del cilindro, para que la temperatura del vapor se mantenga constante? ($R=8,314$ J/mol·K, $L_v=2,26 \cdot 10^6$ J/kg)

- a) 39,0 W b) 39,3 W c) 39,6 W d) 39,9 W e) 40,2 W

271. 0,5 moles de un gas ideal monoatómico efectúa un ciclo reversible, constituido de los siguientes procesos: (1) se comprime isobaricamente de $P_1=1$ atm, $V_1=10$ lt a $V_2=5$ lt, (2) se comprime adiabáticamente hasta $V_3=1$ lt, (3) se expande isotérmicamente hasta $V_4=10$ lt, y (4) se enfría isocóricamente hasta la temperatura inicial T_1 . (1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K, 1 lt= 10^{-3} m³)

- I) Elaborar una tabla con $P(\text{atm})$, $V(\text{lt})$ y $T(\text{K})$ para los cuatro estados.
 II) Hacer una representación gráfica del diagrama de Clapeyron PV.
 III) Elaborar una tabla con $Q(\text{kJ})$, $W(\text{kJ})$ y $\Delta U(\text{kJ})$ para los cuatro procesos.
 IV) Hallar el trabajo neto efectuado en el ciclo.

- a) 1,341 kJ b) 1,441 kJ c) 1,541 kJ d) 1,641 kJ e) 1,741 kJ

V) Hallar el rendimiento térmico de este ciclo.

- a) 41,26 % b) 42,26 % c) 43,26 % d) 44,26 % e) 45,26 %

272. En cierto lugar de la Sierra, en el que el viento sopla constantemente con una rapidez de $v=7$ m/s, se tiene un aerogenerador con hojas de diámetro $D=80$ m. La densidad del aire es de $\rho=1,25$ kg/m³.

I) Hallar la energía mecánica del aire por unidad de masa.

- a) 21,5 J/kg b) 22,5 J/kg c) 23,5 J/kg d) 24,5 J/kg e) 25,5 J/kg

II) Hallar la capacidad de generación de potencia del aerogenerador.

- a) 1058 kW b) 1068 kW c) 1078 kW d) 1088 kW e) 1098 kW

III) Hallar la generación efectiva de potencia, asumiendo que la eficiencia total es del 30 %.

- a) 313 kW b) 323 kW c) 333 kW d) 343 kW e) 353 kW

273. Un mol de un gas ideal monoatómico experimenta dos transformaciones politrópicas reversibles de clase $\tau=\infty$ y $\tau=3$ desde el mismo estado inicial, haciendo el mismo trabajo. En la primera transformación la presión se reduce a la mitad y la temperatura inicial es de $T_0=500$ K, para ambas transformaciones. ($R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar la temperatura final en la politrópica $\tau=3$.

- a) 380,47 K b) 382,47 K c) 384,47 K d) 386,47 K e) 388,47 K

II) Hallar el valor de la cantidad de calor en la politrópica de clase $\tau=\infty$.

- a) 2,801 kJ b) 2,821 kJ c) 2,841 kJ d) 2,861 kJ e) 2,881 kJ

III) Hallar el valor de la cantidad de calor en la politrópica de clase $\tau=3$.

- a) 1,401 kJ b) 1,421 kJ c) 1,441 kJ d) 1,461 kJ e) 1,481 kJ

IV) Hallar la capacidad calorífica molar (en J/mol·K) del gas para la politrópica $\tau=3$.

- a) 12,47 b) -12,47 c) 20,78 d) -20,78 e) 29,10

274. Una masa "m" de gas de eteno C_2H_4 , considerado ideal, que esta a la presión de $P_1=0,7$ MPa, temperatura $T_1=533$ K, $V_1=500$ lt, efectúa un ciclo reversible: (1) se expande adiabáticamente hasta $P_2=0,1$ MPa, (2) se comprime politrópicamente con exponente de $n=1,35$ hasta una presión de $P_3=0,7$ MPa, (3) se transforma isobaricamente $P_4=P_1$, cerrando el ciclo. ($R=8,314$ J/mol·K, $1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ Pa, $1 \text{ lt}=10^{-3} \text{ m}^3$, $M=10^6$)

I) Hallar la masa "m" de eteno.

- a) 2,212 kg b) 2,232 kg c) 2,252 kg d) 2,272 kg e) 2,292 kg

II) Elaborar una tabla de P(MPa), V(lt) y T(K) para los tres estados.

III) Trazar la gráfica del diagrama de Clapeyron PV.

IV) Elaborar una tabla de Q(kJ), W(kJ) y ΔU (kJ) para los procesos.

V) Hallar el trabajo neto efectuado en el ciclo.

- a) -63,47 kJ b) +63,47 kJ c) -65,47 kJ d) +65,47 kJ e) -67,47 kJ

VI) Hallar el coeficiente de refrigeración en el ciclo.

- a) 13,33 % b) 14,33 % c) 15,33 % d) 16,33 % e) 17,33 %

275. Un sistema cilindro-pistón de un auto contiene un volumen de $V_1=0,3$ lt de aire a la presión de $P_1=90$ kPa, y temperatura de $T_1=20$ °C. El aire se comprime según un proceso politrópico cuasiestático con exponente politrópico $n=1,3$, hasta un volumen final "V" siete veces menor. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5$ Pa, $R=8,314$ J/mol·K, $k=10^3$, $M=10^6$)

I) Hallar la presión final del sistema cilindro-pistón.

- a) 1,109 MPa b) 1,129 MPa c) 1,149 MPa d) 1,169 MPa e) 1,189 MPa

II) Hallar la temperatura final del sistema cilindro-pistón.

- a) 521,3 K b) 523,3 K c) 525,3 K d) 527,3 K e) 529,3 K

III) Hallar el trabajo efectuado en el sistema cilindro-pistón.

- a) -71,28 J b) +71,28 J c) -73,28 J d) +73,28 J e) -75,28 J

IV) Hallar el calor intercambiado con el ambiente, cuya temperatura es de 20 °C.

- a) -15,76 J b) +15,76 J c) -17,76 J d) +17,76 J e) -19,76 J

V) Hallar la entropía generada en el proceso descrito.

- a) -42,8 kJ/K b) -43,8 kJ/K c) -44,8 kJ/K d) -45,8 kJ/K e) -46,8 kJ/K

276. Un globo que contiene un volumen de $V_1=40 \text{ m}^3$ de gas de helio a la temperatura de $T_1=100 \text{ kPa}$ y presión de $P_1=100 \text{ kPa}$, se conecta a través de una válvula con un depósito muy grande, que abastece helio a la presión de $P_2=125 \text{ kPa}$ y temperatura de $T_2=25 \text{ °C}$. Se abre la válvula y se deja entrar helio al globo, hasta que se llega al equilibrio de presión con el helio en el depósito de suministro. Si el volumen del globo aumenta linealmente con la presión, y no hay transferencia de calor, hallar la temperatura final del globo. ($R=2,0769 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K}$ para el helio)

- a) 305 K b) 310 K c) 315 K d) 320 K e) 325 K

277. Un dispositivo de cilindro-émbolo vertical contiene $0,2 \text{ m}^3$ de aire a 20 °C . La masa del émbolo permite mantener la presión de 300 kPa constante al interior. Se abre una válvula conectada al cilindro y se deja escapar aire hasta que el volumen en el interior disminuye a la mitad. Si existe transferencia de calor para que se mantenga la temperatura del aire que queda en el cilindro constante. ($R=0,287 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K}$ para el aire)

I) Hallar la cantidad de aire que queda en el cilindro.

- a) 0,317 kg b) 0,327 kg c) 0,337 kg d) 0,347 kg e) 0,357 kg

II) Hallar la cantidad de calor transferido.

- a) 0 J b) 1,0 kJ c) 1,5 kJ d) 2,0 kJ e) 2,5 kJ

278. A cierta masa de nitrógeno se le comprime en η veces (en volumen) una vez adiabáticamente y otra isotérmicamente. El estado inicial del gas en ambos casos es la misma. Si la razón de los trabajos es $W_{\text{adiab}}/W_{\text{isoter}}=1,25$, hallar aproximadamente el valor de " η ".

- a) 1,5 veces b) 2,0 veces c) 2,5 veces d) 3,0 veces e) 3,5 veces

279. Tres moles de gas ideal que se encontraban a la temperatura de $T_0=273 \text{ K}$ se expandieron isotérmicamente en $\eta=5$ veces, y luego se calentaron isocóricamente hasta una presión igual a la inicial. En todo el ciclo se le suministró al gas la cantidad de calor de $Q=80 \text{ kJ}$. Hallar el valor de $\chi=C_p/C_v=?$, para este gas. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1,67 b) 1,40 c) 1,33 d) 1,28 e) 1,53

280. Tres recipientes iguales, comunicados entre sí por tubos delgados aislantes del calor, se llenan de helio gaseoso a la temperatura de $T_1=4 \text{ K}$. Luego, el primer recipiente se calien

ta hasta la temperatura de $T_2=20$ K y el segundo hasta la temperatura de $T_3=80$ K. La temperatura del tercer recipiente se mantiene constante. Hallar el cambio porcentual que experimenta la presión del sistema.

- a) 110 % b) 120 % c) 130 % d) 140 % e) 150 %

281. Diez moles de un gas ideal a $T=100$ °C se expanden isotérmicamente efectuando un trabajo de $W=400$ J sobre sus alrededores. Si inicialmente el gas ocupaba un volumen de $V_0=10$ lt. Hallar: ($R=8,314$ J/mol·K)

I) Hallar el volumen final ocupado por el gas.

- a) 10,13 lt b) 10,33 lt c) 10,53 lt d) 10,73 lt e) 10,93 lt

II) Hallar la presión final que alcanza el gas.

- a) 30,02 atm b) 30,22 atm c) 30,42 atm d) 30,62 atm e) 30,82 atm

III) Si se puede utilizar completamente los $W=400$ J para elevar la temperatura de $n=5$ moles de un gas monoatómico ideal a volumen constante, ¿Qué aumento en la temperatura se producirá?

- a) 6,01 °C b) 6,21 °C c) 6,41 °C d) 6,61 °C e) 6,81 °C

282. Un gas diatómico ideal ($\chi=1,4$) de volumen inicial $V_0=1,5$ lt y presión inicial $P_0=10$ atm experimenta una compresión adiabática, siendo su volumen final $V=3$ lt y presión final $P=4$ atm. Hallar el trabajo efectuado por el gas. (1 lt·atm = $101,316$ J)

- a) 720 J b) 730 J c) 740 J d) 750 J e) 760 J

283. La variación del calor específico de una sustancia respecto de la temperatura, viene dado por: $c=A+BT^2$, siendo A y B constantes. Hallar la diferencia entre el calor específico medio en el intervalo de temperaturas $[0^0 ; 24^0]$ C y el calor específico evaluado en 12 °C.

- a) 12 B b) 24 B c) 36 B d) 48 B e) 60 B

284. El calor específico a volumen constante del argón es, $c_V = 0,075$ kcal/kg·K. Hallar la masa del átomo de argón. ($N_A=6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹, 1 cal = $4,186$ J, $R = 8,314$ J/mol·K)

- a) $1,6 \cdot 10^{-23}$ g b) $2,6 \cdot 10^{-23}$ g c) $4,6 \cdot 10^{-23}$ g d) $6,6 \cdot 10^{-23}$ g e) $8,6 \cdot 10^{-23}$ g

285. La masa del átomo de helio es $m=6,66 \cdot 10^{-27}$ kg. Hallar el calor específico del gas de helio a volumen constante. ($R=8,314$ J/mol·K, $N_A=6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹, 1 cal= $4,186$ J)

- a) 0,55 cal/g·K b) 0,60 cal/g·K c) 0,65 cal/g·K d) 0,70 cal/g·K e) 0,75 cal/g·K

286. Una masa de $m=10$ g de oxígeno se calientan a presión atmosférica constante desde $T_0=27$ °C hasta $T=127$ °C. Hallar el porcentaje de calor utilizado para aumentar la energía interna del oxígeno. ($R=8,314$ J/mol·K)

- a) 70,2 % b) 70,6 % c) 71,0 % d) 71,4 % e) 71,8 %

287. Hallar la velocidad con la que se propaga el sonido en el gas de oxígeno ($\chi=1,4$), que es

tá a la temperatura de $T=27^{\circ}\text{C}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 300 m/s b) 310 m/s c) 320 m/s d) 330 m/s e) 340 m/s

288. ¿En cuánto aumenta la velocidad de propagación del sonido en el aire, por cada grado centígrado que aumenta la temperatura del aire? $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M=29\text{ kg/kmol}$, $\chi=1,4$.

- a) 0,2 m/s b) 0,4 m/s c) 0,6 m/s d) 0,8 m/s e) 1,0 m/s

289. Hallar la razón de los trabajos ($W_{\text{adiab}}/W_{\text{iso}}$) realizados para comprimir un volumen de aire a la mitad, si los procesos son adiabático e isotérmico. ($M=29\text{ kg/kmol}$, $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $\chi=1,4$)

- a) 1,15 b) 1,30 c) 1,45 d) 1,60 e) 1,75

290. Una masa de $m=10\text{ g}$ de nitrógeno aumenta su volumen al variar su temperatura desde $T_0=50^{\circ}\text{C}$ hasta $T=10^{\circ}\text{C}$. Hallar el trabajo realizado por el gas, si el proceso es adiabático. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $\chi=1,4$)

- a) 237 J b) 217 J c) 277 J d) 297 J e) 257 J

291. ¿Hasta qué temperatura se enfriará el aire que se encuentra a $T_0=0^{\circ}\text{C}$, si se dilata adiabáticamente desde el volumen " V_0 " hasta el volumen $V=2V_0$?

- a) -60°C b) -62°C c) -64°C d) -66°C e) -68°C

292. Un volumen de $V_1=7,5\text{ lt}$ de oxígeno se comprimieron adiabáticamente hasta que su volumen se redujo a $V_2=1\text{ lt}$, siendo su presión final de $P_2=1,6\cdot 10^6\text{ N/m}^2$. ¿A qué presión estaba el gas antes de la compresión? ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$)

- a) 0,82 atm b) 0,86 atm c) 0,90 atm d) 0,94 atm e) 0,98 atm

293. Una masa de $m=10\text{ g}$ de nitrógeno que está a la temperatura de $T_1=17^{\circ}\text{C}$ se expande isotérmicamente, realizando un trabajo de $W=860\text{ J}$. ¿En cuántas veces disminuyo la presión del nitrógeno al expandirse? ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 2,12 veces b) 2,32 veces c) 2,52 veces d) 2,72 veces e) 2,92 veces

294. ¿Cuántas veces disminuirá la velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas diatómico si el volumen de dicho gas aumenta hasta el doble adiabáticamente?

- a) 1,05 b) 1,15 c) 1,25 d) 1,35 e) 1,45

295. Al interior de los cilindros de un motor de combustión interna el aire se comprime adiabáticamente de modo que su presión varía desde $P_1=1\text{ atm}$ hasta $P_2=35\text{ atm}$. La temperatura inicial del aire es de $T_1=40^{\circ}\text{C}$. Hallar la temperatura al final de la compresión.

- a) 583°C b) 587°C c) 591°C d) 595°C e) 601°C

296. Por el tubo de un calentador de agua de gas metano (CH_4) que consume $V_0=1,8\text{ m}^3$ de gas por hora, sale un chorro de gas de diámetro $D=1\text{ cm}$ a una rapidez de $v=0,5\text{ m/s}$ y a

la presión de $P=1,2$ atm. La temperatura inicial del agua y del gas es $T_0=11$ °C. La capacidad calorífica del metano es $\zeta=55\,000$ J/g y el rendimiento del calentador es del $\eta=60$ %. Hallar la temperatura del agua calentada. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5$ N/m², $1\text{ cal}=4,186$ J)

- a) 82 °C b) 86 °C c) 90 °C d) 94 °C e) 98 °C

297. ¿Cuántas veces aumentará el recorrido libre medio de las moléculas de un gas diatómico si su presión disminuye hasta la mitad, dilatándose su volumen?

I) Durante un proceso isotérmico.

- a) 1 vez b) 2 veces c) 3 veces d) 4 veces e) 5 veces

II) Durante un proceso adiabático.

- a) 1,04 b) 1,24 c) 1,44 d) 1,64 e) 1,84

298. Al interior de un cilindro vertical provisto de émbolo hay un gas detonante que en condiciones normales ocupa un volumen de $V_0=10^{-4}$ m³. Cuando la compresión es rápida el gas se inflama. Hallar la temperatura de inflamación del gas detonante sabiendo que el trabajo de compresión es de $W=46,4$ J. ($P_0 = 1,013\cdot 10^5$ N/m², $\chi=1,40$)

- a) 764⁰ K b) 767⁰ K c) 770⁰ K d) 773⁰ K e) 776⁰ K

299. Un gas se expande adiabáticamente de forma que su presión disminuye desde $P_1=2$ atm hasta $P_2=1$ atm. Después este gas se calienta a volumen constante hasta la temperatura inicial, pasando su presión a $P_3=1,22$ atm. Hallar la razón C_P/C_V para este gas.

- a) 1,30 b) 1,32 c) 1,40 d) 1,41 e) 1,67

300. Durante la compresión adiabática de una molécula-kilogramo de un gas diatómico se realizó un trabajo de $W=146$ kJ. Hallar el aumento de la temperatura del gas, durante la compresión. ($R=8,31$ J/mol·K, $\chi=1,4$)

- a) 1 °C b) 3 °C c) 5 °C d) 7 °C e) 9 °C

301. Una masa de $m=10,5$ g de nitrógeno se expanden en un proceso isotérmico a la temperatura de $T=-23$ °C desde la presión $P_1=2,5$ atm hasta $P_2=1$ atm. Hallar el trabajo realizado por el gas en esta expansión. ($R=8,31$ J/mol·K)

- a) 706 J b) 710 J c) 714 J d) 718 J e) 722 J

302. Al interior de los cilindros de un motor de combustión interna el aire se comprime adiabáticamente de modo que su presión cambia desde $P_1=1$ atm hasta $P_2=35$ atm. La temperatura inicial del aire es de $T_1=40$ °C, Hallar la temperatura al final de la compresión. ($\chi=1,4$)

- a) 587 °C b) 591 °C c) 595 °C d) 599 °C e) 603 °C

303. Un gas se expande adiabáticamente de forma que su volumen se duplica mientras que su temperatura (absoluta) disminuye 1,32 veces. ¿Cuántos grados de libertad tienen las molé

culas de este gas?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

304. Dentro de un cilindro vertical con émbolo hay un gas en condiciones normales (C.N.). La distancia que hay entre el fondo del cilindro y la culata del émbolo es de $d=25$ cm. Si sobre el émbolo se ubica un peso de $W=196,2$ N este desciende $13,4$ cm. Considerando que la compresión es adiabática, hallar para este gas la razón C_P/C_V . El área de la sección de la sección transversal del émbolo es de $A=10$ cm², y su peso es despreciable. ($P_0 = 1,013 \cdot 10^5$ N/m²)

- a) 1,30 b) 1,32 c) 1,40 d) 1,41 e) 1,67

305. Un gas diatómico dilatándose por vía isobárica realizó un trabajo de $W=142,8$ J. Hallar la cantidad de calor suministrada al gas.

- a) 400 J b) 450 J c) 500 J d) 550 J e) 600 J

306. Hallar el recorrido libre medio de las moléculas de hidrógeno de diámetro $D=2,3 \cdot 10^{-10}$ m que se encuentra a la presión de $P=10^{-3}$ mmHg y a la temperatura de $T=50^0$ C. ($R=8,31$ J/mol•K , 1 mmHg = $133,3$ N/m² , $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹)

- a) 12,6 cm b) 13,0 cm c) 13,4 cm d) 13,8 cm e) 14,2 cm

307. Un gas diatómico a la presión $P_1 = 0,5$ atm ocupa el volumen $V_1=0,5$ lt. Este gas se comprime adiabáticamente hasta el volumen V_2 y a la presión P_2 y después, manteniendo constante el volumen V_2 se enfría hasta la temperatura inicial, siendo su presión $P_0=1$ atm. Hallar el volumen V_2 (en litros) y la presión P_2 (en atmósferas) ($\chi=1,40$)

- a) 0,21 ; 1,38 b) 0,29 ; 1,30 c) 0,23 ; 1,36 d) 0,27 ; 1,34 e) 0,25 ; 1,32

308. 1 kmol de nitrógeno que se encontraba en condiciones normales se expande adiabáticamente desde el volumen V_1 hasta el $V_2=5V_1$. Hallar la variación de la energía interna del gas. ($M=10^6$, $R=8,31$ J/mol•K)

- a) 2,63 MJ b) -2,63 MJ c) 2,69 MJ d) -2,69 MJ e) 2,66 MJ

309. A la temperatura de $T_0=0^0$ C el recorrido libre medio de las moléculas de oxígeno es de $\langle \lambda \rangle = 9,5 \cdot 10^{-8}$ m. Hallar el número medio de choques por segundo que experimentan las moléculas del oxígeno, la temperatura permanece constante. ($R=8,31$ J/mol•K, $G=10^9$)

- a) 3,0 G b) 3,5 G c) 4,0 G d) 4,5 G e) 5,0 G

310. En un matraz de volumen $V=100$ cm³ hay $m=0,5$ g de nitrógeno. Hallar el recorrido libre medio de las moléculas de nitrógeno de diámetro $D=3 \cdot 10^{-10}$ m, $N_A=6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹

- a) 13 nm b) 23 nm c) 33 nm d) 43 nm e) 53 nm

311. ¿Qué presión habrá que crear al interior de un recipiente esférico de diámetro $D=10$ cm, para que las moléculas de diámetro $d=3 \cdot 10^{-8}$ cm, no choquen entre sí? La temperatura del recipiente es de $T=0^0$ C. ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹ ; $R=8,31$ J/mol•K ; $m = 10^{-3}$)

- a) 94,2 mPa b) 94,6 mPa c) 95,0 mPa d) 95,4 mPa e) 95,8 mPa
- 312.** Un matraz esférico de capacidad $V=1\text{lt}$ contiene nitrógeno. ¿Qué densidad (en $\mu\text{kg/m}^3$) deberá tener este nitrógeno para que el recorrido libre medio de sus moléculas sea mayor que las dimensiones del recipiente? ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$; $\mu=10^{-6}$)
- a) 0,82 b) 0,86 c) 0,90 d) 0,94 e) 0,98
- 313.** Hallar el coeficiente de difusión (en $\mu\text{m}^2/\text{s}$) del hidrógeno en condiciones normales, si el recorrido libre medio de sus moléculas es de $\langle \lambda \rangle = 1,6\cdot 10^{-7}\text{ m}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $g=9,8\text{ m/s}^2$, $\mu=10^{-6}$)
- a) 85 b) 88 c) 91 d) 94 e) 97
- 314.** Demuestre que el trabajo realizado en un proceso isotérmico de expansión (ó compresión) de un gas, viene dado por: $W=n\cdot R\cdot T \ln(V_2/V_1)$, siendo " V_1 ", " V_2 " los volúmenes inicial y final, respectivamente.
- 315.** Para un proceso adiabático, demuestre la ecuación de Poisson: $T_2/P_2 = (P_2/P_1)^{(\chi-1)/\chi}$.
- 316.** Demuestre que el trabajo realizado en un proceso de expansión (ó compresión) adiabática viene dado por: $W = (P_0V_0 - P\cdot V)/(\chi-1)$, siendo " χ " el exponente adiabático.
- 317.** Hallar el coeficiente de difusión (en $\mu\text{m}^2/\text{s}$) del helio en condiciones normales. El diámetro de las moléculas de helio es $D=2\cdot 10^{-10}\text{ m}$. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$; $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $\mu=10^{-6}$)
- a) 68 b) 72 c) 76 d) 80 e) 84
- 318.** Hallar la cantidad de nitrógeno que pasa por difusión a través de una superficie de área $\Delta S=100\text{ cm}^2$ en 10 s sabiendo que el gradiente de densidad en dirección perpendicular a dicha superficie es $\partial\rho/\partial x=1,26\text{ kg/m}^4$. La temperatura del nitrógeno es de $T=27^\circ\text{C}$ y el recorrido libre medio de sus moléculas es de $\langle \lambda \rangle = 10^{-5}\text{ cm}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$; $m=10^{-3}$)
- a) 1 mg b) 2 mg c) 3 mg d) 4 mg e) 5 mg
- 319.** Hallar el coeficiente de rozamiento interno (en $\mu\text{N}\cdot\text{s/m}^2$) del nitrógeno en condiciones normales, sabiendo que su coeficiente de difusión en estas condiciones es $D=0,142\text{ cm}^2/\text{s}$ ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $P_0=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $\mu=10^{-6}$)
- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18
- 320.** Hallar el diámetro de las moléculas del oxígeno, sabiendo que el coeficiente de rozamiento interno de este gas a $T=0^\circ\text{C}$ es $\eta=18,8\cdot 10^{-6}\text{ N}\cdot\text{s/m}^2$. ($N_A=6,023\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$, $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ \AA} = 10^{-10}\text{ m}$)
- a) 1 \AA b) 2 \AA c) 3 \AA d) 4 \AA e) 5 \AA

- 321.** Una masa de 1,0 kg de vapor de agua a 100°C y 1 atm de presión ocupa un volumen de $0,836\text{ m}^3$. ¿Qué porcentaje representa el trabajo exterior producido al transformarse agua en vapor a 100°C , venciendo la presión atmosférica, con respecto al calor de vaporización del agua. (1 cal = 4,186 J, $L_V=540\text{ cal/g}$, $1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$)
- a) 1,74 % b) 2,74 % c) 3,74 % d) 4,74 % e) 5,74 %
- 322.** ¿Qué porcentaje representa el aumento de la energía interna respecto del calor desprendido, al convertir $n=1\text{ mol}$ de agua a $T=100^{\circ}\text{C}$ y $P=1\text{ atm}$ de presión en vapor de agua? (1 cal = 4,186 J, $1\text{ atm} = 1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$)
- a) 90,4 % b) 92,4 % c) 94,4 % d) 96,4 % e) 98,4 %
- 323.** Demuestre la relación entre las capacidades caloríficas a presión constante " C_p " y volumen constante " C_v ": $C_p - C_v = R$, donde "R" es la constante universal de los gases ideales.
- 324.** Hallar el número medio de choques por segundo que experimentan las moléculas de un gas cuyo recorrido libre medio es $5\cdot 10^{-4}\text{ cm}$ y su velocidad cuadrática media de 500 m/s .
- a) 52 Ms^{-1} b) 62 Ms^{-1} c) 72 Ms^{-1} d) 82 Ms^{-1} e) 92 Ms^{-1}
- 325.** Hallar el recorrido libre medio de las moléculas del helio a la temperatura de $T=0^{\circ}\text{C}$ y a la presión de $P=760\text{ mmHg}$, si en estas condiciones su viscosidad dinámica es de $\eta=1,3\cdot 10^{-4}\text{ g/cm}\cdot\text{s}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ mmHg} = 133,3\text{ N/m}^2$, $\mu = 10^{-6}$)
- a) $0,18\mu\text{m}$ b) $0,28\mu\text{m}$ c) $0,38\mu\text{m}$ d) $0,48\mu\text{m}$ e) $0,58\mu\text{m}$
- 326.** Hallar los coeficientes de difusión (en $\mu\text{m}^2/\text{s}$) y de viscosidad ($\mu\text{kg/m}$) del aire a la presión de $P=760\text{ mmHg}$ y a la temperatura de $T=10^{\circ}\text{C}$. Sabiendo que el diámetro de las moléculas del aire es de $d=3\cdot 10^{-10}\text{ m}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $N_A = 6,023\cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$, $1\text{ mmHg} = 133,3\text{ N/m}^2$, $\mu = 10^{-6}$)
- a) 15 , 19 b) 25 , 29 c) 35 , 39 d) 45 , 49 e) 55 , 59
- 327.** Hallar la razón de los coeficientes de difusión ($D_1 / D_2 = ?$) del anhídrido carbónico (1) y nitrógeno (2), si ambos gases se encuentran a la misma temperatura y presión. Los diámetros de sus moléculas son $d_1 = 4\cdot 10^{-10}\text{ m}$, $d_2 = 3,7\cdot 10^{-10}\text{ m}$.
- a) 0,56 b) 0,60 c) 0,64 d) 0,68 e) 0,72
- 328.** Hallar la razón de los coeficientes de rozamiento interno ($\eta_1/\eta_2=?$) del anhídrido carbónico (1) y nitrógeno (2), si ambos gases se encuentran a la misma temperatura y presión. Los diámetros de sus moléculas son $d_1 = 4\cdot 10^{-10}\text{ m}$, $d_2 = 3,7\cdot 10^{-10}\text{ m}$.
- a) 1,1 b) 1,3 c) 1,5 d) 1,7 e) 1,9
- 329.** Hallar la cantidad de calor que se debe suministrar a $n=10$ moles de un gas ideal, para que al expandirse su presión disminuya de $P_1=1\text{ atm}$ a $P_2=0,1\text{ atm}$; a la temperatura cons

tante de $T=0^{\circ}\text{C}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) 50,2 kJ b) 52,2 kJ c) 54,2 kJ d) 56,2 kJ e) 58,2 kJ

330. ¿Cuántas veces mayor es el coeficiente de rozamiento interno del oxígeno (1) que el del nitrógeno (2). Si ambos gases están a la misma temperatura, y si los diámetros de sus moléculas son iguales a $d_1 = d_2 = 3\cdot 10^{-10}\text{ m}$?

- a) 1,01 veces b) 1,03 veces c) 1,05 veces d) 1,07 veces e) 1,09 veces

331. Un cilindro contiene un gas ideal de volumen $V=5\text{ lt}$ a la presión de $P_1=2\text{ atm}$ y a la temperatura de $T_1=250\text{ K}$. El gas es calentado a volumen constante hasta la presión de $P_2=4\text{ atm}$; y luego a presión constante hasta la temperatura de $T_3=650\text{ K}$. Hallar el calor total suministrado en todo el proceso. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ atm} = 1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $C_V = 21\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 4107,5 J b) 4307,5 J c) 4507,5 J d) 4707,5 J e) 4907,5 J

332. Dos litros de un gas ideal que esta a la presión de 1 atm se expande a temperatura constante triplicándose su volumen. Luego se comprime el gas a su volumen inicial a presión constante, y finalmente retorna a su presión inicial a temperatura constante. Hallar el trabajo total efectuado en el proceso. ($1\text{ atm}=10^5\text{ N/m}^2$, $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ lt}=10^{-3}\text{ m}^3$)

- a) 12,4 J b) 12,8 J c) 13,2 J d) 13,6 J e) 17,0 J

333. Hallar la densidad del aire (en kg/m^3) a $T=15^{\circ}\text{C}$ y presión normal, sabiendo que $c_P=0,237\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$ y $c_V=0,169\text{ cal/g}\cdot^{\circ}\text{C}$. ($P_0=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $1\text{ cal} = 4,186\text{ J}$)

- a) 1,20 b) 1,23 c) 1,26 d) 1,29 e) 1,32

334. A cierto gas ideal se le suministran $Q=500\text{ cal}$, expandiéndose a presión constante. Hallar el trabajo realizado. ($C_P=5\text{ cal/mol}\cdot\text{K}$, $C_V=3\text{ cal/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ cal} = 4,186\text{ J}$)

- a) 831,2 J b) 833,2 J c) 835,2 J d) 837,2 J e) 839,2 J

335. Un volumen de $V_1=1\text{ m}^3$ de aire que se encuentra a la temperatura de $T_1=49^{\circ}\text{C}$ y a la presión de $P_1=2\text{ atm}$ se expande a presión constante hasta un volumen de $V_2=5\text{ m}^3$. Luego se expande adiabáticamente hasta un volumen de $V_3=10\text{ m}^3$ y una presión de $P_2=0,5\text{ atm}$. Hallar la razón de los trabajos " W_2 / W_1 " realizados por el gas en la segunda y primera etapa. ($1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$)

- a) 1,16 b) 1,26 c) 1,36 d) 1,46 e) 1,56

336. Si en un proceso isotérmico, las razones de la presión final a la inicial cambia de 0,1 a 0,2. ¿En qué porcentaje varia el trabajo " W " realizado por el gas ideal?

- a) 20 % b) 25 % c) 30 % d) 35 % e) 40 %

337. En la Fig.75, un gas monoatómico realiza el proceso ABC mostrado. Si en el proceso adiabático AB el trabajo realizado por el gas es de $W=-720\text{ kJ}$, hallar el trabajo realizado por el gas en el proceso isotérmico BC. ($\ln 2 = 0,7$)

- a) 2 210 kJ b) 2 220 kJ c) 2 230 kJ d) 2 240 kJ e) 2 250 kJ

338. En la Fig.76, $n=0,2$ moles de un gas ideal monoatómico describen el ciclo mostrado. Si en el proceso isobárico A-B el trabajo realizado por el gas es de $W=-415,5$ J, hallar el trabajo realizado por el gas en el proceso adiabático C-A. ($T_A = 650$ K, $R=8,31$ J/mol·K)

- a) 370 J b) 372 J c) 374 J d) 376 J e) 378 J

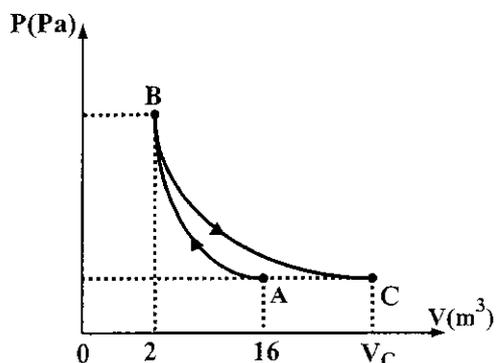


Fig.75

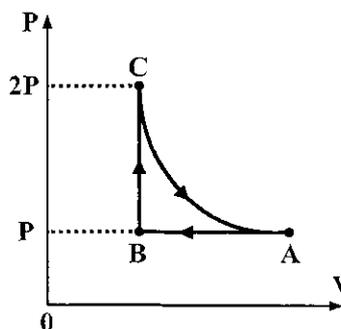


Fig.76

339. La razón de volúmenes para un motor diesel es $V_1/V_2 = 20$. Si el cilindro, al empezar la carrera de compresión contiene aire a la presión de $P_1=1$ atm. Hallar la presión total al quedar completamente comprimido.

- a) 65,7 atm b) 66,0 atm c) 66,3 atm d) 66,6 atm e) 66,9 atm

340. Al comprimirse adiabáticamente dos gases "A" monoatómico y "B" diatómico que están a la misma temperatura y volumen, sus volúmenes se reducen a la tercera parte y a la mitad, respectivamente. Hallar la temperatura final del gas "A", si la temperatura final del gas "B" es de 150° C.

- a) 390° C b) 392° C c) 394° C d) 396° C e) 398° C

341. En la Fig.77, en el diagrama P-V se muestra el proceso de expansión de un gas diatómico, al cual, se le ha suministrado $Q=1000$ cal. Hallar el trabajo "W" de expansión del gas. ($R=8,31$ J/mol·K, 1 cal= $4,186$ J)

- a) 1 182 J b) 1 186 J c) 1 190 J d) 1 194 J e) 1 198 J

342. En la Fig.78, se muestra el diagrama P-V de los procesos isotérmico (A-B), isobárico (B-C) y adiabático (C-A) que experimenta un gas ideal de exponente adiabático $\chi=1,5$, a demás: $T_A=700$ K, $P_A=10$ atm, $V_A=5$ lts; $V_B = V_C=2$ lts. Hallar P_C/P_B y T_C/T_B .

- a) 1,2 ; 1,2 b) 1,4 ; 1,4 c) 1,6 ; 1,6 d) 1,8 ; 1,8 e) 2,2 ; 2,2

343. Se comprime adiabáticamente un mol de nitrógeno gaseoso a $T_1=27^{\circ}$ C y una presión de $P_1=1$ atm, hasta que su volumen sea $1/10$ del inicial. ($R=8,31$ J/mol·K, $\chi=1,4$)

- a) -9 123 J b) -9 223 J c) -9 323 J d) -9 423 J e) -9 523 J

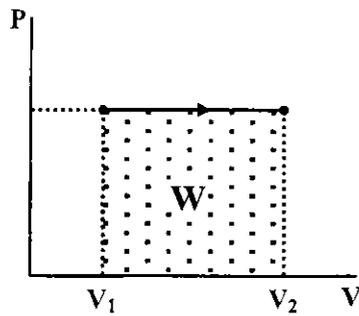


Fig.77

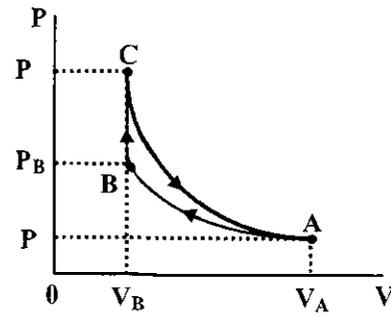


Fig.78

344. $n=5$ moles de nitrógeno están contenidos dentro de un cilindro, en cuyo interior se desliza un pistón, a una presión de $P=1$ atm, y a una temperatura de $T_1=30$ °C. Luego, a presión constante se calienta el gas hasta $T_2=300$ °C. Determinar el cambio de su energía interna. ($R=8,31$ J/mol·K 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ N/m², $\gamma=5$)

- a) 28 016 J b) 28 026 J c) 28 036 J d) 28 046 J e) 28 056 J

345. Dos gases ideales "A" monoatómico ($\gamma=3$) y "B" diatómico ($\gamma=5$), que se encuentran a la misma temperatura inicial y el mismo volumen, se comprimen adiabáticamente reduciéndose su volumen de cada uno de ellos a la mitad. Hallar la razón de sus temperaturas finales $T_A/T_B = ?$

- a) 1,0 b) 1,2 c) 1,4 d) 1,6 e) 1,8

346. Hallar la energía interna total de diez litros de oxígeno que se encuentra a una presión de $P=5$ atm. (1 atm = $1,013 \cdot 10^5$ N/m²)

- a) 7 582 J b) 7 586 J c) 7 590 J d) 7 594 J e) 7 598 J

347. En la Fig.79, se muestra el diagrama P-V del proceso cíclico que experimenta 3 moles de un gas monoatómico ideal. En el proceso A-B el gas recibe $Q=200$ cal y $T_A=300$ K. Hallar el trabajo realizado por el gas en el proceso B-C. ($R=8,31$ J/mol·K, 1 cal = $4,86$ J)

- a) 8 010 J b) 8 020 J c) 8 030 J d) 8 040 J e) 8 050 J

348. En la Fig.80, se muestra el diagrama P-V del proceso lento que experimenta $m=20$ g de helio, encerrado en un cilindro por un pistón, pasando del estado 1 ($V_1=32$ lt, $P_1=4,1$ atm) al estado 2 ($V_2=9$ lt, $P_2=15,5$ atm). Hallar la mayor temperatura alcanzada por el gas. ($R=8,31$ J/mol·K, 1 atm = 10^5 N/m²)

- a) 482 K b) 486 K c) 490 K d) 494 K e) 498 K

349. Una masa de $m=20$ g de gas carbónico que se encuentra encerrado en un cilindro por un pistón pesado, se calienta desde una temperatura $T_1=20$ °C hasta $T_2=108$ °C. Hallar el trabajo "W" realizado por el gas. ($R=8,31$ J/mol·K)

- a) 324 J b) 328 J c) 332 J d) 336 J e) 340 J

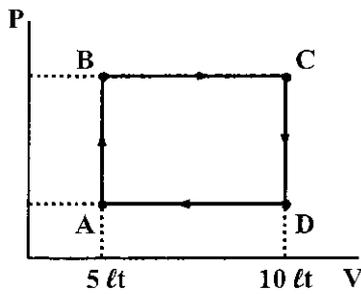


Fig.79

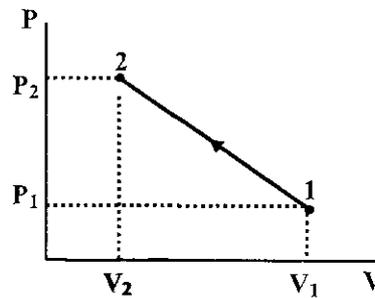


Fig.80

350. ¿Qué cantidad de calor debe suministrarse al gas carbónico del problema anterior, para que se dilate a presión constante. La capacidad calorífica de una molécula-gramo para un volumen constante es $C_V=28,8 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$? ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1 476 J b) 1 480 J c) 1 484 J d) 1 488 J e) 1 492 J

351. En la Fig.81, dos moles de un gas ideal de capacidad calorífica a volumen constante $C_V=3 \text{ cal/mol}\cdot\text{K}$ realiza el ciclo mostrado. Hallar el exponente adiabático " χ " y la razón de los trabajos para los procesos isotérmico (B-C) e isobárico (A-B). ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 5/3 ; 1,2 b) 7/5 ; 1,2 c) 5/3 ; 1,4 d) 7/5 ; 1,4 e) 7/5 ; 1,6

352. En referencia al prob.(101), hallar la razón del calor en el proceso isobárico (A-B) al calor en el proceso isotérmico (B-C). ($R=0,082 \text{ atm}\cdot\text{lt/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=10^5 \text{ N/m}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 1,72 b) 1,76 c) 1,80 d) 1,84 e) 1,88

353. En la Fig.82, se muestra el proceso termodinámico ABC que experimenta un gas. Si el trabajo realizado por el gas en el proceso isobárico AB es de $W=-60 \text{ kJ}$ y la cantidad de calor absorbido en el proceso isocórico BC es de $Q=150 \text{ kJ}$. Hallar el exponente adiabático para este gas, e indique que tipo de gas es.

- a) 1,67 ; monoatómico b) 1,30 ; monoatómico c) 1,30 ; poliatómico
d) 1,32 ; diatómico e) 1,40 ; diatómico

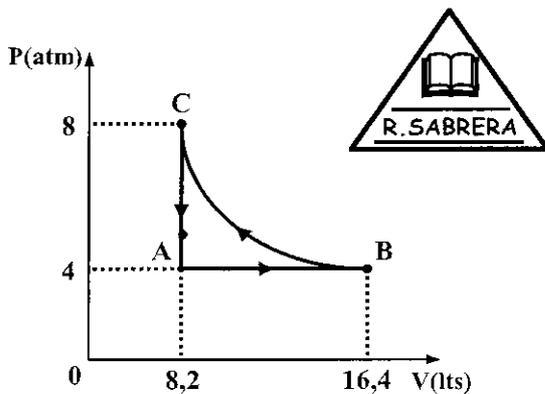


Fig.81

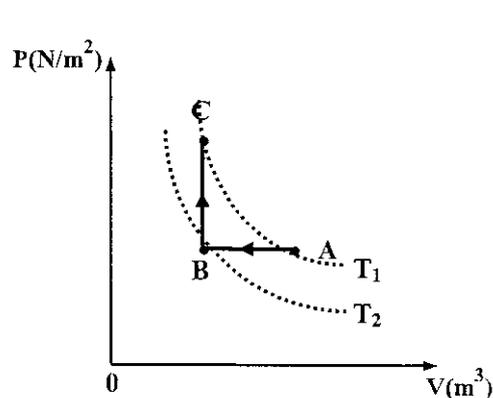


Fig.82

354. En la Fig. 83, se muestra el proceso termodinámico que realiza un gas ideal. Si la presión del gas en el estado (1) es de $P=1$ MPa, hallar el trabajo "W" realizado por el gas en el proceso termodinámico 1-2-3-4. ($M=10^6$)

- a) 2 kJ b) 4 kJ c) 6 kJ d) 8 kJ e) 10 kJ

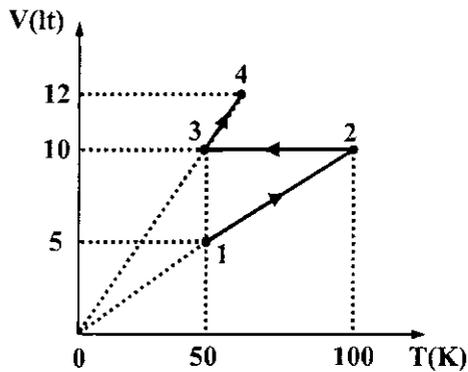


Fig. 83

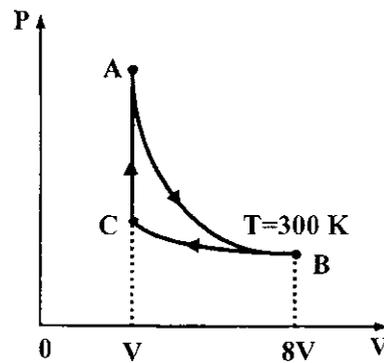


Fig. 84

355. En la Fig. 84, un gas ideal monoatómico realiza el ciclo termodinámico mostrado en la gráfica P-V. Si AB es un proceso adiabático, BC es un proceso isotérmico y CA es un proceso isocórico, hallar el rendimiento "R" del ciclo.

- a) 51,8 % b) 52,8 % c) 53,8 % d) 54,8 % e) 55,8 %

356. En la Fig. 85, se muestra el ciclo de un proceso termodinámico que desarrolla un motor, frecuencia de 100 ciclos/s, si $T_A=27^\circ\text{C}$, $T_B=627^\circ\text{C}$, $T_C=327^\circ\text{C}$. Hallar la potencia que desarrolla el motor en cada ciclo. ($M=10^6$)

- a) 10 MW b) 20 MW c) 30 MW d) 40 MW e) 50 MW

357. En la Fig. 86, se muestra un ciclo termodinámico de un gas ideal. Hallar el trabajo total desarrollado durante el ciclo, si $P_1=600$ Pa, $P_4=200$ Pa, $V_3=3$ m³ y $V_4=1$ m³.

- a) 800 kJ b) 600 kJ c) 400 kJ d) 200 kJ e) 100 kJ

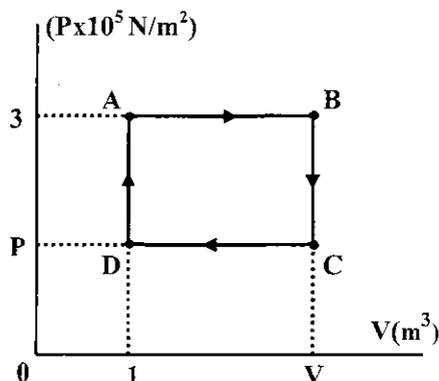


Fig. 85

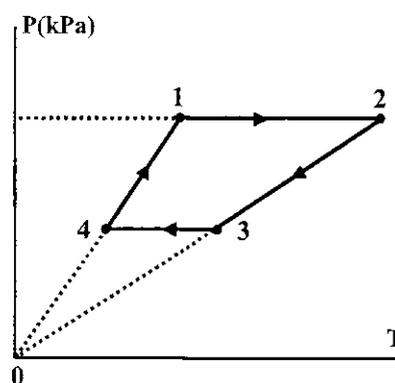


Fig. 86

358. En la Fig. 87, hallar el período de las pequeñas oscilaciones que realiza el émbolo de ma

sa $m=400\text{ g}$ en el recipiente cilíndrico liso de área de sección $A=40\text{ cm}^2$. A ambos lados del émbolo se encuentra cierto gas a la presión de $P_0=4\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, volumen $V_0= A\cdot \ell$ y temperatura T_0 , siendo $\ell=20\text{ cm}$, $g=10\text{ m/s}^2$, $m=10^{-3}$.

- a) $10\pi\text{ ms}$ b) $20\pi\text{ ms}$ c) $30\pi\text{ ms}$ d) $40\pi\text{ ms}$ e) $50\pi\text{ ms}$

359. En la Fig.88, en el recipiente cilíndrico se encuentra en equilibrio el émbolo pesado "E". A ambos lados del émbolo se hallan masas iguales de gas a la misma temperatura, y de volúmenes $V_1=3V_0$ y $V_2=V_0$. Hallar la razón de los volúmenes V'_1/V'_2 , cuando se duplica la temperatura inicial.

- a) 1,3 b) 1,6 c) 1,9 d) 2,2 e) 2,5

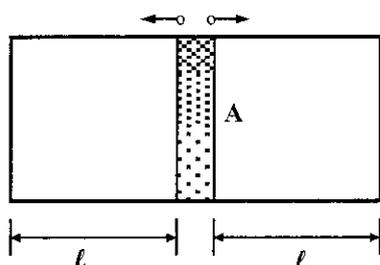


Fig.87

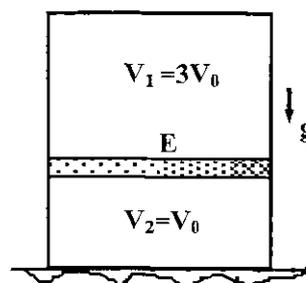


Fig.88

360. En la Fig.89, la pompa de jabón llena de aire caliente, está suspendida inmóvil en la atmósfera de presión $P_0=10^5\text{ N/m}^2$ y temperatura $T_0=27^\circ\text{C}$. La densidad de la película de jabón es $\rho=0,8\text{ g/cm}^3$, el grosor $\delta=1\text{ }\mu\text{m}$, la tensión superficial $\sigma=0,045\text{ N/m}$ y el radio $r=1\text{ cm}$. Hallar la temperatura del aire al interior de la pompa de jabón. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 90°C b) 95°C c) 100°C d) 105°C e) 110°C

361. En la Fig.90, sobre la superficie del líquido de densidad $\rho=1000\text{ kg/m}^3$ flota el vaso cilíndrico de paredes delgadas de altura $H=10\text{ cm}$, sumergido en el líquido hasta la mitad. ¿En cuánto se hundirá en el líquido el borde inferior del vaso, si éste se coloca sobre la superficie del líquido con el fondo hacia arriba. La presión del aire es de $P_0=10^5\text{ N/m}^2$?

- a) 4,90 cm b) 4,95 cm c) 5,00 cm d) 5,05 cm e) 5,10 cm

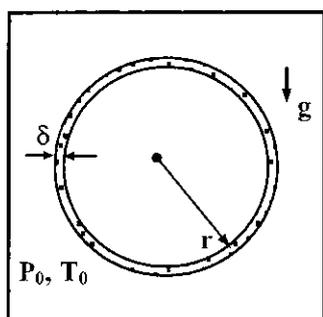


Fig.89

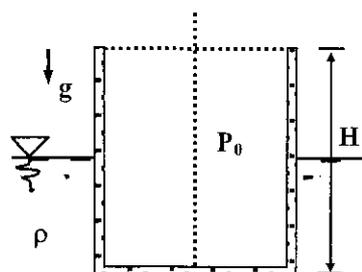


Fig.90

- 362.** Hallar la razón de la energía interna de $m=1$ kg de aire a la energía interna de $V=1$ cm³ de aire, medidas en condiciones normales. ($1 \text{ atm}=1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $M=29 \text{ kg/kmol}$, $M=10^6$)
- a) 0,1 M b) 0,2 M c) 0,4 M d) 0,6 M e) 0,8 M
- 363.** En un volumen $V_1=200$ cm³ se encuentra un gas monoatómico a la presión de $P_1=1$ atm y temperatura $T_1=400$ K, mientras que en el volumen $V_2=100$ cm³, un gas monoatómico a la presión de $P_2=4$ atm y temperatura $T_2=600$ K. Hallar la temperatura de estos gases al unirlos.
- a) 510,3 K b) 512,3 K c) 514,3 K d) 516,3 K e) 518,3 K
- 364.** En un volumen $V_1=200$ cm³ se encuentra un gas monoatómico a la presión $P_1=1$ atm y temperatura $T_1=400$ K, mientras que en el volumen $V_2=100$ cm³, un gas monoatómico a la presión $P_2=4$ atm y temperatura $T_2=600$ K. Hallar la presión de estos gases al unirlos.
- a) 1 atm b) 2 atm c) 3 atm d) 4 atm e) 5 atm
- 365.** Dos pompas de jabón de radios $R_2=2R_1$, se unen formando una pompa de radio igual a $R_3=2,2R_1$. Hallar la tensión superficial " σ " de la película de jabón, si la presión atmosférica es " P_0 ".
- a) $\frac{101}{40} P_0 R_1$ b) $\frac{103}{40} P_0 R_1$ c) $\frac{105}{40} P_0 R_1$ d) $\frac{107}{40} P_0 R_1$ e) $\frac{109}{40} P_0 R_1$
- 366.** En la Fig.91, el émbolo móvil de área $A=100$ cm² del recipiente cilíndrico fijo que contiene medio mol de un gas monoatómico de volumen $V_0=10^4$ cm³ y temperatura $T_0=0$ °C, se conecta al resorte de constante elástica $k=10^3$ N/m. Despreciando la fricción en el recipiente, hallar la longitud que se deforma el resorte. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $P_{\text{atm}}=10^5 \text{ N/m}^2$)
- a) 2,3 cm b) 3,3 cm c) 4,3 cm d) 5,3 cm e) 6,3 cm
- 367.** En la Fig.92, en el tubo termoaislado liso de longitud infinita se encuentran dos émbolos de masas $M=2m$ ($m=10$ kg) entre los cuales hay un gas monoatómico de volumen $V_0=0,2$ lt a la presión de $P_0=4$ atm. Los émbolos se dejan libres. Estímese la velocidad máxima del émbolo de masa " m ". Despréciese la masa del gas respecto de la masa de los émbolos. ($1 \text{ atm}=10^5 \text{ N/m}^2$, $g=10 \text{ m/s}^2$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s

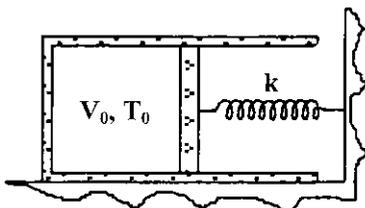


Fig.91

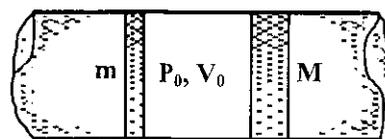


Fig.92

368. En la Fig.93, en el tubo termoaislado largo entre dos émbolos idénticos de masas $m=1$ kg se encuentra 1 mol de gas monoatómico a la temperatura de $T_0=400$ K en el instante inicial las velocidades están dirigidas en un mismo sentido y son iguales a $3v_0$ y v_0 . ¿Has ta qué temperatura máxima se calentará el gas. Los émbolos no conducen el calor. Despré ciese la masa del gas respecto de la masa de los émbolos. ($R=8,31$ J/mol•K, $v_0=10$ m/s)

- a) 402 K b) 404 K c) 406 K d) 408 K e) 410 K

369. En la Fig.94., se muestra la gráfica de la dependencia entre la presión de un gas y el vo lumen. Hallar el trabajo que realiza el gas durante su expansión de $V_1=2$ lt a $V_2=6$ lt.

- a) 442 J b) 446 J c) 450 J d) 454 J e) 458 J

370. En la Fig.95, el émbolo de masa $M=1$ kg, que encierra el volumen $V_0=2$ lt con un gas monoatómico a la presión de $P_0=2$ atm y temperatura " T_0 ", se mueve a la velocidad de $v=20$ m/s. Hallar el volumen del gas correspondiente a la compresión máxima. El sistema está termoaislado. Despréciase las capacidades caloríficas del émbolo y el recipiente.

- a) 1,1 lt b) 1,3 lt c) 1,5 lt d) 1,7 lt e) 1,9 lt

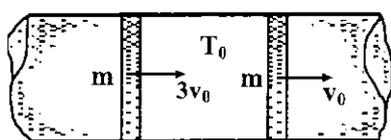


Fig.93

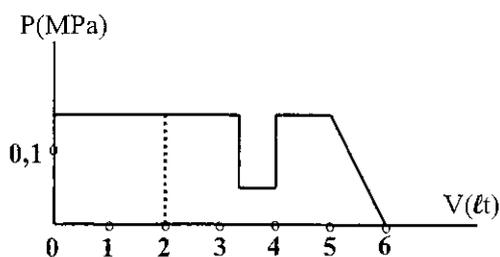


Fig.94

371. En la Fig.96, sobre un mol de gas se realiza un ciclo cerrado que consta de dos isócoras y dos isóbaras. Las temperaturas en los puntos 1 y 3 son $T_1=324$ K y $T_3=400$ K. Hallar el trabajo realizado por el gas durante el ciclo, sabiéndose que los puntos 2 y 4 pertenecen a una isoterma, y " R " constante universal de los gases.

- a) R b) 2R c) 3R d) 4R e) 5R

372. Hallar la cantidad de calor (en kJ) que se debe suministrar a un mol de hidrógeno para que se caliente a presión constante desde 0° C, hasta que su volumen se duplique, además qué trabajo (en kJ) realizará el gas. ($R=8,31$ J/mol•K)

- a) 7,34 ; 2,67 b) 7,14 ; 2,47 c) 7,74 ; 2,87 d) 7,54 ; 2,07 e) 7,94 ; 2,27

373. Un gas ideal se expande isotérmicamente desde la presión $P_1=10^5$ N/m², volumen $V_1=2 \cdot 10^3$ cm³, hasta un volumen $V_2=4 \cdot 10^3$ cm³, luego se expande isobaricamente hasta ocu par un volumen de $V_3=8 \cdot 10^3$ cm³. Hallar el trabajo total " W " realizado por el gas.

- a) 231 J b) 233 J c) 235 J d) 237 J e) 239 J

374. En la Fig.97, hallar la capacidad calorífica del sistema constituido del recipiente que con

tiene un gas monoatómico a la presión " P_0 ", temperatura " T_0 " y volumen " V_0 " encerrado por el émbolo conectado al resorte de constante elástica " k ". En el espacio a la izquierda del émbolo se ha creado el vacío. Al extraerse el gas, el émbolo se pega a la pared derecha del cilindro recuperando el resorte su longitud no deformada. Despréciese las capacidades caloríficas del recipiente, émbolo y resorte.

- a) P_0V_0/T_0 b) $3P_0V_0/2T_0$ c) $2P_0V_0/3T_0$ d) $P_0V_0/2T_0$ e) $2P_0V_0/T_0$

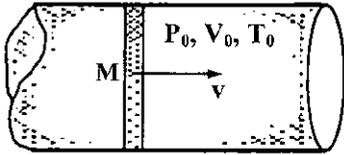


Fig.95

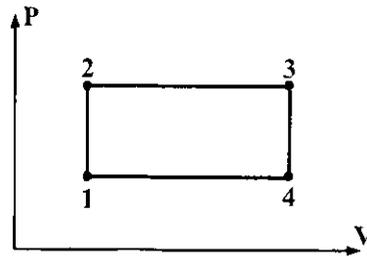


Fig.96

375. En la Fig.98, el tubo vertical liso abierto por ambos extremos y de secciones diferentes arriba y abajo se encuentran dos émbolos, unidos por un hilo inextensible, y entre los émbolos, un mol de gas ideal. El área del émbolo superior es $\Delta S = 10 \text{ cm}^2$ mayor que la del inferior. La masa total de los émbolos es $m=5 \text{ kg}$. La presión atmosférica $P_0=10^5 \text{ N/m}^2$. ¿En cuántos grados Kelvin debe calentarse el gas contenido entre los émbolos, para que éstos se desplacen una distancia de $d = 5 \text{ cm}$? ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) 0,1 K b) 0,3 K c) 0,5 K d) 0,7 K e) 0,9 K

376. Hallar la temperatura máxima posible de un gas ideal en un proceso donde la presión en función del volumen, viene dado por: $P=P_0-\alpha V^2$, siendo $P_0=2,7\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $\alpha = 0,25\cdot 10^{-2} \text{ N/m}^8$, $R= 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $k=10^3$)

- a) k/R b) $2k/R$ c) $3k/R$ d) $4k/R$ e) $5k/R$

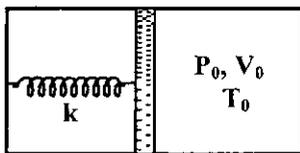


Fig.97

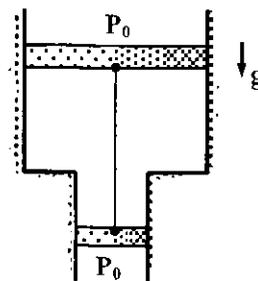


Fig.98

377. Hallar la presión mínima posible de un mol de un gas ideal en un proceso donde la temperatura en función del volumen, viene dado por la expresión: $T=T_0+\alpha V^2$, siendo $\alpha = 16\cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K/m}^6$, $T_0 = 400 \text{ K}$, $R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=10^5 \text{ N/m}^2$.

- a) 1,11 atm b) 1,33 atm c) 1,55 atm d) 1,77 atm e) 1,99 atm

378. En la Fig.99, al cilindro horizontal cerrado por uno de sus extremos se le hace girar con una velocidad angular de $\omega = 100 \text{ rad/s}$ alrededor del eje vertical que pasa por su extremo abierto. La presión atmosférica es " P_0 ", la temperatura $T = 400 \text{ K}$, y la masa molar del aire $M = 29 \text{ kg/kmol}$. Hallar la presión del aire a una distancia de $r = 1 \text{ m}$ del extremo abierto. $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

- a) $1,00P_0$ b) $1,02P_0$ c) $1,04P_0$ d) $1,06P_0$ e) $1,08P_0$

379. En la Fig.100, se muestra el diagrama P-V de un proceso cíclico que realizan 3 moles de un gas monoatómico ideal, siendo $\Delta Q_{AB} = 200 \text{ cal}$ y $T_A = 300 \text{ K}$. Hallar la razón del calor en el proceso BC al calor en el proceso AB. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$)

- a) 12 b) 18 c) 24 d) 30 e) 36

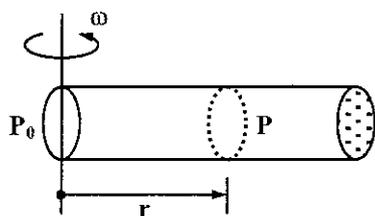


Fig.99

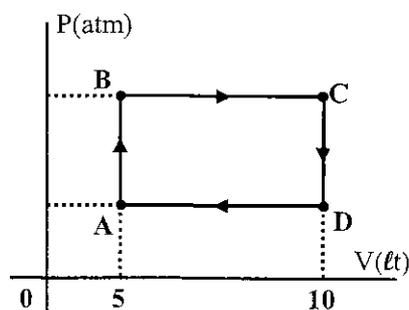


Fig.100

380. En referencia al problema anterior, hallar el trabajo total realizado en el ciclo.

- a) 514 J b) 524 J c) 534 J d) 544 J e) 554 J

381. Una masa de $m = 7 \text{ g}$ de anhídrido carbónico se calentaron $\Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$ en condiciones que permitieron la expansión libre. Hallar el trabajo de expansión y la variación de sus energía interna. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 13,2 J, 33 J b) 13,8 J, 39 J c) 13,6 J, 31 J d) 13,4 J, 35 J e) 13,0 J, 37 J

382. Una masa de $m = 28 \text{ g}$ de nitrógeno que se encuentran a la temperatura de $T_1 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$ y a la presión de $P_1 = 750 \text{ mmHg}$ se comprimen adiabáticamente hasta un volumen de $V_2 = 13 \text{ lt}$. ($1 \text{ mmHg} = 133,3 \text{ N/m}^2$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$)

I) Hallar la temperatura (en K) y la presión (en atm) del nitrógeno luego de comprimido

- a) 443 ; 2,0 b) 433 ; 2,8 c) 423 ; 2,4 d) 453 ; 2,2 e) 413 ; 2,6

II) Hallar el trabajo de compresión realizado en el proceso adiabático.

- a) -2 016 J b) -2 036 J c) -2 056 J d) -2 076 J e) -2 096 J

383. En la Fig.101, al interior del cilindro hay $m = 1 \text{ g}$ de nitrógeno encerrado por el émbolo de peso $W = 10 \text{ N}$, área de sección transversal $S = 10 \text{ cm}^2$ y sometido a la presión de $P_0 = 1 \text{ atm}$. ($R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

I) ¿Qué cantidad de calor "Q" se debe suministrar al gas para elevar su temperatura en 10°C ?

- a) 6,4 J b) 7,4 J c) 8,4 J d) 9,4 J e) 10,4 J

II) ¿Qué altura "h" se eleva el émbolo en este proceso?

- a) 2,07 cm b) 2,27 cm c) 2,47 cm d) 2,67 cm e) 2,87 cm

384. En la Fig.102, los émbolos electroconductores de área $S=8\text{ cm}^2$ ubicados en el tubo de material aislante forman un condensador plano, que contiene aire a la presión de $P_0=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$. Como cambiará la distancia entre los émbolos al aplicársele cargas de signos diferentes de valor $Q=2\mu\text{C}$. El sistema es buen conductor de calor, no existe fricción, y la constante eléctrica vale $k=1/4\pi\epsilon_0=9\cdot 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

- a) 1,5 veces b) 2,5 veces c) 3,5 veces d) 4,5 veces e) 5,5 veces

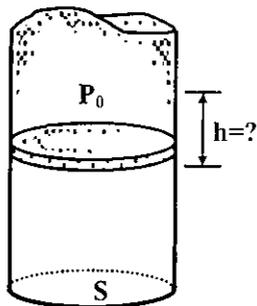


Fig.101

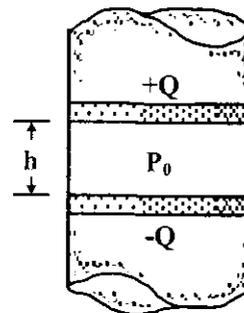


Fig.102

385. En la Fig.103, los estados en A y B de cierta cantidad de oxígeno son: volumen $V_A=3\text{ lt}$, $V_B=4,5\text{ lt}$, temperatura $T_A=27^{\circ}\text{C}$ y presión $P_A=8,2\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $P_B=6\cdot 10^5\text{ N/m}^2$. Hallar:

I) La razón del calor en el proceso ADB al calor en el proceso ACB.

- a) 1,12 b) 1,22 c) 1,32 d) 1,42 e) 1,52

II) La razón del trabajo en el proceso ADB al trabajo en el proceso ACB.

- a) 1,17 b) 1,37 c) 1,57 d) 1,77 e) 1,97

386. En la Fig.104, una máquina térmica ideal funciona según el ciclo de Carnot empleando aire caliente, el cual, se toma a la presión de $P_A=7\text{ atm}$, temperatura de $T_A=127^{\circ}\text{C}$ y volumen de $V_A=2\text{ lt}$, luego de la expansión isotérmica AB, el volumen es $V_B=5\text{ lt}$, y después de la expansión adiabática el volumen es $V_C=8\text{ lt}$. Hallar: ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1\text{ atm}=1,013\cdot 10^5\text{ N/m}^2$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$)

I) La relación de las presiones en los estados A, B, C y D.

- a) $P_A>P_B>P_C>P_D$ b) $P_A>P_C>P_B>P_D$ c) $P_C>P_D>P_A>P_B$
d) $P_B>P_D>P_A>P_C$ e) $P_A>P_D>P_B>P_C$

II) La relación de los trabajos realizados en cada uno de los procesos: $W_{AB}=W_1$, $W_{BC}=W_2$, $W_{CD}=W_3$ y $W_{DA}=W_4$.

- a) $W_1=W_2>W_3>W_4$ b) $W_2=W_4>W_3>W_1$ c) $W_3>W_4=W_1>W_2$
 d) $W_3>W_2=W_1>W_4$ e) $W_1>W_3>W_2=W_4$

III) El trabajo total realizado en el ciclo.

- a) 220 J b) 222 J c) 224 J d) 226 J e) 228 J

IV) El porcentaje que representa el trabajo en el proceso de compresión respecto del trabajo en el proceso de expansión.

- a) 80,3 % b) 82,3 % c) 84,3 % d) 86,3 % e) 88,3 %

V) El rendimiento en el ciclo de Carnot.

- a) 11,3 % b) 13,3 % c) 15,3 % d) 17,3 % e) 19,3 %

VI) La cantidad de calor que se toma del foco caliente en cada ciclo.

- a) 301 cal b) 303 cal c) 305 cal d) 307 cal e) 309 cal

VII) La cantidad de calor que se cede al foco frío en cada ciclo.

- a) 250 cal b) 252 cal c) 254 cal d) 256 cal e) 258 cal

387. Un kilomol de gas perfecto realiza un ciclo compuesto de dos isocóras y dos isobaras, variando el volumen del gas desde $V_1=25 \text{ m}^3$ hasta $V_2=50 \text{ m}^3$ y la presión desde $P_1=1 \text{ atm}$ hasta $P_2=2 \text{ atm}$. ¿Cuántas veces será menor el trabajo realizado en este ciclo que el que se obtiene con el ciclo de Carnot, cuyas isothermas corresponden a las temperaturas máxima y mínima del ciclo anterior, y sabiendo que en la expansión isotérmica el volumen del gas se duplica? ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, $1 \text{ atm}=1,013\cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, $1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 1,5 veces b) 1,8 veces c) 2,1 veces d) 2,4 veces e) 2,7 veces

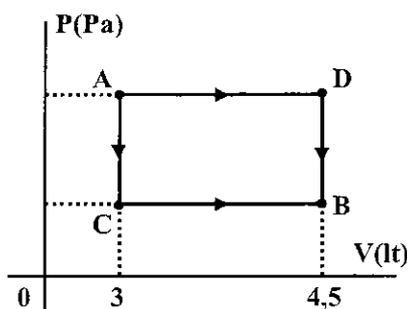


Fig.103

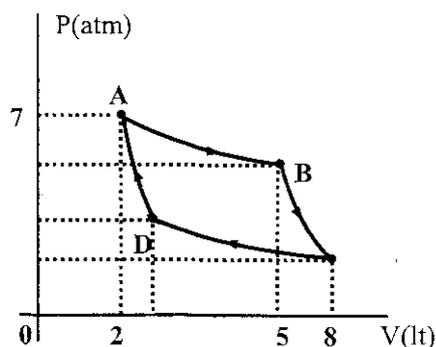


Fig.104

388. Una máquina frigorífica ideal que funciona según el ciclo de Carnot inverso realiza cada ciclo un trabajo de $W=3,7\cdot 10^4 \text{ J}$. La máquina durante su funcionamiento toma calor de un cuerpo cuya temperatura es de $T_F=-10 \text{ }^\circ\text{C}$ y lo cede a otro cuerpo que tiene una temperatura de $T_C=17 \text{ }^\circ\text{C}$. Hallar:

- I) El rendimiento del ciclo.

- a) 5,3 % b) 6,3 % c) 7,3 % d) 8,3 % e) 9,3 %

II) La cantidad de calor que se toma del cuerpo frío cada ciclo.

- a) 361 kJ b) 363 kJ c) 365 kJ d) 367 kJ e) 369 kJ

III) La cantidad de calor que se cede al cuerpo caliente cada ciclo.

- a) 390 kJ b) 392 kJ c) 394 kJ d) 396 kJ e) 398 kJ

389. Una máquina frigorífica ideal que funciona según el ciclo de Carnot inverso transmite el calor de un refrigerador con agua a $T_F=0^\circ\text{C}$ a un hervidor con agua a $T_C=100^\circ\text{C}$. ¿Qué cantidad de agua habrá que helar en el refrigerador para convertir en vapor $m=1$ kg de agua del hervidor? ($L_F = 335$ kJ/kg, $L_V = 2\,260$ kJ/kg)

- a) 4,14 kg b) 4,34 kg c) 4,54 kg d) 4,74 kg e) 4,94 kg

390. Una máquina refrigeradora reversible extrae calor de dos fuentes "A" y "B" que están a las temperaturas de $T_A=250$ K y $T_B=300$ K enviando el calor a un sumidero "C". El calor extraído de "A" es de $Q_A=400$ kJ y el trabajo realizado sobre la máquina para extraer el calor de cada una de las fuentes es de $W_A=W_B=400$ kJ. Hallar la cantidad de calor " Q_C " enviada al sumidero.

- a) 1 500 kJ b) 1 600 kJ c) 1 700 kJ d) 1 800 kJ e) 1 900 kJ

391. Un refrigerador opera entre depósitos térmicos a $T_1=210$ K y a $T_2=360$ K, y absorbe $Q_F=600$ J a la temperatura inferior, si su eficiencia " ζ " es la mitad de la de un refrigerador de Carnot, ¿Cuánto calor " Q_C " se cede al depósito de alta temperatura?

- a) 718 J b) 728 J c) 738 J d) 748 J e) 758 J

392. Una máquina térmica en un ciclo de Carnot opera entre $T_F=71^\circ\text{C}$ y $T_C=177^\circ\text{C}$. ¿Para qué temperatura del foco caliente se duplica la eficiencia?

- a) 611,52 K b) 621,52 K c) 631,52 K d) 641,52 K e) 651,52 K

393. Un mol de un gas ideal monoatómico realiza un ciclo de Carnot entre $T_F=300$ K y $T_C=600$ K. Para el proceso isotérmico superior, el volumen aumenta desde $V_1=2$ lt hasta $V_2=5$ lt. Hallar:

I) El trabajo efectuado por el gas durante el ciclo.

- a) 2 244,3 J b) 2 254,3 J c) 2 264,3 J d) 2 274,3 J e) 2 284,3 J

II) La razón del cambio de calor entre los procesos isotérmico superior e inferior.

- a) 1,5 b) 2,0 c) 2,5 d) 3,0 e) 3,5

III) La eficiencia térmica.

- a) 0,3 b) 0,4 c) 0,5 d) 0,6 e) 0,7

394. Dos máquinas de Carnot están conectados en serie entre dos focos térmicos a 1200 K y 300 K. Si la primera recibe calor a razón de 600 kW, produciendo 400 kW de potencia. Hallar la potencia (en kW) producida por la segunda máquina y la temperatura (en K) a la que recibe calor.

- a) 70 ; 500 b) 30 ; 500 c) 60 ; 350 d) 45 ; 450 e) 50 ; 400

395. ¿Cuál es la mínima cantidad de trabajo necesaria para extraer $Q_F=10$ cal de un cuerpo que está a la temperatura de $T_F=-18$ °C cuando la temperatura ambiente es de $T_C=21$ °C?

- a) 1,13 cal b) 1,23 cal c) 1,33 cal d) 1,43 cal e) 1,53 cal

396. En la Fig.105, se muestra dos máquinas refrigeradoras de Carnot con la misma eficiencia, conectadas en serie. Si la refrigeradora "R₁" extrae del foco frío una potencia de $P_1=100$ kW, hallar la potencia "P₂" que consume la máquina refrigeradora "R₂".

- a) 135 kW b) 140 kW c) 145 kW d) 150 kW e) 155 kW

397. En la Fig.106, se llena aire mediante un ciclo de Carnot comenzando en el estado A. Los procesos BC y DA son isotérmicos y los procesos CD y AB son adiabáticos. Hallar el trabajo total realizado en el ciclo de Carnot. ($R=8,31$ J/mol•K, 1 atm= $1,013 \cdot 10^5$ N/m²)

- a) 1 402 J b) 1 412 J c) 1 422 J d) 1 432 J e) 1 442 J

398. La eficiencia de un refrigerador es $\zeta=1/3$ de la de un refrigerador ideal de Carnot. Se requiere convertir en hielo $m=200$ kg a $T_F=0$ °C. Si la temperatura ambiente es de $T_C=29$ °C. Hallar:

I) ¿Cuánto trabajo "W" se requiere para dicho proceso ($M=10^6$, 1 cal= $4,186$ J)?

- a) 2,11 MJ b) 2,21 MJ c) 2,31 MJ d) 2,41 MJ e) 2,51 MJ

II) ¿Cuántas calorías "Q_C" se transfiere al medio ambiente ($L_F = 80$ cal/g)?

- a) 13,5 Mcal b) 14,5 Mcal c) 15,5 Mcal d) 16,5 Mcal e) 17,5 Mcal

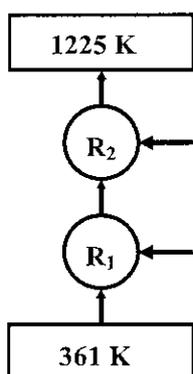


Fig.105

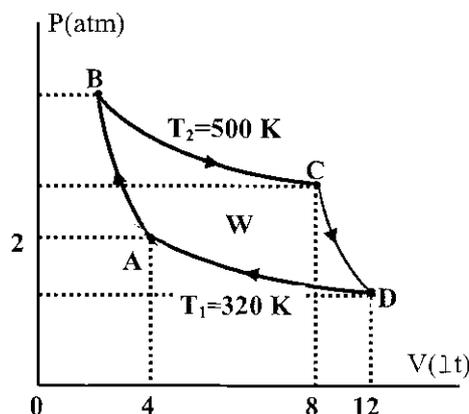


Fig.106

399. El hidrógeno efectúa un ciclo de Carnot. Hallar el rendimiento "η" del ciclo, si durante

la expansión adiabática:

I) El volumen del gas aumenta $n=2$ veces.

- a) 21,2 % b) 22,2 % c) 23,2 % d) 24,2 % e) 25,2 %

II) La presión disminuye $n=2$ veces.

- a) 15 % b) 16 % c) 17 % d) 18 % e) 19 %

400. En la Fig.107, un gas perfecto efectúa el ciclo formado por isotermas y adiabatas. Las temperaturas de los procesos isotérmicos son $T_1 = 900$ K, $T_2 = 600$ K y $T_3 = 300$ K. Hallar el rendimiento térmico del ciclo, si en cada expansión isotérmica el volumen del gas aumenta un mismo número de veces "k".

- a) 40 % b) 45 % c) 50 % d) 55 % e) 60 %

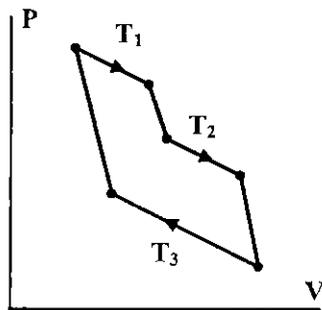


Fig.107

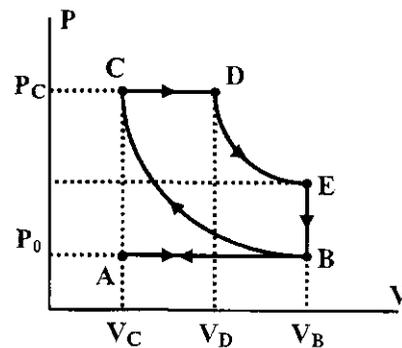


Fig.108

401. Una máquina de Carnot que trabaja en un ciclo de Carnot con un rendimiento de $\eta = 10$ % se utiliza con los mismos depósitos térmicos que una máquina refrigeradora. Hallar su coeficiente de refrigeración " ζ ".

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

402. Hallar el rendimiento de un ciclo formado por dos isócoras y dos adiabatas, si en los límites del ciclo el volumen del gas perfecto (nitrógeno) varía $n=10$ veces.

- a) 45 % b) 50 % c) 55 % d) 60 % e) 65 %

403. Hallar el rendimiento de un ciclo formado por dos isobaras y dos adiabatas, si en los límites del ciclo la presión varía $n=4$ veces. El gas utilizado es perfecto y diatómico ($\chi=1,4$)

- a) 30,7 % b) 32,7 % c) 34,7 % d) 36,7 % e) 38,7 %

404. Un gas perfecto diatómico ($\chi=1,4$) realiza un ciclo formado por dos isocoras y dos isobaras. Hallar el rendimiento de este ciclo, si la temperatura absoluta del gas aumenta $n=5$ veces tanto durante el calentamiento isocoro como durante la expansión isobárica.

- a) 14 % b) 17 % c) 20 % d) 23 % e) 26 %

- 405.** Un gas perfecto efectúa un ciclo formado de una isócora, una adiabata y una isoterma. Hallar el rendimiento del ciclo, si la temperatura absoluta en sus límites varía $n=3$ veces, y el proceso isotérmico se realiza a la temperatura mínima del ciclo.
- a) 30 % b) 35 % c) 40 % d) 45 % e) 50 %
- 406.** Un gas perfecto efectúa un ciclo formado de una isócora, una adiabata y una isoterma. Hallar el rendimiento del ciclo, si la temperatura absoluta en sus límites varía $n=7$ veces, y el proceso isotérmico se realiza a la temperatura máxima del ciclo.
- a) 48 % b) 52 % c) 56 % d) 60 % e) 64 %
- 407.** Un gas perfecto diatómico ($\chi=1,4$) efectúa un ciclo directo formado por una adiabata, una isobara y una isocora. Hallar el rendimiento del ciclo, si en el proceso adiabático el volumen del gas aumenta $n=12$ veces.
- a) 51 % b) 53 % c) 55 % d) 57 % e) 59 %
- 408.** Hallar el rendimiento de un ciclo formado de una isoterma, una isobara, y una isocora, si en el proceso isotérmico del gas ideal diatómico su volumen aumenta $k=10$ veces.
- a) 28 % b) 31 % c) 34 % d) 37 % e) 40 %
- 409.** Un gas perfecto diatómico ($\chi=1,4$) realiza un ciclo formado por dos isocoras y dos isotermas. Hallar el rendimiento del ciclo, si durante el mismo el volumen varía $k=4$ veces y la temperatura $t=6$ veces.
- a) 31,3 % b) 33,3 % c) 35,3 % d) 37,3 % e) 39,3 %
- 410.** En la Fig. 108, se muestra el ciclo de un motor Diesel de cuatro tiempos, siendo: I) AB el proceso de admisión de aire en el cilindro a la presión de $P_0=1$ atm, II) BC el proceso de compresión adiabática del aire hasta la presión P_C ; III) al finalizar el tiempo de compresión del aire en el cilindro se inyecta el combustible, que al ponerse en contacto con el aire caliente se inflama y se quema, el émbolo se mueve hacia la derecha, primero por vía isobara (CD) y luego adiabáticamente (DE); IV) al final de la expansión adiabática se abre la válvula de escape y la presión desciende hasta P_0 (EB); y el émbolo se mueve hacia la izquierda y los gases de escape son expulsados del cilindro (BA). Probar que el rendimiento del motor Diesel, viene dado por: $\eta = 1 - (\beta^\chi - 1) / \chi \alpha^{\chi-1} (\beta - 1)$, siendo, " β " y " α " los grados de expansión isobárica y compresión adiabática, respectivamente.
- 411.** Un motor Diesel tiene un grado de compresión adiabático igual a $\alpha=16$ y un grado de expansión adiabático igual a $\xi=6,4$. ¿Qué cantidad mínima de combustible consumirá por hora este motor si su potencia es de $P=36,8$ kW, el exponente politrópico de $\chi=1,3$ y el valor calorífico de la gasolina de $J=4,6 \cdot 10^7$ J/kg?
- a) 4,7 kg b) 5,0 kg c) 5,3 kg d) 5,6 kg e) 5,9 kg
- 412.** Una máquina de vapor de potencia $P=14,7$ kW consume cada hora $m=8,1$ kg de carbón de valor calorífico igual a $J=3,3 \cdot 10^7$ J/kg. La temperatura de la caldera es de $T_C=200$ °C y

- la del condensador de $T_F=58^\circ\text{C}$. Hallar el rendimiento real de la máquina y el rendimiento de una máquina térmica ideal que funciona según el ciclo de Carnot entre las mismas temperaturas.
- a) 22 % , 30 % b) 24 % , 30 % c) 20 % , 30 % d) 26 % , 30 % e) 28%, 30%
- 413.** Hallar la variación que experimenta la entropía al transformarse $m=10\text{ g}$ de hielo a -20°C en vapor a 100°C . ($L_F=80\text{ cal/g}$, $L_V=540\text{ cal/g}$, $c_{\text{HIELO}}=0,5\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, $c_{\text{AGUA}}=1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$)
- a) 15 cal/K b) 18 cal/K c) 21 cal/K d) 24 cal/K e) 27 cal/K
- 414.** Hallar el aumento de entropía correspondiente a la transformación de $m=1\text{ g}$ de agua a 0°C en vapor de agua a 100°C . ($c_e=1\text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, $L_V=540\text{ cal/g}$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$)
- a) 6,8 J/K b) 7,1 J/K c) 7,4 J/K d) 7,7 J/K e) 8,0 J/K
- 415.** Hallar la variación que experimenta la entropía al fundirse $m=1\text{ kg}$ de hielo que se encuentra a la temperatura de 0°C . ($L_F=80\text{ cal/g}$, $1\text{ cal}=4,186\text{ J}$, $k=10^3$)
- a) 1,217 kJ/K b) 1,227 kJ/K c) 1,237 kJ/K d) 1,247 kJ/K e) 1,257 kJ/K
- 416.** Sobre hielo que está a la temperatura de 0°C se vierten 640 g de plomo derretido a la temperatura de fusión. Hallar la variación que experimenta la entropía durante esta transformación. (para el agua $L_F=3,35\cdot 10^5\text{ J/kg}$, para el plomo $T_F=327^\circ\text{C}$, $L_F=2,26\cdot 10^4\text{ J/kg}$, $c_e=126\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)
- a) 59,1 J/K b) 62,1 J/K c) 65,1 J/K d) 68,1 J/K e) 71,1 J/K
- 417.** Hallar la variación que experimenta la entropía cuando $m=8\text{ g}$ de oxígeno que ocupaban el volumen de $V_1=10\text{ lt}$ a la temperatura de $T_1=80^\circ\text{C}$ pasan a ocupar el volumen de $V_2=40\text{ lt}$ a la temperatura de $T_2=300^\circ\text{C}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 5,0 J/K b) 5,2 J/K c) 5,4 J/K d) 5,6 J/K e) 5,8 J/K
- 418.** Hallar la variación de la entropía que se observa cuando $m=6\text{ g}$ de hidrógeno que ocupaban un volumen de $V_1=20\text{ lt}$ a la presión de $P_1=1,5\cdot 10^5\text{ N/m}^2$ pasan a ocupar un volumen de $V_2=60\text{ lt}$ a la presión de $P_2=1,0\cdot 10^5\text{ N/m}^2$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 70,6 J/K b) 72,6 J/K c) 74,6 J/K d) 76,6 J/K e) 78,6 J/K
- 419.** Mediante un proceso isobárico se expanden 6,6 g de hidrógeno hasta duplicar su volumen. Hallar la variación que experimenta la entropía en este proceso. $R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$
- a) 59,5 J/K b) 61,5 J/K c) 63,5 J/K d) 65,5 J/K e) 67,5 J/K
- 420.** Hallar la variación de la entropía correspondiente a la expansión isobárica de 8 g de helio desde el volumen $V_1=10\text{ lt}$ hasta el volumen $V_2=25\text{ lt}$. ($R=8,31\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)
- a) 30,1 J/K b) 32,1 J/K c) 34,1 J/K d) 36,1 J/K e) 38,1 J/K
- 421.** Una masa de $m=3,5\text{ g}$ de oxígeno a la presión de $P=28\text{ atm}$ ocupan un volumen de $V=$

90 cm³. Hallar la diferencia de temperaturas correspondientes al oxígeno real e ideal. (1 atm = 1,013 · 10⁵ N/m² R = 8,31 J/mol · K, a = 1,36 · 10⁵ kmol²/N · m⁴, b = 3,16 · 10⁻² kmol/m³)

- a) 2 °C b) 4 °C c) 6 °C d) 8 °C e) 10 °C

422. Se mezclan 200 g de agua a la temperatura de 0° C con 50 g de agua a la temperatura de 50° C. Hallar el cambio en la entropía del agua.

- a) 0,2 cal/K b) 0,4 cal/K c) 0,6 cal/K d) 0,8 cal/K e) 1,0 cal/K

423. Se calienta 1 kg de hielo desde -20 °C hasta 120 °C a la presión de 1 atm. Hallar el cambio en la entropía en este proceso. (L_F = 80 cal/g, L_V = 540 cal/g, c_{e, HIELO} = 0,5 cal/g · °C, c_{e, AGUA} = 1 cal/g · °C, c_{e, VAPOR} = 0,5 cal/g · °C, 1 cal = 4,186 J)

- a) 8 822 J/°C b) 8 842 J/°C c) 8 862 J/°C d) 8 882 J/°C e) 8 902 J/°C

424. El trabajo realizado por un gas ideal en un proceso de expansión isotérmica a la temperatura de T = 127° C es de W = 1 200 J. Hallar el cambio en la entropía en este proceso.

- a) 1 J/K b) 2 J/K c) 3 J/K d) 4 J/K e) 5 J/K

425. Al expandirse 8 g de helio, la razón de sus volúmenes es de V₂/V₁ = 4 y la de sus temperaturas T₁/T₂ = 3. Hallar el cambio en la entropía que experimenta el helio. (R = 8,31 J/mol · K, χ = 1,4)

- a) -20,6 J/K b) -22,6 J/K c) -24,4 J/K d) -26,4 J/K e) -28,6 J/K

426. En un ciclo de Carnot el cambio de la entropía entre las dos adiabáticas es de 1 kcal/°C, siendo la diferencia de temperaturas en las isotermas de 100 °C. ¿Qué cantidad de calor se transforma en trabajo en éste ciclo? (M = 10⁶, 1 cal ≈ 4,2)

- a) 0,12 MJ b) 0,22 MJ c) 0,32 MJ d) 0,42 MJ e) 0,52 MJ

427. Para un proceso isocórico halle la variación de la entropía respecto de la energía interna (dS/dU), y para un proceso isotérmico hallar la variación de la entropía respecto del volumen (dS/dV).

- a) T ; T/P b) P ; P/T c) 1/T ; P/T d) P/T ; T e) T/P ; P

428. Cinco moles de un gas monoatómico ideal (χ = 5/3) experimentan una expansión adiabática reversible desde un volumen inicial de V₁ = 24,0 lt y temperatura inicial de T₁ = 31 °C hasta un volumen final de V₂ = 40 lt. Hallar los cambios en la energía interna (en J) y en la entropía (J/K) del gas. (R = 8,31 J/mol · K)

- a) -5 428 ; 0 b) -5 468 ; 0 c) -5 428 ; 1 d) -5 468 ; 1 e) -5 448 ; 1

429. A bajas temperaturas, la capacidad calorífica de muchas sustancias cristalinas, viene dado por la ley de Debye: C_V = A T³, siendo A una cte. Hallar el cambio en la entropía por mol de la sustancia, cuando esta cambia su temperatura desde T₁ = 0 K hasta T₂ = 3 K.

- a) 1A b) 3A c) 5 A d) 7A e) 9A

- 430.** Un gas perfecto de exponente adiabático $\chi=7/5$ efectúa un proceso, donde la dependencia de la presión "P" respecto del volumen "V", viene dado por: $P = P_0 - \alpha V$, siendo "P₀" y "α" constantes positivas. ¿Para qué volumen la entropía del gas es máxima?
- a) $12P_0/7\alpha$ b) $7P_0/12\alpha$ c) $5P_0/7\alpha$ d) $7P_0/5\alpha$ e) $2P_0/5\alpha$
- 431.** Por un tubo de longitud $L=1$ m y área de sección $A=20$ cm² pasa vapor de agua. El coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire es $D=2,19 \cdot 10^{-5}$ m²·s⁻¹, a presión normal y temperatura de 20 °C. Hallar la cantidad de agua (en kg) que se evapora por segundo a través del tubo.
- a) $5,56 \cdot 10^{-10}$ b) $6,56 \cdot 10^{-10}$ c) $7,56 \cdot 10^{-10}$ d) $8,56 \cdot 10^{-10}$ e) $9,56 \cdot 10^{-10}$
- 432.** La presión ejercida sobre un metal de masa $m=100$ g se aumenta de $P_1=0$ MPa hasta $P_2=100$ MPa de forma isotérmica y cuasiestática. La densidad del metal es $\rho=10$ g/cm³ y su coeficiente de compresibilidad $k=0,67 \cdot 10^{-10}$ Pa⁻¹. Hallar el trabajo realizado. ($g=10$ m/s²)
- a) -3,14 J b) 3,14 J c) -3,34 J d) 3,34 J e) -3,54 J
- 433.** La compresibilidad "k" de una sustancia se define como el cambio fraccionario en el volumen de esa sustancia para un cambio de presión dada: $k=-(1/V)(dV/dP)$.
- I) Explique por qué el signo negativo de esta expresión asegura que "k" siempre será positiva.
- II) Demostre que para la compresión isotérmica de un gas, su compresibilidad es $k=1/P$
- III) Demostre que para la compresión adiabática de un gas su compresibilidad es $k=1/\gamma P$.
- IV) Evaluar "k" para un gas monoatómico ideal a la presión constante de $P=2$ atm.
- a) $0,1 \text{ atm}^{-1}$ b) $0,2 \text{ atm}^{-1}$ c) $0,3 \text{ atm}^{-1}$ d) $0,4 \text{ atm}^{-1}$ e) $0,5 \text{ atm}^{-1}$
- 434.** En un día de invierno, el flujo de calor que sale de una casa es de $2,5 \cdot 10^4$ kcal/h. Las temperaturas interna y externa de la casa son, 21 °C y -5 °C, respectivamente. ¿A qué rapidez este proceso produce entropía? (1 kcal=4187 J)
- a) 9,0 W/K b) 9,2 W/K c) 9,4 W/K d) 9,6 W/K e) 9,8 W/K
- 435.** Un acondicionador de aire remueve $8,4 \cdot 10^6$ J/h de calor de una habitación a la temperatura de 21 °C y expulsa este calor al aire ambiente a la temperatura de 27 °C. Este acondicionador de aire requiere 950 W de potencia eléctrica. Hallar la rapidez de cambio de la entropía en el acondicionador de aire.
- a) 2,0 W/K b) 2,5 W/K c) 3,0 W/K d) 3,5 W/K e) 4,0 W/K
- 436.** Un cuerpo humano genera aproximadamente 2 000 kcal de calor por día. Hallar la cantidad de entropía generada por el cuerpo humano en un segundo. Desprecie la pequeña cantidad de entropía que ingresa a su cuerpo en los alimentos que se consume.
- a) 12 mW/K b) 14 mW/K c) 16 mW/K d) 18 mW/K e) 20 mW/K

- 437.** Una máquina de vapor que opera entre dos depósitos a temperaturas de $T_C=480\text{ }^\circ\text{C}$ y $T_F=27\text{ }^\circ\text{C}$ tiene una eficiencia de $e=0,4$. La máquina entrega $\dot{W}=2\ 000\text{ hp}$ de potencia mecánica. ¿A que rapidez esta máquina genera entropía? (1 hp= 745,7 W)
- a) 10,39 kW/K b) 11,39 kW/K c) 12,39 kW/K d) 13,39 kW/K e) 14,39 kW/K
- 438.** A la temperatura de $-79\text{ }^\circ\text{C}$, el dióxido de carbono sólido se transforma en un gas mediante sublimación. A partir del calor de transformación, hallar el aumento en la entropía por kilogramo de dióxido de carbono durante la sublimación. ($L_V=5,8\cdot 10^5\text{ J/kg}$)
- a) 2,8 kJ/K b) 2,9 kJ/K c) 3,0 kJ/K d) 3,1 kJ/K e) 3,2 kJ/K
- 439.** Compare el aumento de entropía durante la fusión de 1,0 kg de aluminio, hierro, plata y mercurio.
- I) ¿Cuál de estos tiene el mayor cambio de entropía?
 II) ¿Cuál de estos tiene el menor cambio de entropía?
- 440.** Un paracaidista de masa $m=80\text{ kg}$ desciende con una rapidez constante de $v=5\text{ m/s}$. La temperatura del aire es $T=20\text{ }^\circ\text{C}$. ¿Con qué rapidez aumenta la entropía del paracaidista y el ambiente? ($g=9,81\text{ m/s}^2$)
- a) 13,0 W/K b) 13,2 W/K c) 13,4 W/K d) 13,6 W/K e) 13,8 W/K
- 441.** Un automóvil se desplaza con una rapidez constante de $v=65\text{ km/h}$ sobre un camino horizontal. La fricción de rodamiento, la fricción del aire y la fricción en el tren motriz absorben una potencia mecánica de $P=12\text{ kW}$. La temperatura del aire es de $T=20\text{ }^\circ\text{C}$. Hallar la rapidez con que se genera la entropía.
- a) 41 W/K b) 42 W/K c) 43 W/K d) 44 W/K e) 45 W/K
- 442.** Un automóvil de masa $m=1200\text{ kg}$ que se mueve a $v=80\text{ km/h}$ frena hasta detenerse. En este proceso, la energía cinética del automóvil primero se convierte en energía térmica del tambor de freno; luego esta energía térmica pasa al medio ambiente. La temperatura de los tambores es de $T_C=60\text{ }^\circ\text{C}$, cuando el automóvil frena, y la temperatura ambiente es de $T_F=20\text{ }^\circ\text{C}$.
- I) Hallar la entropía que se genera por la conversión de energía mecánica en energía térmica de los tambores de freno.
- a) 1,56 kJ/K b) 1,66 kJ/K c) 1,76 kJ/K d) 1,86 kJ/K e) 1,96 kJ/K
- II) Hallar la entropía adicional que se genera conforme el calor fluye al medio ambiente.
- a) 1,57 kJ/K b) 1,67 kJ/K c) 1,77 kJ/K d) 1,87 kJ/K e) 1,97 kJ/K
- 443.** En las cataratas del río Ucayali, $5700\text{ m}^3/\text{s}$ de agua caen a través de una distancia vertical de 50 m disipando toda su energía potencial gravitacional. La temperatura del ambiente es de $20\text{ }^\circ\text{C}$. Hallar la rapidez con la que aumenta la entropía que aporta el agua que

cae. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 9,3 MW/K b) 9,4 MW/K c) 9,5 MW/K d) 9,6 MW/K e) 9,7 MW/K

444. En Chorrillos, un clavadista de masa $m=70 \text{ kg}$, salta desde el "Salto del Fraile" que está a una altura de $h=36 \text{ m}$ sobre el mar. Si la temperatura del medio ambiente es de $T=295 \text{ K}$. Hallar el cambio neto en la entropía para este proceso. ($g=9,81 \text{ m/s}^2$)

- a) 81,8 J/K b) 82,8 J/K c) 83,8 J/K d) 84,8 J/K e) 85,8 J/K

445. Las dimensiones de la pared de ladrillo ($k=0,63 \text{ W/m}\cdot^\circ\text{C}$) de una de las habitaciones de una casa son: ancho $a=5 \text{ m}$, altura $h=3 \text{ m}$ y espesor $s=20 \text{ cm}$, Las temperaturas al interior y exterior de la habitación son de $T_1=21 \text{ }^\circ\text{C}$ y $T_2=-18 \text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. Hallar la rapidez con la que se genera la entropía.

- a) 0,82 W/K b) 0,86 W/K c) 0,90 W/K d) 0,94 W/K e) 0,98 W/K

446. La fusión del plomo a la temperatura de $328 \text{ }^\circ\text{C}$ requiere de $2,9\cdot 10^4 \text{ J/kg}$. Hallar el cambio en entropía cuando se funden 20 kg de plomo sólido a $328 \text{ }^\circ\text{C}$. ¿Este cambio es un aumento o una disminución de la entropía?

- a) 961 J/K b) 963 J/K c) 965 J/K d) 967 J/K e) 969 J/K

447. Un mol de un gas ideal se expande libremente desde un volumen inicial de $V_1=1 \text{ } \ell\text{t}$ a un volumen evacuado de $\Delta V=1 \text{ } \ell\text{t}$ adicional. Hallar el cambio en la entropía durante la expansión. ($R=8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 5,16 J/K b) 5,36 J/K c) 5,56 J/K d) 5,76 J/K e) 6,96 J/K

448. Una pieza de plata de masa $0,5 \text{ kg}$ se extrae de un horno de recocido a $950 \text{ }^\circ\text{C}$ y se suelta en una cubeta que contiene 5 kg de agua inicialmente a $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Si el calor permanece dentro del sistema plata-agua, hallar el cambio en entropía cuando se alcanza una temperatura final común. (calor específico del agua $4187 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$, de la plata $240 \text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$)

- a) 371,3 J/K b) 372,3 J/K c) 373,3 J/K d) 374,3 J/K e) 375,3 J/K

449. I) ¿Cuántos cubos de hielo (a $0 \text{ }^\circ\text{C}$) deben agregarse a un tazón que contiene $1,0 \text{ } \ell\text{t}$ de agua hirviendo a $100 \text{ }^\circ\text{C}$, tal que, la temperatura final sea de $40 \text{ }^\circ\text{C}$? Cada cubo de hielo tiene una masa de 20 g , el calor específico del agua es $4,2\cdot 10^3 \text{ J/kg}$. No hay flujo de calor a través del tazón. (calor latente fusión hielo $L_F=3,34\cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

- a) 21 cubos b) 22 cubos c) 23 cubos d) 24 cubos e) 25 cubos

II) Hallar el cambio de entropía que experimenta el sistema.

- a) 161,2 J/K b) 162,2 J/K c) 163,2 J/K d) 164,2 J/K e) 165,2 J/K

450. En la Fig.109, el recipiente rígido aislado contiene 5 kg de vapor de agua a 150 kPa . Al inicio, tres cuartas partes de la masa se encuentra en la fase líquida. Se enciende el cale

tador de resistencia eléctrica hasta vaporizar todo el líquido. Hallar el cambio de entropía del vapor durante este proceso.

- a) 19,0 kJ/K b) 19,1 kJ/K c) 19,2 kJ/K d) 19,3 kJ/K e) 19,4 kJ/K

451. En la Fig. 110, el recipiente rígido está dividido en dos partes iguales por la pared. La mitad izquierda contiene 2,5 kg de agua líquida comprimada a 400 kPa y 60 °C, y la otra mitad está vacía. Se retira la pared, y el agua se expande hasta llenar todo el tanque. Hallar el cambio de entropía del agua en este proceso, si la presión final en el recipiente es de 40 kPa.

- a) 0,452 kJ/K b) 0,462 kJ/K c) 0,472 kJ/K d) 0,482 kJ/K e) 0,492 kJ/K

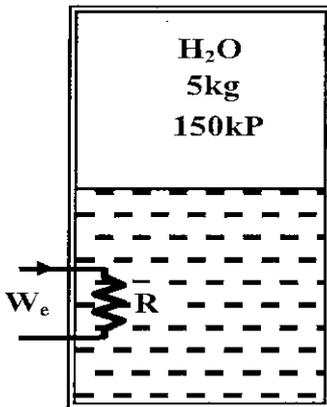


Fig. 109

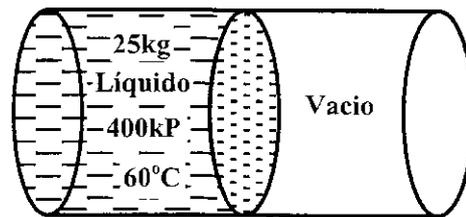


Fig. 110

452. Se prepara té con 0,25 kg de agua a 85 °C y se deja enfriar a temperatura ambiente de 20 °C, antes de beberlo. (calor específico del agua $c=4190 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el cambio de entropía del agua mientras se enfría.

- a) -205,9 J/K b) -206,9 J/K c) -207,9 J/K d) -208,9 J/K e) -209,9 J/K

II) Considerando que el proceso de enfriamiento es isotérmico para el aire en su cocina, hallar el cambio en la entropía del aire mientras el té se enfría, asumiendo que todo el calor que pierde el agua va al aire.

- a) 231,4 J/K b) 232,4 J/K c) 233,4 J/K d) 234,4 J/K e) 235,4 J/K

III) Hallar el cambio total en la entropía del sistema constituido por el té más el aire.

- a) 21,5 J/K b) 22,5 J/K c) 23,5 J/K d) 24,5 J/K e) 25,5 J/K

453. Tres moles de un gas ideal experimentan una compresión isotérmica reversible a 20 °C, durante la cual se efectúa un trabajo de 1850 J, sobre el gas. Hallar el cambio de entropía del gas.

- a) 6,11 J/K b) 6,21 J/K c) 6,31 J/K d) 6,41 J/K e) 6,51 J/K

454. Hallar el cambio de entropía de 0,130 kg de helio gaseoso en el punto de ebullición normal del helio cuando se condensa isotérmicamente a 1,0 ℓ t de helio líquido.

- a) -640,4 J/K b) -642,4 J/K c) -644,4 J/K d) -646,4 J/K e) -648,4 J/K

455.I) Hallar el cambio de entropía cuando 1 kg de agua a 100 °C se convierte en vapor a 100 °C. ($L_V=2256$ J/kg)

- a) 6,05 kJ/K b) 6,15 kJ/K c) 6,25 kJ/K d) 6,35 kJ/K e) 6,45 kJ/K

II) Compare su resultado con el cambio de entropía cuando 1 kg de hielo se funde a 0 °C, ¿El cambio de entropía es mayor para fusión o vaporización?

- a) 1,12 kJ/K b) 1,22 kJ/K c) 1,32 kJ/K d) 1,42 kJ/K e) 1,52 kJ/K

456.I) Hallar el cambio de entropía cuando 1 mol de agua de masa molar 18 g/mol a 100 °C se convierte en vapor de agua.

- a) 105,9 J/K b) 106,9 J/K c) 107,9 J/K d) 108,9 J/K e) 109,9 J/K

II) Hallar el cambio de entropía de 1 mol de nitrógeno líquido, 1 mol de plata y 1 mol de mercurio, cuando cada uno se vaporiza a su punto de ebullición normal.

457.I) Una caja térmicamente aislada está dividida mediante una membrana en dos partes iguales, cada uno de volumen "V". Inicialmente uno de las partes contiene "n" moles de un gas ideal a la temperatura "T", y la otra parte está vacía. Se rompe la membrana y el gas se expande hasta llenar toda la caja. Hallar una expresión para el cambio de entropía en este proceso de expansión libre.

II) Utilizando el cambio de entropía para dos estados microscópicos: $\Delta S = k \ln(w_2/w_1)$, con $k=R/N_A$ la constante de Boltzmann y " w_1 ", " w_2 " posibles estados microscópicos en los estados "1" y "2", deducir la expresión obtenida en I).

III) Evaluar la expresión obtenida en I) y II) para el cambio de entropía para $n=1$ mol y $R=8,314$ J/mol·K.

- a) 5,56 J/K b) 5,66 J/K c) 5,76 J/K d) 5,86 J/K e) 5,96 J/K

458. Dos moles de un gas ideal ocupan un volumen "V". El gas se expande isotérmicamente y reversiblemente a un volumen "3V". ($R=8,314$ J/ mol·K)

I) ¿Cambia la distribución de velocidades para esta expansión isotérmica?

II) Hallar el cambio de entropía que experimenta la expansión del gas.

- a) 18,07 J/K b) 18,27 J/K c) 18,47 J/K d) 18,67 J/K e) 18,87 J/K

459. Un globo solitario de una fiesta con un volumen de 2,4 ℓ t y que contiene 0,1 moles de aire se deja a la deriva en la Estación Espacial Internacional, temporalmente inhabitada y despresurizada. La luz solar que pasa por una ventanilla incide sobre el globo y hace que explote provocando que el aire en su interior experimente una expansión libre en la esta

ción vacía, cuyo volumen total es de 425 m^3 . Hallar el cambio de entropía del aire durante la expansión.

- a) 10 J/K b) 11 J/K c) 12 J/K d) 13 J/K e) 14 J/K

460. Una masa de 500 g de agua líquida a 0°C contenido en una charola de hielo, se congela lentamente y completamente a 0°C . Hallar el cambio en la entropía en este proceso.

- a) -600 J/K b) +600 J/K c) -610 J/K d) +610 J/K e) -620 J/K

461. A una presión de 1 atm, el helio líquido hierve a 4,2 K. El calor latente de vaporización es 20,5 kJ/kg. Hallar el cambio de entropía (por kilogramo) del helio que resulte de la vaporización.

- a) 4,58 kJ/K b) 4,68 kJ/K c) 4,78 kJ/K d) 4,88 kJ/K e) 4,98 kJ/K

462. Hallar el cambio de entropía de 250 g de agua calentada lentamente de 20°C a 80°C .

- a) 191 J/K b) 192 J/K c) 193 J/K d) 194 J/K e) 195 J/K

463. Para hacer gelatina de frambuesa, 900 g de jugo de frambuesa se mezclan con 930 g de azúcar. La mezcla empieza a temperatura ambiente 23°C , y se calienta lentamente en una estufa hasta 220°F . Se vierte luego en frascos calentados y se deja enfriar. Asumir que el jugo tiene el mismo calor específico que el agua. El calor específico de la sacarosa es $0,299 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$ y la del agua $1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$.

I) ¿Diga que tipo de proceso, describe este calentamiento: adiabático, isobárico, isotérmico, isovolumétrico, cíclico, reversible, isentrópico?

II) ¿Cuánta energía absorbe la mezcla?

- a) 401 kJ/K b) 403 kJ/K c) 405 kJ/K d) 407 kJ/K e) 409 kJ/K

III) ¿Cuál es el mínimo cambio de entropía cuando la gelatina se calienta?

- a) 1,19 kJ/K b) 1,29 kJ/K c) 1,39 kJ/K d) 1,49 kJ/K e) 1,59 kJ/K

464. La temperatura en la superficie del Sol es aproximadamente de 5700 K y la temperatura en la superficie de la Tierra es de alrededor de 290 K. Hallar el cambio de entropía, cuando 1000 J de energía se transforman por radiación del Sol hacia la Tierra.

- a) 3,17 J/K b) 3,27 J/K c) 3,37 J/K d) 3,47 J/K e) 3,57 J/K

465. Un auto de masa $m=1500 \text{ kg}$ que se desplaza con una rapidez de $v=20 \text{ m/s}$, se frena hasta detenerse. Los frenos se enfrían a la temperatura del aire de 20°C . Hallar el cambio de entropía en este proceso.

- a) 1,02 kJ/K b) 1,12 kJ/K c) 1,22 kJ/K d) 1,32 kJ/K e) 1,42 kJ/K

466. Una herradura de hierro de 1 kg se extrae de una forja a 900°C y se coloca en 4 kg de agua a 10°C . Suponiendo que no se pierde energía por calor hacia el entorno, hallar el

cambio de entropía del sistema herradura+agua. ($c_{\text{He}}=448 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$, $c_{\text{A}}=4186 \text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$)

- a) 711,6 J/K b) 713,6 J/K c) 715,6 J/K d) 717,6 J/K e) 719,6 J/K

467. ¿Con qué rapidez una persona genera un cambio en la entropía del Universo? Calcule un estimado de orden de magnitud, expresando qué cantidades toma como datos y los valores estimados para estas. ($1 \text{ cal}=4,186 \text{ J}$)

- a) 3,0 W/K b) 3,5 W/K c) 4,0 W/K d) 4,5 W/K e) 5,0 W/K

468. Un tanque rígido de masa pequeña contiene 40 g de Argón, inicialmente a 200°C y 100 kPa. El tanque se ubica en un reservorio a 0°C y se deja enfriar hasta alcanzar el equilibrio térmico. (para el Argón $M=39,9 \text{ g/mol}$, $R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el volumen del tanque.

- a) 39,0 lt b) 39,2 lt c) 39,4 lt d) 39,6 lt e) 39,8 lt

II) Hallar el cambio en la energía interna del Argón.

- a) -2,1 kJ b) -2,3 kJ c) -2,5 kJ d) -2,7 kJ e) -2,9 kJ

III) Hallar la energía transferida por calor.

- a) -2,1 kJ b) -2,3 kJ c) -2,5 kJ d) -2,7 kJ e) -2,9 kJ

IV) Hallar el cambio de entropía del Argón.

- a) -6,07 J/K b) -6,27 J/K c) -6,47 J/K d) -6,67 J/K e) -6,87 J/K

V) Hallar el cambio de entropía del hielo a temperatura constante.

- a) 9,16 J/K b) 9,36 J/K c) 9,56 J/K d) 9,76 J/K e) 9,96 J/K

469. Un mol de un gas ideal monoatómico, inicialmente a la presión de $P_1=1 \text{ atm}$ y volumen de $V_1=0,025 \text{ m}^3$, se calienta hasta un estado final de presión $P_2=2 \text{ atm}$, volumen $V_2=0,04 \text{ m}^3$. Hallar el cambio de entropía del gas. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 18,0 J/K b) 18,2 J/K c) 18,4 J/K d) 18,6 J/K e) 18,8 J/K

470. Se colocan 50 g de agua líquida a 0°C en el congelador de un refrigerador cuyas paredes se mantienen a -10°C . Hallar la entropía total del universo, en este proceso de congelación del agua. ($L_F=33,5 \text{ kJ/kg}$, $C_P=2100 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$)

- a) 2,0 J/K b) 2,2 J/K c) 2,4 J/K d) 2,6 J/K e) 2,8 J/K

471. Dos moles de un gas ideal a $T=400 \text{ K}$ se expande cuasiestática e isotérmicamente desde un volumen inicial $V_1=40 \text{ lt}$ hasta un volumen final $V_2=80 \text{ lt}$. ($R=8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la variación de entropía del gas.

- a) -11,5 J/K b) +11,5 J/K c) -13,5 J/K d) +13,5 J/K e) -15,5 J/K

II) Hallar la variación de entropía del Universo en este proceso.

- a) -11,5 J/K b) +11,5 J/K c) -13,5 J/K d) +13,5 J/K e) -15,5 J/K

472. Hallar la variación de entropía de 1,0 kg de agua a 100 °C cuando se transforma en vapor a 100 °C y a la presión de 1 atm. ($L_V=2,26 \cdot 10^6$ J/K)

- a) 6,06 kJ/K b) 6,26 kJ/K c) 6,46 kJ/K d) 6,66 kJ/K e) 6,86 kJ/K

473. Un sistema absorbe 200 J de calor reversiblemente de un foco a 300 K y cede 100 J reversiblemente a un foco de 200 K al desplazarse del estado A hacia el B. Durante el proceso el sistema realiza un trabajo de 50 J.

I) Hallar la variación de energía interna del sistema.

- a) 40 J b) 45 J c) 50 J d) 55 J e) 60 J

II) Hallar la variación de entropía del sistema.

- a) 0,157 J/K b) 0,167 J/K c) 0,177 J/K d) 0,187 J/K e) 0,197 J/K

III) Hallar la variación de entropía del Universo.

- a) 0 J/K b) 1 J/K c) 2 J/K d) 3 J/K e) 4 J/K

IV) Si el sistema evoluciona del estado A hacia el B según un procesos no reversible, ¿Cuál sería la respuesta a las preguntas I), II) y III).

474. Un sistema absorbe 300 J de un foco a 300 K y 200 J de un foco a 400 K. Retorna a su estado inicial haciendo un trabajo de 100 J y cediendo 400 J a un foco a la temperatura T.

I) Hallar la variación de entropía del sistema para el ciclo completo.

- a) 0 J/K b) 1 J/K c) 2 J/K d) 3 J/K e) 4 J/K

II) Si el ciclo es reversible, hallar el valor de la temperatura T.

- a) 265,7 K b) 266,7 K c) 267,7 K d) 268,7 K e) 269,7 K

475. Un bloque de 200 kg de hielo a 0 °C que se introduce en un lago cuya temperatura es algo mayor de 0 °C, se funde. ($L_F=333,5$ kJ/kg)

I) Hallar la variación de entropía del hielo.

- a) 240 J/K b) 242 J/K c) 244 J/K d) 246 J/K e) 248 J/K

II) Hallar la variación de entropía del lago.

- a) -240 J/K b) -242 J/K c) -244 J/K d) -246 J/K e) -248 J/K

III) Hallar la variación de entropía del Universo.

476. Un trozo de hielo de masa 100 g a 0 °C se coloca en un recipiente aislado que contiene

100 g de agua líquida a 100 °C. Despreciar la capacidad calorífica del recipiente. (agua $c_A=1 \text{ cal/g}\cdot^\circ\text{C}$, hielo $L_F=79,7 \text{ cal/g}$, agua $C_P=4,184 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$, fusión $L_F=333,5 \text{ kJ/kg}$)

I) Hallar la temperatura del equilibrio térmico de la mezcla hielo+agua.

- a) 10,0 °C b) 10,2 °C c) 10,4 °C d) 10,6 °C e) 10,8 °C

II) Hallar el cambio de entropía del Universo para este proceso.

- a) 21 J/K b) 22 J/K c) 23 J/K d) 24 J/K e) 25 J/K

477. Se introduce un bloque de cobre de masa 1 kg a 100 °C en un calorímetro de capacidad calorífica despreciable que contiene 4 lt de agua a 0 °C. (agua $c_A=4,184 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$, cobre $c_{Cu}=0,386 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el cambio de entropía del bloque de cobre.

- a) -115,9 J/K b) -116,9 J/K c) -117,9 J/K d) -118,9 J/K e) -119,9 J/K

II) Hallar el cambio de entropía del agua.

- a) 151,9 J/K b) 152,9 J/K c) 153,9 J/K d) 154,9 J/K e) 155,9 J/K

III) Hallar el cambio de entropía del universo.

- a) 35 J/K b) 36 J/K c) 37 J/K d) 38 J/K e) 39 J/K

478. Una caja se divide en dos mitades idénticas mediante una membrana impermeable. En cada una de las mitades hay 1 mol de gases ideales A y B, respectivamente.

I) Hallar el cambio de la entropía cuando la membrana se retira y los dos gases se mezclan.

- a) 10,0 J/K b) 10,5 J/K c) 11,0 J/K d) 11,5 J/K e) 12,0 J/K

II) Si se repite el proceso con el mismo tipo de gas en cada una de las mitades, ¿Cambia la entropía cuando se retira la membrana?

479. Un trozo de plomo de masa 2 kg a 100 °C cae sobre un lago a 10 °C. Hallar el cambio de entropía del Universo. ($c_{Pb}=0,128 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

- a) 10,12 J/K b) 10,32 J/K c) 10,52 J/K d) 10,72 J/K e) 10,92 J/K

480. Un mol de un gas ideal se expande libremente desde $V_1=12,3 \text{ lt}$ y $T_1=300 \text{ K}$ hasta $V_2=24,6 \text{ lt}$ y $T_2=300 \text{ K}$. Luego se comprime isotérmicamente y cuasiestáticamente, volviendo a su estado inicial.

I) Hallar el cambio de entropía del universo en el ciclo completo.

- a) 5,16 J/K b) 5,36 J/K c) 5,56 J/K d) 5,76 J/K e) 5,96 J/K

II) Hallar el trabajo desperdiciado durante el ciclo.

III) Demostrar que el trabajo perdido es $T\Delta S_u$.

481. Dos automóviles de masas $m=1100$ kg cada uno desplazándose a la rapidez de $v=75$ km/h en direcciones opuestas colisionan y llegan al reposo. Hallar el cambio de entropía del universo en esta colisión. La temperatura del ambiente es de $T=15$ °C.

- a) 1658 J/K b) 1668 J/K c) 1678 J/K d) 1688 J/K e) 1698 J/K

482. Una varilla de aluminio conduce 9,50 cal/s desde una fuente de calor, que se mantiene a 225 °C, hacia un gran cuerpo de agua a 22 °C. Hallar la rapidez a la que aumenta la entropía en este proceso.

- a) $11,1 \frac{\text{mcal}}{\text{s}\cdot\text{K}}$ b) $12,1 \frac{\text{mcal}}{\text{s}\cdot\text{K}}$ c) $13,1 \frac{\text{mcal}}{\text{s}\cdot\text{K}}$ d) $14,1 \frac{\text{mcal}}{\text{s}\cdot\text{K}}$ e) $15,1 \frac{\text{mcal}}{\text{s}\cdot\text{K}}$

483. Un gas ideal se expande isotérmicamente a $T=410$ K desde un volumen de $V_1=2,5$ lt y presión $P_1=7,5$ atm, a una presión de $P_2=1,0$ atm. Hallar el cambio de entropía en este proceso.

- a) 9,13 J/K b) 9,23 J/K c) 9,33 J/K d) 9,43 J/K e) 9,53 J/K

484. La temperatura de 2,0 moles de un gas diatómico ideal cambia de 20 °C a 55 °C a un volumen constante. Hallar el cambio de entropía. ($R=8,314$ J/mol·K)

- a) 1,58 J/K b) 1,68 J/K c) 1,78 J/K d) 1,88 J/K e) 1,98 J/K

485. Una pieza de aluminio (Al) de 3,8 kg a 30 °C se coloca en 1,0 kg de agua (A) en un contenedor de poliestireno a temperatura ambiente de 20 °C. Hallar el cambio neto en la entropía del sistema. ($c_{Al}=0,22$ kcal/kg·°C, $c_A=1,0$ kcal/kg·°C)

- a) 0,3 cal/K b) 0,4 cal/K c) 0,5 cal/K d) 0,6 cal/K e) 0,7 cal/K

486. Dos muestras de un gas ideal inicialmente están a la misma temperatura y presión. Cada una se comprime reversiblemente de un volumen V a un volumen $V/2$, una isotérmicamente y la otra adiabáticamente.

- I) ¿En cuál muestra la presión final es mayor?
 II) Determinar mediante integración el cambio de entropía del gas para cada proceso.
 III) ¿Cuál es el cambio en la entropía del ambiente para cada proceso?

487. Una taza aislada de aluminio de 150 g a 20 °C se llena con 240 g de agua a 100 °C. ($c_{Al}=0,22$ cal/g·°C, $c_A=1$ cal/g·°C, 1 cal=4,186 J)

I) Hallar la temperatura final de la mezcla.

- a) 82 °C b) 84 °C c) 86 °C d) 88 °C e) 90 °C

II) Hallar el cambio total en la entropía como resultado del proceso de mezcla.

- a) 3,0 J/K b) 3,2 J/K c) 3,4 J/K d) 3,6 J/K e) 3,8 J/K

488. Demostrar que en un ciclo de Carnot el cambio total de entropía es cero.

489. Un mol de gas de nitrógeno (N_2) y un mol de gas de argón (Ar) están en contenedores aislados separados, de igual tamaño y a la misma temperatura. Luego, los contenedores se conectan y se permite que los gases (supuestos ideales) se mezclen.

I) Hallar el cambio de entropía del sistema.

- a) 10,5 J/K b) 11,0 J/K c) 11,5 J/K d) 12,0 J/K e) 12,5 J/K

II) Hallar el cambio de entropía del medio ambiente.

- a) 0,0 J/K b) 3,5 J/K c) 6,6 J/K d) 9,5 J/K e) 12,5 J/K

III) Repetir el inciso I), suponiendo que un contenedor es el doble en tamaño que el otro.

- a) 10,5 J/K b) 11,0 J/K c) 11,5 J/K d) 12,0 J/K e) 12,5 J/K

490. El calor específico por mol de potasio a bajas temperaturas, está dado por: $C_v = aT + bT^3$, donde $a = 2,08 \text{ mJ/mol}\cdot\text{K}^2$ y $b = 2,57 \text{ mJ/mol}\cdot\text{K}^4$. Hallar el cambio en la entropía de 0,25 mol de potasio cuando su temperatura se reduce de 3 K a 1 K.

- a) -6,2 mJ/K b) +6,2 mJ/K c) -6,4 mJ/K d) +6,4 mJ/K e) -6,6 mJ/K

491. Un gas ideal experimenta una expansión isotérmica reversible a 132°C . La entropía del gas aumenta en 46,2 J/K. Hallar la cantidad de calor absorbido.

- a) 18,1 kJ b) 18,3 kJ c) 18,5 kJ d) 18,7 kJ e) 18,9 kJ

492. Cuatro moles de un gas ideal se expanden de un volumen V_1 a un volumen $V_2 = 3,45 V_1$.

I) Si la expansión es isotérmica a la temperatura $T = 410 \text{ K}$, hallar el trabajo efectuado sobre el gas al expandirse.

- a) -16,3 kJ b) +16,3 kJ c) +16,6 kJ d) +16,6 kJ e) -16,9 kJ

II) Hallar el cambio en la entropía de haber alguno.

- a) 41,2 J/K b) 41,4 J/K c) 41,6 J/K d) 41,8 J/K e) 42,0 J/K

III) Si la expansión fuese reversiblemente adiabática en lugar de isotérmica, ¿Cuál es el cambio en la entropía?

- a) 0 J/K b) 10 J/K c) 15 J/K d) 20 J/K e) 25 J/K

493. Un bloque de cobre de masa $m = 1,22 \text{ kg}$ se calienta desde $T_1 = 25^\circ\text{C}$ hasta $T_2 = 105^\circ\text{C}$.

I) Hallar el calor absorbido por el bloque de cobre. ($c = 387 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$)

- a) 37,0 kJ b) 37,2 kJ c) 37,4 kJ d) 37,6 kJ e) 37,8 kJ

II) Hallar el cambio que experimenta la entropía del bloque de cobre.

- a) 110,3 J/K b) 112,3 J/K c) 114,3 J/K d) 116,3 J/K e) 118,3 J/K

494. En la Fig.111, suponiendo que el cambio en la entropía del sistema al pasar del estado "a" al estado "b" a lo largo de la trayectoria 1 es $+0,60 \text{ J/K}$,

I) ¿Cuál es el cambio de la entropía al pasar del estado "a" el estado "b" a lo largo de la trayectoria 2?

- a) $-0,60 \text{ J/K}$ b) $+0,60 \text{ J/K}$ c) $-0,70 \text{ J/K}$ d) $+0,70 \text{ J/K}$ e) $-0,80 \text{ J/K}$

II) ¿Cuál es el cambio de la entropía al pasar del estado "b" el estado "a" a lo largo de la trayectoria 2?

- a) $-0,60 \text{ J/K}$ b) $+0,60 \text{ J/K}$ c) $-0,70 \text{ J/K}$ d) $+0,70 \text{ J/K}$ e) $-0,80 \text{ J/K}$

495.I) Demostrar que para un ciclo de Carnot, la gráfica del diagrama de entropía en función de la temperatura (S-T) es un rectángulo. II) Para el ciclo de Carnot mostrado en la Fig.112.

II) Hallar el calor suministrado en el ciclo de Carnot.

- a) -70 J b) $+70 \text{ J}$ c) -75 J d) $+75 \text{ J}$ e) -80 J

III) Hallar el trabajo efectuado sobre el sistema, durante el ciclo de Carnot.

- a) -70 J b) $+70 \text{ J}$ c) -75 J d) $+75 \text{ J}$ e) -80 J

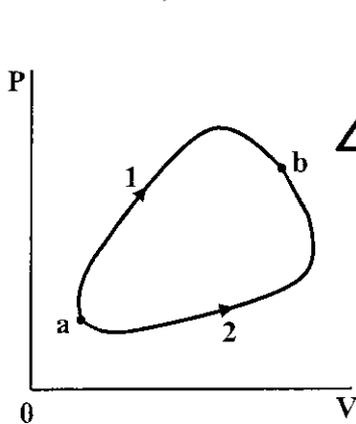


Fig.111

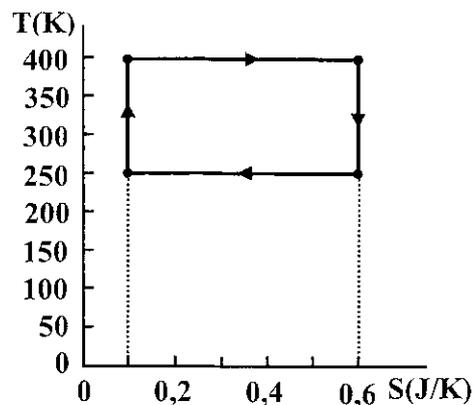


Fig.112

496. A temperaturas muy bajas, el calor específico molar del aluminio a volumen constante puede aproximarse por la expresión: $C_V = AT^3$, donde $A = 3,15 \cdot 10^{-5} \text{ J/mol} \cdot \text{K}^4$. Hallar el cambio de entropía de 4,8 mol de aluminio, cuando su temperatura se eleva de 5 K a 10 K.

- a) $41,1 \text{ mJ/K}$ b) $42,1 \text{ mJ/K}$ c) $43,1 \text{ mJ/K}$ d) $44,1 \text{ mJ/K}$ e) $45,1 \text{ mJ/K}$

497. Puede transferirse calor del agua a 0°C , a la presión atmosférica, sin provocar que el agua se congele, si se hace con poca agitación del agua. Suponiendo que el agua se enfría a -5°C antes de que el hielo comience a formarse. Hallar el cambio de entropía que ocurre durante la congelación súbita de 1 g de agua. ($L_F = 333 \text{ kJ/kg}$)

- a) $-1,04 \text{ J/K}$ b) $+1,04 \text{ J/K}$ c) $-1,24 \text{ J/K}$ d) $+1,24 \text{ J/K}$ e) $-1,44 \text{ J/K}$

498. En la Fig. 113, un mol de gas ideal monoatómico recorre el ciclo $a \rightarrow b \rightarrow c$ mostrado.

I) ¿Cuánto trabajo se efectúa sobre el gas al expandirlo de "a" a "c" a lo largo de la trayectoria abc?

- a) $-2P_0V_0$ b) $+2P_0V_0$ c) $-3P_0V_0$ d) $+3P_0V_0$ e) $-4P_0V_0$

II) ¿Cuál es el cambio en la energía interna al pasar el gas de "b" a "c"?

- a) $2P_0V_0$ b) $3P_0V_0$ c) $4P_0V_0$ d) $5P_0V_0$ e) $6P_0V_0$

III) ¿Cuál es el cambio en la entropía al pasar el gas de "b" a "c"?

- a) $1,04nR$ b) $1,14nR$ c) $1,24nR$ d) $1,34nR$ e) $1,44nR$

IV) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas al pasar por un ciclo completo?

- a) 0 b) P_0V_0 c) $2P_0V_0$ d) $-P_0V_0$ e) $-2P_0V_0$

V) ¿Cuál es el cambio en la entropía del gas al pasar por un ciclo completo?

- a) 0 b) P_0V_0 c) $2P_0V_0$ d) $-P_0V_0$ e) $-2P_0V_0$

499. En la Fig. 114, un mol de gas ideal recorre el ciclo mostrado en el diagrama PV, donde $V_2=3V_1$.

I) Hallar en términos de P_1 , V_1 , T_1 y R las cantidades P_2 , P_3 , y T_3 .

II) Hallar en términos de P_1 , V_1 , T_1 y R las cantidades W , Q , ΔU , y ΔS para los tres procesos

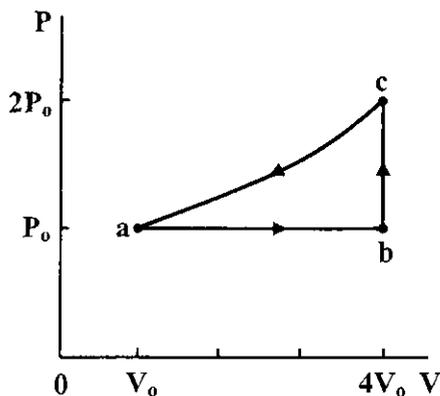


Fig. 113

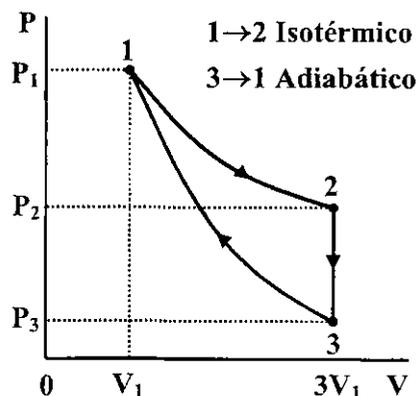


Fig. 114

500. Una barra de latón está en contacto térmico con un depósito de calor a 130°C con un extremo y un depósito de calor a 24°C en el otro extremo.

I) Hallar el cambio total en la entropía que surge del proceso de conducción de 1200 J de calor a través de la barra.

- a) $1,063\text{ J/K}$ b) $1,163\text{ J/K}$ c) $1,263\text{ J/K}$ d) $1,363\text{ J/K}$ e) $1,463\text{ J/K}$

II) ¿Cambia la entropía de la barra durante el proceso?

501. Un gas ideal experimenta una expansión isotérmica a $T=77\text{ }^{\circ}\text{C}$, aumentando su volumen de $V_1=1,3\text{ }\ell$ a $V_2=3,4\text{ }\ell$. El cambio en la entropía del gas es de $\Delta S=24\text{ J/K}$, ¿Cuántos moles de gas están presentes? ($R=8,314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$)

- a) 1 mol b) 2 moles c) 3 moles d) 4 moles e) 5 moles

502. Un elemento calentador de resistencia eléctrica de 1200 W con diámetro de $0,5\text{ cm}$ se introduce en 40 kg de agua inicialmente a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Suponiendo que el recipiente de agua está bien aislado. ($c=4,18\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

I) Hallar el tiempo que tarda este calentador en elevar la temperatura del agua a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) 1,10 h b) 1,12 h c) 1,14 h d) 1,16 h e) 1,18 h

II) Hallar la entropía generada durante este proceso.

- a) 16,1 kJ/K b) 16,3 kJ/K c) 16,5 kJ/K d) 16,7 kJ/K e) 16,9 kJ/K

503. Se transfiere calor uniformemente a agua hirviendo en una cacerola a través de su fondo plano a razón de 500 W . Si las temperaturas de las superficies interna y externa del fondo del recipiente son de $104\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $105\text{ }^{\circ}\text{C}$, respectivamente. Hallar la tasa de generación de entropía dentro del fondo de la cacerola. ($m=10^{-3}$)

- a) 3,11 mW/K b) 3,31 mW/K c) 3,51 mW/K d) 3,71 mW/K e) 3,91 mW/K

504. Un inventor afirma haber inventado un dispositivo adiabático de flujo estacionario con una sola entrada salida que produce 100 kW cuando expande 1 kg/s de aire de 900 kPa y $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ a 100 kPa . ¿Es válida esta afirmación? ($c_p=1,013\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

505. Ingresar agua líquida a un sistema adiabático de tubería a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ a razón de 8 kg/s . Si la temperatura del agua sube en $0,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ durante el flujo debido a la fricción. Hallar la tasa de generación de entropía en la tubería. ($c=4,18\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

- a) 21,2 W/K b) 22,2 W/K c) 23,2 W/K d) 24,2 W/K e) 25,2 W/K

506. Se comprime agua líquida con una bomba de eficiencia isentrópica del 75% , de $0,2\text{ MPa}$ a 5 MPa , a razón de $0,15\text{ m}^3/\text{min}$. ¿Cuál es la potencia de entrada de esta bomba?

- a) 15 kW b) 16 kW c) 17 kW d) 18 kW e) 19 kW

507. Se comprimen adiabáticamente 3 kg de gas de helio de 100 kPa y $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ a 900 kPa . Si la eficiencia de compresión isentrópica es de 80% por ciento. ($c_v=3,1156\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$)

I) Hallar la temperatura final del helio.

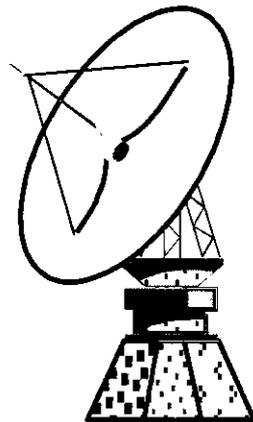
- a) 720,7 K b) 721,7 K c) 722,7 K d) 723,7 K e) 724,7 K

II) Hallar el suministro necesario de trabajo.

- a) 4938 kJ b) 4948 kJ c) 4958 kJ d) 4968 kJ e) 4978 kJ

CAP-9

ONDAS

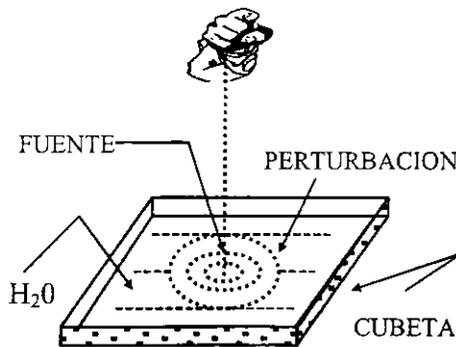


- **Conceptos fundamentales**
- **Ondas sinusoidales**
- **Ondas sonoras**
- **Ondas electromagnéticas**
- **Efecto Doppler**



ONDAS

1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES



a) Onda

Se llama así a la perturbación que experimenta alguna propiedad de un medio, por ejemplo, puede ser la densidad, la presión, el campo eléctrico o magnético y que se transmite mediante las vibraciones de las partículas (moléculas) del medio, transportando energía mas no materia. El medio perturbado puede ser de naturaleza diversa como aire, agua, gas, un trozo de metal, etc...

b) Fuentes de ondas

Son los cuerpos que actuando en un medio provocan la perturbación, que por su naturaleza u origen pueden ser mecánicas, electromagnéticas, etc..

Ejemplo: 01

En la Figura, la piedrita, es la fuente de ondas y el agua el medio de propagación.

c) Clasificación de ondas

I. Según el medio de propagación

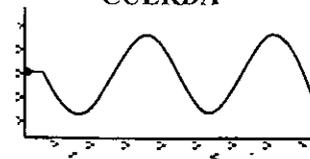
1) Ondas mecánicas

Una onda mecánica es una perturbación de las propiedades mecánicas (posición, velocidad y energía de los átomos o moléculas) que se propaga a lo largo de un material. Todas las ondas mecánicas necesitan: 1) De alguna fuente que origine o genere la perturbación, y 2) De un medio que permita perturbación.

- El sonido es el ejemplo más conocido de onda mecánica, que en los fluidos se propaga como onda longitudinal de presión. Los terremotos, por otra parte, se modelan como ondas elásticas que se propagan por el terreno



CUERDA



Ejemplo: 02

Ondas sonoras, ondas en una cuerda, ondas en un resorte, ondas en una columna de gas.

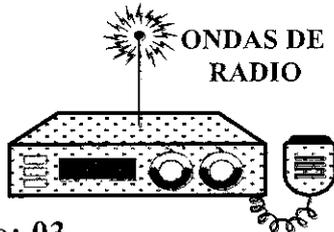
2) Ondas electromagnéticas

Se llaman así a las perturbaciones del campo electromagnético que se propagan en un medio material o en el vacío, es decir, no necesitan de un medio material para propagarse. Incluyen, entre otras, la luz visible y las ondas de radio, televisión y telefonía.

- Todas se propagan en el vacío a una velocidad constante, muy alta de valor igual a $c=3 \cdot 10^8$ m/s. Gracias a ello podemos observar la luz emitida por una estrella lejana, que quizás haya desaparecido hace tiempo. O enterarnos de un suceso

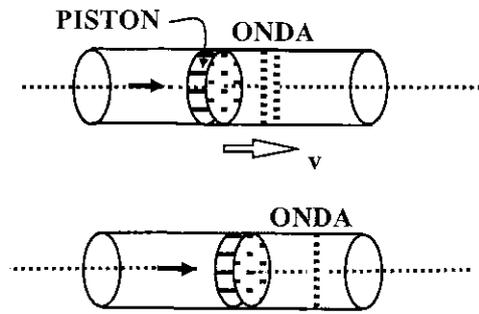
que ocurre a miles de kilómetros prácticamente en el instante de producirse.

- Las ondas electromagnéticas se propagan mediante las oscilaciones de los campos eléctricos y magnéticos. Los campos electromagnéticos al "excitar" los electrones de nuestra retina, nos comunican con el exterior y permiten que nuestro cerebro "construya" el escenario del mundo en que estamos.



Ejemplo: 03

Ondas de radio, televisión, rayos X, rayos gamma, luz, etc...

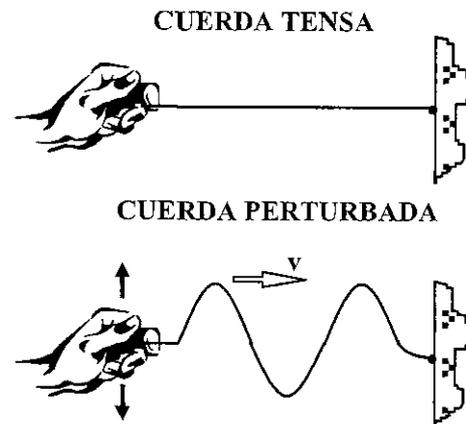


2) Ondas transversales

Una onda elástica es transversal cuando las partículas del medio de propagación al pasar la onda por ellas, oscilan perpendicularmente a la dirección en la que se propaga la onda.

3) Ondas gravitacionales

Las ondas gravitacionales son perturbaciones que alteran la geometría misma del espacio-tiempo y aunque es común representarlas viajando en el vacío, técnicamente no podemos afirmar que se desplacen por ningún espacio, sino que en sí mismas son alteraciones del espacio-tiempo. Hasta el presente no se han demostrado experimentalmente la existencia de las ondas gravitacionales.



Ejemplo: 05

Las ondas provocadas en una cuerda tensa, por perturbaciones o vibraciones transversales (mano), son ondas transversales, las ondas en una barra generada por golpes a lo largo de su longitud, son ondas transversales.

II. Según su modo de propagación

1) Ondas longitudinales

Una onda elástica es longitudinal cuando las partículas del medio de propagación al pasar la onda por ellas, oscilan en la misma dirección en la que se propaga la onda.

Ejemplo: 04

Las ondas en una columna de gas son longitudinales, las ondas de sonido son longitudinales, las ondas en una cuerda tensada a lo largo de su longitud, etc...

III. Según el frente de onda

1) Ondas unidimensionales

Son aquellas ondas que se propagan a lo largo de una sola dirección del espacio, como por ejemplo las ondas en los resortes o en las cuerdas. Si la onda se propaga en una dirección única, sus frentes de onda son planos y paralelos.

2) Ondas bidimensionales

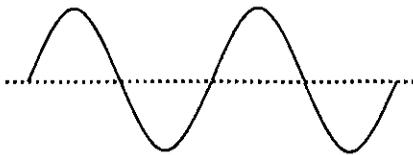
Son aquellas ondas que se propagan en dos direcciones. Pueden propagarse, en cualquiera de las direcciones de una superficie, por ello, se denominan también ondas superficiales. Por ejemplo las ondas que se producen en una superficie líquida en reposo al ser impactada por una piedrita son ondas bidimensionales.

3) Ondas tridimensionales

Son aquellas ondas que se propagan en tres direcciones. Las ondas tridimensionales se llaman también ondas esféricas, porque sus frentes de ondas son esferas concéntricas que salen de la fuente de perturbación expandiéndose en todas las direcciones. Por ejemplo, el sonido y las ondas electromagnéticas son tridimensionales.

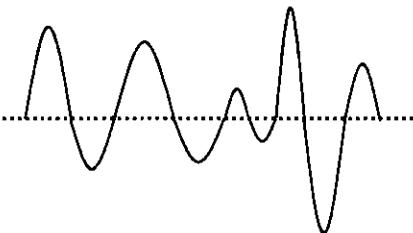
IV. Según su periodicidad

1) Ondas periódicas



La perturbación local que las origina se produce en ciclos repetitivos por ejemplo una onda senoidal es periódica.

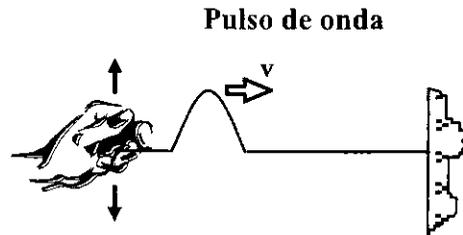
2) Ondas no periódicas



La perturbación que las origina se da aisladamente o, en el caso de que se repita, las perturbaciones sucesivas tienen características diferentes. Las ondas aisladas

se denominan también pulsos. A las ondas no periódicas también se les llama aperiódicas.

d) Pulso de onda



Se llama así a la onda generada en un medio por un impulso o vibración única. Por ejemplo, sacudiendo una vez el extremo de una cuerda horizontal, generamos un pulso que se propaga a lo largo de la cuerda, como se observa en la Figura, otro ejemplo, el sonido de un disparo es un pulso de onda sonora.

e) Tren de ondas

Se llama así al conjunto de pulsos continuos, producidos por una serie de impulsos o vibraciones continuas, que se propagan en un medio o el vacío. Por ejemplo, sacudiendo varias veces el extremo izquierdo de una cuerda, producimos un tren de ondas transversales.

f) Medio lineal

Es aquel medio, en el que las magnitudes que caracterizan la acción externa que actúa sobre el medio y el cambio de estado que este produce están relacionadas directamente. Por ejemplo, un medio elástico que cumple la ley de Hooke es lineal según sus propiedades mecánicas.

g) Medio homogéneo

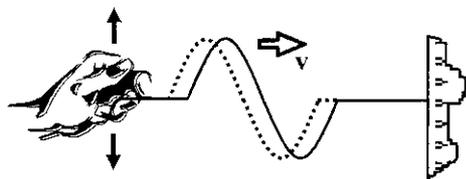
Es aquel medio, cuyas propiedades físicas no varían de un punto a otro. Por ejemplo, la densidad del medio es la misma en todos los puntos.

h) Medio isótropo

Es aquel medio, cuyas propiedades físicas son la misma en todas las direcciones, caso contrario se dice que el medio es anisótropo. Por ejemplo, los esfuerzos al interior de una barra son diferentes respecto de las direcciones consideradas.

i) Onda viajera

Se llaman así, a las ondas que se desplazan libremente por el medio, y se describen mediante una función que depende de la distancia a la fuente de ondas y del tiempo, esto es: $f=f(x; t)$. Por ejemplo, las ondas transversales o longitudinales generadas en una cuerda muy larga, son ondas viajeras, pues, se propagan a lo largo de la longitud de la cuerda.



j) Onda plana

Una onda se dice que es plana si sus frentes de onda forman un conjunto de planos paralelos entre si, por ejemplo, las ondas del tipo sinusoidal que se propagan en un medio no absorbente son planas.

k) Coherencia

Dos ó más ondas se dicen que son coherentes cuando son generadas por fuentes (focos) que oscilan con la misma frecuencia manteniendo un desfase constante, caso contrario se dice que son incoherentes.

l) Solitón

Se llama así, a la onda solitaria que se propaga sin deformarse en un medio no lineal. Por ejemplo, este tipo de ondas son observadas en el movimiento de las aguas en un canal o río.

m) Fonón

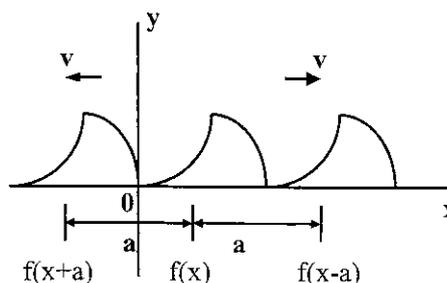
Se llama así, al modo cuantizado de vibración que se da en las redes cristalinas como la red atómica de un sólido. Los fonones juegan un papel muy importante en muchas de las propiedades físicas de los sólidos, tales como las conductividades térmica y eléctrica. En particular, las propiedades de los fonones de longitud de onda larga dan lugar al sonido en los sólidos.

n) Onda sísmica

Son un tipo de onda elástica consistentes en la propagación de perturbaciones temporales del campo de esfuerzos que generan pequeños movimientos en un medio. Las ondas sísmicas pueden ser generadas por movimientos telúricos naturales, o artificialmente mediante explosiones nucleares, debajo de la superficie terrestre. La ciencia que se ocupa del estudio de este tipo de ondas y de los fenómenos relacionados a ella, es la sismología, el cual, tiene como objetivo predecir los terremotos, evitando cuantiosos daños.

2. ECUACION DIFERENCIAL DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

a) Descripción matemática de una onda



En la Figura, se tienen dos ondas que se propagan a la derecha e izquierda, con velocidades de propagación "v", así:

$$y = f(x - a) = f(x - vt)$$

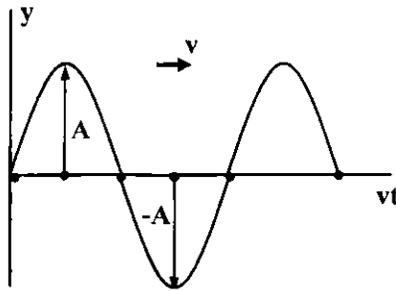
es la representación matemática de la onda que se mueve a la derecha.

$$y = f(x + a) = f(x + vt)$$

es la representación matemática de la onda que se mueve a la izquierda.

Ejemplo: 06

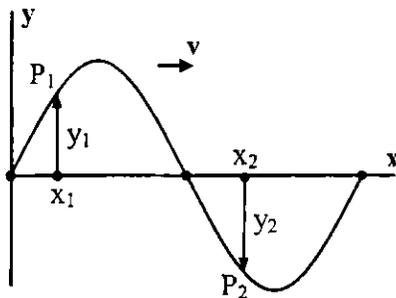
Una onda del tipo sinusoidal representa mos, así:



$$y(x, t) = A \text{ sen } k(x - vt)$$

siendo, "A" la amplitud de la perturbación, $k=2\pi/\lambda$ el número de onda, y "v" la velocidad de propagación la amplitud máxima de la perturbación.

- La cantidad "y" mide el desplazamiento que experimenta la partícula, respecto de su posición de equilibrio, esta cantidad puede ser positiva o negativa. De otro lado, "x" nos da la posición de la partícula respecto del eje X, esta cantidad puede ser positiva o negativa.



Por ejemplo, para una onda transversal que se propaga en una cuerda, para el instante "t", "x₁", "x₂" son las posiciones

de las partículas "P₁" y "P₂" sobre el eje X, en tanto, "y₁", "y₂" son los desplazamientos que experimentan dichas partículas, como se observa en la Figura. Se debe recalcar que las partículas no experimentan desplazamiento en la dirección del eje X.

b) Ecuación diferencial del movimiento ondulatorio

La ecuación diferencial cuya solución describe el movimiento de una onda que se propaga a velocidad constante "v", en la dirección de los ejes X⁺ y X⁻, viene dado por:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

La solución general de esta ecuación diferencial de segundo orden homogénea en derivadas parciales es de la forma:

$$y(x, t) = f_1(x - v.t) + f_2(x + v.t)$$

como se estudio anteriormente, f₁(x-vt), f₂(x+vt) son las representaciones matemáticas de ondas que se propagan hacia la derecha e izquierda del eje X, con velocidades de propagación constantes "v".

Demostración:

- Sean: $y = f(x \pm vt)$ y $u = x \pm vt$, entonces:

$$y = f(u) \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 1 \text{ y } \frac{\partial u}{\partial t} = \pm v$$

De modo que, de la regla de la cadena, se tiene:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial u}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = \pm v \frac{\partial y}{\partial u}$$

Procediendo del mismo modo, obtenemos las segundas derivadas, así:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right) \frac{\partial u}{\partial t} = \pm v \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} (\pm v)$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{d^2 y}{du^2} \quad (2)$$

Igualando (1) con (2), obtenemos la ecuación de la onda, así:

$$\diamond \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

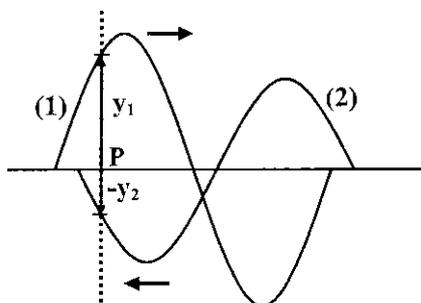
c) Principio de superposición de ondas

Si en un medio se propagan al mismo tiempo "n" ondas diferentes determinadas por los potenciales escalares ϕ_1, \dots, ϕ_n , y los potenciales vectoriales $\vec{A}_1, \dots, \vec{A}_n$ los potenciales ϕ y \vec{A} de la onda resultante, serán:

$$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad \text{y} \quad \vec{A} = \sum_{i=1}^n \vec{A}_i$$

Cada onda se propaga por el medio independientemente de las demás.

Sólo es válido para medios lineales, que obedecen a la ley de Hooke.



Por ejemplo, basados en este principio de superposición, podemos decir que: el desplazamiento ondulatorio en cualquier punto del medio, es igual, a la suma algebraica de los desplazamientos en ese mismo punto de todas las ondas presentes.

- Así, la amplitud del desplazamiento en la posición P, resultante de la superposición de las ondas "1" que viaja a la derecha y "2" que viaja a la izquierda es:

$$y = y_1 - y_2$$

Esto es consecuencia de que la ecuación de onda es lineal, y por tanto, si existen dos o más soluciones, cualquier combinación lineal de ellas es también solución.

- El principio de superposición, explica el fenómeno llamado interferencia de ondas

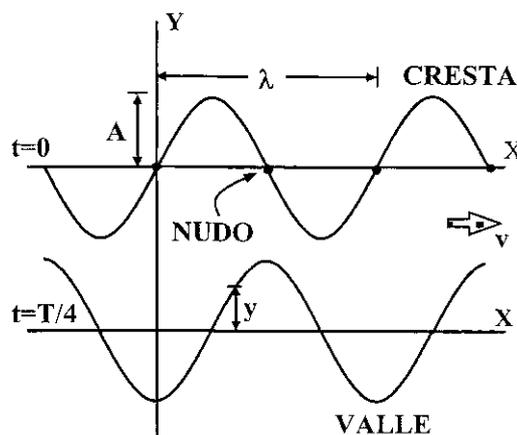
3. ONDAS SINUSOIDALES

a) Definición

Una onda que tiene como perfil una sinusoide se dice que es armónica, recordemos que toda función armónica es periódica.

Las ondas de perfiles más complicados pueden expresarse como sumas de funciones sinusoidales mediante los métodos de Fourier.

b) Ecuación matemática de una onda sinusoidal



La ecuación de una onda sinusoidal plana (armónica), que se propaga en un medio no absorbente, se representa así:

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0\right)$$

siendo, "A" amplitud de la onda, "T" período de la onda, "λ" longitud de onda, "v" velocidad de propagación, "φ₀" fase inicial de la onda, "ω" frecuencia cíclica "y" posición en la vertical de un punto de la onda.

- El signo (+) es para una onda que se propaga hacia la izquierda.
- El signo (-) es para una onda que se propaga hacia la derecha.

c) Representación compleja de una onda

La ecuación matemática de un movimiento ondulatorio, en general puede representarse en su forma compleja, del modo siguiente:

$$y(x, t) = A e^{i(kx \mp \omega t + \phi_0)}$$

$$y(x, t) = A [\cos(kx \mp \omega t + \phi_0) + \sin(kx \mp \omega t + \phi_0)]$$

siendo, "A" la amplitud, "k" el número de onda, "ω" la frecuencia cíclica, y "φ₀" la fase inicial.

d) Elementos de una onda sinusoidal

1) Fase de la onda (Φ)

Es el argumento de la función que representa a la onda, por ejemplo para una onda del tipo sinusoidal, su fase de onda es:

$$\Phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0\right)$$

2) Longitud de onda (λ)

Es la distancia recorrida "λ" por la onda plana en un tiempo igual al período "T", es decir:

$$\lambda = v T$$

3) Vector de onda (\vec{k})

El vector de onda \vec{k} es un vector que apunta en la dirección de propagación de la onda en cuestión, viene dado por:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{u}$$

siendo, \hat{u} el vector unitario que esta en la dirección de propagación de la onda.

- La magnitud del vector de onda se llama número de onda "k", y se define como el número de longitudes de onda "λ" contenidas en una fase de 2π , esto es:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v T} = \frac{\omega}{v}$$

4) Frecuencia cíclica (ω)

La frecuencia cíclica (angular) de una onda plana del tipo sinusoidal, es la rapidez con la que se cubre una fase completa 2π , es decir:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

5) Amplitud (A)

Es la máxima distancia alcanzada por las partículas que oscilan, respecto de su posición de equilibrio, cuando la onda pasa por ellas.

6) Relaciones entre v, T, ω, λ, f

Las expresiones que relacionan, la velocidad de propagación "v", la longitud de onda "λ", la frecuencia "f" y el período, son:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$$

e) Velocidad y aceleración de una partícula en una onda sinusoidal

1) Velocidad

La velocidad transversal (perpendicular a la velocidad de propagación de la onda) de cualquier partícula en una onda transversal, es la primera derivada temporal del desplazamiento "y", esto es:

$$v_y = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t)$$

Como se observa "v_y" varía con el tiempo, a semejanza del movimiento armónico simple.

- La rapidez máxima de la partícula se obtiene para, $\sin(kx \pm \omega t) = 1$, así:

$$v_{y,max} = \omega A$$

Esta rapidez, puede ser mayor o menor o igual que la rapidez de onda "v", la cual, dependerá de la amplitud "A" y la frecuencia "f" de la onda.

2) Aceleración

La aceleración de cualquier partícula asociada a la onda es la primera derivada temporal de la velocidad instantánea "v_y", o la segunda derivada temporal de la posición "y", esto es:

$$a_y = \frac{\partial v_y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$a_y = \mp \omega^2 A \sin(kx \pm \omega t)$$

$$a_y = \mp \omega^2 y(x,t)$$

Así, la aceleración de una partícula es \dot{a}_y

igual a $\mp \omega^2$ por su desplazamiento "y".

f) Densidad de energía

La energía por unidad de volumen, transportada por la onda mecánica, viene dado por:

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$$

siendo, "ρ" la densidad del medio, "ω" la frecuencia cíclica, y "A" la amplitud.

g) Potencia media (P_m)

La rapidez media con que transporta la onda mecánica la energía por unidad de tiempo, viene dada por:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2$$

siendo, "ρ" la densidad del medio de propagación, "v" la velocidad de propagación, "ω" la frecuencia cíclica, "S" el área de la sección a través del cual pasa la energía, y "A" la amplitud de la onda.

h) Intensidad de energía (I)

Se llama así, a la energía media por unidad de área y tiempo, que pasa a través de una sección del medio en la que se propaga la onda mecánica, viene dado por:

$$I = \frac{P_m}{S} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$$

i) Relación entre las amplitudes de las ondas de presión P_o y desplazamiento A

La relación entre las amplitudes de las ondas de presión P_o y desplazamiento de las ondas mecánicas que se propagan en un gas, viene dado por:

$$P_o = \rho_o v \omega A$$

siendo " ρ_0 " la densidad del gas, " v " la rapidez de propagación de las ondas, y " ω " la frecuencia cíclica.

j) Ondas monocromáticas

Se dice que un conjunto de " n " ondas de frecuencias f_1, f_2, \dots, f_n son monocromáticas, si estas poseen la misma frecuencia, esto es:

$$f_1 = \dots = f_n$$

k) Onda homogénea

Una onda es homogénea si la función de onda " y " es constante, sobre el frente de onda; esto es, si la amplitud de la onda es constante.

l) Frentes de onda

Se llama así a la superficie en la cual la fase de una onda " φ " es constante.

- Para una onda plana los frentes de onda son superficies planas para los cuales $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{cte.}$
- Para una onda esférica los frentes de onda son esferas concéntricas, siendo el radio constante, $r = \text{cte.}$

m) Ondas estacionarias

Se llama así a la onda que resulta de la superposición de dos ondas sinusoidales que se propagan una al encuentro de la otra y que tienen la misma frecuencia y amplitud; y en caso de ser transversales igual polarización.

- Si se superponen dos ondas planas coherentes móviles se obtiene una onda plana estacionaria.

4. VELOCIDAD DE PROPAGACION DE UNA ONDA MECANICA

La rapidez con la que se desplaza una onda mecánica, ya sea longitudinal o transversal, depende del medio donde se propaga, así, tenemos:

a) Velocidad de las ondas transversales en una barra

La rapidez de las ondas transversales en una barra isótropa, viene dado por:

$$v = \left(\frac{G}{\rho}\right)^{1/2}$$

siendo, " G " el módulo de rigidez del medio de propagación, y " ρ " su densidad.

b) Velocidad de las ondas longitudinales en una barra

La rapidez de propagación de las ondas longitudinales en una barra de módulo de Young " E " y densidad " ρ ", viene dado por:

$$v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$$

c) Velocidad de las ondas transversales en una cuerda

La rapidez de propagación de las ondas transversales en una cuerda de densidad de masa longitudinal " μ ", sometida a la tensión " T ", viene dado por:

$$v = \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{1/2}$$

siendo, $\sigma = T/A$ el esfuerzo, " A " el área de la sección de la cuerda, " ρ " su densidad de masa.

d) Velocidad de las ondas en un resorte deformado

La rapidez de propagación de las ondas en un resorte de formado es:

$$v = \left(\frac{K}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{kL}{\mu}\right)^{1/2}$$

siendo, " K " el módulo de elasticidad, " μ " la masa por unidad de longitud, y $k = K/L$, la constante elástica del resorte de

longitud no deformada "L".

5. ONDAS ESTACIONARIAS

e) Velocidad de las ondas superficiales en un líquido

La rapidez con la que se propagan las ondas superficiales en un líquido, viene dado por:

$$v = \left[\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right) \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda} \right]^{1/2} \quad (1)$$

siendo, "λ" la longitud de onda, "g" la aceleración debida a la gravedad, "T" la tensión superficial, y "h" la profundidad del líquido.

Casos particulares

- 1) Cuando, $h \gg \lambda$, es decir la profundidad es mucho mayor que la longitud de onda, la $\operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda} \approx 1$, y la ecuación inicial se reduce a:

$$v = \left[\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right]^{1/2} \quad (2)$$

- Para, $\lambda \gg 1$, longitudes de onda muy grandes, podemos despreciar el segundo término de la ec(2), quedando este, así:

$$v = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} \right)^{1/2}$$

- Para, $\lambda \ll 1$, longitudes de onda muy pequeñas, podemos despreciar el primer término de la ec.(2), quedando este, así:

$$v = \left(\frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right)^{1/2}$$

- 2) Cuando, $h \ll \lambda$, es decir la profundidad es mucho menor que la longitud de onda, se tiene que, $2\pi h/\lambda \ll 1$, por lo que, $\operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda} \approx \frac{2\pi h}{\lambda}$, además, $2\pi T/\rho\lambda \approx 0$, con lo que, la ec.(1), en este caso se reduce a:

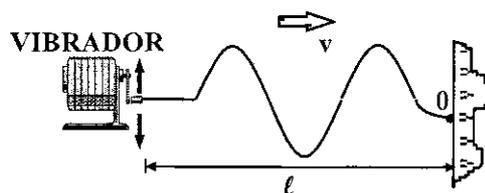
$$v = \sqrt{gh}$$

a) Definición

Se llama así a la onda que permanece fija en el espacio, es decir, no se propaga en el medio. Este tipo de onda resulta de la superposición de dos ondas sinusoidales que se propagan una al encuentro de la otra y que tienen la misma frecuencia y amplitud; y en caso de ser transversales igual polarización. También, surgen las ondas estacionarias, cuando el medio se desplaza en sentido opuesto al de la onda, con velocidad igual, al de la velocidad de propagación de la onda. Por ejemplo, en una cuerda la superposición de la onda generada en el vibrador con su onda reflejada dan lugar a una onda estacionaria.

b) Ondas estacionarias en una cuerda

Colocando el extremo izquierdo de una cuerda de longitud "ℓ" a un vibrador, y el extremo derecho fijando al punto 0, como se aprecia en la Figura, obtenemos ondas estacionarias transversales, que se propagan a lo largo de la cuerda.



Para obtener la onda estacionaria, superponemos la onda incidente que sale del vibrador "y₁" con la onda que se refleja en el extremo derecho "y₂", estas ondas se llaman componentes de la onda estacionaria, así:

$$y = y_1 + y_2$$

$$y_2 = A \operatorname{sen}(kx + \omega t) + A \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

$$y = 2A \operatorname{sen} kx \cos \omega t$$

Así, la amplitud de la onda estacionaria depende de la posición "x", y viene dado por:

$$A' = 2A \operatorname{sen} kx$$

como se aprecia su amplitud máxima es el doble de la de las ondas componentes.

- * Los valores máximos y mínimos de la amplitud "y", llamados crestas y valles, obtenemos cuando:

$$\operatorname{sen} kx = 1$$

$$\Rightarrow kx = (2n - 1) \frac{\pi}{2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- * Los valores nulos de "y", llamados nodos, obtenemos, cuando $x = \ell$, además:

$$\operatorname{sen} k\ell = 0$$

$$\Rightarrow k\ell = n\pi \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

Utilizando, $k=2\pi/\lambda$, $f=v/\lambda$ con $v = (T/\mu)$ velocidad de propagación, obtenemos las expresiones para la longitud de onda " λ " y la frecuencia "f", así:

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

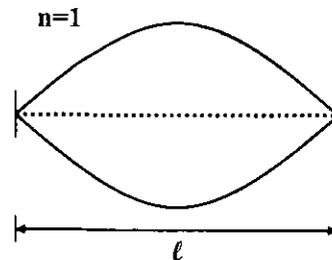
$$f_n = \frac{n}{2\ell} \left(\frac{T}{\mu} \right)^{1/2}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

siendo, "T" la tensión en la cuerda, " μ " la masa por unidad de longitud, y las ondas que se propagan en la cuerda transversales.

- * Como " λ " y "f" dependen del número entero "n", la longitud de onda y la frecuencia solo pueden adoptar ciertos valores discretos, por lo que se dice, que están cuantizados.

- * Se llaman valores fundamentales de la longitud de onda " λ " y de la frecuencia "f", a los valores correspondiente a $n=1$, esto es:

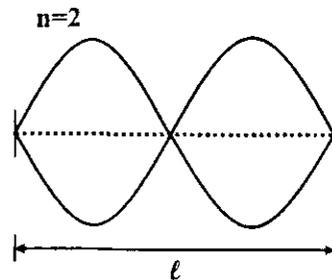
$$\lambda_1 = 2\ell \Rightarrow \frac{\lambda_1}{2} = \ell$$



esto es, la longitud de cuerda " ℓ " contiene la mitad de una longitud de onda.

- * Para, $n=2$, evaluando la expresión de la longitud de onda, tenemos:

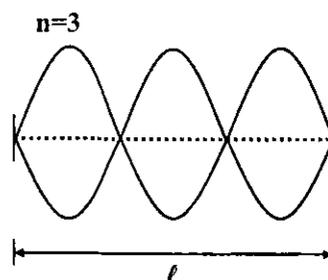
$$\lambda_2 = \frac{2\ell}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{2} = \frac{\ell}{2}$$



esto es, la longitud de la cuerda contiene dos medias longitudes de onda, hay tres nodos, dos crestas y dos valles.

- * Para, $n=3$, evaluando la expresión de la longitud de onda, tenemos:

$$\lambda_3 = \frac{2\ell}{3} \Rightarrow \frac{\lambda_3}{2} = \frac{\ell}{3}$$

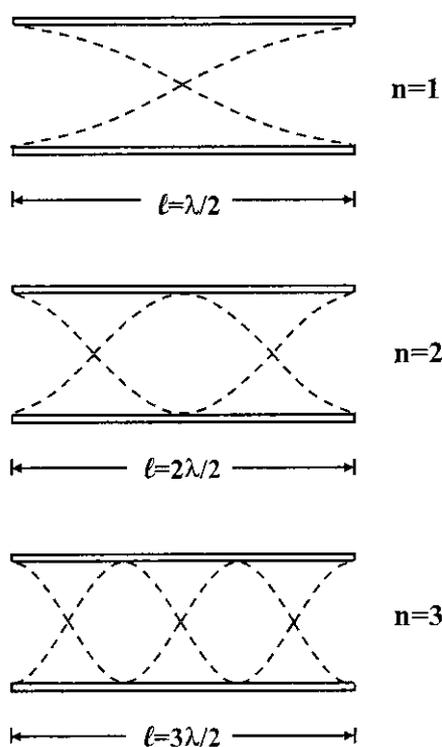


esto es, la longitud de la cuerda contiene tres medias longitudes de onda, hay cuatro nodos, tres crestas y tres valles.

- Se llaman armónicos a todos los valores posibles que pueden adoptar para $n=1, 2, 3, \dots$ las frecuencias de oscilación "f" de la onda estacionaria.
- La cuantización de los valores que presentan las frecuencias y longitudes de onda de la onda estacionaria, es resultado de las condiciones de frontera impuestas en los extremos de la cuerda.
- Al contrario que en las ondas viajeras, en las ondas estacionarias no se produce propagación neta de energía.
- Superponiendo dos ondas planas coherentes móviles, obtenemos una onda plana estacionaria.

c) Ondas estacionarias en un tubo abierto

Si los extremos de un tubo están abiertos el aire vibra con su máxima amplitud en los extremos, es decir, en ambos extremos deben haber antinodos (vientres).



Ondas de presión estacionarias en una columna de aire abierta en ambos extremos. Ahora, como la distancia entre dos nodos o entre dos vientres es media longitud de onda " $\lambda/2$ ", y la longitud del tubo es " l ", entonces, el número de medias longitudes de onda, que pueden estar contenidas en el tubo, son:

$$l = \frac{\lambda}{2}, \quad l = 2\frac{\lambda}{2}, \quad l = 3\frac{\lambda}{2}, \dots, \quad l = n\frac{\lambda}{2}$$

con, $n=1, 2, 3, \dots$, un número entero.

- De otro lado, como las ondas que se propagan en la columna de aire son armónicas, su longitud de onda es, $\lambda = v_s/f$, de modo que, la expresión para las frecuencias de los distintos modos de vibración es:

$$f_n = \frac{n}{2} \frac{v_s}{l}, \quad \text{con } n=1, 2, 3, \dots$$

siendo, " v_s " la velocidad del sonido en el aire y " l " la longitud del tubo.

Recordar que la frecuencia fundamental de la vibración, se obtiene para $n=1$, esto es $f_1 = (1/2) v_s/l$, así, los distintos modos de vibración en función de la vibración fundamental " f_1 ", son:

$$f_n = n f_1, \quad \text{con } n=2, 3, 4, \dots$$

estas frecuencias $2f, 3f, 4f, \dots$ se denominan las frecuencias de los sobretonos o armónicos superiores.

d) Ondas estacionarias en un tubo cerrado

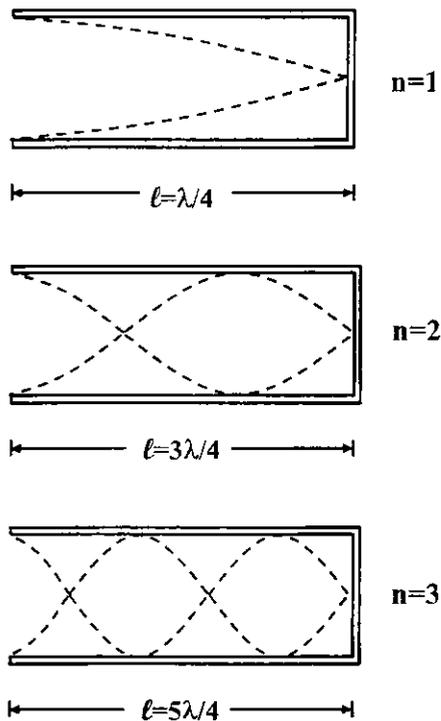
Si uno de los extremos del tubo es cerrado se origina un vientre en el extremo por donde ingresa el aire, y un nodo en el extremo cerrado. Ahora, como la distancia entre un vientre y un nodo consecutivo es " $\lambda/4$ ", en la longitud " l " del tubo pueden caber las siguientes cantida

des de cuartas longitudes de onda:

$$\ell = \frac{\lambda}{4}, \ell = 3\frac{\lambda}{4}, \dots, \ell = (2n + 1)\frac{\lambda}{4},$$

con, $n=0, 1, 2, 3, \dots$, un número entero.

En la Figura se representan los tres primeros modos de vibración.



Ondas de presión estacionarias en una columna de aire cerrada en un extremo
Luego, como las ondas que se propagan en la columna de aire son armónicas, su longitud de onda es, $\lambda = v_s/f$, de modo que la expresión para las frecuencias de los distintos modos de vibración es:

$$f_n = \frac{2n + 1}{4} \frac{v_s}{\ell}, \text{ con } n=0, 1, 2, \dots$$

siendo, " v_s " la velocidad del sonido en el aire y " ℓ " la longitud del tubo.

Como la frecuencia fundamental de la vibración, se obtiene para $n=0$, esto es $f_0 = (1/4) v_s/\ell$, así, los distintos modos de vibración en función de la vibración funda

mental " f_0 ", son:

$$f_n = (2n + 1) f_0, \text{ con } n=1, 2, 3, \dots$$

estas frecuencias $3f, 5f, 7f, \dots$ se denominan las frecuencias de los sobretonos o armónicos superiores.

e) Ondas estacionarias en líneas de transmisión de ondas de radio

En transmisión de ondas de radio, las ondas estacionarias en las líneas de transmisión son sumamente peligrosas para la integridad física de los componentes. Un aparato, el ROE-metro, mide el porcentaje de la onda incidente que es reflejada.

- En el caso ideal en que se estableciera una onda estacionaria en la línea de transmisión, el transmisor terminaría por destruirse.
- Una ROE (Relación de Onda Estacionaria) de 1,5 equivale a una reflexión de 4% de la onda incidente, y se admite que es el máximo que un transmisor de 100 Watts a transistores puede soportar sin sufrir daños. En cambio, los transmisores a válvulas son menos sensibles a las ondas estacionarias.

f) Leyes de Bernoulli

Las fórmulas obtenidas en concordancia con las llamadas leyes de Bernoulli, establecen que la frecuencia del sonido en un tubo es:

- 1) Directamente proporcional a la velocidad del sonido " v_s " en el gas que contiene el tubo.
- 2) Inversamente proporcional a la longitud del tubo " ℓ ".
- 3) En un tubo abierto, se puede producir el sonido que corresponde a la frecuencia fundamental y sus armónicos o sobretonos ($n=2, 3, 4, \dots$)
- 4) En un tubo cerrado, se puede producir el sonido que corresponde a la frecuencia

fundamental y los armónicos impares o sobretonos ($2n+1=3, 5, 7, \dots$).

- 5) En dos tubos idénticos y con el mismo gas, uno abierto y otro cerrado, el abierto produce un sonido cuya frecuencia (fundamental) es el doble que la del cerrado.

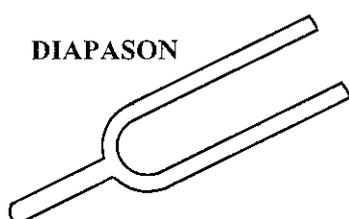
g) Resonancia

Se llama así, al fenómeno en el que un sistema capaz de oscilar (cuerda o tubo con aire) se somete a una serie de impulsos con una frecuencia igual a una de las frecuencias naturales f_n ($n=1,2,3..$) de oscilación del sistema, alcanzando su amplitud grandes valores.

- Por ejemplo, escuchamos el sonido del océano, mediante un caracol, debido a la resonancia. El ruido del aire exterior que roza el caracol es una mezcla de ondas sonoras de casi todas las frecuencias audibles, que obliga al aire dentro del caracol a oscilar.
- Otro ejemplo, es el de una copa de cristal que se rompe debido a la acción del sonido, al coincidir la frecuencia del sonido con una de las frecuencias de vibración de modo normal de la copa de cristal, alcanzando las vibraciones grandes amplitudes.

h) Diapasón

Es una pieza en forma de U de metal elástico (generalmente acero). Cuando se le golpea haciéndolo vibrar, genera una onda sinusoidal casi inaudible dependiendo de la frecuencia, para poder escucharlo se de acercar al oído, o amplificar apo



yándolo sobre una caja de resonancia de madera, como la caja de un instrumento de cuerda, que puede ser por ejemplo una guitarra. El diapasón más utilizado es el llamado "la" 440, que genera una nota la_4 de exactamente 440 Hz. Bajo el agua un diapasón de 440 Hz genera una frecuencia de alrededor de 650 Hz.

- El diapasón se utiliza para afinar instrumentos musicales de cuerda a una afinación concreta.

6. ONDAS ESFERICAS

a) Definición

Se llama onda esférica a aquella onda cuyos frentes de onda son esferas concéntricas, con centro común en la fuente generadora de las ondas. Una onda esférica se propaga con la misma rapidez en todas las direcciones, por lo que es, una onda tridimensional.

b) Ecuación de propagación

La ecuación diferencial en coordenadas esféricas que describe la propagación de la onda esférica en un medio isótropo, viene dado por:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial y}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

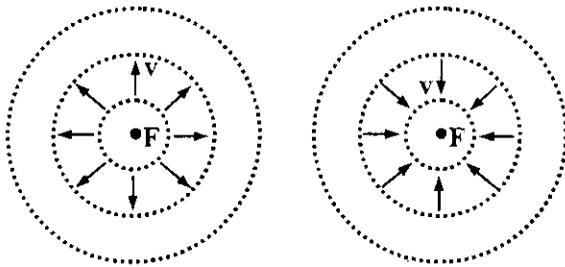
siendo, "r" la distancia de un punto cualquiera del medio de propagación a la fuente generadora de la ondas, y "v" la velocidad de propagación.

c) Ecuación de presión

Para un fluido isótropo y para una onda esférica que tiene la misma amplitud en todas las direcciones, la ecuación de presión para una onda de presión saliente (-) o entrante (+), que satisface la ecuación diferencial de propagación de una onda esférica, es de la forma:

$$P - P_0 = \frac{1}{r} f(r \mp vt)$$

siendo, "r" la distancia de un punto del medio a la fuente F, que genera las ondas de presión.



Saliente

Entrante

d) Velocidad de propagación

La expresión de la rapidez de propagación de una onda esférica, es idéntica a la de una onda plana, esto es:

$$v = \left(\frac{\kappa}{\rho_0}\right)^{1/2}$$

siendo, "κ" el módulo de elasticidad de volumen, y "ρ₀" la densidad de masa normal.

e) Onda esférica armónica

La ecuación de presión de una onda armónica esférica, viene dado por:

$$P = P_0 + (\mathcal{P}_0/r) \text{sen}(kr - \omega t)$$

La amplitud de la onda de presión es \mathcal{P}_0/r . A grandes distancias de la fuente generadora de las ondas esféricas, el desplazamiento "y" que experimentan las partículas del medio, respecto de sus posiciones de equilibrio, viene dado por:

$$y = \frac{A_0}{r} \cos(kr - \omega t)$$

siendo, $\mathcal{P}_0 = v\rho_0 v A_0$, la relación entre las

amplitudes de las ondas de presión \mathcal{P}_0 y desplazamiento "A₀", respectivamente.

f) Frentes de onda

Los frentes de onda de una onda esférica, son esferas concéntricas con centro común en el punto donde se origina la perturbación.

g) Densidad de energía

A grandes distancias de la fuente generadora de ondas, sustituyendo la amplitud A₀ por A₀/r en la expresión dada en 3.f) la energía por unidad de volumen es:

$$w = \frac{1}{2} \frac{\rho_0 \omega^2 A_0^2}{r^2}$$

$$w = \mathcal{P}_0 / 2v^2 \rho_0 r^2$$

h) Flujo de energía

El flujo de energía por unidad de tiempo que pasa a través de una superficie esférica de radio "r", y área A=4πr², viene dado por:

$$P_m = v A w$$

$$P_m = v(4\pi r^2) \left(\frac{1}{2} \frac{\rho_0 \omega^2 A_0^2}{r^2}\right)$$

$$P_m = 2\pi v \rho_0 \omega^2 A_0^2$$

$$P_m = 2\pi \mathcal{P}_0^2 / \rho_0 v$$

Como se observa el flujo de energía (energía por unidad tiempo, que pasa por una superficie) es independiente de la distancia radial "r", lo cual esta en concordancia con el principio de conservación de la energía.

i) Intensidad de energía

La intensidad de energía de una onda esférica, es decir, la energía media que pasa por unidad de área y tiempo por una superficie, viene dado por:

$$I = vw$$

$$I = \mathcal{P}_0 / 2v\rho_0 r^2 = I_0 / r^2$$

donde, $I_0 = \mathcal{P}_0^2 / 2\rho_0 v$, en una onda esférica la intensidad de energía es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente.

j) Dominio de validez

Las ondas esféricas que hemos estudiado son aplicables únicamente al caso de los fluidos perfectos, los cuales no soportan esfuerzos cortantes. Debemos mencionar que en un sólido elástico son posibles dos clases de ondas: ondas irrotacionales y ondas solenoidales.

k) Ejemplos de ondas esféricas

Mencionemos dos ejemplos de ondas esféricas, ellas son:

- 1) Las ondas de sonido que se propagan en un medio homogéneo e isótropo como el aire o agua en reposo son esféricas.
- 2) La luz (onda electromagnética) que se propaga en el aire, agua o el vacío es una onda esférica. En otros medios, debido a los efectos de la dispersión, difusión la luz deja de ser una onda esférica.

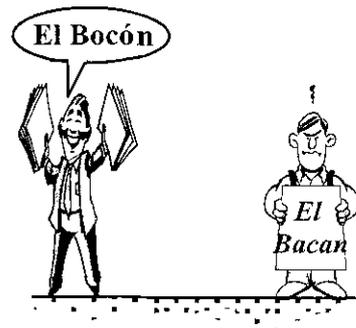
7. ONDAS SONORAS**a) Ondas sonoras**

Se llama así a la onda longitudinal por donde viaja el sonido. Si se propaga en un medio elástico y continuo que generalmente es un fluido (aire), genera una variación local de presión o densidad, que se transmite en forma de onda esférica pe-

riódica o cuasi periódica.

b) Sonido

Se llama sonido a cualquier fenómeno que involucre la propagación en forma de ondas elásticas (sean audibles o no), generalmente a través de un fluido (u otro medio elástico) que esté generando el movimiento vibratorio de un cuerpo.



- El sonido humanamente audible consiste en ondas sonoras consistentes en oscilaciones de la presión del aire, que son convertidas en ondas mecánicas en el oído humano y percibidas por el cerebro. La propagación del sonido es similar en los fluidos, donde el sonido toma la forma de fluctuaciones de presión. En los cuerpos sólidos la propagación del sonido involucra variaciones del estado tensional del medio.

c) Velocidad de propagación

Es una magnitud vectorial, que mide la rapidez con la que se propaga la perturbación, esta depende del medio de propagación que puede ser un sólido, un líquido o un gas, de la temperatura del medio, y de la presión a la cual está sometido el medio (gas).

- La velocidad del sonido a la temperatura de 0 °C y presión atmosférica de 1 atm (nivel del mar), y humedad relativa del aire de 0 % (aire seco) es de 331,5 m/s. La velocidad del sonido depende muy poco de la presión del aire.

- Cuando el sonido se desplaza en los sólidos tiene mayor velocidad que en los líquidos, y en los líquidos es más veloz que en los gases. Esto se debe a que las partículas en los sólidos están más cercanas, unas de otras, así, tenemos:

1) En un sólido

La rapidez de las ondas sonoras en un sólido, viene dado por:

$$v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$$

siendo, "E" el modulo de Young, y "ρ" la densidad del sólido.

2) En un líquido

La rapidez de las ondas sonoras en un líquido, viene dado por:

$$v = \left(\frac{B}{\rho}\right)^{1/2}$$

siendo, "B" el módulo de compresibilidad del líquido, y "ρ" la densidad del medio no perturbado.

- Se debe mencionar, que en los líquidos la velocidad de propagación de las ondas de sonido, se atenúan debido a la viscosidad (fricción).

3) En un gas

La rapidez de las ondas sonoras en un gas, viene dado por:

$$v = \left(\frac{\gamma P}{\rho}\right)^{1/2}$$

siendo, "γ" el exponente adiabático, "P" la presión del gas, y "ρ" su densidad.

- También, la rapidez de una onda sonora en un gas, puede obtenerse de:

$$v = \left(\frac{\gamma R T}{M}\right)^{1/2}$$

siendo, "T" la temperatura absoluta, "M" la masa molecular, y "R" la constante de los gases ideales.

4) Velocidad del sonido en función de la temperatura

La velocidad del sonido en el aire puede calcularse en función de la temperatura, a partir de la fórmula siguiente:

$$v_s = v_0 + \beta T$$

donde, $v_0 = 331,3$ m/s, $\beta = 0,606$ m/s·°C una constante, y "T" la temperatura en la escala centígrada.

- Si la temperatura ambiente es de 15 °C, la velocidad de propagación del sonido es de aproximadamente 340 m/s. Este valor corresponde a 1 MACH.

Nota

Recordar que se llama rapidez al módulo o magnitud de la velocidad.

d) Mecanismo de propagación

Las variaciones de presión, humedad o temperatura del medio, producen el desplazamiento de las moléculas que lo forman. Cada molécula transmite la vibración a la de su vecina, provocando un movimiento en cadena. Estos movimientos coordinados de millones de moléculas producen las denominadas ondas sonoras que producen en el oído humano una sensación descrita como sonido.

e) ¿Cómo producir sonido?

Para producir sonido se necesita de una fuente de vibración mecánica, y de un medio elástico a través del cual se propague el sonido. La fuente puede ser un diapasón, una cuerda que vibre o una columna de aire vibrando en un tubo de órgano, y el medio puede ser un sólido, un líquido o un gas.

f) Clasificación

Las ondas sonoras según su frecuencia, se dividen en cuatro grupos:

Grupo	Frecuencia (Hz)
Infrasonido	$f < 16$
Sonido audible	$16 < f < 2 \cdot 10^4$
Ultrasonido	$2 \cdot 10^4 < f < 10^9$
Hipersonido	$f > 10^9$

1) Infrasonido

Un infrasonido es una onda sonora cuya frecuencia está por debajo del espectro audible del oído humano (aproximadamente 16 Hz).

- Los desastres naturales como erupciones volcánicas, terremotos y tornados producen sonidos de una intensidad comparable con el sonido que hace una bomba atómica en su explosión, con la diferencia de que al estar por debajo de los 20 Hz son inaudibles al oído humano; lo que ha permitido iniciar investigaciones vulcanológicas y meteorológicas, para evitar futuros desastres.
- Se considera que los infrasonidos aunque no son conscientemente perceptibles pueden provocar estados de ansiedad, tristeza, temblores en ocasiones por imperceptibles desplazamientos de aire.

2) Sonido Audible

Un oído sano y joven es sensible a las frecuencias comprendidas entre los 16 Hz y los 20 kHz. No obstante, este margen varía según cada persona y se altera con la edad (presbiacusia). El espectro audible se clasifica según los tonos en:

- 1) Tonos graves (frecuencias bajas, correspondientes a las 4 primeras octavas, esto es, desde los 16 Hz a los 256 Hz).

- 2) Tonos medios (frecuencias medias, correspondientes a las octavas quinta, sexta y séptima, esto es, de 256 Hz a 2 kHz).

- 3) Tonos agudos (frecuencias altas, correspondientes a las tres últimas octavas, esto es, de 2 kHz hasta poco más de 16 kHz).

3) Ultrasonido

Un ultrasonido es una onda sonora cuya frecuencia está por encima del espectro audible del oído humano que es de aproximadamente 20 kHz.

- Algunos animales como los delfines y los murciélagos lo utilizan de forma parecida al radar en su orientación. A este fenómeno se lo conoce como ecolocalización. Se trata de que las ondas emitidas por estos animales son tan altas que "rebotan" fácilmente en todos los objetos al rededor de ellos, esto hace que creen una "imagen" y se orienten en donde se encuentran.

4) Hipersonido

Son aquellas ondas de sonido cuya frecuencia esta por encima de 10^9 Hz y su longitud de onda es de algunos nanómetros. En la actualidad Hipersonidos de frecuencias de terahercios (THz) y longitudes de onda de algunos nanómetros puede ser confinado y amplificado en nanocavidades acústicas fabricadas capa por capa atómica usando materiales semiconductores. La generación y detección de este hipersonido puede amplificarse utilizando pulsos láser ultrarrápidos confinados en microcavidades ópticas resonantes.

- El estudio y control del hipersonido en frecuencias de THz (10^{12} de Hz,) y longitudes de onda de nanómetros, en particular su confinamiento en nanocavidades, es muy importante para diversos campos: la nanoscopía, el estudio de tensiones e

lásticas no-lineales, la generación de hi personido monocromático coherente y el control de carga y luz en esas altas fre cuencias y en la nanoescala.

➤ **¿Qué es la presbiacusia?**

La presbiacusia se define como la perd ida progresiva de la capacidad para oír al tas frecuencias (empezando por las fre cuencias del habla; que oscilan entre los 500 Hz y los 4000 Hz), debido al deteri oro producido en el sistema auditivo gene rado por la edad, principalmente a nivel del oído interno y de nervio auditivo.

➤ **¿Qué es la ecolocalización?**

Es un método de percepción sensorial por el cual ciertos animales se orientan en el espacio, detectan obstáculos, se co munican entre sí y encuentran comida.

- Durante la ecolocalización un animal e mite una serie de sonidos cortos y chilla ntes. Estos sonidos viajan fuera del animal y luego rebotan sobre los objetos y super ficies en su camino formándose un eco. El eco vuelve al animal, dándole una no ción de lo que se encuentra en su cami no.
- El ser humano también tiene el sentido de la ecolocalización, como el que tienen los cetáceos o los murciélagos, aunque me nos desarrollado. Según la investigación, la emisión de ciertos chasquidos de la len gua puede ayudar a identificar los obje tos de nuestro alrededor, sin necesidad de verlos. El desarrollo y la práctica de este sentido podría ser especialmente útil para las personas con falta de visión.

➤ **¿Qué es umbral de audición?**

El umbral de audición es la intensidad mí nima de sonido capaz de percibir el oído humano. Aunque no siempre este umbral sea el mismo para todas las frecuencias que es capaz de percibir el oído humano,

es el nivel mínimo de un sonido para que logre ser percibido.

- El valor normal se sitúa entre 0 dB audio métrico, equivalentes a 20 micropascales y 25 dB audiométricos, sin embargo, en frecuencias muy bajas, como aproxima dos a los 20 Hz hasta los casi 80 Hz. Este umbral tiende a subir debido a que estas frecuencias poseen un sonido mucho más bajo.

➤ **¿Qué es umbral de dolor?**

Llamamos umbral de dolor a la intensi dad de sonido a partir de la cual el soni do produce en el oído sensación de dolor. Su valor medio se sitúa en torno a los 110 db-130 dB o 100 Pascales.

➤ **¿Cómo y porqué se escuchan los sonidos?**

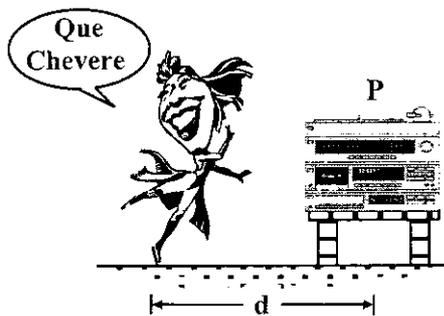
No todas las ondas sonoras pueden ser percibidas por el oído humano, el cual es sensible únicamente a aquellas cuya fre cuencia está comprendida entre los 16 Hz y los 20 000 Hz. En el aire dichos va lores extremos corresponden a longitu des de onda que van desde 16 metros has ta 1,6 centímetros, respectivamente. En general se trata de ondas de pequeña am plitud.

- Cuando una onda sonora de tales caracte rísticas alcanza la membrana sensible del tímpano, produce en él vibraciones que son transmitidas por la cadena de hueseci llos hasta la base de otra membrana situa da en la llamada ventana oval, ventana lo calizada en la cóclea o caracol. El hecho de que la ventana oval sea de 20 a 30 ve ces más pequeña que el tímpano da lugar a una amplificación que llega a aumentar entre 40 y 90 veces la presión de la onda que alcanza al tímpano. Esta onda de pre sión se propaga dentro del caracol a tra vés de un líquido viscoso hasta alcanzar otra membrana conectada a un sistema

de fibras fijas por sus extremos a modo de cuerdas de arpa, cuyas deformaciones elásticas estimulan las terminaciones de los nervios auditivos. Las señales de naturaleza eléctrica generadas de este modo son enviadas al cerebro y se convierten en sensación sonora. Mediante este proceso el sonido físico es convertido en sonido fisiológico.

g) Características

1) Intensidad de sonido



En el caso de una onda esférica que se transmite desde una fuente puntual en el espacio libre (sin obstáculos), cada frente de onda es una esfera de radio "r". En este caso, la intensidad de sonido que se define como la energía por unidad de área y tiempo que pasa perpendicularmente por una superficie, generada por una fuente de sonido de potencia "P" situada a una distancia "r" del receptor, el valor de la intensidad viene dado por:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

- El oído humano puede percibir intensidades sonoras comprendidas en el intervalo de 10^{-12} W/m^2 a 1 W/m^2 .
- Es la cantidad de energía acústica que contiene un sonido, es decir, lo fuerte o suave de un sonido. La intensidad viene

determinada por la potencia, que a su vez está determinada por la amplitud y nos permite distinguir si el sonido es fuerte o débil.

- La cantidad de energía por unidad de área y tiempo que transporta la onda de sonido, a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación en un medio isótropo, viene dado por:

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$$

siendo, "ρ" la densidad del medio, "v" la velocidad de propagación, "ω" la frecuencia cíclica, y "A" la amplitud de la onda de desplazamiento.

- La intensidad de sonido en términos de la amplitud de las ondas de presión \mathcal{P}_0 , se expresa, así:

$$I = \mathcal{P}_0^2 / 2\rho.v$$

siendo, "ρ" la densidad del medio de propagación, y "v" la velocidad de propagación de las ondas de sonido.

- Los factores que determinan la intensidad del sonido, son:
 - Depende de la superficie de la fuente sonora. El sonido producido por un diapasón se refuerza cuando éste se coloca sobre una mesa o sobre una caja de paredes delgadas que entran en vibración. El aumento de la amplitud de la fuente y el de la superficie vibrante hacen que aumente simultáneamente la energía cinética de la masa de aire que está en contacto con ella; esta energía cinética aumenta, en efecto, con la masa de aire que se pone en vibración y con su velocidad media (que es proporcional al cuadrado de la amplitud).
 - La intensidad de percepción de un sonido por el oído depende también de su distancia a la fuente sonora. La energía vi

bratoria emitida por la fuente se distribuye uniformemente en ondas esféricas cuya superficie aumenta proporcionalmente al cuadrado de sus radios; la energía que recibe el oído es, por consiguiente, una fracción de la energía total emitida por la fuente, tanto menor cuanto más alejado está el oído. Esta intensidad disminuye 6 dB cada vez que se duplica la distancia a la que se encuentra la fuente sonora (ley de la inversa del cuadrado). Para evitar este debilitamiento, se canalizan las ondas por medio de un "tubo acústico" (por tavor) y se aumenta la superficie receptora aplicando al oído una "trompeta acústica".

- Finalmente, la intensidad depende también de la naturaleza del medio elástico interpuesto entre la fuente y el oído. Los medios no elásticos, como la lana, el fieltro, etc., debilitan considerablemente los sonidos.

2) Nivel de referencia de intensidad

Dado que en el rango de intensidades que el oído humano puede detectar sin dolor hay grandes diferencias en el número de cifras empleadas en una escala lineal, es habitual utilizar una escala logarítmica. Por convención, en dicha escala logarítmica se emplea como nivel de referencia el umbral de audición. El nivel de referencia de intensidad, vienen dado por:

$$\beta_l = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

donde, "I" es la intensidad acústica en la escala lineal e "I₀" es la intensidad correspondiente al umbral del audición, cuyo valor es I₀=10⁻¹² W/m².

- El nivel de referencia de intensidad β, co

rrespondiente a la mínima intensidad que puede percibir el oído humano es β=0. El nivel de intensidad de un sonido se mide en decibelios (dB).

3) Potencia acústica

La potencia acústica es la cantidad de energía por unidad de tiempo (potencia) emitida por una fuente determinada en forma de ondas sonoras.

- La potencia acústica viene determinada por la propia amplitud de la onda, pues cuanto mayor sea la amplitud de la onda, mayor es la cantidad de energía (potencia acústica) que genera.
- La potencia acústica es un valor intrínseco de la fuente y no depende de las dimensiones del local donde se encuentre la fuente, el valor no varía por estar en un local reverberante o en uno seco.
- La medición de la potencia puede hacerse o en la fuente o a cierta distancia de la fuente, midiendo la presión que las ondas inducen en el medio de propagación.
- La rapidez media con que transporta la onda de sonido la energía por unidad de tiempo, a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación, viene dado por:

$$P = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2$$

siendo, "ρ" la densidad del medio, "v" la velocidad de propagación, "ω" la frecuencia cíclica, "S" el área de la superficie por donde pasa la energía, y "A" la amplitud de la onda de desplazamiento.

4) Nivel de potencia acústica

Se llama así al parámetro que mide la forma en que es percibida la potencia acústica, es decir, el volumen.

- Las personas no perciben de forma lineal el cambio (aumento/disminución) de la

potencia conforme se acercan/alejan de la fuente. La percepción de la potencia es una sensación que es proporcional al logaritmo de esa potencia. Esta relación logarítmica es el nivel de potencia acústica, el cual, viene dado por:

$$\beta_W = 10 \log_{10} \frac{W_1}{W_0}$$

donde, " W_1 " es la potencia a estudiar, y " W_0 " es la potencia umbral de audición, cuyo valor es $W_0 = 10^{-12}$ vatios o 1 pW, y que se toma como referencia fija.

5) Presión sonora

La presión sonora o acústica es producto de la propia propagación del sonido. La energía provocada por las ondas sonoras generan un movimiento ondulatorio de las partículas del aire, provocando la variación alterna en la presión estática del aire. La razón de estas variaciones de presión atmosférica es que se producen áreas donde se concentran estas partículas (zonas de concentración) y otras áreas quedan menos saturadas (zonas de rarefacción). Las zonas con mayor concentración de moléculas tienen mayor densidad y las zonas de menor concentración tienen menor densidad. Cuando estas ondas se encuentran en su camino con el oído la presión que ejercen sobre el mismo no es igual para toda la longitud de onda.

- Así pues, la presión acústica queda definida como la diferencia de presión instantánea (cuando la onda sonora alcanza al oído) y la presión atmosférica estática.
- No hay que confundir presión acústica con potencia acústica. La confusión viene por el hecho de que la presión sonora es la responsable directa de la amplitud de la onda y la amplitud determinara la

cantidad de energía (potencia acústica) que contiene una señal sonora.

- Para diferenciar entre sonidos más intensos (el oído soporta mayor cantidad de presión sonora), de sonidos débiles, se utiliza el llamado nivel de presión sonora.

6) Nivel de presión sonora

El nivel de presión sonora determina la intensidad del sonido que genera una presión sonora instantánea (es decir, del sonido que alcanza a una persona en un momento dado), se mide en dB y varía entre 0 dB umbral de audición y 140 dB umbral de dolor.

- Para medir el nivel de presión sonora no se suele utilizar el Pascal, por el amplio margen que hay entre la sonoridad más intensa y la más débil (entre 200 Pa y 20 μ Pa).
- Normalmente se adopta una escala logarítmica y se utiliza como unidad el decibelio. Para medir el nivel de presión sonora se utiliza la fórmula:

$$\beta_P = 20 \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_0} \right)$$

siendo, " P_1 " la presión sonora instantánea, " P_0 " la presión de referencia, el cual, se toma como referencia la presión sonora en el umbral de audición, cuyo valor es $P_0 = 20 \mu$ Pa.

7) Tono

El tono es la cualidad del sonido mediante la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical, permitiendo, por tanto, distinguir entre los graves y los agudos. La magnitud física que está asociada al tono es la frecuencia. Los sonidos percibidos como graves corresponden a frecuencias bajas, mientras que los agudos

son debidos a frecuencias altas. Así, el sonido más grave de una guitarra corresponde a una frecuencia de 82,4 Hz y el más agudo a 698,5 hertz. Frecuentemente al tono, también, se le llama altura.

8) Timbre

El timbre es la cualidad del sonido que permite distinguir sonidos procedentes de diferentes instrumentos, aun cuando posean igual tono e intensidad. Debido a esta misma cualidad es posible reconocer a una persona por su voz, que resulta característica de cada individuo.

- El timbre está relacionado con la complejidad de las ondas sonoras que llegan al oído. Pocas veces las ondas sonoras corresponden a sonidos puros, sólo los diapasones generan este tipo de sonidos, que son debidos a una sola frecuencia y representados por una onda armónica. Los instrumentos musicales, por el contrario, dan lugar a un sonido más rico que resulta de vibraciones complejas.

9) Duración

Es la cualidad que determina el tiempo de vibración del medio elástico, así, tenemos, sonidos cortos, largos, etc...

8) ➤ El fonio

10) Volumen de sonido

El volumen es la percepción subjetiva que el ser humano tiene de la potencia de un determinado sonido.

- Como la intensidad de un sonido se define la cantidad de energía (potencia acústica) que atraviesa por segundo una superfficie; entonces a mayor potencia, le corresponde mayor volumen. Sin embargo, no hay que confundir volumen, con sonoridad, que es la percepción subjetiva de la intensidad.
- Como la percepción del volumen sigue una escala logarítmica, el nivel de volumen se mide en decibelios y viene dado

por el denominado nivel de potencia acústica.

11) Sonoridad

La sonoridad es una medida subjetiva de la intensidad con la que un sonido es percibido por el oído humano. Es decir, la sonoridad es el atributo que nos permite ordenar sonidos en una escala del más fuerte al más débil. La unidad que mide la sonoridad es el decibelio.

- La sensación sonora de intensidad (sonoridad) se agudiza para sonidos débiles, y disminuye para sonidos fuertes, lo que se debe a que la audición humana no es lineal, sino logarítmica.
- La sonoridad depende de la intensidad de un sonido, pero también de su frecuencia amplitud y otras variables, como pueden ser la sensibilidad del oído de quien escucha y de la duración del sonido.
- Como la sonoridad no es una magnitud absoluta, lo que se hace es medir el nivel de sonoridad, es decir, determinar cómo es de fuerte un sonido en relación con otro. Para medir el nivel de sonoridad hay dos unidades: el fonio y el sonio.

El fonio está definido arbitrariamente como la sonoridad de un sonido sinusoidal de 1 kHz con un nivel de presión sonora (intensidad) de 0 dB. Así, 0 dB es igual a 0 fon y 120 dB es igual a 120 fon. Así, para sonidos sinusoidales con frecuencias de 1 kHz, tenemos:

$$S = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

El fonio es una unidad que no sirve para comparar la sonoridad de dos sonidos diferentes, sino que hace referencia a la sonoridad de un determinado sonido. Lo que se debe a que la escala de fonios está

relacionada con una escala logarítmica.

➤ El sonio

Como el fonio es una unidad que no sirve para comparar la sonoridad de dos sonidos diferentes, se estableció una nueva unidad, el son (o sonio), capaz de establecer la relación real de sonoridad de sonidos diferentes.

- El sonio está definido arbitrariamente como la sonoridad de un sonido sinusoidal de 1 kHz con un nivel de presión sonora (intensidad) de 40 dB.

➤ El sonómetro

Es un instrumento de medida que sirve para medir niveles de presión sonora (de los que depende la amplitud y, por tanto, la intensidad acústica y su percepción, sonoridad).

- En concreto, el sonómetro mide el nivel de ruido que existe en determinado lugar y en un momento dado. La unidad con la que trabaja el sonómetro es el decibelio.
- Cuando el sonómetro se utiliza para medir lo que se conoce como contaminación acústica (ruido molesto de un determinado paisaje sonoro) hay que tener en cuenta qué es lo que se va a medir, pues el ruido puede tener multitud de causas y proceder de fuentes muy diferentes. Para hacer frente a esta gran variedad de ruido ambiental (continuo, impulsivo, etc.) se han creado sonómetros específicos que permitan hacer las mediciones de ruido pertinentes.

➤ Contaminación acústica

Desde hace años el ruido se ha convertido en un factor contaminante constante en la mayoría de las ciudades, suponiendo en la actualidad un grave problema con efectos fisiológicos, psicológicos, económicos y sociales. El principal causante de la contaminación acústica es la

actividad humana. El ruido ha existido desde la antigüedad, pero es a partir del siglo pasado, como consecuencia de la Revolución Industrial, del desarrollo de nuevos medios de transporte y del crecimiento de las ciudades, cuando comienza a aparecer el problema de la contaminación acústica urbana.

Para combatir la contaminación acústica, se adoptan normalmente dos tipos de medidas:

- 1) Medidas pasivas. Tratan de amortiguar el impacto sonoro, pero no eliminan los focos de emisión del sonido. Entre ellas se encuentran las pantallas acústicas, las pantallas o barreras verdes.
- 2) Medidas activas. Tiene como objetivo erradicar los focos de contaminación acústica y comprenden, por ejemplo, las investigaciones para mejorar los filtros silenciadores de los motores, las medidas para prohibir o limitar el tráfico rodado en ciertas zonas o las campañas para fomentar el uso del transporte público.

➤ El ruido

El ruido se define como cualquier sonido calificado, por quien lo experimenta, como algo molesto, indeseable e irritante. A su vez, se define la contaminación acústica como aquella que se genera por un sonido no deseado, que afecta negativamente a la calidad de vida.

h) Conservación de la energía acústica

Como el resto de manifestaciones de la energía, debe cumplirse el principio de conservación de la energía. Así, si no hay otro tipo de transformaciones de energía, la energía incidente " E_I " de la onda acústica, debe ser igual, a la suma de las energías transmitida " E_T ", disipada " E_D " y reflejada " E_R ", esto es:

$$E_T + E_D + E_R = E_I$$

i) Densidad de energía

Se define como la energía por unidad de volumen, que transporta la onda de sonido, viene dado por:

$$w = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$$

siendo, " ρ " la densidad del medio, " ω " la frecuencia cíclica, y " A " la amplitud máxima de la onda.

j) Flujo de energía

Se define como la energía por unidad de tiempo, que pasa perpendicularmente por una superficie de área " S ", viene dado por:

$$\Phi = w v S$$

siendo, " w " la densidad de energía, y " v " la velocidad de propagación.

k) Energía disipada

Al propagarse la energía acústica, una parte de la misma se disipa en el medio transmisor. En el caso del aire, esta absorción atmosférica se debe a la amortiguación que sufren las ondas sonoras por el rozamiento interno y la conductividad calorífica del aire. Esa energía disipada se transforma en calor o energía térmica, transferida al medio de propagación y al objeto que se mueve, por ejemplo puede ser un avión.

l) Audición

Se llama así, al proceso en el que una onda de sonido propagándose por un medio que puede ser un gas, un líquido o un sólido llega a nuestro oído, produciendo vibraciones en la membrana auditiva, y provocando reacciones del nervio auditivo. Nuestro sistema nervioso provoca reac-

ciones auditivas sólo para frecuencias comprendidas entre 16 Hz y 20 kHz.

m) Acústica

Es la ciencia que trata de los métodos y técnicas de generación, recepción y propagación del sonido. Entre los campos que constituyen la acústica está el diseño de instrumentos acústicos, incluyendo las siguientes ramas:

- * Electroacústica.- Se ocupa de los métodos de producción y registro del sonido mediante medios eléctricos, tales como micrófono, altoparlantes, amplificadores ecualizadores, mezcladores, etc...
- * Acústica arquitectónica.- Trata del diseño y construcción de salas y edificios y del comportamiento de las ondas sonoras en ambientes cerrados.
- * Acústica musical.- Trata de la producción de música mediante los instrumentos musicales y utilizando técnicas de tratamiento del sonido.
- * Acústica física.- Analiza los fenómenos del sonido mediante modelos físicos y matemáticos.
- * Bioacústica.- Trata del estudio de la audición animal, por ejemplo, de murciélagos, perros, delfines, etc...
- * Acústica fonética.- Estudia las características acústicas del habla y sus aplicaciones.
- * Macroacústica.- Estudia los sonidos extremadamente intensos, producidos por explosiones nucleares, turborreactores, etc...

n) Eco

El eco es un fenómeno consistente en escuchar un sonido después de haberse extinguido la sensación producida por la onda sonora. Se produce eco cuando la onda sonora se refleja perpendicularmente en un objeto. El oído puede distinguir separadamente sensaciones que estén por

encima del tiempo de persistencia, que es 0,1 s para sonidos musicales y 0,07 s para sonidos secos (palabra). Por tanto, si el oído capta un sonido directo y, después de los tiempos de persistencia especificados, capta el sonido reflejado, se apreciará el efecto del eco. Para que se produzca eco, la superficie reflectante debe estar separada del foco sonoro una determinada distancia: 17 m para sonidos musicales y 11,34 m para sonidos secos.

o) Tiempo de reverberación

El tiempo de reverberación es el tiempo que transcurre en un determinado recinto, desde que se produce un determinado sonido, hasta que la intensidad de ese sonido disminuye a una millonésima parte de su valor original, o dicho de otro modo que disminuye 60 dB.

- Es un parámetro utilizado para determinar la reverberación de un determinado recinto.
- En un recinto pequeño la reverberación puede resultar inapreciable, pero cuanto mayor es el recinto, mejor percibe el oído este retardo o ligera prolongación del sonido.

➤ Reverberación

Se define como la persistencia del sonido tras la extinción de la fuente sonora debido a las múltiples ondas reflejadas que continúan llegando al oído. Es la continua vuelta del sonido causada por efectos de acústica ambiental.

p) Frecuencia crítica

Es la frecuencia a partir de la cual un obstáculo rígido empieza a absorber parte de la energía de las ondas incidentes. Esta frecuencia crítica, así mismo, dependerá del espesor del obstáculo. A mayor espesor, la frecuencia incidente tendrá menor capacidad de penetración.

- Según la teoría, cuando una onda llega a un medio rígido se refleja totalmente. Eso sucedería con una pared rígida ideal. No obstante, en la realidad, ninguna sustancia es completamente rígida.
- Cuando una onda mecánica se encuentra con un obstáculo rígido, parte de la energía que transporta logra atravesarlo y es absorbida por el material. La cantidad de energía absorbida dependerá de la frecuencia de la onda.

q) Fenómenos que afectan la propagación del sonido

- 1) Absorción.- La capacidad de absorción del sonido de un material es la relación entre la energía absorbida del líquido por el material y la energía reflejada por el mismo. Es un valor que varía entre 0 (toda la energía se refleja) y 1 (toda la energía es absorbida).
- 2) Reflexión.- Es una propiedad característica del sonido, que algunas veces llamamos eco. El eco se produce cuando un sonido se refleja en un medio más denso y llega al oído de una persona con una diferencia de tiempo igual o superior a 0,1 segundos, respecto del sonido que recibe directamente de la fuente sonora.
- 3) Transmisión.- La velocidad con que se transmite el sonido depende, principalmente, de la elasticidad del medio, es decir, de su capacidad para recuperar su forma inicial. El acero es un medio muy elástico, en contraste con la plastilina, que no lo es. Otros factores que influyen son la temperatura y la densidad.
- 4) Refracción.- Cuando un sonido pasa de un medio a otro, se produce refracción. La desviación de la onda se relaciona con la rapidez de propagación en el medio. El sonido se propaga más rápidamente en el aire caliente que en el aire frío. Es la desviación que sufren las ondas en

la dirección de su propagación, cuando el sonido pasa de un medio a otro diferente. La refracción se debe a que al cambiar de medio, cambia la velocidad de propagación del sonido.

- 5) Difracción o dispersión. Si el sonido encuentra un obstáculo en su dirección de propagación, es capaz de rodearlo y seguir propagándose. La persona B puede escuchar a la persona A, en virtud de que las ondas sonoras emitidas por A rodean el muro y llegan al oído de B.
- 6) Difusión. Si la superficie donde se produce la reflexión presenta alguna rugosidad, la onda reflejada no sólo sigue una dirección sino que se descompone en múltiples ondas.

r) Aplicaciones del sonido

El sonido tiene diversas aplicaciones, algunas de las cuales son:

- 1) Los sonidos audibles, permiten comunicarse a las personas, mediante el uso de algún idioma.
- 2) Los infrasonidos permiten detectar objetos perdidos, gracias a su frecuencia pequeña y gran longitud de onda.
- 3) Los ultrasonidos tienen muchas aplicaciones en las diversas áreas del conocimiento y disciplinas humanas, así:
 - * En Física.- Se utiliza en la investigación para obtener la fusión fría, así, en líquidos sometidos a ultrasonidos se forman cavidades que al colapsar producen temperaturas muy altas, existiendo la posibilidad de que en estas cavidades pueda producirse la fusión fría. Se llama fusión fría, a cualquier reacción nuclear producida a temperaturas muy inferiores a las necesarias para la producción de reacciones termonucleares.
 - * En medicina.- Se utilizan para detectar enfermedades del corazón, tumores, piedras del riñón y otros desordenes, me-

diante la prueba llamada ecografía, la cual se basa, en la emisión de ultrasonido a través de la piel hacia los órganos en exploración, estos los reflejan y los ecos son recogidos por un escáner que forma en ellos una imagen sobre una pantalla.

- En las mujeres embarazadas se utilizan para descubrir anomalías estructurales y funcionales en el feto.
- Se utilizan con la ayuda de computadores para formar o crear imágenes de diversos vasos sanguíneos, tejidos y órganos.
- * En la pesca.- El ultrasonido también es utilizado en la medición de profundidades marítimas, para localizar cardúmenes, con lo que resulta una excelente ayuda para la pesca, así como para detectar barcos hundidos y submarinos.
- * En la industria.- Se utiliza para la detección de grietas y fisuras en los metales, por medio de la diferencia en los ecos reflejados en la grieta.
 - Se utiliza para determinar el espesor de paredes de metal o de cañerías de plástico, utilizadas en el transporte de fluidos de diferentes tipos.
 - Los ingenieros estructurales, utilizan el ultrasonido para evaluar el estado de edificios y construcciones, luego de ocurrido un sismo o terremoto.
 - * En electrónica.- En muchos aparatos electrónicos de amplio uso, tales como el teléfono celular, televisión, cámaras de video, CDS, micrófonos, audífonos, etc., se utilizan la tecnología del sonido.
 - Mediante el sonar se utiliza para localizar naves y obstáculos bajo el agua. El sonar opera con las ondas acústicas de modo análogo a como el radar opera con las ondas electromagnéticas, incluyendo el efecto Doppler.

8. TRANSMISION DEL SONIDO E IMAGEN

a) Onda portadora

En el caso del transmisor Morse, la onda del oscilador en sí no transmite nada; cuando manipulamos esa onda es cuando conseguimos que se transmita información. A la onda que genera el oscilador y que nos sirve para llevar la información es a lo que se denomina onda portadora. Esto es, si pusiéramos solo la onda portadora en la antena, en los receptores podría ocurrir o que no se escuchase nada o que se oyera un pitido (dependiendo del tipo de receptor).

b) Transmisión del sonido e imagen

Para la transmisión del sonido y la imagen se utilizan dos métodos: la transmisión por modulación de amplitud y la transmisión por modulación de frecuencia.

- La transmisión por modulación de amplitud no difiere de la transmisión por onda continua modulada, en este caso el oscilador de audiofrecuencia (A.F.) se sustituye por los sonidos de este tipo recogidos por un micrófono, un dispositivo de música, una cámara, etc. La señal captada por estos dispositivos se amplifica convenientemente y se utiliza para modular la onda portadora.
- La transmisión por modulación de frecuencia consiste en modular la onda portadora de forma que la señal de entrada le produzca un aumento o disminución de su frecuencia (no su amplitud como en el caso anterior).
- En este caso, también, la onda portadora se esta irradia continuamente por la antena: en los silencios la portadora saldrá con la frecuencia del oscilador, cuando el dispositivo de sonido o imagen capte una señal, ésta modulará la portadora haciéndo

dole variar su frecuencia.

c) Señal de audio frecuencia

Una señal de audio frecuencia es una señal analógica eléctricamente exacta a una señal sonora; normalmente está acotada al rango de frecuencias audibles por los seres humanos que está entre los 16 Hz y los 20 kHz.

- Dado que el sonido es una onda de presión se requiere un transductor de presión (un micrófono) que convierte las ondas de presión de aire (ondas sonoras) en señales eléctricas (señales analógicas).
- La conversión contraria se realiza mediante un altavoz, también llamado altoparlante, que convierte las señales eléctricas en ondas de presión de aire.
- Un sólo micrófono puede captar adecuadamente todo el rango audible de frecuencias, en cambio para reproducir fidedignamente ese mismo rango de frecuencias suelen requerirse dos altavoces (de agudos y graves) o más.

d) Modulación

Es colocar la voz o música en la onda continua generada por el transmisor, transformándola en una onda modulada, con cambios que afectan su amplitud o frecuencia y que se transmiten por la antena, para luego ser convertidos nuevamente a su forma original en el receptor.

- En resumen, el oscilador genera la onda portadora continua, la misma que es afectada en su amplitud o frecuencia por las señales de sonido aplicadas. Por lo que, si una onda es modulada en su amplitud se denomina Amplitud Modulada o AM, y si lo es en su frecuencia se denomina Frecuencia Modulada o FM.
- Como ya se dijo anteriormente, luego de ser enviada las señales de radio al espacio, necesitamos un medio para devolverles a su estado original, para lo cual,

necesitamos en el receptor los medios electrónicos necesarios.

- Las señales son recibidas por la antena del receptor, luego debemos de sintonizar el mismo a la frecuencia del transmisor. Tomando en cuenta que la frecuencia que nos ocupa es muy alta y no puede ser audible, debemos eliminarla, por así decirlo, de esto se encarga el detector. La corriente que resulta después es la señal de audiofrecuencia (A.F), misma que es amplificada y luego se transfiere a la bocina y escuchada tal y como fue en principio, significa entonces que al igual que la corriente pulsante en el micrófono, así es escuchada en la bocina, lo mismo sucede con la música.

e) Señal analógica

Una señal analógica es un tipo de señal generada por algún tipo de fenómeno electromagnético y que es representable por una función matemática continua en la que es variable su amplitud y periodo (representando un dato de información) en función del tiempo. Algunas magnitudes físicas comúnmente portadoras de una señal de este tipo son eléctricas como la intensidad, la tensión y la potencia, pero también pueden ser hidráulicas como la presión, térmicas como la temperatura, mecánicas, etc.

- En la naturaleza, el conjunto de señales que percibimos son analógicas, así la luz, el sonido, la energía etc, son señales que tienen una variación continua. Incluso la descomposición de la luz en el arco iris se realiza de una forma suave y continua.
- Una onda sinusoidal es una señal analógica de una sola frecuencia. Los voltajes de la voz y del video son señales analógicas que varían de acuerdo con el sonido o variaciones de la luz que corresponden a la información que se está transmitiendo.

f) Ejemplo de una señal analógica

Un ejemplo de sistema electrónico analógico es el altavoz, que se emplea para amplificar el sonido de forma que éste sea oído por una gran audiencia. Las ondas de sonido que son analógicas en su origen, son capturadas por un micrófono y convertidas en una pequeña variación analógica de tensión denominada señal de audio frecuencia. Esta tensión varía de forma continua a medida que cambia el volumen y la frecuencia del sonido y se aplica a la entrada de un amplificador lineal. La salida del amplificador, que es la tensión de entrada amplificada, se introduce en el altavoz. Éste convierte, de nuevo, la señal de audio amplificada en ondas sonoras con un volumen mucho mayor que el sonido original captado por el micrófono.

g) Señal digital

Es un tipo de señal generada por algún tipo de fenómeno electromagnético en que cada signo que codifica el contenido de la misma puede ser analizado en término de algunas magnitudes que representan valores discretos, en lugar de valores dentro de un cierto rango. Por ejemplo, el interruptor de la luz sólo puede tomar dos valores o estados: abierto o cerrado, o la misma lámpara: encendida o apagada (véase circuito de conmutación). Esto no significa que la señal físicamente sea discreta ya que los campos electromagnéticos suelen ser continuos, sino que en general existe una forma de discretizarla únicamente.

- Los sistemas digitales, como por ejemplo el ordenador, usan lógica de dos estados representados por dos niveles de tensión eléctrica, uno alto, H y otro bajo, L. Por abstracción, dichos estados se sustituyen por ceros y unos, lo que facilita la aplicación.

ción de la lógica y la aritmética binaria. Si el nivel alto se representa por 1 y el bajo por 0, se habla de lógica positiva y en caso contrario de lógica negativa.

h) Ancho de banda

En conexiones a Internet el ancho de banda es la cantidad de información o de datos que se puede enviar a través de una conexión de red en un período de tiempo dado. El ancho de banda se indica generalmente en bits por segundo (bps), kilobits por segundo (kbps), o megabits por segundo (mbps)

- Para señales analógicas, el ancho de banda es la longitud, medida en Hz, del rango de frecuencias en el que se concentra la mayor parte de la potencia de la señal. Puede ser calculado a partir de una señal temporal mediante el análisis de Fourier. También son llamadas frecuencias efectivas las pertenecientes a este rango.

i) Transductor

Es un dispositivo capaz de transformar o convertir un determinado tipo de energía de entrada, en otra diferente tipo a la salida. El nombre del transductor ya nos indica cual es la transformación que realiza, por ejemplo, un transductor electromecánico, transforma una señal eléctrica en mecánica o viceversa. Es un dispositivo usado principalmente en la industria, en la medicina, en la agricultura, en robótica, en aeronáutica, etc. para obtener la información de entornos físicos y químicos y conseguir a partir de esta información, señales o impulsos eléctricos o viceversa. Los transductores siempre consumen algo de energía por lo que la señal medida resulta debilitada.

- 1) El micrófono.- Es un transductor electroacústico que convierte la energía acústica (vibraciones sonoras: oscilaciones en la presión del aire) en energía eléctrica

(variaciones de voltaje).

- 2) El altavoz.- Es un transductor electroacústico, pero a diferencia del micrófono, un altavoz transforma la corriente eléctrica en vibraciones sonoras.
- 3) El teclado.- Es un transductor que forman el impulso de los dedos sobre las membranas, y éstas generan el código de la tecla presionada.

j) Procesamiento de señales

El procesamiento de señales es el procesamiento, amplificación e interpretación de señales. Las señales pueden proceder de diversas fuentes. Hay varios tipos de procesamiento de señales, dependiendo de la naturaleza de las mismas.

- Procesamiento de señales digitales - para señales digitalizadas. El procesado se realiza mediante circuitos digitales, microprocesadores y ordenadores.
- Procesamiento de señales analógicas- para señales no digitalizadas
- Procesamiento de señales de audio - para señales electrónicas que representan sonidos
- Procesamiento de señales de voz - para analizar señales de voz humana
- Procesamiento de señales de vídeo- para interpretar movimientos de cuerpos.
- Procesamiento de matrices.

k) Procesamiento digital de imágenes

El procesamiento digital de imágenes es el conjunto de técnicas que se aplican a las imágenes digitales con el objetivo de mejorar la calidad o facilitar la búsqueda de información. Una imagen consiste en un arreglo de píxeles o celdas las cuales están ordenadas en filas y columnas. Cada píxel tiene un número digital, que representa la intensidad de la señal recibida o reflejada por un área dada de la tierra.

Las imágenes satelitales están formadas por un arreglo en dos dimensiones de elementos pictoriales discretos o píxeles. La intensidad de cada píxel corresponde al promedio de brillantez o radiancia, medido electrónicamente sobre un área de la tierra correspondiente a cada píxel.

Píxel.- Es la menor unidad homogénea en color que forma parte de una imagen digital, ya sea esta una fotografía, un fotograma de vídeo o un gráfico. Ampliándolo suficiente una imagen digital (zoom), por ejemplo en la pantalla de un ordenador, pueden observarse los píxeles que componen la imagen. Los píxeles aparecen como pequeños cuadrados o rectángulos en color, en blanco o en negro, o en matices de gris. Las imágenes se forman como una matriz rectangular de píxeles, donde cada píxel forma un área relativamente pequeña respecto a la imagen total.

ℓ) Transmisor

Un transmisor en el área de comunicaciones es el origen de una sesión de comunicación. Para lograr una sesión de comunicación se requiere: un transmisor, un medio y un receptor.

Un transmisor es un dispositivo que emite una señal, codificada o mensaje a través de un medio.

- Por ejemplo cuando Leoncio se comunica con Josefa mediante un teléfono, Leoncio es el transmisor, Josefa es el receptor y el medio es la línea telefónica.
- El transmisor tiene como función codificar señales ópticas, mecánicas o eléctricas, amplificarlas, y emitir las como ondas electromagnéticas a través de una antena. La codificación elegida se llama modulación.
- Un radiotransmisor es un dispositivo electrónico que, con la ayuda de una ante

na, irradia ondas electromagnéticas que contienen (o pueden contener) información, como ocurre en el caso de las señales de radio, televisión, telefonía móvil o cualquier otro tipo de radiocomunicación

m) Receptor

Un receptor es una persona o un equipo que recibe una señal, código o mensaje emitido por un transmisor o emisor.

- El receptor de radio es el dispositivo electrónico que permite la recuperación de las señales vocales o de cualquier otro tipo, transmitidas por un emisor de radio mediante ondas electromagnéticas.

n) Antena

Una antena es un dispositivo diseñado con el objetivo de emitir o recibir ondas electromagnéticas hacia el espacio libre. Una antena transmisora transforma voltajes en ondas electromagnéticas, y una receptora realiza la función inversa.

- Existe una gran diversidad de tipos de antenas, dependiendo del uso a que van a ser destinadas. En unos casos deben expandir en lo posible la potencia radiada, es decir, no deben ser directivas (ejemplo: una emisora de radio comercial o una estación base de teléfonos móviles), o tras veces deben serlo para canalizar la potencia en una dirección y no interferir a otros servicios (antenas entre estaciones de radioenlaces). También es una antena la que está integrada en la computadora portátil para conectarse a las redes Wi-Fi.

o) Cortocircuito

El cortocircuito acústico se produce cuando dos ondas acústicas iguales pero de fase inversa se superponen anulándose entre sí.

- Este fenómeno se da en los altavoces, la membrana del altavoz emite dos ondas o

puestas por cada cara, mientras que la parte frontal "empuja" presionando el aire, la trasera "tira" dejando una depresión, si estas ondas se encuentran, el movimiento se anula desapareciendo los graves que son las ondas que más movimiento de aire producen y dejando un sonido muy pobre.

- Para evitar este efecto, se aísla la parte trasera del altavoz mediante un baffle plano o en el interior de una caja acústica cuyas paredes absorben las ondas traseras evitando que se solapen con las que se emiten por la parte frontal.

p) ¿Cómo funciona la radio?

Básicamente, un receptor de radio consiste en un circuito eléctrico, diseñado de tal forma que permite filtrar o separar una corriente pequeñísima, que se genera en la antena, por efecto de las ondas electromagnéticas (el fenómeno se llama inducción electromagnética) que llegan por el aire normalmente (aunque viajan por cualquier medio, inclusive el vacío) y luego amplificarla selectivamente, miles de veces, para enviarla hacia un elemento con un electroimán, que es el altavoz (o parlante), donde se transforman las ondas eléctricas en sonido.

- En este circuito hay un condensador variable, que en las radios antiguas iba adosado a un botón de mando o perilla, de modo que al girarla se varía la capacidad del condensador. El efecto de la variación de la capacidad del condensador en el circuito es filtrar corrientes de distinta frecuencia, y por lo tanto, escuchar lo transmitido por distintas emisoras de radio.

q) Análisis armónico

En matemáticas el análisis armónico o análisis de Fourier estudia la representación de funciones o señales como super

posición de ondas "básicas" o armónicos.

- Investiga y generaliza las nociones de series de Fourier y transformadas de Fourier. A lo largo de los siglos XIX y XX se ha convertido en una materia indispensable con aplicaciones en diversos campos como el procesamiento de señales, la mecánica cuántica o la neurociencia.

r) Serie de Fourier

Las series de Fourier se utilizan para descomponer una función, señal u onda periódica como suma infinita o finita de funciones, señales u ondas armónicas o sinusoidales, es decir, una serie de Fourier es un tipo de serie trigonométrica.

- Una serie de Fourier es una serie infinita que converge puntualmente a una función continua y periódica. Las series de Fourier constituyen la herramienta matemática básica del análisis de Fourier empleado para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de dicha función en una suma infinitesimal de funciones sinusoidales mucho más simples (como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras). Las áreas de aplicación incluyen al análisis vibratorio, acústica, óptica, procesamiento de imágenes y señales, y compresión de datos. En ingeniería, para el caso de los sistemas de telecomunicaciones, y a través del uso de los componentes espectrales de frecuencia de una señal dada, se puede optimizar el diseño de un sistema para la señal portadora del mismo. Es decir, se utiliza como un analizador de espectros.
- Las series de Fourier tienen la forma:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{2n\pi}{T} t + b_n \sin \frac{2n\pi}{T} t \right]$$

donde " a_n " y " b_n " se denominan coeficientes de Fourier de la serie de Fourier de la función $f(x)$.

Aplicaciones

Algunas de las muchas aplicaciones que tienen las series de Fourier son:

- 1) Generación de formas de onda de corriente o tensión eléctrica por medio de la superposición de senoides generados por osciladores electrónicos de amplitud variable cuyas frecuencias ya están determinadas.
- 2) Análisis en el comportamiento armónico de una señal.
- 3) Reforzamiento de señales.
- 4) Estudio de la respuesta en el tiempo de una variable en un circuito eléctrico donde la señal de entrada no es sinusoidal o cosenoidal, mediante el uso de las transformadas de Laplace y/o solución en régimen permanente sinusoidal en el dominio de la frecuencia.
- 5) La resolución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales admiten soluciones particulares en forma de series de Fourier fácilmente computables, y que obtener soluciones prácticas, en la teoría de la transmisión del calor, la teoría de placas, etc.

s) La transformada de Fourier

En matemática, la transformada de Fourier es una aplicación que hace corresponder a una función " f " con valores complejos y definida en la recta, otra función " g " definida de la manera siguiente:

$$g(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i\xi x} dx$$

donde " f " es una función integrable en el sentido de la integral de Lebesgue. El factor, que acompaña la integral en definición facilita el enunciado de algunos

de los teoremas referentes a la transformada de Fourier. Aunque esta forma de normalizar la transformada de Fourier es la más comúnmente adoptada, no es universal. En la práctica las variables " x " y " ξ " suelen estar asociadas a dimensiones (como la longitud en metros o la frecuencia en s^{-1}), por lo que, es aconsejable utilizar la fórmula alternativa:

$$g(\xi) = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i\beta\xi x} dx$$

de forma que la constante beta cancela la dimensiones asociadas a las variables obteniendo un exponente adimensional.

- La transformada de Fourier así definida goza de una serie de propiedades de continuidad que garantizan que puede extenderse a espacios de funciones mayores e incluso a espacios de funciones generalizadas.
- Además, tiene una multitud de aplicaciones en muchas áreas de la ciencia e ingeniería: la física, la teoría de los números, la combinatoria, el procesamiento de señales (electrónica), la teoría de la probabilidad, la estadística, la óptica, la propagación de ondas y otras áreas. En procesamiento de señales la transformada de Fourier suele considerarse como la descomposición de una señal en componentes de frecuencias diferentes, es decir, " g " corresponde al espectro de frecuencias de la señal " f ".

Aplicaciones

La transformada de Fourier se utiliza para pasar al "dominio frecuencial" una señal para así obtener información que no es evidente en el "dominio temporal". Se demuestra matemáticamente que una señal periódica se puede descomponer en una suma de senos y cosenos formando una base ortogonal, de esta forma, señales

como la voz o las ondas se pueden descomponer en una sumatoria de señales trigonométricas. El conjunto de constantes que multiplican a cada frecuencia forman el espectro de frecuencias. De esta forma se pueden llegar a diversos experimentos muy interesantes:

- 1) La voz humana recorre el espectro de los 100 Hz a los 5 kHz y el oído humano se encuentra entre los 16 Hz y los 20 kHz.
- 2) Si conocemos la densidad espectral de un sistema y la entrada podemos conocer la densidad espectral de la salida. Esto es muy útil para el diseño de filtros de radio transistores.
- 3) La transformada de Fourier también es utilizada en el ámbito del tratamiento digital de imágenes, como por ejemplo para mejorar o definir más ciertas zonas de una imagen fotográfica o tomada con una computadora.

t) Wavelet

La transformada wavelet o transformada óndula es un tipo especial de transformada de Fourier que representa una señal en términos de versiones trasladadas y dilatadas de una onda finita (denominada óndula madre).

- La teoría de óndulas está relacionada con campos muy variados. Todas las transformaciones de óndulas pueden ser consideradas formas de representación en tiempo-frecuencia y, por tanto, están relacionadas con el análisis armónico.

9. ONDAS ELECTROMAGNETICAS

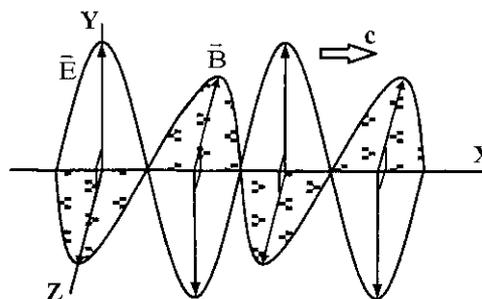
a) Definición

Se llaman ondas electromagnéticas a las perturbaciones del campo eléctrico y magnético que se propagan en un medio material o en el vacío. Por ejemplo, la luz que es una onda electromagnética desplazándose a la velocidad de $c=3 \cdot 10^8$ m/s

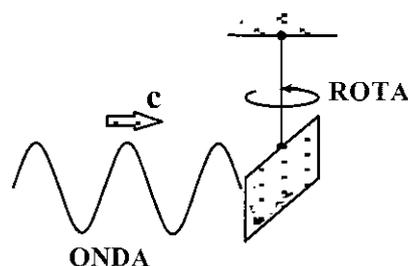
recorre la distancia entre el Sol y la Tierra que es de 150 millones de kilómetros en 8 minutos.

b) Características

- 1) Las ondas electromagnéticas están formadas por ondas del tipo sinusoidal, una correspondiente al vector del campo eléctrico \vec{E} , y la otra al vector del campo magnético \vec{B} , perpendiculares entre sí, y ambas transversales a la dirección de propagación de la onda, como se aprecia en la Figura.



- 2) Los campos eléctrico y magnético que forman la onda oscilan en fase, esto es, cuando uno de ellos es mínimo el otro también, es mínimo.
- 3) Las ondas electromagnéticas transportan energía, más no materia.



- 4) En una onda electromagnética plana, las magnitudes de los campos eléctrico y magnético, están relacionados por:

$$E = c B$$

- 5) Las ondas electromagnéticas transportan energía y poseen cantidad de movimiento, así, en la Figura, se observa que la e

nergía y cantidad de movimiento de la onda electromagnética, producen la rotación de la placa muy sensible y delgada.

- 6) Las ondas electromagnéticas pueden experimentar los fenómenos de reflexión, refracción, interferencia, difracción y polarización.

c) ¿Cómo se generan las ondas electromagnéticas?

Las ondas electromagnéticas en general son producidas por partículas cargadas en movimiento acelerado. Por ejemplo, las ondas de radio frecuencia, son generadas por osciladores electrónicos, mediante corrientes eléctricas alternas.

d) Velocidad de propagación

La rapidez de propagación de una onda electromagnética en el vacío, viene dado por:

$$c = \lambda \cdot f = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

siendo, " λ " su longitud de onda y " f " su frecuencia, respectivamente.

- La velocidad de la luz en el vacío depende de la permitividad eléctrica en el vacío " ϵ_0 ", y de la permeabilidad magnética en el vacío " μ_0 ", así:

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- La velocidad de propagación de una onda electromagnética en un medio material diferente del vacío, viene dado por:

$$v = \lambda f$$

- Como, la frecuencia de la onda electromagnética no cambia ($f_0=f$), entonces:

$$\frac{c}{v} = \frac{f_0 \lambda_0}{f \lambda} > 1 \Rightarrow \lambda_0 > \lambda$$

esto es, cuando la onda electromagnética pasa del vacío al medio material su longitud de onda disminuye.

e) Ecuaciones para las ondas del campo eléctrico y magnético

Para un campo electromagnético distante de las cargas eléctricas libres que lo producen y de las corrientes macroscópicas, estas ecuaciones son:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

siendo \vec{E} , \vec{B} los campos eléctrico y magnético, \vec{H} la excitación magnética y \vec{D} el desplazamiento.

- La existencia de las ondas electromagnéticas es una consecuencia directa de estas ecuaciones llamadas ecuaciones de Maxwell.
- Si el medio es un dieléctrico homogéneo e isótropo libre de propiedades ferroeléctricas o ferromagnéticas el desplazamiento es: $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ y el campo magnético es: $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$, y las ecuaciones de Maxwell, pueden escribirse, así:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{H} = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad \nabla \cdot \vec{H} = 0$$

siendo " ϵ " y " μ " la permitividad relativa y la permeabilidad relativa del medio, respectivamente.

- De las ecuaciones de Maxwell se deduce que los vectores del campo electromagnético \vec{E} y \vec{H} y todas sus proyecciones sobre el eje de coordenadas cartesianas satisfacen en el medio homogéneo, isó-

tropo, no conductor la ecuación de onda en el vacío:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

recordemos que en el vacío $\epsilon = \mu = 1$, y $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ la velocidad de la luz en el vacío.

f) Densidad de energía (w)

Se define como la energía por unidad de volumen del campo electromagnético ($w = E/V$), así, para un medio isótropo lineal es la suma de las densidades de energía, correspondientes a los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} , esto es:

$$w = w_E + w_H$$

$$w_E = \frac{\epsilon \epsilon_0}{2} E^2 + \frac{\mu_0 \mu}{2} H^2$$

siendo "ε" y "μ" la permitividad relativa y la permeabilidad relativa del medio. Como, $E=cB$, la expresión anterior también, puede expresarse, así:

$$w = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2$$

$$w = \sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0} EH = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{c} EH$$

siendo, "c" la velocidad de la luz en el vacío.

- La energía "W" contenida en un volumen "V" del campo electromagnético, viene dada por:

$$W = \int_V \epsilon \epsilon_0 E^2 dV = \int_V \mu \mu_0 H^2 dV$$

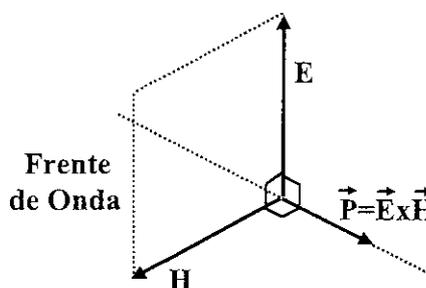
g) Vector de Poynting (\vec{P})

Se llama así, al vector densidad de flujo de energía de la onda electromagnética. Ahora, como la velocidad de transporte de la energía electromagnética por la onda monocromática es igual a la velocidad de fase de dicha onda $v=c/\sqrt{\mu \epsilon}$, entonces el vector de Poynting es:

$$\vec{P} = w \vec{v} = w \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{EH} v$$

$$\vec{P} = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{c} (\vec{E} \times \vec{H}) \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$



la magnitud del vector de Poynting nos mide la energía que transporta la onda en la unidad de tiempo a través de una superficie situada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda.

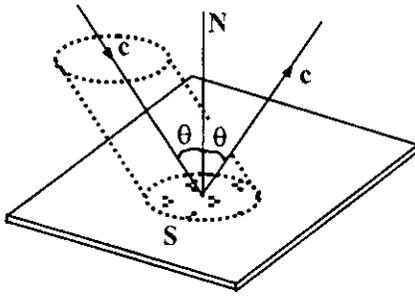
h) Presión de radiación

La presión de radiación sobre la superficie de un medio perfectamente absorbente o perfectamente reflectora, viene dado por:

$$P_r = \epsilon \epsilon_0 E^2 \cos^2 \theta$$

siendo, "ε" la permitividad relativa del medio, "E" la magnitud del campo eléctrico incidente o reflejado, "θ" el ángulo que forman las ondas incidente y refleja

da con la normal (N).



- Si la radiación se da en el vacío $\epsilon = 1$, y si las ondas de la radiación electromagnéticas son armónicas la potencia media de radiación, viene dada por:

$$P_{r,m} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

siendo, " E_0 " la intensidad máxima del campo eléctrico.

i) Penetración de las ondas electromagnéticas

Dependiendo de la frecuencia, hay la posibilidad de que las ondas electromagnéticas no puedan atravesar medios conductores. Esto explica porque las transmisiones de radio no funcionan bajo el mar y los teléfonos móviles se quedan sin cobertura dentro de una caja de metal. Así, como la energía puede transformarse, cuando una onda electromagnética choca con un conductor pueden suceder dos cosas. La primera es que se transforme en calor: este efecto tiene aplicación en los hornos de microondas. La segunda es que se reflejen en la superficie del conductor (como en un espejo).

10. RADIACION DE LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS

a) Emisión

Se llama emisión o radiación de ondas a

la excitación de las ondas electromagnéticas mediante cualquier sistema que la genera.

b) Sistema emisor

Se llama así al dispositivo o sistema que se utiliza para excitar las ondas electromagnéticas, en general se utilizan osciladores eléctricos, que en esencia son cargas eléctricas que circulan por circuitos eléctricos.

c) Campo de radiación

Se llama así al campo de las ondas electromagnéticas (campo eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H}) que es parte de la radiación electromagnética.

d) Radiación de un dipolo eléctrico oscilante

1) Definición

Un dipolo eléctrico es un sistema constituido por dos cargas de igual valor pero de signos opuestos, separados por una distancia " d " (con $d \ll r$), cuyo momento dipolar oscila armónicamente.

2) Momento dipolar

Para que el dipolo eléctrico pueda radiar ondas electromagnéticas, su momento dipolar \vec{p} debe variar con el tiempo. En el caso que oscile armónicamente, su momento dipolar, viene dado por:

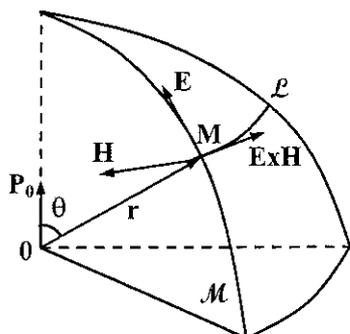
$$\vec{p}_e = \vec{p}_0 \sin \omega t$$

siendo " \vec{p}_0 " la amplitud del momento dipolar, y " ω " la frecuencia cíclica de las oscilaciones.

3) Campo eléctrico y magnético

En un punto M de la región del oscilador armónico lineal, que se encuentra en el vacío, los campos eléctrico \vec{E} y magnético

tico \vec{H} , en cualquier instante "t", generados por las oscilaciones del dipolo, vienen dados por:



$$\vec{E}(t) = -\frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \times \vec{r} \sin(kr - \omega t)$$

$$\vec{H}(t) = -\frac{\omega^2}{4\pi c r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \sin(kr - \omega t)$$

donde \vec{r} es el radio vector trazado desde O. Los vectores \vec{E} y \vec{H} son perpendiculares entre sí, y se hallan en un plano perpendicular al radio vector \vec{r} . El vector \vec{E} es tangente al meridiano \mathcal{M} y el vector \vec{H} es tangente a la latitud \mathcal{L} , como se aprecia en la Figura.

4) Intensidad de energía

La intensidad de energía de la onda electromagnética en el punto M, de las oscilaciones del dipolo eléctrico, viene dado por:

$$I = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2}$$

El dipolo emite más intensamente en las direcciones que forman con su eje el ángulo $\theta = \pi/2$, y no emite absolutamente nada a lo largo de su eje, es decir para $\theta = 0$ ó π .

5) Potencia media

La potencia media de emisión del dipolo magnético oscilante, viene dado por:

$$P_m = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c}$$

donde, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ A/m la permeabilidad magnética en el vacío, y " ω " la frecuencia cíclica.

6) Potencia instantánea

La potencia instantánea de radiación de un dipolo eléctrico de momento dipolar $\vec{p}(t)$, viene dado por:

$$P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 \ddot{\vec{p}}^2}{3 c^3}$$

donde, $\ddot{\vec{p}} = d^2 \vec{p} / dt^2$ es la segunda derivada temporal de \vec{p} .

e) Potencia de radiación de una carga puntual acelerada

La potencia instantánea de emisión de una carga puntual "q" que se mueve con una aceleración \vec{a} , viene dado por:

$$P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 q^2 a^2}{3 c^2}$$

- Si la carga puntual realiza oscilaciones armónicas de amplitud " A_0 " y frecuencia cíclica " ω ", la potencia media con que irradia energía es:

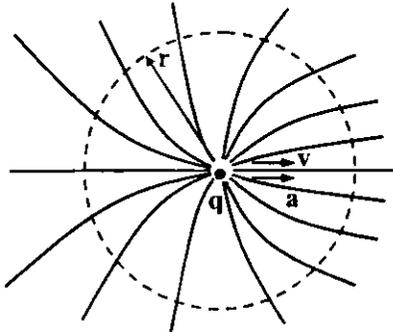
$$P_m = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q^2 \omega^4 A_0^2}{3 c^3}$$

Según la teoría clásica, la emisión de luz por los átomos se debe a las oscilaciones de los electrones en ellos.

- La intensidad de la energía radiada por la carga puntual eléctrica, en la dirección especificada por el ángulo " θ " con respec

to a la velocidad, viene dado por:

$$I = \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 c^3 \epsilon_0 r^2}$$



Líneas de campo eléctrico producido por una carga puntual acelerada.

- La energía de las oscilaciones de un electrón, viene dado por:

$$W = \frac{1}{2} m_e \omega^2 A_0^2$$

donde, "m_e" es la masa del electrón.

- La amplitud de las oscilaciones realizadas por el electrón decaen debido a la pérdida de energía por radiación, por lo que la amplitud de sus oscilaciones amortiguadas, viene dado por:

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

siendo, "β" el factor de amortiguamiento

- A su vez, el tiempo de relajación de las oscilaciones amortiguadas, llamado tiempo de deexcitación del átomo, viene dado por:

$$\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{12\pi \epsilon_0 c^3 m_e}{e^2 \omega^2}$$

donde, "ε₀" es la permitividad eléctrica en el vacío, "e" la carga eléctrica del electrón, y "m_e" su masa.

f) Potencia de una antena de radio emisora

Para una antena constituida por un alambre de longitud "z₀" por el cual pasa una corriente oscilante de amplitud I₀=qω, el momento dipolar es p₀=qz₀=I₀z₀/ω, y la energía por unidad de tiempo (potencia) transmitida es:

$$P = \frac{I_0^2 \omega^2 z_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^2}$$

- Ahora, como para corrientes alternas la potencia media para mantener la corriente es, P= RI₀²/2, entonces, comparando las ecuaciones, encontramos que la resistencia de radiación de la antena es:

$$R = \frac{\omega^2 z_0^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{z_0}{\lambda}\right)^2$$

donde, c=1/√ε₀μ₀ es la velocidad de la luz en el vacío, y λ=c/f=2π.c/ω la longitud de onda. Debemos decir, que estas formulaciones son validas para el caso en que z₀<<λ, es decir, la longitud de la antena rectilínea es mucho menor que la longitud de onda de la radiación.

g) Radiación de un dipolo magnético oscilante

1) Definición

Un dipolo magnético es una pequeña espira por el cual circula una corriente alterna "I", que encierra un área.

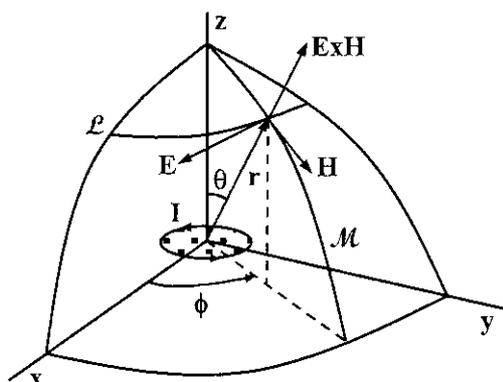
2) Momento dipolar

Para que el dipolo magnético pueda radiar ondas electromagnéticas, su momento dipolar \vec{m} debe variar con el tiempo. En el caso que oscile armónicamente, su momento dipolar, viene dado por:

$$\vec{m} = \vec{m}_0 \text{sen } \omega t$$

siendo, $m_0 = I_0 A$ la amplitud del momento dipolar, "A" el área de la superficie que encierra el circuito, y " ω " la frecuencia cíclica de las oscilaciones.

3) Campo eléctrico y magnético



En un punto M de la región del oscilador armónico lineal, que se encuentra en el vacío, los campos eléctrico \vec{E} y magnético \vec{H} , en cualquier instante "t", generados por el dipolo magnético oscilante, vienen dados por:

$$\vec{E}(t) = -\frac{\mu_0 c}{4\pi} \frac{m_0 \text{sen } \theta}{r} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \text{sen}(kr - \omega t)$$

$$\vec{H}(t) = \frac{1}{4\pi} \frac{m_0 \text{sen } \theta}{r} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \text{sen}(kr - \omega t)$$

donde \vec{r} es el radio vector trazado desde O. Los vectores \vec{E} y \vec{H} son perpendiculares entre sí, y se hallan en un plano perpendicular al radio vector \vec{r} . El vector \vec{E} es tangente a la latitud \mathcal{L} y el vector \vec{H} es tangente al meridiano \mathcal{M} , como se aprecia en la Figura.

4) Intensidad de energía

La intensidad de energía de la onda electromagnética en el punto M, de las oscila-

ciones del dipolo eléctrico, viene dado por:

$$I = \frac{m_0^2 \omega^4 \text{sen}^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^6 r^2}$$

El dipolo emite más intensamente en las direcciones que forman con su eje el ángulo $\theta = \pi/2$, y no emite absolutamente nada a lo largo de su eje, es decir para $\theta = 0$ ó π .

5) Potencia media

La potencia media de emisión del dipolo eléctrico oscilante, viene dado por:

$$P_m = \frac{m_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^5}$$

donde, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en el vacío, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ C²/N·m² la permeabilidad magnética en el vacío, y " ω " la frecuencia cíclica.

6) Potencia instantánea

La potencia instantánea de radiación de un dipolo eléctrico de momento dipolar $\vec{m}(t)$, viene dado por:

$$P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2}{3c^5} \ddot{\vec{m}}^2$$

donde, $\ddot{\vec{m}}^2 = d^2 \vec{m} / dt^2$ es la segunda derivada temporal de \vec{p} .

h) Potencia media de la radiación de un electrón en un átomo

La energía media irradiada por unidad de tiempo por un electrón de momento dipolar magnético $m_0 = -(e/2m_e)L$, siendo "L" el momento angular orbital, viene dado por:

$$P_m = \frac{(e/2m_e)^2 L^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^5}$$

la cantidad $e/2m_e$ vale $1,759 \cdot 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$

i) Absorción de radiación electromagnética

Cuando las ondas de radiación pasan a través de un gas los átomos o moléculas que lo componen pueden absorber parte de esta energía. Cada átomo o molécula absorbe una longitud de onda específica. Cuando la radiación es captada después de su paso por el gas en su espectro le "faltará" la porción absorbida por el creando en el espectro una línea oscura de absorción. Este gas a su vez reemitirá la energía absorbida, esta observada contra un fondo oscuro producirá líneas brillantes de emisión que tendrán la misma longitud de onda de las radiaciones absorbidas. A este fenómeno se le conoce como ley de Kirchhoff.

- Según la teoría cuántica las partículas tienen un número limitado de energías discretas. Por lo que la absorción de energía solo se va a producir cuando le suministremos energías concretas, es decir, cuando le incidamos con una radiación de frecuencia adecuada. Cada sustancia va a absorber una serie de frecuencias concretas, no va a absorber todas las frecuencias, porque ya como hemos dicho antes, no puede absorber todas las energías.
- Existen tres tipos de absorción, la atómica, la molecular y la inducida por un campo magnético.

1) Absorción atómica

La materia está en forma atómica, para pasarla a forma atómica normalmente se le aplica temperatura (por encima de 2000°C). Cuando la radiación incide sobre el átomo, se promocionan los electrones de la capa de valencia hacia niveles de mayor energía.

- Un ejemplo es el Na, aparecen dos líneas juntas cuyas absorbancias están a 589 y

589'6 nanómetros que son las transiciones de 3s a 3p. También se produce otra línea a 285 nm, que es él la radiación más energética y es el paso de 3s a 5p.

- La zona ultravioleta-visible proporciona la energía suficiente para promocionar electrones de la capa de valencia hacia estados de mayor energía. Para promocionar electrones de capas inferiores es necesario radiaciones de mayor energía.
- Este tipo de absorción va a producir espectros de líneas de fácil interpretación.

2) Absorción molecular

La energía asociada a la banda de una molécula tiene tres componentes: Energía electrónica, vibracional y rotacional. O lo que es lo mismo, cada estado electrónico tiene asociado un estado vibracional y este a su vez un estado rotacional, representados por líneas más estrechas.

- Una molécula tiene más niveles de energías, más estados electrónicos, por lo que su estudio se hace más complicado.
- Los estados excitados tienen dos formas de volver a los niveles inferiores de energía:

Mediante relajación no radiante. No emite radiación, la energía puesta en juego al pasar a un estado energético inferior, la transforma en energía cinética que cede a otras moléculas mediante choques.

Fluorescencia. Emite energía en forma de radiación fluorescente.

3) Absorción inducida por un campo magnético

Los núcleos o los electrones se someten a un intenso campo magnético lo que origina un cambio de spin, que provoca la creación de niveles adicionales de energía.

- Este tipo de absorción va a dar lugar a dos tipos de técnicas: La RMN (resonancia magnética nuclear) que utiliza ondas de radio y la resonancia de spin electró

nico que usa ondas microondas.

j) ¿Es dañina la radiación electromagnética?

La radiación electromagnética es dañina para la salud, si no se toman las medidas adecuadas de protección y no se utilizan los parámetros técnicos recomendados.

- 1) En la actualidad se realizan investigaciones para determinar los posibles efectos nocivos de la radiación electromagnética sobre la salud. Hay sospechas que estos podrían modificar el ADN, generando mutaciones y cánceres en los organismos vivos.
- 2) La radiación gamma por ser de alta energía pueden causar grave daño al núcleo de las células.
- 3) La absorción excesiva de radiación-X, produce daños en tejidos y órganos vivos, induciendo la aparición de tejidos malignos.
- 4) Resultados de últimas investigaciones, aseguran que las micro-ondas utilizadas en los celulares, están relacionadas con el aumento de tumores malignos cerebrales.
- 5) La radiación ultravioleta C, es letal para todas las formas de vida de nuestro planeta, de no ser absorbida por la capa de ozono que rodea a la Tierra.

11. ESPECTRO DE LA RADIACION ELECTROMAGNETICA

a) Definición

Se denomina espectro de la radiación electromagnética, al conjunto de diferentes frecuencias y longitudes de onda que presentan las ondas electromagnéticas, matemáticamente este conjunto de frecuencias ó longitudes de onda se representan así:

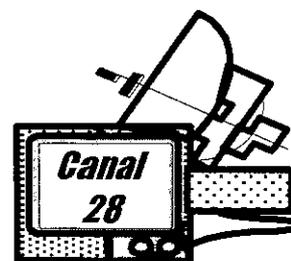
$$[f] = (f_1, \dots, f_n) \quad \text{ó} \quad [\lambda] = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$$

b) Clasificación

El espectro electromagnético, se clasifica en:

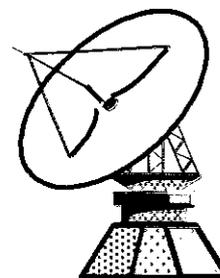
1) Ondas de radio-frecuencia

Este tipo de ondas incluyen la radiación de las líneas eléctricas, ondas de radio de AM y FM y las de TV.



2) Micro-ondas

Se utilizan frecuentemente en las ondas de radar, comunicaciones, análisis de la estructura atómica y molecular.



La exposición a las micro-ondas es peligrosa cuando se producen densidades elevadas de radiación, como ocurre en los máseres. Pueden provocar quemaduras, cataratas, daños en el sistema nervioso y esterilidad

- A la región de las micro-ondas se le llama también UHF (ultra high frequency) frecuencias ultra altas.

Las microondas pueden ser generadas de varias formas, generalmente divididas en dos categorías: dispositivos de estado sólido y dispositivos basados en tubos de vacío.

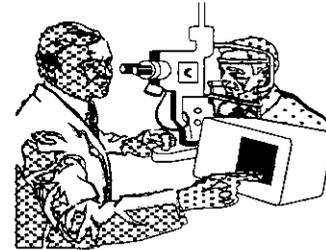
3) Espectro infrarrojo

Estas ondas son producidas por cuerpos calientes y moléculas.

Ejemplo: El motor de un avión genera ondas infrarrojas.



nado. Debemos mencionar que una cantidad inapropiada de radiación X destruye los tejidos sanos.



- Los rayos infrarrojos se utilizan para obtener imágenes de objetos lejanos ocultos por la bruma atmosférica, que dispersa la luz visible pero no la radiación infrarroja. Hay dispositivos infrarrojos que permiten ver objetos en la oscuridad.
- La teledetección mediante fotografía infrarroja aérea y orbital se emplea para observar las condiciones de la cosecha y el daño por insectos y enfermedades en grandes zonas agrícolas, así como para localizar depósitos minerales.

4) Luz o espectro visible

La luz producida por átomos y moléculas como resultado del movimiento interno de sus componentes, principalmente los electrones de las capas atómicas.

5) Rayos ultravioletas

Son producidas por átomos y moléculas en descargas eléctricas. Por ejemplo, el Sol es una fuente rica de radiación ultravioleta, la que hace posible el bronceado de la piel.

- Gran parte de la vitamina D que las personas y los animales necesitan para mantenerse sanos se produce cuando la piel es irradiada por rayos ultravioleta.
- La atmósfera terrestre protege a los organismos vivos de la radiación ultravioleta del Sol. Si toda la radiación ultravioleta procedente del Sol llegará a la superficie de la Tierra, acabaría probablemente con la mayor parte de la vida en el planeta.

6) Rayos - X

Los rayos-X son producidos por los electrones más fuertemente ligados, que abandonan el átomo, también se produce rayos-X por efecto de la radiación de fre-

- Cuando se irradia el cuerpo humano con rayos-X, los huesos (formado por elementos de masa atómica mayor que los tejidos circundantes) absorben la radiación con mayor eficacia, por lo que producen sombras más oscuras sobre una placa fotográfica, permitiendo hacer el diagnóstico de posibles fracturas o lesiones de los huesos.
 - Rayos-X duros.- Se llaman así a los de menor longitud de onda, que están más próximos a la zona de rayos gamma.
 - Rayos-X blandos.- Se llaman así a los rayos-X formados por una mezcla de muchas longitudes de onda diferentes entre sí.
- #### 7) Rayos gamma
- Estas ondas son de origen nuclear y son producidas por muchas sustancias radioactivas, cuando son absorbidas por organismos vivos producen efectos graves. Se utilizan con mucha frecuencia en la investigación astronómica.
- Dada su alta energía pueden causar grave daño al núcleo de las células, por lo que son usados para esterilizar equipos médicos y preservar los alimentos, matando los virus y bacterias.
 - Los detectores de rayos gamma se utilizan para revisar (escanear) las mercancías en los contenedores que ingresan a los puertos y aeropuertos vía marítima o área.

12. LUZ Y ESPECTRO VISIBLE

a) Definición

Se llama luz a la radiación visible del espectro electromagnético que podemos captar con nuestros ojos, las frecuencias de estas ondas electromagnéticas están entre $4 \cdot 10^{14}$ Hz y $8 \cdot 10^{14}$ Hz, en tanto sus longitudes de onda están entre $7,8 \cdot 10^{-7}$ m y $3,8 \cdot 10^{-7}$ m.

b) Composición de la luz

La luz blanca se compone de los diferentes colores del arco iris: violeta, azul, verde, amarillo, naranja y rojo. En realidad existen tres colores primarios: rojo, verde y azul, que al mezclarse en diferentes proporciones dan lugar a todos los demás colores. Si se mezclan en las mismas cantidades producen luz blanca.

c) ¿Cómo se produce la luz?

La luz es producida por átomos y moléculas como resultado del movimiento interno de sus componentes, principalmente los electrones de las capas atómicas. Es decir, los electrones en los átomos, pasan de una órbita hacia otra, emitiendo u absorbiendo cierta cantidad de fotones (luz).

d) Características

Las principales características de la luz son:

- 1) Se propaga a partir de la fuente emisora en todas las direcciones posibles y en forma de ondas perpendiculares a la dirección de propagación. Distintas longitudes de onda proporcionan a nuestros ojos diferentes sensaciones de color. La luz se propaga, sin detenerse, a través de la atmósfera y aún en ausencia de ella.
- 2) En una sustancia de composición uniforme, la luz viaja en línea recta, en tanto, no haya un obstáculo que los desvíe. La

propagación en línea recta se puede apreciar en los rayos de Sol, cuando atraviesan una atmósfera turbia, por ejemplo sobre niebla. Otro ejemplo, es la formación de sombras, siendo esta, una silueta oscura con la forma del objeto.

- 3) La luz se desplaza en el vacío con una rapidez de $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. En el aire se mueve ligeramente con una menor rapidez, y más lentamente en sustancias más densas como el agua o el vidrio.
- 4) La luz está compuesta por paquetes de energía llamados fotones, que originan cambios químicos y reacciones eléctricas en los organismos vivos. Cuanto más intensa es la luz, más fotones contiene.

e) Rayo de luz

Se llama rayo de luz a la línea recta que representa simbólicamente la dirección de propagación de la luz.

f) Espectro visible

Se llama espectro visible al conjunto de valores que adoptan las frecuencias y longitudes de onda de la luz.

- Los colores que perciben el ojo humano dependen de la frecuencia (ó longitud de onda) de la onda electromagnética.

Color	$\lambda \cdot 10^{-7}$, (m)	$\nu \cdot 10^{-4}$, (Hz)
violeta	3,90 - 4,55	7,69 - 6,59
azul	4,55 - 4,92	6,59 - 6,10
verde	4,92 - 5,77	6,10 - 5,20
amarillo	5,77 - 5,97	5,20 - 5,03
naranja	5,97 - 6,22	5,03 - 4,82
rojo	6,22 - 7,80	4,82 - 3,84

- La sensibilidad del ojo también depende de la longitud de onda de la luz; está sensible es máxima para longitudes de onda de $5,6 \cdot 10^{-7}$ m.
- La visión es el resultado de señales transmitidas al cerebro por dos elementos presentes en una membrana llamada retina, la cual, se encuentra en el fondo del ojo; estos elementos son los conos y bastoncillos.
- Los conos son activos a la luz intensa, y sensibles a los colores, mientras los bastoncillos nos permiten ver con poca luz (oscuridad), y son insensibles a los colores.
- La visión debida a los conos se llama fotópica y la debida a los bastoncillos se llama escotópica.
- La ciencia que estudia el espectro visible y sus características es la óptica.

13. RESONANCIA

a) Definición

El término resonancia se refiere a un conjunto de fenómenos relacionados con los movimientos periódicos o cuasiperiódicos en que se produce reforzamiento de una oscilación al someter el sistema a oscilaciones de una frecuencia determinada.

b) Clases

Más concretamente el término puede referirse a:

- 1) En acústica, la resonancia es el reforzamiento de ciertas frecuencias sonoras como resultado de la coincidencia de ondas similares en frecuencias, es un caso particular de resonancia mecánica.
- 2) En música, la resonancia musical se refiere a los sonidos elementales que acompañan al principal en una nota musical y comunican timbre particular a cada voz o instrumento musical.
- 3) En mecánica, la resonancia mecánica de

una estructura o cuerpo es el aumento en la amplitud del movimiento de un sistema debido a la aplicación de fuerza pequeña en fase con el movimiento.

- 4) En electrónica, la resonancia eléctrica es el fenómeno que se produce al coincidir la frecuencia propia de un circuito con la frecuencia de una excitación externa.
- 5) En electromagnetismo se refiere a la resonancia magnética nuclear, utilizada para diagnósticos en medicina. Otro método de diagnóstico utilizado en medicina es la Espectroscopia de resonancia magnética nuclear.
- 6) En astronomía, la resonancia orbital se produce cuando los periodos de traslación o de rotación de dos o más cuerpos guardan entre ellos una relación expresada fracciones de números enteros.
- 7) La Resonancia (química), sistema de enlace entre los átomos de una molécula que, debido a la compleja distribución de sus electrones, obtiene una mayor estabilidad que con un enlace simple. Esta distribución de electrones no fluctúa, en contra de lo que su nombre hace pensar. Numerosos compuestos orgánicos presentan resonancia, como en el caso de los compuestos aromáticos.
- 8) En física de partículas, las resonancias son hadrones de corta vida que se desintegran por medio de la fuerza fuerte en otras partículas más ligeras. Generalmente no se las considera partículas independientes, sino estados energéticos excitados de otras partículas.

c) Resonador

Es cualquier dispositivo o sistema que es capaz de entrar en resonancia o que tiene la capacidad de comportarse de manera resonante, lo cual quiere decir que oscila a unas determinadas frecuencias con una amplitud más grande que a las otras. Sin embargo, habitualmente el término se uti

liza para referirse a los objetos físicos que oscilan a una determinada frecuencia debido a que sus dimensiones son una integral múltiple de la longitud de onda a aquellas frecuencias. Las oscilaciones u ondas de un resonador pueden ser electro magnéticas o mecánicas. Los resonadores se utilizan tanto para generar ondas de frecuencias determinadas o para seleccionar frecuencias específicas de una señal. Los instrumentos musicales utilizan resonadores acústicos que producen ondas sonoras de tonos específicos.

- El aire contenido en el gran volumen "V₀" actúa como un muelle de constante elástica "k" que está unido a un bloque de masa "m" que es el aire del cuello de la botella.
- Si suponemos que las oscilación transcurre muy rápidamente los cambios de presión y de volumen del gas del recipiente, se describen mediante un proceso adiabático. La relación entre la presión y el volumen del gas para dicho proceso, viene dado por:

$$PV^\gamma = \text{cte.}$$

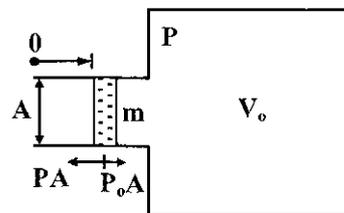
siendo, "V" el volumen del gas, "P" la presión y "γ" el índice adiabático del gas.

- Cuando la presión del aire en el cuello de la botella, se desplaza la distancia "x" de la posición de equilibrio, el volumen se reduce en V₀-A.x, y la presión cambia a "P", de modo que:

$$P_0V_0^\gamma = P(V_0 - Ax)^\gamma$$

Despejando la presión "P", tenemos:

$$P = P_0 \left(1 - \frac{Ax}{V_0}\right)^\gamma$$



- Como, $Ax \ll V_0$, podemos utilizar la aproximación $(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$, obteniendo la expresión aproximada para la presión "P", así:

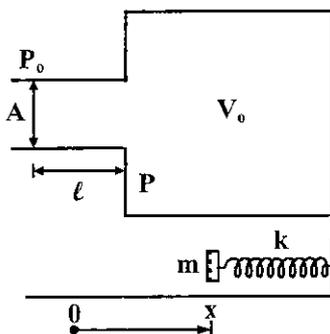
$$P \approx P_0 \left(1 + \frac{\gamma A}{V_0} x\right)$$

d) Cavidad resonante

Una cavidad resonante es un resonador electromagnético, es un dispositivo formado por un cierto espacio limitado por sus superficies dieléctricas, que utiliza la resonancia para seleccionar determinadas frecuencias del conjunto de ondas electromagnéticas que lo atraviesan. Las cavidades resonantes acústicas en las que los sonidos se producen por el aire que vibra en una cavidad con una apertura suelen recibir el nombre de resonadores de Helmholtz.

e) Resonador de Helmholtz

Un resonador ideal consiste en una cavidad de volumen "V" con un cuello de área "A" y de longitud "l". Si la longitud de onda "λ" es mucho más grande que sus dimensiones "l", "√A" y "V^{1/3}", el aire del anillo se mueve como un bloque de masa "m".



La fuerza neta que actúa sobre dicha porción del aire de masa "m" es:

$$F = (P_0 - P)A = -P_0 \gamma \frac{A^2}{V_0} x$$

La fuerza "F" es proporcional al desplazamiento "x", y de sentido contrario a éste, un claro signo de que la porción de aire describe un movimiento armónico simple (M.A.S).

- Cuando la masa "m" de aire se desplaza hacia la derecha, la presión aumenta, la fuerza sobre la partícula está dirigida hacia la izquierda. Cuando la masa "m" se desplaza hacia la izquierda la presión disminuye, la fuerza sobre la partícula es hacia la derecha. Por tanto, la fuerza sobre la partícula es de sentido opuesto al desplazamiento, una de las características del movimiento armónico simple.
- La ecuación de movimiento para la masa "m" de aire es:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma P_0 \frac{A^2}{V_0} x = 0$$

Ahora, como la fuerza que actúa sobre la masa "m" de aire es del tipo de Hooke, tenemos:

$$F = -\gamma P_0 \frac{A^2}{V_0} x = -k x$$

De aquí, como la constante de recuperación del movimiento armónico simple es, $k = \gamma P_0 A^2 / V_0$, entonces, la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones es:

$$\omega_0 = \left(\frac{\gamma A^2 P_0}{m V_0} \right)^{1/2}$$

Utilizando las expresiones de la velocidad del sonido en un gas, $v_s = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$, y

la masa de aire $m = \rho_0 A \ell$, obtenemos:

$$\omega_0 = \frac{A v_s \rho_0}{\rho_0 A^{1/2} \ell V_0}$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{A}}{\ell V_0} v_s$$

14. GUIA DE ONDAS

a) Definición

En electromagnetismo y en telecomunicación, una guía de onda es cualquier estructura física que guía ondas electromagnéticas.

b) Origen

La primera guía de onda fue propuesta por Joseph John Thomson en 1893 y experimentalmente verificada por O. J. Lodge en 1894. El análisis matemático de los modos de propagación de un cilindro metálico hueco fue realizado por primera vez por Lord Rayleigh en 1897.

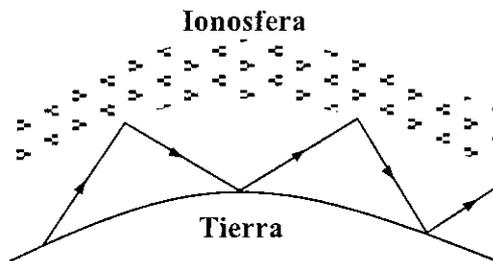
c) Importancia

Algunos sistemas de telecomunicaciones utilizan la propagación de ondas en el espacio libre, sin embargo también se puede transmitir información mediante el confinamiento de las ondas en cables o guías. En altas frecuencias las líneas de transmisión y los cables coaxiales presentan atenuaciones muy elevadas por lo que impiden que la transmisión de la información sea la adecuada, son imprácticos para aplicaciones en HF (alta frecuencia) o de bajo consumo de potencia, especialmente en el caso de las señales cuyas longitudes de onda son del orden de centímetros, esto es, microondas.

- La transmisión de señales por guías de onda reduce la disipación de energía, es por ello que se utilizan en las frecuencias denominadas de microondas con el mis

mo propósito que las líneas de transmisión en frecuencias más bajas, ya que se presentan poca atenuación para el manejo de señales de alta frecuencia.

- Este nombre, se utiliza para designar los tubos de un material de sección rectangular, circular o elíptica, en los cuales la energía electromagnética ha de ser conducida principalmente a lo largo de la guía y limitada en sus fronteras. Las paredes conductoras del tubo confinan la onda al interior por reflexión, debido a la ley de Snell en la superficie, donde el tubo puede estar vacío o relleno con un dieléctrico. El dieléctrico le da soporte mecánico al tubo (las paredes pueden ser delgadas), pero reduce la velocidad de propagación.



El espacio entre la ionosfera y la tierra actúa como una guía de onda para las ondas de radio

- En las guías, los campos eléctricos y los campos magnéticos están confinados en el espacio que se encuentra en su interior de este modo no hay pérdidas de potencia por radiación y las pérdidas en el dieléctrico son muy bajas debido a que suele ser aire. Este sistema evita que existan interferencias en el campo por otros objetos, al contrario de lo que ocurriría en los sistemas de transmisión abiertos.

d) Principios de operación

Dependiendo de la frecuencia, se pueden construir con materiales conductores o

dieléctricos. Generalmente, cuanto más baja es la frecuencia, mayor es la guía de onda. Por ejemplo, el espacio entre la superficie terrestre y la ionosfera, la atmósfera, actúa como una guía de onda. Las dimensiones limitadas de la Tierra provocan que esta guía de onda actúe como cavidad resonante para las ondas electromagnéticas en la banda ELF. Las guías de onda también pueden tener dimensiones de pocos centímetros. Un ejemplo puede ser aquellas utilizadas por los satélites de EHF y por los radares.

e) Análisis

Las guías de onda electromagnéticas se analizan resolviendo las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones tienen soluciones múltiples, o modos, que son los autofunciones del sistema de ecuaciones. Cada modo es pues caracterizado por un autovalor, que corresponde a la velocidad de propagación axial de la onda en la guía.

- Los modos de propagación dependen de la longitud de onda, de la polarización y de las dimensiones de la guía. El modo longitudinal de una guía de onda es un tipo particular de onda estacionaria formado por ondas confinadas en la cavidad. Los modos transversales se clasifican en tipos distintos:
 - Modo TE (Transversal eléctrico), la componente del campo eléctrico en la dirección de propagación es nula.
 - Modo TM (Transversal magnético), la componente del campo magnético en la dirección de propagación es nula.
 - Modo TEM (Transversal electromagnético), la componente tanto del campo eléctrico como del magnético en la dirección de propagación es nula.
 - Modo híbrido, son los que sí tienen componente en la dirección de propagación

tanto en el campo eléctrico como en el magnético.

- En guías de onda rectangulares el modo fundamental es el $TE_{1,0}$ y en guías de onda circulares es el $TE_{1,1}$.
- El ancho de banda de una guía de onda viene limitado por la aparición de modos superiores. En una guía rectangular, sería el $TE_{0,1}$. Para aumentar dicho ancho de banda se utilizan otros tipos de guía, como la llamada "Double Ridge", con sección en forma de "H".

f) Aplicaciones

- 1) Las guías de onda son muy adecuadas para transmitir señales debido a su bajas pérdidas. Por ello, se usan en microondas a pesar de su ancho de banda limitado y volumen, mayor que el de líneas impresas o coaxiales para la misma frecuencia.
- 2) También se realizan distintos dispositivos en guías de onda, como acopladores direccionales, filtros, circuladores y otros.
- 3) Actualmente, son especialmente importantes, y lo serán más en el futuro, las guías de onda dieléctricas trabajando a frecuencias de la luz visible e infrarroja, habitualmente llamadas fibra óptica, útiles para transportar información de banda ancha, sustituyendo a los cables coaxiales y enlaces de microondas en las redes telefónicas.

g) Clases de guías de onda

Existen muchos tipos de guías de onda, presentándoles aquí las más importantes:

- 1) Guía de onda rectangular (circular, elíptica): Son aquellas cuya sección transversal es rectangular (circular, elíptica).
- 2) Guía de onda de haz: Guía de Onda constituida por una sucesión de lentes o espejos, capaz de guiar una onda electromagnética.
- 3) Guía de onda tabicada: Formada por dos cilindros metálicos coaxiales unidos en

toda su longitud por un tabique radial metálico.

- 4) Guía de onda acanalada, guiada en V; guiada en H: Guía de onda rectangular que incluye resaltes conductores interiores a lo largo de una de cada una de las paredes de mayor dimensión.
- 5) Guía de onda de carga periódica: Guía de onda en las que la propagación viene de terminada por las variaciones regularmente espaciadas de las propiedades del medio, de las dimensiones del medio o de las superficie de contorno.
- 6) Guía de onda dieléctrica: Formada íntegramente por uno o varios materiales dieléctricos, sin ninguna pared conductora.

h) Guía de onda acústica

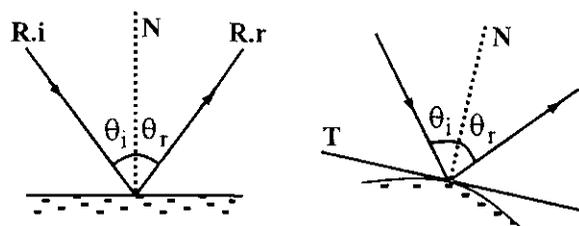
Una guía de onda acústica es una estructura física para el guiado de ondas de sonido. Un ducto para la propagación sónica también se comporta como una línea de transmisión. El ducto contiene algún medio, como aire, para soportar la propagación del sonido.

15.FENOMENOS ONDULATORIOS

I. Reflexión

a) Definición

Es el cambio de dirección que experimenta el rayo de luz (o una onda de sonido) en la superficie de separación de dos medios (interfase), de tal forma que el frente de onda regresa al medio en el que fue generada.



SUPERFICIE PLANA

SUPERFICIE CURVA

Leyenda

- R.i : rayo incidente
- R.r : rayo reflejado
- θ_i : ángulo de incidencia
- θ_r : ángulo de reflexión
- N : perpendicular (normal) a la superficie pulida.

b) Leyes de la reflexión

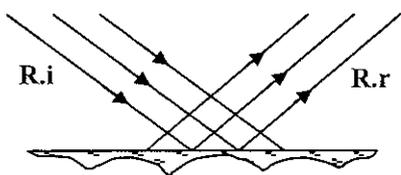
- 1) El rayo incidente R.i, rayo reflejado R.r y la normal N, se encuentran situados en un mismo plano.
- 2) El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión, esto es:

$$\theta_i = \theta_r$$

c) Clasificación

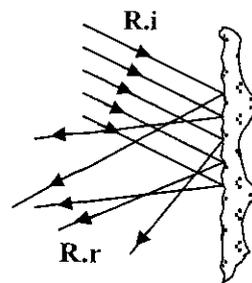
La reflexión de la luz puede ser de dos tipos dependiendo de la naturaleza de la superficie de separación, a saber: especular (como en un espejo) o difusa (cuando no se conserva la imagen, pero se refleja la energía).

- 1) Reflexión especular.- La superficie donde se refleja la luz es perfectamente lisa (espejos, agua en reposo) y todos los rayos reflejados salen en la misma dirección.



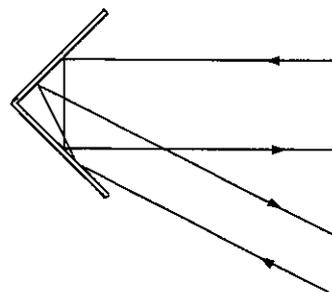
- 2) Reflexión difusa.- En este tipo de reflexión, cuando un haz de luz incide en una superficie áspera o granular es reflejada en todas direcciones debido a las irregularidades microscópicas de la superficie de separación y por esta razón no se forma ninguna 'imagen'. La forma exacta de la reflexión depende de la estructura de la

superficie.



d) Retroreflexión

La retroreflexión es la capacidad que tienen algunas superficies que por su estructura pueden reflejar la luz de vuelta hacia la fuente, sin que importe el ángulo de incidencia original, este comportamiento se puede observar en un espejo, pero únicamente cuando éste se encuentra perpendicular a la fuente, es decir, el ángulo de incidencia es igual a 90°. Se puede construir un retroreflector simple colocando tres espejos ordinarios de forma que todos sean perpendiculares entre sí (un reflector esquinero). La imagen que se produce es igual a la imagen producida por un espejo pero invertida. Tal como se observa en la Figura, la combinación de las diferentes superficies hace que el haz de luz sea reflejado de vuelta a la fuente.



Si a una superficie se le aplica una pequeña capa de esferas reflectivas es posible obtener una superficie con una capacidad limitada de retroreflexión. El mismo efecto se puede obtener si se dota a las superficies con una estructura similar

a pequeñas pirámides (reflexión esquinera). En ambos casos, la estructura interna de la superficie refleja la luz que incide sobre ella y la envía directamente hacia la fuente. Este tipo de superficies se utilizan para crear las señales de tránsito y las placas de los automóviles, en este caso particular no se desea una retroreflexión perfecta, pues se quiere que la luz retorne tanto hacia las luces del vehículo que emite el haz de luz como a los ojos de la persona que lo va conduciendo.

e) Reflexión acoplada compleja

La luz se refleja exactamente en la dirección de la fuente de donde proviene debido a un proceso óptico no lineal. En este tipo de reflexión, no solo se invierte la dirección de la luz, también se invierte el frente de la onda. Un reflector acoplado se puede utilizar para remover aberraciones en un haz de luz, reflejándola y haciéndola pasar de nuevo por el dispositivo óptico que causa la aberración.

f) ¿De qué depende la cantidad de luz reflejada?

La cantidad de luz reflejada por un cuerpo depende de:

- 1) La naturaleza de la superficie (composición, estructura, densidad, color, entre otras características).
- 2) La textura de la superficie (plana, rugosa regular irregular, opaca, pulida, etc...)
- 3) La longitud de onda de la luz, y de si está o no polarizada.
- 4) El ángulo de incidencia de la luz sobre la superficie.

g) ¿En que caso la fase de la onda reflejada puede invertirse?

La fase de la onda reflejada puede invertirse cuando la superficie de separación es entre un medio dieléctrico y un medio conductor, o entre dos medios dieléctri-

cos.

h) ¿Por qué vemos los objetos?

Podemos ver los objetos que nos rodean porque la luz que se refleja en ella llega hasta nuestros ojos.

i) ¿Qué es la reflexión selectiva?

Con relación a la calidad de la luz reflejada, existen dos tipos adicionales de reflexión, ellas son:

1) Acrómatica

Se llama así, a la reflexión en la que se reflejan por igual todas las longitudes de onda. Los tres casos típicos de superficies reflectoras acromáticas se denominan:

- Negras: Cuando el porcentaje de reflexión es cero.
- Grises: Cuando el porcentaje de reflexión es del 50 % en todas las longitudes de onda.
- Blancas: El porcentaje de reflexión es del 100 % en todas las longitudes de onda.

2) Cromáticas

Se llama así, a la reflexión en la que no se reflejan por igual todas las longitudes de onda, hay un predominio de unas sobre otras dando como resultado una radiación cromática.

j) Reflexión de neutrones

Materiales que reflejan neutrones, como por ejemplo el Berilio, son utilizados en reactores nucleares y en armas atómicas. En las ciencias físicas y biológicas, la reflexión de neutrones es utilizada para determinar la estructura y composición interna de un material.

k) Reflexión sísmica

Las ondas sísmicas producidas por terremotos o por otras fuentes tales como explosiones, pueden ser reflejadas por ca-

pas dentro de la Tierra. El estudio de las ondas sísmicas reflejadas en las profundidades ha dado a los sismólogos la oportunidad de determinar las capas que conforman la estructura de la Tierra. El estudio de las ondas sísmicas reflejadas de poca profundidad se utiliza en sismología por reflexión que estudia la corteza de la Tierra en general, y en particular para encontrar posibles yacimientos de petróleo o gas natural.

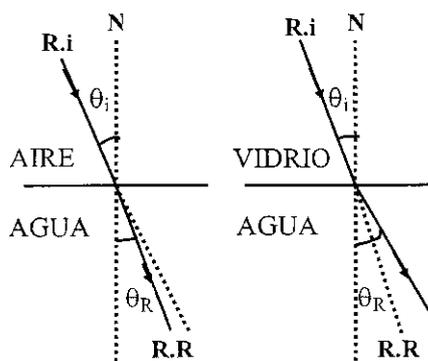
ℓ) Capas antirreflectantes

Son capas hechas de materiales o sustancias como por ejemplo Nitruro de Silicio, que absorben gran parte de la radiación de luz incidente; por lo que es utilizada en los componentes de los sistemas ópticos y en dispositivos optoelectrónicos como los detectores de radiación.

II. Refracción

a) Definición

Es el cambio de dirección que experimenta una onda al pasar de un medio material a otro diferente. La refracción de la luz se produce cuando la luz pasa de un medio de propagación a otro con una densidad óptica diferente, por ejemplo del aire al vidrio. La refracción del sonido es la desviación que experimentan las ondas acústicas cuando pasan de un medio material a otro de diferente densidad de masa.



Leyenda

- R.i : rayo incidente
- R.R : rayo refractado
- θ_i : ángulo de incidencia
- θ_R : ángulo de refracción
- N : perpendicular (normal) a la superficie que divide los medios.

b) Leyes de la refracción

- 1) El rayo incidente R.i, el rayo refractado R.R y la normal N, están contenidos en un mismo plano.
- 2) Si los rayos de luz son monocromáticos, se cumple la ecuación conocida como la ley de Snell:

$$n_i \text{ sen } \theta_i = n_R \text{ sen } \theta_R$$

siendo, " n_i ", " n_R " los índices de incidencia y refracción, respectivamente. También, la ley de Snell puede expresarse del modo siguiente:

$$\frac{n_i}{n_R} = \frac{v_i}{v_R}$$

siendo, " n_i ", " n_R " los índices de refracción de los medios de incidencia y refracción, y " v_i ", " v_R " las velocidades del rayo de luz en dichos medios.

c) Índice de refracción (n)

El índice de una sustancia homogénea transparente se define como la razón de la velocidad de la luz en el vacío " c " a la velocidad de la luz " v " en el medio transparente, es decir:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

siendo, " λ_0 " y " λ " las longitudes de onda

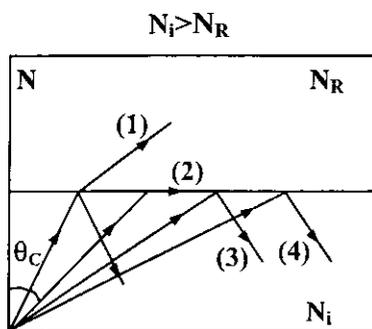
da de la luz en el vacío y en el medio respectivamente.

- El índice de refracción de un medio homogéneo es una medida que determina la reducción de la velocidad de la luz al propagarse por un medio. De forma más precisa, el índice de refracción es el cambio de la fase por unidad de longitud, esto es, el número de onda en el medio "k" será "n" veces mayor que el número de onda en el vacío "n₀".
- El índice de refracción mide la densidad óptica de un medio transparente.
- El índice de refracción es una magnitud física adimensional mayor que 1.

d) Aplicaciones

La propiedad refractiva de un material es la propiedad más importante de cualquier sistema óptico que usa refracción. Es un índice inverso que indica el grosor de los lentes según un poder dado, y el poder dispersivo de los prismas. También es usado en la química para determinar la pureza de los químicos y para la renderización de materiales refractantes en los gráficos tridimensionales en computadoras.

e) Reflexión interna total



Se llama reflexión interna total al fenómeno en el que un rayo de luz, al pasar de un medio de índice de refracción "n_i" hacia otro medio de índice de refracción

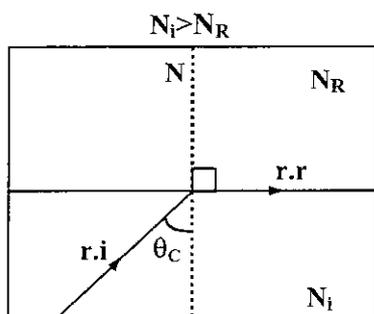
menor "n_R", se refracta de tal modo que no es capaz de atravesar la superficie entre ambos medios (interfase) reflejando se completamente.

- En la Figura, para rayos de luz que inciden con ángulos menores que el ángulo crítico ($\theta < \theta_c$), la luz se refleja y refracta (rayo 1), y para rayos de luz que inciden con ángulos mayores o iguales que el ángulo crítico ($\theta \geq \theta_c$) la luz se refleja totalmente (rayos 2, 3 y 4).
- Este fenómeno solo se produce para ángulos de incidencia superiores a un cierto valor crítico "θ_c". Para ángulos mayores la luz deja de atravesar la superficie y es reflejada internamente de manera total. La reflexión interna total solamente ocurre en rayos viajando de un medio de alto índice refractivo hacia medios de menor índice de refracción.
- La reflexión interna total se utiliza en fibra óptica para conducir la luz a través de la fibra sin pérdidas de energía. En una fibra óptica el material interno tiene un índice de refracción más grande que el material que lo rodea. El ángulo de la incidencia de la luz es crítico para la base y su revestimiento y se produce una reflexión interna total que preserva la energía transportada por la fibra.
- En aparatos de óptica se prefiere utilizar la reflexión total en lugar de espejos metalizados. Como ejemplo de utilización de la reflexión total en aparatos comunes encontramos el pentaprisma de las cámaras fotográficas réflex.

f) Ángulo crítico (θ_c)

Se llama ángulo crítico al ángulo mínimo de incidencia "θ" para el cual se produce la reflexión interna total de los rayos de luz. El ángulo de incidencia se mide respecto a la normal "N" de la separación de los medios, y viene dado por:

$$\theta_C = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_R}{n_i}\right)$$



siendo, " n_i " y " n_R " los índices de refracción de los medios con $n_R > n_i$. Esta ecuación es resultado de la aplicación de la ley de Snell para un ángulo de refracción igual a 90° .

g) Refracción de ondas de radio

El fenómeno de la refracción es un fenómeno que se observa en todo tipo de ondas. En el caso de las ondas de radio, la refracción es especialmente importante en la ionosfera en la que se producen una serie continua de refracciones que permiten a las ondas de radio viajar de un punto del planeta a otro.

h) Refracción de ondas sísmicas

Otro ejemplo de refracción no ligado a ondas electromagnéticas es el de las ondas sísmicas. La velocidad de propagación de las ondas sísmicas depende de la densidad del medio de propagación y, por lo tanto, de la profundidad y de la composición de la región atravesada por las ondas. Se producen fenómenos de refracción en los siguientes casos:

- 1) Refracción entre la transición entre dos capas geológicas, especialmente entre el manto y el núcleo.
- 2) En el manto, por pequeñas desviaciones de la densidad entre capas ascendentes

menos densas y descendentes, más densas.

i) ¿Por qué se produce el espejismo?

Los espejismos son producidos por un caso extremo de refracción, denominado reflexión total.

j) ¿Por qué el cielo se ve azul?

Los rayos solares, al pasar por la atmósfera colisionan con las partículas constituyentes (moléculas, iones, etc...) dando lugar a la emisión de ondas secundarias (Difusión) que al propagarse en todas las direcciones, producen nuevas ondas secundarias. Estas ondas secundarias son de longitudes de ondas pequeñas, o sea, una mezcla de azul y violeta lo que da como resultado el color azul del cielo.

k) ¿A qué se deben los colores de los objetos?

Los colores de los objetos se deben a dos causas diferentes, que son:

- 1) Colores por transmisión: Algunos materiales transparentes absorben toda la gama de los colores menos uno, que es el que permiten que se transmita y de color al material transparente. Por ejemplo, un vidrio rojo es rojo porque absorbe todos los colores menos el rojo.
- 2) Colores por reflexión: La mayor parte de los materiales pueden absorber ciertos colores y reflejan otros. El color o los colores que reflejan son los que percibimos como el color del cuerpo. Por ejemplo, un cuerpo es amarillo porque absorbe todos los colores y sólo se refleja el amarillo. Un cuerpo es blanco cuando refleja todos los colores y negro cuando absorbe todos los colores. Los cuerpos negros se perciben gracias a que se reflejan difusamente parte de la luz de lo contrario no serían visibles.

III. Difusión de la luz

a) Concepto

Este fenómeno se presenta cuando la luz atraviesa un medio diferente del vacío, este es el caso de medios gaseosos, ya sean gases limpios o con partículas en suspensión. Según el modelo de Lorentz, al pasar una onda luminosa a través del gas, se producen oscilaciones forzadas en los átomos y/o moléculas del mismo, emitiéndose ondas secundarias. Estas ondas secundarias portan una parte de la energía de la onda principal, lo cual contribuye, junto con la absorción, a la atenuación de la energía de la radiación incidente. Gracias a la difusión de la luz vemos los objetos cuando una parte de esa luz refleja da en todas las direcciones llega a nuestros ojos.

La visualización de partículas suspendidas en un cuarto oscuro en el que incide luz por un agujero, la apariencia azul del cielo despejado, el blanco de las nubes y el rojo del Sol al atardecer son consecuencias de la difusión de la luz.

b) Dispersión de la luz

Se llama así al fenómeno que se presenta debido a la relación de dependencia que existe entre el índice de refracción "n" de la sustancia y las longitudes de onda " λ " de las ondas luminosas.

- La luz de distintas longitudes de onda; es decir, la luz de diferentes colores, no se refracta por igual en la superficie de separación entre dos medios transparentes, por ejemplo entre el vacío y una sustancia dada. Así, para cada sustancia concreta el índice de refracción "n" es una función de la longitud de onda, esto es:

$$n = f(\lambda)$$

- El fenómeno de difusión está íntimamente

relacionada con la de difracción y con la dispersión.

c) Prisma óptico

1) Definición

Un prisma es un objeto transparente con superficies planas y pulidas no paralelas capaz de refractar, reflejar y descomponer la luz en los colores del arco iris. Cuando la luz atraviesa un prisma, el rayo de salida ya no es paralelo al rayo incidente. Generalmente, estos objetos tienen la forma de un prisma triangular, de ahí su nombre.

2) Mecanismo de reflexión y refracción en un prisma

De acuerdo con la ley de Snell, cuando la luz pasa del aire al vidrio del prisma disminuye su velocidad, desviando su trayectoria y formando un ángulo con respecto a la interfase. Como consecuencia, se refleja o se refracta la luz. El ángulo de incidencia del haz de luz y los índices de refracción del prisma y el aire determinan la cantidad de luz que será reflejada, la cantidad que será refractada o si sucederá exclusivamente alguna de las dos cosas.

3) Tipos de prismas

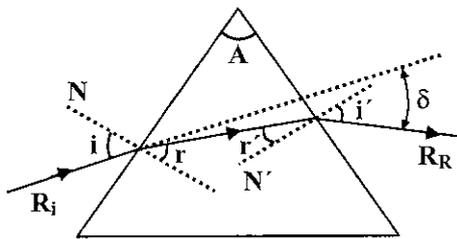
- * Reflectivos.- Son los que únicamente reflejan la luz, como son más fáciles de elaborar que los espejos, se utilizan en instrumentos ópticos como los prismáticos, los monoculares y otros.
- * Dispersivos.- Son usados para descomponer la luz en el espectro del arco iris, por que el índice de refracción depende de la frecuencia; la luz blanca entrando al prisma es una mezcla de diferentes frecuencias y cada una se desvía de manera diferente. La luz azul es disminuida a menor velocidad que la luz roja.

* Polarizantes.- Separan cada haz de luz en componentes de variante polarización

4) Aplicaciones

El prisma, tiene gran utilidad en diversas aplicaciones de la física, permiten medir los índices de refracción de las sustancias y cuerpos, en astronomía se utilizan para analizar la composición de sustancias emisoras de luz, en electrónica se utiliza en el diseño y construcción de dispositivos de iluminación, en los periscopios modernos se utilizan prismas, etc...

5) Índice de refracción de un prisma



Para determinar el índice de refracción del prisma de ángulo "A", hacemos incidir un rayo de luz "R_i" por una de las caras, y medimos el ángulo de desviación mínima "δ" que experimenta dicho rayo, cuando pasa a través del prisma, a partir de:

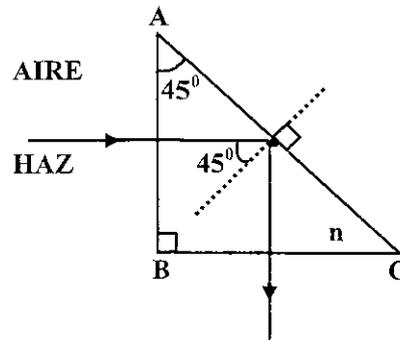
$$n = \frac{\text{sen}((\delta_{\text{min}} + A) / 2)}{\text{sen}(A / 2)}$$

siendo, "R_R" el rayo refractado "i", "r" los ángulos de incidencia y refracción en la cara izquierda y i', r' los ángulos de incidencia y refracción en la segunda cara.

6) Prisma de reflexión

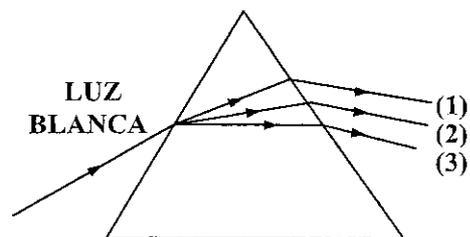
Tiene como fundamento el fenómeno de reflexión total. El rayo luminoso llega a la cara AB, penetra en el prisma sin desviación (incidencia normal, pero toca a la

cara AC con un ángulo de incidencia (igual a 45°) superior al ángulo límite (L= 42°), siendo reflejado totalmente y saliendo sin desviación por la cara BC. Al índice de refracción del prisma n= 1,5, le corresponde un ángulo límite i igual, a L= 42°.



7) Descomposición de la luz

El prisma se utiliza para observar la descomposición de la luz en los colores del arco iris, que van desde el rojo hasta el violeta, cuando se refracta a través del prisma, este fenómeno recibe el nombre de dispersión y se debe a que la velocidad de la luz en un medio cualquiera varía con la longitud de onda (el índice de refracción de un medio y por tanto la velocidad de la luz en el mismo depende de la longitud de onda). Cada color tiene una longitud de onda distinta. Así, para un mismo ángulo de incidencia, la luz se refracta con ángulos distintos para diferentes colores, como se aprecia en la Figura.



(1) rojo, (2) amarillo, (3) azul

d) Arco iris

El arco iris es una consecuencia de la dis

persión de la luz del sol cuando se refracta y se refleja en las gotas de agua de lluvia. El color rojo es el que menos se refracta y se encuentra en la parte exterior del arco.

e) Efecto invernadero

Se llama así al calentamiento que experimenta la atmósfera terrestre, debido a que este absorbe la luz infrarroja (IR) procedente del suelo, evitando una pérdida de calor hacia el espacio exterior, como consecuencia el suelo y el clima terrestre adquieren una mayor temperatura de la que pudieran estar si no existiese este efecto.

- La pequeña contribución del ozono (molécula O_3) al “efecto invernadero”, es ocasionada por la presencia del ozono en el aire urbano altamente contaminado en regiones cercanas al suelo.
- El efecto invernadero ayuda a mantener la Tierra a temperaturas cómodas para la vida, pero esta es una situación con un balance muy delicado. En el último medio siglo, la quema de combustibles fósiles, carbón y petróleo, ha incrementando continuamente el contenido atmosférico de CO_2 . La temperatura promedio de la Tierra también se ha incrementado, y este incremento se cree que es debido al aumento de CO_2 .

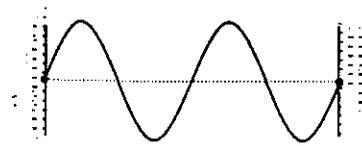
f) ¿Por qué se pierde el ozono?

El ozono que se encuentra a grandes alturas se pierde debido a la presencia del cloro, producido en los gases refrigerantes que se pierden, en los dispositivos de aires acondicionados, refrigeradores, botes de aerosol y también en algunas aplicaciones industriales. Como estos gases son muy estables pueden permanecer en la atmósfera por muchos años, y al llegar a la estratosfera sus moléculas son divididas por la luz ultravioleta desprendien

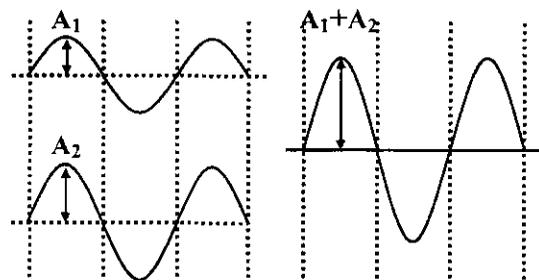
do cloro. Debido al daño que ocasionan estos gases a la capa de ozono, su uso está siendo discontinuado y prohibido.

IV. Interferencia

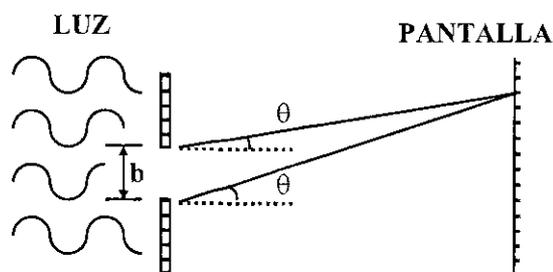
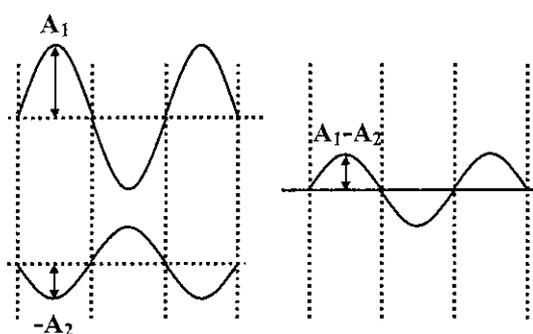
- Se denomina interferencia a la superposición simultánea en una región del espacio de dos ondas.
- Se pueden generar de varias formas la interferencia ondulatoria, así, cuando una onda se superpone a su onda reflejada se genera una onda estacionaria.
- Otra forma de interferencia se encuentra en el movimiento ondulatorio confinado a una región del espacio de una cuerda fija por sus extremos, un líquido en un canal, una onda electromagnética en una cavidad metálica, etc.... La interferencia en estos casos da como resultado ondas estacionarias.



- Se produce interferencia constructiva cuando las amplitudes (A_1 , A_2) de las ondas que interfieren se suman, dando como resultado una onda de mayor amplitud (A_1+A_2) como muestra la Figura.

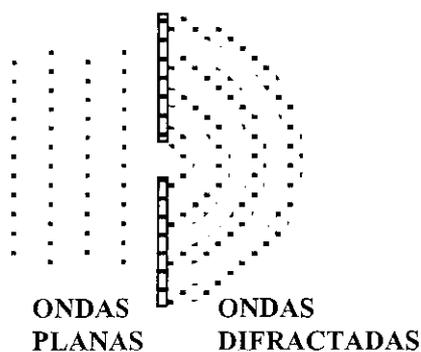


- Se produce interferencia destructiva cuando las amplitudes (A_1 , A_2) de las ondas que interfieren se restan, dando como resultado una onda de menor amplitud (A_1-A_2) como muestra la Figura.



V. Difracción de la luz

Se denomina así a las desviaciones en sus trayectorias que sufren las ondas de luz, cuando pasan por el borde de la abertura de una pantalla, o colisionan con un objeto, que puede ser un alambre o disco, como muestra la Figura.

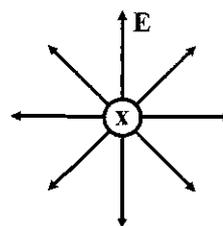


- Para que la difracción sea notoria la longitud de onda debe ser menor que el tamaño de la abertura.
- La difracción es un fenómeno característico de la naturaleza ondulatoria de la luz
- La difracción no es posible observar a simple vista, pues la mayoría de los objetos o aberturas son mucho mayores que la longitud de onda de la luz, cuya magnitud es del orden de $5 \cdot 10^{-7}$ m.
- Para ondas de luz de longitud de onda " λ " que inciden perpendicularmente sobre una abertura muy angosta de ancho "b", Figura., los rayos difractados interfieren destructivamente para:

$$b \sin \theta = n \lambda \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

VI. Polarización de la luz

La luz emitida por fuentes comunes, es un conjunto de muchos trenes de ondas plano polarizados, cuyos vectores de campo eléctrico \vec{E} oscilan a lo largo de todas las posibles direcciones perpendiculares al rayo.

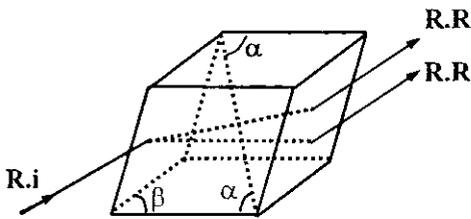


En la Figura, el rayo de luz ingresa al papel y \vec{E} es perpendicular al mismo.

- La luz se denomina natural o no polarizada si en ella no predomina ninguna de las direcciones indicadas de las oscilaciones.
- En la luz natural el vector campo eléctrico \vec{E} oscila en todas las direcciones en forma rápida y desordenada en el plano perpendicular al rayo de luz.
- A la luz cuyo vector de campo eléctrico \vec{E} oscila en una dirección predominante se le denomina luz parcialmente polarizada, la cual se considera estar formada por luz natural y luz linealmente polarizada, que se propagan en una misma dirección.
- Se denomina polarización de la luz a la separación de la luz linealmente polarizada de la luz natural o parcialmente polarizada. Esto se consigue haciendo uso de dispositivos especiales llamados polarizadores.

- El funcionamiento de los polarizadores se basa en la polarización de la luz al reflejarse y refractarse en la superficie de separación (interfase) de dos medios dieléctricos diferentes o en los fenómenos de birrefringencia.
- Se denomina analizadores a los dispositivos que se utilizan para determinar el carácter y el grado de polarización de la luz en general los polarizadores también se utilizan como analizadores

VII. Birrefringencia



Se denomina birrefringencia o doble refracción al fenómeno en la cual el rayo que incide sobre una superficie de cristal se desdobra en dos rayos refractados linealmente polarizados de manera perpendicular entre si como si el material tuviera dos índices de refracción distintos, como muestra la Figura, para el cristal de espató de islandia.

- La primera de las dos direcciones sigue las leyes normales de la refracción y se llama rayo ordinario; la otra tiene una velocidad y un índice de refracción variables y se llama rayo extraordinario. Ambas ondas están polarizadas perpendicularmente entre sí. Este fenómeno sólo puede ocurrir si la estructura del material es anisótropa. Si el material tiene un solo eje de anisotropía, (es decir es uniaxial), la birrefringencia puede formalizarse asignando dos índices de refracción diferentes al material para las distintas polarizaciones.

La birrefringencia está cuantificada por la relación:

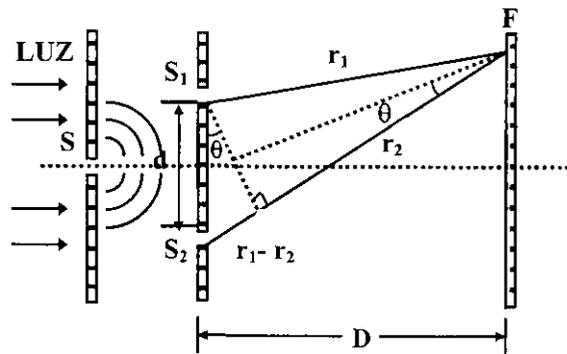
$$\Delta n = n_e - n_o$$

siendo, "n_o", "n_e" los índices de refracción para las polarizaciones perpendicular (rayo ordinario) y paralela al eje de anisotropía (rayo extraordinario), respectivamente.

- La birrefringencia puede darse también en materiales magnéticos, pero variaciones sustanciales en la permeabilidad magnética de materiales son raras a las frecuencias ópticas. El papel de celofán es un material birrefringente común. El fenómeno de birrefringencia no se da en cristales cúbicos regulares.

VIII Experimento de Young

- Mediante la realización de este experimento Thomas Young en 1802, demostró por vez primera el fenómeno de la interferencia de ondas luminosas, para lo cual utilizó como fuente luminosa la luz solar.
- Mediante el experimento de Young se demuestra, también, el comportamiento ondulatorio que posee la luz.



- Los dispositivos utilizados en el experimento, consisten básicamente de dos láminas la primera de una sola rendija "S" y la segunda de dos rendijas "S₁" y "S₂",

una fuente de luz monocromática (de una sola frecuencia o longitud de onda) coherente, y una pantalla "F", tal como se observa en la Figura.

- Las ondas de luz al pasar por "S" se difractan, a su vez, estas ondas al incidir sobre las rendijas "S₁" y "S₂", producen la interferencia, las cuales se observan en la pantalla "F" como franjas oscuras e iluminadas, las franjas oscuras se asocian a la interferencia destructiva, y las franjas iluminadas a la interferencia constructiva

➤ Holografía

Es una técnica avanzada de fotografía, que consiste en crear imágenes tridimensionales de los objetos basados en el fenómeno de la interferencia de las ondas de luz. Para esto se utiliza un rayo láser, que graba microscópicamente una película fotosensible. Esta, al recibir la luz desde la perspectiva adecuada, proyecta una imagen en tres dimensiones.

- En la holografía, a diferencia de lo que ocurre en el método fotográfico común, se registran, por medio de una emulsión fotosensible, no sólo las relaciones en tre las amplitudes (o sus cuadrados, es decir, las intensidades) de las ondas luminosas difundidas por las distintas partes pequeñas de la superficie del objeto, sino también entre las fases de estas ondas.

16. EFECTO DOPPLER

a) Concepto

Se llama efecto Doppler a la variación de la frecuencia de las ondas de sonido o de luz emitidas por una fuente "F", registrada por un receptor "R", debida al movimiento relativo de la fuente de ondas y del receptor. Este efecto explica por qué, cuando una fuente de sonido de frecuencia constante avanza hacia el receptor, el sonido parece más agudo (de mayor fre-

cuencia), mientras que si la fuente se aleja parece más grave (de menor frecuencia). En el caso del espectro visible de la radiación electromagnética, si el objeto se aleja, su luz se desplaza a longitudes de onda más largas, desplazándose hacia el rojo. Si el objeto se acerca, su luz presenta una longitud de onda más corta, desplazándose hacia el azul. Esta desviación hacia el rojo o el azul es muy leve incluso para velocidades elevadas, como las velocidades relativas entre estrellas o entre galaxias, y el ojo humano puede captarlo, solamente medirlo indirectamente utilizando instrumentos de precisión como espectrómetros.

b) Aplicaciones

- 1) Se utilizan dispositivos láser por efecto Doppler para medir la velocidad de fluidos, en la investigación de la formación de fenómenos atmosféricos (ciclones, torbellinos, huracanes, etc..)
- 2) En la espectroscopia, el efecto Doppler se utiliza en el trazado de los movimientos estelares, también, para estimar la masa de las estrellas o la edad del universo (usando la ley de Hubble). O en el estudio de la expansión de universo.
- 3) En el control del tránsito vehicular, se utiliza para determinar la velocidad de los vehículos automotores, mediante dispositivos que utilizan este efecto.
- 4) En la industria se utiliza en el control de procesos industriales y optimización de la producción en el ramo textil, papelería y de empresas fabricantes de cables, entre otros.
- 5) En la medicina, este efecto mediante la técnica de ultrasonidos, se utiliza para la elaboración de radiografías de algunos órganos internos del cuerpo humano.
- 6) En el transporte aéreo, se utiliza en los radares, para determinar la posición de los

aviones.

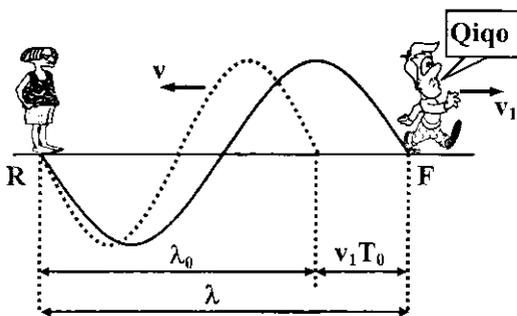
- 7) Se utiliza en la interpretación de espectros, así, en el espectro del hidrogeno se encuentra que las líneas espectrales tienen una estructura fina debida a tres causas: la forma elíptica de las órbitas de los electrones, el espín del electrón y el espín del protón, y el efecto Doppler debido al movimiento relativo de las partículas constituyentes del hidrógeno atómico y molecular.

c) Efecto Doppler acústico

Como la velocidad de la fuente "F" respecto del receptor "R", o viceversa es mucho menor que la velocidad de la luz en el vacío "c", el efecto Doppler acústico se estudia dentro de los límites de la física clásica, los casos que se presentan para la frecuencia de las ondas de sonido registrada por el receptor son:

➤ Primer caso

El receptor "R" está en reposo respecto de un medio gaseoso (o líquido), y la fuente "F" se aleja de él con la velocidad \bar{v}_1 a lo largo de la recta que los une, como se muestra en la Figura.



Para un tiempo igual al período " T_0 " de sus oscilaciones, la fuente recorrerá una distancia igual a $v_1 T_0 = v_1 / f_0$, siendo " f_0 " la frecuencia de las oscilaciones de la fuente (grito de Qiqo). En la Figura, la diferencia de las longitudes de onda cuando la fuente "F" está en movimiento " λ "

y cuando está en reposo " λ_0 " es:

$$\lambda - \lambda_0 = v_1 T_0$$

$$\lambda = \lambda_0 + v_1 T_0 = (v + v_1) T_0$$

$$\lambda = (v + v_1) / f_0$$

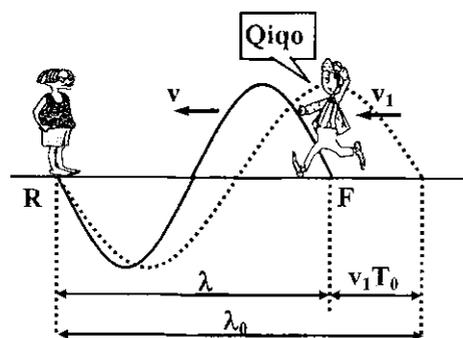
siendo, "v" la velocidad de fase de la onda en el medio. Así, la frecuencia de la onda registrada por el receptor "R" es:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{f_0}{1 + (v_1 / v)}$$

Ahora, si la dirección del vector velocidad de la fuente \bar{v}_1 forma un ángulo arbitrario " θ " con la recta que une a la fuente "F" con el receptor "R", la expresión anterior se escribe así:

$$f = \frac{f_0}{1 + (v_1 \cos \theta / v)}$$

La frecuencia registrada por el receptor "f" es menor que la frecuencia de las oscilaciones de la fuente " f_0 ".



- Si la fuente "F" se acerca con una velocidad \bar{v}_1 , al receptor "R" en reposo a lo largo de la recta que los une, la frecuencia de las ondas de sonido, registrada por el receptor, viene dada por:

$$f = \frac{f_0}{1 - (v_1 / v)}$$

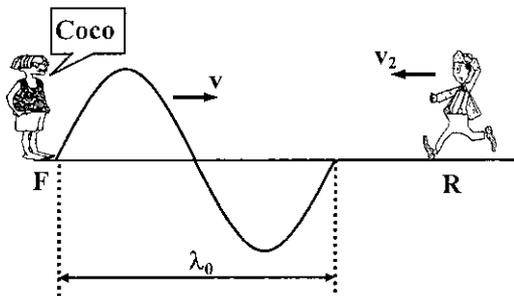
La frecuencia registrada por el receptor "f" es mayor que la frecuencia de las oscilaciones de la fuente "f₀".

- Ahora, si la dirección del vector velocidad de la fuente \vec{v}_1 forma un ángulo arbitrario "θ" con la recta que une a la fuente "F" con el receptor "R", la expresión anterior se escribe así:

$$f = \frac{f_0}{1 - (v_1 \cos \theta / v)}$$

➤ Segundo caso

El receptor "R" se acerca con una velocidad \vec{v}_2 a la fuente "F" en reposo respecto de un medio gaseoso, a lo largo de la recta que los une.



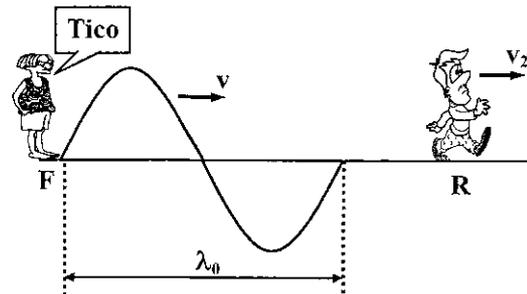
- En la Figura, la longitud de la onda en el medio es $\lambda = \lambda_0 = v/f_0$. Pero la velocidad de propagación de la onda con respecto al receptor es $v + v_2$, de modo que la frecuencia del de sonido registrada por el receptor "R" es:

$$f = \frac{v + v_2}{\lambda_0} = \left(1 + \frac{v_2}{v}\right) f_0$$

La frecuencia "f" registrada por el receptor es mayor que la frecuencia de las oscilaciones de la fuente "f₀".

- Si la dirección de la velocidad \vec{v}_2 del receptor forma un ángulo "θ" con la recta que une al receptor con la fuente, la expresión anterior se escribe así:

$$f = \left(1 + \frac{v_2}{v} \cos \theta\right) f_0$$



- Si el receptor "R" se aleja con una velocidad \vec{v}_2 de la fuente "F" en reposo respecto de un medio gaseoso, a lo largo de la recta que los une, la frecuencia de las ondas de sonido registrada por el receptor "R", viene dada por:

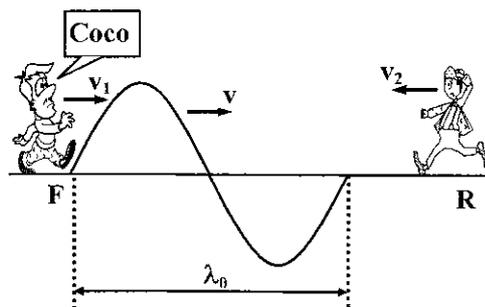
$$f = \frac{v - v_2}{\lambda_0} = \left(1 - \frac{v_2}{v}\right) f_0$$

La frecuencia "f" registrada por el receptor es menor que la frecuencia de las oscilaciones de la fuente "f₀".

- Si la dirección de la velocidad \vec{v}_2 del receptor forma un ángulo "θ" con la recta que une al receptor con la fuente, la expresión anterior se escribe así:

$$f = \left(1 - \frac{v_2}{v} \cos \theta\right) f_0$$

➤ Tercer caso



La fuente "F" y el receptor "R" se acercan (o alejan) entre si con velocidades \vec{v}_1

y \bar{v}_2 respecto del medio gaseoso (o fluido), a lo largo de la recta que los une.

- Aplicando el principio de superposición al primer y segundo caso, se encuentra que la frecuencia registrada por el receptor "R" es:

$$f = \left[\frac{1 \pm (v_2 / v)}{1 \mp (v_1 / v)} \right] f_0$$

siendo, "v" la velocidad de la onda en el medio.

- Si los vectores velocidad \bar{v}_1 y \bar{v}_2 , forman ángulos " θ_1 " y " θ_2 ", con la recta que une al receptor con la fuente, la expresión anterior, se escribe así:

$$f = \left[\frac{1 \pm (v_2 / v) \cos \theta_2}{1 \mp (v_1 / v) \cos \theta_1} \right] f_0$$

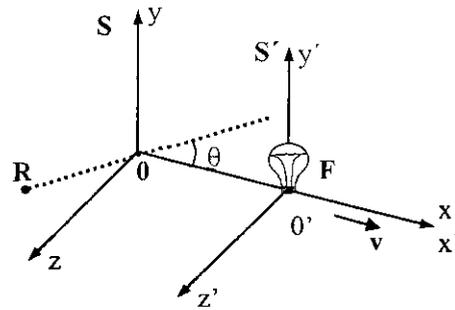
donde los ángulos " θ_1 " y " θ_2 " pueden adoptar valores entre 0° y 180° .

d) Efecto Doppler electromagnético

Si la fuente luminosa y el receptor de ondas luminosas se desplazan uniformemente con respecto a un sistema inercial de referencia, la frecuencia observada "f" de la luz está relacionada con la frecuencia "f₀" observada en este sistema estando inmóviles la fuente emisora y el observador, mediante la relación:

$$f = f_0 \frac{[1 - (v/c)^2]^{1/2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$$

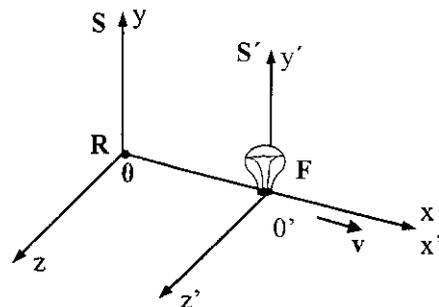
siendo, " θ " el ángulo entre la línea de observación y la dirección del movimiento de la fuente con respecto al observador, medido en el sistema de coordenadas relacionado con el observador, "v" la magnitud de la velocidad del movimiento relativo de la fuente emisiva, y "c" la velocidad de la luz en el vacío.



siendo, "R" el receptor y "F" la fuente de las ondas luminosas, que se traslada con velocidad "v" a lo largo del eje X, y S, S' los sistemas de coordenadas cartesianas el primero fijo y el segundo moviéndose junto a la fuente.

Casos particulares

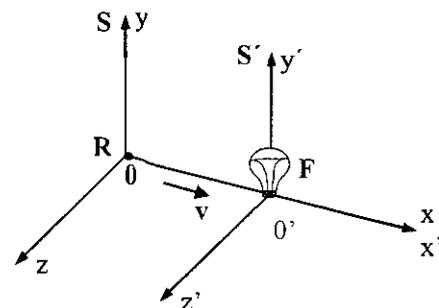
- Si la fuente "F" y el observador "R" se alejan el uno del otro, $\theta = 0^\circ$, se tiene:



$$f = f_0 \left[\frac{c - v}{c + v} \right]^{1/2}$$

$$f < f_0, \lambda > \lambda_0$$

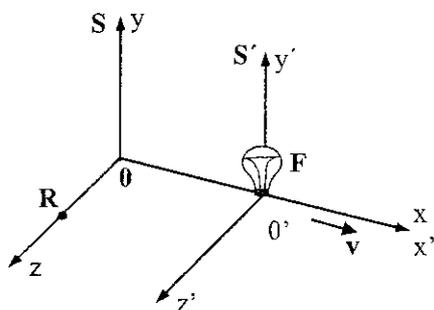
- Si la fuente "F" y el observador "R" se acercan el uno hacia el otro, $\theta = 180^\circ$, se tiene:



$$f = f_0 \left[\frac{c + v}{c - v} \right]^{1/2}$$

$$f > f_0, \lambda < \lambda_0$$

- Si la fuente "F" y el observador "R" forman un ángulo de $\theta = 90^\circ$ ó $\theta = 180^\circ$, se tiene:



$$f = f_0 \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$f < f_0, \lambda > \lambda_0$$

<< Efecto Doppler transversal >>

- Para, $\theta = \pi/2$ ó $\theta = 3\pi/2$ y $v \ll c$, se tiene que $f = f_0$, $\lambda = \lambda_0$, y no se observa el efecto Doppler.
- Para, $\cos \theta = -[1 - (1 - \beta^2)]^{1/2}$ y $v \ll c$ no se observa el efecto Doppler, siendo ($\beta = v/c$).

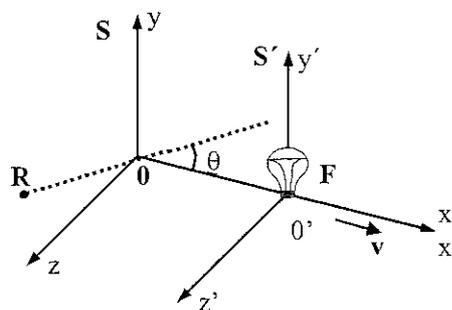
Es la variación de la frecuencia de las ondas luminosas percibidas por el observador debido al desplazamiento mutuo del observador y de la fuente de luz.

- Si la fuente luminosa y el receptor de ondas luminosas se desplazan uniformemente con respecto a un sistema inercial de referencia, la frecuencia observada "f" de la luz está relacionada con la frecuencia "f₀" observada en este sistema estando inmóviles la fuente emisora y el observador, mediante la relación:

$$f = f_0 \frac{[1 - (v/c)^2]^{1/2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$$

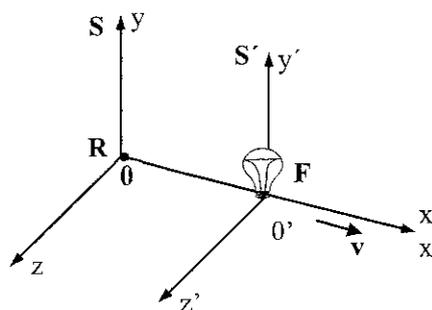
siendo, "θ" el ángulo entre la línea de ob

servación y la dirección del movimiento de la fuente con respecto al observador, medido en el sistema de coordenadas relacionado con el observador, "v" la magnitud de la velocidad del movimiento relativo de la fuente emisiva, y "c" la velocidad de la luz en el vacío.



siendo, "R" el receptor y "F" la fuente de las ondas luminosas, que se traslada con velocidad "v" a lo largo del eje X, y S, S' los sistemas de coordenadas cartesianas el primero fijo y el segundo moviéndose junto a la fuente.

Casos particulares

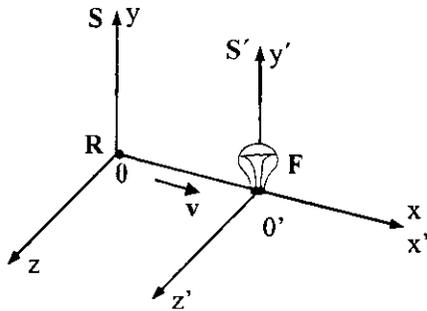


Si la fuente "F" y el observador "R" se alejan el uno del otro, $\theta = 0^\circ$, se tiene:

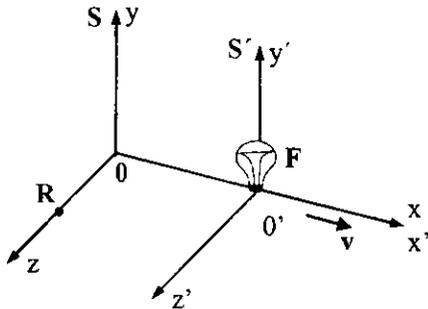
$$f = f_0 \left[\frac{c - v}{c + v} \right]^{1/2}, f < f_0, \lambda > \lambda_0$$

- Si la fuente "F" y el observador "R" se acercan el uno hacia el otro, $\theta = 180^\circ$, se tiene:

$$f = f_0 \left[\frac{c + v}{c - v} \right]^{1/2}, f > f_0, \lambda < \lambda_0$$



- Si la fuente "F" y el observador "R" forman un ángulo de $\theta = 90^\circ$ ó $\theta = 180^\circ$, se tiene:



$$f = f_0 \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad f < f_0, \quad \lambda > \lambda_0$$

<< Efecto Doppler transversal >>

- Para, $\theta = \pi/2$ ó $\theta = 3\pi/2$ y $v \ll c$, se tiene que $f = f_0$, $\lambda = \lambda_0$, y no se observa el efecto Doppler.
- Para, $\cos\theta = -[1 - (1 - \beta^2)]^{1/2}$ y $v \ll c$ no se observa el efecto Doppler, siendo $\beta = v/c$.

17. ONDAS DE CHOQUE

a) Definición

En la mecánica de fluidos, una onda de choque es una onda de presión abrupta producida por un objeto que viaja más rápido que la velocidad del sonido en dicho medio, que a través de diversos fenómenos produce diferencias de presión extremas y aumento de la temperatura (si bien la temperatura de remanso permanece

constante de acuerdo con los modelos más simplificados). La onda de presión se desplaza como una onda de frente por el medio.

- Una de sus características es que el aumento de presión en el medio se percibe como explosiones.
- También se aplica el término para designar a cualquier tipo de propagación ondulatoria, y que transporta, por tanto energía a través de un medio continuo o el vacío, de tal manera que su frente de onda comportamiento un cambio abrupto de las propiedades del medio.

b) Origen de las ondas de choque

En medios compresibles (gases) las perturbaciones en el medio se transmiten como ondas de presión a distintas velocidades, por ejemplo, al mover la mano desplazamos aire a la velocidad de la mano, al hablar producimos una onda que se mueve aproximadamente a la velocidad del sonido y un pistón de coche produce una onda de choque que se mueve a velocidad del pistón, por lo general a una velocidad superior a la del sonido.

- Si la perturbación se produce a una velocidad menor a la del sonido, la perturbación es la responsable de que el gas se adapte a la forma del obstáculo para que, por ejemplo, al mover la mano no se quede un vacío de gas en el lugar que ocupaba la mano anteriormente. El gas llena los huecos debido a que la perturbación le informa de a dónde tiene que ir.
- Pero si la perturbación se mueve más rápida que la velocidad del sonido (el pistón del coche, por ejemplo), la materia del medio en las cercanías del origen de la perturbación no puede reaccionar lo suficientemente rápido como para evadir a la perturbación. El valor de las condiciones del gas (densidad, presión, temperatura)

tura, velocidad, etc.) cambian casi instantáneamente para adaptarse a la perturbación. Así se producen ondas de perturbación con aumento de presión y temperatura, llamadas ondas de choque. El vacío que crea el pistón al moverse de una posición a otra se llena mediante unos mecanismos distintos a los de movimiento subsónico, las ondas de Rankine-Hugoniot u ondas de expansión.

- Fenómenos similares se conocen no solamente en la mecánica de fluidos, por ejemplo la radiación de Cherenkov, fenómeno mediante el cual una partícula cargada eléctricamente que viaja a una velocidad menor a la de la luz en el vacío pero mayor que en un medio material (por ejemplo la atmósfera) genera por así decirlo ondas de choque de radiación al atravesar dicho medio.

c) Tipos

Hay dos tipos fundamentales de ondas de choque que en la física son equivalentes y solamente se distinguen en la elección del sistema de referencia:

- 1) Ondas progresivas en un medio parado: son producidas por perturbaciones súbitas en un medio, como a través de una explosión o un pistón en un motor, tubo de choque, etc. Se mueven a velocidad supersónica y realmente el observador está quieto en el medio y ve pasar la onda en movimiento.
- 2) Ondas estáticas en medio fluido: son producidas cuando hay un objeto moviéndose a velocidad supersónica relativa al medio, es decir, el observador está montado sobre la onda y ve moverse al medio, por ejemplo el viento solar al incidir contra la tierra o un avión volando a velocidad supersónica.

Los ejemplos anteriores vienen a mostrar la forma más sencilla de estudiar dichos

fenómenos, pero como ya se ha dicho anteriormente la única diferencia estriba en la elección del sistema de referencia, por ejemplo, la forma más sencilla de estudiar la onda de choque producida por un proyectil matemáticamente es montándonos virtualmente en el proyectil aunque sea físicamente imposible hacerlo. No obstante el estudio se hace fotografiando la onda cuando pasa por delante de una cámara colocada a tal efecto.

d) Ejemplos

- 1) Explosiones, como por ejemplo bombas cuyas ondas son las responsables de mover objetos y destruirlos. Para esas ondas de detonación existen modelos matemáticos empíricos y teóricos exactos.
- 2) Los aviones supersónicos provocan ondas de choque al volar por encima de régimen transónico ($M > 0,8$) pues aparecen zonas donde el aire supera la velocidad del sonido localmente, por ejemplo sobre el perfil del ala, aunque el propio avión no viaje a $M > 1$.
- 3) Los meteoros que ingresan en la atmósfera producen ondas de choque. El aumento de temperatura producido por la onda de choque es la responsable de que se vean los meteoros.
- 4) En los alrededores del canal del relámpago hay un aire muy caliente que, con ondas de choque, produce el trueno en tormentas. Es decir que es como una explosión a lo largo del camino que recorre el relámpago. Debido a las fluctuaciones irregulares que influyen el camino de las ondas, no solo se oye un golpe sino una serie de más o menos golpes fuertes en una distancia lejana.
- 5) En el medio interestelar las ondas de choque pueden ser provocadas por Supernovas o por nubes de gas y de polvo al ser atravesadas por cuerpos en movimiento.

Se pueden observar gracias a los Rayos X.

- 6) Los límites de la Magnetosfera de la Tierra son señalados como ondas de choque. En esa frontera las partículas del viento solar son frenadas abruptamente. Como la velocidad media de esas partículas es relativamente más grande que la velocidad del sonido en este medio se producen ondas de choque.
- 7) En los propulsores de los cohetes pueden aparecer ondas de choque si han sido mal diseñados. Esas ondas pueden causar la destrucción del cohete, por lo que deben ser amortiguadas.

e) Aplicaciones

Algunas de las aplicaciones más conocidas que tienen las ondas de choque son:

- 1) En medicina se usan ondas de choque para destrozarse cálculos renales, técnica denominada litotricia. La terapia extracorporeal con ondas de choque también se usa cuando hay que curar fracturas que no sanan de otra manera y en la fisioterapia.
- 2) Actualmente su uso en medicina estética es conocido para el tratamiento de la celulitis y el efecto llamado "piel de naranja", mejorando a su vez notablemente la elasticidad de la piel y mejora del tono muscular. Con las ondas de choque se produce una hipervascularización de la zona tratada provocando a su vez una descompresión de las células celulíticas hipertrofiadas, favoreciendo una pérdida de circunferencia y centímetros del área.

f) Radiación de Cherenkov

Es una radiación de tipo electromagnético producida por el paso de partículas en un medio a velocidades superiores a las de la luz en dicho medio. La velocidad de la luz depende del medio, y alcanza su valor máximo en el vacío. El valor de la velocidad de la luz en el vacío no puede

superarse pero sí en un medio en el que ésta es necesariamente menor. La radiación Cherenkov es un tipo de onda de choque que produce el brillo azulado característico de los reactores nucleares. Éste es un fenómeno similar al de la generación de una onda de choque cuando se supera la velocidad del sonido. En ese caso los frentes de onda esféricos se superponen y forman uno solo con forma cónica. Debido a que la luz también es una onda, en este caso electromagnética, puede producir los mismos efectos si su velocidad es superada. Y esto, como ya se ha dicho, solo puede ocurrir cuando las partículas en un medio distinto del vacío, viajan a velocidades superiores a la de los fotones en dicho medio.

g) Velocidad supersónica

Una velocidad se dice que es supersónica cuando es mayor que la velocidad del sonido, es decir, mayor que 1,225 km/h al nivel del mar. Muchos aviones de combate son supersónicos. Las velocidades mayores a 5 veces la velocidad del sonido son algunas veces llamadas hipersónicas. El disco blanco que se forma es vapor de agua condensándose a consecuencia de la onda de choque.

h) Barrera del sonido

Se llama así al límite físico que impide que objetos de gran tamaño se desplacen a velocidad supersónica. Cuando un avión se acerca a la velocidad del sonido, la forma en que el aire fluye alrededor de su superficie cambia y se convierte en un fluido compresible, dando lugar a una resistencia mayor.

i) Explosión sónica

Se llama así al componente audible de la onda de choque provocada por un objeto cuando sobrepasa la velocidad Mach 1.

Se observa con frecuencia en aviones militares, aunque también lo pueden provocar aviones civiles, como el ya retirado de servicio Concorde, capaz de alcanzar Mach 2,03, o la Lanzadera espacial, que llega a Mach 27.

- El fenómeno está relacionado con el efecto Doppler, el cual describe los cambios en la frecuencia percibida por un observador cuando éste o la fuente emisora de sonido se encuentra en movimiento. Al leer y comprender este efecto en las ondas sonoras, surge la pregunta sobre qué pasará con la frecuencia percibida cuando la velocidad de la fuente se acerque, viaje y sobrepase la velocidad del sonido.

j) Número de Mach

Es una medida de la velocidad relativa que se define como el cociente entre la velocidad de un objeto y la velocidad del sonido en el medio en que se mueve dicho objeto, es decir:

$$M = \frac{v}{v_s}$$

Es un número adimensional típicamente usado para describir la velocidad de los aviones. Mach 1 equivale a la velocidad del sonido, Mach 2 es dos veces la velocidad del sonido, etc.

- La utilidad del número de Mach reside en que permite expresar la velocidad de un objeto no de forma absoluta en km/h o m/s, sino tomando como referencia la velocidad del sonido, algo interesante desde el momento en que la velocidad del sonido cambia dependiendo de las condiciones de la atmósfera. Por ejemplo, cuanto mayor sea la altura sobre el nivel del mar o menor la temperatura de la atmósfera, menor es la velocidad del sonido. De es

ta manera, no es necesario saber la velocidad del sonido para saber si un avión que vuela a una velocidad dada la ha superado: basta con saber su número de Mach.

- Normalmente, las velocidades de vuelo se clasifican según su número de Mach en:

* Subsónico	$M < 0,7$
* Transónico	$0,7 < M < 1,2$
* Supersónico	$1,2 < M < 5$
* Hipersónico	$M > 5$

Desde el punto de vista de la mecánica de fluidos, la importancia del número de Mach reside en que compara la velocidad del móvil con la velocidad del sonido, la cual coincide con la velocidad máxima de las perturbaciones mecánicas en el fluido.

k) Mach crítico

Se llama Mach crítico al número de Mach de vuelo de una aeronave en el que el punto de máxima velocidad local del fluido (aire) que le rodea alcanza la velocidad del sonido. Esto último equivale a que en dicho punto (el punto de máxima velocidad local del aire) se alcanza un Mach igual a 1. Cabe destacar que la velocidad del aire a la que nos referimos es la velocidad del aire respecto de la aeronave, no respecto de tierra.

- El número de Mach crítico de cualquier aeronave es siempre inferior a 1, ya que en el campo fluido que rodea a la misma siempre hay puntos en los que la velocidad local es mayor que la velocidad de vuelo.

l) Cono de Mach

Se llama así a la envolvente de las perturbaciones en un medio producidas por un móvil desplazándose a una velocidad superior a la del sonido.

PROBLEMAS PROPUESTOS

- 01.** Una onda se propaga con una rapidez de $v=3 \cdot 10^8$ m/s, y tiene un período de $T=10^{-14}$ s. Hallar su longitud de onda " λ ".
- a) $1 \mu\text{m}$ b) $2 \mu\text{m}$ c) $3 \mu\text{m}$ d) $4 \mu\text{m}$ e) $5 \mu\text{m}$
- 02.** Una onda mecánica de longitud de onda $\lambda=5$ cm, recorre $d=100$ cm en $t=5$ s. Hallar su frecuencia " f ".
- a) 1 Hz b) 2 Hz c) 3 Hz d) 4 Hz e) 5 Hz
- 03.** Por la posición de Pepé pasan 20 crestas en 40 s, de unas olas superficiales de agua cuya distancia entre un valle y una cresta adyacentes es 2 m. Hallar la rapidez de propagación de las olas.
- a) 1 m/s b) 2 m/s c) 3 m/s d) 4 m/s e) 5 m/s
- 04.** La distancia entre la primera y la cuarta cresta de una onda es 15 cm. Hallar su longitud de onda " λ ".
- a) 1 cm b) 3 cm c) 5 cm d) 7 cm e) 9 cm
- 05.** El oído humano percibe sonidos cuyas frecuencias están entre 20 Hz y 20000 Hz. Hallar la menor longitud de onda correspondiente a estas frecuencias, la rapidez del sonido es $v_s = 340$ m/s.
- a) 11 mm b) 13 mm c) 15 mm d) 17 mm e) 19 mm
- 06.** Una onda que se propaga con una rapidez de $v=400$ cm/s. ¿En qué tiempo recorrerá una distancia de $d=12$ cm? ($m = 10^{-3}$)
- a) 10 ms b) 20 ms c) 30 ms d) 40 ms e) 50 ms
- 07.** Las ondas superficiales producidas por el balanceo de un bote en un lago tienen una longitud de onda de $\lambda=5$ m y tardan $t=20$ s en llegar a la orilla que se encuentra a la distancia $d=50$ m. Hallar el período de oscilación de las ondas.
- a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s e) 5 s
- 08.** En la Fig.01, los dos pulsos de onda generados en una cuerda tensa se mueven en direcciones contrarias. Hallar el tiempo que tardan en pasar uno sobre el otro.
- a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s e) 5 s
- 09.** En la Fig.02, la onda se mueve hacia la derecha. Diga en qué direcciones se mueven las partículas A y B.
- a) $A(\leftarrow)$; $B(\rightarrow)$ b) $A(\rightarrow)$; $B(\leftarrow)$ c) $A(\uparrow)$; $B(\downarrow)$ d) $A(\downarrow)$; $B(\uparrow)$ e) $A(\rightarrow)$; $B(\rightarrow)$

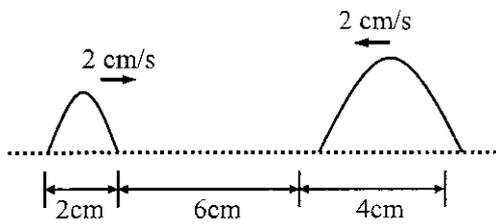


Fig.01

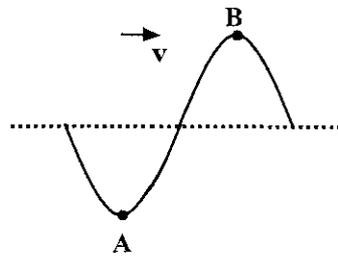


Fig.02

10. En la Fig.03, las ondas "1", "2" y "3" se propagan hacia la derecha. Hallar el valor de la siguiente relación: $(\lambda_1 / \lambda_2) + (\lambda_1 / \lambda_3)$

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

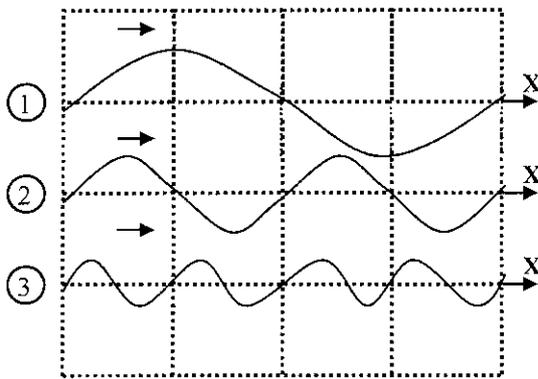


Fig.03

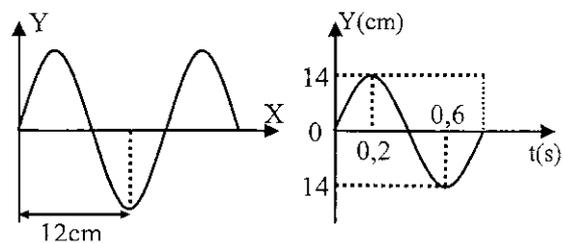


Fig.04

11. En la Fig.04, se muestra el movimiento de una onda mecánica. Hallar su rapidez de propagación "v".

- a) 0,1 m/s b) 0,2 m/s c) 0,3 m/s d) 0,4 m/s e) 0,5 m/s

12. En la Fig.05, la onda de frecuencia $f=2$ Hz se propaga en una cuerda.

I) ¿En qué tiempo el punto P realiza una oscilación completa?

- a) 0,1 s b) 0,2 s c) 0,3 s d) 0,4 s e) 0,5 s

II) ¿Dónde se encuentra el punto P luego de un tiempo de $t=0,375$ s?

- a) $x=+A$ b) $x=-A$ c) $x=+A/2$ d) $x=-A/2$ e) $x = 0$

III) ¿Cuántas ondas completas han pasado por el punto P en un tiempo de $t=6$ s?

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

13. El período de un movimiento ondulatorio es de $T=0,04$ s y su rapidez de propagación de $v=300$ m/s. Hallar la diferencia de fase entre las oscilaciones de dos puntos que están a las distancias de $d_1=10$ m y $d_2=16$ m de la posición de equilibrio.

- a) $\pi/2$ b) $\pi/4$ c) π d) 2π e) 3π

14. La longitud de onda de un movimiento ondulatorio es $\lambda=1$ m. Hallar la diferencia de fase entre las oscilaciones de dos puntos, que se hallan en un mismo rayo y a la distancia de $d=2$ m.

- a) $\pi/2$ b) $\pi/4$ c) π d) 2π e) 4π

15. En la Fig.06, cuando la onda pasa por el punto A, este sube. Hallar la dirección de propagación de la onda.

- a) (\leftarrow) b) (\rightarrow) c) (\uparrow) d) (\downarrow) e) (\leftrightarrow)

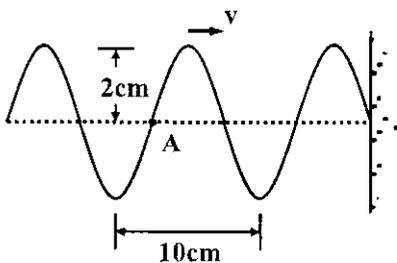


Fig.05

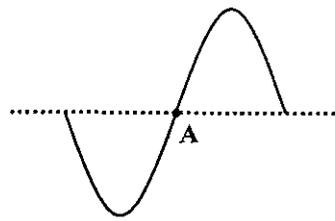


Fig.06

16. Un rayo de luz pasa del aire ($n=1$) al agua ($n=4/3$) con un ángulo de incidencia igual a 53° . Hallar el ángulo de refracción.

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

17. La rapidez de la luz en el diamante es de $v=125000$ km/s. Hallar el índice de refracción del diamante.

- a) 2,0 b) 2,2 c) 2,4 d) 2,6 e) 2,8

18. ¿Qué tiempo tarda en atravesar un rayo de luz, una placa de vidrio de espesor $d=3$ cm e índice de refracción $n=1,5$? (pico : $p=10^{-12}$)

- a) 50 ps b) 60 ps c) 70 ps d) 80 ps e) 90 ps

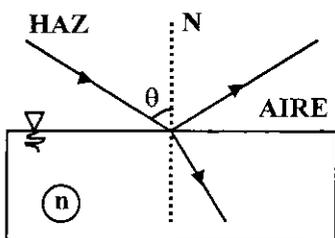


Fig.07

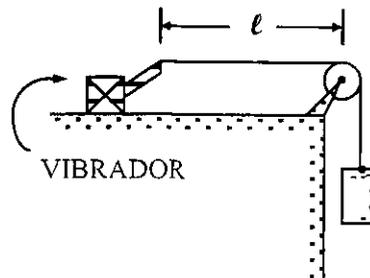


Fig.08

19. En la Fig.07, un rayo de luz incide sobre un medio transparente, de índice de refracción $n=4/3$, formando un ángulo " θ ". Hallar el valor de " θ " si el rayo reflejado es perpendicular

lar al rayo refractado.

- a) 30° b) 37° c) 45° d) 53° e) 60°

20. Respecto de las ondas, complete correctamente la oración.

Ondas monocromáticas, son aquellas que tiene la -----frecuencia y -----
-longitudes de onda.

21. Una cuerda de piano de acero de longitud $\ell=80$ cm y masa de $m=10$ g, se tensa mediante una fuerza de magnitud $F=500$ N.

I) ¿Cuál es la velocidad de las ondas transversales en la cuerda?

- a) 100 m/s b) 150 m/s c) 200 m/s d) 250 m/s e) 300 m/s

II) Para reducir la velocidad de la onda a la mitad sin modificar la tensión, ¿Qué masa de alambre de cobre habrá que enrollar alrededor del hilo de acero?

- a) 10 g b) 20 g c) 30 g d) 40 g e) 50 g

22. Cierta cuerda de violín tiene $\ell=50$ cm de largo entre sus extremos fijos y su masa es de $m=2$ g. La cuerda genera la nota "La" (440 Hz) cuando se pulsa con los dedos, ¿A qué distancia del extremo fijo, debe ubicarse el dedo para tocar un "Do" (528 Hz)?

- a) 8,1 cm b) 8,3 cm c) 8,5 cm d) 8,7 cm e) 8,9 cm

23. Hallar la frecuencia del modo fundamental de la onda transversal que puede establecerse en un alambre de acero de masa 5 g y longitud 1 m, sometido a una tensión de 968 N.

- a) 200 Hz b) 210 Hz c) 220 Hz d) 230 Hz e) 240 Hz

24. En la Fig.08, una cuerda de densidad lineal de masa $\mu=0,2$ g/cm es tensada con un peso de $W=98$ N como se muestra. Sabiendo que la diferencia en longitudes de onda del 1er armónico y 7mo armónico es de $\Delta\ell=24$ m. Hallar la longitud de onda cuando la cuerda vibra en su 5to armónico y su frecuencia de oscilación.

- a) 5,2 m ; 12,7 Hz b) 5,8 m ; 12,1 Hz c) 5,4 m ; 12,3 Hz
d) 5,6 m ; 12,5 Hz e) 5,0 m ; 12,9 Hz

25. Un hilo de longitud $\ell=3$ m y masa $m=0,3$ kg, tiene un extremo unido a un vibrador y el otro extremo pasa por una polea y sostiene a un bloque de masa $M=9$ kg, ¿Cuál es la velocidad de las ondas transversales?, ¿Qué tiempo invierte el pulso para recorrer todo el hilo? ($g=10$ m/s²)

- a) 40 m/s ; 0,4 s b) 10 m/s ; 0,5 s c) 50 m/s ; 0,2 s
d) 20 m/s ; 0,3 s e) 30 m/s ; 0,1 s

26. En la Fig.09, se muestra una cuerda estirada constituida por una parte delgada de longitud " ℓ " y otra parte gruesa de longitud " 2ℓ ". Al hacer oscilar el extremo de la cuerda delgada con frecuencia $f=20$ Hz se propaga una onda. Si en la parte delgada la longitud de onda es $\lambda_1=\ell/8$ y en la parte gruesa $\lambda_2=\ell/16$, hallar el tiempo aproximado que demora

un pulso en recorrer toda la cuerda.

- a) 1 s b) 2 s c) 3 s d) 4 s e) 5 s

27. Dos cuerdas (1) y (2) de densidades lineales de masa μ_1 y μ_2 ($\mu_2=4\mu_1$) se encuentran unidos por sus extremos. En el extremo izquierdo de la cuerda (1) se genera una onda armónica de frecuencia 20 Hz y velocidad de propagación 5 m/s, hallar la longitud de onda en la cuerda (2), cuyo extremo derecho está unido a una pesa a través de una polea.

- a) 0,110 m b) 0,115 m c) 0,120 m d) 0,125 m e) 0,130 m

28. Los extremos izquierdo y derecho de una cuerda de longitud 1 m y masa 0,25 g están unidos a un diapasón que efectúa 200 vibraciones cada segundo, y a través de una polea a un bloque. Hallar la tensión en el hilo para que se establezca el 4to armónico de una onda estacionaria.

- a) 1,0 m b) 1,5 m c) 2,0 m d) 2,5 m e) 3,0 m

29. En la Fig.10, la cuerda de longitud " ℓ " vibra con la frecuencia de su tercer armónico, cuando el platillo contiene $M=1$ kg, si se recubre la cuerda con un material de tal manera que se duplica su densidad lineal de masa, ¿Qué masa " m " hay que agregar en el platillo para que su frecuencia de oscilación en el 4to armónico sea igual a su frecuencia de oscilación anterior?

- a) 110 g b) 115 g c) 120 g d) 125 g e) 130 g

30. Una cuerda de longitud $\ell=20$ m y masa $m=5$ kg está suspendida del techo, y en su extremo inferior se ubica una masa de $M=8$ kg. Si en el extremo inferior se producen ondas de frecuencia 20 Hz, ¿Cuál es aproximadamente la longitud de onda? ($g=10$ m/s²)

- a) 1,015 m b) 1,025 m c) 1,035 m d) 1,045 m e) 1,055 m

31. La elongación de una onda en función de la posición y el tiempo es $y = 8 \sin(3x - 1020.t)$ con " x " e " y " en m y " t " en segundos. Hallar la velocidad de propagación de la onda.

- a) 300 m/s b) 310 m/s c) 320 m/s d) 330 m/s e) 340 m/s



Fig.09

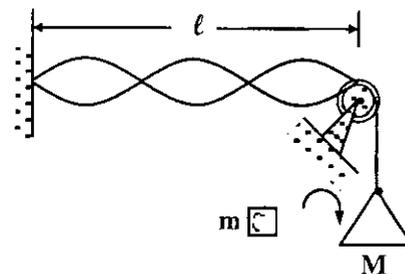


Fig.10

32. Dada la ecuación de una onda transversal, que se propaga en un hilo de longitud $\ell=1$ m y masa $m = 4$ kg, $y = 10 \sin 2\pi \left(\frac{x}{8} - 5.t \right)$, donde x e y están en centímetros, " t " en segun

dos. Hallar:

I) El número de onda y la frecuencia angular.

- a) $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^{-1}$; $5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ b) $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^{-1}$; $15\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ c) $\frac{\pi}{4} \text{ cm}^{-1}$; $10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
 d) $\frac{\pi}{5} \text{ cm}^{-1}$; $20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ e) $\frac{\pi}{6} \text{ cm}^{-1}$; $25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

II) La longitud de onda y el período de las oscilaciones.

- a) 8 cm ; 0,2 s b) 6 cm ; 0,1 s c) 4 cm ; 0,3 s
 d) 2 cm ; 0,4 s e) 10 cm ; 0,5 s

III) La velocidad de propagación de las ondas.

- a) 10 cm/s b) 20 cm/s c) 30 cm/s d) 40 cm/s e) 50 cm/s

IV) La tensión en el hilo.

- a) 0,14 N b) 0,24 N c) 0,44 N d) 0,64 N e) 0,84 N

33. $y = 2 \text{ sen}(\pi x + 200 \pi \cdot t + \pi / 2)$ es la ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda, en la que "x" e "y" se miden en cm y "t" en segundos. Hallar velocidad de propagación "v" de la onda.

- a) 100 cm/s b) 200 cm/s c) 300 cm/s d) 400 cm/s e) 500 cm/s

34. Respecto del sonido, indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

I) El sonido se propaga en el vacío.

II) La velocidad del sonido es mayor en los sólidos que en los gases.

III) El oído humano percibe intensidades de sonido mayores que 2 W/m^2 .

- a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) FFF

35. Respecto del espectro electromagnético, indicar las proposiciones verdaderas ó falsas:

I) Los rayos gamma son ondas de tipo longitudinal.

II) Las ondas de radio frecuencia, son las que tienen la mayor longitud de onda.

III) El espectro infrarrojo es producido por la liberación de electrones en los átomos.

- a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) VFF

36. Respecto de las ondas electromagnéticas, indicar las proposiciones verdaderas ó falsas:

I) Siempre son longitudinales.

II) En el vacío, siempre viajan a la velocidad de la luz "c".

III) Solo se propagan en un medio material

- a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) VFF

37. Respecto de las ondas electromagnéticas, indicar las proposiciones verdaderas ó falsas:

I) La luz puede refractarse pero no polarizarse.

- II) El sonido puede polarizarse pero no refractarse.
 III) La luz puede polarizarse, difractarse y refractarse.

a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) VFF

38. Respecto de las ondas sonoras, indique las proposiciones verdaderas (V) ó falsas (F):

- I) Pueden experimentar reflexión, refracción y difracción.
 II) Pueden experimentar reflexión, refracción e interferencia.
 III) Pueden experimentar refracción, reflexión y polarización.

a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) VFF

39. Dos fuentes sonoras idénticas separadas por 100 m, producen un nivel de intensidad de 80 db en el punto medio de la recta que los une. Hallar la potencia de cada fuente.

a) $\pi/2$ W b) $\pi/4$ W c) π W d) 2π W e) 4π W

40. ¿Tico a que distancia mínima de una sirena de potencia $64\pi \cdot 10^{-8}$ W, debe situarse para no escuchar el ruido emitido por la sirena?

a) 100 m b) 200 m c) 300 m d) 400 m e) 500 m

41. El nivel de intensidad emitido por 100 grillos es de 120 db. Hallar el nivel de intensidad que genera cada grillo.

a) 50 db b) 70 db c) 80 db d) 90 db e) 100 db

42. La potencia de una sirena es de $0,64\pi$ W. ¿A qué distancia de la sirena el nivel de intensidad será de 100 db?

a) 2 m b) 4 m c) 6 m d) 8 m e) 10 m

43. Pepe situado a una distancia "d" de una fuente sonora recibe una intensidad de $0,5$ W/m². ¿Qué intensidad recibirá, si se sitúa a una distancia "2d" de la fuente?

a) $\frac{1}{2} \frac{W}{m^2}$ b) $\frac{1}{4} \frac{W}{m^2}$ c) $\frac{1}{8} \frac{W}{m^2}$ d) $4 \frac{W}{m^2}$ e) $8 \frac{W}{m^2}$

44. ¿Cuántas personas deben gritar a razón de 60 db cada una, para producir un nivel de intensidad de 80 db?

a) 60 b) 70 c) 80 d) 90 e) 100

45. ¿Cuántos sapos deben situarse en una circunferencia de radio 1 m, para que, al croar el nivel de intensidad en el centro sea de 20 db, cada sapo produce 10 db?

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

46. La diferencia de los niveles de intensidad emitidas por dos sirenas es de 60 db. Hallar la razón de sus intensidades.

a) 10^2 b) 10^4 c) 10^6 d) 10^8 e) 10^{10}

47. Pepa situado a 1 m de una fuente sonora recibe un nivel de intensidad de 40 db. ¿A qué distancia mínima de la fuente, debe ubicarse Pepa, para que no escuche el sonido emitido por la fuente?
- a) 60 m b) 70 m c) 80 m d) 90 m e) 100 m
48. Hallar la intensidad (en W/cm^2) de un sonido 3 decibelios más alto que otro de intensidad $10 \mu\text{W}/\text{cm}^2$.
- a) 10μ b) 20μ c) 30μ d) 40μ e) 50μ
49. Las intensidades de dos ondas sonoras son: $I_1=100 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ y $I_2=10 \mu\text{W}/\text{cm}^2$ Hallar la diferencia de sus niveles de intensidad.
- a) 4 db b) 6 db c) 8 db d) 10 db e) 12 db
50. Hallar la frecuencia de una onda electromagnética de longitud de onda 3000 \AA . ($P=10^{15}$)
- a) 1 PHz b) 2 PHz c) 3 PHz d) 4 PHz e) 5 PHz
51. Un rayo luminoso pasa del aire a un medio refringente "x", con un ángulo de incidencia de 53° , y de refracción de 37° . Hallar la rapidez de propagación en el medio "x".
- a) $1,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ b) $2,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ c) $3,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ d) $4,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e) $5,25 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
52. Una sirena genera un sonido de frecuencia $f=1700 \text{ Hz}$ y rapidez de propagación de $v=340 \text{ m/s}$. Hallar la longitud de onda " λ " del sonido.
- a) 10 cm b) 15 cm c) 20 cm d) 25 cm e) 30 cm
53. La dispersión de la luz blanca en un prisma es originada por:
- a) La doble refracción de la luz.
 b) La polarización de la luz.
 c) La interferencia que experimenta la luz al pasar a través del prisma.
 d) La variación de la frecuencia de la luz al pasar del aire hacia el prisma.
 e) La correspondencia univoca entre color e índice de refracción.
54. Respecto de las longitudes de onda del espectro visible: azul " λ_A ", verde " λ_V ", rojo " λ_R "; indique la relación correcta.
- a) $\lambda_A > \lambda_V > \lambda_R$ b) $\lambda_A < \lambda_V < \lambda_R$ c) $\lambda_A = \lambda_V = \lambda_R$
 d) $\lambda_A > \lambda_R > \lambda_V$ e) $\lambda_V > \lambda_R > \lambda_A$
55. Un auto se acerca a una rapidez de $v=30 \text{ m/s}$ hacia una sirena que emite un sonido de frecuencia 500 Hz. Hallar la frecuencia captada por el conductor, la rapidez del sonido es de $v_S=340 \text{ m/s}$
- a) 144 Hz b) 244 Hz c) 344 Hz d) 444 Hz e) 544 Hz

56. Un submarino que va sumergiéndose uniformemente emite impulsos sonoros de duración $T_0 = 101T/99$. La duración del impulso reflejado del fondo que se percibe es "T". La rapidez del sonido en el agua es $v_S = 1400$ m/s. ¿Con qué rapidez "v" va sumergiéndose el submarino?

- a) 10 m/s b) 12 m/s c) 14 m/s d) 16 m/s e) 18 m/s

57. Respecto de las ondas electromagnéticas indicar las proposiciones verdaderas (V) ó falsas (F):

- I) Los campos eléctrico y magnético que forman la onda de luz no oscilan en fase.
 II) No se propagan en el vacío.
 III) Están formadas por dos ondas del tipo sinusoidal.

- a) VFV b) FVF c) FFV d) VVF e) VFF

58. Respecto de las ondas de sonido, indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F):

- I) El oído humano puede percibir sonidos de intensidad de 10^{-3} W/cm³.
 II) Timbre es la diferencia de sonidos producidos por dos fuentes diferentes de intensidad de tono diferentes.
 III) A un sonido de alta frecuencia le corresponde un tono bajo.

- a) VFV b) FVF c) FFF d) VVF e) VFF

59. Respecto del espectro visible, indicar las proposiciones verdaderas (V) ó falsas (F).

- I) La mayor longitud de onda corresponde al color violeta.
 II) La menor frecuencia corresponde al color rojo.
 III) El color naranja tiene mayor longitud de onda que el color azul.

- a) VFV b) FVF c) FVV d) VVF e) VFF

60. Respecto de los rayos-X, indicar las proposiciones verdaderas (V) o falsas (F).

- I) Tienen mayor longitud de onda que las ondas de radio.
 II) Son producidos por la expulsión de electrones de un átomo y por el efecto de radiación de frenado.
 III) Son altamente energéticos.

- a) VFV b) FVF c) FVV d) VVF e) VFF

61. Respecto de una onda electromagnética, indicar las proposiciones verdaderas (V) ó falsas (F):

- I) La magnitud de \vec{E} es "c" (velocidad de la luz) veces la magnitud de \vec{B} .
 II) Siempre puede polarizarse.
 III) Su velocidad de propagación depende del medio en la que se propaga.

- a) VFV b) FVF c) FVV d) VVF e) VVV

62. Respecto del sonido, indicar las proposiciones verdaderas (V) ó falsas (F).

- I) Son ondas electromagnéticas.

- 70.** Una onda esférica emitida en el agua por una fuente puntual, viene dada por la ecuación: $y(r, t) = (25/r) \cdot \text{sen}(1,25 \cdot r - 1870 \cdot t)$ donde, "y" está en pascales, "r" en metros, y "t" en segundos. La densidad del agua es $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$. Hallar:
- I) La amplitud de presión máxima " ξ_0 " a 4 m de la fuente.
- a) 17,08 Pa b) 17,28 Pa c) 17,48 Pa d) 17,68 Pa e) 17,88 Pa
- II) El nivel de la intensidad "I" del sonido.
- a) 141,6 db b) 143,6 db c) 145,6 db d) 147,6 db e) 149,6 db
- 71.** Al explotar una granada a una altura de $h = 100 \text{ m}$ sobre la cabeza de un soldado parado sobre el suelo, este percibe una intensidad de sonido de $I = 7 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2$ durante un tiempo de $t = 0,2 \text{ s}$. Hallar:
- I) La energía sonora total de la explosión.
- a) $500\pi \text{ J}$ b) $520\pi \text{ J}$ c) $540\pi \text{ J}$ d) $560\pi \text{ J}$ e) $580\pi \text{ J}$
- II) El nivel de la intensidad del sonido.
- a) 100,5 db b) 102,5 db c) 104,5 db d) 106,5 db e) 108,5 db
- 72.** Una bala disparada por un rifle se desplaza a 1,38 Mach. ¿Qué ángulo forma el frente de la onda de choque con la trayectoria de la bala?
- a) $46^\circ 20'19''$ b) $46^\circ 22'19''$ c) $46^\circ 24'19''$ d) $46^\circ 26'19''$ e) $46^\circ 28'19''$
- 73.** Un avión viaja horizontalmente a 1,2 Mach. En el instante en el que un observador sobre el suelo escucha la onda de choque, ¿Cuál es el ángulo que su línea de visión forma con la horizontal cuando el mira el avión?
- a) $56^\circ 20'34''$ b) $56^\circ 22'34''$ c) $56^\circ 24'34''$ d) $56^\circ 26'34''$ e) $56^\circ 28'34''$
- 74.** Hallar la relación de las rapidezces de propagación del sonido en tres varillas, la primera de aluminio, la segunda de plomo y la tercera de acero.
- a) $v_2 < v_1 < v_3$ b) $v_1 < v_3 < v_2$ c) $v_2 < v_3 < v_1$ d) $v_3 < v_1 < v_2$ e) $v_3 < v_2 < v_1$
- 75.** Un extremo de una barra de cobre se golpea. El sonido del golpe, viajando por el aire, llega al extremo opuesto de la barra 6,4 ms después de que el sonido se transmite a lo largo de la misma. Hallar la longitud de la barra. ($R = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, $E = 130 \text{ GPa}$, $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$, $M = 28,8 \text{ g/mol}$, $m = 10^{-3}$, $G = 10^9$)
- a) 2,13 m b) 2,23 m c) 2,33 m d) 2,43 m e) 2,53 m
- 76.** La ecuación matemática de una onda que se propaga a lo largo del eje X, viene dado por: $y(x, t) = 5 \cdot e^{-(x+5t)^2}$, donde "x" está en metros, "t" en segundos. Hallar la velocidad (en m/s) de la onda y su dirección de propagación.
- a) 5 (\rightarrow) b) 5 (\leftarrow) c) 3 (\rightarrow) d) 3 (\leftarrow) e) 7 (\leftarrow)

77. Las ondas sinusoidales $y_1=2 \text{ sen}(20x-30t)$ (cm), $y_2=2 \text{ sen}(25x-40t)$ (cm) se propagan en una cuerda. Hallar:
- I) La diferencia de fase de estas ondas en el punto $x=5$ cm, en $t=2$ s.
- a) 3 rad b) 4 rad) c) 5 rad d) 6 rad e) 7 rad
- II) El valor de "x" más cercano al origen, para el cual, la diferencia de fase de las ondas es $\pm\pi$ en $t=2$ s.
- a) 3,17 cm b) 3,37 cm c) 3,57 cm d) 3,77 cm e) 3,97 cm
78. Dos ondas de amplitudes $A_1=A_2=4$ cm, de diferencia de fase 90° , se propagan en la misma dirección a lo largo de una cuerda estirada. Hallar la amplitud de la onda resultante de la superposición
- a) 5,1 cm b) 5,3 cm c) 5,5 cm d) 5,7 cm e) 5,9 cm
79. Las ondas se propagan en una cuerda tensada de longitud $\ell=5$ m y masa $m=60$ g con una velocidad de $v=50$ m/s. Hallar la tensión en la cuerda.
- a) 20 N b) 25 N c) 30 N d) 35 N e) 40 N
80. Una onda longitudinal (compresional) de longitud de onda " λ " viaja con rapidez " v " a lo largo del eje X en un medio de densidad " ρ ". El desplazamiento de las moléculas del medio a partir de su posición de equilibrio es: $y(x, t)=A_0 \text{ sen}(kx - \omega t)$. Demostrar que la variación de presión en el medio es: $\Delta P = (2\pi/\lambda) \rho v^2 A_0 \cos(kx - \omega t)$.
81. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas transversales en una cuerda, viene dado por: $v = \sqrt{T/\mu}$, siendo "T" la tensión, y " μ " la masa por unidad de longitud.
82. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas longitudinales en una varilla, viene dado por: $v = \sqrt{E/\rho}$, siendo "E" el módulo de Young, y " ρ " la densidad de masa.
83. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas sonoras en un fluido, viene dado por: $v = \sqrt{B/\rho}$, siendo "B" la compresibilidad, y " ρ " la densidad del fluido.
84. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas longitudinales en un resorte, viene dado por: $v = \sqrt{K/\mu}$ siendo, "K" el módulo de elasticidad, y " μ " la masa por unidad de longitud del resorte.
85. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas en una columna de gas, viene dado por: $v = \sqrt{\kappa/\rho_0}$ siendo " κ " el módulo de elasticidad de volumen, y " ρ_0 " la densidad del gas.
86. demostrar que la rapidez de propagación de las ondas sonoras en un gas, viene dado por: $v = \sqrt{\gamma R T / M}$ siendo " γ " el exponente adiabático, "R" la constante de los gases ideales, "T" la temperatura absoluta, y "M" la masa molecular del gas.

87. Demostrar que la rapidez de propagación de las ondas transversales en una barra, viene dado por: $v = \sqrt{G/\rho}$ siendo "G" el módulo de rigidez, y " ρ " la densidad de la barra.
88. Demostrar que la amplitud Π_0 de las ondas de presión en función de la amplitud " y_0 " de las ondas de desplazamiento en un gas, viene dado por: $\Pi_0 = \rho_0 v \omega y_0$, siendo " ρ_0 " la densidad del gas, " v " la rapidez de propagación de las ondas, y " ω " la frecuencia cíclica.
89. Un sonido se propaga en glicerina homogénea de coeficiente de compresibilidad $k = 21 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$, densidad $\rho = 1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Hallar la rapidez de las partículas de la onda, en el instante en el que la variación de la presión es $\Delta P = 12,25 \cdot 10^7 \text{ Pa}$.
- a) 30 m/s b) 35 m/s c) 40 m/s d) 45 m/s e) 50 m/s
90. Demostrar que para ondas mecánicas, la energía por unidad de volumen, transferido al medio de propagación es: $w = (1/2) \rho \omega^2 A^2$, siendo " ρ " la densidad del medio, " ω " la frecuencia cíclica, y " A " la amplitud del desplazamiento.
91. Para ondas mecánicas que se propagan en un medio homogéneo, demostrar que:
- I) La potencia media " P_m " transferida al medio de propagación, viene dado por: $P_m = (1/2) \rho \omega^2 v S A^2$.
- II) La intensidad de la onda en un punto del medio de propagación es: $I = (1/2) \rho \omega^2 v A^2$, siendo " ρ " la densidad del medio, " ω " la frecuencia cíclica, " S " el área de la sección de propagación, " v " la velocidad de propagación, y " A " la amplitud del desplazamiento.
- III) La intensidad de las ondas sonoras en un gas es: $I = P_0^2 / 2\rho v$, siendo " P_0 " la amplitud de las ondas de presión, " ρ " la densidad, y " v " la velocidad de propagación.
92. Expresar la onda de presión como función de la posición " x " y del tiempo " t " para una onda sonora sinusoidal en el aire, si: $\lambda = 0,10 \text{ m}$ y $P_0 = 0,20 \text{ Pa}$ a la temperatura de 22°C .
93. La tensión en una barra de cobre es 99,5 % de su punto de rotura elástica de $\sigma_r = 13 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$. Si una onda sonora de frecuencia $f = 500 \text{ Hz}$ se transmite por la barra de densidad $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$, y modulo de Young $E = 1,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.
- I) ¿Qué amplitud de desplazamiento hará que la barra se rompa?
- a) 1,12 m b) 1,22 m c) 1,32 m d) 1,42 m e) 1,52 m
- II) ¿Cuál es la rapidez máxima de las partículas en el instante de la rotura de la barra?
- a) 4140,9 m/s b) 4142,9 m/s c) 4144,9 m/s d) 4146,9 m/s e) 4148,9 m/s
94. Una onda sonora en el aire a la temperatura de 22°C tiene una amplitud de presión de $P_0 = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$. Hallar la amplitud de desplazamiento de onda a una frecuencia de $f = 10 \text{ kHz}$. ($\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)
- a) 1,13 \AA b) 1,23 \AA c) 1,33 \AA d) 1,43 \AA e) 1,53 \AA

- 95.** Demostrar que la diferencia en niveles de decibeles " β_2 " y " β_1 " de una fuente sonora se relaciona con la razón de sus distancias " r_1 " y " r_2 " desde los receptores, mediante la fórmula: $\beta_2 - \beta_1 = 20 \log_{10}(r_1 / r_2)$.
- 96.** Hallar la intensidad de la onda sonora para el instante en que la amplitud de la onda de presión es $P_0 = 3,0 \cdot 10^{-2}$ Pa, la densidad del aire es $\rho = 1,20$ kg/m³ y la rapidez de la onda $v = 344$ m/s a la temperatura de 20 °C.
- a) 1,1 μ W/m² b) 1,3 μ W/m² c) 1,5 μ W/m² d) 1,7 μ W/m² e) 1,9 μ W/m²
- 97.** Una onda sonora se propaga en mercurio de coeficiente de compresibilidad $k = 3,7 \cdot 10^{-11}$ Pa⁻¹. Hallar la razón de la rapidez de propagación de la onda a la rapidez de las partículas de la onda, para el instante en que $\Delta P = 1,35 \cdot 10^8$ Pa.
- a) 100 b) 150 c) 200 d) 250 e) 300
- 98.** Un bloque de masa $M = 3$ kg, está suspendido verticalmente de un alambre de masa $m = 5$ g y longitud $\ell = 1,5$ m. En un planeta X, un pulso tarda $t = 4$ ms en recorrer el alambre. Hallar la aceleración de la gravedad "g" en dicho planeta.
- a) 1,16 m/s² b) 1,36 m/s² c) 1,56 m/s² d) 1,76 m/s² e) 1,96 m/s²
- 99.** La intensidad de una onda sonora a una distancia fija de un parlante que vibra a la frecuencia de $f_1 = 1,0$ kHz es de $I_1 = 0,6$ W/m².
- I) Hallar la intensidad si la frecuencia aumenta a $f_2 = 2,5$ kHz.
- a) 3,35 W/m² b) 3,45 W/m² c) 3,55 W/m² d) 3,65 W/m² e) 3,75 W/m²
- II) Hallar la intensidad si la frecuencia se reduce a $f_2 = 0,5$ kHz y la amplitud de desplazamiento se duplica.
- a) 0,4 W/m² b) 0,5 W/m² c) 0,6 W/m² d) 0,7 W/m² e) 0,8 W/m²
- 100.** En la Fig.11, la cuerda de masa $m = 200$ g, longitud $\ell = 1$ m, sostiene al bloque de masa $M = 4$ kg. ($g = 10$ m/s²)
- I) ¿Qué tiempo tarda un pulso de onda transversal en pasar a lo largo de la cuerda.
- a) 61,8 ms b) 63,8 ms c) 65,8 ms d) 67,8 ms e) 69,8 ms
- II) Probar que para $M \gg m$, el tiempo que tarda la onda en pasar a través de la cuerda es: $t = \sqrt{m \ell / Mg}$.
- 101.** Los extremos de un alambre de aluminio de densidad $\rho = 2,7$ g/cm³, módulo de Young $E = 7 \cdot 10^{10}$ N/m² están a una tensión cero a la temperatura de 22 °C. La tensión aumenta al disminuir la temperatura reduciéndose su longitud. Hallar la deformación unitaria que experimenta el alambre, cuando pasa una onda transversal con una rapidez de propagación de $v = 100$ m/s.
- a) 380 μ b) 382 μ c) 384 μ d) 386 μ e) 388 μ

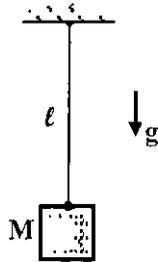


Fig.11

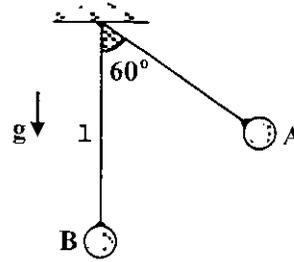


Fig.12

102. Una onda sonora en el aire tiene una amplitud de presión de $P_0=4,0$ Pa y frecuencia de $f=5,0$ kHz, si: $\Delta P=0$ Pa en $x=0$ m y $t=0$ s.

I) Hallar el valor de " ΔP " en $x=0$ m, $t=0,2$ ms.

- a) 0 Pa b) 1 Pa c) 2 Pa d) 3 Pa e) 4 Pa

II) Hallar el valor de " ΔP " en $x=0,02$ m, $t=0$ s.

- a) 3,48 Pa b) 3,58 Pa c) 3,68 Pa d) 3,78 Pa e) 3,88 Pa

103. Una onda transversal que viaja por un alambre tenso con una rapidez de $v=196$ m/s, tiene una amplitud de $A=0,2$ mm, una frecuencia de $f=500$ Hz y una masa por unidad de longitud de $\mu=410$ g/m.

I) Expresar la ecuación de onda en la forma $y=Asen(k \cdot x - \omega \cdot t)$.

II) Hallar la tensión " T " en el alambre.

- a) 15,15 kN b) 15,35 kN c) 15,55 kN d) 15,75 kN e) 15,95 kN

104. La ecuación de una onda sinusoidal, viene dado por: $y=0,51 \text{ sen}(k \cdot x - \omega \cdot t)$ cm, siendo $k=3,1$ rad/cm y $\omega=9,3$ rad/s. ¿Cuántas longitudes de onda, recorre la cresta en 10 s?

- a) 11 b) 13 c) 15 d) 17 e) 19

105. I) Escriba la ecuación de una onda sinusoidal que se propaga a lo largo de una cuerda en la dirección del eje X negativo con las siguientes características: $A=8,0$ cm, $\lambda=80,0$ cm, $f=3,0$ Hz, $y(0, t)=0$ en $t=0$., II) Escriba la ecuación de la onda anterior, si $y(x, 0)=0$ para $x=10,0$ cm.

106. Las ecuaciones de dos ondas son: $y_1=5 \text{ sen}(2x-10t)$ y $y_2=10 \text{ cos}(2x-10t)$ donde " x " está en metros, y " t " en segundos. Probar que la onda resultante es sinusoidal y hallar la amplitud " A " y la fase " φ " de la onda resultante.

107. Por un resorte de longitud no deformada $\ell=2$ m, masa $m=40$ g, y constante elástica $k=100$ N/m, se propagan ondas.

I) Hallar el módulo de elasticidad " K " del resorte.

- a) 100 N b) 150 N c) 200 N d) 250 N e) 300 N

II) Hallar la rapidez de propagación " v " de las ondas en el resorte.

- a) 31,0 m/s b) 31,2 m/s c) 31,4 m/s d) 31,6 m/s e) 31,8 m/s

108. En la Fig.12, el péndulo consta de un alambre de acero de longitud $\ell=2$ m, sección de diámetro $D=4$ mm, módulo de Young $E=2\cdot 10^{11}$ Pa, y un cuerpo de masa $m=20$ kg. Si el péndulo se libera en la posición A mostrada, hallar la diferencia de longitud del alambre para las posiciones B y A. ($g=10$ m/s²)

- a) 218,73 μm b) 238,73 μm c) 258,73 μm d) 278,73 μm e) 298,73 μm

109. A lo largo de una barra se propagan ondas longitudinales, la deformación en cada punto es, $y=A \sin 2\pi (x/\lambda - t/T)$, donde " λ " es la longitud de onda, "T" el periodo, y "A" la amplitud de la onda.

- I) Hallar la fuerza sobre cada sección transversal de área "S" de la barra.
 II) Demostrar que las ondas de desplazamiento "y" y las ondas de fuerza "F" tienen una diferencia de fase de $\pi/2$.

110. Un resorte de longitud normal $\ell=1$ m y masa $m=0,2$ kg se estira una longitud $\Delta\ell=4$ cm, cuando se aplica una fuerza de $F=10$ N. Hallar la rapidez de propagación de las ondas longitudinales en el resorte.

- a) 31,36 m/s b) 33,36 m/s c) 35,36 m/s d) 37,36 m/s e) 39,36 m/s

111. Un resorte de acero tiene una longitud normal de $\ell=4$ m y una masa de $M=200$ g. Cuando el resorte se suspende verticalmente con un cuerpo de masa $m=100$ g fijo a un extremo libre, se estira la longitud $\Delta\ell=5,0$ cm. Hallar la rapidez de propagación de las ondas longitudinales ($g=10$ m/s²)

- a) 30 m/s b) 35 m/s c) 40 m/s d) 45 m/s e) 50 m/s

112. Hallar la rapidez de propagación de las ondas de torsión en una barra de acero.

- a) 3 122 m/s b) 3 222 m/s c) 3 322 m/s d) 3 422 m/s e) 3 522 m/s

113. Dos ondas de igual amplitud, velocidad y frecuencia, pero con un defasaje de $\pi/4$, viajan en la misma dirección en una cuerda.

- I) Sumar las dos ondas y mostrar que la resultante es una onda viajera de la misma velocidad y frecuencia.
 II) Hallar la amplitud de la onda resultante, si las amplitudes de las ondas es "A".

- a) 1,55A b) 1,65A c) 1,75A d) 1,85A e) 1,95A

114. En el estudio de las ondas longitudinales en una barra despreciamos las deformaciones laterales que acompañan a la deformación longitudinal. Cuando este efecto se toma en cuenta se demuestra que la velocidad de fase de las ondas armónicas longitudinales de longitud de onda " λ " que se propagan a lo largo de un cilindro de radio "R", viene dado por: $v_p = \sqrt{E/\rho} (1 - \pi^2 \sigma^2 R^2 / \lambda^2)$, donde " σ " es un coeficiente llamado razón de Poisson.

- I) Hallar la velocidad de grupo de las ondas que se propagan a lo largo de la barra y expresarla en función de " v_p ".
- II) Obtener el valor límite de la velocidad de grupo para el caso en que " R " es muy pequeño respecto de " λ ".

115. Considerar un canal de sección transversal rectangular y de profundidad $h=4$ m. Hallar:

- I) La rapidez de propagación de las ondas de longitud de onda $\lambda=1$ cm. La tensión superficial del agua del canal es $T=0,07$ N/m, su densidad $\rho=1000$ kg/m³ y la aceleración de la gravedad $g=9,8$ m/s².

a) 0,144 m/s b) 0,244 m/s c) 0,344 m/s d) 0,444 m/s e) 0,544 m/s

- II) La rapidez de propagación de las ondas de longitud de onda $\lambda=1$ m.

a) 1,15 m/s b) 1,25 m/s c) 1,35 m/s d) 1,45 m/s e) 1,55 m/s

- III) La rapidez de propagación de las ondas de longitud de onda $\lambda=10$ m.

a) 3,12 m/s b) 3,32 m/s c) 3,52 m/s d) 3,72 m/s e) 3,92 m/s

- IV) La rapidez de propagación de las ondas de longitud de onda $\lambda=100$ m.

a) 6,19 m/s b) 6,39 m/s c) 6,59 m/s d) 6,79 m/s e) 6,99 m/s

116. Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un periodo de $T=25,0$ ms y viaja en la dirección X negativa con una velocidad de $v=30,0$ m/s. En $t=0$ s, una partícula sobre la cuerda en $x=0$, tiene un desplazamiento sobre la cuerda en $x=0$ tiene un desplazamiento de 2,0 cm y viaja hacia la izquierda con una velocidad de 2,0 m/s. ($m=10^{-3}$)

- I) ¿Cuál es la amplitud de la onda?

a) 2,05 cm b) 2,15 cm c) 2,25 cm d) 2,35 cm e) 2,45 cm

- II) ¿Cuál es la fase inicial de la onda?

a) 1,092 rad b) 1,192 rad c) 1,292 rad d) 1,392 rad e) 1,492 rad

- III) ¿Cuál es la máxima velocidad transversal de la onda?

a) 5,0 m/s b) 5,2 m/s c) 5,4 m/s d) 5,6 m/s e) 5,8 m/s

117. Demostrar que la función de onda: $y = \ln[b(x - vt)]$ es una solución de la ecuación diferencial de una onda, siendo " b " una constante.

118. Dos ondas en una cuerda se describen mediante las relaciones, $y_1 = 3\cos(4x - 5t)$ cm y $y_2 = 4\sin(5x - 2t)$ cm, donde " x " está en centímetro y " t " en segundos.

- I) Hallar la superposición de las ondas en, $x=1$ cm y $t=1$ s.

a) 2,08 cm b) 2,18 cm c) 2,28 cm d) 2,38 cm e) 2,48 cm

- II) Hallar la superposición de las ondas en, $x=0,5$ cm y $t=0$ s.

- a) 1,04 cm b) 1,14 cm c) 1,24 cm d) 1,34 cm e) 1,44 cm

119. Una cuerda tensada tiene una masa de $m=0,18$ kg y una longitud de $\ell=3,6$ m, ¿Qué potencia debe proporcionarse para generar ondas sinusoidales con una amplitud de $A=0,10$ m y una longitud de onda de $\lambda=0,5$ m, y cuya velocidad sea de $v=30$ m/s?

- a) 31,5 W b) 32,5 W c) 33,5 W d) 34,5 W e) 35,5 W

120. Una cuerda horizontal puede transmitir una potencia máxima de "P" (sin romperse) si viaja por ella una onda de amplitud "A" y frecuencia angular " ω ". Con el fin de aumentar esta potencia máxima, un estudiante dobla la cuerda y la utiliza como transmisor. Determinar la potencia máxima que puede transmitirse a lo largo de la cuerda doble.

- a) 1,11P b) 1,21P c) 1,31P d) 1,41P e) 1,51P

121. Un pulso de onda que viaja a lo largo de una cuerda de densidad de masa lineal " μ " se describe por medio de la relación, $y = (A_0 e^{-bx}) \text{sen}(kx - \omega t)$, siendo la expresión entre paréntesis la amplitud de la onda.

- I) Hallar la potencia de la onda en el punto "x".
II) Evaluar la expresión de la potencia en el origen $x=0$.

122. Una cuerda de masa total "m" y longitud " ℓ " se suspende verticalmente de su extremo superior. ($g=10$ m/s²)

- I) Demostrar que un pulso de onda transversal recorrerá la longitud de la cuerda en un tiempo, dado por: $t = 2\sqrt{\ell/g}$.
II) Evaluar el tiempo, para: $m=40$ g, y $\ell=36$ cm.

- a) 0,30 s b) 0,32 s c) 0,34 s d) 0,36 s e) 0,38 s

123.I) Demostrar que la ecuación $y = A \text{sen}(kx - \omega t)$ puede escribirse de la forma siguiente, $y = A \cos[(2\pi/\lambda)(x - vt)]$, II) Usar $y(x, t)$ para obtener una expresión para la velocidad transversal $v_y(x, t)$ de una partícula de la cuerda en la que viaja la onda. III) Calcular la rapidez máxima de una partícula de la cuerda, ¿En qué caso " v_y " es igual a la rapidez de propagación " v "? ¿Menor que " v "? ¿Mayor que " v "?

124.I) Demostrar que, para una onda en una cuerda, la energía cinética por unidad de longitud de la cuerda es, $u_c(x, t) = (1/2)\mu v_y^2(x, t) = (1/2)\mu(\partial y(x, t)/\partial t)^2$ donde " μ " es la masa por unidad de longitud. II) Calcular la energía cinética $u_c(x, t)$ para una onda sinusoidal del tipo $y(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$. III) Considere un segmento corto de la cuerda en la posición "x" cuya longitud no estirada es " Δx ". Demostrar que la longitud estirada del segmento es aproximadamente $\Delta x [1 + (1/2)(\partial y(x, t)/\partial x)]$. IV) La energía potencial almacenada en el segmento, es igual, al trabajo efectuado por la tensión de la cuerda "F" para estirar el segmento de su longitud no estirada " Δx " a la longitud estirada. Demostrar que la energía potencial por unidad de longitud de la cuerda es,

$$u_p(x, t) = (1/2) F (\partial y(x, t) / \partial x)^2.$$

- 125.** Demostrar que la naturaleza repetitiva en el tiempo de una onda armónica, esto es, para que: $y(x, t) = y(x, t \pm \tau)$, se requiere que $\tau = \lambda/v$.
- 126.** Dada la función de onda $y(x, t) = 10 \cos 2\pi(x / 2 \cdot 10^{-7} - 1,5 \cdot 10^{15} t)$. Hallar la velocidad de propagación " v ", la longitud de onda " λ ", y la frecuencia cíclica " ω ".
- 127.** Se da una perturbación armónica de amplitud $A=10$ u, tal que, $y(0, 0)=0$. Si la onda tiene una frecuencia angular de $\omega=\pi/2$ rad/s, y se mueve con una velocidad de $v=10$ m/s, determinar el desplazamiento para $t=3$ s en un punto situado a 20 m del origen.
- a) -10 u b) 10 u c) -12 u d) 12 u e) -14 u
- 128.** Imagínese que se tiene una fotografía de una onda para $t=0$ s, cuya configuración muestra que tiene la forma matemática $y(x, 0) = 5 \sin(\pi x/25)$. Si la onda se mueve en la dirección negativa del eje X a la velocidad de $v=2$ m/s. Hallar una expresión para la perturbación para $t=4$ s.
- 129.** El periodo de un péndulo simple formado por una bola de masa " M ", y una cuerda de masa " m " ($M=100m$) es $T=0,4$ s. Hallar la velocidad con la que se propagan las ondas transversales en la cuerda. ($g=10$ m/s²)
- a) $10/\pi$ m/s b) $15/\pi$ m/s c) $20/\pi$ m/s d) $25/\pi$ m/s e) $30/\pi$ m/s
- 130.** Dos ondas de frecuencias angulares " ω_1 ", " ω_2 " y longitudes de onda " λ_1 ", " λ_2 " casi iguales, se superponen. Demostrar que la velocidad de la envuelta, llamada velocidad de grupo, viene dado por: $v_g = \Delta\omega/\Delta k$, donde $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, y $\Delta k = k_2 - k_1$ son las diferencias en las frecuencias angulares y números de onda, respectivamente.
- 131.** Demostrar que la velocidad de grupo para un paquete de ondas armónicas, viene dado por: $v_g = v + dv/dk$, donde " v " es la velocidad de fase, y " k " el número de onda.
- 132.** Se tiene una onda de la forma, $y(x, t) = 10^2 \sin(2\pi x - 4\pi t)$ y que localizan dos detectores para medir las perturbaciones en los puntos $x_1=2$, $x_2=10$, ¿Cuál será la magnitud de la perturbación en " x_2 " en el instante t' cuando $y(x_1, t') = 10^2$?
- 133.** La amplitud del campo eléctrico de una onda electromagnética es $A=-20$ V/m, y además $E(0, 0)=-20$ V/m, ¿Cuál es la fase inicial de la onda electromagnética?
- a) $\pi/2$ b) $-\pi/2$ c) $3\pi/2$ d) $-3\pi/2$ e) π
- 134.** La tasa a la cual varia la fase de una onda sinusoidal en el tiempo, en un determinado punto del espacio es $12\pi \cdot 10^{14}$ rad/s y la tasa a la cual varia la fase con la distancia " x " en un determinado instante es $4\pi \cdot 10^6$ rad/m.
- I) Hallar una expresión para la función de onda suponiendo que la fase inicial es igual a $\phi_0 = \pi/3$, la amplitud es $A=10$ y que la onda avanza en la dirección positiva del eje-x.

- II) Hallar la rapidez de propagación de la onda.
- a) $1 \cdot 10^8$ m/s b) $2 \cdot 10^8$ m/s c) $3 \cdot 10^8$ m/s d) $4 \cdot 10^8$ m/s e) $5 \cdot 10^8$ m/s
- 135.** Dada una onda armónica plana de longitud de onda " λ " que se propaga con velocidad " v " en la dirección dada por el vector unitario $(\hat{i} + \hat{j})/\sqrt{2}$ en coordenadas cartesianas. Hallar una expresión para la función de onda.
- 136.** Una cuerda vibra de acuerdo a la ecuación: $y=14 \text{ sen}(\pi \cdot x/3) \cdot \text{cos}(20\pi \cdot t)$, donde " x " e " y " están en centímetros y " t " en segundos. Hallar:
- I) La amplitud de las ondas componentes.
- a) 1 cm b) 3 cm c) 5 cm d) 7 cm e) 9 cm
- II) La velocidad de propagación de las ondas componentes.
- a) 20 cm/s b) 30 cm/s c) 40 cm/s d) 50 cm/s e) 60 cm/s
- 137.** La velocidad de propagación de una onda es de $v=330$ m/s, y su frecuencia es de $f=1000$ Hz, hallar:
- I) La diferencia de fase para dos posiciones de una misma partícula que se presentan en intervalos de tiempos separados $5 \cdot 10^{-4}$ s
- a) $\pi/2$ rad b) $\pi/4$ rad c) π rad d) 2π rad e) $\pi/3$ rad
- II) La diferencia de fase en un determinado instante entre dos partículas que distan entre sí 2,75 cm
- a) $\pi/2$ rad b) $\pi/3$ rad c) π rad d) $2\pi/3$ rad e) $\pi/6$ rad
- III) La distancia que existe entre dos puntos que se encuentran desfasados 120° .
- a) 11 cm b) 13 cm c) 15 cm d) 17 cm e) 19 cm
- 138.** Un alambre de acero y otro de cobre de longitudes $\ell_1=30$ m, $\ell_2=30$ m, y densidades $\rho_1=7,86$ g/cm³, $\rho_2=8,92$ g/cm³, se une por sus extremos, y se estiran hasta una tensión de 150 N. ¿Qué tiempo tarda una onda transversal en pasar a través de todo el alambre?
- a) 0,309 s b) 0,329 s c) 0,349 s d) 0,369 s e) 0,389 s
- 139.** ¿Qué tiempo transcurrirá desde que comienza el movimiento hasta que el punto que vibra armónicamente de acuerdo a $x=7 \text{ sen}(0,5\pi \cdot t)$ (cm) recorra la distancia entre la posición de equilibrio y la de elongación máxima?
- a) 1/2 s b) 1 s c) 3/2 s d) 2 s e) 5/2 s
- 140.** I) Demostrar que para ondas electromagnéticas, la intensidad de la radiación electromagnética es el valor medio de la magnitud del vector de Poynting, y viene dado por: $I=S_m=E_0^2/2\mu_0 c$, II) Demostrar que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas

cas en un medio es $v = (\mu\epsilon)^{-1/2}$, y en el vacío $c = (\mu_0\epsilon_0)^{-1/2}$, siendo las " μ " la permeabilidad magnética, y " ϵ " la permitividad eléctrica.

141. Una onda electromagnética plana viaja en el sentido del eje z negativo, y la onda eléctrica está polarizada en la dirección del eje y, si su frecuencia es " f " y la amplitud del campo eléctrico es " E_0 ".

- I) Hallar la expresión de la onda del campo eléctrico \vec{E} .
 II) Hallar la expresión de la onda del campo magnético \vec{B} .

142. La componente magnética de una onda electromagnética que se propaga en el aire es, $\vec{B} = 10^{-7} \text{ sen}(10^{15} t + 2\pi / \lambda x) \hat{j} \text{ (T)}$, hallar:

- I) La dirección de propagación de la onda electromagnética.
 II) La longitud de onda " λ " de la onda electromagnética.
 III) La ecuación correspondiente a la onda del campo eléctrico.
 IV) La intensidad de energía que transporta la onda electromagnética.
 a) 1,0 W/m² b) 1,2 W/m² c) 1,4 W/m² d) 1,6 W/m² e) 1,8 W/m²
 V) La energía transportada a través de una superficie de área $A=3 \text{ m}^2$, durante un tiempo de $t=2 \text{ h}$.
 a) 21,92 kJ b) 23,92 kJ c) 25,92 kJ d) 27,92 kJ e) 29,92 kJ

143. I) ¿A qué velocidad debe moverse un electrón para que su energía cinética sea igual a la energía de un fotón de longitud de onda $\lambda=5200 \text{ \AA}$?

- a) 91,06 km/s b) 91,26 km/s c) 91,46 km/s d) 91,66 km/s e) 91,86 km/s
 II) ¿A qué velocidad debe moverse un electrón para que su cantidad de movimiento sea igual a la cantidad de movimiento de un fotón de longitud de onda $\lambda=5200 \text{ \AA}$?
 a) 1300 m/s b) 1350 m/s c) 1400 m/s d) 1450 m/s e) 1500 m/s
 III) ¿Qué energía debe tener un fotón para que su masa sea igual a la masa en reposo de un electrón?
 a) 0,512 MeV b) 0,532 MeV c) 0,552 MeV d) 0,572 MeV e) 0,592 MeV

144. Un diapasón de frecuencia $f=400 \text{ Hz}$ se aleja de un observador y se acerca a una pared con una velocidad de $v=2 \text{ m/s}$. La velocidad del sonido en el aire es de $u=335 \text{ m/s}$.

- I) Hallar la frecuencia aparente de las ondas sonoras que llegan directamente al observador.
 a) 390 Hz b) 392 Hz c) 394 Hz d) 396 Hz e) 398 Hz
 II) Hallar la frecuencia aparente de las ondas sonoras que llegan al observador después de reflejarse en la pared.

- a) 400 Hz b) 402 Hz c) 404 Hz d) 406 Hz e) 408 Hz

III) Hallar el número de pulsaciones que se producen por segundo.

- a) 2 Hz b) 4 Hz c) 6 Hz d) 8 Hz e) 10 Hz

145. Dos ondas sinusoidales con la misma polarización $E_1 \sin[\omega(t-z/c)+\phi_1]$ y $E_2 \sin[\omega(t-z/c)+\phi_2]$ se superponen mutuamente. ¿Cuál será la amplitud de la intensidad del campo eléctrico de la onda resultante? ¿Cuál será la fase de esta onda?

146. Calcular la intensidad (en $\mu\text{W}/\text{cm}^2$) de una onda sonora en aire a 0°C y a 1 atm, sabiendo que su amplitud es de $A=0,002$ mm y que su longitud de onda es de $\lambda=66,2$ cm. La densidad del aire en condiciones normales es de $\rho=1,293$ kg/m^3 . ($\mu=10^{-6}$)

- a) 0,454 b) 0,554 c) 0,654 d) 0,754 e) 0,854

147. La nota más baja dada por un tubo de órgano es de $f=163,5$ Hz. Hallar la longitud de un tubo de órgano abierto de esta nota a la temperatura de 22°C .

- a) 1,06 m b) 1,16 m c) 1,26 m d) 1,36 m e) 1,46 m

148. I) Hallar las frecuencias de los tres primeros tonos superiores de un tubo de órgano cerrado de longitud $\ell=60$ cm a la temperatura de 18°C , II) Hallar la longitud de onda del cuarto tono superior producido en un tubo cerrado y otro abierto de longitud $\ell=90$ cm.

149. El cono de ondas de choque que genera un avión supersónico, forma un ángulo de 58°C con la dirección de su movimiento. La rapidez del sonido a esta altura es de 331 m/s.

I) Hallar el número de Mach del avión supersónico en ese instante.

- a) 1,18 b) 1,22 c) 1,26 d) 1,30 e) 1,34

II) Hallar la rapidez relativa del avión supersónico, respecto de la atmósfera.

- a) 375 m/s b) 380 m/s c) 385 m/s d) 390 m/s e) 395 m/s

III) ¿Cuál sería su número de Mach, si la rapidez del sonido fuese de 344 m/s, y la del avión se mantuviese igual?

- a) 1,13 b) 1,17 c) 1,31 d) 1,35 e) 1,39

IV) ¿Cuál sería el ángulo del cono de las ondas de choque?

- a) $61^\circ 53'07''$ b) $61^\circ 53'27''$ c) $61^\circ 53'47''$ d) $61^\circ 53'67''$ e) $61^\circ 53'87''$

150. Una onda de sonido se propaga en el aire de densidad $\rho=1,29$ kg/m^3 , con una frecuencia de $f=10^3$ Hz, velocidad de propagación de $v=345$ m/s, y un nivel de intensidad de $\beta=130$ db. Hallar:

I) La amplitud de las ondas de presión.

- a) 91,3 Pa b) 92,3 Pa c) 93,3 Pa d) 94,3 Pa e) 95,3 Pa

- II) La amplitud de desplazamiento de la onda.
- a) 31,7 μm b) 32,7 μm c) 33,7 μm d) 34,7 μm e) 35,7 μm
151. Se tiene una fuente que emite 100 W de luz verde con una longitud de onda de 500 nm, ¿Cuántos fotones por segundo están saliendo de la fuente? ($h=6,6\cdot 10^{-34}$ J.s)
- a) $15\cdot 10^{19}$ b) $20\cdot 10^{19}$ c) $25\cdot 10^{19}$ d) $30\cdot 10^{19}$ e) $35\cdot 10^{19}$
152. La densidad de flujo electromagnético que incide normalmente sobre una superficie justamente afuera de la atmósfera terrestre es alrededor de 2 cal $\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{min}$. Suponiendo reflexión perfecta, determinar la presión de radiación proveniente del Sol. (1 J=0,239 cal, $c=3\cdot 10^8$ m/s)
- a) 1,65 μPa b) 2,65 μPa c) 3,65 μPa d) 4,65 μPa e) 5,65 μPa
153. Una linterna emite 1 mW de luz colimada, ¿Cuál es el empuje promedio que ejerce la linterna? ($c=3\cdot 10^8$ m/s)
- a) 10/2 pN b) 10/3 pN c) 10/4 pN d) 10/5 pN e) 10/6 pN
154. Unas pequeñas esferas de vidrio se suspenden en el aire sobre la trayectoria de un haz de luz láser, ¿Cuál es la fuerza sobre una superficie perfectamente reflectante de $1\cdot 10^{-2}$ cm² que se deriva de un haz de láser colimado de 600 W, si el área de la sección transversal del haz es de 4 mm²?
- a) 0,1 μN b) 0,2 μN c) 0,3 μN d) 0,4 μN e) 0,5 μN
155. Un haz luminoso colimado de densidad de flujo 10 W/cm² incide normalmente sobre una superficie perfectamente absorbente de área 1 cm², durante un tiempo de 1 000 s, ¿Cuánta energía incide sobre la superficie?
- a) $1\cdot 10^4$ J b) $2\cdot 10^4$ J c) $3\cdot 10^4$ J d) $4\cdot 10^4$ J e) $5\cdot 10^4$ J
156. Hallar las frecuencias y los números de ondas para ondas electromagnéticas que se propagan en el vacío, y de las siguientes longitudes de onda $\lambda_1=10^{-8}$ cm (rayos-x), $\lambda_2=100$ cm (ondas de radio) y $\lambda_3=5,5\cdot 10^{-5}$ cm (luz visible). ($c=3\cdot 10^8$ m/s)
157. Una fuente puntual isotrópica irradia igualmente en todas las direcciones. Si la amplitud del campo eléctrico a los 10 m de la fuente tiene un valor de 10 V/m. Hallar el flujo radiante. ($k=9\cdot 10^9$ N $\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, $c=3\cdot 10^8$ m/s)
- a) 160,7 W b) 162,7 W c) 164,7 W d) 166,7 W e) 168,7 W
158. Una onda electromagnética plana se propaga en el vacío con una longitud de onda de $\lambda=2,5\cdot 10^{-6}$ m. Su intensidad es de $I=4,24$ W/m². El vector eléctrico está en la dirección del eje z, en tanto, que el vector magnético se halla en la dirección del eje -y.
- I) Hallar la magnitud del campo eléctrico debido a esta onda.
- a) 59,5 V/m b) 56,5 V/m c) 57,5 V/m d) 58,5 V/m e) 59,5 V/m

- II) Hallar la ecuación para la onda del campo eléctrico.
- III) Hallar la ecuación para la onda del campo de inducción magnética.
- IV) Hallar la expresión del vector de Poynting.
- V) Hallar el valor medio de la magnitud del vector de Poynting.
- a) $4,03 \text{ W/m}^2$ b) $4,23 \text{ W/m}^2$ c) $4,43 \text{ W/m}^2$ d) $4,63 \text{ W/m}^2$ e) $4,83 \text{ W/m}^2$
- 159.** Dos ondas planas sinusoidales, de amplitudes iguales a " E_0 ", tienen las frecuencias " ω " y " $\omega + \Delta$ " ($\Delta \ll \omega$) y se propagan en la misma dirección, superponiéndose una a la otra.
- I) ¿Qué amplitud máxima tendrá la onda resultante?
- II) Determinar la distribución de la densidad media de la energía de la onda resultante a lo largo de la dirección de propagación de las ondas.
- 160.** Por una barra de hierro de densidad $\rho = 7,9 \text{ g/cm}^3$, diámetro $D = 1 \text{ cm}$, módulo de Young $E = 19,6 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, pasan ondas longitudinales, producidas por un vibrador situado en su extremo derecho. La amplitud de las vibraciones es $A = 0,05 \text{ mm}$ y su frecuencia $f = 20 \text{ Hz}$. Hallar:
- I) La ecuación de la onda longitudinal.
- a) $0,05 \text{ sen}(0,025 \cdot x - 121,7 \text{ t}) \text{ (mm)}$ b) $0,05 \text{ sen}(0,021 \cdot x - 123,7 \text{ t}) \text{ (mm)}$
 c) $0,05 \text{ sen}(0,025 \cdot x - 125,7 \text{ t}) \text{ (mm)}$ d) $0,05 \text{ sen}(0,021 \cdot x - 129,7 \text{ t}) \text{ (mm)}$
 e) $0,05 \text{ sen}(0,027 \cdot x - 127,7 \text{ t}) \text{ (mm)}$
- II) La densidad de energía transportada por la onda.
- a) $0,156 \text{ J/m}^3$ b) $0,116 \text{ J/m}^3$ c) $0,136 \text{ J/m}^3$ d) $0,176 \text{ J/m}^3$ e) $0,186 \text{ J/m}^3$
- III) El flujo de energía transportada por la onda. ($m = 10^{-3}$)
- a) 61 mJ/s b) 63 mJ/s c) 65 mJ/s d) 67 mJ/s e) 69 mJ/s
- 161.** En la Fig.13, el avión Sukhoi-35 que vuela a 3 Mach a una altura de $h = 20\,000 \text{ m}$ se encuentra por encima de la cabeza del observador en el tiempo $t = 0 \text{ s}$. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 335 m/s .
- I) Hallar la distancia recorrida por el avión, cuando la onda de choque llega al observador.
- a) $50,57 \text{ km}$ b) $52,57 \text{ km}$ c) $54,57 \text{ km}$ d) $56,57 \text{ km}$ e) $58,57 \text{ km}$
- II) ¿A qué distancia del observador estará el avión cuando dicha onda finalmente se Escuche?
- a) 40 km b) 45 km c) 50 km d) 55 km e) 60 km
- 162.** Un camión se mueve a 20 m/s paralelo a una autopista. Un auto viaja en la misma dirección que la del camión a 40 m/s . La bocina del auto suena a 510 Hz , y la corneta del camión a 320 Hz . La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es 343 m/s . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
- I) ¿Qué frecuencia de la corneta del camión percibe un ocupante del auto, cuando este está detrás del camión?

- a) 330 Hz b) 332 Hz c) 334 Hz d) 336 Hz e) 338 Hz

II) ¿Qué frecuencia de la bocina del auto un pasajero del tren, cuando este está detrás del auto?

- a) 453 Hz b) 463 Hz c) 473 Hz d) 483 Hz e) 493 Hz

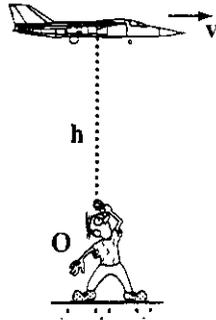


Fig.13

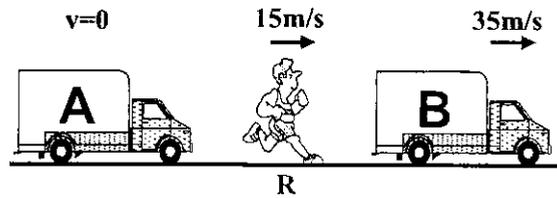


Fig.14

163. Desde un helicóptero se lanza un soldado paracaidista que porta un transmisor de radio el cual emite una señal de 500 Hz. El radar en el avión rastrea la señal del transmisor conforme cae el paracaidista. Si la frecuencia percibida se vuelve constante a 450 Hz, ¿Cuál es la velocidad final del paracaidista?. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 343 m/s, y suponga que el paracaidista siempre permanece debajo del helicóptero.

- a) 37,1 m/s b) 38,1 m/s c) 39,1 m/s d) 40,1 m/s e) 41,1 m/s

164. Un diapasón que vibra a 512 Hz cae desde el reposo y se acelera a $9,80 \text{ m/s}^2$. ¿A qué distancia debajo del punto donde se suelta el diapasón llegan ondas de 485 Hz de frecuencia al punto de partida. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 340 m/s.

- a) 15,6 m b) 16,0 m c) 16,4 m d) 16,8 m e) 17,2 m

165. Un patrullero con su sirena de 300 Hz se mueve hacia una bodega a 30 m/s, intentando a atravesar su puerta. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 340 m/s. ¿Qué frecuencia escucha el conductor del patrullero de las ondas de sonido reflejado en la bodega?

- a) 350 Hz b) 352 Hz c) 354 Hz d) 356 Hz e) 358 Hz

166. Un camión que viaja a la velocidad "u" tiene una bocina de frecuencia " f_0 ", el cual, suena más alto o más bajo de tono dependiendo de si se aproxima o se aleja el tren.

- I) Demostrar que la diferencia de frecuencia entre la bocina conforme se acerca y se aleja, viene dado por: $\Delta f = 2u \cdot f_0 / (v^2 - u^2)$, siendo "v" la velocidad del sonido, respecto del aire en reposo.
- II) Calcular " Δf " para $u=36 \text{ m/s}$, $v=340 \text{ m/s}$, y $f_0=400 \text{ Hz}$.

- a) 1/2 Hz b) 1/3 Hz c) 1/4 Hz d) 1/5 Hz e) 1/6 Hz

167. Un radar emplea microondas de frecuencia $f=3 \cdot 10^9$ Hz para determinar la velocidad de los automovilistas que transitan en una carretera. Si el límite de velocidad es de $v=54$ km/h, ¿Qué corrimiento de frecuencia " Δf " entre las ondas transmitidas y reflejadas indica un exceso de velocidad? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

- a) ± 110 Hz b) ± 120 Hz c) ± 130 Hz d) ± 140 Hz e) ± 150 Hz

168. Una fuente luminosa puntual emite 40 W de energía electromagnética como ondas esféricas de una sola frecuencia. Hallar la amplitud media del campo eléctrico a 1,5 m del foco. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

- a) 30,66 V/m b) 32,66 V/m c) 34,66 V/m d) 36,66 v/m e) 38,66 V/m

169. Una alarma de automóvil emite ondas sonoras de frecuencia 520 Hz. Un motociclista se aleja del auto, ¿Con qué rapidez se está moviendo el motociclista, si registra una frecuencia de 490 Hz. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 340 m/s.

- a) 18,0 cm b) 18,4 cm c) 18,8 cm d) 19,2 cm e) 19,6 cm

170. En la Fig.14, las cornetas de los camiones A y B tienen una frecuencia de 392 Hz. A está estacionario y B se mueve a la derecha (alejándose de A) a 35 m/s. Un receptor está entre los dos trenes y se mueve a la derecha a 15 m/s. La velocidad del sonido, respecto del aire en reposo es de 340 m/s.

I) Según el receptor, que frecuencia tiene el silbato A.

- a) 371 Hz b) 373 Hz c) 375 Hz d) 377 Hz e) 379 Hz

II) Según el receptor, que frecuencia tiene el silbato B.

- a) 371 Hz b) 373 Hz c) 375 Hz d) 377 Hz e) 379 Hz

III) ¿Cuál es la frecuencia del pulso detectado por el receptor?

- a) 2 Hz b) 3 Hz c) 4 Hz d) 5 Hz e) 6 Hz

171. ¿Cuál es la variación de Doppler para una fuente de luz de longitud de onda $\lambda_0=5500 \text{ \AA}$ que se aproxima a un observador con velocidad de $v=0,8c$?

- a) -3467 \AA b) 3467 \AA c) -3667 \AA d) 3667 \AA e) -3867 \AA

172. ¿Con qué velocidad debe alejarse una estrella de la Tierra, para que la variación en la longitud de onda sea del 0,5 %?

- a) 1,096 km/s b) 1,296 km/s c) 1,496 km/s d) 1,696 km/s e) 1,896 km/s

173. Un "marca" parado frente a un Banco registra una frecuencia de $f_1=560$ Hz emitida por la sirena de un patrullero que se acerca. Después que pasa el patrullero, la frecuencia registrada por el "marca" es $f_2=480$ Hz. Hallar la velocidad del patrullero. ($v_s=343$ m/s)

- a) 20,4 m/s b) 22,4 m/s c) 24,4 m/s d) 26,4 m/s e) 28,4 m/s

174. En la Fig. 15, por la carretera se acercan al controlador los autos con velocidades de $v_1=20$ m/s y $v_2=40$ m/s, tocando sus bocinas idénticas. Hallar la razón de las frecuencias $f_1/f_2=?$, registradas por el controlador. (velocidad del sonido en el aire $v_s=343$ m/s)

- a) 0,90 b) 0,92 c) 0,94 d) 0,96 e) 0,98

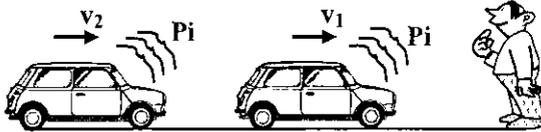


Fig. 15

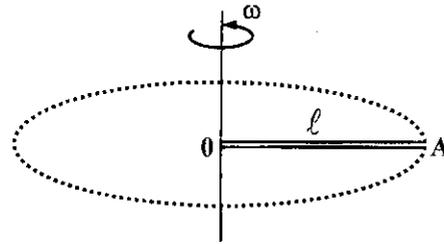


Fig. 16

175. Una fuente sonora de frecuencia $f_0=1$ kHz se mueve a la velocidad de 30 m/s, alejándose de un observador en reposo. La velocidad del sonido $v_s=340$ m/s. Hallar la longitud de onda efectiva.

- a) 0,31 m b) 0,33 m c) 0,35 m d) 0,37 m e) 0,39 m

176. Un deportista se acerca con velocidad de 5 m/s a su entrenador en reposo, quien con un altavoz emite sonidos de frecuencia 516 Hz. ¿En qué porcentaje cambia la frecuencia percibida por el deportista, si duplica su velocidad? (velocidad del sonido $v=343$ m/s)

- a) 1,04 % b) 1,24 % c) 1,44 % d) 1,64 % e) 1,84 %

177. En la Fig. 16 la cuerda de masa homogénea "m" y longitud "l" rota en un plano horizontal con velocidad angular constante " ω ", con uno de sus extremos fijo. Despreciar el efecto de la gravedad sobre la cuerda. Hallar el tiempo que una onda transversal tarda en viajar a lo largo de la cuerda.

- a) $(2,12/\omega)$ s b) $(2,22/\omega)$ s c) $(2,32/\omega)$ s d) $(2,42/\omega)$ s e) $(2,52/\omega)$ s

178. Hallar el número de posibles oscilaciones propias de una columna de aire en un tubo de longitud $\ell=85$ cm, cuyas frecuencias son inferiores a $f_0=1$ 250 Hz. La velocidad del sonido respecto del aire es $v=340$ m/s.

I) El tubo está cerrado en uno de sus extremos.

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

II) El tubo está abierto en ambos extremos.

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

179. Se tiene una barra de cobre de densidad $\rho=8,9$ g/cm³, módulo de Young $E=130 \cdot 10^9$ Pa, suspendida de su punto medio.

- I) Hallar el número de oscilaciones longitudinales propias de esta barra en el intervalo de frecuencias desde 20 kHz hasta 50 kHz.
- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
- II) Hallar las frecuencias permitidas para el intervalo de frecuencias dado.
- 180.** Hallar el factor de amortiguamiento " γ " de una onda acústica, si a las distancias $r_1=10$ m y $r_2=20$ m de la fuente acústica isótropa puntual los valores de la intensidad de la onda acústica difieren $\eta=4,5$ veces.
- a) $5,09 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ b) $5,29 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ c) $5,49 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ d) $5,69 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$ e) $5,89 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$
- 181.** En el eje x se encuentra un receptor y una fuente de oscilaciones acústicas de frecuencia $f_0=2\ 000$ Hz. La fuente emite oscilaciones armónicas a lo largo de este eje con una frecuencia angular " ω " y una amplitud de $A=50$ cm, ¿Con qué valor de " ω " el intervalo de frecuencia producido por el receptor inmóvil será $\Delta f=200$ Hz? La velocidad del sonido en el aire es de $v=340$ m/s.
- a) 30 rad/s b) 32 rad/s c) 34 rad/s d) 36 rad/s e) 38 rad/s
- 182.** Hallar la relación entre las frecuencias del tono fundamental de dos cuerdas idénticas después de que una de ellas se estiro un $\eta_1=2\%$ y la otra un $\eta_2=4\%$ de sus longitudes.
- a) 1,0 b) 1,2 c) 1,4 d) 1,6 e) 1,8
- 183.** ¿Cuántas veces varía la frecuencia del tono fundamental de una cuerda tensa, si su longitud disminuye el 35 % y la tensión aumenta el 70 %?
- a) 1,6 veces b) 1,8 veces c) 2,0 veces d) 2,2 veces e) 2,4 veces
- 184.** Para determinar la velocidad del sonido en el aire por el método de resonancia acústico se usa un tubo con un émbolo y una membrana acústica que cierra uno de sus extremos. Hallar la velocidad del sonido, si la distancia entre las posiciones sucesivas del émbolo, en los cuales se observa una resonancia, con una frecuencia de $f=2\ 000$ Hz es $\ell=8,5$ cm
- a) 320 m/s b) 330 m/s c) 340 m/s d) 350 m/s e) 360 m/s
- 185.** Un observador inmóvil percibe oscilaciones acústicas que parten de dos diapasones, uno de los cuales se aproxima y el otro se aleja con la misma velocidad. El observador percibe las pulsaciones con una frecuencia de $f=2,0$ Hz. Hallar la velocidad de cada diapason, si la frecuencia de sus oscilaciones es $f_0=680$ Hz y la velocidad del sonido en el aire es $v=340$ m/s.
- a) 0,1 m/s b) 0,3 m/s c) 0,5 m/s d) 0,7 m/s e) 0,9 m/s
- 186.** Un pedazo de cartón grueso, cerrado en un extremo, tiene exactamente la longitud adecuada para que cuando se corte en dos pedazos diferentes, el pedazo con el extremo cerrado resuene a 256 Hz y el pedazo con ambos extremos abiertos resuene a 440 Hz.
- I) ¿Qué longitud tenía el pedazo de cartón original?

- a) 70,7 cm b) 72,7 cm c) 74,7 cm d) 76,7 cm e) 78,7 cm

II) ¿Qué frecuencia resonante habría sido producida por el cartón original?

- a) 116,3 Hz b) 118,3 Hz c) 120,3 Hz d) 122,3 Hz e) 124,3 Hz

187. Una fuente de oscilaciones acústicas de frecuencia $f_0=1700$ Hz y un receptor se encuentran en un mismo punto. En el instante $t=0$ la fuente comienza a separarse del receptor con una aceleración constante $a=10$ m/s². Considerando la velocidad del sonido $v=340$ m/s, hallar la frecuencia de las oscilaciones percibidas por el receptor inmóvil al cabo de $t=2$ s de haberse iniciado el movimiento de la fuente.

- a) 1,0 kHz b) 1,2 kHz c) 1,4 kHz d) 1,6 kHz e) 1,8 kHz

188. I) Demostrar que la intensidad de energía de radiación de la onda electromagnética, de un dipolo armónico lineal de frecuencia " ω " y momento dipolar " \vec{p}_0 ", viene dado por:

$I=\mu_0\omega^4 p_0^2 \sin^2\phi/32\pi^2 cr^2$, siendo " ϕ " el ángulo entre \vec{r} y \vec{p}_0 , II) Demostrar que la potencia media de emisión del oscilador armónico lineal es: $\langle P \rangle = \mu_0\omega^4 p_0^2/12\pi c$, " c " la velocidad de la luz en el vacío, y " μ_0 " la permeabilidad magnética en el vacío.

189. Un electrón de carga eléctrica $e=-1,602\cdot 10^{-19}$ C, masa $m=9,1\cdot 10^{-31}$ kg realiza oscilaciones armónicas de amplitud $A=0,10$ nm y frecuencia angular $\omega=6,5\cdot 10^{14}$ rad/s. La velocidad de la luz en el vacío es $c=3\cdot 10^8$ m/s, $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ A/m, 1 eV= $1,602\cdot 10^{-19}$ J, $n=10^{-9}$.

I) Hallar la potencia media de radiación del electrón. ($f=10^{15}$)

- a) 3,1 fW b) 4,1 fW c) 5,1 fW d) 6,1 fW e) 7,1 fW

II) Hallar la energía de las oscilaciones que realiza el electrón. ($m=10^{-3}$)

- a) 10 meV b) 12 meV c) 14 meV d) 16 meV e) 18 meV

III) Hallar el tiempo de relajación de las oscilaciones que realiza el electrón al interior de los átomos. ($\mu=10^{-6}$)

- a) 0,56 μ s b) 0,66 μ s c) 0,76 μ s d) 0,86 μ s e) 0,96 μ s

190. Una ambulancia y un camión de bomberos acuden con una velocidad de $u=80$ km/h, desde el Oeste y Este hacia un incendio situado entre ellos, haciendo sonar sus sirenas a una frecuencia de $f_0=600$ Hz. Un viento con velocidad de 50 km/h sopla de Este a Oeste. La velocidad del sonido respecto del aire es de $v=343$ m/s.

I) Hallar la frecuencia de la ambulancia, percibida por un tío que apaga el incendio.

- a) 641,6 Hz b) 643,6 Hz c) 645,6 Hz d) 647,6 Hz e) 649,6 Hz

II) Hallar la frecuencia del camión, percibida por un tío que apaga el incendio.

- a) 639,4 Hz b) 641,4 Hz c) 643,4 Hz d) 645,4 Hz e) 647,4 Hz

III) Hallar la frecuencia del camión, percibida por un ocupante de la ambulancia

- a) 671,7 Hz b) 673,7 Hz c) 675,7 Hz d) 677,7 Hz e) 679,7 Hz

IV) Hallar la frecuencia de la ambulancia, percibida por un ocupante del camión.

- a) 681 Hz B) 683 Hz c) 685 Hz d) 687 Hz e) 689 Hz

191. Una fuente acústica de frecuencia propia $f_0=1,8$ kHz se mueve uniformemente en línea recta que dista $d=250$ m de un observador inmóvil. La velocidad de la fuente constituye $\eta=0,80$ de la velocidad del sonido. Hallar:

I) La frecuencia del sonido, percibida por el observador en el momento, cuando éste se encuentra frente a frente con la fuente.

- a) 3 kHz b) 4 kHz c) 5 kHz d) 6 kHz e) 7 kHz

II) La distancia entre la fuente y el observador en el momento en que la frecuencia percibida por este último es $f=f_0$.

- a) 0,30 km b) 0,32 km c) 0,34 km d) 0,36 km e) 0,38 km

192. Una fuente inmóvil emite sonido monocromático. A éste se le acerca un panel con una velocidad de $u=33$ cm/s. La velocidad de propagación del sonido en el medio es $v=330$ m/s. ¿Cómo y en qué porcentaje varía la longitud de onda del sonido reflejado en el panel?

- a) 0,2 % b) 0,4 % c) 0,6 % d) 0,8 % e) 1,0 %

193. Sobre una misma normal a un panel se encuentran una fuente de oscilaciones acústicas de frecuencia $f_0=1\,700$ Hz y un receptor. La fuente y el receptor son fijos, y el panel se aleja de la fuente a una velocidad de $u=6,0$ cm/s. Hallar la frecuencia de las pulsaciones que registrará el receptor. La velocidad del sonido en el aire es de $v=340$ m/s.

- a) 0,3 Hz b) 0,4 Hz c) 0,5 Hz d) 0,6 Hz e) 0,7 Hz

194. Una onda acústica plana se propaga a lo largo del eje x. El factor de amortiguamiento de la es $\gamma=0,0230$ m⁻¹. En el punto $x=0$ el nivel de la intensidad de sonido es $L=60$ dB.

I) Hallar el nivel de la intensidad de sonido en un punto situado en $x=50$ m.

- a) 50 dB b) 52 dB c) 54 dB d) 56 dB e) 58 dB

II) Hallar la coordenada "x" del punto, en el cual deja de percibirse el sonido.

- a) 0,1 km b) 0,2 km c) 0,3 km d) 0,4 km e) 0,5 km

195. A la distancia $r_1=20,0$ m de una fuente acústica puntual isótropa el nivel de la intensidad de sonido es $L_1=30,0$ dB. Despreciando el amortiguamiento de la onda acústica, hallar:

I) El nivel de la intensidad de sonido a la distancia $r_2=10,0$ m de la fuente.

- a) 32 dB b) 34 dB c) 36 dB d) 38 dB e) 40 dB

II) La distancia entre la fuente y el punto en el cual deja de percibirse el sonido.

- a) 0,23 km b) 0,33 km c) 0,43 km d) 0,53 km e) 0,63 km

196. Un observador A situado a $r_A=5,0$ m de un diapasón sonoro percibe la desaparición del sonido $\tau=19$ s más tarde que el observador B que se encontraba a la distancia $r_B=50,0$ m de dicho diapasón. Considerando que el amortiguamiento de las ondas acústicas en el aire es despreciable y que la velocidad del sonido $v=340$ m/s, determinar el factor de amortiguamiento " β " de las oscilaciones del diapasón.

- a) $0,10 \text{ s}^{-1}$ b) $0,12 \text{ s}^{-1}$ c) $0,14 \text{ s}^{-1}$ d) $0,16 \text{ s}^{-1}$ e) $0,18 \text{ s}^{-1}$

197. Un murciélago que vuela hacia una pared emite un sonido de frecuencia " f_0 ", recibiendo el eco de frecuencia " f_1 " después de un " Δt ". La velocidad del sonido es $v=343$ m/s.

- I) Hallar la velocidad con la que se mueve el murciélago.
 II) Hallar el cambio porcentual que experimenta la frecuencia percibida, si el murciélago se mueve con una velocidad de 7 m/s

- a) 2 % b) 3 % c) 4 % d) 5 % e) 6 %

- II) Hallar la distancia a la que se encuentra el murciélago de la pared, para el instante en que recibe el eco.

198. La sirena de un camión que se dirige a una estación con una rapidez de $u=72$ km/h emite un sonido de frecuencia $f_0=600$ Hz. La velocidad del viento en la dirección de la velocidad del camión es de $v=50$ km/h. La velocidad del sonido respecto del aire es de $v_s=340$ m/s.

- I) Hallar la frecuencia percibida por un pasajero en reposo de la estación.

- a) 630 Hz b) 632 Hz c) 634 Hz d) 636 Hz e) 638 Hz

- II) Si la dirección de la velocidad del viento se invierte, hallar el cambio que experimenta la frecuencia percibida por un pasajero de la estación.

- a) 1,2 Hz b) 2,2 Hz c) 3,2 Hz d) 4,2 Hz e) 5,2 Hz

199. La distancia de un punto A a una fuente acústica de frecuencia $f_0=600$ Hz y potencia $P=0,8$ W es de $r=1,5$ m. La velocidad del sonido en el aire en reposo es $v=340$ m/s, y la densidad del aire es $\rho=1,209$ kg/m³.

- I) Hallar en el punto A la amplitud de las oscilaciones de presión " ΔP ".

- a) 4,0 Pa b) 4,2 Pa c) 4,4 Pa d) 4,6 Pa e) 4,8 Pa

- II) Hallar la amplitud de las oscilaciones de las partículas del medio.

- a) $1,1 \mu\text{m}$ b) $3,1 \mu\text{m}$ c) $5,1 \mu\text{m}$ d) $7,1 \mu\text{m}$ e) $9,1 \mu\text{m}$

200. ¿Cuál es la potencia de radiación de una partícula no relativista de masa $m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, portadora de una carga $q=1,602 \cdot 10^{-19}$ C, que se mueve en el campo de una carga puntual fija $Q=1,602 \cdot 10^{-19}$ C por una órbita circular de radio $R=0,1$ nm. ($k=9 \cdot 10^9$ N·m²/C²)

- a) 1,67 nW b) 3,67 nW c) 5,67 nW d) 7,67 nW e) 9,67 nW
- 201.** ¿Cuál es la frecuencia de la luz violeta de longitud de onda $\lambda=410$ nm? ($n=10^{-9}$)
- a) 712 pHz b) 732 pHz c) 752 pHz d) 772 pHz e) 792 pHz
- 202.** Un radiador de microondas que se utiliza para medir la rapidez de los automóviles emite una radiación de frecuencia $f=1,2 \cdot 10^9$ Hz. Hallar la longitud de onda de esta radiación.
- a) 230 nm b) 240 mm c) 250 mm d) 260 mm e) 270 mm
- 203.** Hallar la energía de una luz de longitud de onda de $\lambda=600$ nm. ($h=6,626 \cdot 10^{-34}$ J.s, $n=10^{-9}$)
- a) $3,11 \cdot 10^{-19}$ J b) $3,31 \cdot 10^{-19}$ J c) $3,51 \cdot 10^{-19}$ J d) $3,71 \cdot 10^{-19}$ J e) $3,91 \cdot 10^{-19}$ J
- 204.** Hallar la frecuencia de una luz de energía $E=5 \cdot 10^{-19}$ J. ($h=6,626 \cdot 10^{-34}$ J.s)
- a) $7,15 \cdot 10^{14}$ Hz b) $7,35 \cdot 10^{14}$ Hz c) $7,55 \cdot 10^{14}$ Hz d) $7,75 \cdot 10^{14}$ Hz e) $7,95 \cdot 10^{14}$ Hz
- 205.** La frecuencia de la luz verde-amarilla es $f=5,41 \cdot 10^{14}$ Hz. Hallar la longitud de onda de esa luz en nanómetros y ángstrom.
- a) 254 nm b) 264 nm c) 274 nm d) 284 nm e) 294 nm
- 206.** La distancia aproximada del Sol a la Tierra es $d=149,6 \cdot 10^9$ m. Hallar el tiempo que tarda la luz emitida por el Sol en llegar a la Tierra. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)
- a) 8,1 min b) 8,3 min c) 8,5 min d) 8,7 min e) 8,9 min
- 207.** Un rayo láser de helio-neón tiene una frecuencia de $f=4,74 \cdot 10^{14}$ Hz y una potencia de $P=1$ mW. Hallar el número promedio de fotones emitidos por segundo por este rayo láser.
- a) $1,2 \cdot 10^{43}$ b) $3,2 \cdot 10^{43}$ c) $5,2 \cdot 10^{43}$ d) $7,2 \cdot 10^{43}$ e) $9,2 \cdot 10^{43}$
- 208.** La luz que llega desde la estrella más cercana, alfa Centauro, tarda 4,3 años en llegar a la Tierra. Hallar la distancia que recorre la luz. ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)
- a) $1,07 \cdot 10^{16}$ m b) $2,07 \cdot 10^{16}$ m c) $3,07 \cdot 10^{16}$ m d) $4,07 \cdot 10^{16}$ m e) $5,07 \cdot 10^{16}$ m
- 209.** Una nave espacial envía una señal que tarda 20 min en llegar a la Tierra. ¿A qué distancia está la nave espacial de la Tierra? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)
- a) $1,6 \cdot 10^{14}$ m b) $2,6 \cdot 10^{14}$ m c) $3,6 \cdot 10^{14}$ m d) $4,6 \cdot 10^{14}$ m e) $5,6 \cdot 10^{14}$ m
- 210.** Una nave espacial que vuela alrededor de la Luna a una distancia de $d=384\,000$ km de la Tierra se comunica por radio con una base terrestre. ¿Qué tiempo transcurre entre el envío y la recepción de la señal de radio? ($c=3 \cdot 10^8$ m/s)

- a) 1,18 s b) 1,28 s c) 1,38 s d) 1,48 s e) 1,58 s

211. Un objeto de altura 60 cm se encuentra a 1 m de una fuente y a 3 m de una pantalla. Hallar la altura de la sombra proyectada en una pantalla situada a 4 m de la fuente.

- a) 2,1 m b) 2,2 m c) 2,3 m d) 2,4 m e) 2,5 m

212. ¿A qué distancia al frente de una fuente puntual de luz se debe colocar un plato de diámetro $D=80$ mm para que proyecte una sombra de diámetro $d=400$ mm a una distancia de $a=2$ m de la fuente de luz?

- a) 30 cm b) 35 cm c) 40 cm d) 45 cm e) 50 cm

213. Una fuente luminosa puntual está colocada a 15 cm de una regla de 6 cm dispuesta en posición vertical. Hallar la longitud de la sombra que proyecta la regla en una pared que está a 40 cm de ésta.

- a) 20 cm b) 21 cm c) 22 cm d) 23 cm e) 24 cm

214. La luz de una fuente luminosa de diámetro 40 mm pasa a través de un pequeño orificio hecho en la parte superior de una caja de cartón de altura 60 mm, colocado a 2 m de la fuente. Hallar el diámetro de la imagen que se forma en el fondo de la caja.

- a) 1,0 mm b) 1,2 mm c) 1,4 mm d) 1,6 mm e) 1,8 mm

215. Una lámpara está cubierta con una caja al cual se le ha recortado una estrecha ranura de longitud 20 mm para que la luz pueda pasar a través de ella. Un objeto de 30 mm de altura se interpone frente a la luz que sale de la ranura, a una distancia de 500 mm. Hallar la longitud de la umbra y de la penumbra que se formaría en una pantalla colocada a 1,50 m de la ranura.

- a) 50 mm ; 130 mm b) 40 mm ; 120 mm c) 60 mm ; 150 mm
d) 45 mm ; 135 mm e) 55 mm ; 145 mm

216. Hallar el ángulo sólido subtendido en el centro de una esfera de diámetro $D=3,2$ m por un área de $A=0,5$ m² localizada sobre su superficie.

- a) 0,155 str b) 0,155 str c) 0,155 str d) 0,155 str e) 0,155 str

217. Un ángulo sólido de $\Omega=0,08$ str está subtendido en el centro de una esfera de diámetro $D=9$ cm por una superficie de área A situada en la esfera. Hallar dicha área.

- a) 618 μm^2 b) 628 μm^2 c) 638 μm^2 d) 648 μm^2 e) 658 μm^2

218. Una lámina de metal rectangular de lados $a=8,5$ cm y $b=11$ cm está iluminada por una fuente de luz colocada a una altura de $h=1,3$ m directamente por encima de la lámina.

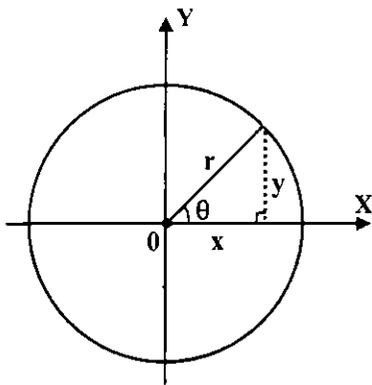
I) ¿Cuál es el flujo luminoso que incide en la lámina si la fuente tiene una intensidad de $I=200$ cd?

- a) 1,11 ℓm b) 1,21 ℓm c) 1,31 ℓm d) 1,41 ℓm e) 1,51 ℓm
- II) ¿Cuál es el flujo luminoso total emitido por la fuente de luz?
- a) 2510 ℓm b) 2520 ℓm c) 2530 ℓm d) 2540 ℓm e) 2550 ℓm
- 219.** Una fuente monocromática de luz verde-amarilla de longitud de onda $\lambda=555$ nm, potencia $P=40$ W ilumina una superficie de área $A=0,5$ m² desde una distancia de $d=1$ m.
- I) ¿Cuántos lúmenes inciden sobre la superficie mencionada?
- a) 27 100 ℓm b) 27 200 ℓm c) 27 300 ℓm d) 27 400 ℓm e) 27 500 ℓm
- II) Hallar la intensidad luminosa de la fuente.
- a) 54 100 cd b) 54 200 cd c) 54 300 cd d) 54 400 cd e) 54 500 cd
- 220.** Hallar la iluminación que produce una fuente de intensidad luminosa $I=200$ cd, situado a la distancia $d=4$ m de una superficie.
- a) 11,5 ℓx b) 12,0 ℓx c) 12,5 ℓx d) 13,0 ℓx e) 13,5 ℓx
- 221.** La iluminación sobre una superficie situada a la distancia de $d=2$ m de una lámpara es de $E=100$ ℓx . Hallar la intensidad de la fuente.
- a) 300 cd b) 350 cd c) 400 cd d) 450 cd e) 500 cd
- 222.** Sobre una mesa rectangular de ancho $a=1$ m y largo $b=2$ m que está a la distancia de $d=4$ m de una lámpara, el flujo luminoso es de $F=40$ ℓm . Hallar la iluminación sobre la mesa.
- a) 16 ℓx b) 18 ℓx c) 20 ℓx d) 22 ℓx e) 24 ℓx
- 223.** En el problema anterior, ¿A qué distancia de la mesa deberá ubicarse la lámpara, para que la iluminación sobre la mesa se duplique?
- a) 2,53 m b) 2,63 m c) 2,73 m d) 2,83 m e) 2,93 m
- 224.** Una fuente puntual de luz se encuentra en el centro de una esfera hueca de diámetro $D=70$ mm, que presenta en su superficie un orificio circular, que subtiende un ángulo sólido de $\Omega=0,12$ str. Hallar el diámetro de este orificio.
- a) 13,1 mm b) 13,3 mm c) 13,5 mm d) 13,7 mm e) 13,9 mm
- 225.** Una luz de longitud de onda $\lambda=550$ nm en el aire, pasa a través de una placa de vidrio con una rapidez $v=2 \cdot 10^8$ m/s. Hallar la longitud de onda al interior de la placa.
- a) 361 nm b) 363 nm c) 365 nm d) 367 nm e) 369 nm

APENDICE A

1. TRIGONOMETRIA

Basandose en la Figura. mostrada, podemos definir las siguientes relaciones:



$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{ctg} \theta = \frac{x}{y}, \quad \sec \theta = \frac{r}{x}, \quad \operatorname{csc} \theta = \frac{r}{y}$$

a) Identidades trigonométricas

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sec^2 \theta = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta, \quad \operatorname{csc}^2 \theta = 1 + \operatorname{ctg}^2 \theta$$

Suma y diferencia de dos ángulos

$$\sin(\alpha \pm \theta) = \sin \alpha \cos \theta \pm \cos \alpha \sin \theta$$

$$\cos(\alpha \pm \theta) = \cos \alpha \cos \theta \mp \sin \alpha \sin \theta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \theta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \theta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \theta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \theta \mp 1}{\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \theta}$$

Relaciones entre funciones de 2θ y θ .

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2 \operatorname{tg} \theta}{1 - \operatorname{tg}^2 \theta}, \quad \operatorname{ctg} 2\theta = \frac{\operatorname{ctg}^2 \theta - 1}{2 \operatorname{ctg} \theta}$$

Relaciones entre funciones de $\theta/2$ y θ .

$$\sin^2 \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$\cos^2 \frac{1}{2} \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)$$

Relaciones entre funciones de 3θ y θ .

$$\sin 3\theta = 3 \sin \theta - 4 \sin^3 \theta$$

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$$

Suma y diferencia de funciones

$$\sin \alpha \pm \sin \theta = 2 \sin \frac{1}{2} (\alpha \pm \theta) \cos \frac{1}{2} (\alpha \mp \theta)$$

$$\cos \alpha + \cos \theta = 2 \cos \frac{1}{2} (\alpha + \theta) \cos \frac{1}{2} (\alpha - \theta)$$

$$\cos \alpha - \cos \theta = -2 \sin \frac{1}{2} (\alpha + \theta) \sin \frac{1}{2} (\alpha - \theta)$$

Producto de dos funciones

$$\sin \alpha \sin \theta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \theta) - \cos(\alpha + \theta)]$$

$$\cos \alpha \cos \theta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \theta) + \cos(\alpha + \theta)]$$

$$\operatorname{sen} \alpha \cos \theta = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(\alpha - \theta) + \operatorname{sen}(\alpha + \theta)]$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \theta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \beta}$$

Identidades fundamentales

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}, \quad \cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$e^{\pm i\theta} = \cos \theta \pm i \operatorname{sen} \theta$$

Relaciones de funciones recíprocas

$$\operatorname{sen}^{-1} a = \cos^{-1} \sqrt{1 - a^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{a}{\sqrt{1 - a^2}}$$

$$\cos^{-1} a = \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{1 - a^2} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$$

$$\operatorname{tg}^{-1} a = \operatorname{sen}^{-1} \frac{a}{\sqrt{1 + a^2}} = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + a^2}}$$

Funciones hiperbólicas

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{cosh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{tgh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad \operatorname{ctgh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

Recíproca de funciones hiperbólicas

$$\operatorname{senh}^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$$

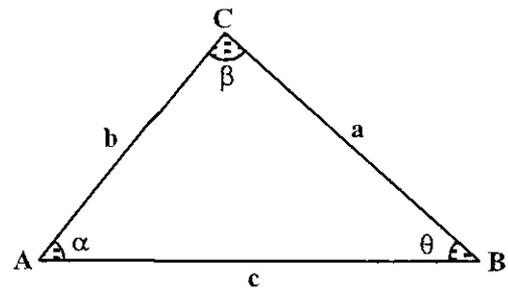
$$\operatorname{cosh}^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\operatorname{tgh}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

$$\operatorname{ctgh}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

b) Teorema del seno

Los lados de un triángulo son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos, esto es:



c) Teorema del coseno

En todo triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de éstos por el coseno del ángulo comprendido entre ellos, esto es:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \beta$$

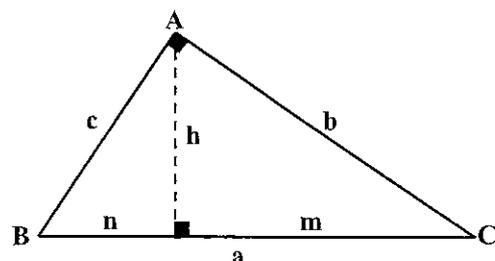
d) Teorema de la tangente

En cualquier triángulo, la diferencia de dos lados cualesquiera es a su suma como la tangente de la mitad de la diferencia de los ángulos opuestos es a la tangente de la mitad de su suma, esto es:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}[(\alpha - \theta)/2]}{\operatorname{tg}[(\alpha + \theta)/2]}$$

e) Relaciones en los triángulo rectángulos

En el triángulo rectángulo ABC, se cumplen las siguientes relaciones:



$$\bullet b^2 = a m$$

$$\bullet c^2 = a n$$

$$\text{sen } 4\theta = 4\text{sen } \theta \cos \theta - 8\text{sen}^2 \theta \cos \theta$$

$$\bullet h^2 = mn$$

$$\bullet h = bc/a$$

$$\cos 4\theta = 8\cos^4 \theta - 8\cos^2 \theta$$

$$\bullet a^2 = b^2 + c^2$$

$$\bullet \frac{b^2}{c^2} = \frac{m}{n}$$

$$\text{tg } 4\theta = \frac{4\text{tg } \theta - 4\text{tg}^3 \theta}{1 - 6\text{tg}^2 \theta + \text{tg}^4 \theta}$$

Relaciones entre funciones 4θ y θ .

2. CALCULO

a) Desarrollo de series de potencias

1) Desarrollo binomial

$$(x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^{n-3}y^3 \dots + y^n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2) Desarrollo de Taylor

$$\triangleright f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!}f'''(a) + \dots + n \frac{(x-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) + \dots$$

$$\triangleright f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \dots +$$

$$f(x+h) = f(h) + xf'(h) + \frac{x^2}{2!}f''(h) + \frac{x^3}{3!}f'''(h) + \dots +$$

\triangleright Si, $f(x)$ es una función con derivadas de todos los órdenes en el intervalo $a \leq x \leq b$, entonces existe un valor de "x" con $a < x < b$, tal que se cumple:

$$f(b) = f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!}f''(a) + \dots + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(a) + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a)$$

$$f(a+h) = f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \frac{h^3}{3!}f'''(a) + \dots + \frac{h^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(a) + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a + \theta h)$$

para, $b = a + h$, $0 < \theta < 1$

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \dots + \frac{(x-a)^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(a) + R_n$$

$$\text{de donde, } R_n = \frac{f^{(n)}(a + \theta(x-a))}{n!}(x-a)^n, \quad 0 < \theta < 1$$

3) Serie de Mclaurin

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!}f''(0) + \frac{x^3}{3!}f'''(0) + \dots + \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}f^{(n-1)}(0) + R_n$$

$$\text{de donde, } R_n = \frac{f^n(a + \theta(x-a))}{n!}, \quad 0 < \theta < 1$$

4) Exponenciales

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \dots + \quad e^x = x + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + \dots +$$

$$a^x = 1 + x \log_e a + \frac{(x \log_e a)^2}{2!} + \frac{(x \log_e a)^3}{3!} + \frac{(x \log_e a)^4}{4!} + \dots +$$

$$e^x = e^a [1 + (x-a) + \frac{(x-a)^2}{2!} + \frac{(x-a)^3}{3!} + \frac{(x-a)^4}{4!} + \dots +]$$

5) Logarítmicas

$$\log_e x = \frac{x-1}{x} + \frac{1}{2} \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x}\right)^3 + \dots + \quad (x > \frac{1}{2})$$

$$\log_e x = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \dots + \quad (2 \geq x > \infty)$$

$$\log_e x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \dots + \right] \quad (x > 0)$$

$$\log_e(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5 - \dots + \quad (-1 < x < 0)$$

$$\log_e(n+1) - \log_e(n-1) = 2 \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{3n^3} + \frac{1}{5n^5} + \dots + \right]$$

$$\log_{e^3}(a+x) = \log_e a + 2 \left[\frac{x}{2a+x} + \frac{1}{3} \left(\frac{x}{2a+x}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x}{2a+x}\right)^5 + \dots + \right] \quad (a > 0, -a < x < \infty)$$

$$\log_e \frac{1+x}{1-x} = 2 \left[x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots \right] \quad (-1 < x < 1)$$

$$\log_e x = \log_e a + \frac{x-a}{a} - \frac{(x-a)^2}{2a^2} + \frac{(x-a)^3}{3a^3} - \dots + \quad (0 < x \leq 2a)$$

6) Trigonómicas

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{2!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\operatorname{cos} x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots + \frac{2^{2n}(2^{2n}-1)B_n}{(2n)!} x^{2n-1} + \dots$$

($x^2 < \pi^2/4$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{x} - \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} - \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} - \dots - \frac{2^{2n}B_n}{(2n)!} x^{2n-1} - \dots$$

($x^2 < \pi^2$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{sec} x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{5}{24}x^4 + \frac{61}{720}x^6 + \frac{277}{8064}x^8 + \dots + E_n x^{2n} + \dots$$

($x^2 < \pi^2/4$ y E_n los números de Euler)

$$\operatorname{csc} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{6} + \frac{7}{360}x^3 + \frac{31}{15120}x^5 + \frac{127}{604800}x^7 + \dots + \frac{2(2^{2n-1}-1)B_n}{(2n)!} x^{2n-1} + \dots$$

($x^2 < \pi^2$ y B_n los números de Bernoulli)

$$\operatorname{sen}^{-1} x = x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots + \quad (x^2 < 1, -\frac{\pi}{2} < \operatorname{sen}^{-1} x < \frac{\pi}{2})$$

$$\operatorname{cos}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - (x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 + \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots) \quad (x^2 < 1, 0 < \operatorname{cos}^{-1} x < \pi)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + \quad (x^2 < 1)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{5x^4} + \frac{1}{7x^6} - \dots + \quad (x > 1)$$

$$\operatorname{tg}^{-1} x = -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^2} - \frac{1}{5x^4} + \frac{1}{7x^6} - \dots + \quad (x < -1)$$

$$\operatorname{ctg}^{-1} x = \frac{\pi}{2} - x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \quad (x^2 < 1)$$

$$\log_e \operatorname{cos} x = -\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{45} - \frac{17x^8}{2520} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

$$\log_e \operatorname{tg} x = \log_e x + \frac{x^3}{3} + \frac{7x^4}{90} + \frac{62x^6}{2835} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

$$e^{\operatorname{sen} x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} - \frac{3x^4}{4!} - \frac{8x^5}{5!} - \frac{3x^6}{6!} + \frac{56x^7}{7!} + \dots +$$

$$e^{\operatorname{cos} x} = e \left(1 - \frac{x^3}{2!} + \frac{4x^4}{4!} - \frac{31x^6}{6!} + \dots \right)$$

$$e^{\operatorname{tg} x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{3x^3}{3!} + \frac{9x^4}{4!} + \frac{37x^5}{5!} + \dots + \quad (x^2 < \pi^2/4)$$

7) Hiperbólicas e hiperbólicas recíprocas

$$\operatorname{senh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (|x| < \infty)$$

$$\operatorname{cosh} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (|x| < \infty)$$

$$\operatorname{tgh} x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \dots + \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n} (2^{2n} - 1)}{(2n)!} B_n x^{2n-1} \pm \dots$$

$$\operatorname{ctgh} x = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} - \frac{x^7}{4725} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n}}{(2n)!} B_n x^{2n-1} \pm \dots \quad (0 < |x| < \pi)$$

$$\operatorname{sech} x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{5}{4!}x^4 - \frac{61}{6!}x^6 + \frac{1835}{8!}x^8 - \dots + \frac{(-1)^n}{2n!} E_n x^{2n} \pm \quad (|x| < \pi/2)$$

$$\operatorname{csch} x = \frac{1}{x} - \frac{x}{6} + \frac{7x^3}{360} - \frac{31x^5}{15120} + \dots + \frac{2(-1)^n (2^{2n-1} - 1)}{(2n)!} B_n x^{2n-1} + \dots \quad (0 < |x| < \pi)$$

$$\operatorname{senh}^{-1} x = x - \frac{1}{2.3}x^3 + \frac{1.3}{2.4.5}x^5 - \frac{1.3.5}{2.4.6.7}x^7 + \dots + (-1)^n \frac{1.3.5(2n-1)}{2.4.6\dots 2n(2n+1)} x^{2n+1} \pm$$

$$\operatorname{cosh}^{-1} x = \pm \left[\ln(2x) - \frac{1}{2.2x^2} - \frac{1.3}{2.4.4x^4} - \frac{1.3.5}{2.4.6.6x^6} \right] \quad (x > 1)$$

$$\operatorname{tgh}^{-1} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots + \quad (|x| < 1)$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \log x \text{ o } \log(-x)$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int b^{ax} dx = \frac{b^{ax}}{a \log b}$$

$$\int a^x \log a dx = a^x$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } \frac{1}{2a} \log \frac{a+x}{a-x}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } -\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \cos^{-1}\left(\frac{a}{x}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x'\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{-a}} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{a+bx}{-a}\right)^{1/2}$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \log(a+bx)$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^3} = -\frac{1}{2b(a+bx)^2}$$

$$\int \frac{x dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2} \left[\log(a+bx) + \frac{a}{a+bx} \right]$$

$$\int \frac{dx}{x(a+bx)} = -\frac{1}{a} \log \frac{a+bx}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \log \frac{a+bx}{x}$$

$$\int \frac{f'(x) dx}{f(x)} = \log f(x), \quad [df(x) = f'(x) dx]$$

$$\int \frac{f[(x) dx]}{2\sqrt{f(x)}} = \sqrt{f(x)}, \quad [df(x) = f'[(x) dx]$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int \log x dx = x \log x - x$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) \text{ o } -\frac{1}{a} \operatorname{ctg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{ctg}^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \log(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a^2 \pm x^2}} = -\frac{1}{a} \log\left(\frac{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}{x}\right)$$

$$\int (a+bx)^n dx = \frac{(a+bx)^{n+1}}{(n+1)b}, \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}$$

$$\int \frac{x dx}{a+bx} = \frac{1}{b^2} [a+bx - a \log(a+bx)]$$

$$\int \frac{x dx}{(a+bx)^3} = \frac{1}{b^2} \left[-\frac{1}{a+bx} + \frac{a}{2(a+bx)^2} \right]$$

$$\int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} - \frac{1}{a^2} \log \frac{a+bx}{a}$$

$$\int \frac{dx}{c^2 + x^2} = \frac{1}{c} \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{c}$$

b) Diferenciales y derivadas**1) Diferenciales**

$$dax = a dx$$

$$d(u + v) = du + dv$$

$$d uv = u dv + v du$$

$$d \frac{u}{v} = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

$$d x^n = n x^{n-1} dx$$

$$d x^y = y x^{y-1} dx + x^y \log_e x dy$$

$$d e^x = e^x dx$$

$$d e^{ax} = a e^{ax} dx$$

$$d a^x = a^x \log_e a dx$$

$$d \log_e x = x^{-1} dx$$

$$d \log_a x = x^{-1} \log_a e dx$$

$$d x^x = x^x (1 + \log_e x) dx$$

2) Derivadas

$$d \operatorname{sen} x = \cos x dx$$

$$d \operatorname{cos} x = -\operatorname{sen} x dx$$

$$d \operatorname{tg} x = \sec^2 x dx$$

$$d \operatorname{ctg} x = -\operatorname{csc}^2 x dx$$

$$d \operatorname{sec} x = \operatorname{tg} x \operatorname{sec} x dx$$

$$d \operatorname{csc} x = -\operatorname{ctg} x \operatorname{csc} x dx$$

$$d \operatorname{vers} x = \operatorname{sen} x dx$$

$$d \operatorname{sen}^{-1} x = \sqrt{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{cos}^{-1} x = -\sqrt{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{tg}^{-1} x = \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$d \operatorname{ctg}^{-1} x = -\frac{1}{1+x^2} dx$$

$$d \operatorname{sec}^{-1} x = \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$d \operatorname{csc}^{-1} x = -\frac{1}{x^2-a^2} dx$$

$$d \operatorname{vers}^{-1} x = \sqrt{2x-x^2} dx$$

$$d \operatorname{senh} x = \operatorname{cosh} x dx$$

$$d \operatorname{cosh} x = \operatorname{senh} x dx$$

$$d \operatorname{tgh} x = \operatorname{sech}^2 x dx$$

$$d \operatorname{ctgh} x = -\operatorname{csc} h^2 x dx$$

$$d \operatorname{sech} x = -\operatorname{sech} x \operatorname{tgh} x dx$$

$$d \operatorname{csc} h x = -\operatorname{csc} h x \operatorname{ctgh} x dx$$

$$d \operatorname{senh}^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$d \operatorname{cosh}^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$d \operatorname{tgh}^{-1} x = \frac{1}{1-x^2} dx$$

$$d \operatorname{ctgh}^{-1} x = -\frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$d \operatorname{sech}^{-1} x = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$d \operatorname{csc} h^{-1} x = -\frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} dx$$

c) Integrales**1) Integrales indefinidas**

$$\int a dx = a x$$

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int \phi(y) dx = \int \frac{\phi(y)}{y'} dy, \text{ siendo } y' = dy/dx$$

$$\int (u + v) dx = \int u dx + \int v dx$$

$$\int u dv = u v - \int v du$$

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = u v - \int v \frac{du}{dx} dx$$

$$\int \frac{dx}{c^2 - x^2} = \frac{1}{2c} \log \frac{c+x}{c-x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - c^2} = \frac{1}{2c} \log \frac{x-c}{x+c}$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)(c+dx)} = \frac{1}{ad-bc} \log \left(\frac{c+dx}{a+bx} \right)$$

$$\int \sqrt{a+bx} dx = \frac{2}{3b} \sqrt{(a+bx)^3}$$

$$\int x \sqrt{a+bx} dx = -\frac{2(2a-3bx)\sqrt{(a+bx)^3}}{15b^2}$$

$$\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x} dx = 2\sqrt{a+bx} + a \int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2\sqrt{a+bx}}{b}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a+bx}} = -\frac{2(2a-bx)}{3b^2} \sqrt{a+bx}$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \log \left(\frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a}} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \log(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$$

$$\int x \sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} dx = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}} = \frac{\pm x}{a^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{(x^2 \pm a^2)^3}} = \frac{-1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int x \sqrt{(x^2 \pm a^2)^3} dx = \frac{1}{5} \sqrt{(x^2 \pm a^2)^5}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}} = \mp \frac{\sqrt{x^2 \pm a^2}}{a^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{a} \log \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right)$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int x \sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{1}{3} \sqrt{(a^2 - x^2)^3}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\int x \sqrt{(a^2 - x^2)^3} dx = -\frac{1}{5} \sqrt{(a^2 - x^2)^5}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a^2 x}$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} - \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}} = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} - \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = \cos^{-1}\left(\frac{a-x}{a}\right)$$

$$\int \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{1/2} dx = \operatorname{sen}^{-1}x - \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a \pm 2bx - cx^2}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{sen}^{-1} \frac{cx \mp b}{\sqrt{b^2 + ac}}$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x$$

$$\int \operatorname{tg} x dx = -\log \cos x$$

$$\int \operatorname{ctg} x dx = \log \operatorname{sen} x$$

$$\int \sec x dx = \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \csc x dx = \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}x$$

$$\int \operatorname{sen}^2 x dx = -\frac{1}{2} \cos x \operatorname{sen} x + \frac{1}{2}x$$

$$\int \operatorname{sen}^3 x dx = -\frac{1}{3} \cos x (\operatorname{sen}^2 x + 2)$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \operatorname{sen} x \cos x + \frac{1}{2}x$$

$$\int \operatorname{sen} \frac{x}{a} dx = -a \cos \frac{x}{a}$$

$$\int \cos \frac{x}{a} dx = a \operatorname{sen} \frac{x}{a}$$

$$\int \operatorname{sen}(a + bx) dx = -\frac{1}{b} \cos(a + bx)$$

$$\int \cos(a + bx) dx = \frac{1}{b} \operatorname{sen}(a + bx)$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x} = \log \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{1 \pm \operatorname{sen} x} = \mp \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \mp \frac{x}{2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{1 + \cos x} = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{1 - \cos x} = -\operatorname{ctg} \frac{x}{2}$$

$$\int x \operatorname{sen}^2 x dx = \frac{x^2}{4} - \frac{x \operatorname{sen} 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8}$$

$$\int x^2 \operatorname{sen}^2 x dx = \frac{x^3}{6} - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{8}\right) - \frac{x \cos 2x}{4}$$

$$\int \operatorname{sen}^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{\operatorname{sen} 2x}{4} + \frac{\operatorname{sen} 4x}{32}$$

$$\int x \cos^2 x dx = \frac{x^2}{4} + \frac{x \operatorname{sen} 2x}{4} + \frac{\cos 2x}{8}$$

$$\int \cos^4 x dx = \frac{3x}{8} + \frac{\operatorname{sen} 2x}{4} + \frac{\operatorname{sen} 4x}{32}$$

$$\int \operatorname{tg}^3 x dx = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \log \cos x$$

$$\int \operatorname{tg}^4 x dx = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$$

$$\int \operatorname{ctg}^3 x dx = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \log \operatorname{sen} x$$

$$\int \operatorname{ctg}^4 x dx = -\frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg} x + x$$

$$\int \operatorname{sen} x \cos x dx = \frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 x$$

$$\int \operatorname{sen}^2 x \cos^2 x \, dx = -\frac{1}{8} \left(\frac{1}{4} \operatorname{sen} 4x - x \right)$$

$$\int \operatorname{sen} x \cos^m x \, dx = -\frac{\cos^{m+1} x}{m+1}$$

$$\int \operatorname{sen}^m x \cos x \, dx = \frac{\operatorname{sen}^{m+1} x}{m+1}$$

$$\int \frac{\operatorname{sen} x \, dx}{\cos^2 x} = \sec x$$

$$\int \frac{\operatorname{sen}^2 x \, dx}{\cos x} = -\operatorname{sen} x + \log \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$\int \frac{\cos x \, dx}{\operatorname{sen}^2 x} = -\operatorname{csc} x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x \cos x} = \log \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \log \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x \cos x} = -\frac{1}{\operatorname{sen} x} + \log \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x \cos^2 x} = -2 \operatorname{ctg} 2x$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x} = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int \operatorname{tg}^2 x \, dx = \operatorname{tg} x - x$$

$$\int \operatorname{ctg}^2 x \, dx = -\operatorname{ctg} x - x$$

$$\int \sec^2 x \, dx = \operatorname{tg} x$$

$$\int \operatorname{csc}^2 x \, dx = -\operatorname{ctg} x$$

$$\int x \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} x - x \cos x$$

$$\int x^2 \operatorname{sen} x \, dx = 2x \operatorname{sen} x - (x^2 - 2) \cos x$$

$$\int x \cos x \, dx = \cos x + x \operatorname{sen} x$$

$$\int x^2 \cos x \, dx = 2x \cos x + (x^2 - 2) \operatorname{sen} x$$

$$\int \operatorname{sen}^{-1} x \, dx = x \operatorname{sen}^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \cos^{-1} x \, dx = x \cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2}$$

$$\int \operatorname{tg}^{-1} x \, dx = x \operatorname{tg}^{-1} x - \frac{1}{2} \log(1+x^2)$$

$$\int \operatorname{ctg}^{-1} x \, dx = x \operatorname{tg}^{-1} x + \frac{1}{2} \log(1+x^2)$$

$$\int \sec^{-1} x \, dx = x \sec^{-1} x - \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\int \operatorname{csc}^{-1} x \, dx = x \operatorname{csc}^{-1} x + \log(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\int \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} = x \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \cos^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \cos^{-1} \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{a} - \frac{a}{2} \log(a^2 + x^2)$$

$$\int \operatorname{ctg}^{-1} \frac{x}{a} \, dx = x \operatorname{ctg}^{-1} \frac{x}{a} + \frac{a}{2} \log(a^2 + x^2)$$

$$\int \log x \, dx = x \log x - x$$

$$\int x \log x \, dx = \frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4}$$

$$\int x^2 \log x \, dx = \frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9}$$

$$\int x^p \log(ax) dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} \log(ax) - \frac{x^{p+1}}{(p+1)^2}$$

$$\int (\log x)^2 dx = x(\log x)^2 - 2x \log x + 2x$$

$$\int \frac{(\log x)^n}{x} dx = \frac{1}{n+1} (\log x)^{n+1}$$

$$\int \frac{dx}{x \log x} = \log(\log x)$$

$$\int \frac{dx}{x(\log x)^n} = -\frac{1}{(n-1)(\log x)^{n-1}}$$

$$\int x^m \log x dx = x^{m+1} \left[\frac{\log x}{m+1} - \frac{1}{(m+1)^2} \right]$$

$$\int \operatorname{sen} \log x dx = \frac{1}{2} x \operatorname{sen} \log x - \frac{1}{2} x \cos \log x$$

$$\int \cos \log x dx = \frac{1}{2} x \operatorname{sen} \log x + \frac{1}{2} x \cos \log x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x}$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$\int \frac{dx}{1+e^x} = \log \frac{e^x}{1+e^x}$$

$$\int \frac{dx}{ae^{mx} + be^{-mx}} = \frac{1}{m\sqrt{ab}} \operatorname{tg}^{-1} \left(e^{mx} \sqrt{\frac{a}{b}} \right)$$

$$\int e^{ax} \operatorname{sen} px dx = \frac{e^{ax} (a \operatorname{sen} px - p \cos px)}{a^2 + p^2}$$

$$\int e^{ax} \cos px dx = \frac{e^{ax} (a \cos px + p \operatorname{sen} px)}{a^2 + p^2}$$

$$\int \operatorname{senh} x dx = \cosh x$$

$$\int \cosh x dx = \operatorname{senh} x$$

$$\int \operatorname{tgh} x dx = \log \cosh x$$

$$\int \operatorname{ctgh} x dx = \log \operatorname{senh} x$$

$$\int \operatorname{sech} x dx = 2 \operatorname{tg}^{-1}(e^x)$$

$$\int \operatorname{csch} x dx = \log \operatorname{tgh} \left(\frac{x}{2} \right)$$

$$\int x \operatorname{senh} x dx = x \cosh x - \operatorname{senh} x$$

$$\int x \cosh x dx = x \operatorname{senh} x - \cosh x$$

2) Integrales definidas

$$\int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx = \Gamma(n)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^m} = \frac{1}{m-1}, \quad (m > 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)x^p} = \pi \operatorname{csc} p\pi, \quad (p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1-x)x^p} = -\pi \operatorname{ctg} p\pi, \quad (p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{p-1} dx}{1+x} = \frac{\pi}{\operatorname{sen} p\pi}, \quad (0 < p < 1)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{m-1} dx}{1+x^n} = \frac{\pi}{n \operatorname{sen}(m\pi/n)}, \quad (0 < m < n)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} = \pi$$

$$\int_0^{\infty} \frac{a dx}{a^2 + x^2} = \frac{\pi}{2}, \quad \text{si } a > 0$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{sen}^n x dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1/2)}{2 \Gamma(n/2+1)}, \quad n > -1$$

$$\int_0^{\pi/2} \text{cos}^n x dx = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1/2)}{2 \Gamma(n/2+1)}, \quad n > -1$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } mx dx}{x} = \begin{cases} \pi/2, & \text{si } m > 0 \\ 0, & \text{si } m = 0 \\ -\pi/2, & \text{si } m < 0 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } x \text{ cos } mx dx}{x} = \begin{cases} 0, & |m| > 1 \\ \pi/4, & m = \pm 1 \\ \pi/2, & m^2 < 1 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{cos } x dx}{x} = \infty$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{tg } x dx}{x} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \text{sen } kx \text{ sen } mx dx = 0, \quad (k \neq m, k, m \in \mathbb{Z})$$

$$\int_0^{\pi} \text{cos } kx \text{ cos } mx dx = 0, \quad (k \neq m, k, m \in \mathbb{Z})$$

$$\int_0^{\pi} \text{sen}^2 mx dx = \int_0^{\pi} \text{cos}^2 mx dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\text{sen}^2 x dx}{x^2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{cos } mx dx}{1+x^2} = \begin{cases} \pi/2 e^{-m}, & (m > 0) \\ \pi/2 e^m, & (m < 0) \end{cases}$$

$$\int x^n e^{-ax} dx = \begin{cases} \Gamma(n+1)/a^{n+1}, & (n > -1) \\ n!/a^{n+1}, & (n \in \mathbb{Z}^+) \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} \text{cos}(x^2) dx = \int_0^{\infty} \text{sen}(x^2) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen } x dx}{\sqrt{x}} = \int_0^{\infty} \frac{\text{cos } x dx}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+a \text{ cos } x} = \frac{\text{cos}^{-1} a}{\sqrt{1-a^2}}, \quad (a < 1)$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{1+a \text{ cos } x} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}, \quad (a^2 < 1)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2} dx = \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2^{n+1} a^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$\int_0^{\infty} e^{(-x^2 - a^2/x^2)} dx = \frac{e^{-2a} \sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-nx} \sqrt{x} dx = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{\pi}{n}}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-nx}}{\sqrt{x}} dx = \sqrt{\frac{\pi}{n}}$$

$$\int_0^{\pi} e^{-ax} \cos mx dx = \frac{a}{a^2 + m^2}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\pi} e^{-ax} \operatorname{sen} mx dx = \frac{m}{a^2 + m^2}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^{\pi} e^{-a^2 x^2} \cos bx dx = \frac{\sqrt{\pi} e^{-b^2/4a^2}}{2a}, \quad (a > 0)$$

$$\int_0^1 (\log x)^n dx = (-1)^n n!$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^{1/2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^{-1/2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^1 (\log 1/x)^n dx = n!$$

$$\int_0^1 x \log(1-x) dx = -\frac{3}{4}$$

$$\int_0^1 x \log(1+x) dx = \frac{1}{4}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1+x} dx = -\frac{\pi^2}{12}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x} dx = -\frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x}{1-x^2} dx = -\frac{\pi^2}{8}$$

$$\int_0^1 \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \frac{dx}{x} = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\int_0^1 \frac{\log x dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

$$\int_0^1 x^n \log(1/x)^n dx = \frac{\Gamma(n+1)}{(m+1)^{n+1}}, \quad (m+1 > 0)$$

$$\int_0^1 \frac{(x^p - x^q) dx}{\log x} = \log\left(\frac{p+1}{q+1}\right), \quad (p+1 > 0)$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{[\log(1/x)]^{1/2}} = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} \log\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right) dx = \frac{\pi^2}{4}$$

$$\int_0^{\pi} x \log \operatorname{sen} x dx = -\frac{\pi^2}{2} \log 2$$

$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen} x \log \operatorname{sen} x dx = \log 2 - 1$$

$$\int_0^{\pi/2} \log \operatorname{sen} x dx = \int_0^{\pi/2} \log \cos x dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

$$\int_0^{\pi/2} \log \operatorname{tg} x dx = 0$$

$$\int_0^{\pi} \log(a \pm b \cos x) dx = \pi \log\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2}\right), \quad (a \geq b)$$

d) Fórmulas para la suma de los números naturales

- 1) Suma de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- 2) Suma de los "n" primeros números pares naturales.

$$S_n = n(n+1)$$

- 3) Suma de los "n" primeros números impares naturales.

$$S_n = n^2$$

- 4) Suma de los cuadrados de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- 5) Suma de los cubos de los "n" primeros números naturales.

$$S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

e) Promedios**1) Media aritmética (M_a)**

La media aritmética de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_a = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

2) Media geométrica (M_g)

La media geométrica de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_g = [a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n]^{1/n}$$

3) Media armónica (M_h)

La media armónica de "n" cantidades a_1, a_2, \dots, a_n , viene dado por:

$$M_h = \frac{n}{1/a_1 + 1/a_2 + \dots + 1/a_n}$$

f) Progresiones**1) Progresión aritmética**

Si "a" es el primer término de una progresión aritmética, "k" el último, "d" la diferencia común, "n" el número de términos y "S" la suma de términos, se cumple:

$$k = a + (n-1)d \quad S = \frac{n}{2}(a+k)$$

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

2) Progresión geométrica

Si "a" es el primer término de una progresión geométrica, "k" el último, "r" la razón común, "n" el número de términos y "S" la suma de los "n" términos, en estas condiciones se cumple:

$$k = ar^{n-1}, \quad S = \frac{kr - a}{r - 1}, \quad S = a \frac{(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

Si, "n" es infinito y $r^2 < 1$, entonces, la suma de los infinitos términos de la progresión es:

$$S = \frac{a}{1-r}$$

g) Ecuación cuadrática

Las dos raíces de una ecuación cuadrática del tipo: $ax^2 + bx + c = 0$, vienen dados por:

$$x = \frac{-b \pm [b^2 - 4ac]^{1/2}}{2a}$$

- Si: $b^2 - 4ac > 0$, las raíces son reales y diferentes.
- Si: $b^2 - 4ac = 0$, las raíces son iguales y reales.
- Si: $b^2 - 4ac < 0$, las raíces son complejas y diferentes.

- También, se cumplen las siguientes relaciones:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{y} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

h) Logaritmo

1) Definición

El logaritmo de un número "N", es el exponente "x" al que hay que elevar otro número denominado base "b", para obtener dicho número, esto es:

$$b^x = N \Rightarrow x = \log_b N$$

Se lee "x" es el logaritmo del número "N" en la base "b".

2) Operaciones

- $\log_b MN = \log_b M + \log_b N$
- $\log_b \frac{M}{N} = \log_b M - \log_b N$
- $\log_b M^p = p \log_b M$
- $\log \sqrt[x]{Nx} = \frac{1}{x} \log_b N$

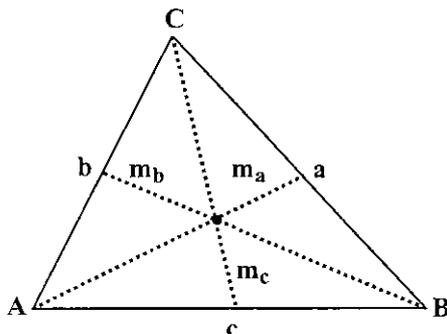
3. GEOMETRIA

a) Triángulos

1) Puntos notables de un triángulo

➤ Baricentro

Es el punto de intersección de las tres medianas, en él se encuentra el centro de gravedad del triángulo.



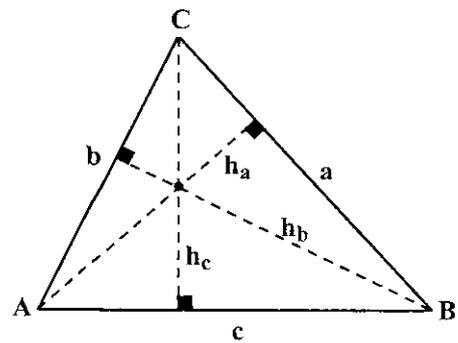
$$m_a = \frac{1}{2} [2b^2 + 2c^2 - a^2]^{1/2}$$

$$m_b = \frac{1}{2} [2a^2 + 2c^2 - b^2]^{1/2}$$

$$m_c = \frac{1}{2} [2a^2 + 2b^2 - c^2]^{1/2}$$

➤ Ortocentro

Es el punto de intersección de las tres alturas



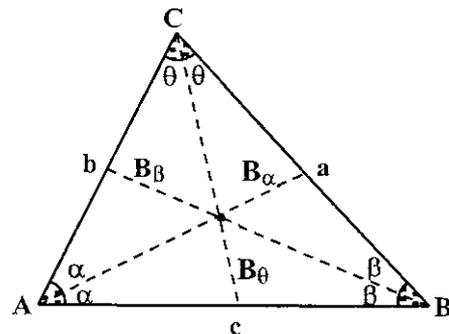
$$h_a = \frac{2}{a} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

$$h_b = \frac{2}{b} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

$$h_c = \frac{2}{c} [p(p-a)(p-b)(p-c)]^{1/2}$$

➤ Incentro

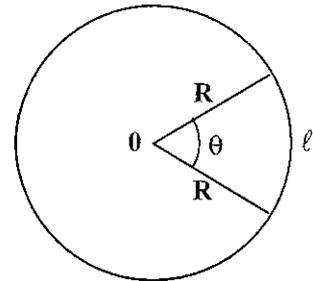
Es el punto de intersección de las tres bisectrices, correspondientes a sus tres ángulos



$$B_\alpha = \frac{2}{b+c} [bc p(p-a)]^{1/2}$$

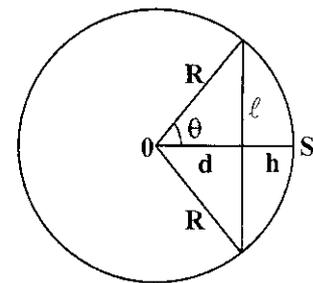
Circunferencia

- Longitud circunferencia : $C = 2\pi R$
- Radio circunferencia : $R = \frac{C}{2\pi}$
- Longitud de arco : $\ell = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ}$



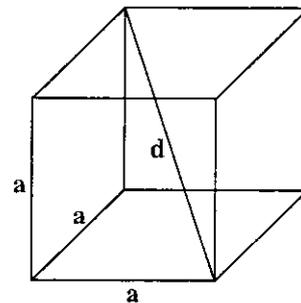
Círculo

- Area total círculo : $A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$
- Longitud de arco : $S = R\theta$
- Longitud de circunferencia : $C = 2\pi R$
- Longitud de cuerda : $\ell = 2\sqrt{R^2 - d^2}$
- Distancia de cuerda : $h = R - d$
- Angulo central en radianes : θ



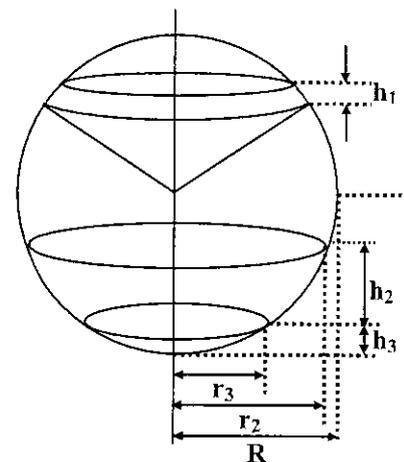
Cubo

- Area : $A = 6a^2 = 24r^2$
- Volumen : $V = a^3 = 8r^3$
- Diagonal : $d = \sqrt{3}a$
- Lado del cubo : a
- Radio de la esfera inscrita : r



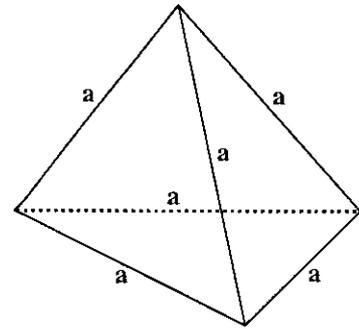
Esfera

- Area total de una esfera : $A = 4\pi R^2 = \pi D^2$
- Area de zona : $A_Z = 2\pi R h_1$
- Area de luna : $A_L = 2R^2\theta$
- Volumen de una esfera : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
- Volumen sector esférico : $V_S = \frac{2}{3}\pi R^2 h_1$
- Volumen segmento esférico de una sola base : $V_{S1} = \frac{\pi}{6} h_3 (3r_3^2 + h_3^2)$
- Volumen segmento esférico de dos bases : $V_{S2} = \frac{\pi}{6} h_2 (3r_3^2 + 3r_2^2 + h_2^2)$

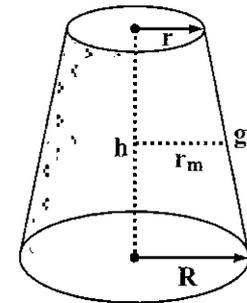


Tetraedro

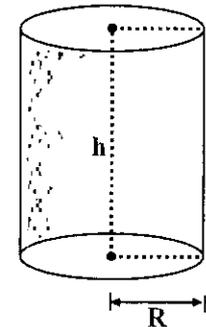
Area	:	$A = \sqrt{3} a^2 = 24\sqrt{3} r^2$
Volumen	:	$V = \sqrt{2} a^3 / 2 = 8\sqrt{3} r^3$
Radio de la esfera inscrita	:	r

**Tronco de cono**

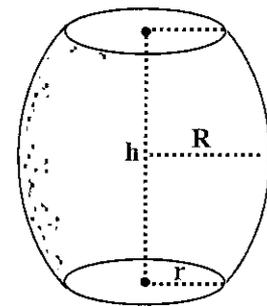
Radio de la base media	:	$r_m = \frac{r + R}{2}$
Area lateral	:	$A_L = \pi(r + R)g$
Area total	:	$A = \pi(r + R)g + \pi(r^2 + R^2)$
Volumen	:	$V = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + rR + R^2)$
Generatriz del cono	:	g

**Cilindro**

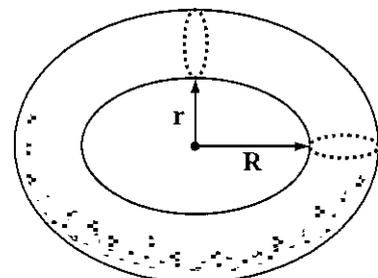
Area lateral	:	$A_L = 2\pi R h$
Area total	:	$A = 2\pi R h + \pi R^2$
Volumen	:	$V = \pi R^2 h$

**Tonel**

Volumen	:	$V = \frac{1}{3}\pi h(r^2 + 2R^2)$
Radio menor	:	r
Radio mayor	:	R
Altura	:	h

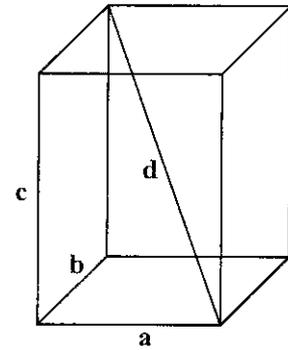
**Toroide**

Area	:	$A = 4\pi r R$
Volumen	:	$V = 4\pi r^2 R$
Radio menor	:	r
Radio mayor	:	R

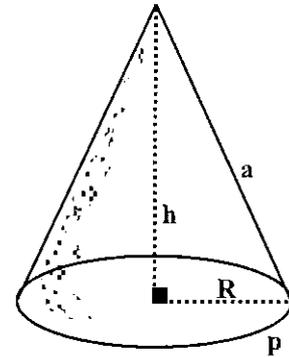


Paralelepípedo

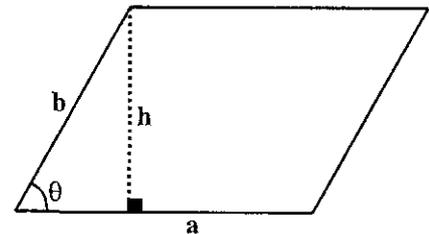
Volumen	:	$V = a b c$
Superficie total	:	$A = 2(a b + b c + c a)$
Diagonal	:	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
Radio mayor	:	R

**Pirámide o cono**

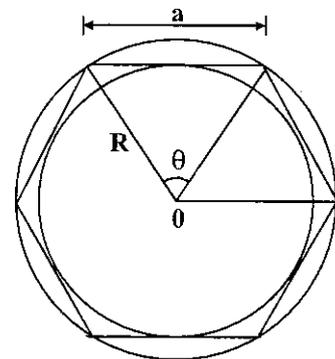
Volumen	:	$V = \frac{1}{3} S h$
Area lateral	:	$A = \frac{1}{2} p a$
Area de la base	:	S
Altura	:	h
Perímetro de la base	:	p

**Paralelogramo**

Area	:	$A = a h = a b \text{sen } \theta$
Angulo entre los lados	:	θ
Altura	:	h

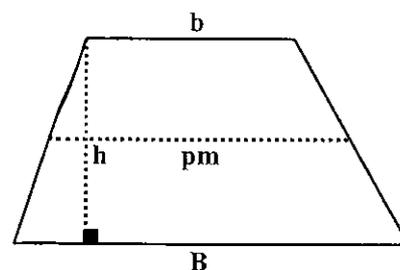
**Polígono regular de n lados**

Area del polígono	:	$A = \frac{1}{4} n a^2 \text{ctg } \frac{180^\circ}{n}$
Area sector	:	$A_S = \frac{1}{2} R S = \frac{1}{2} R^2 \theta$
Area segmento	:	$A_{\text{SEG}} = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \text{sen } \theta)$
Perímetro del polígono	:	$p = 2 n R \text{sen } \frac{\pi}{n}$
Area polígono circunscrito	:	$A = n R^2 \text{tg } \frac{\pi}{n}$

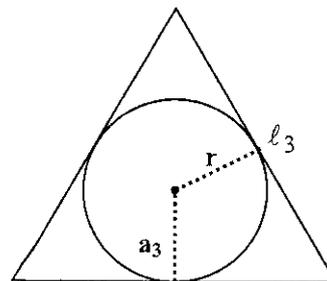


Trapezio

Area	:	$A = \frac{(B + b)h}{2}$
Area	:	$A = pmh$
Area	:	$A = \frac{h}{6}(B + b + b')$
H	:	altura

**Triángulo**

Area	:	$A = 3\sqrt{3}r^3$
		$a_3 = r$
		$\ell_3 = 2\sqrt{3}r$

**4. GEOMETRIA ANALITICA PLANA****a) Distancia entre dos puntos**

La distancia entre dos puntos P_1, P_2 de coordenadas rectangulares $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$, viene dado por:

$$d = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^{1/2}$$

La distancia entre dos puntos P_1, P_2 de coordenadas polares $(r_1; \theta_1), (r_2; \theta_2)$, viene dado por:

$$d = [r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)]^{1/2}$$

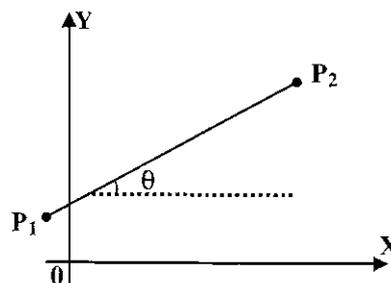
b) Formas que adoptan las ecuaciones de una recta

- | | | | |
|----|---------------------------------|--------------------------------|---|
| 1) | $Ax + By + C = 0$ | (forma general) |) |
| 2) | $y - y_1 = m(x - x_1)$ | (forma punto pendiente) |) |
| 3) | $y = mx + b$ | (forma pendiente intersección) |) |
| 4) | $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ | (forma intersecciones) |) |

c) Pendiente de una recta

La pendiente de la recta que pasa por los puntos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$, viene dado por:

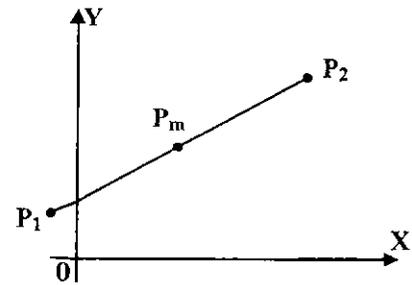
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



d) Coordenadas del punto medio

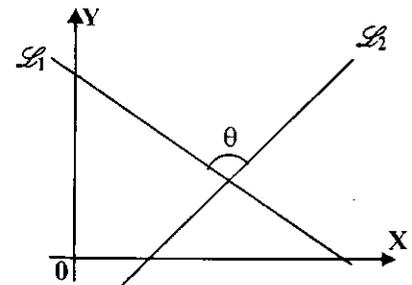
Las coordenadas del punto medio del segmento de recta $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$, viene dado por:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

**e) Angulo entre dos rectas**

El ángulo entre dos rectas \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 de pendientes m_1 y m_2 , viene dado por:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{m_1 m_2}{1 + m_1 m_2}$$

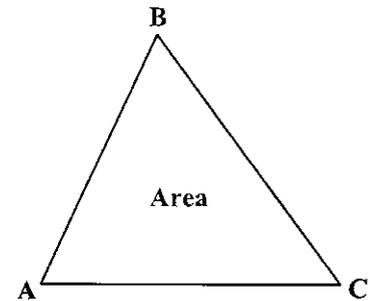
**e) Area de un triángulo**

El área de un triángulo cuyas coordenadas rectangulares de sus vértices son: $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$, viene dado por:

$$A = \frac{1}{2}(x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_3 - x_3 y_2 + x_3 y_1 - x_1 y_3)$$

Si las coordenadas polares de los vértices del triángulo son: $A(r_1; \theta_1)$, $B(r_2; \theta_2)$ y $C(r_3; \theta_3)$, entonces el área de dicho triángulo es:

$$A = \frac{1}{2}[r_1 r_2 \operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1) + r_2 r_3 \operatorname{sen}(\theta_3 - \theta_2) + r_1 r_3 \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_3)]$$

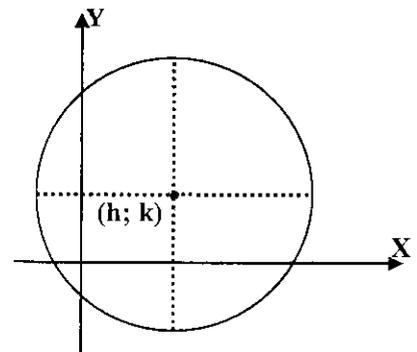
**CONICAS****a) Circulo**

La ecuación de un círculo de centro en $(h; k)$ y radio "R", viene dado por:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = R^2$$

- Si el centro se ubica en el origen, la ecuación anterior, queda así:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

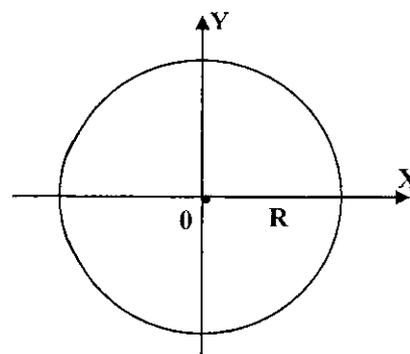


- La ecuación polar de un círculo con el origen sobre la circunferencia y su centro en el punto C es:

$$r = 2C \cos(\theta - \alpha)$$

- Si el origen no está sobre la circunferencia, el radio es "a" y el centro está en el punto b, a, en este caso la ecuación es:

$$a^2 = r^2 + b^2 - 2rb \cos(\theta - \alpha)$$



b) Elipse

La ecuación de una elipse con centro en (h; k) y se miejes mayor "a" y menor "b" es:

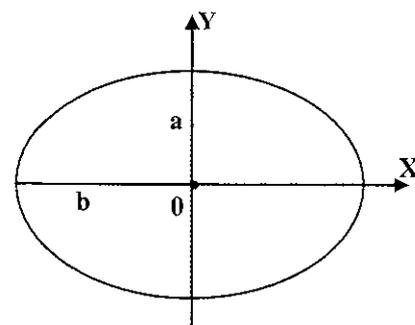
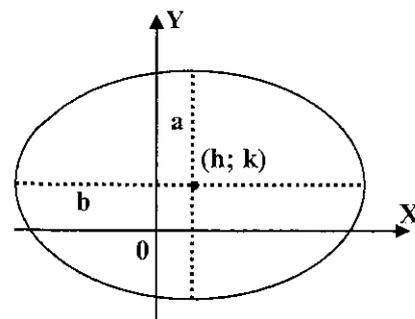
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Si el centro se encuentra en el origen de coordenadas 0, la ecuación se convierte en:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- La ecuación polar cuando el polo está en el centro de la elipse es:

$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}$$



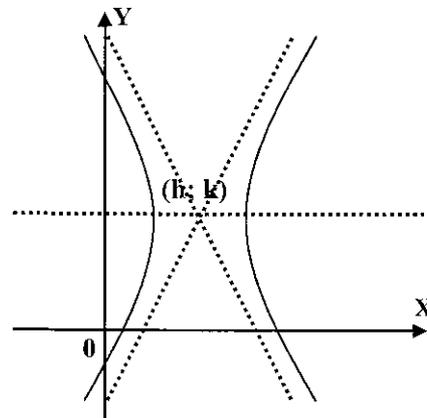
c) Hipérbola

La ecuación de una hipérbola de centro (h; k) y de ejes paralelos a los ejes de coordenadas X, Y y de eje transversal horizontal es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Si el centro está en el origen de coordenadas 0, la ecuación se reduce a:

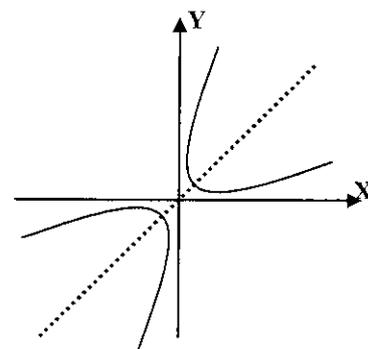
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



siendo "a" el semieje transversal y "b" el semieje conjugado (vertical).

La ecuación polar que tiene el centro en el polo es:

$$r^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 \sin^2 \theta - b^2 \cos^2 \theta}$$



d) Hipérbola equilátera

Es aquella hipérbola que tiene por centro el origen y por asíntotas los ejes de coordenadas, su ecuación es:

$$xy = C$$

siendo "C" una constante.

e) Parábola

La ecuación de una parábola con vértice en $V(h; k)$ y foco en $F(h+p; k)$ es:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Si el vértice está en el origen, la ecuación anterior se reduce a:

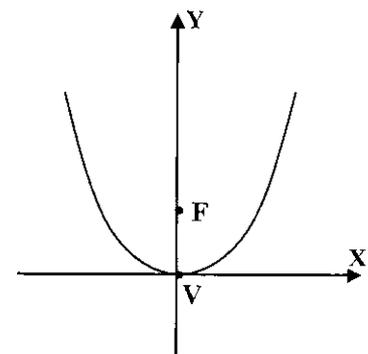
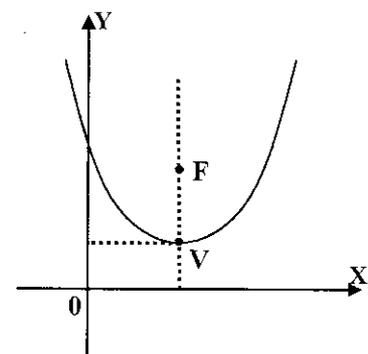
$$y^2 = 4px$$

La ecuación polar cuando el foco está en el polo y "p" es el semilado recto es:

$$r = \frac{p}{1 - \cos \theta}$$

Si el vértice está en el polo y "p" tiene el mismo significado anterior, la ecuación es:

$$r = \frac{2p \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$



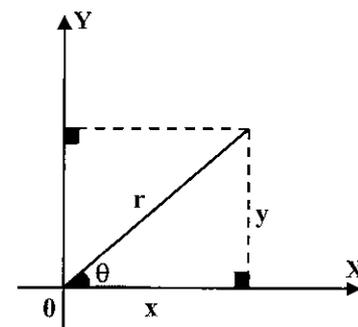
f) Relaciones entre las coordenadas polares y rectangulares

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{y}{x}\right), \quad \sin \theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$



g) Angulo sólido

Angulo sólido es el espacio comprendido al interior de una circunferencia cónica (vértice), como muestra la Figura., los ángulos sólidos se representan simbólicamente mediante " Ω ". El valor del ángulo sólido en todo el espacio es 4π .

En el S.I. (Sistema Internacional) los ángulos se miden en estereorradián, y para obtener su valor se traza una superficie esférica de radio arbitrario " R " con centro en el vértice O , (como se muestra en la Figura.); y se aplica la relación:

$$\Omega = \frac{S}{R^2}$$

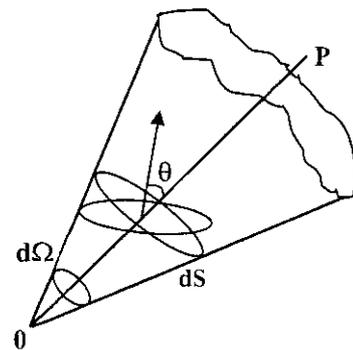
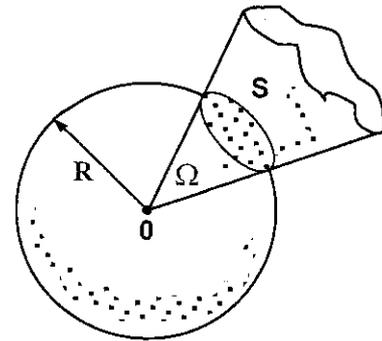
siendo " S " el área del casquete esférico interceptado por el ángulo sólido.

- Cuando el ángulo sólido es pequeño en lugar de " S " se debe considerar un diferencial de superficie de área " dS ", de modo que la ecuación anterior, queda así:

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$

- En algunos casos la superficie " dS " no es perpendicular a OP y ella forma un ángulo " θ " con la normal a " dS ", como muestra la Figura, en éste caso el ángulo sólido, viene dado por:

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{R^2}$$



5. COORDENADAS CURVILINEAS ORTOGONALES

a) Transformación de coordenadas

Sean x, y, z las coordenadas de un punto P en el sistema cartesiano (S), y x_1, x_2, x_3 las coordenadas de dicho punto en un sistema de coordenadas ortogonales (0), si existe una transformación biunívoca entre los sistemas (S) y (0), entonces, la terna (x, y, z) podemos expresarlo en función de la terna (x_1, x_2, x_3), así:

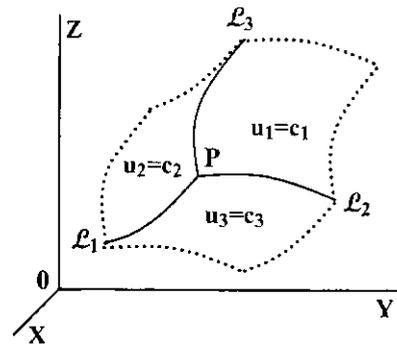
$$x = x(x_1, x_2, x_3), \quad y = y(x_1, x_2, x_3), \quad z = z(x_1, x_2, x_3)$$

o viceversa, la terna (x_1, x_2, x_3) en función de la terna (x, y, z), así:

$$x_1 = x_1(x, y, z), \quad x_2 = x_2(x, y, z), \quad x_3 = x_3(x, y, z)$$

b) Coordenada curvilínea ortogonal

En la Figura, las superficies $x_1=c_1$, $x_2=c_2$, $x_3=c_3$ siendo c_1, c_2, c_3 constantes se llaman superficies coordenadas; la intersección de cada par de estas superficies definen las líneas coordenadas $\mathcal{L}_3, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_1$. Cuando estas líneas de coordenadas se cortan en ángulo recto se dice que el sistema de coordenadas (0) es ortogonal.



c) Vectores unitarios

Los vectores unitarios que se utilizan como vectores base para definir el sistema de coordenadas ortogonales (0), y que son tangentes a las líneas de coordenadas $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$, vienen dados por:

$$\hat{e}_i = \frac{\partial \bar{r} / \partial x_i}{|\partial \bar{r} / \partial x_i|} = \frac{\partial \bar{r} / \partial x_i}{h_i} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

donde, $\bar{r} = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}$ o $\bar{r} = \bar{r}(x_1, x_2, x_3)$ es el vector de posición del punto P en los sistemas de coordenadas (S) y (0), respectivamente, y h_i con $(i=1, 2, 3)$ los coeficientes métricos o coeficientes de Lamé, cuyas expresiones, vienen dados por:

$$h_i = \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

el sentido del vector unitario \hat{e}_i , con $(i=1, 2, 3)$ es el de crecimiento de x_i .

Como ∇x_i es un vector normal en el punto P a la superficie $x_i = c_i$, el vector unitario en esta dirección y sentido, viene dado por:

$$\hat{e}_i^* = \frac{\nabla x_i}{|\nabla x_i|} \quad \text{con } (i=1, 2, 3)$$

En conclusión, en cada punto de un sistema de coordenadas curvilíneas se pueden definir dos sistemas de vectores unitarios \hat{e}_i tangentes a las líneas de coordenadas \mathcal{L}_i , con $(i=1, 2, 3)$ y \hat{e}_i^* perpendiculares a las superficies de coordenadas $x_i=c_i$ con $(i=1, 2, 3)$. Ambos sistemas de vectores unitarios coincidirán solo en el caso en que el sistema de coordenadas sea ortogonal, y tendrán la misma función que la de los vectores unitarios cartesianos $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, con la diferencia que los vectores unitarios (\hat{e}_i o \hat{e}_i^*) pueden cambiar de dirección y sentido de un punto a otro.

d) Elementos de línea, superficie y volumen

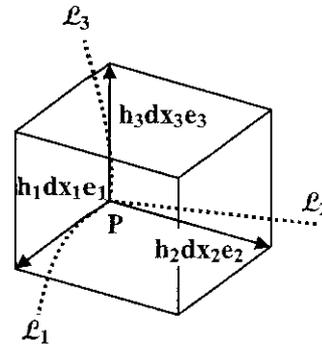
Como, $\partial \bar{r} / \partial x_i = h_i \hat{e}_i$ ($i=1, 2, 3$), el diferencial del vector de posición \bar{r} en el sistema de coordenadas ortogonal (0), viene dado por:

$$d\vec{r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x_3} dx_3$$

$$d\vec{r} = h_1 dx_1 \hat{e}_1 + h_2 dx_2 \hat{e}_2 + h_3 dx_3 \hat{e}_3$$

y el cuadrado del elemento de longitud es:

$$ds^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = h_1^2 dx_1^2 + h_2^2 dx_2^2 + h_3^2 dx_3^2$$



En la Figura., como los vectores unitarios \hat{e}_1 , \hat{e}_2 , \hat{e}_3 son mutuamente perpendiculares entre si; los elementos de superficie dA_1 (formado por $\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$), dA_2 (formado por $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_3$), y dA_3 (formado por $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$), vienen dados:

$$dA_1 = |(h_2 dx_2 \hat{e}_2) \times (h_3 dx_3 \hat{e}_3)| = h_2 h_3 |\hat{e}_2 \times \hat{e}_3| dx_2 dx_3 = h_2 h_3 dx_2 dx_3$$

$$dA_2 = |(h_3 dx_3 \hat{e}_3) \times (h_1 dx_1 \hat{e}_1)| = h_3 h_1 |\hat{e}_3 \times \hat{e}_1| dx_3 dx_1 = h_3 h_1 dx_3 dx_1$$

$$dA_3 = |(h_1 dx_1 \hat{e}_1) \times (h_2 dx_2 \hat{e}_2)| = h_1 h_2 |\hat{e}_1 \times \hat{e}_2| dx_1 dx_2 = h_1 h_2 dx_1 dx_2$$

En la Figura, el elemento de volumen en el sistema de coordenadas ortogonal, viene dado por el triple producto escalar, esto es:

$$dV = |(h_1 dx_1 \hat{e}_1) \cdot [(h_2 dx_2 \hat{e}_2) \times (h_3 dx_3 \hat{e}_3)]| = h_1 h_2 h_3 dx_1 dx_2 dx_3$$

e) El gradiente, la divergencia, el rotacional y la laplaciana.

Sean: Φ un campo escalar y \vec{A} un campo vectorial, entonces las expresiones de los operadores gradiente, divergencia, rotacional y Laplaciana, en un sistema de coordenadas curvilínea ortogonal, vienen dados por:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{h_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \hat{e}_i = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \hat{e}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \hat{e}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_3 h_1 A_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 h_2 A_3) \right]$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \hat{e}_1 & h_2 \hat{e}_2 & h_3 \hat{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right) \right]$$

1) Coordenadas rectangulares

En este sistema de coordenadas: $x_1=x$, $x_2=y$, $x_3=z$, los coeficientes métricos son: $h_1=1$, $h_2=1$, $h_3=1$, y a su vez, los operadores diferenciales, vienen dados por:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{k}, \quad \text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{k}$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad ; \quad dV = dx dy dz$$

Las superficies coordenadas son: tres planos mutuamente perpendiculares.

2) Coordenadas cilíndricas

Las coordenadas cilíndricas: $x_1 = \rho$, $x_2 = \varphi$, $x_3 = z$, están relacionados con las coordenadas cartesianas por: $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$, $z = z$, los coeficientes métricos son: $h_1=1$, $h_2 = \rho$, $h_3 = 1$, y las expresiones de los operadores diferenciales, son:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \hat{e}_1 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \hat{e}_2 + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \vec{A} = \nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_1) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_3}{\partial z}$$

$$\text{rot } \vec{A} = \nabla \times \vec{A} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial A_3}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_2}{\partial z} \right) \hat{e}_1 + \left(\frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{\partial A_3}{\partial \rho} \right) \hat{e}_2 + \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_2) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_1}{\partial \varphi} \right) \hat{e}_3$$

$$\nabla^2 \Phi = \Delta \Phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 F(\rho) = \Delta F(\rho) = \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{dF(\rho)}{d\rho} \right) = \frac{d^2 F(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF(\rho)}{d\rho}$$

$$ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2 \quad ; \quad dV = \rho d\rho d\varphi dz$$

Las superficies coordenadas son: $\rho = \text{cte.}$, cilindros concéntricos; $\varphi = \text{cte.}$, planos; y $z = \text{cte.}$ planos.

3) Coordenadas esféricas

Las coordenadas esféricas: $x_1 = r$, $x_2 = \theta$, $x_3 = \varphi$, están relacionados con las coordena-

das cartesianas por: $x = r \text{sen } \theta \cos \varphi$, $y = r \text{sen } \theta \text{sen } \varphi$, $z = r \cos \theta$, los coeficientes métricos son: $h_1 = 1$, $h_2 = r$, $h_3 = 1$, y las expresiones de los operadores diferenciales son:

$$\text{grad } \Phi = \nabla \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \hat{e}_1 + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \hat{e}_2 + \frac{1}{r \text{sen } \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} \hat{e}_3$$

$$\text{div } \bar{A} = \nabla \cdot \bar{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_1) + \frac{1}{r \text{sen } \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen } \theta A_2) + \frac{1}{r \text{sen } \theta} \frac{\partial A_3}{\partial \varphi}$$

$$\text{rot } \bar{A} = \frac{1}{r \text{sen } \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\text{sen } \theta A_3) - \frac{\partial A_2}{\partial \varphi} \right] \hat{e}_1 + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\text{sen } \theta} \frac{\partial A_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_3) \right] \hat{e}_2 + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r A_2) - \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \right] \hat{e}_3$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \text{sen } \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\text{sen } \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}$$

$$\nabla^2 F(r) = \Delta F(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (r F(r)) = \frac{d^2 F(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dF(r)}{dr}$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2 \theta d\varphi^2$$

$$dV = r^2 \text{sen } \theta dr d\theta d\varphi$$

Las superficies coordenadas son: $r = \text{cte.}$, esferas concéntricas; $\theta = \text{cte.}$, conos; y $\varphi = \text{cte.}$ planos.

APENDICE B

I. FACTORES DE CONVERSION

Angulo plano

	grado	minuto	segundo	radían	revolución
1 grado	1	60	3 600	$1\,745 \cdot 10^{-2}$	$2,778 \cdot 10^{-3}$
1 minuto	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	60	$2,909 \cdot 10^{-4}$	$4,630 \cdot 10^{-5}$
1 segundo	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	$4,848 \cdot 10^{-6}$	$7,716 \cdot 10^{-7}$
1 radían	57,30	3 438	$2,063 \cdot 10^5$	1	0,1592
1 revolución	360	$2,16 \cdot 10^4$	$1,296 \cdot 10^6$	6,283	1

Angulo sólido

1 esfera = 4π esterorradianes = 12,57 esterorradianes

Longitud

	Angstrom	metro	pulgada	pie	yarda	milla-T
1 Angstrom	1	10^{-10}	$39,36 \cdot 10^{-10}$	$3,28 \cdot 10^{-10}$	$1,09 \cdot 10^{-10}$	$6,2 \cdot 10^{-14}$
1 metro	10^{10}	1	39,37	3,28	1,09	$0,621 \cdot 10^{-3}$
1 pulgada	$2,54 \cdot 10^8$	0,0254	1	0,083	0,0278	$1,578 \cdot 10^{-5}$
1 pie	$30,48 \cdot 10^8$	0,3048	12	1	0,3333	$1,894 \cdot 10^{-4}$
1 yarda	$91,44 \cdot 10^8$	0,9144	36	3	1	$5,68 \cdot 10^{-4}$
1 milla-T	$6,21 \cdot 10^6$	$6,21 \cdot 10^{-4}$	63360	5280	1760	1
1 milla-N	$1852 \cdot 10^{10}$	1852	72912	6076	2025,3	1,15
1 vara	$5,292 \cdot 10^{10}$	5,0292	198	16,5	5,5	$3,125 \cdot 10^{-3}$
1 legua	$4,828 \cdot 10^{13}$	4828,032	190080	15840	5280	3
1 año luz	$9,45 \cdot 10^{25}$	$9,45 \cdot 10^{15}$	$372 \cdot 10^{15}$	$31 \cdot 10^{15}$	$10,33 \cdot 10^{15}$	$5,87 \cdot 10^{12}$
1 parsec	$30,84 \cdot 10^{25}$	$30,84 \cdot 10^{15}$	$1212 \cdot 10^{15}$	$101 \cdot 10^{15}$	$33,67 \cdot 10^{15}$	$19,15 \cdot 10^{12}$
1 braza	$1,83 \cdot 10^{10}$	1,8288	72	6	2	$1,135 \cdot 10^{-3}$
1 estadio	$201,16 \cdot 10^{10}$	201,168	7920	660	220	0,125

Area

	mm ²	cm ²	m ²	km ²	plg ²	pie ²
1 mm ²	1	10 ⁻²	10 ⁻⁶	10 ⁻¹²	15,5	1,076·10 ⁻⁵
1 cm ²	10 ²	1	10 ⁻⁴	10 ⁻¹⁰	0,155	1,076·10 ⁻³
1 m ²	10 ⁶	10 ⁴	1	10 ⁻⁶	1550	10,76
1 km ²	10 ¹²	10 ¹⁰	10 ⁶	1	155·10 ⁻⁵	10,76·10 ⁶
1 plg ²	645,2	6,452	6,452·10 ⁻⁴	6,45·10 ⁻¹⁰	1	6,9·10 ⁻³
1 pie ²	9,29·10 ⁴	929	9,29·10 ⁻²	9,29·10 ⁻⁸	144	1
1 yarda ²	0,836·10 ⁶	0,836·10 ⁴	0,8361	0,836·10 ⁻⁶	1296	9
1 milla ²	2,15·10 ¹²	2,59·10 ¹⁰	2,59·10 ⁶	2,59	4,01·10 ⁹	27,87·10 ⁶
1 hectárea	10 ¹⁰	10 ⁸	10 ⁴	10 ⁻²	1,55·10 ⁷	10,76·10 ⁴
1 acre	4046,8·10 ⁶	4046,8·10 ⁴	4046,86	4046,8·10 ⁻⁶	6,27·10 ⁶	43560
1 vara ²	25,29·10 ⁶	25,29·10 ⁴	25,2928	25,29·10 ⁻⁶	3,92·10 ⁴	272,15
1 legua ²	23,31·10 ¹²	23,31·10 ¹⁰	23,31·10 ⁶	23,31	3,6·10 ¹¹	25·10 ⁸

Volumen

	mm ³	cm ³	m ³	km ³	litro	pie ³
1 mm ³	1	10 ⁻³	10 ⁻⁹	10 ⁻¹⁸	10 ⁻⁶	3,531·10 ⁻⁸
1 cm ³	10 ³	1	10 ⁻⁶	10 ⁻¹⁵	10 ⁻³	3,531·10 ⁻⁵
1 m ³	10 ⁹	10 ⁶	1	10 ⁻⁹	10 ³	35,31
1 km ³	10 ¹⁸	10 ¹⁵	10 ⁹	1	10 ¹²	35,31·10 ⁹
1 litro	10 ⁶	10 ³	10 ⁻³	10 ⁻¹²	1	3,531·10 ⁻²
1 galón	3,785·10 ⁶	3,785·10 ³	3,785·10 ⁻³	3,785·10 ⁻¹²	3,785	133,67·10 ⁻³
1 pie ³	2,832·10 ⁷	2,832·10 ⁴	2,832·10 ⁻²	2,832·10 ⁻¹¹	28,321	1
1 plg ³	16,39·10 ³	16,39	1,639·10 ⁻⁵	1,639·10 ⁻¹⁴	1,639·10 ⁻²	5,787·10 ⁻⁴
1 cuarto	0,946·10 ⁶	0,946·10 ³	0,946·10 ⁻³	0,946·10 ⁻¹²	0,946	33,417·10 ⁻³
1 pinta	0,473·10 ⁶	0,473·10 ³	0,473·10 ⁻³	0,473·10 ⁻¹²	0,473	16,708·10 ⁻³
1 onza	2,365·10 ⁶	2,365·10 ³	2,365·10 ⁻⁴	2,365·10 ⁻¹³	0,2365	8,35·10 ⁻³
1 barril	0,159·10 ⁹	0,159·10 ⁶	0,159	0,159·10 ⁻⁹	0,159·10 ³	5,614

Tiempo

	año	día	hora	minuto	segundo
1 año	1	365,2	$8,766 \cdot 10^{-3}$	$5,259 \cdot 10^5$	$3,156 \cdot 10^7$
1 día	$2,738 \cdot 10^{-3}$	1	24	1 440	$8,640 \cdot 10^4$
1 hora	$1,141 \cdot 10^{-4}$	$4,167 \cdot 10^{-2}$	1	60	3 600
1 minuto	$1,901 \cdot 10^{-6}$	$6,944 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1	60
1 segundo	$3,169 \cdot 10^{-8}$	$1,157 \cdot 10^{-5}$	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$1,667 \cdot 10^{-2}$	1

Masa

	g	kg	lb	onza	tonelada
1 g	1	10^{-3}	$2,205 \cdot 10^{-3}$	$35,27 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-7}$
1 kg	10^3	1	2,205	35,27	$9,8 \cdot 10^{-4}$
1 lb	453,6	0,4536	1	16	$4,46 \cdot 10^{-4}$
1 onza	28,35	$2,835 \cdot 10^{-2}$	0,0625	1	$2,79 \cdot 10^{-5}$
1 tonelada	$1 016 \cdot 10^3$	1 016	2 240	35 840	1
1 ton. métr	10^6	10^3	2 204,6	35 274	0,98
1 slug	$14,59 \cdot 10^3$	14,59	32,17	514,8	$1,43 \cdot 10^{-2}$
1 arroba	$11,34 \cdot 10^3$	11,34	25	400	$1,11 \cdot 10^{-2}$
1 quintal	$45,36 \cdot 10^3$	45,36	100	1 600	$4,45 \cdot 10^{-2}$
1 utm	$9,8 \cdot 10^3$	9,8	21,60	345,6	$9,6 \cdot 10^{-3}$
1 uma	$1,66 \cdot 10^{-24}$	$1,66 \cdot 10^{-27}$	$3,66 \cdot 10^{-27}$	$5,857 \cdot 10^{-26}$	$1,63 \cdot 10^{-30}$
1 cuarto	$254,01 \cdot 10^3$	254,01	560	8 960	0,249
1 dracma	1,772	$1,77 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$6,25 \cdot 10^{-2}$	$1,736 \cdot 10^{-3}$

Velocidad

	mm/s	cm/s	m/s	km/h	pie/s	milla/h
1 cm/s	10	1	0,01	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$3,281 \cdot 10^{-2}$	$2,237 \cdot 10^{-2}$
1 m/s	1000	100	1	3,6	3,281	2,237
1 km/h	277,8	27,78	0,2778	1	0,9113	0,6214
1 pie/s	304,8	30,48	0,3048	1,097	1	0,6818
1 milla/h	447,0	44,70	0,4470	1,609	1,467	1
1 nudo	514,4	51,44	0,5144	1,852	1,688	1,151

Aceleración

	mm/s ²	cm/s ²	m/s ²	km/h ²	pie/s ²	plg/s ²
1 cm/s ²	10	1	0,01	129,6	$3,281 \cdot 10^{-2}$	
1 m/s ²	1000	100	1	3,6	3,281	39,37
1 km/h ²	277,8	27,78	0,2778	1	0,9113	$3,04 \cdot 10^{-3}$
pie/s ²	304,8	30,48	0,3048	$3,95 \cdot 10^3$	1	12
plg/s ²	25,4	2,54	$25,4 \cdot 10^{-3}$	329,18	$83,3 \cdot 10^{-3}$	1

Fuerza

	lbf	pdl	kgf	N	dyn	ozf
1 pdl	$3,108 \cdot 10^{-2}$	1	$1,41 \cdot 10^{-2}$	0,1383	$1,383 \cdot 10^4$	0,497
1 lbf	1	32,17	0,4536	4,448	$4,448 \cdot 10^5$	16
1 kgf	2,205	70,93	1	9,80665	$9,8 \cdot 10^5$	35,26
1 N	0,2248	7,233	0,102	1	10^5	3,597
1 dyn	$2,248 \cdot 10^{-6}$	$72,32 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	10^{-5}	1	$3,597 \cdot 10^{-5}$
1 tf	2000	64340	907,2	8896,6	$8896,6 \cdot 10^5$	$3,20 \cdot 10^4$
1 tf m	2204,6	70921	1000	9806,6	$9806,6 \cdot 10^5$	$3,53 \cdot 10^4$
1 arroba	25	804,25	11,34	111,20	$111,20 \cdot 10^5$	4
1 quintal	100	3217	45,36	444,80	$444,80 \cdot 10^5$	1600
1 ozf	$62,49 \cdot 10^{-3}$	2,011	$28,36 \cdot 10^{-3}$	0,278014	$0,278014 \cdot 10^5$	1

Presión

	lbf/pie ²	pdl/pie ²	kgf/m ²	Pa	dyn/cm ²	bar	Torr
1 atm	$2,116 \cdot 10^3$	$68,06 \cdot 10^3$	$1,033 \cdot 10^4$	$1,013 \cdot 10^5$	$1,013 \cdot 10^6$	1,013	760
1 lbf/pie ²	1	32,17	4,8825	47,881	478,81	$4,13 \cdot 10^{-6}$	0,359
1 lbf/plg ²	144	4632,48	703,08	6894,8	68948	$5,95 \cdot 10^{-4}$	51,69
1 pdl/pie ²	$31 \cdot 10^{-3}$	1	0,152	1,49	14,9	$0,13 \cdot 10^{-6}$	0,011
1 kgf/m ²	0,2048	6,59	1	9,806	98,06	$0,85 \cdot 10^{-6}$	0,073
1 Pa	$2,089 \cdot 10^{-2}$	0,672	0,102	1	10	10^{-5}	$7,5 \cdot 10^{-3}$
1 bar	$24,2 \cdot 10^4$	$7,79 \cdot 10^6$	$1,02 \cdot 10^4$	10^5	10^6	1	$8,69 \cdot 10^4$
1 Torr	2,785	89,60	13,6	133,3	1333	$0,12 \cdot 10^{-4}$	1

Energía

	lbf·pie	pdl·pie	kgf·m	joule	ergio	kWh	1 eV
1 Btu	778	$2,502 \cdot 10^3$	107,55	1055	$1,055 \cdot 10^{10}$	$2,93 \cdot 10^{-4}$	$6,59 \cdot 10^{21}$
1 lbf·pie	1	32,17	0,13825	1,356	$1,356 \cdot 10^7$	$0,38 \cdot 10^{-6}$	$0,85 \cdot 10^{19}$
1 pdl·pie	$3,11 \cdot 10^{-2}$	1	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$4,21 \cdot 10^{-2}$	$4,214 \cdot 10^5$	$1,17 \cdot 10^{-8}$	$2,63 \cdot 10^{-17}$
1 cal	3,087	99,308	0,427	4,186	$4,186 \cdot 10^7$	$1,17 \cdot 10^{-6}$	$2,62 \cdot 10^{19}$
1 kgf·m	7,233	232,5	1	9,806	$9,806 \cdot 10^7$	$2,72 \cdot 10^{-6}$	$6,12 \cdot 10^{19}$
1 joule	0,7376	23,729	0,102	1	10^7	$0,28 \cdot 10^{-6}$	$6,20 \cdot 10^{18}$
1 hp·h	$1,98 \cdot 10^6$	$63,7 \cdot 10^6$	$0,27 \cdot 10^6$	$2,68 \cdot 10^6$	$2,68 \cdot 10^{13}$	0,746	$1,67 \cdot 10^{25}$
1 kWh	$2,65 \cdot 10^6$	$85,41 \cdot 10^6$	$0,37 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^{13}$	1	$2,25 \cdot 10^{25}$
1 eV	$1,18 \cdot 10^{-19}$	$38 \cdot 10^{-19}$	$0,16 \cdot 10^{-19}$	$1,6 \cdot 10^{-19}$	$1,6 \cdot 10^{-12}$	$4,4 \cdot 10^{-26}$	1

Potencia

	lbf·pie/s	pdl·pie/s	kgf·m/s	vatio	ergio/s	hp	cal/s
1 Btu/h	0,216	0,695	$2,99 \cdot 10^{-2}$	0,293	$0,293 \cdot 10^7$	$3,93 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-2}$
1 lbf·pie/s	1	32,17	0,138	1,356	$1,356 \cdot 10^7$	$1,82 \cdot 10^{-3}$	0,324
1 pdl·pie/s	$3,108 \cdot 10^{-2}$	1	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$4,21 \cdot 10^{-2}$	$4,21 \cdot 10^5$	$5,65 \cdot 10^{-5}$	10^{-2}
1 kgf·m/s	7,2329	232,68	1	9,806	$9,806 \cdot 10^7$	0,013	2,343
1 vatio	0,7376	23,729	0,102	1	10^7	$1,34 \cdot 10^{-3}$	0,239
1 hp	550	17693	76,07	746	$746 \cdot 10^7$	1	178,16
1 kW	737,6	$2,373 \cdot 10^4$	101,97	10^3	10^{10}	1,341	239
1 Btu/s	778	$25,028 \cdot 10^3$	107,58	1055	$1,055 \cdot 10^{10}$	1,414	252

Densidad de masa

	g/cm ³	kg/m ³	lb/pulg ³	lb/pie ³	utm/m ³
1 g/cm ³	1	10 ³	36,2·10 ⁻³	62,5	102,06
1 kg/m ³	10 ⁻³	1	0,36·10 ⁻⁴	6,25·10 ⁻²	0,102
1 lb/pulg ³	27,68	2,768·10 ⁴	1	1 728	2,825·10 ³
1 lb/pie ³	16·10 ⁻³	16	5,79·10 ⁻⁴	1	1,6345
1 utm/m ³	9,798·10 ⁻³	9,798	0,354·10 ⁻³	0,612	1

Carga eléctrica

	abcoulomb	A·h	coulomb	statcoulomb
1 abcoulomb	1	2,778·10 ⁻³	10	2,998·10 ¹⁰
1 ampere-hora	360	1	3600	1,079·10 ¹³
1 coulomb	0,1	2,778·10 ⁻⁴	1	2,998·10 ⁹
1 statcoulomb	3,336·10 ⁻¹¹	9,266·10 ⁻¹⁴	3,336·10 ⁻¹⁰	1

Corriente eléctrica

	abampere	ampere	statampere
1 abampere	1	10	2,998·10 ¹⁰
1 ampere	0,1	1	2,998·10 ⁹
1 statampere	3,336·10 ⁻¹¹	3,336·10 ⁻¹⁶	1

Fuerza electromotriz

	1 abvoltio	voltio	statvoltio
abvoltio	1	10 ⁻⁸	3,336·10 ⁻¹¹
1 voltio	10 ⁶	1	3,336·10 ⁻³
1 statvoltio	2,998·10 ¹⁰	299,8	1

Resistencia eléctrica

	1 abohmio	ohmio	statohmio
abohmio	1	10^{-9}	$1,113 \cdot 10^{-21}$
1 ohmio	10^9	1	$1,113 \cdot 10^{-12}$
1 statohmio	$8,987 \cdot 10^{20}$	$8,987 \cdot 10^{11}$	1

Capacitancia

	abfaradio	faradio	microfaradio	statfaradio
1 abfaradio	1	10^9	10^{15}	$8,987 \cdot 10^{20}$
1 faradio	10^{-9}	1	10^6	$8,987 \cdot 10^{11}$
1 microfaradio	10^{-15}	10^{-6}	1	$8,987 \cdot 10^5$
1 statfaradio	$1,113 \cdot 10^{-21}$	$1,113 \cdot 10^{-12}$	$1,113 \cdot 10^{-6}$	1

2. VALORES DE ALGUNAS PROPIEDADES FISICAS**PROPIEDADES DE ALGUNOS LIQUIDOS**

Líquido	Densidad en kg/m^3	Calor específico		Coeficiente de tensión superficial (N/m)
		$\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$	$\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$	
Benzol	880	1 720	0,41	0,03
Agua	1 000	4 190	1,0	0,073
Glicerina	1 200	2 430	0,58	0,064
Aceite de ricino	900	1 800	0,43	0,035
Kerosene	800	2 140	0,051	0,03
Mercurio	13 600	138	0,033	0,5
Alcohol	790	2510	0,6	0,02

PROPIEDADES DE ALGUNOS SOLIDOS

Sólido	Densidad en kg/m ³	Temperatura de fusión °C	Calor específico		Calor de fusión J/kg	Coeficiente dilatación térmica
			J/kg·°C	cal/g·°C		
Aluminio	2 600	659	896	0,214	3,22·10 ⁵	2,3·10 ⁻⁵
Hierro	7 900	1 530	500	0,119	2,72·10 ⁵	1,2·10 ⁻⁵
Latón	8 400	900	386	0,092	-	1,9·10 ⁻⁵
Hielo	900	0	2 100	0,5	3,35·10 ⁵	-
Cobre	8 600	1 100	395	0,094	1,76·10 ⁵	1,6·10 ⁻⁵
Estaño	7 200	232	230	0,055	5,86·10 ⁴	2,7·10 ⁻⁵
Platino	21 400	1 770	117	0,028	1,13·10 ⁵	0,89·10 ⁻⁵
Corcho	200	-	2 050	0,49	-	-
Plomo	11 300	327	126	0,030	2,26·10 ⁴	2,9·10 ⁻⁵
Plata	10 500	960	234	0,056	8,80·10 ⁴	1,9·10 ⁻⁵
Acero	7 700	1 300	460	0,11	-	1,06·10 ⁻⁵
Zinc	7 000	420	391	0,093	1,17·10 ⁵	2,9·10 ⁻⁵

PROPIEDADES ELASTICAS DE ALGUNOS SOLIDOS

Sustancia	Resistencia a la rotura en N/m ²	Módulo de Young en N/m ²
Aluminio	1,1·10 ⁸	6,9·10 ¹⁰
Hierro	2,94·10 ⁸	19,6·10 ¹⁰
Cobre	2,45·10 ⁸	11,8·10 ¹⁰
Plomo	0,2·10 ⁸	1,57·10 ¹⁰
Plata	2,9·10 ⁸	7,4·10 ¹⁰
Acero	7,85·10 ⁸	21,6·10 ¹⁰

PERMITIVIDAD RELATIVA (k) DE ALGUNOS DIELECTRICOS

Cera	7,800	Madera	2,5-8
Agua	81	Alcohol, etílico (0° C)	28,4
Kerosene	2	Petróleo	2,1
Aceite	5	Agua (destilada, 0° C)	88,0
Parafina	2	Agua (destilada, 20° C)	80,0
Mica	6	Aire (1 atm)	1,00059
Vidrio	5-10	Aire (100 atm)	1,0548
Nilón	3,5	CO ₂ (1 atm)	1,000985
Caucho	2-3, 5	Porcelana	6
Azufre	4,0	Ebonita	2,6

CONDUCTIVIDAD TERMICA DE ALGUNOS SOLIDOS $(\lambda \text{ en W/m}\cdot^{\circ}\text{C})$

Aluminio	210	Fieltro	0,046	Hierro	58,7
Cuarzo fundido	1,37	Cobre	390	Arena seca	0,325
Corcho	0,050	Plata	460	Ebonita	0,174

RESISTIVIDAD DE ALGUNOS MATERIALES (ρ en $\Omega\cdot\text{m}$)

Aluminio	$2,83\cdot 10^{-8}$	Germanio (puro)	0,45
Cobre	$1,69\cdot 10^{-8}$	Germanio ($5\cdot 10^{-6}$ % de As)	0,011
Oro	$2,44\cdot 10^{-8}$	Silicio (puro)	640,0
Hierro (0° C)	$8,85\cdot 10^{-8}$	Silicio (10^{-4} % de As)	0,003
Niquel	$7,24\cdot 10^{-8}$	Solución de NaCl	0,044
Plata (0° C)	$1,47\cdot 10^{-8}$	Ambar	$5,0\cdot 10^{14}$
Mercurio	$95,8\cdot 10^{-8}$	Vidrio	$10^{20}\text{-}10^{14}$
Tungsteno	$5,51\cdot 10^{-8}$	Ebonita	$10^{12}\text{-}10^{16}$
Constatan (Cu60)	$44,0\cdot 10^{-8}$	Mica	$10^{11}\text{-}10^{15}$
Nicromo	$100\cdot 10^{-8}$	Madera	$10^8\text{-}10^{11}$

CONDUCTIVIDAD ELECTRICA DE ALGUNOS MATERIALES $(\sigma \text{ en S/m})$

Aluminio	$3,54 \cdot 10^7$	Germanio (puro)	2,22
Cobre	$5,81 \cdot 10^7$	Germanio ($5 \cdot 10^{-6} \%$ As)	90,9
Oro	$4,09 \cdot 10^7$	Silicio (puro)	$1,56 \cdot 10^{-3}$
Hierro (0° C)	$1,53 \cdot 10^7$	Silicio ($10^{-4} \%$ de As)	$3,33 \cdot 10^{-2}$
Níquel	$6,80 \cdot 10^7$	Solución de NaCl	25
Plata (0° C)	$6,14 \cdot 10^7$	Ambar	$2,0 \cdot 10^{-15}$
Tungsteno	$1,82 \cdot 10^7$	Vidrio	$10^{-20} - 10^{-14}$
Mercurio	$1,82 \cdot 10^6$	Ebonita	$10^{-12} - 10^{-16}$
Constatan (Cu60)	$2,04 \cdot 10^6$	Mica	$10^{-11} - 10^{-15}$
Nicromo	$1,00 \cdot 10^6$	Madera	$10^{-8} - 10^{-11}$

SUSCEPTIBILIDAD ELECTRICA (χ_e) DE ALGUNOS MATERIALES

Mica	5	Hidrógeno	$5,0 \cdot 10^{-4}$
Porcelana	6	Helio	$0,6 \cdot 10^{-4}$
Vidrio	8	Nitrógeno	$5,5 \cdot 10^{-4}$
Baquelita	4,7	Oxígeno	$5,0 \cdot 10^{-4}$
Aceite	1,1	Argón	$5,2 \cdot 10^{-4}$
Trementina	1,2	Oxido de carbono	$9,2 \cdot 10^{-4}$
Benceno	1,84	Aire	$5,4 \cdot 10^{-4}$
Alcohol (etílico)	24	Vapor de agua	$7,0 \cdot 10^{-3}$
Agua	78	Aire (100 atm)	$5,5 \cdot 10^{-2}$

MOMENTOS DIPOLARES DE ALGUNAS MOLECULAS ($m \cdot C$)

HCl	$3,43 \cdot 10^{-30}$	HBr	$2,60 \cdot 10^{-30}$	HI	$1,26 \cdot 10^{-30}$
CO	$0,40 \cdot 10^{-30}$	H ₂ O	$6,20 \cdot 10^{-30}$	H ₂ S	$5,30 \cdot 10^{-30}$
SO ₂	$5,30 \cdot 10^{-30}$	NH ₃	$5,00 \cdot 10^{-30}$	C ₂ H ₅ OH	$1,26 \cdot 10^{-30}$

SUSCEPTIBILIDAD MAGNETICA (χ_m) DE ALGUNOS MATERIALES

Hidrógeno (1 atm)	$-2,1 \cdot 10^{-9}$	Oxígeno (1 atm)	$2,1 \cdot 10^{-6}$
Nitrógeno 91 atm)	$-5,0 \cdot 10^{-9}$	Magnesio	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Sodio	$2,4 \cdot 10^{-6}$	Aluminio	$2,3 \cdot 10^{-5}$
Cobre	$-1,0 \cdot 10^{-5}$	Tungsteno	$6,8 \cdot 10^{-5}$
Bismuto	$-1,7 \cdot 10^{-5}$	Titanio	$7,1 \cdot 10^{-5}$
Diamante	$-2,2 \cdot 10^{-5}$	Platino	$3,0 \cdot 10^{-4}$
Mercurio	$-3,2 \cdot 10^{-5}$	GdCl ₃	$2,8 \cdot 10^{-3}$

MOVILIDAD DE LOS IONES EN LOS ELECTROLITOS ($m^2/V \cdot s$)

NO ₃ ⁻	$6,4 \cdot 10^{-8}$	H ⁺	$3,26 \cdot 10^{-7}$	K ⁺	$6,70 \cdot 10^{-8}$
Cl ⁻	$6,8 \cdot 10^{-8}$	Ag ⁺	$5,6 \cdot 10^{-8}$		

PREFIJOS DEL SISTEMA INTERNACIONAL (S.I.)

Factor	Prefijo	Símbolo	Factor	Prefijo	Símbolo
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

3. FORMULAS E IDENTIDADES DEL ANALISIS VECTORIAL

- 1) $\nabla(\phi + \varphi) = \nabla\phi + \nabla\varphi$
- 2) $\nabla(\phi\varphi) = \phi\nabla\varphi + \varphi\nabla\phi$
- 3) $\nabla(\vec{f} + \vec{g}) = \nabla\vec{f} + \nabla\vec{g}$
- 4) $\nabla_x(\vec{f} + \vec{g}) = \nabla_x\vec{f} + \nabla_x\vec{g}$
- 5) $\nabla(\phi\vec{f}) = \phi\nabla\vec{f} + \vec{f}\nabla\phi$
- 6) $\nabla(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{g}\nabla_x\vec{f} - \vec{f}\nabla_x\vec{g}$
- 7) $\nabla\nabla_x\vec{f} = 0$
- 8) $\nabla_x\phi\vec{f} = \phi\nabla_x\vec{f} + \nabla\phi \times \vec{f}$
- 9) $\nabla_x\nabla_x\vec{f} = \nabla\nabla\vec{f} - \nabla^2\vec{f}$
- 10) $\nabla_x\nabla\phi = \vec{0}$
- 11) $\vec{f} \times \vec{g} \times \vec{h} = (\vec{f}\vec{h})\vec{g} - (\vec{f}\vec{g})\vec{h}$
- 12) $\partial\phi / \partial\hat{n} = \hat{n} \cdot \nabla\phi$
- 13) $\partial\vec{B} / \partial\hat{n} = (\hat{n} \cdot \nabla)\vec{B}$
- 14) $\nabla\nabla\phi = \nabla^2\phi$
- 15) $\nabla_x\vec{r} = 0$
- 16) $\nabla\vec{r} = 3$
- 17) $\nabla r = \vec{r} / r$
- 18) $\nabla(1/r) = -\vec{r} / r^3$
- 19) $\nabla(\vec{r} / r^3) = -\nabla^2(1/r) = 0$, si $r \neq 0$
- 20) $\nabla|\vec{r} - \vec{r}'| = -\nabla|\vec{r} - \vec{r}'| = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$
- 21) $\nabla F(\phi) = (\partial F / \partial\phi)\nabla\phi$
- 22) $\nabla\vec{A}(\phi) = (\partial\vec{A} / \partial\phi)\nabla\phi$
- 23) $\nabla_x\vec{A}(\phi) = \nabla\phi \times (\partial\vec{A} / \partial\phi)$
- 24) $(\vec{A} \cdot \nabla)\vec{B}(\phi) = (\vec{A} \cdot \nabla\phi)(\partial\vec{B} / \partial\phi)$
- 25) $\oint_S \vec{f} \cdot d\vec{s} = \int_V \nabla\vec{f} \cdot dV$
- 26) $\oint_C \vec{f} \cdot d\vec{\ell} = \int_S \nabla_x\vec{f} \cdot d\vec{s}$
- 27) $\oint_S \phi d\vec{s} = \int_V \nabla\phi \cdot dV$
- 28) $\oint_S d\vec{s} \times \vec{f} = \int_V \nabla_x\vec{f} \cdot dV$
- 29) $\oint_S \vec{f} \cdot (\vec{g} \times d\vec{s}) = \int_V \vec{f} \cdot \nabla\vec{g} \cdot dV + \int_V (\vec{g} \cdot \nabla)\vec{f} \cdot dV$
- 30) $\oint_L \phi d\vec{\ell} = \int_S d\vec{s} \times \nabla\phi$
- 31) $\nabla_x(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f} \cdot \nabla\vec{g} - \vec{g} \cdot \nabla\vec{f} + (\vec{g} \cdot \nabla)\vec{f} - (\vec{f} \cdot \nabla)\vec{g}$
- 32) $\nabla(\vec{f} \cdot \vec{g}) = (\vec{f} \cdot \nabla)\vec{g} + (\vec{g} \cdot \nabla)\vec{f} + \vec{f} \times \nabla_x\vec{g} + \vec{g} \times \nabla_x\vec{f}$
- 33) $(\vec{e} \times \vec{f}) \cdot (\vec{g} \times \vec{h}) = (\vec{e} \cdot \vec{g})(\vec{f} \cdot \vec{h}) - (\vec{e} \cdot \vec{h})(\vec{f} \cdot \vec{g})$
- 34) $(\vec{e} \times \vec{f}) \times (\vec{g} \times \vec{h}) = [\vec{e} \cdot (\vec{f} \times \vec{h})]\vec{g} - [\vec{e} \cdot (\vec{f} \times \vec{g})]\vec{h}$
- 35) $\oint_L M dx + N dy = \iint_S \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dx dy$
- 36) $\iiint_V [\phi \nabla^2\phi + (\nabla\phi) \cdot (\nabla\phi)] dV = \iint_S (\phi \nabla\phi) \cdot d\vec{s}$
- 37) $\iiint_V [\phi \nabla^2\phi - \phi \nabla^2\phi] dV = \iint_S (\phi \nabla\phi - \phi \nabla\phi) \cdot d\vec{s}$

4. RESUMEN DE FORMULAS DE LA MECANICA DE FLUIDOS

- | | |
|--|--|
| 1) Posición instantánea en un péndulo de resorte | $x(t) = A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 2) Velocidad instantánea en un péndulo de resorte | $v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 A \cos(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 3) Aceleración instantánea en un péndulo de resorte | $a = \frac{dv}{dt} = -\omega_0^2 A \text{sen}(\omega_0 t + \theta_0)$ |
| 4) Frecuencia angular en un péndulo de resorte | $\omega_0 = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}$ |
| 5) Periodo en un péndulo de resorte | $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{m}{k}\right)^{1/2}$ |
| 6) Condiciones iniciales en un péndulo de resorte | $A = [x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2]^{1/2}, \text{tg} \theta_0 = \frac{\omega_0 x_0}{v_0}$ |
| 7) Energía cinética en un péndulo de resorte | $E_C = \frac{1}{2} m \omega_0^2 (A^2 - x^2)$ |
| 8) Energía potencial en un péndulo de resorte | $E_P = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 x^2$ |
| 9) Energía mecánica en un péndulo de resorte | $E_M = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2$ |
| 10) Constante equivalente para conexión en serie | $k_e = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ |
| 11) Constante equivalente para conexión en paralelo | $k_e = k_1 + k_2$ |
| 12) Posición angular instantánea en péndulo gravedad | $\theta = \theta_0 \text{sen}(\omega_0 t + \delta)$ |
| 13) Velocidad angular instant. en péndulo gravedad | $\omega = \omega_0 \theta_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$ |
| 14) Aceleración angular instant. en péndulo gravedad | $\alpha = -\omega_0^2 \theta_0 \text{sen}(\omega_0 t + \delta)$ |
| 15) Periodo y frecuencia en péndulo de gravedad | $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{\ell}{g}\right)^{1/2}$ |
| 16) Energía potencial en un péndulo de gravedad | $E_P(\theta) \approx \frac{1}{2} m g \ell \theta^2$ |
| 17) Energía cinética en un péndulo de gravedad | $E_C = \frac{1}{2} m g \ell (1 - \theta^2)$ |
| 18) Energía mecánica en un péndulo de gravedad | $E_M = \frac{1}{2} m g \ell$ |

- 19) Periodo y frecuencia en un péndulo físico $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I_o}{mgd} \right)^{1/2}$
- 20) Coeficiente de torsión en péndulo de torsión $\kappa = \frac{\pi r^4 G}{2\ell}$
- 21) Periodo y frecuencia en un péndulo de torsión $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{I}{\kappa} \right)^{1/2}$
- 22) Periodo y frecuencia en un péndulo cicloidal $T = \frac{1}{f} = 2\pi \left(\frac{4a}{g} \right)^{1/2}$
- 23) Periodo de pequeñas oscilaciones en un campo $T = 2\pi \left[\frac{m}{(d^2V(r)/dr^2)_{r_0}} \right]^{1/2}$
- 24) Frecuencia angular y periodo péndulo de Pohl $\omega = \left(\frac{\tau}{I} \right)^{1/2}$ y $T = 2\pi \left(\frac{I}{\tau} \right)^{1/2}$
- 25) Frecuencias en un péndulo doble de gravedad $\omega_1^2 = (2 - \sqrt{2}) \frac{g}{\ell}$, $\omega_2^2 = (2 + \sqrt{2}) \frac{g}{\ell}$
- 26) Velocidad de un proyectil en un péndulo balística $u = \frac{m+M}{m} \sqrt{2gh}$
- 27) Periodos en un péndulo reversible $T_1 = 2\pi \left(\frac{I_1}{mgh_1} \right)^{1/2}$,
 $T_2 = 2\pi \left(\frac{I_2}{mgh_2} \right)^{1/2}$
- 28) Ecuación de un oscilador armónico cuántico $\hat{H}|\psi(y)\rangle = E|\psi(y)\rangle$
- 29) Energía del nivel n-ésimo partícula, en un OAC $E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$
- 30) Posición en un MAA (sobreamortiguado) $x(t) = e^{-\delta t} (Ae^{\alpha t} + Be^{-\alpha t})$
- 31) Posición en un MAA (críticamente amortiguado) $x(t) = e^{-\delta t} (A + Bt)$
- 32) Posición en un MAA (infraamortiguado) $x(t) = Ae^{-\delta t} \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$
- 33) Periodo en un MAA (infraamortiguado) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4mk - b^2}}$
- 34) Decremento logarítmico en un MAA $\varepsilon = \ell n \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T$

- 35) Tiempo de relajación en un MAA $\tau = N\Gamma = \frac{1}{\delta}$
- 36) Relación entre " ω " y " ε " en un MAA $\omega = \omega_0 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2}$
- 37) Factor de calidad en un MAA $Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\varepsilon}}$
- 38) Cambio en el tiempo de la energía en un MAA $\frac{dE}{dt} = -b v^2$
- 39) Potencia media en un MAAF $P_m = \frac{F_0^2}{2} \frac{b \omega^2}{m^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \omega^2}$
- 40) Amplitud de las oscilaciones en un MAAF $A = \frac{f_0}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2]^{1/2}}$
- 41) Frecuencia de resonancia en un MAAF $\Omega_0 = (\omega_0^2 - 2\delta^2)^{1/2}$
- 42) Frecuencia de las oscilaciones propias en un MAAF $\omega = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$
- 43) Amplitud de resonancia en un MAAF $A_{\max} = \frac{f_0}{2\delta \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$
- 44) Impedancia en un oscilador mecánico $Z = [(m\omega - k/\omega)^2 + b^2]^{1/2}$
- 45) Reactancia en un oscilador mecánico $X = m\omega - k/\omega$
- 46) Relación entre X, Z y R $\operatorname{tg} \alpha = \frac{X}{R} = \frac{m\omega - k/\omega}{b}$
- 47) Esfuerzo en elasticidad $\sigma = \frac{F}{A}$
- 14) Ley de Hooke en deformación lineal $\sigma = E \frac{\Delta \ell}{\ell}$
- 15) Deformación unitaria longitudinal $\xi = \frac{\Delta \ell}{\ell}$
- 16) Modulo de Young $E = \frac{\sigma}{\xi} = \frac{F/A}{\Delta \ell / \ell}$
- 17) Coeficiente de elasticidad longitudinal $a = \frac{1}{E} = \frac{\xi}{\sigma}$

- 47) Deformación unitaria longitudinal por calor $\xi_\ell = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} = \alpha \Delta T$
- 48) Esfuerzo longitudinal por calor $\sigma = \frac{F}{A} = \alpha E \Delta T$
- 49) Densidad de energía potencial $w = \frac{E_P}{V} = \frac{\sigma^2}{2E}$
- 50) Esfuerzo volumétrico $\sigma_V = \frac{F}{A} = \Delta P$
- 51) Deformación unitaria volumétrico $\xi_V = \frac{\Delta V}{V}$
- 52) Modulo de compresibilidad $B = \frac{\sigma_V}{\xi_V} = \frac{\Delta P}{\Delta V / V}$
- 53) Coeficiente de compresibilidad $\frac{1}{B} = \frac{\Delta V}{V \Delta P}$
- 54) Relación entre "E" y "B" $B = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}$
- 55) Esfuerzo de cizalladura $\sigma_T = \frac{F}{A}$
- 56) Deformación por cizalladura $D = \frac{s}{\ell}$
- 57) Modulo de cizalladura $G = \frac{F / A}{s / \ell} = \frac{\sigma_T}{\phi}$
- 58) Coeficiente de Poisson $\mu = \frac{\xi_D}{\xi_\ell} = \frac{\Delta D / D}{\Delta \ell / \ell}$
- 59) Relación entre G, E y μ $G = \frac{E}{2}(1 + \mu)^{-1}$
- 60) Densidad de energía potencial en cizalladura $w = \frac{E_P}{V} = \frac{\sigma_T^2}{2G}$
- 61) Momento polar de inercia de una barra cilíndrica $I_P = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$
- 62) Esfuerzo de cortante de torsión $\tau = \frac{Mr}{I_P}$

63) Modulo de elasticidad en cortante	$G = \frac{\tau}{\phi}$
64) Angulo de torsión relativo	$\theta = \frac{M\ell}{GI_P}$
65) Momento de torsión de una barra cilíndrica	$M = \frac{\pi G R^4}{2 \ell} \phi$
66) Densidad de energía potencial por torsión	$w = \frac{E_P}{V} = \frac{M^2 r^2}{2GI_P^2}$
67) Esfuerzo tangencial en un cascarón cilíndrico	$\sigma_T = \frac{Pr}{h}$
68) Esfuerzo longitudinal en un cascarón cilíndrico	$\sigma_\ell = \frac{Pr}{2h}$
69) Esfuerzo tangencial por presión en una esfera	$\sigma_T = \frac{Pr}{2h}$
70) Momento en una flexión de una barra cilíndrica	$M = \frac{E}{R} I_P$
71) Ley general de Hooke	$\sigma_{ij} = \sum_{h\ell} C_{ijkl} \xi_{k\ell}$
72) Densidad media de una sustancia o cuerpo	$\rho = \frac{m}{V}$
72) Densidad local o puntual	$\rho = \frac{dm}{dV}$
73) Densidad aparente de una sustancia o cuerpo	$\rho_a = \frac{m_a}{V_a} = \frac{m_{aire} + m_r}{V_{aire} + V_r}$
74) Densidad real de una sustancia o cuerpo	$\rho_r = \frac{m_r}{V_r}$
75) Densidad relativa de A respecto de AB	$\rho_r = \frac{\rho_A}{\rho_B}$
76) Peso especifico medio de una sustancia o cuerpo	$\gamma = \frac{W}{V}$
77) Peso especifico local o puntual de una sustancia	$\gamma = \frac{dW}{dV}$

- 78) Relación entre densidad y peso específico $\gamma = \rho g$
- 79) Presión de fuerza en un diferencial de área $P = \frac{dF_N}{dS} = \frac{dF \cos \theta}{dS}$
- 80) Presión de fuerza en una superficie $P = \frac{F_N}{S} = \frac{F \cos \theta}{S}$
- 81) Presión hidrostática en un líquido $P_A = \rho g h$
- 82) Presión atmosférica en función de la altura "h" $P = P_0 e^{-h/\alpha}$
- 83) Presión manométrica $P_{\text{man}} = P_{\text{ab}} - P_{\text{atm}}$
- 84) Presión del vacío $P_{\text{vac}} = P_{\text{atm}} - P_{\text{ab}}$
- 85) Presión atmosférica en un manómetro $P_{\text{man}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}} = \gamma h$
- 86) Presión absoluta en un manómetro truncado $P_{\text{abs}} = \rho_m g h$
- 87) Presión atmosférica en un cerrado parcialmente $P_0 = \frac{\rho g (h-x)(\ell-x)}{x}$
- 88) Presión atmosférica en un tubo en un recipiente $P_0 = \rho g \frac{(h-x)(L-x)}{x}$
- 89) Fuerza atmosférica sobre una superficie S_G $F = P_0 S_G$
- 90) Principio fundamental de la hidrostática $P_1 + \rho g z_1 = P_2 + \rho g z_2 = \text{cte.}$
- 91) Prensa hidráulica con émbolos a la misma altura $W = \left(\frac{A_2}{A_1}\right) F$
- 92) Empuje hidrostático en un fluido $E = \gamma_F V_S = \rho_F g V_S$
- 93) Centro de flotación de un cuerpo sumergido $\zeta = \frac{I_x}{\bar{y} A}$
- 94) Altura del metacentro de un cuerpo sumergido $m = \frac{I_{\text{min}}}{V_S} - d$
- 95) Peso aparente de un cuerpo sumergido en un fluido $W_{\text{ap}} = W - E$
- 96) Fuerza sobre un dique de una represa $F = \frac{1}{2} \rho g \ell H^2$
- 97) Momento de fuerza sobre un dique de una represa $M = \frac{1}{6} \rho g \ell H^3$
- 98) Altura a la que actúa la fuerza en el dique $x = \frac{H}{3}$

- 99) Forma que adopta la superficie de un líquido en rotación $y = \left(\frac{\omega^2}{2g}\right)x^2$
- 100) Aceleración horizontal de un móvil con un manómetro $a = \left(\frac{2g}{\ell}\right)z$
- 101) Aceleración vertical de un ascensor con un manómetro $a' = \frac{2gz}{h - 2z}$
- 102) Velocidad angular de rotación con un manómetro $\omega = \frac{2}{\ell}\sqrt{gz}$
- 103) Aceleración de un ascensor con la maquina de Atwood $a = \frac{(m_2 - m_1)(g + a')}{m_1 + m_2}$
- 104) Coeficiente de tensión superficial $\gamma = \frac{dW}{dA} = \frac{F}{\ell}$
- 105) Coeficiente de tensión superficial (Método Tate) $\gamma = \frac{m}{m'}\gamma'$
- 106) Coeficiente de tensión superficial (Método de Yong) $\gamma = \frac{\Delta F}{2(2\pi R)}$
- 107) Coeficiente de tensión superficial (Método burbuja) $\gamma = \frac{gR}{2}(\rho_m h_m - \rho h)$
- 108) Coeficiente de tensión superficial (Método jeringa) $\gamma = \frac{2\eta L}{t} \left(\frac{r_0}{R}\right)^4$
- 109) Presión complementaria en una gota de líquido $\Delta P = P - P' = \frac{2\gamma}{R}$
- 110) Presión complementaria en una burbuja con gas $\Delta P = P - P' = \frac{4\gamma}{R}$
- 111) Fórmula de Laplace para la presión complementaria $\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$
- 112) Relación para la composición de burbujas de jabón $\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$
- 113) Diferencia de presión entre dos burbujas conectadas $\Delta P = 4\gamma \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$
- 114) Relación de Young $\gamma_{SV} = \gamma_{SL} + \gamma_{LV} \cos \theta$
- 115) Ecuación de Young-Dupre $S = \gamma_{LV}(\cos \theta - 1)$

- 116) Altura de ascenso o descenso de un líquido en un capilar $h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r}$
- 117) Presión complementaria de vapor saturado de un líquido $\Delta P_m = \frac{\rho}{\rho_1 - \rho} \Delta P$
- 118) Caudal de un fluido a través de un tubo $Q = A v$
- 119) Flujo másico de un fluido a través de una tubería $F = \rho v A = \rho Q$
- 120) Fuerza de sustentación sobre un cuerpo en movimiento $L = \frac{1}{2} \rho v^2 A C_\ell$
- 121) Ecuación de continuidad para un fluido incompresible $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$
- 122) Teorema de Bernoulli para un flujo de fluido $\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{cte.}$
- 123) Presión al interior de un fluido en reposo $P_2 = P_0 + \rho g h$
- 124) Velocidad de salida de un fluido por un orificio $v = \sqrt{2g h}$
- 125) Velocidad de un fluido en el tubo de Venturi $v_2 = \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2} A_1$
- 126) Caudal de un fluido en el tubo de Venturi $Q = A_1 A_2 \left(\frac{2g h}{A_1^2 - A_2^2} \right)^{1/2}$
- 127) Velocidad de un gas en el tubo de Pitot $v = \left(\frac{2 \rho_o g h}{\rho} \right)^{1/2}$
- 128) Velocidad de un fluido en el tubo de Prandtl $v_o = \left[\frac{2g \ell (\rho_m - \rho)}{\rho} \right]^{1/2}$
- 129) Velocidad experimental de un fluido en un tubo $v_o = C_v [2g \ell (\delta - 1)]^{1/2}$
- 130) Tiempo de vaciado de un depósito abierto $t = \left[\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right) \frac{2H}{g} \right]^{1/2}$
- 131) Esfuerzo cortante en una capa de fluido $\frac{dF}{dA} = \eta \frac{dv}{dx}$
- 132) Coeficiente de viscosidad cinemática $\nu = \frac{\eta}{\rho}$
- 133) Medida del coeficiente de viscosidad dinámica $\eta = \frac{2g(\rho_s - \rho_f) R^2 t}{9d}$

- 134) Velocidad angular de un disco rotante en un gas $\omega = \omega_0 e^{-\pi \eta R^2 t / m h}$
- 135) Momento de un fluido entre dos cilindros coaxiales $M = \frac{4\pi \eta \ell R_1^2 R_2^2 (\omega_2 - \omega_1)}{R_2^2 - R_1^2}$
- 136) Ley de Poiseulli para un fluido viscoso $\Delta P = \frac{8\eta \ell Q}{\pi R^4}$
- 137) Velocidad de descenso de un fluido en un capilar $v = \frac{\rho g R^2}{8\eta} \text{sen } \theta$
- 138) Rapidez de paso de la masa de un gas por un capilar $\frac{dm}{dt} = \frac{\pi M R^4}{16\eta R T \ell} (P^2 - P_0^2)$
- 139) Tiempo de descarga de un fluido viscoso por un capilar $t_m = \frac{\ell n(2)}{C} = \ell n(2) t_C$
- 140) Ley de Stokes para un cuerpo que cae en un fluido $f = 6\pi \eta R v$
- 141) Velocidad instantánea de un cuerpo que cae en un fluido $v(t) = v_\ell (1 - e^{-kt/m})$
- 142) Velocidad límite de un cuerpo que cae en un fluido $v_\ell = \frac{2g(\rho_S - \rho_f)R^2}{9\eta}$
- 143) Número de Reynolds $R_e = \frac{D v \rho}{\eta}$
- 144) Número de Arquímedes $A_r = \frac{gL^2 \rho_f (\rho - \rho_f)}{\eta^2}$
- 145) Número de Knudsen $k_n = \frac{\lambda}{L} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 \rho L}$
- 146) Número de Mach $M_a = \frac{v}{v_S}$
- 147) Número de Weber $N_W = \frac{\rho v^2 L}{\gamma}$
- 148) Número de Strouhal $S_t = \frac{\omega L}{v}$
- 149) Número de Grashoff $G_r = \frac{g\beta(T_S - T_f)L^3}{\nu^2}$

150) Número de Froude

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{(\gamma/\rho)L}}$$

151) Número de Eckert

$$E_C = \frac{v^2}{c_p \Delta T}$$

152) Número de Euler

$$E_u = \frac{P(0) - P(1)}{\rho v^2 / 2}$$

153) Número de Peclet

$$P_e = R_e S_c = \frac{L v}{D}$$

154) Número de Prandtl

$$P_r = \frac{v}{\alpha} = \frac{C_p \mu}{k}$$

155) Número de Rossby

$$R_o = \frac{v}{f L}$$

156) Recorrido libre medio de las reflexiones ondas

$$\lambda = \frac{4V}{S}$$

157) Frecuencia de oscilac. de un fluido en tubo abierto

$$\omega_o = \left(\frac{2g}{\ell}\right)^{1/2}$$

158) Frecuencia de oscilac. de un fluido en tubo semiabierto

$$\omega_o = \left(\frac{2g}{\ell} + \frac{\gamma P_o}{\rho \ell H}\right)^{1/2}$$

159) Presión al interior de una burbuja de un fluido ebullición

$$P = P_o + \rho g h + P_e$$

160) Número de moles de una sustancia o gas

$$n = \frac{m}{M}$$

161) Volumen molar de una sustancia o gas

$$V_M = \frac{V}{n}$$

162) Volumen específico de una sustancia o gas

$$v = \frac{1}{\rho}$$

163) Ley de Avogadro para un gas

$$\frac{V}{n} = k = \text{cte.}$$

164) La constante de Boltzman en gases

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

165) Velocidad de difusión y efusión de un gas

$$v = \left(\frac{3RT}{M}\right)^{1/2}$$

166) Ley general de un gas ideal para un estado

$$P V = n R T$$

167) Ley de un gas ideal para dos estados	$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$
168) Ley de Dalton	$P = P_A + P_B$
169) Presión parcial de la k-ésima componente de la mezcla	$P_k = z_k P$
170) Concentración molar de la k-ésima componente	$z_k = \frac{m_k / M_k}{\sum_{k=1}^N (m_k / M_k)}$
171) Energía cinética media del movimiento de traslación	$\langle E_C \rangle = \frac{3}{2} kT$
172) Velocidad media de las moléculas de un gas	$\langle v \rangle = \left(\frac{8RT}{\pi M} \right)^{1/2}$
173) Velocidad cuadrática media de las moléculas de un gas	$\langle v_C \rangle = \left(\frac{3RT}{M} \right)^{1/2}$
174) Ecuación fundamental de la teoría cinética gases	$PV = \frac{2}{3} E_C$
175) Interpretación molecular de la temperatura de un gas	$\frac{1}{2} m \langle v_C \rangle^2 = \frac{3}{2} kT$
176) Difusión de dos gases en una pared porosa	$\frac{\langle v_{1,c} \rangle}{\langle v_{2,c} \rangle} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{1/2}$
177) Fórmula del efecto Knudsen	$\frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$
178) Ecuación de transformación adiabática de un gas	$PV^\chi = \text{cte.}$
179) Medida del exponente adiabático de un gas	$\chi = \frac{4mV_o}{r^4 P_o T^2}$
180) Presión en la bomba de vacío en el n-ésimo ciclo	$P_n = \left(\frac{V}{V + V_o} \right)^n P_o$
181) Porcentaje de variación de la presión en el depósito	$\eta = \left[1 - \left(\frac{V}{V + V_o} \right)^n \right] (100)$
182) Capacidad calorífica a volumen constante	$C_V = \frac{\gamma}{2} nR$
183) Capacidad calorífica a presión constante	$C_P = \left(1 + \frac{\gamma}{2} \right) nR$

- 184) Capacidad calorífica específica molar de un gas $V=cte.$ $c_V = \frac{C_V}{n} = \frac{\gamma}{2}R$
- 185) Capacidad calorífica específica molar de un gas $P=cte.$ $c_P = \frac{C_P}{n} = \left(\frac{\gamma}{2} + 1\right)R$
- 186) Inercia térmica de un material de conductividad "k" $I = (k\rho c_V)^{1/2}$
- 187) Función de distribución de velocidades de Maxwell $f(v) = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$
- 188) Número de moléculas según la distrib.. de Maxwell $dN = f(v) dv$
- 189) Velocidad más probable según la distr. De Maxwell $v_P = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$
- 190) Velocidad aritmética media del movimiento molecular $\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} \approx 1,6\sqrt{PV}$
- 191) Velocidad cuadrática media del movimiento molecular $\bar{v}_c = \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$
- 193) Flujo molecular a través de una superficie de área "A" $\Phi = \frac{N}{At}$
- 194) Flujo total de incidencia molecular en una pared $\Phi = N \left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2} = \frac{N\langle v \rangle}{4V}$
- 196) Velocidad media de fuga de las moléculas por un agujero $\Phi = \frac{1}{4} \frac{N\langle v \rangle}{V}$
- 197) Presión instantánea molecular sobre la pared $P(t) = P_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle A}{V} t}$
- 198) Presión atmosférica según la altura sobre el nivel del mar $P = P_0 e^{-mgz/kT}$
- 199) Concentración molecular según la altura $n(z) = n_0 e^{-mgz/kT}$
- 200) Equipartición de la energía según los grados de libertad $\langle E_C \rangle = \gamma \frac{kT}{2}$
- 201) Recorrido libre medio de las moléculas en un gas $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n_v}$
- 202) Frecuencia de colisiones entre moléculas en un gas $\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n_v \langle v \rangle$
- 203) Número medio de colisiones de las moléculas en un gas $\langle f \rangle = \frac{1}{4} n_v \langle v \rangle$

204) Relaciones de presiones para dos estados del gas	$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\langle \lambda_2 \rangle}{\langle \lambda_1 \rangle}$
205) Ley de Fick en la difusión de un gas	$J = -D \frac{\partial n}{\partial x}$
206) Ecuación diferencial para la concentración molecular	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$
207) Ecuación diferencial del proceso de difusión	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$
208) Concentración molecular instantánea en el gas	$n(x, t) = \frac{n}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}$
209) Desplazamiento medio $\langle x \rangle$ de la partícula browniana	$\langle x \rangle = 0$
210) Cuadrado medio del desplazamiento $\langle x^2 \rangle$	$\langle x^2 \rangle = 2Dt$
211) Para partículas de forma esférica de radio "r"	$D = \frac{RT}{6\pi\eta r N_A}$
212) Fluctuación cuadrática media de una medida	$\langle \Delta C^2 \rangle = \langle (C - \langle C \rangle)^2 \rangle$
213) factor de compresibilidad para un gas real	$z = \frac{V_m}{(V_m)_I} = \frac{P V_m}{RT}$
214) Ecuación de Wan der Waals	$(P + a \frac{n^2}{V^2})(V - nb) = nRT$
215) Coeficientes de ajuste en la ecuación de Wan der Waals	$a = \frac{27R^2 T_{cr}^2}{64P_{cr}} \quad y \quad b = \frac{RT_{cr}}{8P_{cr}}$
216) Humedad relativa del aire en porcentaje	$H_r = (\frac{P}{P_s})(100 \%)$
217) Ecuación de una escala de temperatura a P=cte.	$T = A \ell + B$
218) Ecuación de una escala de temperatura a V=cte.	$T = AP + B$
219) Transformación de escala centígrada-Kelvin	$^{\circ}C = K - 273$
220) Transformación de escalar centígrada-Fahrenheit	$^{\circ}C = \frac{5}{9} (^{\circ}F - 32)$
221) Transformación de escala centígrada-Rankine	$^{\circ}C = \frac{5}{9} (^{\circ}R - 492)$

222) Transformación de escala Kelvin-Fahrenheit	$K = \frac{5}{9} (^{\circ}F - 32) + 273$
223) Transformación de escala Fahrenheit-Rankine	$^{\circ}F = ^{\circ}R - 460$
224) Cambio de la resistencia eléctrica con la temperatura	$R = R_0(1 + AT + BT^2)$
225) Longitud final en dilatación lineal	$l = l_0[1 + \alpha(T - T_0)]$
226) Cambio en la longitud en dilatación lineal	$\Delta l = l - l_0 = l_0 \alpha (T - T_0) $
227) Coeficiente de dilatación lineal	$\alpha = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta l / l}{\Delta T}$
228) Area de la superficie final en dilatación superficial	$A = A_0[1 + \gamma(T - T_0)]$
229) Cambio en el área en dilatación superficial	$\Delta A = A - A_0 = A_0 \alpha (T - T_0) $
230) Coeficiente de dilatación superficial	$\gamma = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta S / S}{\Delta T}$
231) Volumen final en dilatación volumétrica	$V = V_0[1 + \beta(T - T_0)]$
232) Cambio en el volumen en dilatación volumétrica	$\Delta V = V - V_0 = V_0 \beta (T - T_0) $
233) Coeficiente de dilatación volumétrica	$\beta = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\Delta V / V}{\Delta T}$
234) Relaciones entre los coeficientes " α ", " γ " y " β "	$\gamma = 2\alpha$, $\beta = 3\alpha$, $\beta = \frac{3}{2}\gamma$
235) Esfuerzo térmico en los extremos de una barra	$\frac{F}{A} = -E \alpha \Delta T$
236) Calor específico de una sustancia o cuerpo	$c_e = \frac{Q}{m(T - T_0)}$
237) Capacidad calorífica de una sustancia o cuerpo	$C = \frac{Q}{T - T_0}$
238) Relación entre calor específico y capacidad calorífica	$C = m c_e$
239) Cantidad de calor suministrada o sustraída	$Q = m c_e (T - T_0)$
240) Principio de conservación de energía en un calorímetro	Calor ganado = Calor perdido
241) Equivalente en agua de un calorímetro de masa m_C	$m_{H_2O} = m_C c_{e,C}$
242) Calor latente de una sustancia	$L = \frac{Q}{m}$

- 243) Equivalente mecánico del calor $1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$ o $1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal}$
- 244) Difusividad térmica $\alpha = \frac{k}{\rho c_e}$
- 245) Ecuación general de la conducción del calor $\nabla^2 T + \frac{q_G}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$
- 246) Ley de Fourier en la conducción del calor $\vec{H} = -k \nabla T$
- 247) Medida de la conductividad térmica $k = \frac{\rho V L_V d}{(T_A - T_B) A t}$
- 248) Resistencia térmica en aislamiento térmico $R = \frac{d}{k}$
- 249) Flujo de calor estacionario en una pared compuesta $H = \frac{Q}{A \tau} = \frac{\Delta T}{R_T}$
- 250) Temperatura en una placa sin fuente de calor $T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{d}\right)x + T_1$
- 251) Rapidez con que pasa el calor por la pared sin fuente $\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{d/kA} = \frac{T_1 - T_2}{R}$
- 252) Temperatura en un tubo cilíndrico sin fuente de calor $T(r) = \frac{T_2 - T_1}{\ln(b/a)} \ln(r/a) + T_1$
- 253) Rapidez con que pasa el calor en un tubo cilíndrico $\frac{dQ/dt}{\ell} = \frac{T_1 - T_2}{\ln(b/a)/2\pi k}$
- 254) Temperatura en un cascarón esférico sin fuente de calor $T(r) = \frac{(T_1 - T_2)ab}{(b-a)r} + \frac{T_2b - T_1a}{b-a}$
- 255) Rapidez con que pasa el calor en un cascarón esférico $\frac{dQ}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{(b-a)/4\pi k ab}$
- 256) Flujo de calor en un proceso de convección $H = \frac{dQ}{A dt} = h(T_2 - T_1)$
- 257) Intensidad de energía en radiación $R = \frac{E}{A.t}$
- 258) Intensidad de radiación según Steffan-Boltzmann $R = e\sigma T^4$
- 259) Densidad volumétrica de energía de radiación $\rho(v, T) = \frac{dw}{dv}$

260) Densidad de energía por unidad de área y tiempo	$dW = \frac{c}{4} \rho(\nu, T) d\nu$
261) Poder emisor de radiación según (ν) y (λ)	$r_\nu = \frac{dW}{d\nu}, r_\lambda = \frac{dW}{d\lambda}$
262) Relación entre r_ν y r_λ	$r_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} r_\nu$
263) Relación R_e y r_ν y r_λ	$R_e = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \int_0^\infty r_\lambda d\lambda$
264) Poder absorbente en radiación	$a_\nu = \frac{dW_{\text{abs}}}{dW_{\text{inc}}} \leq 1$
265) Ley de Kirchoff para emisión y absorción	$\frac{r_\nu}{a_\nu} = r_\nu^* = \frac{c}{4} \rho(\nu, T)$
266) Función de Kirchoff en radiación	$r_\nu^* = f(\nu, T) = \frac{c}{4} \rho(\nu, T)$
267) Emitancia energía según la ley de Kirchoff	$R_e = \int_0^\infty a_\nu r_\nu^* d\nu$
268) Relación entre R_e^* y $\rho(\nu, T)$ en radiación	$R_e^* = \frac{c}{4} \omega = \frac{c}{4} \int_0^\infty \rho(\nu, T) d\nu$
269) Desplazamiento de $r_{\nu, \text{max}}^*$ según la temperatura	$\nu_m = b_1 T$
270) Desplazamiento de Wien	$\lambda_m = \frac{b}{T}$
271) Fórmula de Wien	$r_\nu^* = \nu^3 \phi\left(\frac{\nu}{T}\right)$
272) Fórmula de Rayleigh-Jean	$r_\nu^* = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} k T$
273) Fórmula de Planck para las energías	$\varepsilon_0 = h \nu$
274) Energía media de un oscilador de radiación	$\varepsilon(\nu) = \frac{h \nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$
275) Fórmula de Planck par un cuerpo negro	$r_\nu = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} \frac{h \nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$

276) Fórmula para el cálculo de la constante de Planck	$h = \left[\frac{2\pi^5 k^4}{15\sigma c^2} \right]^{1/3}$
277) Relación de P y V para un proceso poli trópico	$PV^n = C, (n \in \mathbb{Q})$
278) Energía interna de un gas ideal	$U = \frac{\gamma}{2} \frac{m}{M} R T = \frac{\gamma}{2} n R T$
279) Variación de la energía interna de un gas ideal	$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{\gamma}{2} n \Delta T_{21}$
280) Entalpía o calor total de un gas ideal	$H = U + PV$
281) Trabajo realizado por (o sobre) el gas ideal	$W = \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV$
282) Primera ley de la termodinámica	$Q = W + \Delta U$
283) Calor en una expansión cuasiestática de un gas	$Q = H_2 - H_1 \Rightarrow Q = \Delta H$
284) Ecuación de Meyer	$C_p - C_v = R$
285) Exponente adiabático de un gas	$\chi = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$
286) Efecto térmico de una transformación	$E = Q' + W^*$
287) Trabajo en un proceso isobárico	$W_{1 \rightarrow 2} = P (V_2 - V_1)$
288) Cantidad de calor en un proceso isobárico	$Q = C_p (T_2 - T_1)$
289) Cambio de la energía interna proceso isobárico	$\Delta U = U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1)$
290) Capacidad calorífica molar a presión constante	$C_p = \frac{\chi R}{\chi - 1}$
291) Ley de Charles	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$
292) Cantidad de calor en un proceso isocórico	$Q = C_v (T_2 - T_1)$
293) Cambio de la energía interna proceso isocórico	$\Delta U = Q$
294) Capacidad calorífica molar a volumen constante	$C_v = \frac{R}{\chi - 1}$
295) Ley de Gay-Lussac	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

296) Trabajo en un proceso isotérmico	$W = \frac{m}{M} RT \ell \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$
297) Cantidad de calor en un proceso isotérmico	$Q = W$
298) Capacidad calorífica a temperatura constante	$C_T = \infty$
299) Ley de Boyle-Mariotte	$P_1 V_1 = P_2 V_2$
300) Trabajo en un proceso adiabático	$W = \frac{P_1 \cdot V_1}{\chi - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$
301) Cambio de la energía interna en proceso adiabático	$W = -\Delta U$
302) Ecuación de proceso adiabático	$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\chi \quad \text{ó} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\chi-1}$
303) Cambio de la energía interna proceso politrópico	$\Delta U = C_V (T_2 - T_1)$
304) Cantidad de calor en un proceso politrópico	$Q = C(T_2 - T_1)$
305) Cambio de la entalpía en un proceso politrópico	$\Delta H = C_P (T_2 - T_1)$
306) Capacidad calorífica en un proceso politrópico	$C = \frac{R(n - \chi)}{(\chi - 1)(n - 1)}$
307) Exponente politrópico de un gas ideal	$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$
308) Ecuación de proceso politrópico	$P_1 (T_1)^{n/(1-n)} = P_2 (T_2)^{n/(1-n)}$
309) Trabajo en un proceso politrópico	$W = \frac{m}{M} \frac{R T_1}{n - 1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(n-1)/n}\right]$
310) Rendimiento térmico en el ciclo de Carnot	$\eta_C = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
311) Rendimiento de una máquina térmica	$\eta = \frac{W}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$
312) Rendimiento del ciclo de Otto	$\eta = 1 - \frac{1}{\alpha^{\chi-1}}$
313) Rendimiento del ciclo Diesel	$\eta = 1 - \frac{\beta^\chi - 1}{\chi \alpha^{\chi-1} (\beta - 1)}$
314) Rendimiento del ciclo de Trinkler-Sabathe	$\eta = 1 - \frac{\lambda \beta \chi - 1}{\alpha^{\chi-1} [(\lambda - 1) + \chi \lambda (\beta - 1)]}$

315) Rendimiento en los ciclos de turbina de gas	$\eta = 1 - \frac{\gamma^\chi}{\chi - 1}$
316) Ciclo de combustión a volumen constante	$\eta = 1 - \frac{\chi(\lambda^{1/\chi} - 1)}{(\lambda - 1)\gamma^{(\chi-1)/\chi}}$
317) Conservación de la energía en refrigeradores	$ Q_C = Q_F + W $
318) Coeficiente de rendimiento en refrigeradores	$\zeta = \frac{ Q_F }{ W } = \frac{ Q_F }{ Q_C - Q_F }$
319) El refrigerador de Carnot	$\zeta = \frac{T_F}{T_C - T_F}$
320) Coeficiente de performance en una bomba de calor	$\zeta = \frac{Q_C}{W} = \frac{Q_F + W}{W}$
321) Cambio de la entropía de un sistema (gas)	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$
322) Calor reducido en una transformación isotérmica	$Q^* = \frac{Q}{T}$
323) Energía libre de un sistema termodinámico	$F = U - TS$
324) Efecto Joule-Thompson que experimenta un gas	$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{C_P} [T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - V]$
325) Ecuación diferencial del movimiento ondulatorio	$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$
326) Principio de superposición de ondas	$\phi = \sum_{i=1}^n \phi_i \quad y \quad \bar{A} = \sum_{i=1}^n \bar{A}_i$
327) Ecuación de una onda sinusoidal	$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0 \right)$
328) Representación compleja de una onda	$y(x, t) = A e^{i(kx \mp \omega t + \phi_0)}$
329) Fase de una onda sinusoidal	$\Phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \pm \frac{2\pi}{T} t + \phi_0 \right)$
330) Vector de onda de una onda sinusoidal	$\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{u}$
331) Frecuencia cíclica de una onda sinusoidal	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

- 332) Relaciones entre v , T , ω , λ y f $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \lambda \frac{\omega}{2\pi}$
- 333) Velocidad de una partícula en una onda senoidal $v_y = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t)$
- 334) Velocidad máxima de la partícula $v_{y,\max} = \pm \omega A$
- 335) Aceleración de una partícula en una onda senoidal $a_y = \mp \omega^2 A \sin(kx \pm \omega t)$
- 336) Densidad de energía en movimiento ondulatorio $w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$
- 337) Potencia media en el movimiento ondulatorio $P_m = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 S A^2$
- 338) Intensidad de energía en el movimiento ondulatorio $I = \frac{P_m}{S} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$
- 339) Relación entre las amplitudes de las ondas de P y D $\mathcal{P}_o = \rho_o v \omega A$
- 340) Velocidad ondas transversales en una barra $v = \left(\frac{G}{\rho}\right)^{1/2}$
- 341) Velocidad ondas longitudinales en una barra $v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$
- 342) Velocidad de las ondas transversales en una cuerda $v = \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{1/2}$
- 343) Velocidad de las ondas en un resorte deformado $v = \left(\frac{K}{\mu}\right)^{1/2} = \left(\frac{kL}{\mu}\right)^{1/2}$
- 344) Velocidad de las ondas superficiales en líquido $v = \left[\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}\right) \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda}\right]^{1/2}$
- 345) Ecuación de una onda estacionaria en una cuerda $y = 2A \operatorname{sen} kx \cos \omega t$
- 346) Longitud de una onda estacionaria en una cuerda $\lambda_n = \frac{2\ell}{n}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
- 347) Frecuencia de una onda estacionaria en una cuerda $f_n = \frac{n}{2\ell} \left(\frac{T}{\mu}\right)^{1/2}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$
- 348) Ecuación diferencial de una onda esférica $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial y}{\partial r}\right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$
- 349) Ecuación de presión de una onda esférica $P - P_o = \frac{1}{r} f(r \mp vt)$

350) Velocidad de propagación de onda esférica	$v = \left(\frac{K}{\rho_0}\right)^{1/2}$
351) Ecuación de presión de una onda esférica armónica	$P = P_0 + (\mathcal{P}_0/r) \text{ sen}(k r - \omega t)$
352) Densidad de energía de una onda esférica	$w = P_0 / 2v^2 \rho_0 r^2$
353) Flujo de energía a través de una superficie esférica	$P_m = 2\pi P_0^2 / \rho_0 v$
354) Intensidad de energía de una onda esférica	$I = P_0 / 2v \rho_0 r^2$
355) Velocidad de propagación del sonido en un sólido	$v = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2}$
356) Velocidad de propagación del sonido en un líquido	$v = \left(\frac{B}{\rho}\right)^{1/2}$
357) Velocidad de propagación del sonido en un gas	$v = \left(\frac{\gamma R T}{M}\right)^{1/2}$
358) Velocidad del sonido en función de la temperatura	$v_S = v_0 + \beta T$
359) Intensidad del sonido	$I = \frac{P}{4\pi r^2}$
360) Intensidad del sonido en un medio isótropo	$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 A^2$
361) Intensidad del sonido en función de la amplitud	$I = \frac{P_0^2}{2\rho v}$
362) Nivel de referencia de intensidad de sonido	$\beta_I = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0}\right)$
363) Densidad de energía de una onda sonora	$w = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2$
364) Flujo de energía de una onda sonora	$\Phi = w v S$
365) Relación de E y B para una onda electromagnética	$E = c B \quad (c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s})$
366) Velocidad de propagación de una O.E. en el vacío	$c = \lambda \cdot f = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
367) Velocidad de propagación de una O.E. en medio	$v = \lambda f$
368) Velocidad de la luz en el vacío	$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- 369) Ecuación para el campo eléctrico en el vacío $\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$
- 370) Ecuación para la intensidad de campo magnético $\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$
- 371) Densidad de energía electromagnética en vacío $w = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \mu \mu_0 H^2$
- 372) Energía del campo electromagnético en el vacío $W = \int_V \epsilon \epsilon_0 E^2 dV = \int_V \mu \mu_0 H^2 dV$
- 373) Vector de Poynting $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$
- 374) Presión de radiación electromagnética $P_r = \epsilon \epsilon_0 E^2 \cos^2 \theta$
- 375) Presión media de radiación electromagnética $P_{r,m} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$
- 376) Momento dipolar en la radiación electromagnética $\vec{p}_e = \vec{p}_0 \sin \omega t$
- 377) Campo eléctrico en la radiación electromagnética $\vec{E}(t) = -\frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \times \vec{r} \sin(kr - \omega t)$
- 378) Campo magnético en la radiación electromagnética $\vec{H}(t) = -\frac{\omega^2}{4\pi c r^3} (\vec{p}_0 \times \vec{r}) \sin(kr - \omega t)$
- 379) Intensidad de energía en la radiación electromagnética $I = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 c r^2}$
- 380) Potencia media de emisión del dipolo magnético $P_m = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c}$
- 381) Potencia instantánea de radiación de un dipolo $P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 \ddot{p}^2}{3c^3}$
- 382) Potencia de emisión de una carga puntual "q" $P = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2q^2 a^2}{3c^2}$
- 383) Potencia media de las oscilaciones armónicas $P_m = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q^2 \omega^4 A_0^2}{3c^3}$
- 384) Intensidad de energía radiada por la carga "q" $I = \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 c^3 \epsilon_0 r^2}$
- 385) Energía de las oscilaciones de un electrón $W = \frac{1}{2} m_e \omega^2 A_0^2$

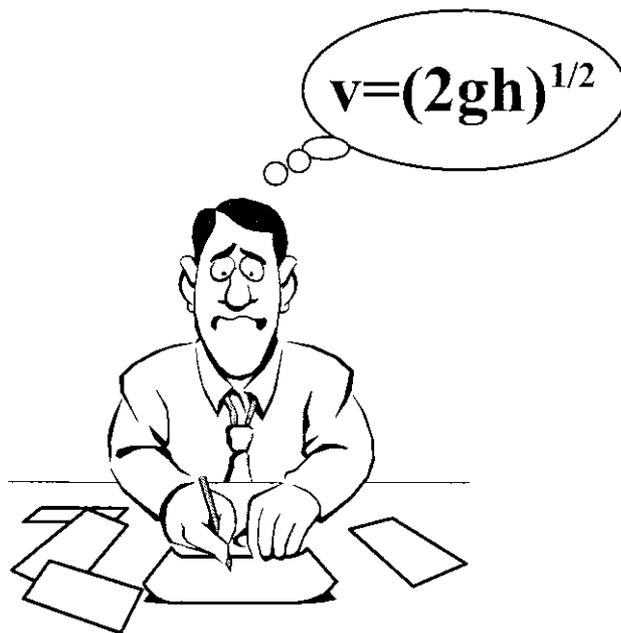
- 386) Amplitud de las oscilaciones del electrón $A = A_0 e^{-\beta t}$
- 387) Tiempo de relajación de las oscilaciones amortig. $\tau = \frac{1}{\beta} = \frac{12\pi\epsilon_0 c^3 m_e}{e^2 \omega^2}$
- 388) Potencia de una antena radio emisora $P = \frac{I_0^2 \omega^2 Z_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^2}$
- 389) Resistencia de radiación de la antena $R = \frac{\omega^2 Z_0^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \left(\frac{Z_0}{\lambda}\right)^2$
- 390) Momento dipolar magnético $\bar{m} = \bar{m}_0 \sin \omega t$
- 391) Intensidad de energía de dipolo magnético $I = \frac{m_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^6 r^2}$
- 392) Potencia media de emisión del dipolo eléctrico $P_m = \frac{m_0^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^5}$
- 393) Potencia instantánea de radiación de un dipolo $P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2 \ddot{m}^2}{3 c^5}$
- 394) Potencia media de radiación de un e^- en un átomo $P_m = \frac{(e/2m_e)^2 L^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^5}$
- 395) Ley de reflexión de la luz en una superficie $\theta_i = \theta_r$
- 396) Ley de refracción de la luz en una superficie $n_i \sin \theta_i = n_R \sin \theta_R$
- 397) Índice de refracción de una sustancia $n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$
- 398) Ecuación para los índices de refracción $\frac{n_i}{n_R} = \frac{v_i}{v_R}$
- 399) Angulo crítico para la reflexión $\theta_C = \sin^{-1} \left(\frac{n_R}{n_i} \right)$
- 400) Índice de refracción de un prisma $n = \frac{\sin[(\delta_{\min} + A)/2]}{\sin(A/2)}$
- 401) Frecuencia en el efecto Doppler acústico $f = \frac{f_0}{1 + (v_l \cos \theta / v)}$
- 402) Frecuencia en el efecto Doppler electromagnético $f = f_0 \frac{[1 - (v/c)^2]^{1/2}}{1 + (v/c) \cos \theta}$

CONSTANTES FISICAS UNIVERSALES

Magnitud	Símbolo	Valor
01. Unidad masa atómica	1 u.m.a	$1,6605655(86) \cdot 10^{-27}$ kg
02. Carga elemental	e	$1,6021892(46) \cdot 10^{-19}$ C
03. Carga específica electrón	e/m_e	$1,7588047(49) \cdot 10^{-11}$ C/kg
04. Longitud onda Compton (n)	$\lambda_{C,n} = h/(m_n c)$	$1,3195909(22) \cdot 10^{-15}$ m
05. Longitud onda Compton (p)	$\lambda_{C,p} = h/(m_p c)$	$1,3214099(22) \cdot 10^{-15}$ m
06. Longitud onda Compton (e)	$\lambda_{C,e} = h/(m_e c)$	$2,4263089(40) \cdot 10^{-12}$ m
07. Magnetón de Bhor	$\mu_B = eh/2m$	$9,274078(36) \cdot 10^{-24}$ J/T
08. Magnetón Nuclear	$\mu_n = eh/2m_p$	$5,050824(20) \cdot 10^{-27}$ J/T
09. Momento magnético protón	μ_p	$1,410617(55) \cdot 10^{-26}$ J/T
10. Momento magnético electrón	μ_e	$9,284832(36) \cdot 10^{-24}$ J/T
11. Masa en reposo del neutrón	m_n	$1,6749543(86) \cdot 10^{-27}$ kg
12. Masa en reposo del protón	m_p	$1,6726485(86) \cdot 10^{-27}$ kg
13. Masa en reposo del electrón	m_e	$0,9109534(47) \cdot 10^{-30}$ kg
14. Volumen de 1 mol gas perfecto	$V_o = RT_o/P_o$	$0,02241383(70)$ m ³ /mol
15. Constante de Boltzman	$K = R/N_A$	$1,380662(44) \cdot 10^{-23}$ J/K
16. Constante universal gases	R	$8,31441(26)$ J/mol·K
17. Constante de gravitación	G	$6,672(41) \cdot 10^{-11}$ N·m ² /kg ²
18. Constante de Planck	\hbar	$6,6266176(36) \cdot 10^{-34}$ J/Hz
19. Constante de radiación primera	$c_1 = 2\pi\hbar c^2$	$3,741832(20) \cdot 10^{-16}$ W·m ²
20. Constante de radiación segunda	$c_2 = \hbar c/k$	$0,01438786(45)$ m·K
21. Constante de Stefan-Boltzman	$\sigma = \pi^2 k^4/60\hbar^3 c^2$	$5,6703(71) \cdot 10^{-8}$ W/m ² ·K ⁴
22. Constante de estructura fina	$\alpha = \mu_o c e^2/2\hbar$	$0,0072973506(60)$
23. Constante de Faraday	$F = N_A e$	$9,648456(27) \cdot 10^4$ C/mol
24. Constante eléctrica	$\epsilon_o = 1/(\mu_o c^2)$	$8,85418782(7) \cdot 10^{-12}$ F/m
25. Radio de Bhor	$a_o = \alpha/(4\pi R_\infty)$	$0,52917706(44) \cdot 10^{-10}$ m
26. Radio clásico del electrón	$R_o = \mu_o e^2/4\pi m_e$	$2,8179380(70) \cdot 10^{-15}$ m
27. Velocidad de la luz en el vacío	c	$299792458(1,2)$ m/s
28. Aceleración de caída libre	g	$9,80665$ m/s ²
29. Número de Avogadro	N_A	$6,022045(31) \cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
30. Energía en reposo neutrón	$m_n c^2$	$939,5731(27)$ MeV
31. Energía en reposo protón	$M_p c^2$	$938,2796(27)$ MeV
32. Energía en reposo electrón	$M_e c^2$	$0,5110034(14)$ MeV
33. Constante magnética	μ_o	$12,5663706144$ H/m
34. Constante de Rydberg	$R_\infty = \mu_o^2 m_e c^3 e^4/8\hbar^3$	$1,097373177(83) \cdot 10^7$ m ⁻¹
35. Cuanto de flujo magnético	$\Phi_o = h/2e$	$2,0678506(54) \cdot 10^{-15}$ Wb

R.U.B

RESPUESTAS





OSCILACIONES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
E	D	C	D	B	C	C	C	D	C	B	A	B	A
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
D	D	B	A	E	B	B	E	C	E	A	E	E	E
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	40	41
C	B	E	C	C	C	C	C	C	B	A	A	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
B	B	B	B	D	E	D	E	B	D	D	E	C	C
55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68
D	C	B	B	E	E	C	D	E	B	A	C	D	B
69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82
E	B	D	E	C	B	B	B	D	C	D	D	C	D
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
D	C	E	E	E	D	D	-	A	D	C	D	C	D
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
E	B	C	B	C	C	D	A	B	D	E	D	C	D
111	112	113	114	115	116	116	117	118	118	119	120	121	121
B	B	D	D	B	B	D	-	C	D	C	-	-	C
121	122	123	123	123	124	125	126	126	127	127	128	129	130
E	B	-	B	B	D	C	B	E	B	D	C	B	E
131	131	132	133	134	134	135	136	136	136	137	137	138	138
-	D	D	A	-	-	B	-	-	-	-	-	D	A
138	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147	148	148	148
B	E	E	C	D	A	C	-	-	B	B	C	B	B
149	150	151	152	153	153	154	155	156	156	156	156	157	157
A	B	-	-	E	D	C	C	C	C	D	C	-	D
157	158	159	160	161	162	162	162	163	164	165	166	166	167
E	-	-	-	D	-	B	C	D	C	-	C	E	D
168	169	170	171	172	173	173	174	174	174	174	175	176	177
C	C	-	-	B	-	-	-	-	D	B	B	C	D
178	179	179	179	179	179	180	180	181	182	183	184	184	184
E	-	B	A	C	C	-	D	B	D	A	C	D	C
185	186	187	188	189	190	191	191	192	193	194	195	196	197
B	B	-	E	D	D	-	E	D	D	C	B	-	C
198	198	198	199	199	200	201	202	202	203	204	205	206	206
-	D	D	C	B	-	-	-	E	E	D	-	-	C
206	207	208	209	210	211	211	211	212	213	213	213	213	214
D	-	-	C	E	C	E	-	A	B	C	E	A	C

215	215	216	217	217	217	218	219	219	219	220	220	221	222
C	E	D	C	-	-	B	A	B	C	D	A	D	D
223	223	224	225	226	227	228	228	229	229	229	230	231	232
C	A	D	B	E	-	A	C	E	B	E	D	E	B
233	234	235	236	237	238	238	239	239	239	239	240	241	242
D	-	C	-	E	D	E	C	A	A	C	E	-	-
242	242	242	243	243	244	245	246	247	248	248	249	250	251
B	C	B	E	A	-	E	C	C	D	B	C	-	-
252	253	254	255	256	256	257	257	257	257	257	258	259	259
-	-	B	B	B	D	C	B	A	D	D	E	C	E
259	259	260	260	261	262	262	263	264	265	266	266	266	267
E	D	E	A	B	D	E	-	-	E	B	B	C	-
267	267	268	268	268	269	270	271	272	272	273	273	273	273
B	C	A	D	A	B	B	C	E	C	A	C	A	C
273	274	275	276	277	278	278	279	280	281	282	283	284	285
C	B	C	D	D	C	C	-	C	C	E	D	B	B
285	285	286	286	287	288	289	289	290	291	291	292	293	294
B	B	D	A	D	A	D	C	E	E	A	-	A	-
294	295	295	295	296	297	297	297	298	299	299	299	299	300
D	C	C	-	-	A	A	-	A	B	E	A	A	E
301	301	301	301	302	302	302	303	303	304	305	305	305	305
C	B	D	E	-	C	E	A	B	C	-	-	B	C
305	306	307	307	308	309	310	311	312	313	313	313	314	314
B	-	-	-	-	-	-	-	-	A	E	D	B	C
315	316	317	317	318	318	319	319	319	319	319	320	321	321
C	C	C	C	D	B	-	-	C	B	C	E	-	-
322	322	323	324	324	325	325	326	327	327	328	329	330	331
C	C	A	D	A	E	B	D	A	C	A	E	C	D
331	332	333	334	335	336	336	337	337	337	337	338	338	338
A	E	A	D	B	B	E	-	B	B	C	C	B	B
338	339	339	340	341	342	343	343	344	344	344	345	345	346
B	D	E	-	B	E	E	C	C	E	E	E	D	B
346	347	347	347	348	348	348	348	349	350	351	351	352	352
A	A	D	A	A	A	A	D	-	B	A	B	A	C
353	353	354	354	354	355	356	357	358	359	360	361	361	361
D	B	D	C	B	-	B	C	D	A	-	A	D	C
362	363	363	364	365	365	366	367	368	369	369	370	370	371
A	-	-	B	-	E	E	D	C	C	E	C	C	-
372	372	372	372	372	373	373	374	374	375	376	376	377	378

D	E	B	C	B	C	C	E	C	E	C	A	-	-
379	379	380	380	381	382	382	383	383	384	384	385	386	387
-	-	-	B	-	A	C	E	D	-	-	E	-	-
387	388	389	390	391	392	392	392	393	393	393	394	394	395
C	-	E	-	-	D	C	C	B	E	C	A	B	E
396	396	397	397	397	397	398	398	399	400	401	402	403	403
-	-	C	E	E	B	C	E	B	C	D	B	C	C
404	405	406	407	408	409	410	410	410	410	410	410	410	410
E	C	A	B	C	D	D	C	A	A	C	C	B	B
411	412	413	413	414	414	415	415	416	417	417	417	418	418
D	-	-	7	-	-	D	A	-	C	C	D	D	A
419	419	420	421	422	422	423	424	424	424	424	425	426	427
-	-	-	E	D	B	D	A	A	E	E	-	-	A
428	429	429	429	430	431	431	432	432	433	434	434	435	436
-	E	D	E	D	C	C	C	C	C	C	-	-	C
437	438	438	439	440	440	441	442	443	443	443	444	444	444
C	C	C	C	-	-	C	C	B	D	C	-	A	D
445	445	446	447	447	447	447	447	447	448	448	449	449	450
-	-	-	E	E	B	B	D	A	E	E	A	B	D
450	451	451	452	453	454	454	455	456	457	457	458	458	459
C	-	-	C	B	A	C	D	B	D	C	B	B	C
460	460	460	461	462	462	462	463	463	463	464	464	465	465
-	-	-	A	-	C	E	D	C	E	-	A	-	D
465	466	467	467	468	468	468	469	469	470	470	470	471	471
E	C	C	D	C	C	C	C	D	-	-	-	D	D
472	472	472	473	474	475	475	476	477	477	477	478	479	479
E	A	A	B	D	C	E	E	D	B	C	A	C	D
479	480	480	481	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
E	-	-	A	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

ELASTICIDAD

01	02	03	04	05	06	07	08	10	11	12	13	14	15
D	D	C	D	E	D	E	E	D	D	A	B	A	B
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	26
E	D	E	B	E	D	C	C	D	E	D	E	B	C
27	28	28	29	30	31	31	32	33	34	34	34	34	34
B	A	D	E	D	C	E	C	-	A	B	D	A	A

34	35	36	36	36	37	38	39	40	41	42	42	42	42
C	D	C	D	D	A	C	D	-	D	B	E	B	B
42	42	43	43	44	44	45	46	47	48	49	50	51	52
A	C	B	D	E	C	-	A	-	-	-	C	E	E
53	54	54	55	55	55	55	56	57	58	59	60	60	60
C	C	B	D	A	D	B	-	-	-	-	A	D	A
60	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
-	C	D	A	E	C	E	C	B	E	E	D	D	E
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
C	B	B	A	D	E	A	C	A	D	C	A	B	E
87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
E	D	D	D	E	-	B	E	E	D	D	E	C	E
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114
B	B	D	B	A	D	D	D	B	A	E	D	-	E
115	116	116	117	118	118	118	119	120	120	121	121	122	123
B	D	B	B	D	D	B	-	A	D	E	C	-	-
124	125	126	126	128	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C	D	A	D	D	-	-	-	-	-	-	-	-	-

HIDROSTATICA

01	01	02	03	04	04	05	06	07	07	08	09	10	10
E	E	D	E	B	B	E	E	A	E	A	B	C	C
11	12	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
D	A	B	E	C	C	D	B	D	D	C	D	C	D
24	25	26	27	28	29	30	30	31	32	32	33	33	34
C	D	D	C	B	C	A	D	E	E	D	A	E	C
35	36	37	38	39	40	41	42	42	43	44	45	45	45
D	D	C	D	B	C	E	C	A	E	C	-	D	-
45	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57
B	D	B	C	D	-	D	B	D	B	E	E	E	A
58	59	60	61	62	63	63	64	65	66	67	68	69	70
A	D	A	D	D	A	A	E	E	C	B	B	D	D
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
D	E	E	C	A	B	D	C	D	C	D	C	B	E
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98
C	A	D	D	C	C	B	D	C	E	C	D	E	D
98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	110

E	C	D	B	D	A	D	C	D	C	B	C	C	C
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	121	122	123
B	C	B	C	B	C	A	C	C	D	C	C	A	A
123	123	124	124	125	126	127	127	128	129	130	131	132	133
D	E	B	E	B	E	E	D	-	A	C	C	C	E
134	134	135	136	137	138	139	140	141	142	142	143	144	144
C	A	B	E	E	A	B	C	-	-	B	A	C	D
145	145	145	146	147	148	149	150	151	151	151	152	153	154
E	C	D	A	C	D	E	C	D	C	D	A	B	C
155	156	157	157	158	158	158	158	159	159	160	161	162	162
B	E	E	E	E	E	-	B	E	E	E	C	D	-
163	164	165	166	167	168	169	169	169	169	170	171	171	171
C	D	B	C	C	A	C	E	C	E	A	E	D	D
172	173	174	175	176	177	177	177	178	179	180	181	181	181
A	C	E	E	B	A	B	A	E	E	C	A	B	C
181	181	182	183	183	184	185	185	186	187	188	189	190	190
C	C	D	D	B	D	C	D	B	D	E	B	C	E
191	191	192	192	192	193	194	194	194	195	196	196	197	198
C	A	C	A	A	C	A	E	C	C	C	D	B	E
199	199	200	200	201	202	202	203	203	204	204	205	206	206
C	C	A	D	C	C	C	C	B	C	D	A	D	B
207	207	208	208	209	210	211	211	212	213	213	213	213	213
A	C	D	D	C	A	C	E	B	A	D	C	A	-
214	214	214	214	214	215	215	215	215	216	216	216	217	217
E	E	B	E	D	E	E	C	C	C	C	A	B	A
217	218	219	220	220	221	221	221	221	222	223	223	223	223
E	E	E	C	C	E	C	C	D	C	C	E	D	C
224	224	224	225	225	225	226	227	228	229	229	229	230	231
C	D	D	C	A	B	D	B	B	D	B	E	A	A
232	232	232	232	233	233	234	234	234	234	234	234	235	235
D	C	C	C	C	E	-	C	-	E	-	D	C	C
235	236	237	237	237	237	238	239	239	240	241	242	242	243
D	D	C	C	E	E	C	-	-	-	B	-	A	D
243	243	244	245	246	247	247	248	248	248	249	250	250	251
B	C	D	E	A	-	C	C	A	A	B	E	A	C
252	252	252	252	253	254	254	255	255	256	256	257	257	258
A	B	E	B	E	E	C	C	B	E	B	E	B	C
259	260	261	262	262	263	263	264	265	266	267	268	269	270
C	B	C	C	D	D	B	-	C	-	D	B	E	C
271	271	272	272	273	274	275	276	276	277	278	279	279	280

-	B	E	E	C	C	-	B	C	D	E	-	C	-
280	281	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292
E	-	E	C	B	D	D	B	D	B	B	D	A	D
293	294	295	296	297	298	299	300	300	301	302	303	304	305
C	D	E	E	D	D	D	B	E	A	D	C	D	B
306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319
E	E	D	A	E	B	C	B	E	B	B	B	D	E
320	321	322	323	323	324	325	326	326	327	328	328	329	330
B	B	B	D	B	D	D	D	B	C	E	E	C	D
331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	340	341	342	343
D	D	E	C	C	D	D	E	B	D	C	A	E	E
344	345	346	347	348	349	350	350	350	351	352	353	353	354
D	C	C	B	E	D	B	B	B	E	C	E	D	B
355	356	357	357	357	358	358	359	359	360	360	360	361	362
B	C	E	A	D	D	D	B	A	E	C	D	-	C
363	364	364	364	365	366	366	366	367	368	369	370	370	370
D	E	A	E	D	D	B	E	A	C	C	C	C	B
370	371	372	373	373	374	374	375	376	377	377	377	378	379
B	C	-	C	B	C	C	E	C	D	A	E	E	B
380	381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	390	391	391
B	B	E	D	B	E	D	E	D	C	B	-	-	-
392	393	393	394	395	396	397	398	399	399	400	400	401	402
C	C	C	E	E	D	B	E	B	C	B	C	-	C
403	403	403	403	404	404	404	404	405	406	406	406	406	407
E	B	B	D	D	C	A	C	D	C	C	A	B	-
408	409	410	411	411	411	411	412	412	413	414	415	416	417
B	-	D	C	C	C	C	D	A	E	A	C	D	A
418	418	419	420	421	421	422	423	424	424	424	425	426	427
-	B	-	D	E	A	-	B	D	B	D	C	C	D
428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441
-	-	-	A	C	D	B	C	D	C	B	E	C	C
442	443	444	444	445	446	446	447	448	449	449	449	449	449
D	C	A	C	C	-	D	-	A	B	C	D	D	D
450	451	452	452	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C	D	E	B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

CAPILARIDAD

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

D	A	C	D	C	D	D	B	B	E	B	B	E	E
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
B	D	C	A	E	E	C	D	D	B	D	E	E	B
29	30	31	32	33	33	34	35	36	37	38	39	40	41
E	B	C	B	-	D	-	D	A	E	A	B	A	A
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
A	A	A	C	E	E	C	D	A	B	D	D	D	E
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
C	D	C	B	B	B	E	D	D	E	C	B	D	D
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
B	C	E	C	A	E	C	B	C	B	C	D	C	E
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
B	C	C	B	E	D	A	B	C	A	C	C	C	B
98	99	100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
D	D	B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

HIDRODINAMICA

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	13
A	D	E	A	C	E	D	C	E	A	B	E	E	C
14	14	14	14	15	16	17	17	17	17	18	19	19	20
D	A	A	A	E	E	B	B	B	E	D	E	A	D
21	22	22	23	24	24	24	25	26	26	26	27	27	27
C	E	A	C	E	A	E	E	A	A	-	D	A	-
28	29	29	30	30	31	31	32	32	33	33	34	34	34
A	-	A	D	E	B	E	-	A	D	D	-	C	E
34	35	36	37	37	37	38	39	40	40	41	42	42	43
A	E	A	C	E	B	C	C	D	D	D	C	C	E
44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	53	54	54	55
E	-	-	A	E	D	D	E	A	D	E	D	B	C
56	56	56	57	58	58	58	59	59	59	60	60	61	62
C	B	D	A	B	B	C	D	C	E	C	B	B	D
63	63	63	63	64	64	65	66	67	67	68	69	70	71
E	E	E	-	D	E	D	D	D	D	D	B	C	C
71	72	73	74	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
C	E	C	D	A	C	D	D	B	D	B	E	D	B
83	83	84	84	85	85	86	86	86	87	87	88	89	90
B	C	C	E	D	E	A	A	C	E	B	E	A	B
91	92	93	93	94	94	94	95	95	95	96	97	98	99

-	C	C	B	-	-	-	-	-	-	C	B	B	C
100	100	100	100	100	101	102	103	104	105	106	107	107	108
-	E	B	-	-	B	-	-	-	E	C	-	C	-
109	109	109	110	111	112	113	114	115	115	116	116	117	118
-	-	-	-	A	C	E	-	-	-	-	-	D	D
119	120	121	122	123	124	125	126	127	127	128	129	130	131
C	A	-	B	E	E	D	D	-	-	-	-	E	B
132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145
D	C	D	C	A	B	B	A	A	D	E	E	E	A
146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
D	B	C	A	E	D	B	C	C	C	C	C	C	C
160	161	162	163	164	165	166	167	168	168	169	170	171	172
A	B	C	D	C	C	D	C	A	B	A	D	B	B
173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186
E	B	B	C	E	A	C	D	C	D	B	E	C	E
187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
C	B	E	D	D	A	C	E	B	D	B	D	E	B
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	212	213
D	B	A	B	E	D	D	C	C	C	B	A	D	E
213	214	214	214	214	215	216	217	218	219	219	219	219	220
C	E	C	E	B	C	D	E	E	C	D	C	C	B
221	222	222	223	224	225	226	227	227	228	229	230	231	231
D	-	C	D	B	D	D	C	A	E	B	E	-	D
231	232	233	234	235	236	237	238	238	239	239	240	241	241
B	E	E	B	B	E	D	A	C	A	E	C	D	B
242	242	243	243	244	245	246	247	247	247	248	248	249	250
D	A	A	D	E	E	C	-	C	E	D	A	-	C
251	252	252	253	254	255	255	255	256	257	258	258	258	259
-	-	A	C	C	B	B	B	E	-	E	E	C	D
259	260	261	261	262	262	263	264	264	264	265	266	266	266
C	C	E	B	E	B	D	C	C	E	A	-	-	E
267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
D	C	-	D	C	A	C	C	-	D	C	D	-	E
281	282	282	282	283	283	284	285	286	287	288	289	290	290
C	C	B	D	-	-	D	B	C	-	-	-	-	B
291	292	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303
-	D	A	B	D	-	-	-	-	-	E	-	-	-
304	305	306	307	308	308	308	308	309	310	311	312	313	313
E	D	C	C	B	D	D	D	E	C	D	-	A	D

CINETICA DE GASES

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14
-	-	C	C	B	D	C	E	B	B	C	D	C	B
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
B	A	D	B	E	C	D	D	E	C	D	E	D	C
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
B	D	D	A	D	B	B	E	D	A	E	D	C	D
43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
D	D	D	C	B	A	E	-	E	C	D	A	C	C
57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
B	D	E	B	D	B	D	E	B	E	B	C	C	B
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
B	D	B	E	D	B	E	D	C	D	C	B	B	B
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98
C	E	E	C	B	C	D	C	B	D	D	C	E	D
99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
B	D	E	E	E	C	E	E	D	D	E	D	-	B
113	114	115	116	116	117	118	118	118	119	119	119	119	120
E	A	E	E	E	B	A	C	-	C	C	C	-	-
120	121	122	123	124	124	125	126	126	126	127	127	127	128
A	C	A	D	-	-	-	B	E	D	C	B	C	B
128	128	129	130	130	131	131	132	133	134	134	135	136	136
D	C	D	-	-	B	B	B	-	-	A	D	B	B
137	138	139	140	140	141	142	143	144	144	145	145	146	146
C	E	A	C	E	-	-	-	B	B	B	A	-	C
147	148	148	148	149	150	151	152	153	154	155	156	156	157
B	C	D	D	D	A	B	B	E	B	E	B	A	A
157	158	159	159	160	161	162	162	162	163	163	164	164	164
A	-	-	D	B	-	E	D	C	A	-	C	C	B
165	165	166	167	167	168	168	169	170	171	172	173	174	174
-	-	D	-	B	-	D	-	E	B	D	C	B	C
175	176	177	178	178	179	179	179	179	180	181	181	182	182
C	B	E	C	B	D	D	B	E	E	C	C	E	A
183	184	185	186	187	188	189	189	190	190	191	192	193	194
A	D	D	E	E	A	-	E	-	C	C	A	E	C
195	195	196	197	198	199	200	200	201	202	203	204	205	206
-	D	A	E	C	B	C	D	C	E	D	C	A	E
207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
E	B	B	A	A	A	B	C	E	B	A	D	D	D

221	222	223	224	225	226	227	228	228	229	230	231	232	232
B	A	D	A	C	E	C	-	B	-	D	A	A	E
233	234	235	235	236	237	237	238	239	240	241	242	243	244
C	C	-	-	-	-	-	A	B	-	C	C	D	B
244	244	245	245	246	247	247	247	248	249	249	249	250	250
C	C	E	B	C	C	B	B	-	-	-	-	-	-
250	250	250	250	250	251	251	252	252	252	252	253	254	255
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	E	D	D
255	255	255	256	257	257	258	258	259	260	261	261	262	262
D	B	D	E	B	D	E	B	B	B	-	-	-	-
262	263	264	264	265	265	265	266	266	266	267	267	267	268
-	D	-	-	C	B	E	E	C	-	D	C	-	E
268	268	269	269	269	270	270	271	272	273	273	274	275	276
A	A	A	A	A	-	C	D	D	A	D	A	C	B
277	278	278	278	279	280	281	282	283	283	283	284	285	286
C	-	-	-	E	C	C	B	D	D	E	D	D	E
287	288	289	290	291	292	292	293	293	293	294	294	294	295
E	C	D	D	B	C	A	B	D	A	D	E	E	D
296	297	297	298	298	299	300	301	302	302	303	303	304	305
B	A	E	D	B	B	B	D	-	-	-	-	A	E
306	307	307	307	308	309	310	311	312	313	314	315	315	316
B	-	-	-	-	-	C	D	E	C	-	E	-	B
317	318	318	319	320	321	322	323	323	324	324	324	325	326
B	-	-	-	-	A	C	A	E	-	-	-	B	-

TEMPERATURA Y CALOR

01	02	03	04	05	06	07	07	07	08	09	10	11	12
-	-	B	-	-	-	A	B	A	B	C	B	A	-
13	14	15	16	17	18	19	20	20	20	21	22	22	22
B	A	A	D	D	C	C	C	D	C	D	-	C	D
23	24	24	25	26	27	28	29	29	30	30	31	32	33
-	B	E	C	D	C	C	C	B	E	E	-	D	C
33	34	34	35	35	36	37	37	37	38	38	39	40	40
D	E	A	E	A	-	E	C	C	-	-	C	A	C
41	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53
E	A	B	E	E	A	D	B	C	D	E	A	B	C
54	55	56	56	57	58	59	60	61	61	62	62	63	64
E	A	A	D	C	D	A	D	A	E	E	C	E	E

65	65	65	66	66	67	67	68	68	69	69	70	71	71
C	C	B	E	E	E	-	D	A	E	C	A	-	E
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	80	80	81	82
D	A	E	A	E	E	E	D	D	E	C	A	E	C
83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	94	95
E	D	E	B	C	E	D	-	C	E	B	-	E	D
96	96	97	97	97	97	98	98	99	100	101	102	103	103
E	C	A	B	E	A	E	B	C	C	B	D	C	E
104	105	105	105	106	107	108	109	109	109	110	110	111	111
-	E	E	C	A	D	D	B	-	C	C	B	-	A
111	112	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	122
-	D	E	C	D	E	B	E	B	B	E	D	-	-
123	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	132	132	133
-	A	B	-	B	A	C	B	D	A	E	D	B	C
133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146
C	A	C	B	D	C	D	C	B	B	E	C	D	D
147	148	148	149	150	150	151	152	152	153	154	155	156	157
E	A	C	B	D	A	D	E	B	C	B	D	E	D
158	158	159	160	161	162	163	163	163	163	163	163	164	165
B	A	D	E	E	E	A	C	C	E	A	A	E	D
166	167	168	169	170	171	172	173	174	174	175	176	176	177
E	A	B	D	D	D	A	D	C	A	B	D	B	B
178	179	180	181	181	181	182	182	183	183	183	184	185	185
B	C	C	D	D	B	D	A	E	D	E	B	C	D
186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
C	D	C	B	D	C	A	D	A	D	C	C	D	A
200	201	201	202	203	204	205	206	207	207	207	208	208	208
B	C	E	E	B	B	D	A	B	E	D	D	D	D
209	210	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221
B	C	D	E	B	E	C	D	E	B	B	C	B	D
222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235
E	D	C	E	D	C	E	C	D	C	D	C	C	E
236	237	238	239	240	241	242	243	244	245	246	247	248	249
A	C	C	C	E	B	D	C	B	E	C	E	E	A
250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263
A	A	C	B	A	C	B	D	B	A	D	B	C	D
264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277
E	C	B	B	C	B	B	D	E	C	A	C	E	C
278	279	280	280	281	282	283	284	285	286	287	288	289	290
B	C	B	C	E	B	B	D	B	B	C	E	C	B

291	292	293	294	295	296	296	297	298	299	300	301	302	303
D	E	D	D	C	A	E	B	D	C	B	D	C	B
304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317
E	B	D	E	C	B	B	C	E	D	C	E	C	E
318	319	320	321	322	322	323	323	324	324	325	326	327	328
C	E	E	D	E	B	A	C	-	-	-	E	-	B
329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342
E	B	B	D	B	B	C	E	E	A	A	D	E	D
343	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355
D	E	B	B	E	B	E	E	D	C	D	D	-	C
356	357	358	358	359	360	361	362	363	364	365	365	366	367
B	C	D	B	-	A	E	D	C	D	B	C	C	B
367	368	369	370	371	372	372	372	373	374	374	374	375	375
E	D	E	E	E	C	C	B	B	D	D	D	D	B
376	377	377	377	377	378	379	380	381	382	383	384	384	385
C	-	-	C	C	A	D	A	C	-	B	C	A	A
386	387	387	388	388	389	390	390	391	392	393	394	394	395
E	-	-	B	A	-	D	E	C	D	C	D	D	E
396	397	398	399	399	400	400	401	401	401	402	403	404	405
B	C	-	B	C	E	B	E	E	B	B	B	B	C
406	407	408	409	410	411	411	412	413	414	415	415	416	416
B	D	-	-	D	C	B	-	B	B	E	E	-	-
416	417	418	418	418	418	419	420	421	422	422	422	423	423
-	A	D	C	D	E	C	B	D	-	-	-	-	-
424	425	426	426	427	428	429	430	431	432	433	434	434	435
B	D	B	E	B	C	-	E	C	B	C	-	-	-
435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448
-	D	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
449	449	449	450	451	451	451	452	452	452	453	453	453	454
-	B	D	-	-	-	E	-	B	E	-	-	C	-
454	454	455	455	455	456	457	457	457	457	458	459	460	460
E	B	-	-	E	-	-	-	A	E	A	C	-	E
461	461	461	462	463	463	463	464	465	466	467	468	469	470
-	-	A	C	-	-	C	-	-	-	A	-	-	-
471	472	472	472	473	473	474	474	474	475	476	476	477	478
-	-	-	A	D	D	-	-	C	-	D	D	-	-
478	478	478	479	480	481	481	481	-	-	-	-	-	-
-	A	A	A	C	D	C	A	-	-	-	-	-	-

TERMODINAMICA

01	02	02	02	03	03	03	03	03	03	04	04	04	05
E	A	C	B	D	E	C	B	E	A	E	D	B	A
06	07	08	09	09	09	09	10	10	10	11	11	12	13
-	E	-	C	B	E	B	B	E	E	C	C	E	D
14	15	15	15	15	15	16	16	16	16	16	17	17	17
D	B	D	A	C	C	A	D	A	D	B	C	A	B
17	18	19	20	20	20	21	21	21	22	22	22	23	23
E	E	E	B	B	E	A	A	A	E	E	B	E	B
24	25	26	27	28	28	29	30	30	31	32	33	33	34
E	C	B	B	A	A	E	E	A	-	D	E	D	A
34	35	35	36	37	37	37	38	38	39	39	39	39	40
D	C	E	A	E	D	D	C	A	C	C	C	D	D
41	42	43	44	44	45	45	46	46	47	47	47	47	48
D	A	E	D	A	A	B	E	C	E	C	D	A	E
48	49	50	51	52	53	54	54	55	56	57	58	58	58
D	C	B	-	C	-	C	-	-	B	D	D	D	E
59	59	59	60	60	60	60	61	62	62	62	62	62	62
A	C	C	C	A	C	C	-	A	E	B	C	-	-
62	62	63	63	63	63	63	64	64	65	65	66	66	66
-	-	-	-	-	-	-	A	B	B	B	C	A	C
66	66	67	67	67	67	67	68	68	68	68	69	70	70
-	-	-	-	E	B	D	B	B	D	C	E	C	C
70	70	70	71	71	71	72	72	72	73	73	74	74	75
E	E	D	C	E	-	B	C	C	D	-	C	C	B
76	76	77	77	77	78	78	79	79	79	80	80	80	81
D	-	B	E	-	C	A	-	-	-	B	D	B	-
81	82	82	82	82	83	83	83	84	84	85	85	85	85
-	-	-	-	-	-	-	-	D	C	-	C	-	A
85	85	86	86	86	86	86	87	87	87	87	88	89	90
E	-	E	B	-	-	-	-	-	-	-	-	B	-
90	90	91	92	92	92	93	93	93	94	94	94	95	95
-	-	E	E	C	-	B	B	B	C	A	C	C	D
95	96	96	97	97	97	98	98	98	99	100	100	100	101
A	D	C	D	B	E	-	D	A	B	B	B	C	E
101	102	102	102	103	103	104	104	105	106	106	107	108	109
D	-	D	D	-	-	-	B	B	C	A	E	D	D
110	110	110	110	110	111	112	113	113	114	115	116	117	117

E	-	D	A	D	C	C	E	D	B	A	A	B	D
117	117	118	118	119	119	120	120	120	120	121	121	121	121
B	C	E	B	D	A	E	D	D	C	B	D	D	C
122	123	124	125	125	125	126	126	127	127	127	128	129	130
D	C	C	B	E	E	E	C	E	B	E	C	A	D
130	131	131	131	132	132	132	133	133	133	134	135	136	137
C	-	A	A	-	A	D	-	E	E	A	C	-	D
137	138	138	138	138	139	140	141	142	143	144	145	145	145
D	-	D	D	D	A	E	B	B	C	A	-	C	B
145	146	146	146	147	147	147	148	148	148	148	149	149	150
B	E	E	A	A	E	B	-	-	-	-	A	A	A
151	152	153	154	154	154	155	155	156	156	156	157	157	157
C	E	B	A	D	D	-	E	B	D	D	E	C	B
158	158	158	158	159	160	161	161	162	162	162	162	163	163
B	B	B	B	C	D	-	C	E	B	D	D	C	D
163	164	165	165	165	165	165	166	166	166	166	166	167	167
A	D	-	E	C	D	E	B	E	C	C	-	D	D
167	167	167	168	168	168	169	169	169	169	170	171	172	172
E	E	-	B	B	D	-	-	-	-	C	C	C	C
172	172	173	173	173	173	174	174	174	174	175	175	176	176
E	E	-	A	D	C	-	C	D	C	D	B	D	D
176	176	176	176	177	177	177	177	177	178	178	178	178	178
E	C	E	-	B	E	C	C	E	A	B	A	E	A
178	179	180	181	182	183	184	185	186	186	186	186	186	187
B	B	A	B	D	E	E	D	-	D	D	C	E	-
187	187	187	188	188	188	188	189	189	189	190	190	191	192
C	C	D	-	-	-	E	B	A	C	E	E	C	C
192	192	192	193	194	194	194	194	195	196	197	198	199	200
C	D	C	-	C	A	D	C	-	-	-	-	-	-
201	201	201	201	202	202	203	204	205	206	206	206	206	206
-	-	-	-	B	E	-	-	D	D	C	D	D	A
207	207	207	207	208	208	208	208	208	209	209	209	209	209
C	B	C	E	D	D	B	B	E	A	E	A	C	A
209	209	209	209	210	210	210	210	210	210	211	212	213	214
C	A	B	B	C	C	A	E	B	D	B	B	D	B
215	216	217	218	219	219	220	220	221	222	223	224	224	225
-	-	E	C	D	D	D	E	C	A	B	D	E	B
226	227	227	228	229	229	229	229	230	231	232	233	234	235
C	B	B	D	C	B	B	A	C	B	C	C	C	D
235	236	237	238	239	239	239	240	241	241	241	241	241	242

A	C	E	B	E	A	D	C	B	E	C	-	A	D
242	243	244	244	244	245	246	247	247	248	248	249	250	251
C	E	A	-	C	A	B	D	D	E	D	D	D	B
252	253	254	255	255	255	255	256	256	257	257	258	258	258
C	E	C	C	E	E	D	A	A	D	D	E	D	E
259	260	261	261	261	261	261	262	263	264	264	264	264	265
A	A	D	C	C	D	D	D	-	-	-	-	-	D
266	266	266	267	267	267	267	267	267	268	269	270	271	271
E	A	C	D	D	C	B	A	E	C	C	B	-	-
271	271	271	272	272	272	273	273	273	273	274	274	274	274
-	B	B	D	C	B	C	E	C	A	A	-	-	-
274	275	275	275	275	275	276	277	277	278	279	280	281	281
C	B	B	A	C	C	C	E	A	D	B	D	A	B
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294
C	E	D	D	E	D	D	C	A	D	D	B	D	B
295	296	297	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	307
C	D	B	D	D	C	D	C	B	C	C	C	E	E
308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321
D	D	B	A	D	C	-	-	-	E	B	E	C	C
322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335
B	-	E	A	A	D	A	B	D	D	C	B	D	E
336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349
C	D	C	C	C	D	C	D	D	B	E	D	B	C
350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363
C	C	D	E	C	C	B	A	A	C	D	D	E	C
364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377
B	B	E	D	D	E	B	D	E	E	E	E	D	B
378	379	380	381	382	382	383	383	384	385	385	386	386	386
C	C	E	A	E	D	E	D	D	B	B	E	E	C
386	386	386	386	387	388	388	388	389	390	391	392	393	393
E	D	E	D	C	E	A	E	E	D	E	E	E	B
393	394	395	396	397	398	398	399	399	400	401	402	403	404
C	E	E	E	A	B	D	D	D	E	E	D	B	C
405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418
D	C	A	B	B	-	E	C	C	C	B	B	C	A
419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432
D	E	D	C	C	C	B	D	C	B	E	B	C	C
433	433	433	433	434	435	436	437	438	439	439	440	441	442
-	-	-	E	D	D	D	C	C	-	-	C	A	B
442	443	444	445	446	447	448	449	449	450	451	452	452	452

C	C	C	D	C	D	B	E	B	C	E	E	B	B
453	454	455	455	456	456	457	457	457	458	458	459	460	461
C	C	A	B	D	-	-	-	C	-	B	A	C	D
462	463	463	463	464	465	466	467	468	468	468	468	468	469
E	-	A	A	B	A	D	D	C	C	C	E	A	C
470	471	471	472	473	473	473	473	474	474	475	475	475	476
C	B	A	A	C	B	A	-	A	B	C	C	-	B
476	477	477	477	478	478	479	480	480	480	481	482	483	484
C	B	D	D	D	-	D	D	-	-	A	C	C	D
485	486	486	486	487	487	488	489	489	489	490	491	492	492
D	-	-	-	E	B	-	C	A	E	E	D	E	A
492	493	493	494	494	495	495	495	496	497	498	498	498	498
0	E	B	B	A	-	D	C	D	C	C	E	A	A
498	499	499	500	500	501	502	502	503	504	505	506	-	-
A	-	-	A	-	C	D	B	C	-	C	B	-	-

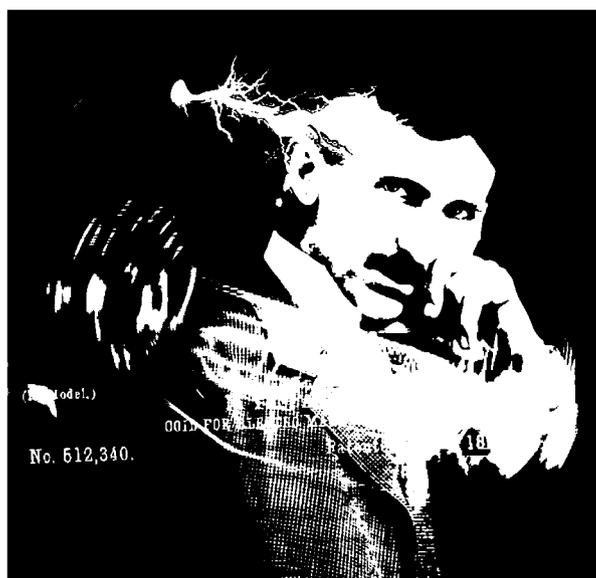
ONDAS Y SONIDO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	12	12
C	D	B	C	D		B	C	C	D	B	E	A	B
13	14	15	16	17	18	19	20	21	21	22	23	24	25
C	E	A	B	C	B	D	-	C	C	B	C	D	E
26	27	28	29	30	31	32	32	32	32	33	34	35	36
B	D	D	D	B	E	C	A	D	D	B	E	B	B
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	D	E	B	C	E	A	C	E	B	D	A
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
B	C	E	B	E	C	C	C	C	C	E	C	C	C
65	66	67	68	69	70	70	71	71	72	73	74	75	76
C	A	E	D	A	C	C	D	E	D	D	C	C	B
77	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
C	B	D	C	-	-	-	-	-	-	-	-	-	E
90	91	91	91	92	93	93	94	95	96	97	98	99	99
-	-	-	-	-	C	D	D	-	A	C	C	E	C
100	100	101	102	102	103	103	104	105	105	106	107	107	108
E	-	D	A	E	-	D	C	-	-	-	C	D	B
109	109	110	111	112	113	113	114	114	115	115	115	115	116
-	-	C	C	B	-	D	-	-	B	B	E	A	B

116	116	117	118	118	119	120	121	121	122	122	123	123	123
B	C	-	B	B	E	D	-	-	-	E	-	-	-
124	124	124	124	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133
-	-	-	-	-	-	-	A	-	C	-	-	-	C
134	134	135	136	136	137	137	137	138	139	140	140	141	141
-	A	-	D	E	C	E	A	B	B	-	-	-	-
142	142	142	142	142	143	143	143	144	144	144	145	146	147
-	-	-	B	C	D	C	A	D	B	C	-	E	A
148	148	149	149	149	149	150	150	151	152	153	154	155	156
-	-	A	D	A	B	D	C	C	D	B	E	A	-
157	158	158	158	158	158	159	159	160	160	160	161	161	162
D	B	-	-	-	B	-	-	C	A	A	D	E	E
162	163	164	165	166	166	167	168	169	170	170	170	171	172
D	B	C	E	-	C	E	B	E	C	A	C	C	C
173	174	175	176	177	178	178	179	179	180	181	182	183	184
D	C	D	C	B	C	D	C	-	E	C	C	C	C
185	186	186	187	188	188	189	189	189	190	190	190	190	191
C	B	B	D	-	-	C	B	C	B	A	E	D	C
191	192	193	194	194	195	195	196	197	197	197	198	198	199
B	A	D	A	C	C	E	B	-	C	-	D	C	E
199	200	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B	B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

NIKOLA TESLA

EL GENIO DE GENIOS



Bibliografía

- 1) **L. Landau – E. Lifshitz** *Física General*, Ed. MIR, Moscú – 1980.
- 2) **A. F. Saveliev** *Física General*, Tomo II y III, Ed. MIR, Moscú.
- 3) **Piórishkin – Ródina** *Física 1-2-3-4*, Ed. MIR, Moscú.
- 4) **Frish – Timoreva** *Física General*, Tomo II, Ed. MIR, Moscú-1983.
- 5) **O. Y. Savchenko** *Problemas de Física General*, Ed. MIR, Moscú-1989.
- 6) **I. M. Saraeva** *Problemas Seleccionados de la Física Elemental*, Ed. MIR, Moscú – 1986.
- 7) **V. Volkenshtein** *Problemas de Física General*, Ed. MIR, Moscú – 1976.
- 8) **S. Kosel** *Problemas de Física General*, Ed. MIR, Moscú – 1975.
- 9) **I. E. Irodov** *Problemas de Física General*, Ed. MIR, Moscú – 1975.
- 10) **Tarazov – Tarazova** *Preguntas y Problemas de Física*, Ed. MIR, Moscú – 1980
- 11) **E. Butikov, A. Bikov, A. Kondratiev** *Física en ejemplos y problemas*, Edit. MIR, Moscú. Impreso en español 1991.
- 12) **B. B. Bujovtsev V. D. Krivchenkov** *Problemas Seleccionados de física elemental*, Edit. MIR Moscú, Impreso en español 1970.
- 13) **R. A. Gladkova L. S. Zhdanov** *Física problemas y ejercicios*, Edit. MIR Moscú. Impreso en español 1987.
- 14) **B. M. Yavorski A. A. Detlaf** *Manual de Física*. Edit. MIR Moscú. Segunda Edición. Impreso en español 1977.
- 15) **Hans C. Ohanian Jhon T. Markert** *Física para ingeniería y ciencias*, Ed. Mc Graw Hill. Tercera edición.
- 16) **Giancoli Douglas C.** *Física para ciencias e ingeniería*, Ed. Person, Prentice H.
- 17) **Paúl E. Tippens** *Física*, Conceptos y aplicaciones, Edit. Mac Graw Hill.
- 18) **Sears-Zemansky-Young** *Física Universitaria*, Vol.1 Edit. Adisson-Wesley. 2009.
- 19) **Paúl A. Tipler Gene Mosca** *Física para la ciencia y la tecnología*, Vol.1. Edit. Revert Sexta Edición. 2008.
- 20) **Marcelo Alonso Edgard J. Finn** *Física Vol.1 Mecánica*. Fondo Educativo Interamericano 1970. Impreso en México.
- 21) **Raymond A. Serway Jhon W. Jewett, Jr.** *Física para Científicos e Ingenieros con Física Moderna* Edit. Thomson. 2008. USA
- 22) **Robert Resnick, David Halliday, Kenneth Krane** *Física*. Vol.1 Mecánica Jhon Wiley&Sons. Inc. Edit. Continental. Décima segunda reimpresión México 2001.
- 23) **John P. McKelvey Howard Grotch** *Física para ciencias e ingeniería*, Vol.1 Edit. Tierra Firme Primera Edición. 1982.
- 24) **Paúl G. Hewitt** *Física conceptual*. Edit. Adisson-Wesley Pearson. Novena Edición 2004. Impreso en México.
- 25) **Régulo A. Sabrera A.** *Problemas de Oscilaciones*, Ed. GLOW, Perú – 1998.
- 26) **Régulo A. Sabrera A.** *Problemas de Hidrostática*, Ed. GLOW, Perú – 1998.
- 27) **Régulo A. Sabrera A.** *Problemas de Termodinámica*, Ed. GLOW, Perú – 1997.
- 28) **Régulo A. Sabrera A.** *Problemas Selectos de Física II*, Ed. GLOW, Perú – 1999.
- 29) **R. Sabrera – W. Pérez** *Física++*, Teoría y Problemas, Ed. V&H, Tomos I y II.
- 30) **R. Sabrera – W. Pérez** *Física General*, Teoría y Problemas, Ed. V&H, Lima 1996
- 31) **Régulo A. Sabrera A.** *Libro de problemas de Física II*, Ed. GLOW, 2003.
- 32) **Régulo A. Sabrera A.** *Física II*, Teoría y problemas, Ed. San Marcos, 2004.

