1. Verifique se o polinômio $P(x) = x^6 - 7x^3 - 8$ é divisível por $(x+1)(x-2)$.

É divisível por $(x+1)$??

-1	1	0	0	-7	0	0	-8
	1	-1	1	-8	8	-8	0

↳ resto $= 0$

o polinômio é divisível por $(x+1)$

2	1	-1	1	-8	8	-8
	1	1	3	-2	4	0

↳ resto $= 0$

o polinômio é divisível por $(x-2)$

O polinômio é divisível por $(x+1)$ e por $(x-2)$, logo, é divisível por $(x+1).(x-2)$.

Verifique se o polinômio $P(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$ é divisível por:

2. $(x-1)(x-2)$

1	1	1	-4	-4	0
	1	2	-2	-6	-6

↳ resto $\neq 0$

$P(x)$ não é divisível por $(x-1)$, portanto também não é divisível por $(x-1).(x-2)$

3. $\underbrace{x^2 - 4}_{(x+2).(x-2)}$ → $P(x)$ é divisível por x^2-4

-2	1	1	-4	-4	0
	1	-1	-2	0	0

↳ resto $= 0$ → é divisível por $(x+2)$

2	1	-1	-2	0
	1	1	0	0

↳ resto $= 0$ → é divisível por $(x-2)$.

A $P(x)$ é divisível por $(x-2)$ e por $(x+2)$, logo, é divisível por $(x-2).(x+2) = x^2 - 4$

4. Calcule a e b, sabendo que o polinômio $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + x + 1$ é divisível por $B(x) = \underbrace{x^2 - 1}_{(x+1).(x-1)}$.

1	1	a	b	1	1
	1	$(a+1)$	$(a+1+b)$	$(a+b+2)$	$(a+b+3)$

↳ para que seja divisível por $(x-1)$ o resto deve ser 0.

$a+b+3=0$

-1	1	a	b	1	1
	1	$(a-1)$	$(b-a+1)$	$(-b+a)$	$(b-a+1)$

↳ resto $= 0$ para ser divisível por $(x+1)$.

$b-a+1=0$

Temos que:

$a+b+3=0$

$\underbrace{b-a+1}=0$

$b = a-1$

Substituindo:

$a+(a-1)+3=0$

$2a+2=0$

$\boxed{a=-1}$

$b = a-1$

$b = -1-1$ $\boxed{b=-2}$

5. Um polinômio $P(x)$ dividido por $(x-1)$ dá resto 3 e dividido por $(x-3)$ dá resto 1. Calcule o resto da divisão de $P(x)$ pelo produto $(x-1)(x-3)$.

$P(x) = (x-1).(x-3).Q(x) + R(x)$

$P(x) = (x-1).(x-3).Q(x) + (ax+b)$

↳ $P(1) \to R(x) = a.1 + b = 3$

↳ $P(2) \to R(x) = a.3 + b = 1$

$R(x)$ $+\begin{cases} a+b=3 \\ 3a+b=1 \quad (-1) \end{cases}$

$-2a = 2$

↳ $\boxed{a=-1}$

$a+b=3$ → $-1+b=3$

$\boxed{b=4}$

Então, $\boxed{R(x) = -x+4}$

6. Verifique se o polinômio $P(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 - 2x - 12$ é divisível por $B(x) = (x+2)(x-3)$ e determine o quociente da divisão de $P(x)$ por $B(x)$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^4 - x^3 - 4x^2 - 2x - 12 & x^2 - x - 6 \\
\underline{-x^4 + x^3 + 6x^2} & x^2 + 0x + 2 \to Q(x) \\
\quad 2x^2 - 2x - 12 & \\
\quad \underline{-2x^2 + 2x + 12} & \\
\qquad 0 &
\end{array}
$$

↳ resto $= 0$ ↳ é divisível

$Q(x) = x^2 + 2$

7. Um polinômio $P(x)$ dividido por $(x-3)$ dá resto 10 e quociente $Q_1(x)$. Dividindo $Q_1(x)$ por $(x-3)$, o resto é 5. Qual é o resto da divisão de $P(x)$ por $(x-3)^2$?

$$
\begin{array}{l|l}
P(x) & x-3 \\
\hline
10 & Q_1(x)
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l|l}
Q_1(x) & x-3 \\
\hline
5 & Q_2(x)
\end{array}
$$

resto $P(x)$ ← 10

resto $Q_1(x)$ ← 5

$P(x) = (x-3).Q_1(x) + 10$

$Q_1(x) = (x-3).Q_2(x) + 5$

$P(x) = (x-3).[(x-3).Q_2(x) + 5] + 10$

$P(x) = (x-3).(x-3).Q_2(x) + 5x - 15 + 10$

$P(x) = (x-3)^2.Q_2(x) + \underbrace{5x-5}_{\text{resto}}$

O resto da divisão é $5x-5$.

8. Calcule a e b, sabendo que o polinômio $P(x) = x^3 + ax + b$ é divisível por $(x-1)^2$.

1	1	0	a	b
	1	1	$a+1$	$\underbrace{a+1+b}_{\text{resto}=0}$

$P(x) \,\lfloor\, x-1 = Q(x) + 0$

1	1	1	$a+1$
	1	2	$\underbrace{a+3}_{\text{resto}=0}$

$Q(x) \,\lfloor\, x-1 = Q_2(x) + 0$

$a+3=0$ → $a=-3$

$a+1+b=0$ → $-3+1+b=0$ → $b=2$